

*Predicción de las matrices de transición usadas
en la evaluación de la rentabilidad de un
producto financiero hipotecario*

SEBASTIÁN MORENO RODRÍGUEZ
ESTADÍSTICO



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA
BOGOTÁ, D.C.
NOVIEMBRE DE 2017

*Predicción de las matrices de transición usadas
en la evaluación de la rentabilidad de un
producto financiero hipotecario*

SEBASTIÁN MORENO RODRÍGUEZ
ESTADÍSTICO

TESIS PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL PARA OPTAR AL
TÍTULO DE
MAGISTER EN ESTADÍSTICA

DIRECTOR
CARLOS EDUARDO ALONSO MALAVER, PH.D.
DOCTOR EN ESTADÍSTICA



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA
BOGOTÁ, D.C.
NOVIEMBRE DE 2017

Título en Español

Predicción de las matrices de transición usadas en la evaluación de la rentabilidad de un producto financiero hipotecario.

Title in English

Prediction of the transition matrices used in the evaluation of the profitability of a mortgage financial product.

Resumen: Una actividad recurrente y obligatoria, dentro de los procesos que se llevan a cabo en una entidad financiera, es el análisis y evaluación de los productos ofertados, cuyos procesos se enfocan en la medición de la utilidad y la rentabilidad generadas. Si bien existen dentro de las finanzas variadas herramientas e indicadores para valorar rentabilidad, es necesario incluir un factor del riesgo inherente a la actividad bancaria y a la labor de la entidad como intermediario del sistema financiero. Es allí en donde tiene relevancia las matrices de transición, como un componente del efecto que tienen los movimientos aleatorios en las dinámicas del mercado en los clientes. Es en esta área que se plantea el presente estudio, con el cual se busca analizar y modelar matrices de transición de un crédito hipotecario, a partir de series de tiempo para datos composicionales. En esta investigación se plantea utilizar una nueva transformación (de acuerdo a la bibliografía explorada) y las transformaciones isometric log ratio (ilr) e hyperspherical para llevar los datos observados a \mathbb{R}^D . La nueva propuesta resulta útil para el manejo de composiciones con una cantidad considerable de ceros.

Abstract: In financial corporations, the analysis and evaluation of the products offered are daily activities. Although those processes are focused on the measurement of the generated profit, it is necessary to evaluate risk factors inherent to the financial activity. At this point, we propose the analysis of the number of clients in banking default (in a mortgage loan) through transition matrices, analysis that is carry on in two steps, in the first step we transform the data and using the transformed data we fit a vectorial autoregressive model. Three transformations are used to transform data, following compositional data analysis, the premier is a new transformation (not explored according to the review), the second one is the isometric log rate (ilr) and the last one is the hyperspherical transformation. This proposed methodology may be used to handle compositions with zeros.

Palabras clave: Matrices de transición, Datos composicionales, Series de tiempo composicionales, Créditos hipotecarios, Riesgo de Crédito, Probabilidad de Incumplimiento, Cadenas de Markov, isometric log ratio (ilr), hyperspherical, weighted clr (wclr), modelos VAR.

Keywords: Transition matrix, Compositional data, Compositional time series, Mortgage credits, Credit Risk, Probability of Default, Markov Chains, isometric log ratio (ilr), hyperspherical, weighted clr (wclr), VAR models.

Nota de aceptación

Trabajo de tesis

“Mención ”

Jurado

Jurado

Jurado

Director
Carlos Eduardo Alonso Malaver

Bogotá, D.C., Noviembre 30 de 2017

Dedicado a

Mí padre Jairo Moreno, por quererme de manera incondicional y siempre creer en mí, aun cuando ni siquiera yo creía.

Mí madre Gladys Rodríguez, por su amor infinito y desinteresado.

Mis hermanos Kike, Cami y Juanito, por ser un ejemplo para seguir y unos maestros de la vida.

Mí Abuelita Ofelia, por quererme como a un hijo y malcriarme como a un nieto.

Estefa, por su amor constante y sus palabras de aliento siempre oportunas.

Gracias por ser las partes de mi composición, la suma de ustedes me da unidad.

Agradecimientos

El desarrollo de esta tesis no hubiera sido posible sin la ayuda de personas e instituciones a las que quisiera agradecer:

A mi director, el profesor Carlos Eduardo Alonso Malaver, por toda su colaboración y orientación

A la gloriosa Universidad Nacional de Colombia y a quienes día a día hacen posible su existencia. Eterno amor y orgullo por la Nacho, que este sea el primero de muchos sesquicentenarios.

A la entidad financiera que me permitió hacer uso de la información referente a las matrices de transición.

A Estefanía por su colaboración en la revisión de la redacción y su constante apoyo en toda la realización de este proyecto

Índice general

Índice general	I
Índice de tablas	III
Índice de figuras	V
Introducción	VI
1. Marco teórico	1
1.1. Cadenas Markov	1
1.1.1. Matrices de transición	2
1.2. Datos composicionales	3
1.2.1. Principios del análisis composicional	5
1.2.2. Transformaciones para datos composicionales	5
1.3. Procesos de vectores autoregresivos (VAR)	7
1.3.1. Presentación de los modelos VAR	7
1.3.2. Estimación de un proceso VAR	8
1.3.3. Pronóstico	9
1.3.4. Comprobación de la idoneidad del modelo	10
1.3.4.1. Prueba de Portmanteau para las correlaciones de los residuales	10
1.3.4.2. Prueba de normalidad multivariada Jarque-Bera	11
2. Propuesta metodológica con datos composicionales	12
2.1. Metodología	12
2.2. Matrices de transición para créditos hipotecarios NOVIS en pesos	13
2.3. Transformación propuesta: media geométrica ponderada	14
2.3.1. Generalización de la transformación planteada	17

3. Resultados	20
3.1. Datos Transformados	20
3.2. Ajuste de modelos VAR	22
3.2.1. Orden del modelo	22
3.2.2. Estimación de parámetros de los modelos	23
3.2.3. Análisis de bondad de ajuste	24
3.2.4. Pronóstico	27
4. Conclusiones	29
5. Trabajo futuro	30
A. Apéndice A: Gráficos de las transiciones para los datos transformados	31
B. Apéndice B: Parámetros estimados modelos VAR	33
B.1. Transformación Isometric log-ratio	33
B.2. Transformación hyperspherical	40
B.3. Transformación propuesta wclr	47
C. Apéndice C: Funciones en R	55
C.1. Funciones en R para la transformación Hyperspherical	55
C.2. Funciones en R para la transformación Wclr	56

Indice de tablas

2.1. Ejemplo de matriz de transición para crédito hipotecario NOVIS en pesos. . .	13
3.1. Orden Criterios de información isometric log-ratio.	22
3.2. Orden Criterios de información hyperspherical.	22
3.3. Orden Criterios de información wclr.	23
3.4. P-valores Jarque-Bera transformación isometric log-ratio.	25
3.5. P-valores Jarque-Bera transformación hyperspherical.	25
3.6. P-valores Jarque-Bera transformación wclr.	25
3.7. P-valores Portmanteau isometric log-ratio.	26
3.8. P-valores Portmanteau hyperspherical.	26
3.9. P-valores Portmanteau wclr.	26
3.10. MSE de pronóstico isometric log-ratio.	27
3.11. MSE de pronóstico hyperspherical.	28
3.12. MSE de pronóstico wclr.	28
B.1. Estimaciones Fila 1 transformación ilr.	33
B.2. Estimaciones Fila 2 transformación ilr.	34
B.3. Estimaciones Fila 3 transformación ilr.	34
B.4. Estimaciones Fila 4 transformación ilr.	35
B.5. Estimaciones Fila 5 transformación ilr.	36
B.6. Estimaciones Fila 6 transformación ilr.	36
B.7. Estimaciones Fila 7 transformación ilr.	37
B.8. Estimaciones Fila 8 transformación ilr.	38
B.9. Estimaciones Fila 9 transformación ilr.	39
B.10. Estimaciones Fila 1 transformación hyperspherical.	40
B.11. Estimaciones Fila 2 transformación hyperspherical.	40

B.12.Estimaciones Fila 3 transformación hyperspherical.	40
B.13.Estimaciones Fila 4 transformación hyperspherical.	41
B.14.Estimaciones Fila 5 transformación hyperspherical.	42
B.15.Estimaciones Fila 6 transformación hyperspherical.	43
B.16.Estimaciones Fila 7 transformación hyperspherical.	44
B.17.Estimaciones Fila 8 transformación hyperspherical.	45
B.18.Estimaciones Fila 9 transformación hyperspherical.	46
B.19.Estimaciones Fila 1 transformación wcr.	47
B.20.Estimaciones Fila 2 transformación wcr.	47
B.21.Estimaciones Fila 3 transformación wcr.	48
B.22.Estimaciones Fila 4 transformación wcr.	49
B.23.Estimaciones Fila 5 transformación wcr.	50
B.24.Estimaciones Fila 6 transformación wcr.	51
B.25.Estimaciones Fila 7 transformación wcr.	52
B.26.Estimaciones Fila 8 transformación wcr.	53
B.27.Estimaciones Fila 9 transformación wcr.	54

Índice de figuras

3.1. Transiciones desde la cuota 3 transformación isometric log-ratio.	20
3.2. Transiciones desde la cuota 3 transformación hyperspherical.	21
3.3. Transiciones desde la cuota 3 transformación wclr.	21
A.1. Transiciones Isometric log-ratio.	31
A.2. Transiciones hyperspherical.	32
A.3. Transiciones wclr.	32

Introducción

De forma sencilla la actividad-objeto principal de una entidad financiera se puede resumir como “la constitución-creación de portafolios de productos financieros que ofrezcan rendimientos mayores a la pérdida de valor del dinero (inflación), buscando minimizar los riesgos (volatilidad)”. Dado el propósito anterior, se hacen necesarias evaluaciones de la rentabilidad de los productos del activo tales como: libranzas, préstamos hipotecarios, y créditos de libre inversión. Las evaluaciones, son en principio actividades financieras en las que se construyen los estados de pérdida y ganancia (PyG) para un horizonte de tiempo determinado. Como se menciona en Weygandt et al. (2005), el análisis de los PyG consiste en separar todos los rubros que involucran costos, de aquellos relacionados con ingresos, y calcular una utilidad neta con consideraciones adicionales, tales como descontar los flujos de acuerdo a la inflación para traerlos a valor presente. Este ejercicio, aunque consecuente con la teoría financiera, estaría incompleto si no se tiene en cuenta un factor adicional que afecta el flujo de ingresos de un producto activo y que esta estrictamente relacionado con los riesgos propios del quehacer de una entidad financiera.

Teniendo en cuenta que una fuente importante de ingresos en el ejercicio financiero son los abonos a capital y los intereses pagados por los deudores, las matrices que representan las transiciones entre los estados de pago de los créditos, surgen como una herramienta de medición del riesgo y la afectación de los ingresos percibidos.

En la actualidad, la forma en que las entidades financieras construyen sus matrices de transición para un activo específico, inicia con búsquedas y cruces en bases de datos que permiten extraer las obligaciones vigentes y particularmente los estados de mora. Con la información anterior se calculan las probabilidades de transición de un estado de mora a otro aplicando la regla de Laplace. De manera que para un mes t se tiene:

$$p_{ij}^{(t)} = \frac{n_{ij}^{(t)}}{n_i^{(t-1)}}$$

Donde $p_{ij}^{(t)}$ representa la probabilidad de transición del estado de mora i al estado j y corresponde a la entrada ij de la matriz en el mes t , adicionalmente $n_{ij}^{(t)}$ es el saldo de obligaciones que pasaron de i cuotas en mora a j cuotas en mora del mes $t - 1$ al mes t y $n_i^{(t-1)}$ es el saldo total de los créditos con i cuotas en mora en el mes $t - 1$.

Dada la construcción anterior, las filas de la matriz suman uno, dicha restricción que debe tenerse en cuenta en el tratamiento estadístico que se haga a las matrices.

Calculadas las probabilidades de transición para un conjunto de meses, las entradas de la matriz de transición final para el mes t , se obtienen como un promedio de las probabilidades de transición de los seis meses anteriores, de acuerdo con la siguiente ecuación.

$$p_{ij}(t) = \frac{1}{6} \sum_{q=0}^5 p_{ij}^{(t-q)} \quad (1)$$

En este sentido, el cálculo del promedio busca que la matriz contenga, no solamente una “fotografía” de un corte mensual específico; sino también información del comportamiento histórico y de la tendencia de la cartera del producto activo en una ventana de tiempo de seis meses, rango que es arbitrario y que puede variar de una entidad financiera a otra.

Una vez construidas las matrices para un mes t a partir de la ecuación (1), sus entradas brindan un panorama general de la posibilidad que tiene la cartera de una entidad financiera para mejorar, empeorar o permanecer en el mismo estado, lo cual puede ocurrir en los siguientes eventos, a saber:

- Probabilidades p_{ij} con $i < j$ representan la probabilidad que tienen los clientes de pasar de un estado de mora inferior a uno superior, es decir la cartera se deteriora.
- En el caso p_{ij} , con $i > j$ se transita de un tiempo de mora superior a uno inferior, es decir oportunidad de recuperación de cartera.
- Finalmente p_{ij} , para $i = j$, es la probabilidad de mantenerse en un mismo estado de mora, particularmente cuando $i = j = 0$, se refiere a cuando los clientes se mantienen al día en la obligación crediticia, un evento que es de bastante interés para la entidad financiera.

La anterior diferenciación genera que la matriz de transición, se divida en tres regiones claramente marcadas: i)recuperación (**R**); ii)deterioro (**D**) y; iii) mantenimiento (**M**), tal como se muestra en el siguiente arreglo:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{D} & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 \\ \mathbf{R} & \mathbf{M} & \mathbf{D} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \cdots & \mathbf{D} \\ \mathbf{R} & \mathbf{R} & \cdots & \cdots & \cdots & \mathbf{R} & \mathbf{M} \end{pmatrix}$$

La presencia de valores 0 en la matriz, hace referencia a la imposibilidad de que la cartera decaiga en más de un estado, debido a que con observaciones de corte mensual, no es admisible que un cliente incumpla dos cuotas o más en un mismo mes.

A partir de lo expuesto anteriormente, resulta pertinente la búsqueda de metodologías que permitan analizar y pronosticar las matrices de transición. Lo anterior,

permitiría obtener matrices proyectadas que evidencien la capacidad de pago futura de los clientes, en correspondencia con los movimientos que pueda tener la situación económica de Colombia, como insumo para la toma de decisiones por parte de la entidad financiera.

La idea central en éste trabajo es construir una metodología estadística para el análisis de las matrices de transición e introducir una forma de generar pronósticos de las mismas, un enfoque que no ha sido estudiado a profundidad. No obstante, son varias las investigaciones que tienen como objeto las mencionadas matrices en contextos financieros. A continuación se reseñan algunos de éstos trabajos.

Uno de los trabajos pioneros en la medición de riesgo financiero, data de mediados de 1990 cuando la empresa financiera estadounidense, JP Morgan, diseñó una metodología denominada *Credimetrics* [Gupton et al. (1997)], en la cual se establecen procedimientos para el manejo del riesgo de crédito, teniendo como base las transiciones entre las calificaciones de crédito de diferentes entidades financieras en los Estados Unidos.

En el caso particular de Colombia, el uso de matrices de transición en problemas de tipo financiero es reciente, tal como se evidencia en la revisión presentada en Támara-Ayús et al. (2012), de cuyos hallazgos, de mayor relevancia para éste estudio, se presentan a continuación:

- Se destacan aproximaciones que se concentran en probar la validez del supuesto de que las matrices de transición para la clasificación de crédito son markovianas, es decir, que el estado del proceso en el tiempo $n+1$ solo depende del estado en el tiempo inmediatamente anterior ($P(X_{n+1} = x_{n+1} | X_n = x_n, \dots, X_1 = x_1) = P(X_{n+1} = x_{n+1} | X_n = x_n)$). En Gómez-Gonzalez et al. (2007) y Gómez-Gonzalez et al. (2009) se concluye que el supuesto anterior no se cumple por tres razones: la primera es que entre más tiempo se tenga en una categoría particular, menos probable es pasar a otra; la segunda, hace referencia a la influencia de los ciclos económicos; la tercera finalmente, establece que las probabilidades de migración pueden depender de las características individuales de los deudores.
- Otra aproximación, es presentada en Gómez-Gonzalez & Orozco (2009), en dicha investigación se utilizan modelos de sobrevivencia para estimar las probabilidades de transición entre los estados de la salud financiera de los bancos en Colombia. Como resultado de lo anterior, en el documento se desarrolla un modelo que puede alertar de manera anticipada sobre el riesgo de quiebra de una entidad financiera.
- En el mismo artículo de Támara-Ayús et al. (2012), se utilizan matrices de transición entre las distintas calificaciones de riesgo de crédito, pero en esta oportunidad se abordan las calificaciones para las personas y no para las entidades, como era la tendencia de los estudios anteriores, lo cual permite hacer una evaluación del estado de los clientes financieros en Colombia.

Dado lo anterior, se puede colegir que las investigaciones en el país que hacen uso de matrices de transición, se refieren a la transición entre calificaciones de riesgo de clientes o entidades. No obstante, ningún estudio hace alusión a las transiciones que se presentan entre las cuotas de los créditos y no se ha abordado la idea de hacer un pronóstico, que es uno de los propósitos de esta investigación.

El análisis realizado se centra en créditos hipotecarios, teniendo en cuenta que dichos productos financieros resultan interesantes debido a sus largos ciclos de vida y a que incluyen ajustes por indicadores financieros y macroeconómicos que evitan la pérdida de valor a lo largo del tiempo. Adicionalmente éstos productos son derivados de bien hedónico, de igual manera que lo es la vivienda.

Unido a lo anterior es relevante para ésta investigación hacer mención de una distinción que existen en materia de créditos hipotecarios:

- Créditos para viviendas que son de interés social (VIS) y créditos para viviendas que no son de interés social (NOVIS)

Los criterios para determinar cuando una vivienda es VIS, son; un ingreso inferior a 4 salarios mínimos mensuales legales vigentes (SMMLV) del solicitante y un valor del inmueble inferior a 135 SMMLV.

Dadas éstas características, la investigación se enfoca en créditos con cuota fija en pesos y vivienda tipo NOVIS, puesto que el esquema de subsidios que ofrece el gobierno para compra de viviendas de interés social puede enmascarar la verdadera capacidad de pago del deudor.

Una vez delimitado el problema de investigación, se tiene que el objetivo de la presente investigación es desarrollar una metodología que permita el pronóstico de las matrices de transición de una manera más eficiente en comparación con las aproximaciones teóricas y prácticas realizadas anteriormente. De acuerdo al estado del arte en términos de los pronósticos de las matrices de transición se ubica en la propiedad de Markov, y en el uso de la misma, que implica partir de un estado inicial, para luego efectuar multiplicaciones sucesivas de las matrices según la cantidad de pasos adelante que se quieran pronosticar.

La metodología anteriormente mencionada es ampliamente utilizada en aplicaciones a la ecología como en Balzter (2000), estudio en el que las matrices representan las transiciones entre especies de plantas en un bosque de Giessen (Alemania) y en el jardín botánico de Zagreb (Croacia). De otro lado, en Logofet & Lesnaya (2000) se miden las transiciones entre diferentes tipologías de bosque en una área silvestre de Rusia.

Otras aplicaciones aparecen en economía. En Quah (1993), se registran probabilidades de que un conjunto de países, transite entre estados definidos como fracciones del ingreso per cápita relativos al promedio mundial. El estado número uno agrupa a países con menos de un cuarto del promedio mundial del ingreso per cápita; el estado número dos a aquellos que devengan entre un cuarto y un medio; siguiendo de manera sucesiva hasta los estados cuatro y cinco en los cuales se ubican los países que alcanzan el promedio mundial y lo superan.

Expuesto lo anterior, se observa que el pronóstico de las matrices de transición desde una perspectiva de serie temporal aun no ha sido abordado, principalmente, porque como se mencionó con anterioridad, las filas de las matrices deben sumar uno, característica que puede generar problemas de dependencia lineal. El camino que se propone en el

presente estudio es el uso de una metodología análoga a la propuesta por John Aitchison en Aitchison (1982) para el análisis de datos composicionales. En Pawlowsky-Glahn & Buccianti (2011) se definen las composiciones como datos en los cuales los elementos son no negativos y suman a una constante, la mencionada restricción, requiere un tratamiento estadístico especial para mantener intacta la estructura geométrica de los datos, la utilización de dichos datos permite evitar los problemas de dependencia lineal y además mantiene los pronósticos sujetos a las mismas condiciones impuestas en los datos de entrada.

La propuesta de éste trabajo es utilizar tres diferentes transformaciones de datos composicionales, dos provenientes de la literatura y una transformación nueva, para continuar haciendo uso de modelos de series de tiempo con el objetivo de generar pronósticos.

En el área de análisis en el tiempo de datos composicionales, Mills (2009), analiza el problema de pronosticar el porcentaje de hombres y mujeres Ingleses que caen en varios rangos del índice de masa corporal (BMI por sus siglas en ingles), utilizando la transformación **alr** (*additive log ratio transformation*), para mantener la estructura composicional y luego ajusta un modelo lineal en el tiempo. Variando la forma de aproximarse al problema de pronóstico de composiciones, en Mills (2010) se propuso modelar los datos transformados por la *alr*, como un *vector auto regresivo*(**VAR**) y se ejemplificó con datos de la participación por tipología de gasto en el Reino Unido.

A partir de la revision realizada se propone: i) transformar los datos, donde lo innovador es una nueva transformación para datos composicionales; ii) sobre los datos transformados ajustar modelos **VAR** utilizando como variable auxiliar los residuales del modelo de descomposición clásica para la tasa de desempleo. Lo anterior teniendo en cuenta que los cambios en el estado de la economía, afectan la capacidad de pago de los deudores. iii) Posteriormente, a partir de los modelos ajustados, se generaran pronósticos a los cuales se les aplicarán transformaciones inversas, con la finalidad de devolverlos a la escala original de las matrices y finalmente comparar las matrices pronosticadas para determinar cuál es la mejor opción de transformación.

Posterior a ésta introducción, éste trabajo se presenta en cuatro partes: En el capítulo primero se presenta el marco teórico, en donde se relacionan los conceptos estadísticos que permitieron la construcción de la metodología y la discusión presentada, allí se abarcan: cadenas de Markov, matrices de transición, datos composicionales y transformaciones halladas en la revisión literaria, modelos *VAR* y las pruebas de bondad de ajuste correspondientes; En el capítulo segundo se plantea la metodología desarrollada, presentando los datos utilizados, adicionalmente se presenta la transformación de datos composicionales propuesta; en el capítulo tercero se presentan resultados de los modelos ajustados para cada una de las filas de las matrices en las tres transformaciones, se presentan las pruebas de ajuste sobre los residuales de los modelos, así como mediciones de la efectividad del pronóstico; por último, se presentan las conclusiones obtenidas de todo el ejercicio.

Es importante aclarar que las matrices de transición utilizadas en esta investigación corresponden a datos reales de créditos de vivienda NOVIS en pesos de una entidad financiera colombiana, que accedió al uso de la información, pero no de su nombre o marca.

CAPÍTULO 1

Marco teórico

El contenido de ésta sección tiene como propósito presentar los elementos básicos que permiten un mejor entendimiento del trabajo presentado, en especial la metodología, i.e. no es una revisión exhaustiva de cada ítem.

1.1. Cadenas Markov

En principio las matrices de transición entre estados de pago de créditos son entendidas como cadenas de Markov, por ésta razón es importante definir dicho concepto, teniendo en cuenta en primera medida que las aludidas cadenas son un caso particular de un proceso estocástico, se presenta previamente la definición del anterior concepto de acuerdo a Behrends (2000).

Definición 1.1. *Sea T un subconjunto de $[0, \infty)$. Una familia de variables aleatorias $\{X_t\}_{t \in T}$ se llama **proceso estocástico**. Cuando $T = \mathbb{N}$ (o $T = \mathbb{N}_0 := \mathbb{N} \cup \{0\}$), $\{X_t\}_{t \in T}$ se denomina un proceso en tiempo discreto y cuando $T = [0, \infty)$, se le llama proceso en tiempo continuo.*

Uno de los procesos estocásticos más conocidos son las caminatas aleatorias definidas como:

Definición 1.2. *A un proceso estocástico $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}_0}$ se le llama caminata aleatoria simple si:*

1. $X_0 = 0$
2. El incremento $X_{n+1} - X_n$ es independiente de (X_0, X_1, \dots, X_n) para todo $n \in \mathbb{N}_0$
3. El incremento $X_{n+1} - X_n$ tiene la siguiente distribución:

$$P(X_{n+1} - X_n = 1) = P(X_{n+1} - X_n = -1) = \frac{1}{2}$$

Basado en la anterior definición Behrends (2000) describe el *proceso de Markov* como una caminata aleatoria, definida en un espacio de estados S , que se encuentra en estado $i \in S$ después de k pasos y las reglas para determinar la siguiente posición solo depende de k e i , más no de las posiciones antes de k , es decir, no se necesita de memoria para determinar el siguiente paso.

Definición 1.3. Sea $X = \{X_0, X_1, \dots\}$ un proceso estocástico con valores en S . X se llama proceso de Markov, si para cada $k, i_0, i_1, \dots, i_{k-1}, i, j$ se tiene:

$$P(X_{k+1} = j \mid X_k = i, X_{k-1} = i_{k-1}, \dots, X_1 = i_1, X_0 = i_0) = P(X_{k+1} = j \mid X_k = i) = p_{ij}^k$$

Adicionalmente, si p_{ij}^k no depende de k se hablará de un proceso de Markov homogéneo.

Definición 1.4. Una cadena de Markov finita consiste en

- Un espacio de estados no vacío finito S . Los elementos de S se llaman estados, correspondiendo a las posibles posiciones de nuestra “caminata aleatoria”; usualmente se identificara S con un conjunto $\{1, 2, \dots, N\}$.
- Un vector probabilístico, es decir, números $(p_i)_{i \in S}$ con $p_i \geq 0$ para todo i y $\sum p_i = 1$. Estos números determinan el generador aleatorio para la posición de arranque, con probabilidad p_i la caminata arranca en la posición i .
- Una matriz estocástica $P = (p_{ij})_{i,j \in S}$ donde los p_{ij} son no negativos y $\sum_j p_{ij} = 1$, para cada i . La matriz P no es otra cosa que una abreviación conveniente de los generadores aleatorios asociados a los estados, así una caminata que está ahora en i estará en j en el siguiente paso con probabilidad p_{ij} .

1.1.1. Matrices de transición

Dado un proceso estocástico $\mathbf{W} := \{W_t : t \in T\}$, en el que fijo $t \in T$, el objeto aleatorio W_t toma valores en el conjunto de estados $S = \{0, 1, 2, \dots, N\}$, con $N \in \mathbb{Z}^+$, la matriz de transición asociada al proceso \mathbf{W} , es una matriz en la que se registran las probabilidades de transición, p_{ij}^t , entre los diferentes estados. Esto es, si $p_{ij}^t := P(W_t = j \mid W_{t-1} = i)$ con $i, j = 0, 1, \dots, N$, la matriz de transición asociada a \mathbf{W} es:

$$P(t) = \begin{pmatrix} p_{00}^t & p_{01}^t & p_{02}^t & \cdots & p_{0N}^t \\ p_{10}^t & p_{11}^t & p_{12}^t & \cdots & p_{1N}^t \\ p_{20}^t & p_{21}^t & p_{22}^t & \cdots & p_{2N}^t \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ p_{N0}^t & p_{N1}^t & p_{N2}^t & \cdots & p_{NN}^t \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

En el caso en que las probabilidades registradas en la matriz $P(t)$ se asocian a una cadena de Markov, estas caracterizan la dinámica de la cadena en un paso, sin embargo, el interés puede darse en el comportamiento de la cadena n pasos adelante, por lo cual las

probabilidades a analizar son $p_{ij,n}^t = P(W_{t+n} = j | W_t = i)$. En el caso en el que el proceso es homogéneo, es decir, que las probabilidades de transición no cambian con el tiempo, se tendría que:

$$p_{ij,n} = P(W_{t+n} = j | X_t = i) = P(W_n = j | W_0 = i)$$

El cálculo de las anteriores probabilidades, no es complicado, teniendo en cuenta el siguiente teorema:

Teorema 1.1. *Sea P^n la n -ésima potencia (matricial) de la matriz de transición P . Entonces $p_{ij,n} = (P^n)_{ij}$, para $i, j \in S$.*

En otras palabras, es posible encontrar las probabilidades de transición de n pasos adelante, a partir de la multiplicación sucesiva de la matriz de transición. Las relaciones de Chapman-Kolmogorov permiten establecer incluso que, para $m, n \in \mathbb{N}_0$ y $i, j \in S$ se tiene $P^{m+n} = P^m P^n$, la prueba de este teorema se puede consultar en Žitković (2010), no se presenta dado que no está dentro de los propósitos del estudio presente.

Las igualdades anteriormente mencionadas, son las que comúnmente se utilizan en ecología y finanzas para el pronóstico de la dinámica del tránsito entre los distintos estados de un bosque o las calificaciones de riesgo de una entidad. La dinámica va encaminando el proceso hasta estados de absorbencia definidos como estados i , tales que $P(W_{k+1} = i | W_k = i) = 1$, es decir, estados en donde el proceso se estabiliza y tiende a permanecer como una tipología de bosque dominante, o, una calificación negativa en extremo de la cual una empresa difícilmente saldrá.

1.2. Datos composicionales

En el desarrollo del presente documento se hará uso de herramientas que provienen del conjunto de técnicas estadísticas y matemáticas conocidas como datos composicionales. A continuación, se presentarán algunos conceptos de este campo que son relevantes en la lectura de éste trabajo.

Definición 1.5. (Composición en D -partes) *Un vector (columna) $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_D)$, es un composición en D -partes cuando todas sus componentes son números reales estrictamente positivos y solo lleva información relativa [Pawlowsky-Glahn et al. (2015)].*

Se define información relativa como aquella que está contenida únicamente en la razón entre componentes de la composición, considerando que los valores numéricos de cada componente por si solos son irrelevantes Pawlowsky-Glahn et al. (2015). Adicionalmente, las composiciones tienen una suma constante k , frecuentemente k es 1 o 100, correspondiendo a los casos en los cuales las mediciones se efectuaron en proporciones y porcentajes, respectivamente.

Dos ejemplos de datos que surgen de manera natural como composiciones, son

[Aitchison (1982)]:

- Porcentajes de arena, limo y arcilla de 39 muestras de sedimentos a diferentes profundidades de agua en un lago Ártico
- Un grupo de hogares de Hong Kong divididos en dos categorías de viviendas de bajo costo A y B. Para cada hogar, se dispone de información sobre el número de personas, la composición de los hogares, el ingreso familiar total y los gastos mensuales en nueve categorías de productos/servicios

Son variadas las aplicaciones para los datos composicionales en áreas como la geología y química, e incluso, en estudios de preferencia electoral como se muestra en Pawlowsky-Glahn & Buccianti (2011) en el cual se presentan resultados de las elecciones de noviembre de 2010 al parlamento de Cataluña. Los votos se registraron para 41 regiones, que son subdivisiones de las provincias electorales y para las cuales se registran las siguientes variables por partidos y por coaliciones: i) el número de electores; ii) el número de votos, incluidos los que a continuación se relacionan: voto en blanco, votos nulos y votos válidos.

En los anteriores ejemplos, se evidencia que el tratamiento de las componentes de la composición como unidades independientes sin tener en cuenta su relación con las demás y la restricción de suma puede llevar a errores y resultados carentes de sentido, como es el caso de las filas en las matrices de transición.

Una de las operaciones que garantiza tener en cuenta las componentes como partes de un total es la llamada *Clausura* y se define a continuación:

Definición 1.6. (*Clausura*) Para cualquier vector de D componentes reales, estrictamente positivas, $\mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_D) \in \mathbb{R}_+^D$, $z_i > 0$ para todo $i = 1, 2, \dots, D$, la clausura de \mathbf{z} a una constante $k > 0$ se define como:

$$C(\mathbf{z}) = \left(\frac{kz_1}{\sum_{i=1}^D z_i}, \frac{kz_2}{\sum_{i=1}^D z_i}, \dots, \frac{kz_D}{\sum_{i=1}^D z_i} \right)$$

La clausura reescala el vector para que la suma de sus componentes sea k . Dos vectores $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}_+^D$ se dicen composicionalmente equivalentes siempre que $C(\mathbf{x}) = C(\mathbf{y})$, sea cual sea la constante k .

Para facilitar el manejo de los datos composicionales y sin pérdida de generalidad se representan como proporciones, es decir, vectores con suma constante $k = 1$, de acuerdo con esto, el espacio muestral sobre el que se definen los datos composicionales se presenta a continuación:

Definición 1.7. (*Espacio muestral*) El espacio muestral de los datos composicionales, S^D es conocido como el Simplex y es de la forma:

$$S^D = \left\{ \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_D) \mid x_i > 0, i = 1, 2, \dots, D, \sum_{i=1}^D x_i = 1 \right\}$$

A un elemento del simplex se le llama composición.

De otro lado, es frecuente que en la práctica haya un particular interés en solamente algunas partes de esas composiciones, dichos subconjuntos se conocen como subcomposiciones y se definen a continuación:

Definición 1.8. (Subcomposición) *Dada una composición \mathbf{x} y una selección de índices $S = i_1, \dots, i_s$ ($s \leq D$), una subcomposición \mathbf{x}_S , con s partes, se obtiene aplicando la operación de clausura al subvector $(x_{i_1}, \dots, x_{i_s})$ de \mathbf{x} . El conjunto de subíndices S , indica cuales partes se seleccionan en la subcomposición.*

1.2.1. Principios del análisis composicional

En esta sección se presentan tres condiciones que debe cumplir cualquier método estadístico que se aplique a composiciones.

Definición 1.9. (Invarianza de escala) *Sea $f(\cdot)$ una función definida en \mathbb{R}_+^D . Esta función se dice invariante a la escala si para cualquier $\lambda \in \mathbb{R}_+$ y para cualquier composición $\mathbf{x} \in S^D$, se satisface que $f(\lambda\mathbf{x}) = f(\mathbf{x})$, es decir se obtiene el mismo resultado para todos los vectores composicionalmente equivalentes.*

Definición 1.10. (Coherencia subcomposicional) *El principio de coherencia subcomposicional puede ser resumido en dos criterios:*

- *El principio de invarianza de escala se mantiene para cualquiera de las posibles subcomposiciones*
- *Si una distancia es usada para comparar composiciones, esta debe ser mayor o igual a la obtenida con subcomposiciones, este criterio se conoce como dominio subcomposicional.*

Dentro de las varias implicaciones prácticas que tiene el principio anteriormente mencionado, se encuentra el hecho de que, al remover partes no informativas de una composición, los resultados no deberían cambiar. Característica que resulta fundamental en el manejo de los ceros en las matrices de transición.

Definición 1.11. (Invarianza a las permutaciones) *Una función es invariante a las permutaciones si genera resultados equivalentes, cuando el orden de las partes de la composición se cambia.*

1.2.2. Transformaciones para datos composicionales

Las transformaciones de datos composicionales son esenciales en el manejo de éste tipo de datos y en la presente tesis, a partir de ellas se soluciona el problema de dependencia lineal. La primera de estas transformaciones tiene relevancia histórica debido a que es la propuesta inicial planteada por Aitchison (1986) para el análisis de datos composicionales.

Definición 1.12. (*Transformación additive-log-ratio (alr)*) Sea $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_D)$ una composición en S^D y considérese x_D como una componente de referencia (o de especial importancia). La transformación alr de \mathbf{x} , con $\text{alr}(\mathbf{x}) : S^D \rightarrow \mathbb{R}^{D-1}$, se define como:

$$\text{alr}(\mathbf{x}) := \ln \left(\frac{x_1}{x_D}, \frac{x_2}{x_D}, \dots, \frac{x_{D-1}}{x_D} \right) = \left(\ln \left(\frac{x_1}{x_D} \right), \ln \left(\frac{x_2}{x_D} \right), \dots, \ln \left(\frac{x_{D-1}}{x_D} \right) \right)$$

Los resultados obtenidos con esta transformación son invariantes a la escogencia de x_D (no necesariamente debe ser la última parte) Aitchison (1986).

Las siguientes dos transformaciones surgieron posteriormente con un mayor desarrollo del análisis de datos composicionales y han sido ampliamente utilizadas en la literatura:

Definición 1.13. (*Transformación centered log-ratio (clr)*) Sea $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_D)$ una composición en S^D . La transformación $\text{clr}(\mathbf{x}) : S^D \rightarrow \mathbb{R}^D$, se define como:

$$\text{clr}(\mathbf{x}) := \ln \left(\frac{x_1}{g_m(\mathbf{x})}, \frac{x_2}{g_m(\mathbf{x})}, \dots, \frac{x_D}{g_m(\mathbf{x})} \right)$$

con $g_m(\mathbf{x}) = \left(\prod_{i=1}^D x_i \right)^{1/D}$, i.e. $g_m(\mathbf{x})$ es la media geométrica de la composición \mathbf{x} .

Definición 1.14. (*Transformación isometric log-ratio (ilr)*) Sea \mathbf{e}_i , $i = 1, \dots, D-1$, una base ortonormal de S^D . La función que asigna coordenadas con respecto a \mathbf{e}_i $i = 1, \dots, D-1$, a una composición $\mathbf{x} \in S^D$ es llamada transformación isometric log-ratio, $\text{ilr}(\mathbf{x}) : S^D \rightarrow \mathbb{R}^{n-1}$,

$$\text{ilr}(\mathbf{x}) = (\langle \mathbf{x}, \mathbf{e}_1 \rangle_a, \langle \mathbf{x}, \mathbf{e}_2 \rangle_a, \dots, \langle \mathbf{x}, \mathbf{e}_{D-1} \rangle_a)$$

En donde $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle_a$, es el producto interno de Aitchison en el simplex, que para dos composiciones $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in S^D$ se define como:

$$\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle_a = \sum_i^D \ln \frac{x_i}{g_m(\mathbf{x})} \cdot \ln \frac{y_i}{g_m(\mathbf{y})} = \langle \text{clr}(\mathbf{x}), \text{clr}(\mathbf{y}) \rangle$$

Donde \langle , \rangle denota el producto interno en un espacio Euclídeo.

La última de las transformaciones que se presentará en ésta sección, no es ampliamente utilizada en la literatura, pero surge como una alternativa para el análisis de composiciones en las que se presenta una considerable cantidad de ceros, fue presentada en Wang et al. (2007) y se construye a partir de una secuencia recursiva.

Definición 1.15. (*Transformación hyperspherical*) Se define como una transformación no lineal que mapea un vector de datos composicionales $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_D)$, en una hiperesfera unitaria, reduciendo su dimensión de D a $D-1$, a partir del siguiente

procedimiento:

- *Primero se toma la raíz cuadrada de los elementos de la composición original.*

$$y_j = \sqrt{x_j}, \quad j = 1, \dots, D$$

Denotando $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_D)$, se tiene que $\|\mathbf{y}\|^2 = \sum_{j=1}^D (y_j)^2 = 1$ como consecuencia de la restricción de suma presente en los vectores composicionales. De acuerdo con lo anterior el vector \mathbf{y} está en la superficie de una hipersfera D -dimensional de radio 1.

- *Segundo, se mapea el vector \mathbf{y} , del sistema de coordenadas cartesianas a un sistema de coordenadas hipersféricas $(r, \theta_2, \dots, \theta_D) \in \Theta^D$, donde $r^2 = \|\mathbf{y}\|^2 = 1$. Las ecuaciones de mapeo para lo anterior son las siguientes:*

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_D = \arccos(y_D) \\ \theta_{D-1} = \arccos\left(\frac{y_{D-1}}{\sin \theta_D}\right) \\ \theta_{D-2} = \arccos\left(\frac{y_{D-2}}{\sin \theta_D \sin \theta_{D-1}}\right) \\ \vdots \\ \theta_2 = \arccos\left(\frac{y_2}{\sin \theta_D \sin \theta_{D-1} \dots \sin \theta_3}\right) \end{array} \right.$$

Pese a que la transformación hyperspherical es útil para dar manejo a la presencia de ceros en las composiciones, presenta dos argumentos en contra, el primero es que falla si alguna de las componentes es igual a 1 y el segundo es que generalmente los resultados obtenidos con esta transformación son difíciles de interpretar [Pawlowsky-Glahn & Buccianti (2011)].

1.3. Procesos de vectores autoregresivos (VAR)

Los datos composicionales son, por naturaleza, multivariantes, lo que hace necesario utilizar metodologías estadísticas para series multivariadas. Atendiendo a lo anterior, se planteó el uso de modelos *VAR* (Vector Autoregressive) como herramientas de ajuste de las series asociadas a las transformaciones de los datos composicionales. A continuación se presentan algunas definiciones y desarrollos de éstos modelos, tomados de Lütkepohl (2005).

1.3.1. Presentación de los modelos VAR

Los modelos *VAR* surgen como una generalización de los modelos autoregresivos estudiados en series de tiempo univariadas $\mathbf{AR}(p)$. Los procesos autoregresivos se basan en funciones lineales de observaciones pasadas para determinar la estructura de asociación

presente y generar pronósticos de observaciones futuras.

Definición 1.16. (**VAR**(p)) Dado $\mathbf{y}_t = (y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{Kt})$ un vector aleatorio ($K \times 1$), A_i matrices ($K \times K$) de coeficientes fijos ($i = 1, \dots, p$), $\nu = (\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_K)$ un vector ($K \times 1$) de interceptos que permiten la posibilidad de una media distinta de cero y $\mathbf{u}_t = (u_{1t}, u_{2t}, \dots, u_{Kt})$ un proceso de ruido blanco, i.e. $E(\mathbf{u}_t) = 0$, $E(\mathbf{u}_t \mathbf{u}_t') = \Sigma_u$ y $E(\mathbf{u}_t \mathbf{u}_s') = 0$ para $s \neq t$. Se dice que $\mathbf{Y} = \{\mathbf{y}_t : t \in T\}$ es un proceso autoregresivo vectorial de orden p si obedece a la ecuación:

$$\mathbf{y}_t = \nu + A_1 \mathbf{y}_{t-1} + A_2 \mathbf{y}_{t-2} + \dots + A_p \mathbf{y}_{t-p} + \mathbf{u}_t \quad t = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.2)$$

Las matrices de coeficientes involucradas en el modelo tienen la forma:

$$A_i = \begin{pmatrix} \alpha_{11,i} & \alpha_{12,i} & \dots & \alpha_{1K,i} \\ \alpha_{21,i} & \alpha_{22,i} & \dots & \alpha_{2K,i} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \alpha_{K1,i} & \alpha_{K2,i} & \dots & \alpha_{KK,i} \end{pmatrix}$$

1.3.2. Estimación de un proceso VAR

La estimación de los parámetros del modelo **VAR**, es decir, las entradas en las matrices A_i y el vector de interceptos ν , se hace a través de mínimos cuadrados ordinarios multivariados, los detalles pueden ser consultados en Lütkepohl (2005), en esta sección se presentan los estimadores obtenidos luego del proceso de optimización, que se pueden expresar como sigue:

Asumiendo una serie de tiempo de tamaño T , y_1, y_2, \dots, y_T se define:

$$\begin{aligned} Y &= (y_1, \dots, y_T) && (K \times T), \\ B &= (\nu, A_1, \dots, A_p) && (K \times (Kp + 1)), \\ Z_t &= \begin{pmatrix} 1 \\ y_t \\ \vdots \\ y_{t-p+1} \end{pmatrix} && ((Kp + 1) \times 1), \\ Z &= (Z_0, \dots, Z_{T-1}) && ((Kp + 1) \times T), \\ U &= (u_0, \dots, u_T) && (K \times T), \\ \mathbf{y} &= \text{vec}(Y) && (KT \times 1), \\ \beta &= \text{vec}(B) && ((K^2p + K) \times 1), \\ \mathbf{b} &= \text{vec}(B') && ((K^2p + K) \times 1), \\ \mathbf{u} &= \text{vec}(U) && (KT \times 1). \end{aligned}$$

El estimador conjunto de ν, A_1, \dots, A_p vía mínimos cuadrados está dado por:

$$\hat{\beta}_{MCO} = \left((ZZ')^{-1} \otimes \Sigma_u \right) (Z \otimes \Sigma_u^{-1}) \mathbf{y} \quad (1.3)$$

En donde \otimes , indica producto Kronecker.

Dentro de las propiedades del estimador (1.3), se tienen la consistencia y normalidad asintótica, las demostraciones pueden ser consultadas en Lütkepohl (2005),

1.3.3. Pronóstico

El pronóstico es uno de los principales objetivos de las series de tiempo, basado en un proceso $\mathbf{VAR}(p)$, se puede encontrar un predictor óptimo, identificando aquel que minimice el error cuadrático medio (MSE por sus siglas en ingles).

Sea $\mathbf{y}_t = (y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{kt})$ un proceso $\mathbf{VAR}(p)$, k -dimensional como el establecido en la ecuación (1.2), el predictor que genera el mínimo MSE, para un horizonte de predicción $h > 0$, con un origen de pronóstico t y con la información disponible en el conjunto $\Omega_t = \{\mathbf{y}_s | s \leq t\}$, es:

$$E_t(y_{t+h}) = E_t(y_{t+h} | \Omega_t) = E(y_{t+h} | \{\mathbf{y}_s | s \leq t\}).$$

Reemplazando en la esperanza condicional la ecuación del modelo se llega a que:

$$E_t(y_{t+h}) = \nu + A_1 E_t(y_{t+h-1}) + \dots + A_p E_t(y_{t+h-p}) \quad (1.4)$$

Usando de manera recursiva (1.4), se puede encontrar el predictor h pasos adelante, comenzando con $h = 1$.

En la práctica no se conocen las matrices de coeficientes $B = (\nu, A_1, \dots, A_p)$, de donde se tiene que:

$$\hat{y}_t(h) = \hat{\nu} + \hat{A}_1 \hat{y}_t(h-1) + \dots + \hat{A}_p \hat{y}_t(h-p) \quad (1.5)$$

Para el cual la matriz MSE del pronóstico es:

$$\hat{\Sigma}_{\hat{y}}(h) := \sum_{i=0}^{h-1} \hat{A}_1^i \hat{\Sigma}_u (\hat{A}_1^i)' \quad (1.6)$$

Donde $\hat{\Sigma}_u$ es la estimación de la matriz de covarianza de los residuales Σ_u . El anterior predictor y su matriz MSE son los que se usarán en la aplicación a las matrices de transición en el presente documento.

A partir del pronóstico puntual es posible construir intervalos de pronóstico, Lütkepohl (2005) establece que un intervalo de pronóstico h períodos adelante, de aproximadamente

el $(1 - \alpha)100\%$, para la k -ésima componente de y_t , se puede calcular como:

$$\hat{y}_{k,t}(h) \pm Z_{\alpha/2} \hat{\sigma}(h) \quad (1.7)$$

En donde $Z_{\alpha/2}$, es el percentil superior $\alpha 100\%$ de la distribución normal estándar y $\hat{\sigma}(h)$ es la raíz cuadrada del k -ésimo elemento diagonal de $\hat{\Sigma}_{\hat{y}}(h)$, la estimación de la matriz MSE del pronóstico $\hat{y}_t(h)$, definida en 1.6.

1.3.4. Comprobación de la idoneidad del modelo

Una vez el modelo ha sido ajustado, la siguiente fase en el proceso de modelamiento estadístico es verificar el cumplimiento de los supuestos establecidos previamente. En el caso de los modelos **VAR** los supuestos son tres:

1. Residuales que siguen un proceso de ruido blanco.
2. Residuales no correlacionados.
3. Residuales que siguen una distribución normal multivariada.

De acuerdo a Lütkepohl (2005) [p.157], si el objetivo es hacer pronóstico, no resulta relevante que los residuales sigan un proceso de ruido blanco, y los esfuerzos deberían enfocarse en cambio en tener un pronóstico apropiado. Por esta razón, y teniendo en cuenta el propósito de ésta tesis, los modelos **VAR**, serán utilizados como una herramienta para el pronóstico, se contemplarán solamente el segundo y tercer supuesto anteriormente planteados.

1.3.4.1. Prueba de Portmanteau para las correlaciones de los residuales

Una prueba para contrastar la hipótesis de no correlación de los residuales hasta el rezago h , es la prueba de Portmanteau y está diseñada para probar el siguiente sistema de hipótesis Lütkepohl (2005):

$$H_0 : \mathbf{R}_h = (R_1, \dots, R_h) = 0$$

$$H_1 : \mathbf{R}_h \neq 0$$

En donde R_i , son las matrices de autocorrelación estimadas de los residuales u_t , para diferentes rezagos. El estadístico de prueba para el anterior sistema de hipótesis es:

$$\bar{Q}_h = T^2 \sum_{i=1}^h (T-i)^{-1} tr \left(\hat{R}'_i \hat{R}_u^{-1} \hat{R}_i \hat{R}_u^{-1} \right) \quad (1.8)$$

Donde \hat{R}_u es la estimación de la matriz de correlación correspondiente con $\hat{\Sigma}_u$.

El estadístico (1.8), se propuso como una modificación al estadístico original Q_h , con la finalidad de determinar una distribución asintótica. De acuerdo a lo anterior, para valores suficientemente grandes de h , se tiene

$$\bar{Q}_h \sim \chi_{(K^2(h-p))}^2$$

En donde p es el orden del proceso; h el rezago al cual se prueban las autocorrelaciones; y K la cantidad de variables. Se puede observar que a medida que disminuyen k y h la prueba tiende a rechazar con mayor facilidad.

1.3.4.2. Prueba de normalidad multivariada Jarque-Bera

Para verificar si es factible pensar que los residuales provienen de una distribución normal multivariada, es común en la literatura utilizar la prueba de *Jarque-Bera* en su versión multivariada, que corresponde a una generalización de la versión univariada basada en la asimetría y la curtosis (tercer y cuarto momentos centrales) de la distribución. El principio de la prueba es la comparación del tercer y cuarto momento de la distribución de los residuales con los momentos de una distribución normal estándar multivariada.

Para la construcción de la prueba, en Lütkepohl (2005) se asumen los residuales observados u_1, \dots, u_T y para ellos se define

$$\bar{u} := \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T u_t, \quad S_u := \frac{1}{T-1} \sum_t (u_t - \bar{u})(u_t - \bar{u})'$$

y P_s una matriz tal que $P_s P_s' = S_u$. Adicionalmente se tiene que:

$$v_t := (v_{1t}, \dots, v_{Kt}) = P_s^{-1}(u_t - \bar{u}), \quad t = 1, \dots, T$$

$$b_1 := (b_{11}, \dots, b_{K1}) \text{ con } b_{k1} = \frac{1}{T} \sum_t v_{kt}^3, \quad k = 1, \dots, K \quad (1.9)$$

y

$$b_2 := (b_{12}, \dots, b_{K2}) \text{ con } b_{k2} = \frac{1}{T} \sum_t v_{kt}^4, \quad k = 1, \dots, K \quad (1.10)$$

A partir de lo anterior el estadístico de prueba es:

$$\lambda_{sk} := \frac{Tb_1' b_1}{6} + \frac{T(b_2 - \mathbf{3}_K)'(b_2 - \mathbf{3}_K)}{24} \quad (1.11)$$

Donde $\mathbf{3}_K$ es un vector de tamaño K cuyas entradas son iguales a tres. La distribución asintótica del estadístico de prueba, es una distribución chi-cuadrado, i.e.

$$\lambda_{sk} \xrightarrow{d} \chi_{(2K)}^2$$

Propuesta metodológica con datos composicionales

Las matrices de transición, en este caso las asociadas a la transición entre los diferentes estados de mora de un crédito hipotecario, tienen particularidades que no permiten un análisis estadístico directo. Puntualmente, debido a que las filas de las matrices de transición constituyen una distribución de probabilidad, se presenta la condición de que las filas suman a la unidad, generando problemas de dependencia lineal que se traducen en matrices singulares, las cuales impiden la utilización de modelos de series de tiempo multivariadas sobre las probabilidades observadas. Lo anterior, debido a que las matrices pronosticadas a través de dichos modelos, podrían no cumplir la condición sobre las filas.

De acuerdo con las anteriores consideraciones, la propuesta metodológica es:

2.1. Metodología

1. Considerar tres transformaciones de datos composicionales: i) la transformación isométrica log-ratio (*ilr*); ii) transformación hyperspherical; iii) y una transformación propuesta que es una modificación de centered log-ratio (*clr*). Las transformaciones anteriormente mencionadas se aplicarán a las filas de las matrices de transición para los créditos hipotecarios NOVIS en pesos.
2. Ajustar modelos **VAR** con los residuales del modelo de descomposición clásica para la tasa de desempleo como variable exógena, para cada una de las filas de las matrices transformadas, a través de las tres transformaciones, determinando a través del criterio de información de Akaike (AIC) y bayesiano (BIC) el orden de los respectivos modelos. Lo anterior, con la finalidad de generar pronósticos 5 pasos adelante de las filas de las matrices.
3. Aplicar las inversas de las tres transformaciones señaladas en el numeral 1 a los pronósticos cinco pasos adelante de las filas obtenidos según lo expuesto en el numeral 2. De esta manera, a partir de las inversas anteriormente mencionadas, reconstruir las cinco matrices de pronóstico y compararlas contra las matrices observadas

para los mismos cinco periodos, a partir del error cuadrado medio de pronóstico para cada entrada de la matriz y de las tasas reales de cobertura de los intervalos de pronóstico generados en el ítem 2.

Es importante especificar que las transformaciones candidatas se escogieron debido a que tienen un buen manejo de los ceros estructurales. Éste criterio hace que las transformaciones como la additive-log-ratio (1.12) y centered log-ratio (1.13) no se tuvieron en cuenta, toda vez que no están definidas para composiciones cuyas partes toman valor cero. De igual forma, teniendo en cuenta la estructura y construcción de las matrices de transición que son el objetivo de ésta tesis, en donde por ejemplo la probabilidad de que un cliente tenga una recuperación en una deuda que lleva ocho cuotas en mora, es prácticamente nula, es otra razón más para no tener en cuenta las transformaciones previamente señaladas.

2.2. Matrices de transición para créditos hipotecarios NOVIS en pesos

El presente trabajo se centró en las matrices de transición calculadas para los créditos hipotecarios que corresponden a viviendas que no son de interés social (NOVIS) y que tienen cuota fija en pesos. Igualmente, los datos con los que se trabaja corresponden a matrices reales calculadas con el comportamiento de pagos de los clientes de una entidad financiera colombiana; pero que por la sensibilidad de la información no se vinculará a dicha entidad.

La información se observó mes a mes en el periodo comprendido entre mayo de 2012 y mayo de 2017, es decir cada fila de las matrices forma una serie de tiempo multivariada con 60 observaciones (60 meses). La estructura de las matrices se muestra en el siguiente ejemplo:

TABLA 2.1. Ejemplo de matriz de transición para crédito hipotecario NOVIS en pesos.

Cuotas	cuota 0	cuota 1	cuota 2	cuota 3	cuota 4	cuota 5	cuota 6	cuota 7	cuota 8	Absor
cuota 0	0.9822	0.0111	0	0	0	0	0	0	0	0.0067
cuota 1	0.2902	0.5149	0.1898	0	0	0	0	0	0	0.0050
cuota 2	0.0946	0.2272	0.3348	0.3385	0	0	0	0	0	0.0048
cuota 3	0.0466	0.0784	0.1959	0.3658	0.3035	0	0	0	0	0.0098
cuota 4	0.0832	0.0490	0.0194	0.2788	0.2103	0.3413	0	0	0	0.0180
cuota 5	0.0597	0.0224	0.0242	0.0517	0.0864	0.1639	0.5822	0	0	0.0093
cuota 6	0.0464	0	0	0.0128	0.0403	0.0421	0.0811	0.7632	0	0.0142
cuota 7	0.0768	0	0.0212	0	0.0434	0.0409	0.1087	0.1165	0.5438	0.0486
cuota 8	0.1087	0	0	0	0	0	0.0629	0.0380	0.0714	0.7189
Absor	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Como se puede observar en la Tabla 2.1, las matrices constan de 8 estados que corresponden a las cuotas en mora del producto hipotecario más un estado absorbente relativo a los créditos que se prepagan, a aquellos que cumplen el plazo establecido de pago o a los que pasan a formar parte de la cartera castigada, es decir, obligaciones que la entidad asume como de difícil recuperación y decide excluirlas de su balance general.

Es importante destacar, que la normatividad establecida por la Superintendencia Financiera de Colombia [Superintendencia Financiera de Colombia (1995)] respecto de

aquellos créditos de vivienda que son clasificados como “crédito irrecuperable”, entendiéndose por estos aquellos que se estiman incobrables, determina un número de meses en mora superior a 18 para ser incluidos en la precitada categoría. No obstante, la entidad financiera que proporcionó las matrices de transición para la presente investigación, ha establecido la construcción de las mismas con un número de 8 cuotas en mora, lo anterior corresponde a las consideraciones que a continuación se exponen: i) el conocimiento que la entidad tiene de las características de sus clientes en productos hipotecarios; ii) la baja posibilidad que existe para la entidad financiera de recuperar dicha cartera pasado un tiempo superior de 8 meses en mora; y iii) La oportunidad de negociación de dicha cartera con terceros, toda vez que por el tiempo de mora esta aún resulta atractiva para entidades especializadas en cobranzas. Cabe aclarar, que las mencionadas consideraciones son puestas en conocimiento de la Superintendencia Financiera de Colombia a través de los reportes que por ley se deben efectuar.

De las matrices pronosticadas se espera una estructura similar a la del ejemplo, a saber: i) altas probabilidades de mantenerse al día (transición de la cuota 0 a la cuota 0); ii) una considerable probabilidad de recuperación en estados tempranos de mora (zona diagonal inferior de la matriz); y iii) una alta probabilidad de deterioro para estados avanzados de deuda (zona diagonal superior de la matriz).

Con el objetivo de obtener las mediciones de la efectividad del pronóstico que se mencionaron en la sección 2.1, se partirá la muestra disponible en dos, una parte que comprende el periodo entre mayo de 2012 y diciembre de 2016 para hacer las transformaciones, ajustar los modelos **VAR** y generar los pronósticos [Training Data]. La información comprendida entre enero y mayo de 2017, se utilizará para medir bondad de los modelos ajustados en el momento de realizar pronósticos.

2.3. Transformación propuesta: media geométrica ponderada

De las transformaciones a comparar y su efecto en la predicción de las matrices, hasta al momento se han establecido dos: la *ilr* y la *hyperspherical*; la tercera es la novedad de éste trabajo y tiene como base la transformación *clr*.

De acuerdo a la definición, la transformación *clr* (sección 1.13) es el cociente entre las partes de la composición y su media geométrica $g_m(\mathbf{x})$, dicha característica es un problema, teniendo en cuenta la abundante presencia de ceros en las matrices de transición, toda vez que la media geométrica toma valor 0 y los cocientes en la *clr* quedan indefinidos. Como solución al anterior problema, se plantea el uso de la media geométrica ponderada, definida a continuación de acuerdo a Das (2008):

Definición 2.1. (*Media geométrica ponderada*) Sea un conjunto de datos $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_D)$ y sus correspondientes ponderadores $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_D)$, la media geométrica ponderada se calcula como:

$$g_{wm}(\mathbf{x}, \mathbf{w}) = \left(\prod_{i=1}^D x_i^{w_i} \right)^{1/\sum_{i=1}^D w_i} \quad (2.1)$$

En la transformación propuesta, los ponderadores de la media geométrica serán las mismas partes de la composición i.e. $w_i = x_i$, con la finalidad de que aquellos elementos en la composición con $x_k = 0$, aparezcan en el cálculo de la media como $x_k^{x_k} = 0^0 = 1$, propuesta que permite a la serie observada, en el Simplex, tomar el valor cero y asumir que se está trabajando en $[-\infty, \infty)$.

De acuerdo a lo anterior la definición teórica de la transformación propuesta es:

Definición 2.2. (*Transformación weighted-clr (wclr*) teórica*) Sea $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_D)$ una composición en S^D , la transformación $wclr^*(\mathbf{x}) : S^D \rightarrow \mathbb{R}^D$ se define como:

$$wclr^*(\mathbf{x}) = \ln \left(\frac{x_1}{g_{wm}(\mathbf{x}, \mathbf{x})}, \frac{x_2}{g_{wm}(\mathbf{x}, \mathbf{x})}, \dots, \frac{x_D}{g_{wm}(\mathbf{x}, \mathbf{x})} \right)$$

La media geométrica ponderada soluciona el inconveniente con los cocientes indeterminados, en la segunda parte de la transformación *clr*, se aplica logaritmo natural a los cocientes en los cuales $x_i = 0$, generando un nuevo inconveniente en términos aplicados, esta vez en \mathbb{R}^D . La inspiración para solucionar éste inconveniente, surge del trabajo hecho en [Martín-Fernández et al. (2003)], autor que presenta un camino para darle manejo a la presencia de ceros en las composiciones.

La propuesta es fijar un δ pequeño, con la finalidad de restar este valor al máximo de las partes de la composición y cada valor cero presente reemplazarlo por una fracción correspondiente a δ dividido por el número de ceros presentes, de manera que se preserve la restricción de suma a uno y los valores reemplazados sean cercanos a cero.

De acuerdo con lo anterior, la transformación propuesta en su definición metodológica es:

Definición 2.3. (*Transformación weighted-clr (wclr) metodológica*) Sea $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_D)$ una composición en S^D . Su transformación $wclr(\mathbf{x}) : S^D \rightarrow \mathbb{R}^D$ es:

$$wclr(\mathbf{x}, \delta) = \ln \left(\frac{b_1}{g_{wm}(\mathbf{x}, \mathbf{x})}, \frac{b_2}{g_{wm}(\mathbf{x}, \mathbf{x})}, \dots, \frac{b_D}{g_{wm}(\mathbf{x}, \mathbf{x})} \right)$$

con b_i definido como:

$$b_i = \begin{cases} x_i & \text{si } x_i \neq 0 \text{ y } x_i \neq \text{máx}(\mathbf{x}) \\ \frac{\delta}{|C|} & \text{si } x_i = 0 \\ x_i - \delta & \text{si } x_i = \text{máx}(\mathbf{x}) \text{ y } |C| \neq 0 \\ x_i & \text{si } x_i = \text{máx}(\mathbf{x}) \text{ y } |C| = 0 \end{cases}$$

En donde δ es un valor pequeño fijo, $|C|$ es el cardinal del conjunto $C = \{x_i \in \mathbf{x} \mid x_i = 0\}$ y $g_{wm}(\mathbf{x}, \mathbf{w})$, es la media geométrica ponderada de la composición, definición 2.1

Para la aplicación de la transformación propuesta *wclr* metodológica a las filas de las matrices de transición, se fijó $\delta = 0.0001$.

El uso de la media geométrica ponderada en datos composicionales, se había contemplado para la obtención de varianzas estimadas en diseños muestrales aplicados a composiciones [Pawlowsky-Glahn & Buccianti (2011)], pero nunca en transformaciones para series de tiempo composicionales.

Teorema 2.1. *Propiedades de la transformación wclr* Dos propiedades de la transformación *wclr*, son

1. *Existencia de una transformación inversa para wclr*
2. *La transformación wclr cumple el principio de invarianza de escala (definición 1.9)*

Demostración

1. La primera propiedad se puede comprobar como sigue:

Sea $\mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_D) = wclr^*(\mathbf{x})$ la transformación *wclr** de la composición $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_D)$ en S^D , si se define la transformación $T(\cdot)$ como

$$T(\mathbf{z}) = \left(\frac{\exp(z_1)}{\sum_{i=1}^D \exp(z_i)}, \frac{\exp(z_2)}{\sum_{i=1}^D \exp(z_i)}, \dots, \frac{\exp(z_D)}{\sum_{i=1}^D \exp(z_i)} \right) \quad (2.2)$$

Reemplazando en la ecuación 2.2 cada z_i por su expresión en términos de la transformación *wclr**(\cdot) se tiene:

$$\begin{aligned}
T(\mathbf{z}) &= \left(\frac{\exp\left(\ln\left(\frac{x_1}{g_{wm}(\mathbf{x}, \mathbf{x})}\right)\right)}{\sum_{i=1}^D \exp\left(\ln\left(\frac{x_1}{g_{wm}(\mathbf{x}, \mathbf{x})}\right)\right)}, \dots, \frac{\exp\left(\ln\left(\frac{x_D}{g_{wm}(\mathbf{x}, \mathbf{x})}\right)\right)}{\sum_{i=1}^D \exp\left(\ln\left(\frac{x_1}{g_{wm}(\mathbf{x}, \mathbf{x})}\right)\right)} \right) \\
&= \left(\frac{\frac{x_1}{g_{wm}(\mathbf{x}, \mathbf{x})}}{\sum_{i=1}^D \frac{x_1}{g_{wm}(\mathbf{x}, \mathbf{x})}}, \dots, \frac{\frac{x_D}{g_{wm}(\mathbf{x}, \mathbf{x})}}{\sum_{i=1}^D \frac{x_1}{g_{wm}(\mathbf{x}, \mathbf{x})}} \right) \\
&= \left(\frac{x_1}{\sum_{i=1}^D x_i}, \dots, \frac{x_D}{\sum_{i=1}^D x_i} \right) \\
&= \mathbf{x}
\end{aligned}$$

Es decir, $T(wclr^*(\mathbf{x})) = \mathbf{x}$, con lo que se concluye que T es la transformación inversa de $wclr^*$.

2. La prueba de la segunda propiedad es como sigue,

Sea $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_D)$ una composición en S^D y $\lambda \in \mathbb{R}_+$. Se puede observar

$$\begin{aligned}
g_{wm}(\lambda\mathbf{x}, \lambda\mathbf{x}) &= \left(\prod_{i=1}^D (\lambda x_i)^{\lambda x_i} \right)^{1/\sum_{i=1}^D \lambda x_i} = \left(\prod_{i=1}^D (\lambda x_i)^{\lambda x_i} \right)^{1/(\lambda \sum_{i=1}^D x_i)} \\
&= \left(\prod_{i=1}^D (\lambda x_i)^{\lambda x_i} \right)^{1/\lambda} = \lambda \prod_{i=1}^D x_i^{x_i} \\
&= \lambda g_{wm}(\mathbf{x}, \mathbf{x})
\end{aligned} \tag{2.3}$$

De donde,

$$\begin{aligned}
wclr^*(\lambda\mathbf{x}) &= \ln \left(\frac{\lambda x_1}{g_{wm}(\lambda\mathbf{x}, \lambda\mathbf{x})}, \frac{\lambda x_2}{g_{wm}(\lambda\mathbf{x}, \lambda\mathbf{x})}, \dots, \frac{\lambda x_D}{g_{wm}(\lambda\mathbf{x}, \lambda\mathbf{x})} \right) \\
&= \ln \left(\frac{\lambda x_1}{\lambda g_{wm}(\mathbf{x}, \mathbf{x})}, \frac{\lambda x_2}{\lambda g_{wm}(\mathbf{x}, \mathbf{x})}, \dots, \frac{\lambda x_D}{\lambda g_{wm}(\mathbf{x}, \mathbf{x})} \right) \\
&= wclr^*(\mathbf{x}).
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Luego, la transformación $wclr$ es invariante a la escala.

2.3.1. Generalización de la transformación planteada

La siguiente definición sugiere una generalización de la transformación $wclr$:

Definición 2.4. (*Generalización de la transformación weighted-clr (wclr)*) Sea $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_D)$ una composición en S^D . Su transformación $wclr$ en \mathbb{R}^D es:

$$wlr(\mathbf{x}, \delta) = \ln \left(\frac{b_1}{g_{wm}(\mathbf{x}, \mathbf{c})}, \frac{b_2}{g_{wm}(\mathbf{x}, \mathbf{c})}, \dots, \frac{b_D}{g_{wm}(\mathbf{x}, \mathbf{c})} \right)$$

con b_i definido como en 2.3 y \mathbf{c} un vector constante de tamaño D .

La anterior definición introduce toda una nueva familia de transformaciones dependientes del valor del ponderador \mathbf{c} .

En el desarrollo de este trabajo se contemplaron múltiples valores para el vector $\mathbf{c} = (c_1, c_2, \dots, c_D)$ como por ejemplo:

$$c_i = \begin{cases} 1 & \text{si } x_i \neq 0 \\ 0 & \text{si } x_i = 0 \end{cases}$$

Para la anterior especificación un vector transformado tomo la forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{z} = wlr(\lambda\mathbf{x}, \delta) &= \left(\ln \left[\frac{x_1}{g_{wm}(\mathbf{x}, \mathbf{c})} \right], \dots, \ln \left[\frac{x_D}{g_{wm}(\mathbf{x}, \mathbf{c})} \right] \right) \\ &= \left(\ln \left[\frac{x_1}{\left(\prod_{i=1}^D x_i^{c_i} \right)^{1/\sum_{i=1}^D c_i}} \right], \dots, \ln \left[\frac{x_D}{\left(\prod_{i=1}^D x_i^{c_i} \right)^{1/\sum_{i=1}^D c_i}} \right] \right) \end{aligned}$$

Si se calcula la suma de \mathbf{z} se tiene:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^D z_i &= \sum_{i=1}^D \ln \left[\frac{x_i}{\left(\prod_{i=1}^D x_i^{c_i} \right)^{1/\sum_{i=1}^D c_i}} \right] = \ln \left[\prod_{i=1}^D \frac{x_i}{\left(\prod_{i=1}^D x_i^{c_i} \right)^{1/\sum_{i=1}^D c_i}} \right] \\ &= \ln \left[\left(\frac{1}{\left(\prod_{i=1}^D x_i^{c_i} \right)^{1/(\sum_{i=1}^D c_i)}} \right)^D \prod_{i=1}^D x_i \right] \end{aligned} \quad (2.5)$$

Si ninguna de las componentes de \mathbf{x} es cero, $\mathbf{c}=(1,1,\dots,1)$ y entonces:

$$\sum_{i=1}^D z_i = \ln \left[\left(\frac{1}{\left(\prod_{i=1}^D x_i \right)^{1/\sum_{i=1}^D c_i}} \right)^D \prod_{i=1}^D x_i \right] = \ln \left[\frac{\prod_{i=1}^D x_i}{\prod_{i=1}^D x_i} \right] = \ln[1] = 0$$

Es decir, para composiciones con valores diferentes a cero los vectores transformados son linealmente dependientes. El hecho de que los vectores transformados sean dependientes es un inconveniente en la generación de pronósticos de las matrices de transición, debido a que genera matrices de covarianza singulares e imposibilita el ajuste de modelos **VAR**.

La dificultad anteriormente mencionada se presentó en varios de los ponderadores \mathbf{c} planteados, por esta razón se decidió establecer la transformación $wclr$ como se presentó en la Definición 2.3

Expuesta la propuesta metodológica, el siguiente capítulo se dedica a presentar los resultados obtenidos.

Resultados

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos para las tres transformaciones evaluadas, resultados que se pueden pensar en tres partes: i) modelos ajustados; ii) el orden determinado para cada uno; iii) finalmente los resultados obtenidos en los pronósticos.

3.1. Datos Transformados

A continuación, se presenta un ejemplo de los datos transformados por cada una de las transformaciones, en cada caso se muestra la serie de tiempo correspondiente a la cuarta fila de la matriz, es decir las transiciones de la cuota 3 a las cuotas 0,1,2,3,4 y el estado absorbente, las gráficas para la totalidad de las filas en cada una de las transformaciones se pueden encontrar en el Apéndice A.

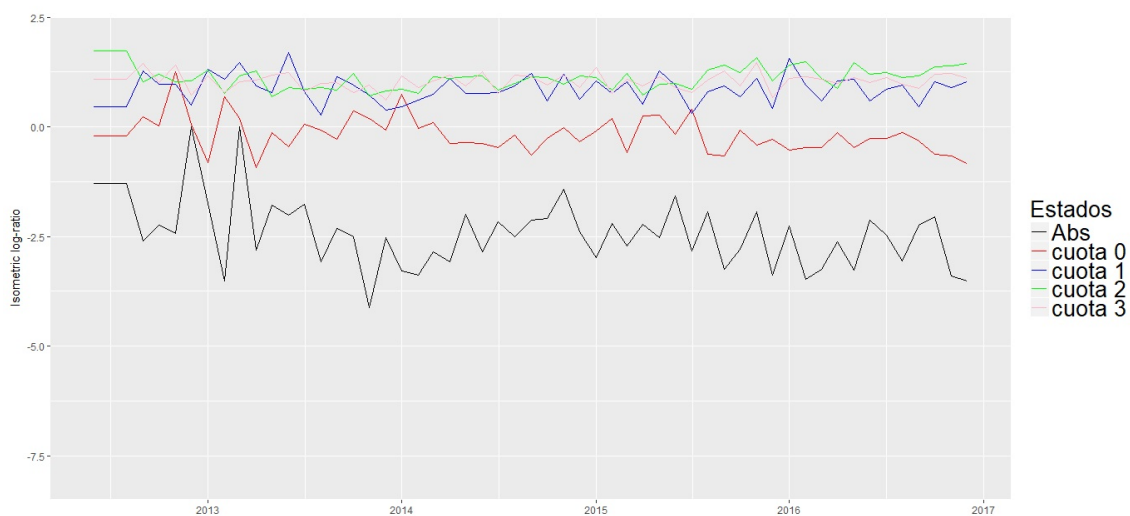


FIGURA 3.1. Transiciones desde la cuota 3 transformación isométrico log-ratio.

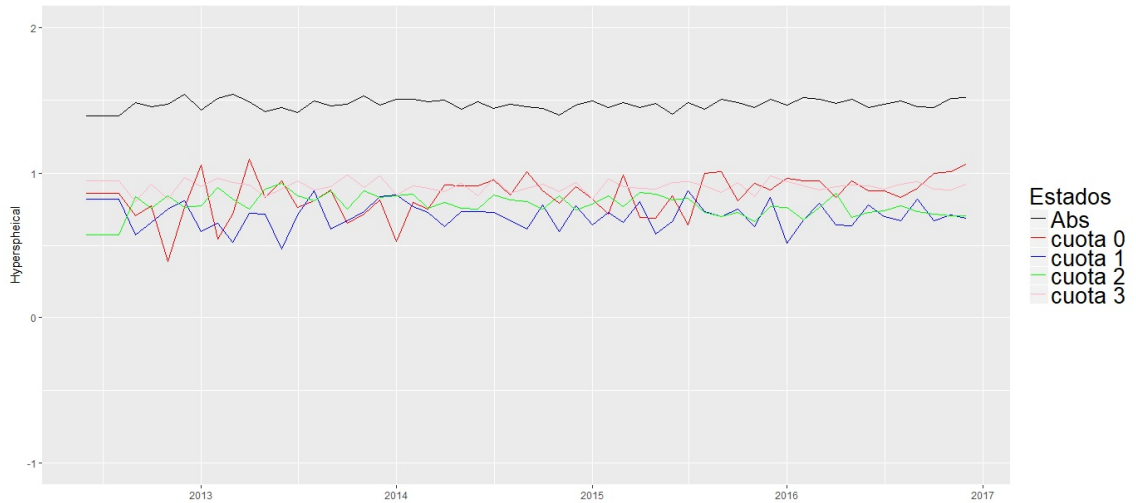


FIGURA 3.2. Transiciones desde la cuota 3 transformación hyperspherical.

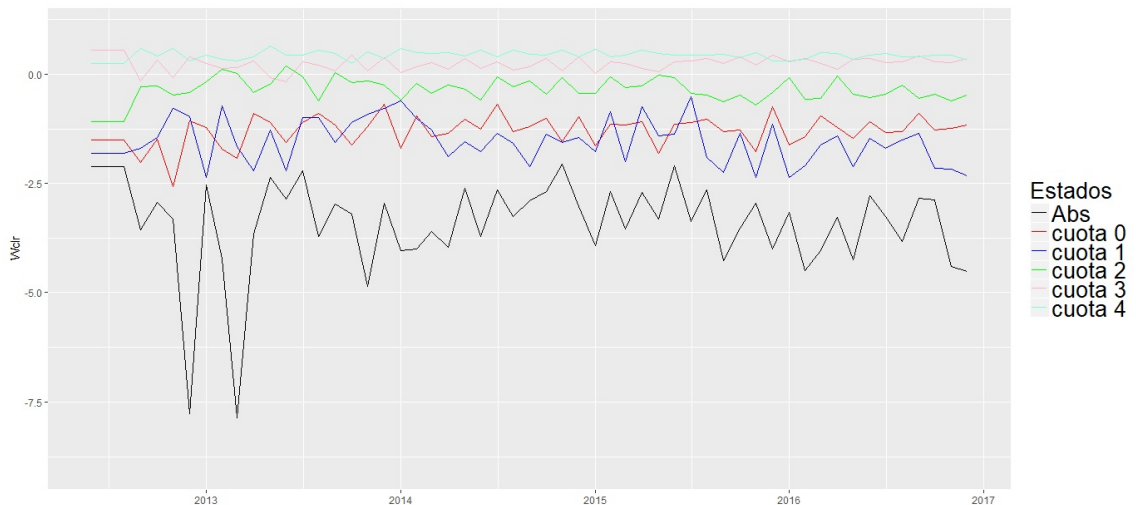


FIGURA 3.3. Transiciones desde la cuota 3 transformación wclr.

En las gráficas se puede observar que la transformación *hyperspherical* (Figura 3.2) es la que más concentra las transiciones, es decir, genera series con menor variabilidad, característica que puede resultar favorable al momento de ajustar los modelos **VAR**. Este comportamiento es observado no solo para las transiciones de la cuota 3 presentada en las gráficas; sino que es una característica generalizada para todas las filas de las matrices.

La transformación de los datos mediante *ilr* se implementó en el software estadístico R Development Core Team (2008) con la ayuda de la librería *compositions* documentada en Van den Boogaart & Tolosana-Delgado (2013). Para las transformaciones *hyperspherical* y *wclr*, fue necesaria la creación de funciones específicas que se pueden consultar en el anexo Apéndice C.

El resultado del ajuste de los modelos **VAR**, es la siguiente fase en la propuesta metodológica y se presenta a continuación.

3.2. Ajuste de modelos VAR

Con los datos transformados, se procedió a ajustar los modelos de vectores autoregresivos, utilizando como variable auxiliar los residuales del modelo clásico de descomposición de tendencia, para la tasa de desempleo, con la finalidad de generar pronósticos por filas de las matrices, sin embargo, un paso inicial consiste en la determinación del orden de los modelos, es decir, el parámetro p que identifica la cantidad de rezagos autoregresivos a tener en cuenta.

3.2.1. Orden del modelo

Para la determinación del orden, se ajustaron varios modelos con órdenes $0 \leq p \leq 3$ y se calcularon AIC y BIC, de modo que, el modelo con mejor criterio de información fuera elegido. Los órdenes determinados para los mejores modelos por filas de las matrices se presentan a continuación:

TABLA 3.1. Orden Criterios de información isometric log-ratio.

Transiciones (fila)	Orden AIC	Orden BIC
cuota 0	3	1
cuota 1	1	1
cuota 2	1	1
cuota 3	3	1
cuota 4	3	1
cuota 5	1	1
cuota 6	3	1
cuota 7	3	1
cuota 8	3	1

TABLA 3.2. Orden Criterios de información hyperspherical.

Transiciones (fila)	Orden AIC	Orden BIC
cuota 0	1	1
cuota 1	1	1
cuota 2	1	1
cuota 3	3	1
cuota 4	3	1
cuota 5	3	1
cuota 6	3	1
cuota 7	3	1
cuota 8	3	1

TABLA 3.3. Orden Criterios de información wclr.

Transiciones (fila)	Orden AIC	Orden BIC
cuota 0	2	1
cuota 1	1	1
cuota 2	1	1
cuota 3	3	1
cuota 4	3	1
cuota 5	3	1
cuota 6	3	1
cuota 7	3	1
cuota 8	3	1

En las Tablas 3.1, a 3.3 se puede identificar para cada una de las transformaciones cual es el orden óptimo del modelo ajustado a cada fila, según los criterios AIC y BIC. De acuerdo con Lütkepohl (2005) [p. 151], la selección del orden basada en AIC, genera mejores pronósticos que la efectuada vía BIC, considerando que minimiza la varianza del error de pronóstico, aunque tiende a sobreestimar el verdadero orden del modelo. En consecuencia, y teniendo en cuenta que el objetivo de éste trabajo es la generación de pronósticos efectivos, se procedió a elegir los modelos con base en el criterio AIC.

3.2.2. Estimación de parámetros de los modelos

Una vez determinado el orden de los 8 modelos (correspondientes a las 8 filas de las matrices de transición), en cada una de las transformaciones, la estimación de parámetros se hizo vía mínimos cuadrados ordinarios (*MCO*) utilizando la Ecuación (1.3), adicionalmente se hizo uso de la tasa de desempleo obtenida del Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE) en el mismo intervalo de tiempo de la muestra (mayo de 2012 a diciembre de 2016). Sin embargo, la tasa anteriormente mencionada no se incluyó de manera directa; sino que previamente se ajustó el modelo de descomposición clásica ver Brockwell & Davis (2016), y luego se incluyó al modelo **VAR** los residuales obtenidos (serie sin tendencia ni estacionalidad). El objetivo de la inclusión de los residuales de la tasa de desempleo, es aprovechar su poder como indicador del estado de la economía para aportar información auxiliar al modelo y generar mejores pronósticos.

La estimación *MCO* se implementó en **R**, mediante la librería *VARS* con las indicaciones que se hacen en Zivot & Wang (2007). Los parámetros ajustados para la cuarta fila y cuarta columna de la matriz de transición, incluido el estado absorbente (Abs), es decir, la transición desde la cuota 3 a la cuota 3, se presentan a continuación¹.

¹La totalidad de las estimaciones puede ser consultada en el Apéndice B

La ecuación estimada usando la transformación *ilr*,

$$\begin{aligned}
\widehat{y}_{(cuota\ 3,t)} &= \frac{1.048}{(0.602)} + \frac{0.030}{(0.105)} \widehat{y}_{(cuota\ 1,t-1)} + \frac{0.070}{(0.149)} \widehat{y}_{(cuota\ 2,t-1)} + \frac{0.270}{(0.242)} \widehat{y}_{(cuota\ 3,t-1)} \\
&\quad - \frac{0.374}{(0.260)} \widehat{y}_{(cuota\ 4,t-1)} + \frac{0.025}{(0.051)} \widehat{y}_{(Abs,t-1)} + \frac{0.135}{(0.086)} \widehat{E.TD}_{t-1} - \frac{0.078}{(0.096)} \widehat{y}_{(cuota\ 1,t-2)} \\
&\quad - \frac{0.279}{(0.144)} \widehat{y}_{(cuota\ 2,t-2)} + \frac{0.167}{(0.205)} \widehat{y}_{(cuota\ 3,t-2)} + \frac{0.230}{(0.272)} \widehat{y}_{(cuota\ 4,t-2)} - \frac{0.068}{(0.045)} \widehat{y}_{(Abs,t-2)} + \\
&\quad \frac{0.026}{(0.086)} \widehat{E.TD}_{t-2} - \frac{0.150}{(0.105)} \widehat{y}_{(cuota\ 1,t-3)} - \frac{0.089}{(0.162)} \widehat{y}_{(cuota\ 2,t-3)} - \frac{0.161}{(0.202)} \widehat{y}_{(cuota\ 3,t-3)} + \\
&\quad \frac{0.044}{(0.256)} \widehat{y}_{(cuota\ 4,t-3)} - \frac{0.006}{(0.046)} \widehat{y}_{(Abs,t-3)} - \frac{0.005}{(0.082)} \widehat{E.TD}_{t-3} \tag{3.1}
\end{aligned}$$

Ecuación estimada usando la transformación *hyperspherical* se tiene que:

$$\begin{aligned}
\widehat{y}_{(cuota\ 3,t)} &= \frac{1.430}{(0.798)} + \frac{0.067}{(0.095)} \widehat{y}_{(cuota\ 1,t-1)} + \frac{0.124}{(0.166)} \widehat{y}_{(cuota\ 2,t-1)} + \frac{0.284}{(0.238)} \widehat{y}_{(cuota\ 3,t-1)} \\
&\quad - \frac{0.304}{(0.278)} \widehat{y}_{(cuota\ 4,t-1)} - \frac{0.304}{(0.318)} \widehat{y}_{(Abs,t-1)} - \frac{0.015}{(0.026)} \widehat{E.TD}_{t-1} - \frac{0.052}{(0.093)} \widehat{y}_{(cuota\ 1,t-2)} \\
&\quad - \frac{0.185}{(0.132)} \widehat{y}_{(cuota\ 2,t-2)} + \frac{0.175}{(0.202)} \widehat{y}_{(cuota\ 3,t-2)} + \frac{0.245}{(0.281)} \widehat{y}_{(cuota\ 4,t-2)} - \frac{0.277}{(0.294)} \widehat{y}_{(Abs,t-2)} + \\
&\quad \frac{0.007}{(0.026)} \widehat{E.TD}_{t-2} - \frac{0.178}{(0.099)} \widehat{y}_{(cuota\ 1,t-3)} - \frac{0.123}{(0.152)} \widehat{y}_{(cuota\ 2,t-3)} + \frac{-0.177}{(0.187)} \widehat{y}_{(cuota\ 3,t-3)} + \\
&\quad \frac{0.131}{(0.271)} \widehat{y}_{(cuota\ 4,t-3)} + \frac{0.131}{(0.285)} \widehat{y}_{(Abs,t-3)} + \frac{0.010}{(0.025)} \widehat{E.TD}_{t-3} \tag{3.2}
\end{aligned}$$

Ecuación estimada usando la transformación *wclr* :

$$\begin{aligned}
\widehat{y}_{(cuota\ 3,t)} &= \frac{-1.131}{(0.550)} - \frac{0.124}{(0.096)} \widehat{y}_{(cuota\ 0,t-1)} - \frac{0.049}{(0.047)} \widehat{y}_{(cuota\ 1,t-1)} + \frac{0.335}{(0.173)} \widehat{y}_{(cuota\ 2,t-1)} + \\
&\quad \frac{0.362}{(0.456)} \widehat{y}_{(cuota\ 3,t-1)} + \frac{0.467}{(0.581)} \widehat{y}_{(cuota\ 4,t-1)} - \frac{0.040}{(0.027)} \widehat{y}_{(Abs,t-1)} - \frac{0.005}{(0.052)} \widehat{E.TD}_{t-1} \\
&\quad - \frac{0.089}{(0.092)} \widehat{y}_{(cuota\ 0,t-2)} - \frac{0.011}{(0.046)} \widehat{y}_{(cuota\ 1,t-2)} + \frac{0.032}{(0.152)} \widehat{y}_{(cuota\ 2,t-2)} + \frac{1.045}{(0.393)} \widehat{y}_{(cuota\ 3,t-2)} + \\
&\quad \frac{1.181}{(0.520)} \widehat{y}_{(cuota\ 4,t-2)} + \frac{0.002}{(0.027)} \widehat{y}_{(Abs,t-2)} + \frac{0.004}{(0.055)} \widehat{E.TD}_{t-2} + \frac{0.142}{(0.090)} \widehat{y}_{(cuota\ 0,t-3)} \\
&\quad - \frac{0.015}{(0.045)} \widehat{y}_{(cuota\ 1,t-3)} + \frac{0.068}{(0.133)} \widehat{y}_{(cuota\ 2,t-3)} + \frac{0.024}{(0.419)} \widehat{y}_{(cuota\ 3,t-3)} + \frac{0.547}{(0.580)} \widehat{y}_{(cuota\ 4,t-3)} + \\
&\quad \frac{0.027}{(0.022)} \widehat{y}_{(Abs,t-3)} + \frac{0.070}{(0.054)} \widehat{E.TD}_{t-3} \tag{3.3}
\end{aligned}$$

3.2.3. Análisis de bondad de ajuste

Estimados los parámetros de los modelos, el siguiente paso es efectuar las pruebas de bondad de ajuste sobre los residuales estimados. La primera de las pruebas tiene la finalidad de determinar si los errores provienen de distribuciones normales multivariadas, por lo cual se aplicará el test de Jarque-Bera. En ese sentido, a continuación se presentan los

p-valores obtenidos para los 8 modelos ajustados en las tres transformaciones.

TABLA 3.4. P-valores Jarque-Bera transformación isometric log-ratio.

Transiciones (fila)	P-valor
cuota 0	0.668
cuota 1	0.566
cuota 2	0.685
cuota 3	0.317
cuota 4	0.093
cuota 5	0.319
cuota 6	0.906
cuota 7	0.905
cuota 8	0.945

TABLA 3.5. P-valores Jarque-Bera transformación hyperspherical.

Transiciones (fila)	P-valor
cuota 0	0.233
cuota 1	0.900
cuota 2	0.451
cuota 3	0.835
cuota 4	0.210
cuota 5	0.798
cuota 6	0.122
cuota 7	0.643
cuota 8	0.979

TABLA 3.6. P-valores Jarque-Bera transformación wclr.

Transiciones (fila)	P-valor
cuota 0	0.053
cuota 1	0.245
cuota 2	0.694
cuota 3	0.842
cuota 4	0.385
cuota 5	0.093
cuota 6	0.074
cuota 7	0.911
cuota 8	0.086

En consecuencia, revisando las tablas 3.4 a 3.6 se puede concluir con un nivel de significancia $\alpha = 0.05$, que para todos los modelos, en las tres transformaciones, no existe evidencia estadística para rechazar las hipótesis de normalidad en los errores.

La prueba de Portmanteau [1.3.4.1], se realiza con el objetivo de identificar la presencia de errores correlacionados para un determinado rezago. En las Tablas 3.7; 3.8; y 3.9, se presentan los p-valores para los ocho modelos en las transformaciones *ilr*, *hyperspherical* y *wclr* respectivamente.

TABLA 3.7. P-valores Portmanteau isometric log-ratio.

Transiciones (fila)	P-valor
cuota 0	0.096
cuota 1	0.669
cuota 2	0.752
cuota 3	0.115
cuota 4	0.111
cuota 5	0.707
cuota 6	0.183
cuota 7	0.155
cuota 8	0.086

TABLA 3.8. P-valores Portmanteau hyperspherical.

Transiciones (fila)	P-valor
cuota 0	0.065
cuota 1	0.686
cuota 2	0.562
cuota 3	0.232
cuota 4	0.052
cuota 5	0.127
cuota 6	0.225
cuota 7	0.149
cuota 8	0.053

TABLA 3.9. P-valores Portmanteau wclr.

Transiciones (fila)	P-valor
cuota 0	0.271
cuota 1	0.201
cuota 2	0.921
cuota 3	0.086
cuota 4	0.141
cuota 5	0.325
cuota 6	0.056
cuota 7	0.073
cuota 8	0.168

A partir de los resultados, se puede inferir con un nivel de significancia $\alpha = 0.05$ que no hay evidencia estadística, para rechazar las hipótesis de que los residuales son no correlacionados.

3.2.4. Pronóstico

Los modelos anteriores cumplen los supuestos y son los mejores de acuerdo al AIC, lo que nos permite pensar en realizar pronósticos. Se calcularon los pronósticos 5 pasos adelante y se organizaron las predicciones por fila para conformar cinco matrices de transición.

Posteriormente se utilizan las inversas de las transformaciones *ilr*, *hyperspherical* y *wclr* con el objetivo de obtener las probabilidades de transición en la escala original. De otro lado, teniendo en cuenta que los modelos se ajustaron con la información del periodo comprendido entre mayo de 2012 y diciembre de 2016, el pronóstico corresponde al periodo entre enero y mayo de 2017. Con la finalidad de determinar la calidad de los pronósticos se calcula el error cuadrado medio de pronóstico y la tasa de cobertura de los intervalos de pronóstico del 95 % de confianza, estos últimos generados a partir de la ecuación 1.7.

El error cuadrado medio de pronóstico se calcula para cada una de las entradas de la matriz, de la siguiente manera:

$$MSE(\hat{p}_{ij}) = \frac{1}{5} \sum_{h=1}^5 (\hat{p}_{ij,h} - p_{ij,h})^2 \quad (3.4)$$

Donde $\hat{p}_{ij,h}$ se refiere al pronóstico de la probabilidad de transición del estado i al j , h pasos adelante; y $p_{ij,h}$ es el valor observado. Por consiguiente, los resultados del cálculo del MSE de predicción para las tres transformaciones se presentan a continuación en las tablas 3.10 a 3.12.

TABLA 3.10. MSE de pronóstico isometric log-ratio.

Cuotas	cuota 0	cuota 1	cuota 2	cuota 3	cuota 4	cuota 5	cuota 6	cuota 7	cuota 8	Absor
cuota 0	0.0000	0.0000								0.0000
cuota 1	0.0037	0.0016	0.0039							0.0000
cuota 2	0.0006	0.0026	0.0008	0.0034						0.0000
cuota 3	0.0003	0.0005	0.0017	0.0011	0.0018					0.0000
cuota 4	0.0008	0.0000	0.0008	0.0018	0.0032	0.0018				0.0000
cuota 5	0.0015	0.0003	0.0001	0.0003	0.0028	0.0092	0.0127			0.0001
cuota 6	0.0012	0.0006	0.0011	0.0003	0.0011	0.0002	0.0023	0.0074		0.0001
cuota 7	0.0040	0.0038	0.0006	0.0002	0.0009	0.0009	0.0017	0.0057	0.0366	0.0011
cuota 8	0.0028	0.0012	0.0009	0.0002	0.0007	0.0005	0.0012	0.0004	0.0087	0.0183

TABLA 3.11. MSE de pronóstico hyperspherical.

Cuotas	cuota 0	cuota 1	cuota 2	cuota 3	cuota 4	cuota 5	cuota 6	cuota 7	cuota 8	Absor
cuota 0	0.0000	0.0000								0.0000
cuota 1	0.0037	0.0016	0.0041							0.0000
cuota 2	0.0006	0.0027	0.0008	0.0036						0.0000
cuota 3	0.0004	0.0006	0.0020	0.0010	0.0018					0.0001
cuota 4	0.0005	0.0001	0.0004	0.0026	0.0051	0.0022				0.0000
cuota 5	0.0006	0.0002	0.0002	0.0002	0.0019	0.0092	0.0136			0.0001
cuota 6	0.0009	0.0000	0.0002	0.0006	0.0025	0.0016	0.0030	0.0053		0.0002
cuota 7	0.0007	0.0001	0.0000	0.0001	0.0011	0.0011	0.0016	0.0011	0.0098	0.0002
cuota 8	0.0037	0.0001	0.0000	0.0004	0.0001	0.0003	0.0011	0.0032	0.0047	0.0030

TABLA 3.12. MSE de pronóstico wclr.

Cuotas	cuota 0	cuota 1	cuota 2	cuota 3	cuota 4	cuota 5	cuota 6	cuota 7	cuota 8	Absor
cuota 0	0.0000	0.0000								0.0000
cuota 1	0.0035	0.0014	0.0039							0.0000
cuota 2	0.0006	0.0028	0.0009	0.0035						0.0000
cuota 3	0.0005	0.0005	0.0022	0.0008	0.0021					0.0001
cuota 4	0.0007	0.0001	0.0007	0.0049	0.0078	0.0039				0.0001
cuota 5	0.0008	0.0002	0.0000	0.0003	0.0018	0.0050	0.0102			0.0001
cuota 6	0.0013	0.0000	0.0011	0.0001	0.0033	0.0009	0.0019	0.0043		0.0002
cuota 7	0.0122	0.0002	0.0000	0.0001	0.0115	0.0380	0.0018	0.0065	0.0986	0.0884
cuota 8	0.0319	0.0000	0.0000	0.0021	0.0001	0.0004	0.0665	0.0119	0.0065	0.0652

La segunda herramienta planteada para medir la bondad de las predicciones son tasas de cobertura (CR) para los intervalos de pronóstico, éstas se obtienen calculando la proporción de ocasiones en que el verdadero valor de la probabilidad $p_{ij,h}$ está contenida dentro de los intervalos estimados. Los resultados se presentan a continuación:

Para *isometric log-ratio*

$$CR_{ilr} = \frac{\# \text{ de veces en que } p_{ij} \text{ esta contenida en los intervalos}}{\# \text{ total de } p_{ij} \text{ estimados}} \times 100\% = 56\%$$

De igual forma para *hyperspherical*

$$CR_{hyp} = 49.56\%$$

Finalmente, para la transformación propuesta *wclr*

$$CR_{wclr} = 57.56\%$$

Examinando las Tablas 3.10 a 3.12, se evidencia que en general se obtienen menores MSE de predicción para la transformación *ilr*; seguida de la *hyperspherical*; y en el último lugar está la transformación propuesta *wclr*, de otro lado para las tasas de cobertura de los intervalos de pronóstico al 95% de confianza, la transformación con intervalos de mayor cobertura es la *wclr*, sin embargo, el desempeño general es inferior al esperado.

Conclusiones

- En general, para las tres transformaciones *isometric log-ratio*, *wclr*, y *hyperspherical* se obtuvieron valores bajos de MSE de pronóstico, evidenciando buen comportamiento en el momento de hacer pronósticos.
- En general, para las tres transformaciones *isometric log-ratio*, *wclr*, y *hyperspherical* se producen tasas de cobertura para los intervalos de pronóstico al 95 % de confianza inferiores a las esperadas, evidenciando falencias en la construcción de los intervalos.
- La medición del desempeño de los pronósticos en términos de error cuadrático medio (MSE) de pronóstico, evidenció que la transformación *irl* genera pronósticos más ajustados a los valores reales de las matrices.
- Con la transformación propuesta *wcrl*, se obtiene mayores tasas de cobertura para los intervalos de pronóstico al 95 % de confianza, aunque la cobertura real no logró superar el 60 %.
- La transformación *isometric log-ratio*, es la que presenta mayores p-valores en las pruebas de Jarque-Bera, permitiendo colegir que la distribución de los residuales es más cercana a la distribución normal.
- Las deficiencias en las tasas de cobertura pueden deberse a las transformaciones utilizadas.
- La obtención de modelos **VAR** con rezagos mayores a uno, permite colegir que matrices de transición entre cuotas de créditos hipotecarios NOVIS, no cumplen con el supuesto de Markov

Trabajo futuro

- Generar intervalos de confianza que permitan mayores tasas de cobertura para las probabilidades de transición pronosticadas.
- Evaluar otros tipos de modelos diferentes a los **VAR**, para la obtención de pronósticos.
- Evaluar diferentes tipos de ponderadores c para la generalización de la transformación $wclr$ y el efecto que éste ponderador tenga sobre los datos transformados.
- Probar la transformación $wclr$ en otro tipo de datos composicionales con presencia de ceros.

APÉNDICE A

Apéndice A: Gráficos de las transiciones para los datos transformados

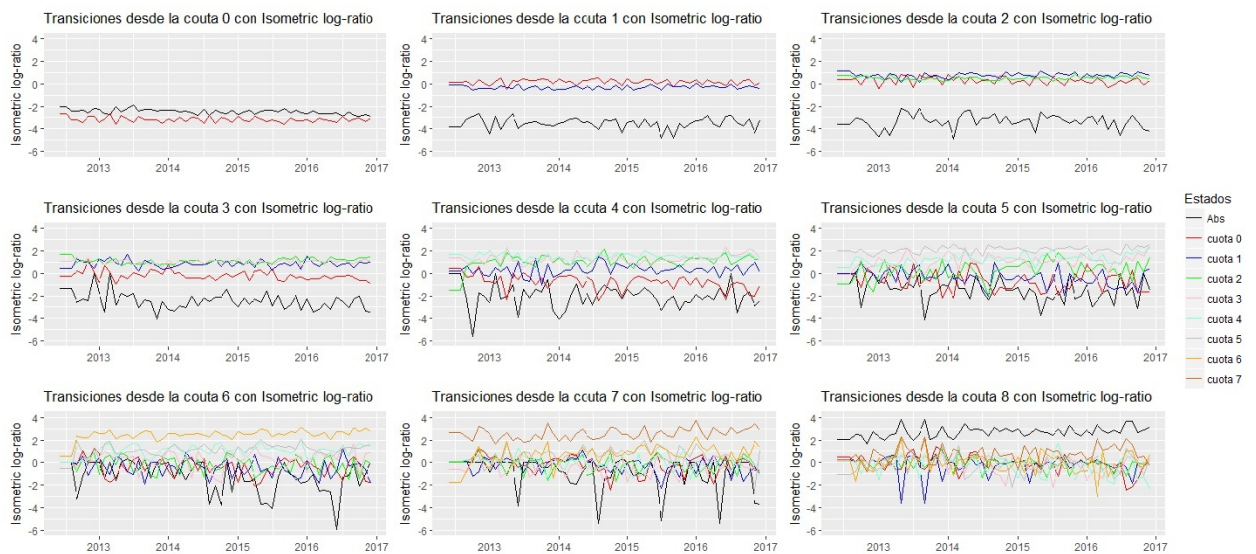


FIGURA A.1. Transiciones Isometric log-ratio.

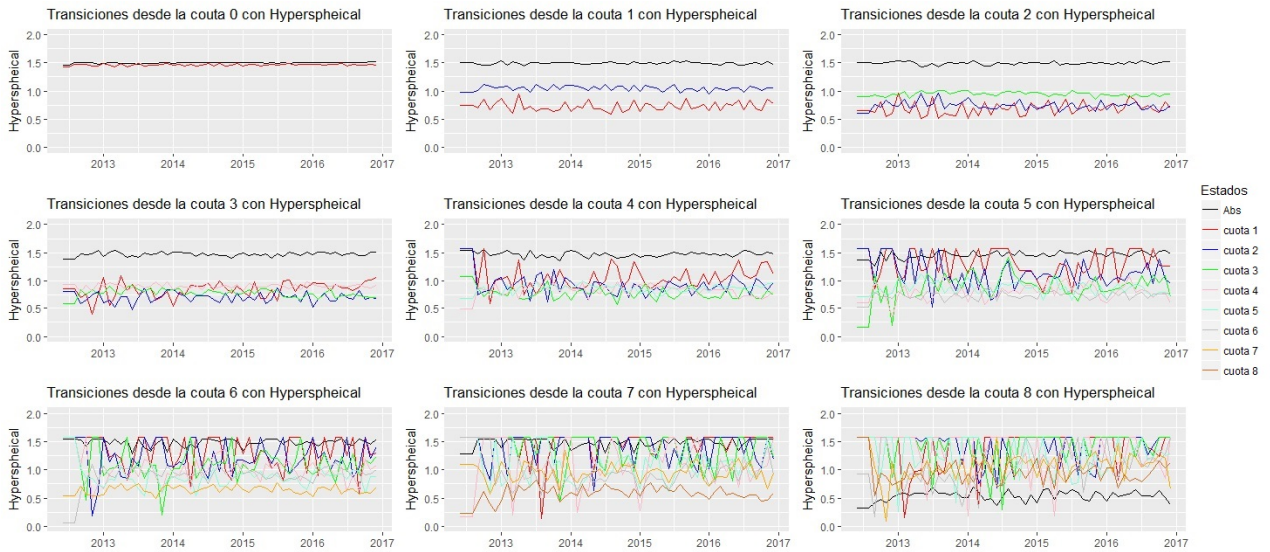


FIGURA A.2. Transiciones hyperspherical.

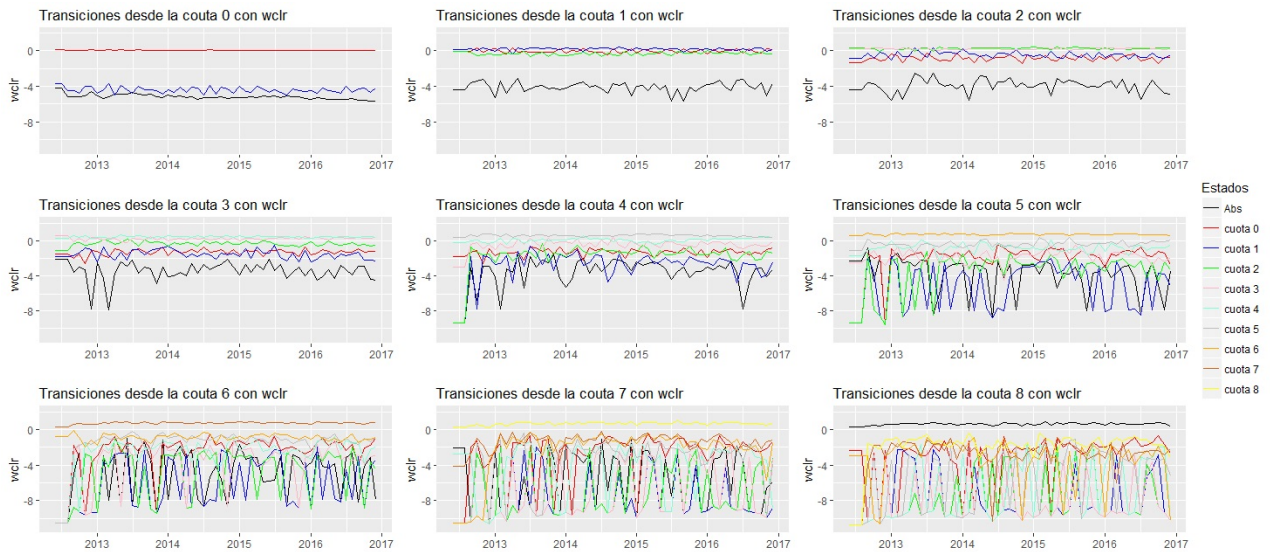


FIGURA A.3. Transiciones wclr.

APÉNDICE B

Apéndice B: Parámetros estimados modelos VAR

B.1. Transformación Isometric log-ratio

TABLA B.1. Estimaciones Fila 1 transformación ilr.

Fila 1 $\widehat{y}_{(cuota\ 0)}$			
Coefficientes	$\widehat{y}_{(cuota\ 1,t)}$	$\widehat{y}_{(Abs,t)}$	$\widehat{e}_{(t.desemp,t)}$
Intercepto	-4.725 (1.104)	1.638 (0.883)	-3.621 (2.363)
$\widehat{y}_{(cuota\ 1,t-1)}$	-0.440 (0.183)	0.650 (0.146)	-0.801 (0.391)
$\widehat{y}_{(Abs,t-1)}$	0.203 (0.195)	0.469 (0.156)	-0.399 (0.418)
$\widehat{e}_{(t.desemp,t-1)}$	0.017 (0.072)	0.019 (0.057)	0.131 (0.153)
$\widehat{y}_{(cuota\ 1,t-2)}$	-0.210 (0.181)	0.161 (0.145)	-0.086 (0.388)
$\widehat{y}_{(Abs,t-2)}$	-0.039 (0.209)	0.195 (0.167)	0.375 (0.448)
$\widehat{e}_{(t.desemp,t-2)}$	0.080 (0.069)	-0.035 (0.055)	0.217 (0.148)
$\widehat{y}_{(cuota\ 1,t-3)}$	0.171 (0.156)	-0.205 (0.125)	-0.144 (0.335)
$\widehat{y}_{(Abs,t-3)}$	-0.179 (0.175)	0.227 (0.140)	-0.071 (0.374)
$\widehat{e}_{(t.desemp,t-3)}$	-0.002 (0.071)	-0.014 (0.057)	0.278 (0.152)

TABLA B.2. Estimaciones Fila 2 transformación ilr.

Fila 2 $\hat{y}_{(cuota\ 1)}$				
Coefficientes	$\hat{y}_{(cuota\ 1,t)}$	$\hat{y}_{(cuota\ 2,t)}$	$\hat{y}_{(Abs,t)}$	$\hat{e}_{(t.desemp,t)}$
Intercepto	0.111 (0.214)	-0.614 (0.181)	-3.592 (0.549)	-0.4 (0.456)
$\hat{y}_{(cuota\ 1,t-1)}$	-0.243 (0.119)	0.111 (0.1)	-0.408 (0.304)	-0.485 (0.253)
$\hat{y}_{(cuota\ 2,t-1)}$	-0.573 (0.164)	-0.393 (0.139)	-0.276 (0.42)	-0.294 (0.349)
$\hat{y}_{(Abs,t-1)}$	0.033 (0.057)	-0.052 (0.048)	-0.027 (0.145)	-0.066 (0.12)
$\hat{e}_{(t.desemp,t-1)}$	-0.113 (0.066)	0.141 (0.056)	0.104 (0.17)	0.32 (0.141)

TABLA B.3. Estimaciones Fila 3 transformación ilr.

Fila 3 $\hat{y}_{(cuota\ 2)}$					
Coefficientes	$\hat{y}_{(cuota\ 1,t)}$	$\hat{y}_{(cuota\ 2,t)}$	$\hat{y}_{(cuota\ 3,t)}$	$\hat{y}_{(Abs,t)}$	$\hat{e}_{(t.desemp,t)}$
Intercepto	-0.623 (0.383)	0.529 (0.221)	0.442 (0.164)	-2.689 (0.659)	-0.623 (0.383)
$\hat{y}_{(cuota\ 1,t-1)}$	-0.163 (0.163)	0.360 (0.094)	0.097 (0.070)	-0.078 (0.281)	-0.163 (0.163)
$\hat{y}_{(cuota\ 2,t-1)}$	-1.014 (0.301)	-0.001 (0.174)	-0.069 (0.129)	0.370 (0.519)	-1.014 (0.301)
$\hat{y}_{(cuota\ 3,t-1)}$	1.719 (0.465)	0.003 (0.269)	0.202 (0.199)	-0.574 (0.802)	1.719 (0.465)
$\hat{y}_{(Abs,t-1)}$	-0.108 (0.095)	-0.038 (0.055)	0.001 (0.041)	0.186 (0.164)	-0.108 (0.095)
$\hat{e}_{(t.desemp,t-1)}$	0.067 (0.136)	0.034 (0.079)	0.077 (0.058)	-0.001 (0.234)	0.067 (0.136)

TABLA B.4. Estimaciones Fila 4 transformación ilr.

Fila 4 $\hat{y}_{(cuota\ 3)}$						
Coefficientes	$\hat{y}_{(cuota\ 1,t)}$	$\hat{y}_{(cuota\ 2,t)}$	$\hat{y}_{(cuota\ 3,t)}$	$\hat{y}_{(cuota\ 4,t)}$	$\hat{y}_{(Abs,t)}$	$\hat{e}_{(t.desemp,t)}$
Intercepto	-1.407 (1.185)	2.297 (0.770)	1.048 (0.602)	1.722 (0.413)	-4.989 (1.972)	-0.932 (1.229)
$\hat{y}_{(cuota\ 1,t-1)}$	0.131 (0.206)	-0.061 (0.134)	0.030 (0.105)	-0.074 (0.072)	0.768 (0.343)	0.179 (0.214)
$\hat{y}_{(cuota\ 2,t-1)}$	0.237 (0.293)	-0.327 (0.191)	0.070 (0.149)	-0.340 (0.102)	0.296 (0.488)	0.049 (0.304)
$\hat{y}_{(cuota\ 3,t-1)}$	0.036 (0.477)	-0.191 (0.310)	0.270 (0.242)	0.152 (0.166)	0.276 (0.794)	0.500 (0.495)
$\hat{y}_{(cuota\ 4,t-1)}$	0.246 (0.511)	-0.210 (0.332)	-0.374 (0.260)	-0.083 (0.178)	0.533 (0.851)	-0.257 (0.530)
$\hat{y}_{(Abs,t-1)}$	-0.162 (0.100)	0.080 (0.065)	0.025 (0.051)	0.070 (0.035)	-0.219 (0.167)	0.014 (0.104)
$\hat{e}_{(t.desemp,t-1)}$	-0.202 (0.170)	0.211 (0.111)	0.135 (0.086)	0.094 (0.059)	0.164 (0.283)	0.050 (0.176)
$\hat{y}_{(cuota\ 1,t-2)}$	0.113 (0.189)	-0.312 (0.123)	-0.078 (0.096)	-0.148 (0.066)	0.070 (0.315)	0.146 (0.196)
$\hat{y}_{(cuota\ 2,t-2)}$	0.116 (0.285)	-0.339 (0.185)	-0.279 (0.144)	0.062 (0.099)	-0.117 (0.473)	0.296 (0.295)
$\hat{y}_{(cuota\ 3,t-2)}$	-0.487 (0.405)	-0.227 (0.263)	0.167 (0.205)	-0.292 (0.141)	-0.313 (0.673)	0.454 (0.419)
$\hat{y}_{(cuota\ 4,t-2)}$	0.452 (0.536)	0.277 (0.349)	0.230 (0.272)	-0.019 (0.187)	2.149 (0.892)	-0.279 (0.556)
$\hat{y}_{(Abs,t-2)}$	0.037 (0.089)	0.086 (0.058)	-0.068 (0.045)	-0.008 (0.031)	0.198 (0.148)	0.072 (0.092)
$\hat{e}_{(t.desemp,t-2)}$	-0.084 (0.169)	0.076 (0.110)	0.026 (0.086)	0.017 (0.059)	-0.086 (0.282)	0.073 (0.176)
$\hat{y}_{(cuota\ 1,t-3)}$	0.632 (0.206)	0.004 (0.134)	-0.150 (0.105)	0.025 (0.072)	-0.079 (0.344)	0.122 (0.214)
$\hat{y}_{(cuota\ 2,t-3)}$	0.019 (0.319)	0.000 (0.207)	-0.089 (0.162)	-0.107 (0.111)	0.929 (0.530)	0.037 (0.330)
$\hat{y}_{(cuota\ 3,t-3)}$	0.746 (0.397)	0.217 (0.258)	-0.161 (0.202)	0.348 (0.139)	-0.618 (0.661)	0.381 (0.412)
$\hat{y}_{(cuota\ 4,t-3)}$	-0.110 (0.505)	-0.088 (0.328)	0.044 (0.256)	-0.231 (0.176)	0.136 (0.840)	-0.369 (0.524)
$\hat{y}_{(Abs,t-3)}$	0.127 (0.091)	0.066 (0.059)	-0.006 (0.046)	0.034 (0.032)	0.218 (0.152)	-0.060 (0.095)
$\hat{e}_{(t.desemp,t-3)}$	-0.095 (0.162)	0.053 (0.105)	-0.005 (0.082)	-0.019 (0.056)	0.214 (0.269)	0.084 (0.168)

TABLA B.5. Estimaciones Fila 5 transformación ilr.

Fila 5 $\hat{Y}(cuota 4)$							
Coefficientes	$\hat{Y}(cuota 1,t)$	$\hat{Y}(cuota 2,t)$	$\hat{Y}(cuota 3,t)$	$\hat{Y}(cuota 4,t)$	$\hat{Y}(cuota 5,t)$	$\hat{Y}(Abs,t)$	$\hat{e}(t.desemp,t)$
Intercepto	-0.666 (1.480)	-0.001 (1.004)	1.379 (1.044)	2.367 (0.909)	2.099 (0.660)	-0.693 (2.772)	-1.823 (1.013)
$\hat{Y}(cuota 1,t-1)$	0.397 (0.260)	-0.582 (0.176)	-0.045 (0.183)	-0.304 (0.160)	-0.171 (0.116)	-0.728 (0.487)	0.023 (0.178)
$\hat{Y}(cuota 2,t-1)$	0.325 (0.223)	-0.411 (0.151)	0.066 (0.157)	-0.308 (0.137)	-0.169 (0.099)	-0.202 (0.418)	-0.293 (0.153)
$\hat{Y}(cuota 3,t-1)$	0.021 (0.260)	-0.358 (0.176)	0.081 (0.183)	-0.115 (0.159)	-0.005 (0.116)	-0.375 (0.486)	-0.036 (0.178)
$\hat{Y}(cuota 4,t-1)$	0.092 (0.411)	-0.051 (0.279)	0.056 (0.290)	0.040 (0.253)	-0.122 (0.183)	0.071 (0.771)	0.417 (0.282)
$\hat{Y}(cuota 5,t-1)$	-0.593 (0.463)	-0.177 (0.314)	-0.026 (0.327)	-0.173 (0.285)	-0.028 (0.207)	0.300 (0.868)	0.282 (0.317)
$\hat{Y}(Abs,t-1)$	-0.178 (0.099)	0.083 (0.067)	0.046 (0.070)	-0.016 (0.061)	0.040 (0.044)	-0.027 (0.185)	-0.092 (0.068)
$\hat{e}(t.desemp,t-1)$	0.106 (0.273)	0.034 (0.185)	-0.137 (0.193)	0.171 (0.168)	0.146 (0.122)	0.038 (0.512)	0.073 (0.187)
$\hat{Y}(cuota 1,t-2)$	-0.175 (0.260)	-0.219 (0.177)	0.129 (0.184)	-0.054 (0.160)	0.036 (0.116)	0.126 (0.487)	0.226 (0.178)
$\hat{Y}(cuota 2,t-2)$	-0.113 (0.244)	0.137 (0.165)	0.070 (0.172)	0.208 (0.150)	0.247 (0.109)	0.633 (0.456)	0.084 (0.167)
$\hat{Y}(cuota 3,t-2)$	0.299 (0.257)	-0.253 (0.174)	-0.030 (0.181)	-0.145 (0.158)	0.022 (0.115)	0.329 (0.482)	0.003 (0.176)
$\hat{Y}(cuota 4,t-2)$	-0.963 (0.396)	0.370 (0.268)	0.102 (0.279)	0.263 (0.243)	0.004 (0.177)	-0.853 (0.741)	0.309 (0.271)
$\hat{Y}(cuota 5,t-2)$	1.647 (0.483)	-1.003 (0.328)	-0.395 (0.341)	-0.835 (0.297)	-0.234 (0.215)	-1.005 (0.905)	0.139 (0.331)
$\hat{Y}(Abs,t-2)$	0.071 (0.103)	-0.114 (0.070)	0.010 (0.073)	0.029 (0.064)	-0.005 (0.046)	-0.085 (0.194)	-0.090 (0.071)
$\hat{e}(t.desemp,t-2)$	-0.233 (0.259)	-0.072 (0.176)	0.136 (0.183)	0.269 (0.159)	0.169 (0.115)	0.351 (0.485)	0.187 (0.177)
$\hat{Y}(cuota 1,t-3)$	0.050 (0.242)	-0.124 (0.164)	-0.028 (0.171)	-0.091 (0.149)	-0.209 (0.108)	-0.213 (0.453)	-0.255 (0.166)
$\hat{Y}(cuota 2,t-3)$	0.184 (0.243)	0.079 (0.165)	-0.285 (0.172)	0.016 (0.150)	0.045 (0.109)	-0.049 (0.456)	-0.051 (0.167)
$\hat{Y}(cuota 3,t-3)$	-0.345 (0.214)	-0.150 (0.145)	0.177 (0.151)	0.119 (0.131)	-0.128 (0.095)	0.017 (0.400)	-0.195 (0.146)
$\hat{Y}(cuota 4,t-3)$	0.251 (0.418)	-0.394 (0.283)	-0.032 (0.295)	-0.187 (0.257)	-0.472 (0.186)	-0.423 (0.783)	-0.258 (0.286)
$\hat{Y}(cuota 5,t-3)$	-0.714 (0.558)	1.339 (0.378)	0.254 (0.394)	0.186 (0.343)	0.356 (0.249)	0.197 (1.045)	0.188 (0.382)
$\hat{Y}(Abs,t-3)$	-0.010 (0.102)	-0.132 (0.069)	0.073 (0.072)	-0.027 (0.062)	0.000 (0.045)	-0.044 (0.190)	-0.033 (0.070)
$\hat{e}(t.desemp,t-3)$	0.196 (0.240)	-0.272 (0.163)	0.066 (0.170)	0.051 (0.148)	-0.055 (0.107)	0.009 (0.450)	0.041 (0.164)

TABLA B.6. Estimaciones Fila 6 transformación ilr.

Fila 6 $\hat{Y}(cuota 5)$								
Coefficientes	$\hat{Y}(cuota 1,t)$	$\hat{Y}(cuota 2,t)$	$\hat{Y}(cuota 3,t)$	$\hat{Y}(cuota 4,t)$	$\hat{Y}(cuota 5,t)$	$\hat{Y}(cuota 6,t)$	$\hat{Y}(Abs,t)$	$\hat{e}(t.desemp,t)$
Intercepto	-0.988 (1.066)	-0.940 (0.928)	0.066 (0.995)	0.555 (0.695)	0.743 (0.558)	2.420 (0.341)	-2.964 (1.223)	1.037 (0.507)
$\hat{Y}(cuota 1,t-1)$	0.292 (0.202)	0.048 (0.176)	0.052 (0.188)	0.010 (0.132)	-0.116 (0.106)	-0.196 (0.065)	0.195 (0.232)	-0.021 (0.096)
$\hat{Y}(cuota 2,t-1)$	0.000 (0.193)	0.084 (0.168)	0.038 (0.180)	-0.092 (0.126)	-0.086 (0.101)	-0.029 (0.062)	0.193 (0.221)	0.020 (0.092)
$\hat{Y}(cuota 3,t-1)$	0.361 (0.184)	-0.086 (0.160)	0.081 (0.172)	-0.069 (0.120)	-0.040 (0.096)	-0.097 (0.059)	-0.146 (0.211)	0.022 (0.087)
$\hat{Y}(cuota 4,t-1)$	-0.120 (0.259)	0.323 (0.226)	0.033 (0.242)	0.260 (0.169)	0.083 (0.136)	0.012 (0.083)	0.556 (0.298)	0.064 (0.123)
$\hat{Y}(cuota 5,t-1)$	-0.067 (0.370)	-0.048 (0.322)	0.647 (0.346)	-0.031 (0.242)	0.206 (0.194)	0.057 (0.118)	-0.496 (0.425)	0.005 (0.176)
$\hat{Y}(cuota 6,t-1)$	0.410 (0.576)	0.203 (0.502)	-0.343 (0.538)	0.134 (0.376)	0.053 (0.302)	-0.252 (0.184)	0.674 (0.662)	-0.621 (0.274)
$\hat{Y}(Abs,t-1)$	0.155 (0.135)	-0.001 (0.117)	-0.069 (0.126)	0.020 (0.088)	0.012 (0.071)	-0.016 (0.043)	-0.256 (0.155)	-0.005 (0.064)
$\hat{e}(t.desemp,t-1)$	-0.040 (0.312)	0.116 (0.272)	-0.022 (0.292)	-0.208 (0.204)	-0.102 (0.164)	-0.008 (0.100)	0.160 (0.359)	0.239 (0.149)

TABLA B.7. Estimaciones Fila 7 transformación ilr.

Fila 7 $\hat{Y}_{(cuota\ 6)}$									
Coeficientes	$\hat{Y}_{(cuota\ 1,t)}$	$\hat{Y}_{(cuota\ 2,t)}$	$\hat{Y}_{(cuota\ 3,t)}$	$\hat{Y}_{(cuota\ 4,t)}$	$\hat{Y}_{(cuota\ 5,t)}$	$\hat{Y}_{(cuota\ 6,t)}$	$\hat{Y}_{(cuota\ 7,t)}$	$\hat{Y}_{(Abs,t)}$	$\hat{e}_{(t,desemp,t)}$
Intercepto	1.025 (1.058)	-0.561 (1.024)	-0.003 (0.808)	-2.264 (0.959)	0.193 (0.566)	2.176 (0.601)	2.604 (0.337)	-2.896 (1.837)	0.087 (0.500)
$\hat{Y}_{(cuota\ 1,t-1)}$	0.138 (0.227)	-0.111 (0.219)	0.143 (0.173)	-0.123 (0.205)	0.083 (0.121)	0.027 (0.129)	0.118 (0.072)	-0.262 (0.393)	0.046 (0.107)
$\hat{Y}_{(cuota\ 2,t-1)}$	-0.208 (0.213)	-0.015 (0.206)	0.043 (0.163)	-0.029 (0.193)	0.186 (0.114)	0.075 (0.121)	-0.072 (0.068)	0.598 (0.370)	0.174 (0.101)
$\hat{Y}_{(cuota\ 3,t-1)}$	-0.013 (0.224)	0.074 (0.217)	0.005 (0.171)	0.013 (0.203)	-0.029 (0.120)	-0.252 (0.127)	-0.090 (0.071)	0.591 (0.389)	0.137 (0.106)
$\hat{Y}_{(cuota\ 4,t-1)}$	-0.257 (0.244)	-0.147 (0.236)	-0.217 (0.186)	0.036 (0.221)	0.215 (0.131)	0.323 (0.139)	0.138 (0.078)	-0.873 (0.424)	0.116 (0.115)
$\hat{Y}_{(cuota\ 5,t-1)}$	-0.487 (0.349)	0.183 (0.338)	-0.225 (0.267)	-0.532 (0.317)	0.328 (0.187)	0.318 (0.198)	0.137 (0.111)	-0.198 (0.607)	0.165 (0.165)
$\hat{Y}_{(cuota\ 6,t-1)}$	0.367 (0.412)	-0.369 (0.399)	0.068 (0.315)	0.187 (0.374)	-0.205 (0.220)	-0.083 (0.234)	-0.059 (0.131)	-0.047 (0.716)	0.265 (0.195)
$\hat{Y}_{(cuota\ 7,t-1)}$	0.079 (0.549)	0.253 (0.531)	0.125 (0.419)	0.476 (0.498)	0.067 (0.294)	-0.171 (0.312)	0.104 (0.175)	0.510 (0.953)	-0.381 (0.259)
$\hat{Y}_{(Abs,t-1)}$	0.343 (0.129)	-0.135 (0.125)	-0.050 (0.098)	-0.063 (0.117)	-0.134 (0.069)	-0.031 (0.073)	-0.041 (0.041)	0.194 (0.224)	-0.056 (0.061)
$\hat{e}_{(t,desemp,t-1)}$	0.033 (0.424)	0.919 (0.410)	-0.275 (0.324)	-0.073 (0.384)	-0.664 (0.227)	-0.385 (0.241)	-0.083 (0.135)	0.651 (0.736)	-0.095 (0.200)
$\hat{Y}_{(cuota\ 1,t-2)}$	-0.154 (0.219)	-0.281 (0.212)	-0.001 (0.167)	0.038 (0.198)	0.052 (0.117)	0.282 (0.124)	0.174 (0.070)	0.198 (0.380)	0.254 (0.103)
$\hat{Y}_{(cuota\ 2,t-2)}$	-0.225 (0.221)	-0.255 (0.214)	0.279 (0.169)	0.427 (0.201)	0.183 (0.118)	0.117 (0.126)	0.107 (0.070)	0.128 (0.384)	-0.082 (0.104)
$\hat{Y}_{(cuota\ 3,t-2)}$	-0.206 (0.242)	0.186 (0.234)	0.012 (0.185)	0.224 (0.219)	0.067 (0.129)	0.055 (0.137)	-0.012 (0.077)	-0.147 (0.420)	0.214 (0.114)
$\hat{Y}_{(cuota\ 4,t-2)}$	-0.002 (0.228)	-0.283 (0.221)	0.201 (0.174)	0.001 (0.207)	0.026 (0.122)	0.172 (0.130)	0.138 (0.073)	-0.008 (0.396)	-0.046 (0.108)
$\hat{Y}_{(cuota\ 5,t-2)}$	0.070 (0.395)	-0.573 (0.382)	0.951 (0.302)	0.302 (0.358)	-0.007 (0.211)	0.286 (0.224)	0.202 (0.126)	-0.576 (0.686)	-0.425 (0.187)
$\hat{Y}_{(cuota\ 6,t-2)}$	-0.150 (0.432)	-0.381 (0.418)	0.516 (0.330)	-0.619 (0.392)	0.249 (0.231)	0.194 (0.246)	0.091 (0.138)	-0.003 (0.751)	0.347 (0.204)
$\hat{Y}_{(cuota\ 7,t-2)}$	-0.085 (0.569)	0.300 (0.550)	-0.906 (0.434)	0.616 (0.516)	-0.206 (0.304)	-0.658 (0.323)	-0.346 (0.181)	0.675 (0.988)	-0.175 (0.269)
$\hat{Y}_{(Abs,t-2)}$	-0.099 (0.134)	0.202 (0.130)	-0.123 (0.103)	-0.092 (0.122)	0.077 (0.072)	-0.001 (0.076)	-0.001 (0.043)	0.369 (0.233)	-0.038 (0.063)
$\hat{e}_{(t,desemp,t-2)}$	-0.310 (0.372)	-0.356 (0.360)	0.191 (0.284)	0.685 (0.337)	-0.107 (0.199)	-0.111 (0.211)	-0.018 (0.118)	-0.766 (0.645)	0.262 (0.175)
$\hat{Y}_{(cuota\ 1,t-3)}$	-0.025 (0.250)	-0.227 (0.242)	-0.064 (0.191)	-0.477 (0.227)	0.174 (0.134)	0.270 (0.142)	0.143 (0.080)	-0.140 (0.435)	0.147 (0.118)
$\hat{Y}_{(cuota\ 2,t-3)}$	0.118 (0.206)	0.255 (0.199)	-0.176 (0.157)	-0.264 (0.187)	0.051 (0.110)	-0.090 (0.117)	-0.094 (0.065)	0.504 (0.357)	-0.096 (0.097)
$\hat{Y}_{(cuota\ 3,t-3)}$	0.322 (0.240)	-0.290 (0.232)	0.318 (0.183)	-0.071 (0.217)	0.166 (0.128)	0.048 (0.136)	0.057 (0.076)	0.487 (0.416)	0.005 (0.113)
$\hat{Y}_{(cuota\ 4,t-3)}$	0.060 (0.234)	0.367 (0.227)	-0.727 (0.179)	-0.395 (0.212)	0.052 (0.125)	0.154 (0.133)	0.107 (0.075)	-0.036 (0.407)	0.090 (0.111)
$\hat{Y}_{(cuota\ 5,t-3)}$	-0.267 (0.382)	0.442 (0.369)	-1.043 (0.291)	-0.646 (0.346)	-0.377 (0.204)	0.033 (0.217)	0.015 (0.121)	-0.015 (0.663)	0.080 (0.180)
$\hat{Y}_{(cuota\ 6,t-3)}$	0.507 (0.431)	-0.498 (0.417)	0.332 (0.329)	-0.539 (0.390)	0.307 (0.230)	0.455 (0.245)	0.278 (0.137)	-0.403 (0.748)	-0.249 (0.203)
$\hat{Y}_{(cuota\ 7,t-3)}$	-0.639 (0.480)	-0.056 (0.465)	0.622 (0.367)	0.765 (0.436)	0.386 (0.257)	-0.187 (0.273)	-0.119 (0.153)	0.447 (0.834)	0.357 (0.227)
$\hat{Y}_{(Abs,t-3)}$	-0.243 (0.138)	-0.089 (0.134)	0.123 (0.105)	0.133 (0.125)	-0.018 (0.074)	-0.055 (0.078)	-0.040 (0.044)	-0.334 (0.240)	-0.086 (0.065)
$\hat{e}_{(t,desemp,t-3)}$	0.308 (0.392)	-0.312 (0.379)	0.793 (0.299)	-0.201 (0.356)	0.226 (0.210)	-0.006 (0.223)	0.051 (0.125)	-0.147 (0.681)	0.242 (0.185)

TABLA B.8. Estimaciones Fila 8 transformación ilr.

Fila 8 $\hat{Y}(cuota \tau)$										
Coefficientes	$\hat{Y}(cuota 1,t)$	$\hat{Y}(cuota 2,t)$	$\hat{Y}(cuota 3,t)$	$\hat{Y}(cuota 4,t)$	$\hat{Y}(cuota 5,t)$	$\hat{Y}(cuota 6,t)$	$\hat{Y}(cuota 7,t)$	$\hat{Y}(cuota 8,t)$	$\hat{Y}(Abs,t)$	$\hat{e}(t,desemp,t)$
Intercepto	-0.170 (0.219)	1.319 (1.413)	1.110 (1.484)	-1.080 (1.472)	1.595 (1.082)	-0.206 (1.204)	-2.756 (1.331)	1.420 (0.964)	2.966 (2.841)	-1.520 (0.666)
$\hat{Y}(cuota 1,t-1)$	0.145 (0.185)	-0.044 (0.255)	0.369 (0.268)	0.148 (0.266)	0.681 (0.196)	-0.036 (0.218)	0.032 (0.241)	0.031 (0.174)	-0.233 (0.514)	-0.265 (0.120)
$\hat{Y}(cuota 2,t-1)$	0.498 (0.185)	0.039 (0.216)	-0.117 (0.226)	-0.212 (0.225)	-0.295 (0.165)	0.176 (0.184)	-0.071 (0.203)	-0.042 (0.147)	0.495 (0.433)	0.150 (0.102)
$\hat{Y}(cuota 3,t-1)$	0.228 (0.190)	-0.026 (0.221)	0.045 (0.232)	0.077 (0.230)	-0.295 (0.169)	-0.212 (0.189)	0.088 (0.208)	0.068 (0.151)	-0.259 (0.445)	0.205 (0.104)
$\hat{Y}(cuota 4,t-1)$	0.403 (0.153)	0.027 (0.178)	-0.029 (0.187)	-0.181 (0.186)	-0.088 (0.136)	-0.162 (0.152)	-0.282 (0.168)	-0.066 (0.122)	0.276 (0.358)	0.091 (0.084)
$\hat{Y}(cuota 5,t-1)$	-0.064 (0.236)	-0.199 (0.275)	0.269 (0.289)	-0.047 (0.287)	0.020 (0.211)	0.036 (0.234)	0.533 (0.259)	0.065 (0.188)	-0.249 (0.553)	-0.130 (0.130)
$\hat{Y}(cuota 6,t-1)$	0.229 (0.213)	0.221 (0.248)	0.089 (0.261)	-0.028 (0.259)	0.119 (0.190)	0.048 (0.212)	-0.109 (0.234)	-0.172 (0.169)	0.570 (0.499)	0.028 (0.117)
$\hat{Y}(cuota 7,t-1)$	0.204 (0.171)	-0.035 (0.199)	0.104 (0.209)	-0.087 (0.208)	-0.253 (0.153)	0.257 (0.170)	0.112 (0.188)	0.027 (0.136)	-0.343 (0.401)	0.086 (0.094)
$\hat{Y}(cuota 8,t-1)$	-0.067 (0.307)	0.064 (0.307)	0.031 (0.323)	0.387 (0.320)	0.250 (0.235)	-0.087 (0.262)	-0.194 (0.289)	0.016 (0.210)	-0.858 (0.618)	0.004 (0.145)
$\hat{Y}(Abs,t-1)$	-0.108 (0.099)	-0.021 (0.115)	-0.059 (0.121)	0.069 (0.120)	-0.001 (0.088)	-0.163 (0.098)	0.017 (0.109)	0.073 (0.079)	-0.052 (0.232)	-0.033 (0.054)
$\hat{e}(t,desemp,t-1)$	0.816 (0.362)	0.232 (0.422)	-0.234 (0.443)	0.389 (0.439)	0.081 (0.323)	-0.728 (0.359)	-0.268 (0.397)	0.141 (0.288)	1.526 (0.848)	0.076 (0.199)
$\hat{Y}(cuota 1,t-2)$	-0.274 (0.210)	0.292 (0.245)	-0.336 (0.257)	0.217 (0.255)	-0.341 (0.188)	-0.198 (0.209)	-0.118 (0.231)	0.026 (0.167)	0.205 (0.493)	0.001 (0.116)
$\hat{Y}(cuota 2,t-2)$	0.096 (0.190)	0.193 (0.222)	-0.027 (0.233)	-0.035 (0.231)	0.118 (0.170)	0.538 (0.189)	0.044 (0.209)	-0.200 (0.151)	-0.215 (0.446)	0.017 (0.104)
$\hat{Y}(cuota 3,t-2)$	0.126 (0.179)	-0.224 (0.208)	-0.158 (0.219)	0.045 (0.217)	0.090 (0.160)	0.452 (0.178)	0.143 (0.196)	-0.035 (0.142)	0.140 (0.419)	0.047 (0.098)
$\hat{Y}(cuota 4,t-2)$	0.147 (0.187)	0.184 (0.217)	0.140 (0.228)	-0.182 (0.226)	-0.136 (0.167)	0.078 (0.185)	-0.352 (0.205)	-0.263 (0.148)	0.351 (0.437)	0.234 (0.103)
$\hat{Y}(cuota 5,t-2)$	0.255 (0.206)	-0.007 (0.241)	-0.175 (0.253)	-0.102 (0.251)	-0.164 (0.184)	-0.353 (0.205)	0.260 (0.227)	-0.032 (0.164)	0.395 (0.625)	0.034 (0.113)
$\hat{Y}(cuota 6,t-2)$	-0.234 (0.270)	0.008 (0.315)	0.406 (0.331)	-0.166 (0.328)	0.406 (0.241)	0.228 (0.268)	-0.081 (0.297)	-0.357 (0.215)	-0.501 (0.633)	-0.118 (0.148)
$\hat{Y}(cuota 7,t-2)$	-0.279 (0.179)	0.120 (0.209)	-0.313 (0.220)	-0.133 (0.218)	-0.102 (0.160)	-0.005 (0.178)	0.456 (0.197)	0.261 (0.143)	-0.515 (0.421)	0.012 (0.099)
$\hat{Y}(cuota 8,t-2)$	0.558 (0.267)	-0.206 (0.311)	-0.294 (0.326)	0.307 (0.324)	-0.798 (0.238)	-0.263 (0.265)	0.243 (0.293)	-0.060 (0.212)	0.584 (0.625)	0.254 (0.147)
$\hat{Y}(Abs,t-2)$	0.231 (0.087)	0.082 (0.101)	-0.116 (0.106)	-0.051 (0.105)	0.008 (0.077)	-0.110 (0.086)	-0.017 (0.095)	-0.124 (0.069)	0.025 (0.203)	-0.057 (0.048)
$\hat{e}(t,desemp,t-2)$	0.206 (0.330)	-0.011 (0.385)	0.711 (0.404)	0.114 (0.401)	0.212 (0.295)	0.316 (0.328)	-0.190 (0.362)	-0.230 (0.263)	-1.114 (0.773)	0.365 (0.181)
$\hat{Y}(cuota 1,t-3)$	-0.195 (0.212)	0.109 (0.247)	0.198 (0.260)	0.109 (0.257)	0.381 (0.189)	-0.239 (0.211)	0.264 (0.233)	-0.056 (0.169)	-0.447 (0.497)	-0.069 (0.117)
$\hat{Y}(cuota 2,t-3)$	-0.089 (0.217)	-0.006 (0.253)	-0.217 (0.266)	0.096 (0.264)	-0.107 (0.194)	-0.295 (0.216)	-0.010 (0.239)	-0.154 (0.173)	-0.800 (0.509)	0.046 (0.119)
$\hat{Y}(cuota 3,t-3)$	-0.098 (0.190)	-0.039 (0.221)	-0.070 (0.232)	-0.181 (0.231)	-0.037 (0.169)	0.251 (0.189)	-0.232 (0.209)	-0.112 (0.151)	-0.235 (0.445)	0.222 (0.104)
$\hat{Y}(cuota 4,t-3)$	-0.095 (0.207)	0.111 (0.241)	0.198 (0.253)	-0.657 (0.251)	-0.057 (0.184)	-0.021 (0.205)	-0.164 (0.227)	-0.438 (0.164)	-0.198 (0.484)	-0.087 (0.114)
$\hat{Y}(cuota 5,t-3)$	-0.080 (0.200)	0.041 (0.233)	-0.104 (0.245)	0.392 (0.243)	0.162 (0.178)	-0.084 (0.198)	0.170 (0.219)	0.031 (0.159)	-0.170 (0.468)	-0.027 (0.110)
$\hat{Y}(cuota 6,t-3)$	0.021 (0.228)	-0.363 (0.266)	-0.152 (0.279)	0.191 (0.277)	0.161 (0.204)	0.131 (0.226)	0.136 (0.250)	-0.135 (0.181)	-0.165 (0.534)	-0.035 (0.125)
$\hat{Y}(cuota 7,t-3)$	-0.208 (0.167)	0.054 (0.195)	-0.048 (0.205)	0.251 (0.203)	0.115 (0.149)	-0.273 (0.166)	-0.230 (0.184)	-0.037 (0.133)	-0.117 (0.392)	-0.152 (0.092)
$\hat{Y}(cuota 8,t-3)$	-0.287 (0.330)	-0.375 (0.385)	-0.230 (0.404)	-0.444 (0.401)	-0.196 (0.295)	0.471 (0.328)	1.107 (0.362)	0.410 (0.263)	-1.043 (0.773)	0.375 (0.181)
$\hat{Y}(Abs,t-3)$	-0.002 (0.099)	0.013 (0.115)	0.129 (0.121)	0.024 (0.120)	-0.117 (0.088)	0.078 (0.098)	-0.022 (0.108)	-0.082 (0.078)	-0.192 (0.231)	0.071 (0.054)
$\hat{e}(t,desemp,t-3)$	-0.952 (0.370)	-0.148 (0.431)	-0.199 (0.453)	0.081 (0.449)	0.525 (0.330)	0.011 (0.367)	-0.334 (0.406)	0.048 (0.294)	-0.025 (0.866)	0.034 (0.203)

TABLA B.9. Estimaciones Fila 9 transformación ilr.

Fila 9 $\hat{Y}(cuota\ s)$										
Coefficientes	$\hat{Y}(cuota\ 1,t)$	$\hat{Y}(cuota\ 2,t)$	$\hat{Y}(cuota\ 3,t)$	$\hat{Y}(cuota\ 4,t)$	$\hat{Y}(cuota\ 5,t)$	$\hat{Y}(cuota\ 6,t)$	$\hat{Y}(cuota\ 7,t)$	$\hat{Y}(cuota\ 8,t)$	$\hat{Y}(Abs,t)$	$\hat{e}(t,desemp,t)$
Intercepto	-0.214 (1.484)	0.867 (1.708)	0.390 (1.358)	-0.874 (1.632)	3.658 (1.876)	-1.186 (1.941)	-0.568 (1.680)	-0.439 (1.670)	2.741 (1.083)	0.902 (0.976)
$\hat{Y}(cuota\ 1,t-1)$	0.253 (0.219)	0.403 (0.253)	-0.114 (0.201)	-0.020 (0.241)	0.093 (0.277)	0.097 (0.287)	-0.288 (0.248)	-0.010 (0.247)	-0.116 (0.160)	0.100 (0.144)
$\hat{Y}(cuota\ 2,t-1)$	-0.110 (0.258)	-0.331 (0.297)	0.100 (0.236)	-0.017 (0.284)	0.511 (0.326)	0.455 (0.337)	0.799 (0.292)	-0.265 (0.290)	0.021 (0.188)	0.065 (0.170)
$\hat{Y}(cuota\ 3,t-1)$	0.178 (0.250)	-0.319 (0.288)	-0.105 (0.229)	0.083 (0.275)	-0.204 (0.316)	-0.189 (0.327)	0.092 (0.283)	0.254 (0.282)	0.177 (0.183)	-0.012 (0.164)
$\hat{Y}(cuota\ 4,t-1)$	0.279 (0.199)	0.141 (0.229)	0.213 (0.182)	-0.167 (0.218)	-0.048 (0.251)	0.010 (0.260)	0.235 (0.225)	-0.456 (0.224)	-0.151 (0.145)	-0.044 (0.131)
$\hat{Y}(cuota\ 5,t-1)$	-0.185 (0.175)	0.389 (0.202)	0.026 (0.161)	0.251 (0.193)	0.108 (0.222)	-0.185 (0.229)	-0.151 (0.199)	-0.117 (0.197)	-0.006 (0.128)	-0.027 (0.115)
$\hat{Y}(cuota\ 6,t-1)$	0.099 (0.183)	-0.011 (0.211)	0.096 (0.168)	-0.369 (0.201)	0.399 (0.231)	-0.067 (0.239)	-0.111 (0.207)	-0.145 (0.206)	-0.034 (0.134)	0.040 (0.120)
$\hat{Y}(cuota\ 7,t-1)$	-0.206 (0.184)	-0.371 (0.211)	-0.192 (0.168)	0.382 (0.202)	0.327 (0.232)	0.292 (0.240)	0.108 (0.208)	0.385 (0.207)	0.160 (0.134)	-0.052 (0.121)
$\hat{Y}(cuota\ 8,t-1)$	-0.688 (0.214)	-0.460 (0.246)	-0.075 (0.196)	-0.044 (0.235)	0.050 (0.270)	0.109 (0.280)	0.311 (0.242)	-0.036 (0.241)	0.053 (0.156)	0.132 (0.141)
$\hat{Y}(Abs,t-1)$	0.491 (0.380)	-0.016 (0.438)	0.106 (0.348)	0.028 (0.418)	-0.507 (0.481)	0.316 (0.497)	0.929 (0.430)	-0.023 (0.428)	-0.011 (0.277)	-0.434 (0.250)
$\hat{e}(t,desemp,t-1)$	-0.171 (0.367)	-0.349 (0.422)	-0.419 (0.335)	0.488 (0.403)	-0.475 (0.463)	0.663 (0.479)	0.462 (0.415)	0.177 (0.413)	0.051 (0.267)	-0.015 (0.241)
$\hat{Y}(cuota\ 1,t-2)$	0.020 (0.228)	-0.374 (0.262)	-0.262 (0.209)	0.162 (0.251)	-0.118 (0.288)	0.225 (0.298)	0.003 (0.258)	0.412 (0.257)	0.032 (0.166)	-0.294 (0.150)
$\hat{Y}(cuota\ 2,t-2)$	-0.113 (0.223)	-0.390 (0.256)	0.019 (0.204)	0.088 (0.245)	0.106 (0.281)	0.429 (0.291)	0.178 (0.252)	0.148 (0.250)	0.165 (0.162)	0.103 (0.146)
$\hat{Y}(cuota\ 3,t-2)$	0.378 (0.253)	0.117 (0.291)	0.014 (0.232)	-0.228 (0.279)	-0.086 (0.320)	-0.466 (0.331)	0.019 (0.287)	-0.276 (0.285)	-0.214 (0.185)	0.000 (0.167)
$\hat{Y}(cuota\ 4,t-2)$	-0.386 (0.195)	-0.482 (0.224)	-0.077 (0.178)	0.197 (0.215)	0.153 (0.247)	0.174 (0.255)	0.479 (0.221)	0.216 (0.220)	0.033 (0.142)	-0.147 (0.128)
$\hat{Y}(cuota\ 5,t-2)$	-0.199 (0.205)	-0.411 (0.236)	-0.033 (0.188)	0.361 (0.226)	-0.327 (0.268)	0.088 (0.268)	-0.250 (0.232)	0.398 (0.231)	0.175 (0.150)	0.058 (0.135)
$\hat{Y}(cuota\ 6,t-2)$	0.117 (0.153)	-0.217 (0.176)	-0.039 (0.140)	-0.100 (0.168)	0.077 (0.193)	0.407 (0.200)	0.207 (0.173)	0.051 (0.172)	0.145 (0.112)	0.014 (0.100)
$\hat{Y}(cuota\ 7,t-2)$	0.106 (0.189)	0.064 (0.217)	-0.065 (0.173)	0.199 (0.208)	0.106 (0.239)	0.208 (0.247)	0.340 (0.214)	0.072 (0.212)	-0.045 (0.138)	-0.083 (0.124)
$\hat{Y}(cuota\ 8,t-2)$	-0.022 (0.268)	0.452 (0.308)	-0.099 (0.245)	0.035 (0.295)	-0.010 (0.339)	0.081 (0.350)	0.285 (0.303)	-0.344 (0.302)	-0.051 (0.195)	0.150 (0.176)
$\hat{Y}(Abs,t-2)$	-0.025 (0.400)	-0.132 (0.460)	-0.172 (0.366)	0.032 (0.439)	-0.087 (0.505)	0.149 (0.522)	-0.584 (0.452)	-0.014 (0.450)	-0.256 (0.291)	-0.135 (0.263)
$\hat{e}(t,desemp,t-2)$	-0.186 (0.411)	0.912 (0.473)	0.025 (0.376)	0.322 (0.453)	-1.011 (0.520)	-0.227 (0.538)	-0.677 (0.466)	-0.102 (0.463)	-0.285 (0.300)	0.184 (0.270)
$\hat{Y}(cuota\ 1,t-3)$	0.048 (0.223)	0.174 (0.257)	0.142 (0.204)	0.094 (0.246)	-0.078 (0.282)	0.048 (0.292)	-0.217 (0.253)	-0.066 (0.252)	-0.302 (0.163)	0.017 (0.147)
$\hat{Y}(cuota\ 2,t-3)$	0.236 (0.195)	-0.041 (0.224)	-0.091 (0.178)	0.142 (0.214)	0.101 (0.246)	-0.290 (0.255)	-0.337 (0.220)	0.004 (0.219)	-0.032 (0.142)	0.079 (0.128)
$\hat{Y}(cuota\ 3,t-3)$	-0.068 (0.248)	-0.552 (0.285)	0.032 (0.227)	0.261 (0.272)	0.070 (0.313)	0.349 (0.324)	0.771 (0.280)	0.312 (0.279)	0.201 (0.181)	-0.039 (0.163)
$\hat{Y}(cuota\ 4,t-3)$	-0.045 (0.180)	-0.170 (0.207)	0.233 (0.164)	0.140 (0.198)	-0.090 (0.227)	0.575 (0.235)	0.146 (0.203)	-0.220 (0.202)	0.028 (0.131)	0.169 (0.118)
$\hat{Y}(cuota\ 5,t-3)$	-0.017 (0.203)	0.219 (0.233)	-0.069 (0.186)	0.068 (0.223)	-0.130 (0.256)	-0.295 (0.265)	-0.206 (0.230)	-0.462 (0.228)	-0.069 (0.148)	-0.037 (0.133)
$\hat{Y}(cuota\ 6,t-3)$	0.158 (0.168)	0.185 (0.193)	0.099 (0.154)	0.141 (0.185)	0.009 (0.212)	-0.108 (0.220)	-0.115 (0.190)	0.147 (0.189)	-0.129 (0.123)	-0.069 (0.110)
$\hat{Y}(cuota\ 7,t-3)$	0.436 (0.173)	0.152 (0.199)	0.101 (0.158)	0.024 (0.190)	-0.034 (0.218)	0.022 (0.226)	-0.249 (0.196)	-0.187 (0.194)	-0.156 (0.126)	0.001 (0.114)
$\hat{Y}(cuota\ 8,t-3)$	-0.114 (0.269)	-0.613 (0.310)	-0.136 (0.246)	0.365 (0.296)	0.100 (0.340)	0.084 (0.352)	0.148 (0.305)	0.384 (0.303)	0.220 (0.196)	-0.136 (0.177)
$\hat{Y}(Abs,t-3)$	-0.217 (0.384)	-0.108 (0.442)	-0.035 (0.351)	0.281 (0.422)	-0.980 (0.485)	-0.024 (0.502)	-0.389 (0.435)	0.558 (0.432)	0.191 (0.280)	0.146 (0.252)
$\hat{e}(t,desemp,t-3)$	0.138 (0.332)	0.029 (0.382)	0.053 (0.304)	0.125 (0.365)	0.012 (0.420)	-0.129 (0.434)	-0.604 (0.376)	0.865 (0.374)	0.078 (0.242)	0.226 (0.218)

B.2. Transformación hyperspherical

TABLA B.10. Estimaciones Fila 1 transformación hyperspherical.

Fila 1 $\hat{y}_{(cuota\ 0)}$			
Coefficientes	$\hat{y}_{(cuota\ 1,t)}$	$\hat{y}_{(cuota\ 2,t)}$	$\hat{e}_{(t.desemp,t)}$
Intercepto	1.296 (0.323)	0.552 (0.141)	-1.764 (8.413)
$\hat{y}_{(cuota\ 1,t-1)}$	-0.407 (0.134)	0.054 (0.059)	4.452 (3.487)
$\hat{y}_{(Abs,t-1)}$	0.508 (0.219)	0.580 (0.096)	-3.276 (5.700)
$\hat{e}_{(t.desemp,t-1)}$	-0.005 (0.005)	0.000 (0.002)	0.307 (0.141)

TABLA B.11. Estimaciones Fila 2 transformación hyperspherical.

Fila 2 $\hat{y}_{(cuota\ 1)}$				
Coefficientes	$\hat{y}_{(cuota\ 1,t)}$	$\hat{y}_{(cuota\ 2,t)}$	$\hat{y}_{(Abs,t)}$	$\hat{e}_{(t.desemp,t)}$
Intercepto	1.333 (0.774)	1.748 (0.497)	1.576 (0.228)	-3.906 (4.704)
$\hat{y}_{(cuota\ 1,t-1)}$	-0.258 (0.117)	0.069 (0.075)	-0.065 (0.034)	1.468 (0.712)
$\hat{y}_{(cuota\ 2,t-1)}$	-0.736 (0.217)	-0.342 (0.139)	-0.043 (0.064)	0.953 (1.318)
$\hat{y}_{(Abs,t-1)}$	0.243 (0.487)	-0.268 (0.313)	0.005 (0.143)	1.127 (2.962)
$\hat{e}_{(t.desemp,t-1)}$	0.041 (0.024)	-0.036 (0.015)	-0.005 (0.007)	0.313 (0.144)

TABLA B.12. Estimaciones Fila 3 transformación hyperspherical.

Fila 3 $\hat{y}_{(cuota\ 2)}$					
Coefficientes	$\hat{y}_{(cuota\ 1,t)}$	$\hat{y}_{(cuota\ 2,t)}$	$\hat{y}_{(cuota\ 3,t)}$	$\hat{y}_{(Abs,t)}$	$\hat{e}_{(t.desemp,t)}$
Intercepto	1.944 (1.148)	0.660 (0.762)	0.564 (0.405)	1.250 (0.288)	0.774 (4.157)
$\hat{y}_{(cuota\ 1,t-1)}$	-0.338 (0.135)	0.353 (0.089)	0.059 (0.048)	-0.027 (0.034)	0.359 (0.488)
$\hat{y}_{(cuota\ 2,t-1)}$	-0.533 (0.220)	0.054 (0.146)	0.002 (0.077)	0.023 (0.055)	2.317 (0.795)
$\hat{y}_{(cuota\ 3,t-1)}$	0.007 (0.482)	0.042 (0.320)	0.265 (0.170)	-0.107 (0.121)	-6.411 (1.746)
$\hat{y}_{(Abs,t-1)}$	-0.416 (0.661)	-0.165 (0.439)	0.057 (0.233)	0.232 (0.165)	2.088 (2.392)
$\hat{e}_{(t.desemp,t-1)}$	0.055 (0.038)	-0.017 (0.025)	-0.018 (0.013)	-0.004 (0.009)	0.081 (0.136)

TABLA B.13. Estimaciones Fila 4 transformación hyperspherical.

Fila 4 $\hat{y}_{(cuota\ 3)}$						
Coefficientes	$\hat{y}_{(cuota\ 1,t)}$	$\hat{y}_{(cuota\ 2,t)}$	$\hat{y}_{(cuota\ 3,t)}$	$\hat{y}_{(cuota\ 4,t)}$	$\hat{y}_{(Abs,t)}$	$\hat{e}_{(t.desemp,t)}$
Intercepto	-2.412 (1.785)	1.032 (1.057)	1.430 (0.798)	0.799 (0.409)	1.023 (0.423)	0.184 (5.584)
$\hat{y}_{(cuota\ 1,t-1)}$	0.111 (0.212)	-0.055 (0.125)	0.067 (0.095)	-0.029 (0.049)	-0.098 (0.050)	-0.096 (0.662)
$\hat{y}_{(cuota\ 2,t-1)}$	0.192 (0.371)	-0.206 (0.220)	0.124 (0.166)	-0.242 (0.085)	-0.005 (0.088)	0.105 (1.161)
$\hat{y}_{(cuota\ 3,t-1)}$	-0.256 (0.532)	-0.195 (0.315)	0.284 (0.238)	0.130 (0.122)	-0.097 (0.126)	-0.790 (1.665)
$\hat{y}_{(cuota\ 4,t-1)}$	0.561 (0.621)	-0.526 (0.368)	-0.304 (0.278)	0.040 (0.142)	0.073 (0.147)	1.096 (1.944)
$\hat{y}_{(Abs,t-1)}$	0.898 (0.712)	-0.163 (0.422)	-0.304 (0.318)	0.373 (0.163)	-0.205 (0.169)	-0.586 (2.227)
$\hat{e}_{(t.desemp,t-1)}$	0.008 (0.058)	-0.052 (0.035)	-0.015 (0.026)	-0.015 (0.013)	0.023 (0.014)	0.103 (0.182)
$\hat{y}_{(cuota\ 1,t-2)}$	0.054 (0.209)	-0.275 (0.124)	-0.052 (0.093)	-0.046 (0.048)	0.030 (0.050)	-0.891 (0.654)
$\hat{y}_{(cuota\ 2,t-2)}$	0.259 (0.296)	-0.404 (0.175)	-0.185 (0.132)	0.067 (0.068)	0.023 (0.070)	-1.251 (0.925)
$\hat{y}_{(cuota\ 3,t-2)}$	-0.319 (0.451)	0.006 (0.267)	0.175 (0.202)	-0.339 (0.103)	0.031 (0.107)	-1.792 (1.411)
$\hat{y}_{(cuota\ 4,t-2)}$	-0.075 (0.629)	0.500 (0.373)	0.245 (0.281)	-0.138 (0.144)	0.229 (0.149)	1.232 (1.969)
$\hat{y}_{(Abs,t-2)}$	-0.090 (0.657)	0.499 (0.389)	-0.277 (0.294)	-0.125 (0.151)	0.217 (0.156)	-0.972 (2.055)
$\hat{e}_{(t.desemp,t-2)}$	0.025 (0.058)	-0.022 (0.035)	0.007 (0.026)	-0.004 (0.013)	0.002 (0.014)	0.151 (0.182)
$\hat{y}_{(cuota\ 1,t-3)}$	0.556 (0.220)	0.086 (0.131)	-0.178 (0.099)	0.012 (0.051)	0.003 (0.052)	-0.162 (0.689)
$\hat{y}_{(cuota\ 2,t-3)}$	-0.075 (0.340)	0.166 (0.201)	-0.123 (0.152)	-0.024 (0.078)	0.126 (0.081)	0.393 (1.063)
$\hat{y}_{(cuota\ 3,t-3)}$	0.599 (0.418)	0.102 (0.248)	-0.177 (0.187)	0.260 (0.096)	0.002 (0.099)	-0.615 (1.307)
$\hat{y}_{(cuota\ 4,t-3)}$	-0.474 (0.606)	-0.035 (0.359)	0.131 (0.271)	-0.274 (0.139)	0.052 (0.144)	0.287 (1.896)
$\hat{y}_{(Abs,t-3)}$	0.805 (0.636)	-0.142 (0.377)	0.131 (0.285)	0.156 (0.146)	0.081 (0.151)	2.431 (1.991)
$\hat{e}_{(t.desemp,t-3)}$	0.016 (0.056)	-0.028 (0.033)	0.010 (0.025)	0.007 (0.013)	-0.012 (0.013)	0.083 (0.174)

TABLA B.14. Estimaciones Fila 5 transformación hyperspherical.

Fila 5 $\hat{y}_{(cuota\ 4)}$							
Coefficientes	$\hat{y}_{(cuota\ 1,t)}$	$\hat{y}_{(cuota\ 2,t)}$	$\hat{y}_{(cuota\ 3,t)}$	$\hat{y}_{(cuota\ 4,t)}$	$\hat{y}_{(cuota\ 5,t)}$	$\hat{y}_{(Abs,t)}$	$\hat{e}_{(t.desemp,t)}$
Intercepto	5.313 (2.917)	2.622 (1.668)	-1.760 (1.444)	1.576 (1.281)	0.604 (0.637)	2.944 (0.688)	-6.938 (6.008)
$\hat{y}_{(cuota\ 1,t-1)}$	-0.104 (0.195)	-0.108 (0.111)	0.094 (0.096)	-0.054 (0.086)	-0.038 (0.043)	-0.049 (0.046)	-0.214 (0.402)
$\hat{y}_{(cuota\ 2,t-1)}$	-0.132 (0.191)	-0.189 (0.109)	0.182 (0.095)	-0.106 (0.084)	-0.050 (0.042)	-0.014 (0.045)	0.478 (0.394)
$\hat{y}_{(cuota\ 3,t-1)}$	-0.224 (0.369)	-0.377 (0.211)	0.010 (0.183)	-0.118 (0.162)	-0.064 (0.081)	-0.032 (0.087)	-1.338 (0.760)
$\hat{y}_{(cuota\ 4,t-1)}$	-0.298 (0.426)	-0.146 (0.244)	0.247 (0.211)	-0.071 (0.187)	-0.107 (0.093)	-0.162 (0.101)	-0.993 (0.878)
$\hat{y}_{(cuota\ 5,t-1)}$	-0.538 (0.546)	-0.626 (0.312)	-0.057 (0.270)	-0.287 (0.240)	-0.149 (0.119)	0.045 (0.129)	-1.089 (1.124)
$\hat{y}_{(Abs,t-1)}$	-1.577 (0.773)	-0.173 (0.442)	0.449 (0.383)	-0.070 (0.339)	0.075 (0.169)	-0.137 (0.182)	2.864 (1.592)
$\hat{e}_{(t.desemp,t-1)}$	-0.019 (0.087)	-0.019 (0.050)	0.038 (0.043)	-0.044 (0.038)	-0.052 (0.019)	0.008 (0.021)	0.013 (0.180)
$\hat{y}_{(cuota\ 1,t-2)}$	-0.155 (0.184)	-0.181 (0.105)	0.111 (0.091)	-0.005 (0.081)	-0.060 (0.040)	-0.014 (0.043)	-0.244 (0.380)
$\hat{y}_{(cuota\ 2,t-2)}$	0.059 (0.200)	-0.015 (0.115)	0.105 (0.099)	0.152 (0.088)	0.179 (0.044)	0.046 (0.047)	-0.354 (0.413)
$\hat{y}_{(cuota\ 3,t-2)}$	0.410 (0.356)	-0.041 (0.204)	-0.088 (0.176)	-0.167 (0.156)	-0.025 (0.078)	-0.108 (0.084)	-0.534 (0.734)
$\hat{y}_{(cuota\ 4,t-2)}$	-1.050 (0.410)	0.000 (0.234)	0.153 (0.203)	0.197 (0.180)	-0.030 (0.089)	-0.150 (0.097)	-0.368 (0.844)
$\hat{y}_{(cuota\ 5,t-2)}$	0.780 (0.522)	-0.440 (0.298)	0.260 (0.258)	-0.475 (0.229)	0.186 (0.114)	-0.106 (0.123)	-0.054 (1.075)
$\hat{y}_{(Abs,t-2)}$	0.100 (0.765)	0.293 (0.438)	0.121 (0.379)	0.053 (0.336)	0.158 (0.167)	-0.102 (0.181)	1.995 (1.576)
$\hat{e}_{(t.desemp,t-2)}$	-0.012 (0.085)	0.094 (0.048)	-0.026 (0.042)	-0.039 (0.037)	-0.018 (0.018)	0.011 (0.020)	0.158 (0.174)
$\hat{y}_{(cuota\ 1,t-3)}$	-0.118 (0.180)	-0.001 (0.103)	0.059 (0.089)	-0.058 (0.079)	-0.161 (0.039)	0.008 (0.043)	0.444 (0.371)
$\hat{y}_{(cuota\ 2,t-3)}$	-0.031 (0.221)	0.190 (0.127)	-0.100 (0.110)	0.123 (0.097)	0.074 (0.048)	-0.010 (0.052)	0.241 (0.456)
$\hat{y}_{(cuota\ 3,t-3)}$	-0.505 (0.353)	0.143 (0.202)	0.063 (0.175)	0.128 (0.155)	-0.303 (0.077)	-0.040 (0.083)	0.805 (0.727)
$\hat{y}_{(cuota\ 4,t-3)}$	-0.221 (0.405)	-0.030 (0.232)	0.148 (0.201)	0.026 (0.178)	-0.300 (0.088)	0.001 (0.096)	1.047 (0.835)
$\hat{y}_{(cuota\ 5,t-3)}$	-0.459 (0.618)	1.253 (0.353)	0.012 (0.306)	0.219 (0.271)	0.370 (0.135)	-0.231 (0.146)	0.532 (1.273)
$\hat{y}_{(Abs,t-3)}$	0.086 (0.741)	-0.915 (0.424)	0.417 (0.367)	-0.207 (0.326)	0.218 (0.162)	-0.296 (0.175)	0.635 (1.527)
$\hat{e}_{(t.desemp,t-3)}$	-0.015 (0.074)	0.076 (0.043)	-0.036 (0.037)	-0.011 (0.033)	0.027 (0.016)	-0.004 (0.018)	0.126 (0.153)

TABLA B.15. Estimaciones Fila 6 transformación hyperspherical.

Fila 6 $\hat{y}(cuota\ 5)$								
Coefficientes	$\hat{y}(cuota\ 1,t)$	$\hat{y}(cuota\ 2,t)$	$\hat{y}(cuota\ 3,t)$	$\hat{y}(cuota\ 4,t)$	$\hat{y}(cuota\ 5,t)$	$\hat{y}(cuota\ 6,t)$	$\hat{y}(Abs,t)$	$\hat{e}(t,desemp,t)$
Intercepto	3.094 (1.940)	3.518 (1.864)	-0.511 (1.207)	-0.311 (0.996)	0.783 (0.982)	0.820 (0.597)	1.624 (0.429)	-2.270 (3.577)
$\hat{y}(cuota\ 1,t-1)$	-0.090 (0.192)	0.338 (0.184)	0.026 (0.119)	-0.083 (0.098)	0.178 (0.097)	-0.044 (0.059)	0.055 (0.042)	0.271 (0.354)
$\hat{y}(cuota\ 2,t-1)$	0.037 (0.173)	-0.224 (0.166)	0.140 (0.108)	-0.055 (0.089)	-0.015 (0.088)	-0.043 (0.053)	-0.061 (0.038)	0.160 (0.319)
$\hat{y}(cuota\ 3,t-1)$	0.142 (0.217)	0.000 (0.208)	0.031 (0.135)	-0.072 (0.111)	-0.031 (0.110)	-0.013 (0.067)	0.030 (0.048)	0.034 (0.400)
$\hat{y}(cuota\ 4,t-1)$	-0.612 (0.353)	0.639 (0.339)	-0.180 (0.239)	0.526 (0.181)	0.179 (0.178)	-0.204 (0.109)	0.139 (0.078)	-0.944 (0.650)
$\hat{y}(cuota\ 5,t-1)$	-0.542 (0.384)	-0.191 (0.369)	0.601 (0.239)	-0.092 (0.197)	0.174 (0.195)	-0.093 (0.118)	-0.042 (0.085)	0.655 (0.709)
$\hat{y}(cuota\ 6,t-1)$	0.335 (0.633)	0.579 (0.608)	-0.867 (0.394)	0.065 (0.325)	0.170 (0.320)	-0.116 (0.195)	0.267 (0.140)	1.514 (1.167)
$\hat{y}(Abs,t-1)$	-1.161 (0.788)	-0.387 (0.758)	0.552 (0.490)	1.052 (0.405)	-0.410 (0.399)	-0.056 (0.243)	-0.129 (0.174)	1.560 (1.453)
$\hat{e}(t,desemp,t-1)$	0.153 (0.101)	0.218 (0.097)	-0.086 (0.063)	-0.011 (0.052)	-0.041 (0.051)	-0.026 (0.031)	0.016 (0.022)	0.182 (0.185)
$\hat{y}(cuota\ 1,t-2)$	0.069 (0.205)	-0.121 (0.197)	0.082 (0.127)	0.009 (0.105)	0.075 (0.104)	0.017 (0.063)	0.049 (0.045)	-0.743 (0.377)
$\hat{y}(cuota\ 2,t-2)$	-0.593 (0.178)	0.018 (0.171)	-0.164 (0.111)	0.007 (0.091)	0.114 (0.090)	-0.002 (0.055)	0.003 (0.039)	-0.101 (0.328)
$\hat{y}(cuota\ 3,t-2)$	0.117 (0.210)	0.298 (0.201)	-0.094 (0.130)	-0.362 (0.108)	-0.141 (0.106)	0.002 (0.065)	0.052 (0.046)	0.112 (0.387)
$\hat{y}(cuota\ 4,t-2)$	0.501 (0.340)	0.232 (0.326)	-0.273 (0.211)	-0.392 (0.174)	-0.141 (0.172)	0.146 (0.105)	0.043 (0.075)	0.119 (0.626)
$\hat{y}(cuota\ 5,t-2)$	0.112 (0.429)	-0.229 (0.413)	-0.473 (0.267)	0.467 (0.220)	0.034 (0.217)	-0.096 (0.132)	-0.007 (0.095)	-1.427 (0.792)
$\hat{y}(cuota\ 6,t-2)$	0.819 (0.669)	-0.618 (0.643)	0.072 (0.416)	-0.382 (0.343)	0.352 (0.338)	0.132 (0.206)	0.014 (0.148)	-1.530 (1.233)
$\hat{y}(Abs,t-2)$	0.028 (0.924)	-0.811 (0.888)	-0.498 (0.575)	-1.450 (0.475)	-0.760 (0.468)	0.470 (0.285)	-0.277 (0.205)	2.276 (1.704)
$\hat{e}(t,desemp,t-2)$	-0.026 (0.105)	-0.094 (0.101)	-0.068 (0.065)	-0.043 (0.054)	-0.024 (0.053)	0.024 (0.032)	-0.017 (0.023)	0.043 (0.193)
$\hat{y}(cuota\ 1,t-3)$	0.411 (0.203)	0.101 (0.195)	0.389 (0.126)	0.058 (0.104)	-0.022 (0.103)	-0.048 (0.063)	-0.021 (0.045)	-0.119 (0.375)
$\hat{y}(cuota\ 2,t-3)$	-0.186 (0.175)	0.359 (0.168)	-0.296 (0.109)	0.011 (0.090)	0.025 (0.089)	0.034 (0.054)	0.016 (0.039)	0.366 (0.323)
$\hat{y}(cuota\ 3,t-3)$	-0.430 (0.208)	-0.159 (0.199)	-0.389 (0.129)	0.083 (0.107)	0.059 (0.105)	0.004 (0.064)	0.050 (0.046)	-0.333 (0.383)
$\hat{y}(cuota\ 4,t-3)$	0.438 (0.301)	-0.070 (0.289)	0.154 (0.187)	0.045 (0.154)	0.061 (0.152)	-0.112 (0.093)	0.057 (0.067)	-0.390 (0.555)
$\hat{y}(cuota\ 5,t-3)$	0.250 (0.477)	-0.174 (0.458)	0.391 (0.297)	0.036 (0.245)	0.077 (0.241)	0.040 (0.147)	-0.136 (0.106)	-0.200 (0.879)
$\hat{y}(cuota\ 6,t-3)$	1.016 (0.677)	1.154 (0.650)	0.677 (0.421)	0.622 (0.347)	0.149 (0.342)	-0.172 (0.208)	0.289 (0.150)	0.066 (1.247)
$\hat{y}(Abs,t-3)$	-0.893 (0.750)	-1.569 (0.721)	0.876 (0.467)	0.911 (0.385)	0.419 (0.380)	-0.125 (0.231)	-0.132 (0.166)	-0.834 (1.383)
$\hat{e}(t,desemp,t-3)$	0.110 (0.097)	0.026 (0.093)	-0.098 (0.060)	-0.046 (0.050)	-0.050 (0.049)	-0.010 (0.030)	0.007 (0.021)	0.273 (0.178)

TABLA B.16. Estimaciones Fila 7 transformación hyperspherical.

Fila 7 $\hat{Y}_{(cuota\ 6)}$									
Coefficientes	$\hat{Y}_{(cuota\ 1,t)}$	$\hat{Y}_{(cuota\ 2,t)}$	$\hat{Y}_{(cuota\ 3,t)}$	$\hat{Y}_{(cuota\ 4,t)}$	$\hat{Y}_{(cuota\ 5,t)}$	$\hat{Y}_{(cuota\ 6,t)}$	$\hat{Y}_{(cuota\ 7,t)}$	$\hat{Y}_{(Abs,t)}$	$\hat{e}_{(t,desemp,t)}$
Intercepto	1.025 (1.058)	-0.561 (1.024)	-0.003 (0.808)	-2.264 (0.959)	0.193 (0.566)	2.176 (0.601)	2.604 (0.337)	-2.896 (1.837)	0.087 (0.500)
$\hat{Y}_{(cuota\ 1,t-1)}$	0.138 (0.227)	-0.111 (0.219)	0.143 (0.173)	-0.123 (0.205)	0.083 (0.121)	0.027 (0.129)	0.118 (0.072)	-0.262 (0.393)	0.046 (0.107)
$\hat{Y}_{(cuota\ 2,t-1)}$	-0.208 (0.213)	-0.015 (0.206)	0.043 (0.163)	-0.029 (0.193)	0.186 (0.114)	0.075 (0.121)	-0.072 (0.068)	0.598 (0.370)	0.174 (0.101)
$\hat{Y}_{(cuota\ 3,t-1)}$	-0.013 (0.224)	0.074 (0.217)	0.005 (0.171)	0.013 (0.203)	-0.029 (0.120)	-0.252 (0.127)	-0.090 (0.071)	0.591 (0.389)	0.137 (0.106)
$\hat{Y}_{(cuota\ 4,t-1)}$	-0.257 (0.244)	-0.147 (0.236)	-0.217 (0.186)	0.036 (0.221)	0.215 (0.131)	0.323 (0.139)	0.138 (0.078)	-0.873 (0.424)	0.116 (0.115)
$\hat{Y}_{(cuota\ 5,t-1)}$	-0.487 (0.349)	0.183 (0.338)	-0.225 (0.267)	-0.532 (0.317)	0.328 (0.187)	0.318 (0.198)	0.137 (0.111)	-0.198 (0.607)	0.165 (0.165)
$\hat{Y}_{(cuota\ 6,t-1)}$	0.367 (0.412)	-0.369 (0.399)	0.068 (0.315)	0.187 (0.374)	-0.205 (0.220)	-0.083 (0.234)	-0.059 (0.131)	-0.047 (0.716)	0.265 (0.195)
$\hat{Y}_{(cuota\ 7,t-1)}$	0.079 (0.549)	0.253 (0.531)	0.125 (0.419)	0.476 (0.498)	0.067 (0.294)	-0.171 (0.312)	0.104 (0.175)	0.510 (0.953)	-0.381 (0.259)
$\hat{Y}_{(Abs,t-1)}$	0.343 (0.129)	-0.135 (0.125)	-0.050 (0.098)	-0.063 (0.117)	-0.134 (0.069)	-0.031 (0.073)	-0.041 (0.041)	0.194 (0.224)	-0.056 (0.061)
$\hat{e}_{(t,desemp,t-1)}$	0.033 (0.424)	0.919 (0.410)	-0.275 (0.324)	-0.073 (0.384)	-0.664 (0.227)	-0.385 (0.241)	-0.083 (0.135)	0.651 (0.736)	-0.095 (0.200)
$\hat{Y}_{(cuota\ 1,t-2)}$	-0.154 (0.219)	-0.281 (0.212)	-0.001 (0.167)	0.038 (0.198)	0.052 (0.117)	0.282 (0.124)	0.174 (0.070)	0.198 (0.380)	0.254 (0.103)
$\hat{Y}_{(cuota\ 2,t-2)}$	-0.225 (0.221)	-0.255 (0.214)	0.279 (0.169)	0.427 (0.201)	0.183 (0.118)	0.117 (0.126)	0.107 (0.070)	0.128 (0.384)	-0.082 (0.104)
$\hat{Y}_{(cuota\ 3,t-2)}$	-0.206 (0.242)	0.186 (0.234)	0.012 (0.185)	0.224 (0.219)	0.067 (0.129)	0.055 (0.137)	-0.012 (0.077)	-0.147 (0.420)	0.214 (0.114)
$\hat{Y}_{(cuota\ 4,t-2)}$	-0.002 (0.228)	-0.283 (0.221)	0.201 (0.174)	0.001 (0.207)	0.026 (0.122)	0.172 (0.130)	0.138 (0.073)	-0.008 (0.396)	-0.046 (0.108)
$\hat{Y}_{(cuota\ 5,t-2)}$	0.070 (0.395)	-0.573 (0.382)	0.951 (0.302)	0.302 (0.358)	-0.007 (0.211)	0.286 (0.224)	0.202 (0.126)	-0.576 (0.686)	-0.425 (0.187)
$\hat{Y}_{(cuota\ 6,t-2)}$	-0.150 (0.432)	-0.381 (0.418)	0.516 (0.330)	-0.619 (0.392)	0.249 (0.231)	0.194 (0.246)	0.091 (0.138)	-0.003 (0.751)	0.347 (0.204)
$\hat{Y}_{(cuota\ 7,t-2)}$	-0.085 (0.569)	0.300 (0.550)	-0.906 (0.434)	0.616 (0.516)	-0.206 (0.304)	-0.658 (0.323)	-0.346 (0.181)	0.675 (0.988)	-0.175 (0.269)
$\hat{Y}_{(Abs,t-2)}$	-0.099 (0.134)	0.202 (0.130)	-0.123 (0.103)	-0.092 (0.122)	0.077 (0.072)	-0.001 (0.076)	-0.001 (0.043)	0.369 (0.233)	-0.038 (0.063)
$\hat{e}_{(t,desemp,t-2)}$	-0.310 (0.372)	-0.356 (0.360)	0.191 (0.284)	0.685 (0.337)	-0.107 (0.199)	-0.111 (0.211)	-0.018 (0.118)	-0.766 (0.645)	0.262 (0.175)
$\hat{Y}_{(cuota\ 1,t-3)}$	-0.025 (0.250)	-0.227 (0.242)	-0.064 (0.191)	-0.477 (0.227)	0.174 (0.134)	0.270 (0.142)	0.143 (0.080)	-0.140 (0.435)	0.147 (0.118)
$\hat{Y}_{(cuota\ 2,t-3)}$	0.118 (0.206)	0.255 (0.199)	-0.176 (0.157)	-0.264 (0.187)	0.051 (0.110)	-0.090 (0.117)	-0.094 (0.065)	0.504 (0.357)	-0.096 (0.097)
$\hat{Y}_{(cuota\ 3,t-3)}$	0.322 (0.240)	-0.290 (0.232)	0.318 (0.183)	-0.071 (0.217)	0.166 (0.128)	0.048 (0.136)	0.057 (0.076)	0.487 (0.416)	0.005 (0.113)
$\hat{Y}_{(cuota\ 4,t-3)}$	0.060 (0.234)	0.367 (0.227)	-0.727 (0.179)	-0.395 (0.212)	0.052 (0.125)	0.154 (0.133)	0.107 (0.075)	-0.036 (0.407)	0.090 (0.111)
$\hat{Y}_{(cuota\ 5,t-3)}$	-0.267 (0.382)	0.442 (0.369)	-1.043 (0.291)	-0.646 (0.346)	-0.377 (0.204)	0.033 (0.217)	0.015 (0.121)	-0.015 (0.663)	0.080 (0.180)
$\hat{Y}_{(cuota\ 6,t-3)}$	0.507 (0.431)	-0.498 (0.417)	0.332 (0.329)	-0.539 (0.390)	0.307 (0.230)	0.455 (0.245)	0.278 (0.137)	-0.403 (0.748)	-0.249 (0.203)
$\hat{Y}_{(cuota\ 7,t-3)}$	-0.639 (0.480)	-0.056 (0.465)	0.622 (0.367)	0.765 (0.436)	0.386 (0.257)	-0.187 (0.273)	-0.119 (0.153)	0.447 (0.834)	0.357 (0.227)
$\hat{Y}_{(Abs,t-3)}$	-0.243 (0.138)	-0.089 (0.134)	0.123 (0.105)	0.133 (0.125)	-0.018 (0.074)	-0.055 (0.078)	-0.040 (0.044)	-0.334 (0.240)	-0.086 (0.065)
$\hat{e}_{(t,desemp,t-3)}$	0.308 (0.392)	-0.312 (0.379)	0.793 (0.299)	-0.201 (0.356)	0.226 (0.210)	-0.006 (0.223)	0.051 (0.125)	-0.147 (0.681)	0.242 (0.185)

TABLA B.17. Estimaciones Fila 8 transformación hyperspherical.

Fila 8 $\hat{Y}(cuota \tau)$										
Coefficientes	$\hat{Y}(cuota 1,t)$	$\hat{Y}(cuota 2,t)$	$\hat{Y}(cuota 3,t)$	$\hat{Y}(cuota 4,t)$	$\hat{Y}(cuota 5,t)$	$\hat{Y}(cuota 6,t)$	$\hat{Y}(cuota 7,t)$	$\hat{Y}(cuota 8,t)$	$\hat{Y}(Abs,t)$	$\hat{e}(t,desemp,t)$
Intercepto	7.309 (2.114)	5.985 (2.593)	0.547 (3.529)	-0.548 (3.354)	0.703 (3.328)	-1.273 (2.366)	-0.756 (1.245)	0.279 (1.185)	0.478 (0.715)	-0.158 (4.298)
$\hat{Y}(cuota 1,t-1)$	-0.326 (0.157)	-0.292 (0.193)	-0.392 (0.263)	0.227 (0.250)	-0.357 (0.248)	-0.174 (0.176)	0.123 (0.093)	0.006 (0.088)	-0.025 (0.053)	-0.323 (0.320)
$\hat{Y}(cuota 2,t-1)$	-0.117 (0.179)	-0.211 (0.219)	0.404 (0.298)	0.109 (0.284)	-0.318 (0.281)	0.007 (0.200)	0.175 (0.105)	0.009 (0.100)	-0.042 (0.060)	0.082 (0.363)
$\hat{Y}(cuota 3,t-1)$	-0.002 (0.119)	-0.049 (0.146)	0.038 (0.199)	-0.005 (0.189)	0.109 (0.188)	0.184 (0.133)	-0.042 (0.070)	0.051 (0.067)	-0.010 (0.040)	-0.316 (0.242)
$\hat{Y}(cuota 4,t-1)$	0.142 (0.135)	0.010 (0.166)	-0.141 (0.226)	0.089 (0.215)	-0.179 (0.213)	-0.121 (0.151)	-0.003 (0.080)	-0.157 (0.076)	-0.009 (0.046)	0.144 (0.275)
$\hat{Y}(cuota 5,t-1)$	-0.361 (0.139)	0.369 (0.170)	-0.314 (0.232)	-0.032 (0.220)	0.263 (0.219)	0.214 (0.155)	0.043 (0.082)	0.037 (0.078)	0.017 (0.047)	0.287 (0.282)
$\hat{Y}(cuota 6,t-1)$	0.302 (0.190)	0.050 (0.233)	-0.258 (0.317)	0.375 (0.301)	0.611 (0.299)	0.252 (0.213)	-0.199 (0.112)	-0.084 (0.107)	0.060 (0.064)	0.340 (0.386)
$\hat{Y}(cuota 7,t-1)$	-0.055 (0.254)	-0.191 (0.312)	0.102 (0.424)	0.261 (0.403)	0.205 (0.400)	0.461 (0.284)	0.153 (0.150)	0.081 (0.142)	0.018 (0.086)	-0.176 (0.517)
$\hat{Y}(cuota 8,t-1)$	-0.860 (0.396)	0.644 (0.486)	0.838 (0.661)	0.078 (0.628)	0.405 (0.624)	0.019 (0.443)	-0.369 (0.233)	0.216 (0.222)	0.087 (0.134)	-0.317 (0.806)
$\hat{Y}(Abs,t-1)$	-0.868 (0.600)	-2.165 (0.737)	0.103 (1.002)	1.103 (0.953)	-0.214 (0.945)	0.644 (0.672)	-0.391 (0.354)	0.649 (0.337)	-0.189 (1.221)	-1.232 (1.221)
$\hat{e}(t,desemp,t-1)$	0.029 (0.094)	0.127 (0.115)	0.098 (0.156)	-0.230 (0.149)	-0.132 (0.148)	-0.027 (0.105)	-0.001 (0.055)	-0.056 (0.053)	0.018 (0.032)	-0.161 (0.191)
$\hat{Y}(cuota 1,t-2)$	0.055 (0.181)	0.130 (0.222)	-0.118 (0.302)	0.355 (0.287)	0.140 (0.284)	0.427 (0.202)	0.117 (0.106)	0.004 (0.101)	0.159 (0.061)	-0.021 (0.367)
$\hat{Y}(cuota 2,t-2)$	-0.525 (0.192)	-0.148 (0.235)	0.295 (0.320)	-0.322 (0.304)	-0.114 (0.302)	-0.078 (0.215)	0.115 (0.113)	0.066 (0.108)	0.032 (0.065)	-0.091 (0.390)
$\hat{Y}(cuota 3,t-2)$	-0.004 (0.124)	-0.341 (0.153)	-0.025 (0.208)	0.237 (0.197)	-0.130 (0.196)	0.078 (0.139)	0.181 (0.073)	0.054 (0.070)	0.091 (0.042)	-0.251 (0.253)
$\hat{Y}(cuota 4,t-2)$	-0.092 (0.134)	0.104 (0.165)	0.208 (0.224)	-0.064 (0.213)	-0.074 (0.211)	-0.082 (0.150)	-0.113 (0.079)	0.107 (0.075)	0.023 (0.045)	0.041 (0.273)
$\hat{Y}(cuota 5,t-2)$	0.375 (0.182)	-0.370 (0.223)	-0.346 (0.303)	0.096 (0.288)	-0.339 (0.286)	0.139 (0.203)	0.030 (0.107)	0.001 (0.102)	-0.004 (0.062)	0.014 (0.370)
$\hat{Y}(cuota 6,t-2)$	0.103 (0.226)	-0.313 (0.277)	0.145 (0.377)	0.038 (0.358)	-0.097 (0.355)	-0.026 (0.253)	0.201 (0.133)	-0.191 (0.127)	-0.078 (0.076)	0.338 (0.459)
$\hat{Y}(cuota 7,t-2)$	-0.163 (0.236)	-0.652 (0.289)	-0.021 (0.394)	-0.300 (0.374)	-0.049 (0.371)	-0.316 (0.264)	0.191 (0.139)	0.019 (0.132)	0.171 (0.080)	-0.456 (0.480)
$\hat{Y}(cuota 8,t-2)$	-0.341 (0.392)	-0.270 (0.481)	-0.301 (0.655)	1.887 (0.622)	0.317 (0.618)	0.308 (0.439)	0.495 (0.231)	-0.112 (0.220)	0.140 (0.133)	-0.916 (0.798)
$\hat{Y}(Abs,t-2)$	-0.803 (0.554)	-0.789 (0.679)	-0.048 (0.924)	-0.512 (0.878)	-0.215 (0.872)	0.126 (0.620)	-0.195 (0.326)	-0.331 (0.310)	0.082 (1.126)	1.666 (1.126)
$\hat{e}(t,desemp,t-2)$	-0.083 (0.086)	0.093 (0.105)	0.081 (0.143)	0.075 (0.136)	0.055 (0.135)	-0.045 (0.096)	0.004 (0.050)	0.009 (0.048)	0.058 (0.029)	0.037 (0.174)
$\hat{Y}(cuota 1,t-3)$	0.138 (0.187)	0.035 (0.229)	0.447 (0.312)	-0.108 (0.297)	-0.164 (0.294)	0.154 (0.209)	0.270 (0.110)	0.008 (0.105)	0.019 (0.063)	0.178 (0.380)
$\hat{Y}(cuota 2,t-3)$	-0.035 (0.188)	0.210 (0.231)	-0.416 (0.314)	-0.818 (0.299)	0.087 (0.296)	-0.224 (0.211)	-0.166 (0.111)	-0.187 (0.106)	-0.049 (0.064)	0.744 (0.383)
$\hat{Y}(cuota 3,t-3)$	-0.196 (0.150)	0.088 (0.184)	0.137 (0.251)	0.012 (0.238)	0.030 (0.236)	-0.149 (0.168)	0.135 (0.088)	-0.057 (0.084)	0.067 (0.051)	0.020 (0.305)
$\hat{Y}(cuota 4,t-3)$	0.419 (0.130)	0.023 (0.160)	-0.247 (0.218)	-0.098 (0.207)	0.134 (0.205)	-0.044 (0.146)	0.039 (0.077)	-0.093 (0.073)	-0.016 (0.044)	0.471 (0.265)
$\hat{Y}(cuota 5,t-3)$	0.268 (0.166)	0.336 (0.203)	0.229 (0.277)	-0.010 (0.263)	-0.072 (0.261)	0.269 (0.185)	0.135 (0.098)	-0.011 (0.093)	0.040 (0.056)	-0.296 (0.337)
$\hat{Y}(cuota 6,t-3)$	-0.536 (0.204)	-0.002 (0.251)	0.441 (0.341)	0.831 (0.324)	0.115 (0.321)	0.155 (0.229)	0.028 (0.120)	0.122 (0.115)	0.047 (0.069)	-0.453 (0.415)
$\hat{Y}(cuota 7,t-3)$	-0.133 (0.273)	0.517 (0.335)	0.360 (0.456)	-0.387 (0.433)	-0.023 (0.430)	0.002 (0.306)	-0.327 (0.161)	-0.152 (0.153)	0.124 (0.092)	-0.020 (0.556)
$\hat{Y}(cuota 8,t-3)$	0.052 (0.439)	0.206 (0.539)	0.123 (0.733)	0.031 (0.697)	-0.343 (0.691)	-0.227 (0.492)	0.681 (0.259)	0.180 (0.246)	0.012 (0.149)	-2.026 (0.893)
$\hat{Y}(Abs,t-3)$	-1.099 (0.476)	0.255 (0.584)	-0.128 (0.795)	-0.536 (0.756)	0.934 (0.750)	-0.187 (0.533)	0.429 (0.280)	0.028 (0.267)	0.217 (0.161)	0.600 (0.969)
$\hat{e}(t,desemp,t-3)$	-0.031 (0.086)	0.058 (0.106)	0.041 (0.144)	-0.102 (0.137)	0.068 (0.136)	-0.058 (0.097)	0.014 (0.051)	-0.020 (0.048)	-0.008 (0.029)	0.251 (0.176)

TABLA B.18. Estimaciones Fila 9 transformación hyperspherical.

Fila 9 $\hat{Y}(cuota\ 8)$										
Coefficientes	$\hat{Y}(cuota\ 1,t)$	$\hat{Y}(cuota\ 2,t)$	$\hat{Y}(cuota\ 3,t)$	$\hat{Y}(cuota\ 4,t)$	$\hat{Y}(cuota\ 5,t)$	$\hat{Y}(cuota\ 6,t)$	$\hat{Y}(cuota\ 7,t)$	$\hat{Y}(cuota\ 8,t)$	$\hat{Y}(Abs,t)$	$\hat{e}(t,desemp,t)$
Intercepto	0.886 (1.621)	0.565 (1.466)	-0.769 (1.405)	4.446 (2.188)	1.959 (1.658)	0.600 (1.776)	0.634 (1.039)	0.634 (1.039)	1.100 (0.417)	-3.411 (2.341)
$\hat{Y}(cuota\ 1,t-1)$	0.227 (0.233)	0.092 (0.211)	-0.392 (0.202)	0.299 (0.314)	-0.232 (0.238)	-0.157 (0.255)	-0.145 (0.149)	-0.145 (0.149)	0.070 (0.060)	-0.092 (0.336)
$\hat{Y}(cuota\ 2,t-1)$	-0.330 (0.207)	0.108 (0.187)	0.600 (0.179)	0.017 (0.279)	0.201 (0.212)	-0.328 (0.227)	-0.017 (0.133)	-0.017 (0.133)	0.042 (0.053)	0.579 (0.299)
$\hat{Y}(cuota\ 3,t-1)$	-0.051 (0.239)	0.265 (0.216)	-0.093 (0.207)	-0.118 (0.322)	-0.288 (0.244)	0.252 (0.261)	-0.048 (0.153)	-0.048 (0.153)	-0.016 (0.061)	0.250 (0.345)
$\hat{Y}(cuota\ 4,t-1)$	-0.154 (0.166)	0.060 (0.150)	0.158 (0.144)	0.033 (0.224)	-0.165 (0.170)	-0.066 (0.182)	-0.002 (0.106)	-0.002 (0.106)	-0.016 (0.043)	0.191 (0.240)
$\hat{Y}(cuota\ 5,t-1)$	0.284 (0.224)	0.086 (0.203)	-0.345 (0.194)	-0.190 (0.303)	-0.440 (0.230)	0.134 (0.246)	0.026 (0.144)	0.026 (0.144)	0.029 (0.058)	-0.083 (0.324)
$\hat{Y}(cuota\ 6,t-1)$	0.077 (0.185)	0.320 (0.168)	0.097 (0.161)	0.151 (0.250)	-0.006 (0.190)	0.071 (0.203)	-0.243 (0.119)	-0.243 (0.119)	-0.077 (0.048)	0.415 (0.268)
$\hat{Y}(cuota\ 7,t-1)$	-0.170 (0.287)	0.151 (0.260)	0.446 (0.249)	-0.003 (0.387)	-0.035 (0.294)	-0.554 (0.314)	0.063 (0.184)	0.063 (0.184)	0.027 (0.074)	0.508 (0.415)
$\hat{Y}(cuota\ 8,t-1)$	0.325 (0.304)	-0.031 (0.275)	-0.187 (0.263)	0.121 (0.410)	0.155 (0.311)	-0.380 (0.333)	0.240 (0.195)	0.240 (0.195)	-0.043 (0.078)	-0.486 (0.439)
$\hat{Y}(Abs,t-1)$	-0.212 (0.853)	-0.155 (0.771)	0.682 (0.739)	-0.248 (1.151)	-1.025 (0.934)	0.484 (0.934)	-0.457 (0.547)	-0.457 (0.547)	-0.254 (0.219)	0.394 (1.232)
$\hat{e}(t,desemp,t-1)$	0.089 (0.164)	0.007 (0.148)	-0.164 (0.142)	0.410 (0.222)	-0.023 (0.168)	-0.136 (0.180)	-0.261 (0.105)	-0.261 (0.105)	-0.067 (0.042)	-0.026 (0.237)
$\hat{Y}(cuota\ 1,t-2)$	-0.211 (0.209)	-0.006 (0.189)	0.384 (0.181)	-0.201 (0.282)	0.361 (0.214)	-0.147 (0.229)	0.133 (0.134)	0.133 (0.134)	-0.041 (0.054)	0.361 (0.302)
$\hat{Y}(cuota\ 2,t-2)$	-0.283 (0.262)	-0.037 (0.236)	0.085 (0.227)	-0.053 (0.353)	0.558 (0.268)	-0.441 (0.287)	0.048 (0.168)	0.048 (0.168)	0.057 (0.067)	-0.166 (0.378)
$\hat{Y}(cuota\ 3,t-2)$	0.279 (0.218)	-0.034 (0.197)	0.408 (0.189)	-0.692 (0.294)	-0.193 (0.223)	0.273 (0.239)	0.234 (0.140)	0.234 (0.140)	0.078 (0.056)	0.123 (0.315)
$\hat{Y}(cuota\ 4,t-2)$	0.338 (0.165)	-0.121 (0.149)	0.022 (0.143)	-0.331 (0.222)	-0.123 (0.168)	-0.047 (0.180)	0.169 (0.106)	0.169 (0.106)	0.001 (0.042)	0.069 (0.238)
$\hat{Y}(cuota\ 5,t-2)$	-0.126 (0.190)	-0.149 (0.171)	-0.061 (0.164)	-0.063 (0.256)	-0.329 (0.194)	0.071 (0.208)	0.071 (0.121)	0.071 (0.121)	-0.049 (0.049)	-0.048 (0.274)
$\hat{Y}(cuota\ 6,t-2)$	0.224 (0.175)	-0.045 (0.158)	-0.060 (0.152)	-0.226 (0.236)	-0.450 (0.179)	0.394 (0.192)	0.305 (0.112)	0.305 (0.112)	-0.061 (0.045)	0.051 (0.253)
$\hat{Y}(cuota\ 7,t-2)$	0.067 (0.244)	0.048 (0.220)	0.252 (0.211)	-0.220 (0.229)	0.472 (0.249)	0.196 (0.267)	0.468 (0.156)	0.468 (0.156)	-0.006 (0.063)	0.353 (0.352)
$\hat{Y}(cuota\ 8,t-2)$	-0.266 (0.330)	-0.075 (0.299)	0.400 (0.286)	0.149 (0.446)	0.076 (0.338)	-0.394 (0.362)	-0.211 (0.212)	-0.211 (0.212)	-0.168 (0.085)	-0.024 (0.477)
$\hat{Y}(Abs,t-2)$	0.591 (0.722)	0.263 (0.653)	-0.045 (0.626)	-2.110 (0.975)	-0.430 (0.739)	1.335 (0.791)	0.166 (0.463)	0.166 (0.463)	-0.161 (0.186)	0.907 (1.043)
$\hat{e}(t,desemp,t-2)$	-0.236 (0.157)	0.094 (0.142)	0.207 (0.136)	-0.100 (0.212)	0.005 (0.160)	0.025 (0.172)	-0.069 (0.101)	-0.069 (0.101)	-0.038 (0.040)	0.369 (0.227)
$\hat{Y}(cuota\ 1,t-3)$	-0.290 (0.194)	0.005 (0.175)	0.046 (0.168)	0.110 (0.262)	0.065 (0.198)	0.168 (0.212)	0.035 (0.124)	0.035 (0.124)	0.011 (0.050)	0.180 (0.280)
$\hat{Y}(cuota\ 2,t-3)$	0.099 (0.253)	0.513 (0.228)	-0.028 (0.219)	0.694 (0.341)	0.114 (0.258)	-0.476 (0.277)	-0.474 (0.162)	-0.474 (0.162)	-0.024 (0.065)	-0.046 (0.365)
$\hat{Y}(cuota\ 3,t-3)$	-0.032 (0.236)	-0.328 (0.214)	0.166 (0.205)	-0.413 (0.319)	0.293 (0.242)	-0.156 (0.259)	0.186 (0.152)	0.186 (0.152)	0.019 (0.061)	0.229 (0.341)
$\hat{Y}(cuota\ 4,t-3)$	-0.195 (0.182)	0.021 (0.164)	0.128 (0.157)	-0.277 (0.245)	0.227 (0.186)	-0.160 (0.199)	0.087 (0.116)	0.087 (0.116)	-0.083 (0.047)	0.551 (0.262)
$\hat{Y}(cuota\ 5,t-3)$	-0.038 (0.180)	-0.033 (0.163)	-0.125 (0.156)	-0.189 (0.243)	-0.016 (0.184)	0.171 (0.198)	-0.067 (0.116)	-0.067 (0.116)	-0.007 (0.046)	0.039 (0.260)
$\hat{Y}(cuota\ 6,t-3)$	0.167 (0.220)	-0.029 (0.199)	-0.113 (0.190)	-0.365 (0.297)	-0.261 (0.225)	0.220 (0.241)	-0.049 (0.141)	-0.049 (0.141)	0.054 (0.056)	-0.230 (0.317)
$\hat{Y}(cuota\ 7,t-3)$	0.449 (0.247)	-0.235 (0.223)	-0.244 (0.214)	-0.080 (0.333)	0.000 (0.252)	0.529 (0.270)	-0.035 (0.158)	-0.035 (0.158)	-0.070 (0.063)	-0.530 (0.356)
$\hat{Y}(cuota\ 8,t-3)$	0.451 (0.314)	0.318 (0.284)	-0.075 (0.272)	0.138 (0.424)	-0.482 (0.321)	0.622 (0.344)	-0.663 (0.201)	-0.663 (0.201)	-0.150 (0.081)	-0.091 (0.453)
$\hat{Y}(Abs,t-3)$	-0.640 (0.680)	-0.393 (0.615)	-0.287 (0.590)	0.802 (0.918)	0.712 (0.696)	0.194 (0.745)	0.566 (0.436)	0.566 (0.436)	0.054 (0.175)	-0.773 (0.982)
$\hat{e}(t,desemp,t-3)$	-0.093 (0.159)	0.136 (0.144)	-0.192 (0.138)	0.180 (0.215)	0.078 (0.163)	0.334 (0.174)	0.182 (0.102)	0.182 (0.102)	0.077 (0.041)	0.137 (0.230)

B.3. Transformación propuesta wrcl

TABLA B.19. Estimaciones Fila 1 transformación wrcl.

Fila 1 $\hat{y}_{(cuota\ 0)}$				
Coefficientes	$\hat{y}_{(cuota\ 0,t)}$	$\hat{y}_{(cuota\ 1,t)}$	$\hat{y}_{(Abs,t)}$	$\hat{e}_{(t.desemp,t)}$
Intercepto	-0.581 (0.489)	-33.348 (11.553)	12.152 (7.609)	0.243 (17.279)
$\hat{y}_{(cuota\ 0,t-1)}$	0.963 (1.163)	34.635 (27.478)	-14.854 (18.097)	19.039 (41.097)
$\hat{y}_{(cuota\ 1,t-1)}$	-0.059 (0.043)	-1.948 (1.018)	0.562 (0.670)	-0.977 (1.522)
$\hat{y}_{(Abs,t-1)}$	-0.003 (0.031)	-0.536 (0.728)	0.832 (0.479)	-0.736 (1.088)
$\hat{e}_{(t.desemp,t-1)}$	0.001 (0.004)	-0.005 (0.100)	0.019 (0.066)	0.192 (0.150)
$\hat{y}_{(cuota\ 0,t-2)}$	0.714 (1.078)	36.337 (25.464)	-24.044 (16.770)	-24.346 (38.085)
$\hat{y}_{(cuota\ 1,t-2)}$	-0.039 (0.041)	-1.705 (0.967)	0.863 (0.637)	0.750 (1.446)
$\hat{y}_{(Abs,t-2)}$	-0.015 (0.030)	-0.863 (0.699)	0.714 (0.461)	0.922 (1.046)
$\hat{e}_{(t.desemp,t-2)}$	0.003 (0.004)	0.053 (0.102)	0.056 (0.067)	0.286 (0.153)

TABLA B.20. Estimaciones Fila 2 transformación wrcl.

Fila 2 $\hat{y}_{(cuota\ 1)}$					
Coefficientes	$\hat{y}_{(cuota\ 0,t)}$	$\hat{y}_{(cuota\ 1,t)}$	$\hat{y}_{(cuota\ 2,t)}$	$\hat{y}_{(Abs,t)}$	$\hat{e}_{(t.desemp,t)}$
Intercepto	0.138 (0.214)	0.279 (0.149)	-0.680 (0.207)	-3.626 (0.717)	-0.702 (0.515)
$\hat{y}_{(cuota\ 0,t-1)}$	-0.469 (0.362)	0.149 (0.253)	0.434 (0.349)	-1.603 (1.211)	1.531 (0.871)
$\hat{y}_{(cuota\ 1,t-1)}$	-0.323 (0.477)	-0.172 (0.333)	0.688 (0.460)	-2.909 (1.595)	1.174 (1.147)
$\hat{y}_{(cuota\ 2,t-1)}$	0.371 (0.213)	-0.274 (0.149)	-0.087 (0.205)	-1.313 (0.712)	0.307 (0.512)
$\hat{y}_{(Abs,t-1)}$	-0.002 (0.047)	0.036 (0.033)	-0.062 (0.045)	0.072 (0.157)	-0.111 (0.113)
$\hat{e}_{(t.desemp,t-1)}$	0.052 (0.058)	-0.108 (0.041)	0.147 (0.056)	0.139 (0.196)	0.325 (0.141)

TABLA B.21. Estimaciones Fila 3 transformación wrl.

Fila 3 $\hat{y}_{(cuota\ 2)}$						
Coefficientes	$\hat{y}_{(cuota\ 0,t)}$	$\hat{y}_{(cuota\ 1,t)}$	$\hat{y}_{(cuota\ 2,t)}$	$\hat{y}_{(cuota\ 3,t)}$	$\hat{y}_{(Abs,t)}$	$\hat{e}_{(t.desemp,t)}$
Intercepto	-1.025 (0.389)	0.395 (0.346)	0.123 (0.126)	0.088 (0.094)	-3.134 (0.933)	-0.774 (0.471)
$\hat{y}_{(cuota\ 0,t-1)}$	-0.098 (0.143)	0.343 (0.127)	-0.134 (0.046)	-0.022 (0.035)	0.059 (0.343)	0.089 (0.173)
$\hat{y}_{(cuota\ 1,t-1)}$	-0.078 (0.247)	-0.700 (0.219)	0.133 (0.080)	0.072 (0.060)	-0.213 (0.592)	-0.030 (0.299)
$\hat{y}_{(cuota\ 2,t-1)}$	0.633 (0.643)	-1.558 (0.571)	0.081 (0.209)	0.232 (0.155)	0.384 (1.541)	-0.920 (0.778)
$\hat{y}_{(cuota\ 3,t-1)}$	0.212 (0.833)	-1.730 (0.739)	-0.030 (0.270)	0.550 (0.201)	-0.774 (1.995)	2.026 (1.008)
$\hat{y}_{(Abs,t-1)}$	0.038 (0.072)	0.029 (0.064)	-0.017 (0.023)	0.006 (0.017)	0.199 (0.172)	-0.103 (0.087)
$\hat{e}_{(t.desemp,t-1)}$	0.048 (0.113)	-0.167 (0.100)	-0.021 (0.037)	0.037 (0.027)	-0.028 (0.271)	0.064 (0.137)

TABLA B.22. Estimaciones Fila 4 transformación wcr1.

Fila 4 \hat{y}(cuota 3)							
Coefficientes	\hat{y} (cuota 0,t)	\hat{y} (cuota 1,t)	\hat{y} (cuota 2,t)	\hat{y} (cuota 3,t)	\hat{y} (cuota 4,t)	\hat{y} (Abs,t)	\hat{e} (t.desemp,t)
Intercepto	-2.352 (1.229)	1.391 (2.239)	0.533 (0.956)	-1.131 (0.550)	1.127 (0.326)	-2.532 (4.373)	-0.476 (2.042)
\hat{y} (cuota 0,t-1)	0.025 (0.213)	-0.142 (0.389)	0.283 (0.166)	-0.124 (0.096)	0.043 (0.057)	1.880 (0.759)	-0.140 (0.354)
\hat{y} (cuota 1,t-1)	-0.132 (0.105)	-0.021 (0.191)	0.052 (0.082)	-0.049 (0.047)	0.008 (0.028)	-0.671 (0.373)	-0.044 (0.174)
\hat{y} (cuota 2,t-1)	-0.083 (0.387)	-0.147 (0.704)	-0.222 (0.301)	0.335 (0.173)	-0.177 (0.102)	-0.122 (1.376)	-0.188 (0.642)
\hat{y} (cuota 3,t-1)	-0.326 (1.018)	-2.017 (1.855)	-1.519 (0.792)	0.362 (0.456)	-0.030 (0.270)	-1.029 (3.623)	-0.017 (1.692)
\hat{y} (cuota 4,t-1)	0.198 (1.298)	-1.653 (2.365)	-1.597 (1.010)	0.467 (0.581)	0.022 (0.344)	2.878 (4.619)	-1.292 (2.157)
\hat{y} (Abs,t-1)	-0.054 (0.060)	0.185 (0.108)	-0.024 (0.046)	-0.040 (0.027)	0.023 (0.016)	-0.287 (0.212)	-0.011 (0.099)
\hat{e} (t.desemp,t-1)	-0.178 (0.116)	-0.142 (0.212)	-0.028 (0.090)	-0.005 (0.052)	-0.008 (0.031)	-0.999 (0.413)	0.016 (0.193)
\hat{y} (cuota 0,t-2)	-0.255 (0.205)	-0.460 (0.373)	-0.030 (0.159)	-0.089 (0.092)	0.030 (0.054)	0.166 (0.729)	-0.447 (0.340)
\hat{y} (cuota 1,t-2)	0.091 (0.104)	0.125 (0.189)	-0.071 (0.081)	-0.011 (0.046)	0.028 (0.027)	0.117 (0.368)	-0.085 (0.172)
\hat{y} (cuota 2,t-2)	0.192 (0.338)	0.763 (0.616)	-0.076 (0.263)	0.032 (0.152)	0.041 (0.090)	-0.933 (1.204)	0.225 (0.562)
\hat{y} (cuota 3,t-2)	0.587 (0.878)	0.771 (1.600)	0.267 (0.683)	1.045 (0.393)	-0.596 (0.233)	-3.113 (3.126)	1.044 (1.459)
\hat{y} (cuota 4,t-2)	-0.343 (1.161)	0.653 (2.115)	0.608 (0.903)	1.181 (0.520)	-0.703 (0.308)	-3.658 (4.132)	0.685 (1.929)
\hat{y} (Abs,t-2)	0.002 (0.060)	-0.063 (0.110)	-0.010 (0.047)	0.002 (0.027)	-0.002 (0.016)	0.115 (0.215)	-0.019 (0.101)
\hat{e} (t.desemp,t-2)	-0.035 (0.122)	-0.108 (0.222)	-0.067 (0.095)	0.004 (0.055)	-0.011 (0.032)	-0.141 (0.433)	0.002 (0.202)
\hat{y} (cuota 0,t-3)	0.343 (0.202)	0.086 (0.367)	-0.119 (0.157)	0.142 (0.090)	-0.005 (0.053)	-0.299 (0.717)	0.010 (0.335)
\hat{y} (cuota 1,t-3)	-0.178 (0.100)	0.322 (0.182)	0.020 (0.078)	-0.015 (0.045)	-0.003 (0.027)	-0.499 (0.356)	0.086 (0.166)
\hat{y} (cuota 2,t-3)	0.355 (0.296)	-0.561 (0.539)	-0.178 (0.230)	0.068 (0.133)	-0.033 (0.078)	0.058 (1.053)	-0.389 (0.492)
\hat{y} (cuota 3,t-3)	0.030 (0.935)	-1.755 (1.703)	-0.732 (0.727)	0.024 (0.419)	0.017 (0.248)	0.461 (3.326)	-0.909 (1.553)
\hat{y} (cuota 4,t-3)	1.608 (1.295)	-2.522 (2.359)	-0.520 (1.007)	0.547 (0.580)	-0.251 (0.343)	0.790 (4.607)	-1.627 (2.151)
\hat{y} (Abs,t-3)	-0.039 (0.048)	0.117 (0.088)	-0.033 (0.038)	0.027 (0.022)	0.002 (0.013)	0.188 (0.172)	-0.044 (0.080)
\hat{e} (t.desemp,t-3)	0.072 (0.120)	-0.096 (0.219)	-0.001 (0.093)	0.070 (0.054)	-0.031 (0.032)	0.283 (0.427)	0.037 (0.199)

TABLA B.23. Estimaciones Fila 5 transformación wcr1.

Fila 5 $\hat{y}(cuota\ 4)$								
Coefficientes	$\hat{y}(cuota\ 0,t)$	$\hat{y}(cuota\ 1,t)$	$\hat{y}(cuota\ 2,t)$	$\hat{y}(cuota\ 3,t)$	$\hat{y}(cuota\ 4,t)$	$\hat{y}(cuota\ 5,t)$	$\hat{y}(Abs,t)$	$\hat{e}(t,desemp,t)$
Intercepto	-3.880 (2.529)	7.151 (7.071)	-3.611 (3.220)	-2.747 (2.078)	-0.144 (1.328)	1.219 (0.655)	6.879 (9.973)	-2.638 (3.091)
$\hat{y}(cuota\ 0,t-1)$	-0.585 (0.201)	0.045 (0.562)	0.024 (0.256)	-0.491 (0.165)	0.052 (0.105)	0.023 (0.052)	-0.022 (0.792)	-0.023 (0.245)
$\hat{y}(cuota\ 1,t-1)$	-0.082 (0.088)	-0.056 (0.246)	-0.041 (0.112)	-0.051 (0.072)	0.018 (0.046)	-0.003 (0.023)	-0.208 (0.347)	0.091 (0.108)
$\hat{y}(cuota\ 2,t-1)$	-0.043 (0.099)	-0.131 (0.276)	0.008 (0.126)	-0.057 (0.081)	0.008 (0.052)	-0.018 (0.026)	-0.114 (0.389)	-0.086 (0.121)
$\hat{y}(cuota\ 3,t-1)$	0.290 (0.327)	0.198 (0.914)	0.179 (0.416)	0.330 (0.269)	-0.053 (0.172)	0.057 (0.085)	0.756 (1.289)	-0.171 (0.399)
$\hat{y}(cuota\ 4,t-1)$	0.428 (0.607)	-1.586 (1.698)	0.116 (0.773)	0.859 (0.499)	-0.001 (0.319)	-0.139 (0.157)	-1.894 (2.395)	0.105 (0.742)
$\hat{y}(cuota\ 5,t-1)$	1.839 (1.658)	-4.172 (4.636)	0.770 (2.111)	2.424 (1.363)	-0.025 (0.871)	-0.234 (0.429)	1.074 (6.539)	-1.133 (2.027)
$\hat{y}(Abs,t-1)$	0.003 (0.054)	-0.359 (0.151)	-0.142 (0.069)	-0.009 (0.044)	-0.010 (0.028)	-0.010 (0.014)	-0.174 (0.213)	-0.039 (0.066)
$\hat{e}(t,desemp,t-1)$	-0.211 (0.177)	0.201 (0.495)	-0.204 (0.225)	-0.314 (0.145)	-0.107 (0.093)	0.055 (0.046)	-0.325 (0.697)	0.100 (0.216)
$\hat{y}(cuota\ 0,t-2)$	-0.151 (0.213)	-0.040 (0.594)	0.291 (0.271)	-0.098 (0.175)	0.103 (0.112)	0.008 (0.055)	0.660 (0.838)	-0.517 (0.260)
$\hat{y}(cuota\ 1,t-2)$	0.085 (0.060)	-0.140 (0.167)	-0.054 (0.076)	0.049 (0.049)	0.052 (0.031)	-0.038 (0.015)	0.196 (0.235)	-0.082 (0.073)
$\hat{y}(cuota\ 2,t-2)$	-0.225 (0.102)	0.257 (0.285)	-0.100 (0.130)	-0.153 (0.084)	-0.029 (0.053)	0.042 (0.026)	0.859 (0.402)	-0.110 (0.124)
$\hat{y}(cuota\ 3,t-2)$	0.026 (0.289)	1.078 (0.808)	0.040 (0.368)	0.040 (0.237)	-0.064 (0.152)	0.007 (0.075)	-1.142 (1.140)	0.695 (0.353)
$\hat{y}(cuota\ 4,t-2)$	0.002 (0.610)	-3.209 (1.706)	-0.324 (0.777)	0.008 (0.501)	0.210 (0.320)	-0.290 (0.158)	-3.820 (2.406)	1.569 (0.746)
$\hat{y}(cuota\ 5,t-2)$	-0.228 (1.452)	-1.286 (4.059)	-1.617 (1.848)	1.026 (1.193)	-0.589 (0.762)	-0.132 (0.376)	-9.264 (5.725)	3.994 (1.774)
$\hat{y}(Abs,t-2)$	-0.037 (0.049)	-0.031 (0.138)	0.062 (0.063)	-0.019 (0.040)	-0.011 (0.026)	0.011 (0.013)	-0.199 (0.194)	-0.046 (0.060)
$\hat{e}(t,desemp,t-2)$	0.026 (0.148)	-0.112 (0.414)	-0.314 (0.188)	0.045 (0.122)	0.056 (0.078)	-0.036 (0.038)	-0.484 (0.583)	0.025 (0.181)
$\hat{y}(cuota\ 0,t-3)$	-0.233 (0.218)	0.515 (0.611)	-0.510 (0.278)	-0.059 (0.180)	-0.242 (0.115)	0.112 (0.057)	0.977 (0.861)	0.132 (0.267)
$\hat{y}(cuota\ 1,t-3)$	0.090 (0.066)	0.132 (0.185)	0.030 (0.084)	0.154 (0.054)	0.012 (0.035)	-0.013 (0.017)	0.193 (0.261)	-0.035 (0.081)
$\hat{y}(cuota\ 2,t-3)$	-0.099 (0.111)	0.475 (0.311)	-0.054 (0.141)	-0.102 (0.091)	-0.073 (0.058)	0.049 (0.029)	0.147 (0.438)	0.088 (0.136)
$\hat{y}(cuota\ 3,t-3)$	0.482 (0.307)	-0.722 (0.857)	0.406 (0.390)	0.084 (0.252)	0.312 (0.161)	-0.125 (0.079)	0.103 (1.209)	-0.404 (0.375)
$\hat{y}(cuota\ 4,t-3)$	0.891 (0.589)	-2.618 (1.646)	0.642 (0.750)	0.452 (0.484)	0.553 (0.309)	-0.277 (0.152)	-0.608 (2.322)	-0.481 (0.720)
$\hat{y}(cuota\ 5,t-3)$	0.377 (1.545)	-8.758 (4.321)	2.212 (1.968)	-0.912 (1.270)	0.588 (0.811)	-0.358 (0.400)	-5.799 (6.095)	-0.513 (1.889)
$\hat{y}(Abs,t-3)$	0.016 (0.053)	0.127 (0.148)	-0.137 (0.067)	0.021 (0.043)	-0.047 (0.028)	0.012 (0.014)	-0.225 (0.209)	0.002 (0.065)
$\hat{e}(t,desemp,t-3)$	0.013 (0.139)	-0.200 (0.389)	-0.318 (0.177)	0.112 (0.114)	0.074 (0.073)	-0.066 (0.036)	-0.261 (0.549)	0.224 (0.170)

TABLA B.24. Estimaciones Fila 6 transformación wrcl.

Fila 6 $\hat{y}(cuota\ 5)$									
Coefficientes	$\hat{y}(cuota\ 0,t)$	$\hat{y}(cuota\ 1,t)$	$\hat{y}(cuota\ 2,t)$	$\hat{y}(cuota\ 3,t)$	$\hat{y}(cuota\ 4,t)$	$\hat{y}(cuota\ 5,t)$	$\hat{y}(cuota\ 6,t)$	$\hat{y}(Abs,t)$	$\hat{e}(t,desemp,t)$
Intercepto	-2.396 (5.920)	-14.629 (16.037)	8.472 (9.346)	0.344 (3.595)	-0.833 (2.264)	2.696 (1.712)	-0.119 (0.558)	-24.704 (12.302)	-2.697 (1.943)
$\hat{y}(cuota\ 0,t-1)$	-0.304 (0.180)	-0.658 (0.488)	-0.414 (0.285)	-0.043 (0.109)	-0.018 (0.069)	-0.077 (0.052)	-0.006 (0.017)	-0.360 (0.375)	-0.024 (0.059)
$\hat{y}(cuota\ 1,t-1)$	0.036 (0.085)	0.137 (0.230)	0.372 (0.134)	0.038 (0.052)	-0.024 (0.033)	0.079 (0.025)	-0.008 (0.008)	0.211 (0.177)	-0.046 (0.028)
$\hat{y}(cuota\ 2,t-1)$	0.398 (0.110)	0.430 (0.298)	0.109 (0.174)	0.189 (0.067)	0.079 (0.042)	0.038 (0.032)	0.008 (0.010)	0.271 (0.228)	-0.024 (0.036)
$\hat{y}(cuota\ 3,t-1)$	0.277 (0.327)	-0.544 (0.885)	-0.060 (0.516)	0.025 (0.198)	-0.154 (0.125)	-0.144 (0.095)	0.017 (0.031)	0.035 (0.679)	0.048 (0.107)
$\hat{y}(cuota\ 4,t-1)$	-0.422 (0.496)	-1.193 (1.344)	-0.548 (0.783)	-0.565 (0.301)	0.133 (0.190)	-0.055 (0.143)	-0.015 (0.047)	0.159 (1.031)	0.720 (0.163)
$\hat{y}(cuota\ 5,t-1)$	-0.470 (0.840)	0.722 (2.276)	-2.698 (1.327)	0.399 (0.510)	-0.250 (0.321)	-0.190 (0.243)	0.012 (0.079)	-1.306 (1.746)	-0.020 (0.276)
$\hat{y}(cuota\ 6,t-1)$	-3.849 (4.191)	8.433 (11.351)	-9.862 (6.615)	-1.809 (2.545)	-1.581 (1.602)	-1.717 (1.212)	0.035 (0.395)	-7.013 (8.708)	-0.050 (1.375)
$\hat{y}(Abs,t-1)$	-0.047 (0.095)	0.230 (0.256)	-0.040 (0.149)	0.064 (0.057)	0.083 (0.036)	-0.005 (0.027)	-0.003 (0.009)	-0.244 (0.196)	-0.095 (0.031)
$\hat{e}(t,desemp,t-1)$	0.290 (0.565)	-1.882 (1.531)	-0.098 (0.892)	0.131 (0.343)	0.207 (0.216)	0.202 (0.163)	-0.014 (0.053)	0.649 (1.174)	0.381 (0.185)
$\hat{y}(cuota\ 0,t-2)$	-0.382 (0.171)	-0.226 (0.464)	-0.468 (0.271)	-0.076 (0.104)	0.178 (0.066)	0.047 (0.050)	-0.040 (0.016)	-0.704 (0.356)	-0.087 (0.056)
$\hat{y}(cuota\ 1,t-2)$	-0.157 (0.100)	-0.276 (0.271)	-0.064 (0.158)	0.020 (0.061)	-0.030 (0.038)	0.034 (0.029)	-0.007 (0.009)	-0.121 (0.208)	0.102 (0.033)
$\hat{y}(cuota\ 2,t-2)$	0.201 (0.119)	-0.511 (0.323)	0.377 (0.188)	-0.074 (0.072)	0.005 (0.046)	0.100 (0.034)	-0.010 (0.011)	0.162 (0.248)	0.089 (0.039)
$\hat{y}(cuota\ 3,t-2)$	0.088 (0.333)	0.035 (0.902)	0.481 (0.526)	0.171 (0.202)	0.178 (0.127)	0.071 (0.096)	-0.002 (0.031)	0.738 (0.692)	-0.061 (0.109)
$\hat{y}(cuota\ 4,t-2)$	-0.106 (0.494)	0.953 (1.339)	-0.598 (0.780)	0.234 (0.300)	-0.395 (0.189)	-0.333 (0.143)	0.064 (0.047)	-0.192 (1.027)	-0.598 (0.162)
$\hat{y}(cuota\ 5,t-2)$	1.345 (0.809)	3.259 (2.191)	-0.310 (1.277)	0.034 (0.491)	0.102 (0.309)	-0.282 (0.234)	0.109 (0.076)	2.284 (1.681)	0.092 (0.265)
$\hat{y}(cuota\ 6,t-2)$	8.431 (4.191)	15.734 (11.352)	-5.306 (6.616)	1.665 (2.545)	-2.698 (1.602)	-2.015 (1.212)	0.836 (0.395)	10.900 (8.708)	-1.780 (1.375)
$\hat{y}(Abs,t-2)$	0.130 (0.100)	0.021 (0.271)	0.020 (0.158)	0.102 (0.061)	-0.002 (0.038)	-0.048 (0.029)	0.007 (0.009)	-0.315 (0.208)	-0.039 (0.033)
$\hat{e}(t,desemp,t-2)$	-0.512 (0.529)	-0.130 (1.433)	0.345 (0.835)	0.314 (0.321)	0.145 (0.202)	0.252 (0.153)	-0.082 (0.050)	0.463 (1.099)	0.002 (0.174)
$\hat{y}(cuota\ 0,t-3)$	0.145 (0.170)	0.701 (0.461)	0.408 (0.269)	0.212 (0.103)	-0.042 (0.065)	-0.012 (0.049)	0.007 (0.016)	-0.491 (0.354)	-0.160 (0.056)
$\hat{y}(cuota\ 1,t-3)$	-0.279 (0.109)	0.217 (0.294)	-0.213 (0.172)	0.121 (0.066)	-0.006 (0.042)	0.029 (0.031)	-0.012 (0.010)	-0.297 (0.226)	-0.055 (0.036)
$\hat{y}(cuota\ 2,t-3)$	-0.050 (0.119)	-0.138 (0.321)	0.404 (0.187)	-0.151 (0.072)	-0.133 (0.045)	-0.001 (0.034)	-0.007 (0.011)	-0.012 (0.247)	-0.025 (0.039)
$\hat{y}(cuota\ 3,t-3)$	0.795 (0.309)	-0.237 (0.836)	0.235 (0.487)	-0.368 (0.187)	-0.285 (0.118)	-0.139 (0.089)	0.039 (0.029)	0.152 (0.641)	0.012 (0.101)
$\hat{y}(cuota\ 4,t-3)$	1.195 (0.548)	-0.798 (1.484)	0.370 (0.865)	-0.044 (0.333)	0.227 (0.209)	-0.012 (0.158)	0.040 (0.052)	1.533 (1.138)	0.303 (0.180)
$\hat{y}(cuota\ 5,t-3)$	-0.925 (0.795)	-2.493 (2.152)	-0.273 (1.254)	-0.277 (0.483)	0.264 (0.304)	-0.065 (0.230)	0.013 (0.075)	-0.378 (1.651)	0.680 (0.261)
$\hat{y}(cuota\ 6,t-3)$	-1.080 (4.935)	-11.641 (13.368)	0.705 (7.790)	-1.006 (2.997)	4.038 (1.887)	-0.104 (1.427)	0.186 (0.465)	20.582 (10.255)	4.850 (1.619)
$\hat{y}(Abs,t-3)$	0.074 (0.101)	0.325 (0.273)	-0.160 (0.159)	0.029 (0.061)	0.041 (0.039)	0.031 (0.029)	-0.008 (0.010)	-0.391 (0.210)	-0.040 (0.033)
$\hat{e}(t,desemp,t-3)$	-0.641 (0.495)	-0.333 (1.341)	-0.451 (0.782)	0.081 (0.301)	-0.277 (0.189)	0.198 (0.143)	-0.052 (0.047)	-1.307 (1.029)	0.171 (0.162)

TABLA B.25. Estimaciones Fila 7 transformación wcr1.

Fila 7 $\hat{Y}(cuota\ 6)$										
Coefficientes	$\hat{Y}(cuota\ 0,t)$	$\hat{Y}(cuota\ 1,t)$	$\hat{Y}(cuota\ 2,t)$	$\hat{Y}(cuota\ 3,t)$	$\hat{Y}(cuota\ 4,t)$	$\hat{Y}(cuota\ 5,t)$	$\hat{Y}(cuota\ 6,t)$	$\hat{Y}(cuota\ 7,t)$	$\hat{Y}(Abs,t)$	$\hat{e}(t,desemp,t)$
Intercepto	-0.490 (16.288)	27.128 (33.338)	-49.187 (24.578)	-6.333 (22.751)	-13.670 (6.174)	-3.695 (5.124)	-1.694 (2.843)	0.111 (0.901)	-5.562 (29.694)	8.892 (4.278)
$\hat{Y}(cuota\ 0,t-1)$	-0.068 (0.251)	0.381 (0.514)	-0.044 (0.379)	0.049 (0.351)	-0.190 (0.095)	-0.057 (0.079)	-0.027 (0.044)	-0.010 (0.014)	-0.268 (0.458)	-0.078 (0.066)
$\hat{Y}(cuota\ 1,t-1)$	-0.002 (0.158)	-0.320 (0.324)	-0.451 (0.239)	0.180 (0.221)	-0.153 (0.060)	0.023 (0.050)	-0.001 (0.028)	-0.007 (0.009)	-0.253 (0.289)	0.040 (0.042)
$\hat{Y}(cuota\ 2,t-1)$	0.120 (0.179)	0.142 (0.366)	-0.454 (0.270)	-0.046 (0.250)	-0.055 (0.068)	-0.010 (0.056)	0.009 (0.031)	-0.010 (0.010)	-0.159 (0.326)	0.059 (0.047)
$\hat{Y}(cuota\ 3,t-1)$	-0.241 (0.237)	-0.868 (0.485)	-0.680 (0.357)	0.081 (0.331)	-0.270 (0.090)	-0.025 (0.075)	-0.079 (0.041)	-0.020 (0.013)	-0.380 (0.432)	0.063 (0.062)
$\hat{Y}(cuota\ 4,t-1)$	-0.475 (0.503)	-1.361 (1.029)	-1.046 (0.759)	0.751 (0.702)	-0.761 (0.191)	0.043 (0.158)	-0.075 (0.088)	-0.053 (0.028)	-0.518 (0.917)	-0.019 (0.132)
$\hat{Y}(cuota\ 5,t-1)$	0.231 (0.501)	0.952 (1.025)	0.544 (0.756)	-0.227 (0.699)	-0.154 (0.190)	0.153 (0.158)	0.060 (0.087)	0.056 (0.028)	0.842 (0.913)	0.065 (0.131)
$\hat{Y}(cuota\ 6,t-1)$	1.094 (0.948)	0.037 (1.941)	2.281 (1.431)	-1.352 (1.325)	-0.127 (0.359)	-0.345 (0.298)	0.060 (0.166)	0.005 (0.052)	0.387 (1.729)	0.107 (0.249)
$\hat{Y}(cuota\ 7,t-1)$	8.644 (19.618)	17.445 (19.687)	38.649 (14.514)	-7.293 (13.435)	19.596 (3.646)	1.360 (3.026)	1.544 (1.679)	1.167 (0.532)	18.849 (17.535)	-1.889 (2.526)
$\hat{Y}(Abs,t-1)$	-0.168 (0.182)	0.011 (0.373)	-0.461 (0.275)	-0.143 (0.254)	-0.121 (0.069)	-0.050 (0.057)	-0.013 (0.042)	-0.011 (0.010)	-0.254 (0.332)	0.015 (0.048)
$\hat{e}(t,desemp,t-1)$	0.827 (0.702)	0.939 (1.436)	0.776 (1.059)	-1.279 (0.980)	0.382 (0.266)	-0.498 (0.221)	-0.078 (0.122)	0.037 (0.039)	1.545 (1.279)	0.029 (0.184)
$\hat{Y}(cuota\ 0,t-2)$	-0.049 (0.239)	0.108 (0.488)	0.733 (0.360)	0.012 (0.333)	0.160 (0.090)	0.032 (0.075)	0.078 (0.042)	0.009 (0.013)	0.265 (0.435)	0.016 (0.063)
$\hat{Y}(cuota\ 1,t-2)$	-0.050 (0.165)	0.457 (0.338)	0.232 (0.249)	0.048 (0.230)	0.172 (0.063)	0.058 (0.052)	0.032 (0.029)	0.010 (0.009)	-0.200 (0.301)	0.004 (0.043)
$\hat{Y}(cuota\ 2,t-2)$	0.210 (0.190)	0.477 (0.388)	-0.070 (0.286)	-0.282 (0.265)	0.105 (0.072)	-0.001 (0.060)	0.014 (0.033)	0.011 (0.010)	0.491 (0.346)	0.036 (0.050)
$\hat{Y}(cuota\ 3,t-2)$	-0.096 (0.182)	0.193 (0.372)	-0.164 (0.274)	-0.130 (0.254)	0.052 (0.069)	0.019 (0.057)	-0.037 (0.032)	0.005 (0.010)	0.089 (0.332)	-0.024 (0.048)
$\hat{Y}(cuota\ 4,t-2)$	0.072 (0.327)	1.101 (0.669)	-0.364 (0.493)	0.927 (0.456)	0.135 (0.124)	0.069 (0.103)	0.058 (0.057)	0.014 (0.018)	0.738 (0.596)	-0.002 (0.086)
$\hat{Y}(cuota\ 5,t-2)$	-0.758 (0.573)	-1.355 (1.173)	0.060 (0.865)	-1.063 (0.800)	0.006 (0.217)	-0.099 (0.180)	-0.307 (0.032)	-0.073 (0.032)	-2.567 (1.045)	0.002 (0.151)
$\hat{Y}(cuota\ 6,t-2)$	0.113 (1.010)	-1.736 (2.068)	-1.256 (1.524)	0.553 (1.411)	-1.517 (0.383)	-0.181 (0.318)	-0.302 (0.176)	-0.011 (0.056)	2.022 (1.842)	-0.216 (0.285)
$\hat{Y}(cuota\ 7,t-2)$	-4.428 (10.377)	-33.905 (21.241)	-5.429 (15.660)	3.247 (14.495)	-7.396 (3.934)	0.007 (3.265)	0.153 (1.811)	-0.459 (0.574)	-8.581 (18.919)	0.420 (2.726)
$\hat{Y}(Abs,t-2)$	-0.028 (0.164)	0.366 (0.335)	-0.326 (0.247)	-0.154 (0.229)	0.106 (0.062)	-0.048 (0.052)	-0.034 (0.029)	0.002 (0.009)	0.199 (0.298)	0.030 (0.043)
$\hat{e}(t,desemp,t-2)$	-0.186 (0.765)	-1.043 (1.566)	0.991 (1.154)	-0.221 (1.069)	0.283 (0.290)	0.118 (0.241)	-0.014 (0.134)	0.025 (0.042)	-0.148 (1.395)	0.304 (0.201)
$\hat{Y}(cuota\ 0,t-3)$	-0.005 (0.226)	-0.122 (0.463)	-0.052 (0.342)	0.208 (0.316)	-0.143 (0.086)	-0.036 (0.071)	-0.057 (0.040)	-0.004 (0.013)	-0.179 (0.413)	-0.071 (0.059)
$\hat{Y}(cuota\ 1,t-3)$	0.031 (0.158)	0.109 (0.323)	-0.257 (0.238)	-0.158 (0.220)	0.008 (0.060)	0.002 (0.050)	-0.011 (0.028)	0.001 (0.009)	0.128 (0.288)	0.052 (0.041)
$\hat{Y}(cuota\ 2,t-3)$	0.047 (0.214)	-0.235 (0.438)	-0.618 (0.323)	0.008 (0.299)	-0.105 (0.081)	-0.022 (0.067)	-0.057 (0.037)	-0.011 (0.012)	0.151 (0.390)	0.172 (0.056)
$\hat{Y}(cuota\ 3,t-3)$	0.043 (0.168)	0.378 (0.344)	0.032 (0.253)	-0.166 (0.235)	0.105 (0.064)	0.007 (0.053)	-0.020 (0.029)	0.002 (0.009)	-0.019 (0.306)	0.104 (0.044)
$\hat{Y}(cuota\ 4,t-3)$	0.698 (0.392)	1.879 (0.803)	1.212 (0.592)	0.009 (0.548)	0.283 (0.149)	0.031 (0.123)	0.268 (0.068)	0.028 (0.022)	0.355 (0.715)	0.010 (0.103)
$\hat{Y}(cuota\ 5,t-3)$	0.440 (0.480)	0.341 (0.982)	-0.567 (0.724)	0.040 (0.670)	0.131 (0.182)	-0.099 (0.151)	0.048 (0.084)	0.037 (0.027)	1.290 (0.875)	0.048 (0.126)
$\hat{Y}(cuota\ 6,t-3)$	-0.821 (0.921)	-1.094 (1.886)	-0.703 (1.390)	-0.897 (1.287)	-1.159 (0.349)	-0.143 (0.290)	-0.069 (0.161)	-0.096 (0.051)	-0.693 (1.680)	-0.417 (0.242)
$\hat{Y}(cuota\ 7,t-3)$	-5.151 (11.042)	-18.851 (22.601)	8.349 (16.663)	3.903 (15.424)	-1.505 (4.186)	1.070 (3.474)	-1.565 (1.927)	-0.098 (0.611)	-7.781 (20.131)	-7.261 (2.900)
$\hat{Y}(Abs,t-3)$	0.110 (0.190)	0.032 (0.388)	-0.027 (0.286)	-0.139 (0.265)	0.135 (0.072)	-0.007 (0.060)	0.028 (0.033)	0.003 (0.010)	0.076 (0.346)	0.134 (0.050)
$\hat{e}(t,desemp,t-3)$	-0.717 (0.780)	-1.253 (1.597)	-0.687 (1.178)	-0.868 (1.090)	-0.541 (0.296)	-0.038 (0.246)	-0.595 (0.136)	-0.059 (0.043)	-2.146 (1.423)	0.107 (0.205)

TABLA B.26. Estimaciones Fila 8 transformación wcl.

Coeficientes	Fila 8 $\hat{y}(cuota\ 7)$										
	$\hat{y}(cuota\ 0,t)$	$\hat{y}(cuota\ 1,t)$	$\hat{y}(cuota\ 2,t)$	$\hat{y}(cuota\ 3,t)$	$\hat{y}(cuota\ 4,t)$	$\hat{y}(cuota\ 5,t)$	$\hat{y}(cuota\ 6,t)$	$\hat{y}(cuota\ 7,t)$	$\hat{y}(cuota\ 8,t)$	$\hat{y}(Abs,t)$	$\hat{e}(t,desemp,t)$
Intercepto	23.207 (18.196)	-25.792 (19.307)	13.187 (24.821)	6.182 (35.441)	-7.204 (18.726)	-9.281 (24.032)	4.701 (10.077)	12.326 (4.820)	1.453 (1.076)	24.882 (20.664)	3.176 (3.693)
$\hat{y}(cuota\ 0,t-1)$	0.385 (0.290)	-0.030 (0.308)	0.772 (0.396)	0.522 (0.565)	-0.160 (0.299)	0.008 (0.383)	-0.113 (0.161)	0.020 (0.077)	0.007 (0.017)	0.195 (0.320)	0.037 (0.059)
$\hat{y}(cuota\ 1,t-1)$	0.499 (0.244)	-0.320 (0.259)	0.124 (0.333)	-0.005 (0.476)	0.100 (0.251)	0.002 (0.322)	0.046 (0.135)	0.058 (0.065)	-0.002 (0.014)	-0.839 (0.269)	0.013 (0.050)
$\hat{y}(cuota\ 2,t-1)$	-0.111 (0.186)	0.119 (0.198)	-0.187 (0.254)	0.077 (0.363)	0.221 (0.192)	-0.271 (0.246)	-0.196 (0.103)	-0.014 (0.049)	-0.007 (0.011)	-0.183 (0.205)	0.004 (0.038)
$\hat{y}(cuota\ 3,t-1)$	-0.033 (0.148)	0.000 (0.157)	-0.190 (0.202)	0.082 (0.288)	-0.063 (0.152)	0.044 (0.196)	0.054 (0.082)	-0.025 (0.039)	0.004 (0.009)	0.220 (0.163)	0.016 (0.030)
$\hat{y}(cuota\ 4,t-1)$	0.423 (0.233)	0.253 (0.247)	0.417 (0.318)	0.176 (0.454)	0.366 (0.240)	0.080 (0.308)	-0.014 (0.129)	0.001 (0.002)	0.011 (0.014)	-0.108 (0.257)	0.023 (0.047)
$\hat{y}(cuota\ 5,t-1)$	0.352 (0.228)	-0.509 (0.242)	0.244 (0.311)	0.071 (0.444)	0.011 (0.235)	0.326 (0.301)	0.151 (0.126)	-0.009 (0.060)	-0.001 (0.013)	-0.069 (0.251)	0.015 (0.046)
$\hat{y}(cuota\ 6,t-1)$	-0.231 (0.484)	-0.153 (0.513)	-0.450 (0.660)	-0.307 (0.942)	0.670 (0.498)	0.148 (0.639)	0.132 (0.268)	-0.062 (0.128)	0.004 (0.029)	0.933 (0.533)	0.030 (0.098)
$\hat{y}(cuota\ 7,t-1)$	-0.761 (0.709)	0.220 (0.752)	-0.526 (0.967)	-0.795 (1.381)	-0.957 (0.730)	1.101 (0.936)	0.518 (0.393)	0.033 (0.188)	-0.006 (0.042)	-1.106 (0.782)	-0.057 (0.144)
$\hat{y}(cuota\ 8,t-1)$	-15.007 (9.954)	9.342 (10.561)	-9.868 (13.578)	-13.805 (19.387)	-2.433 (10.244)	-10.849 (13.146)	-3.749 (5.512)	0.662 (2.637)	-0.389 (0.589)	-8.279 (10.975)	-1.371 (2.020)
$\hat{y}(Abs,t-1)$	0.053 (0.185)	-0.435 (0.197)	-0.346 (0.253)	0.230 (0.361)	0.068 (0.191)	0.073 (0.245)	0.013 (0.103)	-0.066 (0.049)	-0.009 (0.011)	0.034 (0.204)	0.069 (0.038)
$\hat{e}(t,desemp,t-1)$	-2.324 (1.222)	-0.704 (1.296)	-3.562 (1.667)	-0.691 (2.380)	0.852 (1.257)	-0.574 (1.614)	-0.013 (0.677)	-0.380 (0.324)	-0.076 (0.072)	-0.648 (1.347)	0.014 (0.248)
$\hat{y}(cuota\ 0,t-2)$	0.007 (0.281)	-0.244 (0.298)	0.295 (0.383)	0.101 (0.546)	-0.238 (0.289)	0.792 (0.371)	0.108 (0.155)	-0.079 (0.074)	0.003 (0.017)	-0.483 (0.309)	0.034 (0.057)
$\hat{y}(cuota\ 1,t-2)$	-0.225 (0.253)	-0.370 (0.268)	-0.039 (0.345)	-0.162 (0.492)	-0.055 (0.260)	0.048 (0.334)	0.251 (0.140)	0.121 (0.067)	-0.005 (0.015)	-0.009 (0.279)	0.015 (0.051)
$\hat{y}(cuota\ 2,t-2)$	0.198 (0.192)	-0.305 (0.204)	-0.109 (0.262)	0.266 (0.374)	-0.153 (0.197)	0.152 (0.253)	-0.194 (0.106)	-0.015 (0.051)	-0.013 (0.011)	-0.139 (0.212)	0.038 (0.039)
$\hat{y}(cuota\ 3,t-2)$	0.055 (0.162)	0.025 (0.172)	-0.292 (0.222)	-0.286 (0.316)	0.092 (0.167)	0.155 (0.215)	-0.048 (0.090)	0.020 (0.043)	0.000 (0.010)	-0.050 (0.179)	0.014 (0.033)
$\hat{y}(cuota\ 4,t-2)$	0.006 (0.258)	-0.450 (0.274)	-0.136 (0.352)	0.044 (0.502)	-0.170 (0.265)	0.215 (0.341)	-0.108 (0.143)	0.003 (0.068)	-0.003 (0.015)	0.093 (0.284)	-0.027 (0.052)
$\hat{y}(cuota\ 5,t-2)$	-0.081 (0.301)	0.055 (0.320)	-0.169 (0.411)	-0.172 (0.587)	-0.438 (0.310)	-0.099 (0.398)	0.271 (0.167)	0.106 (0.080)	-0.007 (0.018)	-0.518 (0.332)	-0.037 (0.061)
$\hat{y}(cuota\ 6,t-2)$	0.532 (0.472)	0.792 (0.501)	0.293 (0.644)	0.293 (0.920)	-0.736 (0.486)	0.637 (0.624)	0.383 (0.261)	0.027 (0.125)	0.027 (0.028)	-1.518 (0.521)	-0.097 (0.096)
$\hat{y}(cuota\ 7,t-2)$	1.668 (0.694)	1.662 (0.736)	-0.255 (0.947)	-0.155 (1.352)	-0.015 (0.714)	-0.372 (0.916)	-0.084 (0.384)	0.363 (0.184)	0.034 (0.041)	2.281 (0.765)	-0.030 (0.141)
$\hat{y}(cuota\ 8,t-2)$	-4.198 (10.808)	3.929 (11.467)	1.897 (14.743)	6.654 (21.051)	12.699 (11.123)	-16.532 (14.274)	-4.727 (5.985)	-6.596 (2.863)	-0.211 (0.639)	8.515 (11.917)	-0.030 (2.194)
$\hat{y}(Abs,t-2)$	0.189 (0.195)	0.050 (0.207)	0.173 (0.266)	-0.028 (0.379)	-0.268 (0.200)	0.323 (0.257)	-0.020 (0.108)	0.003 (0.052)	0.007 (0.012)	-0.417 (0.215)	-0.025 (0.040)
$\hat{e}(t,desemp,t-2)$	-0.165 (1.075)	0.164 (1.141)	-0.256 (1.467)	-0.947 (2.095)	-0.420 (1.107)	-1.207 (1.420)	0.277 (0.596)	-0.046 (0.285)	-0.031 (0.064)	-2.100 (1.186)	0.157 (0.218)
$\hat{y}(cuota\ 0,t-3)$	0.174 (0.248)	-0.477 (0.263)	0.132 (0.338)	-0.080 (0.482)	0.101 (0.255)	-0.460 (0.327)	0.140 (0.137)	0.073 (0.066)	0.002 (0.015)	0.248 (0.273)	0.038 (0.050)
$\hat{y}(cuota\ 1,t-3)$	-0.079 (0.258)	0.191 (0.274)	0.408 (0.352)	0.100 (0.502)	-0.630 (0.265)	-0.788 (0.341)	0.042 (0.143)	-0.138 (0.068)	-0.009 (0.015)	-0.094 (0.284)	-0.028 (0.052)
$\hat{y}(cuota\ 2,t-3)$	0.213 (0.178)	-0.007 (0.189)	0.376 (0.243)	-0.064 (0.347)	-0.369 (0.183)	0.277 (0.235)	0.047 (0.099)	-0.034 (0.047)	0.001 (0.011)	-0.292 (0.196)	-0.002 (0.036)
$\hat{y}(cuota\ 3,t-3)$	0.107 (0.181)	-0.096 (0.192)	0.030 (0.247)	0.072 (0.353)	0.259 (0.186)	0.007 (0.239)	-0.160 (0.100)	0.078 (0.048)	0.007 (0.011)	0.660 (0.200)	-0.010 (0.037)
$\hat{y}(cuota\ 4,t-3)$	-0.058 (0.234)	0.345 (0.249)	0.145 (0.320)	-0.148 (0.457)	0.100 (0.241)	-0.620 (0.310)	0.054 (0.130)	0.113 (0.062)	0.003 (0.014)	0.350 (0.259)	0.018 (0.048)
$\hat{y}(cuota\ 5,t-3)$	0.004 (0.308)	0.369 (0.327)	0.330 (0.421)	0.142 (0.601)	0.246 (0.317)	-0.935 (0.407)	0.023 (0.171)	0.235 (0.082)	0.007 (0.018)	0.703 (0.340)	0.040 (0.063)
$\hat{y}(cuota\ 6,t-3)$	-0.411 (0.470)	-0.716 (0.498)	-0.404 (0.641)	0.520 (0.915)	0.990 (0.483)	-0.526 (0.620)	-0.070 (0.260)	0.054 (0.124)	0.001 (0.028)	1.475 (0.518)	0.102 (0.095)
$\hat{y}(cuota\ 7,t-3)$	-0.329 (0.887)	0.576 (0.941)	-0.140 (1.210)	0.654 (1.728)	0.507 (0.913)	0.400 (1.172)	0.373 (0.491)	-0.361 (0.235)	0.064 (0.052)	2.254 (0.978)	-0.119 (0.180)
$\hat{y}(cuota\ 8,t-3)$	-1.632 (13.426)	1.159 (14.245)	-13.023 (18.314)	-5.469 (26.150)	-12.149 (13.817)	34.961 (17.732)	2.024 (7.435)	-7.410 (3.556)	-0.363 (0.794)	-44.516 (14.804)	-2.110 (2.725)
$\hat{y}(Abs,t-3)$	0.184 (0.163)	-0.144 (0.173)	0.166 (0.222)	0.012 (0.317)	0.058 (0.167)	0.202 (0.215)	-0.112 (0.090)	0.040 (0.043)	0.005 (0.010)	0.312 (0.179)	-0.002 (0.033)
$\hat{e}(t,desemp,t-3)$	1.169 (1.026)	0.704 (1.089)	0.117 (1.400)	0.034 (1.999)	0.260 (1.056)	1.290 (1.355)	-0.320 (0.568)	-0.454 (0.272)	-0.008 (0.061)	-2.093 (1.132)	0.148 (0.208)

TABLA B.27. Estimaciones Fila 9 transformación wrl.

Coeficientes	Fila 9 $\hat{y}(cuota\ s)$										
	$\hat{y}(cuota\ 0,t)$	$\hat{y}(cuota\ 1,t)$	$\hat{y}(cuota\ 2,t)$	$\hat{y}(cuota\ 3,t)$	$\hat{y}(cuota\ 4,t)$	$\hat{y}(cuota\ 5,t)$	$\hat{y}(cuota\ 6,t)$	$\hat{y}(cuota\ 7,t)$	$\hat{y}(cuota\ 8,t)$	$\hat{y}(Abs,t)$	$\hat{e}(t,desemp,t)$
Intercepto	-13.405 (20.644)	-45.996 (29.484)	-18.058 (34.949)	-25.578 (27.074)	47.686 (28.938)	-37.928 (34.552)	1.228 (23.853)	-22.946 (16.324)	0.219 (7.193)	-4.499 (1.232)	-6.578 (4.376)
$\hat{y}(cuota\ 0,t-1)$	0.014 (0.221)	-0.181 (0.316)	-0.094 (0.375)	-0.123 (0.290)	0.526 (0.310)	0.534 (0.371)	-0.323 (0.256)	-0.098 (0.175)	-0.062 (0.077)	-0.006 (0.013)	-0.049 (0.047)
$\hat{y}(cuota\ 1,t-1)$	0.494 (0.218)	-0.030 (0.312)	0.152 (0.369)	0.156 (0.286)	1.174 (0.306)	0.019 (0.365)	-0.029 (0.252)	-0.070 (0.172)	0.000 (0.076)	0.009 (0.013)	-0.109 (0.046)
$\hat{y}(cuota\ 2,t-1)$	0.146 (0.153)	-0.369 (0.219)	0.005 (0.259)	0.731 (0.201)	0.225 (0.215)	0.465 (0.256)	-0.235 (0.177)	-0.003 (0.121)	0.036 (0.053)	0.003 (0.009)	-0.076 (0.032)
$\hat{y}(cuota\ 3,t-1)$	-0.002 (0.146)	0.081 (0.209)	0.281 (0.248)	-0.023 (0.192)	0.070 (0.205)	-0.508 (0.245)	0.186 (0.169)	-0.139 (0.116)	-0.020 (0.051)	0.000 (0.009)	-0.014 (0.031)
$\hat{y}(cuota\ 4,t-1)$	0.222 (0.164)	-0.081 (0.234)	0.169 (0.277)	0.228 (0.214)	0.357 (0.229)	0.121 (0.274)	-0.329 (0.189)	-0.002 (0.129)	-0.009 (0.057)	0.000 (0.010)	-0.045 (0.035)
$\hat{y}(cuota\ 5,t-1)$	-0.113 (0.186)	-0.241 (0.265)	-0.039 (0.314)	0.030 (0.243)	-0.043 (0.260)	-0.675 (0.311)	-0.357 (0.214)	-0.206 (0.147)	-0.008 (0.065)	-0.023 (0.011)	-0.047 (0.039)
$\hat{y}(cuota\ 6,t-1)$	0.010 (0.225)	0.010 (0.321)	0.545 (0.380)	-0.080 (0.295)	0.616 (0.315)	-0.364 (0.376)	-0.219 (0.260)	-0.292 (0.178)	-0.077 (0.078)	-0.010 (0.048)	-0.085 (0.048)
$\hat{y}(cuota\ 7,t-1)$	0.903 (0.363)	-0.208 (0.519)	0.389 (0.615)	0.426 (0.476)	1.109 (0.608)	-0.232 (0.420)	-0.852 (0.420)	-0.257 (0.287)	0.055 (0.127)	0.001 (0.022)	-0.139 (0.077)
$\hat{y}(cuota\ 8,t-1)$	0.032 (0.341)	-0.032 (0.487)	0.088 (0.577)	-0.265 (0.447)	0.490 (0.478)	1.339 (0.571)	-0.606 (0.394)	0.354 (0.270)	-0.016 (0.119)	0.014 (0.020)	-0.043 (0.072)
$\hat{y}(Abs,t-1)$	-11.644 (11.191)	17.436 (15.983)	-9.864 (18.946)	-24.387 (14.677)	-35.905 (15.687)	10.799 (18.730)	21.829 (12.930)	8.399 (8.849)	-1.691 (3.899)	0.370 (6.668)	6.150 (2.372)
$\hat{e}(t,desemp,t-1)$	-1.393 (1.100)	-0.803 (1.572)	-0.416 (1.863)	-2.326 (1.443)	-2.623 (1.543)	-0.482 (1.842)	0.204 (0.870)	-0.495 (0.870)	-0.567 (0.383)	-0.103 (0.066)	0.235 (0.233)
$\hat{y}(cuota\ 0,t-2)$	0.032 (0.264)	-0.064 (0.378)	0.054 (0.447)	-0.669 (0.347)	0.848 (0.371)	-0.219 (0.442)	0.757 (0.305)	-0.238 (0.209)	-0.071 (0.092)	0.007 (0.016)	0.017 (0.056)
$\hat{y}(cuota\ 1,t-2)$	-0.181 (0.247)	-0.402 (0.353)	-0.152 (0.418)	-0.327 (0.324)	-0.540 (0.346)	-0.173 (0.414)	0.512 (0.285)	0.028 (0.195)	-0.073 (0.086)	-0.002 (0.015)	0.008 (0.052)
$\hat{y}(cuota\ 2,t-2)$	0.121 (0.197)	-0.330 (0.282)	0.060 (0.334)	-0.525 (0.259)	0.427 (0.277)	0.647 (0.331)	0.147 (0.228)	-0.030 (0.156)	-0.077 (0.069)	0.006 (0.012)	-0.007 (0.042)
$\hat{y}(cuota\ 3,t-2)$	-0.146 (0.160)	0.195 (0.229)	0.075 (0.272)	0.335 (0.210)	-0.458 (0.225)	-0.303 (0.269)	-0.098 (0.185)	-0.102 (0.127)	-0.011 (0.056)	-0.011 (0.010)	-0.007 (0.034)
$\hat{y}(cuota\ 4,t-2)$	-0.187 (0.144)	0.077 (0.206)	-0.228 (0.244)	-0.250 (0.189)	-0.330 (0.202)	-0.382 (0.241)	-0.009 (0.166)	-0.207 (0.114)	-0.066 (0.050)	-0.016 (0.009)	0.011 (0.031)
$\hat{y}(cuota\ 5,t-2)$	-0.041 (0.156)	-0.235 (0.222)	-0.201 (0.264)	-0.485 (0.204)	-0.104 (0.218)	-0.648 (0.261)	-0.197 (0.180)	-0.197 (0.123)	0.001 (0.054)	-0.010 (0.009)	0.013 (0.033)
$\hat{y}(cuota\ 6,t-2)$	-0.329 (0.225)	-0.140 (0.321)	-0.364 (0.381)	-0.833 (0.295)	-0.079 (0.315)	-0.759 (0.376)	0.475 (0.260)	-0.030 (0.178)	0.037 (0.078)	-0.005 (0.013)	-0.004 (0.048)
$\hat{y}(cuota\ 7,t-2)$	-1.094 (0.466)	-0.045 (0.665)	-0.316 (0.789)	-1.077 (0.611)	0.231 (0.653)	-1.463 (0.780)	0.672 (0.538)	-0.335 (0.368)	-0.138 (0.162)	-0.026 (0.028)	-0.028 (0.099)
$\hat{y}(cuota\ 8,t-2)$	0.100 (0.400)	-0.033 (0.572)	0.281 (0.678)	0.336 (0.525)	0.563 (0.561)	-0.294 (0.670)	0.519 (0.463)	-0.109 (0.317)	-0.066 (0.140)	0.013 (0.024)	0.047 (0.085)
$\hat{y}(Abs,t-2)$	17.437 (12.649)	12.331 (18.065)	8.360 (21.414)	38.619 (16.588)	3.220 (17.731)	28.901 (21.170)	-32.051 (14.615)	12.248 (10.002)	3.143 (4.407)	0.492 (7.755)	0.818 (2.681)
$\hat{e}(t,desemp,t-2)$	-0.846 (1.031)	2.726 (1.473)	-0.903 (1.746)	-1.651 (1.353)	2.725 (1.446)	0.997 (1.726)	0.011 (1.192)	0.115 (0.816)	0.120 (0.359)	0.033 (0.062)	0.391 (0.219)
$\hat{y}(cuota\ 0,t-3)$	-0.056 (0.225)	-0.115 (0.321)	-0.275 (0.381)	0.084 (0.295)	0.294 (0.315)	-0.096 (0.377)	0.118 (0.260)	0.214 (0.178)	0.108 (0.078)	0.005 (0.013)	0.038 (0.048)
$\hat{y}(cuota\ 1,t-3)$	0.018 (0.227)	-0.378 (0.325)	0.093 (0.385)	0.170 (0.298)	0.130 (0.319)	0.269 (0.381)	-0.033 (0.263)	0.057 (0.180)	0.045 (0.079)	-0.003 (0.014)	-0.043 (0.048)
$\hat{y}(cuota\ 2,t-3)$	0.006 (0.204)	0.077 (0.291)	0.143 (0.345)	-0.243 (0.267)	0.928 (0.286)	0.094 (0.341)	-0.074 (0.236)	-0.077 (0.161)	0.034 (0.071)	0.011 (0.012)	0.021 (0.043)
$\hat{y}(cuota\ 3,t-3)$	-0.060 (0.149)	0.188 (0.213)	-0.175 (0.253)	-0.156 (0.196)	-0.531 (0.209)	0.101 (0.173)	-0.211 (0.118)	-0.018 (0.100)	-0.091 (0.044)	-0.010 (0.008)	0.025 (0.032)
$\hat{y}(cuota\ 4,t-3)$	0.177 (0.126)	0.010 (0.180)	0.080 (0.213)	0.069 (0.165)	0.019 (0.177)	0.607 (0.211)	-0.106 (0.146)	0.163 (0.100)	0.000 (0.044)	0.010 (0.008)	-0.021 (0.027)
$\hat{y}(cuota\ 5,t-3)$	0.104 (0.181)	-0.229 (0.258)	-0.088 (0.306)	0.288 (0.237)	0.142 (0.253)	-0.166 (0.302)	-0.089 (0.209)	-0.007 (0.143)	0.069 (0.063)	-0.004 (0.011)	-0.030 (0.038)
$\hat{y}(cuota\ 6,t-3)$	-0.082 (0.214)	0.039 (0.306)	-0.273 (0.362)	0.419 (0.281)	-0.009 (0.300)	-0.289 (0.358)	-0.288 (0.247)	-0.149 (0.169)	0.031 (0.075)	-0.018 (0.013)	0.010 (0.045)
$\hat{y}(cuota\ 7,t-3)$	-1.020 (0.377)	-0.074 (0.538)	-1.270 (0.638)	-0.747 (0.494)	-0.428 (0.528)	-0.313 (0.631)	-0.477 (0.436)	-0.052 (0.298)	0.225 (0.131)	-0.032 (0.022)	0.111 (0.080)
$\hat{y}(cuota\ 8,t-3)$	0.800 (0.341)	0.038 (0.487)	0.449 (0.577)	0.781 (0.447)	0.400 (0.478)	0.373 (0.571)	1.327 (0.394)	0.157 (0.270)	0.188 (0.119)	0.035 (0.020)	-0.071 (0.072)
$\hat{y}(Abs,t-3)$	12.494 (10.775)	9.145 (15.389)	14.651 (18.242)	4.865 (14.131)	-15.458 (15.104)	-0.783 (18.034)	0.572 (12.450)	-1.712 (8.520)	-4.748 (3.754)	0.369 (6.643)	-1.129 (2.284)
$\hat{e}(t,desemp,t-3)$	2.600 (1.105)	2.414 (1.578)	-1.546 (1.871)	4.458 (1.449)	-1.698 (1.549)	0.730 (1.849)	-2.064 (1.277)	0.240 (0.874)	0.871 (0.385)	0.074 (0.066)	0.384 (0.294)

Apéndice C: Funciones en R

C.1. Funciones en R para la transformación Hyperspherical

```
#####funcion para transformaion Hyperspheical#####
```

```
h.spherical<-function(x){
n<-length(x)
y<-sqrt(x)
theta<-rep(0,n)

for(i in n:2)
{

if(i==n)
{
theta[i]<-acos(as.numeric(y[i]))
}

else
{
theta[i]<-acos(as.numeric(y[i])/prod(sin(theta[(i+1):n])) )
}

}
return(theta[-1])

}
```

```
#####funcion inversa transformaion Hyperspheical#####
```

```
invh.spherical<-function(theta)
```

```

{
n.1<-length(theta)
n<-n.1+1
y<-rep(0,n)

for(j in 1:n)
{
if(j==1)
{
y[j]<-prod(sin(theta[j:n.1]))
}

else if(j==n)
{
y[j]<-cos(theta[j-1])
}

else
{
y[j]<-cos(theta[j-1])*prod(sin(theta[j:n.1]))
}

}

return(y^2)
}

```

C.2. Funciones en R para la transformación Wclr

```
#####media geometrica ponderada#####
```

```

wg.mean<-function(x,y)
{
return((prod(x^y))^(1/sum(y)))
}

```

```
#####transformacion Propuesta#####
```

```

alter.tr<-function(x,alpha)
{
newx<-x
newx[which(newx==max(newx))]<-newx[which(newx==max(newx))] - alpha
newx[which(newx==0)]<-alpha/length(which(newx==0))

return(log(newx/wg.mean(x,x)))
}

```

```
#####Inversa transformacion Propuesta#####
```

```
inv.alter<-function(z, alpha)
{
newz<-exp(z)/sum(exp(z))

if(length(which(newz<alpha))!=0)
{
newz[which(z==max(z))]<-newz[which(z==max(z))]+alpha
newz[which(z==min(z))]<-0
return(newz)
}
else{
return(newz)
}
}
```

Bibliografía

- Aitchison, J. (1982), ‘The statistical analysis of compositional data’, *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)* pp. 139–177.
- Aitchison, J. (1986), *The statistical analysis of compositional data*, Chapman and Hall London.
- Balzter, H. (2000), ‘Markov chain models for vegetation dynamics’, *Ecological modelling* **126**(2), 139–154.
- Behrends, E. (2000), *Introduction to Markov Chains with Special Emphasis on Rapid Mixing*, Vieweg+Teubner Verlag.
- Brockwell, P. J. & Davis, R. A. (2016), *Introduction to time series and forecasting*, springer.
- Das, N. (2008), ‘Statistical methods-combined edition (volumes i and ii)’, *Tata MCGraw Hill Education Private Limited, PAGES-4* **5**, 290.
- Gómez-Gonzalez, J. E., Morales Acevedo, P., García Pineda, F. & Zamudio Gómez, N. (2007), ‘An alternative methodology for estimating credit quality transition matrices’, *Borradores de Economía* **478**.
- Gómez-Gonzalez, J. E., Morales Acevedo, P., García Pineda, F. & Zamudio Gómez, N. (2009), ‘An alternative methodology for estimating credit quality transition matrices’, *Journal of Risk Management in Financial Institutions* **2**(4), 353–364.
- Gómez-Gonzalez, J. E. & Orozco, I. P. (2009), ‘Un modelo de alerta temprana para el sistema financiero colombiano’, *Borradores de Economía* **565**.
- Gupton, G. M., Finger, C. C. & Bhatia, M. (1997), *Creditmetrics: The benchmark for understanding credit risk*, JP Morgan & Co.
- Logofet, D. O. & Lesnaya, E. V. (2000), ‘The mathematics of markov models: what markov chains can really predict in forest successions’, *Ecological Modelling* **126**(2), 285–298.
- Lütkepohl, H. (2005), *New introduction to multiple time series analysis*, Springer Science & Business Media.
- Martín-Fernández, J. A., Barceló-Vidal, C. & Pawlowsky-Glahn, V. (2003), ‘Dealing with zeros and missing values in compositional data sets using nonparametric imputation’, *Mathematical Geology* **35**(3), 253–278.

- Mills, T. C. (2009), ‘Forecasting obesity trends in england’, *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (Statistics in Society)* **172**(1), 107–117.
- Mills, T. C. (2010), ‘Forecasting compositional time series’, *Quality & Quantity* **44**(4), 673–690.
- Pawlowsky-Glahn, V. & Buccianti, A. (2011), *Compositional data analysis: Theory and applications*, John Wiley & Sons.
- Pawlowsky-Glahn, V., Egozcue, J. J. & Tolosana-Delgado, R. (2015), *Modeling and analysis of compositional data*, John Wiley & Sons.
- Quah, D. (1993), ‘Empirical cross-section dynamics in economic growth’, *European Economic Review* **37**(2-3), 426–434.
- R Development Core Team (2008), *R: A Language and Environment for Statistical Computing*, R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0. **URL:** <http://www.R-project.org>
- Superintendencia Financiera de Colombia (1995), ‘Anexo I, capítulo II, Circular externa 100 de 1995 “Circular Básica Contable y Financiera” modificada por la circulares externas 032 de 2014 y 032 de 2015’. República de Colombia.
- Támara-Ayús, A., Aristizábal, R. & Velásquez, E. (2012), ‘Matrices de transición en el análisis del riesgo crediticio como elemento fundamental en el cálculo de la pérdida esperada en una institución financiera colombiana’, *Revista Ingenierías Universidad de Medellín* **11**(20), 105–114.
- Van den Boogaart, K. G. & Tolosana-Delgado, R. (2013), *Analyzing compositional data with R*, Vol. 122, Springer.
- Wang, H., Liu, Q., Mok, H. M., Fu, L. & Tse, W. M. (2007), ‘A hyperspherical transformation forecasting model for compositional data’, *European journal of operational research* **179**(2), 459–468.
- Weygandt, J. J., Kieso, D. E. & Kimmel, P. D. (2005), *Financial accounting*, Vol. 1, John Wiley & Sons Incorporated.
- Žitković, G. (2010), ‘Introduction to stochastic processes-lecture notes’.
- Zivot, E. & Wang, J. (2007), *Modeling financial time series with S-Plus®*, Vol. 191, Springer Science & Business Media.