



EFECTO DEL CAMPO MAGNÉTICO EN LA PRODUCCIÓN DE OSCILACIONES GIGANTE-RABI EN EL MARCO DE LA CQED ACÚSTICA

Jose Luis Alvarado Martínez

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias, Departamento de Física
Bogotá, Colombia
2025

EFECTO DEL CAMPO MAGNÉTICO EN LA PRODUCCIÓN DE OSCILACIONES GIGANTE-RABI EN EL MARCO DE LA CQED ACÚSTICA

Jose Luis Alvarado Martínez

Trabajo final de maestría presentado como requisito parcial para optar al
título de:

Magíster en Ciencias Física

Director:

Ph.D., Herbert Vinck Posada

Codirector:

Ph.D., Edgar Arturo Gómez

Línea de investigación:

Óptica cuántica en sistemas nanoestructurados

Grupo de investigación:

Superconductividad y nanotecnología

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias, Departamento de Física
Bogotá, Colombia

2025

Dedicatoria

A mi esposa, **Tatiana**, por estar siempre a mi lado, brindándome fortaleza y motivación. Su confianza inquebrantable y su apoyo incondicional me impulsaron a seguir adelante en los momentos más difíciles. A los padres de Tatiana, en especial a la señora **Milena**, por su constante fe en mí y por su generoso ejemplo, que ha sido un regalo invaluable.

A mi madre, **María**, por su amor incondicional y su apoyo constante, especialmente durante la pandemia. Gracias por ser mi mayor inspiración e impulso para alcanzar esta meta.

A mi hermana y a mis sobrinas, quienes siempre me han visto como un ejemplo a seguir y han creído en mi capacidad. Su cariño y confianza han sido una fuente inagotable de motivación.

Agradecimientos

Mi especial reconocimiento a **Vladimir**, cuya guía fue crucial en un momento de gran confusión. Sus orientaciones me ayudaron a identificar errores, a comprender el núcleo de mi investigación y a construir una ruta clara para avanzar. Aprecio profundamente el tiempo y el conocimiento que me brindó, los cuales me permitieron mantener el enfoque y superar los obstáculos.

A mi director, **Herbert Vinck**, por su invaluable apoyo en los momentos en que el avance parecía imposible. Su confianza en mis capacidades me dio la seguridad necesaria para superar las limitaciones y llevar a cabo este estudio. De igual forma, agradezco a su esposa, la señora **Ligia**, por sus palabras motivacionales y sus sabios consejos, que fueron un aliento constante a lo largo de este proceso.

A mi co-director, el profesor **Edgar**, por su diligente guía y valiosa mentoría. Su entusiasmo fue una fuente de motivación constante, y sus acertadas sugerencias y recomendaciones fueron cruciales para mi crecimiento académico y personal.

Al profesor **José María**, mi gratitud por su tiempo y por la dedicación que mostró al escuchar mis ideas. Sus conocimientos sobre la física subyacente de los fenómenos estudiados y su perspectiva sobre las implicaciones del trabajo fueron fundamentales para dar el valor y la importancia debida a mis resultados.

A **Erik**, por sus valiosas sugerencias y comentarios, que fueron de gran ayuda en la preparación de mi defensa.

A mis amigos, compañeros y colegas, especialmente a **Wilder** y **Keven**, por su invaluable compañía, esfuerzo y apoyo en los momentos difíciles de nuestra trayectoria común.

A todas las personas que contribuyeron a este proyecto, aunque no sean mencionadas aquí, les extiendo mi más sincero agradecimiento. Sus aportes, por más mínimos que fuesen, fueron importantes para el desarrollo de esta tesis.

Resumen

EFFECTO DEL CAMPO MAGNÉTICO EN LA PRODUCCIÓN DE OSCILACIONES GIGANTE-RABI EN EL MARCO DE LA CQED ACÚSTICA

Se estudia la manipulación de los estados excitónicos en un punto cuántico semiconductor acoplado a una cavidad acústica monomodal, considerando la interacción electrón-fonón y bombeo coherente, con el alcance de sintonizar las oscilaciones gigante-Rabi al aplicar un campo magnético que afecta a los excitones a través de la interacción Zeeman y el corrimiento diamagnético. Además de modelar un sistema cerrado mediante la diagonalización del Hamiltoniano y la resolución de la ecuación de Schrödinger, se adopta el formalismo de matriz densidad para incorporar procesos de emisión espontánea, pérdida de la cavidad y desfase, lo cual permite analizar la función de correlación de segundo orden ($\text{haz-}N$), identificando fenómenos como superagrupamiento, agrupamiento y antiagrupamiento, así como examinar el espectro de emisión y constatar la aparición de picos que evidencian la emisión de fonones en circunstancias específicas. El campo magnético sintoniza la participación de los excitones en las oscilaciones gigante-Rabi al modificar la estructura de espines y generar un corrimiento energético, facilitando la conversión de estados oscuros a brillantes y definiendo si la base preferida es vestida o desnuda. Finalmente, las conclusiones muestran que esta capacidad de ajustar la contribución excitónica mediante la interacción Zeeman y el corrimiento diamagnético, en combinación con el bombeo coherente, ofrece nuevas posibilidades para la ingeniería de sistemas cuánticos, mejorando la coherencia y habilitando el control de la emisión de paquetes de fonones.

Palabras clave: campo magnético, oscilaciones gigante-Rabi, agrupamiento, antiagrupamiento, $\text{haz-}N$.

Abstract

EFFECT OF THE MAGNETIC FIELD ON THE PRODUCTION OF GIANT-RABI OSCILLATIONS IN THE FRAMEWORK OF THE ACOUSTIC CQED

The manipulation of excitonic states in a semiconductor quantum dot coupled to a single-mode acoustic cavity is studied, considering the electron–phonon interaction and coherent pumping, with the aim of tuning the giant-Rabi oscillations by applying a magnetic field that affects the excitons through the Zeeman interaction and the diamagnetic shift. In addition to modeling a closed system via diagonalization of the Hamiltonian and solving the Schrödinger equation, the density matrix formalism is adopted to incorporate processes such as spontaneous emission, cavity loss, and dephasing. This approach allows the analysis of the second-order correlation function (N -bundle), identifying phenomena such as superbunching, bunching, and antibunching, as well as examining the emission spectrum and confirming the appearance of peaks that reveal phonon emission under specific circumstances. The magnetic field tunes the participation of excitons in the giant-Rabi oscillations by modifying the spin structure and generating an energy shift, enabling the conversion of dark states to bright states and determining whether the preferred basis is dressed or bare. Finally, the conclusions show that this ability to adjust the excitonic contribution through the Zeeman interaction and the diamagnetic shift, in combination with coherent pumping, offers new possibilities for quantum system engineering, improving coherence and enabling control over phonon packet emission.

Keywords: magnetic field, giant-Rabi oscillations, bunching, antibunching, N -bundle.

Índice general

| | |
|---|------------|
| Resumen | ix |
| Índice de figuras | xvi |
| Introducción | 1 |
| 1. Motivación | 3 |
| 2. Problema de investigación | 5 |
| 2.1. Objetivos | 5 |
| 2.2. Alcances y limitaciones | 6 |
| 3. Estado del arte | 7 |
| 3.1. Estructura fina de excitones neutros y cargados QDs autoensamblados . . . | 7 |
| 3.2. Resonancia de tres fotones y paso adiabático | 9 |
| 3.3. Excitones oscuros en QD-cavidad con campo inclinado | 11 |
| 3.4. Emisión de <i>bundle</i> de N -fonones mediante el proceso de Stokes | 16 |
| 3.5. Oscilaciones gigantes de Rabi de excitones oscuros sin campo magnético externo | 21 |
| 4. Descripción del sistema físico | 27 |
| 5. Modelo Teórico | 31 |
| 5.1. Fundamentos | 31 |
| 5.2. Oscilaciones de Rabi | 32 |
| 5.3. Sistemas en interacción con el entorno | 34 |
| 5.4. Sistema | 37 |
| 6. Resultados | 41 |
| 6.1. Sistema sin campo magnético | 43 |
| 6.2. Sistema en configuración de Voigt | 45 |
| 6.3. Sistema en configuración de Faraday | 50 |
| 7. Análisis de resultados | 55 |
| 7.1. Sin campo magnético | 58 |
| 7.2. Configuración de Voigt | 59 |
| 7.3. Configuración de Faraday | 60 |
| Conclusiones y Proyecciones | 63 |
| A. Anexo: Construcción de las bases | 67 |
| A.1. Transformación al marco rotante | 70 |

Índice general

| | |
|--|-----------|
| A.2. Regímenes de resonancias de Stokes | 72 |
| A.3. Estudio de los sub Hamiltonianos con excitones | 75 |
| B. Anexo: Vectorización | 81 |
| C. Anexo: Dinámica del sistema abierto | 83 |
| D. Anexo: El Triple Anticruce: Un Escudo Cuántico para Estados Frágiles | 87 |
| Bibliografía | 89 |

Índice de figuras

| | | |
|-------|---|----|
| 1.1. | Mecanismos de interacción de sistemas nano-opto-electromecánicos | 4 |
| 3.1. | Gráfica de E_3/ω_a y E_4/ω_a frente a ω_c/ω_a | 9 |
| 3.2. | Probabilidades de los estados $ e, 0\rangle$ y $ g, 3\rangle$ | 10 |
| 3.3. | Esquema del sistema cavidad-QD bajo láser pulsado y campo magnético | 11 |
| 3.4. | Espectro excitónico en función del campo magnético | 12 |
| 3.5. | Componentes de probabilidad en la base excitónica desnuda | 13 |
| 3.6. | Ocupación excitónica según campo magnético y ángulo | 15 |
| 3.7. | Estado estacionario vs. intensidad del campo magnético | 16 |
| 3.8. | Oscilaciones gigantes de Rabi en la dinámica de población | 18 |
| 3.9. | Funciones de correlación $g^{(n)}$ en función de Δ/ω_b | 19 |
| 3.10. | Evolución del estado $ n, d_+\rangle$ para $n = 2$ y $n = 3$ | 22 |
| 3.11. | Espectro de emisión de fonones y elementos de eigenmatrices | 25 |
| 4.1. | Sistema físico | 27 |
| 4.2. | Imagen STM tridimensional de un punto cuántico (QD) | 28 |
| 6.1. | Anticruce y oscilación de Rabi sin campo magnético | 43 |
| 6.2. | Cruce y composición de estados sin campo magnético | 43 |
| 6.3. | Funciones de correlación de 2-fonones en tiempo igual | 44 |
| 6.4. | Espectro de emisión de fonones con diferentes procesos | 44 |
| 6.5. | Anticruce y oscilación de Rabi con campo magnético Voigt | 46 |
| 6.6. | Variación de energías en función de <i>detuning</i> y campo magnético Voigt | 46 |
| 6.7. | Dependencia de la resonancia con el campo magnético Voigt | 47 |
| 6.8. | Composición del estado propio en función del campo magnético Voigt | 47 |
| 6.9. | Desdoblamiento de Rabi en función del campo magnético Voigt | 48 |
| 6.10. | Oscilaciones gigantes de Rabi bajo campo magnético Voigt | 48 |
| 6.11. | Funciones de correlación de fonones en función del campo magnético Voigt | 49 |
| 6.12. | Espectro de emisión fonónico en función del campo magnético Voigt | 49 |
| 6.13. | Anticruce y oscilación de Rabi con campo magnético Faraday | 50 |
| 6.14. | Variación de energías en función de <i>detuning</i> y campo magnético Faraday | 50 |
| 6.15. | Dependencia de la resonancia con el campo magnético Faraday | 51 |
| 6.16. | Composición fraccional y acoplamiento en oscilaciones de Rabi Faraday | 51 |
| 6.17. | Desdoblamiento de Rabi en función del campo magnético Faraday | 52 |
| 6.18. | Oscilaciones gigantes de Rabi bajo campo magnético Faraday | 52 |
| 6.19. | Correlación de fonones en presencia de campo magnético Faraday | 53 |
| 6.20. | Espectro de emisión fonónico en función del campo magnético Faraday | 53 |
| 7.1. | Esquema de la cavidad acústica | 56 |
| 7.2. | Estados e interacciones del punto cuántico. | 56 |
| 7.3. | Diagrama de energía sin láser y sin campo magnético | 57 |

Índice de figuras

| | |
|---|----|
| A.1. Esquema de estados QD y sus interacciones en la base J_z | 67 |
| A.2. Esquema del modelo y resonancias de Stokes en el dominio de frecuencia | 73 |
| A.3. Resonancias de Stokes en el primer régimen de parámetros | 73 |
| A.4. Estructura de energía en el régimen de acoplamiento fuerte | 74 |
| A.5. Régimen de impulso fuerte o de Mollow | 75 |
| C.1. Evolución temporal de poblaciones sin campo magnético | 83 |
| C.2. Evolución temporal de poblaciones en configuración de Voigt | 84 |
| C.3. Evolución temporal de poblaciones en configuración de Faraday | 84 |
| D.1. (Faraday) Triples anticruces encontrados | 88 |

Introducción

La interacción entre qubits semiconductores y modos acústicos confinados ha emergido como un área prometedora en la investigación de sistemas cuánticos híbridos. En particular, los puntos cuánticos autoensamblados de InAs/GaAs han demostrado ser plataformas viables para el estudio del acoplamiento excitón-fonón, permitiendo explorar fenómenos como la decoherencia inducida por fonones y la manipulación coherente de estados cuánticos mediante excitación óptica modulada acústicamente. Este tipo de interacción es crucial para el desarrollo de esquemas de control cuántico en dispositivos semiconductores, donde los modos acústicos pueden influir en la evolución de los estados electrónicos sin necesidad de un acoplamiento fuerte (Schuetz, 2015).

Uno de los fenómenos más notables en estos sistemas es el de las **oscilaciones gigantes de Rabi**, una extensión de las oscilaciones de Rabi convencionales en la que se producen transiciones entre estados cuánticos con diferencias de número de excitaciones mayores a uno (Bin et al., 2020; Vargas-Calderón et al., 2022). Estas oscilaciones pueden observarse incluso en regímenes de acoplamiento débil excitón-fonón, donde la interacción con modos acústicos de alta frecuencia modula la evolución del sistema. En particular, las oscilaciones gigantes de Rabi proporcionan un marco experimental único para estudiar la no linealidad cuántica en sistemas híbridos, permitiendo explorar nuevos esquemas de control coherente y manipulación de estados cuánticos en dispositivos semiconductores acoplados a modos acústicos.

En este contexto, el **campo magnético aplicado** desempeña un papel esencial en la manipulación de los estados cuánticos de los puntos cuánticos semiconductores. Su influencia se extiende más allá de la simple modificación de las energías de los niveles cuánticos, afectando también la resonancia y el acoplamiento entre los qubits y los modos acústicos (Koch et al., 2007). Mediante un control preciso del campo magnético, es posible sintonizar las condiciones del sistema para favorecer la aparición de oscilaciones gigantes de Rabi, lo que resulta fundamental para el desarrollo de dispositivos cuánticos avanzados con mayor control sobre la coherencia y la transferencia de información cuántica.

La producción de oscilaciones gigantes de Rabi en el contexto de la **cQED acústica** no solo contribuye al entendimiento fundamental de las interacciones cuánticas, sino que también abre el camino hacia aplicaciones tecnológicas clave, como la implementación de puertas lógicas cuánticas asistidas por fonones y el desarrollo de sistemas de transmisión de información cuántica basados en modos acústicos. A pesar de estos avances, la influencia exacta del campo magnético en la generación y evolución de estas oscilaciones sigue siendo un aspecto que requiere una comprensión más profunda, lo que motiva la presente investigación.

El **objetivo principal** de esta tesis es analizar cómo la variación del campo magnético afecta la producción y la dinámica de las oscilaciones gigantes de Rabi en sistemas de cQED acústica basados en puntos cuánticos semiconductores de InAs/GaAs. Para ello, se

desarrollará un modelo teórico detallado del sistema y se realizarán simulaciones numéricas que permitirán predecir su comportamiento bajo diferentes condiciones magnéticas. Asimismo, se evaluarán las implicaciones de estos resultados para el diseño y la optimización de sistemas cuánticos acoplados.

La estructura de esta tesis se organiza de la siguiente manera. En el **Capítulo 1** se presenta la motivación del estudio, resaltando la importancia de los sistemas cavidad-QD acústicos y su interacción con fonones en el contexto de la cQED acústica. El **Capítulo 2** define el problema de investigación, estableciendo los objetivos específicos y las preguntas que guían este trabajo. En el **Capítulo 3** se revisa el estado del arte, abarcando estudios previos sobre cQED acústica, puntos cuánticos semiconductores y oscilaciones de Rabi. El **Capítulo 4** describe el sistema físico considerado, detallando la estructura de los puntos cuánticos de InAs/GaAs y su integración en la cQED acústica. En el **Capítulo 5** se desarrolla el modelo teórico que permitirá analizar las oscilaciones gigantes de Rabi en presencia de un campo magnético. El **Capítulo 6** expone los resultados obtenidos a partir de las simulaciones, mientras que el **Capítulo 7** presenta un análisis detallado de estos resultados. Finalmente, se presentan las conclusiones, junto con posibles direcciones para futuras investigaciones, seguidas de los apéndices y las referencias bibliográficas.

1. Motivación

Los sistemas de microcavidad que contienen puntos cuánticos (*quantum dots*, QDs) han sido objeto de intensa investigación en las últimas décadas (Reitzenstein, 2012). En estos sistemas, se han explorado fenómenos fundamentales como el control de las tasas de emisión espontánea (Bayer et al., 2001) y la generación de fuentes de fonones individuales (Michler et al., 2000), con el objetivo general de manipular las propiedades cuánticas de la materia y las vibraciones de la red cristalina (Ramírez-Ramírez et al., 2019). En particular, la interacción electrón-fonón influye significativamente en la dinámica del sistema, incluso en el régimen de acoplamiento débil, donde facilita la transferencia de energía entre el punto cuántico y la cavidad acústica al mediar procesos de dispersión y relajación. Este efecto ha sido ampliamente estudiado en sistemas semiconductores, donde se ha demostrado que los fonones pueden modificar la coherencia y la ocupación excitónica bajo diferentes condiciones experimentales (Krychowski & Lipiński, 2023).

Los sistemas cavidad-QD acústicos han despertado un gran interés debido a su potencial para la manipulación controlada de la interacción fonón-materia, este es uno de los mecanismos de interacción comúnmente estudiados en este tipo de plataformas (ver fig. 1.1), y su aplicabilidad en el desarrollo de tecnologías cuánticas (Echeverri Arteaga, 2019). Una de sus principales ventajas es la posibilidad de controlar la condición de resonancia entre los modos acústicos de la cavidad y los estados del QD. Este ajuste puede lograrse mediante la variación de la temperatura de la red de QDs (Reithmaier et al., 2004), la aplicación de un campo eléctrico \vec{E} , que puede modificar la interacción electrón-fonón, o mediante un campo magnético \vec{B} , el cual influye en la propagación de fonones y en la estructura electrónica del punto cuántico a través del desplazamiento diamagnético y la interacción Zeeman (Bayer et al., 2002; Jiménez-Orjuela et al., 2017).

En los QDs semiconductores, además de los estados de excitón brillante, es posible encontrar estados que no interactúan con la radiación electromagnética, conocidos como excitones oscuros¹. Las reglas de selección de Pauli determinan si un estado excitón es brillante u oscuro, siendo brillante cuando el espín del electrón y el del hueco son anti-paralelos, y oscuro en caso contrario. Los excitones oscuros, al ser ópticamente inactivos, no se recombinan por emisión de fotones, lo que les confiere tiempos de vida más largos. Además, al ser neutros, estos estados no están sujetos a la influencia electrostática del entorno (Jiménez-Orjuela et al., 2017; Vargas-Calderón et al., 2022). En el contexto de la interacción con fonones, los excitones oscuros juegan un papel crucial en la manipulación de la información cuántica (Poem et al., 2010). Dado que los estados oscuros y brillantes presentan degeneración y no son accesibles directamente mediante excitación óptica, es posible inducir su acoplamiento a través de procesos mediados por fonones o por un campo magnético \vec{B} , donde B_{\parallel} aplicado en la dirección de crecimiento del QD permite

¹Un excitón es una cuasipartícula formada por la interacción Coulombiana entre un electrón en la banda de conducción y el hueco que dejó en la banda de valencia. Los excitones pueden formarse si la energía suministrada al electrón no es suficiente para liberarlo completamente.

1. Motivación

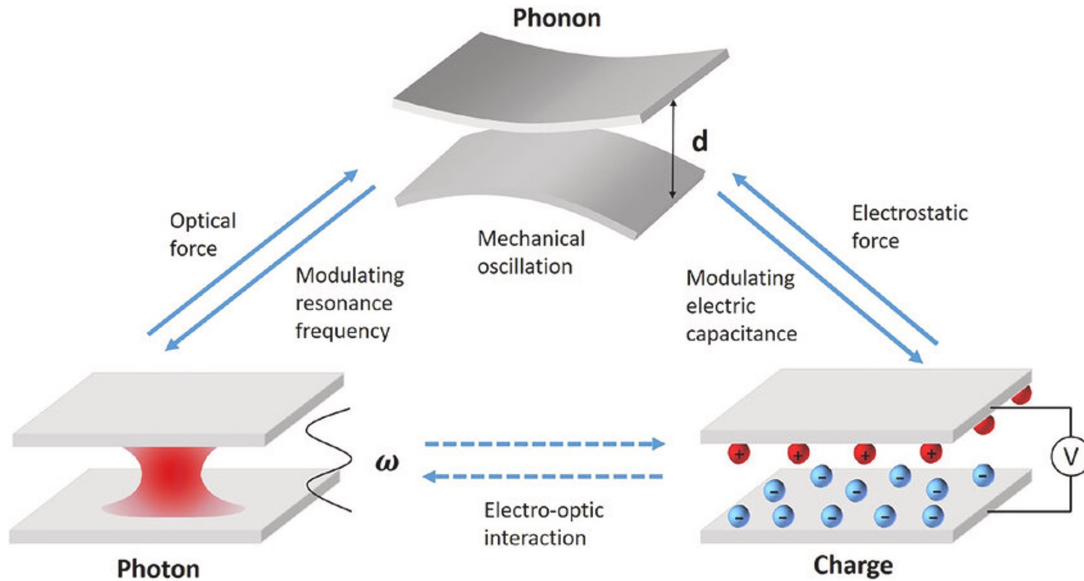


Figura 1.1.: Mecanismos de interacción de sistemas nano-opto-electromecánicos (Xu et al., 2021).

modificar la energía de los estados excitónicos, mientras que un campo B_{\perp} actúa como un parámetro de control que mezcla los estados excitónicos, rompiendo así la simetría y facilitando la interacción con los modos acústicos de la cavidad (Bayer et al., 2000).

La manipulación de estados cuánticos es un tema central en la ciencia moderna, con aplicaciones en tecnologías cuánticas y en el control de procesos de emisión cuántica. En este contexto, se han propuesto diversos esquemas para controlar la emisión de estados multi-fonón. Una estrategia eficiente para la generación de múltiples fonones es mediante **procesos de Stokes**, donde la emisión de fonones es inducida a través de frecuencias de bandas laterales. En un punto cuántico modelado como un sistema de **dos niveles**, la interacción electrón-fonón modula la coherencia excitónica y facilita la dispersión inelástica de energía sin alterar la ocupación del excitón, permitiendo la emisión de fonones bajo condiciones de resonancia (Bin et al., 2020). En contraste, cuando el punto cuántico se describe mediante un **modelo de cinco niveles**, la interacción electrón-fonón no solo afecta la coherencia excitónica, sino que también induce transiciones entre **excitones brillantes y oscuros** o entre estados brillantes con diferente espín. En este caso, la emisión de fonones no implica la recombinación del electrón, sino que surge como resultado de cambios en la naturaleza del excitón (Vargas-Calderón et al., 2022). En ambos escenarios, este mecanismo se manifiesta en la aparición de **bandas laterales fonónicas** en el espectro de emisión, las cuales sirven como evidencia de la transferencia de energía fonónica dentro de la cavidad acústica. Además, este proceso puede facilitar la generación de múltiples fonones en cascada, donde las emisiones sucesivas pueden exhibir **correlaciones cuánticas**, dependiendo de los parámetros del sistema.

2. Problema de investigación

En la electrodinámica cuántica acústica (cQED acústica), la interacción entre excitones y fonones en puntos cuánticos semiconductores es un fenómeno fundamental para la manipulación cuántica de la materia. En particular, las **oscilaciones gigantes de Rabi** han sido ampliamente estudiadas en sistemas ópticos, pero su comportamiento en sistemas acústicos bajo la influencia de un campo magnético sigue siendo un área de investigación abierta. A pesar de los avances teóricos en este campo, aún no se comprende completamente cómo la presencia de un campo magnético externo afecta la dinámica excitón-fonón y la generación de paquetes de fonones correlacionados (*bundles* de N -fonones).

El estudio del impacto del campo magnético en la producción de oscilaciones gigantes de Rabi en cavidades acústicas es crucial para el desarrollo de tecnologías cuánticas basadas en fonones. Aplicaciones potenciales incluyen **memorias cuánticas acústicas**, **transductores fonónicos** y **puertas lógicas fonónicas**. Además, el análisis de la correlación entre fonones en estos sistemas puede proporcionar información valiosa sobre la ingeniería de estados cuánticos en materiales semiconductores, con implicaciones directas en computación cuántica y sensores de precisión.

Esta investigación busca responder la siguiente pregunta principal:

¿Cómo afecta un campo magnético externo la producción y evolución de las oscilaciones gigantes de Rabi en un punto cuántico semiconductor acoplado a una cavidad acústica?

Para abordar esta pregunta, se plantean las siguientes subpreguntas:

- ¿Cómo se modifica la dinámica excitón-fonón bajo la presencia de un campo magnético?
- ¿Cuál es el efecto del campo magnético sobre la emisión de *bundles* de N -fonones?
- ¿Cómo varía el espectro de emisión fonónico con la inclusión y orientación del campo magnético?

2.1. Objetivos

2.1.1. Objetivo general

Analizar el efecto de un campo magnético externo en la producción de las oscilaciones gigantes de Rabi en sistemas de cQED acústica con puntos cuánticos semiconductores.

2.1.2. Objetivos específicos

- Caracterizar la dinámica cuántica del sistema considerando la interacción con un campo magnético.
- Investigar cómo la intensidad y orientación del campo magnético afectan la emisión de *bundles* de N -fonones y su espectro de emisión fonónico.

2.2. Alcances y limitaciones

Esta investigación se desarrolla mediante un enfoque **teórico y numérico**, utilizando la diagonalización del Hamiltoniano, la ecuación de Schrödinger y el formalismo de matriz densidad. Como tal, constituye un **estudio inicial que no ha sido validado experimentalmente**, y sus conclusiones deben interpretarse dentro de este marco. A continuación, se detallan los alcances y las limitaciones más relevantes del trabajo.

- **Especificidad del Sistema Físico:** Los resultados presentados son específicos para **puntos cuánticos semiconductores autoensamblados**. Los parámetros del modelo, como las interacciones de intercambio y los factores g , se seleccionaron a partir de valores experimentales y teóricos característicos de estos sistemas. Aunque teóricamente es posible modificar estos parámetros para describir otros tipos de puntos cuánticos, **no hay garantía de que los fenómenos observados, como las oscilaciones gigante-Rabi, se manifiesten de la misma manera**. Las variaciones en la estructura fina de los excitones y en las interacciones podrían alterar considerablemente el comportamiento del sistema.
- **Requerimientos de la Cavity Acústica:** La validez de las conclusiones depende de la integración del punto cuántico en una **cavity acústica con características específicas**, diseñada para confinar fonones en frecuencias determinadas y operar en un régimen de cQED acústica. El modelo asume una interacción con una cavity monomodal de alta calidad, una condición necesaria para que los procesos de emisión de bundles de fonones y las oscilaciones coherentes sean observables.
- **Enfoque en Estados Propios Específicos:** El análisis de las oscilaciones gigante-Rabi inducidas por el campo magnético se centró específicamente en la **interacción entre los estados propios del sistema etiquetados como 9 y 10**, ordenados por su energía. Los anticruces y la dinámica estudiada en las configuraciones de Voigt y Faraday se refieren a la interacción entre estos dos niveles energéticos concretos. Si bien se identifican otras interacciones en el espectro, este trabajo se limita a la región donde estos dos estados dominan la dinámica de la oscilación.
- **Condiciones del Modelo Teórico:** El estudio se basa en un Hamiltoniano que, aunque detallado, implica ciertas simplificaciones. Se considera un **acoplamiento electrón-fonón débil** y se asume que los factores- g son constantes, lo cual es una aproximación válida para campos magnéticos de intensidad moderada. Además, el análisis del sistema abierto se realiza bajo la **aproximación de Born-Markov**, que asume un acoplamiento débil con el entorno.

3. Estado del arte

El estudio de sistemas cuánticos acoplados a cavidades ha permitido la exploración de fenómenos fundamentales en la interacción excitón-fonón, como las oscilaciones gigantes de Rabi y la emisión de paquetes de fonones altamente correlacionados. En este contexto, los puntos cuánticos (QDs) se han consolidado como plataformas ideales para investigar efectos cuánticos en materia condensada, debido a su fuerte confinamiento electrónico y su interacción con modos ópticos y acústicos en cavidades de alta calidad. En particular, los excitones oscuros han despertado un gran interés por su capacidad de acoplarse a fonones sin interacción óptica directa, permitiendo su manipulación coherente. Este capítulo revisa los avances más relevantes en esta área, abordando estudios sobre la estructura fina de excitones en QDs (Bayer et al., 2002), la dinámica de excitones oscuros en cavidades sometidas a campos magnéticos (Jiménez-Orjuela et al., 2017), la emisión de paquetes de fonones a través del proceso de Stokes (Bin et al., 2020) y la generación de oscilaciones gigantes de Rabi sin necesidad de un campo magnético externo (Vargas-Calderón et al., 2022). Asimismo, se presentan modelos teóricos clave, como el modelo de Rabi con gran desafinamiento y la resonancia de tres fotones (Ma, 2015), los cuales amplían las posibilidades de control de la interacción luz-materia en sistemas cuánticos avanzados.

3.1. Estructura fina de excitones neutros y cargados en puntos cuánticos In(Ga)As/(Al)GaAs autoensamblados

El estudio realizado por (Bayer et al., 2002) se centra en la estructura fina de excitones en puntos cuánticos autoensamblados de In(Ga)As/(Al)GaAs, analizando tanto excitones neutros como cargados mediante espectroscopía de magnetofotoluminiscencia. Este trabajo es fundamental para comprender la interacción de intercambio electrón-hueco, la interacción Zeeman y la influencia del campo magnético sobre la estructura de niveles excitónicos en sistemas semiconductores cuánticos.

Estructura fina de excitones en puntos cuánticos Uno de los hallazgos principales de este estudio es la separación de los excitones en estados brillantes y oscuros debido a la interacción de intercambio. En puntos cuánticos con simetría ideal, los estados excitónicos están bien definidos y pueden clasificarse en función de su polarización óptica. Sin embargo, en presencia de asimetrías estructurales o campos magnéticos inclinados, se observa una mezcla entre excitones brillantes y oscuros, lo que da lugar a anticruces en el espectro de energía.

3. Estado del arte

La interacción de intercambio de corto alcance es responsable de la separación inicial entre excitones brillantes y oscuros, mientras que la interacción de intercambio de largo alcance afecta la estructura fina de los excitones brillantes, generando una división adicional en sistemas con simetría reducida.

Efectos de la simetría del punto cuántico La simetría del punto cuántico juega un papel crucial en la división de los excitones. En puntos cuánticos altamente simétricos, los estados excitónicos pueden permanecer degenerados, pero cuando la simetría se reduce debido a la forma del punto cuántico o a la aplicación de un campo magnético inclinado, la degeneración se rompe. Esto da lugar a la mezcla de estados excitónicos con diferentes configuraciones de espín del electrón y el hueco.

La ruptura de simetría tiene consecuencias significativas en la emisión óptica del sistema:

- En la configuración de **Faraday** (campo magnético paralelo al eje de crecimiento), la división Zeeman separa las energías de los excitones brillantes sin inducir mezcla significativa con los excitones oscuros.
- En la configuración de **Voigt** (campo magnético perpendicular al eje de crecimiento), los excitones oscuros pueden volverse ópticamente activos debido a la interacción Zeeman y la mezcla con estados brillantes.

Interacción de intercambio y efectos magnéticos Los resultados experimentales de (Bayer et al., 2002) muestran que la interacción de intercambio no solo divide los excitones brillantes y oscuros, sino que también determina el acoplamiento entre estos estados bajo diferentes configuraciones de campo magnético. Para excitones neutros, la interacción de intercambio es dominante, mientras que en excitones cargados la presencia de un portador adicional suprime esta interacción, lo que permite controlar la división excitónica de manera efectiva.

Resultados experimentales relevantes Se realizaron mediciones con campos magnéticos en diferentes configuraciones para evaluar el efecto de la interacción Zeeman y la interacción de intercambio. Entre los resultados más importantes se encuentran:

- En la configuración de Voigt, los excitones oscuros pueden activarse ópticamente, lo que sugiere que estos estados no pueden ser completamente despreciados en sistemas con campo magnético externo.
- Para excitones cargados, la interacción de intercambio se ve reducida, lo que permite apagar la separación entre excitones brillantes y oscuros.
- Se observaron anticruces en el espectro de energía, confirmando la mezcla de estados excitónicos bajo la influencia del campo magnético inclinado.

Relevancia para esta investigación El estudio de (Bayer et al., 2002) es relevante para esta tesis, ya que proporciona el marco experimental y teórico necesario para comprender la interacción excitón-fonón en sistemas de electrodinámica cuántica acústica. La influencia del campo magnético en la mezcla de excitones oscuros y brillantes, así como la estructura fina de estos estados, tiene un impacto directo en la producción de oscilaciones gigantes de Rabi y en la ingeniería de emisión fonónica en puntos cuánticos acoplados a cavidades acústicas.

3.2. Resonancia de tres fotones y paso adiabático en el modelo de Rabi con gran desafinamiento

El estudio realizado por (Ma, 2015) investiga teóricamente el modelo cuántico de Rabi en el régimen de gran desafinamiento. En particular, examinan un caso en el que la frecuencia del campo de la cavidad es aproximadamente un tercio de la frecuencia de transición del átomo, lo que permite la existencia de un acoplamiento resonante de tres fotones mediante estados intermedios conectados por procesos contra-rotatorios. A través del desarrollo de un Hamiltoniano efectivo, los autores analizan la magnitud de la división de energía y la posición de la resonancia de manera analítica. Además, proponen un esquema de generación de tres fotones basado en un paso adiabático a través de la resonancia.

Modelo y resonancia de tres fotones El modelo de Rabi describe la interacción entre un campo electromagnético monomodal y un átomo de dos niveles. En el régimen de gran desafinamiento, el intercambio de energía entre el átomo y el campo se suprime significativamente debido a la gran diferencia de frecuencia entre ellos. Sin embargo, Ma y Law muestran que aún puede ocurrir una transición resonante de tres fotones entre los estados fundamentales y excitados, lo que permite la transferencia de energía entre el átomo y el campo a través de transiciones virtuales intermedias.

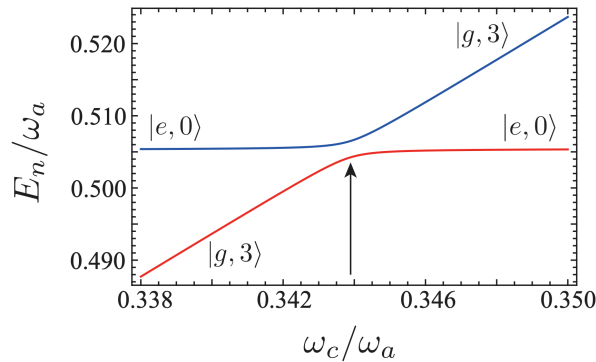


Figura 3.1.: Representación gráfica de E_3/ω_a y E_4/ω_a en función de ω_c/ω_a , considerando $\lambda/\omega_a = 0.06$. La frecuencia del campo correspondiente a la resonancia de tres fotones se encuentra en $\omega'_c \approx 0.344\omega_a$ (marcada con una flecha vertical). En este punto, se observa un cruce evitado entre los niveles de energía, con una separación energética de aproximadamente $2.26 \times 10^{-3}\omega_a$ (Ma, 2015).

3. Estado del arte

En este caso, la resonancia se manifiesta cuando la frecuencia del campo de la cavidad satisface la condición $\omega_c \approx \omega_a/3$, lo que permite el acoplamiento entre los estados $|e, 0\rangle$ y $|g, 3\rangle$ a través de los estados intermedios $|g, 1\rangle$ y $|e, 2\rangle$. Esta resonancia se observa como un cruce evitado en el espectro de energía, lo que indica la presencia de un acoplamiento efectivo de tres fotones (ver figura 3.1) que no está presente en el modelo de Jaynes-Cummings.

Los autores derivan un **Hamiltoniano efectivo** que describe el acoplamiento resonante de tres fotones. Este Hamiltoniano tiene la forma:

$$H_{\text{eff}} = \left(\frac{\omega_a}{2} + \frac{3\lambda^2}{2\omega_a} \right) |e, 0\rangle\langle e, 0| + \left(\frac{3\omega_c - \omega_a}{2} - \frac{\lambda^2}{\omega_c} - \frac{9\lambda^2}{2\omega_a} \right) |g, 3\rangle\langle g, 3| - \Omega_{\text{eff}}(|e, 0\rangle\langle g, 3| + |g, 3\rangle\langle e, 0|), \quad (3.1)$$

donde Ω_{eff} es la frecuencia de Rabi efectiva para la transición de tres fotones y depende cúbicamente del acoplamiento λ . El análisis muestra que la posición de la resonancia y la magnitud de la división de energía pueden ser determinadas analíticamente en el régimen de acoplamiento débil.

Generación de tres fotones mediante paso adiabático Una de las aplicaciones propuestas de esta resonancia es la generación de estados de tres fotones mediante el barrido adiabático de la frecuencia del campo de la cavidad a través de la resonancia. Si el sistema comienza en el estado excitado $|e, 0\rangle$, y la frecuencia de la cavidad se ajusta lentamente a través de la resonancia, la población se transfiere al estado $|g, 3\rangle$, generando tres fotones en la cavidad.

La eficiencia del proceso depende de la velocidad de barrido, que debe ser suficientemente lenta para cumplir con la condición de adiabaticidad. En la simulación realizada, se logra una transferencia de población de aproximadamente el 97% en condiciones ideales sin disipación.

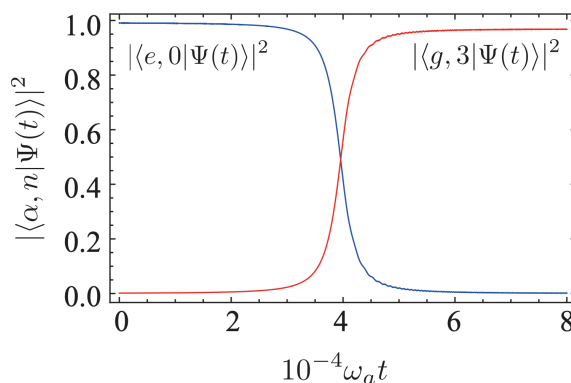


Figura 3.2.: Probabilidades $|\langle e, 0|\Psi(t)\rangle|^2$ [línea descendente (azul)] y $|\langle g, 3|\Psi(t)\rangle|^2$ [línea ascendente (roja)] (Ma, 2015).

Consideraciones de disipación Para una configuración más realista, los autores consideran los efectos de la disipación a través de una ecuación maestra en el régimen de

aproximación Born-Markov. Se estudian las tasas de emisión de fotones desde la cavidad y la tasa de decaimiento espontáneo del átomo. Se encuentra que la emisión de tres fotones sigue siendo viable en cavidades de alta calidad ($Q > 3000$) siempre que la tasa de decaimiento del átomo sea suficientemente baja.

Conclusión El estudio de Ma y Law demuestra que, incluso en el régimen de gran desafiñamiento, es posible lograr un acoplamiento resonante de tres fotones a través de procesos contra-rotatorios. Esto permite la transferencia de energía entre el átomo y el campo de la cavidad, lo que no es posible en el modelo de Jaynes-Cummings convencional. Además, presentan un esquema viable para la generación de estados de tres fotones mediante paso adiabático, con posibles aplicaciones en la generación de estados entrelazados y en óptica cuántica a nivel de microondas.

3.3. Excitones oscuros en un sistema QD-cavidad bajo un campo magnético inclinado

El trabajo “Excitones oscuros en un sistema QD-cavidad bajo un campo magnético inclinado” de (Jiménez-Orjuela et al., 2017) es analizado en detalle. El sistema estudiado consiste en un punto cuántico autoensamblado incrustado en una cavidad pilar (Kim et al., 2011)¹, la cual presenta dos modos polarizados a izquierda y derecha. El sistema se encuentra bajo la influencia de un campo magnético inclinado, estático y una excitación coherente. A diferencia de otros estudios (Zhang et al., 2014), en este trabajo se considera la presencia de excitones oscuros, destacando las condiciones en las que su contribución es relevante.

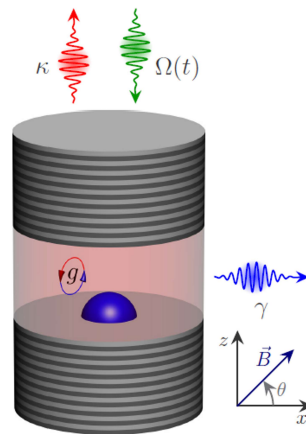


Figura 3.3.: Representación esquemática del sistema cavidad-QD bajo el efecto de láser pulsado $\Omega(t)$ y un campo magnético \vec{B} con tasa de disipación de la cavidad κ y tasa de decaimiento QD γ (Jiménez-Orjuela et al., 2017).

El modelo teórico se desarrolla utilizando la aproximación de ecuación maestra, con una excitación láser rápida de pulso débil. Se identifican los parámetros en los cuales los excitones oscuros se pueblan significativamente, y se estudia la solución estacionaria para

¹Cabe mencionar que pueden utilizarse otras cavidades, como las nanocavidades de cristal fotónico.

3. Estado del arte

reproducir los resultados experimentales. Los hallazgos muestran que, bajo un conjunto específico de parámetros, los excitones oscuros pueden poblarse y afectar drásticamente la ocupación de los modos de la cavidad, lo que tiene implicaciones experimentales relevantes.

Los puntos cuánticos autoensamblados se caracterizan por la interacción de intercambio, la cual desempeña un papel crucial en la estructura energética del sistema (Bayer et al., 2002). Esta interacción induce una división de los estados excitónicos en excitones brillantes y oscuros, determinada por el parámetro δ_0 . Además, genera un acoplamiento δ_1 entre los estados excitónicos brillantes, lo que da lugar a un estado excitón brillante polarizado linealmente. Por otro lado, los excitones oscuros también experimentan acoplamiento, descrito por el parámetro δ_2 , lo que influye en su dinámica y accesibilidad.

Cabe destacar que, en este estudio, se desprecian los estados con doble ocupación, como el biexcitón, debido a que la excitación láser utilizada es de baja potencia, lo que minimiza su contribución. Además, los efectos de los fonones han sido considerados para justificar esta aproximación (Lüker et al., 2017).

El Hamiltoniano del sistema se expresa como:

$$H = H_{\text{QD}} + H_{\text{mag}} + H_{\text{cav}} + H_{\text{pump}}. \quad (3.2)$$

3.3.1. Análisis Hamiltoniano

El primer enfoque adoptado es un análisis Hamiltoniano, es decir, se estudia el sistema en su régimen cerrado, examinando el comportamiento de sus bandas de energía y los estados propios a medida que varía la intensidad del campo magnético. Se asume que el acoplamiento entre el excitón y la cavidad es independiente de la polarización, con valores fijados en $g_a = g_b = 100 \mu\text{eV}$.

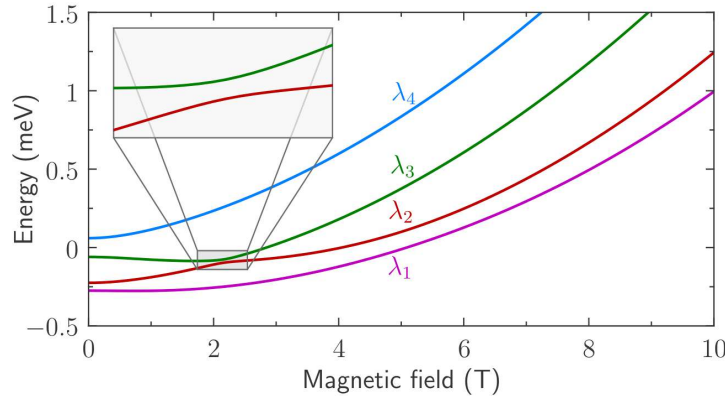


Figura 3.4.: Espectro de energía excitónica como una función del campo magnético. Para una inclinación $\theta = \pi/3$, el recuadro muestra el anticruce (Jiménez-Orjuela et al., 2017).

Los resultados de este estudio establecen parámetros fundamentales para la simulación teórica de puntos cuánticos autoensamblados en presencia de un campo magnético. Valores

3.3. Excitones oscuros en QD-cavidad con campo inclinado

típicos para la simulación de estos sistemas incluyen:

$$\begin{aligned} \hbar\delta_0 &= 0.2 \text{ meV}, & \hbar\delta_1 &= 0.18 \text{ meV}, & \hbar\delta_2 &= 0.05 \text{ meV}, \\ g_{hx} &= -0.35, & g_{hz} &= -2.2, & g_{ex} &= -0.65, & g_{ez} &= -0.8. \end{aligned} \quad (3.3)$$

en este contexto, la separación energética entre el excitón oscuro y el brillante se denota como $\hbar\delta_0$. Por otro lado, $\hbar\delta_1$ representa la interacción de intercambio que mezcla el estado brillante, dando lugar a un estado de excitón brillante polarizado linealmente, mientras que $\hbar\delta_2$ describe el acoplamiento que mezcla los estados oscuros. Los factores g efectivos para huecos (g_{hx} , g_{hz}) y electrones (g_{ex} , g_{ez}) en las direcciones x y z , respectivamente, están relacionados con la interacción Zeeman de los espines con el campo magnético y son componentes clave del Hamiltoniano magnético. Estos valores se consideran típicos para puntos cuánticos (QD) autoensamblados de InAs/GaAs bajo un campo magnético.

Estos parámetros permiten describir con precisión la estructura fina de excitones en puntos cuánticos bajo la acción de campos magnéticos, lo que resulta clave para el estudio de oscilaciones gigantes de Rabi y la manipulación cuántica de excitones oscuros en cavidades acústicas.

Además, se considera una tasa de decaimiento finita para los excitones oscuros, con valores de $\gamma_3 = \gamma_4 = 0.1 \mu\text{eV}$. Cabe destacar que este valor es superior al típicamente reportado en excitones oscuros, pero se elige así con el propósito de demostrar la robustez de los resultados. En la práctica, las tasas de decaimiento de los excitones oscuros suelen ser considerablemente menores en comparación con las de los excitones brillantes.

Como se observa en la Figura 3.4, el espectro excitónico está dominado por el corrimiento diamagnético, lo cual es consistente con lo esperado teóricamente.

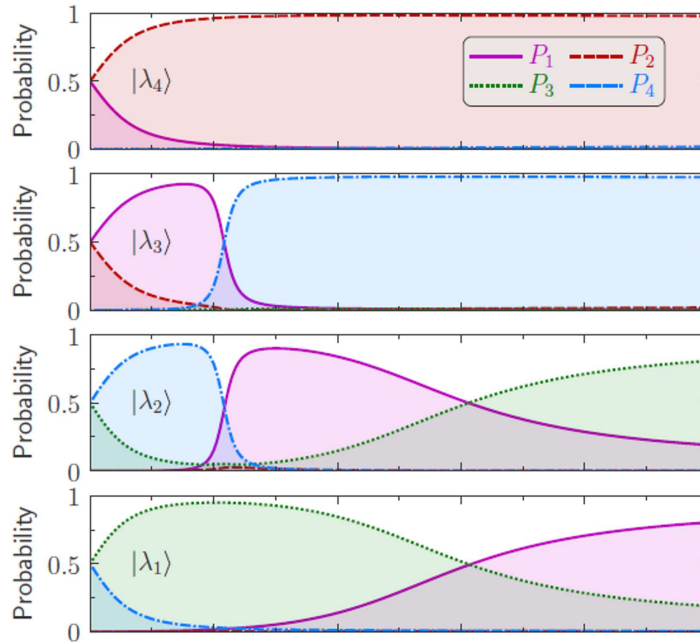


Figura 3.5.: Componentes de probabilidad de los estados propios en la base excitónica desnuda (ordenados de abajo hacia arriba según su autovalor) (Jiménez-Orjuela et al., 2017).

De acuerdo con la Figura 3.5, para $B = 0$, los estados propios $|\lambda_1\rangle$ y $|\lambda_2\rangle$ corresponden a una mezcla de estados excitónicos oscuros, mientras que $|\lambda_3\rangle$ y $|\lambda_4\rangle$ son una combinación de estados excitónicos brillantes.

3. Estado del arte

A medida que se incrementa el campo magnético, se observan varios anticruces que indican una mezcla entre estados excitónicos oscuros y brillantes. En particular:

1. Para un campo magnético de aproximadamente 2 T, se observa una clara interacción entre los estados propios λ_2 y λ_3 .
2. A 6 T, se presenta otro anticruce, esta vez entre los estados propios λ_1 y λ_2 . Aunque este último no es claramente visible en el espectro de energía, sí se evidencia en las componentes de probabilidad de los estados propios.

Para campos magnéticos mayores a los mostrados en la figura, la tendencia de los estados propios es evolucionar hacia estados excitónicos puros. Esto ocurre debido a que la división Zeeman se incrementa progresivamente, superando la mezcla inicial observada en ausencia de campo magnético. Como resultado, los efectos de acoplamiento entre excitones oscuros y brillantes se reducen significativamente, favoreciendo la diferenciación clara de estos estados.

3.3.2. Dinámica del sistema bajo bombeo láser

Dinámica con un láser pulsado

Para comprender la influencia del campo magnético en la dinámica de los excitones, (Jiménez-Orjuela et al., 2017) estudia un sistema QD-cavidad sometido a bombeo láser pulsado. En este análisis inicial, se desprecia la decoherencia² y se considera un sistema cerrado. El estudio busca determinar las condiciones en las que los excitones oscuros pueden poblarse significativamente.

Se modela la evolución del sistema tras un pulso láser de corta duración ($\tau = 10$ ps) y de baja intensidad ($\Omega_{0i} = 50 \mu\text{eV}$), ajustado en resonancia con los modos de la cavidad ($\omega_L = \omega_a = \omega_b$). Para representar correctamente la dinámica del sistema, se elige un tamaño adecuado de la base de Fock³.

Los resultados, mostrados en la Figura 3.6, indican que los excitones oscuros pueden poblarse en ciertos rangos de campo magnético y ángulo de inclinación.

En la Figura 3.6b, se observa que los estados oscuros ($\langle\sigma_{33}\rangle, \langle\sigma_{44}\rangle$) alcanzan su máxima ocupación para un campo magnético de aproximadamente 7 T y un ángulo de inclinación cercano a $\theta \simeq \pi/3$. Por otro lado, en la Figura 3.6a, los excitones brillantes se pueblan en campos magnéticos del orden de 5-6 T, con una inclinación óptima de $\theta \simeq 0.1\pi$.

Se concluye que los excitones oscuros no pueden ser despreciados cuando se aplica un campo magnético, ya que su población es significativa en un amplio rango de ángulos de inclinación. En particular, la ocupación de estos estados es notable incluso en la configuración de Voigt ($\theta = 0$), aunque no en la configuración de Faraday ($\theta = \pi/2$).

3.3. Excitones oscuros en QD-cavidad con campo inclinado

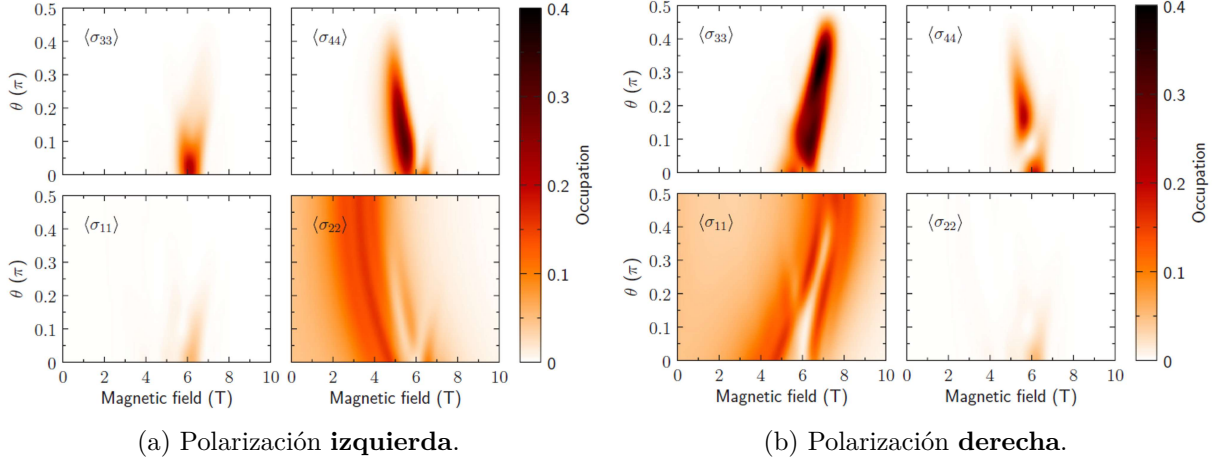


Figura 3.6.: Dinámica de la ocupación de los estados excitónicos como función del campo magnético y el ángulo de inclinación, evaluada en $t_f = 60$ ps (Jiménez-Orjuela et al., 2017).

Dinámica con un campo láser continuo

Dado que en la mayoría de experimentos con puntos cuánticos en cavidades bajo campo magnético se emplea bombeo láser continuo, (Jiménez-Orjuela et al., 2017) extiende su análisis a esta configuración. A diferencia del caso pulsado, aquí sí se incluye la decoherencia, ya que el tiempo de integración es más largo y los efectos de disipación afectan significativamente la ocupación de los estados excitónicos.

Para encontrar la solución estacionaria del operador densidad, se establecen los siguientes parámetros de simulación:

- En la Figura 3.7(a), se usa polarización derecha, con $\Omega_a = 100 \mu\text{eV}$, $\Omega_b = 0$ y $\theta = \pi/3$.
- En la Figura 3.7(b), se usa polarización izquierda, con $\Omega_a = 0$, $\Omega_b = 100 \mu\text{eV}$ y $\theta = 0.1\pi$.

El estudio revela que la ocupación estacionaria de la cavidad cambia drásticamente según el estado excitónico dominante. En particular:

- Cuando los estados brillantes están más poblados, la ocupación de los modos de la cavidad disminuye.
- Cuando los estados oscuros se pueblan, la ocupación de la cavidad aumenta.

En cuanto a los estados excitónicos:

- Si los excitones oscuros están altamente ocupados, los excitones brillantes permanecen prácticamente desocupados.
- Para ciertos valores del campo magnético, se pueden obtener condiciones donde únicamente los estados oscuros son ocupados.

²Dado que el bombeo es rápido ($\tau = 10$ ps) y los tiempos de evolución son cortos (60 ps), la inclusión de la decoherencia solo suaviza los valores esperados, sin alterar la tendencia general de los resultados.

³Se verifica que una base de Fock con menos de 20 estados por polarización es suficiente para describir correctamente el problema.

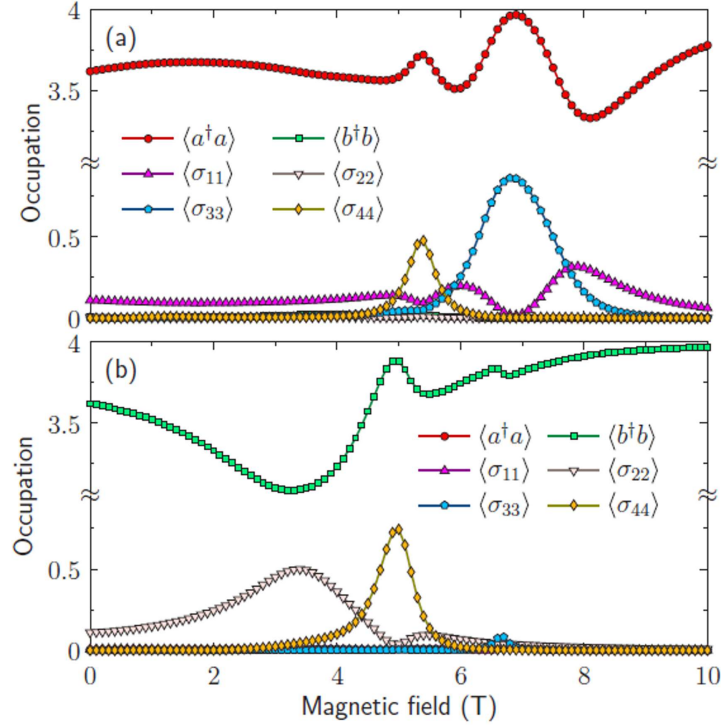


Figura 3.7.: Valores esperados del estado estacionario en función de la intensidad del campo magnético. (a) Campo láser continuo con polarización derecha ($\Omega_a = 100 \mu\text{eV}$). (b) Mismo caso que (a), pero con polarización izquierda (Jiménez-Orjuela et al., 2017).

3.4. Emisión de *bundle* de N -fonones mediante el proceso de Stokes

En el estudio realizado por (Bin et al., 2020), se presenta un método para implementar la emisión de *bundles* de N -fonones en un punto cuántico (QD), de dos niveles, acoplado a una nanocavidad acústica, con interacción electrón-fonón y bombeo coherente mediante un láser sintonizado en la banda lateral de los fonones de n -ésimo orden. Este fenómeno es impulsado por el proceso de Stokes, el cual permite la generación de oscilaciones gigantes de Rabi (Strekalov, 2014) entre estados con una diferencia significativa en el número de excitaciones.

La emisión pura de *bundles* de fonones se logra introduciendo canales disipativos, que facilitan la conversión de oscilaciones gigantes de Rabi en emisión fonónica altamente correlacionada. En este proceso, la excitación del QD está acoplada a la generación de n -fonones en la cavidad, un fenómeno inducido por la interacción electrón-fonón.

El estudio incorpora los procesos de Stokes dentro del marco teórico de la emisión *bundle*, ampliando el régimen de estudio y demostrando que la emisión de n -fonones no está restringida a plataformas específicas, sino que puede aprovecharse en configuraciones más generales⁴.

Este enfoque presenta varias ventajas clave, entre ellas:

⁴Esto es posible porque la resonancia de Stokes puede realizarse en un amplio rango de parámetros experimentales.

- Robustez ante variaciones en la intensidad del acoplamiento electrón-fonón y la intensidad del bombeo, ya que estos parámetros solo afectan las condiciones resonantes sin impedir la generación del *bundle*.
- Alta eficiencia en la emisión: las cifras de mérito obtenidas alcanzan aproximadamente un 99% de emisión pura para dos-fonones y un 97% para tres-fonones (Stock et al., 2011).
- Emisión fonón-fotón combinada, lo que permite aislar eficientemente la emisión de fonones respecto a otros canales de desexcitación ópticos.

Estos resultados sugieren que el modelo propuesto es prometedor para el desarrollo de láseres de fonones y cañones de n -fonones excitados ópticamente.

Además, la implementación de esta metodología tiene potenciales aplicaciones en tecnologías cuánticas, particularmente en comunicaciones cuánticas en chip. En este contexto, la emisión de *bundles* de fonones podría emplearse en la transferencia de información cuántica dentro de futuras redes cuánticas integradas en chips (Bienfait et al., 2019).

3.4.1. Modelo de resonancias de Stokes en cQED fonónica

Un modelo relevante para estudiar las resonancias de Stokes es el de un sistema de electrodinámica cuántica de cavidades (cQED) fonónica, en el cual un punto cuántico (QD) de dos niveles⁵ está acoplado a un modo monofonónico de una nanocavidad acústica, con interacción electrón-fonón y bombeo óptico coherente.

El sistema se modela mediante el siguiente Hamiltoniano:

$$H = H_{\text{cav}} + H_{\text{QD}} + H_{\text{el-ph}} + H_{\text{pump}}, \quad (3.4)$$

donde los términos representan, respectivamente, la energía del modo fonónico en la cavidad, la energía del punto cuántico de dos niveles, la interacción electrón-fonón y la interacción con el campo de bombeo (puede ser un láser).

3.4.2. Dinámica del sistema cerrado

Los autores analizan la dinámica del sistema cerrado en tres regímenes de resonancia de Stokes, enfocándose en la aparición de oscilaciones gigantes de Rabi en ausencia de disipación. Se identifican tres transiciones clave:

- $|0, v\rangle \leftrightarrow |n, c\rangle$
- $|0, v\rangle \leftrightarrow |\tilde{n}, c\rangle$
- $|0, +\rangle \leftrightarrow |n, -\rangle$

Estas oscilaciones pueden observarse en la Figura 3.8, donde se muestra la dinámica de la población de los estados cuánticos en función del tiempo.

⁵Los dos niveles corresponden al estado de la banda de conducción $|c\rangle$ y el estado de la banda de valencia $|v\rangle$.

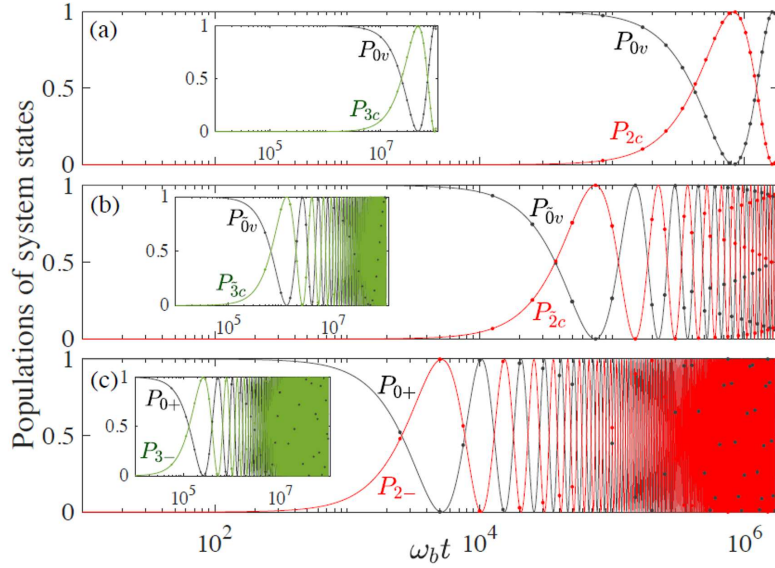


Figura 3.8.: Oscilaciones gigantes de Rabi observadas a través de la dinámica de la población $P_{jk}(t) = |\langle j, k | \psi(t) \rangle|^2$, donde $j = n, \tilde{n}$ y $k = c, v, +, -$. Se presentan los casos para $n = 2, 3$ en la parte principal y el recuadro, respectivamente (Bin et al., 2020).

Los resultados muestran que en los tres regímenes de resonancia de Stokes, los estados 2-fonón y 3-fonón son generados periódicamente con alta fidelidad, confirmando la validez del mecanismo de generación de oscilaciones gigantes de Rabi mediadas por fonones.

Además, al comparar las figuras 3.8(a), 3.8(b) y 3.8(c), se observa que incrementar los parámetros de acoplamiento λ y la intensidad del bombeo láser Ω acelera la frecuencia de las oscilaciones gigantes de Rabi. Este comportamiento se puede cuantificar mediante las soluciones analíticas aproximadas de la frecuencia efectiva de oscilación $\Omega_{\text{eff}}^{(n)}$ en los tres regímenes de estudio. Como consecuencia, frecuencias más altas de oscilaciones gigantes de Rabi conducen a mayores tasas de emisión de *bundles* de n -fonones, un aspecto crucial para la optimización de la generación controlada de fonones en estos sistemas.

3.4.3. Dinámica del sistema abierto: emisión de *bundles* de N -fonones

En un sistema abierto, la disipación es el mecanismo clave que desencadena la emisión de fonones. En particular, los estados de n -fonones previamente generados en la cavidad se transforman en *bundles* de N -fonones fuertemente correlacionados que se emiten al exterior. La correlación entre estos fonones se analiza mediante la función de correlación de igual tiempo de orden n :

$$g^{(n)} = \frac{\langle b^{\dagger n} b^n \rangle}{\langle b^{\dagger} b \rangle^n}. \quad (3.5)$$

Para el primer conjunto de parámetros estudiado, la Figura 3.9(a) muestra resonancias bien definidas en las funciones de correlación de segundo, tercer, cuarto y quinto orden, las cuales están directamente asociadas a las resonancias de Stokes en $\Delta = -n\omega_b$.

3.4. Emisión de *bundle* de N -fonones mediante el proceso de Stokes

Un resultado interesante es la caída en la función de correlación para la emisión de dos fonones justo en la resonancia de 2-fonones, en lugar de exhibir un pico de superbunching, como se esperaría en un sistema puramente multifonónico⁶. Aunque la función $g^{(n)}$ no garantiza una emisión exclusiva de n -fonones, sí debería revelar la intensidad de las correlaciones fonónicas, lo que sugiere que el sistema entra en un nuevo régimen de emisión, caracterizado por la formación de *bundles* altamente correlacionados.

Para describir con mayor precisión estos *bundles*, se introduce la función de correlación generalizada $g_m^{(n)}$, la cual analiza la emisión como una cuasi-partícula y permite distinguir entre distintos regímenes:

- Antibunching: generación de cañones de n -fonones.
- Estado coherente: emisión de un láser de n -fonones.
- Bunching térmico: emisión de estados térmicos de *bundles*.

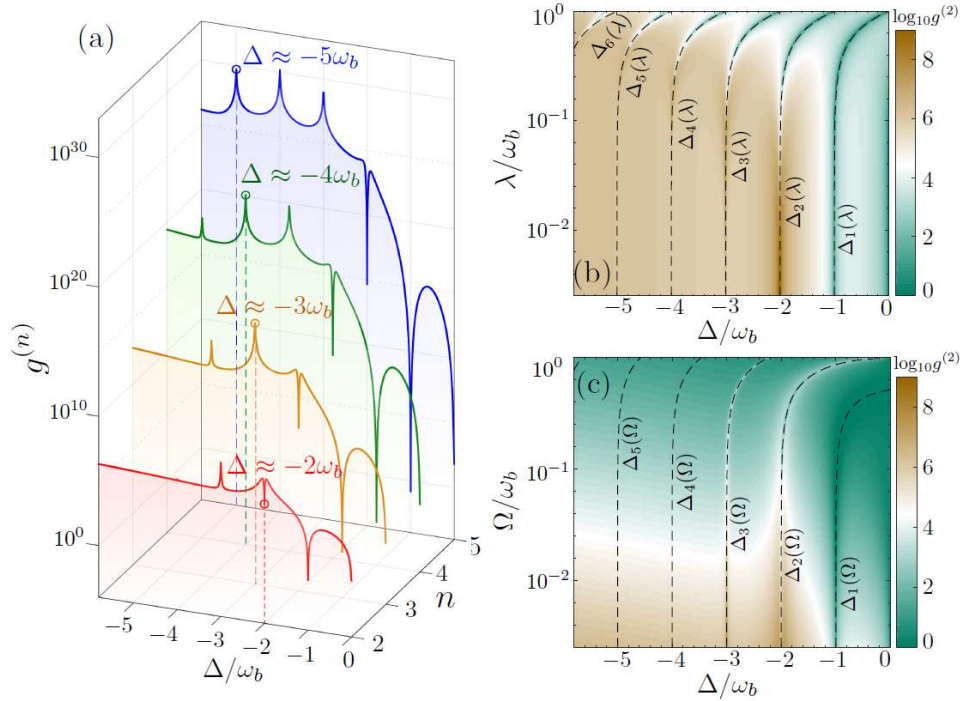


Figura 3.9.: Funciones de correlación de n -ésimo orden $g^{(n)}$ en igual tiempo en función de Δ/ω_b . (b)-(c) Función de correlación $g^{(2)}$ para diferentes valores de acoplamiento λ/ω_b (b) e intensidad del bombeo láser Ω/ω_b (c). Las líneas discontinuas indican las resonancias de n -fonones: $\Delta = -n\omega_b$, $\Delta = \Delta_n(\lambda)$ y $\Delta = \Delta_n(\Omega)$. Los parámetros del sistema son: (a) $\lambda/\omega_b = 0.03$, $\Omega/\omega_b = 0.003$, (b) $\Omega/\omega_b = 0.003$, (c) $\lambda/\omega_b = 0.03$, con tasas de disipación: $\kappa/\omega_b = 0.002$, $\gamma/\omega_b = 0.0002$ y $\gamma_\phi/\omega_b = 0.0004$ (Bin et al., 2020).

Las figuras 3.9(b) y 3.9(c) muestran que incrementar los valores de λ y Ω provoca un desplazamiento de las resonancias, lo que indica que el sistema entra en un régimen modificado de emisión. Además, se observa que la diferencia de frecuencia entre las resonancias n - y $(n+1)$ -fonón es casi independiente de n , lo que es un indicio claro de que las resonancias de Stokes dominan el proceso de emisión.

⁶El término *superbunching* se usa en la estadística cuántica para describir la fuerte tendencia de las partículas a agruparse en la emisión.

Optimización de la emisión y aplicaciones tecnológicas

Para garantizar una alta pureza en la emisión de *bundles* de N -fonones, es necesario suprimir las excitaciones fonónicas fuera de resonancia. Esto se logra optimizando la frecuencia del bombeo láser de manera que:

$$\omega_b \gg \kappa, \gamma \quad (3.6)$$

incluso para valores grandes de n (Bin et al., 2020).

Esta estrategia permite diseñar una fuente versátil de fonones altamente controlada ópticamente, donde el orden n del *bundle* puede ajustarse simplemente modificando la frecuencia del bombeo láser.

El fenómeno de emisión de *bundles* de fonones es de gran interés en múltiples áreas de la física cuántica, incluyendo:

- Computación cuántica: el control preciso de estados fonónicos podría usarse para implementar memorias cuánticas basadas en fonones.
- Comunicaciones cuánticas: la emisión de paquetes correlacionados de fonones podría facilitar la transferencia de información cuántica en chips.
- Metrología cuántica: los estados fonónicos no clásicos podrían emplearse en sensores de alta precisión.

Conclusiones

Este trabajo propone un método eficiente para la generación de emisión de *bundles* de fonones con alta pureza⁷. La estrategia se basa en el proceso de Stokes y permite obtener emisión de alta fidelidad en un amplio rango de parámetros.

Los principales factores que determinan la pureza de la emisión son:

- Tasa de disipación de la cavidad.
- Intensidad del acoplamiento electrón-fonón.
- Potencia del bombeo láser.

Una de las ventajas clave del método es su alta sintonizabilidad, ya que simplemente ajustando la frecuencia del bombeo láser, es posible generar emisión pura de 2- y 3-fonones utilizando la tecnología experimental actual.

⁷Se logra una pureza de emisión superior al 97% para 2-fonones y 95% para 3-fonones.

3.5. Oscilaciones gigantes de Rabi de excitones oscuros sin campo magnético externo

El estudio realizado por (Vargas-Calderón et al., 2022) analiza un sistema de punto cuántico (QD) inmerso en una cavidad acústica monomodal, bombeado coherentemente con un láser externo. Este trabajo introduce una base excitónica que considera distintas alineaciones de espín del electrón y el hueco, lo que permite una descripción más completa de la interacción electrón-fonón.

El sistema del QD cuenta con cinco estados de materia, compuestos por:

- Estado base (sin excitación).
- Dos excitones brillantes (con interacción dipolar permitida con la luz).
- Dos excitones oscuros (con transición óptica prohibida).

Esta estructura de niveles posibilita la exploración de interacciones más complejas y permite el control de fenómenos cuánticos de interés en sistemas de QED acústica.

Principales aportes del estudio

Uno de los hallazgos clave de este trabajo es la posibilidad de excitar excitones oscuros sin necesidad de un campo magnético externo, lo que representa una ventaja experimental significativa en comparación con estudios previos (Jiménez-Orjuela et al., 2017). Esto se logra aprovechando la interacción Bir-Pikus, que permite el acoplamiento entre estados brillantes y oscuros mediante la modulación del confinamiento de portadores en el QD.

Otro resultado importante es la demostración de que este esquema permite la emisión de *bundles* de N -fonones, dado que en este sistema se pueden inducir oscilaciones gigantes de Rabi entre el estado base y un excitón oscuro acompañado por múltiples fonones.

Ventajas del método propuesto

Este esquema ofrece una gran versatilidad experimental, ya que el ajuste fino de la frecuencia del láser permite seleccionar la oscilación gigantes de Rabi deseada, lo que facilita:

- Control preciso de las transiciones excitónicas en una amplia gama de parámetros.
- Adaptabilidad a diferentes tasas de desintegración, energías excitónicas y acoplamientos electrón-fonón.
- Eliminación de la necesidad de un campo magnético externo, reduciendo la complejidad y los costos experimentales.

Además, la metodología se presenta como una receta general para inducir oscilaciones gigantes de Rabi en sistemas cuánticos híbridos, lo que la hace aplicable a diversos sistemas físicos más allá de los QDs semiconductores. Sin embargo, la amortiguación de las oscilaciones dependerá de la naturaleza disipativa del sistema específico en el que se implemente.

3.5.1. Dinámica del sistema cerrado

Para comprender la generación de oscilaciones gigantes de Rabi en este sistema, los autores analizan la dinámica en un régimen sin interacción con el entorno⁸. El estudio se enfoca en identificar los estados en los que se producen estas oscilaciones y el mecanismo físico que las gobierna.

En este modelo, la interacción electrón-fonón, junto con el proceso de Stokes inducido ópticamente, permite la generación de oscilaciones gigantes de Rabi entre un estado inicial vacío de fonones y un estado excitón oscuro con N fonones. Esto se logra mediante el bombeo láser adecuado, el cual guía al sistema a través de una cascada de transiciones excitónicas.

Dinámica de las oscilaciones gigantes de Rabi

Las oscilaciones gigantes de Rabi surgen de un efecto cascada (Bin et al., 2020), en el que el sistema evoluciona desde el estado base $|0, v\rangle$ hacia un estado excitón brillante (dependiendo de las amplitudes del láser) y luego, predominantemente, a un estado excitón oscuro con N fonones debido al acoplamiento electrón-fonón.

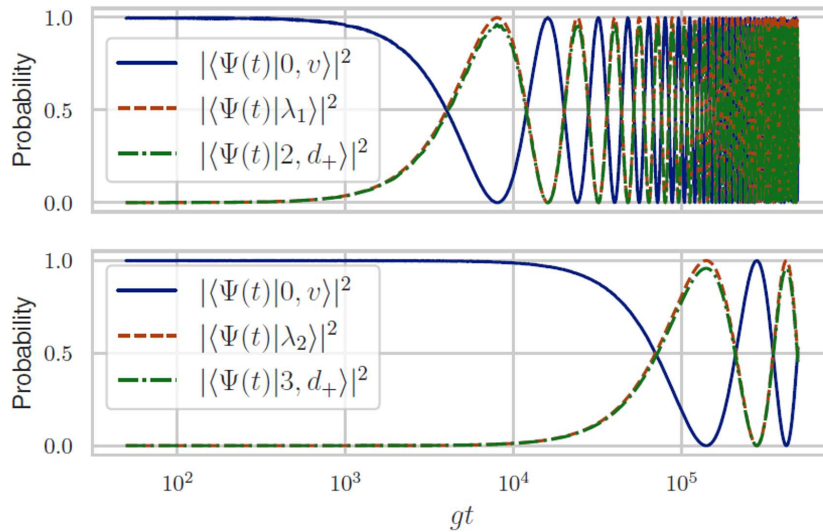


Figura 3.10.: La línea discontinua representa la evolución del estado $|n, d_+\rangle$ para $n = 2$ (panel superior) y $n = 3$ (panel inferior). El desafinamiento del láser es $\Delta/\omega_b = (\omega_X - \omega_L)/\omega_b \approx 1.960$ para el panel superior y ≈ 2.961 para el panel inferior (Vargas-Calderón et al., 2022).

Los resultados numéricos muestran que es posible ajustar la frecuencia del láser para inducir oscilaciones gigantes de Rabi entre el estado base $|0, v\rangle$ y cualquier estado propio $|\lambda\rangle$ del Hamiltoniano completo, siguiendo la relación:

$$\omega_L = \omega_\lambda - \omega_g, \quad (3.7)$$

⁸Aunque esta configuración no representa un escenario experimental realista, permite entender la física fundamental detrás de la generación de oscilaciones gigantes de Rabi.

3.5. Oscilaciones gigantes de Rabi de excitones oscuros sin campo magnético externo

donde $\omega_\lambda = \langle \lambda | H | \lambda \rangle$ representa la energía del estado propio $|\lambda\rangle$ y ω_g es la frecuencia del estado base (Bin et al., 2020).

No obstante, las oscilaciones gigantes de Rabi no se observan para los estados $|n, d_-\rangle$, que corresponden a excitones oscuros con antisimetría. Esto se debe a que estos estados no pueden ser alcanzados desde estados iniciales antisimétricos no oscuros, lo que se puede demostrar matemáticamente mediante:

$$\langle m, \beta | H | n, d_- \rangle = 0. \quad (3.8)$$

Aquí, $|\beta\rangle$ representa cualquier combinación de estados excitón brillante, y m es el número de fonones en el sistema. Sin embargo, estos estados antisimétricos excitón-oscuros pueden ser activados en presencia de disipación.

3.5.2. Dinámica del sistema abierto

Para describir un sistema más realista, es necesario considerar su interacción con el entorno. En este contexto, el sistema se modela como un sistema abierto, donde las oscilaciones gigantes de Rabi pueden dar lugar a la emisión de bundles de N -fonones a través de procesos disipativos.

Si el sistema consiste en una cavidad acústica monomodal acoplada a un QD de cinco niveles con interacción electrón-fonón, la disipación se estudia bajo el supuesto de acoplamiento débil con el entorno. Esta condición permite aplicar la aproximación de Born-Markov (Breuer & Petruccione, 2002), lo que conduce a la formulación de cuatro canales disipativos principales:

1. Escape de fonones de la cavidad acústica:
 - Ocurre a una tasa κ ,
 - Es modelado mediante un operador de colapso b debido al acoplamiento con modos de fuga no deseados en la cavidad (Gorini et al., 1976; Perea et al., 2004).
2. Emisión espontánea de los excitones brillantes:
 - Se produce a una tasa γ_b ,
 - Está representada por los operadores de colapso σ_{vj} para $j = 1, 2$.
3. Emisión espontánea efectiva de los excitones oscuros:
 - Se da por un cambio de espín del electrón o el hueco, seguido de la emisión espontánea del excitón brillante (Crooker et al., 2003),
 - Se modela con una tasa γ_d y los operadores de colapso σ_{vj} para $j = 3, 4$.
4. Desfase puro de todos los estados excitónicos:
 - Se incorpora con una tasa γ_ϕ ,
 - Se describe mediante los operadores de colapso σ_{jj} para $j = 1, 2, 3, 4$ (Takahara, 2002).

Ecuación maestra de Lindblad-Gorini-Kossakowski-Sudarshan

El estudio disipativo se lleva a cabo utilizando la ecuación maestra de Gorini-Kossakowski-Sudarshan-Lindblad (GKSL), que describe la evolución del operador densidad del sistema:

$$\frac{d\rho}{dt} = i[\rho, H] + \kappa \mathcal{D}b[\rho] + \gamma_b \sum_{j=1,2} \mathcal{D}\sigma_{vj}[\rho] + \gamma_d \sum_{j=3,4} \mathcal{D}\sigma_{vj}[\rho] + \gamma_\phi \sum_{j=1}^4 \mathcal{D}\sigma_{jj}[\rho], \quad (3.9)$$

donde el superoperador disipador $\mathcal{D}_A[\rho]$ correspondiente a un operador de colapso A está definido como:

$$\mathcal{D}_A[\rho] = A\rho A^\dagger - \frac{1}{2}\rho A^\dagger A - \frac{1}{2}A^\dagger A\rho. \quad (3.10)$$

Este formalismo captura la interacción del sistema con el entorno y describe la pérdida de coherencia cuántica y la emisión de fonones debido a la dinámica disipativa.

3.5.3. Espectro de emisión

Para analizar la emisión de fonones en el sistema, se examina el espectro de emisión fonónica $I(\omega)$, centrándose en los procesos de emisión de n -fonones, con $n = 2, 3$. En particular, se busca determinar si estas transiciones pueden ser resueltas en frecuencia, utilizando la teoría espectral (véase la figura 3.11(c)).

El espectro de emisión fonónica se obtiene a partir del teorema de Wiener-Khintchine, en analogía con el espectro de fotoluminiscencia (Perea et al., 2004). Se expresa como:

$$I(\omega) \propto \frac{\kappa}{\pi} \int_0^\infty \langle b(t)b^\dagger(t+\tau)e^{i\omega\tau} \rangle d\tau. \quad (3.11)$$

En la figura 3.11(a), se observa que el pico más prominente del espectro coincide con las transiciones entre estados excitónicos oscuros con un fonón y estados oscuros sin fonones⁹.

Por otro lado, la figura 3.11(b) revela la presencia de otro pico en la frecuencia $\omega = 2\omega_b$, el cual se asocia con transiciones entre estados excitónicos oscuros con dos fonones, que decaen a estados oscuros sin fonones, así como transiciones de estados con tres fonones a estados con un fonón.

Uno de los resultados más relevantes del espectro de emisión es que la intensidad del pico de 2-fonón es significativamente menor en comparación con el pico de 1-fonón. Estas transiciones pueden diferenciarse debido a la notable separación energética entre ellas en el espectro. Las bandas laterales fonónicas (phonon sidebands) se identifican con los picos en el espectro de emisión fonónica, los cuales reflejan transiciones entre estados excitónicos oscuros y brillantes acompañadas de la emisión de 0, 1 o 2 fonones.

⁹La probabilidad de estas transiciones depende de la energía inyectada en el sistema y de la intensidad de las interacciones que regulan la transferencia de población.

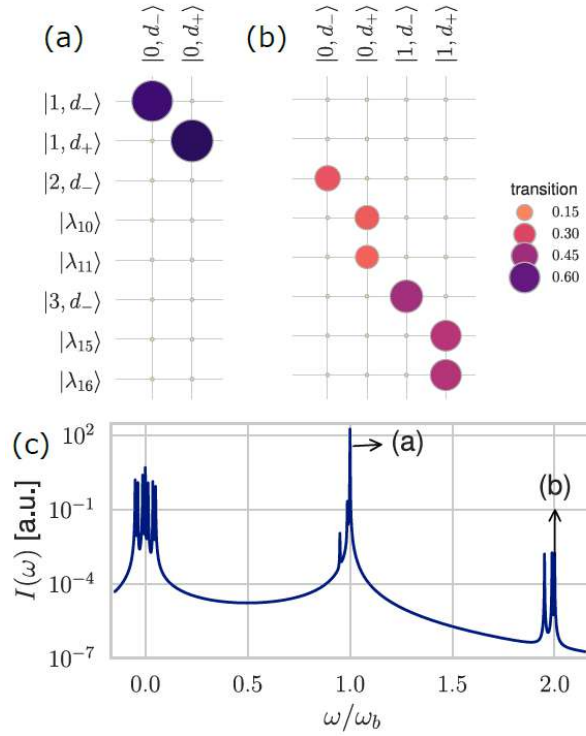


Figura 3.11.: Espectro de emisión de fonones $I(\omega)$. Los paneles (a) y (b) muestran los elementos $|\langle \psi | \rho | \phi \rangle|^2$ de las eigenmatrices Liouvillianas ρ que coinciden con los picos señalados en el espectro de emisión de fonones de la fig.3.11 (Vargas-Calderón et al., 2022).

Conclusiones

Los excitones oscuros muestran una mayor robustez ante la decoherencia, ya que no se acoplan a los modos ópticos de fuga. Esto los hace adecuados para la generación de oscilaciones gigantes de Rabi entre estados oscuros con N fonones y el vacío.

Estas oscilaciones gigantes de Rabi siguen un proceso en cascada, acoplando estados con distinto número de fonones y permitiendo un control efectivo sobre la dinámica del sistema. Al incluir los canales disipativos, se activan estados intermedios en la cascada, lo que resulta en la emisión bundle de N -fonones.

Para los parámetros estudiados, la función de correlación del N -bundle de N -fonones exhibe estadísticas cuánticas de antibunching, lo que sugiere su potencial para la implementación de cañones de N -fonones. Mediante el análisis del espectro de emisión, se demuestra que la emisión N -bundle de N -fonones puede resolverse en frecuencia, lo cual es crucial para la identificación experimental de las cuasipartículas de fonones emitidas por la cavidad acústica.

4. Descripción del sistema físico

El sistema estudiado consiste en un **punto cuántico** semiconductor autoensamblado (puede ser de InAs/GaAs¹) a temperaturas ultrabajas. Se investigan excitones neutros **bombeados** mediante un láser coherente². El punto cuántico está integrado en una **cavidad acústica** diseñada para confinar fonones acústicos a frecuencias específicas (ver fig. 4.1). La interacción en el sistema es un acoplamiento **electrón-fonón** débil, y la dinámica se analiza bajo la influencia de un **campo magnético** externo estático, el cual modula los niveles de energía y las transiciones excitónicas.

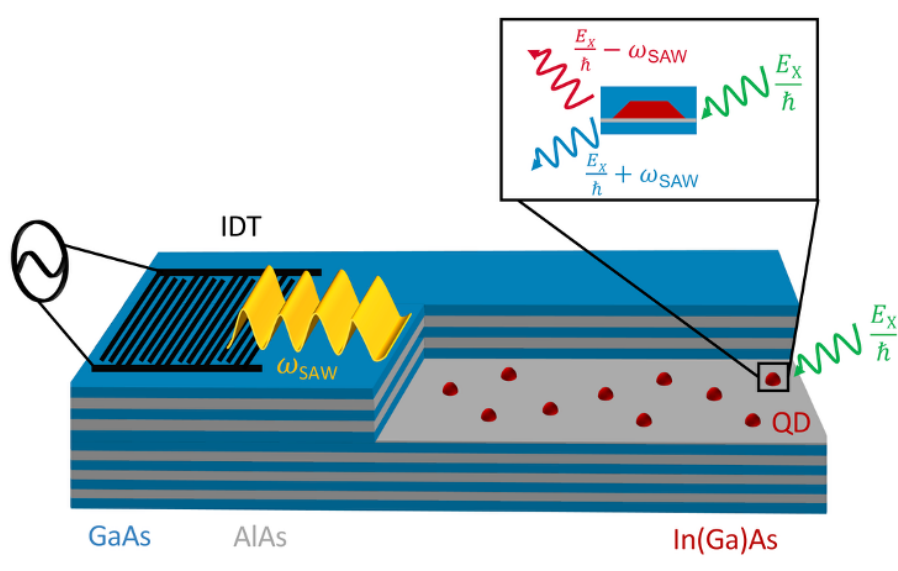


Figura 4.1.: Una capa de puntos cuánticos auto ensamblados se encuentra dentro de una microcavidad tipo Bragg, donde un láser resonante induce la transición excitónica. Al mismo tiempo, ondas acústicas superficiales aplican tensión dinámica sobre el QD individual (Wigger et al., 2021).

Los **puntos cuánticos** semiconductores autoensamblados (ver fig 4.2), por ejemplo de InAs/GaAs, son estructuras nanométricas formadas espontáneamente al depositar una capa de InAs sobre un sustrato de GaAs. El desajuste entre las redes cristalinas genera tensiones que inducen la formación de islas tridimensionales, las cuales actúan como puntos cuánticos (Bimberg et al., 1999). En estos sistemas, se establece una banda prohibida (*bandgap*) entre la banda de valencia y la de conducción, lo que permite la excitación de electrones y la formación de **excitones**, cuasipartículas que describen la interacción atractiva entre un electrón y un hueco.

La configuración de espín del electrón y el hueco determina el tipo de excitón. Si sus espines están alineados en direcciones opuestas, se forman **excitones brillantes**, que

¹InAs: Arseniuro de Indio. GaAs: Arseniuro de Galio.

²Esta interacción es modelada semiclásicamente.

4. Descripción del sistema físico

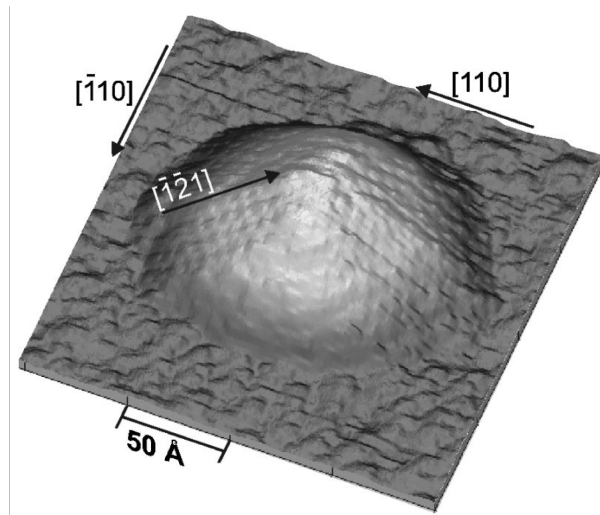


Figura 4.2.: Imagen STM tridimensional de un punto cuántico (QD) de InAs sin recubrimiento, crecido sobre GaAs (Marquez et al., 2001).

pueden interactuar con la radiación electromagnética. En contraste, si los espines son paralelos, se generan **excitones oscuros**, los cuales presentan menor probabilidad de interacción óptica y mayor tiempo de vida (Bayer et al., 2002).

El **bombeo** se lleva a cabo mediante un láser externo que bombea coherentemente el punto cuántico (QD). El propósito principal de este láser es excitar los estados de excitones brillantes del QD. Una característica crucial de este bombeo es la capacidad de sintonizar finamente la frecuencia del láser, lo cual es fundamental para lograr las oscilaciones gigantes de Rabi entre el estado de vacío y un autoestado de excitón que incluye paquetes de N -fonones (Vargas-Calderón et al., 2022). En la figura 7.2 se ilustran las interacciones del láser, coherente, continuo y de ajuste fino; con el QD, las cuales inducen transiciones entre diferentes estados excitónicos.

Las **cavidades acústicas** son sistemas diseñados para confinar principalmente **fonones acústicos**³, lo que permite controlar y manipular las vibraciones mecánicas en materiales sólidos (Maldovan, 2013). Para confinar fonones de alta frecuencia (en el rango de terahercios), las dimensiones de la cavidad deben ser nanométricas. Esto se logra mediante **técnicas avanzadas de nanofabricación**, como la epitaxia de haces moleculares o la litografía por haz de electrones.

Un componente clave en estas cavidades son los **espejos de Bragg acústicos**. Se construyen con capas alternadas de distintos materiales que reflejan eficientemente las ondas acústicas en frecuencias específicas, creando así cavidades resonantes.

El confinamiento de fonones no solo permite modificar la conductividad térmica de los materiales, sino que también facilita el estudio de la **interacción entre fonones y foto-**

³También existen los **fonones ópticos**. A diferencia de los acústicos, que representan vibraciones en las que los átomos de la red cristalina se mueven en fase, los fonones ópticos corresponden a vibraciones en las que **átomos adyacentes se mueven en fases opuestas** (Kittel & McEuen, 2018). Esto significa que los átomos oscilan uno respecto al otro, a menudo generando un **momento dipolar eléctrico** si los átomos tienen cargas diferentes. Los fonones ópticos son fundamentales en fenómenos como la absorción y emisión de luz por los materiales, y su estudio es crucial en campos como la espectroscopia Raman y la física del estado sólido (Yu & Cardona, 2010).

nes en cavidades optoacústicas. Estas interacciones tienen un gran potencial en diversas aplicaciones, incluyendo la comunicación cuántica y el desarrollo de sensores de alta sensibilidad (Jiang et al., 2019).

Es posible acceder a los estados oscuros sin la necesidad de un campo magnético externo, gracias al Hamiltoniano electrón-fonón, el cual incorpora el Hamiltoniano Bir-Pikus y la interacción de intercambio electrón-hueco. El Hamiltoniano Bir-Pikus describe el acoplamiento del espín del hueco con el tensor de deformación del QD (Woods et al., 2004). Además, los términos de acoplamiento g_{bb} y g_{bd} regulan las tasas de interacción fonónica entre excitones brillantes-brillantes y brillantes-oscuros, respectivamente.

La **interacción electrón-fonón** describe la interacción de los electrones con las vibraciones cuánticas de la red cristalina (Grimvall, 1976). Esta interacción permite transiciones mediadas por fonones entre excitones brillantes, así como entre excitones brillantes y oscuros (Roszak et al., 2007).

Esta interacción es fundamental para comprender propiedades como la conductividad eléctrica y térmica, la superconductividad y la resistencia eléctrica. En semiconductores, influye en la recombinación de electrones y huecos, afectando la emisión de luz en dispositivos como LEDs y láseres (Ridley, 2013). A bajas temperaturas o en materiales con estructuras electrónicas complejas, sus efectos cuánticos son significativos y requieren un tratamiento detallado. La manipulación de esta interacción permite diseñar materiales con propiedades específicas, esenciales para el desarrollo de dispositivos electrónicos avanzados.

Los excitones brillantes y oscuros interactúan con un **campo magnético** externo, dando lugar a efectos como el desdoblamiento Zeeman y el corrimiento diamagnético (Kusrayev et al., 2005). El campo magnético separa energéticamente los estados excitónicos según sus proyecciones de espín, en proporción a los factores g efectivos y al componente del campo magnético perpendicular al eje de cuantización.

El **corrimiento diamagnético** es un incremento uniforme en la energía de los excitones, proporcional al cuadrado del campo magnético. Este efecto surge debido a las corrientes inducidas que se oponen al cambio del campo. Además, el campo magnético puede inducir la mezcla entre excitones brillantes y oscuros, afectando las propiedades ópticas del sistema.

La anisotropía en los factores g provoca desdoblamientos Zeeman distintos para electrones y huecos, cuya magnitud depende de la orientación del campo magnético. No obstante, en este estudio se asumen constantes para simplificar el análisis⁴. Al ajustar la intensidad y dirección del campo, es posible modificar la interacción entre excitones brillantes y oscuros, lo que influye en la dinámica de acoplamiento electrón-fonón y en la generación de fonones en cavidades acústicas. Este control es clave para el estudio de la coherencia cuántica en sistemas híbridos excitón-fonón y para el desarrollo de dispositivos de optomecánica cuántica (Urbaszek et al., 2013).

⁴Los factores- g permanecen aproximadamente constantes para campos magnéticos de baja y moderada intensidad. Sin embargo, en presencia de campos magnéticos extremadamente intensos, pueden entrar en un régimen no lineal, donde su valor deja de ser constante y puede depender de la intensidad del campo aplicado (Kusrayev et al., 2005). Dado que este efecto ocurre en condiciones específicas y fuera del rango de interés de este estudio, será ignorado en el presente análisis.

4. Descripción del sistema físico

El estudio de puntos cuánticos de InAs/GaAs integrados en cavidades acústicas y sometidos a campos magnéticos permite explorar y manipular fenómenos fundamentales como la interacción electrón-fonón y las propiedades excitónicas. Comprender y controlar estos sistemas resulta crucial para el desarrollo de tecnologías cuánticas, dispositivos optoelectrónicos avanzados y la exploración de nuevos efectos en la física del estado sólido.

5. Modelo Teórico

5.1. Fundamentos

Esta sección aborda los conceptos teóricos fundamentales que sustentan el modelo utilizado para describir el sistema en estudio: un punto cuántico (QD) de 5 niveles dentro de una cavidad acústica. Este modelo considera las interacciones electrón-fonón, el bombeo coherente y un campo magnético externo. Se exploran las oscilaciones de Rabi y gigantes de Rabi, así como la diagonalización del Hamiltoniano del sistema. También se analiza la importancia de los cruces y anticruces en el espectro de energías, así como el concepto de *detuning* y su influencia en las transiciones entre los estados de excitación del sistema. Finalmente, se discute la dinámica unitaria utilizando la ecuación de Schrödinger para describir la evolución temporal del sistema.

5.1.1. Variedad de Excitación

La **variedad de excitación** en un sistema cuántico cuantifica el número total de excitaciones presentes en un estado, abarcando tanto **fonones** como **excitones**. En un sistema de cinco niveles, como un punto cuántico (QD) en una cavidad acústica, cada excitón (brillante u oscuro) aporta una única excitación. Es crucial que el número de excitones (n_X) solo pueda ser 0 o 1, ya que cada estado admite como máximo un excitón en su base, impidiendo la coexistencia de múltiples excitones en un mismo estado. Dado que todos los excitones contribuyen por igual a la excitación global, la variedad total de excitación se expresa como:

$$n + n_X, \tag{5.1}$$

donde n es el número de fonones y n_X indica la presencia (1) o ausencia (0) de un excitón. Este esquema no considera estados multiexcitón, asegurando que cada estado se caracterice únicamente por la suma de las excitaciones de fonones y la posible presencia de un solo excitón.

5.1.2. Detuning

El parámetro de *detuning* se denota por Δ y se define como la diferencia entre la frecuencia del excitón brillante y la frecuencia del láser

$$\Delta = \omega_b - \omega_L, \tag{5.2}$$

donde ω_b representa la frecuencia del excitón brillante y ω_L la frecuencia del láser.

Este parámetro es esencial para controlar las transiciones entre los diferentes estados de excitación del sistema, ya que determina la dirección en la que ocurren dichas transiciones. En particular, el signo de Δ influye de la siguiente manera:

- **Detuning negativo** ($\Delta < 0$): En este caso, $\omega_b < \omega_L$. Esto implica que la frecuencia (y, por ende, la energía) del láser es mayor que la del excitón brillante. Si el sistema se prepara inicialmente en un estado de menor energía, la absorción de un fotón del láser puede inducir una transición hacia un estado de mayor energía. Es decir, el sistema, definido inicialmente en su estado de menor energía, es promovido a un nivel superior.
- **Detuning positivo** ($\Delta > 0$): Aquí, $\omega_b > \omega_L$. Si el sistema se encuentra inicialmente en un estado excitado, la interacción con el láser (a una frecuencia inferior) puede favorecer la emisión estimulada, facilitando la transición del sistema a un estado de menor energía. En otras palabras, un detuning positivo puede inducir la relajación de un estado excitado hacia el estado fundamental.

De esta manera, el valor y el signo de Δ no solo ajustan la resonancia entre el láser y el excitón, sino que también determinan la dirección de la transición energética, permitiendo un control preciso de la dinámica cuántica en el sistema.

5.2. Oscilaciones de Rabi

Las oscilaciones de Rabi son un fenómeno fundamental en la física cuántica, que describe las transiciones periódicas entre dos niveles energéticos de un sistema cuántico sometido a un campo electromagnético oscilante. Dicho comportamiento, observable en átomos o sistemas de dos niveles, se caracteriza por una evolución coherente cuya frecuencia se denomina **frecuencia de Rabi**.

En lo que sigue se presentan dos enfoques complementarios para analizar este fenómeno: la diagonalización del Hamiltoniano efectivo y la solución dinámica de la ecuación de Schrödinger.

5.2.1. Diagonalización del Hamiltoniano

Consideremos el modelo más simple de un sistema de dos niveles, descrito en el marco rotante por el Hamiltoniano efectivo (Ma, 2015):

$$\frac{H_{\text{eff}}}{\hbar} = \frac{k_1}{2} |0, v\rangle \langle 0, v| + \frac{k_2}{2} |\lambda\rangle \langle \lambda| + \Omega \left(|0, v\rangle \langle \lambda| + |\lambda\rangle \langle 0, v| \right), \quad (5.3)$$

donde k_1 y k_2 son constantes dependientes de diversos parámetros experimentales (por ejemplo, el detuning, la diferencia de energía entre excitones brillantes y oscuros, la interacción electrón-fonón, etc.) y Ω representa la amplitud de la interacción, que fija la frecuencia de Rabi.

En el caso resonante, cuando $k_1 = k_2 \equiv k$, el Hamiltoniano se simplifica a:

$$\frac{H_{\text{eff}}}{\hbar} = \begin{pmatrix} k & \Omega \\ \Omega & k \end{pmatrix}, \quad (5.4)$$

aquí, los términos diagonales iguales (k) implican una degeneración de los estados $|0, v\rangle$ y $|\lambda\rangle$ en ausencia de acoplamiento; la presencia de la interacción Ω rompe esta degeneración y produce un **anticruce** en el diagrama de energía. Es decir, sin acoplamiento ($\Omega = 0$) los niveles se cruzarían al variar un parámetro externo, mientras que para $\Omega \neq 0$ se genera una brecha mínima de 2Ω en la condición $k_1 = k_2$.

La diagonalización del Hamiltoniano en este caso conduce a los autovalores

$$E_{\pm} = k \pm \Omega, \quad (5.5)$$

y a los correspondientes autovectores

$$|E_{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0, v\rangle \pm |\lambda\rangle). \quad (5.6)$$

Estos resultados evidencian que la separación energética entre los niveles es 2Ω , y además se verifica la ortogonalidad de los estados, es decir, $\langle E_+ | E_- \rangle = 0$. En el diagrama de energía, al variar el parámetro $k_1 - k_2$ (por ejemplo, mediante un campo magnético externo), las curvas de E_{\pm} exhiben un anticruce en la condición de resonancia.

5.2.2. Evolución Dinámica del Sistema

La evolución temporal del sistema se rige por la ecuación de Schrödinger

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = H_{\text{eff}} |\psi(t)\rangle. \quad (5.7)$$

En el caso resonante ($k_1 = k_2 = k$), el Hamiltoniano efectivo puede expresarse de forma compacta como

$$H_{\text{eff}} = \hbar k I + \hbar \Omega \sigma_x, \quad (5.8)$$

donde I es la matriz identidad y σ_x es la matriz de Pauli que acopla los estados $|0, v\rangle$ y $|\lambda\rangle$. El término $\hbar k I$ aporta únicamente una fase global, por lo que la dinámica relevante queda determinada por el término $\hbar \Omega \sigma_x$.

El operador de evolución temporal se escribe entonces como

$$U(t) = \exp\left(-\frac{iH_{\text{eff}}t}{\hbar}\right) = e^{-ikt} \exp(-i\Omega t \sigma_x), \quad (5.9)$$

aprovechando que $\sigma_x^2 = I$, se puede desarrollar la exponencial mediante la serie de potencias, obteniéndose:

$$\exp(-i\Omega t \sigma_x) = I \cos(\Omega t) - i \sigma_x \sin(\Omega t). \quad (5.10)$$

Si el sistema se encuentra inicialmente en el estado $|\psi(0)\rangle = |0, v\rangle$, su evolución temporal es

$$|\psi(t)\rangle = e^{-ikt} \left[\cos(\Omega t) |0, v\rangle - i \sin(\Omega t) |\lambda\rangle \right]. \quad (5.11)$$

De esta manera, la amplitud de probabilidad de encontrar al sistema en el estado $|\lambda\rangle$ es

$$\langle \lambda | \psi(t) \rangle = -i e^{-ikt} \sin(\Omega t), \quad (5.12)$$

5. Modelo Teórico

de donde se obtiene la probabilidad de transición:

$$P_\lambda(t) = |\langle \lambda | \psi(t) \rangle|^2 = \sin^2(\Omega t). \quad (5.13)$$

Análogamente, la probabilidad de que el sistema permanezca en el estado inicial $|0, v\rangle$ es

$$P_{0,v}(t) = \cos^2(\Omega t). \quad (5.14)$$

Estas expresiones representan las conocidas oscilaciones de Rabi, en las que la población de los niveles varía de forma periódica y reversible a lo largo del tiempo, con la frecuencia Ω . La solución dinámica resalta el carácter coherente de la evolución, ya que el operador de evolución $U(t)$ es unitario, garantizando la conservación de la probabilidad.

En resumen, mientras que el análisis mediante diagonalización permite identificar las energías propias y la ruptura de la degeneración mediante el acoplamiento, la solución dinámica ilustra explícitamente la transferencia de población entre los estados cuánticos a lo largo del tiempo, ofreciendo una visión completa del fenómeno de las oscilaciones de Rabi.

5.3. Sistemas en interacción con el entorno

Los sistemas cuánticos reales están inevitablemente acoplados a su entorno, lo que introduce procesos de disipación y decoherencia que deben ser considerados en su evolución. En esta sección se presenta el marco teórico para describir estos sistemas, comenzando con el operador densidad como herramienta fundamental para representar estados cuánticos y calcular observables. Se introduce la ecuación maestra de Lindblad, que modela la evolución de sistemas abiertos, y se discute la obtención del estado estacionario mediante la diagonalización del superoperador Liouvillian. Posteriormente, se aborda la función de correlación *bundle* de N -fonones, una herramienta clave para caracterizar la emisión fonónica en términos de *bunching* y *antibunching*. Finalmente, se presenta el espectro de emisión fonónica, obteniendo su expresión analítica mediante la transformada de Fourier de las correlaciones temporales, lo que permite describir la distribución espectral de los fonones en el sistema.

5.3.1. Operador densidad y cálculo de observables

El operador densidad ρ es una descripción generalizada de los estados cuánticos que permite caracterizar tanto estados puros como mixtos (Von Neumann, 2013). Satisface las propiedades de hermiticidad ($\rho = \rho^\dagger$), normalización ($\text{Tr}(\rho) = 1$) y positividad semidefinida ($\langle \psi | \rho | \psi \rangle \geq 0$), garantizando que la interpretación probabilística de la mecánica cuántica se mantenga válida.

Para un sistema en un estado puro, el operador densidad se define como:

$$\rho = |\psi\rangle \langle \psi|, \quad (5.15)$$

mientras que para una mezcla estadística de estados $\{|\psi_i\rangle\}$, con probabilidades p_i , se expresa como:

$$\rho = \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|. \quad (5.16)$$

En sistemas abiertos, donde la interacción con el entorno introduce pérdida de coherencia y disipación, la evolución del sistema ya no es puramente unitaria y debe modelarse mediante ecuaciones maestras.

Los observables físicos en un sistema cuántico se obtienen mediante la traza ponderada del operador correspondiente A con la matriz densidad:

$$\langle A \rangle = \text{Tr}(\rho A). \quad (5.17)$$

Por ejemplo, el número promedio de fonones en un sistema se calcula con el operador de ocupación:

$$\langle n \rangle = \text{Tr}(\rho c^\dagger c). \quad (5.18)$$

Esta formulación permite describir de manera precisa la evolución y medición de cantidades físicas relevantes en sistemas cuánticos abiertos.

5.3.2. Evolución de sistemas abiertos

Para sistemas en interacción con su entorno, la evolución del operador densidad sigue la ecuación maestra en forma de Lindblad (Lindblad, 1976):

$$\frac{d\rho}{dt} = \mathcal{L}[\rho] = -i[H, \rho] + \sum_k \gamma_k D_{O_k}[\rho], \quad (5.19)$$

donde \mathcal{L} es el superoperador Liouvilliano, que puede construirse de manera eficiente mediante técnicas de vectorización (ver apéndice B), H el Hamiltoniano (parte unitaria), O_k son los llamados **operadores de salto** (parte disipativa), γ_k son constantes de decaimiento o tasas de disipación,

$$D_O[\rho] = O\rho O^\dagger - \frac{1}{2}\{O^\dagger O, \rho\}, \quad (5.20)$$

el super operador de disipación de Lindblad y las llaves ($\{, \}$) el anticonmutador.

5.3.3. Estado estacionario y diagonalización del Liouvilliano

El estado estacionario ρ_{ss} es aquel que satisface la ecuación

$$\mathcal{L}[\rho_{ss}] = 0, \quad (5.21)$$

se encuentra diagonalizando el superoperador Liouvilliano \mathcal{L} , cuyos autovalores λ_i y autovectores v_i determinan la evolución disipativa del sistema. El estado estacionario corresponde al autovector asociado a $\lambda_0 = 0$

$$\rho_{ss} = \frac{v_0}{\text{Tr}(v_0)}. \quad (5.22)$$

Este análisis es esencial para comprender la dinámica de correlaciones cuánticas y los efectos de disipación en sistemas abiertos.

5.3.4. Función de correlación N -*bundle* de m -fonones

El estudio de correlaciones fonónicas puede extenderse al caso de un N -*bundle* de m -fonones, entendido como una cuasipartícula colectiva compuesta por N paquetes de m fonones cada uno. La función de correlación de segundo orden generalizada para estos paquetes fonónicos se define como:

$$g_N^{(m)}(\tau = 0) = \frac{\langle c^{\dagger Nm} c^{Nm} \rangle}{\langle c^{\dagger N} c^N \rangle^m}. \quad (5.23)$$

Esta función permite analizar correlaciones de orden superior en la emisión fonónica, proporcionando información detallada sobre el comportamiento colectivo de los fonones, incluyendo fenómenos de agrupamiento (*bunching*) y supresión (*antibunching*) en la propagación de los paquetes fonónicos (Bin et al., 2020; Muñoz et al., 2014; Vargas-Calderón et al., 2022).

Formalismo y obtención Los N -*bundle* de m -fonones se describen utilizando los operadores bosónicos de aniquilación y creación, c y c^\dagger , que obedecen la relación de conmutación:

$$[c, c^\dagger] = 1. \quad (5.24)$$

El número promedio de N -*bundle* en el sistema se obtiene a partir del valor esperado del operador:

$$\langle (c^N)^\dagger c^N \rangle. \quad (5.25)$$

Esta expresión cuantifica la cantidad de paquetes fonónicos presentes en el sistema, permitiendo analizar la dinámica de excitaciones colectivas en diferentes regímenes físicos.

Interpretación y aplicaciones El comportamiento de $g_N^{(m)}(0)$ revela información clave sobre la naturaleza de la emisión y propagación de los paquetes fonónicos (Loudon, 2000; Mandel & Wolf, 1995):

- $g_N^{(m)}(0) > 1$ (*bunching*): los N -*bundle* tienden a agruparse, lo que sugiere una distribución fonónica característica de estados térmicos.
- $g_N^{(m)}(0) = 1$: la estadística sigue una distribución de Poisson, indicando una emisión fonónica coherente.
- $g_N^{(m)}(0) < 1$ (*antibunching*): los paquetes fonónicos evitan la coincidencia simultánea, lo que es indicativo de efectos cuánticos no clásicos.

El estudio de correlaciones en estos paquetes fonónicos resulta fundamental en diversas aplicaciones tecnológicas y en la exploración de nuevas propiedades de la materia condensada:

- **Transporte cuántico de calor:** análisis del flujo fonónico en materiales nanoscópicos y su impacto en la conductividad térmica (Srivastava, 2022).
- **Espectroscopía fonónica:** caracterización de interacciones fonón-fonón y detección de estados coherentes de fonones en sistemas cuánticos.

- **Dispositivos cuánticos fonónicos:** manipulación de paquetes fonónicos para el desarrollo de tecnologías avanzadas en computación cuántica y sensores térmicos.

El análisis de $g_N^{(m)}(0)$ proporciona un marco teórico sólido para la caracterización de la estadística fonónica en sistemas abiertos y cerrados, permitiendo evaluar la dinámica de excitaciones colectivas y su impacto en el diseño de dispositivos basados en la ingeniería de fonones.

5.3.5. Espectro de emisión fonónico

El espectro de emisión fonónico $S(\omega)$ describe la distribución de frecuencias de los fonones emitidos en el sistema y se obtiene como la transformada de Fourier de la función de correlación temporal:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} \langle c^\dagger(t)c(0) \rangle dt. \quad (5.26)$$

Cálculo mediante el Teorema de Regresión Cuántica La función de correlación fonónica se expresa como:

$$\langle c^\dagger(t)c(0) \rangle = \text{Tr} [c^\dagger e^{\mathcal{L}t}(c\rho_{ss})], \quad (5.27)$$

donde ρ_{ss} es el estado estacionario y \mathcal{L} es el Liouvilliano que gobierna la evolución del sistema (Breuer & Petruccione, 2002; Carmichael, 1993).

Transformada de Laplace y Resolvente Utilizando la transformada de Laplace,

$$\mathcal{F}\{\langle c^\dagger(t)c(0) \rangle\}(s) = \text{Tr} \left[c^\dagger \frac{1}{s - \mathcal{L}}(c\rho_{ss}) \right], \quad (5.28)$$

se obtiene la expresión final del espectro:

$$S(\omega) = \text{Tr} \left[c^\dagger \frac{1}{-i\omega - \mathcal{L}}(c\rho_{ss}) \right] + \text{Tr} \left[c \frac{1}{i\omega - \mathcal{L}^\dagger}(c^\dagger\rho_{ss}) \right]. \quad (5.29)$$

Esta formulación es fundamental para analizar la dinámica cuántica de fonones en sistemas abiertos y en la caracterización de dispositivos fonónicos avanzados (Gardiner & Zoller, 2004).

5.4. Sistema

5.4.1. Sistema aislado del entorno

El sistema se modela mediante el Hamiltoniano total

$$H = H_{\text{QD}} + H_{\text{cav}} + H_{\text{el-ph}} + H_{\text{pump}} + H_{\text{mag}}. \quad (5.30)$$

5. Modelo Teórico

A continuación, se detallan los sub-Hamiltonianos que describen cada uno de los sub-sistemas involucrados.

El **punto cuántico** se describe mediante el Hamiltoniano

$$H_{\text{QD}} = \hbar\omega_b \sum_{j=1}^2 \sigma_{jj} + \hbar\omega_d \sum_{j=3}^4 \sigma_{jj} + (\hbar\delta_{bb}\sigma_{12} + \hbar\delta_{dd}\sigma_{34} + \text{h.c.}), \quad (5.31)$$

aquí, $\hbar\omega_b$ representa la energía de transición de los excitones **brillantes**, aquellos con una configuración de espín total que permite la interacción con la luz, es decir, son ópticamente activos. Por otro lado, $\hbar\omega_d$ es la energía de transición de los excitones **oscuros**, los cuales, debido a su configuración de espín, no pueden interactuar directamente con la radiación electromagnética, desempeñando un papel crucial en procesos de relajación y decoherencia. Los parámetros δ_{bb} y δ_{dd} describen la interacción entre excitones brillantes y oscuros, respectivamente, que surge de efectos de intercambio de espín. Finalmente, $\sigma_{ij} = |i\rangle\langle j|$ son los operadores de transición en la base de excitones, donde $|i\rangle$ y $|j\rangle$ representan los estados excitónicos, permitiendo describir las poblaciones (excitones) y las transiciones entre ellos.

El **bombeo** coherente del sistema se modela de manera semiclásica (Cohen-Tannoudji et al., 1998)

$$H_{\text{pump}} = \hbar(\Omega_1\sigma_{1v} + \Omega_2\sigma_{2v})e^{-i\omega_L t} + \text{h.c.}, \quad (5.32)$$

las cantidades Ω_1 y Ω_2 corresponden a las amplitudes relativas del bombeo para las transiciones desde el estado de valencia $|v\rangle$ a los estados excitónicos brillantes $|1\rangle$ y $|2\rangle$, respectivamente. Estas amplitudes dependen de la intensidad y la polarización del láser de bombeo (Belhadj et al., 2009). La frecuencia angular del láser de bombeo está dada por ω_L , determinando la energía de los fotones incidentes e influyendo directamente en la interacción del sistema con el campo electromagnético externo.

La **cavidad acústica** se modela como

$$H_{\text{cav}} = \hbar\omega_c c^\dagger c, \quad (5.33)$$

aquí, ω_c representa la frecuencia angular del modo de vibración permitido dentro de la cavidad acústica, la cual puede albergar uno o varios fonones acústicos confinados en su interior. Los operadores c^\dagger y c son los operadores de creación y aniquilación de los modos fonónicos de la cavidad, obedeciendo las relaciones de conmutación bosónicas y describiendo la excitación y relajación de estos modos vibracionales.

La **interacción electrón-fonón** en el sistema se describe mediante

$$H_{\text{el-ph}} = \hbar g_{bb} \sum_{j=1}^2 \sigma_{jj} (c^\dagger + c) + \left(\hbar \left\{ i g_{bb} \sigma_{12} + \frac{g_{bd}}{\sqrt{2}} \sum_{j=3}^4 [(\sigma_{1j} + \sigma_{2j}) + i(\sigma_{1j} - \sigma_{2j})] \right\} (c^\dagger + c) + \text{h.c.} \right), \quad (5.34)$$

el parámetro g_{bb} representa la intensidad de la interacción entre los excitones brillantes y el modo fonónico de la cavidad, modulando la energía y dinámica de los estados excitónicos brillantes a través de su acoplamiento con los fonones. El término g_{bd} describe la interacción electrón-fonón entre excitones brillantes y oscuros, permitiendo la mediación

de transiciones entre estos estados mediante la emisión o absorción de fonones. Finalmente, el término $(c^\dagger + c)$ corresponde al operador de desplazamiento del modo fonónico, que representa la posición del oscilador armónico cuántico asociado al fonón confinado en la cavidad.

El sub-Hamiltoniano que describe la interacción con un **campo magnético** externo es

$$H_{\text{mag}} = \beta_+(\sigma_{11} - \sigma_{22}) + \beta_-(\sigma_{44} - \sigma_{33}) + \alpha B^2 \sum_{j=1}^4 \sigma_{jj} + [\beta_e(\sigma_{13} + \sigma_{24}) + \beta_h(\sigma_{14} + \sigma_{23}) + \text{h.c.}], \quad (5.35)$$

los términos $\beta_\pm = \mu_B(g_{ez} \pm g_{hz})B \sin(\theta)/2$ corresponden a la energía de Zeeman para excitones brillantes y oscuros, respectivamente. En esta expresión, B es la magnitud del campo magnético aplicado, θ es el ángulo entre el campo magnético y el eje de referencia del sistema, μ_B es el magnetón de Bohr, y g_{ez} y g_{hz} son los factores g efectivos para el electrón y el hueco en la dirección z . Adicionalmente, $\beta_{e(h)} = \mu_B g_{e(h)x} B \cos(\theta)/2$ representa los términos de mezcla inducidos por el campo magnético en la dirección x , con g_{ex} y g_{hx} como los factores g efectivos en esa dirección. Estos términos permiten transiciones entre excitones brillantes y oscuros debido a la componente transversal del campo magnético. Finalmente, α es el coeficiente del corrimiento diamagnético, que introduce una contribución cuadrática del campo magnético a la energía del sistema, siendo relevante a campos magnéticos intensos.

Transformación al Marco Rotante

Para simplificar la descripción del sistema, el Hamiltoniano en el marco rotante (ver apéndice A.1) es

$$\tilde{H} = \tilde{H}_{\text{QD}} + H_{\text{cav}} + H_{\text{el-ph}} + \tilde{H}_{\text{pump}} + H_{\text{mag}}. \quad (5.36)$$

En este marco, las energías del **punto cuántico** se modifican debido a la frecuencia del láser de bombeo, por lo que se reescriben como

$$\tilde{H}_{\text{QD}} = \hbar\Delta \sum_{j=1}^2 \sigma_{jj} + \hbar(\Delta - \delta_{bd}) \sum_{j=3}^4 \sigma_{jj} + (\hbar\delta_{bb}\sigma_{12} + \hbar\delta_{dd}\sigma_{34} + \text{h.c.}), \quad (5.37)$$

aquí, $\Delta = \omega_b - \omega_L$ representa el *detuning* entre la energía de los excitones brillantes y la frecuencia del láser de bombeo y $\omega_d = \omega_b - \delta_{bd}$. Donde $\hbar\delta_{bd}$ es la diferencia de energía de transición entre los excitones brillantes y oscuros, con $\omega_b > \omega_d$.

Finalmente, en el marco rotante, el término de bombeo toma la forma

$$\tilde{H}_{\text{pump}} = \hbar(\Omega_1\sigma_{1v} + \Omega_2\sigma_{2v}) + \text{h.c.}, \quad (5.38)$$

eliminando las oscilaciones rápidas y facilitando su análisis en términos estacionarios.

5.4.2. Sistema en interacción con el entorno

La evolución de un sistema cuántico en interacción con su entorno se describe mediante un **superoperador Liouvilliano** (\mathcal{L}). Este superoperador incorpora las interacciones disipativas con el entorno, incluyendo tanto las fonónicas como las radiativas. La dinámica del **estado densidad** $\rho(t)$ del sistema se rige por la **ecuación maestra**, la cual se deriva bajo la aproximación de Born-Markov:

$$\frac{d\rho}{dt} = \mathcal{L}\rho, \quad (5.39)$$

donde el superoperador \mathcal{L} incorpora los procesos disipativos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\rho = & -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] + \kappa\mathcal{D}_c[\rho] + \gamma_b \sum_{j=1}^2 \mathcal{D}_{\sigma_{vj}}[\rho] \\ & + \gamma_d \sum_{j=3}^4 \mathcal{D}_{\sigma_{vj}}[\rho] + \gamma_\phi \sum_{j=1}^4 \mathcal{D}_{\sigma_{jj}}[\rho], \end{aligned} \quad (5.40)$$

aquí, la disipación de fonones acústicos en la cavidad es caracterizada por la tasa κ , mientras que las tasas de decaimiento radiativo de excitones brillantes y oscuros son γ_b y γ_d , respectivamente. Finalmente, γ_ϕ describe la pérdida de coherencia (decoherencia) de los estados excitónicos, siendo $\mathcal{D}_O[\rho]$ el super operador de disipación de Lindblad aplicado al operador O (ver ec. 5.20).

La solución estacionaria del sistema se obtiene resolviendo la ecuación $\mathcal{L}\rho_{ss} = 0$, proporcionando acceso directo a la dinámica en régimen estacionario y facilitando el estudio de las propiedades coherentes y disipativas de interés.

6. Resultados

Este capítulo presenta los resultados obtenidos a partir del modelo desarrollado, organizados en tres secciones principales, cada una correspondiente a una configuración específica del sistema.

En la primera sección, se estudia un **sistema sin campo magnético**, abordando inicialmente su **diagrama de dispersión**, la **composición fraccional** y la **evolución dinámica unitaria**. Posteriormente, se analiza el **sistema abierto**, considerando la interacción del punto cuántico con su entorno. En este contexto, se calcula el **estado estacionario** y, a partir de él, se determina la **función de correlación** $g_2^{(2)}(\tau = 0)$, la cual caracteriza la estadística del **2-bundle de 2 fonones**. Además, se examina el **espectro de emisión fonónico**, proporcionando información relevante sobre la distribución espectral de los fonones emitidos por el sistema.

En la segunda sección, se introduce un **sistema en configuración de Voigt**, donde se aplica un campo magnético estático **perpendicular** al eje de crecimiento del punto cuántico ($\theta = 0^\circ$). Se analizan las **diferencias energéticas inducidas por el campo magnético**, las **condiciones de resonancia** y la **interacción de Rabi**. Al igual que en la primera sección, se considera el **sistema abierto**, evaluando el **estado estacionario**, la función de correlación $g_2^{(2)}(\tau = 0)$ asociada al **2-bundle de 2 fonones** y el **espectro de emisión fonónico** en presencia del campo magnético.

En la tercera sección, se examina un **sistema en configuración de Faraday**, donde el campo magnético es **paralelo** al eje de crecimiento del punto cuántico ($\theta = 90^\circ$). Siguiendo la misma estructura de análisis que en la configuración de Voigt, se estudian las **diferencias de energía**, la **resonancia** y la **interacción de Rabi**, junto con el comportamiento del **sistema abierto**, determinando el **estado estacionario**, la función de correlación $g_2^{(2)}(\tau = 0)$ del **2-bundle de 2 fonones** y el **espectro de emisión fonónico** en esta configuración.

Para garantizar la consistencia en las simulaciones, se emplearon los valores de los parámetros físicos especificados en la Tabla 6.1. Estos parámetros incluyen características del punto cuántico, la cavidad acústica, la interacción electrón-fonón, el bombeo coherente y el campo magnético aplicado. Adicionalmente, cuando el sistema interactúa con su entorno, se incorporan efectos disipativos mediante los valores establecidos en la Tabla 6.2.

Para las simulaciones, se emplearon parámetros característicos de puntos cuánticos autoensamblados de InAs/GaAs sometidos a un campo magnético, extraídos del estudio teórico de (Jiménez-Orjuela et al., 2017) y fundamentados en los resultados experimentales de (Bayer et al., 2002). La energía de los fonones utilizada se obtuvo experimentalmente según (Ramsay et al., 2010). Además, el estudio experimental de (Hameau et al., 1999) demuestra que el acoplamiento fuerte entre excitón y fonón varía en un orden de magnitud; en este trabajo, se considera un régimen de acoplamiento débil en la interacción

6. Resultados

Tabla 6.1.: **Parámetros Hamiltonianos.** Valores empleados en cada subsistema cuando el sistema se considera aislado del entorno.

| Punto cuántico (μeV) | Cavidad acústica (μeV) | Interacción electrón-fonón | Bombeo coherente (μeV) | Campo magnético |
|---|--|---|--|---|
| $\hbar\delta_{bd} = 40.0$ $\hbar\delta_{bb} = 18.0$ $\hbar\delta_{dd} = 5.00$ | $\hbar\omega_c = 1000$ | $\hbar g_{bb} = 20.0 \mu\text{eV}$ $g_{bd} = g_{bb}$ | $\hbar\Omega_1 = 82.0$ $\hbar\Omega_2 = 0.00$ | $g_{ez} = -0.80$ $g_{hz} = -2.20$ $g_{ex} = -0.65$ $g_{hx} = -0.35$ $\alpha = 20.0 \mu\text{eV}/\text{T}^2$ $\mu_B = 57.9 \mu\text{eV}/\text{T}$ |

electrón-fonón, estableciendo una diferencia de dos órdenes de magnitud entre ellos (Bin et al., 2020; Vargas-Calderón et al., 2022). Todos los parámetros se mantuvieron constantes durante el análisis.

El Hamiltoniano se representa en su forma matricial, utilizando una base que combina el espacio de Fock de los fonones y el espacio de Hilbert de los excitones, es decir,

$$|\psi\rangle = |\text{phonons}\rangle \otimes |\text{QD}\rangle. \quad (6.1)$$

Debido a la imposibilidad de construir una base de Fock completa en el computador, se trunca según el número de fonones¹. Como resultado, el espacio de fonones tiene una dimensión de $(n+1) \times (n+1)$, mientras que el espacio de excitones posee una dimensión de 5×5 . En consecuencia, el Hamiltoniano final tiene un tamaño de $5(n+1) \times 5(n+1)$ para todos los resultados presentados a continuación. De manera análoga, el superoperador Liouvilliano, encargado de describir la evolución del sistema en régimen abierto, se expresa como una matriz de dimensión $25(n+1)^2 \times 25(n+1)^2$, la cual encapsula tanto la evolución coherente como los efectos de disipación y decoherencia.

Tabla 6.2.: **Parámetros disipativos.** Valores utilizados en cada subsistema cuando el sistema interactúa con el entorno.

| Cavidad (μeV) | Punto cuántico |
|-------------------------------------|---|
| $\hbar\kappa = 7.89 \times 10^{-1}$ | $\hbar\gamma_b = 1.87 \times 10^{-2} \mu\text{eV}$ $\gamma_d = 0.1\gamma_b$ $\hbar\gamma_\phi = 4.00 \times 10^{-1} \mu\text{eV}$ |

Los valores de la Tabla 6.2 representan las tasas de disipación que afectan la evolución del sistema cuando este interactúa con el entorno, estos fueron tomados del estudio previo de los autores Vargas-Calderón et al., 2022. La cavidad acústica se caracteriza por el parámetro κ , que describe la pérdida de fonones confinados en la cavidad. En cuanto al punto cuántico, la tasa de decaimiento radiativo del excitón brillante está dada por γ_b , mientras

¹Se hizo análisis numérico de convergencia y para el sistema cerrado, un máximo de 5 fonones es suficiente, sin embargo, cuando el sistema interactúa con el entorno, el cálculo puede requerir hasta un máximo de 8 fonones, dependiendo del observable.

que el excitón oscuro se acopla con una tasa γ_d , significativamente menor en comparación con γ_b . Finalmente, γ_ϕ describe el dephasing, que afecta la fase de los estados excitónicos sin inducir una pérdida directa de población. Estos parámetros desempeñan un papel crucial en la descripción de la dinámica del sistema en régimen abierto y son esenciales para el cálculo de las funciones de correlación y el espectro de emisión fonónica.

6.1. Sistema sin campo magnético

En esta sección, se estudia la generación de oscilaciones gigantes de Rabi en un sistema sin campo magnético, siguiendo el análisis de Vargas-Calderón et al. (2022). Para ello, se presenta el diagrama de niveles energéticos, identificando claramente los puntos de interacción y de no interacción. En estos diagramas, la presencia de un **anticruce** indica interacción entre los estados (también conocido como desdoblamiento de Rabi), mientras que un **cruce** de niveles señala la ausencia de interacción. A continuación, se presentan los diagramas de dispersión correspondientes en las figuras 6.1(a) y 6.2(a), los cuales permiten visualizar y verificar estos fenómenos.

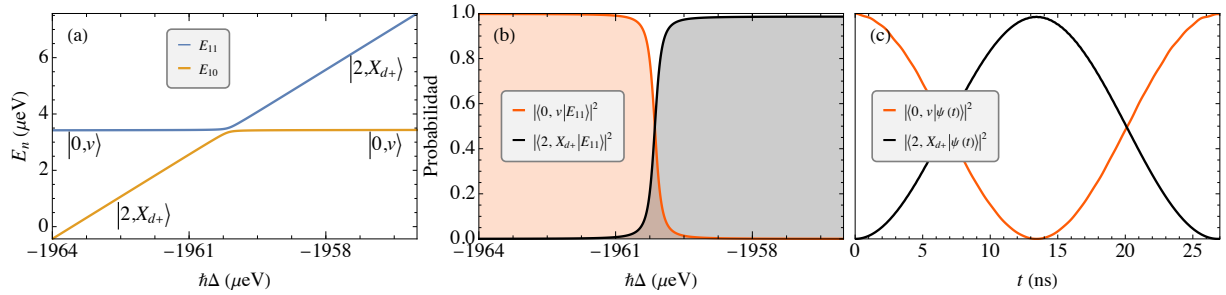


Figura 6.1.: [**Sin campo magnético**] (a) Anticruce entre los estados propios 10 y 11, evidenciando su interacción a un *detuning* de $\Delta \approx -1960.14\mu\text{eV}$. (b) Composición fraccional de los estados propios involucrados en la interacción. (c) Oscilación gigante de Rabi entre los estados $|0, v\rangle \leftrightarrow |2, X_{d+}\rangle$, con probabilidades máximas del 100% y 99%, respectivamente.

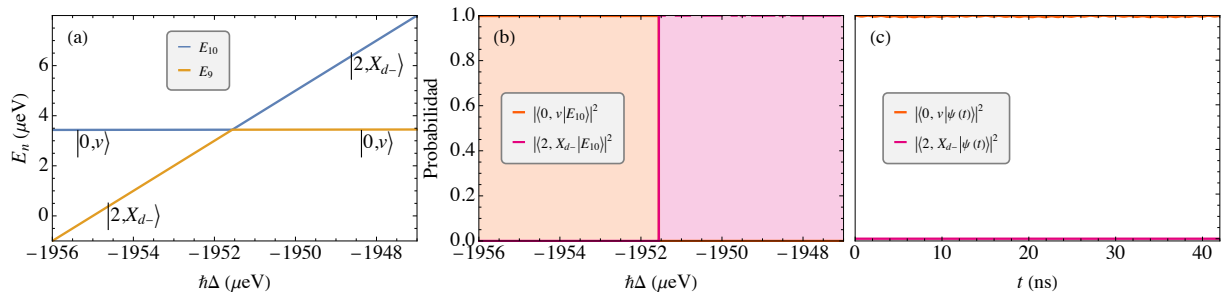


Figura 6.2.: [**Sin campo magnético**] (a) Cruce entre las energías 9 y 10 en $\Delta \approx -1951.56\mu\text{eV}$, indicando la ausencia de interacción entre los estados propios $|E_9\rangle$ y $|E_{10}\rangle$. (b) Composición fraccional de los estados propios involucrados. (c) Ausencia de oscilaciones gigantes de Rabi al usar el *detuning* y los estados base identificados.

La figura 6.1 ilustra el procedimiento numérico utilizado para identificar las oscilaciones gigantes de Rabi. La existencia de un anticruce en la figura 6.1(a) confirma la interacción entre los estados propios involucrados, lo que implica el intercambio de componentes en

6. Resultados

su composición. Esto se verifica en la figura 6.1(b) mediante los coeficientes de Hopfield, los cuales indican la fracción de cada estado base en los autovectores correspondientes. Finalmente, la figura 6.1(c) muestra la oscilación gigante de Rabi, obtenida resolviendo numéricamente la ecuación de Schrödinger y considerando un *detuning* de $\Delta \approx -1960.14\mu\text{eV}$, identificado con una precisión de al menos seis cifras significativas en el anticruce.

Por otro lado, la figura 6.2 muestra un caso en el que, a pesar de la proximidad entre niveles energéticos, no se presenta interacción entre ellos. Este fenómeno puede generar confusión al calcular las autoenergías debido a la clasificación de los estados en orden ascendente. En la figura 6.2(a), se observa un cruce entre las energías de los estados propios $|E_9\rangle$ y $|E_{10}\rangle$, lo que sugiere que estos estados no están acoplados y simplemente intercambian sus etiquetas. Esto se corrobora en la figura 6.2(b), donde los coeficientes de Hopfield indican que la composición fraccional de los estados propios se mantiene constante antes y después del cruce. En consecuencia, la dinámica unitaria del sistema, mostrada en la figura 6.2(c), confirma la ausencia de oscilaciones gigantes de Rabi.

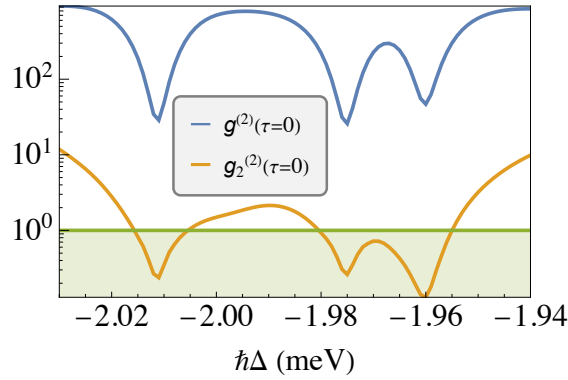


Figura 6.3.: Funciones de correlación de 1- y 2-*bundle* de 2-fonones en tiempo igual. Para un *detuning* de $\Delta \approx -2\omega_b$, se observan caídas en el pico de *superbunching* de la función de correlación convencional en las resonancias correspondientes a estados de dos fonones con estados brillantes (anti-)simétricos $|X_{b(-)+}\rangle$ y con el estado simétrico oscuro $|X_{d+}\rangle$. La región sombreada en verde coincide con la región de estadística sub-Poissoniana (Vargas-Calderón et al., 2022).

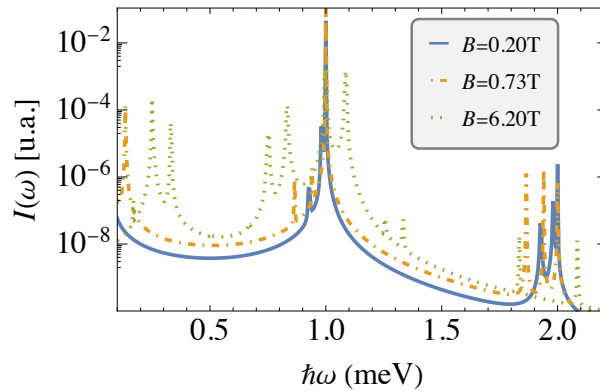


Figura 6.4.: Espectro de emisión de fonones. Los picos observados corresponden a procesos de emisión de cero, uno y dos fonones. El *detuning* utilizado es $\Delta \approx -1960.14\mu\text{eV}$.

En la figura 6.3 se presentan las funciones de correlación fonónica para un rango de interés en el que se reproducen los resultados obtenidos por Vargas-Calderón et al. (2022). En esta figura, se comparan la función de correlación de fonones individuales y la función de correlación para pares de fonones (*bundle*). Cada función proporciona información clave sobre la estadística del sistema, permitiendo identificar su comportamiento en diferentes regímenes de interacción.

Finalmente, la figura 6.4 muestra el espectro de emisión fonónica del sistema, donde se identifican distintos picos en función de la frecuencia del láser de detección, el cual permite analizar la respuesta fonónica del sistema. Se observa que algunos picos aparecen en múltiplos enteros de la frecuencia del láser externo, lo que indica la emisión de fonones asociados a distintos estados excitónicos. Sin embargo, no todos los estados excitónicos contribuyen a la emisión de fonones, lo que explica que en cada múltiplo entero de la frecuencia del láser externo no siempre se observen cuatro picos. Por ejemplo, en la emisión de un fonón (ω), se identifican tres picos cercanos en frecuencia, mientras que para la emisión de dos fonones (2ω), también se observan tres picos. Este comportamiento refleja la selección de estados permitidos en el proceso de emisión fonónica, donde la transición asociada al excitón oscuro antisimétrico está prohibida.

6.2. Sistema en configuración de Voigt

En la configuración de Voigt, el campo magnético se aplica perpendicularmente al eje de crecimiento del punto cuántico ($\theta = 0^\circ$). Esta configuración modifica significativamente las energías y los estados propios del sistema, generando nuevas condiciones de interacción. A continuación, se presentan los resultados obtenidos para este caso, enfocándose en la identificación de oscilaciones gigantes de Rabi.

Inicialmente, se examina el diagrama de dispersión (ver figura 6.5(a)), donde se observa un anticruce entre los niveles de energía E_9 y E_{10} . La presencia de este anticruce indica una interacción entre estos estados, lo que sugiere un intercambio en sus composiciones de base en el punto de resonancia.

El análisis de los coeficientes de Hopfield (ver figura 6.5(b)) confirma que los estados principales involucrados en la interacción son $|0, v\rangle$ y $|2, X_{d-}\rangle$. A partir del detuning identificado en el anticruce, $\Delta \approx -1952.23\mu\text{eV}$, se resuelve numéricamente la ecuación de Schrödinger para obtener la oscilación gigante de Rabi (ver figura 6.5(c)), alcanzando una fidelidad aproximada del 98%.

En la figura 6.6, se muestra la variación de la diferencia de energías $E_{10} - E_9$ en función del detuning y del campo magnético. Las regiones más oscuras indican mínimos en esta diferencia, los cuales señalan posibles condiciones de resonancia para la aparición de oscilaciones gigantes de Rabi.

Por otro lado, la figura 6.7, muestra cómo varía la resonancia en función del campo magnético. Además, se observa que el *detuning* resonante también depende del ángulo:

$$\Delta_r(B, \theta) = \Delta_{r,0} + \mathcal{C}_1(\theta)B - \mathcal{C}_2(\theta)B^2, \quad (6.2)$$

6. Resultados

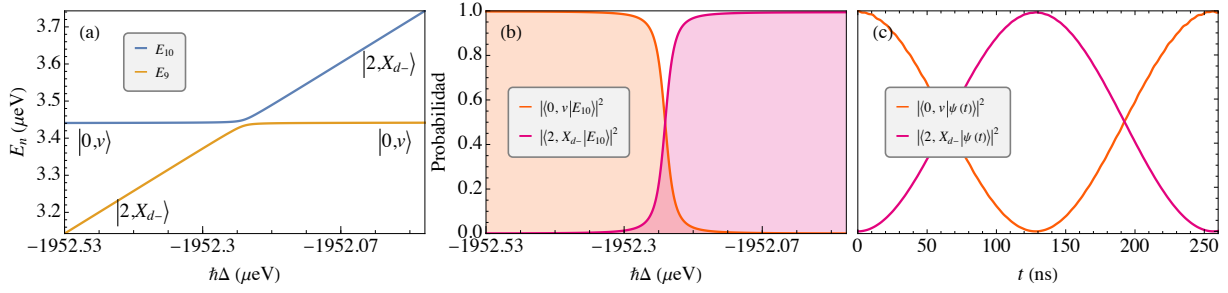


Figura 6.5.: [Voigt con $B = 0.2 \text{ T}$] (a) Anticruce entre los valores propios E_9 y E_{10} con $\Delta \approx -1952.23 \mu\text{eV}$, evidenciando una interacción inducida por el campo magnético. (b) Composición fraccional de los estados propios en el mismo rango de detuning. (c) Oscilación gigante de Rabi entre los estados $|0, v\rangle \leftrightarrow |2, X_{d-}\rangle$ con probabilidades máximas del 100% y 98%, respectivamente.

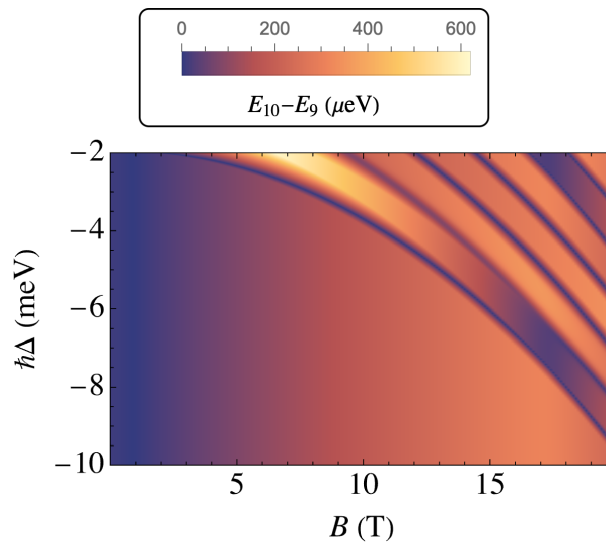


Figura 6.6.: [Voigt] Variación de la diferencia de energías $E_{10} - E_9$ en función del detuning Δ y la intensidad del campo magnético B . Las regiones oscuras indican mínimos en la diferencia de energías, señalando posibles condiciones de resonancia para la ocurrencia de oscilaciones gigantes de Rabi.

donde los coeficientes \mathcal{C} dependen del ángulo, énfasis que se hace explícito en su notación. Sin embargo, cabe mencionar que también dependen de otros parámetros del sistema².

En la figura 6.8, se analizan los coeficientes de Hopfield en función del campo magnético, lo que permite observar la evolución de la composición del estado $|\lambda\rangle$ a medida que aumenta la intensidad del campo magnético. Se identifica cómo la superposición de los estados excitónicos varía con el campo, lo que influye directamente en la dinámica de las oscilaciones gigantes de Rabi.

En la figura 6.9, se muestra la dependencia del desdoblamiento de Rabi Ω , de los valores propios 9 y 10, con respecto al campo magnético. Se observa que conforme aumenta Ω las oscilaciones gigantes de Rabi tienen un periodo menor.

²La forma analítica de estos coeficientes no se obtuvo. Se sugiere dejar su análisis para trabajos futuros, debido tanto a la complejidad de encontrar expresiones analíticas con dependencia angular, como a la gran cantidad de parámetros involucrados en el sistema.

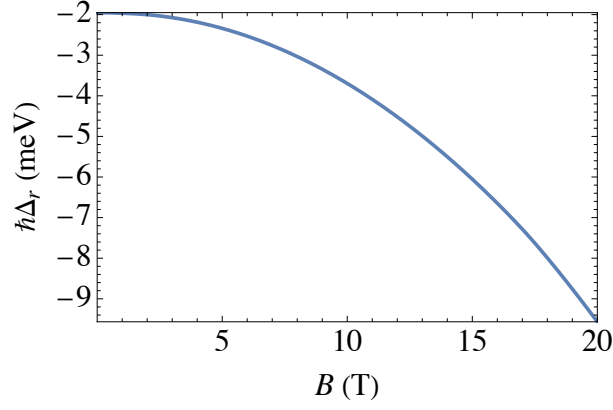


Figura 6.7.: [Voigt] Dependencia funcional de la resonancia Δ_r con respecto a la intensidad del campo magnético B . Para cada valor de B , se determina su correspondiente valor de resonancia Δ_r , observando una tendencia aproximadamente cuadrática en la relación entre ambas magnitudes.

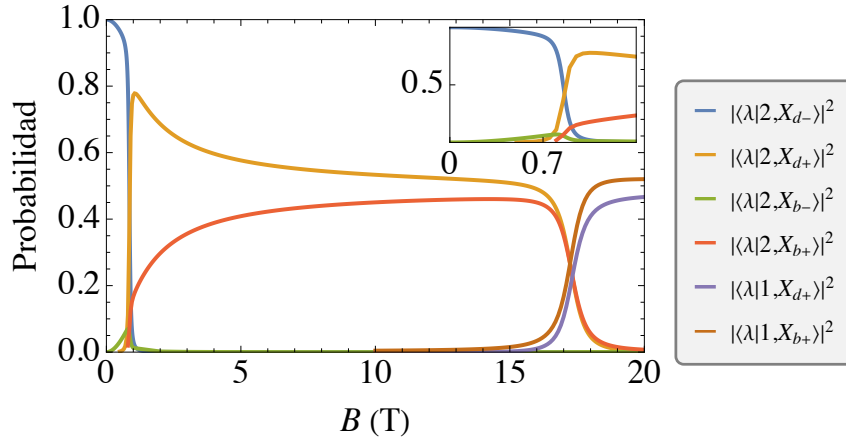


Figura 6.8.: [Voigt] Composición del estado $|\lambda\rangle$ en función de la intensidad del campo magnético. Para cada valor de B , se determina su correspondiente valor de resonancia Δ_r . La gráfica muestra cómo la contribución de cada estado excitónico en $|\lambda\rangle$ varía con el campo magnético, reflejando la evolución de la estructura de los estados propios del sistema.

La figura 6.10 muestra oscilaciones gigantes de Rabi para dos casos:

- Se elige el valor de B que maximiza el entrelazamiento del estado $|\lambda\rangle$, el cual transiciona hacia un estado de la tercera variedad de excitación.
- Se selecciona el valor de B que genera el máximo desdoblamiento de Rabi, lo que resulta en un periodo de oscilación menor y una transición hacia la segunda variedad de excitación.

En la figura 6.11, se presentan las funciones de correlación de segundo orden $g^{(2)}(\tau = 0)$ y $g_2^{(2)}(\tau = 0)$ en función del campo magnético B . La función $g^{(2)}(\tau = 0)$ (línea azul) describe la coincidencia de detección de fonones individuales, mientras que $g_2^{(2)}(\tau = 0)$ (línea naranja) evalúa la coincidencia de detección de *2-bundle* de fonones, es decir, pares de fonones considerados como una sola cuasi partícula.

Para valores bajos de B , se observa que $g^{(2)}(\tau = 0)$ presenta valores elevados, indicando

6. Resultados

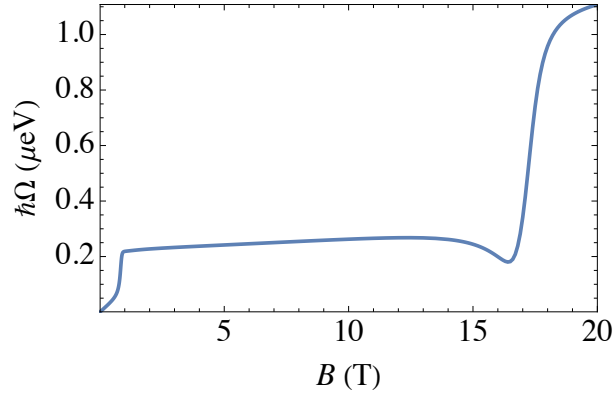


Figura 6.9.: [Voigt] Dependencia del desdoblamiento de Rabi en función del campo magnético para los valores propios 9 y 10. Para cada valor de B , se halla su correspondiente valor de resonancia Δ_r , lo que permite analizar la evolución del acoplamiento entre los estados en el régimen de oscilaciones gigantes de Rabi.

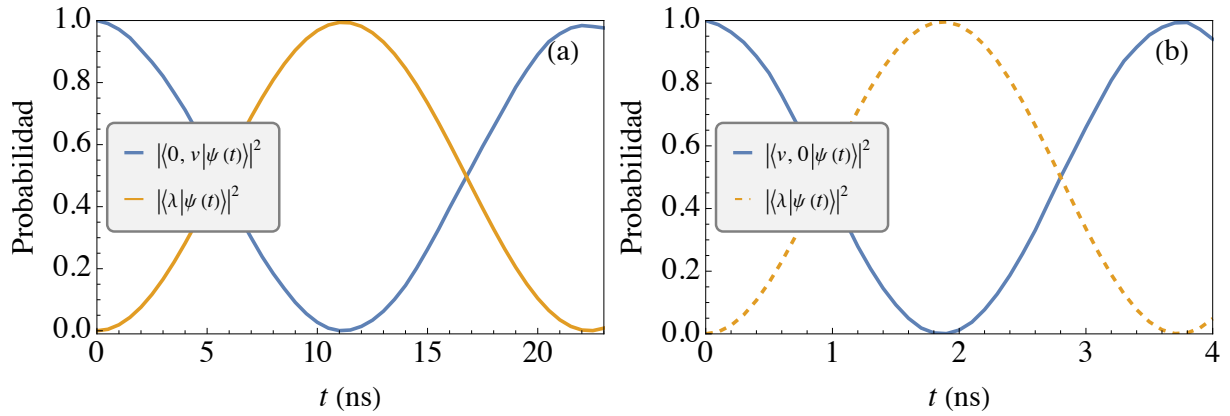


Figura 6.10.: [Voigt] (a) Oscilación gigante de Rabi con $\Delta \approx -1963.73 \mu\text{eV}$ y $B \approx 860 \text{ mT}$ entre los estados $|0, v\rangle \leftrightarrow |\lambda\rangle$, con probabilidades máximas del 98% y 97%, respectivamente. El estado $|\lambda\rangle$ está compuesto principalmente por los estados $|2, X_{d-}\rangle$ y $|2, X_{d+}\rangle$. (b) Oscilación gigante de Rabi con $\Delta \approx -9565.86 \mu\text{eV}$ y $B = 20.0 \text{ T}$ entre los estados $|0, v\rangle \leftrightarrow |\lambda\rangle$, con probabilidades máximas del 100% y 97%, respectivamente. El estado $|\lambda\rangle$ está compuesto principalmente por los estados $|1, X_{b+}\rangle$ y $|1, X_{d+}\rangle$.

un régimen de *superbunching*, donde la emisión fonónica tiende a agruparse más de lo esperado para una estadística de Poisson. A medida que el campo magnético aumenta, $g^{(2)}(\tau = 0)$ disminuye gradualmente y, alrededor de $B \approx 15 \text{ T}$, alcanza valores cercanos a la unidad, indicando una transición a una estadística coherente. En contraste, $g_2^{(2)}(\tau = 0)$ exhibe un comportamiento diferente: en ciertos intervalos de B , su valor es menor a la unidad, lo que sugiere la presencia de un régimen sub-Poissonian. Este comportamiento es característico de estados cuánticos fuertemente correlacionados, donde la emisión de fonones en *2-bundle* presenta supresión en comparación con una emisión independiente.

En la figura 6.12, se muestra el espectro de emisión fonónico $I(\omega)$ para distintos valores de campo magnético: $B = 0.20 \text{ T}$, $B \approx 0.86 \text{ T}$ y $B = 20.0 \text{ T}$. El espectro representa la intensidad de emisión fonónica en función de la frecuencia $\hbar\omega$, revelando cómo la estructura espectral del sistema se ve afectada por la presencia del campo magnético.

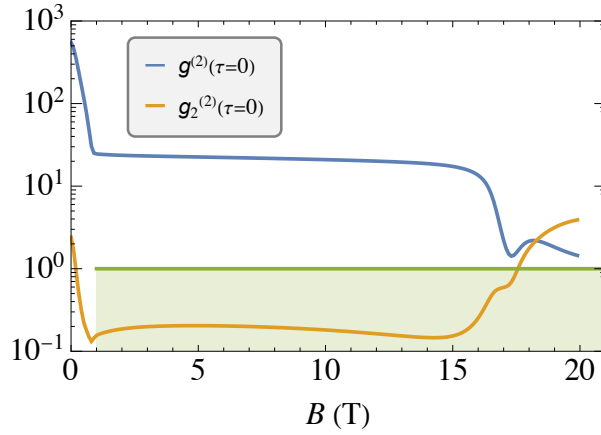


Figura 6.11.: [Voigt] Función de correlación de segundo orden $g^{(2)}(\tau = 0)$ para fonones individuales y función de correlación $g_2^{(2)}(\tau = 0)$ para 2 -bundle de fonones en función del campo magnético B . Se observa que para campos magnéticos bajos, $g^{(2)}(\tau = 0)$ presenta valores elevados, lo que indica un comportamiento de *superbunching*. En contraste, $g_2^{(2)}(\tau = 0)$ permanece por debajo de la unidad en ciertos intervalos de B , lo que sugiere un comportamiento sub-Poissoniano, característico de estadística cuántica de emisión fonónica.

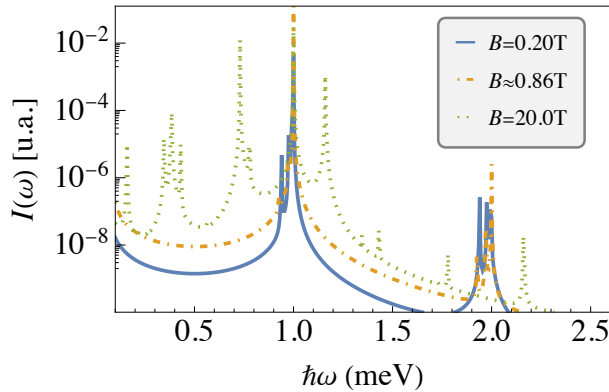


Figura 6.12.: [Voigt] Espectro de emisión fonónico $I(\omega)$ para diferentes intensidades del campo magnético B . Se presentan curvas para tres valores específicos del campo: $B = 0.20$ T, $B \approx 0.86$ T y $B = 20.0$ T. Se observa cómo la posición y la intensidad de los picos de emisión varían con B , indicando una modulación del acoplamiento excitón-fonón y la posible aparición de nuevas transiciones permitidas a medida que el campo magnético se incrementa.

Se observan picos de emisión en múltiplos enteros de ω , reflejando los procesos de emisión de fonones individuales y pares de fonones. A valores bajos de campo magnético ($B = 0.20$ T), los picos de emisión están bien definidos y alineados con las transiciones excitónicas previamente identificadas. A medida que B aumenta, la posición y la intensidad de estos picos se ven modificadas, reflejando cambios en la estructura electrónica del sistema debido al acoplamiento excitón-fonón y la influencia del campo magnético sobre los niveles de energía excitónicos. Para $B = 20.0$ T, se observa un desplazamiento considerable de los picos y la aparición de estructuras más complejas en el espectro, lo que sugiere la activación de nuevas transiciones permitidas por el campo magnético.

6.3. Sistema en configuración de Faraday

En la configuración de Faraday, el campo magnético se encuentra alineado con el eje de crecimiento del punto cuántico ($\theta = 90^\circ$). Esta orientación modifica la estructura energética del sistema, influyendo principalmente en los estados excitónicos sin introducir términos de mezcla de espín tan pronunciados como en la configuración de Voigt. En consecuencia, la representación en la base desnuda resulta más adecuada para describir la dinámica del sistema.

El análisis comienza con el estudio del diagrama de dispersión (ver figura 6.13(a)), donde se identifica un anticruce de energías de los estados propios $|E_9\rangle$ y $|E_{10}\rangle$. Este anticruce, similar al observado en la configuración de Voigt, es evidencia de la interacción entre los estados del sistema, indicando la posibilidad de generar oscilaciones gigantes de Rabi.

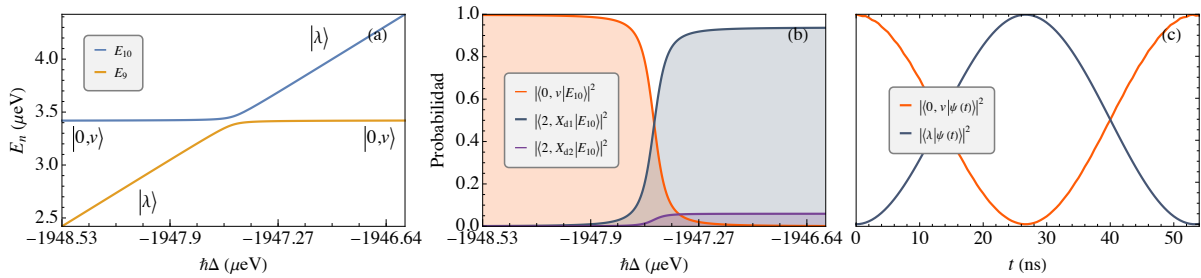


Figura 6.13.: [Faraday con $B = 0.2\text{T}$] (a) Anticruce entre los valores propios E_9 y E_{10} , evidenciando la interacción inducida por el campo magnético. (b) Composición fraccional de los estados propios en función del detuning. (c) Oscilación gigante de Rabi con $\Delta \approx -1947.53\mu\text{eV}$ entre los estados $|0, v\rangle \leftrightarrow |\lambda\rangle$, con probabilidades máximas del 100% y 99%, respectivamente. El estado $|\lambda\rangle$ está compuesto principalmente por $|2, X_{d1}\rangle$.

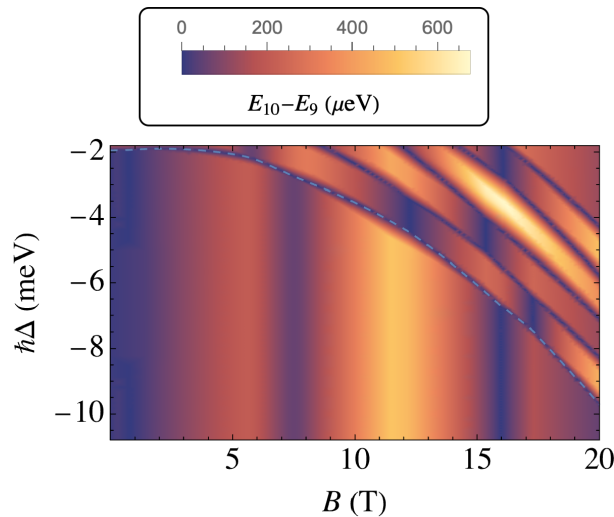


Figura 6.14.: [Faraday] Variación de la diferencia de energías $E_{10} - E_9$ en función del detuning y la intensidad del campo magnético. Las regiones oscuras indican posibles resonancias para oscilaciones gigantes de Rabi.

La figura 6.13 muestra el comportamiento del sistema en esta configuración. En (a), se observa claramente el anticruce entre los estados propios E_9 y E_{10} , lo que indica una

interacción en este punto. Esta interacción es producto del campo magnético aplicado, el cual modifica la estructura de los estados energéticos y habilita transiciones que no ocurren en ausencia del campo magnético.

Para comprender la naturaleza de esta interacción, se analizan los coeficientes de Hopfield (ver figura 6.13(b)), los cuales describen la composición fraccional de los estados propios en el punto de resonancia. Se observa que la superposición dominante ocurre entre el estado fundamental $|0, v\rangle$ y el estado excitado $|2, X_{d1}\rangle$, lo que confirma una transición eficiente entre estos niveles.

Finalmente, utilizando el detuning óptimo identificado en el anticruce, $\Delta \approx -1947.53\mu\text{eV}$, se resuelve la ecuación de Schrödinger para obtener la evolución temporal del sistema. La figura 6.13(c) muestra la oscilación gigante de Rabi resultante, con una fidelidad de aproximadamente 99%. En este régimen, el sistema oscila entre los estados $|0, v\rangle$ y $|\lambda\rangle$, donde $|\lambda\rangle$, para este caso, está compuesto principalmente por $|2, X_{d1}\rangle$.

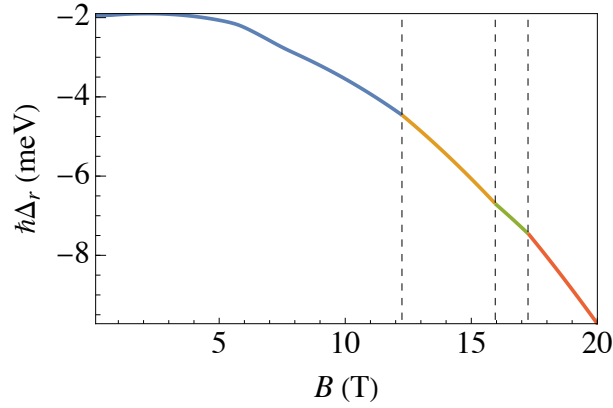


Figura 6.15.: [Faraday] Dependencia funcional de la resonancia con respecto al campo magnético, identificando los puntos donde no se presentan anticruces entre los valores propios E_9 y E_{10} .

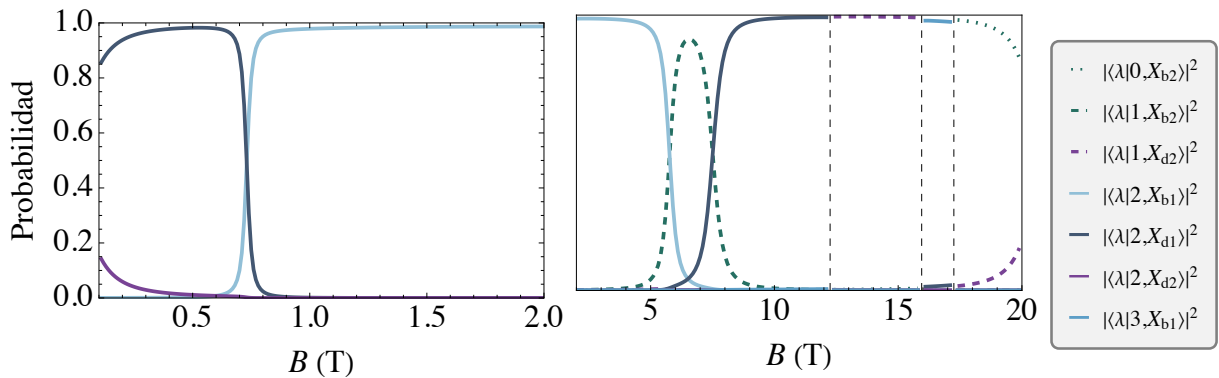


Figura 6.16.: [Faraday] Composición fraccional de los estados en los que se presentan oscilaciones gigantes de Rabi, así como los puntos en los que estas no ocurren debido a la ausencia de acoplamiento efectivo.

Estos resultados confirman que la configuración de Faraday permite la aparición de oscilaciones gigantes de Rabi mediante un mecanismo similar al observado en la configuración de Voigt. Sin embargo, la naturaleza de las transiciones difiere debido a la orientación del

6. Resultados

campo magnético, lo que influye en la mezcla de estados y en la composición del estado excitado resultante.

Para caracterizar mejor las condiciones de resonancia, en la figura 6.14 se presenta la variación de la diferencia de energías $E_{10} - E_9$ en función del detuning y la intensidad del campo magnético. Las regiones oscuras corresponden a mínimos en la diferencia de energías, lo que indica la presencia de resonancias favorables para la generación de oscilaciones gigantes de Rabi.

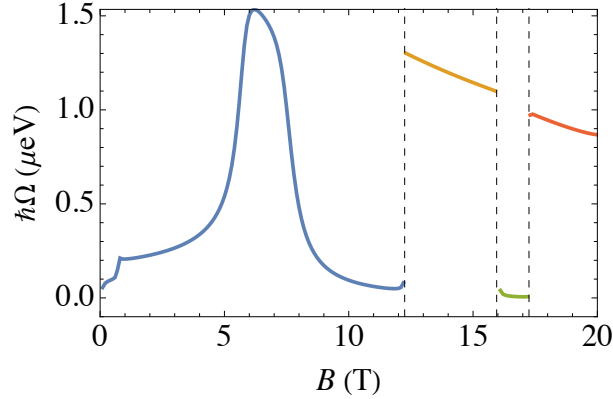


Figura 6.17.: [Faraday] Dependencia del desdoblamiento de Rabi, Ω , en función del campo magnético.

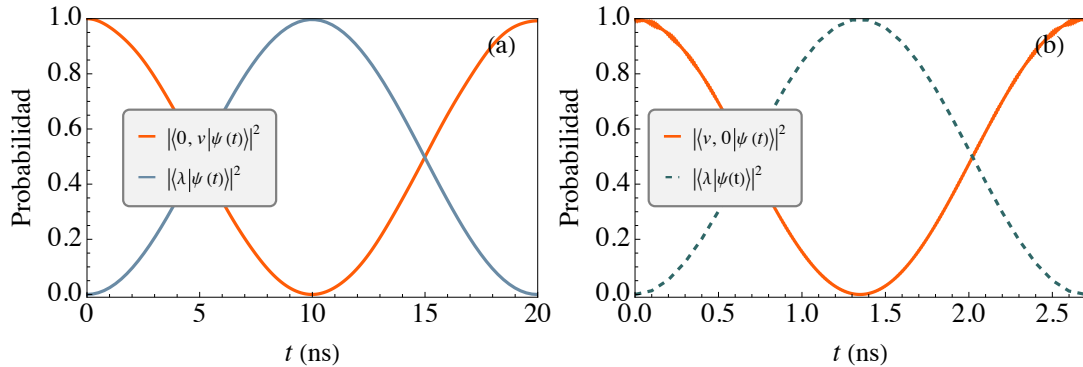


Figura 6.18.: [Faraday] (a) Oscilación gigante de Rabi con $\Delta \approx -1936.3\mu eV$ y $B \approx 731mT$ entre los estados $|0, v\rangle \leftrightarrow |\lambda\rangle$ con probabilidades máximas del 100% y 95%, respectivamente. El $|\lambda\rangle$ está compuesto principalmente por los estados $|2, X_{b1}\rangle$ y $|2, X_{d1}\rangle$. (b) Oscilación gigante de Rabi con $\Delta \approx -2308.57\mu eV$ y $B \approx 6.2T$ entre los estados $|0, v\rangle \leftrightarrow |\lambda\rangle$ con probabilidades máximas del 100% y 99%, respectivamente. El $|\lambda\rangle$ está compuesto principalmente por el estado $|1, X_{b2}\rangle$.

La resta de energías entre los estados E_{10} y E_9 , al variar el detuning y la intensidad del campo magnético, presenta varios mínimos (zonas más oscuras) que indican posibles resonancias para la aparición de oscilaciones gigantes de Rabi. Para analizar la dinámica del sistema, se selecciona el estado vacío $|v, 0\rangle$ como preparación inicial. En este contexto, el mínimo señalado por la línea discontinua se elige como el valor de detuning de resonancia.

En la figura 6.15, se extrae la dependencia funcional de la resonancia con respecto al campo magnético. Se observa que el detuning resonante sigue la misma relación funcional que en la configuración de Voigt (ver ec. 6.2) y, adicionalmente, Δ_r es discontinua. Por

lo tanto, se identifican regiones de campo magnético donde las oscilaciones gigantes de Rabi no ocurren debido a la formación de “triples anticruces”, un fenómeno de protección cuántica (ver apéndice D y la figura D.1).

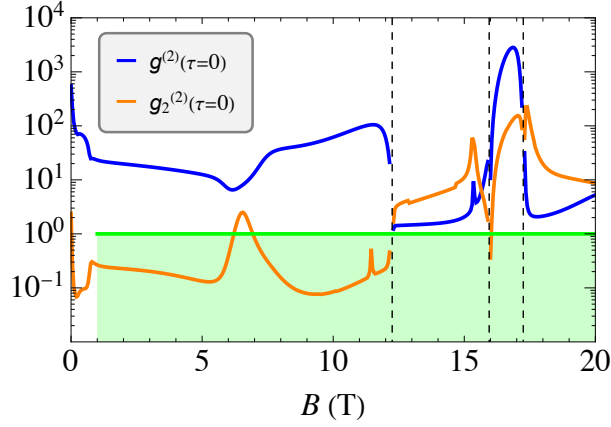


Figura 6.19.: [Faraday] Función de correlación $g^{(2)}(\tau = 0)$ para fonones individuales y *bundles* de dos fonones. Se analiza la estadística de emisión del sistema en presencia del campo magnético.

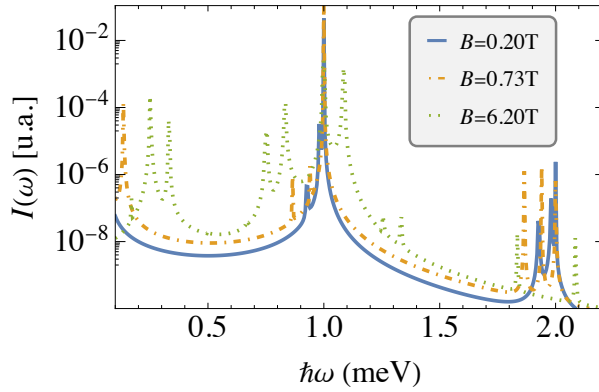


Figura 6.20.: [Faraday] Espectro de emisión fonónico en la configuración de Faraday. Se muestran los picos de emisión de fonones asociados a diferentes transiciones energéticas dentro del sistema. La estructura del espectro varía con la intensidad del campo magnético, lo que sugiere la presencia de efectos de acoplamiento y resonancia en la dinámica del sistema.

En la figura 6.16, se examinan los coeficientes de Hopfield en función del campo magnético, lo que implica una variación del detuning de resonancia $\Delta_r(B)$. Se observa cómo los estados excitónicos evolucionan conforme varía la intensidad del campo magnético, determinando los intervalos en los que ocurren oscilaciones gigantes de Rabi.

Se analizan los coeficientes de Hopfield al variar el campo magnético, lo que implica una modificación en el detuning de resonancia $\Delta_r(B, \theta)$, ya que este depende directamente de la intensidad del campo magnético. En este contexto, se identifica el primer intervalo en el que ocurren oscilaciones gigantes de Rabi y el comportamiento de los estados excitónicos a medida que varía la intensidad del campo magnético.

La figura 6.17 muestra la dependencia del desdoblamiento de Rabi $\hbar\Omega$ con respecto al campo magnético. Se observa que $\hbar\Omega$ aumenta con la intensidad del campo, lo que implica

6. Resultados

que las oscilaciones gigantes de Rabi ocurren en tiempos más cortos a medida que el desdoblamiento incrementa.

En la figura 6.19, se presenta la función de correlación $g^{(2)}(\tau = 0)$ para fonones individuales y *bundles* de dos fonones en función del campo magnético. Se observa que, en ciertos intervalos de B , la función de correlación $g^{(2)}(\tau = 0)$ para fonones individuales (curva azul) alcanza valores elevados, lo que indica un comportamiento de *superbunching*, característico de estados térmicos o altamente correlacionados. En contraste, la función $g_2^{(2)}(\tau = 0)$ (curva naranja), que describe la estadística de emisión de pares de fonones, muestra regiones donde los valores son menores que la unidad, evidenciando un comportamiento sub-Poissoniano y, por ende, una tendencia al *antibunching*. La región sombreada en verde destaca los intervalos en los que la emisión de *bundles* de fonones presenta una estadística cuántica. Además, se identifican discontinuidades en la función de correlación, en particular en los valores de B señalados por líneas verticales punteadas, que corresponden a regiones en las que no se observan oscilaciones gigantes de Rabi. Estos resultados sugieren que la correlación fonónica y la dinámica de emisión pueden ser controladas mediante la intensidad del campo magnético, permitiendo la sintonización de estados con diferente grado de coherencia cuántica.

7. Análisis de resultados

Un aspecto clave en la generación de las oscilaciones de Rabi y gigantes de Rabi¹ es comprender la estructura de estados que permite su aparición. Para ello, es fundamental analizar el sistema en ausencia de interacción electrón-fonón ($g_{bb(bd)} = 0\text{meV}$), bombeo externo ($\omega_L = 0\text{meV}$) y campo magnético ($B = 0\text{T}$), es decir, el punto cuántico (QD) aislado dentro de una cavidad acústica (ver figuras 7.1 y 7.2).

En estas condiciones, los estados del sistema, usando la base desnuda, se caracterizan por sus energías:

- Estado fundamental: $E_v = \hbar n\omega_c \leftrightarrow |n, v\rangle$.
- Excitones brillantes: $E_b = \hbar(\omega_b + n\omega_c) \leftrightarrow \{|n, X_{b1}\rangle, |n, X_{b2}\rangle\}$.
- Excitones oscuros: $E_d = \hbar(\omega_d + n\omega_c) \leftrightarrow \{|n, X_{d1}\rangle, |n, X_{d2}\rangle\}$.

Aquí, ω_c es la frecuencia fonónica permitida por la cavidad. Los excitones brillantes comparten la misma energía, al igual que los oscuros, aunque estos últimos están desplazados $\hbar\delta_{bd}$ (ver figura 7.2) por debajo de los brillantes. Al diagonalizar los sub-Hamiltonianos correspondientes, se obtiene la estructura de estados mostrada en la figura 7.3, cuya base denominamos **vestida**². En equilibrio, sin bombeo externo, los estados se distribuyen según su energía intrínseca, proporcionando un marco de referencia para analizar cómo se modifican al aplicar bombeo con frecuencia ω_L .

La relación entre las bases vestida y desnuda se obtiene al considerar únicamente las interacciones internas del QD, sin incluir el acoplamiento con la cavidad. En ambas bases, el estado fundamental $|v, n\rangle$ permanece inalterado, mientras que los excitones se redefinen como:

$$|X_{b\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|X_{b1}\rangle \pm |X_{b2}\rangle), \quad (7.1)$$

$$|X_{d\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|X_{d1}\rangle \pm |X_{d2}\rangle). \quad (7.2)$$

Aquí, $|X_{b+(-)}\rangle$ representa excitones brillantes simétricos (antisimétricos) y $|X_{d+(-)}\rangle$ excitones oscuros simétricos (antisimétricos).

Para profundizar en esta estructura, consideremos el sistema como un conjunto de cinco niveles acoplados, donde los estados se denotan como $|0, v\rangle$ (estado fundamental) y $|n, X\rangle$ (estado excitón, con X representando cualquiera de los cuatro excitones). En ausencia de

¹La diferencia entre ambas radica en la diferencia de variedades de excitación entre los dos estados involucrados.

²El término “vestida” indica que las interacciones internas del QD están implícitas en la nueva base utilizada para la diagonalización del Hamiltoniano.

7. Análisis de resultados

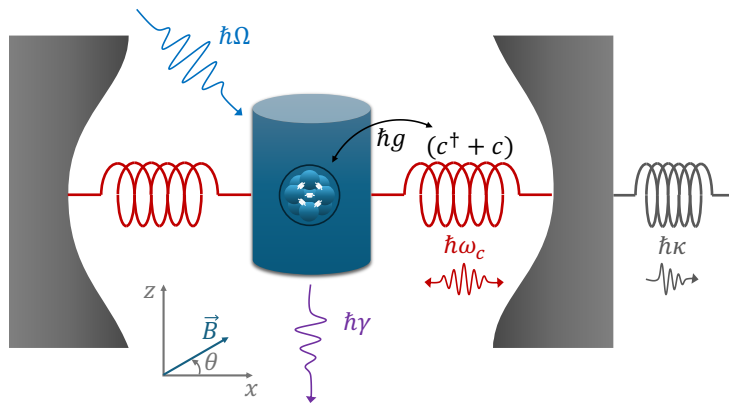


Figura 7.1.: Esquema de la cavidad acústica. Los resortes representan la interacción mecánica mediada por fonones. Se ilustra la interacción del punto cuántico con un modo fonónico, donde $\hbar g$ denota la intensidad de acoplamiento electrón-fonón. El modo fonónico del oscilador armónico está descrito por los operadores de creación y aniquilación ($c^\dagger + c$). La cavidad está definida por dos paredes, que pueden ser espejos de Bragg acústicos. Se muestra un bombeo coherente directo, y se incluyen las pérdidas inherentes a la cavidad debido a su imperfección (κ). Además, se considera el decaimiento o emisión espontánea de los excitones brillantes y oscuros, representados colectivamente por la tasa γ . De manera análoga, el bombeo de excitones, que comprende dos fuentes, se agrupa en un único término Ω . Finalmente, se indica la frecuencia de oscilación del fonón como ω_c .

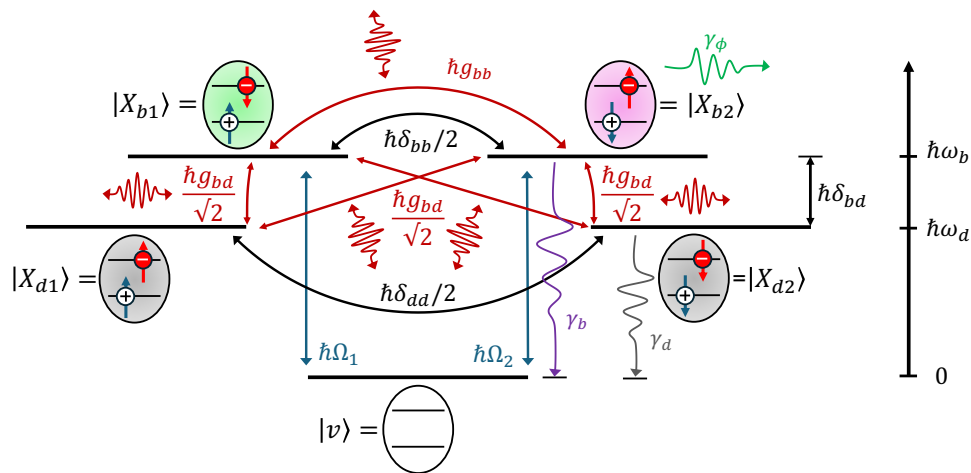


Figura 7.2.: Representación esquemática de los estados excitónicos del punto cuántico y sus interacciones. Las interacciones coherentes se indican mediante flechas bidireccionales, mientras que los procesos incoherentes se representan con flechas unidireccionales. Se ilustran las principales interacciones entre los estados excitónicos: la interacción de intercambio, el bombeo coherente y el acoplamiento electrón-fonón (relacionado con los procesos de absorción y emisión de fonones). También se incluyen los procesos disipativos asociados a los excitones, como la emisión espontánea del excitón brillante y oscuro, así como la decoherencia de fase (*dephasing*.)

bombeo, las energías asociadas son $E_{0,v}$ y $E_{n,X}$, y la frecuencia de transición natural entre ellos está dada por:

$$\omega_{b(d)} = \frac{E_{n,X_{b(d)}} - E_{0,v}}{\hbar}. \quad (7.3)$$

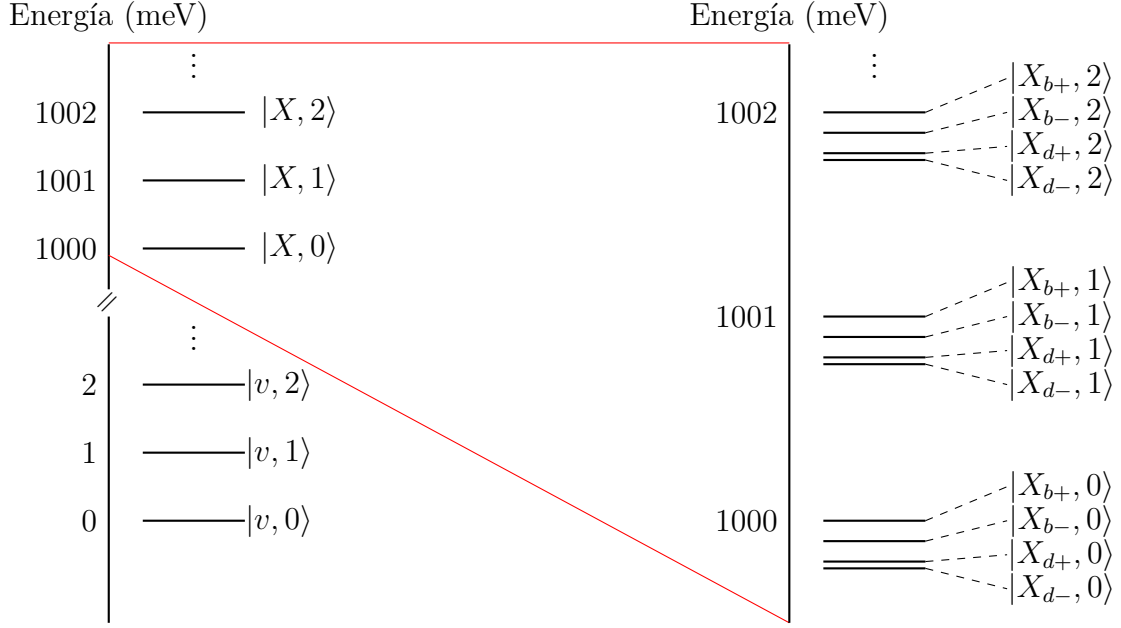


Figura 7.3.: Diagrama de energía sin láser ($\omega_L = 0\text{meV}$) y sin campo magnético ($B = 0\text{T}$), con energía de excitación típica de los QDs ($\omega_b = 1\text{eV}$). A la izquierda el diagrama de energía completo y a la derecha un acercamiento a la parte superior del diagrama debido a la gran cercanía entre estados.

Como $E_{0,v} = 0$, esta frecuencia coincide con los valores mencionados previamente.

Comprender la estructura de estados sin bombeo es crucial para interpretar las modificaciones energéticas y dinámicas inducidas por la interacción electrón-fonón, el bombeo coherente y el campo magnético. En particular, para que se generen las oscilaciones de Rabi u oscilaciones gigantes de Rabi, el sistema debe evolucionar hacia una superposición con igual peso entre dos estados de la base:

$$|\psi\rangle = c_1 |0, v\rangle + c_2 |\lambda\rangle, \quad \text{con}; |c_1|^2 = |c_2|^2. \quad (7.4)$$

Cuando esta condición se cumple, se producen oscilaciones de Rabi o gigantes de Rabi, dependiendo de la diferencia de variedades de excitación entre los estados involucrados. Esto implica que la estructura de estados debe ajustarse de manera que coincidan en energía.

El parámetro clave para lograr este ajuste es la frecuencia del láser, que está inmersa en la definición del desafinamiento (*detuning*) del sistema:

$$\Delta = \omega_b - \omega_L. \quad (7.5)$$

Aquí, $\hbar\omega_b$ es la energía de excitación del excitón brillante y ω_L la frecuencia del láser de bombeo. Ajustando finamente ω_L , se encuentran valores específicos donde, debido a la modificación de la estructura de estados por el desafinamiento, dos estados alcanzan la misma energía.

7.1. Sin campo magnético

En esta primera parte del análisis, se estudia el sistema sin campo magnético, reproduciendo y ampliando los resultados obtenidos en el trabajo de Vargas-Calderón et al. (2022), desarrollado en colaboración con el grupo de investigación liderado por el profesor Herbert Vinck y el profesor Villas Boas. El objetivo inicial de esta reproducción es comprender el procedimiento para calcular las **oscilaciones gigantes de Rabi**.

El primer paso en este análisis consiste en examinar los **diagramas de niveles energéticos**, donde se identifican los **anticruces**, también conocidos como **desdoblamientos de Rabi**, los cuales indican la existencia de interacción entre los estados propios del sistema. En estos puntos de interacción, se produce una transferencia de población entre los estados, lo que permite la aparición de oscilaciones gigantes de Rabi. Para caracterizar estos anticruces, es fundamental determinar con precisión el *detuning* en el que ocurren, ya que este ajuste fino es clave para comprender la transferencia de población entre estados y la composición de los estados propios en términos de los estados base. Una vez identificados estos aspectos, se resuelve la ecuación de Schrödinger para verificar la dinámica unitaria del sistema y, con ello, la existencia de la oscilación gigante de Rabi en los estados previamente caracterizados.

Un caso particular de interés en este estudio es la **transición prohibida** entre un excitón oscuro y el estado de vacío del sistema. En este caso, se observa que la transición no ocurre debido a restricciones impuestas por la selección de estados en la interacción con la cavidad acústica.

El siguiente paso en el análisis consiste en estudiar el sistema cuando interactúa con su entorno, es decir, en un **régimen abierto**. En este contexto, el primer aspecto de interés es la función de correlación, la cual permite caracterizar la estadística de la emisión fonónica. Se consideran dos tipos de funciones de correlación:

1. **Función de correlación para bundles de un fonón**, que describe la emisión de fonones individuales y permite analizar su comportamiento estadístico.
2. **Función de correlación para bundles de dos fonones (2-bundle)**, que evalúa la estadística de emisión de pares de fonones como una sola cuasipartícula.

El análisis de la función de correlación para fonones individuales muestra un comportamiento de *superbunching*, lo que indica que la emisión fonónica tiende a agruparse a esos valores de *detuning*. Este resultado sugiere que la estadística de la emisión fonónica está dominada por procesos de *bunching*, característicos de estados térmicos o cuánticos altamente correlacionados.

Por otro lado, al analizar la función de correlación para el *2-bundle* de 2 fonones, se observa que la emisión sigue una distribución cuántica con una característica *sub-Poissoniana*, lo que indica una emisión altamente correlacionada que no sigue una estadística clásica. Este comportamiento es evidencia de que la emisión fonónica ocurre en forma de **paquetes colectivos de fonones**, es decir, la emisión está mediada por una cuasipartícula compuesta por dos fonones. Además, los procesos de emisión estudiados están dominados por la interacción electrón-fonón y los procesos de Stokes.

Para verificar experimentalmente la emisión, se analiza el **espectro de emisión de fonones**, el cual se obtiene mediante la interacción del sistema con un láser de detección

externo. Este análisis permite identificar bajo qué frecuencias ocurre la emisión de fonones.

En el espectro de emisión se observan picos en múltiplos enteros de la frecuencia del láser externo, lo que indica la posibilidad de emisión de fonones tanto en la frecuencia fundamental (ω) como en su segundo armónico (2ω). Esto confirma la presencia de procesos de emisión colectiva de fonones, coherentes con la interpretación de la función de correlación del *2-bundle* de 2 fonones.

Los resultados obtenidos en esta sección demuestran que el sistema puede emitir fonones en paquetes colectivos altamente correlacionados, lo que sugiere la posibilidad de diseñar una fuente controlada de fonones. Dependiendo de los parámetros del sistema, se puede ajustar la emisión para obtener paquetes individuales de fonones o emisiones agrupadas en forma de *bundles*. Esto abre la posibilidad de diseñar dispositivos cuánticos que operen como **cañones de fonones**, permitiendo el control preciso de la emisión fonónica en función de la interacción con el entorno y la excitación del sistema.

7.2. Configuración de Voigt

Al analizar el sistema en configuración de Voigt, se observa que la transición prohibida se activa debido a la interacción con el campo magnético. Esto permite la aparición de una cuarta posible transición entre las poblaciones, lo que abre la posibilidad de generar una oscilación gigante de Rabi adicional.

Siguiendo la metodología empleada en la sección anterior, se examina la generación de la oscilación gigante de Rabi mediante el análisis del diagrama de dispersión, los coeficientes de Hopfield y la solución de la ecuación de Schrödinger. En este caso, el análisis de la resta de energías proporciona información clave: en los puntos de anticruce, la diferencia de energías entre los estados propios es mínima, lo que sugiere una interacción fuerte entre ellos. Para identificar estos mínimos, se realiza un barrido de los valores propios E_9 y E_{10} variando tanto el detuning como la intensidad del campo magnético. A partir de este análisis, se identifican varias regiones con mínimos, siendo de especial interés la primera, que corresponde, para $B \rightarrow 0\text{T}$, a la transición desde el estado fundamental $|0, v\rangle$ hacia el estado $|2, X_{d-}\rangle$.

Para describir el comportamiento de la resonancia, se extrae su dependencia funcional en términos del campo magnético. Esto permite no solo optimizar computacionalmente el cálculo de la resonancia, sino también comprender cómo varía el detuning resonante Δ_r en función del campo. De esta forma, para cada intensidad de campo magnético, se puede determinar el valor de Δ_r en el que se producen oscilaciones gigantes de Rabi.

A partir de esta información, se analiza la evolución de la composición del estado $|\lambda\rangle$, que indica la transición predominante del sistema cuando parte del estado fundamental. Para valores pequeños del campo magnético, el sistema tiende a poblar el excitón oscuro antisimétrico. Sin embargo, conforme aumenta la intensidad del campo, el excitón oscuro antisimétrico evoluciona hacia una superposición de estados excitónicos oscuros y brillantes simétricos. Este fenómeno se debe a la interacción del campo magnético con los espines del excitón, lo que genera mecanismos de mezcla de espín (*spin-flip*). Al incrementar la intensidad del campo, en torno a $B \approx 17\text{T}$, se observa una disminución en el número

7. Análisis de resultados

de variedad de excitación del sistema, aunque la composición del estado $|\lambda\rangle$ sigue la misma tendencia: una superposición de estados excitónicos simétricos, tanto oscuros como brillantes.

Un punto particularmente interesante se encuentra alrededor de $B \approx 0.86$ T, donde se alcanza un máximo de entrelazamiento entre los estados excitónicos oscuro antisimétrico y oscuro simétrico. Este comportamiento sugiere que el campo magnético actúa como un sintonizador, permitiendo ajustar la superposición de los estados excitónicos oscuros y brillantes, y regulando la naturaleza de la oscilación gigante de Rabi.

El análisis de la resonancia muestra un crecimiento inicial rápido, seguido de una estabilización en torno a $B \approx 17$ T, tras lo cual la resonancia experimenta un incremento abrupto. Este comportamiento indica que el periodo de la oscilación gigante de Rabi es altamente sensible a la intensidad del campo magnético. Específicamente, al aumentar la interacción de acoplamiento de Rabi (es decir, el desdoblamiento de Rabi), se reduce el periodo de la oscilación, lo que permite obtener oscilaciones más rápidas y aumentar la frecuencia de excitación. Este ajuste ofrece mayores opciones de control sobre el sistema.

Además de regular las propiedades de la oscilación gigante de Rabi, esta configuración permite generar paquetes de cuasipartículas fonónicas compuestas por pares de fonones. Bajo estos parámetros, el sistema puede comportarse como una fuente ajustable de emisión de paquetes de fonones. Para verificar este fenómeno, se estudian las funciones de correlación y se varía el campo magnético.

El análisis del espectro de emisión fonónico revela que, para múltiplos enteros pares de la frecuencia de excitación, la emisión de fonones es significativa. Comparando la emisión en distintos valores del campo magnético, se observa que para $B \approx 0.2$ T y $B \approx 0.86$ T, la emisión de *bundles* fonónicos es predominante, con frecuencias de emisión discretizadas y bien definidas. Sin embargo, a valores de campo más altos, como $B = 20.0$ T, el sistema ya no emite *bundles* de fonones, sino fonones individuales, lo que se refleja en la función de correlación, que indica una transición hacia una emisión más coherente. En este régimen, el espectro de emisión fonónico presenta una estructura más compleja, con características que se asemejan a las bandas laterales de fonones.

Estos resultados sugieren que, ajustando la intensidad del campo magnético, es posible controlar la estadística de emisión fonónica del sistema, regulando la emisión de *bundles* de fonones y la coherencia del estado emitido. Este control es crucial para el diseño de fuentes de multi-fonón con aplicaciones en tecnologías cuánticas y opto-mecánicas.

7.3. Configuración de Faraday

Para la configuración de Faraday, ocurre un fenómeno similar al de la configuración de Voigt: la transición prohibida se activa debido a la interacción con el campo magnético. Esto permite la posibilidad de cuatro pares de oscilaciones gigantes de Rabi diferentes, asociadas a cada variedad de excitación del sistema.

Siguiendo la misma metodología de análisis utilizada en las configuraciones anteriores, se estudia el diagrama de dispersión, los coeficientes de Hopfield y se resuelve la ecuación de Schrödinger en el detuning de resonancia obtenido. En esta configuración, se observa que, para el mismo valor de campo magnético de $B = 0.2$ T, se genera una oscilación gigante

de Rabi distinta a la obtenida en la configuración de Voigt. En este caso, la transición dominante ocurre entre el estado vacío y el estado compuesto por dos fonones y un excitón oscuro, $|2, X_{d1}\rangle$.

Posteriormente, se analiza la resta de energías para determinar los valores en los que se minimiza la diferencia entre los valores propios E_9 y E_{10} . Esto permite observar la variación del estado $|\lambda\rangle$ en función del campo magnético. Sin embargo, en la configuración de Faraday se identifican diferencias importantes con respecto a Voigt. En primer lugar, se encuentran zonas donde la resta de energías presenta singularidades. En estos puntos, no se observan oscilaciones gigantes de Rabi y, al analizar el diagrama de energías (ver fig. D.1), se encuentra que estos valores de campo magnético corresponden a regiones donde el estado propio E_9 o E_{10} queda protegido por dos anticruces adyacentes. Este fenómeno, conocido como un triple anticruce (ver apéndice D), indica la presencia de estados protegidos, cuyo estudio escapa al alcance de este trabajo, pero se menciona como posible línea de investigación futura.

Exceptuando estas regiones singulares, se identifican tres intervalos donde las oscilaciones gigantes de Rabi ocurren de manera continua, siguiendo un comportamiento similar al de la configuración de Voigt. En consecuencia, se analiza la resonancia como una función por tramos en estos intervalos, en los cuales el sistema se encuentra en un régimen de oscilaciones gigantes de Rabi.

A partir del análisis de la resta de energías, se determina la forma funcional de la resonancia en función del campo magnético. En este caso, la resonancia se modela como una función por tramos, donde cada intervalo representa un régimen distinto en la evolución del sistema. Se encuentra que, en la configuración de Faraday, el sistema inicia predominantemente en un excitón oscuro $|2, X_{d1}\rangle$. A medida que el campo magnético aumenta, la transición más probable tiende a favorecer la conversión de un excitón oscuro en un excitón brillante $|2, X_{b1}\rangle$. Un punto clave ocurre en torno a $B \approx 0.86$ T, donde se observa el máximo entrelazamiento entre los estados $|2, X_{d1}\rangle$ y $|2, X_{b1}\rangle$, sugiriendo que el campo magnético regula la superposición de estos estados y permite el control de la oscilación gigante de Rabi.

A diferencia de la configuración de Voigt, en la configuración de Faraday se encuentra un comportamiento peculiar alrededor de $B \approx 7.0$ T, donde se observa una disminución en la variedad de excitación del estado $|\lambda\rangle$, fenómeno que no ocurre en Voigt. Sin embargo, para campos magnéticos más altos, en torno a $B > 17.0$ T, se detecta un incremento en la variedad de excitación. Esto sugiere que la dirección del campo magnético juega un papel crucial en la evolución de los estados excitónicos y que su efecto varía dependiendo de la configuración utilizada.

Además, se estudia la dependencia del desdoblamiento de Rabi $\hbar\Omega$ con respecto al campo magnético. Se encuentra que existe un máximo en torno a $B \approx 7.0$ T, lo que indica que en ciertos valores de campo las oscilaciones gigantes de Rabi son más rápidas. Esta característica es clave para determinar en qué condiciones se pueden generar oscilaciones gigantes de Rabi en esta configuración.

El estudio de la oscilación gigante de Rabi muestra que, en algunos casos, la transición dominante ocurre entre el estado vacío y el estado compuesto por dos fonones, con un máximo de entrelazamiento entre los estados excitónicos $|X_{d1}\rangle$ y $|X_{b1}\rangle$. Además, se verifica que la intensidad máxima del acoplamiento de Rabi corresponde a un periodo de oscilación

7. Análisis de resultados

más corto, lo que confirma la relación inversa entre el desdoblamiento de Rabi y el periodo de la oscilación.

Cuando el sistema interactúa con el entorno, los procesos disipativos juegan un papel crucial en la emisión de los *bundles* generados dentro de la cavidad. Por lo tanto, se analizan las funciones de correlación. En los intervalos donde la resonancia es continua, se obtiene una estadística fonónica cuántica cuando se considera la emisión en forma de un *2-bundle* de fonones. En particular, para valores de campo magnético menores a $B \approx 12.0$ T, la estadística de los *bundles* fonónicos es altamente correlacionada y presenta un comportamiento cuántico.

Si en lugar de analizar la correlación en términos de *bundles* de dos fonones se estudia la función de correlación para fonones individuales, se observan fenómenos de *bunching* y *superbunching*, lo que indica que los estados fonónicos tienen una alta tendencia a agruparse. Este resultado es consistente con la formación de cuasipartículas fonónicas altamente correlacionadas. En conclusión, la configuración de Faraday también permite la generación de *bundles* de dos fonones altamente correlacionados cuánticamente.

Para valores más altos del campo magnético, se observa un comportamiento diferente en la función de correlación: en algunos intervalos, el sistema tiende a comportarse de manera más coherente, aunque aún mantiene características de *bunching*. Este resultado sugiere que la transición desde la emisión de *bundles* de fonones hacia una emisión más coherente puede ser controlada ajustando el campo magnético.

Finalmente, se analiza el espectro de emisión fonónico para determinar si, en un experimento real, sería posible observar la emisión de fonones en los valores predichos teóricamente. Los resultados muestran que el sistema emite fonones de manera bien definida en los valores esperados, confirmando la presencia de paquetes de dos fonones con estadística cuántica sub-Poissoniana en campos magnéticos moderados. Sin embargo, cuando la intensidad del campo magnético aumenta significativamente, la emisión fonónica se asemeja más a una banda lateral, lo que indica una pérdida de correlación cuántica en el proceso de emisión.

Estos resultados refuerzan la idea de que la configuración de Faraday permite controlar la estadística de emisión fonónica, regulando la formación de *bundles* de fonones y su grado de coherencia mediante el ajuste del campo magnético. Este control es de gran relevancia en el diseño de fuentes de fonones cuánticos con aplicaciones en optomecánica y tecnologías cuánticas emergentes.

Conclusiones y Proyecciones

En este trabajo, se estudió la generación de oscilaciones gigantes de Rabi en un sistema compuesto por un punto cuántico dentro de una cavidad acústica, considerando diferentes configuraciones de campo magnético y su interacción con el entorno. A través de un análisis detallado de los espectros de energía, las funciones de correlación y el espectro de emisión fonónico, se obtuvieron resultados fundamentales que permiten comprender la dinámica del sistema y su aplicabilidad en tecnologías cuánticas.

Oscilaciones gigantes de Rabi y estructura de estados

- Se confirmó que las oscilaciones gigantes de Rabi emergen cuando el sistema se encuentra en una superposición con igual peso de dos estados de la base.
- Para lograr esta condición, se identificaron los valores de *detuning* en los cuales los estados se acoplan fuertemente, formando anticruces en los diagramas de dispersión.
- La relación entre las bases desnuda y vestida permitió caracterizar los estados excitónicos involucrados en la dinámica del sistema, resaltando el papel de la interacción electrón-fonón y el bombeo externo.

Efecto del campo magnético en la configuración de Voigt y Faraday

- En la **configuración sin campo magnético**, se reprodujeron oscilaciones gigantes de Rabi previas, validando la metodología para encontrar resonancias en la dinámica del sistema.
- En la **configuración de Voigt** ($B \perp$ crecimiento del punto cuántico), el campo magnético activó transiciones que estaban prohibidas en ausencia de B , aumentando el número de posibles oscilaciones gigantes de Rabi.
- Se encontró que la resonancia de detuning Δ_r sigue una relación cuadrática con el campo magnético, lo que permite predecir la posición de los anticruces y optimizar experimentalmente la excitación del sistema.
- La composición del estado $|\lambda\rangle$ varió con B , mostrando una transición desde excitones oscuros antisimétricos hacia combinaciones superpuestas de excitones brillantes y oscuros simétricos.
- En la **configuración de Faraday** ($B \parallel$ crecimiento del punto cuántico), también se activaron transiciones prohibidas, pero se identificaron intervalos donde no se observaron oscilaciones gigantes de Rabi debido a la presencia de triples anticruces.

7. Análisis de resultados

- Se evidenció un **máximo de entrelazamiento** entre los excitones oscuros y brillantes alrededor de $B \approx 0.86\text{T}$ en la configuración de Voigt, indicando que el campo magnético puede utilizarse para sintonizar la mezcla de estados excitónicos.

Control de la estadística de emisión fonónica

- El análisis de las funciones de correlación $g^{(2)}(0)$ y $g_2^{(2)}(0)$ mostró que el sistema puede emitir fonones individuales o paquetes de fonones altamente correlacionados (*bundles*).
- En la configuración de Voigt, para $B \approx 0.2\text{T}$ y $B \approx 0.86\text{T}$, la emisión fonónica fue predominantemente en forma de *bundles*, mientras que para $B = 20.0\text{T}$ la emisión fue individual y coherente.
- En la configuración de Faraday, se observaron regiones donde la estadística de emisión cambió abruptamente debido a la presencia de triples anticruces, generando interrupciones en la continuidad de las oscilaciones gigantes de Rabi.
- La capacidad de modificar la emisión fonónica con el campo magnético sugiere que el sistema puede utilizarse como una **fente controlada de fonones**, con potenciales aplicaciones en optomecánica y tecnologías cuánticas.

Relación entre el desdoblamiento de Rabi y la rapidez de las oscilaciones

- Se encontró que el **desdoblamiento de Rabi Ω depende del campo magnético \mathbf{B}** . A medida que Ω aumenta, el período de las oscilaciones disminuye, lo que permite inducir excitaciones más rápidas en el sistema.
- Esto implica que, mediante el ajuste del campo magnético, se puede **acelerar o ralentizar** la dinámica de las oscilaciones gigantes de Rabi, ofreciendo una herramienta de control fundamental para el diseño de dispositivos cuánticos basados en fonones.

Espectro de emisión fonónico

- El espectro de emisión fonónico, cuando $g_2^{(2)}(0) < 1$, mostró picos bien definidos en múltiplos enteros de la frecuencia de excitación, confirmando la existencia de emisión coherente de paquetes de fonones.
- En la configuración de Voigt se identificó una transición entre emisión de *bundles* de fonones a emisión individual coherente al aumentar B , lo que sugiere que el sistema puede ajustarse para diferentes regímenes de emisión.

Conclusión general y perspectivas futuras

Este trabajo permitió caracterizar en detalle la dinámica de oscilaciones gigantes de Rabi en un sistema híbrido de punto cuántico y cavidad acústica, explorando cómo el campo magnético y la interacción con el entorno afectan la excitación y emisión fonónica. Los resultados obtenidos proporcionan información clave para el diseño de **fuentes ajustables de fonones** y sistemas de control cuántico basados en excitaciones mecánicas.

Como perspectivas futuras, sería interesante:

- Extender el análisis a configuraciones con más estados excitónicos, mayores números de fonones en la cavidad y diferentes direcciones de campo magnético.
- Estudiar la influencia de otros mecanismos de disipación en la estadística de emisión fonónica.
- Explorar la implementación experimental de las oscilaciones gigantes de Rabi en sistemas de cavidades acústicas de estado sólido.
- Investigar el papel de los **anticruces triples**, presentados en la **configuración de Faraday** (fig. 6.14), que han mostrado generar regiones donde no se presentan oscilaciones gigantes de Rabi entre los estados propios $|E_9\rangle$ y $|E_{10}\rangle$, y entender su impacto en la dinámica del sistema.
- Activar las dos polarizaciones del bombeo coherente, es decir, considerar $\Omega_2 \neq 0$, para estudiar su influencia en la dinámica del sistema.
- Establecer comparativas detalladas entre las interacciones electrón-fonón de excitones brillantes y oscuros, considerando configuraciones donde $g_{bb} \neq g_{bd}$.

A. Anexo: Construcción de las bases

A.0.1. Base desnuda del punto cuántico

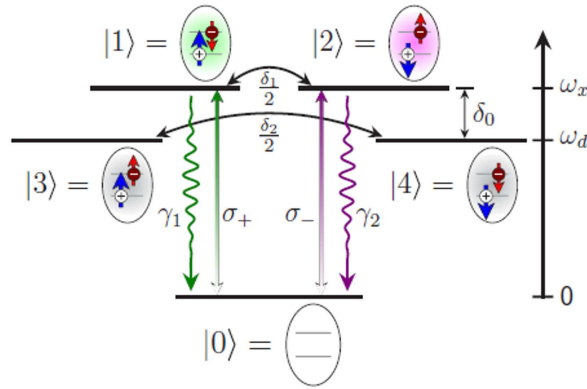


Figura A.1.: Representación esquemática de los estados QD y sus interacciones en la base J_z (Jiménez-Orjuela et al., 2017).

El excitón se forma por un electrón en la banda de conducción y un hueco en la banda de valencia. En el estado de energía más bajo del excitón: el hueco está en la banda heavy-hole, por lo tanto, otras bandas de valencia pueden despreciarse (Bayer et al., 2002). La banda de valencia **heavy-hole** tiene momentum angular total $J = 3/2$, con proyección en la dirección z : J_z^h y eigenvalues $m_h = \pm 3/2$, el electrón en la banda de conducción tiene $J = 1/2$, con proyección J_z^e y eigenvalues $m_e = \pm 1/2$.

Se forma un estado excitón por sitio si se asume una sola ocupación de cada banda, de manera que, se tiene la posibilidad de formar 4 estados excitón con proyección en el eje z del momentum angular total

$$J_z = J_z^h + J_z^e, \quad (\text{A.1})$$

dos son estados brillantes (ópticamente activos) $J_z = \pm 1$ y dos son estados oscuros (no activos ópticamente) $J_z = \pm 2$.

Por lo anterior, la base del QD es de 5 estados, el estado de valencia $|v\rangle$ y

$$|X_1\rangle = |+3/2, -1/2\rangle, \quad (\text{A.2})$$

$$|X_2\rangle = |-3/2, +1/2\rangle, \quad (\text{A.3})$$

$$|X_3\rangle = |+3/2, +1/2\rangle, \quad (\text{A.4})$$

$$|X_4\rangle = |-3/2, -1/2\rangle, \quad (\text{A.5})$$

$|X_1\rangle$ y $|X_2\rangle$ los estados excitónicos brillantes, con espines antiparalelos electrón-hueco. $|X_3\rangle$ y $|X_4\rangle$ los estados excitónicos oscuros, con espines paralelos electrón-hueco. Como

A. Anexo: Construcción de las bases

se puede observar, la notación para los estados es: $|X_i\rangle = |J_z^h, J_z^e\rangle$ y con ordenamiento (Jiménez-Orjuela et al., 2017),

$$\{|v\rangle, |J_z = +1\rangle, |J_z = -1\rangle, |J_z = +2\rangle, |J_z = -2\rangle\} \quad (\text{A.6})$$

El Hamiltoniano que representa el QD en la base J_z es:

$$H_{\text{QD}} = \hbar\omega_b(\sigma_{11} + \sigma_{22}) + \hbar\omega_d(\sigma_{33} + \sigma_{44}) + \frac{\hbar\delta_{bb}}{2}(\sigma_{12} + \sigma_{21}) + \frac{\hbar\delta_{dd}}{2}(\sigma_{34} + \sigma_{43}) \quad (\text{A.7})$$

donde se tiene en cuenta la interacción de intercambio, se hace uso de los operadores escalera $\sigma_{ij} = |i\rangle\langle j|$, $\hbar\omega_b$ es la energía excitón brillante desnudo, $\omega_d = \omega_b - \delta_{bd}$ es el corrimiento de la energía del excitón oscuro desnudo y- δ_b y δ_d divide las energía del brillante- y oscuro-excitón.

A.0.2. Base vestida del punto cuántico

La base mencionada se obtiene al diagonalizar el Hamiltoniano del punto cuántico, utilizando la base desnuda como punto de partida, los eigenvectores normalizados resultantes son los que conforman dicha base. Por lo anterior, la base vestida del QD de 5 estados, es el estado de valencia $|v\rangle$ y

$$|X_{b\pm}\rangle = (|X_1\rangle \pm |X_2\rangle)/\sqrt{2}, \quad (\text{A.8})$$

$$|X_{d\pm}\rangle = (|X_3\rangle \pm |X_4\rangle)/\sqrt{2}, \quad (\text{A.9})$$

donde $|X_{b\pm}\rangle$ son los estados excitónicos brillantes simétricos o antisimétricos, como una superposición de los dos tipos de excitones con espines antiparalelos electrón-hueco. $|X_{d\pm}\rangle$ son los estados excitónicos oscuros simétricos o antisimétricos, como una superposición de los dos tipos de excitones con espines paralelos electrón-hueco.

A.0.3. Base de número para los fonones

Los fonones son cuasipartículas asociadas a las vibraciones colectivas de los átomos en un sólido, cuyo comportamiento se modela mediante osciladores armónicos cuánticos. En este contexto, cada **modo normal de vibración** del sólido puede considerarse como un oscilador armónico cuántico independiente. Los estados de la base $|n\rangle$ en este sistema corresponden al número exacto de fonones (cuasipartículas vibracionales) presentes en un modo vibracional específico.

Un estado $|n\rangle$ describe un sistema con exactamente n fonones en un modo vibracional particular. La cantidad de fonones en ese modo está determinada por el **operador de número** $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$, donde \hat{a}^\dagger y \hat{a} son los operadores de creación y aniquilación, respectivamente. Su acción sobre los estados $|n\rangle$ está definida como:

$$\hat{n}|n\rangle = n|n\rangle, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

A continuación, se describen los estados más relevantes en esta base:

Estado $|0\rangle$: El estado de vacío

El estado $|0\rangle$ se conoce como el **estado de vacío** del modo vibracional, en el cual no hay fonones presentes. Aunque no existen vibraciones colectivas (fonones), este estado aún tiene energía debido a las fluctuaciones cuánticas, conocidas como la **energía de punto cero**:

$$E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega,$$

donde ω es la frecuencia angular del modo vibracional.

Estados $|n\rangle$: Estados excitados

Los estados $|n\rangle$ representan configuraciones excitadas con n fonones en el modo vibracional. La energía asociada a estos estados está dada por:

$$E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right),$$

donde $n = 0, 1, 2, \dots$ indica el número de fonones presentes. Estos estados son ortogonales entre sí y forman una base completa en el espacio de Hilbert del sistema:

$$\langle m|n\rangle = \delta_{mn}.$$

Operadores de creación y aniquilación

Los operadores \hat{a}^\dagger y \hat{a} actúan sobre los estados $|n\rangle$ para crear o destruir fonones en el sistema:

- El operador de creación \hat{a}^\dagger aumenta el número de fonones:

$$\hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle.$$

- El operador de aniquilación \hat{a} disminuye el número de fonones:

$$\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle.$$

Cuando $n = 0$, el operador \hat{a} actúa sobre el estado de vacío y devuelve cero:

$$\hat{a}|0\rangle = 0.$$

con el operador unitario

$$U = \exp(i\Gamma t), \quad \text{y } \Gamma = \omega_L N_{\text{ex}}, \quad (\text{A.12})$$

donde N_{ex} es la variedad de excitación del sistema y es definida por los proyectores. Para un QD semiconductor en una cavidad acústica, donde se tienen en cuenta los estados oscuros, los proyectores son de materia, por lo tanto (Vargas-Calderón et al., 2022),

$$N_{\text{ex}} = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} + \sigma_{44} \quad (\text{A.13})$$

es decir, el proyector del modo fonónico ($b^\dagger b$) no se toma en cuenta debido a que los fonones tienen una energía despreciable con respecto a los excitones.

El **lema de Hadamard** aplicado a conmutadores anidados, que también es la base de la expansión de **Baker-Campbell-Hausdorff** de $\log(\exp(A)\exp(B))$, da como resultado:

$$e^A B e^{-A} = B + [A, B] + \frac{1}{2!}[A, [A, B]] + \frac{1}{3!}[A, [A, [A, B]]] + \dots, \quad (\text{A.14})$$

cuyo uso nos permite encontrar la transformación en nuestro caso.

Es evidente que, si el conmutador del operador correspondiente al Hamiltoniano conmuta con el operador de variedad de excitación, la transformación será invariante. En otras palabras, el Hamiltoniano permanecerá inalterado. Esto puede observarse con los siguientes operadores

$$[N_{\text{ex}}, \sigma_{11}] = [N_{\text{ex}}, \sigma_{12}] = [N_{\text{ex}}, \sigma_{13}] = [N_{\text{ex}}, \sigma_{14}] = 0, \quad (\text{A.15})$$

$$[N_{\text{ex}}, \sigma_{21}] = [N_{\text{ex}}, \sigma_{22}] = [N_{\text{ex}}, \sigma_{23}] = [N_{\text{ex}}, \sigma_{24}] = 0, \quad (\text{A.16})$$

$$[N_{\text{ex}}, \sigma_{31}] = [N_{\text{ex}}, \sigma_{32}] = [N_{\text{ex}}, \sigma_{33}] = [N_{\text{ex}}, \sigma_{34}] = 0, \quad (\text{A.17})$$

$$[N_{\text{ex}}, \sigma_{41}] = [N_{\text{ex}}, \sigma_{42}] = [N_{\text{ex}}, \sigma_{43}] = [N_{\text{ex}}, \sigma_{44}] = 0, \quad (\text{A.18})$$

$$[N_{\text{ex}}, c^\dagger c] = [N_{\text{ex}}, c^\dagger] = [N_{\text{ex}}, c] = 0, \quad (\text{A.19})$$

esto implica que el único sub-Hamiltoniano que no es invariante bajo la transformación U es el correspondiente al bombeo, mientras que los demás permanecen invariantes bajo dicha transformación al marco rotante. Sin embargo, el corrimiento de energía generado por el marco rotante, por convención, se aplica al sub-Hamiltoniano del QD, lo que permite definir el detuning.

A.1.1. Bombeo coherente

En este caso el operador variedad de excitación no conmuta con los operadores de bombeo

$$[N_{\text{ex}}, \sigma_{10}] = \sigma_{10}, \quad [N_{\text{ex}}, \sigma_{20}] = \sigma_{20}, \quad (\text{A.20})$$

$$[N_{\text{ex}}, \sigma_{01}] = -\sigma_{01}, \quad [N_{\text{ex}}, \sigma_{02}] = -\sigma_{02}, \quad (\text{A.21})$$

por lo tanto, esto traerá como consecuencia una fase adicional que será determinante para eliminar la dependencia temporal de dicho sub-Hamiltoniano.

Para los de subida, el procedimiento es el siguiente

$$\begin{aligned}
 e^{i\Gamma t} \sigma_{10} e^{-i\Gamma t} &= \sigma_{10} + i\omega_L t [N_{\text{ex}}, \sigma_{10}] + \frac{1}{2!} (i\omega_L t)^2 [N_{\text{ex}}, [N_{\text{ex}}, \sigma_{10}]] \\
 &\quad + \frac{1}{3!} (i\omega_L t)^3 [N_{\text{ex}}, [N_{\text{ex}}, [N_{\text{ex}}, \sigma_{10}]]] + \dots \\
 &= \sigma_{10} + i\omega_L t \sigma_{10} + \frac{1}{2!} (i\omega_L t)^2 \sigma_{10} + \frac{1}{3!} (i\omega_L t)^3 \sigma_{10} + \dots \\
 &= \sigma_{10} \left(1 + i\omega_L t + \frac{1}{2!} (i\omega_L t)^2 + \frac{1}{3!} (i\omega_L t)^3 + \dots \right) \\
 &= \sigma_{10} e^{i\omega_L t}, \tag{A.22}
 \end{aligned}$$

$$e^{i\Gamma t} \sigma_{20} e^{-i\Gamma t} = \sigma_{20} e^{i\omega_L t}, \tag{A.23}$$

encontrar la transformación unitaria de σ_{20} es similar a la de σ_{10} .

Los operadores de bombeo de bajada tienen el siguiente procedimiento

$$\begin{aligned}
 e^{i\Gamma t} \sigma_{01} e^{-i\Gamma t} &= \sigma_{01} + i\omega_L t [N_{\text{ex}}, \sigma_{01}] + \frac{1}{2!} (i\omega_L t)^2 [N_{\text{ex}}, [N_{\text{ex}}, \sigma_{01}]] \\
 &\quad + \frac{1}{3!} (i\omega_L t)^3 [N_{\text{ex}}, [N_{\text{ex}}, [N_{\text{ex}}, \sigma_{01}]]] + \dots \\
 &= \sigma_{01} - i\omega_L t \sigma_{01} + \frac{1}{2!} (i\omega_L t)^2 \sigma_{01} - \frac{1}{3!} (i\omega_L t)^3 \sigma_{01} + \dots \\
 &= \sigma_{01} \left(1 - i\omega_L t + \frac{1}{2!} (i\omega_L t)^2 - \frac{1}{3!} (i\omega_L t)^3 + \dots \right) \\
 &= \sigma_{01} e^{-i\omega_L t}, \tag{A.24}
 \end{aligned}$$

$$e^{i\Gamma t} \sigma_{02} e^{-i\Gamma t} = \sigma_{02} e^{-i\omega_L t}, \tag{A.25}$$

encontrar la transformación unitaria de σ_{02} es similar a la de σ_{01} .

Con estos resultados el sub hamiltoniano de bombeo queda así

$$\begin{aligned}
 UH_{\text{pump}}U^\dagger &= (\Omega_1 \sigma_{1v} + \Omega_2 \sigma_{2v}) e^{i\omega_L t} e^{-i\omega_L t} + \text{h.c.}, \\
 &= \Omega_1 \sigma_{1v} + \Omega_2 \sigma_{2v} + \text{h.c.} \tag{A.26}
 \end{aligned}$$

A.2. Regímenes de resonancias de Stokes

Un modelo a considerar donde se tengan resonancias de Stokes es en cQED² fonónica con un QD acoplado a un modo monofonónico de una nanocavidad acústica con acoplamiento electrón-fonon λ . Un sistema punto cuántico de dos niveles con estado banda de conducción $|c\rangle$, estado banda de valencia $|v\rangle$, y frecuencia band-gap ω_σ . El QD es impulsado por un láser óptico con frecuencia ω_L y amplitud Ω . Por lo tanto, el Hamiltoniano del sistema es (con $\hbar = 1$) (Bin et al., 2020)

$$H = H_{\text{cav-ph}} + H_{2\text{-QD}} + H_{2\text{-el-ph}} + H_{2\text{-láser}} \tag{A.27}$$

²Electrodinámica cuántica de cavidades

Las resonancias de Stokes se producen cuando un láser bombea las bandas laterales, conocidas en inglés como 'sidebands', de los fonones de orden n . A medida que el fonón comienza a perder energía y entra en resonancia con el punto cuántico, emite fonones con una única frecuencia permitida, es decir, la frecuencia de resonancia de la cavidad acústica. Esto se debe a que el fonón se encuentra confinado y no puede vibrar a otras frecuencias. Cuando alcanza la frecuencia de resonancia del punto cuántico, ha emitido n fonones durante el proceso. Finalmente, se desexcita de nuevo al estado de valencia.

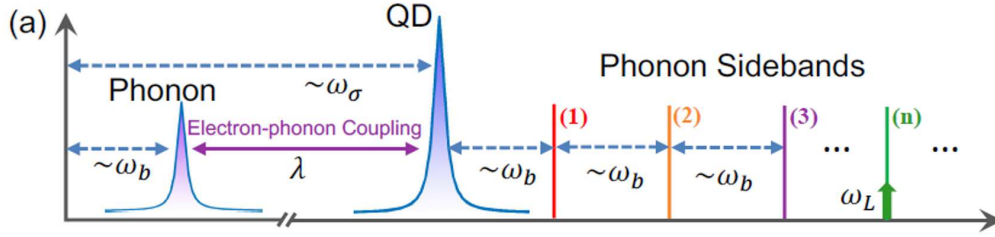


Figura A.2.: Esquema del modelo y de las resonancias de Stokes en el dominio de frecuencia (Bin et al., 2020).

Régimen de acoplamiento débil electrón-fonón e impulso láser

Parámetros $\Omega, \lambda \ll \omega_b$ - En este régimen los siguientes términos, debido a que no influyen significativamente en la estructura de la energía del sistema, pueden ser ignorados:- Acoplamiento electrón-fonón- Impulso laser - En este régimen los estados propios del sistema son dados por el producto de estados $|n, c/v\rangle$, (fig. A.3)

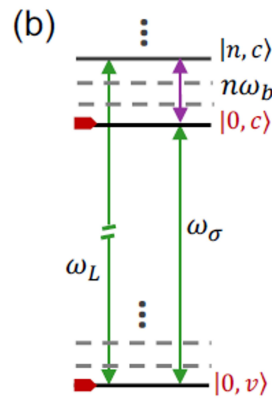


Figura A.3.: Resonancias de Stokes para el primer régimen de parámetros, a saber, $\Omega, \lambda \ll \omega_b$ (Bin et al., 2020).

La resonancia de Stokes ideal es entre estados $|0, v\rangle$, $|0, c\rangle$ y $|n, c\rangle$. Se realiza cuando el QD es impulsado a la frecuencia del sideband del fonón de n th-orden, es decir, $\Delta = \omega_\sigma - \omega_L = -n\omega_b$. El giro del QD es acompañado por la emisión de n fonones dentro de la cavidad acústica e inducido por la interacción electrón-fonón

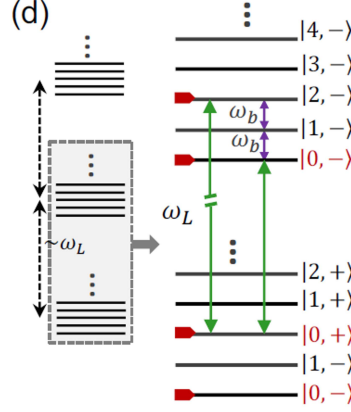


Figura A.5.: Régimen de impulso fuerte, o de Mollow, $\Omega \sim \omega_b$ (Bin et al., 2020).

escalera de Mollow de colectores, separados por la energía del láser, donde cada colector consiste de muchos estados vestidos equidistantes $|n, \pm\rangle^4$ con

$$|\pm\rangle = c_{\pm} |v\rangle + c_{\mp} |c\rangle \quad (\text{A.32})$$

donde

$$c_{\pm} = \frac{\sqrt{2}\Omega}{(\Delta^2 + 4\Omega^2 \pm \Delta\sqrt{\Delta^2 + 4\Omega^2})^{1/2}} \quad (\text{A.33})$$

con valores propios correspondientes

$$E_{|\pm\rangle} = \frac{\Delta}{2} \pm \frac{\sqrt{\Delta^2 + 4\Omega^2}}{2} \quad (\text{A.34})$$

Las resonancias de Stokes asistida n -fonón aún se realiza. Sucede cuando el láser impulsa la transición $|+\rangle \leftrightarrow |-\rangle$, en $\Delta = \Delta_n(\Omega) = -\sqrt{(n\omega_b)^2 - 4\Omega^2}$ y la tasa de transición correspondiente a n -fonón es (Bin et al., 2020)

$$\Omega_{\text{eff}}^{(n)} = (-1)^n \Omega (\lambda/\omega_b)^n \frac{\prod_{k=1}^{n-1} (nc_-^2 - k)}{(n-1)! \sqrt{n!}} \quad (\text{A.35})$$

En conclusión, en un amplio rango de parámetros, este sistema muestra resonancias de Stokes asociadas con la generación periódica de n fonones en la cavidad acústica.

A.3. Estudio de los sub Hamiltonianos con excitones

A continuación hablaremos en el contexto de $\hbar = 1$, por lo tanto, las unidades de frecuencias serán las mismas de las energías y de cada uno de los sub sistemas conformantes, además, del estudio simultaneo de algunos subsistemas

⁴Difieren de la forma usual en sistemas cQED ópticos

A.3.1. Punto cuántico

$$H_{\text{QD}} = \Delta \sum_{j=1}^2 \sigma_{jj} + (\Delta - \delta_0) \sum_{j=3}^4 \sigma_{jj} + (\delta_b \sigma_{12} + \delta_d \sigma_{34} + \text{h. c.})$$

donde $\sigma_{ij} = |i\rangle\langle j|$ expresado en la base desnuda (con i y j siendo X_{b1} , X_{b2} , X_{d1} , X_{d2}) y, en el contexto de $\hbar = 1$, $\omega_X(\omega_d)$ es la energía de excitación de los excitones brillantes (oscuros), ω_L la energía del láser externo y aparece un corrimiento en la energía debido a la transformación al marco rotante. En la mayoría de los QD semiconductores, la interacción de intercambio juega un papel importante (Bayer et al., 2002), divide los excitones oscuros y brillantes por δ_0 , $\omega_d = \omega_X - \delta_0$, característico de los puntos cuánticos semiconductores donde los excitones oscuros y brillantes tienen una división de energía δ_0 , además, esta interacción de intercambio mezcla los estados brillantes con acoplamiento δ_X , lo que conduce a un estado de exciton brillante polarizado lineal, también, esta interacción de intercambio mezcla el estado con acoplamiento δ_d .

Los valores tomados para la división de los excitones, brillantes y oscuros, y la interacción de regla de selección, es decir, mutuamente excluyentes debido a su configuración de espín (interacción entre brillantes e interacción entre oscuros) son tomados de los modelos fenomenológicos reportados en los papers, por lo tanto, tomados de los experimentos. Esto es típico cuando se usan teorías no efectivas como la actual⁵

Los estados propios del QD son $|v\rangle$, $|X_{b\pm}\rangle = (|X_{b1}\rangle \pm |X_{b2}\rangle)/\sqrt{2}$ y $|X_{d\pm}\rangle = (|X_{d1}\rangle \pm |X_{d2}\rangle)/\sqrt{2}$ con valores propios correspondientes $E_v = 0$, $E_{X_{b\pm}} = \omega_X - \omega_L \pm \delta_X$ y $E_{X_{d\pm}} = \omega_d - \omega_L \pm \delta_d$.

El operador de materia se puede expresar en otra base así $\sigma_{ij} = \mathbb{I} \cdot \sigma_{ij} \cdot \mathbb{I}$, por lo tanto, en la base vestida es

$$\sigma_{ij} = \sum_k |k\rangle\langle k| (|i\rangle\langle j|) \sum_l |l\rangle\langle l| = \sum_{k,l} c_{ki} c_{jl} |k\rangle\langle l| \quad (\text{A.36})$$

con $c_{ki} = \langle k|i\rangle$ y $c_{jl} = \langle j|l\rangle$. Los índices k y l representan estados de la base vestida, en cambio, los índices i y j representan estados de la base desnuda.

A.3.2. Bombeo coherente

$$H_{\text{lás}} = \Omega_1 \sigma_{10} + \Omega_2 \sigma_{20} + \text{h. c.}$$

donde $\sigma_{10} = |X_{b1}\rangle\langle v|$ y $\sigma_{20} = |X_{b2}\rangle\langle v|$, es decir, un electrón en el estado de valencia es excitado y se genera un exciton ya sea brillante 1 o brillante 2, dependiendo de la polarización con la que se bombea. $\Omega_1(\Omega_2)$ es la eficiencia o calidad de transferencia de energía entre sistemas o la constante de Rabi del modelo semiclasico donde se tiene transición únicamente entre estados de materia, es decir, el campo considerado no está cuantizado.

⁵Estos valores también se pueden obtener teóricamente de teorías de primeros principios, como las de Con Luttinger donde se reportan los respectivos valores.

En este tipo de sistemas, se pueden usar lasers clásicos contrapropagantes o un láser polarizado linealmente para garantizar que las dos polarizaciones efectivamente existen en el sistema.

Los estados propios del bombeo coherente son $|\Omega_{\pm}\rangle = [|v\rangle \pm (\Omega_1 |X_{b1}\rangle + \Omega_2 |X_{b2}\rangle) / (\Omega_1^2 + \Omega_2^2)^{1/2}] / \sqrt{2}$, $|X_{di}\rangle$ con $i = 1, 2$ y $|\Omega_b\rangle = (\Omega_2 |X_{b1}\rangle - \Omega_1 |X_{b2}\rangle) / (\Omega_1^2 + \Omega_2^2)^{1/2}$ con valores propios correspondientes $E_{\Omega_{\pm}} = \pm(\Omega_1^2 + \Omega_2^2)^{1/2}$ y $E_{X_{di}} = E_{\Omega_b} = 0$.

A.3.3. Campo magnético externo

$$H_{\text{mag}} = \beta_+(\sigma_{1,1} - \sigma_{2,2}) + \beta_-(\sigma_{4,4} - \sigma_{3,3}) + \alpha B^2 \sum_{i=1}^4 \sigma_{i,i} \\ + [\beta_e(\sigma_{1,3} + \sigma_{2,4}) + \beta_h(\sigma_{1,4} + \sigma_{2,3}) + \text{h. c.}]$$

donde $\beta_+ = \mu_B(g_{ez} + g_{hz})B \sin(\theta)/2$, $\beta_- = \mu_B(g_{ez} - g_{hz})B \sin(\theta)/2$, $\beta_e = g_{ex}\mu_B B \cos(\theta)/2$, $\beta_h = g_{hx}\mu_B B \cos(\theta)/2$ son los coeficientes β generados por la activación de la magnitud del campo magnético. Como se puede observar los coeficientes β_{\pm} son generados por la contribución vertical del campo magnético, en este caso, un campo magnético externo lineal en dirección z y los coeficientes $\beta_{e(h)}$ contribuyen en la componente horizontal (componente x) del campo magnético externo. Los factores giromagnéticos, g_{ex} , g_{hx} , g_{ez} , y g_{ez} , se suponen constantes ante la variación de la magnitud del campo magnético externo⁶

El corrimiento diamagnético α se supone invariante ante la magnitud del campo magnético y el término αB^2 da cuenta del corrimiento energético tipo efecto Zeeman.

Para un estudio práctico de este sistema, se consideraran dos configuraciones, de Voigt y Faraday, con $\theta = 0$ y $\theta = \pi/2$, respectivamente.

Los valores propios del campo magnético en una configuración de **Voigt** son $E_v = 0$, $E_{B_{x+\mp}} = \alpha B^2 \mp \mu_B B(g_{ex} + g_{hx})/2$, $E_{B_{x-\mp}} = \alpha B^2 \mp \mu_B B(g_{ex} - g_{hx})$ con vectores propios $|v\rangle$, $|B_{x+\mp}\rangle = [(|X_{b1}\rangle + |X_{b2}\rangle) \mp (|X_{d1}\rangle + |X_{d2}\rangle)]/2 = (|X_{b+}\rangle \mp |X_{d+}\rangle)/\sqrt{2}$, $|B_{x-\mp}\rangle = [(|X_{b1}\rangle - |X_{b2}\rangle) \mp (|X_{d1}\rangle - |X_{d2}\rangle)]/2 = (|X_{b-}\rangle \mp |X_{d-}\rangle)/\sqrt{2}$, respectivamente.

Los valores propios del campo magnético en una configuración de **Faraday** son $E_v = 0$, $E_{B_{z+\mp}} = \alpha B^2 \mp \mu_B B(g_{ez} + g_{hz})/2$, $E_{B_{z-\mp}} = \alpha B^2 \mp \mu_B B(g_{ez} - g_{hz})$ con vectores propios $|v\rangle$, $|B_{z+-}\rangle = |X_{b2}\rangle$, $|B_{z+}\rangle = |X_{b1}\rangle$, $|B_{z--}\rangle = |X_{d2}\rangle$ y $|B_{z-}\rangle = |X_{d1}\rangle$, respectivamente.

Las componentes de los estados propios dependen del ángulo y no de la magnitud del campo magnético. Una vez se tiene una contribución $\cos(\theta) \neq 0$ o $\sin(\theta) \neq 0$, las componentes, con excepción del estado de valencia, dependen de los factores giromagnéticos y el magnetón de Bohr (cálculo no mostrado), es decir, no depende de la magnitud del campo magnético. Por otro lado, las energías dependen del ángulo (con las constantes giromagnéticas y el magnetón de Bohr) tanto como de la magnitud del campo magnético,

⁶en situaciones reales es posible que ante campos magnéticos muy intensos se logre generar cambios giromagnéticos

A. Anexo: Construcción de las bases

donde se activa el corrimiento Zeeman con el termino αB^2 . Las energías en función de θ son

$$\begin{aligned}
E_v &= 0 \\
E_{B-\mp} &= \alpha B^2 \mp \frac{1}{2} B \left\{ \mu_B^2 [\cos^2(\theta) (g_{ex}^2 + g_{hx}^2) + \sin^2(\theta) (g_{ez}^2 + g_{hz}^2)] \right. \\
&\quad \left. - 2 [\mu_B^4 (g_{ex}^2 \cos^2(\theta) + g_{ez}^2 \sin^2(\theta)) (g_{hx}^2 \cos^2(\theta) + g_{hz}^2 \sin^2(\theta))]^{1/2} \right\}^{1/2} \\
E_{B+\mp} &= \alpha B^2 \mp \frac{1}{2} B \left\{ \mu_B^2 [\cos^2(\theta) (g_{ex}^2 + g_{hx}^2) + \sin^2(\theta) (g_{ez}^2 + g_{hz}^2)] \right. \\
&\quad \left. + 2 [\mu_B^4 (g_{ex}^2 \cos^2(\theta) + g_{ez}^2 \sin^2(\theta)) (g_{hx}^2 \cos^2(\theta) + g_{hz}^2 \sin^2(\theta))]^{1/2} \right\}^{1/2}
\end{aligned}$$

A.3.4. Punto cuántico y bombeo coherente

De ahora en adelante se establece $\omega_d = \omega_X - \delta_0$ y $\omega_X - \omega_L = \Delta$, se tiene que

$$H_{\text{QD-lás}} = H_{\text{QD}} + H_{\text{lás}}$$

Debido a que $0 < \delta_X \ll 1$ y si suponemos $\Omega_2 = 0$ (por simplicidad) el Hamiltoniano tiene vectores propios (haciendo una expansión en series para δ_X alrededor de 0 y truncando hasta orden 2)

$$\begin{aligned}
|X_{\pm}\rangle &= \left\{ \left[((\Delta^2 + 4\Omega_1^2)^{1/2} \pm \Delta) / \sqrt{2} \mp [2\sqrt{2}\delta_X^2 \Omega_1^2 (2(\Delta^2 + 4\Omega_1^2)^{1/2} + \Delta)] / \mathcal{R}_{\pm}^2 \right] |v\rangle \right. \\
&\quad \mp \left[\sqrt{2}\Omega_1 + [\sqrt{2}\delta_X^2 \Delta \Omega_1 (3(\Delta^2 + 4\Omega_1^2)^{1/2} + \Delta)] / \mathcal{R}_{\pm}^2 \right] |X_{b1}\rangle \\
&\quad \left. + \left[[\delta_1 ((\Delta^2 + 4\Omega_1^2)^{1/2} \mp \Delta)] / \sqrt{2} \right] |X_{b2}\rangle \right\} / \mathcal{R}_{\pm}^{1/2}
\end{aligned}$$

$$\text{con } \mathcal{R}_{\pm} = \Delta(\Delta \pm (\Delta^2 + 4\Omega_1^2)^{1/2}) + 4\Omega_1^2$$

$$\begin{aligned}
|X_{b\Omega}\rangle &= \{ \delta_1 \Omega_1^3 |v\rangle + \delta_X \Delta \Omega_1^2 |X_{b1}\rangle - [\Omega_1^4 - \delta_1^2 (\Delta^2 + \Omega_1^2) / 2] |X_{b2}\rangle \} / \Omega_1^4 \\
|X_{d\pm}\rangle &= (|X_{d1}\rangle \pm |X_{d2}\rangle) / \sqrt{2}
\end{aligned}$$

con autovalores respectivamente $E_{X_{\pm}} = (\Delta \mp (\Delta^2 + 4\Omega_1^2)^{1/2})(\delta_1^2 / \mathcal{R}_{\pm} + 1/2)$, $E_{X_{b\Omega}} = \Delta(\Omega_1^2 - \delta_X^2) / \Omega_1^2$ y $E_{X_{d\pm}} = \Delta - \delta_0 \pm \delta_d$.

A.3.5. Punto cuántico y campo magnético externo

$$H_{\text{QD-mag}} = H_{\text{QD}} + H_{\text{mag}}$$

Los valores propios en la configuración de **Voigt** son

$$\begin{aligned}
E_v &= 0 \\
E_{+\mp} &= \left(\mp \sqrt{B^2 \mu_B^2 (g_{ex} + g_{hx})^2 + (\delta_0 + \delta_1 - \delta_2)^2} + 2\alpha B^2 - \delta_0 + \delta_1 + \delta_2 + 2\Delta \right) / 2 \\
E_{-\mp} &= \left(\mp \sqrt{B^2 \mu_B^2 (g_{ex} - g_{hx})^2 + (\delta_0 - \delta_1 + \delta_2)^2} + 2\alpha B^2 - \delta_0 - \delta_1 - \delta_2 + 2\Delta \right) / 2
\end{aligned}$$

Los valores propios en la configuración de **Faraday** son

$$\begin{aligned}
 E_v &= 0 \\
 E_{-\mp} &= \mp \frac{1}{2} \sqrt{B^2 \mu_B^2 (g_{ez} - g_{hz})^2 + 4\delta_2^2} + \alpha B^2 - \delta_0 + \Delta \\
 E_{+\mp} &= \mp \frac{1}{2} \sqrt{B^2 \mu_B^2 (g_{ez} + g_{hz})^2 + 4\delta_1^2} + \alpha B^2 + \Delta
 \end{aligned}$$

los vectores propios

B. Anexo: Vectorización

La **vectorización** es una técnica de álgebra lineal que permite transformar operaciones sobre matrices en operaciones sobre vectores. Para una matriz M de tamaño $m \times n$, la operación $\text{vec}(M)$ apila las columnas de M en un único vector de dimensión $(mn) \times 1$ (Golub & Van Loan, 2013). Por ejemplo, para una matriz 2×2

$$M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}. \quad (\text{B.1})$$

En este caso, la vectorización queda determinada al leer primero la columna 1 (elementos m_{11}, m_{21}) y luego la columna 2 (elementos m_{12}, m_{22}). Por lo tanto,

$$\text{vec}(M) = \begin{pmatrix} m_{11} \\ m_{21} \\ m_{12} \\ m_{22} \end{pmatrix}. \quad (\text{B.2})$$

La dimensión resultante es $(2 \times 2) \times 1 = 4 \times 1$. Este proceso se extiende de manera análoga para matrices de mayor dimensión, siempre apilando columnas sucesivas.

Un resultado clave para la manipulación de productos de matrices es la **identidad fundamental de la vectorización**

$$\text{vec}(A \rho B) = (B^\top \otimes A) \text{vec}(\rho), \quad (\text{B.3})$$

donde \otimes denota el producto de Kronecker y $^\top$ la trasposición. Esta expresión permite reescribir operaciones bilineales en términos de operaciones lineales sobre vectores, lo que resulta muy útil al estudiar sistemas cuánticos abiertos (Breuer & Petruccione, 2002).

B.0.1. Construcción del Operador Liouvilliano mediante Vectorización

En mecánica cuántica, un sistema abierto se describe mediante un *superoperador* \mathcal{L} (el *Liouvilliano*), que gobierna la evolución de la matriz densidad ρ . A continuación se deduce su forma vectorizada usando la identidad fundamental.

La evolución temporal de $\rho(t)$ puede representarse mediante la **ecuación maestra de Lindblad** (Lindblad, 1976)

$$\dot{\rho}(t) = -\frac{i}{\hbar}[H, \rho(t)] + \sum_k \gamma_k \left(O_k \rho(t) O_k^\dagger - \frac{1}{2} \{O_k^\dagger O_k, \rho(t)\} \right), \quad (\text{B.4})$$

B. Anexo: Vectorización

donde H es el Hamiltoniano (parte unitaria), O_k son los llamados **operadores de salto** (parte disipativa), γ_k son constantes de decaimiento o tasas de disipación y $\{, \}$ representa el anticonmutador.

Para la parte unitaria

$$\text{vec}(H \rho) = (\mathbb{I} \otimes H) \text{vec}(\rho), \quad (\text{B.5})$$

$$\text{vec}(\rho H) = (H^\top \otimes \mathbb{I}) \text{vec}(\rho), \quad (\text{B.6})$$

así, al restar ambos para el conmutador $[H, \rho]$

$$-\frac{i}{\hbar} \text{vec}([H, \rho]) = -\frac{i}{\hbar} [(\mathbb{I} \otimes H) - (H^\top \otimes \mathbb{I})] \text{vec}(\rho), \quad (\text{B.7})$$

se identifica entonces la **parte unitaria del Liouvilliano**

$$\mathcal{L}_{\text{unit}} = -\frac{i}{\hbar} [(\mathbb{I} \otimes H) - (H^\top \otimes \mathbb{I})]. \quad (\text{B.8})$$

Para cada término disipativo (con tasa γ_k) surgen las siguientes contribuciones

$$\text{vec}(O_k \rho O_k^\dagger) = ((O_k^\dagger)^\top \otimes O_k) \text{vec}(\rho) = (O_k^* \otimes O_k) \text{vec}(\rho), \quad (\text{B.9})$$

$$\text{vec}(O_k^\dagger O_k \rho) = (\mathbb{I} \otimes O_k^\dagger O_k) \text{vec}(\rho), \quad (\text{B.10})$$

$$\text{vec}(\rho O_k^\dagger O_k) = ((O_k^\dagger O_k)^\top \otimes \mathbb{I}) \text{vec}(\rho) = (O_k^\top O_k^* \otimes \mathbb{I}) \text{vec}(\rho). \quad (\text{B.11})$$

Sumando y restando en la forma que aparece en la ecuación (B.4), se obtiene la **parte disipativa del Liouvilliano**

$$\mathcal{L}_{\text{diss}} = \sum_k \gamma_k \left[O_k^* \otimes O_k - \frac{1}{2} (\mathbb{I} \otimes O_k^\dagger O_k + (O_k^\top O_k^*) \otimes \mathbb{I}) \right]. \quad (\text{B.12})$$

La suma de ambos aportes $\mathcal{L}_{\text{unit}}$ y $\mathcal{L}_{\text{diss}}$ define el **Liouvilliano total**

$$\mathcal{L} = -\frac{i}{\hbar} [(\mathbb{I} \otimes H) - (H^\top \otimes \mathbb{I})] + \sum_k \gamma_k \left[O_k^* \otimes O_k - \frac{1}{2} (\mathbb{I} \otimes O_k^\dagger O_k + (O_k^\top O_k^*) \otimes \mathbb{I}) \right]. \quad (\text{B.13})$$

De esta forma, la ecuación (B.4) puede reescribirse como

$$\frac{\partial}{\partial t} \text{vec}(\rho(t)) = \mathcal{L} \text{vec}(\rho(t)), \quad (\text{B.14})$$

lo que convierte el problema en un sistema lineal de ecuaciones diferenciales, facilitando su resolución numérica (Breuer & Petruccione, 2002).

C. Anexo: Dinámica del sistema abierto

El estudio de la dinámica del sistema en interacción con su entorno se realiza a través de la evolución temporal de las poblaciones de la matriz densidad, es decir, los elementos diagonales de la matriz densidad. Estos valores describen la distribución de probabilidad de los distintos estados del sistema a lo largo del tiempo, permitiendo caracterizar la evolución transitoria y la aproximación al estado estacionario.

C.0.1. Sistema sin campo magnético

En ausencia de campo magnético, el sistema experimenta una dinámica dominada por la interacción entre el bombeo láser y los procesos de emisión. La Figura C.3 muestra la evolución temporal de las poblaciones en la matriz densidad, evidenciando la redistribución de probabilidad entre los estados fundamentales y excitónicos.

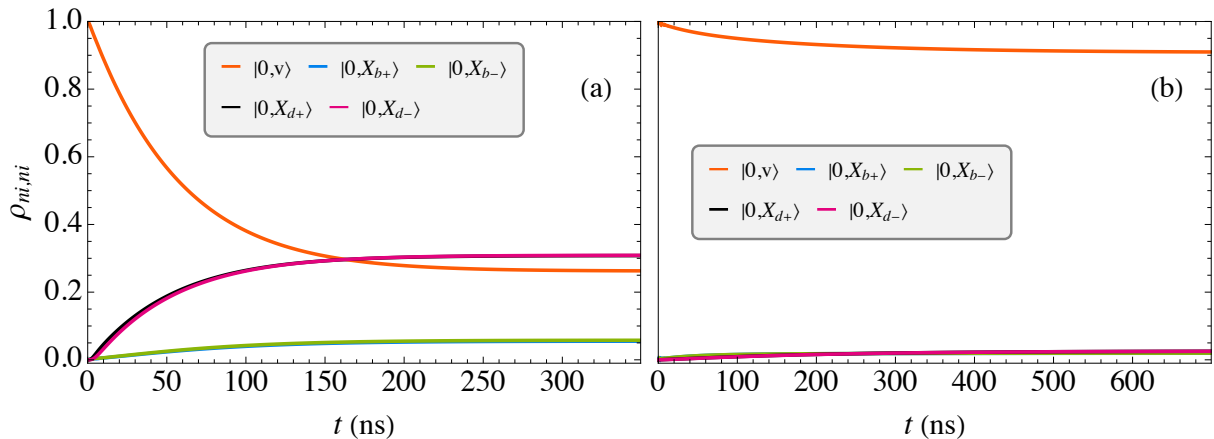


Figura C.1.: Evolución temporal de las poblaciones de la matriz densidad en el sistema sin campo magnético. Se muestran dos valores de detuning: (a) $\Delta \approx -1960.14\mu\text{eV}$ y (b) $\Delta \approx -1951.56\mu\text{eV}$. La redistribución de población es inducida por el bombeo láser, favoreciendo distintos estados excitónicos en función del detuning.

Como se observa en la Figura C.1, el estado base $|0, v\rangle$ pierde población gradualmente debido a la interacción con el bombeo, mientras que los estados excitónicos adquieren población. En particular, el valor del detuning (Δ) influye en qué estados excitónicos son más favorecidos en la redistribución de población. En C.1(a), el detuning favorece la población de los estados oscuros $|X_{d+}\rangle$ y $|X_{d-}\rangle$, mientras que en C.1(b) la redistribución es distinta debido a la variación de Δ .

Es importante resaltar que, al tratarse de un sistema abierto, la emisión evita que las poblaciones oscilen de manera sostenida entre los estados, a diferencia de lo que ocurre en un sistema cerrado con oscilaciones gigantes de Rabi. En este caso, la tendencia es hacia un estado estacionario en el que las tasas de excitación y emisión se equilibran.

C.0.2. Sistema en configuración de Voigt

Al aplicar un campo magnético en configuración de Voigt ($\theta = 0^\circ$), la evolución temporal de las poblaciones se ve alterada debido a la interacción entre los estados excitónicos y el campo magnético. La Figura C.2 muestra la evolución de las poblaciones en esta configuración.

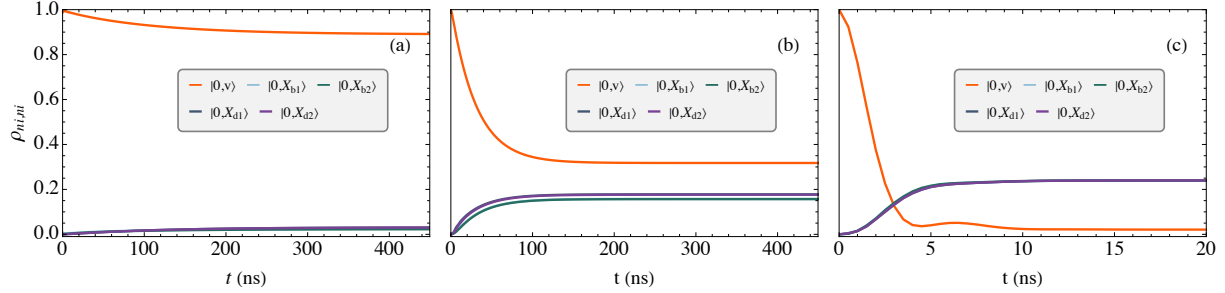


Figura C.2.: Evolución temporal de las poblaciones de la matriz densidad en la configuración de Voigt. Se presentan tres escenarios con diferentes valores de detuning, mostrando la transferencia de población hacia los estados excitónicos en función del campo magnético aplicado.

En esta configuración, se observa una transferencia de población más pronunciada hacia los estados excitónicos oscuros en comparación con el caso sin campo magnético. La presencia del campo magnético permite la activación de transiciones que antes estaban prohibidas, facilitando la ocupación de nuevos estados excitónicos en el régimen transitorio. Dependiendo del valor de detuning, la redistribución de población varía, lo que sugiere la posibilidad de un ajuste fino de la dinámica excitónica mediante la selección del campo magnético y el bombeo.

C.0.3. Sistema en configuración de Faraday

En la configuración de Faraday ($\theta = 90^\circ$), el campo magnético modifica la estructura de los estados excitónicos de manera diferente a la configuración de Voigt. La Figura C.3 muestra la evolución temporal de las poblaciones en esta configuración.

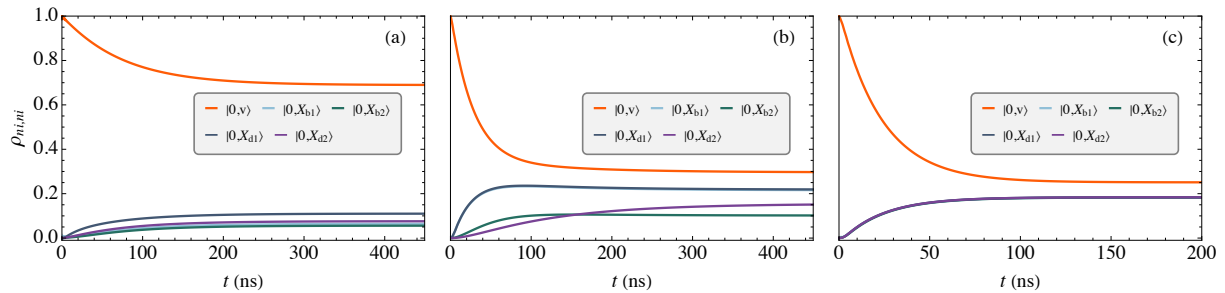


Figura C.3.: Evolución temporal de las poblaciones de la matriz densidad en la configuración de Faraday. Se observa una transferencia de población inducida por la oscilación gigante de Rabi, donde la interacción con el campo magnético permite poblar estados excitónicos que antes estaban inaccesibles en ausencia de campo.

En esta configuración, la interacción del campo magnético con los espines excitónicos induce una redistribución de población que favorece la aparición de oscilaciones gigantes de Rabi. Se observa que la transferencia de población es más eficiente en ciertos valores de detuning, lo que indica la presencia de resonancias magnéticas que optimizan la ocupación de estados excitónicos específicos. La oscilación gigante de Rabi en este régimen facilita la coherencia cuántica en la evolución del sistema, lo que sugiere aplicaciones potenciales en el control cuántico y la manipulación de estados excitónicos.

D. Anexo: El Triple Anticruce: Un Escudo Cuántico para Estados Frágiles

En el mundo de la mecánica cuántica, donde los estados de la materia son inherentemente frágiles y susceptibles a las perturbaciones del entorno, ha surgido un fascinante mecanismo de defensa conocido como **protección cuántica**. Una manifestación particular de este fenómeno es el **triple anticruce**, una configuración específica de niveles de energía que dota a los sistemas cuánticos de una robustez inesperada.

En esencia, el concepto de “anticruce” —técnicamente conocido como **cruce evitado**— describe lo que sucede cuando dos niveles de energía de un sistema cuántico, que normalmente se cruzarían al variar un parámetro externo (como un campo magnético), en cambio, se “repelen” y evitan el cruce. Esto da como resultado una brecha de energía entre los dos estados.

La Dinámica del Cruce Evitado

Para entender un triple anticruce, primero debemos visualizar un cruce evitado simple. Imagina dos niveles de energía, E_1 y E_2 . Sin ninguna interacción entre ellos, sus líneas de energía podrían cruzarse en un punto determinado a medida que se ajusta un campo externo. Sin embargo, si existe una interacción o acoplamiento entre estos dos estados, la mecánica cuántica prohíbe que sus energías se vuelvan exactamente iguales. En la región donde se esperaba el cruce, los niveles de energía se desvían, creando una apertura o “gap” de energía. El estado que originalmente tenía una energía más baja ahora adquiere el carácter del estado de energía más alta y viceversa.

Este fenómeno se rige por la **fórmula de Landau-Zener**, que calcula la probabilidad de que un sistema salte de un nivel de energía a otro a medida que atraviesa la región del anticruce. Si el cambio en el parámetro externo es lento (adiabático), el sistema permanecerá en su nivel de energía, adaptando su carácter. Si el cambio es rápido (diabático), puede “saltar” a través de la brecha y mantener su carácter original (Band & Avishai, 2019).

El Escenario del Triple Anticruce

Un **triple anticruce** extiende este principio a un sistema con **tres niveles de energía** relevantes. En este escenario más complejo, no se trata de un solo punto de evitación,

sino de una interacción entre tres niveles que da lugar a múltiples cruces evitados interconectados. La estructura energética resultante es significativamente más rica, dando lugar a fenómenos de interferencia cuántica más complejos que en los sistemas de dos niveles (Kiselev et al., 2013).

En un sistema de tres niveles, es posible encontrar puntos donde la energía de un estado se vuelve insensible a las fluctuaciones del parámetro externo. Estos puntos se conocen como **transiciones de reloj** (“clock transitions”). Al operar un sistema cuántico, como un *qubit* (la unidad fundamental de la información cuántica), en uno de estos puntos de transición de reloj, su coherencia —la capacidad de mantener sus propiedades cuánticas— se ve drásticamente mejorada (Onizhuk et al., 2021).

La principal ventaja del triple anticruce para la protección cuántica radica en su capacidad para crear estos puntos de operación estables. Al ajustar cuidadosamente los campos externos, se puede llevar al sistema a una configuración de triple anticruce donde uno de los estados cuánticos se desacopla eficazmente del ruido ambiental que de otro modo lo destruiría. El sistema se vuelve robusto no solo a un tipo de ruido, sino potencialmente a múltiples fuentes de fluctuación debido a la compleja interacción de los tres niveles (Onizhuk et al., 2021).

En resumen, el triple anticruce es una herramienta poderosa en la ingeniería de estados cuánticos. Al explotar la repulsión entre múltiples niveles de energía, los científicos pueden diseñar “puntos dulces” donde un estado cuántico se vuelve inmune a las perturbaciones externas, protegiéndolo de la decoherencia y abriendo la puerta a tecnologías cuánticas más fiables y potentes (Ping et al., 2021). Estos principios continúan siendo un área de investigación activa, con experimentos recientes explorando nuevas formas de manipular estos sistemas complejos (Björkman et al., 2024).

En este trabajo, para ciertos valores de intensidad del campo magnético y bajo la configuración de Faraday —es decir, en dirección paralela al eje de crecimiento del punto cuántico—, se identificaron tres triples anticruces, mostrados en la figura D.1. En dicha figura se aprecia que, para determinados valores del campo magnético y de *detuning* resonante, este fenómeno está presente. Sin embargo, en nuestro estudio no se observa una oscilación gigante de Rabi entre los autoestados 9 y 10. Por ello, no se profundiza más en este tema, ya que excede los objetivos planteados. Aún así, se trata de un fenómeno interesante y prometedor, especialmente por su potencial para el desarrollo de sistemas resistentes a la decoherencia. El efecto de los triples anticruces actúa como un “escudo cuántico” que protege a los estados involucrados, lo que podría derivar en aplicaciones más robustas y confiables en tecnologías cuánticas futuras.

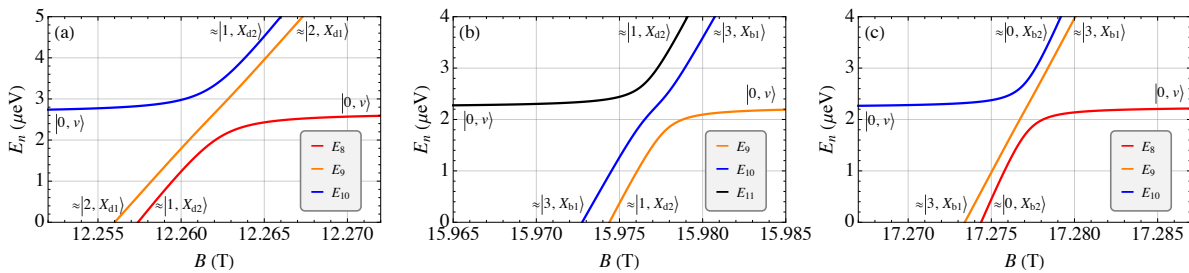


Figura D.1.: (**Faraday**) Triples anticruces encontrados. (a) $\Delta_r = -4.4637$ meV, (b) $\Delta_r = -6.713$ meV y (c) $\Delta_r = -7.466$ meV.

Bibliografía

- Band, Y. B., & Avishai, Y. (2019). Three-level Landau-Zener dynamics. *Physical Review A*, *99*, 032112. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.99.032112>
- Bayer, M., Ortner, G., Stern, O., Kuther, A., Gorbunov, A. A., Forchel, A., Hawrylak, P., Fafard, S., Hinzer, K., Reinecke, T. L., Walck, S. N., Reithmaier, J. P., Klopf, F., & Schäfer, F. (2002). Fine structure of neutral and charged excitons in self-assembled In(Ga)As/(Al)GaAs quantum dots. *Physical Review B*, *65*(19). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.65.195315>
- Bayer, M., Reinecke, T. L., Weidner, F., Larionov, A., McDonald, A., & Forchel, A. (2001). Inhibition and Enhancement of the Spontaneous Emission of Quantum Dots in Structured Microresonators. *Physical Review Letters*, *86*, 3168-3171. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.86.3168>
- Bayer, M., Stern, O., Kuther, A., & Forchel, A. (2000). Spectroscopic study of dark excitons in In_xGa_{1-x}As self-assembled quantum dots by a magnetic-field-induced symmetry breaking. *Physical Review B*, *61*, 7273-7276. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.61.7273>
- Belhadj, T., Simon, C.-M., Amand, T., Renucci, P., Chatel, B., Krebs, O., Lemaître, A., Voisin, P., Marie, X., & Urbaszek, B. (2009). Controlling the Polarization Eigenstate of a Quantum Dot Exciton with Light. *Physical Review Letters*, *103*(8). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.103.086601>
- Bienfait, A., Satzinger, K. J., Zhong, Y. P., Chang, H. S., Chou, M. H., Conner, C. R., Dumur, É., Grebel, J., Peairs, G. A., Povey, R. G., & Cleland, A. N. (2019). Phonon-mediated quantum state transfer and remote qubit entanglement. *Science*, *364*, 368-371. <https://doi.org/10.1126/science.aaw8415>
- Bimberg, D., Grundmann, M., & Ledentsov, N. N. (1999). *Quantum dot heterostructures*. John Wiley & Sons.
- Bin, Q., Lü, X.-Y., Laussy, F. P., Nori, F., & Wu, Y. (2020). *N*-Phonon Bundle Emission via the Stokes Process. *Physical Review Letters*, *124*, 053601. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.124.053601>
- Björkman, I., Kuzmanović, M., & Paraoanu, G. S. (2024). Observation of the two-photon Landau-Zener-Stückelberg-Majorana effect. *arXiv*. <http://arxiv.org/abs/2402.10833>
- Blockley, C. A., Walls, D. F., & Risken, H. (1992). Quantum Collapses and Revivals in a Quantized Trap. *Europhysics Letters (EPL)*, *17*(6), 509-514. <https://doi.org/10.1209/0295-5075/17/6/006>
- Breuer, H.-P., & Petruccione, F. (2002). *The Theory of Open Quantum Systems*. Oxford University Press, USA.
- Carmichael, H. (1993). An open systems approach to quantum optics Springer. *Lecture notes in physics*, *18*.
- Cohen-Tannoudji, C., Dupont-Roc, J., & Grynberg, G. (1998). *Atom-photon interactions: basic processes and applications*. John Wiley & Sons.

- Crooker, S. A., Barrick, T., Hollingsworth, J. A., & Klimov, V. I. (2003). Multiple temperature regimes of radiative decay in CdSe nanocrystal quantum dots: Intrinsic limits to the dark-exciton lifetime. *Applied Physics Letters*, *82*(17), 2793-2795. <https://doi.org/10.1063/1.1570923>
- Echeverri Arteaga, S. (2019). *Interacción radiación-materia mediada por fonones en la electrodinámica cuántica de cavidades* [Tesis doctoral].
- Gardiner, C., & Zoller, P. (2004). *Quantum noise: a handbook of Markovian and non-Markovian quantum stochastic methods with applications to quantum optics*. Springer Science & Business Media.
- Golub, G. H., & Van Loan, C. F. (2013). *Matrix computations*. JHU press.
- Gorini, V., Kossakowski, A., & Sudarshan, E. C. G. (1976). Completely positive dynamical semigroups of N-level systems. *Journal of Mathematical Physics*, *17*(5), 821-825. <https://doi.org/10.1063/1.522979>
- Grimvall, G. (1976). The Electron-Phonon Interaction in Normal Metals. *Physica Scripta*, *14*(1-2), 63-78. <https://doi.org/10.1088/0031-8949/14/1-2/013>
- Hameau, S., Guldner, Y., Verzelen, O., Ferreira, R., Bastard, G., Zeman, J., Lemaître, A., & Gérard, J. M. (1999). Strong Electron-Phonon Coupling Regime in Quantum Dots: Evidence for Everlasting Resonant Polarons. *Physical Review Letters*, *83*(20), 4152-4155. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.83.4152>
- Jiang, W., Patel, R. N., Mayor, F. M., McKenna, T. P., Arrangoiz-Arriola, P., Sarabalis, C. J., Witmer, J. D., Van Laer, R., & Safavi-Naeini, A. H. (2019). Lithium niobate piezo-optomechanical crystals. *Optica*, *6*(7), 845. <https://doi.org/10.1364/optica.6.000845>
- Jiménez-Orjuela, C. A., Vinck-Posada, H., & Villas-Bôas, J. M. (2017). Dark excitons in a quantum-dot-cavity system under a tilted magnetic field. *Physical Review B*, *96*, 125303. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.96.125303>
- Kim, H., Shen, T. C., Sridharan, D., Solomon, G. S., & Waks, E. (2011). Magnetic field tuning of a quantum dot strongly coupled to a photonic crystal cavity. *Applied Physics Letters*, *98*(9). <https://doi.org/10.1063/1.3562344>
- Kiselev, M. N., Kikoin, K., & Kenmoe, M. B. (2013). SU(3) Landau-Zener interferometry. *EPL (Europhysics Letters)*, *104*, 57004. <https://doi.org/10.1209/0295-5075/104/57004>
- Kittel, C., & McEuen, P. (2018). *Introduction to solid state physics*. John Wiley & Sons.
- Koch, J., Yu, T. M., Gambetta, J., Houck, A. A., Schuster, D. I., Majer, J., Blais, A., Devoret, M. H., Girvin, S. M., & Schoelkopf, R. J. (2007). Charge-insensitive qubit design derived from the Cooper pair box. *Physical Review A*, *76*(4). <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.76.042319>
- Krychowski, D., & Lipiński, S. (2023). Electron-phonon interaction and electronic correlations in transport through electrostatically and tunnel coupled quantum dots. *J. Mag. Mat.*, *588*, 171416. <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2023.171416>
- Kusrayev, Y. G., Koudinov, A. V., Zakharchenya, B. P., Lee, S., Furdyna, J. K., & Dobrowolska, M. (2005). Optical orientation and alignment of excitons in self-assembled CdSe/ZnSe quantum dots: The role of excited states. *Physical Review B*, *72*(15). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.72.155301>
- Lindblad, G. (1976). On the generators of quantum dynamical semigroups. *Communications in Mathematical Physics*, *48*(2), 119-130. <https://doi.org/10.1007/BF01608499>

- Loudon, R. (2000). *The quantum theory of light*. OUP Oxford.
- Lüker, S., Kuhn, T., & Reiter, D. E. (2017). Phonon-assisted dark exciton preparation in a quantum dot. *Physical Review B*, *95*(19). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.95.195305>
- Ma, K. K. W. (2015). Three-photon resonance and adiabatic passage in the large-detuning Rabi model. *Physical Review A*, *92*(2). <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.92.023842>
- Maldovan, M. (2013). Sound and heat revolutions in phononics. *Nature*, *503*(7475), 209-217. <https://doi.org/10.1038/nature12608>
- Mandel, L., & Wolf, E. (1995). *Optical Coherence and Quantum Optics*. Cambridge University Press.
- Marquez, J., Geelhaar, L., & Jacobi, K. (2001). Atomically resolved structure of InAs quantum dots. *Applied Physics Letters*, *78*(16), 2309-2311.
- Michler, P., Kiraz, A., Becher, C., Schoenfeld, W. V., Petroff, P. M., Zhang, L., Hu, E., & Imamoglu, A. (2000). A Quantum Dot Single-Photon Turnstile Device. *Science*, *290*, 2282-2285. <https://doi.org/10.1126/science.290.5500.2282>
- Muñoz, C. S., del Valle, E., Tudela, A. G., Müller, K., Lichtmannecker, S., Kaniber, M., Tejedor, C., Finley, J. J., & Laussy, F. P. (2014). Emitters of N-photon bundles. *Nature Photonics*, *8*(7), 550-555. <https://doi.org/10.1038/nphoton.2014.114>
- Onizhuk, M., Miao, K. C., Blanton, J. P., Ma, H., Anderson, C. P., Bourassa, A., Awschalom, D. D., & Galli, G. (2021). Probing the Coherence of Solid-State Qubits at Avoided Crossings. *PRX Quantum*, *2*, 010311. <https://doi.org/10.1103/PRXQuantum.2.010311>
- Perea, J. I., Porras, D., & Tejedor, C. (2004). Dynamics of the excitations of a quantum dot in a microcavity. *Physical Review B*, *70*(11). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.70.115304>
- Ping, L. L., Li, W., Zhu, C. J., Yang, Y. P., & Agarwal, G. S. (2021). Parametric interaction induced avoided dressed state crossings in cavity QED: generation of quantum coherence and equally weighted superposition of Fock states. *arXiv*. <http://arxiv.org/abs/2110.12557>
- Poem, E., Kodriano, Y., Tradonsky, C., Lindner, N. H., Gerardot, B. D., Petroff, P. M., & Gershoni, D. (2010). Accessing the dark exciton with light. *Nature Physics*, *6*, 993-997. <https://doi.org/10.1038/nphys1812>
- Ramírez-Ramírez, F., Flores-Olmedo, E., Báez, G., Sadurní, E., & Méndez-Sánchez, R. (2019). Emulating tightly bound electrons in crystalline solids using mechanical waves. <https://arxiv.org/pdf/1911.11272.pdf>
- Ramsay, A. J., Godden, T. M., Boyle, S. J., Gauger, E. M., Nazir, A., Lovett, B. W., Fox, A. M., & Skolnick, M. S. (2010). Phonon-Induced Rabi-Frequency Renormalization of Optically Driven Single InGaAs/GaAs Quantum Dots. *Physical Review Letters*, *105*(17). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.105.177402>
- Reithmaier, J. P., Sek, G., Löffler, A., Hofmann, C., Kuhn, S., Reitzenstein, S., Keldysh, L. V., Kulakovskii, V. D., Reinecke, T. L., & Forchel, A. (2004). Strong coupling in a single quantum dot–semiconductor microcavity system. *Nature*, *432*, 197-200. <https://doi.org/10.1038/nature02969>
- Reitzenstein, S. (2012). Semiconductor Quantum Dot–Microcavities for Quantum Optics in Solid State. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, *18*, 1733-1746. <https://doi.org/10.1109/JSTQE.2012.2195159>

- Ridley, B. K. (2013). *Quantum processes in semiconductors*. Oxford University Press, USA.
- Roszak, K., Axt, V. M., Kuhn, T., & Machnikowski, P. (2007). Exciton spin decay in quantum dots to bright and dark states. *Physical Review B*, *76*(19). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.76.195324>
- Schuetz, M. J. A. (2015). Universal Quantum Transducers Based on Surface Acoustic Waves. *Physical Review X*, *5*(3). <https://doi.org/10.1103/PhysRevX.5.031031>
- Srivastava, G. P. (2022, agosto). *The Physics of Phonons*. CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9781003141273>
- Stock, E., Dachner, M.-R., Warming, T., Schliwa, A., Lochmann, A., Hoffmann, A., Toropov, A. I., Bakarov, A. K., Derebezov, I. A., Richter, M., Haisler, V. A., Knorr, A., & Bimberg, D. (2011). Acoustic and optical phonon scattering in a single In(Ga)As quantum dot. *Physical Review B*, *83*(4). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.83.041304>
- Strekalov, D. V. (2014). A bundle of photons, please. *Nature Photonics*, *8*(7), 500-501. <https://doi.org/10.1038/nphoton.2014.144>
- Takagahara, T. (2002). Theory of Exciton Dephasing in Semiconductor Quantum Dots. En Y. Masumoto & T. Takagahara (Eds.), *Semiconductor Quantum Dots* (pp. 353-388). Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-662-05001-9_9
- Urbaszek, B., Marie, X., Amand, T., Krebs, O., Voisin, P., Maletinsky, P., Högele, A., & Imamoglu, A. (2013). Nuclear spin physics in quantum dots: An optical investigation. *Reviews of Modern Physics*, *85*(1), 79-133. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.85.79>
- Vargas-Calderón, V., Vinck-Posada, H., & Villas-Boas, J. M. (2022). Dark-exciton giant Rabi oscillations with no external magnetic field. *Physical Review B*, *106*, 035305. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.106.035305>
- Von Neumann, J. (2013). *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik* (Vol. 38). Springer-Verlag.
- Wigger, D., Weiß, M., Lienhart, M., Müller, K., Finley, J. J., Kuhn, T., Krenner, H. J., & Machnikowski, P. (2021). Resonance-fluorescence spectral dynamics of an acoustically modulated quantum dot. *Physical Review Research*, *3*(3). <https://doi.org/10.1103/PhysRevResearch.3.033197>
- Woods, L. M., Reinecke, T. L., & Kotlyar, R. (2004). Hole spin relaxation in quantum dots. *Physical Review B*, *69*(12). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.69.125330>
- Xu, N., Cheng, Z.-D., Tang, J.-D., Lv, X.-M., Li, T., Guo, M.-L., Wang, Y., Song, H.-Z., Zhou, Q., & Deng, G.-W. (2021). Recent advances in nano-opto-electro-mechanical systems. *Nanophotonics*, *10*(9), 2265-2281.
- Yu, P., & Cardona, M. (2010). *Fundamentals of semiconductors: physics and materials properties*. Springer Science & Business Media.
- Zhang, W., Yu, Z., Liu, Y., & Peng, Y. (2014). Optical nonlinearity in a quantum dot-microcavity system under an external magnetic field. *Journal of the Optical Society of America B*, *31*(2), 296. <https://doi.org/10.1364/josab.31.000296>