UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Enseñanza de polígonos a través del reconocimiento de invariantes usando el modelo Van Hiele en el grado octavo de la Institución Educativa Finca la Mesa

María Cristina Ruiz Puerta

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Medellín, Colombia
2016

Enseñanza de polígonos a través del reconocimiento de invariantes usando el modelo Van Hiele en el grado octavo de la Institución Educativa Finca la Mesa

María Cristina Ruiz Puerta

Trabajo final de maestría presentado como requisito parcial para optar al título de

Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director
Gabriel Ferney Valencia Carrascal
Magister en Psicopedagogía

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Medellín, Colombia
2016

Dedicatoria

A mi esposo, compañero de vida, por su apoyo incondicional.

Agradecimientos

A la universidad Nacional de Colombia, sede Medellín, por darme la posibilidad de realizar mis estudios de maestría, aportando así a mi cualificación docente

Al magister Gabriel Ferney Valencia Carrascal, director de este trabajo por su paciencia y colaboración.

A todos los docentes y monitores que contribuyeron con su sapiencia a mi formación profesional.

A los estudiantes que conformaron la muestra de intervención en el aula, por su disposición y participación en las diferentes actividades propuestas, ustedes constituyen la esencia de este trabajo.

Por último, pero no menos importante, quiero agradecer a todos mis familiares, amigos y colegas que han acompañado mi proceso de formación, por su confianza y aliento para cumplir esta meta académica.

Resumen

El presente trabajo propone una estrategia de intervención en el aula para la enseñanza de polígonos en el grado octavo de la educación básica secundaria, dando principal importancia al conocimiento conceptual, propuesta que consiste en el reconocimiento de invariantes por parte del estudiante a partir de sus ideas previas y de sus propios descubrimientos, los cuales surgen como respuesta a la realización de actividades diseñadas teniendo en cuenta modelo Van Hiele para la enseñanza de la geometría y en las que se favorecen procesos de análisis y razonamiento, que lleven al estudiante a movilizar el pensamiento geométrico y desarrollar un aprendizaje significativo de polígonos. La propuesta metodológica se ejemplifica para el caso de los cuadriláteros pero es aplicable a cualquier clasificación de los polígonos. Los resultados del trabajo, se presentan como una alternativa para que otros docentes apliquen la propuesta en sus aulas de clase contribuyendo al mejoramiento de la enseñanza de la geometría.

Palabras clave: Cuadriláteros, reconocimiento de invariantes, modelo Van Hiele, aprendizaje significativo.

Abstract

This paper proposes an intervention strategy in the classroom for teaching polygons in the eighth grade of secondary basic education, giving primary importance to conceptual knowledge, proposal is the recognition of invariants by the student from your ideas previous and its own findings, which arise in response to the implementation of activities designed keeping in model Van Hiele has for teaching geometry and in which processes of analysis and reasoning, leading the student to mobilize thinking favor geometric and develop a meaningful learning of polygons. The proposed methodology is exemplified in the case of the ring but is applicable to any classification of polygons. Work results are presented as an alternative to other teachers implement the proposal in their classrooms contributing to the improvement of teaching geometry.

Keywords: Quadrilaterals, recognition of invariants, Van Hiele model, significant learning.

Contenido

	pág.
Dedicatoria	V
Agradecimientos	VII
Resumen	IX
Abstract	X
Introducción	19
1. Aspectos Preliminares	22
1.1 Selección y delimitación del tema	22
1.2 Problema de investigación	22
1.2.1 Antecedentes	22
1.2.2 Formulación de la pregunta	28
1.2.3 Descripción del problema	28
1.3 Justificación	30
1.4 Objetivos	31
1.4.1 Objetivo general	31
1.4.2 Objetivos específicos	32
2. Marco Referencial	33
2.1 Marco teórico	33
2.2 Marco conceptual-disciplinar	35
2.3 Marco legal	45
2.4 Marco espacial	47

	pág.
3. Diseño Metodológico	48
3.1 Tipo de investigación: investigación acción	48
3.2 Método	49
3.3 Instrumento de recolección de información	50
3.4 Cronograma	51
4. Trabajo Final	53
4.1 Desarrollo y sistematización de la propuesta	53
4.1.1 Prueba diagnóstica	55
4.1.2 Taller N° 1: introducción al mundo de los cuadriláteros	57
4.1.3 Taller N° 2: descubriendo a “poli”	59
4.1.4 Taller N° 3: clasifiquemos los paralelogramos	62
4.1.5 Prueba final	64
4.2 Resultados	65
4.2.1 Prueba diagnóstica	65
4.2.2 Taller N° 1: introducción al mundo de los cuadriláteros	77
4.2.3 Taller N° 2: descubriendo a “poli”	85
4.2.4 Taller N° 3: clasificando los paralelogramos	91
4.2.5 Prueba final	97
5. Conclusiones y Recomendaciones	104
5.1 Conclusiones	104
5.2 Recomendaciones	105
Referencias	107
Anexos	110

Lista de Tablas

pág.

Tabla 2.1	Síntesis de las principales leyes, normas y decretos que fundamentan la propuesta	46
Tabla 3.1	Planificación de actividades	51
Tabla 4.1	Niveles de razonamiento según el modelo Van Hiele en el estudio de cuadriláteros	54
Tabla 4.2	Descripción del la prueba diagnóstica teniendo en cuenta el modelo Van Hiele	56
Tabla 4.3	Resultados prueba diagnóstica	66
Tabla 4.4	Resultados obtenidos en el numeral 1 de la actividad 2 del taller N° 2	89
Tabla 4.5	Respuestas al numeral 5 del taller N° 3	94
Tabla 4.6	Resultados de las respuestas 1 a 5 de la prueba final	97

Lista de Figuras

		pág.
Figura 2.1	Cuadrilátero convexo	37
Figura 2.2	Cuadrilátero no convexo	38
Figura 2.3	Paralelogramo ABCD	39
Figura 2.4	Rectángulo	39
Figura 2.5	Rombo	40
Figura 2.6	Cuadrado	41
Figura 2.7	Romboide	41
Figura 2.8	Trapecio	42
Figura 2.9	Trapecio isósceles	42
Figura 2.10	Trapecio escaleno	43
Figura 2.11	Trapecio rectángulo	43
Figura 2.12	Trapezoide	44
Figura 2.13	Estructura conceptual sobre cuadriláteros	45
Figura 4.1	Estudiantes presentando la pruebe diagnóstica	55
Figura 4.2	Muestra de estudiantes realizando la actividad 1 del taller 1	58
Figura 4.3	Estudiantes en el desarrollo del taller N° 2	61
Figura 4.4	Estudiantes desarrollando el taller N° 3	63
Figura 4.5	Estudiante presentando la prueba final	64

pág.

Figura 4.6 Pregunta 1 de la prueba diagnóstica 67

Figura 4.7 Pregunta 3 de la prueba diagnóstica 69

Figura 4.8 Pregunta 4 de la prueba diagnóstica 69

Figura 4.9 Figura de la pregunta N° 5 de la prueba diagnóstica 71

Figura 4.10 Pregunta 7 de la prueba diagnóstica 72

Figura 4.11 Polígono 73

Figura 4.12 Pregunta 10 de la prueba diagnóstica 74

Figura 4.13 Pregunta 11 de la prueba diagnóstica 75

Figura 4.14 Pregunta 12 de la prueba diagnóstica 76

Figura 4.15 Muestra de respuestas a la pregunta 2 de la activada 1 del taller 1 78

Figura 4.16 Muestra de respuestas a la pregunta 3 de la activada 1 del taller 1 79

Figura 4.17 Muestra de respuestas a la pregunta 4 de la activada 1 del taller 1 80

Figura 4.18 Muestra de respuestas a la pregunta 5 de la activada 1 del taller 1 81

Figura 4.19 Muestra de la solución de la actividad 2 del taller 1 83

Figura 4.20 Muestra de la solución de la actividad 1 del taller 2 86

Figura 4.21 Muestra de respuestas de la actividad 2 del taller 2 88

Figura 4.22 Muestra de respuestas del numeral 3 de la actividad 2 del taller 2 90

pág.

Figura 4.23 Muestra de la solución del numeral 4 del taller 3 93

Figura 4.24 Muestra de la solución del numeral 5 del taller 3 95

Figura 4.25 Muestra de respuesta de la proposición c del numeral 5 del taller 3 96

Figura 4.26 Muestra de respuesta al numeral 6 del taller 3 96

Figura 4.27 Muestra de respuestas a la pregunta 6 de la pruebe final 98

Figura 4.28 Muestra de respuestas a la pregunta 7 de la pruebe final 99

Figura 4.29 Pregunta 8 de la pruebe final 100

Figura 4.30 Muestra la respuesta de la pregunta 9 (I) de la prueba final 101

Figura 4.31 Muestra de respuestas a la pregunta 9 (II) de la prueba final 102

Figura 4.32 Muestra de respuestas al numeral 9 de la prueba final 103

Lista de Anexos

		pág.
Anexo A.	Prueba diagnóstica	110
Anexo B.	Taller No. 1	114
Anexo C.	Taller No. 2	118
Anexo D.	Taller No. 3	122
Anexo E.	Prueba final	126

Introducción

Dentro del plan de estudios de matemáticas, a partir de la renovación curricular; tradicionalmente la geometría ha desempeñado un papel importante, especialmente en el desarrollo del pensamiento espacial puesto que constituye una herramienta para comprender las diferentes formas que integran el mundo que nos rodea, por lo general la enseñanza de la geometría y en particular de los polígonos se ha centrado en procesos algorítmicos y en establecer relaciones de correspondencia entre la representación gráfica del polígono y su nombre, lo cual ha provocado un aprendizaje mecánico y a corto plazo de estos contenidos, en consecuencia se encuentran en aula estudiantes que no reconocen propiedades, elementos y características de los mencionados objetos geométricos, además pocas veces en su estructura cognitiva tienen apropiaciones conceptuales al respecto.

La problemática anterior evidencia la necesidad de pensar e implementar otras formas para la enseñanza de la geometría, por esta razón en el presente trabajo de grado, desarrollado desde la teoría del aprendizaje significativo propuesta por David Ausubel, se busca diseñar, aplicar y analizar una propuesta metodológica de intervención en el aula que contribuya a la enseñanza de polígonos a partir del reconocimiento de invariantes aplicando el modelo Van Hiele, haciendo especial énfasis en la tarea de conceptualizar el objeto matemático cuadriláteros, aunque igualmente esta propuesta es aplicable a cualquier temática de la geometría e incluso otras áreas del conocimiento.

Para el desarrollo del trabajo se plantean una serie de actividades fundamentadas en el modelo propuesto por los esposos Van Hiele para la

enseñanza de la geometría, en las cuales se tiene en cuenta el nivel de razonamiento, la estructura cognitiva del estudiante y aquello que desde la misma interacción social y académica el estudiante conoce de la temática, es decir sus conocimientos previos, para que sea el mismo estudiante quien experimente y compruebe las propiedades y características de los polígonos, en este caso, se ejemplifica el proceso para los cuadriláteros, mediante el reconocimiento de invariantes de tal forma que el estudiante se atreva a realizar sus propias conjeturas al respecto, conjeturas que partir de un dialogo dirigido por el docente le permitirán sentar las bases de la teoría de polígonos.

> Desde esta perspectiva los énfasis en el hacer matemático escolar estarían, entre otros aspectos, en: el reconocimiento de propiedades, relaciones e invariantes a partir de la observación de regularidades que conduzca al establecimiento de conjeturas y generalizaciones, el análisis y resolución de situaciones problemas que propicien diferentes miradas desde lo analítico, desde lo sintético y lo transformacional (MEN, 1998, p. 17).

Este trabajo final, el cual fue aplicado a una muestra de 30 estudiantes del grado octavo de la institución educativa Finca la mesa del municipio de Medellín, se encuentra organizado en cuatro capítulos:

En el capítulo 1 se presentan los aspectos preliminares del trabajo, tales como la selección y delimitación del tema, el planteamiento del problema teniendo en cuenta los antecedentes referidos a la conceptualización en matemáticas, la enseñanza de la geometría y la implementación del modelo Van Hiele en la enseñanza de la geometría, además de la justificación y los objetivos.

El capítulo 2 contiene el marco referencial del trabajo, compuesto por el marco teórico, conceptual, espacial y legal. El marco teórico se fundamenta en la teoría del aprendizaje significativo propuesta por David Ausubel y el modelo Van Hiele, exponiendo sus puntos de encuentro a partir de los cuales se sustenta este trabajo. En el marco conceptual se expone una síntesis de las categorías conceptuales del objeto matemático los cuadriláteros que se pretenden adquirir en el desarrollo de la propuesta; los cuales se tomaron de acuerdo con la estructura elaborada Clemens S., O'Daffer P., Cooney, T. (1998); Londoño S., J. (2006) y Baldor, A. (1981). En el marco legal se presenta un resumen de las principales normas, leyes y decretos que sustentan la pertinencia del presente trabajo y finalmente el marco espacial se exponen algunos aspectos generales de la Institución Educativa Finca la Mesa, institución en la cual se desarrolla la propuesta.

En el tercer capítulo se expone la estructura del diseño metodológico, enmarcado dentro de la teoría de investigación acción con un enfoque cualitativo.

En el capítulo cuatro se muestra el diseño de la propuesta de intervención en el aula, la cual contiene una prueba de entrada o diagnóstica, un conjunto de actividades diseñadas teniendo en cuanta el modelo Van Hiele, para potenciar un aprendizaje significativo del objeto geométrico cuadriláteros y una prueba de final o de salida, seguidas de un análisis de los resultados obtenidos en la aplicación de estos instrumentos.

Finalmente en el capítulo cinco se describen las principales conclusiones y recomendaciones a las cuales se llega luego de la aplicación de la propuesta.

1. Aspectos Preliminares

1.1 Selección y delimitación del tema

Enseñanza de la geometría a partir del reconocimiento de invariantes aplicando el modelo Van Hiele en el grado octavo de la Institución Educativa Finca la Mesa.

1.2 Problema de investigación

1.2.1 Antecedentes

La importancia del estudio de la geometría en la escuela, fue una consecuencia de la renovación curricular del año 1978, ocupando un lugar privilegiado en el currículo escolar. Un grupo de expertos en el campo de las matemáticas justificaron dicha inclusión, argumentando que la formación matemática debía apuntar al desarrollo de cinco pensamientos; entre los cuales se encuentra el pensamiento espacial. La geometría es el ámbito en el cual se recrea este pensamiento y a su vez es la herramienta que permite interpretar el entorno, empleando los polígonos geométricos, objetos matemáticos que representan las formas del mundo real. Dentro de estos se encuentran los cuadriláteros, los cuales constituyen el objeto de estudio de ésta propuesta.

Algunos estudiosos han realizado trabajos en los cuales se describe: la forma general como se realiza el proceso de conceptualización matemática y la

enseñanza de la geometría. A continuación se exponen algunos de ellos, los cuales se encontraron a través de una revisión minuciosa de artículos, libros, y tesis de maestría.; empleando motores de búsqueda, como el google académico entre otros.

Sobre la conceptualización:

González (2005) en su artículo “cuestiones básicas acerca de la enseñanza de conceptos matemáticos” expone una revisión documental sobre los principales aspectos a tener en cuenta en la elaboración, asimilación y enseñanza de los conceptos matemáticos, durante los últimos 25 años. En éste, el autor describe:

La naturaleza de los conceptos, ¿qué es un concepto?, la utilidad de los conceptos en el desarrollo de las matemáticas, diferentes definiciones teóricas de los conceptos, categorización de los conceptos y los elementos que afectan el proceso de asimilación de conceptos en matemáticas.

Los conceptos hacen referencia a escenarios teóricos elaborados a partir de procesos de matematización los cuales constan de varias etapas como manipulación, lenguaje, ideas representadas en diagramas, esquemas o dibujos, símbolos o iconos a los que se les asigna un significado y se afirma que es un concepto, además podemos saber si el estudiante ha adquirido adecuadamente el concepto cuando es idóneo para utilizarlo de manera apropiada en contextos donde dicho concepto es aplicable y sobre todo según la conducta clasificatoria que realiza sujeto cuando es enfrentado a situaciones o ejemplos en las cuales tiene que decidir si esta hace parte o no del concepto, dentro de las situaciones que afectan la apropiación de conceptos, se destaca la experiencia previa del aprendiz; heterogeneidad de contextos al enseñar un concepto; la utilización de ejemplos y contraejemplos del concepto; información poco oportuna y distractora

que se utilice en el momento de las explicaciones, variedad y número de ejemplos mostrados y el uso práctico de los mismos.

Finalmente presenta algunas sugerencias para la enseñanza de conceptos en el área de matemáticas las cuales clasifica en tres tipos: deductivas, inductivas y mixtas. Las primeras se distinguen porque el aprendiz debe reconocer los ejemplos del concepto de acuerdo a una definición o caracterización del mismo; las segundas, se desarrollan en forma contraria; a partir de la identificación de ejemplos específicos del concepto llega a la definición conceptual y las mixtas constituyen una mezcla de las otras dos.

Sobre la enseñanza de la geometría:

Echeverry (2013) en su tesis de maestría realiza una evaluación de la influencia del uso de las nuevas tecnologias y en particular el sofware Cabri Geometry II Plus en la enseñanza de la geometría, esto como respuesta a la ola informática vivimos en la alctualidad , además de que hoy en día es comun considerara las TIC pueden ser la solución a los problemas educativos. Su trabajo se sustenta en las habilidades de pensamiento geométrico de los estudiantes cuando interactúan con Cabri, para esto realiza un trabajo de campo en el grado sexto, de una institución educativa pública de la ciudad de Manizales, y a partir de un grupo experimental en el cual los conceptos básicos de geométricos fueron abordados a parir de la implementación del Cabri y un grupo de control en el cual se continúo con una enseñanza tradicional se aplicaron algunas pruebas diagnosticas para determinar el punto de partida, luego se realizó el proceso de intervención docente y por último se aplicaron pruebas finales para evaluar resultados.

Luego de la aplicación de la propuesta se llegó a las siguientes conclusiones:

Se nota un mejor empleo de los conceptos básicos sobre geometría, en el grupo experimental y en el grupo control, esto de acuerdo con los resultados obtenidos en las pruebas realizadas antes y después de la aplicación de la propuesta en ambos grupos, a pesar de que se evidenció una mejoría en los dos grupos, el cambio fue superior en el grupo experimental, lo cual se refleja al contrastar las puntuaciones medias de las valoraciones de cambio para cada uno de ellos, por lo cual el autor argumenta que es válida su hipótesis y puede asegurarse que el uso de Cabri Geometry II influye de manera positiva en el aprendizaje y dominio de conceptos básicos de la geometría, por lo cual puede convertirse en un instrumento apropiado para la enseñanza de la geometría.

Sobre la enseñanza de polígonos:

Ramírez (2011) por su parte plantea que los problemas y deficiencias que presentan los jóvenes en la asimilación y apropiación del contenido geométrico y en particular de los polígonos y sus propiedades radica en la poca apropiación que tienen de conceptos básicos de la geometría, como paralelismo, perpendicularidad, altura, entre otros como consecuencia de metodologías poco adecuadas en la enseñanza de dichos conceptos, donde no se le brinda al alumno una exposición clara y lógica sobre los principios y conceptos básicos que son fundamento de la geometría y que particularmente le servirán para solucionar situaciones problema que tiene que ver con los polígonos regulares y en general con toda la geometría.

La propuesta se centra en el estudiante como protagonista de su aprendizaje, dejando de ser este alguien indiferente y pasivo en su proceso educativo y romper así con la educación tradicional, si el estudiante se involucra

en su proceso formativo y deja de recibir “conocimiento” en forma de recetas, su aprendizaje será más significativo y por ende tendrá mejores bases conocimiento futuros, esta propuesta se materializa con la aplicación de talleres de clase conformados por actividades en las cuales se busca que alumno fundamente y aplique los contenidos previos y que son base de la geometría que se pretende aprenda, se establezcan y deduzca las características, elementos y propiedades de los polígonos regulares, se implemente la construcción de diferentes figuras geométricas con instrumentos como regla, transportador y el compás, de tal forma que a partir de un proceso dirigido por el docente él mismo vaya construyendo significativamente su aprendizaje.

Dentro de las principales conclusiones de este trabajo se encuentra que las utilización de regla y compás son herramientas fundamentales para elaborar construcciones geométricas, privilegian desarrollo de competencias cognitivas y prácticas, su correcta utilización demanda conocer y entender parte de la geometría, en la realización de trazos precisos se puede concertar gran número de conceptos geométricos y se pueden observar algunas propiedades de los polígonos regulares, por lo tanto las construcciones con regla y compás son una herramienta que posibilitan la enseñanza y aprendizaje de los conceptos y propiedades involucradas en los polígonos regulares.

Sobre la enseñanza de los cuadriláteros:

Lastra (2005), en su tesis de maestría “Propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la geometría, aplicada en las escuelas críticas”, realiza una intervención en el aula de clases, aplicando una nueva metodología basada en el modelo de Van Hiele, para el acercamiento de los estudiantes a los conceptos implícitos en los cuadriláteros y su respectiva apropiación; en ella expone la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes de cuarto de

la básica primaria que conforman 3 escuelas críticas del área sur metropolitana de Chile, a través de los niveles del razonamiento propuestos por Van Hiele, asociados éstos a las fases que deben seguir los estudiantes para alcanzar los mencionados niveles y a los indicadores de desempeño de las actividades propuestas en la intervención, esta propuesta tuvo efectos positivos en el desarrollo del pensamiento espacial de los estudiantes, ya que se evidenció un avance en el conocimiento de cuadriláteros.

Morales y Majé (2011) realizaron un trabajo de investigación denominado Competencia Matemática y Desarrollo del Pensamiento Espacial. Una Aproximación desde la Enseñanza de los Cuadriláteros; en el cual se analiza el desarrollo del pensamiento espacial de los estudiantes de grado séptimo de la I.E José Eustacio Rivera del municipio de Pitalito Huila, a través del estudio de los polígonos convexos de cuatro lados, empleando para ello como mediador didáctico la geometría dinámica. Esta investigación requirió además indagar por el proceso de enseñanza aprendizaje y por el nivel de razonamiento de los estudiantes.

Maguiña (2013) en su tesis de maestría “una propuesta didáctica para la enseñanza de los cuadriláteros basada en el modelo de Van Hiele”, expone que el modelo de Van Hiele facilita identificar el nivel de razonamiento en el que se encuentran los estudiantes antes de la intervención, propone además los diferentes niveles de razonamiento que deben desarrollar los estudiantes en el proceso de apropiación de los cuadriláteros y expone la ruta que se debe seguir para la transición de un nivel a otro. Esta propuesta le aportó de una manera positiva a los estudiantes en cuanto al aprendizaje de los cuadriláteros; puesto que permitió que los estudiantes trascendieran en general de un nivel nulo, a un nivel bajo. Puesto que mejoraron en cada uno de los niveles, pasando en algunos del nivel intermedio al nivel alto y del nivel bajo a un nivel intermedio.

Después de realizar el estado del arte. Se concluye que no se ha realizado una propuesta de intervención enfocada al conocimiento conceptual, en la que se emplee el reconocimiento de invariantes para la enseñanza de polígonos, utilizando el modelo de Van Hiele, como elemento diferenciador.

1.2.2 Formulación de la pregunta

¿Qué estrategias metodológicas contribuyen a la enseñanza y evaluación de conceptos geométricos en el grado octavo de la institución Educativa Finca La Mesa?

1.2.3 Descripción del problema

Actualmente no se pone en tela de juicio la enseñanza de la geometría y se reconoce su importancia dentro del desarrollo de las matemáticas, incluso varias de las pruebas estatales en su formulación dan prioridad al pensamiento espacial y sistema geométrico, por lo tanto los docentes debemos apostar por estrategias que favorezcan un adecuado aprendizaje de la geometría y de esta manera responder a las necesidades que demanda el ámbito educativo.

En la Institución Educativa Finca la Mesa no existe una propuesta unificada para la enseñanza de la geometría, en consecuencia hay repetición de los contenido en diferentes grados, no se da continuidad a los procesos, hay ausencia de un aprendizaje significativo de los conceptos geométricos; dándose por tanto un aprendizaje mecánico, la enseñanza de la asignatura se reduce a impartir definiciones formales y al desarrollo de procesos algorítmicos, donde poco se manifiesta el razonamiento y la deducción por parte del estudiante, y a pesar de que el estudio de la geometría es de corte conceptual, existe un desconocimiento de la forma como los estudiantes aprenden un concepto de

acuerdo con su estructura cognitiva y la tarea de conceptualización por lo general se limita al establecimiento de una correspondencia entre definiciones o nombres, con una representación visual del concepto o la relación, dejando de lado experiencias de construcción, visualización, exploración de propiedades, elaboración de explicaciones y clasificación, entre otros, en este sentido el estudiante puede realizar la representación gráfica de un triángulo pero se le dificulta definirlo y más aún comprender sus propiedades, o en otros casos tienden a confundir los conceptos y en muchas ocasiones no establecen relaciones entre ellos, lo cual dificulta la actividad cognitiva.

Por su parte el adecuado aprendizaje de la geometría está directamente relacionado con los procesos de conceptualización tanto de los objetos geométricos como de las propiedades y relaciones que entre ellos puedan establecerse. Clements y Battista (1992) afirman que el conocimiento no se establece de manera lineal, como un listado de reglas, hechos y términos, por el contrario se establece como un sistema de relaciones que reúnen conceptos geométricos y procesos, en esquemas conceptuales, (citado en Camargo, 2011. p. 53). En este sentido, no basta únicamente con realizar procesos netamente algorítmicos o establecer relaciones de correspondencia entre una imagen y su nombre, como tradicionalmente se ha enseñado la geometría en el colegio, sin tener en cuenta la estructura cognitiva del estudiante y menos aún, aquello que desde la misma interacción social el estudiante conoce de la temática, y que no necesariamente se acerca o a la concepción propuesta por la comunidad científica, en cuyo caso la tarea del docente está en realizar una adecuada transposición didáctica, promoviendo procesos de razonamiento y deducción que a su vez lleven al estudiante a encontrar características, relaciones y propiedades, que constituyen los fundamentos para el dominio teórico en el cual se encuentra la geometría.

1.3 Justificación

En la actualidad el sistema educativo Colombiano ha centrado esfuerzos por mejorar la calidad de la educación de sus estudiantes, teniendo como referentes algunos documentos rectores entre los cuales se encuentra los estándares básicos de calidad y los lineamientos curriculares, y realizando una evaluación de los alcances logrados a partir de pruebas censales entre las cuales se encuentran las pruebas Saber, que anualmente son presentadas por diferentes grados de primaria, básica y media; generalmente en estas pruebas se incluye el pensamiento espacial y sistemas geométricos en muchas de las preguntas del área de Matemáticas, por tal razón las diferentes instituciones educativas deben tener en cuenta estos conocimientos básicos en su plan de estudio y emplear estrategias metodológicas que permitan un adecuado desarrollo de la geometría.

Por otra parte el adecuado aprendizaje de la geometría está directamente relacionado con la apropiación de los conceptos que en ella se involucran, pues no basta únicamente con realizar procesos algorítmicos, sino que es necesario implementar tareas que promuevan procesos de razonamiento y deducción que permitan encontrar características, relaciones y propiedades (Samper, Camargo y Leguizamón, 2003).

La Institución Educativa Finca la Mesa ha obtenido resultados por debajo de 45 puntos en las pruebas saber correspondientes al área de matemáticas, lo cual es motivo de preocupación a la vez de que puede ser un índice de que algo estamos haciendo mal; buscando mejorar estos resultados y de acuerdo con las razones expuestas en los párrafos anteriores se propone en el presente trabajo una propuesta de intervención en el aula para la enseñanza de la geometría y en particular de los polígonos, teniendo en cuenta los tipos de razonamiento en la

actividad de conceptualización y donde el estudiante experimente y compruebe las propiedades y características de los polígonos mediante el reconocimiento de invariantes y se atreva a realizar sus propias conjeturas al respecto, conjeturas que partir de un dialogo dirigido por el docente le permitirán sentar las bases de la teoría de polígonos y al haberse involucrado el estudiante en este proceso de conceptualización su aprendizaje será más significativo que si se le da la información recitada de los libros de texto, en cuyo caso considero que es rápidamente olvidada, por lo tanto la intención con el presente trabajo es intervenir las practicas pedagógicas en la enseñanza de la geometría en el grado octavo de la institución Educativa Finca la Mesa de manera que la comunidad estudiantil se vea beneficiada en su proceso de aprendizaje la vez que fortalecen las bases necesarias para entender otras ramas de la matemática como la trigonometría y la geometría analítica, y de otras ciencias como la Física y la Química en las cuales la geometría juega un papel muy importante y por lo tanto la institución también se beneficiará al mejorar sus resultados académicos.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo general

Diseñar una propuesta metodológica que contribuya a la enseñanza de los polígonos a partir del reconocimiento de invariantes aplicando el modelo Van Hiele para los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Finca la Mesa.

1.4.2 Objetivos específicos

- Diagnosticar las principales dificultades que presentan los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Finca la Mesa en la asimilación de conceptos geométricos.

- Analizar los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica, como materia prima para el diseño de una propuesta metodológica que contribuya a la enseñanza de los polígonos a través del reconocimiento de invariantes aplicando el modelo Van Hiele.

- Diseñar una propuesta metodológica que contribuya a la enseñanza de los polígonos a través del reconocimiento de invariantes aplicando el modelo Van Hiele.

- Intervenir la práctica docente aplicando estrategias metodológicas que contribuyan a la enseñanza de los polígonos a través del reconocimiento de invariantes aplicando el modelo Van Hiele.

2. Marco Referencial

2.1 Marco teórico

Buscando dar respuesta a la problemática existente en la Institución Educativa Finca la Mesa en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, particularmente en lo que tiene que ver con los polígonos en el grado octavo, el presente trabajo se desarrolla desde la teoría de aprendizaje significativo propuesta por David Ausubel, en la cual se consideran tres aspectos fundamentales, relacionados con la forma como el estudiante aprende, la primera es que el aprendizaje no se da en forma espontanea sino que todo nuevo conocimiento guarda una estrecha relación (no literal sino atribuyéndole sentido) con la información que el sujeto tiene de este, la segunda es la disposición del sujeto por aprender y la tercera hace referencia a que el material con el cual interacciona el aprendiz debe ser potencialmente significativo para este, es decir debe tener sentido lógico (naturaleza del material) y sicológico (naturaleza de las estructuras cognitivas del que aprende) de modo tal que logre capturar la atención del estudiante y facilite los procesos de acomodación en su estructura cognitiva (Moreira, 2000).

En respuesta a los planteamientos sobre aprendizaje de Ausubel y con la pretensión de promover un aprendizaje significativo en el estudiante, en este trabajo se propenderá por el diseño de material potencialmente significativo, de acuerdo con el modelo Van Hiele, para la enseñanza de los polígonos.

El modelo planteado por el matrimonio Van Hiele, plantea que el aprendizaje de la geometría se da en forma estratificada, pasando por diferentes

niveles de razonamiento y por ende del conocimiento, y que no es posible llegar a un nivel sin pasar por la inmediatamente anterior, dichos niveles o etapas son la visualización o reconocimiento, análisis o descripción, clasificación, deducción y rigor, esta última por lo general no se alcanza en la etapa del bachillerato, además dentro de estas etapas es necesario tener en cuenta el lenguaje utilizado y la significatividad de los contenidos, los cuales deben ser adecuados y al nivel del estudiante, de otra forma no le serán atractivos ni comprensibles y por la misma razón no los aprenderá, es decir deben ser acordes a la estructura cognitiva y nivel de razonamiento del alumno (Jaime y Gutiérrez, 1992).

En el aprendizaje de los polígonos el estudiante realiza procesos de conceptualización para lo cual recurre a alguna de las formas de razonamiento propuestas en el modelo Van Hiele según sus conocimientos o experiencias previas, por lo tanto el docente al planear sus actividades debe diagnosticar lo que sus estudiantes saben (punto de partida), a partir de ello guiar el proceso con diferentes actividades didácticas para que los alumnos pasen por las diferentes etapas de razonamiento y vayan descubriendo por si mismos el objeto de estudio, este puede ser a partir del análisis de ejemplos y contraejemplos del concepto y de actividades experimentales sobre la enseñanza de los polígonos, que le faciliten al estudiante encontrar elementos invariantes propios de cada concepto y que le permitan clasificar al objeto dentro de determinado grupo (orientación dirigida), de tal forma que los estudiantes se apropien de su conocimiento siendo conscientes de las características y propiedades aprendidas, al incorporarlas a su estructura cognitiva y se conviertan en subsunsores para el nuevo conocimiento, si el estudiante se involucra en su proceso formativo y deja de recibir “conocimiento” en forma de recetas, su aprendizaje será más significativo y por ende tendrá mejores bases para conocimientos futuros.

De acuerdo con lo anterior el presente trabajo apuesta por una articulación entre el aprendizaje significativo propuesto por Ausubel (forma cómo el estudiante aprende) y el modelo Van Hiele (modelo para la enseñanza) en el estudio de los polígonos privilegiando el reconocimiento de invariantes.

En resumen, con esta propuesta se pretende modificar la enseñanza de la geometría en la Institución Educativa Finca la Mesa, para lo cual se dará principal importancia al conocimiento conceptual, pero donde el estudiante se acerque a la conceptualización a partir de sus ideas previas y descubrimientos propios como respuesta a las actividades, acordes con el modelo Van Hiele según el nivel de razonamiento del aprendiz, presentadas por el docente de tal forma que se logre un aprendizaje significativo, siempre y cuando el estudiante tenga interés por aprender.

2.2 Marco conceptual-disciplinar

El presente trabajo está enmarcado dentro de la enseñanza de la geometría, específicamente el objeto de enseñanza serán los polígonos, teniendo en cuenta su definición, características y propiedades al alcance de los estudiantes del grado octavo de la educación básica Colombiana.

El estudio de los polígonos es de vital importancia en el estudio de la geometría misma, pues es a partir de la geometría que podemos realizar representaciones mentales de las formas y figuras que se encuentran a nuestro alrededor, es decir, se modela el espacio en el cual habitamos y muchas de las formas que encontramos en nuestro entorno son precisamente figuras poligonales como triángulos, cuadriláteros, pentágonos entre otros, en los cuales, tan importante como reconocer su forma es poder establecer relaciones entre ellos, además el conocimiento de los polígonos facilitan el estudio de otros contenidos de la geometría como es el caso de los poliedros cuyas caras son

polígonos, las homotecias, teselaciones y transformaciones de figuras en el plano.

En la enseñanza de las matemáticas también se pone en manifiesto la necesidad de que los estudiantes se apropien del estudio de los polígonos, por ejemplo, la factorización de trinomios puede modelarse como el área de un rectángulo, así mismo varios modelos matemáticos sobre máximos y mínimos requieren del dominio de las propiedades y relaciones entre los polígonos, como es el caso de determinar qué forma debe tener un terreno para que bajo ciertas condiciones su área o perímetro sea máximo, en este sentido también cobra gran importancia en otras áreas cómo las ciencias naturales al permitir modelar procesos y fenómenos que se encuentran en la realidad, por otra parte, hay una estrecha relación entre el estudio de los polígonos y las artes, la cual se evidencia en el diseño y elaboración de producciones artísticas.

De acuerdo con lo anterior el estudio de los polígonos dota al alumno de herramientas para enfrentar diversas temáticas de las matemáticas y otras ciencias, y el adecuado aprendizaje de estos, se relaciona en forma directa con el éxito que tenga el estudiante en el dominio de dichos contenidos.

Es importante resaltar que en ningún momento se pretende en este trabajo que los estudiantes realicen arduas demostraciones con alto rigor matemático, sino que se centra en el desarrollo del conocimiento conceptual, al cual se pretende lleguen los estudiantes por su propia cuenta, a partir del desarrollo de actividades guiadas por el docente y de procesos de razonamiento acordes con el desarrollo del pensamiento espacial propuesto en los estándares básicos de matemáticas del ministerio de Educación Nacional.

La propuesta se centrará en el estudio de los cuadriláteros, como ejemplo de la metodología propuesta, pero es igualmente aplicable a cualquier clasificación de los polígonos, a continuación se muestra la estructura conceptual con al cual se abordará dichos contenidos.

Los referentes conceptuales del objeto matemático cuadriláteros para el desarrollo de la propuesta de intervención en el aula se tomaron de acuerdo con la estructura elaborada Clemens S., O'Daffer P., Cooney T., 1998, p. 260-300); Londoño S., J., 2006, p. 180-191) y Baldor, A., 1981, p. 81-87).

Cuadriláteros

Cuadrilátero: Polígono de cuatro lados, en consecuencia tiene cuatro vértices y cuatro ángulos interiores.

A, B,C y D son vértices

$\overline{AB}$; $\overline{BC}$; $\overline{CD}$ y $\overline{AD}$ son lados

$\sphericalangle A$; $\sphericalangle B$; $\sphericalangle B$; $\sphericalangle D$

$\overline{CB}$ y $\overline{BD}$ son diagonales

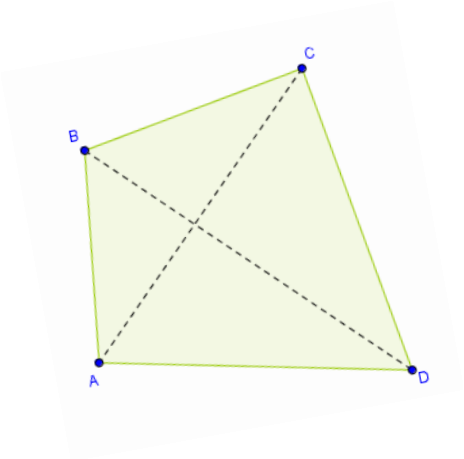


Figura 2.1 Cuadrilátero convexo

Fuente: Elaboración propia.

Los cuadriláteros según su convexidad se clasifican en convexos y no convexos o cóncavos.

Cuadrilátero no convexo: cuadrilátero en el cual una de sus diagonales no está en su interior.

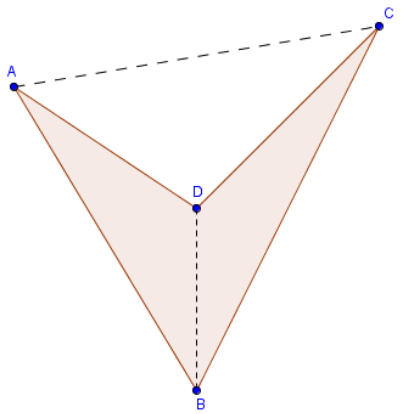


Figura 2.2 Cuadrilátero no convexo

.

Fuente: Elaboración propia.

En la figura 2.2 puede notarse que la diagonal $\overline{AC}$ es exterior al cuadrilátero.

Cuadrilátero convexo: un cuadrilátero es convexo si sus dos diagonales están en el interior del cuadrilátero. El cuadrilátero de la figura 1 es convexo

De acuerdo con el paralelismo de sus lados opuestos los cuadriláteros convexos se clasifican a su vez en paralelogramos, trapecios y trapezoides.

Paralelogramos: cuadrilátero con ambos pares de lados opuestos paralelos, Entre los paralelogramos se encuentran los rectángulos, cuadrados, rombos y romboides

$\overline{AB} \| \overline{DC}$ y $\overline{AD} \| \overline{BC}$

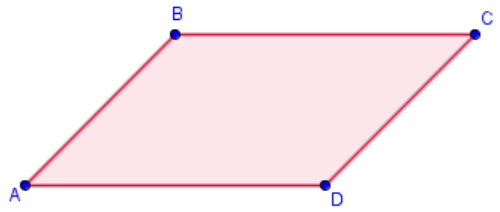


Figura 2.3 Paralelogramo ABCD

Fuente: Elaboración propia.

Propiedades:

- Los lados opuestos de todo paralelogramo son congruentes.
- Los ángulos opuestos de todo paralelogramo son congruentes.
- En todo paralelogramo la suma de dos ángulos consecutivos es igual a 180°.
- En todo paralelogramo sus diagonales se cortan en sus puntos medios.

Clasificación de los paralelogramos

Rectángulo: Paralelogramo con cuatro ángulos rectos

$\measuredangle A = \measuredangle B = \measuredangle C = \measuredangle D = 90°$

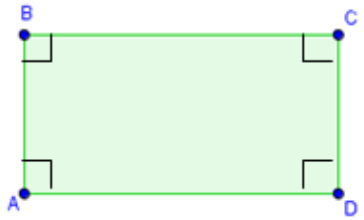


Figura 2.4 Rectángulo

Fuente: Elaboración propia.

Propiedad:

- Las diagonales de un rectángulo son congruentes.

Rombo: Paralelogramo con sus cuatro lados congruentes.

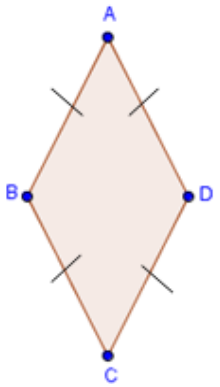


Figura 2.5 Rombo

Fuente: Elaboración propia.

$$\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{DC} = \overline{CB}$$

Propiedad:

- Las diagonales de un rombo se cortan perpendicularmente.

- Las diagonales de un rombo son bisectrices de los ángulos que relacionan

Cuadrado: rectángulo con cuatro lados congruentes

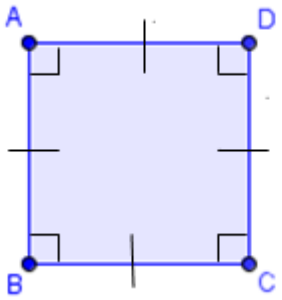


Figura 2.6 Cuadrado

Fuente: Elaboración propia.

Propiedad:

- Las diagonales de un cuadrado son congruentes y se cortan perpendicularmente.

- Las diagonales de un cuadrado bisecan los ángulos que relacionan

Romboide: Paralelogramo con lados consecutivos diferentes y ángulos consecutivos diferentes.

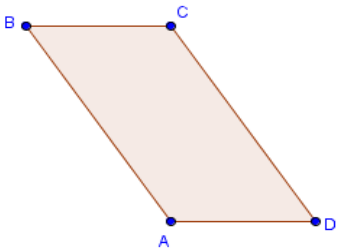


Figura 2.7 Romboide

Fuente: Elaboración propia.

Trapecios: cuadrilátero con exactamente un par de lados opuestos paralelos, estos lados se llaman bases del paralelogramo. Los trapecios se clasifican en isósceles, escalenos y rectángulos.

$\overline{AD}//\overline{BC}$

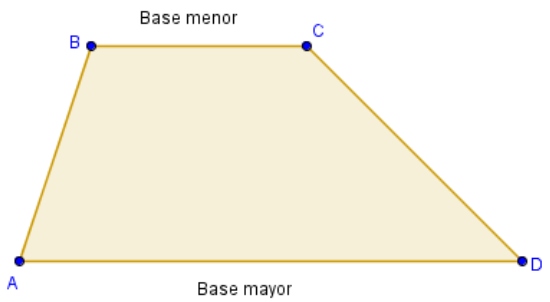


Figura 2.8 Trapecio

Fuente: Elaboración propia.

Trapecio isósceles: trapecio cuyos lados no paralelos son de igual longitud.

$\overline{AB} = \overline{CD}$

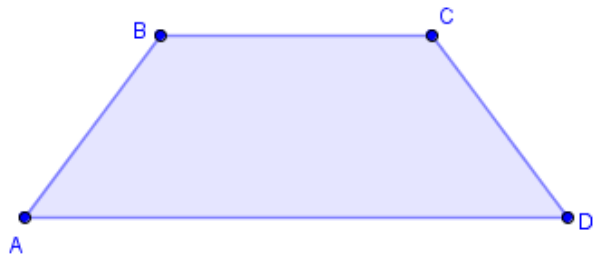


Figura 2.9 Trapecio isósceles

Fuente: Elaboración propia.

Trapecio isósceles

Trapecio escaleno: Trapecio con sus cuatro lados de diferente longitud.

$\overline{AB} \neq \overline{BC} \neq \overline{CD} \neq \overline{AD}$

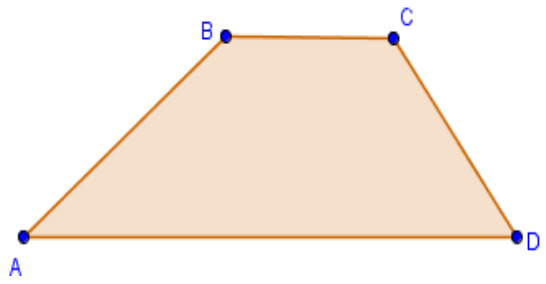


Figura 2.10 Trapecio escaleno

Fuente: Elaboración propia.

Trapecio rectángulo: Trapecio con dos de sus ángulos rectos (90°)

$\sphericalangle A = \sphericalangle B = 90°$

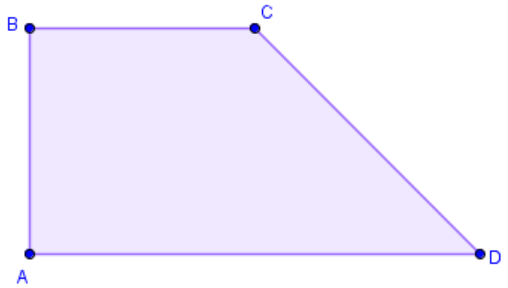


Figura 2.11 Trapecio rectángulo

Fuente: Elaboración propia.

Trapezoide: cuadrilátero en el cual ninguno de sus lados opuestos es paralelo

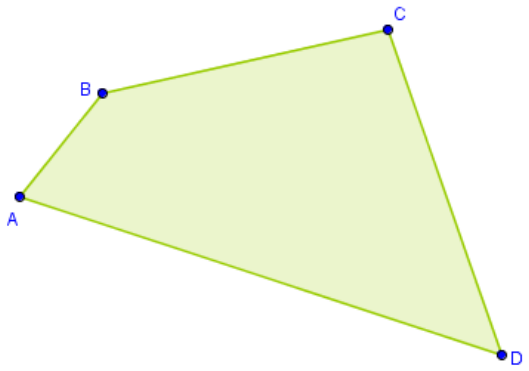


Figura 2.12 Trapezoide

Fuente: Elaboración propia.

En síntesis la estructura conceptual de la cual se pretende que los estudiantes se apropien a partir del reconocimiento de invariantes se presenta en el siguiente mapa.

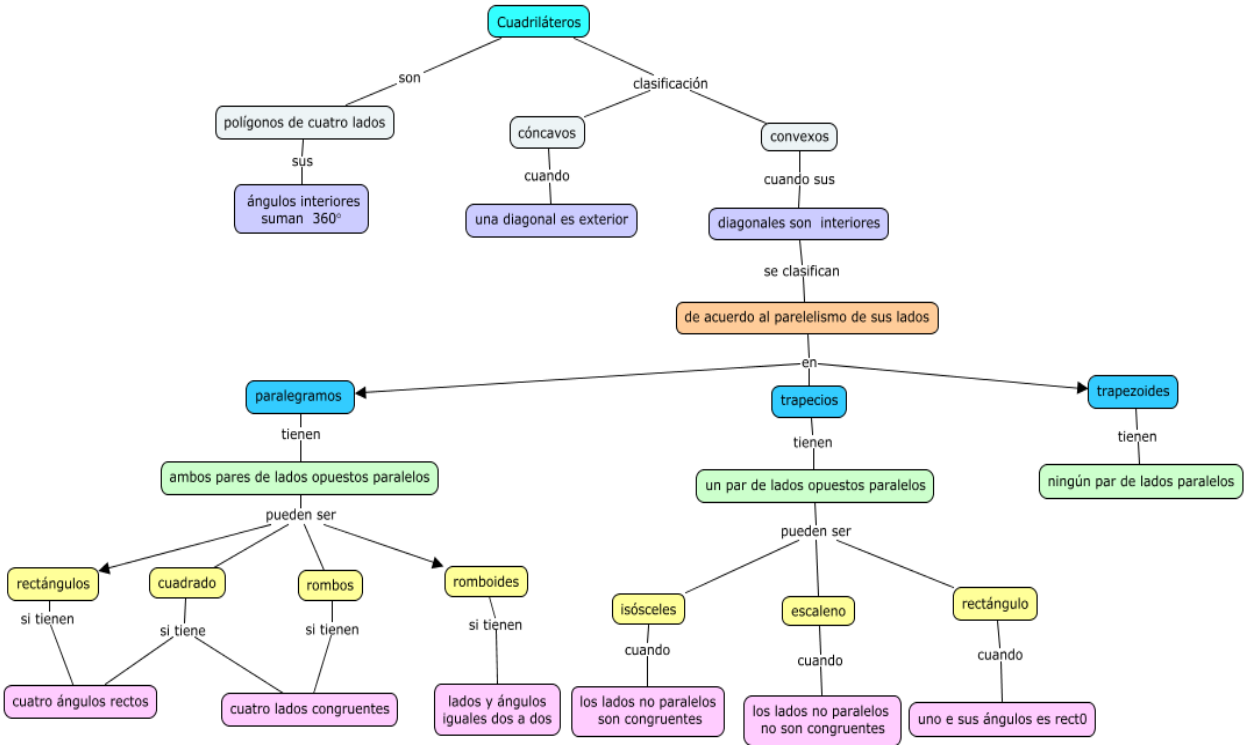


Figura 2.13 Estructura conceptual sobre cuadriláteros

Fuente: Elaboración propia.

2.3 Marco legal

El presente trabajo se sustenta en los siguientes aspectos legales, los cuales se han tomado en forma textual de sus documentos de origen.

Tabla 2-1 Síntesis de las principales leyes, normas y decretos que fundamentan la propuesta

LEY, NORMA, DECRETO	TEXTO	CONTEXTO
Constitución Política.	Artículo 67, “La educación es un derecho de la persona y un servicio público.”	Nacional.
Ley General de Educación,	Artículo 5, parágrafo 5. (Fines de la educación): “La adquisición y generación de los conocimientos, mediante la apropiación de hábitos intelectuales adecuados para el desarrollo del saber”. Artículo 22, el cual se ocupa de los objetivos específicos de la educación básica en secundaria, numeral c: “El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana”.	Nacional
Estándares de Matemáticas	*Pensamiento espacial y sistemas geométricos.* “Se hace énfasis en el desarrollo del pensamiento espacial, el componente geométrico de los estándares permite a los estudiantes examinar y analizar las propiedades de los espacios bidimensional y tridimensional, así como las formas y figuras geométricas que se hallan en ellos” (MEN, 2006, p. 61).	Nacional
Lineamientos Curriculares del Ministerio de Educación Nacional	En su propuesta para la estructura curricular del área, proponen como aspectos para la organización del currículo, “los procesos generales; los conocimientos básicos y el contexto, los cuales dan sentido a las matemáticas que aprende...” (MEN, 1998, p.18).	Nacional
Programa del MEN para la Transformación de Calidad Educativa. “Todos a Aprender”	Focalizado en varias ciudades entre ellas Medellín, que en su componente pedagógico:“Privilegia la interacción comunicativa que se establece entre el docente y los estudiantes en contextos específicos; en ella se busca crear un ambiente de aprendizaje que facilite oportunidades a los estudiantes para que ellos construyan conceptos, desarrollen habilidades de pensamiento, valores y actitudes”.	Nacional y Regional
El Plan de Desarrollo del Departamento de Medellín 2012-2015	En el programas "Educación con calidad para mejores oportunidades" busca : "Adelantar acciones tendientes al mejoramiento de la calidad de la educación a partir del compromiso de toda la comunidad educativa con los aprendizajes significativos e inclusivos" (Alcaldía de Medellín, 2012, p.76).	Regional

Fuente: Elaboración propia.

2.4 Marco espacial

La propuesta se desarrollará en la I.E. Finca la Mesa sede central, institución de carácter público del municipio de Medellín, con una muestra de 30 estudiantes del grado octavo de la educación básica. Dicha institución está ubicada en el barrio La Frontera del sector nororiental de la cuidad, hace parte de la comuna 2, conformada por barrios de estratos socioeconómicos 1 y 2, provenientes en su mayoría de familias con nivel escolar medio - bajo.

La institución ofrece ambas jornadas encontrándose en la mañana los grados segundo, tercero y quinto de primaria, sexto y séptimo de educación básica y en la tarde los grados primero y cuarto de primaria y octavo a once de bachillerato

La misión de la institución es “Formar ciudadanos integrales, mediante la creación de condiciones que faciliten el desarrollo de competencias psicomotoras, cognitivas, afectivas, laborales, empresariales y conversacionales, que contribuyan al mejoramiento de la calidad de vida de los estudiantes y su entorno familiar y social”; y su visión es “ser reconocida local y regionalmente como líder en la formación de ciudadanos integrales, capaces de interactuar en cualquier contexto y contribuir a la solución de conflictos a nivel personal y de su entorno. También será centro de desarrollo participativo, de liderazgo y progreso para la comunidad”.

La Institución Educativa Finca la Mesa se encuentra en proceso ajustes, actualización y reelaboración de sus horizontes institucionales y de su modelo pedagógico, el plan de área de matemáticas y en general de todas las áreas, se fundamenta en la solución de situaciones problema.

3. Diseño Metodológico

3.1 Tipo de investigación: investigación acción

Teniendo en cuenta que la maestría en enseñanza de las ciencias exactas y naturales es de profundización y que con ella se busca que los docentes mejoren sus prácticas pedagógicas, el presente trabajo está enmarcado dentro de la teoría de investigación acción con un enfoque cualitativo

En la investigación acción el investigador, en este caso el docente hace parte activa del proceso investigativo quien a partir de su práctica realiza la labor investigativa buscando solucionar una problemática existente dentro del aula, para efectos del presente trabajo es la poca apropiación de los estudiantes de un contenido especifico, los polígonos, a partir de la identificación de las principales dificultades que presentan los estudiantes en el aprendizaje de esta temática se planean acciones para intervenir el proceso docente educativo con una nueva forma de enseñar dicho contenido, y a partir de un análisis crítico transformar y mejorar su desempeño profesional, en otras palabras que reinvente su que hacer docente, respondiendo a las necesidades e intereses de sus estudiantes y del contexto actual.

En síntesis podemos decir que la investigación acción se establece como una relación de etapas de planeación, ejecución o acción, observación y análisis reflexivo.

3.2 Método

Desde la perspectiva de la investigación acción con enfoque cualitativo, se propone un trabajo de intervención en el aula para la enseñanza de polígonos en el grado octavo de la Institución Educativa Finca la Mesa para el cual luego de sistematizar los soportes teóricos que sustentan la propuesta se plantea el desarrollo de las siguientes estrategias metodológicas:

- Elaborar y aplicar un instrumento que permita realizar un diagnostico de las principales dificultades que presentan los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Finca la Mesa en la asimilación de los polígonos geométricos.

- Diseño y ejecución de actividades para el desarrollo de las clases, teniendo en cuenta las etapas de conocimientos previos, análisis, socialización, construcción de conceptos, tareas de afianzamiento y evaluación, y con las cuales se busca dar solución a las dificultades encontradas en l diagnóstico.

- Análisis y evaluación de los resultados obtenidos en la aplicación de las diferentes actividades que hacen parte de la propuesta de intervención en el aula para la enseñanza de los polígonos, estableciendo debilidades y fortalezas, y valorando la importancia de la enseñanza de los polígonos a partir del reconocimiento de invariantes aplicando el modelo Van Hiele al igual que la determinación de la pertinencia de la propuesta para responder a la problemática presentada en la institución respecto a la enseñanza y aprendizaje de la geometría

- Conclusiones de los aspectos más importantes y destacados de la propuesta de intervención en el aula con sus respectivas

recomendaciones, planteando la posibilidad de que este trabajo pueda ser aplicado por otros docentes en diferentes escenarios como alternativa para lograr en los estudiantes un aprendizaje significativo de los polígonos.

3.3 Instrumento de recolección de información

Los instrumentos de recolección de información para el análisis cualitativo, de la pertinencia o no de esta propuesta para la enseñanza de los polígonos, a la luz de la investigación acción serán fuentes primarias como:

Prueba diagnóstica: la cual se aplicará a los estudiantes de uno de los grupos del grado octavo al inicio de la intervención en el aula con la propuesta del presente trabajo y que servirá para determinar si los estudiantes poseen en su estructura cognitiva los conocimientos previos necesarios para abordar el tema de los polígonos, o si es necesario implementar organizadores previos, además de establecer cuál es la concepción inicial que poseen los estudiantes sobre polígonos, dicha prueba tendrá la forma de cuestionario con preguntas de selección múltiple. Los resultados serán de vital importancia para la adecuación de las demás actividades de intervención.

Resultados obtenidos en los talleres propuestos: los cuales permiten realizar un seguimiento del trabajo de los estudiantes identificando las principales fortalezas y dificultades de la propuesta, a la vez que facilitan la validación de la misma en cuanto a los avances alcanzados por los estudiantes, en comparación con la prueba diagnóstica.

Observación: Durante la ejecución de la propuesta los estudiantes estarán sometidos a una constante observación por parte del docente investigador, con

registro de los avances y dificultades que presentan a medida que transcurre la aplicación de la propuesta.

Prueba final. Prueba que será realizada luego de la ejecución de la propuesta y cuyo principal objetivo será determinar el grado de apropiación por parte de los estudiantes del contenido desarrollado en las diferentes actividades que conforman esta propuesta.

3.4 Cronograma

A continuación se muestra la planificación de las actividades para el desarrollo de la propuesta divididas en cuatro fases.

Tabla 3-1 Planificación de actividades

FASE	OBJETIVOS	ACTIVIDADES
Fase 1: Caracterización	Investigar y determinar metodologías para la enseñanza de los polígonos geométricos a partir de la implementación del modelo Van Hiele para un aprendizaje significativo en los estudiantes	1.1. Consulta de la bibliografía sobre el aprendizaje significativo de David Ausubel en la enseñanza de los polígonos 1.2. Consulta bibliográfica sobre la implementación del modelo Van Hiele en la enseñanza de la geometría y específicamente en los polígonos. 1.3. Consulta bibliográfica de los lineamientos establecidos por el MEN para la enseñanza de las matemáticas en el grado octavo haciendo énfasis en el pensamiento espacial y sistema geométrico y en los estándares para la enseñanza de los polígonos
Fase 2: Diseño	Diseñar actividades de intervención en el aula bajo el modelo Van Hiele para el cálculo de invariantes s para la enseñanza de los	2.1 Diseño y elaboración de actividades para diagnosticar los conceptos previos de los estudiantes. 2.2 Diseño y elaboración actividades o talleres de intervención en el aula para la enseñanza de los polígonos a partir del

	polígonos geométricos.	reconocimiento de invariantes y siguiendo el modelo propuesto por los esposos Van Hiele.
Fase 3: Intervención en el aula.	Desarrollar las actividades propuestas a partir de un trabajo de campo etnográfico en el grupo 7° de la Institución Educativa Finca la Mesa del municipio de Medellín.	3.1. Desarrollo de la estrategia metodológica propuesta para la enseñanza de los polígonos.
Fase 4: Evaluación	Evaluar la pertinencia de la estrategia metodológica propuesta por medio del trabajo de campo etnográfico en el grupo 7° de la Institución Educativa Finca la Mesa del municipio de Medellín.	4.1. Elaboración y aplicación de actividades evaluativas de control durante el desarrollo de la estrategia metodológica propuesta. 4.2. Elaboración y ejecución de una actividad evaluativa al finalizar la aplicación de la estrategia didáctica propuesta. 4.3. Sistematización y análisis de los resultados obtenidos al aplicar la estrategia metodológica con los alumnos del grado octavo de la Institución Educativa Finca la Mesa.
Fase 5: Conclusiones y recomendaciones	Realizar una comparación entre los resultados obtenidos en la ejecución de la propuesta de intervención ene l aula y los objetivos propuestos en el diseño inicial de la misma.	5.1. Elaboración de las conclusiones a las cuales se llega luego de la aplicación de la propuesta, las cuales den cuenta de los resultados obtenidos en las diferentes actividades evaluativas y su comparación con los alcances planteados en los objetivos del trabajo 5.2 Planteamiento de recomendaciones para la posterior replicación de la propuesta en diferentes escenarios

Fuente: Elaboración propia.

4. Trabajo Final

4.1 Desarrollo y sistematización de la propuesta

La propuesta de intervención en el aula, tal como se ha mencionado en capítulos anteriores, se desarrolla desde la teoría de aprendizaje significativo propuesta por David Ausubel, el diseño de las actividades con las cuales se intervendrá la práctica y que están enfocadas hacia un aprendizaje conceptual, se estructuran considerando los niveles de razonamiento planteados en el modelo Van Hiele, dichas niveles o etapas son la visualización, análisis, clasificación, deducción y rigor, esta última por lo general no está al alcance de etapa escolar. A continuación se muestra una pequeña descripción de las características de los cuatro primeros niveles del modelo Van Hiele, indicando las diferentes actividades que realizan los estudiantes, referidas a los cuadriláteros, en cada nivel.

Tabla 4-1 Niveles de razonamiento según el modelo Van Hiele en el estudio de cuadriláteros

Nivel	Características
Visualización	Los estudiantes reconocen representaciones graficas de cuadriláteros en su forma prototipo, no establecen relaciones de inclusión entre ellos ni tienen en cuanta elementos y propiedades.
Análisis	Los estudiantes presentan definiciones de los cuadriláteros a partir de la enumeración de propiedades que pueden abstraerse de su representación gráfica, por ejemplo reconocen un cuadrado como una figura de cuatro lados congruentes, ángulos rectos, dos diagonales congruentes, entre otras. Sin embargo aún no establecen relaciones de inclusión entre los cuadriláteros
Deducción informal	Los estudiantes clasifican los cuadriláteros de acuerdo con su propiedades, por ejemplo los paralelogramos tiene dos pares de lados paralelos, realizan relaciones de inclusión como todo cuadrado es rectángulo e identifican que no todo rectángulo es cuadrado, también pueden deducir de una manera no formal algunas propiedades teniendo en cuenta otras.
Deducción formal	Los estudiantes utilizan propiedades de los cuadriláteros de mantera formal, realizan demostraciones, pueden comprender, analizar y relacionar diferentes definiciones para un cuadrilátero por ejemplo un rombo es un paralelogramo con lados congruentes, un rombo es un cuadrilátero cuyas diagonales bisecan los ángulos interiores entre otras

Fuente: Elaboración propia.

Teniendo en cuenta lo anterior en el desarrollo de la propuesta primero se realizó una prueba diagnóstica con la cual se busca identificar los conocimientos previos de los estudiantes y el nivel de razonamiento en el cual se encuentran, luego teniendo en cuenta los resultados de la prueba diagnóstica se realiza el diseño, aplicación y análisis de tres talleres nombrados:

- ✓ Taller N°1: Introducción al mundo de los cuadrilátero
- ✓ Taller N°2: Descubriendo a poli
- ✓ Taller N°3: Clasifiquemos los paralelogramos

Al final de cada taller se realizan dos preguntas: ¿cómo le parecieron las actividades realizadas? y ¿qué cosas nuevas aprendió?, con las cuales se lleva un control de la percepción de los estudiantes respecto al desarrollo del taller.

Luego se aplica una prueba final, cuyo análisis de resultados permite visualizar los avances obtenidos con la metodología implementada. A continuación se describe cada una de las tres etapas que conformaron la intervención en el aula de clase.

4.1.1 Prueba diagnóstica

Figura 4.1 Estudiantes presentando la pruebe diagnóstica

Fuente: Elaboración propia.

Con el ánimo de identificar las principales dificultades que presentan los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Finca la Mesa en la asimilación del contenido estudiado en grados anteriores sobre los polígonos

geométricos y el nivel de razonamiento en que se encuentran, se aplica una prueba escrita (ver anexo A) en forma individual con 12 preguntas de selección múltiple. Luego de responder el cuestionario se socializan los resultados y se indaga en forma verbal el porqué seleccionaron determinada respuesta. Las preguntas se distribuyeron teniendo en cuenta los niveles de del modelo Van Hiele como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 4-2 Descripción del la prueba diagnóstica teniendo en cuenta el modelo Van Hiele

Nivel	Pregunta	Indicador
Visualización	1,3,7	Identificación de cuadrado, rombo y pentágono en forma global
Análisis	6, 8,10,11	Reconocer características de un trapecio y un paralelogramo. Identificar propiedades de un polígono.
Deducción informal	2,4,5,9, 12	Reconocer que todo cuadrado es rectángulo y que un triángulo equilátero también es isósceles, identificar que si dos figuras son congruentes sus lados correspondientes son iguales, deducir el valor de un ángulo interior a un polígono conocido el valor de los otros ángulos.

Fuente: Elaboración propia.

Luego de aplicar la prueba diagnóstica y analizar los resultados encontrados puede establecerse que los estudiantes que participan en la intervención se encuentran en un nivel de razonamiento de tipo visualización, no demuestran poseer en su estructura cognitiva conocimientos conceptuales relevantes sobre polígonos, a pesar de ser contenidos estudiados en grados anteriores, por lo cual se toma la decisión de limitar los diferentes talleres que conforman la propuesta para el objeto matemático cuadriláteros como una muestra del trabajo que se puede realizar para otras clasificaciones de los polígonos

4.1.2 Taller N° 1: introducción al mundo de los cuadriláteros

Objetivos:

- Reconocer cuándo un polígono es cóncavo o convexo.
- Identificar propiedades de los polígonos cóncavos y convexos.
- Reconocer que la suma de los ángulos interiores en todo cuadrilátero es invariante e igual a 360°.

Este taller (ver anexo B) está conformado por dos actividades, la primera orientada a la clasificación de los cuadriláteros en cóncavos y convexos y al reconocimiento de algunas propiedades de estos, como el hecho de que en los cuadriláteros cóncavos una de las diagonales es exterior al polígono y así mismo la medida de uno de los ángulos internos es superior a 180°, para lo cual se organizó el grupo en equipos de tres estudiantes, a cada equipo se le entregan dos hojas cada una con un grupo de cuadriláteros impresos, uno de los grupos está conformado por ejemplos de cuadriláteros cóncavos y el otro por cuadriláteros convexos para que los estudiantes a partir de la observación, comparación y análisis de cada grupo puedan determinar elementos invariantes en cada grupo y que hacen que pertenezcan a cada clasificación de los cuadriláteros.

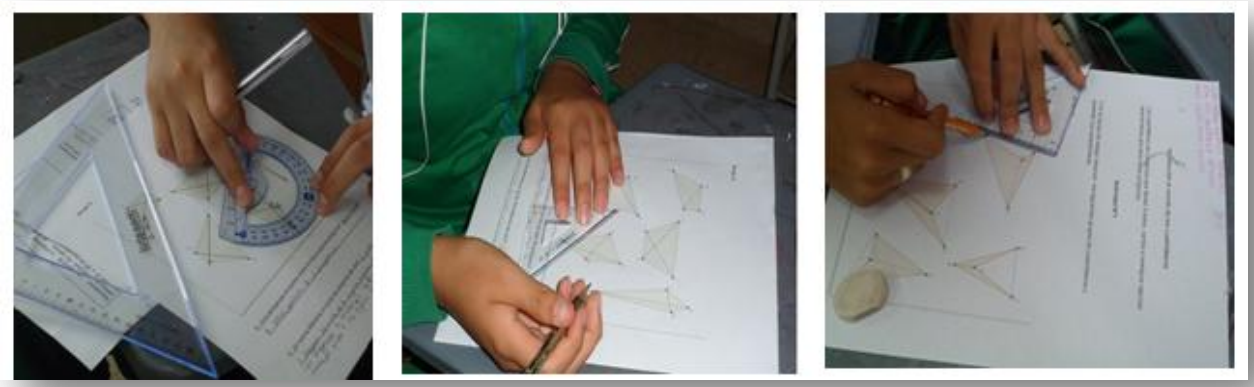


Figura 4.2 Muestra de estudiantes realizando la actividad 1 del taller 1

Fuente: Elaboración propia.

La segunda actividad se desarrolló en forma individual y tiene como finalidad que los estudiantes identifiquen que la suma de los ángulos interiores en todo cuadrilátero es igual 360°, para lo cual cada estudiante dibujó 8 cuadriláteros diferentes entre cóncavos y convexos y con la ayuda del transportador miden los ángulos interiores para efectuar luego la suma de los cuatro ángulos.

Para el desarrollo de este taller fue necesario explicar cómo medir ángulos empleando el transportador, pues inicialmente, la mayoría de los estudiantes midieron los ángulos de manera incorrecta obteniendo resultados que no permitían identificar invariantes, luego de que se familiarizaron con el uso del transportador, el desarrollo de las dos actividades se hizo de manera satisfactoria alcanzando los objetivos propuestos, una descripción más detallada se presenta en el análisis de resultados.

4.1.3 Taller N° 2: descubriendo a “poli”

Objetivos:

- Diferenciar un paralelogramo de otros cuadriláteros.
- Identificar las principales características y propiedades de un paralelogramo.

Luego de que los estudiantes identifiquen una clasificación general de los cuadriláteros entre cóncavos y convexos, se procede a la clasificación de los cuadriláteros convexos, esta se plantea a partir de un de un trabajo guiado por el docente que lleve al estudiante al descubrimiento de características y propiedades que permitan definir figuras ocultas.

Este taller está constituido por tres actividades, la primera se desarrolla en forma individual y las otras dos responden a un trabajo en equipo. La actividad número uno es una adaptación a la propuesta por Hershkowitz, Vinner y Bruckeimer (1987) y que es ejemplificada por Samper, Camargo y Leguizamón (2003) en su libro: tareas que promueven el razonamiento en el aula a través de la geometría. Tiene como principal objetivo el descubrimiento de las principales características de un paralelogramo, inicialmente llamado “poli” mediante el análisis de ejemplos y contraejemplos. Para el desarrollo de la actividad el docente proyecta varias figuras (ver anexo B) de forma secuencial de la 1 a la 11, permaneciendo ocultas las figuras siguientes a la que se está analizando, el estudiante debe realizar comparaciones entre la figura proyectada y las que ya ha podido analizar, de tal forma que pueda realizar un listado de características de los polígonos que se muestran como ejemplos de un “poli” variándola cuando se presenta un contraejemplo, este ejercicio debe llevarlo a la elaboración de una posible definición de “poli”. El análisis que realiza el alumno es de carácter

abstracto, realizando operaciones mentales referentes a las figuras, descomponiéndolas con el objetivo de identificar los elementos invariantes en las figuras que representan ejemplos de “poli” y realizar comparaciones entre las mismas.

La actividad N° 2 complementa el trabajo realizado de manera individual en la actividad uno, se centra en el fortalecimiento de la posible definición de poli. En equipos de tres o cuatro estudiantes comparan semejanzas y diferencias de la aproximación a la definición de poli que cada uno propuso en la actividad uno, luego comparan en un mismo plano un grupo de ejemplos de polis con otro grupo de polígonos que no lo son, se les pide escribir las características observadas en el grupo de “polis” y en común acuerdo proponer de nuevo una posible definición. Los estudiantes desarrollaron esta actividad sin inconvenientes, entre ellos validaban o no las definiciones propuestas entre los miembros del equipo, las justificaciones generalmente eran de tipo visual, se noto buen trabajo en equipo, también se mostraron ansiosos por saber cuál era la definición correcta de “poli”.

La actividad N° 3 tiene por objetivo recopilar las ideas intuitivas establecidas hasta el momento con relación a concepto de poli y sintetizarlas en una definición más elaborada. Se inicia mostrando 4 figuras que son ejemplos de poli y un listado de diferentes características observables en los ejemplos expuestos, algunas de las cuales ya han estado presentes en el recorrido que han hecho los estudiantes hacia la elaboración del concepto de poli. Se pretende que los estudiantes reconozcan características comunes a todo poli a partir de la eliminación de propiedades específicas, y nuevamente los estudiantes deben escribir una posible definición de poli, en este caso se espera que consideren las características que encontraron comunes en todos los ejemplos de poli.

Luego se presenta a los alumnos un grupo de figuras que no son ejemplos de polis para que argumenten por qué no lo son, de esta manera el docente puede evaluar el nivel de apropiación de las características y condiciones que debe cumplir una figura para representar un ejemplo de poli, posteriormente se presenta a los estudiantes la definición de poli, seguida de una definición incorrecta para que al efectuar el análisis de cada una y el contraste entre las dos, argumente porque una es la definición adecuada de poli y la otra no. Se espera que los estudiantes con el trabajo realizado hasta el momento activen un razonamiento tipo tres según el modelo Van Hiele.

Figura 4.3 Estudiantes en el desarrollo del taller N° 2

Fuente: Elaboración propia.

En el desarrollo del taller N°3 se presentaron algunas dificultades sobre todo en la tercera actividad ya que los estudiantes no recordaban algunos conceptos como bisectriz y eje de simetría, por lo cual fue necesario suspender por un momento la actividad para realizar las explicaciones correspondientes, los estudiantes emplearon regla y transportador para realizar mediciones y tomar decisiones.

4.1.4 Taller N° 3: clasifiquemos los paralelogramos

Objetivo:

- Clasificar los paralelogramos en rectángulos, rombos, cuadrados y romboides establecer relaciones de inclusión entre ellos.

Este taller (ver anexo D) constituye una muestra de la forma cómo puede enseñarse la clasificación de los diferentes tipos de cuadriláteros convexos al ejemplificar el caso de los paralelogramos. Este taller realizó en equipos de dos o tres estudiantes y está constituido por 6 numerales con los cuales se busca que los estudiantes reconozcan la clasificación de los paralelogramos estableciendo relaciones de inclusión entre ellos.

Los numerales 1 a 4 están enfocados al establecimiento de la clasificación de los paralelogramos mediante una orientación dirigida hacia el reconocimiento de características invariantes como tener los cuatro ángulos retos, los cuatro lados congruentes o los lados y ángulos consecutivos de diferente medida, condiciones que hacen que un paralelogramo pertenezca a determinado grupo o clasificación entre rectángulos, rombos, cuadrados y romboides además de que permiten visualizar a partir del cumplimiento de algunas condiciones que el cuadrado es rectángulo y rombo a la vez.

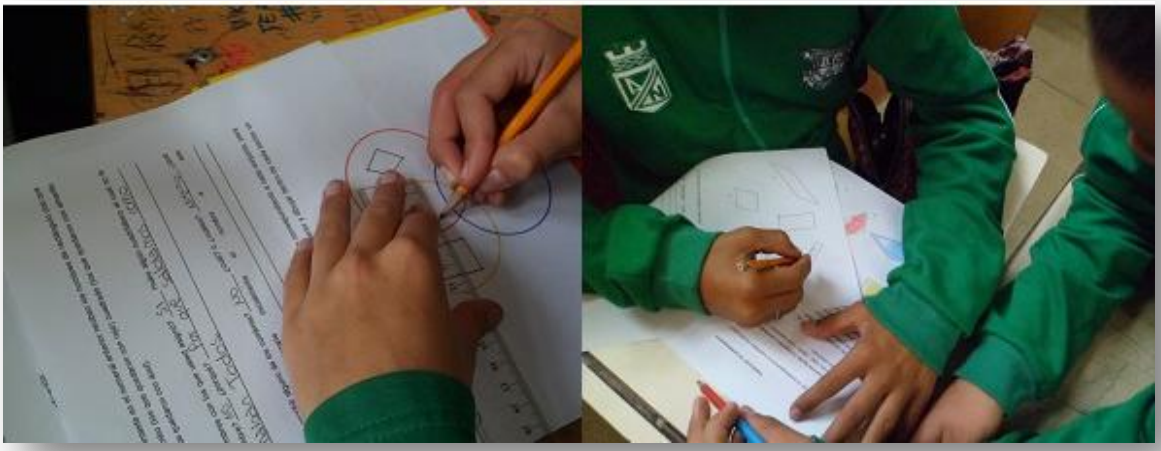


Figura 4.4 Estudiantes desarrollando el taller N° 3

Fuente: Elaboración propia.

Por otra parte con el desarrollo de los numerales 5 y 6 se pretende consolidar y sistematizar la clasificación de los paralelogramos a la vez que permiten al estudiante demostrar el nivel de apropiación de los contenidos estudiados. En el numeral 5 se presenta una serie de proposiciones como todo rectángulo es cuadrado, algunos romboides son rombos entre otras, para que los estudiantes determinen su valor de verdad, argumentando siempre sus respuestas, mientras en el numeral 6 se presenta un texto que describe la clasificación de los paralelogramos, con algunos espacios en blanco para que los estudiantes lo completen, los alumnos responderán de manera correcta estos numerales solo si tienen en su estructura cognitiva clara la calcificación de los paralelogramos.

Los estudiantes no evidenciaron dificultades para realizar este taller, se mostraron atentos y participativos. Teniendo en cuenta las respuestas a las preguntas sobre percepción de la actividad, puede concluirse que los alumnos valoran la importancia del trabajo en equipo, manifiestan que la actividad es

agradable y entretenida, dentro de las cosas nuevas que aprendieron la mayoría manifestó que el nombre y definición de romboide, además que todo cuadrado es a la vez rombo y rectángulo.

4.1.5 Prueba final

Objetivo: Indagar el nivel de apropiación de los contenidos abordados en la propuesta metodológica.

Figura 4.5 Estudiante presentando la prueba final

Fuente: Elaboración propia.

Buscando determinar si los estudiantes realmente se apropiaron del contendido desarrollado en las diferentes actividades que conformaron la propuesta de intervención en el aula y en esta medida validar la pertinencia de la propuesta, se aplica una prueba final en forma individual la cual consta de 9 preguntas de las cuales las 5 primeras son de selección múltiple, en estas se

indaga por el reconocimiento visual de algunos cuadriláteros y de las características que pueden abstraerse del análisis de la representación gráfica de los mismos (niveles 1 y 2 del modelo Van Hiele) , las otras 4 preguntas son abiertas en este grupo de preguntas los estudiantes deben exponer las razones que los llevan a indicar determinada respuesta (niveles 2 y 3 del modelo Van Hiele), luego de responder el cuestionario se socializan los resultados y se indaga en forma verbal el porqué seleccionaron determinada respuesta.

Los resultados de la prueba final permitieron validar la pertinacia de la implementación de la propuesta al mostrar avances significativos en el desarrollo del pensamiento geométrico por parte de los estudiantes, estos se describen en forma detallada en el análisis de resultados.

4.2 Resultados

4.2.1 Prueba diagnóstica

La prueba diagnóstica aplicada que consistió en una evaluación escrita de selección múltiple (ver anexo A) y que tuvo como objetivo fundamental indagar los conocimientos que los estudiantes tienen sobre polígonos, tales como su clasificación, suma de los ángulos internos, área, perímetro entre otras, esta se desarrollo en dos momentos en el primero los estudiantes responden la prueba de manera e individual y en el segundo se realiza una socialización en grupo de los respuestas dadas, justificando verbalmente el porqué de algunas de sus elecciones. Esta prueba fue aplicada a los 30 estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Finca la Mesa del municipio de Medellín que participaron en el trabajo de campo. En el siguiente cuadro se resume los resultados obtenidos.

Tabla 4-3 Resultados prueba diagnóstica

Pregunta	Intencionalidad	Respondieron acertadamente	No respondieron acertadamente
1	Identificación visual de un cuadrado	70%	30%
2	Reconocimiento de rectángulos y de que todo cuadrado también es rectángulo.	13%	87%
3	Reconocimiento de un rombo	27%	76%
4	Relacionar figuras congruentes	30%	70%
5	Relación entre el área de paralelogramos cuyas bases y alturas son iguales.	30%	70%
6	Relación entre las medidas de los lados de un trapecio y su perímetro	47%	53%
7	Clasificación de polígonos según el número de sus lados.	23%	77%
8	Clasificación de ángulos	73%	27%
9	Identificar que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° y de los cuadriláteros es 360°	13%	87%
10	Reconocimiento de de la definición de paralelogramo	23%	77%
11	Identificación de un polígono dadas condiciones de paralelismo y número de lados	30%	70%
12	Reconocer que todo triángulo equilátero es isósceles.	33%	67%

Fuente: Elaboración propia.

A pesar de que todos los numerales de la prueba hacían referencia a temas ya estudiados y que se supone deben estar en la estructura cognitiva de los alumnos del grado octavo, tal como puede observarse en los resultados

mostrados en la tabla anterior en un alto porcentaje no se evidencia dominio de estos contenidos.

En las respuestas obtenidas en la pregunta uno (ver figura 4.6) puede evidenciarse que la mayoría de los estudiantes (70%) reconocen visualmente un cuadrado y respondieron acertadamente la opción C, los estudiantes que marcaron la opción A (17%) solo reconocen los cuadrados formados por cada unidad de la cuadricula y no tuvieron en cuenta que la unión de cuatro cuadrados forma otro cuadrado.

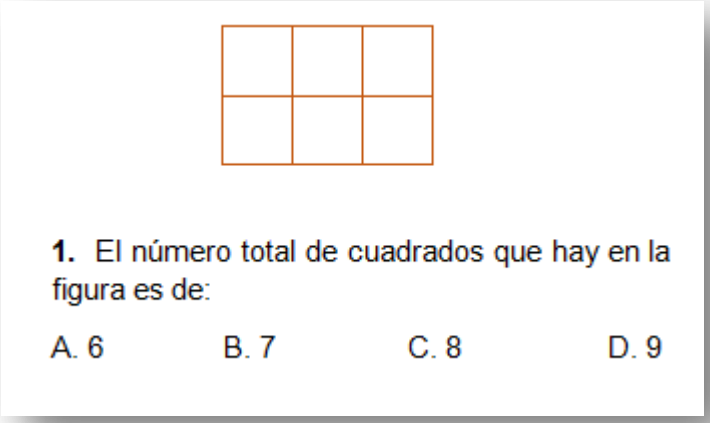


Figura 4.6 Pregunta 1 de la prueba diagnóstica

Fuente: Elaboración propia.

En la pregunta número 2, en la cual debían indicar el número de rectángulos que hay en la misma figura de la pregunta 1, los estudiantes reconocen que la unión de cuadrados forma un rectángulo respondiendo el 43,5% de los estudiantes que hay 10 rectángulos, los cuales corresponden a la forma convencional como se representa gráficamente este polígono (dos lados más largos, sin exigirles el contar los cuadrados como rectángulos) y otro 43,5% indica

que hay 9, al indagar con este grupo de estudiantes el porqué escogieron esta opción coinciden en que se les “olvido” contar el rectángulo “grande” pero igual visualizan el polígono según su forma prototipo, sin realizar relaciones de inclusión, en este caso que un cuadrado también es rectángulo. Solo el 13% de los estudiantes respondió acertadamente.

La pregunta N° 3 tiene como objetivo reconocer un rombo (ver figura 4.7), en este caso de nuevo los estudiantes responden de acuerdo a la forma tradicional de representar gráficamente un rombo lo cual se evidencia en el hecho de que el 50% de los estudiantes indicó que solo la figura I (opción A) es un rombo, el 23% indicó que solo las figuras I y III (opción C) son rombos manifestando que la figura III es un “rombo que está acostado” , mientras que el 27% reconoció acertadamente que todas las figuras son ejemplos del rombo. Al socializar esta pregunta, se indagó con los estudiantes que no respondieron adecuadamente, sobre qué polígono es la figura II , ya que ninguno de ellos lo incluyó en su elección, y como era de esperarse respondieron que es un cuadrado y no un rombo, entre sus argumentos manifestaron que el rombo tiene “puntas”, “picos”, “parece un diamante” y el cuadrado no, de nuevo se evidencia que la imagen mental que tienen del polígono es la que corresponde a un prototipo, al parecer un rombo deja de serlo con solo rotarlo.

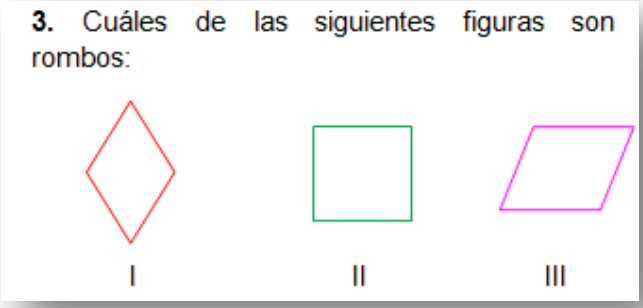


Figura 4.7 Pregunta 3 de la prueba diagnóstica

Fuente: Elaboración propia.

El numeral 4, (ver figura 4.8) indaga por las relaciones entre las medidas de los lados correspondientes de figuras congruentes, si dos o más figuras son congruentes sus lados correspondientes son iguales.

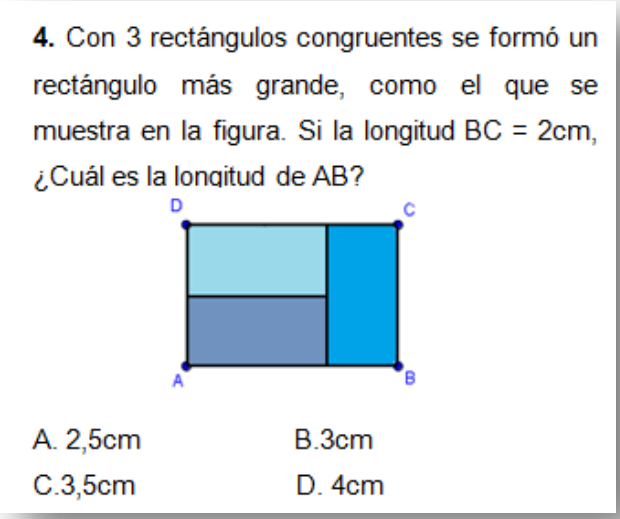


Figura 4.8 Pregunta 4 de la prueba diagnóstica

Fuente: Elaboración propia.

En esta pregunta las respuestas fueron muy variadas y no hubo una tendencia marcada hacia alguna de las opciones, el 23% respondió la opción A, el 27% la opción B, el 20% la opción C y el 30% la opción D que corresponde a la respuesta correcta, esto evidencia que los alumnos en su mayoría no reconocen las características y propiedades de polígonos congruentes y no establecen relaciones entre las medidas de sus lados correspondientes, posiblemente al no estar los tres rectángulos en la misma dirección.

En el numeral 5 de la prueba, los estudiantes deben comparar el área de tres paralelogramos (ver figura 4.9), en este caso se esperaba que los estudiantes identificaran que al tener los tres paralelogramos igual base e igual altura entonces sus área también son iguales, a esta conclusión solo llegó el 30% de los alumnos, la respuesta más común (57%) fue escoger que el área de la figura A es mayor que la de la figura B (opción C) al indagar sobre porque escogieron esta respuesta manifestaron que la figura que la figura C “es la más delgada” y por lo tanto tiene menos área, mientras que la figura A “es más grande que la B” y por eso es la de mayor área. En este caso se pone en evidencia que el criterio de selección es la apariencia de la gráfica y no se realiza un análisis de los elementos del polígono que intervienen en el cálculo de su área tal como su base y altura.

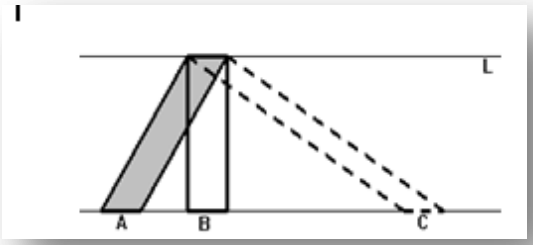


Figura 4.9 Figura de la pregunta N°5 de la prueba diagnóstica

Fuente: Elaboración propia.

La pregunta número 7 (ver figura 4.10) tiene como objetivo evaluar si los estudiantes reconocen que un polígono que tiene 5 lados se llama pentágono, la mayoría de los estudiantes identificaron que el polígono b tiene cinco lados pero solo el 23% recordó su nombre, el 60% escogió la opción C, tal vez al no recordar la clasificación recurren a una asociación cinco lados con cincolatero, y sorprendente mente un 7% escogió la opción no esperada (opción A) indicando que es un cuadrilátero , estos estudiantes desconocen la clasificación de un polígono según el número de sus lados.

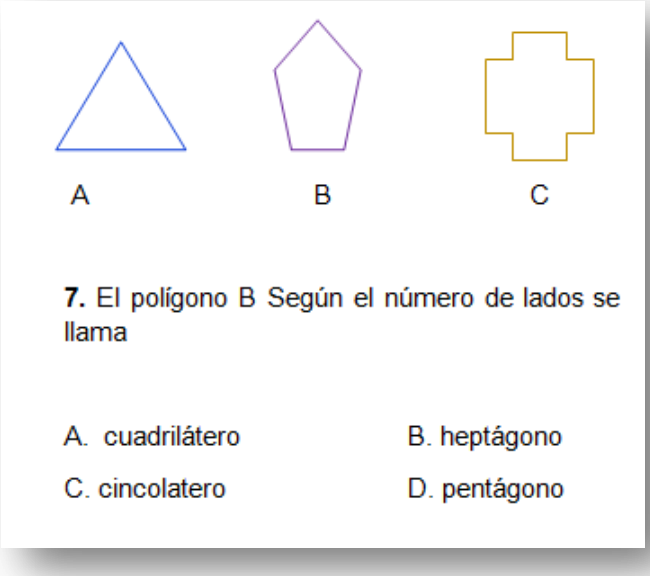


Figura 4.10 Pregunta 7 de la prueba diagnóstica

Fuente: Elaboración propia.

El numeral 8 pregunta por cuál de las figuras presentadas en el numeral 7 tiene todos sus ángulos agudos, en este caso el 73% de los estudiantes respondió adecuadamente, lo cual indica que la mayoría reconocen gráficamente cual es la abertura correspondiente a ángulos agudos.

En la pregunta N° 9 se indaga por la medida del ángulo C en la figura 4.11, para lo cual los estudiantes deben recordar que la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero es 360° y de un triángulo es 180°. El 57% indicó que el ángulo debía medir 110° , al socializar las respuestas manifestaron que no sabían cómo deducir el valor del ángulo, y que seleccionaron una opción sin tener un criterio claro, “por el tamaño del ángulo puede medir 110°” con esta misma justificación el 13% manifestaron que la medida era de 129°, de nuevo la visualización juega un papel primordial en la decisión que toman los estudiantes, aunque hay un 17%

marco la opción D, menos esperada, que corresponde a 64° , en el caso del 13% que respondió correctamente no supieron explicar el porqué de su elección.

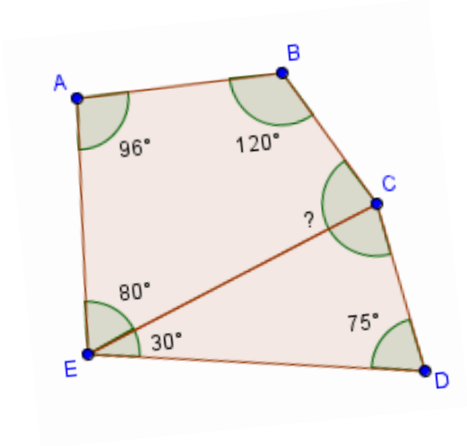
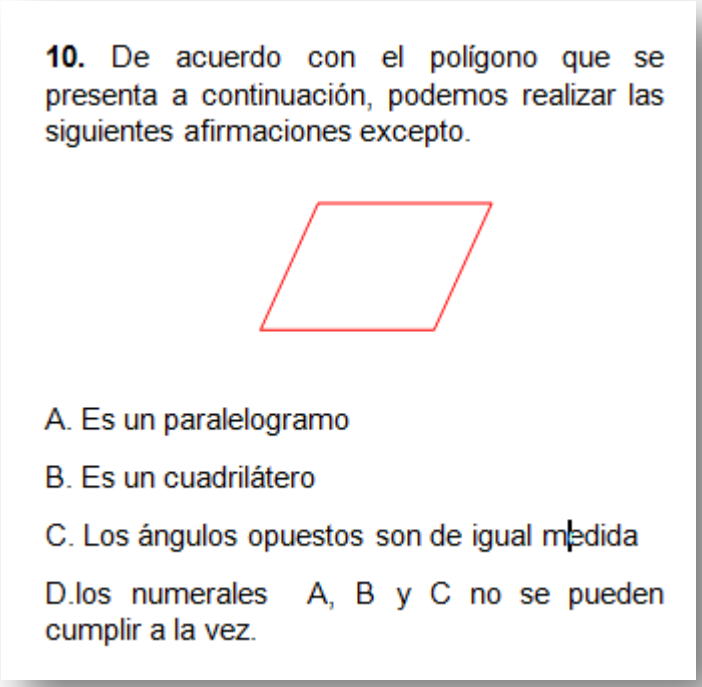


Figura 4.11 Polígono

Fuente: Elaboración propia.

En el numeral 10 (ver figura 4.12) se muestra la imagen de un polígono y su objetivo es que los alumnos reconozcan que dicho polígono es un paralelogramo al igual que algunas características del mismo, en este caso el 23% de los estudiantes acertó en su elección (opción D) , el 44% no identificó que la figura era un paralelogramo marcando la opción A como aquella que era cierta, incluso durante la prueba fue común que los alumnos me preguntaran que era un paralelogramo, no parece ser un termino con el cual estén familiarizados, un 13% escogió la opción B, lo cual corrobora que no se han apropiado de la clasificación de los polígonos de acuerdo al número de sus lados, la mayoría de los estudiantes no establecen relaciones entre la figura dada y las partes que la componen.



10. De acuerdo con el polígono que se presenta a continuación, podemos realizar las siguientes afirmaciones excepto.

A. Es un paralelogramo

B. Es un cuadrilátero

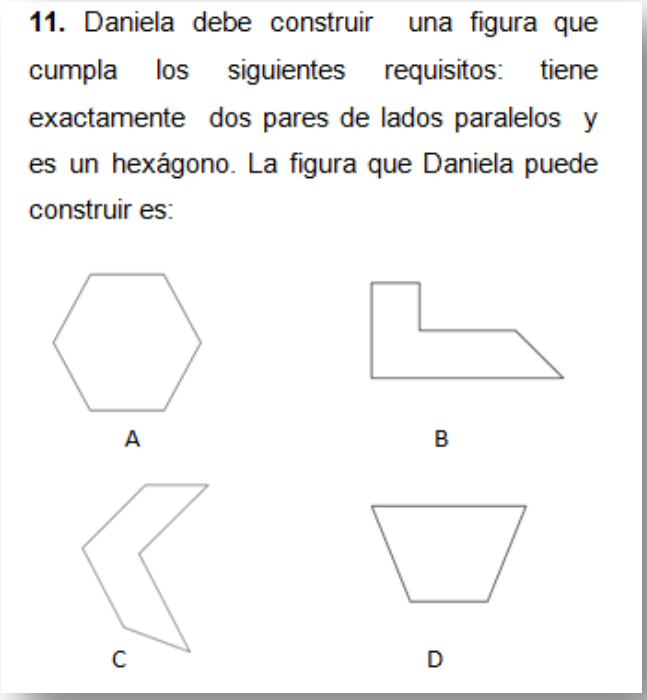
C. Los ángulos opuestos son de igual medida

D.los numerales A, B y C no se pueden cumplir a la vez.

Figura 4.12 Pregunta 10 de la prueba diagnóstica

Fuente: Elaboración propia.

La pregunta 11(ver figura 4.13) busca que los estudiantes seleccionen el polígono que cumpla a la vez con condiciones de paralelismo y de número de lados, el 37% de los estudiantes que seleccionó la opción A y el 17% que seleccionó la opción B indican que no establecieron las dos condiciones y que solo tuvieron en cuenta el números de lados, como si al cumplir una condición implicara que la otra también se cumple, el 17% que marco la opción no esperada (opción D) evidencia que al menos este porcentaje de estudiantes no realizan una correlación entre el lenguaje verbal y su ejemplo de representación gráfica, al seleccionar un trapecio como ejemplo de un polígono d 6 lados y dos pares de lados paralelos.


11. Daniela debe construir una figura que cumpla los siguientes requisitos: tiene exactamente dos pares de lados paralelos y es un hexágono. La figura que Daniela puede construir es:

A B

C D

Figura 4.13 Pregunta 11 de la prueba diagnóstica

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente la pregunta 12 (ver figura 4.14) indaga por la relación de inclusión entre triángulos isósceles y equiláteros (si un triángulo es equilátero entonces también es isósceles), el 67% de los estudiantes que corresponde a aquellos que escogieron la opción A, C o D desconocen la relación e inclusión existente en la clasificación de los triángulos así como la relación entre propiedades equivalentes, por ejemplo, un triángulo equilátero es triángulo isósceles pues tiene las propiedades que definen a este último, esto en contraposición al 23% que respondió asertivamente.

12. Una profesora dibuja un triángulo en el tablero y de inmediato dos de sus alumnos realizan las siguientes afirmaciones:

Andrés dice: "*el triángulo es isósceles*"

Camila dice: "*los tres lados del triángulo son iguales*"

Entre las siguientes opciones la correcta es.

A. Si Andrés tiene la razón, entonces Camila también la tiene.

B. Si la afirmación de Camila es cierta, entonces la de Andrés es falsa

C. Si Camila tiene la razón, entonces Andrés también la tiene.

D. Si la afirmación de Andrés es falsa, entonces la de Camila es verdadera

Figura 4.14 Pregunta 12 de la prueba diagnóstica

Fuente: Elaboración propia.

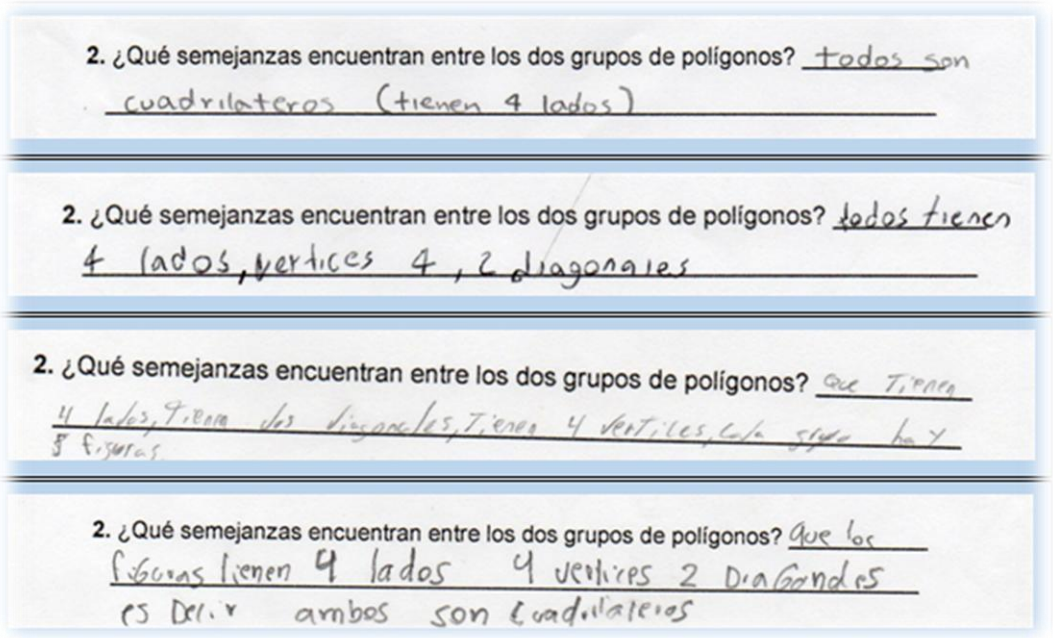
En general, luego de analizar los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica es evidente que el grupo de estudiantes con el cual se desarrollará la propuesta de intervención en el aula reconocen los polígonos de acuerdo a sus formas más comunes de representación, en otras palabras a sus prototipos y como plantean Jaime, Chapa y Gutiérrez (1992) "los estudiantes que poseen imágenes conceptuales pobres, poseen unos cuantos prototipos del conceptos, incluso puede ser tan solo uno, y por lo tanto solo reconocen los ejemplos del concepto que son parecidos a estos prototipos" (p. 52); un gran porcentaje no recuerdan la clasificación de los polígonos de acuerdo al número de sus lados y por otra parte desconocen relaciones de inclusión entre la clasificación de los polígonos, como por ejemplo que todo cuadrado es un rectángulo, también es un

rombo, y a su vez todos estos son paralelogramos, entre otras, lo cual indica que aún se encuentran en el nivel de visualización según el modelo Van Hiele.

4.2.2 Taller N° 1: introducción al mundo de los cuadriláteros

Actividad 1

En el desarrollo de la actividad uno del taller N°1 (ver anexo B) se favoreció el trabajo en grupo, los estudiantes se distribuyeron en equipos de 3 estudiantes, a cada equipo se le entregó en una hoja impresos, un grupo de polígonos cóncavos, (nombrado grupo 1) y otra con polígonos convexos (nombrado grupo 2) para que los compararan estableciendo similitudes y diferencias, luego de que los equipos de trabajo discutieran sobre las semejanzas y diferencias entre ambos grupos de polígonos sólo a partir de la identificación visual de estos, la semejanza (invariante) que identificó inmediatamente en el 100% de los estudiantes es que ambos grupos representan cuadriláteros, aproximadamente el 70% se atrevió a realizar otras observaciones como: “tienen cuatro vértices” , “dos diagonales” lo cual indica que los estudiante reconocen fácilmente invariantes que se pueden extraer de la visualización de la forma del polígono (primera fase del modelo Van Hiele). A continuación se presenta una muestra de las respuestas obtenidas en este caso.


2. ¿Qué semejanzas encuentran entre los dos grupos de polígonos? todos son cuadrilateros (tienen 4 lados)

2. ¿Qué semejanzas encuentran entre los dos grupos de polígonos? todos tienen 4 lados, vertices 4, 2 diagonales

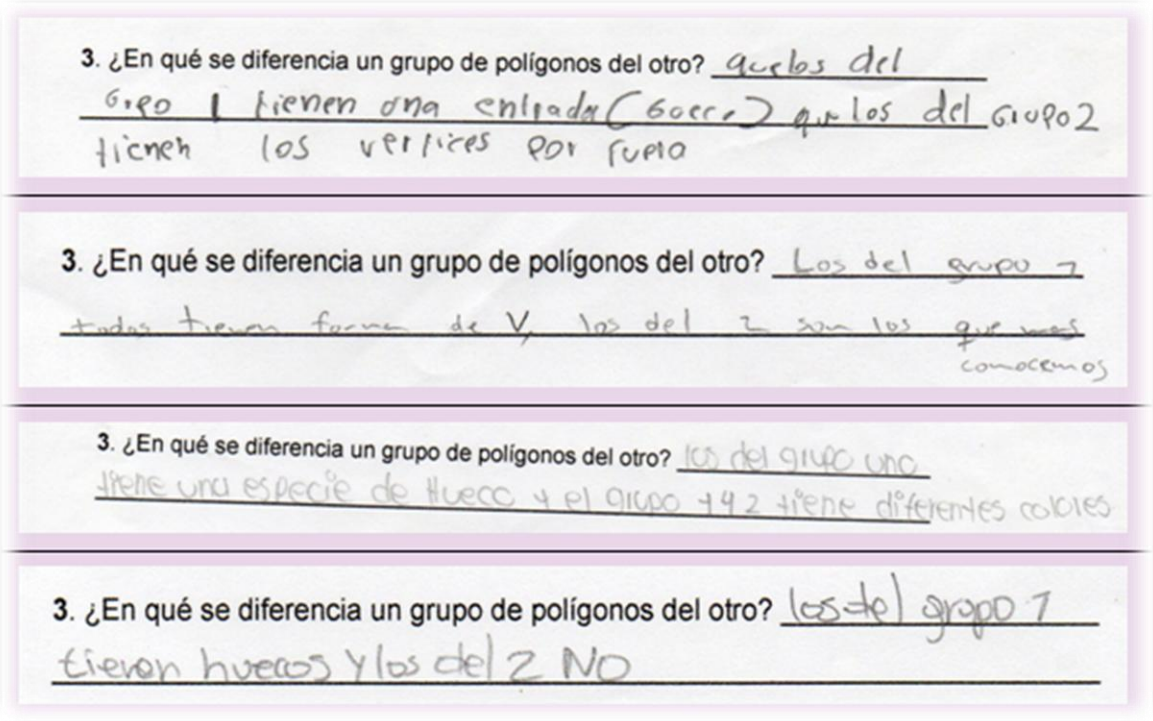
2. ¿Qué semejanzas encuentran entre los dos grupos de polígonos? Que Tienen 4 lados, Tienen dos diagonales, Tienen 4 vertices, cada figura hay 8 figuras

2. ¿Qué semejanzas encuentran entre los dos grupos de polígonos? Que los figuras tienen 4 lados 4 vertices 2 Diagonales es Decir ambos son cuadrilateros

Figura 4.15 Muestra de respuestas a la pregunta 2 de la activada 1 del taller 1

Fuente: Elaboración propia.

Por otra parte al momento de plantear las diferencias entre los dos grupos de polígonos, ninguno de los equipos menciono el lugar donde quedan las diagonales en cada caso, se les dificulta realizar abstracciones que no están explícitamente en el dibujo, entre las conclusiones a las cuales ellos llegaron están: “los del grupo 1 tiene huecos y los del 2 no”, “los del grupo 1 tienen forma de V”, “los del grupo 2 son los que más conocemos” de nuevo sus interpretaciones se basan en la forma del dibujo, sólo uno de los equipos, que corresponde al 10% del total de los estudiantes mencionó una diferencia entre los ángulos “ en los polígonos del grupo 2 todos los ángulos que están dentro miden menos de 180° y en los del grupo 1 no todos”, tal como puede evidenciarse en la siguiente muestra de las respuestas dadas por los estudiantes a este ítem.


3. ¿En qué se diferencia un grupo de polígonos del otro? que los del grupo 1 tienen una entrada (hoyo) que los del grupo 2 tienen los vertices por fuera

3. ¿En qué se diferencia un grupo de polígonos del otro? Los del grupo 1 todos tienen forma de V, los del 2 son los que mas conocemos

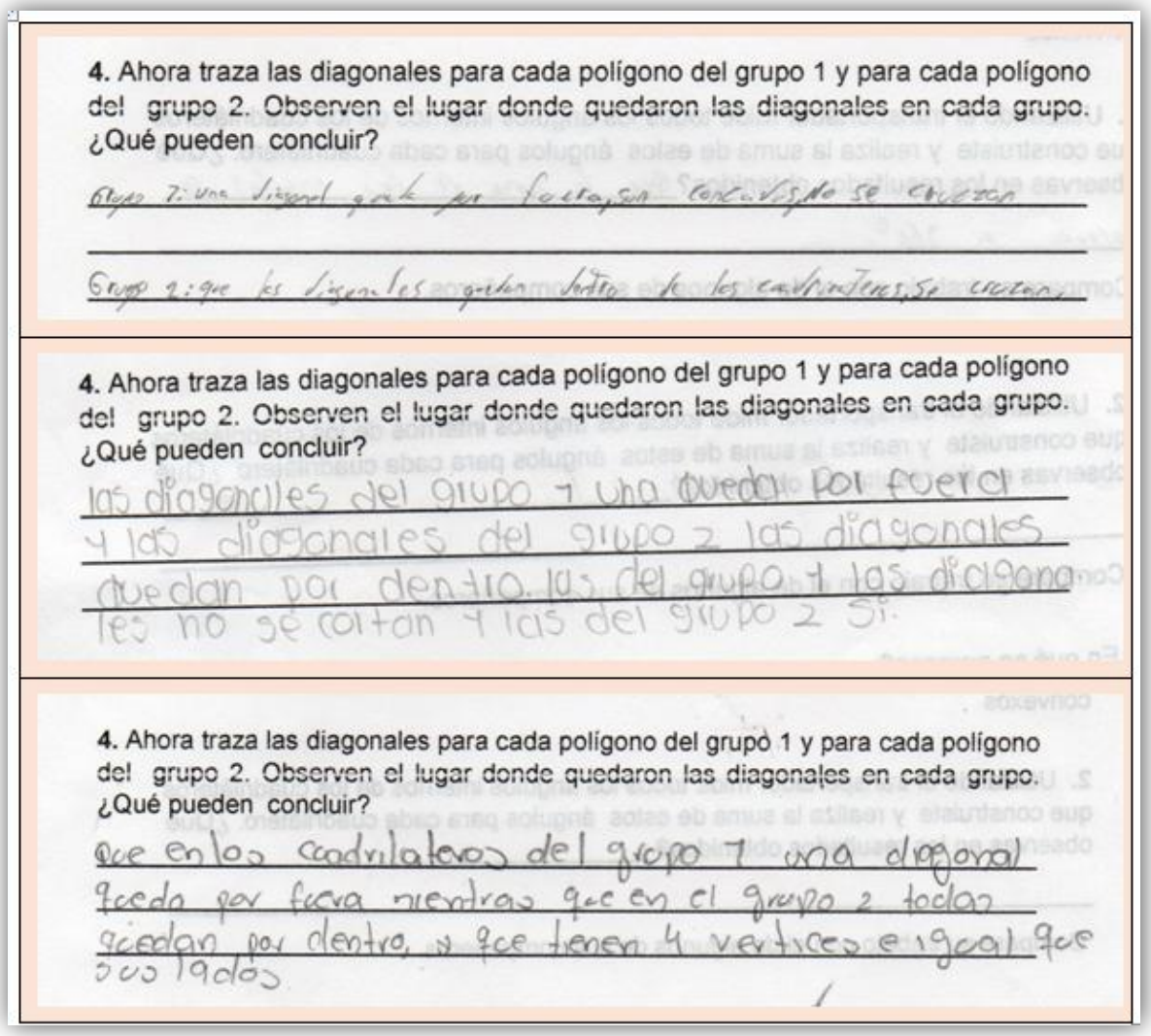
3. ¿En qué se diferencia un grupo de polígonos del otro? los del grupo uno tiene una especie de hueco y el grupo 1 y 2 tiene diferentes colores

3. ¿En qué se diferencia un grupo de polígonos del otro? los del grupo 1 tienen huecos y los del 2 NO

Figura 4.16 Muestra de respuestas a la pregunta 3 de la activada 1 del taller 1

Fuente: Elaboración propia.

Luego se les recordó a los estudiantes el concepto de diagonal de un polígono y se les pidió trazar las diagonales de cada grupo de polígonos y observar el lugar donde quedaron dichas diagonales en cada grupo de cuadriláteros, para determinar invariantes y establecer conclusiones. Este ejercicio fue realizado satisfactoriamente por el 100% de los estudiantes llegando a concluir que en el primer grupo de cuadriláteros (cóncavos) una diagonal es exterior al polígono. Luego de socializar las respuestas se sistematizó la clasificación de los polígonos de acuerdo a su convexidad.



4. Ahora traza las diagonales para cada polígono del grupo 1 y para cada polígono del grupo 2. Observen el lugar donde quedaron las diagonales en cada grupo. ¿Qué pueden concluir?

Grupo 1: una diagonal queda por fuera, son cóncavos, no se cruzan

Grupo 2: que las diagonales quedan dentro de los cuadriláteros, se cruzan

4. Ahora traza las diagonales para cada polígono del grupo 1 y para cada polígono del grupo 2. Observen el lugar donde quedaron las diagonales en cada grupo. ¿Qué pueden concluir?

las diagonales del grupo 1 una queda por fuera y las diagonales del grupo 2 las diagonales quedan por dentro. las del grupo 1 las diagonales no se cortan y las del grupo 2 si.

4. Ahora traza las diagonales para cada polígono del grupo 1 y para cada polígono del grupo 2. Observen el lugar donde quedaron las diagonales en cada grupo. ¿Qué pueden concluir?

que en los cuadrilateros del grupo 1 una diagonal queda por fuera mientras que en el grupo 2 todas quedan por dentro, y que tienen 4 vertices e igual que sus lados

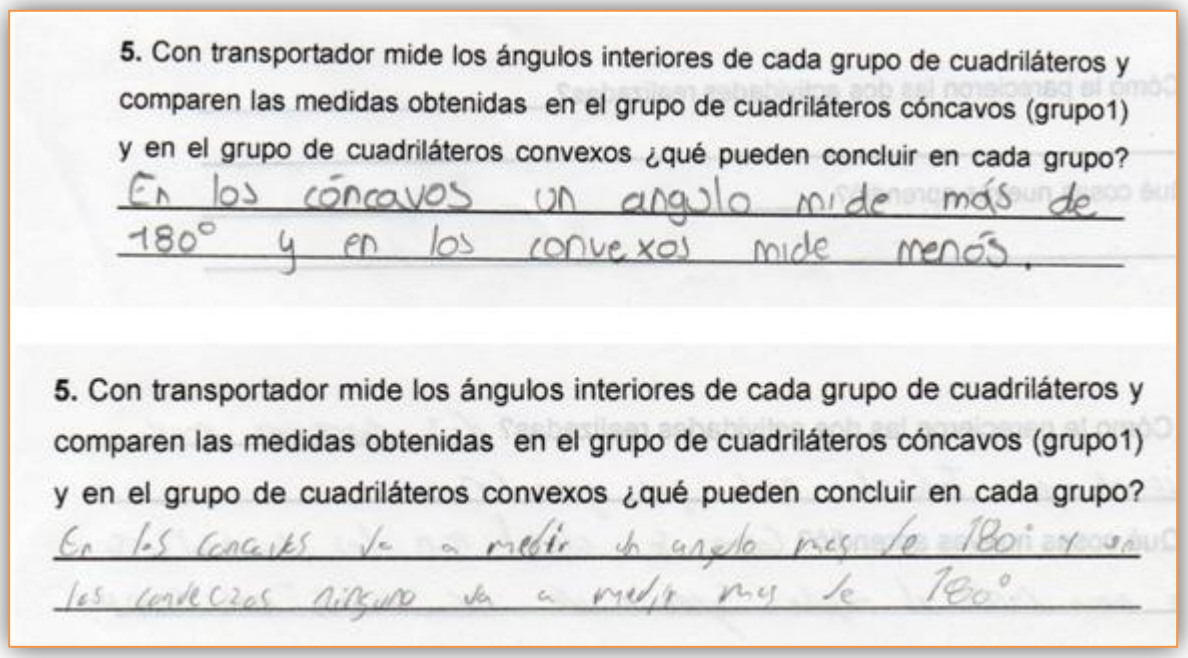
Figura 4.17 Muestra de respuestas a la pregunta 4 de la activada 1 del taller 1

Fuente: Elaboración propia.

Cómo es importante que además de que los estudiantes reconozcan la ubicación de las diagonales en los cuadriláteros cóncavos y convexos, también identifiquen que la clasificación de sus ángulos interiores es invariante, se les pide que midan con transportador los ángulos internos en el grupo de cuadriláteros

cóncavos y en el grupo de cuadriláteros convexos y que nuevamente establezcan conclusiones al respecto.

La ejecución de este ejercicio que aparentemente es muy sencillo se dificultó en un inicio debido a que los estudiantes no medían bien los ángulos debido a que no sabían utilizar adecuadamente el transportador, por lo tanto no reconocerían el elemento invariante, como no se había previsto esta situación se intervino con una explicación sobre medición de ángulos con el transportador, luego de garantizar que todos lo supiesen hacer, el ejercicio fue desarrollado satisfactoriamente por el 100% de los estudiantes y pudieron evidenciar que en el caso de los cuadriláteros no convexos siempre uno de sus ángulos mide más de 180°. A continuación se presenta una muestra de las respuestas dadas por los estudiantes a este ítem.


5. Con transportador mide los ángulos interiores de cada grupo de cuadriláteros y comparen las medidas obtenidas en el grupo de cuadriláteros cóncavos (grupo1) y en el grupo de cuadriláteros convexos ¿qué pueden concluir en cada grupo?

En los cóncavos un angulo mide más de 180° y en los convexos mide menos.

5. Con transportador mide los ángulos interiores de cada grupo de cuadriláteros y comparen las medidas obtenidas en el grupo de cuadriláteros cóncavos (grupo1) y en el grupo de cuadriláteros convexos ¿qué pueden concluir en cada grupo?

En los cóncavos va a medir un angulo mas de 180° y en los convexos ninguno va a medir mas de 180°.

Figura 4.18 Muestra de respuestas a la pregunta 5 de la activada 1 del taller 1

Fuente: Elaboración propia.

Actividad 2

El objetivo de esta actividad era que los estudiantes reconocieran que la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero es invariante e igual a 360°, por lo que primero se les pidió libremente construir 8 cuadriláteros diferentes entre cóncavos y convexos, la mayoría de los estudiantes trazaron polígonos parecidos a los que se les había presentado en la actividad 1, algunos incluso preguntaron si podían emplear los mismos, luego cada estudiante con la ayuda del transportador midió los cuatro ángulos internos de cada uno de los cuadriláteros construidos y sumaron los resultados en cada caso, dicha actividad fue desarrollada en forma satisfactoria por todos los estudiantes participantes, obteniendo en la mayoría de los casos como resultado de la suma valores iguales o cercanos a 360° (ver figura 4.19).

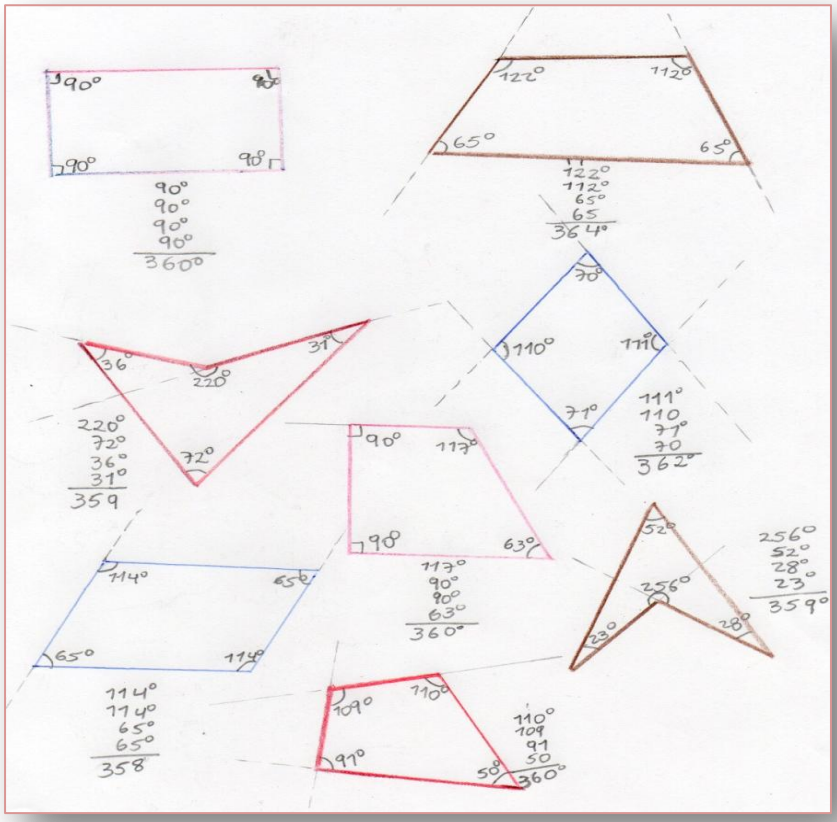


Figura 4.19 Muestra de la solución de la actividad 2 del taller 1

Fuente: Elaboración propia.

Luego los estudiantes compararon su trabajo con el de otro compañero, para lo cual se les pidió rotar las hojas en las cuales habían trabajado y describir semejanzas y diferencias, como era de esperarse entre las semejanzas que mencionaron estuvieron “los polígonos son parecidos”, “todos son cuadriláteros”, “tienen cuatro ángulos” las cuales estaban determinadas por la instrucción misma de la actividad, inicialmente no se fijaron en los resultados de la suma de los ángulos, por lo cual fue necesario realizar una intervención y pedirles en forma directa que compararan los resultados obtenidos por su compañero en la suma de los ángulos internos de cada cuadrilátero con los suyos, en este caso la

mayoría manifestó que los resultados eran parecidos, más aún no se evidenciaba que el grupo reconociera el resultado invariante (360°) por lo que se repitió el ejercicio de manera que cada estudiante pudiese revisar el trabajo varios compañeros, luego se escribieron en el tablero diferentes resultados obtenidos para la suma de los ángulos, y se les pidió a los estudiantes observar los valores y escoger el que consideraran más representativo, o que pudiese generalizar todos los resultados de esta forma fue más fácil para los estudiantes identificar el valor, la mayoría respondió satisfactoriamente, para afianzar la respuesta de los estudiantes se calculo el promedio de los valores que estaban escritos en el tablero, obteniendo como resultado 359.9°, es decir aproximadamente 360°, se aclara que el resultado de todos no fue este valor exacto debido a diferentes márgenes de error al medir los ángulos y que siempre están presentes en actividades experimentales de este tipo tales como manipulación del transportador, imprecisión en la elección de la medida entre otras, finalmente se llega a concluir que sin importar la forma o tamaño de un cuadrilátero la suma de sus ángulos interiores es igual a 360°, con lo cual se cumplió el objetivo de la actividad.

Por otra parte se puede concluir que la actividad fue de agrado y fácil ejecución para los estudiantes, con la cual aprendieron que la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero es invariante, algunos también manifestaron que aprendieron a medir ángulos, esto de acuerdo con las respuestas obtenidas en las preguntas de percepción de la actividad.

4.2.3 Taller N° 2: descubriendo a “poli”

Actividad 1

En esta actividad el estudiante debe descubrir algunas características esenciales de un “poli” a partir del análisis de ejemplos y contraejemplos, para su desarrollo se proyectaron diferentes figuras en el tablero de forma secuencial de la 1 a la 11, permaneciendo ocultas las figuras siguientes a la que se está analizando, en cada figura se pregunta: ¿será esta figura un poli?, al proyectar la figura siguiente se india si la anterior era o no un ejemplo de poli, así los alumnos en forma individual realizan comparaciones entre la figura proyectada y las que ya ha podido ver, de esta manera se hace una idea de lo que es un poli.

Esta actividad fue de agrado para los estudiantes quienes participaron activamente de la misma, cada que se analizaba una figura ellos planteaban posibles características del poli, algunas de las cuales después descartaban o modificaban cada vez que se presentaba un contraejemplo, algunos de los planteamientos fueron “es un cuadrado”, “tiene ángulos rectos” “es regular”, “no todos tienen ángulos rectos” , “los lados son iguales”, “no siempre los lados son iguales” “son cuadrados, rectángulos y diamantes”, “algunos tiene de a dos lados iguales” entre otras, al descubrir las dos últimas figuras aproximadamente el 90% de los estudiantes respondió asertivamente que sí eran ejemplos de polis, se puede notar que visualmente lograban reconocer los ejemplos de poli, pero la operación mental que hicieron de las figuras descomponiéndolas con el ánimo de identificar las partes que las conforman, no era suficiente para presentar aún una definición formal, por ejemplo ninguno mencionó lados opuestos paralelos, lados y ángulos opuestos de igual medida. A continuación se muestran algunas aproximaciones al concepto de poli, plantadas por los estudiantes en esta actividad.

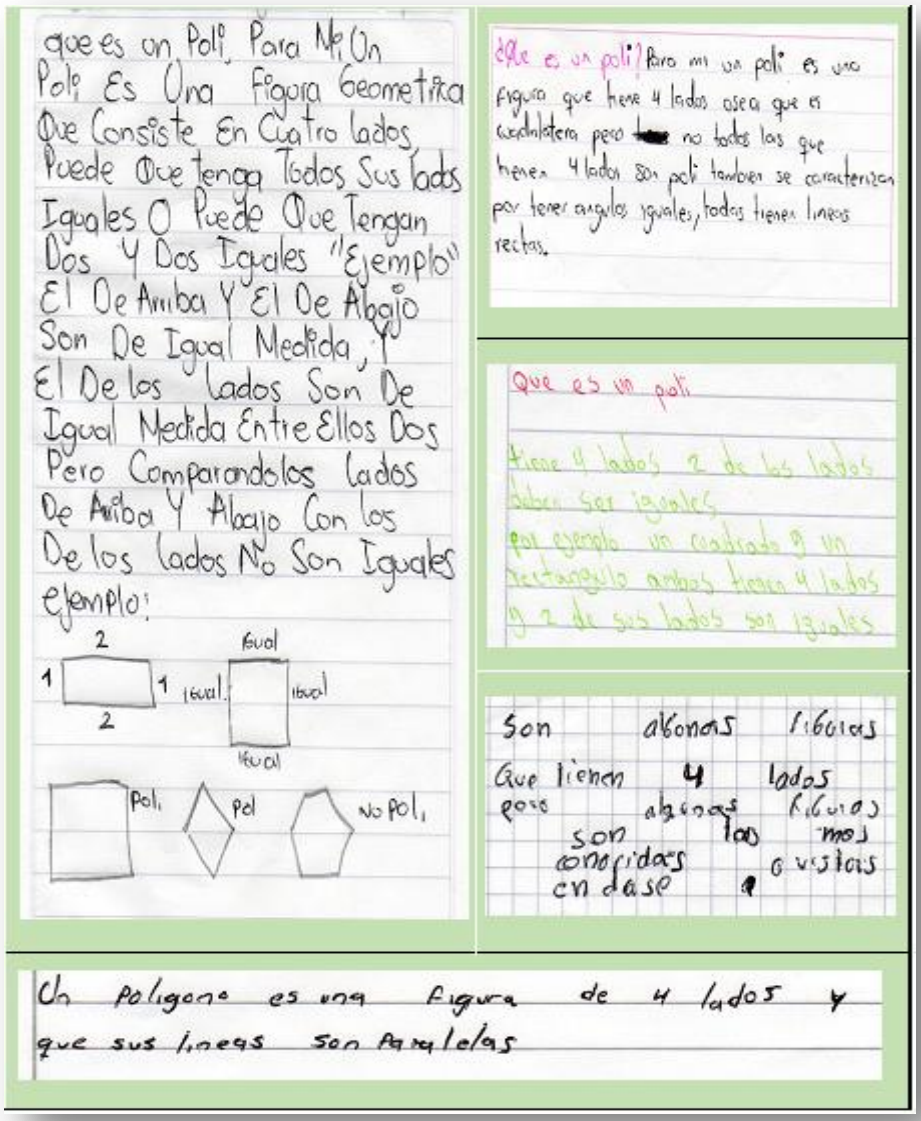
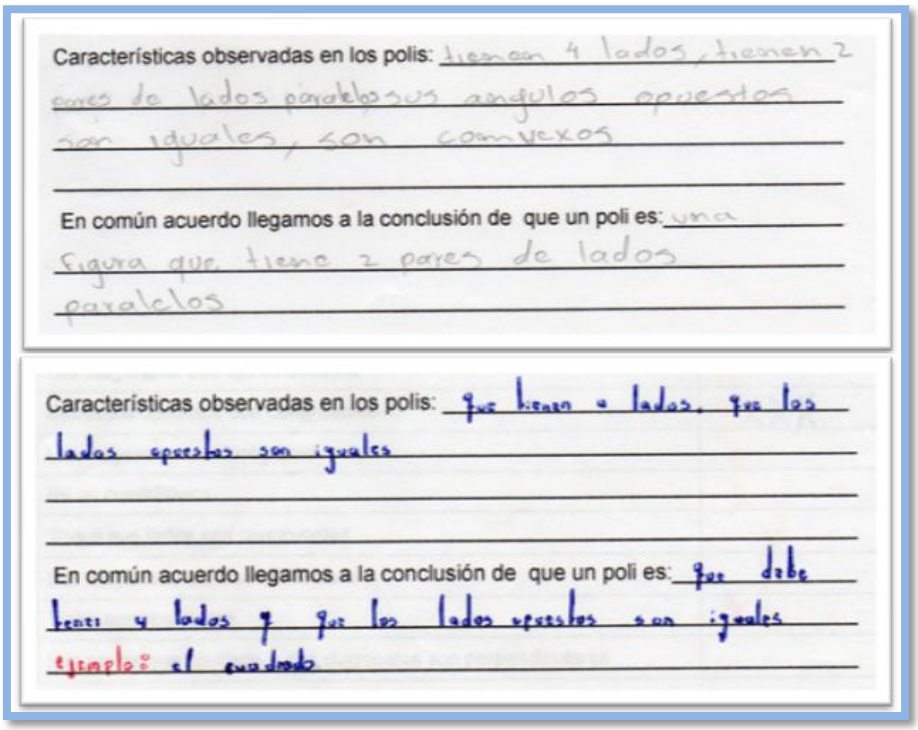


Figura 4.20 Muestra de la solución de la actividad 1 del taller 2

Fuente: Elaboración propia.

Actividad 2

La actividad 2 fue desarrollada sin inconvenientes por los estudiantes que conforman la prueba, se noto un avance en cuanto a la descripción de las características de un poli al visualizar y poder comparar en un mismo plano un grupo de polígonos que son ejemplos de polis con otro que no lo son, los estudiantes trabajaron en equipos de 3 ó 4 integrantes entre ellos analizaron y escribieron las características comunes que detectaron en el grupo de polis en la mayoría de los grupos emplearon regla y transportador para medir los lados y ángulos y poder tomar decisiones entre las características que describieron y que más se acercan a las de los polis (paralelogramos) se encuentran “tiene cuatro lados”, “tienen dos pares de lados paralelos”, “son convexos”, “los lados son iguales de a dos” , “sus ángulos opuestos son iguales”, “los lados opuestos son iguales”, “son figuras geométricas.” Como puede notarse hay una mayor aproximación al concepto de paralelogramo, hay un avance en comparación de las respuestas dadas en el numeral uno, ya realizan abstracciones que no están necesariamente explicitas en la representación gráfica. A continuación se muestra un ejemplo de las respuestas.


Características observadas en los polis: tienen 4 lados, tienen 2 pares de lados paralelos sus angulos opuestos son iguales, son convexos

En común acuerdo llegamos a la conclusión de que un poli es: una figura que tiene 2 pares de lados paralelos

Características observadas en los polis: que tienen 4 lados, que los lados opuestos son iguales

En común acuerdo llegamos a la conclusión de que un poli es: que debe tener 4 lados y que los lados opuestos son iguales

ejemplo: el cuadrado

Figura 4.21 Muestra de respuestas de la actividad 2 del taller 2

Fuente: Elaboración propia.

Actividad 3

Con el fin de afianzar y sistematizar las características de todos los polis en la actividad 3 los estudiantes en los equipos de trabajo deben analizar en forma consecutiva ejemplos de polis a cada uno se le atribuyó un color diferente para marcar con una x del mismo color del polígono las características que cumple cada uno, los estudiantes identifican características comunes a todo poli mediante un proceso de eliminación de propiedades particulares, con lo cual se busca recoger las ideas intuitivas que los estudiantes han desarrollado y concretarlas en una definición más formal de poli. A continuación se muestran los resultados obtenidos:

Tabla 4-4 Resultados obtenidos en el numeral 1 de la actividad 2 del taller N° 2

Característica	Completaron acertadamente
Es polígono regular	100%
Las diagonales son bisectrices de los ángulos	71%
Es polígono convexo	100%
Tiene sus ángulos opuestos congruentes	100%
Los lados opuestos son paralelos	100%
Sus lados opuestos son congruentes	100%
Las diagonales son congruentes	86%
Es un cuadrilátero	100%
Todos sus lados son congruentes	100%
Las diagonales se bisecan entre sí	71%
Tiene ángulos rectos	100%
Las rectas que contiene a sus diagonales son perpendiculares.	71%

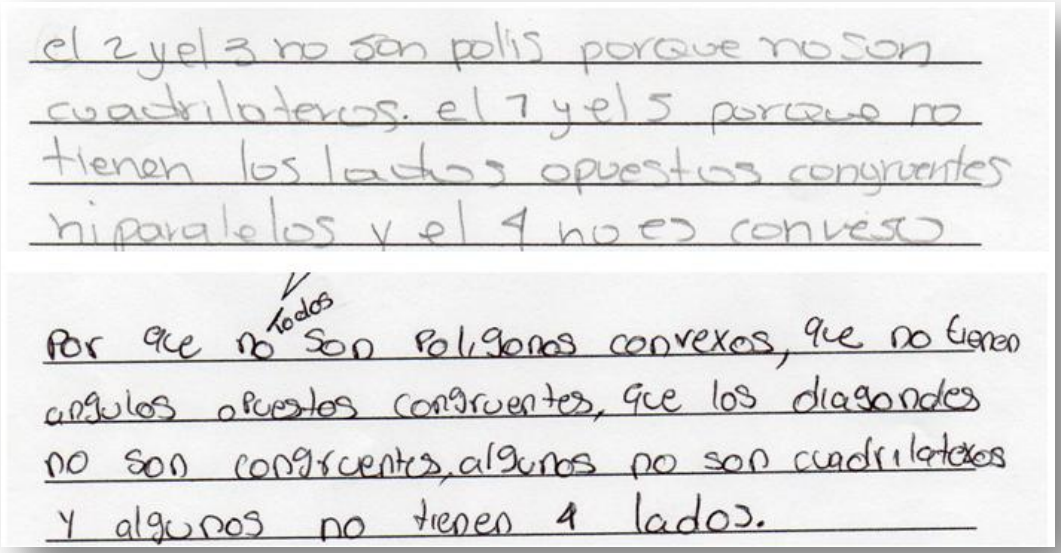
Fuente: Elaboración propia.

Los estudiantes pudieron concluir que las características marcadas con los cuatro colores son las que corresponden a todo poli, y no solo a casos particulares, como era de esperarse en este momento la definición que presentan de poli es la reunión de las características que cumplían los 4 ejemplos de poli: “polígono convexo, tiene cuatro lados, sus ángulos opuesto congruentes, los lados opuestos son paralelos, los lados opuestos son congruentes”

En el numeral 3 de la actividad 2 se presentó a los estudiantes varias figuras que no son ejemplos de polis, para que ellos a partir del análisis y razonamiento de las partes constitutivas de un poli (ángulos y lados) y de elaborar relaciones entre sus propiedades expliquen por qué dichas figuras no son polis.

En las respuestas dadas por los estudiantes se evidencia apropiación de las características de un poli entre las respuestas más comunes se encuentran: “las figuras 3 y 5 no son cuadriláteros”, “la figura 2 es un cuadrilátero que no es convexo”, “las figuras 1 y 4 son cuadriláteros que no tiene lados opuestos

congruentes.” Esto confirma que los estudiantes tiene claras las condiciones que debe cumplir un polígono para pertenecer al conjunto de los polis, nivel tres del modelo Van Hiele. A continuación se muestran dos ejemplos de las respuestas de los estudiantes.


el 2 y el 3 no son polis porque no son cuadrilateros. el 1 y el 5 porque no tienen los lados opuestos congruentes ni paralelos y el 4 no es convexo

Por que no todos son poligonos convexos, que no tienen angulos opuestos congruentes, que los diagonales no son congruentes, algunos no son cuadrilateros y algunos no tienen 4 lados.

Figura 4.22 Muestra de respuestas del numeral 3 de la actividad 2 del taller 2

Fuente: Elaboración propia.

En el numeral 4 de la actividad 2 se les presentó a los estudiantes la definición formal de poli: “cuadrilátero con ambos pares de lados opuestos paralelos” al comparar esta definición con la que los estudiantes propusieron en el numeral 2, fácilmente los estudiantes llegaron a la conclusión de que el esta condición incluye todas las características o propiedades que ellos habían reconocido en un poli tales como ángulos y lados opuestos congruentes además de su convexidad.

Teniendo clara la definición de “poli” en el numeral 5 de la actividad 2 se les pide explicar por qué la definición “cuadrilátero con dos pares de lados

congruentes” no corresponde a la de un poli, todos los equipos de trabajo fácilmente supieron argumentar su repuesta, aunque algunos recurrieron a contraejemplos gráficos, es notorio el hecho de que no dependen solo del gráfico para poder tomar decisiones, entre algunas de sus respuesta están “dos pares de lados iguales no significa que sean paralelos”, “porque que dos pares de lados de un cuadrilátero sean iguales no quiere decir que los lados opuestos sean paralelos ”, “dos pares de lados son iguales pero no necesariamente son los lados opuestos y en un poli los lados que son congruentes o iguales son los opuestos, aunque en algunos todos los lados son iguales ” Finalmente se concluye que el nombre que en geometría se le ha asignado a un poli es paralelogramo.

El desarrollo de estas actividades propició la discusión e interacción entre los estudiantes, permitiendo un avance no únicamente en la conceptualización propia del poli sino en el desarrollo del razonamiento. Cada que avanzaban en la actividad los estudiantes pulían o refinaban su definición de poli, al igual que sus características y propiedades, para las cuales inicialmente dependían mucho del dibujo pero poco a poco pudieron desligarse de esta representación gráfica para realizar abstracciones de manera empírica llegando a activar un razonamiento tipo tres de Van Hiele.

4.2.4 Taller N° 3: clasificando los paralelogramos

Este taller tiene como propósito que los estudiantes reconozcan la clasificación de los paralelogramos en rectángulos, rombos, cuadrados y romboides además de las relaciones de inclusión entre ellos.

En el primer punto del taller se presentó a cada equipo de trabajo la representación grafica de diferentes paralelogramos, algunos de ellos en su forma convencional o prototipo, los estudiantes debían escribir el nombre de aquellas

figuras que reconocen la mayoría de los equipos no tuvo inconvenientes en asignar los nombres a las figuras que frecuentemente trabajan en las clases como cuadrado, rectángulo y rombo, sobre todo en el caso de presentarse la figura en forma estereotipada, ninguno incluyó al cuadrado en la familia de rectángulos y solo el 16% de los estudiantes identificaron los romboides, mientras otro 16% los nombró como trapecios, al indagar el porqué le habían asignado ese nombre ninguno de los integrantes del equipo supo justificar, lo cual indica que estos estudiantes no tiene clara la definición ni la identificación visual de trapecio, por otra parte fue común que los diferentes equipos emplearan el nombre de paralelogramo a aquellas figuras que no reconocían, siendo recursivos ya que todas eran ejemplos de paralelogramos.

Luego los estudiantes debían colorear de color amarillo los paralelogramos que tienen los cuatro ángulos rectos (90°), es decir los rectángulos, de rojo aquellos que tienen los cuatro lados congruentes y de azul los que tienen lados y ángulos consecutivos de diferente medida, los estudiantes emplearon regla y transportador para verificar la medida de los lados y de los ángulos. El 100% de los estudiantes realizó esta actividad sin inconvenientes y en forma adecuada, identificando elementos invariantes en cada tipo de paralelogramo y posibles relaciones de inclusión según el o los colores empleados en cada figura.

En cuanto a la pregunta, ¿algún paralelogramo quedo pintado con más de un color? el 100% de los estudiantes respondieron que si , en el caso del cuadrado quedo pintado de amarillo y rojo, debido a que cumple ambas condiciones ángulos rectos y lados congruentes, fácilmente concluyeron que entonces el cuadrado es rectángulo y rombo a la vez.

Luego de que los estudiantes realizaran el ejercicio de reconocimiento de los elementos invariantes en cada tipo de paralelogramo, ángulos rectos, lados

congruentes, lados y ángulos consecutivos de diferente medida, se les indico el nombre correspondiente para cada conjunto de paralelogramos, es evidente que los romboides son con los que menos se encuentran familiarizados. Luego los estudiantes debían completar un diagrama escribiendo el nombre correspondiente a cada conjunto, respetando las convenciones de color de los numerales anteriores y dibujando dentro de cada sector un ejemplo del paralelogramo correspondiente, este ejercicio fue realizado por los estudiantes sin inconvenientes, se evidencia que los estudiantes ya incluyen al cuadrado dentro del conjunto de los rectángulos y de los rombos, a continuación se muestra el diagrama completado por uno de los equipos:

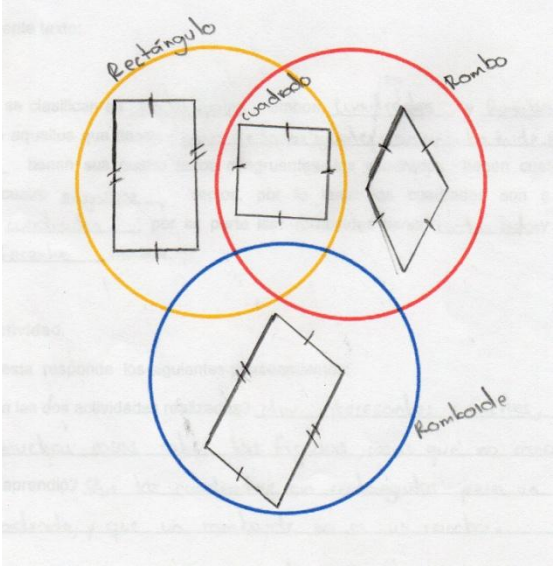


Figura 4.23 Muestra de la solución del numeral 4 del taller 3

Fuente: Elaboración propia.

El siguiente ejercicio que los estudiantes realizaron en esta actividad consistió en determinar el valor de verdad de algunas proposiciones justificando el porqué de su elección, lo cual permite evaluar la apropiación del contenido

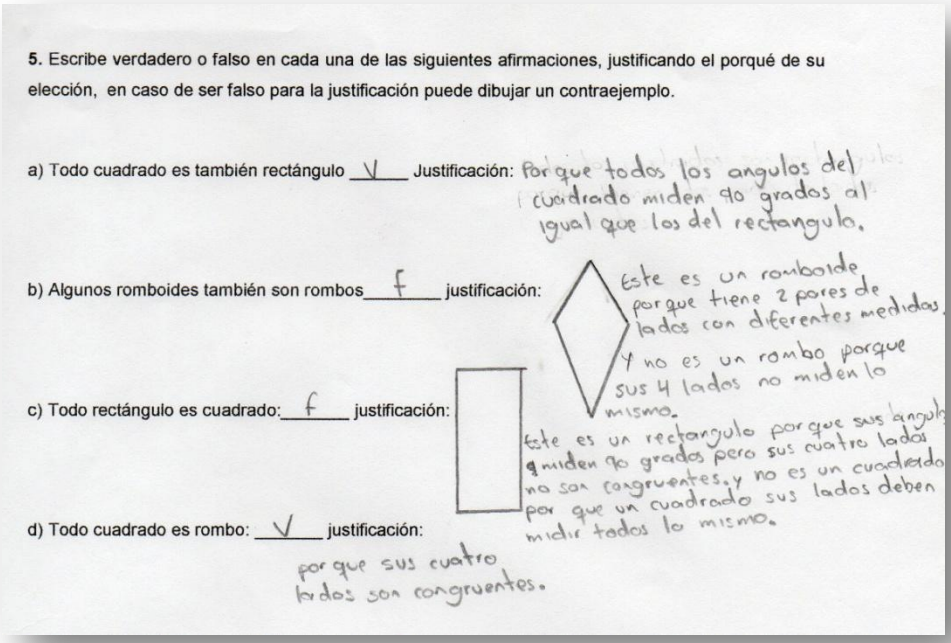
estudiado hasta el momento, en el siguiente cuadro se resume los resultados obtenidos:

Tabla 4-5 Respuestas al numeral 5 del taller N° 3

Proposición	Responden correctamente	Justifican adecuadamente
Todo cuadrado es también rectángulo	100%	100%
Algunos romboides también son rombos	100%	75%
Todo rectángulo es cuadrado	88%	88%
Todo cuadrado es rombo	100%	100%

Fuente: Elaboración propia.

En cuanto a la primera proposición los ocho equipos acertaron en responder verdadero sus justificaciones se centraron en el hecho de que en ambos tiene todos sus ángulos miden 90°, en la segunda proposición aunque el 100% de los estudiantes respondió adecuadamente uno de los ocho equipos no argumenta su respuesta y otro equipo aunque en la redacción de su justificación se acercan bastante a aun buena explicación de su elección lo hacen partiendo del dibujo de un contraejemplo indicando que es un romboide cuando realmente no lo es (ver figura 4.24) esto indica que no tiene en su estructura cognitiva asociada correctamente la representación gráfica de un romboide.



5. Escribe verdadero o falso en cada una de las siguientes afirmaciones, justificando el porqué de su elección, en caso de ser falso para la justificación puede dibujar un contraejemplo.

a) Todo cuadrado es también rectángulo __V__ Justificación: Porque todos los angulos del cuadrado miden 90 grados al igual que los del rectangulo.

b) Algunos romboides también son rombos __f__ justificación: Este es un romboide porque tiene 2 pares de lados con diferentes medidas. Y no es un rombo porque sus 4 lados no miden lo mismo.

c) Todo rectángulo es cuadrado: __f__ justificación: Este es un rectangulo porque sus angulos miden 90 grados pero sus cuatro lados no son congruentes. y no es un cuadrado por que un cuadrado sus lados deben midir todos lo mismo.

d) Todo cuadrado es rombo: __V__ justificación: porque sus cuatro lados son congruentes.

Figura 4.24 Muestra de la solución del numeral 5 del taller 3

Fuente: Elaboración propia.

En el caso de la tercera proposición el 88% de los estudiantes respondió en forma adecuada y sus justificaciones se basaron en que el rectángulo no necesariamente tiene los cuatro lados congruentes, mientras uno de los ocho equipos indicó que la proposición era verdadera justificando que todos cumplen con ángulos de 90° (ver figura 4.26) esto evidencia una confusión entre el concepto de cuadrado y rectángulo, solo están teniendo en cuenta el criterio de ángulos rectos, dejando de lado la congruencia de los lados en el cuadrado.

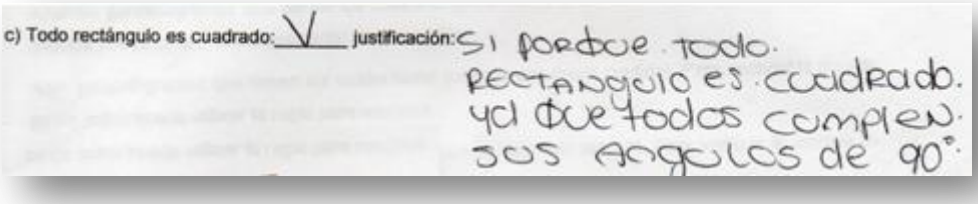
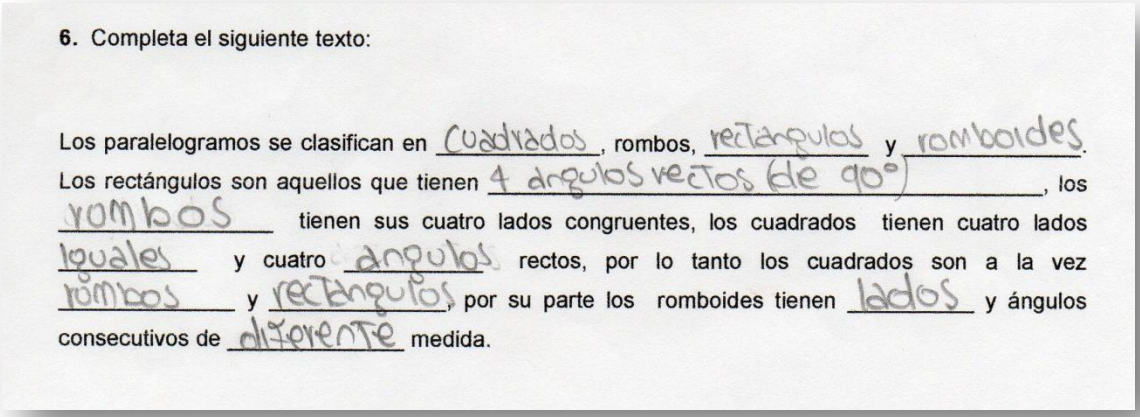

c) Todo rectángulo es cuadrado: V justificación: Si porque todo rectangulo es cuadrado. ya que todos cumplen sus angulos de 90°.

Figura 4.25 Muestra de respuesta de la proposición c del numeral 5 del taller 3

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente en la cuarta proposición todos los equipos respondieron correctamente y sus justificaciones se basaron en que el cuadrado tiene los cuatro lados congruentes al igual que el rombo, lo cual es adecuado.

Luego de socializar las respuestas y realizar las respectivas aclaraciones los estudiantes debían completar un texto sobre la clasificación de los paralelogramos, los estudiantes realizaron esta actividad de forma fácil y acertada, a continuación se muestra un ejemplo:


6. Completa el siguiente texto:

Los paralelogramos se clasifican en Cuadrados, rombos, rectangulos y romboides. Los rectángulos son aquellos que tienen 4 angulos rectos (de 90°), los rombos tienen sus cuatro lados congruentes, los cuadrados tienen cuatro lados iguales y cuatro angulos rectos, por lo tanto los cuadrados son a la vez rombos y rectangulos, por su parte los romboides tienen lados y ángulos consecutivos de diferente medida.

Figura 4.26 Muestra de respuesta al numeral 6 del taller 3

Fuente: Elaboración propia.

4.2.5 Prueba final

La prueba final (ver anexo E) fue aplicada de forma individual a los 30 estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Finca la Mesa que participaron en el trabajo de campo, esta constó de 9 preguntas entre las cuales se encuentran preguntas de selección múltiple relacionadas con los niveles 1 y 2 del modelo Van Hiele (preguntas 1 a 5) y preguntas abiertas de acuerdo con los niveles 2 y 3 del modelo Van Hiele (preguntas 6 a 9). En el siguiente cuadro se resume los resultados obtenidos en las preguntas de selección múltiple.

Tabla 4-6 Resultados de las respuestas 1 a 5 de la prueba final

Pregunta	Intencionalidad	Respondieron acertadamente	No respondieron acertadamente
1	Identificación visual de un rectángulo	100%	0%
2	Reconocimiento de las características de un rombo.	96%	4%
3	Identificar que la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es igual a 360°	100%	0%
4	Clasificación de cuadriláteros.	93%	7%
5	Reconocimiento de las características de los cuadriláteros no conexos	90%	10%

Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo con los resultados obtenidos puede apreciarse que los estudiantes reestructuraron la información que tenían en su estructura cognitiva sobre los cuadriláteros, la mayoría reconocen la clasificación de los cuadriláteros estudiados sin depender de formas prototipo y realizan relaciones de inclusión

entre ellos como en el caso del cuadrado es rectángulo y rombo a la vez, además identifican sus características y propiedades.

En cuanto a las preguntas 6 a 9 que fueron abiertas, a continuación se presenta un análisis de cada una.

En la pregunta 6 los estudiantes debían determinar el tipo de cuadrilátero que se forma al unir 4 puntos ubicados sobre una cuadricula, el 20% de los estudiantes manifestó que se trata de un rombo basándose en la congruencia de los lados y el 80% que se forma un cuadrado justificando su decisión en la medida de los lados y ángulos, entre estos el 58% indican que también es un rombo y un 8% que además es rectángulo lo cual evidencia que tienen clara la relación de inclusión entre estos cuadriláteros y que son capaces de establecer condiciones necesarias y suficientes para caracterizar a una figura. A continuación se muestra la respuesta de dos estudiantes.

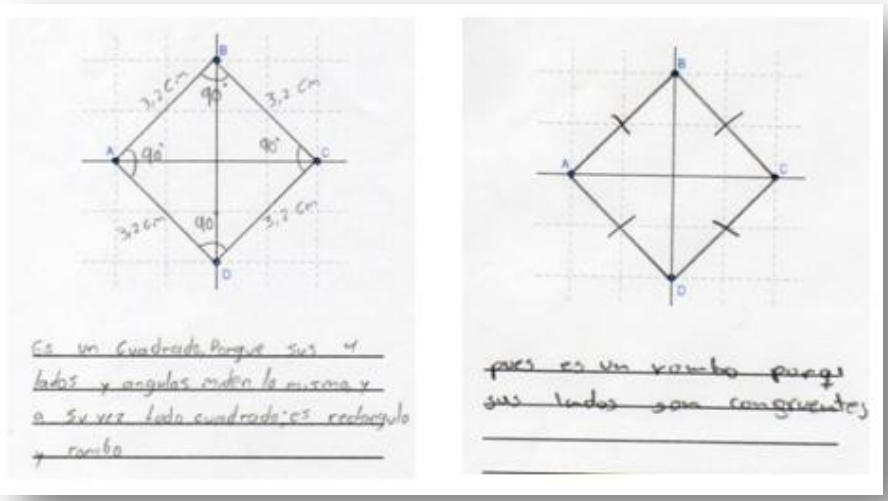


Figura 4.27 Muestra de respuestas a la pregunta 6 de la pruebe final

Fuente: Elaboración propia.

Pregunta número 7: “En un juego de adivinanzas Mario le plantea la siguiente situación a Carolina: “Adivina adivinador: ¿qué polígono tiene cuatro lados, cuatro ángulos rectos y lados opuestos de igual medida?” Si Carolina acertó la adivinanza, entonces respondió: (justifique)”.

En las respuestas a esta pregunta el 30% mencionó que se trata de un rectángulo, el 10% indica que es un cuadrado y el 60% de los estudiantes considero las dos opciones cuadrado y rectángulo, justificando en cada caso de forma acertada su respuesta, a continuación se muestran algunas de ellas.

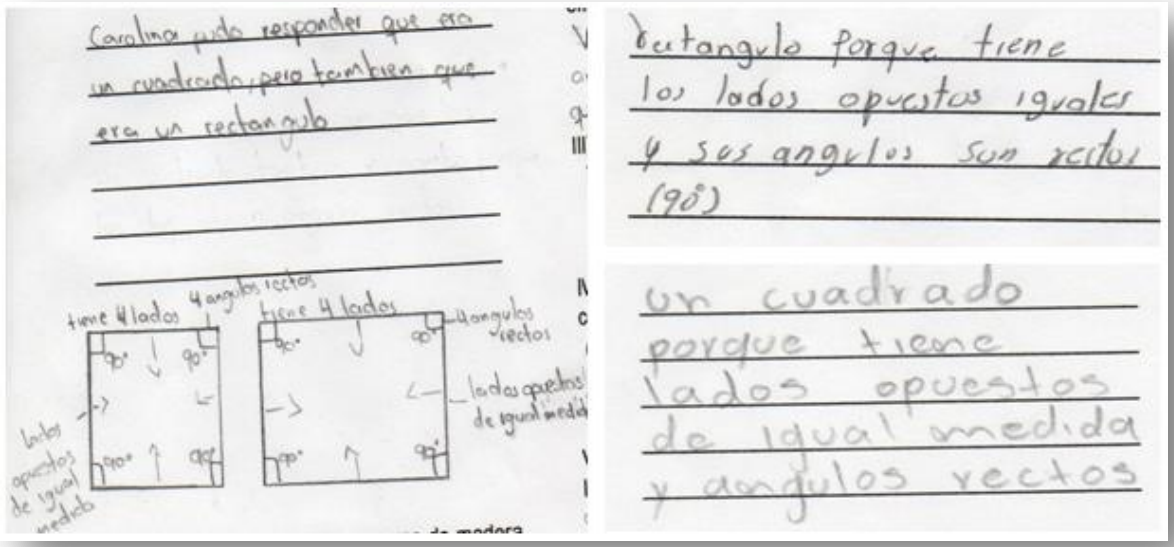


Figura 4.28 Muestra de respuestas a la pregunta 7 de la pruebe final

Fuente: Elaboración propia.

En la pregunta número 8 (ver figura 4.29) el 100% de los estudiantes seleccionó en forma correcta que con el paquete numero III se puede armar el marco deseado, lo cual nos indica que los estudiantes identifican propiedades esenciales de los paralelogramos como tener dos pares de lados opuestos

congruentes, sin embargo dentro de las justificaciones dadas el 10% de los estudiantes no argumentan sus respuestas bajo un criterio geométrico claro que evidencie la apropiación conceptual, y no solo gráfica, de este cuadrilátero, estas respuestas fueron: "*el número 3 porque tiene los palos más adecuados para formar o hacer el marco", "el 3 por que con estos palos se puede hacer el paralelogramo ", "la tercera porque al unirlos se arma el marco de David"*

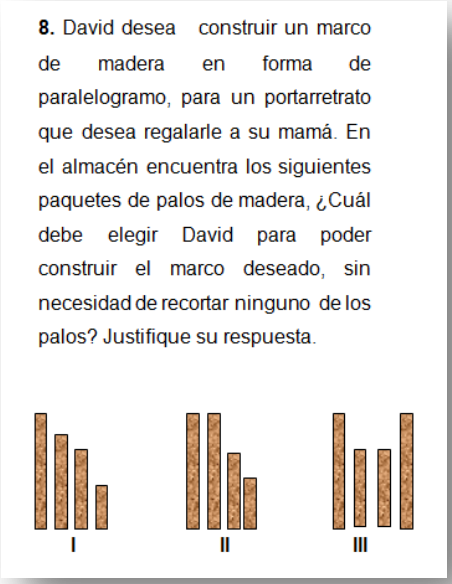

8. David desea construir un marco de madera en forma de paralelogramo, para un portarretrato que desea regalarle a su mamá. En el almacén encuentra los siguientes paquetes de palos de madera, ¿Cuál debe elegir David para poder construir el marco deseado, sin necesidad de recortar ninguno de los palos? Justifique su respuesta.

Figura 4.29 Pregunta 8 de la pruebe final

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente la pregunta número 9 contiene 5 afirmaciones para las cuales los estudiantes deben determinar su valor de verdad.

La primera proposición fue respondida correctamente por el 100% de los estudiantes, de estos el 90% emplean ejemplos y contraejemplos en sus justificaciones, algunos mencionan que solo en el caso de los cuadrados y

rombos se cumple que la diagonal biseca los ángulos interiores y el otro 10% no justificó su elección. A continuación se muestra la respuesta de un estudiante.

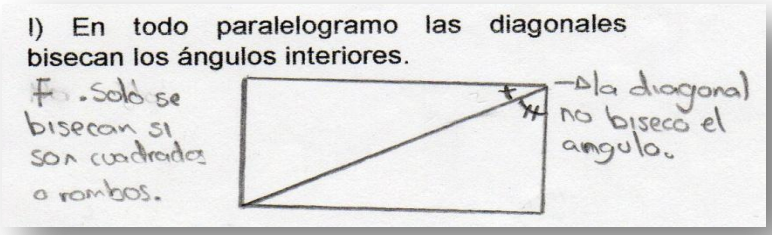
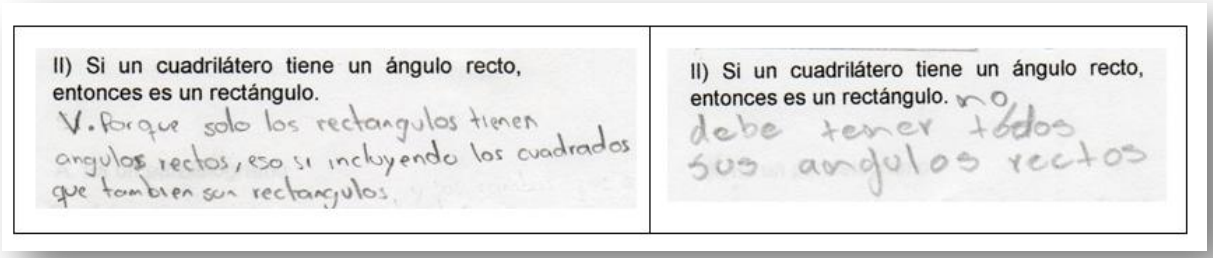


Figura 4.30 Muestra la respuesta de la pregunta 9 (I) de la prueba final

Fuente: Elaboración propia.

En la segunda proposición el 90% de los estudiantes respondió acertadamente y emplearon en sus justificaciones contraejemplos, y el hecho de que para ser rectángulo un cuadrilátero debe tener los cuatro ángulos rectos, del 10% de los estudiantes que respondió de forma incorrecta solo uno justificó su respuesta indicando “verdadero porque solo los rectángulos tienen ángulos rectos eso si incluyendo los cuadrados que también son rectángulos” de acuerdo con la justificación presentada puede inferirse que el estudiante no tiene en cuenta para su elección en hecho de que en el enunciado menciona un ángulo recto, lo cual no garantiza que los cuatro ángulos lo sean. A continuación se muestra la respuesta de dos estudiantes.



II) Si un cuadrilátero tiene un ángulo recto, entonces es un rectángulo. V. Porque solo los rectangulos tienen angulos rectos, eso si incluyendo los cuadrados que tambien son rectangulos.	II) Si un cuadrilátero tiene un ángulo recto, entonces es un rectángulo. no debe tener todos sus angulos rectos

Figura 4.31 Muestra de respuestas a la pregunta 9 (II) de la prueba final

Fuente: Elaboración propia.

Por otra parte el 100% de los estudiantes respondió correctamente la tercera proposición “todo cuadrado es rombo” solo un estudiante no justificó su respuesta, los demás argumentaron la congruencia de los lados, lo cual evidencia que los estudiantes tiene clara la relación entre cuadrado y rombo.

En la cuarta proposición “las diagonales de todo paralelogramo son congruentes”, aunque el 100% de los estudiantes responde que es falsa, lo cual es acertado solo tres estudiantes justifican su repuesta en forma adecuada empleando contraejemplos claros y argumentos geométricos, mientras que los demás realizan gráficos que no corresponden a paralelogramos o escriben comentarios como: “no porque todos no tienen la misma medida”, “pueden ser diferentes”, “no siempre”, “pueden variar su tamaño” entre otras, es decir no saben justificar el porqué de su elección.

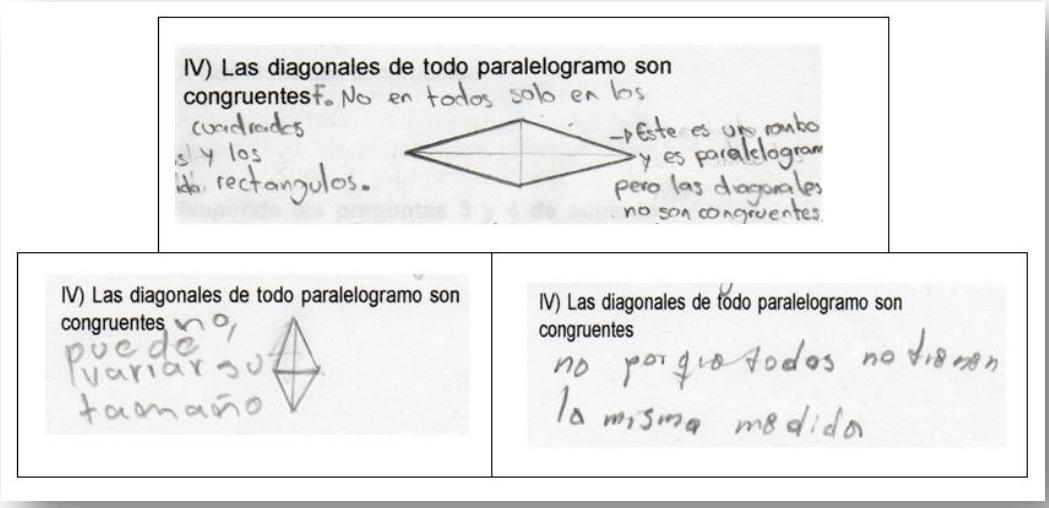


Figura 4.32 Muestra de respuestas al numeral 9 de la prueba final

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente en la quinta proposición “todo cuadrilátero tiene mínimo un par de lados opuestos paralelos” el 97% de los estudiantes respondió de forma correcta de nuevo entre sus justificación emplearon ejemplos y contraejemplos.

5. Conclusiones y Recomendaciones

5.1 Conclusiones

La prueba diagnóstica permitió identificar los saberes previos que tenían los estudiantes del grado octavo de la institución educativa Finca la Mesa sobre los polígonos los cuales fueron decisivos para el diseño de la propuesta metodológica a través del reconocimiento de invariantes aplicando el modelo Van Hiele. Entre las principales concepciones de los estudiantes se encontró que identifican ángulos agudos, reconocen varios cuadriláteros como cuadrados, rectángulos y rombos aunque no realizan relaciones de inclusión entre ellos, el reconocimiento es más de tipo visual sobre todo cuando se presentan en la forma prototipo, tampoco los clasifican dentro del grupo de los paralelogramos y de estos últimos no evidencian dominio del concepto, características y propiedades, por otra parte aunque saben cuando un triángulo es equilátero o isósceles no reconocen que todo triángulo equilátero también es isósceles, además no identifican la suma de los ángulos internos de cuadriláteros y triángulos, es decir los estudiantes no demuestran dominio conceptual de la temática.

A partir de la observación del trabajo y los avances realizados por los estudiantes se logra validar la propuesta metodológica aplicada en el aula de clase, pues se vislumbra en los educandos del grado octavo de la institución Educativa Finca la Mesa una apropiación de los conceptos abordados en la propuesta, ya no dependen de formas prototipo para identificar los tipos de cuadriláteros, establecen relaciones de inclusión entre ellos en particular el hecho de incluir los cuadrados en el grupo de rectángulos y rombos, se nota además un mejor dominio del lenguaje geométrico empleando adecuadamente términos

como cóncavo, convexo, congruente, bisecar, ángulos opuestos entre otros, además se evidencia justificaciones más apropiadas de sus respuestas para las cuales ahora emplean argumentos teóricos y no solo tipo visual, también plantean ejemplos y contraejemplos para analizar la veracidad de enunciados y proposiciones.

La enseñanza de los polígonos, que en el caso de este trabajo se ejemplificó a partir de los cuadriláteros, mediante el reconocimiento de invariantes por parte del alumno y teniendo en cuenta el modelo Van Hiele para el diseño de las diferentes actividades propuestas, no sólo permite superar dificultad es asociadas al dominio conceptual sino que además son una forma se diversificar y dinamizar el trabajo de clase, permitiendo al alumno ser protagonista de su aprendizaje al explorar por su propia cuenta relaciones, características y propiedades de los cuadriláteros al tiempo que puede ir realizando conjeturas al respecto, obteniendo mejores resultados desde la apropiación conceptual y favoreciendo un aprendizaje significativo de los contenidos. Esto debido a que las actividades se planean y desarrollan con intencionalidades muy exactas.

La aplicación de esta propuesta logra romper paradigmas; superando las bondades de la enseñanza tradicional de la geometría. Con este tipo de intervenciones en las cuales se privilegia el reconocimiento de invariantes y se recurre al modelo Van Hiele se consiguen desarrollar procesos y apropiaciones conceptuales, movilizando el pensamiento geométrico, aspectos que en lo tradicional no se alcanzan a evidenciar, llegando a obtener resultados promisorios con respecto a los niveles 4 y 5 del mencionado modelo.

5.2 Recomendaciones

La propuesta metodológica que se presentó en este trabajo final y que se ejemplificó para el caso de los cuadriláteros puede aplicarse, mediante el diseño

de actividades similares a las expuestas para el estudio de otros objetos matemáticos.

Las diferentes actividades de la propuesta metodológica, pueden ser replanteadas, de tal manera que aporten, aún más, al desarrollo del pensamiento espacial de los estudiantes.

El reconocimiento de invariantes es un proceso para la enseñanza de la geometría que se recomienda aplicar los diferentes niveles de escolaridad.

Se recomienda capacitar a los docentes de matemáticas en la implementación metodologías donde se aplique el modelo Van Hiele para la enseñanza de la geometría, con las cuales se puede mejorar el currículo escolar.

Los planes de área deben ser pensados bajo metodologías como la expuesta en este trabajo, favoreciendo actividades constructivistas y por descubrimiento, para que realmente el estudiante aprenda geometría.

Referencias

Baldor, A. (1989). *Geometría y trigonometría*. México: Publicaciones Cultural.

Clemens, S., O'Daffer, P. y Cooney, T. (1998). *Geometría.* México: Addison-Wesley Iberoamericana.

Clements, D. H. y Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. En Camargo Uribe, L. (2011). El legado de Piaget a la didáctica de la geometría. *Revista Colombiana de Educación,* (60). 41-60.

Colombia. Ministerio de Educación Nacional (1998). *Matemáticas. Lineamientos Curriculares*. Bogotá, D.C.: Cooperativa Magisterio.

Echeverry Páez, A. (2013). *Influencia del uso de cabri geometry II® en el proceso de enseñanza-aprendizaje de conceptos básicos de geometría*. Tesis (Maestría). Universidad Nacional, Medellín, Colombia. Recuperado el 8 de febrero de 2015, de http://www.bdigital.unal.edu.co/10579/1/8411006.2013.pdf

González, F. (2005). Algunas cuestiones básicas acerca de la enseñanza de conceptos matemáticos. *Revista Fundamentos en Humanidades, VI*(11), 37-80.

Hershkowitz, R., Vinner, M. y Bruckeimer, S. (1987). Activities with teachers based on cognitive research. En Samper de Caicedo, C., Camargo Uribe, L. y Leguizamón de Bernal, C. (2003). *Tareas que promueven el razonamiento en*

el aula a través de la geometría. (pp. 66-67). Colección: Cuadernos de Matemática Educativa. N° 6. ASOCOLME. Bogotá: Grupo Editorial Gaia.

Jaime, A. y Gutiérrez A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: el modelo de van Hiele. En Linares, S. y Sánchez, M. v. (Eds.). *Teoría y práctica en educación matemática* (pp. 295.384. Recuperado el 15 de marzo de 2016, de www.uv.gutierrez/archivos1/textospdd/JaiGut90.pdf

Jaime, A., Chapa, F., y Gutiérrez, A. (1992). Definiciones de triángulos y cuadriláteros: errores e inconsistencias en libros de texto de E.G.B. *Épsilon*, (23), 49-62.

Lastra Torres, S. (2005). *Propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la geometría, aplicada en las escuelas críticas*. Tesis (Maestría). Recuperado el 2 de marzo de 2016, de http://www.tesis.uchile.cl/tesis/uchile/2005/lastra_s/sources/lastra_s.pdf

Londoño Santamaría, J. R. (2007). *Geometría euclidiana*. Medellín: Universidad de Antioquia.

Maguiña Rojas, A. T. (2013). *Una propuesta didáctica para la enseñanza de los cuadriláteros basada en el modelo de Van Hiele.* Recuperado el 25 de febrero de 2016, de http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/158.pdf

Morales Chávez, C. A. y Majé Floriano, R. (2011). *Competencia matemática y desarrollo del pensamiento espacial. Una aproximación desde la enseñanza de los cuadriláteros*. Tesis (Maestría en Ciencias de la Educación). Florencia, Colombia.

Moreira, M. A. (2000). *Aprendizaje significativo: teoría y práctica.* Madrid: Visor.

Ramírez Chaparro, R. (2011). *Construcción de polígonos regulares*. Tesis (Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales). Universidad Nacional de Colombia, Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Facultad de Ciencias. San Andrés, Isla, Colombia. Recuperado el 10 de febrero de 2015, de http://www.bdigital.unal.edu.co /7581/3/rese%C3%B1a.pdf

Samper, C., Camargo, L., y Leguizamón, C. (2003). *Tareas que promueven el razonamiento en el aula a través de la geometría.* Colección: Cuadernos de Matemática Educativa. N° 6. ASOCOLME. Bogotá: Gaia.

Anexos

ANEXO A. PRUEBA DIAGNÓSTICA

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA FINCA LA MESA Establecimiento de carácter oficial según Resolución Departamental 16187 de noviembre 27 de 2002 **NIT** 811039274-2 **DANE** 10500102396501
	PRUEBA DIAGNÓSTICA **GEOMETRÍA GRADO OCTAVO** ***DOCENTE: MARÍA CRISTINA RUIZ PUERTA***

TEMA: POLÍGONOS

Objetivo:

- Reconocer las características generales de algunos polígonos.

NOMBRE: _____ ***GRUPO:***_____

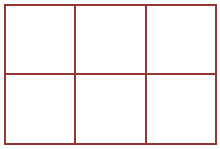
La siguiente prueba está compuesta por preguntas de selección múltiple con única respuesta, es decir, un enunciado y cuatro opciones de respuesta de las cuales solo una es correcta, por lo tanto, debes rellenar solo una cuadricula por cada pregunta en la tabla de respuestas que aparece al final de la prueba.

Tengan cuenta:

- Si necesita realizar operaciones que sustenten sus respuestas, utilice una hoja adicional, y entréguela al final de la prueba.
- No se admiten tachones ni enmendaduras, utilice solo lápiz para responder este examen.
- Dispone de un tiempo máximo de una hora de clase para responder el examen.

- Recuerde leer muy bien cada pregunta antes de responderla.

Responde las preguntas 1 y 2 de acuerdo con la siguiente figura.



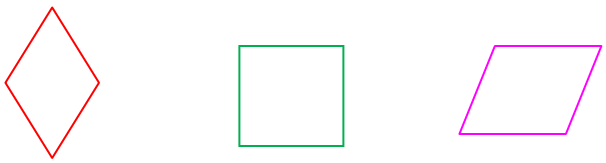
1. El número total de cuadrados que hay en la figura es de:

A. 6 B.7 C. 8 D. 9

2. El número total de rectángulos que hay en la figura es de:

A. 10 B. 18 C. 9 D.20

3. Cuáles de las siguientes figuras son rombos:



I II III

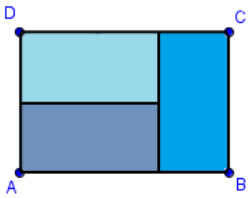
A. Solo la figura I

B. Solo las figuras II y III

C. Solo las figuras I y III

D. Todas son rombos

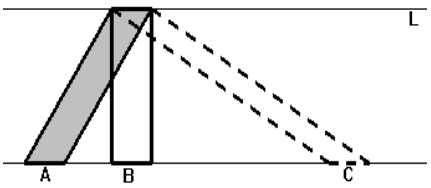
4. Con 3 rectángulos congruentes se formó un rectángulo más grande, como el que se muestra en la figura. Si la longitud BC = 2cm, ¿Cuál es la longitud de AB?



A. 2,5cm B.3cm

C.3,5cm D. 4cm

5. Las figuras A, B, y C son paralelogramos cuyas bases son paralelas a la recta L. Teniendo en cuenta que el área de un paralelogramo puede calcularse mediante el producto entre la base y la altura, es decir $A = base \times altura$.l Con respecto a sus áreas podemos afirmar que:



A. El área de A es mayor que la de C

B. El área de B es menor que la de C

C. El área de A es mayor que la de B

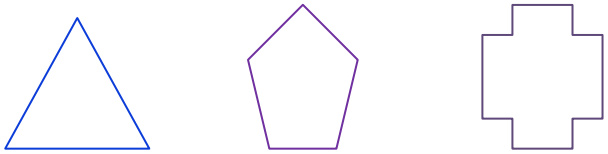
D. Las áreas de las tres figuras son iguales

6. En un trapecio isósceles las bases miden 8cm y 5cm, y su perímetro es de 21cm, por lo tanto los otros dos lados miden

A. 5cm y 3cm B. 4cm y 4cm

C. 6cm y 2cm D. 8cm y 8cm

Responde las preguntas 7 y 8 de acuerdo con los siguientes polígonos



A B C

7. El polígono B Según el número de lados se llama

A. cuadrilátero B. heptágono

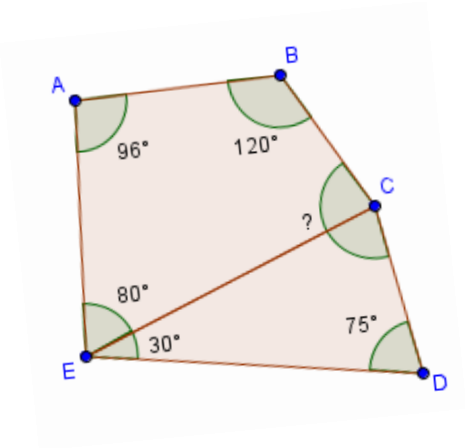
C. cincolatero D. pentágono

8. La figura que tiene todos sus ángulos agudos es

A. la figura B B. la figura A

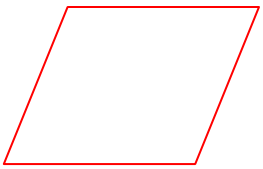
C. la figura C D. ninguna

9. La siguiente figura está conformada por un cuadrilátero y un triángulo, luego el valor del ángulo C es de



A. 129° B. 110° C. 139° D. 64°

10. De acuerdo con el polígono que se presenta a continuación, podemos realizar las siguientes afirmaciones excepto.



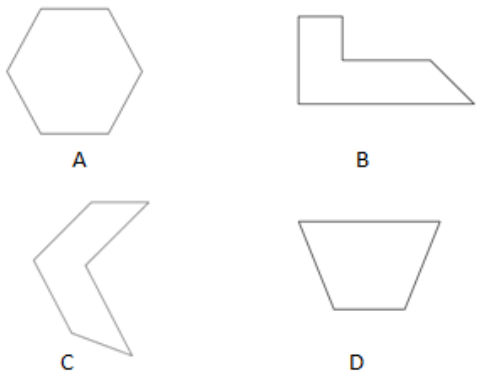
A. Es un paralelogramo

B. Es un cuadrilátero

C. Los ángulos opuestos son de igual medida

D.los numerales A, B y C no se pueden cumplir a la vez.

11. Daniela debe construir una figura que cumpla los siguientes requisitos: tiene exactamente dos pares de lados paralelos y es un hexágono. La figura que Daniela puede construir es:



12. Una profesora dibuja un triángulo en el tablero y de inmediato dos de sus alumnos realizan las siguientes afirmaciones:

Andrés dice: "*el triángulo es isósceles"*

Camila dice: "*los tres lados del triángulo son iguales"*

Entre las siguientes opciones la correcta es.

A. Si Andrés tiene la razón, entonces Camila también la tiene.

B. Si la afirmación de Camila es cierta, entonces la de Andrés es falsa

C. Si Camila tiene la razón, entonces Andrés también la tiene.

D. Si la afirmación de Andrés es falsa, entonces la de Camila es verdadera

ANEXO B. TALLER N° 1

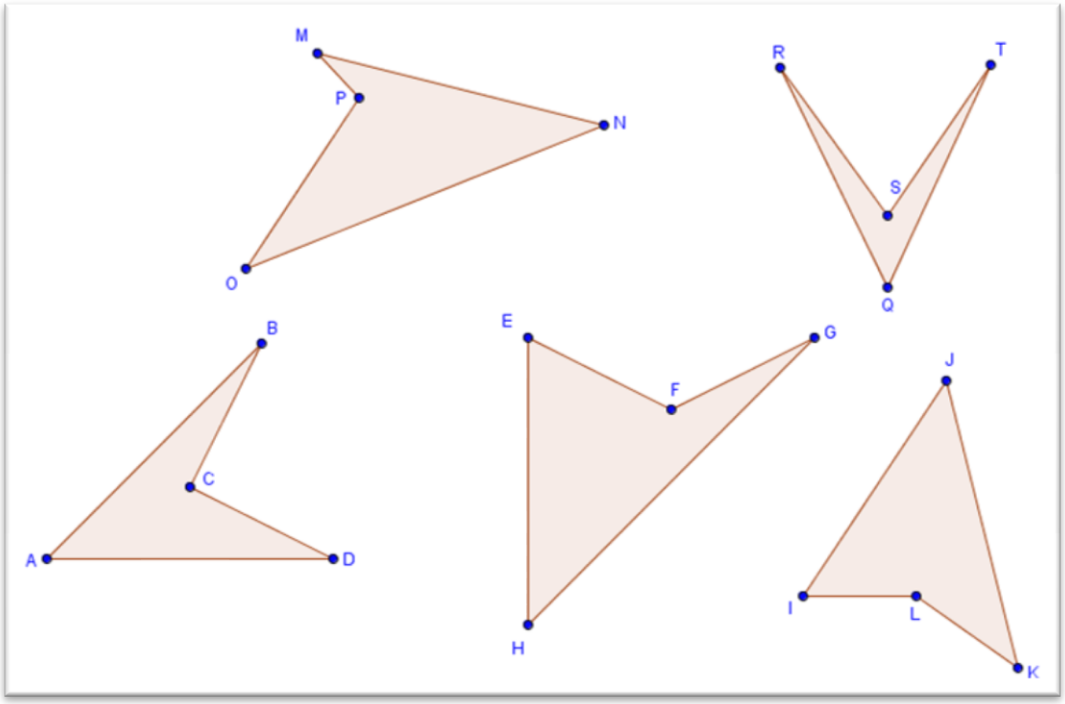
Introducción al mundo de los cuadriláteros

Los cuadriláteros son polígonos que tienen 4 lados, vamos a averiguar algunas características que tiene estos polígonos.

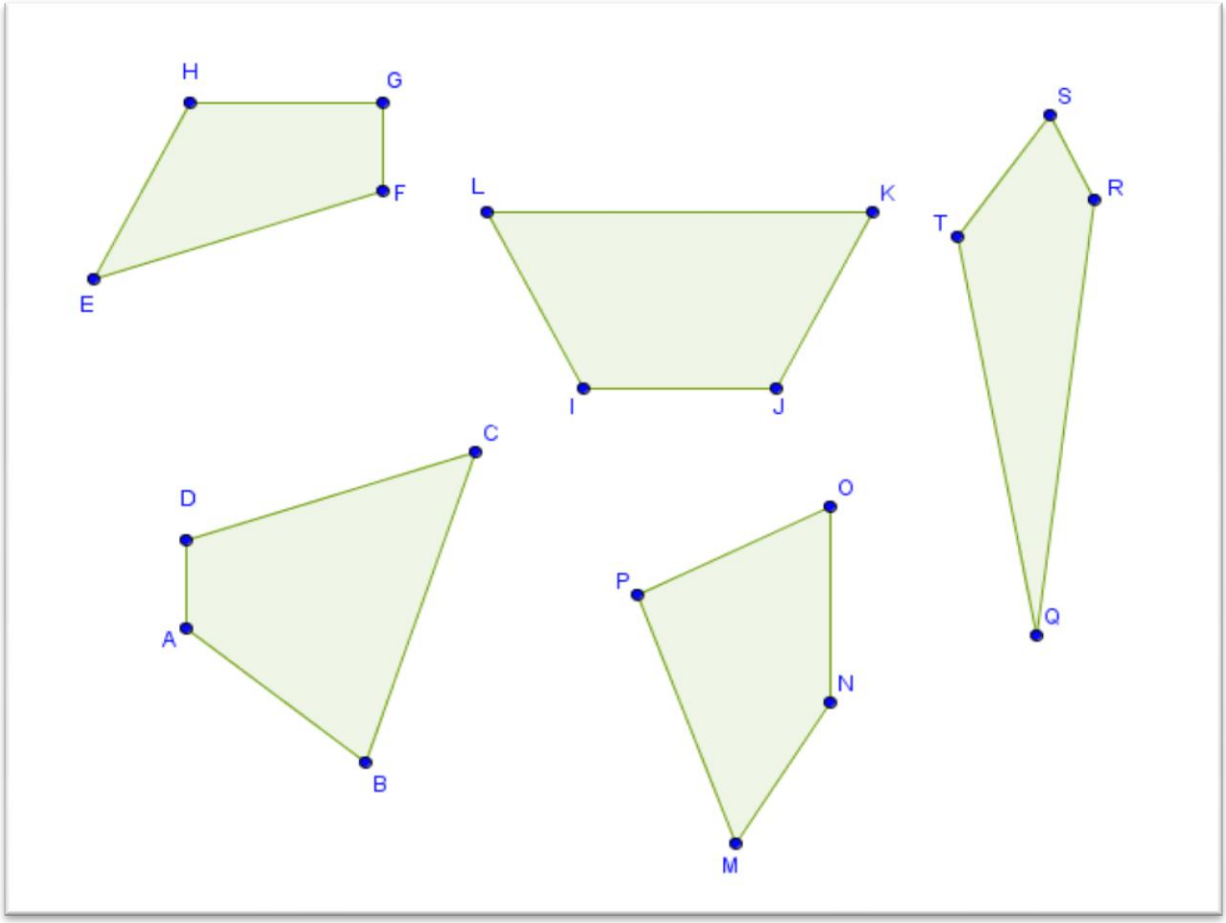
Actividad N° 1

1. En el equipo de trabajo observen los siguientes grupos de cuadriláteros y comenten sus características.

Grupo 1.



Grupo 2.



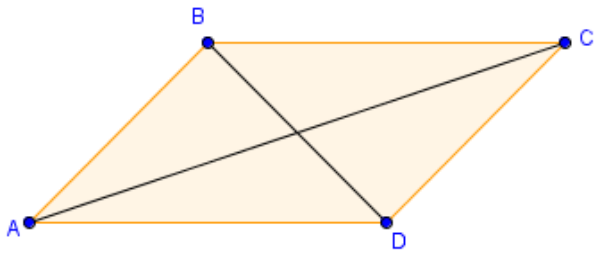
2. ¿Qué semejanzas encuentran entre los dos grupos de polígonos? _____

_____

3. ¿En qué se diferencia un grupo de polígonos del otro? _____

_____

Recordemos: Una diagonal de un polígono es un segmento que une dos vértices no consecutivos. Por ejemplo; en el siguiente polígono ABCD los segmentos $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ son sus diagonales.



4. Ahora traza las diagonales para cada polígono del grupo 1 y para cada polígono del grupo 2. Observen el lugar donde quedaron las diagonales en cada grupo. ¿Qué pueden concluir?

_____

_____

_____

A los cuadriláteros del grupo 1 se les llama cóncavos y se caracterizan porque una de sus diagonales es exterior a polígono, mientras que los cuadriláteros del grupo 2 se denominan convexos y se distinguen porque sus dos diagonales son interiores al polígono.

Además de las la condición de sus diagonales, ¿qué otras características en común tienen todos los cuadriláteros cóncavos? ¿Y todos los convexos? Por ejemplo comparemos cómo son sus ángulos interiores.

5. Con transportador mide los ángulos interiores de cada grupo de cuadriláteros y comparen las medidas obtenidas en el grupo de cuadriláteros cóncavos (grupo1) y en el grupo de cuadriláteros convexos ¿qué pueden concluir en cada grupo? _____

_____

En resumen:

Los cuadriláteros se clasifican en cóncavos y convexos.

- *Son cóncavos si una de sus diagonales es exterior al polígono y además se cumple que uno de sus ángulos interinos mide más de 180°*
- *Son convexos cuando todas sus diagonales son interiores al polígono y cada uno de sus ángulos internos miden menos de 180°*

Actividad N° 2

1. Empleando regla construye 8 cuadriláteros diferentes entre cóncavos y convexos

2. Utilizando el transportador mide todos los ángulos internos de los cuadriláteros que construiste y realiza la suma de estos ángulos para cada cuadrilátero. ¿Qué observas en los resultados obtenidos? Compare su trabajo con el de algunos de sus compañeros, ¿En qué se parecen? ¿En qué se diferencian?

Percepción de la actividad.

De manera muy honesta responde los siguientes planteamientos:

¿Cómo le parecieron las dos actividades realizadas? _____

_____

¿Qué cosas nuevas aprendió? _____

_____

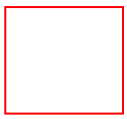
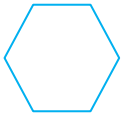
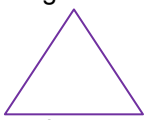
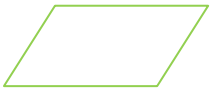
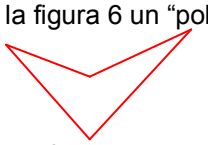
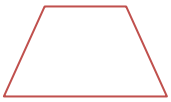
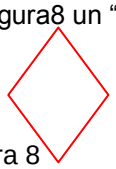
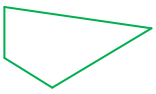
ANEXO C. TALLER N° 2

¿Qué es “poli”?

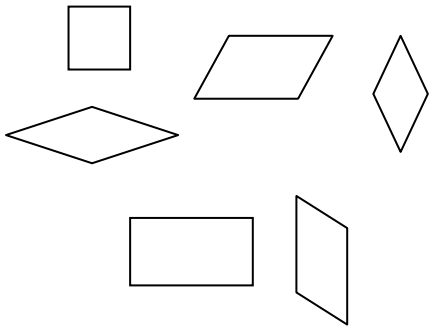
Objetivo: Identificar las características esenciales de un “poli”, a través del análisis e ejemplos y contraejemplos.

Actividad 1

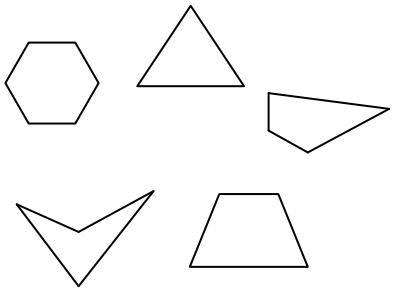
1. En los gráficos de la siguiente actividad, aquellos ángulos que parecen rectos lo son y los segmentos que parecen congruentes lo son.

Este es un ejemplo de un “poli”  Figura 1	¿Será la figura2 un “poli”?  Figura 2	La figura2 no es un “poli” ¿Será la figura3 un “poli”? Figura 3
La figura 3 es un “poli” ¿Será la figura 4 un “poli”?  Figura 4	La figura 4 no es un “poli” ¿Será la figura5 un “poli”?  Figura 5	La figura 5 es un “poli” ¿Será la figura 6 un “poli”?  Figura 6
La figura 6 no es un “poli” ¿Será la figura 7 un “poli”?  Figura 7	La figura 7 no es un “poli” ¿Será la figura8 un “poli”?  Figura 8	La figura 8 es un “poli” ¿Será la figura 9 un “poli”?  Figura 9
La figura 9 no es un “poli” ¿Será la figura 10 un “poli”? Figura 10	La figura 10 es un “poli” ¿Será la figura11 un “poli”? Figura 11	La figura 11 es un “poli” ¿Qué es un “poli”?

2. Reunamos todas las figuras del cuadro anterior que son o no ejemplos de “polis”



Son “Polis”



No son “Polis”

Analiza y escribe todas las características comunes de los “polis”. Defina “poli”

_____

_____

3. Las figuras 1, 2, 3 y 4 son ejemplos de polis.

a) Observe la figura números 1 y marque con una X de color amarillo las características que cumple de las enunciadas en la tabla, luego observe la figura 2 y marque con una X de color rojo las características que cumple, continúe con la figura 3 empleando color azul y por últimos con la figura 4 para la cual empleará color negro.

Figura 1

Figura 2

Figura 3

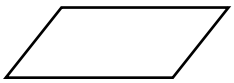


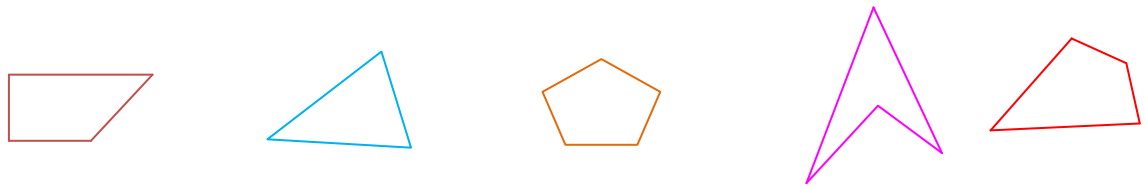
Figura 4

Característica	
Es polígono regular	
Las diagonales son bisectrices de los ángulos	
Es polígono convexo	
Tiene sus ángulos opuestos congruentes	
Las diagonales son eje de simetría	
Sus lados opuestos son congruentes	
Las diagonales son congruentes	
Es un cuadrilátero	
Todos sus lados son congruentes	
Las diagonales se bisecan entre sí	
Tiene ángulos rectos	
Las rectas que contiene a sus diagonales son perpendiculares.	

b) Las características que fueron marcadas con los 4 colores, se cumplen en todo poli, luego ¿cuál es la definición de poli? _____

_____

c) Las figuras que se dan a continuación **no** son ejemplos de polis. Explique ¿por qué?



_____

_____

d) Un poli es un “cuadrilátero con ambos pares de lados opuestos paralelos” compara esta definición con la que propuso en el numeral b, ¿la condición dada cumple con la definición que usted propuso? Explique. _____

_____

_____

e) Explique porque la siguiente definición no corresponde a la de un poli: “cuadrilátero con dos pares de lados congruentes” _____

_____

Percepción de la actividad.

De manera muy honesta responde los siguientes planteamientos:

¿Cómo le parecieron las dos actividades realizadas? _____

_____

¿Qué cosas nuevas aprendió? _____

_____

ANEXO D. TALLER N° 3

Clasificando los paralelogramos

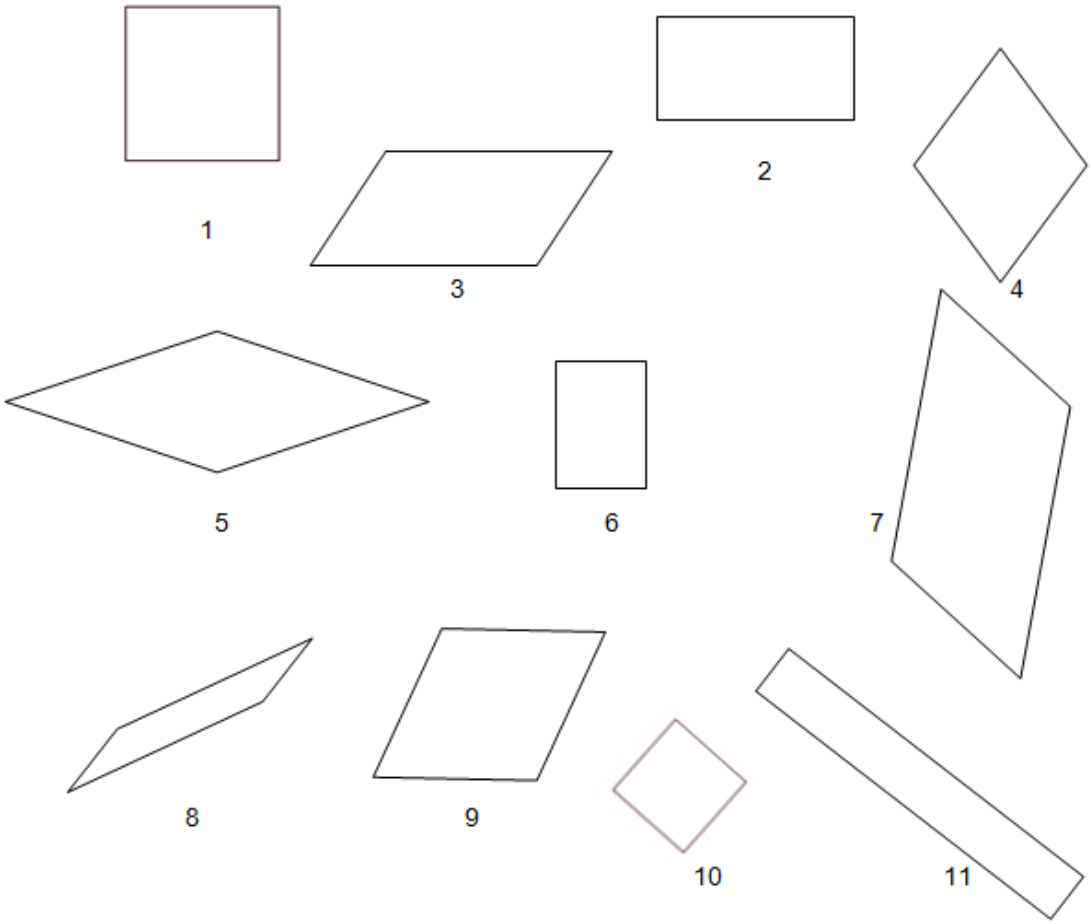
Recordemos: Un paralelogramo es un cuadrilátero con dos pares de lados opuestos paralelos

1. Las siguientes figuras corresponden a paralelogramos escribe en la figura el nombre de aquellas reconozcas, luego colorea cada cuadrilátero con el color que le corresponda de acuerdo a la siguiente convención:

Amarillo: paralelogramos que tienen los cuatro ángulos rectos (90°). Para verificar la medida de los ángulos puede utilizar el transportador para medirlos.

Rojo: paralelogramos que tienen los cuatro lados congruentes (igual medida). Para verificar la medida de los lados puede utilizar la regla para medirlos.

Azul: paralelogramos que tienen lados consecutivos de diferente medida. Para verificar la medida de los lados puede utilizar la regla para medirlos.



2. Ahora observa los resultados y responde:

¿Algún paralelogramo quedo pintado con más de un color? _____ ¿Cuál? _____ ¿Qué puedes concluir al respecto? _____

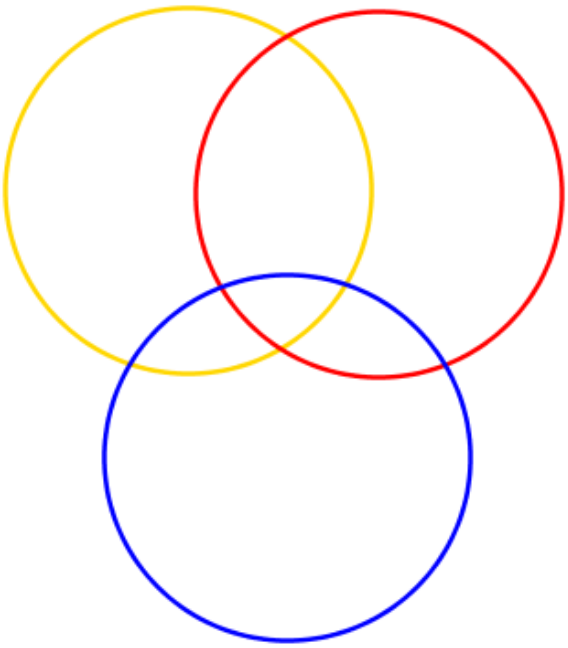
_____

3. Los paralelogramos que pintaste en el numeral anterior reciben los nombres de rectángulo (los que quedaron con amarillo), rombo (los que quedaron con rojo) cuadrado (los que quedaron con amarillo y rojo) y romboide (los que quedaron con azul).

¿Coinciden estos nombres con los que usted asignó? _____ ¿Hubo algún cuadrilátero al cual no le había asignado nombre?_____ ¿porqué? _____ _____ ¿se equivocó al escribir alguno de los nombres?_____ ¿cuál? ó ¿cuáles? _____ ¿qué criterio tuvo para asignarle inicialmente el nombre a ese paralelogramo?_____ _____

4. Ahora Compela el siguiente diagrama escribiendo el nombre correspondiente a cada conjunto, para ello debes respetar las convenciones de color del numeral anterior y dibujar dentro de cada sector un ejemplo del paralelogramo correspondiente.

Paralelogramos:



5. Escribe verdadero o falso en cada una de las siguientes afirmaciones, justificando el porqué de su elección, en caso de ser falso para la justificación puede dibujar un contraejemplo.

a) Todo cuadrado es también rectángulo _____ Justificación:

b) Algunos romboides también son rombos_____ justificación:

c) Todo rectángulo es cuadrado: _____ justificación:

d) Todo cuadrado es rombo: _____ justificación:

6. Completa el siguiente texto:

Los paralelogramos se clasifican en _____, rombos, _____ y _____. Los rectángulos son aquellos que tienen _____ _____, los _____ tienen sus cuatro lados congruentes, los cuadrados tienen cuatro lados _____ y cuatro _____ rectos, por lo tanto los cuadrados son a la vez _____ y _____, por su parte los romboides tienen _____ y ángulos consecutivos de _____ medida.

Percepción de la actividad.

De manera muy honesta responde los siguientes planteamientos:

¿Cómo le parecieron las dos actividades realizadas? _____

_____

¿Qué cosas nuevas aprendió? _____

_____

ANEXO E. PRUEBA FINAL

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA FINCA LA MESA Establecimiento de carácter oficial según Resolución Departamental 16187 de noviembre 27 de 2002 **NIT** 811039274-2 **DANE** 10500102396501
	PRUEBA FINAL **GEOMETRÍA GRADO OCTAVO** ***DOCENTE: MARÍA CRISTINA RUIZ PUERTA***

TEMA: CUADRILÁTEROS

NOMBRE: _____ ***GRUPO:*** _____

Las preguntas 1 a 5 son de selección múltiple con única respuesta, es decir, un enunciado y cuatro opciones de respuesta de las cuales solo una es correcta, por lo tanto, debes seleccionar solo opción por cada pregunta. Tengan cuenta:

- Si necesita realizar operaciones que sustenten sus respuestas, utilice una hoja adicional, y entréguela al final de la prueba.

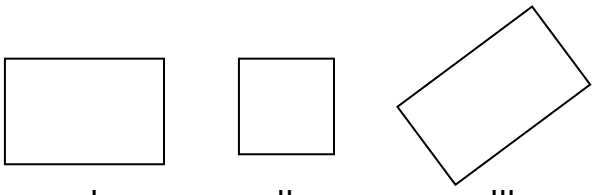
- No se admiten tachones ni enmendaduras, utilice solo lápiz para responder este examen.

- Dispone de un tiempo máximo de una hora de clase para responder el examen.

- Recuerde leer muy bien cada pregunta antes de responderla.

Preguntas de selección múltiple

1. Cuáles de las siguientes figuras son rectángulos:



I II III

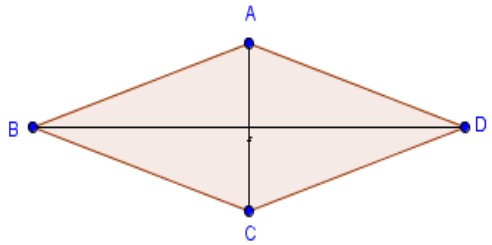
A. Solo la figura I

B. Solo las figuras II y III

C. Solo las figuras I y III

D. Todas son rectángulos

2. En el rombo ABCD los segmentos $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ corresponden a sus diagonales. De las siguientes afirmaciones cuál no se cumple en todo rombo.



A. Es un paralelogramo

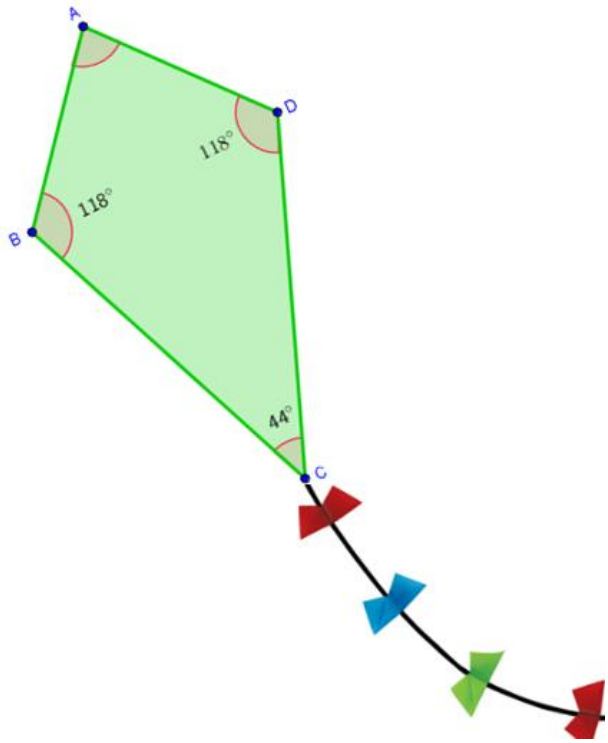
B. Las diagonales se cortan en forma perpendicular en su punto medio.

C. Dos de sus ángulos son agudos y los otros dos obtusos

D. Sus lados son congruentes

Responde las preguntas 3 y 4 de acuerdo con la siguiente información:

Ana muestra a sus compañeros de clase el diseño de su cometa para participar en el festival que se realizará en su colegio en el mes de agosto



3. El valor del ángulo A en la cometa es de

A. 80° B. 44°

C. 70° D. 118°

4. El cuadrilátero que Ana utilizó para el diseño de su cometa corresponde a un:

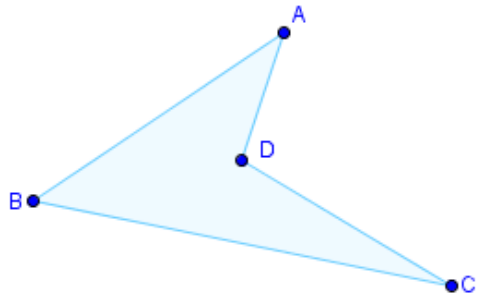
A. Rombo ya que tiene la misma forma de este polígono

B. Trapezoide pues no tiene lados opuestos paralelos

C. Paralelogramo pues sus lados opuestos son paralelos

D. Trapecio pues tiene un par de lados paralelos

5. En la evaluación de geometría que presentaron los estudiantes del grado octavo uno de los numerales consistía en escribir características del siguiente polígono.



Las respuestas dadas por cuatro estudiantes fueron:

Luisa: “Es un cuadrilátero cóncavo”

Danilo: “Una de las diagonales es exterior al polígono”

Tomás: “Uno de los ángulos internos mide más de 180°”

Rocío: “Las diagonales del polígono no se cortan”

Los estudiantes que respondieron correctamente son:

A. Todos excepto Rocío

B. Sólo Danilo y Tomás

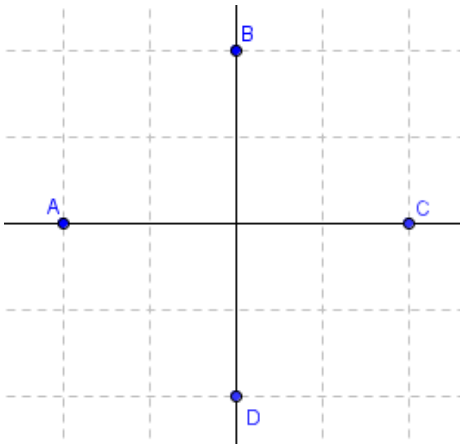
C. Sólo Luisa y Danilo

D. Todos

Preguntas Abiertas

Las preguntas 6 a 9 son abiertas por lo tanto debe redactar la respuesta que considere adecuada, justificando siempre su decisión.

6. Si unimos de manera consecutiva con un segmento de recta los puntos A, B, C y D que se muestran en el siguiente gráfico. ¿Qué cuadrilátero se forma? Argumente su respuesta



_____

_____

_____

_____

7. En un juego de adivinanzas Mario le plantea la siguiente situación a Carolina: "Adivina adivinador: ¿qué polígono tiene cuatro lados, cuatro ángulos rectos y lados opuestos de igual medida?" Si Carolina acertó la adivinanza, entonces respondió (justifique):

_____

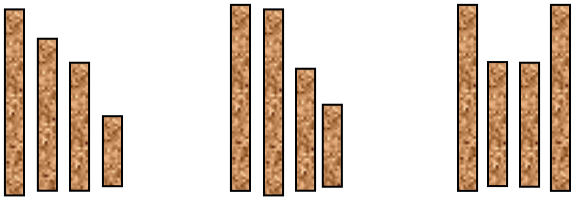
_____

_____

_____

_____

8. David desea construir un marco de madera en forma de paralelogramo, para un portarretrato que desea regalarle a su mamá. En el almacén encuentra los siguientes paquetes de palos de madera, ¿Cuál debe elegir David para poder construir el marco deseado, sin necesidad de recortar ninguno de los palos? Justifique su respuesta.



I **II** **III**

_____

_____

_____

9. Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, en cada caso justificar su elección.

I) En todo paralelogramo las diagonales bisecan los ángulos interiores.

II) Si un cuadrilátero tiene un ángulo recto, entonces es un rectángulo.

III) Todo cuadrado es rombo

IV) Las diagonales de todo paralelogramo son congruentes

V) Todo cuadrilátero tiene mínimo un par de lados opuestos paralelos.