UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES

TÍTULO DEL TRABAJO

EL USO COMPRENSIVO DEL LENGUAJE SIMBOLICO EN LA FORMULACION Y SOLUCION DE PROBLEMAS QUE INVOLUCRAN ECUACIONES DE PRIMER GRADO.

JERSON ANDRES CAICEDO PRADA

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

FACULTADA DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS

MANIZALES – CALDAS, COLOMBIA

2017

EL USO COMPRENSIVO DEL LENGUAJE SIMBOLICO EN LA FORMULACION Y SOLUCION DE PROBLEMAS QUE INVOLUCRAN ECUACIONES DE PRIMER GRADO.

JERSON ANDRES CAICEDO PRADA

Tesis presentada como requisito parcial para optar por el título de:

Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas

DIRECTOR:

MAGISTER

JAIDER ALBEIRO FIGUEROA

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

FACULTADA DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS

MANIZALES – CALDAS, COLOMBIA

2017

Agradecimientos

A mi familia que siempre me apoyan de manera incondicional especialmente a mi madre Flor Dely Prada Mosquera, a mi director el magister Jaider Albeiro Figueroa por su apoyo y compromiso, A los estudiantes y docentes que permitieron la aplicación de la prueba, a mis amigos y compañeros que me acompañaron en este grandioso proceso, y sobre todo a Dios.

Dedicatoria

El presente proyecto de investigación es dedicado especialmente a mis padres Guillermo Caicedo Vargas y Flor Dely Prada Mosquera por su apoyo incondicional.

RESUMEN

Este proyecto pretende indagar, identificar, clasificar y categorizar algunas dificultades presentes en la comprensión y uso del lenguaje simbólico a la hora de formular y resolver problemas que involucran ecuaciones de primer grado las cuales se identificaron mediante un test prueba diagnóstica aplicado a 200 estudiantes de los grados octavo, noveno y décimo de 3 Instituciones de básica secundaria y media de los municipios de Elías - Huila, Acevedo – Huila y Tuluá – Valle del Cauca. Las dificultades encontradas se organizaron en tres categorías: según la interpretación de la letra, interpretación del signo igual, interpretación y la conversión representacional o conversión del lenguaje simbólico al verbal, además, se proponen algunas pautas o lineamientos didácticos de aprendizaje que permitan superar las dificultades encontradas.

Palabras claves: Dificultad, Ecuación, lenguaje simbólico, situación problema, uso comprensivo.

ABSTRACT

Title: the comprehensive use of symbolic language in the formulation and solution of problems involving first grade equations.

The aim of this research was to identify some difficulties regarding comprehension and symbolic language use while formulating and solving problems with first degree equations. A test was applied to 200 students from eighth, ninth and tenth grade of three high schools located in Elias (Huila), Acevedo (Huila) and Tulua (Valle del Cauca). These difficulties were organized according to the interpretation of the variable, the interpretation of the equality sign, the interpretation and communication of symbolic language. Furthermore, some activities are proposed to overcome the constraints found during this research.

Key words: Difficulty, Equation, Symbolic language, Problem situation.

TABLA DE CONTENIDOS

INTRODUCCIÓN

Algebra se entiende como el manejo de distintas relaciones numéricas en los que algunas cantidades son desconocidas las cuales se representan con letras, lo cual el lenguaje simbólico permite la traducción del lenguaje natural a lenguaje algebraico (González Trujillo , 2012).

Una de las dificultades que más presentan los estudiantes en el aprendizaje y uso de los sistemas algebraicos, está dada por la interpretación inadecuada del lenguaje simbólico al momento de plantear y/o resolver problemas de variación (Godino, 2002). Dentro de estas dificultades podemos destacar: la interpretación y reconocimiento de la letra y su manejo, la interpretación y uso del signo igual, el tratamiento y conversión en los distintos sistemas de representación, y, otras dificultades asociadas a la interpretación simbólica de la letra (Godino & Font , 2003). Por lo que se hace necesario indagar con más detalles sobre estas problemáticas e intervenir con el planteamiento de estrategias metodológicas, diseño de actividades de aprendizaje o lineamientos didácticos para el uso comprensivo del lenguaje simbólico y los sistemas algebraicos en la formulación y solución de problemas de diversos contextos, en especial el contexto variacional.

Este trabajo se propone indagar y clasificar dificultades en un campo más específico como lo es el planteamiento y solución de problemas que involucran ecuaciones lineales, y luego proponer una serie de lineamientos didácticos para intentar superar estas dificultades específicas. Se tomaran algunas tipificaciones para categorizar dificultades asociadas a la interpretación de letra y del signo igual presentes en diferentes contextos propuestas por Küchemann (1978), Molina (2006) y Molina et al. (2009); algunos aportes investigativos para el tratamiento y conversión de los sistemas de representación propuestos por (Duval, 1999), (Godino & Font , 2003), (D'Amore, 2004), entre otros, y que sirven de sustento para realzar una clasificación más exhaustiva y detallada en el campo objeto de estudio.

Una de las estrategias planteadas para esta indagación y clasificación, consiste en la aplicación de una prueba diagnóstica que contempla varias preguntas y situaciones referidas a ecuaciones lineales, que pretenden abarcar o por lo menos indagar diversas problemáticas que tanto la experiencia docente como la literatura nos proponen indagar. Luego planteamos una serie de lineamientos en torno a la manera de tratar las dificultades que con más frecuencia se encontraron e intentar superarlas desde una mirada comprensiva (interpretación de la letra, del signo igual, y la conversión de sistemas de representación).

Este trabajo consta de cinco capítulos. En el primer capítulo encontraremos la definición y el planteamiento del problema, la justificación y los objetivos del proyecto. El segundo detalla el marco referencial, el marco teórico y el marco conceptual. En el tercer capítulo encontraremos la metodología para el desarrollo del proyecto de investigación. En el cuarto capítulo los resultados de que arrojaron los datos obtenidos de la prueba aplicada. En el quinto capítulo detallamos las conclusiones, recomendaciones y unas pautas o líneas de sugerencia para tratar y superar las dificultades encontradas.

1 CAPÍTULO I. HORIZONTE DEL TRABAJO

1.1 DEFINICIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

A pesar que Colombia mejoro los resultados en pruebas internacionales como las pruebas PISA que evalúan el desempeño en matemáticas de nuestros estudiantes, según el Icfes en el 2015 se observó un progreso en 20 puntos más en el puntaje promedio en comparación con el resultado del 2006; se hace fundamental fortalecer la comunicación matemática mediante la comprensión y uso adecuado de un lenguaje simbólico.

En los lineamientos curriculares emanados por el Ministerio de educación Nacional (MEN) en 1998, donde cita los estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática, 1989:

"La comunicación juega un papel fundamental, al ayudar a los niños a construir los vínculos entre sus nociones informales e intuitivas y el lenguaje abstracto y simbólico de las matemáticas; cumple también una función clave como ayuda para que los alumnos tracen importantes conexiones entre las representaciones físicas, pictóricas, gráficas, simbólicas, verbales y mentales de las ideas matemáticas. Cuando los niños ven que una representación, como puede serlo una ecuación, es capaz de describir muchas situaciones distintas, empiezan a comprender la potencia de las matemáticas; cuando se dan cuenta de que hay formas de representar un problema que son más útiles que otras, empiezan a comprender la flexibilidad y la utilidad de las matemáticas."

En el contexto escolar se hace necesario resolver una fórmula para una letra o símbolo que aparecen en ella; en la aplicación es pertinente plantear ecuaciones para ser resueltas pero no siempre es fácil identificar e interpretar los datos y la información que nos lleva a la ecuación. Por esta razón cuando se piensa en resolver un problema se debe tener la capacidad de extraer e interpretar la información adecuada del problema para después ser capaces de traducir la descripción verbal a un lenguaje simbólico.

El lenguaje simbólico juega un papel fundamental en la comunicación matemática de nuestros estudiantes al momento de resolver distintos problemas que tengan relación con los diferentes contextos de las matemáticas. El aprender matemáticas es fundamental la comprensión y la interpretación que los estudiantes le dan a los símbolos, porque ofrece la ventaja de ser sintético, más claro para el razonamiento y demostraciones, además el lenguaje simbólico contiene registros sencillos que determinan significados del lenguaje verbal.

En un campo más específico, como lo es el planteamiento y solución de problemas asociados a esquemas de ecuaciones lineales, se hace necesario indagar con más detalle sobre los errores, obstáculos y dificultades que presentan los estudiantes, para apuntar estratégicamente en la superación de estas dificultades y proponer actividades metodológicas o lineamientos didácticos que promuevan el uso comprensivo del lenguaje simbólico y sus diversas interpretaciones en la solución de problemas de este tipo y en general de cualquier problema de variación.

¿Qué dificultades pueden presentarse los estudiantes en la interpretación y uso del lenguaje simbólico y las representaciones algebraicas al formular y resolver situaciones problemas que involucren el uso de ecuaciones lineales?

1.2 JUSTIFICACIÓN

Hoy día en el campo de la didáctica y la educación matemática en Colombia, se habla de desarrollar en los estudiantes procesos de pensamiento asociados a los contextos de conteo, medición, espacial, variación y aleatoriedad (MEN, 2006). Entre estos tipos de pensamiento cobra gran relevancia el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos, tal vez por su estrecha relación o vínculo con los demás pensamientos y los procesos internos inherentes a él, que se tornan de gran ayuda a la hora de abordar y resolver situaciones problemas, como también al momento de modelar procesos de la vida cotidiana, las ciencias naturales y sociales y las matemáticas mismas; entre estos procesos se pueden destacar (MEN, 1998; MEN, 2006):

- Analizar de qué forma cambia, aumenta o disminuye la forma o el valor en una secuencia o sucesión de figuras, números o letras.

- Hacer conjeturas sobre la forma o el valor del siguiente término de la secuencia; procurar expresar ese término, o mejor los dos o tres términos siguientes, oralmente o por escrito, o por medio de dibujos y otras representaciones.

- Intentar formular un procedimiento, algoritmo o fórmula que permita reproducir el mismo patrón, calcular los siguientes términos, confirmar o refutar las conjeturas iniciales e intentar generalizarlas.

- Uso adecuado de los sistemas algebraicos como representaciones de las otras (gestuales, lenguaje ordinario, numéricas, gráficas, icónicas).

- Uso de nociones como constante, variable (dependiente e independiente), razón o tasa de cambio, familias de funciones, relaciones de desigualdad, manejo de ecuaciones e inecuaciones.
- Uso del concepto de proporcionalidad, métodos y técnicas de estimación.
- Entre otros.

El trabajo "*Uso Comprensivo del Lenguaje Simbólico en la Formulación y Solución de Problemas que Involucran Ecuaciones de Primer Grado*" cobra gran relevancia, pues apuesta por el fortalecimiento de este tipo de pensamiento y a la vez por la formulación y resolución adecuada de problemas en diversos contextos. En el sentido, que se apuesta a la idea de que un uso comprensivo de los sistemas de representación algebraica repercute en buena medida al abordaje, y solución de problemas y en particular en la solución de ecuaciones lineales. Además, de las diversas estrategias de solución que pueden generarse.

Este trabajo propone identificar dificultades presentes en los estudiantes de grado octavo y noveno al enfrentarse a situaciones problemas con ecuaciones de primer grado, dificultades que están asociadas a la interpretación de la letra, signo igual y la conversión de representaciones. Además, pretende contribuir al fortalecimiento de estas dificultades encontradas mediante una propuesta de lineamientos didácticos dirigidos hacia el uso comprensivo e interpretación del lenguaje simbólico en situaciones problemas con ecuaciones lineales. De esta manera busca contribuir y aportar al logro de las metas institucionales, directrices nacionales (Lineamientos, estándares curriculares, derechos básicos de aprendizaje) e internacionales (estándares NTCM).

El trabajo se desarrolla en 3 Instituciones públicas de educación básica y media de los municipios de Elías, Acevedo (Huila) y Tuluá (Valle del Cauca), con estudiantes de grado octavo y noveno, contando la previa autorización y apoyo de sus directivos, junto con la colaboración de los docentes encargados de cada uno de los grupos y grados para la aplicación de las pruebas. Además, se cuenta con los recursos humanos, de logística y económicos para el desarrollo del proyecto, lo que permite su viabilidad.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo General

Presentar una propuesta de clasificación y categorización de dificultades presentes en estudiantes de octavo y noveno grado, en torno a la comprensión y uso del lenguaje simbólico a la hora de formular y resolver problemas que involucran ecuaciones lineales.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Diseñar e implementar una prueba diagnóstica que permita identificar dificultades presentes en uso del lenguaje simbólico al resolver situaciones problemas que involucran el uso de ecuaciones lineales.
- Categorizar las dificultades presentes en los estudiantes en el uso del lenguaje simbólico al momento de resolver situaciones problemas que involucran el uso de ecuaciones lineales.
- Proponer unos lineamientos didácticos entorno al uso comprensivo del lenguaje simbólico en el planteamiento y solución de ecuaciones lineales y el tratamiento de los diversos tipos de dificultades categorizadas en el trabajo.

2 CAPITULO II MARCO REFERENCIAL

2.1 MARCO DE ANTECEDENTES

Como antecedentes mostramos algunos estudios previos que tienen algún tipo de relación con las dificultades presentes en la comprensión y el uso del lenguaje simbólico desde un contexto de las ecuaciones lineales. Estos estudios muestran investigaciones relacionadas con distintos temas y clases de dificultades que tienen que ver con nuestro problema de investigación.

2.1.1 Errores y dificultades en matemática análisis de causas y sugerencias de trabajo.

Autores: RAQUEL S. ABRATE, MARCEL D. POCHULU, JOSÉ M. VARGAS

Objetivo: Analizar las dificultades y errores de conceptos y procesos matemáticos en las producciones escritas de los alumnos, durante su formación de Nivel Medio, al ingresar a la Universidad.

Metodología: El estudio realizado es de naturaleza diagnóstico-descriptivo y se ubica en la línea de análisis de errores, en tanto se pretendió analizar y categorizar los errores cometidos por los alumnos egresados del Nivel Medio, al resolver problemas y/o ejercicios correspondientes a contenidos matemáticos abordados en el Ciclo Básico Unificado y Ciclo de Especialización de la escuela secundaria argentina.

Conclusión: Con el trabajo de investigación que llevamos a cabo, hallamos que los errores que fueron señalados por los Profesores – durante la formación matemática de los alumnos en el Nivel Medio – aún persisten y, en muchos casos, son particulares de cada uno de ellos. Asimismo, encontramos que las vías mediante las cuales se presentaron los errores guardaron correspondencia con las estipuladas por Brousseau, David y Werner (citados en Rico 1995). Así, los errores aparecieron en las producciones de los alumnos debido a: concepciones inadecuadas sobre aspectos fundamentales de la Matemática; resultados de la aplicación correcta y crédula de un procedimiento imperfecto sistematizado y totalmente identificable; utilización de procedimientos imperfectos y concepciones inadecuadas que no pudimos reconocer (agrupados en errores eventuales debidos a deficiencias en la construcción de conocimientos previos); y empleo de métodos y estrategias inventadas, no formales pero originales, para la realización de algunas de las situaciones propuestas.

2.1.2 Sobre la interpretación y uso de la letra como numero generalizado en tareas y actividades sobre generalización de patrones: reporte de una experiencia con estudiantes de grado octavo (13 – 15 años).

Autor: John Edward Forigua Parra, Diego Alejandro Velandia Silva (2015)

Objetivo: Describir y analizar el proceso de desarrollo de pensamiento en estudiantes de grado octavo al resolver tareas sobre generalización de patrones que exijan la interpretación y uso de la letra como número generalizado.

Metodología: En este sentido la Investigación Acción se desarrolla a través de una serie de etapas descritas por Miguélez (2000), las cuales se tomaron como base para el desarrollo del trabajo y de manera específica, se desarrollaron los aspectos metodológicos definidos a través de las siguientes fases:

Fase 1: Acercamiento e inserción en la problemática de profundización, correspondiente a la apropiación teórica que en este caso se ha llevado a cabo a través de la revisión documental de la literatura asociada con procesos de desarrollo, generalización de patrones, transición aritmética-álgebra, y las concepciones de la letra en contextos algebraicos y categorización de la letra según Küchemann.

Fase 2: Diseño de pilotaje en donde se presenta un abanico de posibilidades provisionales que definen objetivos de acción viables; en este caso realizando el diseño de las tareas más apropiadas y determinando el número de sesiones para la implementación.

Fase 3: Diseño y/o adaptación de tareas asociadas sobre generalización de patrones, tomando como base algunas de las sugeridas por el grupo Azarquiel (1993), para el trabajo de interpretación de la letra como número generalizado.

Fase 4: Implementación de las tareas, reflexión y análisis sobre la producción de los estudiantes. Este análisis sobre las producciones de los estudiantes proporcionará los elementos para el diseño de las siguientes tareas con el fin de atacar otros frentes, por ejemplo a través de tareas de mayor nivel de exigencia o complejidad. Dichas producciones serán analizadas a manera de un *estudio de caso* (colectivo) arrojando información significativa para la toma de decisiones en el desarrollo del proceso de profundización. En este sentido, el Estudio de Caso es una herramienta valiosa de investigación, ya que, su mayor fortaleza radica en que a través del mismo se valora y registra la conducta de las personas involucradas en el fenómeno estudiado (Stake, 1998).

Fase 5: Documentar los análisis sobre características o elementos asociados a la interpretación de la letra como número generalizado, en tanto la información recogida debe ser categorizada y estructurada de forma cualitativa y cuantitativa para su fácil manejo posterior.

Fase 6: Reporte de la experiencia.

Conclusión: Este estudio evidencia en su proceso, una primera instancia en la que podemos ubicar algunos aspectos relacionados con el trabajo, que presupone unos instrumentos materiales interpuestos entre el individuo y el objeto natural; instrumentos dirigidos a objetos naturales que también tienen una influencia recíproca en el individuo, modificando así su tipo de actividad y de cognición. En este caso, tenemos unos instrumentos que en nuestro caso llamamos tareas, las cuales son propuestas a los estudiantes en torno a la generalización de patrones para el desarrollo del concepto de la letra como número generalizado.

Lo anteriormente expuesto, con relación al desarrollo, ha sido apoyado en la creencia en el método genético, que de acuerdo con Vygotski, significa que el pensamiento se puede desarrollar, y de acuerdo con su trabajo sobre “El problema del desarrollo cultural del niño” (Vygotski, 1929), deja entrever que cuando interferimos en el curso de los procesos de comportamiento, sólo puede hacerse en conformidad con las mismas leyes que rigen estos procesos en su curso natural. Esto quiere decir, pensando en nuestra intención del desarrollo del concepto de la letra como número generalizado, que la inclusión en cualquier proceso de un signo remodela toda la estructura de las operaciones psicológicas, así como la inclusión de una herramienta remodela toda la estructura de una operación de trabajo.

De la misma manera, este estudio muestra que recursos semióticos tales como la actividad perceptual, las manifestaciones descriptivas en las producciones escritas, las representaciones icónicas, las organizaciones tabulares y las justificaciones mediante expresiones alfa-numéricas, forman parte de las características propias del pensamiento.

El análisis de las diversas producciones de los estudiantes indica que en una buena cantidad de casos los estudiantes han capturado el patrón y que el lenguaje simbólico es una manera para describir su estructura, dejándolos ad portas de una fórmula con lenguaje más sofisticado lo cual nos brinda información importante sobre su desarrollo conceptual y del pensamiento.

2.1.3 Desarrollo y comprensión de la semiótica matemática a partir de la semiótica lingüística y el lenguaje común.

Autor: María Teresa Garzón Carreño (2015).

Objetivo: Analizar el proceso de comprensión del lenguaje lógico matemático desde el concepto de signo para que los estudiantes de grado 902 de un colegio de la localidad de Fontibón resuelvan problemas relacionados con la cotidianidad.

Metodología: En las diferentes investigaciones, se analiza gran variedad de problemas pero no la solución de dichos problemas. La intención de este trabajo de investigación es abarcar los dos ámbitos tal como lo hace la metodología de investigación acción en el aula, ya que, esta metodología ofrece alternativas para que los aspectos observados se puedan comunicar a la comunidad en forma ordenada, rigurosa, sistemática y crítica.

La investigación acción en el aula, comparte con este trabajo, los términos participativos de toda la comunidad educativa del colegio donde se va a realizar la presente investigación. Este tipo de investigación es impulsado desde las mismas universidades. Es la metodología más apropiada para este trabajo ya que los tópicos a analizar, como lo son las relaciones existentes entre el lenguaje lógico matemático y el signo lingüístico para que los estudiantes aborden los problemas de índole matemático con un bagaje más amplio de herramientas para su respectiva solución. La metodología investigación acción en el aula genera un verdadero diagnóstico de como los estudiantes elaboran la semiótica matemática y como hacen la transición del lenguaje lingüístico al lenguaje matemático. Este diagnóstico permite tener una visión más confiable sobre el autoaprendizaje de toda la comunidad académica, que se muestra más participativa por identificar los problemas y por consiguiente las soluciones acerca del quehacer académico.

Conclusión: La sobregeneralización es una herramienta (aunque no siempre verdadera) que hace que los estudiantes formulen normas o reglas en situaciones nuevas que le sean familiares con algunas con las que haya tenido que enfrentarse en algún momento de su vida. Por esta situación, se crean significaciones que no siempre corresponden a las determinadas por los docentes o personas especializadas, ya sea en el lenguaje lingüístico o el matemático. Al mismo tiempo las analogías juegan un papel muy importante en la construcción del significado del signo. Con las duplas o parejas el estudiante generaliza para el trabajo de otro par de conceptos. Es decir, puede inferir o proyectar lo que podría suceder en una situación general.

El proceso de representación, que necesariamente tiene una organización o jerarquía y que se forma inicialmente dentro del sujeto, permite confirmar si el estudiante adquirió o le dio el significado que se esperaba de acuerdo con las condiciones del docente y las normas propias del área de matemáticas. Después de formarse la significación del signo dentro del estudiante, él, lo puede representar de varias maneras: icónica, gráfica, tabular o simbólica. Lo anterior se puede traducir en los siguiente términos "si lo comprendió lo puede representar o comunicar". Como se aseguró al inicio del párrafo los estudiantes mantienen una jerarquía para representar. Inicialmente comprenden y reconstruyen situaciones determinadas, identificando datos y variables. Después establece símbolos para representar una situación es decir realizan una transformación interna de un registro dado y por último representa una situación en una simbología dada y la transforma en otro registro es decir decodifica e interpreta y distingue entre diferentes tipos de representación de objetos matemáticos y situaciones, relacionándolos en diferentes representaciones.

2.1.4 Las representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto de función lineal.

Autor: Delma Ospina García (2012)

Objetivo: Comprender las actividades cognitivas de *tratamiento y conversión* de las representaciones semióticas que realizan los estudiantes cuando se enfrentan a la solución de situaciones propias del concepto de función lineal.

Metodología: Teniendo en cuenta que la investigación reportada en este informe se orientó especialmente a indagar por los tratamientos y en especial las conversiones que realiza un grupo de estudiantes cuando se enfrenta a la solución de situaciones propias del concepto de función lineal, se hace necesario darle un enfoque cualitativo interpretativo, el cual se hace comprensible a partir del diálogo con la teoría, dando sentido a lo que cada estudiante desea expresar.

Conclusiones: El contexto de la situación influye en los registros de representación y en las transformaciones que utilizan los estudiantes para resolverlas, asimismo el estudiante identifica en la situación las unidades significantes y las pone en correspondencia en los otros registros, sin embargo el registro privilegiado para esta conversión es el registro gráfico, por las numerosas unidades significantes que posee y la correspondencia de estas con el registro verbal, entre ellas las magnitudes, los valores que toma cada una de las variables, las escalas, la pendiente de covariación, la continuidad de la función, además es una representación claramente reconocida para este objeto matemático.

Los estudiantes muestran dificultades en la conversión al registro algebraico desde otro registro que no sea el gráfico, esto tiene que ver con la falta de congruencia entre las representaciones semióticas del concepto.

2.1.5 Análisis de concepciones del signo igual y concepto de equivalencia desarrolladas en estudiantes de educación básica primaria, grado quinto de la institución educativa San Simón sede Montealegre.

Autor: Yeison Jair Chica Cárdenas, Yulady Soto Rivera (2015).

Objetivo: Analizar las concepciones sobre equivalencia desarrolladas en la educación básica, grado quinto de la institución educativa San Simón sede Montealegre.

Metodología: Atendiendo a la pertinencia que infiere la indagación de concepciones dentro del aula, se ha considerado la realización de una investigación- acción, la cual permitirá realizar una reflexión acerca de la enseñanza de las matemáticas, de este modo se da paso a detallar no solo las falencias que poseen los educandos con respecto a la interpretación del signo igual, sino que detallará la realización de consideraciones que permitirán intervenir dentro del proceso en aras de mejorar las practicas pedagógicas así como la consolidación de un verdadero pensamiento matemático dentro del aula. En tal sentido, la investigación- acción provee herramientas de gran importancia y por ende permite una potencialización de resultados en razón a lo que se pretende lograr.

Conclusiones: A partir de los objetivos trazados durante la investigación, se destacan algunas conclusiones generales encontradas a partir del análisis de resultados: a continuación se muestran estas consideraciones.

La gran mayoría de los estudiantes no comprende de forma clara en el lenguaje matemático el significado y función del signo igual.

Al no comprenderse el significado del signo igual, no se comprende una equivalencia términos en los diversos procesos matemáticos.

Las concepciones erróneas que adquieren los estudiantes durante su educación primaria tendrán una incidencia de aprendizaje fuerte para su paso a la etapa de secundaria.

Los docentes poseen la concepción de que la enseñanza del signo igual y el concepto de equivalencia es algo baladí.

Las concepciones erróneas sobre equivalencia evidenciadas por los estudiantes, refiere la necesidad de liderar nuevas estrategias de enseñanza – aprendizaje.

Los docentes deben de comprender que son las matemáticas, para que de esta forma asimilen la enseñanza de las mismas.

Las conclusiones presentadas, están fundamentadas sobre el análisis realizado a los test de primaria y segundaria, al igual que al análisis de la incidencia que tienen las concepciones adquiridas por los niños en su educación primaria para su paso a la educación secundaria y las respuestas otorgadas por los docentes a partir de sus prácticas pedagógicas. Por otro lado es importante subrayar que a partir de las conclusiones se puede notar la necesidad de fomentar una enseñanza matemática que se desligue de lo procedimental para dar paso a una comprensión compleja tanto en el campo de la enseñanza como en los procesos de aprendizaje.

2.1.6 Las ecuaciones lineales, desde situaciones cotidianas

Autor: Bibiana Sirley Arena Suaza (2013).

Objetivo: Diseñar una estrategia de enseñanza – aprendizaje mediada por el uso de las TICs, que permita desarrollar habilidades en la formulación y solución de sistemas de ecuaciones lineales 2x2, acordes con la exigencia del nivel.

Metodología: La metodología que se propone para la construcción de la estrategia de enseñanza-aprendizaje del presente trabajo, es una metodología que tenga en cuenta los contextos en que viven a diario los estudiantes de la Institución Educativa, partir de las situaciones cotidianas en las que se encuentran sumergidos con el fin de que la habilidad desarrollada en los educandos se haga desde la práctica y no desde la teoría como se hace normalmente en las escuelas tradicionales.

Conclusiones: Se propuso el desarrollo de esta propuesta de intervención en el aula, como una estrategia y una herramienta de apoyo para el estudio de la temática de ecuaciones lineales debido a la importancia que tienen este tema en la matemática escolar y teniendo presente que el estudiante debe desarrollar habilidades en la solución de situaciones problemas que se plantean a diario en el estudio de las ciencias exactas. Es por esto, que aplicar estas alternativas didácticas para su aprendizaje, contribuye sin duda alguna a que el estudiante pueda mejorar en la compresión y actitud hacia la asignatura.

2.1.7 Problemas de ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Autor: Carlos Bernal (2011)

Objetivos: Mediante la aplicación de esta propuesta pretendemos que los estudiantes lleguen a:

- Traducir un enunciado del lenguaje natural a un modelo algebraico de manera eficiente.

- Representar e interpreta de manera gráfica la relación existente entre los datos de un problema.
- Aplicar las ecuaciones de primer grado con una incógnita en la resolución de problemas.

Metodología: procedimiento a seguir para la elaboración del proyecto: Demostrar la existencia de la problemática, elaboración de unidad didáctica para la resolución de problemas de primer grado con una incógnita, evaluación formativa de la unidad y análisis de resultados adquiridos.

Conclusiones:

Analizados los datos concluimos que los recursos didácticos y las representaciones gráficas facilitan la comprensión y la aplicación de las ecuaciones de primer grado con una incógnita en la resolución de problemas.

Los estudiantes que presentaron una menor habilidad matemática desarrollaron una mayor dependencia a la aplicación de los recursos visuales en comparación a los que poseían habilidades mayores.

Hemos observado que los estudiantes muestran mayor interés hacia el tema matemático cuando pueden expresar de manera artística o geométrica las diferentes actividades de aprendizaje.

La traducción algebraica sigue siendo dificultosa para algunos estudiantes aunque puedan establecer una representación coherente con relación a los datos del problema. Esto se debe a deficiencias en la interpretación matemática del esbozo. Esta condición podría superarse en gran parte del alumnado con una retroalimentación de las actividades de inicio.

Las representaciones graficas de enunciados se dificultan dependiendo la relación matemática que existe entre los datos y el contexto del problema. Por consiguiente mientras las relaciones entre los datos sean más complejas y el contexto menos conocido es probable que la representación gráfica se convierte en un obstáculo para la resolución de problemas.

La disponibilidad de recursos geométricos, informáticos y manipulativos para la enseñanza del algebra implica el deber inmediato de los docentes en matemáticas a la utilización, adecuación y mejoramiento de estos métodos con la finalidad de optimizar los resultados y las experiencias de aprendizaje.

Los efectos del trabajo colaborativo docente-docente, docente-alumno y alumno-alumno redundan en el fortalecimiento social de los miembros de la comunidad educativa, en las concepciones de nuevos métodos de enseñanza y en una constante autoevaluación del proceso que implicará una permanente evolución de la enseñanza de las matemáticas.

2.1.8 Aprendizaje significativo y resolución de problemas de ecuaciones de primer grado.

Autor: Juan Carlos López Molina. (2014)

Objetivo: Demostrar que el aprendizaje significativo facilita los procedimientos y la resolución de problemas de ecuaciones de primer grado.

Metodología: El trabajo de campo se llevó a cabo por medio de la aplicación de un pre test para conocer inicialmente la situación de los estudiantes previo al tratamiento, luego un pos test para establecer la relación del antes y después, para estimar los alcances, ya que según Gil (2010) estos instrumentos se utilizan en la investigación con la intención de recabar información sobre las capacidades y habilidades de los sujetos. El pre test y pos test se elaboraron con 10 enunciados que permiten la traducción de expresiones verbales a ecuaciones de primer grado, empleando para ello las propiedades de los algoritmos en la resolución; así mismo se elaboró una guía de observación para conocer el proceder de los estudiantes ante la aplicación de diferentes técnicas que encausan a un aprendizaje significativo.

Conclusiones: A continuación se presentan las conclusiones del presente trabajo de investigación, titulado “Aprendizaje significativo y resolución de problemas de ecuaciones de primer grado” la cual fue realizada en el Instituto Nacional de Educación Básica Experimental “Fray Francisco Jiménez”, de Santa Cruz del Quiché, departamento de El Quiché.

- Facilitar técnicas adecuadas y creativas favorece la resolución de problemas de ecuaciones de primer grado, así mismo se logra un aprendizaje significativo cuando se motiva la participación activa del estudiante, los conocimientos previos interactúan con los nuevos conocimientos, se aplican en actividades cotidianas, y ayuda a construir el propio aprendizaje como el de los demás.
- El uso y la elaboración de material didáctico adecuado en el aprendizaje que se desea alcanzar, la posición del mobiliario, el ambiente de confianza entre el docente y estudiantes, así como el trabajo individual, grupal y luego las plenarias, fortalece los conocimientos básicos de algoritmos en la resolución de ecuaciones de primer grado, ayuda a lograr el aprendizaje significativo en los diversos contenidos curriculares; el declarativo “saber qué”, el procedimental “saber hacer” y el actitudinal “saber ser”.
- El dominio de un lenguaje matemático y simbólico permite transferir información de un lenguaje usual y cotidiano a expresiones algebraicas, esto ayuda a conocer el entorno donde el sujeto se desenvuelve y puede aplicar los conocimientos de ecuaciones de primer grado en la resolución de problemas que implique el uso de las mismas en actividades de la vida cotidiana cuando sea necesario.

2.1.9 Desarrollando el pensamiento algebraico en alumnos de octavo grado del CIIE a través de la resolución de problemas.

Autor: Manuel Antonio Cardona Márquez. (2007)

Objetivo: Esta investigación tiene como objetivo fundamental explorar las habilidades de pensamiento algebraico que desarrollan los alumnos de octavo grado de educación básica del CIIE a través de la resolución de problemas.

Metodología: El estudio se realizó en dos etapas: una diagnostica y otra de ejecución. La etapa diagnostica se realizó con el grupo de bachillerato con el objeto de determinar que habilidades de pensamiento algebraico había desarrollado el grupo en su educación básica. La etapa de ejecución se realizó con el octavo grado en el horario normal de la clase de matemáticas a través de experiencias de aula en donde se analizó el desempeño del grupo con el propósito de explorar sus avances, logros y dificultades en el proceso de la construcción de sus conocimientos o desarrollo de habilidades matemáticas. Este grupo fue dividido en siete equipos de trabajo los que se dedicaron a resolver guías de trabajo bajo el enfoque de la resolución de problemas.

Conclusiones: el desempeño de los diferentes equipos en cada una de las sesiones de trabajo constituye evidencia suficiente para afirmar que los alumnos lograron:

- Traducir expresiones verbales al lenguaje algebraico.
- Expresar relaciones numéricas usando el lenguaje algebraico.
- Reconocer, describir y generalizar patrones numéricos.
- Proponer y manejar técnicas adecuadas para simplificar términos semejantes y multiplicar monomios.
- Construir sucesiones de números a partir de una regla dada.

2.1.10 Propuesta metodológica para manejar el lenguaje simbólico en la interpretación de situaciones problemáticas en las estudiantes de tercero de primaria de la compañía de maría “la enseñanza” de Medellín.

Autor: Lucía Ramírez Sánchez. (2015)

Objetivos: Diseñar un proyecto de aula que contribuya al manejo del lenguaje simbólico en la interpretación de situaciones problema desde la operación multiplicación en los números naturales, en el colegio La Compañía de María “La Enseñanza” de Medellín en el grado tercero de primaria.

Metodología: En trabajo de grado se retomó el estudio de casos que llevó a un análisis de experiencias en el aula de clase, a través de un taller diagnóstico, el cual se aplicó a una muestra de 13 estudiantes tomada de los tres grupos del grado tercero, dicho taller permitió identificar las dificultades en la comprensión de situaciones problema con la operación multiplicación en los Naturales.

Conclusiones: El lenguaje de la comunicación es invertido, las alumnas piensan una cosa y dicen otra. No utilizan los números para hacer juicios matemáticos a través de los operadores multiplicativos en un contexto, falta organización de las ideas para justificar respuestas y hay uso inadecuado de las competencias en cuanto a la redacción, argumentación y proposición. A mayor claridad del lenguaje mayor será el aprendizaje significativo.

Las estudiantes ante una situación en la que se les pide utilizar la multiplicación muestran inseguridad, dificultad para arriesgarse a hacer conjeturas y poca habilidad para seleccionar un plan de resolución de problemas, debido a la falta de comprensión e interpretación del problema que se propone.

Las herramientas que deben tener las estudiantes para expresar una situación utilizando las matemáticas no son las esperadas según su edad; y las que poseen, en su mayoría, son mal utilizadas, porque el razonamiento matemático de las estudiantes presenta vacíos en la lógica para la comprensión e interpretación de enunciados en lenguaje natural y simbólico.

Se observó que las alumnas no muestran un esquema de asimilación adecuada, falta la utilización de conceptos matemáticos para expresar una realidad. La dificultad de no relacionar las matemáticas con la vida explica el que tengan apuros con la resolución de problemas.

De acuerdo con esto se observa las dificultades que pueden tener los estudiantes al momento de traducir el lenguaje de situaciones problemas utilizando un lenguaje matemático formal.

2.2 MARCO TEÓRICO

A continuación se muestran algunas teorías previas que tienen algún tipo de relación con las dificultades presentes en la comprensión y el uso del lenguaje simbólico desde un contexto de las ecuaciones lineales, que pueden dar fundamento al proyecto de investigación.

2.2.1 El álgebra como instrumento de modelización matemática:

Según Godino & Font , (2003) en el libro razonamiento algebraico y su didactica para maestros menciona que:

desde una vision limitada del algebra es considerada como la manipulacion e letras de numeros que representan numeros no especificados; tambien dice que la generalizacion se aplica las situciones que se pudan modelizar en términos matemáticos, por lo que el lenguaje algebraico está presente en mayor o menor grado como herramienta de trabajo en todas las ramas de las matemáticas; además, La identificación y designación de las variables que caracterizan el sistema a modelizar es el primer paso de la modelización matemática, que vendrá seguido del establecimiento de relaciones entre dichas variables.

2.2.2 Estadios de comprensión e interpretación de la letra.

Godino & Font (2003, págs. 814-815) nos pressenta en su libro razonamiento algebraico y su didactica para maestros los distintos estadios o niveles para comprender la variable planteado por Küchemann (1981) quien identifico seis maneras de interpretar la variable:

Estadio 1: Letra evaluada

El niño asigna un valor numérico a las letras desde el principio. Si se pregunta al niño, "Si 5 +2x =13, ¿cuánto vale x?", dirá que 4, sin que seguramente haga ninguna manipulación escrita, le bastará un simple cálculo mental. Un ejercicio tal como 11 - y = 6 se resuelve simplemente recordando la tabla de sumar, 6 +5 = 11.

Estadio 2: Letra ignorada

El niño ignora la presencia de la letra, o no le da ningún significado. Si se le pregunta el valor de a + b +2 cuando se sabe que a+b es igual a 27, el niño puede responder 29 sin pensar en ningún momento sobre la a, la b o la suma a+b.

Estadio 3: Letra usada como objeto

La letra es considerada como un objeto concreto. La frase matemática 3m + 7m y la frase "tres manzanas y siete manzanas" se consideran como equivalentes. La letra m se ve como la abreviatura del nombre de un objeto particular. Esto ocurre especialmente en problemas donde se involucran objetos concretos como lápices, mesas, etc., y es esencial distinguir entre los objetos y las cantidades de los mismos.

Estadio 4: Letra usada como incógnita específica

Los niños consideran las letras como un número desconocido, pero específico y pueden operar sobre él directamente. "¿Cuál es el resultado de añadir 4 a 3n?" La respuesta esperada, 4+3n, requiere considerar n como incógnita genuina, pero los niños en este estadio pueden dar como solución 3n y 4, 7n, o 7, en las que los elementos que intervienen son combinados sin tener en cuenta la presencia de la letra.

Estadio 5: Letra usada como un número generalizado

Una letra se ve como representando varios valores diferentes en lugar de uno solo. Si se pregunta a los niños que listen todos los valores de A cuando A + B = 10 podemos encontrar que ofrecen uno o varios números que cumplen la condición, pero no reconocen la necesidad de listar todos los valores.

Estadio 6: Letra usada como variable

La letra se ve como representando un rango de valores no especificados. Si se pregunta, ¿qué es mayor 3n o n+3? La letra n tiene que representar en cada caso un conjunto de valores no especificados y usarse como herramienta para hacer la comparación sistemática entre tales conjuntos. Si los niños prueban con un solo número, por ejemplo 4, o con tres o cuatro números particulares, decimos que están considerando la letra como número generalizado (estadio 5). Pero si consideran la relación en términos de todos los números, aunque pueden usar algunos ejemplos específicos para ayudarse en la decisión, entonces decimos que están en el estadio 6 y tratan la letra como variable.

2.2.3 Significado del signo igual

Burgell García & Ochoviet Filgueiras, (2015, págs. 79-80) en su articulo del cual menciona a Molina (2006) y Molina et al. (2009) quienes detallan once significados del signo igual los cuales se muestran a continuación:

Propuesta de actividad. Refiere al uso del signo en expresiones incompletas, con una cadena de números o símbolos vinculados por símbolos operacionales a la izquierda del signo de igual y un espacio vacío a la derecha de este.

Ejemplos:16 : 3 = ; $x\ (x+1)-3x\ (x+5)=$.

Operador (u operacional). Refiere al uso del signo como un símbolo que separa una cadena o secuencia de operaciones, que se sitúan a la izquierda, y su resultado, que se dispone a la derecha.

Ejemplos: $4\times5 = 20$; $x(x-2)+3x^2= 4x^2- 2x$.

Si bien Molina et al. Proponen un ejemplo algebraico en donde a la derecha del signo de igual hay más de un término, en el contexto de la aritmética esto no ocurre, la «respuesta» es un único número escrito a la derecha del signo de igual.

Expresión de una acción: Este es un significado bidireccional del signo, que extiende el significado de operador recién reseñado. Aquí la cadena o secuencia de operaciones va indistintamente a la izquierda o a la derecha, y el resultado, en el otro miembro.

Ejemplos: $2x = x\ (x-2)- x^2+ 4x$; $24 =12+12$; $12+12 = 24$.

Separador: Este uso, matemáticamente incorrecto, se lo dan algunos alumnos al utilizarlo en contextos algebraicos como separador de los pasos realizados en la resolución de una actividad.

Ejemplo: $\sqrt{x^2+1}= \sqrt{x} = x^2+1= x = x^2- x +1= 0$.

En el ejemplo los signos del igual que cumplen el papel de separador son el segundo y el cuarto de izquierda a derecha.

Expresión de una equivalencia: Refiere al uso del signo para relacionar dos representaciones diferentes de un mismo objeto matemático.

- Equivalencia numérica. Indica el mismo valor numérico en las expresiones aritméticas que se encuentran en ambos miembros.

  Ejemplos: $4+5 = 3+6$; $2\sqrt{3}= \sqrt{12}$.

- Equivalencia simbólica. Indica el mismo valor numérico de dos expresiones algebraicas para todos los valores de las variables.

  Ejemplos: $x^2+ 2x = x (x + 2)$; $a +b = b + a$.

- Identidad estricta. Aquí las expresiones a ambos lados representan el mismo objeto matemático con el mismo representante.

  Ejemplos: $3 = 3$; $x = x$; $x +5 = x +5$.

- Equivalencia por definición o por notación. Indica la equivalencia de dos expresiones numéricas o algebraicas por definición o por el significado de la notación utilizada.

  Ejemplos: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$; 100cm =1m.

Expresión de una equivalencia condicional (ecuación): Se encuentra en el contexto del álgebra cuando la equivalencia expresada por el signo de igual solo es cierta para algún o algunos valores de la o las variables, pudiendo inclusive no ser cierta para ningún valor. Ejemplo: $x^2 + 4x = 5x - 6$.

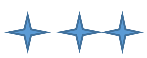
Definición de un objeto matemático: Se utiliza para definir o asignar un nombre a una función u otro objeto matemático.

Ejemplos: $a^0=1$; $f(x) = 2x + 3$.

Expresión de una relación funcional o de dependencia: Refiere al uso para indicar una relación o dependencia entre variables o parámetros.

Ejemplos: $y = 3x + 2$; $l = 2\pi r$.

Indicador de cierta conexión o correspondencia: Significado impreciso que se refiere a su uso entre objetos no matemáticos o de distinta naturaleza, como por ejemplo entre imágenes o figuras y números, o entre expresiones matemáticas y no matemáticas.

Ejemplo  = 3.

Aproximación: Este significado corresponde al uso del signo para relacionar una expresión aritmética y una aproximación de su valor numérico.

Ejemplo: $\frac{1}{3} = 0{,}33$.

Asignación de un valor numérico: El signo asigna un valor numérico a un símbolo.

Ejemplo: si $x = 4$, ¿cuál es el valor de $x^2 - 5$?

2.2.4 Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas

Quintero García , (2014) en su tesis de maestria nos presenta la siguiente clasificación dificultades del aprendizaje de las matematicas propuesta por (Socas Robayna, 1997):

Dificultades asociadas a la complejidad de los objetos de las Matemáticas: se relaciona con el lenguaje en la comprensión y comunicación de los objetos matemáticos y el lenguaje cotidiano como mediador en la interpretación de los signos.

Dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático: se relacionan con las rupturas implícitas en los modos de pensamiento matemático; los ejemplos, los dibujos en el pizarrón, las imágenes estandarizadas, pueden generar errores.

Dificultades asociadas a los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de las Matemáticas: los métodos de enseñanza deben ser acordes con la organización institucional escolar y la secuencia curricular.

Dificultades asociadas a los procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos: al momento de diseñar los recursos y estrategias en la enseñanza se deben considerar las etapas del desarrollo cognitivo de los estudiantes, sus características y capacidades.

Dificultades asociadas a actitudes afectivas y emocionales hacia las Matemáticas: en esta investigación el dominio afectivo comprende las: creencias, actitudes y emociones, que actúan como fuerza impulsadora o de resistencia al cambio de la actividad matemática.

2.2.5 Siete saberes para la educación del futuro.

Edgar Morin, (2000) nos presenta las siete saberes para la educacion del futuro los cuales consideró indispensables para afrontar el sisitema eduacativo para constituirse en relevante y significativo:

Una Educación que Cure la Ceguera del Conocimiento: “Todo conocimiento conlleva el riesgo del error y de la ilusión. La educación del futuro debe contar siempre con esa posibilidad.

El conocimiento humano es frágil y está expuesto a alucinaciones, a errores de percepción o de juicio, a perturbaciones y ruidos, a la influencia distorsionadora de los afectos, al "imprinting" de la propia cultura, al conformismo, a la selección meramente sociológica de nuestras ideas".

Una Educación que Garantice el Conocimiento Pertinente: "Ante el número ingente de problemas es necesario diferenciar los que son problemas clave. Pero, ¿cómo seleccionar la información, los problemas y los significados pertinentes? Sin duda, desvelando el contexto, lo global, lo multidimensional y la interacción compleja".

Enseñar la Condición Humana: "Lo humano es y se desarrolla en bucles: a) cerebro-mente- cultura b) razón - afecto - impulso c) individuo - sociedad -especie. Todo desarrollo verdaderamente humano significa comprender al hombre como conjunto de todos estos bucles y a la humanidad como una y diversa".

Enseñar la Identidad Terrenal: "La perspectiva planetaria es imprescindible en la educación. Pero, no sólo para percibir mejor los problemas, sino para elaborar un auténtico sentimiento de pertenencia a nuestra Tierra considerada como última y primera patria. El término patria incluye referencias etimológicas y afectivas tanto paternales como maternales. En esta perspectiva de relación paterno- materno- filial es en la que se construirá a escala planetaria una misma conciencia antropológica, ecológica, cívica y espiritual".

Enfrentar las Incertidumbres: "La educación debe hacer suyo el principio de incertidumbre, tan válido para la evolución social como la formulación del mismo por Heisenberg para la Física. La historia avanza por atajos y desviaciones y, como pasa en la evolución biológica, todo cambio es fruto de una mutación, a veces de civilización y a veces de barbarie. Todo ello obedece en gran medida al azar o a factores impredecibles. Pero la incertidumbre no versa sólo sobre el futuro. Existe también la incertidumbre sobre la validez del conocimiento".

Enseñar la Comprensión: "La comprensión se ha tornado una necesidad crucial para los humanos. Por eso la educación tiene que abordarla de manera directa y en los dos sentidos: a) la comprensión interpersonal e intergrupal y b) la comprensión a escala planetaria. Enseñar la comprensión significa enseñar a no reducir el ser humano a una o varias de sus cualidades que son múltiples y complejas. La verdadera comprensión exige establecer sociedades democráticas".

La Ética del Género Humano: "En el bucle individuo - especie Morín fundamenta la necesidad de enseñar la ciudadanía terrestre. La humanidad dejó de ser una noción abstracta y lejana para convertirse en algo concreto y cercano con interacciones y compromisos a escala terrestre. La no fragmentación de los saberes, la reflexión sobre lo que se enseña y la elaboración de un paradigma de relación circular entre las partes y el todo, lo simple y lo complejo".

2.2.6 Estrategias para resolver un problema

La formulación que hizo (Polya, 1989) de las cuatro etapas esenciales para la resolución de un problema:

Comprender el problema

"Para la comprensión del problema el alumno tendrá que realizar una lectura detallada, para separar lo dado de lo buscado, lograr hallar alguna palabra clave u otro recurso que permita encontrar una adecuada orientación en el contexto de actuación, expresar el problema con sus palabras, realizar una figura de análisis, establecer analogías entre el problema y otros problemas o entre los conceptos y juicios que aparecen en el texto y otros conceptos y juicios incorporados al saber del individuo, o transferir el problema de un contexto a otro".

Analizar el problema

"Para ello el alumno deberá analizar nuevamente el problema para encontrar relaciones, precisando e interpretando el significado de los elementos dados y buscados. Relacionará éstos con otros que puedan sustituirse en el contexto de actuación. Generalizará las propiedades comunes a casos particulares, mediante la comparación de éstos sobre la base de la distinción de las cualidades relevantes y significativas de las que no lo son. Tomará decisiones, al tener que comparar diferentes estrategias y procedimientos para escoger el más adecuado".

Solucionar el problema

"Para la realización de esta acción el alumno deberá: Aplicar a la solución del mismo los elementos obtenidos en el análisis del problema".

Evaluar la solución del problema

"El sujeto deberá analizar la solución planteada, contemplando diferentes variantes para determinar si es posible encontrar otra solución, verificando si la solución hallada cumple con las exigencias planteadas en el texto del problema. Valorar críticamente el trabajo realizado, determinando cuál solución es".

2.2.7 Teoría de representaciones semióticas

Las representaciones semióticas tienen una muy importante en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. “La actividad matemática se realiza necesariamente en un contexto de representación”. (Duval, 1999) (Burgell García & Ochoviet Filgueiras, 2015). El aprender matemáticas involucra procesos de representación como lenguaje natural, lenguaje algebraico, lenguaje grafico entre otros.

Según Duval: “Es esencial no confundir jamás los objetos matemáticos, es decir, los números, las funciones, las rectas, etc.; con sus representaciones” (Duval, 1999), el estudiante no debe confundir la representación de un objeto matemático con su concepto. Se pueden dar representaciones mentales que la el estudiante tiene acerca de un objeto y representaciones semióticas que están conformadas por el uso de signos los cuales son usadas para hacer evidentes las representaciones mentales.

Duval, (1999) presenta tres actividades cognitivas inherentes a toda representación:

“La primera son las representaciones de un registro semiótico particular, la cual constituye un conjunto de marcas perceptibles e identificables que permiten expresar o evocar un objeto como una representación de alguna cosa en un sistema determinado, esta representación debe cumplir con unas reglas de conformidad, por razones de comunicación y de transformación de representaciones llamada formación”.

“La segunda son las transformaciones de la representación dentro del mismo registro donde se ha formado de acuerdo con unas únicas reglas que le son propias al sistema, de modo que a partir de éstas se obtengan otras representaciones que puedan constituirse como una ganancia de conocimiento en comparación con las representaciones iniciales se denomina tratamiento de una representación".

"La tercera es la transformación de una representación dada en un registro, en otra representación en un registro diferente, que conserva parte del significado de la representación inicial pero al mismo tiempo da otras significaciones al objeto representado".

Cuando una representación se trasforma en otro registro conservando una gran parte del contenido de la representación inicial se da una conversión.

Según D'Amore, (2004) : "Durante el aprendizaje de las matemáticas, se introduce a los estudiantes en un mundo nuevo, tanto conceptual como simbólico, sobre todo representativo". D'Amore, (2004) menciona tres acciones en la contruccion de un concepto: De representarlos en un dado registro, de tratar tales representaciones al interior de un mismo registro y de convertir tales representaciones de un dado registro a otro.

2.3 MARCO CONCEPTUAL

2.3.1 Lenguaje simbólico

El lenguaje simbólico utiliza letras para denotar incógnitas y coeficientes genéricos. Este procedimiento hace rápida la formalización y resolución de muchos problemas, y permite formular sintéticamente las reglas generales de resolución.

Todo eso es conectado estrechamente a algunos progresos hechos con la evolución del pensamiento matemático.

El afirmarse de un cierto tipo de razonamiento abstracto: dar un nombre a una hipotética cantidad que todavía no conocemos, pero que, si existe, tiene que satisfacer cierta igualdad, y llevar consecuencias oportunas de esta igualdad.

La idea de escribir y resolver las ecuaciones en símbolos, no con palabras. La idea de que se puedan establecer relaciones válidas para cualquier número indicando éstos con letras (parámetros).

2.3.2 Situación problema

Según John Jairo Múnera Córdoba una situación problema la podemos interpretar como un espacio dotado de actividad matemática, en la cual, los estudiantes al intentar resolver los interrogantes interactúan con los conocimientos implícitos y dinamizan la actividad cognitiva, generando procesos de reflexión conducentes a la adquisición de nuevos conceptos. En el caso de las matemáticas, una situación problema la podemos entender, como un espacio para generar y movilizar procesos de pensamiento que permitan la construcción sistemática de conceptos matemáticos.

2.3.3 Prueba diagnostica

Las pruebas de diagnóstico son una herramienta importante para los educadores que quieren saber en qué nivel académico se encuentran sus estudiantes, con el fin de llevar a los estudiantes al nivel donde deberían estar.

Una prueba de diagnóstico mide en qué nivel está un estudiante en términos de sus conocimientos y habilidades. Se evaluarán las habilidades que el estudiante tiene en un determinado momento para resolver problemas o para responder preguntas en un área temática.

Un profesor utiliza una prueba de diagnóstico para evaluar las fortalezas y debilidades de sus alumnos en su área. Esto le mostrará cuánto saben acerca de su tema y también lo que les hace falta saber antes de salir de su clase.

2.3.4 Actividad de aprendizaje

Según el diccionario de términos clave de ele se entiende como actividad de aprendizaje como aquellas acciones que realiza el alumno como parte del proceso instructivo que sigue, ya sea en el aula de la lengua meta o en cualquier otro lugar (en casa, en un centro de autoaprendizaje, en un laboratorio de idiomas, etc.). El profesor organiza el proceso instructivo y cada una de las sesiones o clases en torno a una serie de actividades didácticas, que, al ser implementadas, adquieren su pleno valor de actividades de aprendizaje. Con frecuencia, el término se emplea como equivalente a tarea didáctica. En otras ocasiones, la actividad se entiende como un componente más de la tarea, junto con los objetivos, los contenidos, los materiales, etc.

2.3.5 Clases de signos:

Según Godino & Font , (2003) en el libro razonamiento algebraico y su didactica para maestros menciona que:

Para representar una situación podemos utilizar diferentes tipos de signos. Por ejemplo, podemos utilizar gestos, dibujos o iconos que se parezcan a los objetos o a la situación que queremos representar, o bien palabras o símbolos convencionales que no tengan ningún parecido con el objeto representado. Una primera clasificación3 de los signos es la siguiente:

- **Icono,** se trata de un signo que tiene relación física con el objeto que representa.
- Índice**,** se trata de un signo que permite dirigir la atención sobre un objeto (por ejemplo una señal de prohibido girar a la derecha).
- **Símbolo,** se trata de un signo cuya relación con el objeto se determina por una convención.

2.3.6 Variable:

Según Godino & Font , (2003) en el libro razonamiento algebraico y su didactica para maestros menciona que:

Una variable es un símbolo (habitualmente una letra) que puede ponerse en lugar de cualquier elemento de un conjunto, sean números u otros objetos.

Las variables son uno de los instrumentos más poderosos para expresar las regularidades que se encuentran en matemáticas. El principal interés del uso de letras (variables) en matemáticas es que permiten expresar relaciones generales entre los objetos de una manera eficaz.

Encontramos cuatro usos principales de las variables en matemáticas:

- Las variables como incógnitas: Cuando se usan para representar números (u otros objetos) uno de cuyos valores posibles hace verdadera una expresión. La incógnita interviene como un objeto matemático desconocido que se manipula como si fuera conocido.
- Las variables como indeterminadas o expresión de patrones generales. Es el caso cuando la variable se usa en enunciados que son ciertos para todos los números (o elementos del conjunto que se trate).

- Las variables para expresar cantidades que varían conjuntamente. La relación de dependencia entre variables ocurre cuando el cambio en una variable determina el cambio en la otra.
- Las variables como constantes o parámetros. Es el caso de la letra a en la fórmula de la función de proporcionalidad y = ax. En un primer momento se ha de considerar que la letra a no varía y que sólo lo hacen de manera conjunta la x y la y. De esta manera se obtiene una función de proporcionalidad concreta. En este primer momento no hay diferencia entre tener y = ax o y = 2x. En un segundo momento se ha de considerar que a puede variar y tomar cualquier valor, con lo que obtenemos la familia de todas las funciones de proporcionalidad.

2.3.7 Igual:

Según Godino & Font , (2003) en el libro razonamiento algebraico y su didactica para maestros menciona que:

El signo "=" (igual) indica que lo que se encuentra a la izquierda de este signo, primer miembro de la igualdad, y lo que se encuentra a la derecha de este signo, llamado el segundo miembro de la igualdad, son dos maneras de designar al mismo objeto, o dos escrituras diferentes del mismo.

Según la naturaleza de los elementos que intervienen en una igualdad numérica se obtienen diferentes tipos de igualdades:

- Si en la igualdad aparecen variables y la igualdad es verdadera para cualquier valor que tomen las variables, se dice que se trata de una identidad: $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$.

- Si la igualdad es verdadera sólo para ciertos valores de las variables se dice que se trata de una ecuación: a+3 =7.
- La igualdad se usa también para expresar la relación de dependencia entre dos o más variables, hablándose en este caso de una fórmula: $e = {}^{1}/_{2gt^2}$.

2.3.8 Ecuación

Según Godino & Font , (2003) en el libro razonamiento algebraico y su didactica para maestros menciona que:

"En la secundaria se suelen definir las ecuaciones de primer grado con una incógnita como una igualdad en la que hay un número desconocido, normalmente representado por la letra x, llamada incógnita, que no está elevado al cuadrado, ni al cubo, etc. Por ejemplo: 2x+6 = 8. Una expresión del tipo $2x^2 + 6=8$ no es una ecuación de primer grado con una incógnita porque la incógnita está elevada al cuadrado, mientras que una expresión del tipo 2x+6+y = 8 tampoco lo es porque hay dos incógnitas: la x y la y".

2.3.9 Resolución de problemas verbales

La capacidad para resolver problemas es un proceso de largo aliento que requiere de una orientación persistente de parte del educador. Es necesario organizar los procesos de enseñanza de modo de incluir un trabajo sistemático orientado a lograr que los estudiantes vayan consolidando paulatinamente las distintas facetas de la resolución de problemas.

El proceso de resolución de un problema se inicia necesariamente con una adecuada comprensión de la situación problemática. Es preciso que el estudiante llegue a tener muy claro de qué se está hablando, qué es lo que se quiere conocer, cuáles son los datos que se conocen. Dado que en la mayor parte de los casos los problemas se plantean en forma escrita, la comprensión lectora se constituye en un elemento crítico.

2.3.10 Dificultad:

Según Riviére, (1990): "Las dificultades de generalización se relacionan frecuentemente con problemas para reconocer las reglas pertinentes en situaciones de resolución de problemas planteados verbalmente. El aprendizaje matemático exige, en primer lugar, el dominio de códigos simbólicos especializados (por ejemplo, operadores, términos numéricos y reglas sintácticas de la aritmética o el código algebraico) y, en segundo lugar la capacidad de traducir desde otros códigos (imágenes, lenguaje, etc.), a los códigos matemáticos y viceversa".

2.3.11 Conversión:

En la matemática encontramos distintos sistemas de escritura para los números, notaciones simbólicas para los objetos, escrituras algebraicas, lógicas, funcionales que se tornan en lenguajes paralelos al lenguaje natural para expresar relaciones y operaciones, figuras geométricas, gráficos cartesianos, redes, diagramas de barra, diagramas de torta, etc. Cada una de las actividades anteriores constituye una forma semiótica diferente, entendiéndose por tal a la actividad de formación de representaciones realizadas por medio de signos. El dominio de las operaciones necesarias para cambiar la forma mediante la cual se representa un conocimiento es primordial, ya que se constituye en una operación cognitiva básica que está muy relacionada con los tratamientos de comprensión y con las dificultades del aprendizaje conceptual. Esto puede ser la causa de obstáculos que sólo la coordinación de varios registros semióticos ayuda a remontarlos, y en consecuencia el dominio de la habilidad para cambiar de registro de cualquier representación semiótica en el aprendizaje de la matemática se torna fundamental.

3 CAPÍTULO 3 METODOLOGÍA

3.1 TIPO DE TRABAJO

El trabajo se enmarca en el paradigma cualitativo de carácter descriptivo, cuyas categorías de análisis a manipular tienen que ver con procesos inherentes en la interpretación y comprensión de la letra y uso de las variables, el uso del signo igual, la compresión y comunicación del lenguaje simbólico. Entre estas podemos resaltar:

- La interpretación de la letra como letra evaluada.
- La interpretación de la letra como letra ignorada
- La interpretación de la letra como objeto matemático.
- La interpretación de la letra como incógnita especifica.
- La interpretación de la letra como número generalizado.
- La interpretación de la letra como variable.
- La interpretación del signo igual como resultado de una operación.
- La interpretación del signo igual como función proposicional.

- La interpretación del signo igual como equivalencia.
- La interpretación del signo igual como aproximación.
- La conversión del lenguaje común al lenguaje simbólico.
- La conversión del lenguaje simbólico al lenguaje común.

El trabajo además, es de carácter propositivo pues intenta proponer una forma de categorizar aquellos espacios de dificultad que presentan los estudiantes a la hora de manipular lenguaje simbólico o representaciones algebraicas, cuando resuelven un problema que involucra el uso de ecuaciones de primer grado.

3.2 INSTRUMENTOS

Fase diagnostica: En esta fase se diseña y aplica la prueba diagnóstica a los estudiantes de grado octavo y noveno de las tres instituciones elegidas. La prueba consta de varios problemas de diversas estructuras, con los que se pretenden mirar diversas tipologías de dificultades al usar lenguajes simbólicos en la solución de estos problemas.

Fase de clasificación y categorización: En esta fase se hace una clasificación sobre las dificultades encontradas en los estudiantes a la hora de abordar situaciones con ecuaciones de primer grado. Luego se inicia un proceso de categorización teniendo en cuenta los estadios de comprensión e interpretación de la letra y el signo igual (Kuchemann, 1981), de Molina (2006) y Molina et al. (2009).

Fase de proposición: En esta fase se presentan algunas actividades de aprendizaje que enfatizan en el uso adecuado del lenguaje simbólico y las representaciones algebraicas en la formulación y solución de ecuaciones de primer grado.

3.3 POBLACIÓN Y MUESTRA

La Población está conformada por estudiantes de 3 Instituciones de básica secundaria y media de los municipios de Elías - Huila, Acevedo – Huila y Tuluá – Valle del Cauca; con diversidad en la tipología de los estudiantes involucrados (nivel socioeconómico, capacidad de aprendizaje, …).

La muestra la conforman estudiantes de grado octavo, noveno y décimo de estas tres instituciones, con edades que oscilan entre los 13 años y los 17 años de edad, esta muestra cuenta aproximadamente con un número de 200 estudiantes.

3.4 FUENTES DE INFORMACIÓN

La principal fuente de información proviene de la producción escrita de los estudiantes producto de las respuestas y soluciones dadas a las preguntas y situaciones propuestas en la prueba diagnóstica.

3.5 ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS

Luego de analizar las respuestas y soluciones dadas por los estudiantes a los problemas planteados en la prueba diagnóstica, y teniendo en cuenta los planteamientos de los autores citados en el marco teórico y de antecedentes, se presentan los resultados según tres categorías:

- Dificultades asociadas a la interpretación de la letra.
- Dificultades asociadas a la interpretación del signo igual.
- Dificultades asociadas a la conversión representacional (Verbal – Simbólico Algebraico).

En cada una se describen los procesos o aspectos asociados a cada categoría y que permitieron dicha clasificación y se muestran algunos ejemplos de cada tipo de dificultad.

4 CAPITULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

A continuación se muestran las categorías de los diferentes tipos de dificultades identificadas en la prueba diagnóstica aplicada a los estudiantes. Se muestran dificultades de situaciones problemas con ecuaciones de primer grado asociadas a la interpretación de la letra, signo igual y la conversión representacional:

4.1 DIFICULTADES ASOCIADAS A LA INTERPRETACIÓN DE LA LETRA:

Dándole sentido al significado que los estudiantes pueden darle a la letra en distintos contextos, presentamos la tipificación propuesta por los estudios de Küchemann (1978), para poder observar esta tipificación en la prueba desarrollada:

Interpretación como letra evaluada: El estudiante presenta el resultado de la ecuación sin efectuar ningún procedimiento escrito, el desarrollo lo hace de forma mental. (ver figura 1)

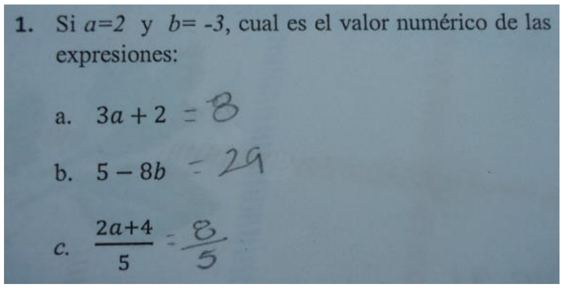


Figura 1. Ejemplo de interpretación como letra evaluada por parte de un estudiante.

El estudiante no tiene en cuenta el significado de la letra, solo ubica el número correspondiente para que se cumpla la igualdad. (ver figura 2)

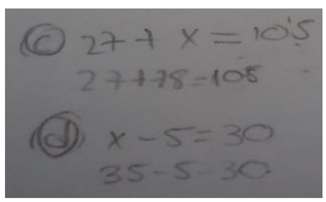


Figura 2. Ejemplo de interpretación como letra ignorada por parte de un estudiante.

Interpretación de la letra como objeto matemático: el estudiante utiliza la letra (h) como como un objeto específico para sustituir en la ecuación para poder hallar la altura (h) de rectángulo. (ver figura 3)

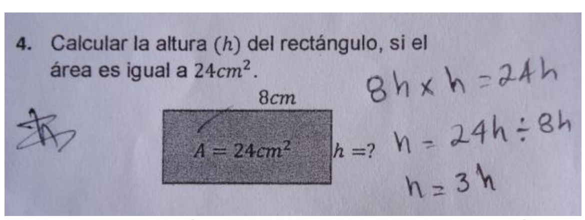


Figura 3. Ejemplo de interpretación como letra como objeto matemático por parte de un estudiante.

Interpretación de la letra como incógnita específica: El estudiante no tiene en cuenta la presencia de la letra como valor desconocido, simplemente opera todos los valores ignorando la letra como incógnita. (ver figura 4)

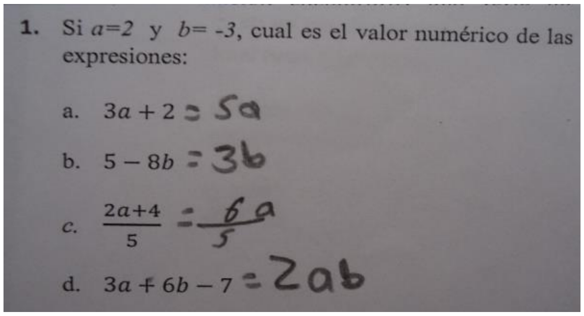


Figura 4. Ejemplo de interpretación como letra como incógnita específica por parte de un estudiante.

El estudiante efectúa las operaciones sin tener en cuenta la presencia y el significado de la letra. (ver figura 5)

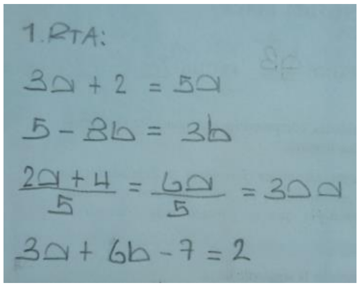


Figura 5. Ejemplo de interpretación como letra como incógnita específica por parte de un estudiante.

Interpretación de la letra como un número generalizado: No se evidencio este tipo de interpretación de la letra dentro de las repuestas del test resuelto por los estudiantes.

Interpretación de la letra como variable: No se evidencio este tipo de interpretación de la letra dentro de las repuestas del test resuelto por los estudiantes.

4.2 DIFICULTADES ASOCIADAS A LA INTERPRETACIÓN DEL SIGNO IGUAL

Según los estudios y planteamientos de Burgell García & Ochoviet Filgueiras, (2015) menciona las clasificaciones de distintos significados del signo igual de Molina (2006) y Molina et al. (2009), y las respuestas encontradas, se muestran algunas interpretaciones de los estudiantes para el signo igual:

Propuesta de actividad: El estudiante propone unas expresiones sin su respectiva solución, en el primer miembro de la igualdad encontramos una organización de símbolos entre números, letras y signos pero el segundo miembro de la igualdad se encuentra vacío. (ver figura 6)

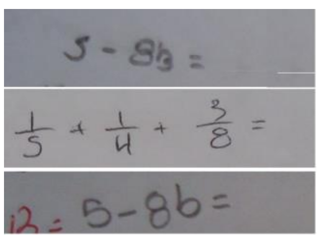


Figura 6. Ejemplo de interpretación del signo igual como propuesta de actividad por parte de un estudiante.

Expresión de una acción: El estudiante muestra la secuencia de operaciones que van desde el primer miembro de la igualdad hasta el segundo miembro de la igualdad. (Ver figura 7)

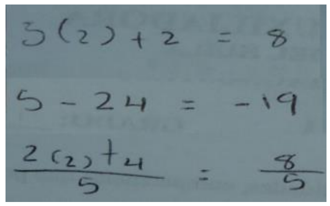


Figura 7. Ejemplo de interpretación del signo igual como expresión de una acción por parte de un estudiante.

Separador: El estudiante utiliza el signo igual para separar los pasos que realizaron para solucionar la ecuación, el separador es el segundo igual de cada punto, aquí también se presenta la interpretación de la letra como letra evaluada. (ver figura 8)

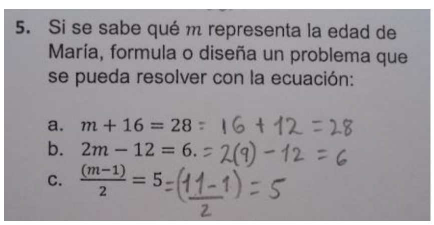


Figura 8. Ejemplo de interpretación del signo igual como separador por parte de un estudiante.

Operador (u operacional): El estudiante utiliza el signo igual para identificar cada secuencia de operaciones realizadas. (ver figura 9)

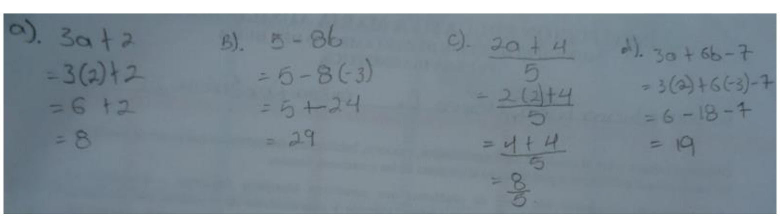


Figura 9. Ejemplo de interpretación del signo igual como operador (u operacional) por parte de un estudiante.

Expresión de una relación funcional o dependencia: El estudiante expresa una relación entre la base y la altura para hallar el área de un rectángulo y posteriormente utilizar esta relación para poder hallar la altura del rectángulo. (ver figura 10)

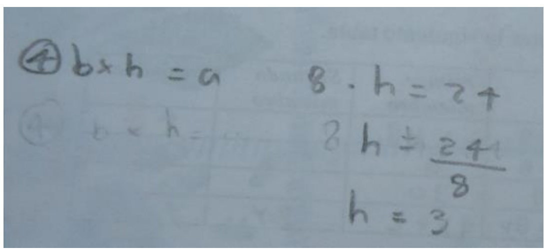


Figura 10. Ejemplo de interpretación del signo igual como expresión de una relación funcional por parte de un estudiante.

Aproximación: El estudiante utiliza el signo igual para aproximar el valor de la incógnita de 13,5 a 14 . (ver figura 11)

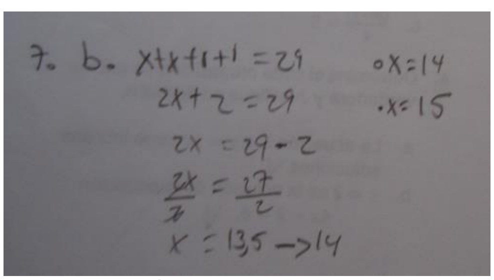


Figura 11. Ejemplo de interpretación del signo igual como aproximación por parte de un estudiante.

4.3 DIFICULTADES ASOCIADAS A LA CONVERSIÓN REPRESENTACIONAL:

Evidenciamos algunas dificultades presentadas al momento de realizar la conversión de la representación común, verbal o coloquial a la representación simbólica - algebraica:

Traducción del lenguaje común al lenguaje simbólico o paso de la representación coloquial a la simbólica - algebraica:

En el problema número dos del test que tenía como objetivo que el estudiante relacionara el problema escrito en lenguaje común con la respectiva ecuación que representa dicho problema en el lenguaje simbólico, todos los estudiantes relacionaron el los problemas de manera acertada con su respectiva ecuación. (ver figura 12)

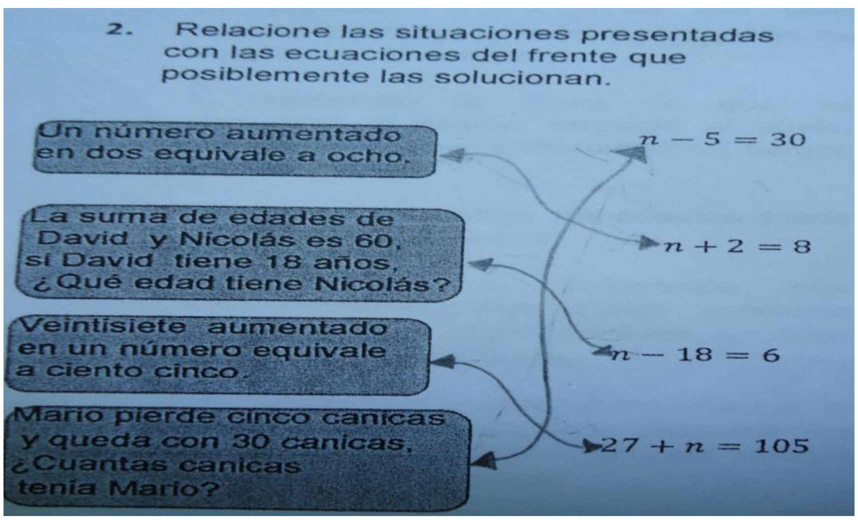


Figura 13. Ejemplo de solución del problema dos hecha por un estudiante.

Traducción del lenguaje simbólico al lenguaje común o paso de la representación simbólica-algebraica a la coloquial:

En el problema número tres del test cuyo objetivo era que el estudiante expresara en el lenguaje común un problema cualquiera para una ecuación, en donde m representaba la edad de María, en algunos casos se equivocaron al no interpretar adecuadamente la ecuación y expresarla mediante palabras que no correspondían a las características de los signos algebraicos presentados en la ecuación. (Ver figura 13)

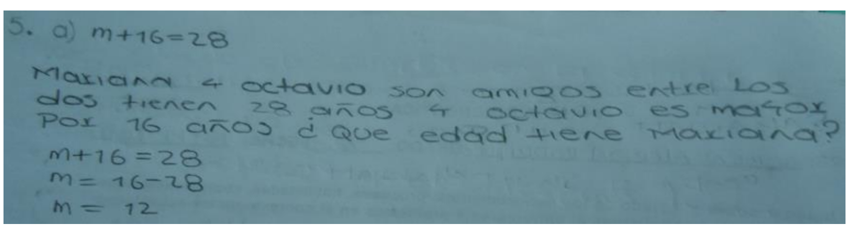


Figura 13. Solución del problema tres realizada por un estudiante.

En el caso evidenciado en le figura 12. El estudiante se equivoca en la expresión “Octavio es mayor por 16 años” refiriéndose a que la edad de Octavio sobrepasa a al de maría en 16 años cuando debió expresar que la edad de Octavio era de 16 años.

A continuación presentamos como otro estudiante si expreso adecuadamente un problema en lenguaje común que se relaciona adecuadamente con la ecuación. (Ver figura 14.)

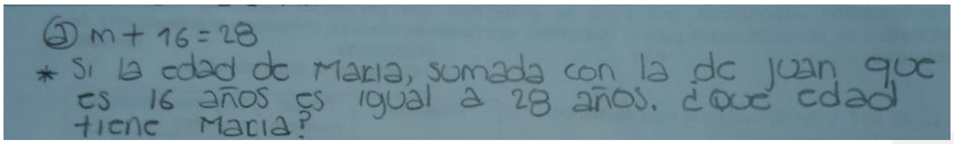


Figura 14. Solución del problema tres realizada por un estudiante.

En los siguientes casos se muestran como los estudiantes usan adecuadamente el lenguaje simbólico para solucionar ciertas situaciones problemas propuestas en la prueba diagnóstica:

A continuación presentamos como un estudiante planteo la ecuación adecuadamente con los datos subintrados en el problema, luego, procede sustituir los valores del área y ancho del rectángulo para lograr hallar la altura después de solucionar la ecuación. (ver figura15)

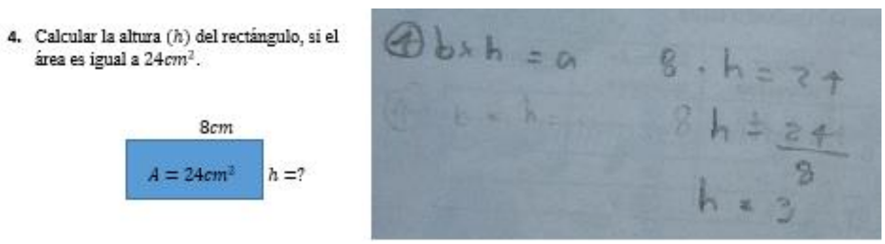


Figura 15. Solución del problema cuatro realizada por un estudiante.

A continuación observamos como un estudiante soluciona el punto número 9 de la prueba diagnóstica planteando adecuadamente la ecuación sabiendo que al multiplicar las casillas de la primera fila el resultado debe ser -8 con los datos que le suministra el cuadrado mágico. (ver figura 16)

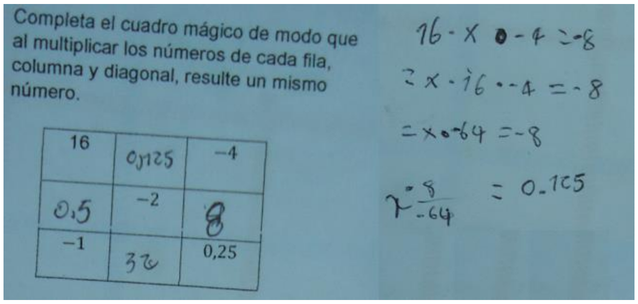


Figura 16. Solución del problema ocho realizada por un estudiante.

A continuación se presenta una matriz que resume con ciertos detalles lo descrito anteriormente:

DIFICULTADES ASOCIADAS A LA INTERPRETACIÓN DE LA VARIABLE		
DIFICULTAD	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE**
Interpretación como letra evaluada.	**27**	**13,5%**
Interpretación de la letra como objeto matemático.	**6**	**3%**
Interpretación de la letra como incógnita específica.	**11**	**5,5%**
Interpretación de la letra como un número generalizado.	**0**	**0%**
Interpretación de la letra como variable.	**0**	**0%**
DIFICULTADES ASOCIADAS A LA INTERPRETACIÓN DEL SINO IGUAL		
DIFICULTAD	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE**

Propuesta de actividad.	**48**	**24%**
Expresión de una acción.	**147**	**73,5%**
Separador.	**161**	**80,5%**
Operador (u operacional).	**105**	**52,5%**
Expresión de una relación funcional o dependencia.	**16**	**8%**
Aproximación.	**9**	**4,5%**
DIFICULTADES ASOCIADAS A LA TRADUCCIÓN DEL LENGUAJE		
DIFICULTAD	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE**
Traducción del lenguaje común al lenguaje simbólico.	**53**	**26,5%**
Traducción del lenguaje simbólico al lenguaje común.	**97**	**48,5%**

4.4 PAUTAS O LINEAMIENTOS DIDACTICOS HACIA EL USO COMPRENSIVO DEL LENGUAJE SIMBOLICO.

De acuerdo con las diferentes dificultades presentes en los estudiantes en la comprensión y uso del lenguaje simbólico a la hora de formular y resolver problemas que involucran ecuaciones de primer grado en los estudiantes de los grados octavo, noveno y décimo de 3 Instituciones de básica secundaria y media de los municipios de Elías - Huila, Acevedo – Huila y Tuluá – Valle del Cauca. Se presentaran las siguientes actividades con las cuales pretenden que los estudiantes puedan superar las diferentes dificultades asociadas a la interpretación de la variable, interpretación del signo igual y la traducción del lenguaje:

IGUALDAD

La relación matemática de igualdad se denota "=" e indica que las dos expresiones son equivalentes.

Ejemplo:

- $2+5=4+3$ las expresiones separadas por el signo igual son equivalentes

  $7=7$

- $2+x=9+12$ ¿Qué valor corresponde a la letra x para que las expresiones sean equivalentes?

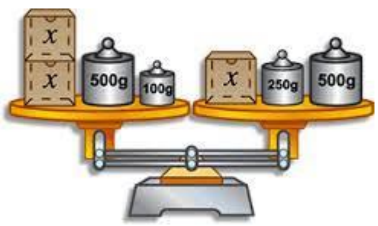
  Al sustituir la letra x por el número 18 verificamos la equivalencia entre las dos expresiones:

- $2\ +\ (18)\ =\ 9\ +\ 11$ se sustituye la letra por el número 18 y se efectúan las operaciones

  $20\ =\ 20$

  EJERCICIO

1. ¿Cuál debe ser valor de la x para mantener balanceada la balanza?



2. Escribir en el cuadro el número que corresponde para que la igualdad sea verdadera:

a. $8 + 4 = 20 - \square$

b. $\square = 25 - 14$

c. $16 + 8 = \square + 6$

d. $3(\square) = 10 + 8$

e. $6(4) = \square - 6$

f. $28 - 6 = \square - 11$

g. $42 / 6 = 23 - \square$

h. $27 - \square = 9 + 8$

3. Encuentra un número que al sustituir la letra se verifique la igualdad:

a. $x + 2 = 6$

b. $a - 2 = 8$

c. $3 + 4 = 2 + x$

d. $5 + x = 7$

e. $6 + 9 = x - 8$

f. $4 + x = 10 - 2$

4. Contesta si cada una de las siguientes igualdades son verdaderas (V) falsas (F) :

g. $7 + 12 = 19 - 3$

h. $5 + 9 = 14 + 2 - 2$

i. $16 = 7 + 9$

j. $4 + 7 = 9 + 2$

k. $8 = 16$

l. $20 = 20$

m. $5 + 9 = 21$

VALORACIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Valorizar un término algebraico o una expresión algebraica consiste en reemplazar las letras del término o expresión por sus respectivos valores numéricos.

Ejemplos:

- $Si\ a = -2$ y $b = 4$, el valor de la expresión $\mathrm{a} + \mathrm{b}$ es: $\mathrm{a} + \mathrm{b} = (-2) + (4) = 2$
- Si $\mathrm{a} = 2$ ¿a cuánto equivale la expresión $3\mathrm{a} - 1$?

  Sustituimos la letra a en la expresión por el número 2 y efectuamos las operaciones $3\mathrm{a} - 1 = 3(2) - 1 = 5$

  La expresión $3\mathrm{a} - 1$ equivale a 5 cuando a = 2.

- Si $x = 3$ y $y = 2$ ¿es posible escribir la igualdad $2x + 4 = 7y - 4$?

Sustituimos las letras a y b en la expresión por los números $x = 3, y = 2$ después efectuamos las operaciones:

$2x + 4 = 7y - 4$

$2(3) + 4 = 7(2) - 4$

$6 + 4 = 14 - 4$

10 = 10

EJERCICIO

5. Si $a = -1, b = 2$ y $c = 3$, determine el valor de las siguientes expresiones:

a. $2a - c + b$
b. abc
c. $ab - 2c$
d. $\frac{b}{a} + c$
e. $(a + c)b$
f. $a(b - c)$

ECUACIÓN

La ecuación es una igualdad compuesta por dos miembros que se verifica para un determinado valor de la variable o variables desconocidas llamadas incógnitas.

La ecuación de primer grado con una incógnita es aquella que tiene una o más variables iguales y el máximo exponente de dicha variable es uno.

Su modelo general es $\mathbf{ax + b = 0}$ con $\mathbf{a \neq 0}$.

La solución algebraica consiste en dejar a todos los términos que contiene la incógnita en un miembro y todos los términos constantes en el otro, mediante la aplicación de las propiedades de los números reales y de igualdad de la suma y la multiplicación (reflexiva, simétrica y transitiva).

EJERCICIO

6. Responder las siguientes preguntas:

¿Qué ocurre con una balanza en equilibrio si añadimos el mismo peso en ambos platos? ¿Seguirá en equilibrio?

¿Y si quitamos de ambos platos el mismo peso?

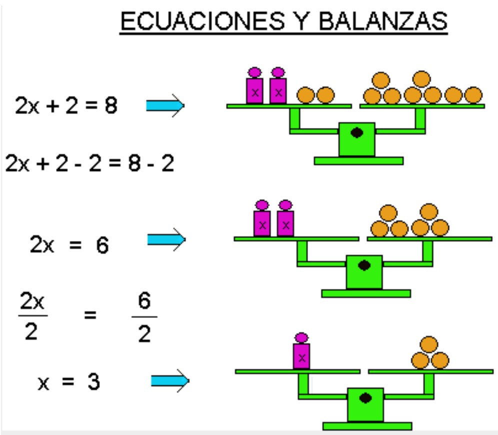
¿Y si duplicamos o triplicamos el peso de cada plato?

¿Y si, por último, reducimos a la mitad el peso de ambos platos?

Transformaciones que usamos para resolver ecuaciones de primer grado:

- Regla de la suma: Podemos sumar (o restar) a ambos miembros de una igualdad el mismo número y la igualdad sigue siendo cierta.
- Regla del producto: Podemos multiplicar (o dividir) ambos miembros de una igualdad por el mismo número (distinto de 0) y la igualdad sigue siendo cierta.

Seguidamente se muestra un ejemplo de cómo se puede solucionar una ecuación de primer grado:



Ejemplo: Resolver la ecuación, $\mathbf{2x - 2 + 3x = 4x + 3}$

$\mathbf{2x + 3x - 2 = 4x + 3}$ (Se agrupan términos semejantes por la propiedad conmutativa)

$\mathbf{5x - 2 = 4x + 3}$ (Se reducen términos semejantes)

$\mathbf{5x - 2 + 2 = 4x + 3 + 2}$ (Se suma el inverso aditivo de -2 a cada miembro de la igualdad)

$\mathbf{5x = 4x + 5}$ (Se reduce la igualdad aplicando las propiedades del elemento inverso y neutro aditivo)

$\mathbf{5x + (-4x) = 4x + 5 + (-4x)}$ (Se suma el inverso aditivo de 4x a cada miembro de la igualdad)

$\mathbf{x = 5}$ (Se reducen términos semejantes aplicando las propiedades del elemento inverso y neutro aditivo, y se obtiene la solución)

Se comprueba que la solución es correcta sustituyendo el valor obtenido en cada incógnita que aparece en la ecuación original obteniéndose la identidad de los miembros.

Comprobación:

$\mathbf{2(5) - 2 + 3(5) = 4(5) + 3}$ (Se sustituye el valor de la solución en las incógnitas de la ecuación)

$\mathbf{10 - 2 + 15 = 20 + 3}$ (Se realizan los productos correspondientes)

$\mathbf{23 = 23}$ (Se realizan las sumas en cada miembro y se cumple la identidad. Por lo tanto, la solución es correcta)

LENGUAJE SIMBOLICO

El álgebra, a objeto de simplificar los resultados relativos a números, de enunciar con brevedad las reglas y de generalizar los problemas, representa las cantidades por las letras del alfabeto, como signos más universales. En esta se usan las letras aisladamente y en combinación con números Lenguaje algebraico

Lenguaje verbal	Lenguaje algebraico
Un número cualquiera	x, y, z
El doble de un número	$2x$
Un número aumentado en cinco unidades	n + 5

Un número disminuido en siete unidades	n – 7
El triple de un número	3a
El siguiente a un número	a + 1
El doble de un número más 5 unidades	2a + 5

EJERCICIO

7. Complete la tabla con la expresión matemática correspondiente:

LENGUAJE COMÚN	**EXPRESIÓN ALGEBRAICA**
El triple de una cantidad	
La mitad de una cantidad se disminuye en seis.	
Al doble de una cantidad se le suman 4.	
Al triple de una cantidad se disminuye en dos.	
Al cuádruplo de una cantidad se aumenta en tres.	
El entero que precede a 15 se le suma el doble de una cantidad.	
El triple de un número más el doble de otro.	
La edad de una persona en quince años más.	
Si a tres veces la cantidad desconocida se suma ocho, resulta diez.	
El doble de un numero menos el cuádruple de otro número.	

Las expresiones algebraicas son modelos matemáticos que se obtienen a partir de la contextualización de un enunciado.

Ejemplo: "en una dependencia de gobierno hay x número de trabajadores en la planta baja, mientras que en el primer piso hay el doble de los que hay en la planta baja y en el segundo piso sólo la mitad de los que tiene el primero; de acuerdo con esto, representa la suma de los trabajadores que hay en la dependencia, por medio de una expresión algebraica".

En este caso, la incógnita ya se tiene especificada, ya que "x" representa el número de trabajadores en la planta baja. Separando al enunciado por cada nivel de piso que tiene la dependencia, se puede ir construyendo el modelo:

Planta baja ----- tiene x número de trabajadores.

1º piso --------- tiene el doble de la planta baja, es decir, $2x$

2º piso ---- tiene la mitad de los que tiene el primero; si el primero tiene $2x$ entonces la mitad es x

Como el enunciado pide la suma de los trabajadores, se tiene que:

P. Baja + 1º Piso + 2º piso es igual al modelo: $x + 2x + x$ que es el modelo general del enunciado.

8. Resuelva las siguientes situaciones

a. Si al doble de mi edad le quita el triple de la edad que tenía hace 40 años obtendrá mi edad actual. Calcule la edad del abuelo:

b. No recuerdo la clave, pero sé que al sumar la mitad del número clave más la cuarta parte del mismo, obtengo el año de mi nacimiento, 1986. Ayude a Luis a encontrar la clave:

c. Piense un número natural, súmele 7, multiplique por 2, reste 4, divida en dos, reste el número que pensó... Su resultado es 5. ¿Cómo pudo determinar el resultado?

9. Traduce al lenguaje verbal las expresiones de la siguiente tabla:

EXPRESIÓN ALGEBRAICA	**LENGUAJE VERBAL**
$x - 10$	
$2x + 5$	
$4(x + y)$	
$\frac{1}{5}x$	
$10 - x$	
$4x + x$	
$3x - 2y$	
$x - (x - 2)$	
$2(x - 2)$	
$\frac{x}{2}$	

10. Seleccione la respuesta correcta: Escriba aquí la ecuación.

Si a la mitad de un número se le suma 5, resulta 13. El número es:

a) 1 **b)** 16 **c)** 20 **d)** 30

Tamara leyó 21 revistas en 3 días. Cada día ella leyó 4 revistas más que el día anterior, ¿cuántas revistas leyó el tercer día?

a) 3 **b)** 7 **c)** 10 **d)** 11

Elvira tiene dos años más que Andrés. La suma de sus edades es 20, **¿qué edad tiene Elvira?**

a) 8 **b)** 9 **c)** 10 **d)** 11

Las edades de tres personas suman 90 años. La mayor tiene 4 años más que la segunda y ésta tiene 7 años más que la menor. **¿Qué edad tiene la segunda persona?**

a) 1 1 a ñ o s **b)** 1 8 a ñ o s **c)** 2 4 a ñ o s **d)** 3 1 a ñ o s

Un niño con \$174 compra 34 dulces, unos de \$3 y otros de \$7. **¿Cuántos dulces de \$7 compró?**

a) 14 **b)** 15 **c)** 16 **d)** 18

11. Formula o diseña un problema que se pueda resolver con la ecuación:

$x + 4 = 28$ - La edad de pablo aumentada en cuatro es igual a 18
- Un número más cuatro unidades equivale a 18.

$x + \frac{x}{5} = 18$ - María tiene un dinero ahorrado, su mama le regala una quinta parte de lo que María tenia ahorrado y con el total del dinero María se compra un vestido de 18 pesos. ¿Cuánto dinero tenia ahorrado María?

$y - \frac{y}{3} = 29$ - Mario perdió un tercio de sus vacas y le quedaron 29. ¿Cuántas vacas tenia Mario?

a. $x - 10y = 28$
b. $4y + 15x = 32.$
c. $\frac{(d-4)}{2} = 5$

12. Plantea una ecuación para cada problema

- Fabián regala 8 gatos y se queda con la mitad. ¿Cuántos gatos tenía Fabián?

x Es el número de gatos

$x - 8$ (Regala 8 gatos)

$\frac{x}{2}$ (La mitad de gatos que tenía)

$plantemiento\ del\ problema$: $x - 8 = \frac{x}{2}$

a. Tengo $\frac{2}{3}$ de lo que vale un computador. ¿Cuánto vale el ordenador si me faltan sólo 200000 pesos para comprarlo?

b. Determinar un número que sumado con su mitad y su tercera parte de 55.

c. Un pastor vende $\frac{5}{7}$ de las ovejas que tiene. Después compra 60 y así tendrá el doble de las que tenía antes de la venta. ¿Cuántas ovejas tenía en un principio?

5 CAPÍTULO V

5.1 CONCLUSIONES

La aplicación del test a los estudiantes del grado octavo, noveno y décimo se lograron identificar dificultades en la comprensión y uso del lenguaje simbólico a la hora de formular y resolver problemas en Instituciones de básica secundaria y media; las cuales clasificaron en tres grupos:

Con respecto a las dificultades asociadas a la interpretación de la variable encontradas estas correspondían a cuatro de los seis tipos de interpretación de la variable propuesta por Küchemann (1978), los tipos de interpretación de la variable encontrados son: interpretación como letra evaluada, interpretación como letra ignorada, interpretación de la letra como objeto matemático, interpretación de la letra como incógnita especifica.

Dificultades asociadas a la interpretación del signo igual en la cual se tomó la clasificación propuesta por Molina (2006) y Molina et al. (2009) mencionadas en el artículo de Burgell García & Ochoviet Filgueiras, (2015), con respecto a las dificultades encontradas estas correspondían a seis de las once que se detallan en artículo Burgell García & Ochoviet Filgueiras, (2015), las clases de interpretación del signo igual como: propuesta de actividad, expresión de una acción, separador, operador (u operacional), Expresión de una relación funcional o dependencia, aproximación.

Dificultades asociadas a la interpretación y comunicación del lenguaje simbólico de la cual se evidencio que los estudiantes tienen mayor dificultad de traducir del simbólico al lenguaje común que cuando se enfrentan a problemas donde tienen que traducir del lenguaje común al lenguaje simbólico.

Se logró diseñar y proponer algunas pautas o lineamientos didácticos que permitan a los estudiantes superar las dificultades asociadas a la interpretación de la variable, dificultades asociadas a la interpretación del signo igual, dificultades asociadas a la interpretación y comunicación del lenguaje simbólico.

6 BIBLIOGRAFÍA

Burgell García, F., & Ochoviet Filgueiras, T. C. (2015). *Enseñanza de las Ciencias*. Obtenido de http://dx.doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1561

Cardona Márquez, M. A. (2007). *Desarrollando el pensamiento algebraico en alumnos de octavo grado del CIIE a través de la resolución de problemas.* Tegucigalpa: Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán .

D'Amore, B. (2004). Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución. Barcelona, España.

Duval, R. (1999). Semiosis y Pensamiento Humano. (©. U. Valle, Ed., & M. V. Restrepo, Trad.) Santiago de Cali: © Peter Lang S.A. Editions scientifiques .

Galvis Panqueva, Á. H. (1992). *Teorías de aprendizaje como sustento al diseño de ambientes de enseñanza-aprendizaje.* Obtenido de http://cmap.upb.edu.co/rid=1204129147562_1776671039_15518/Teor%C3%ADas%20de%20aprendizaje%20como%20sustento%20al%20dise%C3%B1o%20y%20evaluaci%C3%B3n%20de%20ambientes

Godino , J. D., & Font , V. (2003). *Razonamiento Algebraico y su Didáctica para Maestros*. Obtenido de http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/

González Trujillo , E. S. (2012). *Del Lenguaje natural al Lenguaje algebraico. El significado de la variable. una propuesta didactica basada en el planteamiento y resolución de problemas.* Obtenido de http://www.bdigital.unal.edu.co/: http://www.bdigital.unal.edu.co/8062/1/erikasofiagonzaleztrujillo.2012.pdf

Küchemann, D. (1981). *Algebra. En: Children's understanding of mathematics.* Londres: Hart. K. (Ed.).

Lopez Molina, J. C. (QUETZALTENANGO). *Aprendizaje significativo y resolución de problemas de ecuaciones de primer grado.* Quetzaltenango-Chile: Universidad Rafael Landívar .

Ministerio de Educación Nacional . (1998). Lineamientos curriculares: matemáticas. Bogotá .

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y ciudadanas* . Bogotá: ministerio de educacion.

Morin, E. (2000). *Mayéutica Educativa.* Obtenido de http://mayeuticaeducativa.idoneos.com/363703/

Múnera Córdoba , J. J. (s.f.). *Universidad Pontificia Bolivariana.* Obtenido de http://cmap.upb.edu.co/servlet/SBReadResourceServlet?rid=1161187084265_1975003699_19129: http://cmap.upb.edu.co/servlet/SBReadResourceServlet?rid=1161187084265_1975003699_19129

Polya, G. (1989). *Fases para resolver un problema.* Obtenido de https://www.ecured.cu/Resoluci%C3%B3n_de_Problemas_Matem%C3%A1ticos

Quintero García , E. (2014). *Dificultades que identifican los estudiantes a través de la metecognición en aprendizaje de las matemáticas en educación secundaria.* Obtenido de http://repositorio.autonoma.edu.co/jspui/bitstream/11182/863/1/tesis%20pdf.pdf

Quintero García , E. A. (2014). Dificultades que identifican los estudiantes a través de la metacognición en el aprendizaje de las matemáticas en educación secundaria . Manizales : Univesidad Autonoma de Manizales.

Ramírez Sánchez , L. (2015). *Propuesta metodológica para manejar el lenguaje simbólico en la interpretación de situaciones problemáticas en los estudiantes de tercero de primaria la compañía de Maria “ LA ENSEÑANZA” de Medellín.* Medellín : Universidad Nacional de Colombia .

Riviére, A. (1990). Obtenido de http://www.cucs.udg.mx/avisos/Martha_Pacheco/Software%20e%20hipertexto/Antologia_Electronica_pa121/Palacios-cap9.PDF

Socas Robayna, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticasen la educación secundaria. Barcelona: ICE / Horsori.

7 ANEXOS

Comentado [J1]: Poner la prueba no en formato imagen…. En formato Word… y ojo con los logos de la universidad nacional.

PRUEBA DIAGNOSTICA

NOMBRE: ______________________________ GRADO: _______ FECHA: ____________

Objetivo: Indagar sobre el estado de los conocimientos, procesos, habilidades, competencias que ponen de manifiesto los estudiantes al enfrentarse a problemas en el contexto de las ecuaciones lineales.

A continuación encontraras una serie de problemas que permitirán identificar fortalezas y debilidades en conocimientos para el desarrollo operaciones básicas, solución y planteamiento de problemas con ecuaciones lineales.

1. Si a=2 y b=-3, cual es el valor numérico de las expresiones:

   a. $3a + 2$

   b. $5 - 8b$

   c. $\frac{2a+4}{5}$

   d. $3a + 6b - 7$

2. Relacione las situaciones presentadas con las ecuaciones del frente que posiblemente las solucionan.

Un número aumentado en dos equivale a ocho.	$n - 5 = 30$
La suma de edades de David y Nicolás es 60, si David tiene 18 años, ¿Qué edad tiene Nicolás?	$n + 2 = 8$
Veintisiete aumentado en un número equivale a ciento cinco.	$n - 18 = 6$
Mario pierde cinco canicas y queda con 30 canicas, ¿Cuantas canicas tenia Mario?	$27 + n = 105$

3. Completar la siguiente tabla.

Ecuación	Primer miembro	Segundo miembro	Incógnita
$x + 2 = 9$			
$8 = c - 6$			
$3a = 0$			
$4y + 2 = 8y$			

4. Calcular la altura (h) del rectángulo, si el área es igual a $24cm^2$.

$8cm$

$A = 24cm^2$ $h = ?$

5. Si se sabe qué m representa la edad de María, formula o diseña un problema que se pueda resolver con la ecuación:

   a. $m + 16 = 28$
   b. $2m - 12 = 6.$
   c. $\frac{(m-1)}{2} = 5$

PRUEBA DIAGNOSTICA

NOMBRE: ______________________________ GRADO: _______ FECHA: ____________

6. Determine si cada proposición es falsa o verdadera y Justifique su decisión.

a. La ecuación $5 + y = 10$ tiene infinitas soluciones.

b. $x = 2$ es la solución de la ecuación
$4x - 2 = 6$.

7. Resuelve la siguiente situación planteada.

a. Camilo gasto $\frac{1}{5}$ de sus ahorros en una camisa, $\frac{1}{4}$ en un par de zapatos y $\frac{3}{8}$ en un saco. Si en total tenía $\$1000000$.

- ¿Cuánto dinero empleo en la compra de cada uno de los artículos?

- ¿Cuánto dinero le quedo después de la compra?

8. Completa el cuadro mágico de modo que al multiplicar los números de cada fila, columna y diagonal, resulte un mismo número.

16		-4
	-2	
-1		$0{,}25$