



UNIVERSIDAD  
**NACIONAL**  
DE COLOMBIA

# **Fortalecimiento del pensamiento métrico, asociado al DBA #5 de grado primero de matemáticas, a través de recursos educativos digitales**

**Felipe Gómez Gallego**

Universidad Nacional de Colombia  
Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales  
Manizales, Colombia  
2021



# **Fortalecimiento del pensamiento métrico, asociado al DBA #5 de grado primero de matemáticas, a través de recursos educativos digitales**

**Felipe Gómez Gallego**

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:  
**Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales**

Director:

Profesor Jaider Albeiro Figueroa Flórez

Línea de Investigación:

Construcción de ambientes de aprendizajes con tecnologías

Grupo de Investigación:

Educación en Ciencias Exactas y Naturales (EduCEN)

Universidad Nacional de Colombia

Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Manizales, Colombia

2021



*A mi abuelita Esther.*



# Declaración de obra original

Yo declaro lo siguiente:

He leído el Acuerdo 035 de 2003 del Consejo Académico de la Universidad Nacional. «Reglamento sobre propiedad intelectual» y la Normatividad Nacional relacionada al respeto de los derechos de autor. Esta disertación representa mi trabajo original, excepto donde he reconocido las ideas, las palabras, o materiales de otros autores.

Cuando se han presentado ideas o palabras de otros autores en esta disertación, he realizado su respectivo reconocimiento aplicando correctamente los esquemas de citas y referencias bibliográficas en el estilo requerido.

He obtenido el permiso del autor o editor para incluir cualquier material con derechos de autor (por ejemplo, tablas, figuras, instrumentos de encuesta o grandes porciones de texto).

Por último, he sometido esta disertación a la herramienta de integridad académica, definida por la universidad.

---

Felipe Gómez Gallego

Fecha DD/01/2021

# **Agradecimientos**

Agradezco a Dios, quien me dio la vida y salud para culminar este grandioso proceso de formación académica.

A mi familia. Ellos son mi soporte y fortaleza en cada momento.

Al profesor Jaidier Albeiro Figueroa, por su orientación y apoyo a lo largo del presente trabajo.

A todos mis profesores de maestría, por sus valiosas enseñanzas.

A Paula Bibiana Mejía y el personal técnico del Laboratorio de Innovación Digital, Clab, por dar luz y vida a mis intenciones pedagógicas de la mejor manera.

Al personal administrativo de la Universidad Nacional de Colombia, por su acompañamiento durante el programa académico.

## Resumen

### **Fortalecimiento del pensamiento métrico, asociado al DBA #5 de grado primero de matemáticas, a través de recursos educativos digitales**

El presente trabajo pretende contribuir al fortalecimiento de procesos asociados al pensamiento métrico, relacionados con el Derecho Básico de Aprendizaje (DBA) #5 de grado primero de matemáticas, a través de recursos educativos digitales bajo el enfoque de resolución de problemas y el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) como mediación cognitiva. El trabajo utiliza un método de investigación cualitativa y de carácter descriptivo, a partir del desarrollo de diferentes fases que buscan proveer al docente un fundamento teórico acorde al alcance del DBA y algunas fuentes de información digitales como material de apoyo didáctico. También, las fases sustentan el diseño de actividades de aprendizaje y evaluaciones para los estudiantes y realizar sugerencias de fondo sobre el referente de calidad del DBA. Los resultados potenciales del presente trabajo, contemplan a un docente con mayor conceptualización y estrategias pedagógicas para efectuar su labor y a unos estudiantes que desarrollan los procesos asociados al pensamiento métrico, estos son: la construcción de los conceptos de cada magnitud; la comprensión de los procesos de conservación de magnitudes; la estimación de magnitudes y los aspectos del proceso de capturar lo continuo con lo discreto; la apreciación del rango de las magnitudes; la selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos; la diferencia entre la unidad y el patrón de medición; la asignación numérica; y el papel del trasfondo social de la medición.

**Palabras clave:** Procesos asociados al pensamiento métrico, Resolución de problemas, TIC como mediación cognitiva, DBA #5, Recursos Educativos Digitales.

## Abstract

### **Strengthening of metric thinking associated with Basic Right of Learning (# 5) for first grade mathematics through digital educational resources**

This work aims to contribute to the strengthening of processes associated with metric thinking, related to the Basic Right of Learning (BRL) #5 for first grade mathematics, through digital educational resources within the problem-solving approach and the use of Information and Communication Technology (ICT) as cognitive mediation. This work uses qualitative research and a descriptive method, starting with the development of different phases that seek to provide the instructor with a theoretical foundation according to the scope of the BRL and some digital information sources, such as didactic support material. Also, the various phases support the design for learning activities and assessments for students and make substantive suggestions on the quality benchmark of the BRL. The potential results of this work, equips a teacher with greater conceptualization and pedagogical strategies to carry out his teaching. In addition, it assists some students to develop processes associated with metric thinking. These processes include: construction of magnitude concepts; understanding the processes of magnitude conservation; the estimation of measurements and those aspects which capture the continuous with the discrete; the appreciation of the range of magnitudes; the selection of measurement units, patterns and instruments; the difference between a unit and measurement pattern; the numerical assignment; and the role of the social background of the measurement.

**Keywords: Processes associated with metric thinking, Problem solving, ICT as cognitive mediation, BRL # 5, Digital educational resources.**

# Contenido

	Pág.
<b>Resumen.....</b>	<b>IX</b>
<b>Lista de figuras.....</b>	<b>XIII</b>
<b>Lista de tablas.....</b>	<b>XIV</b>
<b>Introducción.....</b>	<b>1</b>
<b>1. Horizonte del trabajo.....</b>	<b>3</b>
1.1 Descripción y planteamiento del problema.....	3
1.2 Justificación.....	5
1.3 Objetivos.....	8
<b>2. Marco referencial.....</b>	<b>11</b>
2.1 Marco contextual.....	11
2.2 Antecedentes.....	13
2.3 Marco teórico.....	18
2.3.1 El pensamiento matemático.....	19
2.3.2 La resolución de problemas.....	20
2.3.3 Procesos generales en la educación matemática.....	21
2.3.4 El pensamiento métrico y sus procesos asociados.....	23
2.3.5 El uso de las TIC como mediación cognitiva.....	28
2.3.6 La educación en la primera infancia.....	29
2.4 Marco conceptual.....	29
<b>3. Metodología.....</b>	<b>35</b>
3.1 Tipo de trabajo.....	35
3.2 Instrumentos metodológicos.....	36
3.3 Población y muestra.....	39
3.4 Fuentes de información.....	39
3.5 Análisis e interpretación de los resultados.....	40
<b>4. Resultados.....</b>	<b>43</b>
4.1 Resultado fase 1: fundamentación del docente.....	43
4.2 Resultado fase 2: construcción de las actividades de aprendizaje.....	46
4.2.1 La construcción de los conceptos de cada magnitud.....	46
4.2.2 La comprensión de los procesos de conservación de magnitudes.....	49
4.2.3 La estimación de magnitudes y los aspectos del proceso de capturar lo continuo con lo discreto.....	51
4.2.4 La apreciación del rango de las magnitudes.....	53

XII Fortalecimiento del pensamiento métrico, asociado al DBA #5 de grado primero de matemáticas, a través de recursos educativos digitales

---

4.2.5	La selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos.....	54
4.2.6	La diferencia entre la unidad y el patrón de medición.....	55
4.2.7	La asignación numérica.....	57
4.2.8	El papel del trasfondo social de la medición.....	58
4.3	Resultado fase 3: diseño de evaluaciones.....	60
4.4	Resultado fase 4: recursos digitales adicionales.....	61
4.5	Resultado fase 5: reflexiones del DBA como referente de calidad.....	62
<b>5.</b>	<b>Conclusiones y recomendaciones.....</b>	<b>69</b>
<b>A.</b>	<b>ANEXO: Recurso educativo digital.....</b>	<b>73</b>
	<b>Referencias.....</b>	<b>74</b>

## Lista de figuras

	<b>Pág.</b>
<b>Figura 2- 1:</b> Ejemplo del DBA #5 de grado primero de matemáticas.....	31
<b>Figura 4- 1:</b> Fundamentación teórica sobre el pensamiento métrico.....	43
<b>Figura 4- 2:</b> Ejercicio interactivo sobre la fundamentación teórica recibida.....	44
<b>Figura 4- 3:</b> Construcción del concepto de cada magnitud.....	46
<b>Figura 4- 4:</b> Construcción del concepto de longitud.....	47
<b>Figura 4- 5:</b> El entorno y los sistemas de medida.....	48
<b>Figura 4- 6:</b> El pensamiento espacial y la conservación de magnitudes.....	49
<b>Figura 4- 7:</b> Uso de las unidades de medida para la comprensión de la conservación. 50	50
<b>Figura 4- 8:</b> Lectura del contexto para estimar medidas.....	51
<b>Figura 4- 9:</b> Las mediciones continuas y el uso de los conjuntos numéricos.....	52
<b>Figura 4- 10:</b> La selección de unidades de medida a partir del rango de la magnitud..	53
<b>Figura 4- 11:</b> El rango de una magnitud y los sistemas de medida.....	54
<b>Figura 4- 12:</b> El uso de patrones de medida.....	55
<b>Figura 4- 13:</b> Las nociones de relatividad del patrón de medida.....	56
<b>Figura 4- 14:</b> La asignación y los conjuntos numéricos.....	57
<b>Figura 4- 15:</b> La AMID en el pensamiento métrico.....	58
<b>Figura 4- 16:</b> La AMID en el pensamiento métrico (1).....	58
<b>Figura 4- 17:</b> Trasfondo social en la medición.....	59
<b>Figura 4- 18:</b> Inicio de la actividad de aprendizaje #1 del RED.....	65
<b>Figura 4- 19:</b> Apartes de la actividad de aprendizaje #2 del RED.....	65
<b>Figura 4- 20:</b> Apartes de la actividad de aprendizaje #3 del RED.....	66

## Lista de tablas

	<b>Pág.</b>
<b>Tabla 3- 1:</b> Procesos y subprocesos asociados al pensamiento métrico.....	40
<b>Tabla 4- 1:</b> Articulación del DBA a los LC y EBC.....	63
<b>Tabla 4- 2:</b> Articulación del DBA a los procesos.....	67

# Introducción

El presente trabajo se realiza con el propósito de llenar ciertos vacíos que ha dejado los referentes de calidad del Ministerio de Educación Nacional (MEN) en Colombia. Cabe recordar que, desde finales del siglo pasado el MEN ha hecho un esfuerzo por transformar la educación en el país. Estudios y tendencias mundiales ya evidenciaban que la educación debía presentar serias reformas y transformaciones que incluían aspectos tales como: ¿qué se necesita aprender, hoy en día?, ¿cómo se debe enseñar?, entre otros.

Una visión nueva de la educación capaz de hacer realidad las posibilidades intelectuales, espirituales, afectivas, éticas y estéticas de los colombianos, que garantice el progreso de su condición humana, que promueva un nuevo tipo de hombre consciente y capaz de ejercer el derecho al desarrollo justo y equitativo, que interactúe en convivencia con sus semejantes y con el mundo y que participe activamente en la preservación de los recursos. (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 1998, Mensaje del ministro, párr. 3)

Respecto a los vacíos que ha dejado los referentes de calidad presentados por el MEN en su propósito de transformar las actividades pedagógicas del país, estos se aluden especialmente a aquellos que han dejado los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA). Este referente presenta ciertas falencias como una articulación débil con los Lineamientos Curriculares (LC) y los Estándares Básicos de Competencias (EBC) o la falta de un soporte teórico que los contextualice más y así puedan ser comprendidos mejor por los docentes. Por lo anterior, agentes de la educación han mostrado un interés en llenar dichos vacíos de tal forma que garantice una mejor experiencia pedagógica a la hora de poner en práctica este referente de calidad con los estudiantes de los establecimientos educativos del país.

El trabajo es una estrategia educativa enmarcada en algunas tendencias pedagógicas contemporáneas de carácter internacional y fortalecida por aquellas tendencias que el MEN ha pretendido promover en los diferentes agentes de la educación. El trabajo se basa en el diseño de un Recurso Educativo Digital (RED) bajo el enfoque de la resolución de problemas y el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) como mediación cognitiva. El trabajo toma como punto de partida el DBA #5 de grado primero de matemáticas y alude teorías en la enseñanza de las matemáticas como la propuesta por Brousseau sobre las situaciones didácticas. Además, este DBA pretende desarrollar los procesos asociados al pensamiento métrico en los estudiantes. “El pensamiento métrico hace referencia a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes y las cantidades, su medición y el uso flexible de los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones” (Universidad Nacional de Colombia [UNAL], 2019, p. 13).

Por el hecho que se trata con estudiantes de grado primero, el trabajo atiende a esta etapa de la niñez con actividades que contienen al juego como eje del aprendizaje. Es una etapa de la vida humana en la cual se tienen magníficas capacidades de aprendizaje debido a que su conciencia recién se está alimentando de conocimientos y saberes. “La educación inicial considera que las niñas y los niños, en cualquier momento de su desarrollo, disponen de capacidades diversas que forman el acervo de habilidades, construcciones y conocimientos con las que se relacionan y comprenden el mundo” (MEN, 2014, p. 43).

A partir de lo anterior, el diseño del RED busca fortalecer el pensamiento métrico a este grupo poblacional de estudiantes. A su vez, este trabajo utiliza la estrategia de la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO) que tiene el propósito de promover en la sociedad la Alfabetización Mediática Informativa (AMI), es decir la manera como la sociedad se informa a través de los medios de comunicación, teniendo en cuenta la veracidad de esa información.

# 1. Horizonte del trabajo

## 1.1 Descripción y planteamiento del problema

Los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), son el conjunto de aprendizajes estructurantes que construyen las niñas y los niños a través de las interacciones que establecen con el mundo y por medio de experiencias y ambientes pedagógicos en los que está presente el juego, las expresiones artísticas, la exploración del medio y la literatura. (MEN, 2017, Derechos básicos de aprendizaje, párr. 1)

El documento de los DBA es un referente de calidad del MEN en Colombia, publicado en el año 2016 (segunda versión). Este referente de calidad proporciona “un conjunto de aprendizajes estructurantes que han de aprender los estudiantes en cada uno de los grados de educación escolar, desde transición hasta once” (MEN, 2016, p. 5).

El objetivo principal de la educación matemática en Colombia es desarrollar un pensamiento matemático en los estudiantes, para ello los DBA se articulan con sus predecesores: los LC y EBC. A partir de lo anterior, los DBA adquieren una gran importancia ya que son los referentes de calidad más específicos que presenta el MEN. Sin embargo, estos referentes presentan algunas falencias que deben ser mejoradas en pro de la calidad educativa del país. A continuación, se mencionan algunas.

- **La falta de un soporte teórico para el docente**

#### 4 Fortalecimiento del pensamiento métrico, asociado al DBA #5 de grado primero de matemáticas, a través de recursos educativos digitales

---

Se hace necesario un soporte teórico que facilite una correcta comprensión de lo que pretende alcanzar el DBA. Un soporte teórico que proporcione información de aquellos conceptos a tener en cuenta o de los EBC a desarrollar, por ejemplo.

Así como los EBC fueron relacionados directamente con los diferentes pensamientos matemáticos, los DBA deberían también estarlo. De esta forma, el docente, tendría una mejor orientación para la enseñanza del DBA. Además, contaría con una información útil para sus procesos de planeación institucional y registro de informes.

- **Pocos ejemplos para cada DBA**

Los DBA solo cuentan con un ejemplo. Esta situación no favorece la labor del docente, puesto que carece de suficientes herramientas u opciones pedagógicas para desarrollar su enseñanza. Es muy importante dotar al docente de diferentes opciones didácticas (más ejemplos), ya que, de este modo, podrá encontrar las mejores rutas de enseñanza que garanticen un adecuado aprendizaje de los estudiantes. Después de que se tengan más opciones o ejemplos, la experticia del docente y los ritmos y estilos de aprendizaje de los estudiantes, expresarán cuáles y cuántas opciones utilizar en el aula de clases.

- **La escasa integración de las TIC**

El uso de las TIC se ha hecho inevitable e imprescindible, hoy por hoy. El mundo ha sido transformado por éstas y las oportunidades laborales dependen, en gran medida, de las competencias que se tengan en el manejo de programas de computador, aplicaciones, plataformas digitales, redes sociales, entre otras. Es por esto que se busca la apropiación de las TIC en las aulas de clase y, en este caso particular, para el alcance de los DBA. Para ello, los DBA requieren de un mejoramiento que los haga convertirse en un referente de calidad de mayor impacto y, como consecuencia, los docentes estarán mejor capacitados para desarrollar el pensamiento matemático en los estudiantes y formar personas acordes a las realidades sociales y laborales de la actualidad.

Debido a esto, el presente trabajo expone una propuesta de mejoramiento para el DBA #5 de grado primero de matemáticas. Una propuesta que, en términos generales, pretende fortalecer el pensamiento métrico en los estudiantes a través del diseño de RED y bajo los enfoques de las situaciones didácticas y el uso de las TIC como mediación cognitiva.

## 1.2 Justificación

El presente trabajo hace parte del desarrollo de un proyecto a nivel nacional, titulado “Fortalecimiento docente desde la Alfabetización Mediática Informativa y la CTel, como estrategia didáctico-pedagógica y soporte para la recuperación de la confianza del tejido social afectado por el conflicto”, liderado por las Universidades, de Caldas, de Sucre, Nacional de Colombia, Autónoma de Manizales y Tecnológica de Chocó, y la Fundación CINDE. El objetivo principal del proyecto es “desarrollar las competencias en Alfabetización Mediática Informativa y Digital, en los docentes de los Departamentos de Sucre, Chocó, y Caldas; como estrategia didáctico-pedagógica para el mejoramiento en los procesos de enseñanza en el aula y como soporte para la recuperación del tejido social afectado por el conflicto”. El proyecto cuenta con un subproyecto denominado “Diseño de Recursos Educativos Digitales (RED) para estudiantes y profesores de educación básica y media, sobre la implementación de los derechos básicos de aprendizaje (DBA) de matemáticas y ciencias naturales”, el cual es coordinado por la UNAL. A partir de ese subproyecto y la vinculación a la Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales (MECEN), se produce el presente trabajo.

Teniendo en cuenta lo anterior, aquí se presenta una propuesta que pretende fortalecer el pensamiento matemático en los estudiantes, precisamente el pensamiento métrico, utilizando a las TIC como mediación cognitiva. Además, se presenta una propuesta que logre una implementación de los DBA con mayor calidad, que cuente con un soporte teórico para el docente y que satisfaga las pretensiones del proyecto nacional respecto a la AMI, entre otras.

También, con el desarrollo de este trabajo viene la oportunidad de aportar a la construcción colectiva de la educación en el país. En el año 2015, el MEN publicó la primera versión de los DBA, un año más tarde se pasó a una segunda versión que presentaba una estructura más clara y detallada. Este trabajo puede tomarse como una propuesta que intenta mejorar el alcance del DBA, articulándolo al uso de las TIC y compaginándolo mejor con los otros referentes de calidad (LC y EBC).

Entonces, lo aquí expuesto no se limita a las orientaciones del MEN, por el contrario, va más allá. Es así como, a partir de un diagnóstico del DBA y el hallazgo de diferentes falencias en éste, se presenta una propuesta de mejoramiento que brinda al docente más herramientas para sus prácticas pedagógicas. De esta forma, el presente trabajo ofrece los siguientes beneficios a los docentes.

- **Respecto a los procesos de planeación y registro de informes**

Los DBA tendrán una mayor articulación con los EBC. Esto permitirá a los docentes que, a la hora de registrar sus documentos de apoyo (como los planes de aula), el tiempo invertido sea menor. Por lo general, los docentes en su proceso de planeación deben buscar aquellos EBC y DBA que están relacionados. Dicha búsqueda conlleva tiempo y esfuerzo, los cuales serían minimizados con esta presentación.

- **Mayores recursos y opciones de enseñanza**

Este trabajo proporcionará diversas estrategias para implementar el DBA. La posibilidad de tener diferentes opciones de enseñanza del DBA, se traduce en mayores oportunidades de aprendizaje de acuerdo a las características de los estudiantes (habilidades sociocognitivas y ritmos de aprendizaje).

- **Formación del docente**

El marco teórico que se implementará para el mejoramiento del DBA, incide positivamente en el fortalecimiento conceptual del docente. A través de este marco teórico se pretende orientar al docente respecto a los conceptos contenidos en el DBA y vislumbrar los objetivos del MEN respecto a la enseñanza de las matemáticas.

- **Uso de las TIC**

El docente contará con un RED. Esto agiliza la articulación de las TIC en las prácticas pedagógicas. El docente no necesitará buscar otras fuentes y/o formas de implementar las TIC en sus aulas de clase.

Sin embargo, el impacto positivo no solo será hacia los docentes. También, los estudiantes se verán beneficiados ya que, a partir de un buen alcance de los DBA, desarrollarán mejor un pensamiento matemático en sus vidas y adquirirán las competencias necesarias para su actuar efectivo y oportuno en la sociedad. Los estudiantes, recibiendo una educación de calidad, también tendrán la posibilidad de acceder a una educación superior, más que antes, debido a que estarán en mejores condiciones para presentar las pruebas externas, tales como las pruebas Saber y PISA.

Por otro lado, y en el caso específico de los estudiantes de grado primero, quienes son la población objetivo del presente trabajo, diferentes disciplinas coinciden en la magna importancia de la educación en la primera infancia. “Estudios provenientes de diferentes disciplinas (neurociencia, psicología, pedagogía, sociología) demuestran que los primeros años son decisivos para el desarrollo de las capacidades cognitivas, comunicativas y sociales del individuo” (Zapata y Ceballos, 2010, p. 1071). Además, dichos autores expresan la importancia de una adecuada metodología de enseñanza, en la cual prime el juego, la lúdica, entre otros. “El juego es clave para el aprendizaje y el desarrollo. El juego da a los niños y niñas conocimientos y experiencias, y les ayuda a desarrollar la curiosidad y la confianza en sí mismos” (Zapata y Ceballos, 2010, p. 1080). Por esta razón, parte del presente trabajo tendrá al juego como medio de aprendizaje y buscará explotar todo el potencial de aquellos estudiantes en edades iniciales.

Esta propuesta, también, mantiene la línea pretendida por la MECEN de la UNAL (sede Manizales), respecto a su objetivo general: “Ofrecer al docente de educación media una formación que integre tanto el conocimiento disciplinar sólido de los contenidos científicos en las áreas de matemáticas y ciencias naturales, como las estrategias didácticas que le permitan enseñar estos contenidos con los medios a su disposición y adecuados a las características de su entorno”. Esto debido a que logra adquirir el conocimiento científico necesario en el área de matemáticas y encontrar caminos efectivos de enseñanza para los estudiantes en sus respectivos contextos sociales y cognitivos.

También, se está en concordancia con la línea de investigación “construcción de ambientes de aprendizaje con tecnologías” del grupo de investigación “Educación en Ciencias Exactas y Naturales (EduCEN)” asociado al presente trabajo. Además, el trabajo está enmarcado en un contexto del cual hacen parte prestigiosas entidades educativas vinculadas al proyecto. Un proyecto avalado por el MEN y que cuenta con una estructura financiera sólida y con un talento humano dispuesto y competente.

Por último y respecto al uso de las TIC y sus requerimientos físicos, las secretarías de educación en todo el país han logrado proveer de dispositivos electrónicos a las instituciones educativas en los últimos años, de manera significativa. Herramientas tecnológicas como tabletas, computadores, entre otros, que serán utilizadas oportunamente con la aplicación de este RED.

## 1.3 Objetivos

- **Objetivo general**

Aportar al fortalecimiento de procesos asociados al pensamiento métrico, relacionados con el DBA #5 de grado primero de matemáticas, a través de recursos educativos

digitales bajo el enfoque de resolución de problemas y el uso de las TIC como mediación cognitiva.

- **Objetivos específicos**

- Proveer a los docentes un fundamento teórico sobre conceptos, enfoques y posturas actuales en el campo de la educación matemática, asociado a este DBA.
- Diseñar actividades de aprendizajes que fortalezcan el pensamiento métrico de los estudiantes.
- Diseñar evaluaciones que midan los avances en el alcance del DBA.
- Proporcionar material de apoyo didáctico, entre ellos material de mediación tecnológica (animaciones, videos, enlaces externos, aplicaciones, entre otros), que favorezcan el alcance de los DBA.
- Hacer sugerencias respecto al DBA, en la búsqueda de un mejoramiento continuo en la educación.



## **2. Marco referencial**

### **2.1 Marco contextual**

Se debe expresar que la realidad del sistema educativo colombiano, puntualmente de la educación preescolar, básica y media, presenta una desarticulación entre los cargos directivos (MEN, SED, directivos docentes u otros) y los docentes. Algo que evidencia lo anterior es la frecuente protesta de los docentes en las calles del país. Estos desacuerdos, a su vez, generan una incoherencia (en algunos casos) entre las recomendaciones de las directivas y el quehacer diario de los docentes en las aulas de clase. Por lo tanto, un adecuado alcance de los DBA en las instituciones educativas, desde ya, se pone en duda. Además, los DBA carecen de cierta información que los haga más entendibles para el docente y, por ende, mejor adquiridos y/o asimilados por los estudiantes.

A partir de esta situación, se busca mejorar el alcance de los DBA a través de un fortalecimiento de la información brindada a los docentes. De este modo, se quiere proporcionar un marco teórico al DBA y un mayor número de actividades de aprendizaje o ejemplos, para tener diferentes opciones de enseñanza. Todo esto soportado por las TIC (como estrategia de mediación cognitiva), tan fundamental para el desarrollo y progreso de la sociedad.

El uso de la tecnología en la educación no es una propuesta innovadora, hace muchos años se ha planteado. Sin embargo, dicho uso no puede ser de cualquier manera, o por lo menos no debería serlo. "Aquí se usa la tecnología como una herramienta que permite

al estudiante acercarse a un concepto de manera tal que pueda comprenderlo o deducirlo de manera informal o formal” (UNAL, 2019, p. 31). De esta forma se describe el enfoque del uso de las TIC como mediación cognitiva. Un enfoque adecuado para integrar la tecnología en las aulas de clase, facilitando el aprendizaje de los estudiantes y no lo contrario, como a veces sucede. Esto debido a que el aprendizaje sigue siendo el eje central de la intención pedagógica y la tecnología es utilizada para facilitar la adquisición del conocimiento, a través de sus ventajas inherentes.

Cabe recordar que el presente trabajo está vinculado a un proyecto que pretende formar estudiantes con la capacidad de utilizar la tecnología en pro de su entorno social y, especialmente, formar estudiantes conscientes de la información que reciben en los medios de comunicación digitales. Se debe tener en cuenta, la importancia y el poder que pueden llegar a ejercer los medios de comunicación en las sociedades y en las transformaciones sociales. Por ello, se requiere de una ciudadanía reflexiva y crítica ante el alto volumen de información que reciben a diario en las redes (AMI) y así, poder contribuir al proceso de reconstrucción del tejido social del país, debido a su presente situación de posconflicto.

El subproyecto al cual está vinculado el presente trabajo es dirigido por EduCEN, un grupo de investigación de la UNAL (sede Manizales), con el propósito de aportar al mejoramiento de la educación en las ciencias exactas y naturales. Ese subproyecto es, en últimas, el causante de la elaboración del presente trabajo, puesto que se encarga de formar docentes en el uso de las TIC y, también, de mejorar el alcance de los DBA de matemáticas y ciencias naturales.

En el caso preciso de este trabajo, los esfuerzos de mejoramiento están focalizados en el DBA #5 de grado primero de matemáticas, como ya se ha señalado. El hecho de que el DBA sea de grado primero significa que la población objetivo, además de los docentes, son estudiantes que transitan la primera infancia, definida como “un periodo que va del nacimiento a los ocho años de edad” (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura [UNESCO], 2019, La atención y educación de la primera infancia, párr. 1). Por ende, hay una magnífica oportunidad de lograr impactar en la educación de los estudiantes desde sus edades tempranas.

“Estudios realizados (Peralta, 2005; Zapata y Ceballos, 2010) apuntan a la importancia de la atención y educación de la niñez en la primera infancia, pues esta etapa constituye un momento crucial en la vida humana, en la que se dan cambios que afectan significativamente el desarrollo de las personas”. (Castillo et al., 2017, p. 3)

Las autoras anteriores nos permiten dilucidar la importancia de una educación de calidad en estas edades. Ellas, en su artículo, también expresan las formas por las cuales estos estudiantes aprenderían mejor: el material manipulativo o digital y la comunicación entre ellos, son algunas. Además, el juego (la lúdica) es fundamental en estos periodos de sus vidas. Entonces, la importancia de fortalecer el DBA teniendo en cuenta esta población objetivo (unos niños y niñas que son, entre otras cosas, el futuro mismo de la sociedad) es de gran relevancia.

## **2.2 Antecedentes**

Realmente, pocos trabajos han compartido exactamente la misma intención que el presente. Esto se debe a que, por ejemplo, los DBA pueden provenir de enfoques educativos globales pero que se adaptan, con características especiales en Colombia. Además, los DBA son referentes de calidad de los entes gubernamentales, por ende, una actualización oficial del referente deberá provenir de estos mismos entes. Sin embargo, este trabajo hace parte de un proyecto que pretende, efectivamente, dicha actualización o mejoramiento.

A continuación, diferentes trabajos realizados en la Maestría en la Enseñanza de Ciencias Exactas y Naturales (MECEN) de la UNAL y en otras instituciones educativas del país, serán presentados. Posteriormente, se presentarán otros trabajos desarrollados en instituciones educativas internacionales, tanto americanas como europeas.

Los trabajos realizados en la MECEN tienen tres enfoques. El primero se enfoca en el desarrollo del pensamiento matemático a través de la resolución de problemas. Este trabajo se titula “La enseñanza del pensamiento aleatorio en estudiantes de grado quinto en la escuela Dulcenombre en Samaná”, y fue elaborado por el profesor Arcesio Lozano, en el año 2015. El trabajo utilizó una estrategia pedagógica basada en la lúdica, con material manipulativo y el uso de juegos (soportados por el modelo pedagógico: escuela nueva). Los estudiantes desarrollaron guías de trabajo, en las cuales estudiaron el principio de Dirichlet. Posteriormente, el autor midió los aprendizajes mediante pruebas (iniciales y finales). Los resultados que obtuvo evidenciaron el impacto positivo de la estrategia.

El segundo trabajo se titula “Propuesta metodológica que contribuye a la enseñanza de las ondas mecánicas y sus propiedades mediadas por las TIC”. Su autora, la profesora María Yulieth Montes, lo elaboró en el año 2017 y se basó en un diseño asistido por la plataforma Moodle para la enseñanza del concepto de ondas mecánicas y sus propiedades. Dicha plataforma es una herramienta tecnológica de mucha utilidad y beneficio para el proceso de enseñanza y aprendizaje, ya que permite diseñar unidades temáticas en la nube e incluir otros recursos digitales en ella. La autora del trabajo aplicó su estrategia a estudiantes de grado undécimo. “Queriendo salir un poco de los procesos tradicionales de enseñanza y mejorar el desempeño académico de los estudiantes” (Montes, 2017, p. 5). Así describe los beneficios de implementar recursos digitales en las aulas de clase. Como conclusión, ella dice que se evidenció “un cambio significativo en el proceso de enseñanza-aprendizaje puesto que se ligaron elementos de la didáctica en la implementación de una forma nueva y diferente de abordar un tema de física, siendo los estudiantes la pieza primordial del proceso” (Montes, 2017, p. 57-58). Además, los estudiantes que participaron en este trabajo mencionaron que les gustó el recurso utilizado por la docente, les facilitó su aprendizaje, fue motivante para ellos y querían otras temáticas con recursos pedagógicos como este. En resumen, un trabajo exitoso que logró impactar de manera positiva a la educación, y en especial, a los estudiantes.

El tercer trabajo de la MECEN tuvo un enfoque particular en las estrategias pedagógicas para la primera infancia. Este trabajo, denominado “Proyecto de aula para fortalecer el pensamiento numérico a través de la utilización de material manipulativo en los niños de

preescolar de la IEVS sede Fidel Antonio Saldarriaga”, fue elaborado por la profesora Luz María Jiménez, en el año 2016. Debido a que su población objetivo involucraba estudiantes de la primera infancia, como primera acción estratégica la autora decidió capacitar a los docentes de esos grados en competencias de enseñanza a estudiantes de estas edades (teoría piagetiana, entre otras). De esta forma, logró identificar falencias conceptuales en ellos y, como consecuencia, formuló un proyecto de aula que brindará información teórica y metodológica a los docentes respecto a los conceptos y estrategias que ella quería implementar. Respecto al trabajo con los estudiantes, cabe resaltar que la profesora utilizó diferentes materiales manipulativos, actividades lúdicas, juegos como medio de aprendizaje, trabajo cooperativo y en equipo, entre otros recursos pertinentes y oportunos en esta población estudiantil. Los resultados arrojaron datos positivos tanto en la apropiación del pensamiento numérico como, inclusive, en sus conductas personales.

En cuanto a los trabajos de otras instituciones educativas del país, el primero se titula “Complejidad y coherencia de documentos curriculares colombianos: derechos básicos de aprendizaje y mallas de aprendizaje”, de los profesores Pedro Gómez y Carlos Velazco, en el año 2017. El trabajo realizó un estudio de complejidad y coherencia de los DBA (muy similar al último objetivo específico del presente). Respecto a la complejidad, los resultados del estudio indicaron que los DBA tienen un alto grado de complejidad debido a que utiliza conceptos difíciles de entender tanto para docentes como estudiantes. “En el caso de los ejemplos, no es claro que un profesor de primaria o la mayoría de los de secundaria estén en capacidad de incluir los ejemplos en su práctica de aula, si así lo deciden” (Gómez y Velazco, 2017, p. 276). Además, los DBA se convierten aún más complejos para docentes que tienen a cargo estudiantes de diferentes grados en una misma clase. Respecto a la coherencia, el trabajo encontró falencias en los DBA como: poca asociación de los DBA con los EBC y baja conexión conceptual entre los enunciados, evidencias de aprendizaje y ejemplos de cada DBA. “Tampoco es posible establecer una relación entre este documento y el de las pruebas estandarizadas Saber” (Gómez y Velazco, 2017, p. 275).

El segundo trabajo de carácter nacional se titula “Derechos básicos de aprendizaje en matemáticas: revisión crítica y propuesta de ajuste” (Gómez et al., 2016). Aquí, también se critica a los DBA, pero se agrega una propuesta de ajuste que satisfaga en mejor medida las necesidades propias de la educación en Colombia. El ajuste propuesto por el

trabajo se basa en dos premisas. La primera ubica al docente como lector objetivo. Es decir, el trabajo propone que los DBA deben ser redactados pensando en el docente que estará a cargo de su implementación. Esto implica redactar un documento acorde a la formación del docente y que le proporcione elementos conceptuales necesarios para su asimilación. La segunda se relaciona directamente con la propuesta de ajuste a los DBA, en esta se pretende una mayor articulación del referente con los procesos curriculares de cada institución educativa. En la medida en que mejore la coherencia de los DBA, esto es, que su articulación con otros referentes (LC, EBC, Matriz de Referencia y Lineamientos de las Pruebas Saber) sea mayor, la labor del docente en su institución educativa se verá favorecida y se le facilitará más sus procesos de planeación de clase. El trabajo, aunque se basó en la versión inicial de los DBA, presenta información digna de análisis y es un gran insumo para el mejoramiento continuo de la educación en el país, inclusive, de la versión actual de los DBA.

En cuanto a los trabajos internacionales, los americanos tratan dos conceptos: la educación en la primera infancia y las TIC. El primero se titula “Juego, ternura y encuentro. Fundamentos en la primera infancia”, elaborado por María Regina Öfele en el año 2014. En este trabajo se presenta al juego como medio fundamental de desarrollo del ser: “es jugando que el sujeto va siendo y se va haciendo” (Öfele, 2014, p. 73). La autora menciona que “jugar genera vínculos con los otros, tanto niños como adultos y establece variados canales de comunicación construyendo lenguajes” (Öfele, 2014, p. 74). Pero los juegos no pueden ser un listado tradicional de lúdicas en el aula:

“El juego es mucho más profundo y deberá ir surgiendo en ese primer encuentro entre la madre y el hijo, y luego con los sucesivos adultos a cargo de los niños, de manera espontánea, sincera, genuina, respetando ritmos, tiempos y deseos, partiendo de acuerdos. Estos serán tácitos, implícitos pero deberán formar parte para que haya respeto mutuo, para que la ternura tenga cabida, para que haya encuentro. Se trata de JUGAR PARA SER...”. (Öfele, 2014, p. 80)

El segundo trabajo se titula “Tendencias en el desarrollo de las TIC y su impacto en el campo de la enseñanza”, elaborado por Linares, Verdecia y Álvarez, en el año 2014.

Aquí se estudiaron diferentes herramientas tecnológicas utilizadas en el sector educativo. Estos estudios reportaron mejores impactos educativos en unas herramientas TIC que en otras. También, los estudios evidenciaron algunas falencias en los alcances de dichas herramientas. Algunas herramientas son diseñadas pensando poco en lograr un alcance significativo en los aprendizajes de los estudiantes y con unas dinámicas complejas y poco amenas para ellos. “El estudio realizado permite concluir que las analíticas de aprendizaje sugieren pensar en nuevas aplicaciones que de manera ordenada e intencionada, se inserten en el campo de la educación” (Linares et al., 2014, p. 138). No se trata de implementar las TIC en el aula por el hecho de que así lo exige la sociedad o los entes reguladores. Se trata de implementarlas de una manera que logre mejorar las prácticas educativas, evidenciado en un alcance significativo de los aprendizajes por parte de los estudiantes.

Por último, se presentan los trabajos europeos que tratan temas similares a los dos anteriores. “Educational magic toys developed with augmented reality technology for early childhood education”, de Rabia Yilmaz en el año 2015. Este trabajo realiza un estudio con estudiantes de la primera infancia y el uso de juguetes tecnológicos para su aprendizaje. Estos juguetes tecnológicos involucraron la realidad aumentada y presentaron elementos educativos como: historias y videos animados, objetos en 3D, rompecabezas y fichas para enseñar animales, frutas, vegetales, vehículos, entre otros. El nivel de satisfacción de profesores y alumnos fue muy alto y los juguetes podían ser utilizados por estudiantes con diferentes capacidades de aprendizaje. Yilmaz (2015) concluye: “From this point, we can say that these toys can be effectively used in early childhood education” (párr. 1).

El segundo trabajo europeo se titula “Teachers’ beliefs about technology integration in early childhood education: A meta-ethnographical synthesis of qualitative research”, de Pekka Mertala en 2019. Este trabajo realizó un estudio sobre las creencias de los maestros en la implementación de la tecnología en las prácticas pedagógicas. El estudio reveló que no hay un consenso completo por parte de los maestros en el uso de las TIC. Posiblemente, la falta de consenso se da debido a dos factores: las políticas gubernamentales y las experiencias personales. Sorprende que este trabajo fue realizado en Finlandia, un país reconocido por su alta calidad educativa a nivel mundial y las conclusiones que obtiene el trabajo se asemejan a las realidades colombianas, donde la

falta de acompañamiento gubernamental y los perfiles personales de los docentes, son factores decisivos en la implementación de las TIC en las aulas de clase.

Los anteriores trabajos coinciden en gran medida con las valoraciones propias del presente y la dinámica general que debería tener la enseñanza en los contextos educativos colombianos. La educación especializada a la primera infancia, el involucramiento pertinente de las TIC en la educación, la coherencia y pertinencia de las pautas educativas gubernamentales y la potenciación del pensamiento matemático como estrategia pedagógica, son las ideas principales que enmarcan al presente y por las cuales se deben direccionar las propuestas y conclusiones que de aquí deriven.

## **2.3 Marco teórico**

Desde 1978 la educación en Colombia ha procurado estar en sintonía con las tendencias globales en la enseñanza de las matemáticas. Es por ello que el MEN inició un proceso de renovación curricular y en el año 1998 publicó los Lineamientos Curriculares (LC). Un referente de calidad bien estructurado y con fundamentos pedagógicos pertinentes como para dar respuesta a las necesidades educativas del país. En estos referentes se elige un camino pedagógico que pretende potenciar el pensamiento matemático de los educandos. También, los LC presentaron cinco tipos de pensamiento: numérico, métrico, espacial, variacional y aleatorio, cada uno, asociados a unos procesos generales.

En ese camino elegido, la educación en Colombia insta a los educadores a llevar sus cátedras a la cotidianidad y el contexto. En el caso de las matemáticas, los docentes tienen el compromiso de atender las realidades del entorno para encontrar caminos de pertinencia a sus enseñanzas, que favorezcan el aprendizaje significativo de los estudiantes y la aplicación concreta del conocimiento matemático.

Esto último fue uno de los detonantes esenciales para otro referente de calidad que publicó el MEN en el año 2006, los Estándares Básicos de Competencias (EBC). La intención de este referente se centró en el desarrollo de competencias como estrategia para educar niños y jóvenes más capaces y funcionales en la sociedad. Los EBC le dieron una mayor importancia a lo que se hace con el conocimiento adquirido en la educación y así, hacer frente a las nuevas exigencias y necesidades que trajo consigo el siglo XXI.

Por último, se publicó los DBA, los cuales pretenden materializar las intenciones del MEN. Esto a través de actividades concretas y específicas de implementación en las aulas de clase. El referente tuvo una versión inicial en el año 2015 y, posteriormente, se dio a conocer la versión actual de los DBA, en 2016.

### **2.3.1 El pensamiento matemático**

Una de las teorías en las que se enmarca este trabajo es la que constituye el pensamiento matemático. Como se dijo antes, el MEN optó acertadamente por un camino que conduce a potenciar o desarrollar el pensamiento matemático en los educandos y, esta elección, fue el resultado de un proceso de renovación curricular que inició en el año 1978. El inicio de este proceso se dio debido a diferentes circunstancias que atañían a las matemáticas en ese entonces.

Cuando los soviéticos lanzaron el satélite Sputnik al espacio, los estadounidenses empezaron a enseñar una matemática diferente en la educación básica, supuestamente para alcanzar a los científicos soviéticos en el ámbito espacial. Esta nueva matemática promovía mucho más el razonamiento lógico y el uso del álgebra. Sin embargo, este cambio pedagógico en las matemáticas no tuvo mayor éxito, ya que las ventajas de esta nueva matemática no compensaban los vacíos o falencias que generó la misma (MEN, 1998).

La teoría del pensamiento matemático dio respuesta a muchos interrogantes y matices que se generaron a partir de Sputnik, respecto a la enseñanza de las matemáticas. Por

ende, aunque estas no perdieron su esencia respecto a sus contenidos curriculares, sí se articularon más a los eventos particulares de la sociedad. En este sentido, estudiantes con diferentes capacidades y ritmos de aprendizaje asociaron mejor las matemáticas a su realidad y entorno:

“Por ello, se hace necesario comenzar por la identificación del conocimiento matemático informal de los estudiantes en relación con las actividades prácticas de su entorno y admitir que el aprendizaje de las matemáticas no es una cuestión relacionada únicamente con aspectos cognitivos, sino que involucra factores de orden afectivo y social, vinculados con contextos de aprendizaje particulares”. (MEN, 2006, p. 47)

### **2.3.2 La resolución de problemas**

Muñoz (2015) menciona que tradicionalmente se entiende por resolución de problemas a un cúmulo de ejercicios en los cuales los estudiantes aplican procedimientos repetitivos que han sido enseñados por el docente previamente. Este mismo autor aclara que la resolución de problemas son estrategias didácticas que fomentan el análisis, la creatividad y la puesta en práctica de conocimientos, y que estas estrategias didácticas son formuladas desde un contexto próximo a la realidad del estudiante. Brousseau (2007) mediante su teoría de las situaciones didácticas define claramente esta teoría, como la interacción de un sujeto (llámese estudiante) con cierto medio (la situación problema) para llegar a un conocimiento. Coronel y Curotto (2008) plantean que “la enseñanza desde esta perspectiva pretende poner el acento en actividades que plantean situaciones problemáticas cuya resolución requiere analizar, descubrir, elaborar hipótesis, confrontar, reflexionar, argumentar y comunicar ideas” (p. 464).

La enseñanza basada en la resolución de problemas consiste en establecer una situación didáctica para la clase de acuerdo a las necesidades educativas del momento. El proceso de enseñanza y aprendizaje se desenvuelve en torno a dicha situación planteada. Una situación didáctica puede ser creada por el docente teniendo en cuenta

ciertas indicaciones teóricas, o puede ser obtenida de diferentes fuentes bibliográficas y realizarle pertinentes modificaciones. Debido a esto se hace necesario una correcta planeación de lo que se pretende enseñar y unos conocimientos suficientes del entorno escolar, que articule las enseñanzas con las realidades del entorno educativo. Por ende, de la situación didáctica se desprende todo el desarrollo pedagógico de una clase que comprende, entre otras cosas, los cinco procesos generales de aprendizaje descritos a continuación.

### **2.3.3 Procesos generales en la educación matemática**

- **El razonamiento**

El razonamiento se define como el proceso que envuelve toda la experiencia de aprendizaje. Por medio del razonamiento se llega a las respuestas, soluciones y conclusiones en torno a la situación didáctica. Es tarea del docente propiciar un ambiente adecuado que estimule el razonamiento durante una clase. “Esto implica que los maestros escuchen con atención a sus estudiantes, orienten el desarrollo de sus ideas y hagan uso extensivo y reflexivo de los materiales físicos que posibiliten la comprensión de ideas abstractas” (MEN, 1998, El razonamiento, párr. 6).

- **La resolución y el planteamiento de problemas**

La resolución y el planteamiento de problemas es un proceso general, intrínseco al enfoque de las situaciones didácticas. La capacidad de resolver problemas, ubica a los estudiantes en un contexto donde las matemáticas adquieren utilidad y promueve en ellos la habilidad para atender las diferentes circunstancias sociales que se presentan en la vida diaria. Por otra parte, que los estudiantes planteen problemas creados por ellos mismos, es un ejercicio de gran valor: estimula su creatividad y desarrolla pensamientos productivos. La capacidad de plantear un problema con una estructura coherente es muestra de los avances de aprendizaje en los estudiantes. El docente debe establecer

desde su planeación, espacios donde los estudiantes puedan generar sus propios problemas.

- **La comunicación**

Este proceso general tiene un papel protagónico en el aprendizaje. El docente debe procurar la asertiva comunicación de sus estudiantes. Una buena comunicación implica un discurso oral o escrito coherente y estructurado, de parte de ellos. El ejercicio de escribir de manera adecuada o presentar unos procedimientos matemáticos de manera entendible, en algunas ocasiones se convierte en un corrector de errores o en un autoaprendizaje. También, las exposiciones o el padrinaje de estudiantes pueden ser de suma importancia en el desarrollo de la comunicación.

- **La modelación**

Este proceso contempla la utilización de diferentes representaciones semióticas y su importancia en el aprendizaje. El MEN (1998) nos presenta algunos ejemplos, similares a los siguientes:

- Si mi papá tiene 40 años y yo tengo 25 años menos que él, ¿cuántos años tengo?  
Un modelo del anterior problema es  $40 - 25 = ?$   
La respuesta es 15. Yo tengo 15 años.
- ¿Cuántas diagonales tiene un polígono de  $n$  lados?  
Un estudiante de noveno grado obtuvo el siguiente modelo:  $[n(n-3)]/2$

Modelar un problema es una capacidad de alta índole. El docente debe promover este ejercicio en los estudiantes y acompañarlos en su realización. Las dudas que se generen deben ser aclaradas y el proceso de modelación debe quedar entendido por los educandos.

- **La elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos**

La elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos es un proceso que no puede perderse. Los procedimientos son los métodos por los cuales se llega a una respuesta. No siempre los estudiantes obtienen un resultado siguiendo aquel método que su docente le ha indicado. Es posible llegar a respuestas con métodos originales, utilizando saberes previos y articulando diferentes especialidades. Se dice que, históricamente la educación matemática se enfocó solo en la ejercitación y comparación de procedimientos. Procedimientos que eran dados por el docente y replicados por sus estudiantes. En muchas situaciones cotidianas, seguir instrucciones es de utilidad y la clave para llegar a una respuesta (MEN, 1998).

Estos cinco procesos, en un contexto de resolución de problemas, deben determinar el marco cognitivo durante la enseñanza de las matemáticas. El docente debe de estar pendiente del desarrollo de estos procesos y tenerlos muy en cuenta en su planeación.

### **2.3.4 El pensamiento métrico y sus procesos asociados**

Lo anterior es complementado con aquellos conocimientos básicos que deben adquirir los estudiantes en su necesidad de comprender las matemáticas y llevarlas a un contexto de utilidad. Estos conocimientos están enmarcados en cinco tipos de pensamiento que delimitan o clasifican los saberes: numérico, variacional, aleatorio, métrico y espacial. El DBA aquí estudiado se enmarca en el pensamiento métrico. El pensamiento métrico “hace referencia a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes y las cantidades, su medición y el uso flexible de los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones” (UNAL, 2019, p. 13). Cabe recordar que el MEN orientó esta nueva forma de enseñanza, a través del fortalecimiento de diferentes tipos de pensamiento, desde el año 1998. Sin embargo, más de dos décadas después no todos los docentes han adaptado su forma de enseñar a estas orientaciones de carácter gubernamental. La adaptación de dichas orientaciones “demanda, por parte de quienes

se dedican a la enseñanza de las matemáticas un análisis profundo y un planteamiento de formas adecuadas para el desarrollo de lo que los lineamientos denominan “pensamiento métrico” (Universidad de Antioquia, 2006, p. 9).

El DBA #5 tiene (en su esencia) el objetivo de desarrollar el pensamiento métrico en los estudiantes y, para ello, el MEN presenta ciertos procesos asociados a su desarrollo. Cada uno contiene información relevante como, conceptos, estrategias pedagógicas, entre otra, que debe ser tenida en cuenta. Por consiguiente, adquirir las competencias necesarias en torno al pensamiento métrico dependerá, en gran medida, del desarrollo de los siguientes procesos asociados.

- **La construcción de los conceptos de cada magnitud**

Lo primero es comprender que existen diferentes magnitudes, por ejemplo: la longitud, la masa y el volumen. A partir del concepto de cada magnitud, los estudiantes son conscientes que es diferente medir la longitud y la masa de un lápiz, o que es diferente medir el volumen y la masa de un vaso con agua. Teniendo en cuenta estos conceptos, los estudiantes desarrollan un pensamiento, el cual es aplicado a su vida cotidiana mediante la identificación de las magnitudes en diferentes objetos de su entorno.

- **La comprensión de los procesos de conservación de magnitudes**

Si se tiene una barra de plastilina y, luego, se amasa formando una bola de plastilina; en ambos momentos la masa de la plastilina es igual. Si se tiene agua en un vaso no muy alto pero amplio y, luego, se deposita el agua en un vaso alto y no muy amplio; en ambos momentos el volumen del agua es el mismo. Si se tiene un alambre en forma de línea recta y, luego, se enrolla en forma de espiral; en ambos momentos la longitud del alambre es la misma. Con respecto a los tres ejemplos anteriores, a veces los estudiantes podrían afirmar que en el primer momento la asignación numérica de la magnitud es diferente a la del segundo momento, o viceversa (debido a causas visuales). Realizar estos tipos de ejemplos con material manipulativo es importante ya que

promueve las capacidades cognitivas y desarrolla las competencias suficientes, en los estudiantes.

- **La estimación de magnitudes y los aspectos del proceso de capturar lo continuo con lo discreto**

“Bright (1976) define la estimación de magnitudes como el proceso de llegar a una medida sin la ayuda de instrumentos de medición. Es un proceso mental, aunque frecuentemente hay aspectos visuales y manipulativos en él” (MEN, 1998). En esta oportunidad, plantear situaciones como: si el profesor mide 170 cm, ¿cuánto podría ser la altura del salón (o de la puerta)? o; si un paso fuera metro, ¿cuál sería la longitud entre las paredes del salón?, son algunos ejemplos para el desarrollo del proceso asociado. Las habilidades para estimar magnitudes son necesarias en situaciones cotidianas como: decir cuánto demoró un evento o qué distancia hay entre dos lugares. Además, en diferentes contextos sociales, los estudiantes pueden hacer cuantas estimaciones de magnitudes se les ocurra.

Respecto al proceso de capturar lo continuo con lo discreto, las mediciones en la vida real son continuas (generalmente). Por ejemplo, si se pretende medir la longitud de la cuadra donde está ubicada la casa y el resultado se da en metros, es posible que la asignación numérica sea un valor como: 65,81 metros. Pero este valor es una aproximación de una medida que es inherentemente continua por su naturaleza, a lo discreto. Este proceso de capturar lo continuo con lo discreto, también puede relacionarse con la aparición de los números racionales. En los inicios, los humanos necesitaban medir terrenos o almacenamientos de agua; ellos utilizaban algún patrón de medida, sin embargo, cuando estaban terminando la medición debían fraccionar el patrón de medida para llegar a una aproximación más precisa del resultado.

- **La apreciación del rango de las magnitudes**

Ubicar una medida en un rango de magnitud es un proceso que facilita la adquisición de los conceptos necesarios para desarrollar el pensamiento métrico en los estudiantes.

Puede ser que el docente transmita conocimientos a sus estudiantes de forma descontextualizada y, como consecuencia, se pierda el sentido mismo de estos aprendizajes y la capacidad de razonamiento. Las medidas realizadas deben ser ubicadas en un rango de magnitud que, a la postre, determinará las unidades a utilizar. Si se pregunta por el peso de un edificio o un puente, ambas medidas estarían en el rango de las toneladas (son objetos muy pesados); pero si se pregunta por el peso de una persona o de un grano de arena, las medidas estarían en el rango de los kilogramos y microgramos, respectivamente. Este tipo de preguntas deben ser llevadas al aula como estrategia para la adquisición de los conocimientos.

- **La selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos**

El rango de una magnitud define las unidades, patrones e instrumentos que se utilizan en la medición. Por ejemplo, si la magnitud que va a medir es la capacidad (volumen) y se tiene un lago y una bañera, entonces para medir la capacidad del lago se utilizaría metros cúbicos o kilómetros cúbicos como unidades y el instrumento podría ser un odómetro. Para medir la capacidad de la bañera se utilizaría un flexómetro y las unidades podrían ser centímetros cúbicos, o inclusive se podría utilizar un patrón de medida como las cuartas de una mano. Tener la noción del rango de una magnitud desarrolla un pensamiento métrico en los estudiantes y promueve un actuar competente en la sociedad.

- **La diferencia entre la unidad y el patrón de medición**

Un patrón de medida es un acuerdo explícito de aquello que va ser utilizado como referencia para efectuar la medición. Si una persona quiere medir el ancho de la puerta de su casa, podría utilizar sus pies para hacerlo. La medida podría ser 3 pies y medio, pero los pies de esa persona. Un patrón de medida no es estándar como si los son las unidades. Estas han sido estandarizadas en la sociedad y a diferencia del ejemplo anterior, su referencia no cambia.

- **La asignación numérica**

La asignación numérica de la medida continua es un valor que tiene (intrínsecamente) una incertidumbre, es decir que nunca será exacta. Adicionalmente, existen dos causas que habitualmente generan errores en la medición: la capacidad visual de la persona que toma la medida y la precisión del instrumento de medida utilizado. De por sí, la condición de seres humanos hace que, el número que se le asigne a una medida, pueda ser muy o poco desfasado de la magnitud verdadera. Además, si para medir los kilogramos de una nevera se utiliza la balanza casera que mide los kilogramos de una persona, o si se utiliza una regla graduada con centímetros y milímetros para medir el grosor de una hoja de papel; el valor de la magnitud se verá afectado.

- **El papel del trasfondo social de la medición**

Es necesario llevar el conocimiento al contexto cotidiano o, lo que puede ser más significativo, traer el contexto cotidiano al conocimiento. El resultado de un proceso de medición que llevó consigo operaciones matemáticas (conversiones, cálculos, ecuaciones, etc.) pudo haber sido 310,52 kW. Esto pudo no haber tenido un significado relevante en los estudiantes. Pero, si ellos relacionan ese mismo valor con el consumo de energía eléctrica promedio en sus hogares, del cual depende el cobro en sus recibos de pago y la salud ambiental de su territorio, y que pueden tomar medidas para disminuirlo, entonces, el aprendizaje será significativo y la medición tendrá un trasfondo social.

Los anteriores procesos asociados al pensamiento métrico se convierten en un insumo de vital importancia para el desarrollo de las prácticas educativas. El docente de matemáticas tiene la tarea de propiciar encuentros cognitivos que fomenten un pensar científico en el cerebro de sus estudiantes y que deriven en acciones concretas en sus vidas.

Cabe recordar que la forma como se enseña es fundamental en el logro de los aprendizajes y que la enseñanza debe, constantemente, ser contextualizada y

concretizada. El docente debe, continuamente, ejemplificar sus enseñanzas teóricas. Por ejemplo, si se está estudiando las unidades de medida para la longitud es posible mencionar (aproximadamente) cuantos metros hay entre dos paredes del salón de clase, o cuantos metros tienen los estudiantes de estatura. “La interacción dinámica que genera el proceso de medir entre el entorno y los estudiantes, hace que éstos encuentren situaciones de utilidad y aplicaciones prácticas donde una vez más cobran sentido las matemáticas” (MEN, 1998, Pensamiento métrico y sistemas de medidas, párr. 1).

### **2.3.5 El uso de las TIC como mediación cognitiva**

“La manera de resolver un problema en matemáticas, tiene entonces relación estrecha con las herramientas disponibles, y su manejo depende de la integración del conocimiento matemático y de la herramienta misma. La solución siempre llevará el sello de la mediación de la herramienta. Es decir, la solución será una pieza de conocimiento que no puede separarse de la herramienta, más precisamente, de la ruta cognitiva inducida por su presencia”. (Sandoval y Moreno, 2012, p. 27)

En este sentido, el éxito de la práctica pedagógica dependerá del modo en que se integre la herramienta con la transmisión del conocimiento. Así como en la resolución de problemas, las TIC pueden no ser ejecutadas de la mejor manera por los docentes. Cuando se habla del uso de las TIC como mediación cognitiva se pretende dar una utilidad significativa a las TIC. El proceso de enseñanza y aprendizaje a través de las TIC debe ser diferente respecto a ese mismo proceso en ausencia de las TIC. Así lo describe Santillán (2002) citado por Sandoval y Moreno (2012, p. 28-29), “la meta o fin no cambia si utilizamos una u otra herramienta, pero el proceso para alcanzar la meta, según los medios que se utilicen, cambia y cambia la estrategia”. No se trata de utilizar las TIC por utilizarlas, se trata de articularlas e integrarlas a las prácticas pedagógicas desde la planeación.

Hoy en día, las TIC se han desarrollado en forma exponencial y en el sector educativo existen muchas opciones que pueden ser aplicadas en el aula de clase. Sin embargo, el docente debe entender que no es suficiente con hacer uso de las TIC de cualquier manera, sino que además debe ejecutar un proceso de planeación adecuado que garantice una utilización realmente significativa para el aprendizaje de sus estudiantes.

### **2.3.6 La educación en la primera infancia**

La gran importancia de una educación de calidad a los estudiantes en edades iniciales (preescolar y básica primaria) radica en que son ellos, nada más ni nada menos, el futuro de la sociedad. Además, debido a sus edades, el nivel y cantidad de aprendizajes que pueden alcanzar son superiores e inimaginables. En este sentido, cuando se educa en la primera infancia se tiene a disposición a unos niños y niñas que son como el oro, ya que el docente puede desarrollar magníficas competencias y promover significativos valores a través de sus enseñanzas.

Las estrategias, para mejorar el aprendizaje del DBA #5, deben contar con la fundamentación necesaria para educar en estas edades y, además, deben tener presente el contexto en el cual se desarrolla el proceso educativo. No sería lo mismo enseñar a unos estudiantes de estrato socioeconómico alto, de la educación media y provenientes de zonas urbanas que, a unos estudiantes con una situación económica difícil, en edades iniciales y que viven en la ruralidad.

## **2.4 Marco conceptual**

- **Referentes de calidad**

Los referentes de calidad son orientaciones que el MEN proporciona a la comunidad educativa en general, con el fin de garantizar una educación de calidad para todos los colombianos. Entre estos se encuentran, los Lineamientos Curriculares (LC), los Estándares Básicos de Competencias (EBC) y los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA).

- **Lineamientos curriculares (LC)**

Es un referente de calidad que brinda un marco teórico y unas orientaciones fundamentales para el ejercicio pedagógico de la educación básica y media del país. Está asociado a las diferentes áreas del saber, como las matemáticas, ciencias naturales y educación ambiental, ciencias sociales, lengua castellana, etc. “Los lineamientos buscan fomentar el estudio de la fundamentación pedagógica de las disciplinas, el intercambio de experiencias en el contexto de los Proyectos Educativos Institucionales” (MEN, 1998, Sentido pedagógico de los lineamientos, párr. 7).

- **Estándares básicos de competencias (EBC)**

Es un referente de calidad, posterior a los LC, que brinda a la educación del país un enfoque en el cual los conocimientos y saberes toman utilidad en un contexto próximo a las realidades sociales. Pretende una educación que desarrolle en los estudiantes diferentes competencias acordes a las necesidades sociales del momento.

“La concepción que animó la formulación de los lineamientos y los estándares fue superar de visiones tradicionales que privilegiaban la simple transmisión y memorización de contenidos, en favor de una pedagogía que permita a los y las estudiantes comprender los conocimientos y utilizarlos efectivamente dentro y fuera de la escuela, de acuerdo con las exigencias de los distintos contextos”. (MEN, 2006, p. 12)

- **Derechos básicos de aprendizaje (DBA)**

Los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), es un referente de calidad del MEN que da continuidad a sus predecesores, los LC y los EBC. Este referente presenta a la comunidad educativa unas orientaciones más específicas de la intención educativa del país. En ese orden de ideas, el referente comparte una serie de aprendizajes que determinan el progreso de los estudiantes. Estos aprendizajes, para la educación básica y media del país, están ordenados por grados escolares y tienen una estructura, la cual consiste en un enunciado, unas evidencias de aprendizaje y un ejemplo.

A continuación, se muestra el DBA #5, de grado primero de matemáticas.

**Enunciado**

Realiza medición de longitudes, capacidades, peso, masa, entre otros, para ello utiliza instrumentos y unidades no estandarizadas y estandarizadas.

**Evidencias de aprendizaje**

- Mide longitudes con diferentes instrumentos y expresa el resultado en unidades estandarizadas o no estandarizadas comunes.
- Compara objetos a partir de su longitud, masa, capacidad y duración de eventos.
- Toma decisiones a partir de las mediciones realizadas y de acuerdo con los requerimientos del problema.





**Ejemplo**

**Figura 2- 1:** Ejemplo del DBA #5 de grado primero de matemáticas.

Se dispone de tiras o cuerdas de diferentes tamaños, como las que se presentan en la imagen.



Identifica:

- Las tiras de otros colores que pueden armar la tira morada.
- El número de tiras  que caben en .
- La cantidad de tiras  y  que se necesitan para medir el largo de un lápiz o un clip. ¿De cuál de las dos tiras se necesitan más?, ¿Por qué?
- Anticipa la cantidad de tiras amarillas que se necesitan para medir un objeto si conoce que para medirlo se requieren 3 tiras de color naranja.



Fuente: Versión actual de los DBA de matemáticas (MEN, 2016, p. 10).

- **Pensamiento matemático**

El pensamiento matemático es el enfoque que le ha dado el MEN a la enseñanza de las matemáticas. Este enfoque busca desarrollar, en el individuo, habilidades cognitivas y competencias sociales que permitan la apropiación de los conocimientos matemáticos y su aplicación en los contextos y situaciones de la vida diaria. El pensamiento matemático está clasificado en los siguientes tipos de pensamiento: numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional, cada uno constituye un conjunto de saberes básicos y promueve el desarrollo de diferentes procesos asociados.

- **Pensamiento métrico**

El pensamiento métrico se define como las facultades cognitivas para interactuar con magnitudes, su cuantificación y significado, todo esto, para la comprensión de situaciones del diario vivir (MEN, 1998). Desarrollar el pensamiento métrico es comprender las características que pueden medirse en un cuerpo, asociar las medidas con un sistema de unidades y a través de asignaciones numéricas, tener unas nociones claras del espacio que nos rodea.

- **Recursos educativos digitales (RED)**

Un Recurso Educativo Digital (RED) es una herramienta tecnológica que sirve como medio de aprendizaje. El uso de las TIC en la educación se ha venido intensificando en el transcurso del tiempo. En ese sentido, es posible encontrar muchas herramientas tecnológicas a disposición de la educación, aunque no todas cuentan con una estructura pertinente y una intención pedagógica, lo suficientemente, adecuada. Como lo señala, la teoría de la mediación cognitiva, un RED debe estar diseñado a partir de ciertas intenciones claras y definidas previamente. Además, este debe ser un aliado en el proceso de enseñanza y no convertirse en una dificultad adicional para el alcance del aprendizaje.

- **Alfabetización mediática e informacional (AMI)**

“La alfabetización mediática e informacional reconoce el papel fundamental de la información y los medios de comunicación en nuestra vida diaria, son parte central de la libertad de expresión y de información; facultan a los ciudadanos a comprender las funciones de los medios de comunicación y de información, a evaluar críticamente los contenidos y a tomar decisiones fundadas como usuarios y productores de información y contenido mediático”. (UNESCO, 2017, La alfabetización mediática e informacional, párr. 2)



## **3. Metodología**

### **3.1 Tipo de trabajo**

El trabajo se desenvuelve a través de un estudio cualitativo y busca dar respuesta a algunas dificultades que presenta el referente de calidad DBA. Este trabajo pretende construir un RED que sirva para fortalecer el pensamiento métrico, y a la vez, proponer algunas mejoras para dicho referente en torno al DBA #5, de grado primero de matemáticas.

“La investigación cualitativa se enfoca en comprender los fenómenos, explorándolos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con su contexto” (Hernández, 2014, p. 358). A partir de un análisis del DBA y de acuerdo a una exploración bibliográfica relacionada, se presenta un trabajo contextualizado porque toma en cuenta la posición del docente y su necesidad por comprender, de forma correcta, el referente de calidad. También, este trabajo tiene en cuenta la edad de los estudiantes a quienes va dirigido y la importancia actual del uso de las TIC.

El enfoque cualitativo permite proponer soluciones desde un amplio marco de estudio y proporciona diversas oportunidades y opciones de abordar el problema. “La investigación cualitativa proporciona profundidad a los datos... Asimismo, aporta un punto de vista “fresco, natural y holístico” de los fenómenos” (Hernández, 2014, p. 16).

El trabajo es de carácter descriptivo ya que, a partir de un estudio bibliográfico y una lectura de las realidades y necesidad del entorno educativo, obtiene ciertas conclusiones

sobre las características a tener en cuenta para desarrollar el RED. Cabe resaltar que aquellos procesos asociados al pensamiento métrico se quieren fortalecer son:

1. La construcción de los conceptos de cada magnitud.
2. La comprensión de los procesos de conservación de magnitudes.
3. La estimación de magnitudes y los aspectos del proceso de capturar lo continuo con lo discreto.
4. La apreciación del rango de las magnitudes.
5. La selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos.
6. La diferencia entre la unidad y el patrón de medición.
7. La asignación numérica.
8. El papel del trasfondo social de la medición.

## 3.2 Instrumentos metodológicos

El trabajo se desarrolla a través de una serie de fases que determinan el alcance de los objetivos.

- **Fase 1: Fundamentación del docente**

La fase 1 del trabajo está orientada a proveer una fundamentación teórica al docente. En esta fase se recolecta información necesaria para la comprensión del DBA, la cual es presentada de forma organizada y adecuada a los requerimientos del docente. Esta información será dada a conocer mediante el uso de las TIC y a través de un recurso educativo que permite la interacción del docente, lo cual hace más ameno y agradable el proceso de adquisición del conocimiento teórico respectivo.

- **Fase 2: Construcción de las actividades de aprendizaje**

Esta fase es la más nutrida del trabajo, ya que presenta el producto digital que los estudiantes tendrán en sus aulas. Las actividades de aprendizaje para el DBA #5 se construyen a la base del fortalecimiento del pensamiento métrico y el desarrollo de los procesos asociados. Estas actividades guardan el enfoque de las situaciones problema y utilizan la teoría del uso de las TIC como mediación cognitiva. Así mismo, esta fase tiene en cuenta los referentes de calidad del MEN como son los LC y los EBC.

La enseñanza de las matemáticas debe estar supeditada por el desarrollo de competencias en los estudiantes, que los habilite en el uso de conocimientos científicos en situaciones cotidianas y de contexto, a través del ejercicio del análisis crítico y reflexivo. Por ello, las actividades de aprendizaje presentan situaciones problema aterrizadas al contexto educativo y que favorecen el desarrollo del pensamiento matemático como medio de resolución y análisis.

Cada actividad se construye basada en aquellos estándares básicos de competencias que se relacionan con el DBA. Los procesos asociados al pensamiento métrico y las evidencias de aprendizaje, también son tomadas como punto de partida para el diseño de las actividades. Por último, se resalta y agradece el hecho de que el proceso de digitalización (diseño gráfico) de las actividades de aprendizaje será llevado a cabo por el Laboratorio de Innovación Digital, Clab (personal técnico contratado por la UNAL).

- **Fase 3: Diseño de las evaluaciones**

La evaluación es un proceso complejo que no siempre es efectuada de la mejor manera, lo cual repercute en el aprendizaje de los estudiantes. La estrategia que utiliza este trabajo para evaluar se desenvuelve a través de dos aspectos. El primero se aplica en las actividades de aprendizaje 1 y 2, y consiste en una evaluación desde el inicio hasta el final de la actividad, es decir, una evaluación en el transcurrir mismo de la actividad. En esta primera estrategia, no se concibe un momento aislado y específico, en el cual se “evalúe” al estudiante, sino que, durante el desarrollo de la actividad, existen mecanismos y evidencias que se encargan de hacer una evaluación (en tiempo real) del avance y aprendizaje del estudiante.

La segunda estrategia corresponde a la actividad 3, la cual evalúa a través del juego los aprendizajes del estudiante. En este caso, la actividad gira en torno al juego “quién quiere ser matemático”. Este proporciona una serie de cuestionamientos que utilizan el enfoque de resolución de problemas. También, promueve la preparación para las pruebas externas, ya que los cuestionamientos tienen diferentes opciones de respuesta, una de las cuales es la correcta.

En ambos casos, se quiere evaluar los aprendizajes en torno al pensamiento métrico y a través de sus procesos asociados. Los elementos constitutivos del RED quieren estimular en el estudiante procesos cognitivos para medir su avance en el aprendizaje. El diseño del recurso proporcionará un reporte automático al docente, en el cual podrá evidenciar el avance de los estudiantes.

- **Fase 4: Recursos digitales adicionales**

En esta fase del trabajo se le facilitará al docente una serie de enlaces tecnológicos, con los cuales tendrá acceso a otras actividades y recursos educativos relacionados con el alcance del DBA #5. Estos recursos adicionales se obtendrán a través de la página virtual “Colombia aprende” y se ponen a disposición de la comunidad educativa, acatando todas las medidas legales concernientes a la privacidad y uso de la producción intelectual de otros autores.

Este material de apoyo didáctico presenta algunos Objetos Virtuales de Aprendizaje (OVA) que han sido compartidos en dicha página virtual. El contenido del material proporciona elementos que desarrollan en los estudiantes competencias sobre:

- El reconocimiento de la magnitud tiempo.
- El reconocimiento de la magnitud longitud.
- La estimación de medidas de longitud.

- **Fase 5: Reflexiones del DBA como referente de calidad**

La última fase está destinada para hacer algunos comentarios generales en torno a los referentes de calidad, en particular a los DBA. Las diferentes falencias del referente y su grado de relación con los LC y EBC, dejan un marco de análisis respecto a la funcionalidad y pertinencia de los DBA. La articulación de los referentes de calidad es un factor de éxito en el sistema educativo y es función de toda la comunidad educativa proveer apreciaciones para el mejoramiento continuo de la educación en el país.

### **3.3 Población y muestra**

La población de este trabajo hace referencia a los estudiantes de grado primero de matemáticas (quienes se encuentran en la primera etapa de sus vidas) y desarrollan su escolaridad en el territorio colombiano. De acuerdo a eso y a partir del proyecto al cual pertenece este trabajo, la muestra se refiere a dichos estudiantes localizados en los departamentos de Sucre, Chocó, y Caldas.

### **3.4 Fuentes de información**

Este trabajo tiene como fuentes de información la literatura asociada en el marco referencial y la lectura del contexto de aquellos estudiantes pertenecientes a la población y muestra. Referentes de calidad del MEN, diferentes teorías sobre la enseñanza de las matemáticas, la resolución de problemas, el uso de las TIC como mediación cognitiva, la educación a la primera infancia, entre otras, hacen parte de la literatura y lectura del contexto que le da un sustento científico al trabajo.

Este trabajo pretende desarrollar propuestas que estén en función de la adquisición de competencias y de la apropiación de los procesos asociados al pensamiento métrico, en estudiantes con necesidades pedagógicas y de acuerdo a un contexto sociodemográfico

particular. Es así, como el RED elaborado se convierte en tras de las fuentes de información del presente trabajo.

### 3.5 Análisis e interpretación de los resultados

El análisis e interpretación de los resultados se sustentan a partir de las fases relacionadas en los instrumentos metodológicos (sección 3.2). En la segunda fase, “construcción de las actividades de aprendizaje”, se tienen en cuenta los procesos asociados al pensamiento métrico y, además, unos subprocesos que orientan el alcance de cada uno de los aprendizajes (relacionados en la *tabla 3.1*).

**Tabla 3- 1:** Procesos y subprocesos asociados al pensamiento métrico.

FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO MÉTRICO	
PROCESOS ASOCIADOS	SUBPROCESOS
La construcción de los conceptos de cada magnitud.	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Diferencia entre las mediciones de longitud, masa, capacidad y tiempo.</li> <li>○ Asociación de cada magnitud a los sistemas de medida.</li> <li>○ Identificación del entorno y su relación con las diferentes magnitudes.</li> </ul>
La comprensión de los procesos de conservación de magnitudes.	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Comprensión de las relaciones entre el pensamiento métrico y espacial.</li> <li>○ Identificación del uso de las unidades de medida en los procesos de conservación de magnitudes.</li> </ul>
La estimación de magnitudes y los aspectos del proceso de capturar lo continuo con lo discreto.	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ La estimación de medidas a partir del análisis contextual.</li> <li>○ Articulación de las mediciones continuas y el uso de conjuntos numéricos.</li> </ul>

La apreciación del rango de las magnitudes.	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Elementos diferenciadores de acuerdo al rango de una magnitud.</li> <li>○ Reconocimiento de los sistemas geométricos y su disposición hacia el uso de los sistemas de medidas.</li> </ul>
La selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ La selección de los sistemas de medición en el aprendizaje conceptual.</li> <li>○ Determinación de la coherencia y pertinencia del uso de los sistemas de medición.</li> </ul>
La diferencia entre la unidad y el patrón de medición.	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Utilización de patrones de medida.</li> <li>○ Comprensión de las nociones de relatividad en los patrones de medida.</li> </ul>
La asignación numérica.	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Correspondencia de los conjuntos numéricos en la medición.</li> <li>○ Comparación de valores numéricos.</li> </ul>
El papel del trasfondo social de la medición.	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Aporte a la sociedad desde la medición.</li> <li>○ Análisis crítico-reflexivo de la información para tomar decisiones.</li> </ul>

Fuente: Propia.

Cada uno de los subprocesos mostrados en la *tabla 3.1*, se articulan a las actividades de aprendizaje. Por consiguiente, el fortalecimiento del pensamiento métrico en los estudiantes se produce a partir del desarrollo de los procesos y/o subprocesos asociados. Esta estrategia de enseñanza y aprendizaje se basa en los fundamentos teóricos contemporáneos y que, junto a los enfoques de resolución de problemas y el uso de las TIC como mediación cognitiva, pretende impactar favorablemente a los estudiantes de grado primero de matemáticas.



## **4. Resultados**

Los resultados potenciales se obtienen a partir de las fases descritas en el capítulo anterior. En estas fases se consideran el aporte teórico para el docente, las actividades de aprendizaje para los estudiantes, la evaluación, material didáctico de apoyo y algunas sugerencias al DBA.

### **4.1 Resultado fase 1: fundamentación del docente**

El docente recibe una fundamentación teórica sobre la enseñanza de las matemáticas. Este contenido teórico proporciona un resumen de los referentes de calidad del MEN, algunas posturas sobre la educación matemática como el enfoque de resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento métrico en los estudiantes. Este resultado se logra obtener dentro del RED que se ofrece como producto esencial del presente trabajo. A continuación, algunos apartes sobre la fundamentación proporcionada al docente.

**Figura 4- 1:** Fundamentación teórica sobre el pensamiento métrico.

## ¿QUÉ ES EL PENSAMIENTO MÉTRICO?

Desde los lineamientos curriculares matemáticos, se define el pensamiento métrico como las facultades cognitivas para interactuar con magnitudes, su cuantificación y significado. Todo esto, para la comprensión de situaciones del diario vivir, profundamente relacionado con la medida, los sistemas en los que esta medida de una magnitud se puede representar, el valor aproximado o estimado al realizar una medida y también con el uso de instrumentos de medida (MEN, 1998).  
A continuación un ejemplo, en el cual se intenta promover el desarrollo del pensamiento métrico.

(Tomado de la cartilla "Matemáticas y Estadística", UNAL - 2019)

**Ejemplo:**  
(Tomado de la cartilla "Matemáticas y Estadística", UNAL - 2019)

Teniendo en cuenta la construcción de la figura, argumentar si la medida del área del rectángulo rosado es igual a la medida del área del rectángulo naranja.

**Solución**

Fuente: Propia.

Figura 4- 2: Ejercicio interactivo sobre la fundamentación teórica recibida.

### Arrastra cada recuadro a su enunciado correspondiente:

- Son estrategias didácticas que fomentan el análisis, la creatividad y la puesta en práctica de conocimientos; estas estrategias didácticas son formuladas desde un contexto próximo a la realidad del estudiante Brousseau (2007) lo define como la interacción de un sujeto con cierto medio para llegar a un conocimiento.
- Desarrollar habilidades cognitivas y competencias sociales que permitan la apropiación de los conocimientos matemáticos y su aplicación en los contextos y situaciones de la vida diaria.
- Uno de los parámetros de lo que todo niño, niña y joven debe saber y saber hacer para lograr el nivel de calidad esperado a su paso por el sistema educativo. Ya no es solo saber, ahora es también saber hacer. (MEN, 2008)
- Facultades cognitivas para interactuar con magnitudes, su cuantificación y significado. Todo esto, para la comprensión de situaciones del diario vivir, profundamente relacionado con la medida, los sistemas en los que esta medida de una magnitud se puede representar, el valor aproximado o estimado al realizar una medida y también con el uso de instrumentos de medida. (MEN, 1998).
- Explicitan los aprendizajes estructurantes para un grado y un área particular. Se entienden los aprendizajes como la conjunción de unos conocimientos, habilidades y actitudes que otorgan un contexto cultural e histórico a quien aprenda. Son estructurantes en tanto expresan las unidades básicas y fundamentales sobre las cuales se puede edificar el desarrollo futuro del individuo. (MEN, 2016)

- Enfoque de resolución de situaciones didácticas
- Pensamiento métrico
- Estándares básicos de competencias
- Derechos básicos de aprendizaje
- Pensamiento matemático

Fuente: Propia.

En el RED se proporciona una explicación teórica de los conceptos primordiales sobre el pensamiento métrico. El docente recibe una fundamentación que lo fortalece en sus conocimientos y lo faculta a seguir implementando prácticas pedagógicas oportunas. Tal y como lo muestran las *figuras 4-1* y *4-2*, la construcción teórica proporcionada se vale de ejemplos y ejercicios interactivos a lo largo del recurso, lo cual favorece el agrado del docente y la adquisición de los fundamentos ofrecidos.

En la *figura 4-1* se tiene una conceptualización del pensamiento métrico según los referentes de calidad del MEN. Además, todo el fundamento teórico brindado sobre el pensamiento métrico proviene de otros referentes bibliográficos (publicaciones de diferentes universidades nutren el fortalecimiento docente en este aspecto). Así mismo, la información provista en esta sección del RED, como el enfoque de resolución de problemas, está sustentada en autores relevantes y contemporáneos de la educación matemática.

El ejemplo planteado en la *figura 4-1* es una muestra de los propósitos contemporáneos en la enseñanza de las matemáticas. Allí, se dilucida un problema relativo a los sistemas de medida que abarca diferentes competencias y tipos de pensamiento. Es posible desarrollar aspectos del aprendizaje asociados al pensamiento numérico y según la creatividad del docente, desenvolver el problema por diferentes caminos acordes a las necesidades de los estudiantes.

Así como los niños tienen mayor afinidad a didácticas lúdicas e interactivas, también los docentes se sienten más cómodos cuando se forman en ambientes dinámicos y participativos. Por consiguiente, la fundamentación teórica alcanza una proximidad del docente con el recurso, lo hace partícipe a través de ejercicios que alimentan sus conocimientos y refrescan sus ponencias de aula. En la *figura 4-2* se tienen un ejercicio interactivo, en el cual se asocian conceptos relevantes para el fortalecimiento del pensamiento métrico, con la oportunidad de tener una experiencia divertida y lúdica en el RED elaborado.

## 4.2 Resultado fase 2: construcción de las actividades de aprendizaje

Las actividades de aprendizaje tienen como objetivo fortalecer el pensamiento métrico. Existen algunos procesos y subprocesos que se han asociado a este tipo de pensamiento matemático, en función de ejercer una educación estructurada, fundamentada y aplicada a las diferentes necesidades del entorno. A continuación, se presentan los resultados obtenidos siguiendo el derrotero descrito en la *sección 3.5 “Análisis e interpretación de resultados”*.

### 4.2.1 La construcción de los conceptos de cada magnitud

Las magnitudes inherentes al DBA #5 son la longitud, el tiempo, el peso y la capacidad. Una estrategia pedagógica para incursionar en el aprendizaje de estos conceptos, puede ser reconocer o diferenciar las características propias de cada magnitud.

- **Diferencia entre las mediciones de longitud, masa, capacidad y tiempo**

Este subproceso permite descubrir las diferentes características que tienen algunas magnitudes. Las características pueden aportar información sobre las unidades e instrumentos de medida, y su finalidad es construir un concepto claro y adecuado de cada magnitud.

**Figura 4- 3:** Construcción del concepto de cada magnitud.

**LLEVA LA RESPUESTA CORRECTA A CADA ESPACIO:**

La longitud se puede medir con una:

El tiempo se puede medir con un:

La báscula puede medir medir el:

  
**CRONÓMETRO      PESO      REGLA**

Fuente: Propia.

En este ejercicio (*figura 4-3*), el estudiante inicia a articular algunas características propias de cada magnitud con un concepto provisto previamente en algunas actividades de contenido teórico a efectuar por el docente. El resultado de conocer ambientes que confluyen en una magnitud, proporciona unas facultades cognitivas para la construcción del concepto. A partir de averiguar cuál instrumento mide la longitud o el tiempo, en un sistema de representación semiótico escrito, las nociones de información podrán ser claras y acertadas.

- **Asociación de cada magnitud a los sistemas de medida**

La *figura 4-4* presenta un ejercicio que identifica un instrumento para medir la longitud. Al relacionar instrumentos de medida con determinada magnitud, es posible encontrar construcciones cognitivas que propongan una idea clara y acorde a los conceptos requeridos. Los diferentes sistemas de representación semiótica son esenciales en el aprendizaje. En este ejercicio, la representación gráfica es un elemento indirecto que influye en la apropiación del conocimiento.

**Figura 4- 4:** Construcción del concepto de longitud.

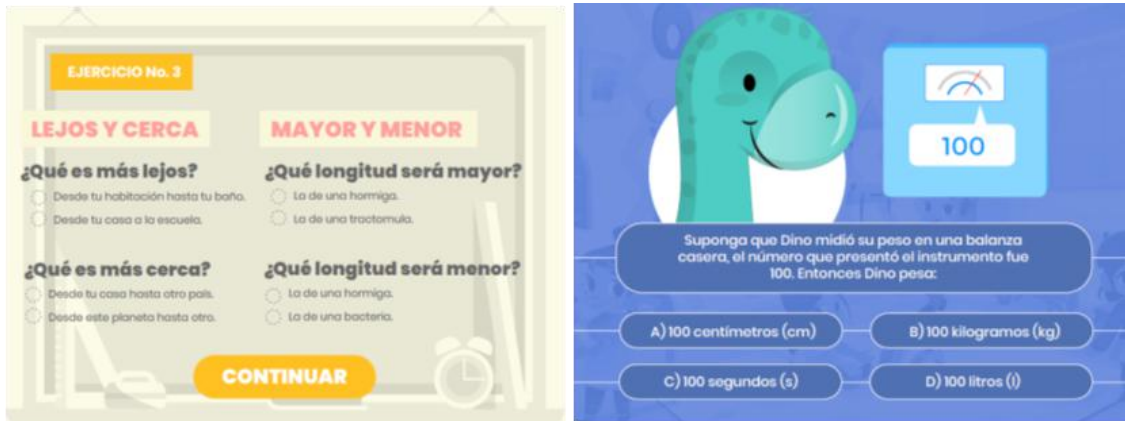


Fuente: Propia.

- **Identificación del entorno y su relación con las diferentes magnitudes**

Es necesario apropiarse los elementos caseros y cotidianos a los sistemas de medida. En la *figura 4-5* se puede evidenciar cómo algunos objetos que se tienen a la mano, son materiales didácticos en potencia. Nada mejor para el estudiante que efectuar su aprendizaje a través de estructuras a su alcance y de su entorno. Al lado izquierdo de esta figura se aprecia una estrategia acorde al contexto, ya que se le pide al estudiante evaluar una situación de su diario vivir y al mismo tiempo construir un concepto de magnitud que le permita llegar a la respuesta. Al lado derecho se hace uso de un elemento común dentro del hogar, una balanza como instrumento de medición, y la oportunidad de adentrarse en el concepto de la magnitud peso (también, el ejercicio hace alusiones al concepto de otras magnitudes).

**Figura 4- 5:** El entorno y los sistemas de medida.



Fuente: Propia.

#### 4.2.2 La comprensión de los procesos de conservación de magnitudes

Los estudiantes deben tener la capacidad de reconocer los procesos de conservación de las medidas. A veces, visualmente pareciera que una medida es mayor o menor, a partir de la forma del objeto. Sin embargo, el objeto puede cambiar su forma y no así, el valor numérico de la magnitud. Este tipo de situaciones hacen ahínco en el pensamiento espacial y los sistemas geométricos. Observe los siguientes ejercicios, tomados del RED diseñado.

- **Comprensión de las relaciones entre el pensamiento métrico y espacial.**

La *figura 4-6* muestra algunos ejercicios asociados a los procesos de conservación de magnitudes. Al lado derecho, se tiene una cuerda recta y su longitud no varía a pesar de los cambios en su dirección. Al lado izquierdo, se tiene un ejercicio que articula algunos conceptos del pensamiento espacial y los sistemas geométricos, a los procesos de conservación de magnitudes.

**Figura 4- 6:** El pensamiento espacial y la conservación de magnitudes.

**EJERCICIO No. 1**

**CUERDA RECTA DE 10 CM DE LONGITUD**

Si se tiene una cuerda recta de 10 cm de longitud y se envuelve formando una circunferencia, ¿cuánto medirá la longitud de la circunferencia?

A. Lo mismo, 10 cm.  
 B. Medirá menos, 5 cm.  
 C. Medirá más.

Si se tiene una cuerda recta de 10 cm de longitud y se envuelve formando la letra 'm', ¿cuánto medirá la longitud de la letra 'm'?

A. Lo mismo, 10 cm.  
 B. Medirá menos, 5 cm.  
 C. Medirá más.

Si se tiene una cuerda recta de 10 cm de longitud y se envuelve formando una espiral, ¿cuánto medirá la longitud de la espiral?

A. Lo mismo, 10 cm.  
 B. Medirá menos, 5 cm.  
 C. Medirá más.

**INICIALMENTE LA LÍNEA ESTÁ "PARADA"**

Si ahora "acuesta" esa línea... ¿Cambiaría la medida de su longitud?

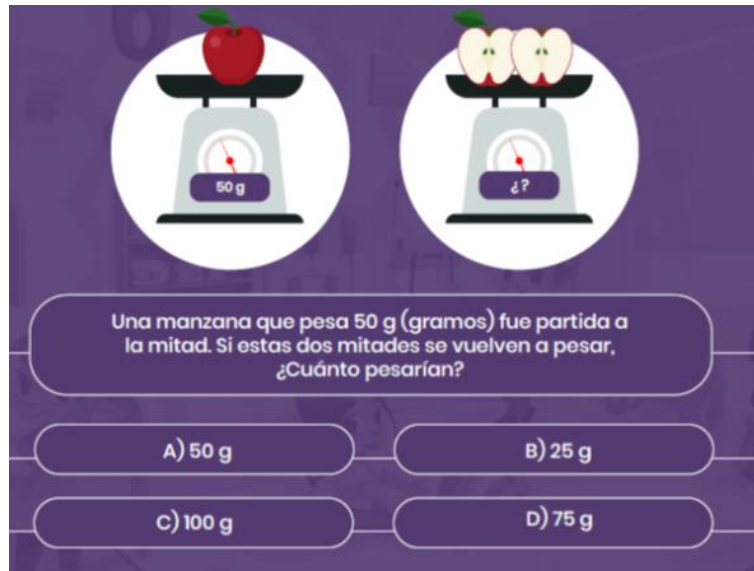
Sí  No

Fuente: Propia.

- **Identificación del uso de las unidades de medida en los procesos de conservación de magnitudes**

Como se aprecia en la *figura 4-7*, la partición de objetos y el uso de unidades de medida, pueden ser otros de los procesos que se asocian a la conservación de magnitudes, en este caso de la masa. Los estudiantes deben apropiarse de estas habilidades y llevarlas a un contexto cotidiano. En la actualidad, los medios de comunicación pueden ser utilizados indebidamente a través de noticias falsas o información engañosa. De tal manera y mediante el desarrollo de estos ejercicios, los estudiantes descubren que la apariencia puede no corresponder a la realidad.

**Figura 4- 7:** Uso de las unidades de medida para la comprensión de la conservación.



Fuente: Propia.

### 4.2.3 La estimación de magnitudes y los aspectos del proceso de capturar lo continuo con lo discreto

Figura 4- 8: Lectura del contexto para estimar medidas.



Fuente: Propia.

- **La estimación de medidas a partir del análisis contextual**

A partir de la *figura 4-8*, es posible apreciar algunos ejercicios que favorecen la estimación de medidas. En esta oportunidad, el análisis del contexto (comprensión lectora, identificación visual, otras) se traduce en una estrategia para alcanzar el aprendizaje. Al lado izquierdo, se evidencian dos imágenes las cuales son comparadas para estimar el peso de las papas. El ejercicio, al lado derecho, requiere de una lectura adecuada de la situación para su comprensión y así, obtener una medida estimada acorde al contexto.

- **Articulación de las mediciones continuas y el uso de conjuntos numéricos**

Este subproceso parece avanzado para el grado primero, pero no lo es. Muchos de los aprendizajes de la educación secundaria pueden ser desarrollados en la primaria, siguiendo unos niveles menores de dificultad y adaptando el contexto a uno más simple. La *figura 4-9*, presenta algunos ejercicios por medio de los cuales, los estudiantes de grado primero empiezan a reconocer el uso de diferentes conjuntos numéricos.

**Figura 4- 9:** Las mediciones continuas y el uso de los conjuntos numéricos.



Fuente: Propia.

#### 4.2.4 La apreciación del rango de las magnitudes.

Figura 4- 10: La selección de unidades de medida a partir del rango de la magnitud.



Fuente: Propia.

- **Elementos diferenciadores de acuerdo al rango de una magnitud**

El rango de una magnitud provee información útil para realizar una medición. En la *figura 4-10* se aprecian algunos objetos de medida de diferentes tamaños. En este ejercicio, el rango de longitud de acuerdo al tamaño de los diferentes objetos, es determinante para llegar a una solución correcta.

- **Reconocimiento de los sistemas geométricos y su disposición hacia el uso de los sistemas de medidas**

Las características geométricas de un objeto pueden determinar las unidades e instrumentos de medida. Por consiguiente, las decisiones que se tomen para medir algo muy grande serán acordes a ese tamaño, y viceversa (observar *figura 4-10*).

#### 4.2.5 La selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos

**Figura 4- 11:** El rango de una magnitud y los sistemas de medida.

The image displays two educational interface screens. The left screen features a green dinosaur character named Dino. A speech bubble above it shows a scale with the number 100. Below the dinosaur, a text box asks: "Suponga que Dino midió su peso en una balanza casera, el número que presentó el instrumento fue 100. Entonces Dino pesa:". Four multiple-choice options are provided: A) 100 centímetros (cm), B) 100 kilogramos (kg), C) 100 segundos (s), and D) 100 litros (l). The right screen is titled "SITUACIÓN" and features an illustration of a scientist in a white lab coat holding a clipboard. The text reads: "El saber del FUEGO. El sol (bola de fuego) está muy lejos de aquí. Tan lejos que caminando, las personas tardarían aproximadamente 3.000 años en llegar. Un científico quiere saber cuál unidad utilizar para medir la distancia al sol. ¿Será mejor utilizar el metro o el kilómetro?". A yellow "CONTINUAR" button is located at the bottom of the screen.

Fuente: Propia.

#### ▪ La selección de los sistemas de medición en el aprendizaje conceptual

Cuando los estudiantes seleccionan correctamente los elementos constitutivos de los sistemas de medida, como las unidades o los instrumentos, es posible indicar que se está logrando la apropiación del concepto de magnitud. Los aprendizajes a partir de procesos se asocian de tal manera que logren conectar saberes y conocimientos. Al lado izquierdo de la *figura 4-11* se aprecia un ejercicio, en el cual se llega a la respuesta teniendo en cuenta la selección de los sistemas de medición correctos.

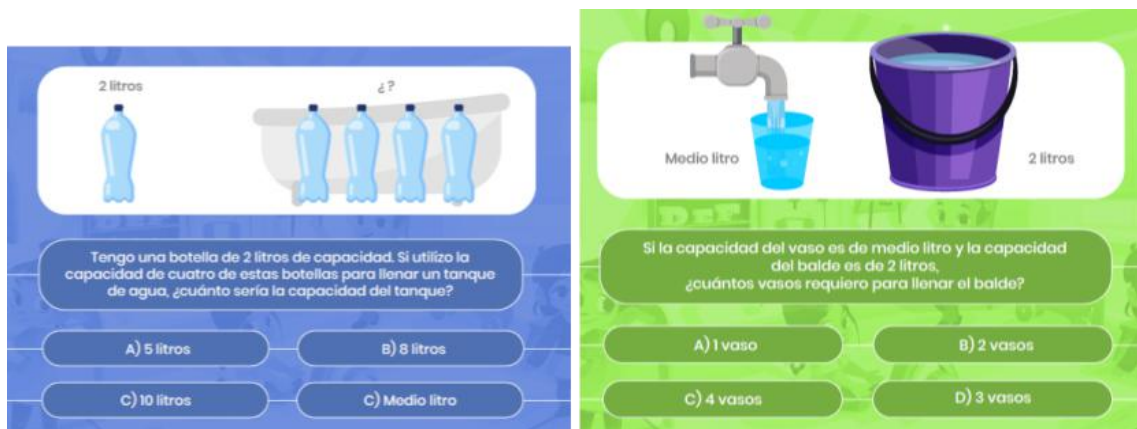
▪ **Determinación de la coherencia y pertinencia del uso de los sistemas de medición**

Los estudiantes asocian una magnitud a un sistema de medida. Es así como, la medición de la masa de un objeto es coherente con la utilización de los kilogramos (ver lado izquierdo de la *figura 4-11*). Como se adujo en el proceso anterior, el rango de una magnitud parte del conocimiento de las características del objeto de medida. Por ende, la pertinencia en la selección de los sistemas de medición pasa por cómo se ajusta a las realidades de la situación (ver lado derecho de la *figura 4-11*).

**4.2.6 La diferencia entre la unidad y el patrón de medición**

Los subprocesos que se desarrollan para reconocer la diferencia entre la unidad y el patrón de medición son: **la utilización de patrones de medida y la comprensión de las nociones de relatividad en los patrones de medida**. Se recomienda iniciar un proceso de aprendizaje en la medición a través del uso de patrones de medidas, ya que familiariza y apropia más al estudiante a los conceptos de este tipo de pensamiento. Tener claro que las unidades de medida están estandarizadas (acuerdos establecidos internacionalmente) y los patrones están sujetos a la relatividad, es indispensable para el aprendizaje y la conciencia del educando.

**Figura 4- 12:** El uso de patrones de medida.



Fuente: Propia.

Las actividades diseñadas buscan descubrir las diferencias entre la unidad y el patrón de medición. La *figura 4-12* presenta algunos ejercicios de la tercera actividad de aprendizaje del RED. Al lado derecho de esta figura, se observa como a partir de un vaso (patrón de medida) se puede estimar la capacidad de un balde. Al lado izquierdo, también se evidencia la estimación de una magnitud a través de un patrón de medición. Además, en ambos ejercicios es posible caracterizar algunos procesos asociados al pensamiento variacional. Esto confirma que, las intenciones pedagógicas adquieren diferentes ramificaciones y matices dentro de una situación didáctica, de acuerdo a la creatividad del docente y a las necesidades de aprendizaje de los estudiantes.

**Figura 4- 13:** Las nociones de relatividad del patrón de medida.



Fuente: Propia.

La *figura 4-13* muestra apartes del desarrollo de una actividad que fue diseñada para fortalecer el uso de la longitud. Allí se utiliza una regla, no tanto como instrumento de medida y sí más como patrón de medición. Por ende, se mide la longitud de una recta y arroja un resultado de tres de esas reglas (observar lado izquierdo de la figura). Cada una de estas reglas mide 15 centímetros como se aprecia al lado derecho de la figura. Ahora suponga otra regla de 9 centímetros, la cual deriva en un resultado de cinco reglas. Esto último caracteriza las nociones de relatividad inherentes al patrón de medición.

### 4.2.7 La asignación numérica

La asignación numérica está sujeta a elementos que conducen al error. La vista y los instrumentos de medida son algunos factores que inciden en la precisión de la asignación numérica. **La correspondencia de los conjuntos numéricos en la medición** se relaciona con la naturaleza continua de la medición. Es así como se utilizan diferentes conjuntos de numéricos para establecer un valor. En la *figura 4-14* se brindan ejercicios que ponen a prueba este subproceso.

**Figura 4- 14:** La asignación y los conjuntos numéricos.



Fuente: Propia.

**Comparar de valores numéricos** también hace parte del proceso para llegar a una asignación numérica precisa. Al lado izquierdo de la *figura 4-14* se muestra una balanza que pesa a una piña. Dentro de las opciones de respuesta de este ejercicio aparecen valores muy cercanos, estos al ser comparados y verificados visualmente, conllevan a la respuesta correcta. Al lado derecho de la *figura 4-14*, se presenta un ejercicio en el cual la comparación de imágenes con valores numéricos inherentes, produce la metodología para llegar a una respuesta deseada.

## 4.2.8 El papel del trasfondo social de la medición

Respecto al papel del trasfondo social de la medición. El recurso ofrece ejercicios que promueven **el aporte a la sociedad desde la medición y el análisis crítico-reflexivo de la información para tomar decisiones**. Los aprendizajes deben influir de forma positiva, la conducta del educando y su compromiso social. La medición debe ser utilizada en pro de las problemáticas actuales. Los conocimientos adquiridos en torno a este tipo de pensamiento matemático deben ir acompañados, como lo expresa la AMID, de una cultura crítica-reflexiva sobre la información circulante por los medios de comunicación.

Figura 4- 15: La AMID en el pensamiento métrico.

Otro estudiante consultó la pregunta en dos sitios de internet:

Sitio #1  
www.confiable.com

Sitio #2  
www.ambiguo.com

La mejor unidad de medida para medir el puente es:  
**Metro (m)**

La mejor unidad de medida para medir el puente es:  
**Centímetro (cm)**

Comenta con tus compañeros, ¿cuál consideras es la respuesta correcta? ¿qué te dice la portada de cada sitio de internet?

Un estudiante pidió ayuda en su hogar y le preguntó a su papá y a su hermana:

Su papá es médico en un hospital y respondió:  
**CENTÍMETRO**

Su hermana es estudiante de ingeniería civil en una universidad y respondió:  
**METRO**

Comenta con tus compañeros, ¿Quién consideras que respondió adecuadamente?  
¿Sus inclinaciones profesionales podrían determinar la veracidad de sus respuestas?

Fuente: Propia.

Figura 4- 16: La AMID en el pensamiento métrico (1).

**EJERCICIO No. 2**

Imagina que quieres comprar un escritorio de 1 metro de ancho para tu habitación. Para ello, encuentras el escritorio que quieres en dos revistas diferentes.

¿En cuál revista aparece el escritorio que quieres?

Número 1    Ambas    Número 2

**Revista #1**

1 metro

**Revista #2**

5 cuartas

Cada cuarta mide 20 cm

The image shows a worksheet for an exercise. At the top, it says 'EJERCICIO No. 2'. Below that, it asks the student to imagine buying a 1-meter wide desk. Two magazines are shown: 'Revista #1' shows a desk labeled '1 metro' with a measuring tape, and 'Revista #2' shows a desk labeled '5 cuartas' with a hand pointing to it. A note says 'Cada cuarta mide 20 cm'. At the bottom, there are three radio buttons for the question '¿En cuál revista aparece el escritorio que quieres?' with options 'Número 1', 'Ambas', and 'Número 2'.

Fuente: Propia.

La alfabetización mediática se logra ejercer en estos ejercicios. Internet, medios impresos o personas a nuestro alrededor, son factores de desinformación y engaño. Los estudiantes reconocen que, para medir largas longitudes es mejor utilizar unidades de mayor proporción y al mismo tiempo, se dan cuenta que un sitio de internet puede ser una fuente equivocada de información, así como lo es una persona con pocos conocimientos sobre el tema en cuestión (*figura 4-15*). La *figura 4-16* presenta un ejercicio en el cual se insta a la verificación de la información. Una noticia debe ser confirmada por el lector a través de otras fuentes de comunicación. Tal y como lo demuestran dos revistas inmobiliarias sobre las medidas de un escritorio en venta.

Las actividades diseñadas aportan un conocimiento útil para el educando. Como lo muestra la *figura 4-17*, una cultura ambiental y de ahorro hacen parte del desarrollo educativo a través del RED. Adicional, el ejercicio utiliza la promoción de la salud oral como situación didáctica.

**Figura 4- 17:** Trasfondo social en la medición.



Por 1.000 puntos

Si queremos cuidar nuestro planeta, debemos economizar el agua que utilizamos al lavarnos los dientes. Si por cada minuto que pasa con la llave del agua abierta, se desperdician 5 litros de agua; ¿cuántos litros de agua desperdició un niño que tuvo tres minutos la llave abierta, mientras lavaba sus dientes?

A) 20 litros      B) 15 litros

C) 10 litros      D) 5 litros

Fuente: Propia.

### 4.3 Resultado fase 3: diseño de evaluaciones

La evaluación del aprendizaje es un componente educativo muy importante. Esta evaluación puede efectuarse de diferentes maneras en una intención pedagógica: al final de la sesión educativa, en varios momentos de la sesión o inclusive, en forma continua (durante toda la sesión). En el RED construido se tuvo en cuenta tres actividades de aprendizaje. Dos de ellas, tienen una evaluación implícita en varios momentos de su desarrollo, ya que cuentan con ejercicios que permiten el avance a medida que las respuestas sean correctas, es decir, a medida que se alcance el aprendizaje. La otra actividad gira en torno a un juego utilizado como medio de evaluación. Por ende, a la vez que se aprende, se puede evaluar de forma continua los conocimientos adquiridos.

El recurso cuenta con la suficiente programación digital para garantizar el progreso en el aprendizaje del estudiante. Un progreso que se tiene gracias a una evaluación inherente a cada uno de los ejercicios contemplados en las actividades diseñadas. La evaluación

está enfocada a proveer información sobre la apropiación de los procesos asociados al pensamiento métrico y desde allí, se desprenden una serie de competencias y habilidades para la vida.

El enfoque de resolución de problemas y el uso de las TIC como mediación cognitiva, han sido dos elementos sustanciales en la construcción del RED. Es así como se logró diseñar actividades acordes a las posturas contemporáneas en la educación matemática, y utilizar los medios digitales de una forma en la cual el objetivo principal es el aprendizaje y la tecnología coadyuvante en ese objetivo. Por consiguiente, se obtuvo una evaluación acorde a todas esas apuestas pedagógicas. Además, la AMID y el juego como estrategia didáctica, complementaron las estrategias que hicieron parte de la construcción del recurso. De esta forma, se proporcionó un material con un fundamento educativo de calidad que permite evaluar oportunamente los aprendizajes del estudiantado.

#### **4.4 Resultado fase 4: recursos digitales adicionales**

Hoy en día, el internet le ha permitido al docente disponer de diferentes recursos didácticos. De este modo, es posible que el RED aquí diseñado sea encontrado en internet. Por otra parte, se han proporcionado algunos elementos de apoyo que desarrollan competencias similares a las del presente trabajo. Estos se han obtenido de “Colombia aprende”, un sitio en internet del MEN que provee diferentes herramientas para efectuar el proceso educativo en el país. Los enlaces digitales de dichos recursos adicionales son los siguientes.

- [https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G\\_1/M/menu\\_M\\_G01\\_U04\\_L04/index.html](https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_1/M/menu_M_G01_U04_L04/index.html)

Este material de apoyo relaciona un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA) que permite el desarrollo del pensamiento métrico. En especial, muestra actividades de aprendizaje para el reconocimiento del tiempo como magnitud.

- [https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G\\_1/M/menu\\_M\\_G01\\_U04\\_L03/index.html](https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_1/M/menu_M_G01_U04_L03/index.html)

Este material de apoyo permite el aprendizaje del concepto de longitud. El OVA asociado a este material presenta actividades de reconocimiento de la longitud y apropiación de sus características principales.

- [https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G\\_1/M/menu\\_M\\_G01\\_U04\\_L01/index.html](https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_1/M/menu_M_G01_U04_L01/index.html)

Por último, se proporciona este OVA. Un recurso diseñado para el aprendizaje del proceso asociado al pensamiento métrico “la estimación de magnitudes y los aspectos del proceso de capturar lo continuo con lo discreto”. Este material de apoyo se enfoca en el uso de la magnitud longitud.

## **4.5 Resultado fase 5: reflexiones del DBA como referente de calidad**

Como se manifestó en la *sección 1.1 (“Descripción y planteamiento del problema”)*, los DBA como referente de calidad del MEN, disponen de algunas orientaciones pedagógicas específicas o puntuales, es decir, brinda al docente actividades para aplicar en el aula de clase. A diferencia de otros referentes de calidad, como los LC y los EBC, los cuales proporcionan al docente algunas orientaciones de carácter general. También es oportuno recordar que los tres referentes de calidad acabados de mencionar, cuentan

con una articulación en su contenido, la cual debería ser lo suficientemente clara y concisa. Es así como los LC ofrecen una postura sobre la enseñanza de las matemáticas en la educación colombiana, y los EBC articulan esa postura al desarrollo y establecimiento de competencias, necesarias y adecuadas al contexto del estudiante. Por último, el MEN a través de los DBA proporciona algunas actividades y ejemplos, con el fin de ser tenidos en cuenta directamente en las aulas de clase, a partir de las teorías y estrategias pedagógicas de los otros dos referentes de calidad.

Dicho lo anterior, es posible apreciar que a los DBA les hace falta una mejor articulación con los LC y los EBC. Esta crítica se fundamenta en el hecho de que cada uno de los DBA no está directamente relacionado con los diferentes tipos de pensamiento matemático, ni con los estándares de competencias. Además, se recomienda que los DBA brinden mayores ejemplos para cada actividad de aprendizaje y relacionen su intención pedagógica a cada uno de los procesos asociados al tipo de pensamiento matemático. A continuación, se presentan algunas propuestas o sugerencias para mejorar la estructura de este referente de calidad.

- **Articulación con los demás referentes de calidad**

Se propone que cada DBA relacione explícitamente el tipo (o tipos) de pensamiento matemático que pretende desarrollar a través de las actividades de aprendizaje. Así mismo, cada DBA debería mencionar cuáles competencias son adquiridas por el estudiante. A continuación, se utiliza el DBA #5 como ejemplo para la construcción de la propuesta.

**Tabla 4- 1:** Articulación del DBA a los LC y EBC.

DBA #5 DE GRADO PRIMERO DE MATEMÁTICAS	
<b>Tipo (s) de pensamiento</b>	Pensamiento métrico y otros.
<b>Enunciado</b>	Realiza medición de longitudes, capacidades, peso, masa, entre otros, para ello utiliza instrumentos y unidades no estandarizadas y estandarizadas.

<p><b>Evidencias de aprendizaje</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Mide longitudes con diferentes instrumentos y expresa el resultado en unidades estandarizadas o no estandarizadas comunes.</li> <li>○ Compara objetos a partir de su longitud, masa, capacidad y duración de eventos.</li> <li>○ Toma decisiones a partir de las mediciones realizadas y de acuerdo con los requerimientos del problema.</li> </ul>
<p><b>EBC</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa) y, en los eventos, su duración.</li> <li>○ Comparo y ordeno objetos respecto a atributos medibles.</li> <li>○ Realizo y describo procesos de medición con patrones arbitrarios y algunos estandarizados, de acuerdo al contexto.</li> <li>○ Analizo y explico sobre la pertinencia de patrones e instrumentos en procesos de medición.</li> <li>○ Realizo estimaciones de medidas requeridas en la resolución de problemas relativos particularmente a la vida social, económica y de las ciencias.</li> <li>○ Reconozco el uso de las magnitudes y sus unidades de medida en situaciones aditivas y multiplicativas.</li> <li>○ Otros.</li> </ul>

Fuente: Propia.

En la *tabla 4-1* se observa el tipo de pensamiento matemático a través del cual se desarrolla el DBA. Se aclara que un DBA puede estar relacionado con diferentes pensamientos, esto depende del enfoque por el cual se desenvuelva el aprendizaje del estudiante de acuerdo a sus estilos, y de la creatividad del docente para adicionar o complementar acciones pedagógicas en sus pretensiones de clase. También, el DBA articula su alcance al desarrollo de diferentes competencias, tomadas del referente de calidad. Estas competencias están estrechamente relacionadas con el DBA y el tipo de pensamiento, sin embargo, a partir de la labor del docente y las necesidades educativas del estudiantado, pueden aparecer otros estándares en el desarrollo de las actividades de aprendizaje.

- **Ofrecer mayores ejemplos de aplicación**

Los ejemplos asociados a cada DBA constituyen una herramienta fundamental para el docente, ya que le proporciona actividades de aprendizaje para llevar a cabo en sus clases. No obstante, un solo ejemplo puede ser precario en la consecución del objetivo. Por ende, se sugiere ofrecer mayores alternativas pedagógicas al docente de acuerdo a las características del DBA, las cuales pueden presentarse por medio de enlaces digitales o explícitamente, en el referente de calidad. Las actividades de aprendizaje diseñadas en el RED, son algunos ejemplos adicionales con los cuales contará el docente. También, el material de apoyo descrito en la sección anterior (4.4) sirve como alternativas pedagógicas adicionales para el desarrollo del DBA. A continuación, se presentan apartes del material elaborado en el recurso.

**Figura 4- 18:** Inicio de la actividad de aprendizaje #1 del RED.



Fuente: Propia.

**Figura 4- 19:** Apartes de la actividad de aprendizaje #2 del RED.



Fuente: Propia.

Figura 4- 20: Apartes de la actividad de aprendizaje #3 del RED.



Fuente propia.

- **Enfoque a los procesos asociados**

Otra sugerencia que se hace al referente de calidad, es la de evidenciar o promover el desarrollo de los diferentes pensamientos a través de sus procesos asociados. En el caso del DBA #5 y su tendencia a lo métrico, este tipo de pensamiento cuenta con algunos procesos que proporcionan un mayor fundamento y claridad, respecto de la enseñanza y aprendizaje. Por ello, se recomienda que cada una de las actividades sean

diseñadas en base a estos procesos y que, además, sean mencionados explícitamente. Es decir, establecer los procesos que se tienen en cuenta para cada actividad o ejercicio de aprendizaje.

En el recurso, se informó acerca de los procesos asociados al pensamiento métrico a través de guías de apoyo para el docente. En estas guías del docente, es posible encontrar la relación de cada ejercicio con estos procesos. Así mismo, los EBC son evidenciados a partir de cada actividad de aprendizaje. Cada uno de los procesos, estándares y evidencias de aprendizaje, fueron el fundamento teórico para el diseño de las actividades y ejercicios.

**Tabla 4- 2:** Articulación del DBA a los procesos.

RED	PROCESOS ASOCIADOS AL PENSAMIENTO MÉTRICO
<b>Actividad de Aprendizaje #1</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ La construcción de los conceptos de cada magnitud.</li> <li>▪ La comprensión de los procesos de conservación de magnitudes.</li> <li>▪ La estimación de magnitudes y los aspectos del proceso de capturar lo continuo con lo discreto.</li> <li>▪ La selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos.</li> <li>▪ La diferencia entre la unidad y el patrón de medición.</li> <li>▪ El papel del trasfondo social de la medición.</li> </ul>
<b>Actividad de Aprendizaje #2</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ La comprensión de los procesos de conservación de magnitudes.</li> <li>▪ La apreciación del rango de las magnitudes.</li> <li>▪ La selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos.</li> <li>▪ La diferencia entre la unidad y el patrón de medición.</li> </ul>
<b>Actividad de Aprendizaje #3</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ La comprensión de los procesos de conservación de magnitudes.</li> <li>▪ La estimación de magnitudes y los aspectos del proceso de capturar lo continuo con lo discreto.</li> <li>▪ La apreciación del rango de las magnitudes.</li> <li>▪ La selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos.</li> <li>▪ La diferencia entre la unidad y el patrón de medición.</li> <li>▪ La asignación numérica.</li> <li>▪ El papel del trasfondo social de la medición.</li> </ul>

Fuente propia.



## 5. Conclusiones y recomendaciones

El presente trabajo logró dar respuesta a cada uno de los objetivos propuestos. También, se alcanzaron algunas metas que surgieron durante el proceso de desarrollo del trabajo. Con todo esto, se pudo efectuar un trabajo que fortaleciera el pensamiento métrico en los estudiantes de grado primero y se dieron pautas para dar continuidad a un proceso de enseñanza enfocado en posturas educativas contemporáneas. A continuación, se exponen las conclusiones que se obtuvieron y se brindan algunas recomendaciones.

- **Formación del docente**

La fundamentación compartida a los docentes, respecto a la enseñanza de las matemáticas, conlleva a la formación continua y a la actualización de saberes, los cuales son dos aspectos primordiales de calidad en la educación. Los docentes deben contar con una formación continua que logré impactar, en forma positiva, a sus estudiantes y comunidad educativa en general. Esta formación debe ser una apuesta del personal directivo. Los docentes deben tener una disposición y vocación para aprender y actualizar sus conocimientos, ya que la evolución de las diferentes posturas y teorías pedagógicas en la educación matemática es una constante (además, las necesidades del estudiantado son cambiantes y demandan la adaptación del docente).

En ese sentido, aunque se les entregó una información oportuna y pertinente a los docentes, es necesario contemplar diferentes fuentes de formación a lo largo del tiempo. Por otra parte, como se brindaron solo soportes teóricos sobre el pensamiento métrico, se recomienda acudir a una preparación en fundamentos conceptuales de los otros tipos de pensamiento matemático. Esto, en virtud del enfoque que tenga cada uno de los DBA.

- **Actividades de aprendizaje**

Respecto a las actividades de aprendizaje diseñadas en torno al fortalecimiento del pensamiento métrico, es posible concluir que se alcanzó el objetivo propuesto; ya que las actividades partieron del desarrollo de los procesos asociados, tal y como lo orientan el MEN y las diferentes teorías pedagógicas actuales. Así mismo, el enfoque basado en la resolución de problemas y el uso de las TIC como mediación cognitiva, lograron proveer un material didáctico lúcido para la adquisición del conocimiento.

La utilización del enfoque basado en la resolución de problemas ha logrado inmiscuir las matemáticas en situaciones cotidianas, por consiguiente, el desarrollo de competencias se hace más accesible y cercano al contexto particular del estudiante. Diseñar actividades de aprendizaje a través de este enfoque requiere tiempo y dedicación por parte del docente. Por ende, se recomienda encontrar espacios y momentos propicios para la planeación y organización de las labores pedagógicas a efectuar en las aulas de clase.

Otro de los componentes fundamentales en el diseño y construcción de las actividades fue el uso de las TIC como mediación cognitiva. Por medio de este enfoque se utilizó la tecnología como acompañante en la adquisición de aprendizajes. Hoy en día, el uso de la tecnología es inevitable. Pero, parte del éxito que se tenga en este aspecto dependerá de cómo el docente la incursiona en sus prácticas educativas. Esta implementación debe darse en forma natural, es decir, el uso de la tecnología debe estar sustentado como algo que ayuda a alcanzar un aprendizaje. Para eso, también se requiere de una capacitación que logre dar al docente visos de los beneficios que puede brindar la tecnología a sus labores pedagógicas.

- **Evaluaciones y material de apoyo**

En torno a las evaluaciones diseñadas y el material de apoyo proporcionado, se dan las siguientes conclusiones y recomendaciones. Lo primero es recalcar que las evaluaciones se efectúan a la par con el desarrollo de las actividades de aprendizaje. Esta forma de evaluar se logra debido al componente tecnológico, ya que éste brinda herramientas digitales por las cuales es posible conocer en tiempo real el alcance de los aprendizajes.

Aquí, se recomienda gestionar diferentes estrategias adicionales al RED ofrecido, con el ánimo de profundizar aún más en el conocimiento tratado y articular los aprendizajes adquiridos a otros campos del saber matemático (estas estrategias se dan a partir de la creatividad y disposición del docente).

Respecto a la utilización del material de apoyo, se recomienda al docente tomar un tiempo inicial para visualizarlo y poder encontrar estrategias pertinentes para la aplicación con estudiantes. También, se insta al docente a tener un actuar inquieto, en el sentido de propender por el descubrimiento de nuevos recursos didácticos a través de la exploración digital y el uso de elementos manipulativos.

- **El juego y la AMI**

Adicionalmente, este trabajo alcanzó algunas metas que se dieron en el transcurso, como el uso del juego para mediar el aprendizaje de estudiantes en edades iniciales o tempranas. Esta estrategia quedó evidenciada en la actividad de aprendizaje #3 y en las demás, aludiendo siempre a la lúdica como medio para alcanzar un grado mayor de interés y satisfacción en los estudiantes. Por otra parte, la intención del trabajo respecto a la AMI de los estudiantes, pudo constatarse a través del desarrollo de diferentes ejercicios dentro del RED. Esto logra promover una cultura transparente y legal sobre las fuentes de información que se reciben y proporcionan a diario, en un ambiente actual inundado por redes sociales y noticias falsas.



## **A. ANEXO: Recurso educativo digital**

El RED relacionado en este trabajo fue diseñado y elaborado con la asistencia técnica del Laboratorio de Innovación Digital, Clab. El recurso se presenta en forma de aplicación digital y puede ser utilizado sin la necesidad de internet.

## Referencias

- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Libros del Zorzal.
- Castillo, R., Ramírez, P. y Ruíz, LS (2017). *Necesidades de formación profesional en el ámbito de la primera infancia: Percepción y aportes del estudiantado*. Revista Electrónica Educare, 21(1), 1409-4258.
- Coronel, MV y Curotto, MM (2008). *La resolución de problemas como estrategia de enseñanza y aprendizaje*. Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias, 7 (2).
- Gómez, P., Castro, P., Bulla, A., Mora, MF, y Pinzón, A. (2016). *Derechos básicos de aprendizaje en matemáticas: revisión crítica y propuesta de ajuste*. Educación y Educadores, 19 (3), 315-338.
- Gómez, P. y Velazco, C. (2017). *Complejidad y coherencia de documentos curriculares colombianos: Derechos Básicos de Aprendizaje y Mallas de Aprendizaje*. Revista Colombiana de Educación, (73), 259-279.
- Hernández, R. (2014). *Metodología de la investigación*. (6ª ed.). McGraw-Hill.
- Jiménez, LM (2016). *Proyecto de Aula para Fortalecer el Pensamiento Numérico a través de la Utilización de Material Manipulativo en los Niños de Preescolar de la I.E.V.S Sede Fidel Antonio Saldarriaga*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia. Medellín.

Linares, N., Verdecia, EY y Álvarez, EA (2014). *Tendencias en el desarrollo de las TIC y su impacto en el campo de la enseñanza*. Revista Cubana de Ciencias Informáticas, 8 (1), 127-139.

Lozano, A. (2015). *La enseñanza del pensamiento aleatorio en estudiantes de grado quinto en la escuela Dulcenombre en Samaná*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia. Manizales.

Mertala, P. (2019), *Teachers' beliefs about technology integration in early childhood education: A meta-ethnographical synthesis of qualitative research*. Science Direct. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0747563219302900?via%3Dihub>

Ministerio de Educación Nacional (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Ministerio de Educación Nacional. Colombia. [https://www.mineduccion.gov.co/1759/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](https://www.mineduccion.gov.co/1759/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)

Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Ministerio de Educación Nacional. Colombia.

Ministerio de Educación Nacional (2014). *Sentido de la educación inicial*. Rey Naranjo Editores. [https://www.mineduccion.gov.co/1759/articles-341810\\_archivo\\_pdf\\_sentido\\_de\\_la\\_educacion.pdf](https://www.mineduccion.gov.co/1759/articles-341810_archivo_pdf_sentido_de_la_educacion.pdf)

Ministerio de Educación Nacional (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje. Segunda versión. Matemáticas*. Ministerio de Educación Nacional. Colombia. [https://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA\\_Matem%C3%A1ticas.pdf](https://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf)

Ministerio de Educación Nacional (24 de marzo de 2017). *Derechos básicos de aprendizaje*. Colombia aprende.

<http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/node/94184#:~:text=Los%20Derechos%20B%C3%A1sicos%20de%20Aprendizaje,expresiones%20art%C3%ADsticas%20la%20exploraci%C3%B3n%20del>

Ministerio de Educación Nacional (2020). *Contenidos para aprender*. Colombia Aprende. <https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/>

Montes, MY (2017). *Propuesta metodológica que contribuye a la enseñanza de las ondas mecánicas y sus propiedades mediadas por las TIC*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia. Medellín.

Muñoz, JJ (2015). *Enseñanza basada en resolución de problemas: distancia entre conocimiento teórico y saber común*. (Tesis de doctorado). Universidad Autónoma de Barcelona. España.

Öfele, MR (2014). *Juego, ternura y encuentro. Fundamentos en la primera infancia*. Espacios en Blanco. Revista de Educación, (24), 71-80.

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (2017). *Alfabetización mediática e informacional*. Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. <http://www.unesco.org/new/es/communication-and-information/media-development/media-literacy/mil-as-composite-concept/>

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (2019). *La atención y educación de la primera infancia*. Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. <https://es.unesco.org/themes/atencion-educacion-primera-infancia>

Sandoval, IT y Moreno, LE (2012). *Tecnología digital y cognición matemática: retos para la educación*. Corporación Universitaria Iberoamericana. Revista de la Unidad de

Educación de la Facultad de Ciencias Humanas y Sociales. *Horizontes Pedagógicos*, 14 (1), 21-29.

Universidad de Antioquia (2006). *Serie didáctica de las matemáticas. Pensamiento métrico y sistemas de medidas*. Secretaría de Educación para la Cultura de Antioquia. Colombia.

Universidad Nacional de Colombia (2014). *Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales*. Universidad Nacional de Colombia. Manizales. <http://programasacademicos.unal.edu.co/?pt=3>

Universidad Nacional de Colombia (2019). *Matemáticas y estadística. Cartilla para la enseñanza y aprendizaje de las ciencias exactas*. Universidad Nacional de Colombia. Manizales.

Universidad Nacional de Colombia (2019). *Presentación del Proyecto. Fortalecimiento docente desde la Alfabetización Mediática Informativa y la CTel, como estrategia didáctico-pedagógica y soporte para la recuperación de la confianza del tejido social afectado por el conflicto*. Universidad de Caldas.

Universidad Nacional de Colombia (2019). *Presentación del subproyecto. Diseño de Recursos Educativos Digitales (RED) para estudiantes y profesores de educación básica y media, sobre la implementación de los derechos básicos de aprendizaje (DBA) de matemáticas y ciencias naturales*. Universidad Nacional de Colombia. Manizales.

Universidad Nacional de Colombia (15 de noviembre de 2019). *Educación en Ciencias Exactas y Naturales. Grupo de investigación*. Universidad Nacional de Colombia. Manizales.

Yilmaz, RM (2015). *Educational magic toys developed with augmented reality technology for early childhood education*. Science Direct.  
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0747563215300510?via%3Dihub>

Zapata, BE y Ceballos, L. (2010). *Opinión sobre el rol y perfil del educador para la primera infancia*. Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales, Niñez y Juventud, 8(2), 1069-1082.