UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

PROPUESTA DIDACTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LAS PROPIEDADES GEOMETRICAS DE LA PARABOLA EN LOS ESTUDIANTES DEL GRADO DECIMO DE LA INSTITUCION EDUCATIVA CARLOS ALBERTO CALDERON EMPLEANDO EL ANALISIS FENOMENOLOGICO

Hernán Antonio Osorio Serna

Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Asesora:

María Encarnación Ramírez

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Medellín, Colombia

2020

Agradecimientos

A mi familia por su apoyo y paciencia.
A mi asesora de maestría, María Encarnación Ramírez, por su apoyo paciencia y sabios consejos.
A los estudiantes del grado 10-2 de la Institución Educativa Carlos Alberto Calderón por su disposición y compromiso en la realización de las actividades
A Sergio López García por su apoyo y consejo en la realización de este trabajo.

Contenido

Resumen....6
Introducción....7
CAPITULO I. DISEÑO TEÓRICO....8
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA....8
1.1.1 Descripción del problema....8
1.1.2 Formulación de la pregunta....9
1.2. Justificación....9
1.3 Objetivos....10
1.3.1 Objetivo General....10
1.3.2 Objetivos Específicos....10
1.4. Marco Referencial....10
1.4.1 Referente Antecedentes....10
1.4.2 Referente Teórico....13
1.4.3 Referente Conceptual-Disciplinar....19
1.4.3.1 La parábola....20
Imagen 1.1 Definición de la parábola. Hecho en GeoGebra (2019))....20
1.4.5 Referente Espacial....24
CAPITULO II. DISEÑO METODOLÓGICO....26
2.1 Enfoque....26
2.2 Método....26
2.3 Instrumento de recolección de información y análisis de información.....27
2.4 Población y Muestra....28
2.5 Delimitación y Alcance....28
2.6 Cronograma....29
Planificación de actividades....29
2.7. Cronograma de actividades....31
2.8. Impacto esperado.....32
CAPITULO III. SISTEMATIZACIÓN DE LA INTERVENCIÓN....33
3.1 Prueba diagnóstica de matemáticas - grado 10B Institución Educativa Carlos Alberto Calderón (Ver Anexo A)....33
Análisis....34

Grafica 1.1 “Resultados Prueba Diagnóstica”. Datos obtenidos anexo J. Hernan Osorio (2020) 35

3.1.1. Primera intervención: Distancia entre dos puntos de un plano cartesiano (ver anexo B) 35

Análisis 35

Grafica 1.2 “Primera Intervención”. Datos obtenidos anexo J. Hernan Osorio (2020) ... 36

3.2 Elaboración de actividades e intervenciones en el aula 36

3.2.1. Segunda intervención: La parábola como lugar geométrico (ver anexo C) 37

Análisis 37

3.2.2. Tercera intervención: ¿Qué forma tiene? (Ver anexo D) 38

Grafica 1.3 “Resultados Tercera Prueba”. Datos obtenidos anexo X. Hernan Osorio (2020) 39

3.2.3. Cuarta intervención: Determinación de la ecuación de una parábola con vértice en el origen y eje focal el eje x (ver anexo E) 39

Grafica 1.4 “Resultados Actividad 4”. Datos obtenidos anexo X. Hernan Osorio (2020) 40

3.2.4. Quinta intervención: Construcción de una parábola y de sus elementos con la ayuda de GeoGebra (ver anexo H) 40

3.2.5. Sexta intervención: Construcción de una parábola como lugar geométrico con la ayuda de GeoGebra (ver anexo G) 41

3.3.1. Séptima intervención: Determinación de la ecuación de una parábola con vértice (h, k) (ver anexo F) 42

3.3.2. Octava intervención: ¿Qué ha aprendido sobre la parábola? y aplicaciones cotidianas de la parábola (ver anexo I) 43

Grafica 1.5 “Ecuación parábola vértice (h, k)”. Datos obtenidos anexo X. Hernan Osorio (2020) 44

3.4. Validación 44

Conclusiones 46

Recomendaciones 48

ANEXOS 49

A. Anexo: Prueba diagnóstica 49

B. Anexo: Primera intervención: Distancia entre dos puntos de un plano cartesiano 50

C. Anexo: Segunda intervención: La parábola como lugar geométrico 50

D. Anexo: Tercera intervención: ¿Qué forma tiene? 52

E. Anexo: Cuarta intervención: Determinación de la ecuación de una parábola con vértice en el origen y eje focal el eje x 53

F. Anexo: Construcción de una parábola y de sus elementos con la ayuda de GeoGebra (ver anexo H) 54

G. Anexo: Sexta intervención: Construcción de una parábola como lugar geométrico con la ayuda de GeoGebra.....55

H. Anexo: Séptima intervención: Determinación de la ecuación de una parábola con vértice (h, k).....57

I. Anexo: Octava intervención: ¿Qué ha aprendido sobre la parábola? y aplicaciones cotidianas de la parábola.....61

J. Anexo: Resultado de las muestras obtenidas.....62

Referencias.....**64**

Resumen

En la actualidad se observa que los estudiantes presentan dificultades para entender conceptos matemáticos, problema que en parte se debe al poco interés, motivación y pereza que sienten hacia esta área del conocimiento. Ante esta situación se pretende mejorar la enseñanza de las matemáticas empleando el análisis fenomenológico, el cual propone que las ideas mentales (Fenómenos) deben anteponerse a los conceptos, porque ellas facilitan la adquisición de este.

Las intervenciones que se hicieron con los estudiantes buscaron fomentar tanto el trabajo individual como el trabajo colaborativo, los estudiantes construyeron parábolas y sus elementos empleando herramientas manuales y un software de geometría dinámica llamado GeoGebra.

Los resultados muestran que los estudiantes mejoraron en aspectos como: la apropiación de conceptos, el manejo algebraico de operaciones, la identificación de elementos de la parábola y la modelación matemática.

Palabras clave: Análisis fenomenológico, conceptos, estrategia didáctica, constructivismo, TICS, GeoGebra

Abstract

Nowadays, it is observed that students have difficulties in understanding mathematical concepts, a problem that is partly due to the little interest, motivation and laziness they have regarding this area of knowledge. The reason why, the aim is to improve the teaching of mathematics using phenomenological analysis, which proposes mental ideas (Phenomena) that must take precedence over concepts because they facilitate the acquisition of this.

Students who joined with other students will seek to promote both individual and collaborative work; students-built parables and their elements using hand tools and dynamic GeoGebra geometry software.

The results shown by the students improve in aspects such as the appropriation of concepts, the algebraic management of operations, the identification of elements of the parabola and mathematical modeling.

Keywords: Phenomenological analysis, concepts, didactic strategy, constructivism, TICS, GeoGebra

Introducción

En el presente trabajo se quiere enseñar algunos conceptos matemáticas asociados a la parábola empleando el análisis fenomenológico, esta estrategia busca hacer más amena e interesante la adquisición de conceptos asociados a esta sección cónica, también pretende promover la actividad, la cooperación y la interacción para que los estudiantes sean participes de su proceso de enseñanza y aprendizaje matemático.

Se busca que los estudiantes aprendan de una manera distinta, al ser partícipes en la construcción de parábolas con materiales tangibles y con el software matemático GeoGebra se espera que se apropien y le encuentren sentido a términos asociados a esta sección cónica.

Los estudiantes se ponen en contacto con la parábola al hacer dibujos y construcciones de parábolas y de sus elementos, esto les facilita tener una imagen mental que a su vez facilita la adquisición de los conceptos asociados a ella.

Este documento se ha organizado de la siguiente manera: primero, se presenta un marco teórico en el que se incluye el análisis fenomenológico de Freudenthal, su relación con la geometría y las nuevas tecnologías de la información y la comunicación ;segundo, un referente disciplinar donde se discriminan los contenidos matemáticos sobre los que se hizo la intervención ; tercero, la implementación de actividades que se realizaron en el grado decimo de la institución educativa Carlos Alberto Calderón; cuarto, las conclusiones que se desprenden del trabajo realizado y por último se relacionan las referencias bibliográficas consultadas.

CAPITULO I. DISEÑO TEÓRICO

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1.1 Descripción del problema

A la enseñanza de las matemáticas en la institución educativa Carlos Alberto Calderón, le ha faltado estimular a los estudiantes en la participación del proceso de aprendizaje y en la asimilación de los conceptos matemáticos ,ellos han asumido una actitud pasiva y esto se debe a la manera en que los profesores les enseñamos, al seguir el modelo tradicional, se enseñan las matemáticas por contenidos, se privilegia la memorización de fórmulas , de conceptos y la realización mecánica de ejercicios de aplicación de los mismos, estos problemas también se observan en los textos que los profesores toman como guías para la enseñanza de las matemáticas.

Estos inconvenientes que están presentes en la enseñanza de las matemáticas en nuestra Institución educativa se reflejan en el rendimiento de los estudiantes en algunas pruebas : En la prueba saber 11 del año 2019 ,los estudiantes obtuvieron en matemáticas una nota promedio de 47 sobre 100 y este resultado fue el mismo que obtuvieron en el año 2018,la Institución educativa Carlos Alberto calderón ocupo el lugar 3497 dentro de un total de 9029 instituciones educativas a nivel nacional y se bajó al lugar 4248 en el año 2019.Lo anterior muestra que los resultados han sido regulares.

Otro indicador de calidad de la educación del ministerio de educación nacional es el índice sintético de la calidad de la educación (ISCE), el cual es una herramienta que permite medir como va cada Institución Educativa en materia de calidad educativa en cada nivel de colegio, entidad territorial certificada y en el país, la interpretación de esta herramienta es muy sencilla, pues se trata de una escala de 1 a 10, siendo 10 el valor más alto que se puede obtener. En el caso de la Institución educativa Carlos Alberto Calderón el ISCE obtenido fue de 4,75, que comparado con ISCE de 5,27 que fue el promedio de las Instituciones educativas a nivel nacional y con un ISCE de 5,43 para las entidades territoriales certificadas, nos muestra que el ISCE de nuestra I.E está alejado de los promedios nacionales.

Una de las razones de los resultados antes mencionados es que, al seguir el modelo tradicional, se pretende enseñar de la misma manera en que nos la enseñaron las matemáticas,

se da mucha importancia al manejo algebraico y se descuida la geometría, la cual ha sido relegada y olvidada en buena parte de las instituciones educativas de la ciudad.

Con respecto a privilegiar el algebra sobre la geometría, Miguel de Guzmán escribe que al sustituir la geometría por el algebra, las matemáticas pierden contenidos y problemas importantes e interesantes. La falta de la intuición espacial fue una de las consecuencias perjudiciales de la falta de la geometría en los programas educativos, este defecto se percibe en los estudiantes de esos años. (Armedáriz, Azcárate, & Deulofeu, 1993, pág. 87)

Es importante retomar la enseñanza de la geometría en las aulas de clase y darle la importancia que esta se merece, además en los lineamientos curriculares del MEN (1998) se habla de la inteligencia espacial como una de las inteligencias múltiples y sostiene que es usada para resolver problemas que requieren el manejo y la representación de la información.

1.1.2 Formulación de la pregunta

¿Cómo contribuye el análisis fenomenológico a la enseñanza de las propiedades de la parábola en los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Carlos Alberto Calderón?

1.2. Justificación

A pesar de la necesidad de disminuir el uso de los algoritmos y la memorización en la enseñanza de las matemáticas con el fin de evitar el tedio y la pereza de los estudiantes hacia esta área del conocimiento, es evidente que esta práctica es recurrente en algunas instituciones educativas. La sociedad de hoy es activa, informada y cambiante, por esto es necesario llevar estrategias innovadoras a las aulas de clase, para que los estudiantes muestren un mayor interés, puedan lograr integrar los pensamientos matemáticos y conseguir el desarrollo de competencias matemáticas.

Una revisión bibliográfica muestra que las dificultades en la enseñanza de la parábola se presentan cuando se parte de las definiciones y de conceptos matemáticos abstractos y luego se siguen los mismos procedimientos en la solución de los problemas de aplicación.

En el presente trabajo se pretende mejorar el método de enseñanza descrito anteriormente y se utilizará el análisis fenomenológico de Freudenthal como metodología didáctica, Freudenthal defiende trabajar primero con los fenómenos, ya que estos favorecen la acción matemática. Los fenómenos se deben anteponer a los conceptos, primero se deben buscar fenómenos que faciliten al estudiante construir un objeto mental que este matematizado por el concepto.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo General

Diseñar una propuesta didáctica para la enseñanza de las propiedades geométricas de parábola en los grados decimo mediada por el análisis fenomenológico.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Diagnosticar el estado actual de los procesos de enseñanza de las propiedades geométricas de la parábola en el grado decimo de la Institución Educativa Carlos Alberto Calderón.
- Diseñar e implementar la propuesta didáctica en el grado decimo.
- Analizar cualitativamente la experiencia llevada a cabo en el grado decimo para hacer una evaluación de la metodología aplicada.
- Interpretar los resultados alcanzados al implementar la propuesta didáctica en la enseñanza de las propiedades geométricas de la parábola en los grados decimo
- Validar el alcance de la propuesta didáctica mediante un estudio estadístico cualitativo que permite identificar el alcance de los aprendizajes alcanzados por los estudiantes.

1.4. Marco Referencial

1.4.1 Referente Antecedentes

Al revisar la literatura, no se encuentra trabajos relacionados directamente con el tema de esta propuesta, en varios trabajos consultados relacionados con la enseñanza de la parábola, se observa que las dificultades mencionadas anteriormente son recurrentes y en sus

trabajos mencionan algunas propuestas de solución, entre las cuales se encuentran el uso de geometrías activas, el manipular materiales para construir conceptos y definiciones que luego se usarán para resolver problemas.

Mesa propone hacer construcciones de parábolas con regla y compas, además de usar la tecnología (software GeoGebra) para hacer que el proceso de aprendizaje de esta sección cónica sea divertido. (Mesa, Hernando,2013).

Calderón (Mesa, 2013)(2013) propone la realización de guías de aprendizaje con las cuales se busca que el estudiante explore y descubra las características de las figuras cónicas que construye y que al intercambiar conceptos y opiniones con sus compañeros construya su propio conocimiento. Las guías siguen el modelo de los niveles de razonamiento de Van-Hiele como referente teórico, las actividades están organizadas para que el estudiante pase de un nivel de razonamiento al siguiente. (Calderón, William,2013)

Garzón propone trabajar en procesos de pensamiento útiles y aplicables, propone el trabajo con situaciones cotidianas a los estudiantes y propone la metodología de resolución de problemas y el modelo de los niveles de razonamiento de Van Hiele en el diseño de las actividades, las cuales giran en torno a las propiedades de reflexión de las cónicas. Para el autor es importante privilegiar el análisis geométrico, explorar la forma, usar situaciones de reto y experimentar las aplicaciones de los objetos trabajados. (Garzón, p 2013)

Velásquez propone el trabajo con la geometría analítica, la cual combina la geometría y el algebra. Se hizo un trabajo con un grupo de control (31 alumnos) bajo el modelo educativo del tecnológico de Monterrey, en el cual se abordan problemas de aplicación de las secciones cónicas y un grupo que uso el modelo de razonamiento por niveles de Van Hiele con el software GeoGebra, luego se hicieron comparaciones respecto al nivel de razonamiento de los dos grupos. Los estudiantes que alcanzaron un nivel de razonamiento superior utilizaron herramientas visuales como GeoGebra y el modelo de Van Hiele. (Velásquez, María, 2013)

Carmona y Arango proponen un proceso de enseñanza aprendizaje con un acercamiento a los materiales tangibles para que los estudiantes desarrollen la creatividad y la construcción de conocimiento, de esta manera los estudiantes dejan de lado los aprendizajes memorísticos, mecánicos y muestran mayor interés al realizar las actividades propuestas.
Los autores proponen la metodología del aula taller donde el docente será el diseñador, el

guía y el evaluador de las actividades realizadas y los estudiantes serán estimulados a abandonar las actitudes pasivas. El aula taller es una metodología de aprendizaje colaborativo, los estudiantes dan sus opiniones, hacen conjeturas, dan opiniones y el aporte de cada uno debe ser valorado y respetado. Las actividades comprendieron: doblado de papel, cortes a conos para observar las secciones cónicas y construcciones con regla y compas. (Carmona, Jaime y Arango, Carlos, 2013)

A nuestras aulas asisten personas de todas las características y siempre debemos brindarles un espacio donde se les respete sus condiciones particulares. Quintero enfatiza que la enseñanza de las matemáticas no debe ser ajena a la realidad del estudiante y destaca que la enseñanza de las secciones cónicas tiene importancia porque aporta a la comprensión de algunos fenómenos físicos, permite la ejercitación de los conceptos y temas vistos en años anteriores, además mejora el nivel cognitivo de los estudiantes. (Quintero, Carlos, 2017).

Para hallar las dificultades que se presentan en un grupo de 30 estudiantes en el aprendizaje y construcción de la parábola, Sánchez hizo un estudio cualitativo con el fin de observar e interpretar la realidad escolar en el grado once de la institución Educativa María Cano, se hizo un estudio de casos, se hizo observación y encuesta para recolectar datos. Las actividades comprendieron construcciones con regla y compas, además de actividades de construcción de parábolas con el software GeoGebra. Las primeras resultaron interesantes para los estudiantes por ser algo novedoso y distinto a la manera en que normalmente se les enseña las matemáticas. En cuanto a las segunda, los estudiantes presentaron dificultades en la ejecución de los comandos debido al poco trabajo realizado con el software. (Sánchez, Ever ,2015).

Gómez y cañadas exploran en un programa de formación de profesores de matemáticas el aprendizaje del análisis fenomenológico. El análisis fenomenológico permite Identificar los fenómenos que dan sentido al tema y los contextos fenomenológicos, las subestructuras y los contextos PISA que permiten organizar dichos fenómenos.

Para García existen dos formas de mirar el conocimiento matemático, en la primera, se toma las matemáticas como un sistema formal y que tiene aplicación general, de esta manera, la enseñanza se reduce en descomponer los conocimientos matemáticos en procedimientos, que el estudiante aprende y luego aplica. (Enseñanza tradicional). En la segunda, se toma las

matemáticas como un proceso en donde, lo primordial, es la actividad de solucionar problemas, la enseñanza se convierte en una actividad de hacer matemáticas, en la que la solución de problemas se constituye en parte importante del trabajo y en parte esencial en la construcción del conocimiento matemático. La solución de problemas matemáticos cotidianos o próximos al estudiante, se convierte en una rutina y permite la formalización del procedimiento a lo largo del tiempo, los que, a su vez, permite la formación de objetos mentales, que deben preceder a los conceptos matemáticos formales, como lo ha señalado Freudenthal en su fenomenología didáctica. (García, Juan, 2018)

1.4.2 Referente Teórico

Enmarcado dentro del PEI y dentro de la misión, visión y la filosofía institucional, se sigue como estrategia pedagógica el modelo social cognitivo, el cual integra el modelo cognitivo con el cultural, y tiene como meta que el estudiante alcance el aprendizaje individual de los hechos, los procedimientos y los contenidos (modelo cognitivo), y que los complemente con el aprendizaje individual y grupal en una experiencia contextualizada (modelo sociocultural); para que así, surja la motivación y se desarrolle el interés que haga posible el alcance de capacidades, valores y actitudes.

Los escenarios sociales brindan oportunidades para el trabajo colaborativo de los estudiantes, así pueden buscar solución a problemas o situaciones problema, que solos no podrían resolver. Estimulando así, con el trabajo de grupo el sentido crítico, un vínculo entre teoría y práctica, este apoyo mutuo los compromete en la solución de problemas académicos y/o comunitarios.

Los estudiantes alcanzan un potencial de aprendizaje cognitivo y afectivo, que se manifiestan en destrezas y habilidades que pueden utilizar en las instituciones educativas o fuera de ellas, cuando no son capaces de desarrollarlas interviene el profesor o el adulto como un facilitador del aprendizaje y de la cultura social.
En la pedagogía social cognitiva la evaluación es dinámica y su función es identificar que tanta ayuda necesita el estudiante por parte de su maestro para resolver una situación y evaluar el potencial del aprendizaje adquirido gracias a la enseñanza y a la interacción entre el estudiante y las personas que tienen mayor experiencia.

El modelo social cognitivo tiene bondades y ventajas que no se manifiestan en los resultados académicos que los estudiantes obtienen en cada periodo, como tampoco los muestran en los resultados obtenidos en las pruebas externas como las pruebas ICFES saber 11 y tampoco en las pruebas PISA, en la cuales nuestro país ocupo uno de los últimos puestos. Los estudiantes muestran desmotivación y desinterés hacia el área de matemáticas y esto se refleja en los resultados mencionados y en buena parte de los trabajos consultados.

En los lineamientos curriculares del MEN (1998) se establece que, en los años 60 y 70, se produjo una transformación de la enseñanza, la cual se centró en las estructuras abstractas y le concedió importancia al rigor lógico, lo que a su vez, llevo a la teoría de conjuntos y al cultivo del algebra, lo que trajo como consecuencia el descuido del pensamiento espacial y de la geometría elemental; la ausencia de problemas y de actividades que sean interesantes y su reemplazo por ejercicios repetitivos y de reconocimiento de nombres.

En la enseñanza de las matemáticas como de la geometría se da importancia al manejo mecánico y memorístico de fórmulas y de conceptos, inconvenientes que también manifestaron los autores de los trabajos consultados.

En buena parte de las instituciones educativas, el trabajo con la geometría y con el pensamiento espacial ha sido olvidado y relegado, el presente trabajo buscar solucionar las dificultades antes expuestas y propone darle a la geometría la importancia que se merece y como propuesta didáctica se trabajara el análisis fenomenológico.
En palabras de Puig:

> “El análisis fenomenológico de un concepto o de una estructura matemática consiste entonces en describir cuáles son los fenómenos para los que es el medio de organización y qué relación tiene el concepto o la estructura con esos fenómenos.”. (Puig,1997), El autor identifica los conceptos o estructuras con los fenómenos, los cuales son a su vez eventos que son percibirles. Los conceptos son medios que permiten organizar (modelar) los fenómenos. Como se expresó anteriormente, los fenómenos se deben anteponer a los conceptos, primero se deben buscar fenómenos que faciliten al estudiante construir un objeto mental que este matematizado por el concepto”.

En el análisis didáctico, Hans Freudenthal, quien fue un matemático judío de origen alemán, fue el creador de la fenomenología didáctica, la cual tiene influencia destacada en la actualidad, propone que la constitución de objetos mentales (ideas) antecede a la apropiación

de los conceptos. Según Freudenthal:" para enseñar números no se parte de la definición de números, si no que se habla de un fenómeno asociado a los números como contar" (citado por Puig,1997, p 32), Se debe facilitar que los estudiantes se formen una imagen mental y a partir de ella llegar al concepto.
Para Freudenthal (citado por Godino,1991, p 31): "los conceptos, estructuras e ideas matemáticas sirven para organizar los fenómenos —fenómenos tanto del mundo real como de las matemáticas. Por medio de las figuras geométricas, como triángulo, paralelogramo, rombo o cuadrado, uno tiene éxito organizando el mundo de los fenómenos de los contornos; los números organizan el fenómeno de la cantidad. En un nivel superior el fenómeno de la figura geométrica se organiza mediante las construcciones y demostraciones geométricas, el fenómeno ―número‖ se organiza mediante el sistema decimal".
Un fenómeno puede ser matemático (un problema, un tema, una situación problema), no matemático (un problema social, por ejemplo) o un fenómeno natural.

Luis Puig en notas para una fenomenología de los conceptos matemáticos en la educación secundaria hace aportes que relacionan la geometría con el análisis didáctico fenomenológico:" Las figuras geométricas que se trazan en el papel o se dibujan con la ayuda de GeoGebra, son dibujos geométricos, los cuales a su vez representan el objeto geométrico". "Esta relación entre figura, dibujo y objeto geométrico está presente en la constitución de los objetos mentales correspondientes y en la ulterior adquisición de los conceptos. Un buen objeto mental tendrá que llevar incorporado el análisis de la figura en sus elementos y las relaciones entre ellos." (Puig, 1997, p 32). y como dice Godino:" Los programas de ordenador proporcionan imágenes visuales que evocan nociones matemáticas" (Godino,2004, p 142).

Para que los estudiantes interpreten correctamente el paso del dibujo al objeto geométrico se deben ubicar los dibujos en contextos geométricos y este se logra mediante la enseñanza, la cual a su vez se puede hacer de manera más ágil y amena si se emplea el Programa de geometría dinámica GeoGebra, La página oficial de GeoGebra: www. Geogebra.org, la define como: "un software de matemáticas para todo nivel educativo, que tiene código abierto libre y no se debe usar para propósitos comerciales." Reúne la geometría, el álgebra, la estadística y el cálculo en una forma dinámica y ágil, permite hacer registros gráficos, análisis y organización en hojas de cálculo. Dinamiza el estudio. armonizando lo experimental y lo conceptual para experimentar una organización didáctica y disciplinar que

cruza matemática, ciencias, ingeniería y tecnología (STEM: Science Technology Engineering & Mathematics). La comunidad que congrega lo extiende como recurso mundial, potente e innovador para la cuestión clave y clásica de la enseñanza y el aprendizaje.

GeoGebra permite hacer construcciones geométricas de manera rápida y ágil, tiene la ventaja que se pueden mover los puntos de la construcción y observar los cambios que se producen tanto en la gráfica como en las ecuaciones y además muestra en una ventana geométrica las expresiones algebraicas de las ecuaciones, de los puntos y de las parábolas, permite graficar funciones y manipularlas. Al ser un software libre, los estudiantes lo pueden descargar en sus celulares y emplearlos en las clases de matemáticas o para hacer tareas en sus casas, sin necesidad de tener licencias de uso.

La utilización de estas tecnologías de la información y la comunicación (TIC's) ofrece beneficios que se deben aprovechar, el ministerio de educación nacional (MEN) en su serie: Lineamientos curriculares, nuevas tecnologías y currículo de matemáticas, áreas obligatorias y fundamentales, recomienda emplear los computadores y las calculadoras en las aulas de clase, estos instrumentos permiten que los estudiantes sean protagonistas en el aprendizaje, en la elaboración de conceptos y conocimientos , a la vez que comprenden lo que hacen, lo que es una oportunidad para transformar las instituciones educativas, lo que daría lugar a una revolución pedagógica al generar interés en los estudiantes.
En este trabajo se recomienda la orientación de los sistemas educativos en el desarrollo de competencias, valores y actitudes que permitan el aprovechamiento de los avances tecnológicos de la comunicación y de la información (TIC'S) en un mundo interconectado y multicultural.

Los educadores matemáticos debemos estar conectados con esta realidad y debemos desplegar la creatividad para aprovechar las bondades de las nuevas tecnologías, llevarlas estas al aula y utilizarlas para que los estudiantes alcancen un desarrollo integral. Además, las nuevas tendencias en educación matemáticas promueven el aprender haciendo, aprender matemáticas, haciendo matemáticas. "Las nuevas tecnologías no sólo han hecho más fáciles los cálculos y la elaboración de gráficas, sino que han cambiado la naturaleza misma de los problemas que interesan a las matemáticas y los métodos, que usan los matemáticos para investigarlos." (NCTM, 1989, p 8). y Como lo afirma Godino: "Las calculadoras y los

ordenadores se consideran actualmente como herramientas esenciales para la enseñanza, el aprendizaje y la construcción de las matemáticas". (Godino,2004, p.142).

Este trabajo tiene aportes del paradigma constructivista, en el cual el docente, como mediador entre los alumnos y el conocimiento, debe crear actividades que inciten al estudiante a descubrir y construir su conocimiento y su autonomía personal. El constructivismo es un método activo en el que el docente debe crear situaciones o actividades en las cuales se fomente el trabajo colaborativo, en el que el estudiante descubre y socializa los conocimientos matemáticos adquiridos.

Para establecer un vínculo entre la educación matemática asistida por las TIC's (Tecnologías de la información y la comunicación) y el constructivismo. A la pregunta: ¿Cómo usar las TIC's con un enfoque constructivista en educación matemática? Sánchez (2000) citado por Castillo (2008, p 185) da los siguientes enunciados:

- Como herramientas de apoyo al aprender, con las cuales se pueden realizar actividades que fomenten el desarrollo de destrezas cognitivas superiores en los alumnos.
- Como medios de construcción que faciliten la integración de lo conocido y lo nuevo.
- Como extensoras y amplificadoras de la mente, a fin de que expandan las potencialidades del procesamiento cognitivo y la memoria, lo cual facilita la construcción de aprendizajes significativos.
- Como medios transparentes o invisibles al usuario, que hagan visible el aprender e invisible la tecnología.
- Como herramientas que participan en un conjunto metodológico orquestado, lo que potencia su uso con metodologías activas como proyectos, trabajo colaborativo, mapas conceptuales e inteligencias múltiples, donde aprendices y facilitadores interactúen y negocien significados y conocimientos, teniendo a la tecnología como socios en la cognición.

Los cambios en el contexto educativo propician cambios en los modelos educativos, cambios en los estudiantes y docentes y cambios en los escenarios donde se aprende.
Y como dice Lucero: "El aprendizaje en ambientes colaborativos, busca propiciar espacios en los cuales se dé el desarrollo de habilidades individuales y grupales a partir de la discusión

entre los estudiantes al momento de explorar nuevos conceptos, siendo cada uno responsable de su propio aprendizaje". (Lucero, M, M, Revista iberoamericana de educación, 2003). El aprendizaje colaborativo tiene aplicación en muchas teorías del aprendizaje basadas en la interacción social, como lo proponen Piaget y Vygotsky.

El trabajo colaborativo busca propiciar el aprendizaje en espacios donde se dé la interacción y la discusión entre los estudiantes cuando se exploran conceptos. El trabajo colaborativo propicia el aprendizaje colaborativo y el primero tiene las siguientes ventajas:

- Se valora el conocimiento y los aportes de los miembros del grupo
- Permite la adquisición de información nueva
- Incentiva la apertura mental
- El trabajo en grupo fortalece valores como la solidaridad, el respeto y el compromiso
- Mejora la comunicación y las relaciones interpersonales
- Aumenta la seguridad de los participantes
- Disminuye el temor a la crítica y el sentimiento de aislamiento

Los estudiantes realizan actividades en la aplicación de geometría dinámica GeoGebra y el trabajo colaborativo que evidenciada cuando, además de trabajar en equipos en las actividades propuestas, ayudaban a los compañeros de otros equipos en el uso de algunos comandos y al momento de determinar las ecuaciones que correspondían a la gráfica de las parábolas.

Además, el descubrimiento y la construcción del conocimiento favorece la adquisición de métodos de trabajo y desarrollo de actitudes de productor de conocimiento, así como sentimientos de realización por lo bien hecho y logrado (Ferreiro,2004, p 26,).

Como se mencionó anteriormente, el paradigma constructivista requiere que el docente cree actividades o situaciones que faciliten el aprendizaje grupal y cooperativo, las tecnologías de la información y la comunicación facilitan el diseño de tales actividades. Al respecto Calzadilla escribe: "El desarrollo de las nuevas tecnologías y su utilización en el proceso educativo, requiere de soporte que proporciona el aprendizaje colaborativo, para optimizar su intervención y generar ambientes que promuevan el desarrollo integral de los aprendices y sus múltiples capacidades". (Calzadilla, María, P.7)

1.4.3 Referente Conceptual-Disciplinar

Algunas de las dificultades en el proceso de enseñanza de las secciones cónicas se observan los documentos consultados y en los libros que los profesores toman como guías, en ellos se observa que se dan definiciones de las secciones cónicas como lugar geométrico y de sus elementos. Los profesores siguen este método y los estudiantes se convierten en receptores de tales definiciones y se reduce el trabajo al manejo algebraico y memorización de fórmulas, situación que crea varios inconvenientes, uno de ellos se presenta cuando, al trabajar en las parábolas, se quiere hacer un trabajo de cálculo de coordenadas de vértices de focos, cálculo de medidas de lados rectos, etc. y otro cuando se quiere resolver problemas de aplicación.

Cuando se da privilegio al carácter algebraico y algorítmico sobre los análisis geométricos, estamos dejando atrás la exploración de la forma, el desarrollo de la intuición, el trabajo con acciones de descubrimiento, la utilización de situaciones que reten a los estudiantes y la experimentación sobre las aplicaciones de los objetos trabajados; elementos que son útiles en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

La didáctica es la ciencia que estudia los principios y técnicas que se usan para enseñar una disciplina, se dedica al estudio de la enseñanza con el fin de obtener eficiencia en lo que se enseña. por esta razón se hizo un trabajo geométrico con la parábola, concretamente con la geometría analítica, la que define la enciclopedia libre Wikipedia como una de las ramas de las matemáticas que estudia con profundidad las figuras geométricas mediante técnicas del análisis matemático y del algebra en un sistema de coordenadas.

Las dos cuestiones fundamentales de la geometría analítica son:

1. A partir de un lugar geométrico como la parábola en un sistema de coordenadas, obtener su ecuación, un trabajo que hicieron los estudiantes del grado decimo como se verá más adelante
2. Dada la ecuación determinar la gráfica o lugar geométrico de los puntos que cumplen con la ecuación, trabajo que también hicieron los estudiantes del grado decimo de la I.E Carlos Alberto Calderón usando GeoGebra.

La geometría analítica representa las figuras geométricas mediante ecuaciones.

1.4.3.1 La parábola

Debido a que este trabajo trata sobre la enseñanza de la parábola se precisan conceptos básicos de la parábola, su definición como lugar geométrico, sus elementos y ecuaciones que establecen relaciones entre las propiedades algebraicas y las propiedades geométricas.

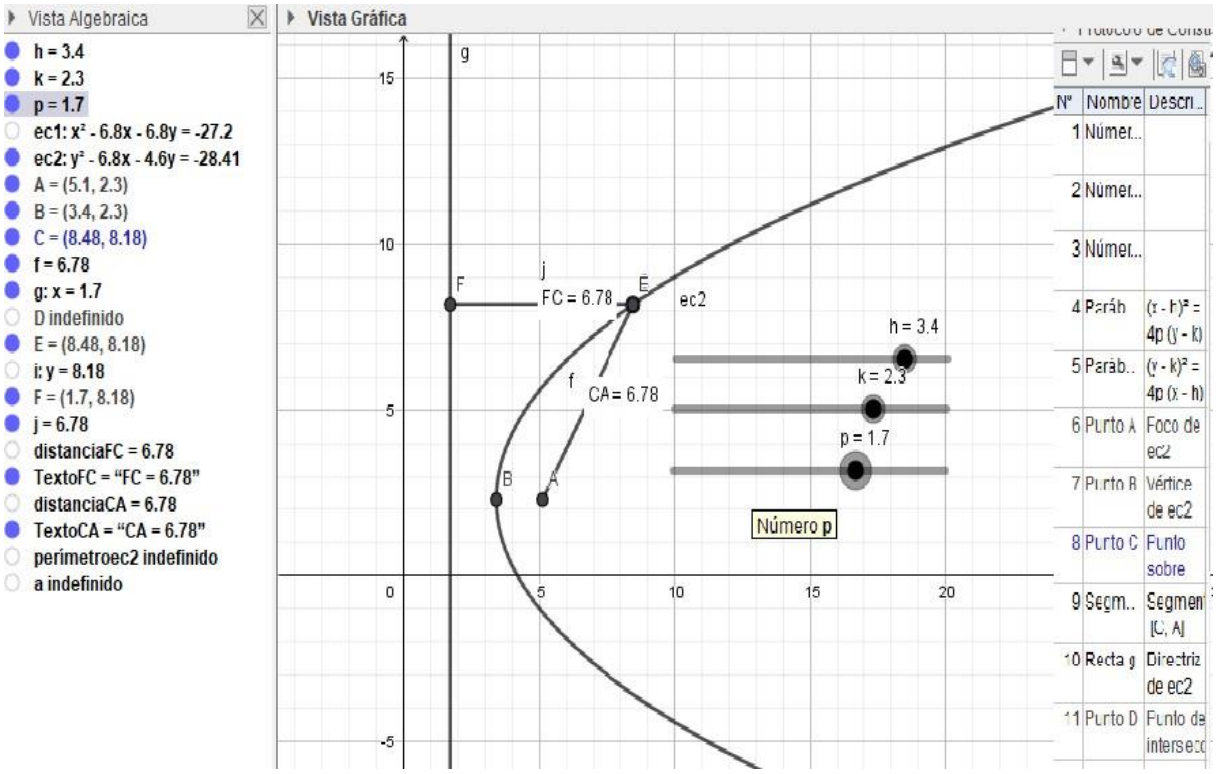


Imagen 1.1 Definición de la parábola. Hecho en GeoGebra (2019))

Definición: La parábola es el lugar geométrico de todos los puntos B (x, y) del plano, que equidistan de un punto fijo llamado foco (F) y de una recta fija llamada directriz (g). En la gráfica se observa que la distancia EB es igual a la distancia FB.

Lugar geométrico: Se llama lugar geométrico a un conjunto de puntos que cumplen una determinada propiedad. La propiedad geométrica que define el lugar geométrico debe traducirse al lenguaje algebraico de las ecuaciones.

Elementos de la parábola:

Foco: es el punto fijo F

Directriz: Es la recta fija D (g en la gráfica)

Parámetro: A la distancia entre el foco y la directriz de una parábola se le llama parámetro p

Eje de simetría: Es la recta perpendicular a la directriz y que pasa por el foco

Vértice: Es el punto medio entre el foco y la directriz. También se puede ver como el punto de intersección del eje de simetría con la parábola

Radio vector: Es el segmento que une un punto cualquiera de la parábola con el foco.

Ecuaciones de la parábola:

Las parábolas que tienen vértice (v) en el origen de las coordenadas cartesianas, v (0,0) tienen las ecuaciones, elementos y características que se resumen en la siguiente tabla:

Posición de la parábola	Se abre hacia	Ecuación	Valores de	Directriz	Eje de simetría	Foco
Horizontal	La derecha	$y^2= 4px$	P > 0; x > 0	x= - p	El eje x	F(p,0)
Horizontal	La izquierda	$y^2= 4px$	P < 0; x < 0	x = - p	El eje x	F(p,0)
Vertical	Arriba	$x^2= 4py$	P > 0; y > 0	y = - P	El eje y	F (0, p)
Vertical	Abajo	$y^2= 4py$	P > 0; y > 0	Y = - p	El eje y	F (0, p)

Las parábolas con vértice en cualquier punto del plano; v (h, k)) tienen los elementos, características y ecuaciones que se resumen en el siguiente cuadro:

Posición de la parábola	Se abre hacia	Ecuación	Valores	Directriz	Eje de simetría	Foco
Vertical	Arriba	$(x - h)^2= 4p (y- k)$	p > 0, x > 0	y = k - p	x = h	F (h, k+p)

Vertical	Abajo	$(x - h)^2 = 4p (y- k)$	$P < 0$; $x < 0$	$y = k - p$	$x = h$	$F (h, k+p)$
Horizontal	Hacia la derecha	$(y - k)^2 = 4p (x- h)$	$p > 0$, $x > 0$	$x = h - p$	$y = k$	$F (k+p, k)$
Horizontal	Hacia la izquierda	$(y - k)^2 = 4p (x- h)$		$x = h - p$	$y = k$	$F (k+p, k)$

1.4.4 Referente Legal

Normograma

Ley, norma o decreto	**Texto**	**contexto**
Ley 115 de 1994	Artículo 1. Objeto de la ley. La educación es un proceso de formación permanente, personal, cultural y social Artículo 5. numeral 5. Fines de la educación: La adquisición de conocimientos técnicos, humanistas y científicos avanzados Desarrollar las capacidades analíticas, criticas y reflexivas para lograr el avance científico y en tecnología. Artículo 5, numeral 9. El desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico y tecnológico nacional Artículo 23. Las matemáticas es un área obligatoria y fundamental	En este trabajo se pretende mejorar el crecimiento personal, intelectual y social de los estudiantes

	Artículo 91. El alumno o educando es el centro del proceso educativo y debe participar activamente en su propia formación integral. El Proyecto Educativo Institucional reconocerá este carácter Artículo 204.La utilización del tiempo libre de los educandos. Los objetivos de esta práctica son: Enseñar a utilizar constructivamente el tiempo para lograr el perfeccionamiento personal y hacer servicio comunitario	
Ley 715 de 2001	Artículo 5. Competencias de la nación en materia de educación.	Numeral 6. Definir, diseñar y establecer instrumentos y mecanismos para la calidad de la educación
Constitución política de Colombia	Artículo 67. La educación es un derecho fundamental de las personas y tiene una función social; con la que se busca acceder al conocimiento, y a los demás valores y bienes culturales.	Promover la educación
Decreto 1290 de 2009	Artículo 12. Derechos del estudiante. El estudiante tiene derecho a acompañamiento y recibir asesorías por parte de los docentes para superar las dificultades en el aprendizaje.	Reglamenta la evaluación del estudiante y su promoción. En el presente se les hará acompañamiento

		para que logren mejores aprendizajes
Decreto 230 de 2002	Planes de estudio	El plan de estudio es un esquema estructurado de las áreas obligatorias y fundamentales
Nuevas tecnologías y currículo de matemáticas	Aprendizaje de las matemáticas como una actividad constructivista	Posibilitar al estudiante crear conocimiento y desarrollar habilidades matemáticas

1.4.5 Referente Espacial

La Institución Educativa Carlos Alberto Calderón está ubicada en la vereda El Llano, la cual pertenece corregimiento de San Cristóbal en el municipio de Medellín. Hasta hace algunos años la identidad del campesino era muy fuerte, pero se ha ido transformando de un matiz rural a uno citadino. La apertura del túnel de Occidente en el año 2006 ha permitido el desarrollo sociocultural de la vereda, facilitando el transporte, las oportunidades laborales y el acceso a niveles superiores de educación.

La institución cuenta con 700 estudiantes entre la básica primaria desde preescolar y la secundaria hasta el grado once.

El PEI es la carta de presentación de nuestra institución, pues allí confluye toda una comunidad educativa que realiza acciones colectivas, que dan respuesta a las exigencias normativas que conllevan a buscar estrategias de mejoramiento y cambio institucional.

El PEI busca ser una realidad dinámica, que cobra vida en el día a día de nuestra labor, donde cada miembro participa activamente en la misión de educar a niños y jóvenes, para que sean competentes en el ser, en el saber y en el hacer, brindando herramientas pedagógicas, metodológicas, tecnológicas y humanas necesarias para construir conocimientos sólidos y fundamentados, pertinentes a los retos y demandas del mundo actual.

Nuestro PEI tiene la responsabilidad de ayudar a formar personas con altas capacidades para aprender y resolver problemas complejos en contexto, comunicarse con el mundo, usar las nuevas tecnologías de la información y la comunicación, ejercer una ciudadanía tolerante, respetuosa del medio ambiente y de la diversidad.

La economía de las familias de los y las estudiantes de la Institución Educativa Carlos Alberto Calderón está basada en la agricultura (cebolla nunca principalmente) y la floricultura, ya que en un gran porcentaje proviene de la vereda El Llano y otras veredas cercanas. En menor porcentaje hay estudiantes que viven en la cabecera urbana del corregimiento. En esta medida, los ingresos son variables, agregando que anteriormente era el padre quien proveía el sustento y hoy en día se ve a la madre también como proveedora. Otras personas pertenecientes a esta comunidad se dedican a realizar oficios informales, hecho que genera una movilidad importante de la población estudiantil.
Dentro de las familias es común encontrar problemáticas de alcoholismo, violencia intrafamiliar, madre solterísima y concepciones machistas, lo que ha permitido evidenciar problemáticas sociales que influyen en la dinámica cotidiana del colegio.

La población está ubicada mayoritariamente entre los estratos socioeconómicos 1,2 y 3, algunas familias tienen dificultades para satisfacer las necesidades básicas de sus miembros y por esto se ven abocados a acudir al programa de restaurante escolar o al del refrigerio para suplir necesidades alimentarias.

En la Institución se pretende formar seres humanos íntegros e incluyentes, con capacidad de relacionarse con justicia, equidad y respeto por su entorno familiar, social, cultural y laboral. Todo esto enmarcado en una educación para la paz y la reconciliación, basándonos en el conocimiento y análisis de los deberes y de los derechos que están amparados en nuestra constitución política.

CAPITULO II. DISEÑO METODOLÓGICO

2.1 Enfoque

El enfoque que se utiliza en esta propuesta es el cualitativo. La intervención que se implementará busca solucionar un problema que se le presenta a los docentes en su quehacer diario: la adquisición apropiada y ojalá duradera de los conceptos matemáticos por parte de los estudiantes, cuya implementación se desarrollará dentro del aula de clase y será dirigida por un docente que quiere mejorar los procesos pedagógicos. El conocimiento se genera gracias a la interacción entre el docente y los estudiantes en un contexto social.

2.2 Método

El método utilizado en esta propuesta pretende mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje de la parábola empleando el análisis fenomenológico y permitir a los estudiantes del grado décimo de la Institución Carlos Alberto Calderón fortalecer y mejorar la apropiación de los conceptos y de los conocimientos matemáticos. Del análisis fenomenológico se destaca que se plantean actividades manuales y de construcción de parábolas con el fin que los estudiantes al estar en contacto con eventos percibirles se familiaricen y logren conceptualizar la parábola como lugar geométrico y conceptualicen sus elementos.

El desarrollo de la propuesta tiene en cuenta el análisis fenomenológico y el pensamiento geométrico y espacial y se aplicará a los estudiantes del grado decimo de la Institución educativa Carlos Alberto Calderón y se hará en las siguientes fases:

- **La primera fase de diagnóstico:** Se aplicará una prueba diagnóstica (saberes previos), la cual tiene como fin detectar las dificultades que tienen los estudiantes respecto a temas relacionados con la parábola como manejo del plano cartesiano, solución de ecuaciones, grafica de funciones en un plano cartesiano, desarrollo del cuadrado de un binomio y el desarrollo de productos notables.
- **La segunda fase de elaboración e implementación de la propuesta**: Se elaborará y se implementara la propuesta de enseñanza que recogerá aspectos importantes que permitan abordar la enseñanza de las propiedades geométricas de la parábola mediada por el análisis fenomenológico, esta propuesta recogerá aspectos como: la elaboración de actividades exploratorias de la temática, la observación y el análisis de información sobre la misma y la solución de problemas cotidianos relacionados con la parábola.

- **Tercera fase de análisis cualitativo** de la experiencia llevada a cabo en el grado decimo para hacer una evaluación de la metodología aplicada
- **Cuarta fase de interpretación de los resultados alcanzados** al implementar la propuesta didáctica de enseñanza de las propiedades geométricas de la parábola en el grado decimo
- **Quinta fase de validación de la propuesta:** se valida el alcance de la propuesta didáctica mediante un estudio estadístico cualitativo que permite identificar el alcance de los aprendizajes alcanzados por los estudiantes.

2.3 Instrumento de recolección de información y análisis de información.

Se recurrió a las fuentes primarias y secundarias para la recolección de la información, en las primarias se realizó una prueba diagnóstica y talleres de actividades, **se observó** la forma en que los estudiantes trabajaron las pruebas y actividades para determinar las dificultades que se presentan en la enseñanza y el aprendizaje de las propiedades de los conceptos y elementos geométricos de la parábola. Se realizaron pruebas con el programa GeoGebra, para determinar los avances logrados al aplicar la estrategia y por último una prueba tipo examen también en GeoGebra, para determinar la adquisición y la asimilación de los de los conceptos que se plantearon desde el comienzo, Luego se hizo una **recolección** de las pruebas escritas y se **tomaron fotos** de los estudiantes al momento de realizar las tareas asignadas, también se hizo una revisión de la bibliografía donde se consultaron métodos diferentes sobre la enseñanza de la parábola, los lineamientos curriculares, los estándares básicos de competencias y el plan de área de la institución educativa.

2.4 Población y Muestra

La intervención didáctica se hizo en la Institución educativa Carlos Alberto Calderón del corregimiento San Cristóbal del municipio del municipio de Medellín que tiene una población de 680 estudiantes y para la implementación de la propuesta y el análisis de los resultados se tomó como muestra los estudiantes del grado decimo B, que comprende a 32 estudiantes con edades entre los 15 y 17 años.

2.5 Delimitación y Alcance

Al terminar la implementación y evaluación de la propuesta se espera que los estudiantes logren avances en su conocimiento acerca de los conceptos y los elementos asociados a la parábola, que asocien esta sección cónica a aplicaciones de la vida cotidiana y que mejoren en la práctica del programa de geometría dinámica GeoGebra, que descarguen esta aplicación para teléfonos celulares y que la practiquen al interior de la institución educativa y por fuera de ella. También se espera que los estudiantes manejen un buen lenguaje matemático y que a futuro mejoren los resultados de las pruebas externas como las pruebas saber ICFES y que logren subir el índice sintético de calidad educativa. Sería muy agradable que esta propuesta fuera referente para otras propuestas, que fuera mejorada y ampliada a las otras secciones cónicas como la elipse, la hipérbole y la circunferencia

2.6 Cronograma

En el siguiente cuadro se muestra la planeación de las actividades a desarrollar:

Planificación de actividades

FASE	OBJETIVOS	ACTIVIDADES
Fase 1. Diagnostico	Identificar el problema Formular la propuesta de intervención Identificar y caracterizar metodologías para aplicar el análisis fenomenológico	1.1. Revisión bibliográfica sobre el análisis fenomenológico en matemáticas, el constructivismo y su relación con las tecnologías de la información y la comunicación 1.2. Consulta en documentos del MEN relacionados con el constructivismo 1.3. revisión bibliográfica sobre el constructivismo y el uso de herramientas tics para la enseñanza de la parábola 1.4. Aplicación de una prueba diagnóstica a los estudiantes del grado decimo para identificar las dificultades en temas que van a estar relacionados con la parábola.
Fase 2. Elaboración Intervención en el aula	Diseñar las actividades de enseñanza y de evaluación para hacer la intervención en el aula	2.1. Diseño de actividades constructivista relacionadas con el análisis fenomenológico

	Aplicación de las actividades elaboradas	2.2. Elaboración de actividades evaluativas que permitan medir el éxito o las deficiencias de en la implementación de la propuesta 2.4. Aplicación de las guías de actividades constructivistas y fenomenológicas elaboradas 2.5. Aplicación de las actividades que permiten medir la adquisición de los conceptos relacionados con la parábola
Fase 3. Evaluación	Evaluar la aplicación de la estrategia didáctica	3.1. Aplicación de pruebas fenomenológica y constructivista empleando las TIC's durante la ejecución de la estrategia 3.2. Aplicación de pruebas fenomenológica y constructivista empleando las TIC's al finalizar la ejecución de la estrategia 3.3. Organización, tabulación e interpretación de los resultados al aplicar la estrategia didáctica 3.4. Realización de un análisis estadístico de los

		datos obtenidos de las evaluaciones.
Fase 4. Validación	Evaluar la efectividad de la implementación de la propuesta	5.1. Hacer análisis comparativos para evaluar la efectividad de la propuesta

2.7. Cronograma de actividades

ACTIVIDADES	**SEMANAS**															
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
Actividades 1.1	**X**															
Actividades 1.2	**X**	**X**														
Actividades 1.3		**X**	**X**													
Actividades 1.4			**x**	**x**												
Actividades 2.1				**X**												
Actividades 2.2				**X**	**X**											
Actividades 3.1						**X**	**X**	**X**								
Actividades 3.2								**X**	**X**	**X**	**X**					
Actividades 4.1												**X**				
Actividades 4.2													**X**	**X**		
Actividades 4.3														**X**	**X**	
Actividades 4.4															**X**	**X**
Actividades 5.1															**x**	**x**

2.8. Impacto esperado.

A partir de la detección de las dificultades presentadas por los estudiantes, se espera mejorar la práctica pedagógica en el aula, en caso de que esta propuesta no funcione considero que se debe buscar otra, siempre teniendo como premisa que los estudiantes logren aprendizajes duraderos.

Se espera que con la implementación y ejecución de la propuesta de este trabajo los estudiantes mejoren el aprendizaje de los conceptos relacionados con la parábola, que dominen los elementos de esta y que sean capaces de resolver situaciones cotidianas relacionadas con esta cónica y con las ecuaciones de segundo grado.

Se espera que la experiencia llevada a cabo con la propuesta sea exitosa y que se pueda replicar en otras áreas.

CAPITULO III. SISTEMATIZACIÓN DE LA INTERVENCIÓN

Se hicieron varias intervenciones con los estudiantes del grado 10B, la primera fue una prueba diagnóstica en la que debieron resolver en forma individual un taller de conocimientos previos que son necesarios para trabajar adecuadamente la parábola.
Esta actividad y las demás se describen a continuación:

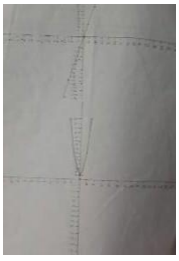
3.1 Prueba diagnóstica de matemáticas - grado 10B Institución Educativa Carlos Alberto Calderón (Ver Anexo A)

Con el fin de indagar por los saberes previos que los estudiantes tienen en temas que tienen relación con la parábola, se hace una actividad como prueba diagnóstica, se recogen la información y se hace un análisis de ella. Los estudiantes trabajaron individualmente en la prueba diagnóstica., en ella se pretende indagar sobre los conocimientos previos que se necesitan para trabajar con la parábola, como son: plano cartesiano, ubicación de puntos en el plano cartesiano, solución de ecuaciones lineales, productos notables, gráficas de ecuaciones.

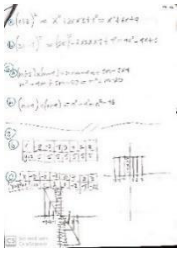
Cabe resaltar que solo dos estudiantes recordaron como se ubican puntos en un plano cartesiano, a todos los estudiantes se les explico cómo trabajar este y los demás puntos de la prueba diagnóstica.

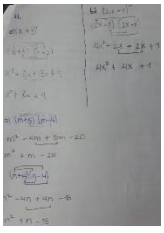
Como resultado de la intervención se puede evidenciar que los estudiantes:

1. Presentaron dificultades para ubicar puntos en el plano cartesiano. (53.3% de desaciertos)



2.No solucionaron ecuaciones lineales (40% de desaciertos)
3.Presentaron dificultades para tabular los valores de la función lineal (46.6% de desaciertos)
4.No desarrollaron apropiadamente el cuadrado de un binomio (53.3% de desaciertos)





5. No supieron efectuar el producto de dos binomios (56.6% de desaciertos)
6. Presentan dificultades en la elaboración de graficas de funciones (46.6 % de desaciertos).
7. No usaron la regla para la elaboración del plano cartesiano e hicieron las gráficas a pulso

Análisis

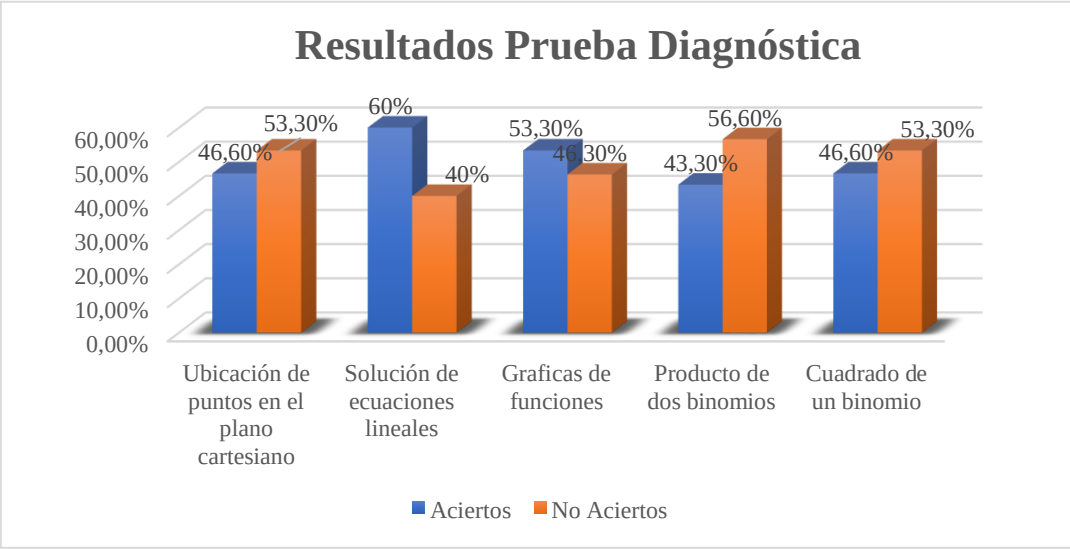
En el grado 10B de la Institución Educativa Carlos Alberto Calderón, los estudiantes presentaron dificultades para concentrase en las actividades propuestas, el docente debió estar pendiente y motivarlos para que trabajaran y en algunas ocasiones se les debió decir que guardaran el celular, el cual es un fuerte distractor. Como fortaleza, se debe destacar que una vez empiezan a trabajar, la mayoría de los estudiantes terminan las actividades de cada clase.

Los estudiantes no recordaron temas que trabajaron en años anteriores, cuando se trabajó un tema nuevo, se hizo un repaso de conceptos y temas necesarios para el desarrollo de este.

Los estudiantes muestran desinterés y pereza hacia las matemáticas, en la I.E Carlos Alberto Calderón la geometría ha sido una asignatura que tradicionalmente se deja para el último periodo y en ocasiones, por cuestiones de tiempo no se alcanzan a seguir los lineamientos curriculares, ni los DBA de cada periodo.

Una de las razones por las que los estudiantes muestran poca motivación hacia las matemáticas es porque se ha seguido el modelo tradicional para enseñarla, se dan definiciones de conceptos de las parábola , de sus elementos ,se dan las ecuaciones de la parábola con vértice en el origen y las ecuaciones de la parábola con vértice (h,k) y luego se dan las ecuaciones canónicas y generales y se empieza un trabajo algebraico y memorístico con las ecuaciones y sus graficas. Los estudiantes no tienen participación en la elaboración de los conceptos, ni en la elaboración de las ecuaciones y encuentran aburridor este tema.

Como una alternativa para solucionar las dificultades presentadas en la prueba diagnóstica, se diseñó una nueva intervención en la que se hiciera necesario reforzar algunos temas, como la ubicación de puntos en el plano cartesiano ,el manejo de ecuaciones y elaboración de grafica en el plano cartesiano, la actividad está centrada en la aplicación de la fórmula de la distancia entre dos puntos, que se utilizará más adelante en la determinación de la ecuación de la parábola con vértice en el origen.

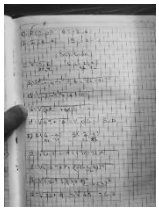


Grafica 1.1 “Resultados Prueba Diagnóstica”. Datos obtenidos anexo J. Hernan Osorio (2020)

3.1.1. Primera intervención: Distancia entre dos puntos de un plano cartesiano (ver anexo B)

Al observar los resultados de la intervención, se puede evidenciar que los estudiantes:

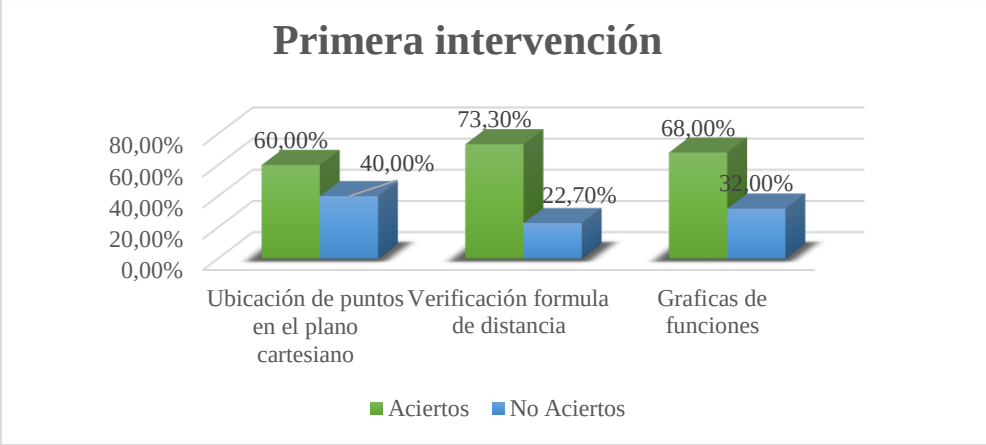
1. Presentan dificultades para ubicar puntos en el plano cartesiano. (40% de desaciertos)
2. Presentan dificultades en la elaboración de graficas de funciones (32% de desaciertos)
3. Realizaron la verificación de la fórmula de la distancia (73.3 % de aciertos), la distancia entre los dos puntos de la gráfica debe ser igual a la distancia que se obtuvo al aplicar la fórmula de la distancia entre dos puntos.
4. El trabajo se realizó en parejas, algunos estudiantes le ayudaron a compañeros que tenían dificultades tan elementales como medir una distancia con la regla, esto evidencia el trabajo colaborativo.



Análisis

1. Al comparar estos resultados con los obtenidos en la prueba diagnóstica, se observó que a menos estudiantes se les dificulto la ubicación de puntos en el plano cartesiano
2. Al mejorar en la ubicación de puntos en el plano cartesiano, mejoraron en la elaboración de graficas
3. La actividad fue exitosa, la mayoría de las estudiantes obtuvieron el mismo resultado al comparar las distancias de la formula con las medidas de las líneas rectas dibujadas en el cuaderno

4. Esta actividad fue importante porque los estudiantes elaboraron gráficas, emplearon métodos activos y constructivos para trazar la recta entre dos puntos, se presentó un manejo algebraico y numérico de la fórmula de la distancia entre dos puntos.
5. Los estudiantes superaron buena parte de las dificultades encontradas en la prueba diagnóstica.
6. Al elaborar dibujos se trabaja con objetos geométricos percibirles y con fenómenos, para este caso, el dibujo de la parábola permite trabajar el fenómeno de los contornos. Cuando se antepone un fenómeno a un concepto se facilita la adquisición del ultimo.
7. Los conceptos actúan como medios que permiten organizar o modelar los fenómenos, en esta actividad, los estudiantes obtuvieron la ecuación asociada a la parábola, modelaron un fenómeno.



Grafica 1.2 “Primera Intervención”. Datos obtenidos anexo J. Hernan Osorio (2020)

3.2 Elaboración de actividades e intervenciones en el aula

Una vez superadas buena parte de las dificultades presentadas en la prueba diagnóstica , se aplicaran las actividades diseñadas con el fin de lograr que los estudiantes definan la parábola como lugar geométrico , que también definan sus elementos , que obtengan ecuaciones de parábolas a partir de construcciones manuales y con GeoGebra y que realicen graficas de parábolas a partir de su ecuación ,para lograrlo las actividades incluyen el análisis fenomenológico ligado a actividades constructivistas asociado a las TIC’s (tecnologías de la información y la comunicación) ,las cuales buscan fomentar la participación y la colaboración de los estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

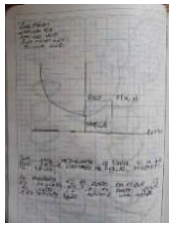
3.2.1. Segunda intervención: La parábola como lugar geométrico (ver anexo C)

Los estudiantes dibujaran una parábola en el piso de la cancha de basquetbol de la Institución Educativa Carlos Alberto Calderón a partir de su definición como lugar geométrico.

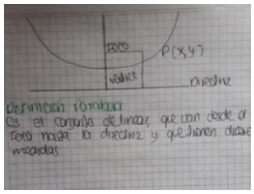
Análisis

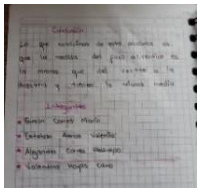
1. Los estudiantes trabajaron en equipo y mostraron buena disposición para hacer trabajos diferentes a los que normalmente se hacen en clase
2. Al hacer esta actividad los estudiantes debieron organizarse, dos

estudiantes sostuvieron las puntas de los hilos, otro les indico los puntos de perpendicularidad con una escuadra o los aproximaba a ojo, otros trazaron las líneas con una tiza, se logró que los estudiantes se involucraran en la actividad y que esta fuera lúdica y recreativa.
3. Ha medida que construyeron la parábola en el piso de la cancha, fueron identificando puntos que corresponden a elementos de esta sección cónica, como el vértice, el foco, la directriz. Luego los estudiantes dibujaron las parábolas en sus cuadernos con los elementos mencionados y trataron de definir la parábola como lugar geométrico.



4. De acuerdo con el análisis fenomenológico, al elaborar las figuras en el piso (dibujos) se trabaja con un objeto geométrico, se facilita la adquisición de objetos mentales (ideas) y se facilita la adquisición del concepto relacionado con el dibujo, la parábola en este caso.
5. A la mitad de los estudiantes se les dificulto definir la parábola como lugar geométrico. (50% de aciertos).





6. Al realizar estas actividades los estudiantes construyen su conocimiento y se evita el uso del modelo tradicional de transmisión de conocimientos, en el que se dan conceptos acabados y que implican poca participación de los estudiantes.

3.2.2. Tercera intervención: ¿Qué forma tiene? (Ver anexo D)

Los estudiantes construirán una parábola mediante una actividad de doblado de papel, ubican elementos de ella y realizan algunas mediciones.

Análisis

1. Se construyó una parábola mediante doblado de papel y trazado de rectas por la huella del doblado, fue una actividad que le gustó mucho a los estudiantes, se hizo algo diferente a lo tradicional TLT: tiza, lengua y tablero.

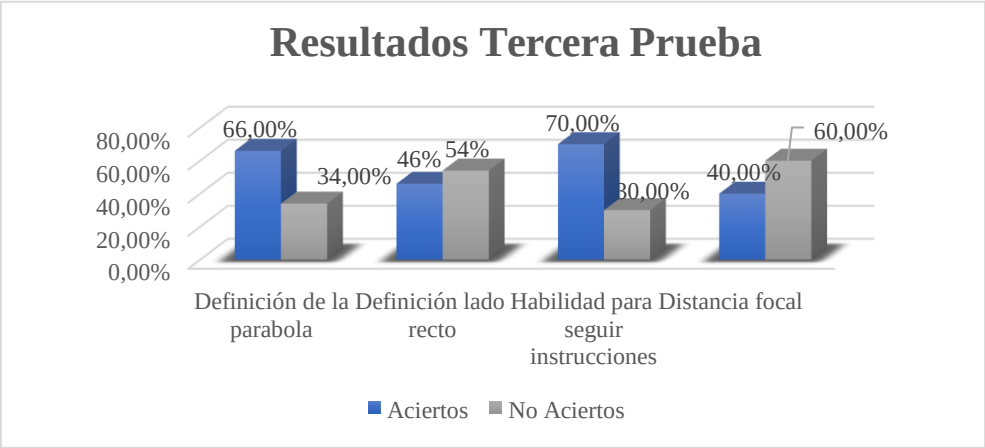
2. La mayoría de los estudiantes siguió correctamente las instrucciones de la actividad (70% de aciertos)

3. Las medidas de las distancias del foco a un punto de la parábola y de este a la directriz resultaron iguales para el 66% de los estudiantes
4. Las medidas de las distancias del foco al vértice y de este a la directriz

(Distancia focal P) fueron iguales para el 40% de los estudiantes

5. La medida del lado recto como 4 veces la distancia del parámetro p (o distancia focal p), fue acertada por el 46% de los estudiantes
6. Como se mencionó antes: un buen objeto geométrico en un buen objeto mental y tendrá que llevar incorporado el análisis de la figura en sus elementos y las relaciones entre ellos, como lo propone el análisis fenomenológico.

7. Como decía Freudenthal, los objetos geométricos como conceptos están en el espacio, pero los objetos mentales correspondientes a esos conceptos están en un contexto geométrico.

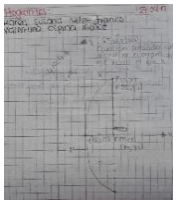


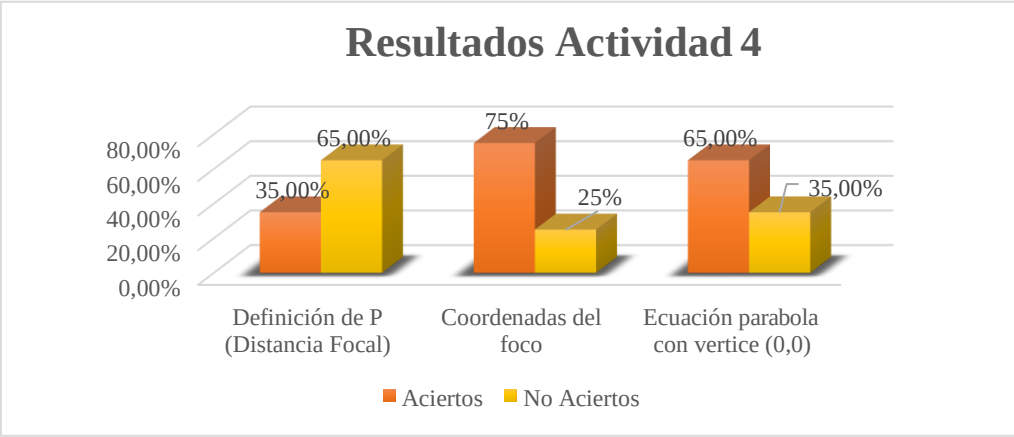
Grafica 1.3 “Resultados Tercera Prueba”. Datos obtenidos anexo X. Hernan Osorio (2020)

3.2.3. Cuarta intervención: Determinación de la ecuación de una parábola con vértice en el origen y eje focal el eje x (ver anexo E).

En esta actividad los estudiantes determinan la ecuación de la parábola con vértice en el origen (0,0) a partir de su definición como lugar geométrico y empleando la fórmula de la distancia entre dos puntos, también realizan algunas mediciones.

Análisis

1. Pocos estudiantes definieron la distancia focal p correctamente (35% de aciertos), los estudiantes muestran dificultad para definir elementos de la parábola. 
2. La gran mayoría determinaron correctamente las coordenadas del foco (75% de aciertos)
3. La mayoría de los estudiantes hallaron la ecuación: $y^2 = 4px$ (65% de aciertos)
4. Los estudiantes muestran capacidad en el manejo del cuadrado de un binomio y en la agrupación de términos semejantes y también muestran habilidad en el manejo algebraico de fórmulas.
5. El trabajo se realizó en parejas con el fin de fomentar el trabajo colaborativo, los estudiantes socializaban con los compañeros de otros equipos y les ayudaban cuando estos presentaban alguna dificultad en el desarrollo de la actividad.

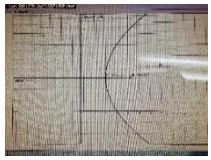


Grafica 1.4 “Resultados Actividad 4”. Datos obtenidos anexo X. Hernan Osorio (2020)

3.2.4. Quinta intervención: Construcción de una parábola y de sus elementos con la ayuda de GeoGebra (ver anexo H)

Análisis

1. Los estudiantes mostraron habilidad en la utilización de GeoGebra y le ayudaban a los compañeros que tenían alguna dificultad en la ejecución de los comandos y en la realización de la actividad



2.

El empleo de los computadores y las calculadoras en las aulas de clase permiten que los estudiantes sean protagonistas de su aprendizaje al elaborar conceptos y conocimientos matemáticos, a la vez que se genera interés y motivación.

3. Las TIC’s como medios que facilitan las construcciones geométricas faciliten la integración de lo conocido y lo nuevo.

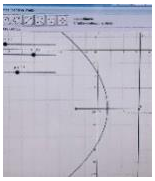
4 Los estudiantes trabajaban con objetos geométricos con la ayuda de GeoGebra, usaron pedagogías activas y constructivistas del aprendizaje y de esa forma se deja de lado la costumbre de dar conceptos acabados que no les permiten la participación de los estudiantes en su proceso de aprendizaje matemático.

5. La función cuadrática cuya grafica es una parábola permite trabajar el fenómeno de la dependencia entre variables x e y, además GeoGebra permite observar rápidamente la relación entre estas variables

al mover la gráfica.

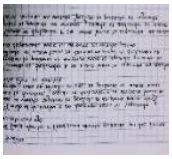
3.2.5. Sexta intervención: Construcción de una parábola como lugar geométrico con la ayuda de GeoGebra (ver anexo G)

Análisis



1. Al mover el punto de la parábola, los estudiantes observaron que la distancia del punto al foco y de este a la directriz era la misma.

2- Al mover el deslizador h, los estudiantes observaron movimientos

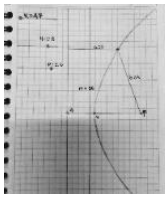


horizontales y al mover el deslizador k observaron movimientos verticales, el deslizador p abre o cierra la parábola y la abre hacia la izquierda cuando p es negativo y hacia la derecha cuando p es positivo.

3. Algunos estudiantes mostraron dificultades para definir la parábola como lugar geométrico (60% de aciertos)

.

4. La gran materia de los estudiantes describieron bien lo que pasaba al



mover los deslizadores: Si el valor de h aumenta, la parábola se desplaza a la derecha y viceversa (70% de aciertos), si el valor de k aumenta, la parábola se desplaza hacia arriba (70% de aciertos), si p es mayor a cero la parábola se abre hacia la derecha y cuando p es negativa se abre hacia la izquierda (65% de aciertos)

5. Fue una actividad que demostró la versatilidad de GeoGebra, permite ver cómo cambia la gráfica al cambiar alguna de sus variables, también muestra en la ventana algebraica los cambios que se producen en las ecuaciones.

6. Al mover el vértice (h, k), las variaciones de h y de k generan movimientos en todo el plano cartesiano, todos los trabajos que se hacen con GeoGebra son construccionistas y por medio de las figuras geométricas, como la parábola, se logra organizando el mundo de los fenómenos de los contornos, como lo afirma Puig.

3.3. Evaluación.

Con el fin de evaluar el aprendizaje de los estudiantes en relación con la parábola, se hace dos pruebas evaluativas, en la primera se trabaja con una guía que tiene varias actividades construye una parábola y sus elementos con sus coordenadas con la ayuda de GeoGebra, en la segunda los estudiantes deben contestar dos preguntas: la primera: ¿qué has aprendido de la parábola? La segunda: aplicaciones en la vida cotidiana de la parábola. Se busca que los

estudiantes sinteticen lo aprendido durante la realización de las actividades, La quinta intervención también se puede tomar como actividad evaluativa porque en ella los estudiantes encontraron ecuaciones de parábolas al mirar los desplazamientos horizontales y verticales de ellas en el plano cartesiano.

3.3.1. Séptima intervención: Determinación de la ecuación de una parábola con vértice (h, k) (ver anexo F)

Análisis

1. La mayoría de los estudiantes sacaron conclusiones correctas de las actividades 1. (73% de aciertos).

2. La mayoría de las estudiantes hicieron correctamente la actividad (75% de aciertos).

3. La actividad 3 que era una combinación de las actividades 1 y 2 la hicieron correctamente mayoría de los estudiantes (70%)

4. La mayoría de los estudiantes hicieron la actividad 4 en forma correcta (60% de aciertos)

5. Fue una actividad muy interesante porque los estudiantes hacían graficas de funciones cuadráticas y al mirar el desplazamiento tanto horizontal como vertical de la parábola obtenida con GeoGebra determinaban la ecuación de esta, un logro importante que se puede aplicar a otro tipo de funciones. (60% de aciertos)

6. Los estudiantes demostraban habilidad en el seguimiento de las instrucciones del documento y en la ejecución de los comandos de GeoGebra. El software GeoGebra dinamiza el trabajo al permitir ingresar la formula algebraica de la función en la bandeja de entrada y generar la gráfica correspondiente de manera ágil.

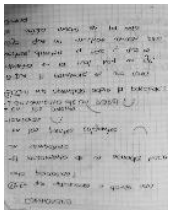
7. Estas actividades fomentan el desarrollo de destrezas cognitivas en los estudiantes

Los conceptos son medios que permiten organizar (modelar) los fenómenos. En esta actividad, cómo se expresó anteriormente, los estudiantes modelaron el fenómeno de los contornos a través de ecuaciones de parábolas, el fenómeno se da a través de las figuras geométricas y ayuda a construir un objeto mental que se materializa en el concepto

8. De acuerdo con el análisis fenomenológico, el fenómeno de la figura geométrica se organiza mediante las construcciones y demostraciones geométricas.

3.3.2. Octava intervención: ¿Qué ha aprendido sobre la parábola? y aplicaciones cotidianas de la parábola (ver anexo I)

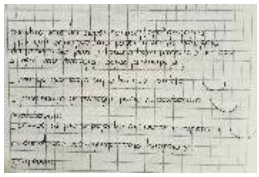
Análisis

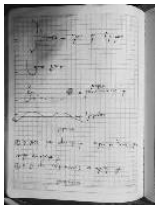


1. Las aplicaciones se centraron en la parábola vertical que se abre hacia abajo (∩) que correspondieron al 70% de las respuestas y las respuestas fueron muy similares: esta parábola se observa en el lanzamiento de objetos como borradores, balones, en el vuelo de aviones y en el vuelo de motos desde ramplas.

2.El 30% de las respuestas mostraron aplicaciones en puentes colgantes de las parábolas verticales abiertos hacia arriba (∪)

3.Las respuestas a la pregunta sobre lo que aprendieron de las parábolas fueron muy generales: tiene una forma curva, tiene vértice, foco, directriz y es muy fácil de trabajar con el computador.





4.A pesar de las actividades que se hicieron para definir la parábola y sus elementos, los estudiantes no la recordaron con precisión, se nota una dificultad en el paso del lenguaje algebraico al matemático.

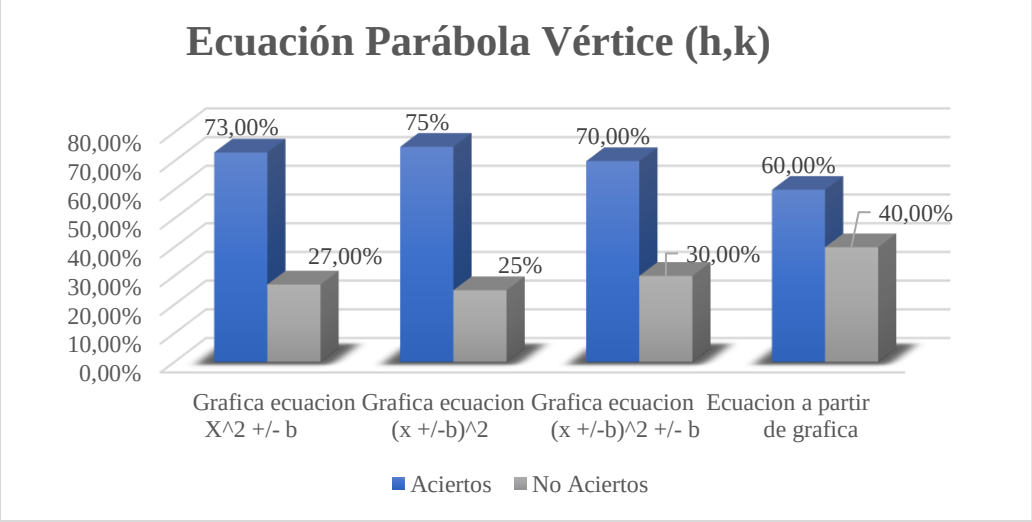
5. Los alumnos tienen la posibilidad de descubrir, deducir y desarrollar habilidades matemáticas como una actividad social.

Análisis

La actividad fue interesante y los estudiantes trabajaron en equipo y con motivación, lograron deducir las fórmulas a partir de los desplazamientos que tenía la gráfica con respecto a los ejes de coordenadas cartesianas.

Los estudiantes mostraron un buen manejo algebraico de las ecuaciones para hacer las gráficas, las aplicaciones prácticas le dan sentido a los temas que se dan en clase.

Como lo dice Freudenthal: Los dibujos que se hacen en el papel (o con la ayuda de GeoGebra) son dibujos geométricos, los cuales son a su vez objetos geométricos, que facilitan la adquisición de objetos mentales (ideas), los cuales facilitan la adquisición de los conceptos. Programas como GeoGebra permiten hacer dibujos geométricos que evocan nociones o conceptos matemáticos.



Grafica 1.5 “Ecuación parábola vértice (h, k)”. Datos obtenidos anexo X. Hernan Osorio (2020)

3.4. Validación

Para resumir el logro del objetivo propuesto en este trabajo, se hace una tabla comparativa de temas importantes relacionados con la parábola:

	Antes de la intervención	Después de la intervención
Uso de los productos notables	No los reconocían	Entienden el uso de los productos notables contextualizados en la ecuación cuadrática

Ubicación de puntos en el plano cartesiano	Confundían coordenadas o los signos	Ubican puntos contextualizados en las gráficas de parábolas
Graficas de ecuaciones	Presentaban confusiones para graficar funciones cuadráticas	Elaboran graficas de parábolas y de sus aplicaciones cotidianas
Solución de ecuaciones	No les encontraban sentido	Modelan ecuaciones a partir de graficas en GeoGebra
Producto de un binomio	Dificultad en su desarrollo	Lo contextualizan al hallar la ecuación de la parábola con vértice (0,0)
Definición de la parábola como lugar geométrico	No tenían ninguna idea sobre ella	Comprenden su definición al contextualizarla en sus construcciones manuales y con GeoGebra
Elementos de la parábola: vértice, foco, directriz	No los conocían	Comprenden su definición y ubicación al contextualizarlas en las construcciones que se hicieron
Uso de GeoGebra	Poco uso	Bastante uso contextualizado en las actividades trabajadas

Conclusiones

La prueba diagnóstica permitió evidenciar falencias en temas que están relacionados con la parábola, tales como: la gráfica de funciones en el plano cartesiano y el desarrollo del cuadrado de un binomio, temas que se espera que se sepan en el grado decimo.
La segunda intervención se hizo con la intención de solucionar las falencias que se presentaron en la prueba diagnóstica y se logró este objetivo.
La parábola fue un tema que se dictó en el año 2018 bajo el método tradicional y conductista y se notó que los estudiantes poco aprendieron de ella, en la propuesta de este trabajo se cambió la metodología y se enseñó este tema con la ayuda del análisis fenomenológico y de las actividades constructivista asociadas a los tics y se notó un mayor aprendizaje por parte de los estudiantes y una participación entusiasta en un ambiente colaborativo.

Se debe tratar de trascender en las clases de matemáticas en las que se transmite un conocimiento acabado a un alumno que lo replica o repite en forma pasiva.

La función cuadrática cuya grafica es una parábola, permite trabajar el fenómeno de la dependencia entre variables y GeoGebra permite observar lo que pasa gráficamente cuando se les hacen cambios a estas variables
Las practicas hechas con GeoGebra y las que se hicieron en las clases mejoraron conceptos previos importantes para el trabajo con la parábola como son: las ecuaciones cuadráticas y la factorización.

En este trabajo se notó la importancia de usar nuevas metodologías de enseñanza de las matemáticas , las actividades constructivistas que se hicieron con la ayuda de las tics y del análisis fenomenológico, permitieron que los estudiantes a medida que construyeron figuras geométricas se formaran una idea de lo que hacían y alcanzaron a hacer definiciones muy aceptables de los elementos de la parábola y de su definición como lugar geométrico, además de lograr formular ecuaciones a partir de gráficas y hacer graficas a partir de ecuaciones, lo cual es un logro muy importante.

GeoGebra permite usar el recurso del dibujo, realizar experimentos sobre él y se evitar soluciones teóricas que son largas y tediosas para los estudiantes.

Las actividades diseñadas para la intervención permitieron establecer la relación entre el concepto de parábola y de sus elementos, los estudiantes trabajaron con los objetos geométricos de manera visual pasaron al lenguaje simbólico y luego al lenguaje algebraico al trabajar con las ecuaciones.

La dinámica de las clases, la motivación de los estudiantes y la participación de éstos en las actividades evidencia la pertinencia de la implementación de actividades con constructivistas apoyadas por las TIC’s y el análisis fenomenológico.

Las intervenciones evaluativas mostraron la habilidad de los estudiantes en el seguimiento de instrucciones y en la aplicación de comandos, habilidad para trabajar con dibujos y objetos geométricos asociados a la parábola e imaginación para encontrar aplicaciones reales de ella.

Se cumplido el objetivo central porque se diseñó una propuesta didáctica para la enseñanza de las propiedades de parábola en los grados decimo mediada por el análisis fenomenológico, ya que, como se observó en las intervenciones y en las pruebas evaluativas, los estudiantes aprendieron las propiedades de la parábola y mejoraron las definiciones de la parábola como lugar geométrico y de sus elementos.

Recomendaciones

Para mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje matemático de los estudiantes, los profesores deben cambiar la forma en que se enseñaban los conceptos, evitar seguir los textos y libros guías e idearse metodologías que inciten a los estudiantes en la elaboración de estos conceptos partiendo de hechos reales.

Incluir esta propuesta en el plan de área de matemáticas del grado decimo de la Institución Educativa Carlos Alberto Calderón con el fin de mejorar la enseñanza de la parábola y el pensamiento geométrico y métrico.

ANEXOS

A. Anexo: Prueba diagnóstica

	I.E. PBRO. CARLOS ALBERTO CALDERÓN MATEMATICAS		
	GRADO: 10º B	Docente: Hernán Antonio Osorio Serna	Periodo: III Octubre/2019

3.1 Prueba diagnostica

Objetivo: indagar sobre los conocimientos previos que tienen los estudiantes para el desarrollo temático, como son: plano cartesiano, ubicación de puntos en el plano cartesiano, solución de ecuaciones lineales, productos notables, gráficas de ecuaciones,
Prueba diagnóstica de matemáticas grado 10B

Procedimiento: Los estudiantes trabajaran individualmente esta actividad

1-Ubique cada par de puntos en un mismo plano cartesiano:

a) A (- 3,2) b) B (0,4) c) C (- 1, - 4) d) D (- 2,3) e) E ((2, - 3)

2- Solucione cada ecuación lineal:

a) $4x +3x -5 = x + 21$ b) $2(x+4) = 4(x+2) – 11$ c) $5x +2x -3 = x + 21$

d) $8(x+3) = 2(x+2) – 8$

3- Grafique cada función en un plano cartesiano:

a) $y= 2x$ b) $y = 3$ c) $y = x^2 + 5$ d) $y=5x$ e) $y = 8$

4- Desarrolle cada cuadrado de binomio:

a) $(x+7)^2$ b) $(3x -1)^2$ c) $(x+11)^2$ d) $(2x -3)^2$

5- Desarrolle cada producto notable:

a) $(m + 7) (m - 3)$ b) $(n+ 4) (n – 4)$ c) $(m + 1) (m - 7)$ d) $(n+ 8) (n - 8)$

B. Anexo: Primera intervención: Distancia entre dos puntos de un plano cartesiano

3.1.1 Primera intervención: Distancia entre dos puntos de un plano cartesiano

Clase magistral

	I.E. PBRO. CARLOS ALBERTO CALDERÓN		
	MATEMATICAS		
	GRADO: 10º B	Docente: Hernán Antonio Osorio Serna	Periodo: III Octubre/2019

Objetivo: Definición, aplicación y comprobación de la fórmula de la distancia entre dos puntos del plano cartesiano

Definición: Si se tienen los puntos A (x1, y1) y B ((x2, y2), se define la distancia (d) entre ellos como: d= $\sqrt{(x1 - x1)^2 + (y2 - y1)^2}$

Organización: Los estudiantes trabajaron en parejas, se hizo un ejercicio de ejemplo y se propuso uno para que los estudiantes desarrollaran en sus cuadernos

Procedimiento:

1. Se dan los puntos A (- 4 ,3) y B (5,-2), se aplica la fórmula de la distancia entre dos puntos y el resultado es:10.2
2. En los cuadernos de los estudiantes, dos líneas equivalen a 1 centímetro, con esta indicación construyen un plano cartesiano
3. Ubican los puntos, los unen con un segmento de recta y miden la distancia entre ellos, este valor debe coincidir con el hallado mediante la formula
4. Los estudiantes repiten este procedimiento para los puntos: M (7,-3) y N (4,-2)

C. Anexo: Segunda intervención: La parábola como lugar geométrico

3.2.1 Segunda intervención: La parábola

	I.E. PBRO. CARLOS ALBERTO CALDERÓN		
	MATEMATICAS		
	GRADO: 10º B	Docente: Hernán Antonio Osorio Serna	Periodo: III Octubre/2019

Objetivo: Construcción de la parábola como lugar geométrico en la cancha de basquetbol

Organización: Los estudiantes se dividen en grupos de 5 estudiantes, la actividad requiere trabajar en equipo

Materiales:

- Cuerdas de hilo de distinta longitud
- Hojas de papel oficio
- Reglas
- Escuadras
- Tizas

Organización: Los estudiantes deben formar equipos de 5 personas

Procedimiento:

- Trazar una recta larga de 1.5 metros, esta será la directriz (D)
- Trace una recta perpendicular a la directriz, a esta recta la llamaremos eje focal (EF) con la escuadra o con las hojas de block.
- Trace un punto a 1 metro del punto de intercepción de las dos rectas, a este punto lo llamaremos vértice (V)
- Sobre el eje focal trace un punto a 1 metro del vértice, este punto será el foco de la parábola
- Tome dos cuerdas de igual longitud, muévase con una cuerda en forma perpendicular a la directriz, tome la otra cuerda desde el foco y ubique el punto en el cual las dos cuerdas se encuentran, este será un punto de la parábola
- Tome otras dos cuerdas de igual longitud y repita el proceso anterior
- Repita el procedimiento hasta que tenga varios puntos de la parábola
- Uno de los integrantes leerá el procedimiento, los otros dos se moverán con las cuerdas buscando los puntos de la parábola, otro hará un dibujo en su cuaderno de la parábola dibujada, y el otro colaborará con los demás

Conclusiones: Con tus propias palabras como defines la parábola

……
……
……

D. Anexo: Tercera intervención: ¿Qué forma tiene?

3.2.2 Tercera intervención

	I.E. PBRO. CARLOS ALBERTO CALDERÓN MATEMATICAS		
	GRADO: 10º B	Docente: Hernán Antonio Osorio Serna	Periodo: III Octubre/2019

¿Qué forma tiene?

Objetivo: Interpretación y construcción de una parábola a partir de doblado de papel

Organización: Los estudiantes se organizan en parejas para realizar la actividad

Materiales: Hoja de papel

Regla

Escuadra

Marcador

Procedimiento:

1- Tome una hoja de papel tamaño carta y trace dos rectas paralelas al lado mayor, una a medio centímetro y otra a 2,5 centímetros.
2- Tomemos un punto F que llamaremos foco, sobre la mitad de la recta que está a 2.5 centímetros del lado mayor.
3- Empezar a realizar dobleces de modo que el borde de la hoja pase por el foco
4- Desdoblar y marcar con color el doblez
5- Repetir y dibujar los dobleces variando el punto de apoyo sobre el lado de un extremo al otro
6- Repetir este procedimiento a ambos lados del foco
7- Trace un punto Q sobre la parábola formada
8- Dibuja una línea perpendicular al punto Q sobre la línea que está a 2,5 centímetros de la hoja, a esta línea la llamaremos directriz y al punto lo llamaremos R
9- Mide la distancia FQ y FR, ¿Que concluyes?

_____

10- Ubica el punto V, que llamaremos vértice en la parte más baja de la parábola

11- Mide las distancias del vértice (v) a foco y la distancia del foco a la directriz. ¿Qué concluyes?

_____

12- Traza una recta paralela a la directriz y que pase por el foco, a esa recta que esta entre dos puntos de la parábola la llamaremos lado recto, mide su distancia

13- Mide la distancia del vértice al foco, al comparar las dos distancias, ¿Que concluyes?

_____

Conclusiones:

Recomendaciones:

E. Anexo: Cuarta intervención: Determinación de la ecuación de una parábola con vértice en el origen y eje focal el eje x

3.2.3. Cuarta intervención

	I.E. PBRO. CARLOS ALBERTO CALDERÓN MATEMATICAS		
	GRADO: 10º B	Docente: Hernán Antonio Osorio Serna	Periodo: III Octubre/2019

Ecuación de la parábola con vértice en el origen y eje focal el eje x

Objetivo: Obtener la ecuación de la parábola con vértice en el origen y eje focal el eje x

Organización: los estudiantes se organizan en equipos de 2 y tres personas

Materiales: Cuaderno, lápiz, borrador, regla

Procedimiento:

1- Cada estudiante en su cuaderno traza el plano cartesiano con sus respectivos ejes: x e y

2- Determinar el vértice, el foco y la directriz de la parábola a cuatro renglones de distancia uno del otro

3- El vértice será el primer punto de la parábola

4- Escriba p a ambos lados del vértice cada lado. ¿A que llamamos p?

_____

_____

5- Desde el foco marque un punto situado a ocho renglones hacia arriba y otro a ocho renglones hacia abajo, estos serán los otros dos puntos de la parábola
6- Trace la parábola con los tres puntos marcados en el plano cartesiano
7- Trace una recta perpendicular a la directriz desde el punto más alto de la parábola P (x, y) y desde ese mismo punto trace una recta hasta el foco
8- Determine la distancia de la directriz al punto más alto de la parábola
9- ¿Cuáles son las coordenadas del foco? _____
10- Por definición de la parábola, el punto P (x, y) está a igual distancia de del foco y de la directriz, con este dato, determinar la ecuación de la parábola con vértice (0,0) y eje x como eje focal

F. Anexo: Construcción de una parábola y de sus elementos con la ayuda de GeoGebra (ver anexo H)

3.2.4. Quinta intervención:

	I.E. PBRO. CARLOS ALBERTO CALDERÓN MATEMATICAS		
	GRADO: 10º B	Docente: Hernán Antonio Osorio Serna	Periodo: III Octubre/2019

Construcción de una parábola y de sus elementos con la ayuda de GeoGebra

Objetivos:

1. Construir una parábola y sus elementos con la ayuda de GeoGebra
2. Mejorar la habilidad en el manejo de algunos comandos de GeoGebra en los estudiantes
3. Determinar las coordenadas de vértices, directrices, focos y ejes de simetría de algunas parábolas a partir de sus ecuaciones con la ayuda de GeoGebra

Organización: Este trabajo se realizará en equipos de tres integrantes

Procedimiento:

1. Graficar las parábolas: $y^2 = 12\ x$ con la ayuda de GeoGebra
2. Los estudiantes intentan determinar las coordenadas de vértice, del foco, de la directriz y el eje de simetría de cada una de ellas
3. Hallan el vértice con GeoGebra: (vértice ec1) Enter (ec1 es la ecuación de la parábola en la vista algebraica)
4. Clic derecho sobre punto A- renombrar vértice Enter

5. Clic derecho sobre vértice- propiedades-nombre y valor – nombre y valor Enter
6. Hallar el foco con GeoGebra: foco(ec1) Enter- repetir los pasos 4 y 5 con el foco
7. Hallar la directriz con GeoGebra: directriz(ec1) Enter- repetir los pasos 4 y 5 con la directriz
8. Hallar el eje de simetría con GeoGebra: eje mayor(ec1) Enter. repetir los pasos 4 y 5 con el eje mayor
9. Repetir los pasos anteriores con las ecuaciones de las parábolas: $(x-5)^2 = 10(y+7)$ y $(x+3)^2 = 9(x-2)$

G. Anexo: Sexta intervención: Construcción de una parábola como lugar geométrico con la ayuda de GeoGebra

3.2.5. Sexta intervención:

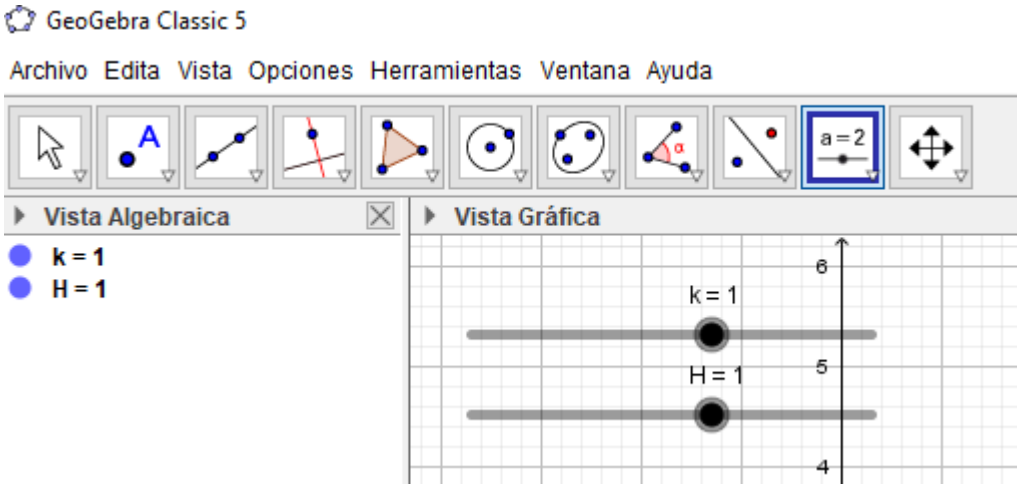
	I.E. PBRO. CARLOS ALBERTO CALDERÓN MATEMATICAS		
	GRADO: 10º B	Docente: Hernán Antonio Osorio Serna	Periodo: III Octubre/2019

Construcción de una parábola como lugar geométrico con la ayuda de GeoGebra

Objetivos: Construir una parábola como lugar geométrico empleando los deslizadores de GeoGebra

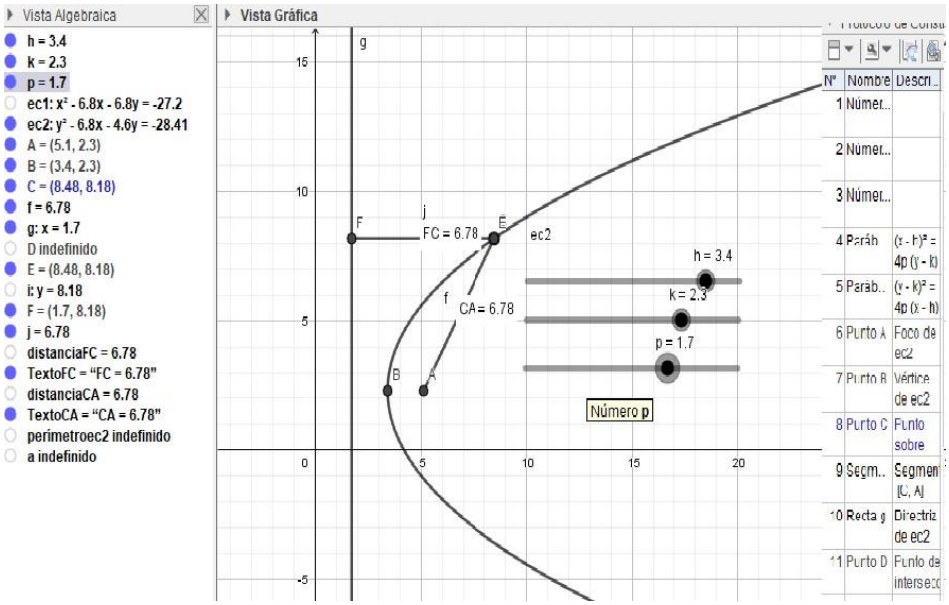
Procedimiento:

1. En la bandeja de entrada de GeoGebra escribir la ecuación: $(y-k)^2 = 4p(x-h)$
2. Dar Enter
3. Deslizadores Enter



4. Crear deslizador p, menú 8 (a=2), deslizador, Enter
5. Dar Enter en la bandeja de entrada
6. Crear el vértice; en la bandeja de entrada escribir: vértice(ec1) Enter, ec1 es la ecuación de la parábola que aparece al lado izquierdo de la vista de GeoGebra
7. Crear el foco; escribir: foco(ec1) Enter
8. Crear la directriz: en la bandeja de entrada escribir: directriz(ec1) Enter
9. Crear un punto que pase por la parábola, menú (. A) ubicar el cursor sobre la parábola y dar Enter
10. Crear un segmento de recta desde el foco hasta el punto de la parábola: menú 3 segmento, Enter r y dar clic sobre cada punto
11. Crear una recta perpendicular a la directriz que pase por el punto de la parábola: menú 4: perpendicular y señalar el punto de la parábola y la directriz, Enter
12. Crear el punto de intersección de la recta que pasa por la parábola con la directriz: menú dos: intersección y clic sobre la recta y clic sobre la directriz
13. Borrar la recta que pasa por la parábola: Clic derecho sobre la recta objeto visible Enter Crear segmento que una los dos puntos que quedaron en el paso anterior: menú 3: segmento y dar clic sobre los dos puntos
14. Medir las distancias del foco al punto de la parábola y de este a la directriz: menú 8, distancia o longitud, Enter y dar clic sobre cada par de puntos.

La parábola que se obtiene con su protocolo de construcción es la siguiente:



H. Anexo: Séptima intervención: Determinación de la ecuación de una parábola con vértice (h, k)

3.3.1. Séptima intervención:

	I.E. PBRO. CARLOS ALBERTO CALDERÓN MATEMATICAS		
	GRADO: 10º B	Docente: Hernán Antonio Osorio Serna	Periodo: III Octubre/2019

Ecuación de la parábola con vértice (h, K)

Objetivo: Obtener la ecuación de la parábola con vértice v (h, k) diferente al origen

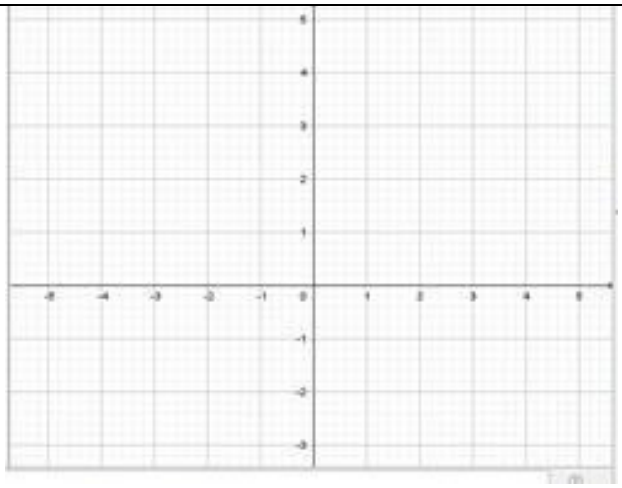
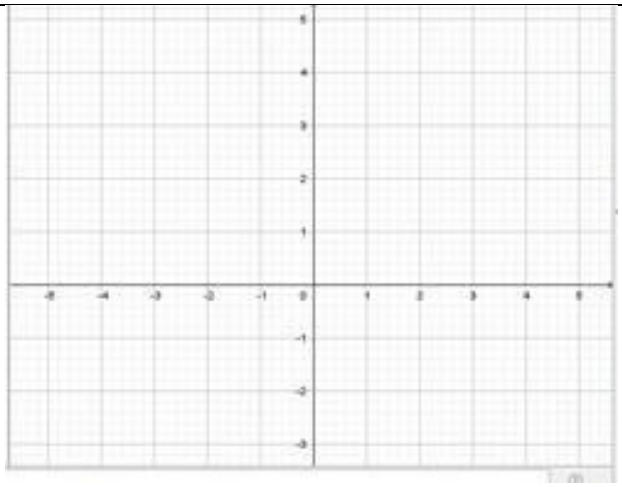
Materiales: Cuaderno, lápiz, borrador, regla, computadores, taller de la función cuadrática

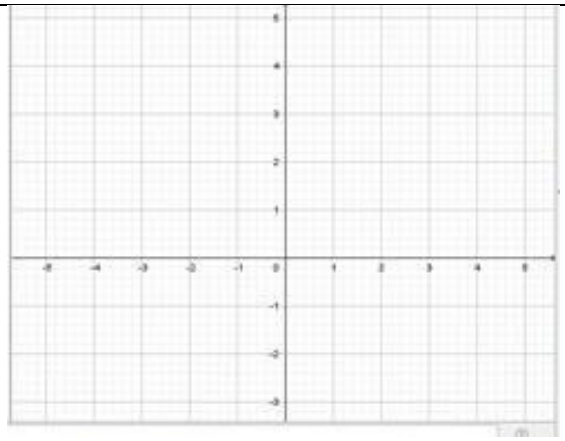
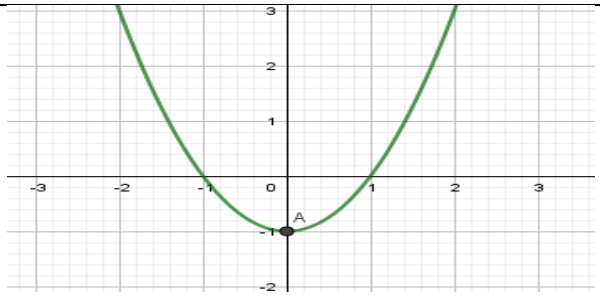
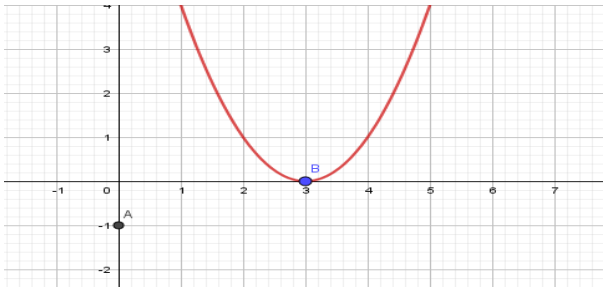
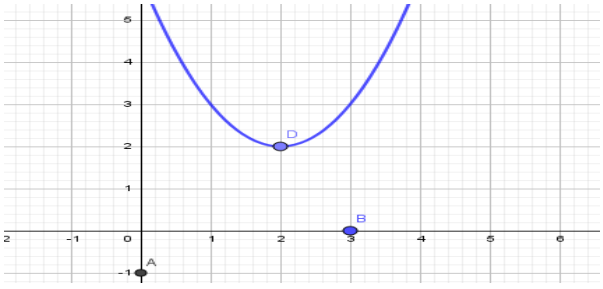
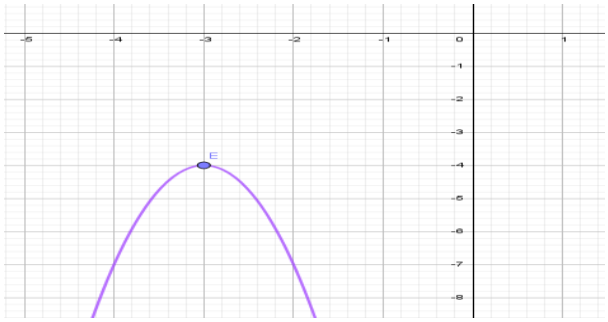
Procedimiento: Los estudiantes deben trabajar en parejas en el documento: Taller de la función cuadrática con GeoGebra y hacer las siguientes actividades:

1. Con GeoGebra deben graficar funciones del tipo: $x^2 \pm$ b, observar los desplazamientos al cambiar el valor de b y escribirán las conclusiones del caso

2. Con GeoGebra deben graficar funciones del tipo: $(x \pm a)^2$, observar los desplazamientos que se producen al cambiar el valor de a, escribir las conclusiones del caso
3. El documento tiene ecuaciones del tipo :$(x \pm a)^2 \pm b$, los estudiantes deben predecir la gráfica antes de usar GeoGebra
4. El documento tiene varias gráficas y los estudiantes tratarán de predecir la ecuación de cada una de ellas, podrán verificar si acertaron o no empleando GeoGebra.
5. Los estudiantes sacarán conclusiones y harán recomendaciones sobre la actividad

Taller función cuadrática con GeoGebra

Función Cuadrática	
Realizar las siguientes trasformaciones: • X ^2 +5 • X ^2 -1 • X ^2 +2 • X ^2 - 3 Escribe tus conclusiones: Que le pasa a la gráfica, hacia donde se traslada….	
Realizar las siguientes trasformaciones: • (X + 3) ^2 • (X - 2) ^2 • (X - 4) ^2 • (X +1) ^2 Nota: $(x+3)^2$ se escribe como: (X + 3) ^2 en GeoGebra Escribe tus conclusiones: Que le pasa a la gráfica, hacia donde se traslada…	
Realizar las siguientes trasformaciones: • (X+ 4) ^2 -1… • (X -1) ^2 +2… • (x +2) ^2 - 2… Escribe tus conclusiones:	

Que le pasa a la gráfica, ¿los valores numéricos en la ecuación, que representan? Conclusiones:	
Cual función representa las siguientes graficas: $Y_1 =$ $Y_2 =$ $Y_3 =$ $Y_4 =$	   

I. Anexo: Octava intervención: ¿Qué ha aprendido sobre la parábola? y aplicaciones cotidianas de la parábola

3.3.2 Octava intervención:

	I.E. PBRO. CARLOS ALBERTO CALDERÓN MATEMATICAS		
	GRADO: 10º B	Docente: Hernán Antonio Osorio Serna	Periodo: III Octubre/2019

I. Anexo: ¿Qué ha aprendido sobre la parábola? y aplicaciones cotidianas de la parábola

Objetivos: Evaluar lo aprendido sobre la parábola y algunas aplicaciones practicas

Organización: Los estudiantes trabajan en parejas

Materiales: Computadores portátiles y cuadernos

Procedimiento: Los estudiantes discuten y se ponen de acuerdo sobre las aplicaciones cotidianas de la parábola, las dibujan o las escriben en sus cuadernos.

J. Anexo: Resultado de las muestras obtenidas

- Tabla 1.1 Resultados “Prueba Diagnóstica”

Variables de estudio	Aciertos	No Aciertos	Aciertos	No Aciertos
Ubicación de puntos en el plano cartesiano	15	17	46,60%	53,30%
Solución de ecuaciones lineales	19	13	60%	40%
Graficas de funciones	17	15	53,30%	46,30%
Producto de dos binomios	14	16	43,30%	56,60%
Cuadrado de un binomio	15	17	46,60%	53,30%

Total: muestra obtenida N= 32 estudiantes

- Tabla 1.2 Resultados “Primera Intervención”

Variables de estudio	Aciertos	No Aciertos	Aciertos	No Aciertos
Ubicación de puntos en el plano cartesiano	19	13	60,00%	40,00%
Verificación formula de distancia	23	9	73,30%	22,70%
Graficas de funciones	22	10	68,00%	32,00%

Total: muestra obtenida N= 32 estudiantes

- Tabla 1.3 Resultados “Tercera Prueba”

Variables de estudio	Aciertos	No Aciertos	Aciertos	No Aciertos
Definición de la parábola	21	11	66,00%	34,00%
Definición lado recto	15	17	46%	54%
Habilidad para seguir instrucciones	22	10	70,00%	30,00%
Distancia focal	13	19	40,00%	60,00%

Total: muestra obtenida N= 32 estudiantes

- Tabla 1.4 Resultados “Cuarta Prueba”

Variables de estudio	Aciertos	No Aciertos	Aciertos	No Aciertos
Definición de P (Distancia Focal)	11	21	35,00%	65,00%
Coordenadas del foco	24	8	75%	25%
Ecuación parábola con vértice (0,0)	21	11	65,00%	35,00%

Total: muestra obtenida N= 32 estudiantes

- Tabla 1.5 Resultados “Ecuación Parábola Vértice (h, k)”

Variables de estudio	**Aciertos**	**No Aciertos**	**Aciertos**	**No Aciertos**
Grafica ecuación X^2 +/- b	23	9	73,00%	27,00%
Grafica ecuación (x +/-b) ^2	24	8	75%	25%
Grafica ecuación (x +/-b) ^2 +/- b	22	10	70,00%	30,00%
Ecuación a partir de grafica	19	13	60,00%	40,00%

Total: muestra obtenida N= 32 estudiantes

Referencias

(s.f.).

(2018). *Análisis de contenido.* Bogota: Uniandes.

Armedáriz, M. V., Azcárate, C., & Deulofeu, J. (1993). *Didáctica de las Matemáticas y Psicología.* Barcelona, Cataluña, España: Universidad Autónoma de Barcelona.

Calderon, W., & Peñuela, S. (2013). *Propuesta metodológica para la enseñanza de las secciones cónicas.* Bogota: Universidad de los andes.

Calzadilla, M. e. (2002). Aprendizaje colaborativo y las tecnologias de la información y la comunicación. *Revista Iberoamericana de educación*.

Camacho, M. d. (2013). *Elmodelo de Van Hiele aplicado en el proceso de enseñanza de secciones cónicas apoyado con Geogebra.* Monterrey: XI Congreso Nacional de investigación educativa.

Castillo, S. (2008). Propuesta pedagogica basada en el constructivismopara el uso optimo de las TICs en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. *Revista latinoamericana de investigación matemática educativa*.

Godino, J. (2003). *Perspectiva de la enseñanza de las matemáticas como disciplina cientifica.* Granada: Universidad de Granada.

Godino, J. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros.* Granada: Universidad de Granada.

Gomez, P. (2016). Dificultades de los profesores en formacion en el aprendizaje del analisis fenomenologico. *Vol.19 numero 3, 19*(3), 1.

Gomez, P., & Cañadas, m. (2016). Dificultad de los profesores de matematicas en formacion en el aprendizaje del analisis fenomenologico. *Revista latinoamericana de investigacion en matematica educativa*, 1-2.

Jaime, C., & Carlos, A. (2013). *Hacia una inclusión educativaen la enseñanza de las matemáticas.* Bogota: Universidad de los andes.

Lucero, M. M. (2003). Entre el trabajo colaborativo y el aprendizaje colaborativo. *Revista iberoamericana de educación*.

Mesa, H. (2013). *Propuesta didactica para la enseñanza aprendizaje de las cónicas en la educacion media con enfasis la parábola.* Medellín: Universidad Nacional.

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1998). Lineamientos curriculares de matematicas. Bogotá.

Ministerio de educacion nacional. (2015). *Derechos basicos de aprendizaje(DBA) V2.* Bogota: Panamericana formas e impresas S:A.

Muñoz, A. l. (Octubre de 2013). Propuesta didáctica para la enseñanza de las propiedades de la reflexión de las cónicas por medio de la metodologia de la solución de problemas. *Revista cientifica*, 99-103.

Paiba, A. C. (1999). Nuevas tecnologías y curriculo de matemáticas:apoyo a los lineamientos curriculares. Santafé de Bogotá, Colombia: Ministerio de Educacion nacional.

Puig, L. (1997). *Análisis fenomenológico, en Rico, L. (coord.). La educación.* Barcelona, Cataluña, España: ICE. Universidad de Barcelona.

www.GeoGebra.org. (s.f.). Obtenido de https://www.GeoGebra.org