

## **Resumen**

### **Aproximaciones Metodológicas para Calcular el Riesgo de Pérdidas Tanto Esperadas Como Inesperadas en Inversiones de Renta Variable en el Mercado Accionario Colombiano**

El documento "Aproximaciones Metodológicas para Calcular el Riesgo de Pérdidas Tanto Esperadas Como Inesperadas en Inversiones de Renta Variable en el Mercado Accionario Colombiano" presenta una investigación aplicada de naturaleza cuantitativa y exploratoria. Se enfoca en el análisis detallado y la medición precisa de riesgos financieros utilizando metodologías como Delta Normal, Simulación Histórica, Montecarlo, Teoría de Valores Extremos y Escalada. El estudio busca proporcionar estimaciones robustas del Valor en Riesgo (VaR) y el Valor en Riesgo Condicionado (CVaR) en el contexto dinámico de la Bolsa de Valores de Colombia (MSCI COLCAP). Se destaca la exploración de enfoques avanzados, como la Teoría de Valores Extremos, para mejorar la gestión de riesgos en el mercado colombiano. Se realiza un análisis detallado de las acciones más bursátiles negociadas en MSCI COLCAP entre diciembre de 2019 y diciembre de 2023. El documento contribuye a la evolución de las prácticas de gestión de riesgos financieros al ofrecer un enfoque novedoso y crítico, con el objetivo de mejorar la precisión en la estimación del VaR y el CVaR en el contexto específico del mercado accionario colombiano.

#### **Palabras Clave:**

1. Riesgo financiero
2. Valor en Riesgo (VaR)
3. Riesgo de Pérdida Condicional (CVaR)
4. Metodologías de medición de riesgos
5. Teoría de Valores Extremos
6. Gestión de riesgos
7. Bolsa de Valores de Colombia

## **Abstract**

### **Methodological Approaches for Calculating Expected and Unexpected Loss Risk in Equity Investments in the Colombian Stock Market**

The document "Methodological Approaches for Calculating the Risk of Both Expected and Unexpected Losses in Equity Investments in the Colombian Stock Market" presents applied research of quantitative and exploratory nature. It focuses on detailed analysis and precise measurement of financial risks using methodologies such as Normal Delta, Historical Simulation, Monte Carlo, Extreme Value Theory, and Scaling. The study aims to provide robust estimates of Value at Risk (VaR) and Conditional Value at Risk (CVaR) in the dynamic context of the Colombian Stock Exchange (MSCI COLCAP). It highlights the exploration of advanced approaches, such as Extreme Value Theory, to enhance risk management in the Colombian market. A detailed analysis is conducted on the most traded stocks in MSCI COLCAP between December 2019 and December 2023. The document contributes to the evolution of financial risk management practices by offering a novel and critical approach, with the aim of improving accuracy in estimating VaR and CVaR in the specific context of the Colombian stock market.

#### **Palabras Clave:**

1. Financial risk
2. Value at Risk (VaR)
3. Conditional Value at Risk (CVaR)
4. Risk measurement methodologies.
5. Extreme value theory
6. Risk management
7. Colombian Stock Exchange

**Aproximaciones Metodológicas para Calcular el Riesgo de Pérdidas Tanto Esperadas  
Como Inesperadas en Inversiones de Renta Variable en el Mercado Accionario  
Colombiano**

Santiago Giraldo Hernández

Maestría en Administración

Director de Proyectos

Ricardo Alfredo Rojas Medina



Universidad Nacional de Colombia

Manizales, Caldas

2024

## Índice de Contenido

Introducción.....	5
Planteamiento del Problema .....	7
Justificación .....	9
Objetivos.....	12
Objetivo General.....	12
Desarrollar e implementar enfoques metodológicos para calcular tanto las pérdidas esperadas como las inesperadas en inversiones de renta variable en el mercado accionario colombiano.....	12
Objetivos específicos .....	12
1. Índice MSCI COLCAP .....	13
2. Mercado de Renta Variable .....	13
3. Mercado Accionario .....	13
4. Antecedentes.....	14
4.1. Teoría Del Portafolio De Markowitz .....	14
4. 2. Modelo Básico de Portafolio Media – Varianza .....	16
5. Riesgo .....	21
5.1 Riesgo de Contraparte o de Crédito .....	22
5.2 Riesgo de Mercado.....	22
5.3 Riesgo Operativo.....	23
5.4 Crisis Financieras y la Importancia de una Buena Medición del Riesgo .....	23
5.5 El Riesgo y la Importancia de su Gestión .....	27
5.6 Comité De Basilea.....	28
6. El Valor en Riesgo y Metodologías para su Cálculo .....	31
6.1 Método Delta Normal o Varianza-Covarianza.....	33
6.2 Métodos de Simulación Histórica .....	34
6.3 Modelo de Simulación de Monte Carlo .....	35
6.4 Teoría de Valores Extremos.....	36
6.5 T Escalada .....	41
6.6 Problemas de Coherencia que trae el VaR .....	43
6.7 El CVaR como Medida Coherente del Riesgo.....	45
Metodología.....	47
Desarrollo de la Investigación. ....	49

Desarrollo De Caso Práctico En R-Project .....	49
1. Se cargan e instalan los paquetes requeridos .....	50
2. Base de datos .....	50
3. Se calculan los rendimientos por el método continuo .....	51
4. Establecimiento de Frontera Eficiente .....	52
5. Composición de portafolio para rendimiento dado .....	52
6. Conformación de Portafolio .....	53
7. Cálculo de rendimiento y riesgo para Portafolio .....	54
8. Análisis descriptivo del Portafolio .....	55
9. Análisis gráfico del Portafolio .....	56
10. Cálculo Del Valor En Riesgo (Var) .....	58
11. Teoría de Valores Extremos .....	65
12. Distribución T-Escalada .....	71
13. Cálculo del VaR condicional para cada uno de los métodos descritos .....	72
Conclusión .....	78
Futuras Investigaciones .....	79
Referencias .....	81
Anexos .....	88

## Índice de Figuras

<b>Figura 1</b> Frontera Eficiente .....	20
<b>Figura 2</b> Mínima Varianza .....	21
<b>Figura 3</b> Estructura del Basilea III.....	29
<b>Figura 4</b> Teoría del Valor Extremo .....	37
<b>Figura 5</b> Distribución Condicional .....	37
<b>Figura 6</b> Valor en Riesgo Condicional (CVaR).....	46
<b>Figura 7</b> Frontera Eficiente .....	52
<b>Figura 8</b> Máximo Riesgo y Rendimiento Frontera Eficiente .....	55
<b>Figura 9</b> Gráfico de Caja .....	55
<b>Figura 10</b> Gráficos de rendimientos del Portafolio .....	56
<b>Figura 11</b> Histograma de frecuencias y distribución acumulada .....	66
<b>Figura 12</b> Gráfico de Valores Máximos .....	68
<b>Figura 13</b> Gráfico de Distribución GEV.....	69

## Índice de Tablas

<b>Tabla 1</b> Acciones más bursátiles de MSCI COLCAP y su denotación .....	48
<b>Tabla 2</b> Base de datos de Acciones MSCI COLCAP.....	51
<b>Tabla 3</b> Rendimientos calculados por método continuo .....	51
<b>Tabla 4</b> Composición de Portafolio para el rendimiento esperado.....	53
<b>Tabla 5</b> Rendimientos diarios Portafolio conformado .....	54
<b>Tabla 6</b> Distribución Cauchy.....	61
<b>Tabla 7</b> Valores Distribución Cauchy.....	61
<b>Tabla 8</b> Cálculo de percentiles.....	62
<b>Tabla 9</b> Transformación y Visualización Mensual de Máximos en el Análisis del Portafolio .....	65
<b>Tabla 10</b> Estimación de Parámetros para Distribución GEV .....	67

## Introducción

En el dinámico y complejo entorno de los mercados financieros, donde la incertidumbre y la volatilidad son elementos inherentes, la gestión efectiva de riesgos es un pilar fundamental para salvaguardar la estabilidad y sostenibilidad de las inversiones. La evolución constante de las condiciones económicas y geopolíticas, junto con la interconexión global de los mercados, ha intensificado la necesidad de herramientas precisas que permitan a los inversionistas anticipar y mitigar los riesgos asociados con las fluctuaciones de los activos financieros.

En este contexto, la medición precisa de riesgos se convierte en un desafío crucial, y el Valor en Riesgo (VaR) emerge como una herramienta esencial. El VaR ofrece enfoques cuantitativos que permiten evaluar y controlar las posibles pérdidas en las carteras de inversión, proporcionando una medida clave para la toma de decisiones informada y la planificación estratégica. Sin embargo, la complejidad de los mercados actuales exige un examen más profundo y metodologías avanzadas que superen las limitaciones inherentes a los métodos tradicionales.

Este proyecto se presenta como un esfuerzo integral destinado a explorar y desarrollar metodologías avanzadas en la estimación del VaR, con un enfoque específico en superar las restricciones asociadas con los métodos convencionales. A pesar de la exhaustiva revisión de enfoques como el Método de Varianza-Covarianza, Métodos de Simulación Histórica y el Método Delta Normal, se reconoce la necesidad de evolucionar más allá de la asunción de distribuciones normales y la dependencia excesiva de datos históricos.

Es imperativo subrayar que todos los análisis y hallazgos presentados en este proyecto se basan en datos concretos extraídos del índice MSCI COLCAP, representativo de las acciones en la Bolsa de Valores de Colombia. Este enfoque pragmático y específico no solo fundamenta la investigación en la realidad financiera del país, sino que también proporciona una base sólida para la aplicabilidad práctica de las metodologías propuestas.

Una contribución distintiva de esta investigación radica en la incorporación y evaluación de la Teoría de Valores Extremos (EVT) como un enfoque avanzado y alternativo para abordar eventos extremos en la distribución de retornos. La EVT, con su capacidad para modelar eventos menos frecuentes y la flexibilidad ofrecida por la distribución generalizada de valores extremos (GEV), surge como un marco teórico prometedor para mejorar la precisión en la estimación del VaR.

A medida que este proyecto avanza, el objetivo es proporcionar una contribución significativa al campo de la gestión de riesgos financieros, ofreciendo un enfoque más robusto y preciso para la estimación del VaR. La aplicación práctica y la evaluación crítica de la EVT en el contexto del MSCI COLCAP permitirán una comprensión más profunda de su viabilidad y aplicabilidad, así como su potencial impacto en la gestión de riesgos en los mercados financieros de Colombia. En última instancia, esta investigación busca contribuir

a la evolución y fortalecimiento de las prácticas de gestión de riesgos en el contexto dinámico y desafiante de los mercados colombianos.

## Planteamiento del Problema

Markowitz abordó el problema de la inversión en acciones en el año 1952 con su publicación *Portfolio Selection*, la cual tiene como fundamento el establecimiento de una cartera que maximice los rendimientos esperados con un mínimo riesgo, medido este último por medio de la desviación standard. Por lo tanto, el inversor puede aumentar rentabilidad esperada asumiendo varianza o también reducir la varianza renunciando a rentabilidad. (Fabozzi et al., 2011). Bajo esta situación la selección de la cartera es un problema de optimización, en la cual interesa maximizar rendimiento para un mismo riesgo, o minimizar riesgo para un rendimiento, Sea cual fuere el caso, el riesgo juega un papel importante en la conformación de la cartera y su medición se realiza a través de la desviación estándar. (Elton et al., 2014).

Se entiende por riesgo, la posibilidad de experimentar pérdidas o ganancias debido a cambios en los factores que influyen en el valor de un activo. En otras palabras, son las posibles pérdidas debido a movimientos inesperados en el precio de los activos. (Franco y Franco, 2005). A este respecto el aumento de la liquidez del mercado, las perturbaciones del sistema financiero, los incrementos en el capital invertido en las carteras de las instituciones financieras han generado en los reguladores preocupación por las pérdidas que se puedan presentar por movimientos adversos del mercado. Adicionalmente, las tensiones dentro del ámbito financiero están estrechamente relacionadas con los valores de los activos y la posible formación de burbujas en dichos valores, lo que puede tener repercusiones en el contexto económico a gran escala. Scheller & Auer (2018). De otra parte, los cambios en las características del sector financiero han incentivado la implementación de medidas de control monetario y prudencial, como lo es la regulación de los niveles del capital, dentro de la que se encuentra la exigencia de mantener un capital mínimo. (Inekwe, 2016), esto unido al aumento significativo del volumen de activos negociados también ha incrementado el riesgo. (Franco y Franco, 2005)

Hasta este momento, la medida de riesgo usada correspondía a la desviación estándar (Lwin et al., 2017). No obstante, su uso era criticado considerando que las distribuciones de los rendimientos son asimétricas; adicionando, que la desviación standard como medida de riesgo pondera de igual manera los rendimientos positivos que son deseables, frente a los rendimientos negativos que son no deseables. Ante lo inapropiado de la desviación como medida de riesgo, en la década del 90 se desarrolla el valor en riesgo (VaR) como medida de gestión y con el se establece la máxima pérdida posible en un horizonte de tiempo y con un nivel de confianza que suele ser del 95% y 99% Artzner et al. (1999). Bajo esta situación uno de los principales objetivos de la administración de riesgos, es analizar el rendimiento de las instituciones financieras, considerando el riesgo que asumen en la búsqueda de ganancias y el indicador de referencia comúnmente utilizado en la actualidad para evaluarlo es el VaR, (Duae & Pan, 1997).

El Valor en Riesgo (VaR) surge como respuesta a los desastres financieros y su enfoque es ampliamente adoptado debido a que proporciona una medida única, adquiriendo así, un papel fundamental en la gestión del riesgo de mercado. Existen distintos enfoques para calcular el VaR y ellos son: Paramétrico que tienen su fundamento en que los rendimientos siguen una distribución normal para el comportamiento del portafolio (Abadía, 2008). Supuesto que no es del todo cierto, ya que los rendimientos del portafolio se caracterizan por generar distribuciones leptocúrticas, esto es por la alta concentración de observaciones alrededor de la media y por tener colas gruesas que son originadas por la cantidad de valores atípicos, situaciones que dañan el supuesto de normalidad y que cuestionan el valor del VaR obtenido por este método.

Otros enfoques son los indicados por Mori et al. (1996), quien considera el método de simulación histórica y Simulación Montecarlo. El primero obtiene una distribución empírica de las variaciones experimentados por el valor de la cartera durante un periodo. Este es un método muy simple pero las limitaciones están en la dependencia de los datos históricos, ausencia de consideración en la tendencia de los datos y la imposibilidad de incorporar nuevos factores de riesgo, situaciones que limitan su uso como medida de gestión de riesgo. La simulación Montecarlo asume modelos específicos de distribución de precios. (Jaureguizar, 2009).

La principal crítica que recibe el VaR se basa en el supuesto de que la distribución de los rendimientos sigue una distribución normal, Esto ha sido muy cuestionado por pruebas empíricas lo que ha generado dos situaciones: Asumir la normalidad para cualquier tipo de distribución o desestimar dicha premisa (Aponte et al., 2015). Sea cualquiera de estas dos situaciones, lo cierto es que pone en gran medida en tela de juicio el VaR obtenido, ya que podría sobreestimar o subestimar ganancias y pérdidas para los inversores; como ha sucedido en los eventos extremos con pérdidas significativas en los mercados financieros (Claro et al., 2006).

Como alternativa de solución se sugiere la Teoría de Valores Extremos (EVT), cuya aplicación es pertinente cuando la distribución de retornos exhibe colas gruesas, indicando la presencia de más eventos extremos de los que se encontrarían en una distribución normal (Claro et al., 2006). La EVT surge como un enfoque estadístico eficaz para evaluar, modelar y gestionar eventos extremos, que son difíciles de gestionar con técnicas convencionales de análisis de riesgos. A pesar de que la probabilidad de presentarse casos de este tipo es baja, se justifica el uso de metodologías estadísticas modernas que incluyan estos riesgos en sus análisis, con el fin de contar con una gestión más efectiva y segura de los riesgos en las carteras administradas. La EVT proporciona una estimación de las colas de la distribución original al enfocarse solo en los valores extremos de la serie de datos.

## **¿Cuáles son las Metodologías para Calcular el Riesgo de Pérdidas, tanto Esperadas como Inesperadas, ¿en Inversiones de Renta Variable en el Mercado Accionario Colombiano?**

### **Justificación**

En las últimas décadas se ha generado incertidumbre en los reguladores financieros por posibles pérdidas de movimientos desfavorables en el mercado, tales como cambios abruptos en el sistema financiero, el crecimiento de la disponibilidad de capital en el mercado y el incremento en la inversión de las carteras. Para ello, se ha empleado la volatilidad como métrica de riesgo, medida por la desviación estándar (Scheller & Auer, 2018).

Sin embargo, dicha varianza como medida de riesgo ha presentado ciertas limitaciones que han impulsado la búsqueda de alternativas más realistas, como es el caso del Valor en Riesgo (Lwin et al., 2017). Dentro de estas se encuentra la asimetría de las distribuciones de rendimientos y la ponderación de manera equitativa tanto los rendimientos positivos deseables como los rendimientos negativos indeseables; impulsando así, la búsqueda de alternativas más realistas, y una de ellas es el Valor en Riesgo (VaR). (Lwin et al., 2017).

Según Feria Domínguez y Oliver Alfonso (2007), el Valor en Riesgo (VaR) se puede describir como una cifra expresada en términos monetarios que resume la exposición de una cartera al riesgo de mercado. Sin embargo, destacan que esta medida tiene limitaciones significativas. En primer lugar, las distribuciones normal o log-normal, que son las más comúnmente utilizadas para calcular el VaR, subestiman el riesgo real.

Zhu y Fukushima (2009) indican que la introducción de la formulación de minimización del CVaR ha permitido su aplicación en la gestión del riesgo debido a su facilidad en la optimización financiera y su capacidad para proporcionar una medida estable y coherente. Esto ha estimulado su amplia utilización, convirtiéndolo en una medida popular en la gestión financiera. Por otro lado, Artzner et al. (2001) resaltan la utilidad del CVaR como una medida de riesgo para abordar las distribuciones asimétricas de pérdidas y ganancias, además de facilitar su aplicación en la gestión del riesgo financiero debido a su estabilidad y coherencia, y ha demostrado ser una medida útil para tratar las distribuciones asimétricas de pérdidas y ganancias.

La estimación del Valor en Riesgo (VaR) se puede llevar a cabo utilizando diferentes enfoques, como los paramétricos, semiparamétricos y no paramétricos. En los enfoques semiparamétricos y no paramétricos, se observan supuestos menos restrictivos en el proceso de generación de datos, pero esto conlleva una estimación más intensiva en tiempo y una menor eficiencia. Sin embargo, estos enfoques presentan dificultades en la estimación de la varianza del déficit esperado. Por otro lado, el enfoque paramétrico requiere supuestos más

fuertes debido a que impone mayores restricciones en cuanto a la forma de la densidad y el comportamiento de la cola de la distribución de rendimientos. (Vijverberg et al., 2016). El autor Gençay et al (2003) plantea que, al utilizar una medida de riesgo basada en un único valor, se pierde una gran cantidad de información relevante.

La gestión del riesgo ha adquirido una gran relevancia en el ámbito de las instituciones financieras, no financieras, reguladoras y académicas. Esta creciente atención ha colocado en el centro de la discusión tanto académica como regulatoria las mediciones del riesgo de mercado. En paralelo, el valor en riesgo (VaR, por sus siglas en inglés Value at Risk) se ha convertido en una de las herramientas más utilizadas por reguladores, agentes financieros y académicos para medir el riesgo. La simplicidad del concepto del VaR y su interpretación intuitiva son algunas de las razones de su popularidad. El VaR representa una estimación de la máxima pérdida posible en un determinado horizonte de tiempo y con un nivel de significancia establecido, considerando las condiciones consideradas "normales" en el mercado (Alonso & Berggrun, 2010).

Aunque el concepto subyacente del VaR es simple y fácil de entender, su cálculo puede resultar complejo, ya que en la mayoría de los casos implica hacer suposiciones sobre el comportamiento de la distribución de los rendimientos. Algunas aplicaciones requieren asumir una distribución específica y un comportamiento de la varianza de los rendimientos, mientras que otras aproximaciones no necesitan hacer suposiciones sobre cómo se comportan los rendimientos. (Alonso, 2013)

El concepto de Value at Risk (VaR), o valor en riesgo, surge de la necesidad de cuantificar, con un nivel determinado de significancia o incertidumbre, la cantidad o porcentaje de pérdida que un portafolio enfrentará en un período de tiempo predefinido. La medición del VaR se basa en principios estadísticos y el estándar de la industria consiste en calcular el VaR con un nivel de significancia del 5%. Esto significa que solo en el 5% de los casos, o aproximadamente 1 de cada 20 veces (por ejemplo, una vez al mes con datos diarios o una vez cada cinco meses con datos semanales), el rendimiento del portafolio caerá por debajo de lo que indica el VaR en relación con el rendimiento esperado. (Johnson, 2001).

Sin embargo, Artzner et al. (1999) argumenta que, al describir el riesgo mediante un valor numérico, se pierde una considerable cantidad de información. Sin embargo, es importante tener en cuenta que la decisión real de asumir un riesgo se reduce a una elección dicotómica, donde las opciones son "sí" o "no". En realidad, esta elección binaria es el verdadero origen de la medida de riesgo otra situación a tener en cuenta es que el riesgo total de una cartera no siempre es igual o menor que la suma de los riesgos individuales de los activos que la componen, como debe ser, por lo que se considera que el VaR no es una medida coherente que unida al hecho de que su función no es convexa, se dificulta la búsqueda del óptimo, hechos que limitan su uso como medida de gestión.

Este proyecto se presenta como un marco de referencia para estudiantes de la Universidad Nacional de Colombia, e interesados en explorar metodologías de medición de riesgos en inversiones bursátiles, específicamente centradas en las acciones del MSCI COLCAP. El objetivo principal es abordar dos aspectos cruciales de la gestión de riesgos: el riesgo esperado, que se mide a través del Valor en Riesgo (VaR), y el riesgo inesperado, evaluado mediante el Riesgo de Pérdida Condicional (CVaR). La implementación práctica de estas metodologías se simplificará a través del uso del software R Project, proporcionando un script adaptable para medir riesgos en diversas acciones y mercados bursátiles. Este enfoque busca equipar a los interesados con herramientas analíticas para gestionar de manera efectiva los riesgos financieros en el dinámico mundo de la inversión bursátil.

## Objetivos

### Objetivo General

Desarrollar e implementar enfoques metodológicos para calcular tanto las pérdidas esperadas como las inesperadas en inversiones de renta variable en el mercado accionario colombiano.

### Objetivos específicos

- Llevar a cabo un análisis de las teorías relacionadas con el Valor en Riesgo y su aplicación en el mercado accionario, especialmente aquellas que forman parte del índice MSCI COLCAP
- Elaborar las instrucciones en el lenguaje de programación R que posibiliten el cálculo del Valor en Riesgo (VaR) y la Medida de Riesgo Condicional (CVaR) para los diversos procesos metodológicos considerados.
- Construir un portafolio eficiente basado en el Valor en Riesgo (VaR) y la Medida de Riesgo Condicional (CVaR), con el objetivo de determinar tanto las pérdidas esperadas como las no esperadas en las empresas objeto de estudio.

## **Marco Teórico**

### ***1. Índice MSCI COLCAP***

El COLCAP constituye un índice bursátil que se fundamenta en la capitalización de las acciones más líquidas presentes en la Bolsa de Valores de Colombia (BVC). La conformación de la cesta del índice se determina mediante un mínimo de 20 acciones de al menos 20 emisores distintos. La ponderación de cada acción en el índice se calcula considerando su valor de capitalización bursátil ajustada, obtenida al multiplicar el flotante de la compañía por el último precio (Banrep, 2023).

El índice COLCAP original, instaurado en 2008, fue sustituido el 27 de mayo de 2021 por un nuevo índice desarrollado en colaboración entre la firma proveedora de índices MSCI y la Bolsa de Valores de Colombia (BVC). Este renovado índice se posiciona como la referencia principal del mercado accionario colombiano y comprende las 20 empresas y 25 acciones más líquidas. La ponderación de estas acciones se fundamenta en la capitalización de mercado ajustada sin restricciones de participación. Su implementación se inició el 28 de mayo de 2021, y su canasta es revisada anualmente tras el cierre del mercado en el último día hábil de noviembre. La composición de la canasta permanece vigente desde el primer día hábil de diciembre del año en curso hasta el último día hábil de noviembre del siguiente año. Además, el índice se ajusta trimestralmente para reflejar la situación actual de sus componentes en términos de ponderación (BVC, 2023).

### ***2. Mercado de Renta Variable***

El mercado de renta variable, esencial en los mercados financieros globales, representa un pilar fundamental de las economías al negociar instrumentos financieros que otorgan participación en la propiedad de una empresa, como acciones y valores similares. Esto brinda a los inversionistas la oportunidad de involucrarse en la propiedad y las ganancias de una empresa. En Colombia, las transacciones del mercado de renta variable se ejecutan exclusivamente a través del sistema de negociación de acciones gestionado por la Bolsa de Valores de Colombia (BVC). La BVC actúa como facilitadora del proceso de negociación, proporcionando a las sociedades comisionistas de bolsa sistemas diseñados para asegurar un entorno de operación ordenado, eficiente, seguro y transparente. Asimismo, garantiza un acceso y tratamiento igualitario para todos sus miembros (Asobancaria, 2022).

### ***3. Mercado Accionario***

Conforme a la conceptualización proporcionada por Dunham & Singal (2014), una acción representa un documento que certifica la propiedad de una fracción de una compañía. La adquisición de acciones implica la compra de un porcentaje de propiedad correspondiente a la cantidad adquirida, siendo esta una forma común de inversión en los mercados de renta variable. El valor de una acción está intrínsecamente vinculado al rendimiento de la empresa emisora.

En función del tipo de acción, los inversores poseen derechos políticos específicos, como el voto en las elecciones para la junta directiva y la participación en asambleas de accionistas para expresar opiniones sobre la estrategia y el desempeño gerencial.

El derecho económico más relevante para los accionistas es su participación en las ganancias de la empresa, expresada a través de dividendos distribuidos según las directrices establecidas por la junta directiva de la compañía. En casos favorables de perspectivas futuras, los inversores pueden beneficiarse gracias a la apreciación de la acción (AMV, 2020).

Las acciones, siendo títulos de propiedad con valor negociable, representan una fracción del patrimonio de una empresa. Son nominativas e indivisibles, otorgando derechos que pueden ser ejercidos de manera individual o colectiva. El crecimiento del mercado de capitales ha llevado a las empresas a ofrecer diversos tipos de acciones con beneficios especiales para nuevos inversores sin perjudicar las necesidades fundamentales de la compañía en su búsqueda de recursos. En consecuencia, las acciones sirven como el medio mediante el cual las sociedades de capital obtienen recursos de su público o de sus propios socios (Córdoba, 2015, p. 101).

#### **4. Antecedentes**

##### ***4.1. Teoría Del Portafolio De Markowitz***

Markowitz abordó el problema de la inversión en acciones en el año 1952, logrando su resolución para 1956. No obstante, en el transcurso de una década, su impacto teórico tuvo un impacto limitado, por dos posibles causales. En primer lugar, la relevancia del mercado de acciones en el ámbito financiero era mínima, siendo este dominado por la banca; y, en segundo lugar, su solución requería avances en la computación. De manera que, el reconocimiento de sus contribuciones llegó hasta 1990 con el Premio Nobel (Romero Moreno, 2010).

Markowitz (1952) en su publicación *Portfolio Selection*, fundamenta el establecimiento de la cartera a partir de los rendimientos futuros. De esta manera, la finalidad del inversor debe ser maximizar los rendimientos esperados, incluyendo el valor descontado de los rendimientos futuros, por ser el factor desconocido. Asimismo, sostiene que el inversor debe diversificar sus fondos entre todos los valores que ofrecen la máxima rentabilidad esperada y a partir de allí, establecer las proporciones que maximicen el rendimiento de su cartera.

Sin embargo, considerando que los rendimientos de los títulos están interrelacionados y la diversificación no puede eliminar toda la varianza, la cartera con máxima rentabilidad no es la que determine la mínima varianza; situación por la cual, sugiere que la cartera a conformar sea aquella que determine el máximo rendimiento esperado con la mínima varianza (Fabozzi et al., 2011).

Teniendo en cuenta que la varianza está determinada por la variabilidad de cada uno de los títulos y la covarianza que hay entre ellos, el autor plantea una tasa donde el inversor puede ganar rentabilidad esperada asumiendo la varianza; o reducirla, renunciando a dicha rentabilidad. De este modo, el rendimiento esperado del portafolio vendrá dado por la suma ponderada del rendimiento del título, multiplicado por la participación de este dentro del

portafolio. En este caso, la suma de las participaciones debe dar el 100% y ser mayores o iguales a cero (Fabozzi et al., 2011).

En otras palabras, el rendimiento de una cartera de activos se calcula como una medida ponderada del rendimiento de los activos individuales. La ponderación aplicada a cada rendimiento corresponde a la proporción de la cartera invertida en el activo. Si se asume que  $R_{pj}$  es el rendimiento en la posición  $j$  de la cartera,  $X_i$  es la fracción de los fondos del inversor invertida en el activo  $i$ , y  $N$  representa el número total de activos en la cartera.

$$R_{pj} = \sum_{i=1}^N (X_i R_{ij})$$

De manera similar, el valor esperado se calcula a partir de la media ponderada de dichos valores de los activos individuales. De modo que, como producto de la expresión mencionada anteriormente para el rendimiento de una cartera, se obtiene el siguiente resultado (Elton et al., 2014).

$$\bar{R}_p = E(R_p) = E\left(\sum_{i=1}^N X_i R_{ij}\right)$$

Asimismo, es fundamental tener en cuenta que el valor esperado de la suma de múltiples rendimientos equivale a la suma de los valores esperados de cada uno de ellos. En consecuencia, se obtiene la siguiente expresión (Elton et al., 2014).

$$\bar{R}_p = \sum_{i=1}^N E(X_i R_{ij})$$

Por último, se tiene a consideración que el valor esperado de un rendimiento multiplicado por una constante es igual a la constante multiplicada por el valor esperado del rendimiento (Elton et al., 2014).

$$\bar{R}_p = \sum_{i=1}^N (X_i \bar{R}_i)$$

En esta misma línea, el modelo clásico de media-varianza de Markowitz (1952), plantea la selección de cartera como un problema de optimización de dos criterios, contar con un riesgo mínimo y obtener una máxima rentabilidad esperada.

Es importante mencionar que, al calcular el rendimiento esperado de una cartera, se emplea un método sencillo que implica la ponderación de los rendimientos esperados de los activos individuales, donde la suma de los pesos correspondientes siempre es igual a 1. No obstante, es esencial destacar que esta misma regla no necesariamente se aplica al riesgo asociado a la cartera, expresado como la desviación estándar del rendimiento (Elton et al., 2014).

De modo que, la desviación estándar de una cartera no se calcula de manera directa como un promedio ponderado de las desviaciones estándar de los activos individuales. En su cálculo intervienen términos que representan las relaciones cruzadas entre los activos, y, en consecuencia, los pesos no necesariamente suman 1 (Elton et al., 2014).

Por otra parte, el riesgo asociado a un portafolio no se limita únicamente al riesgo inherente a las actividades que lo componen, sino que también está influenciado por la relación entre estas. Dicha conexión puede evaluarse mediante la covarianza de los posibles rendimientos de las actividades involucradas, la cual se expresa en función de sus correlaciones. Es decir, se establece la relación a través de la fórmula  $\sigma_{ij} = \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$ , donde  $\sigma_{ij}$ ,  $\rho_{ij}$ ,  $\sigma_i$ ,  $\sigma_j$  representan, respectivamente, la covarianza, correlación, y desviaciones estándar (Infante & Zárate, 1991). De manera que, la varianza de un portafolio compuesto, se formula de la siguiente manera.

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}$$

La raíz cuadrada de la varianza  $\sigma_i^2$ , del rendimiento de la  $i$ -ésima actividad se conoce como la desviación estándar,  $\sigma_i$ , y se interpreta como un indicador de riesgo. En otras palabras, a medida que la desviación estándar aumenta, el riesgo de la actividad también aumenta, y viceversa (Avilés et al., 2006).

De manera que, cuando se expresa como  $i = j$ ,  $\sigma_i^2$ , corresponde a la varianza de cada actividad que compone el portafolio; por el contrario,  $i \neq j$ ,  $\sigma_{ij}$ , denota la covarianza entre la actividad  $i$  y la actividad  $j$ . Siendo así,  $\Omega$ , la matriz de covarianzas  $\sigma_{ij}$  entre las actividades (Avilés et al., 2006).

#### **4. 2. Modelo Básico de Portafolio Media – Varianza**

De acuerdo con Avilés et al., (2006), un portafolio eficiente en términos de media y varianza se configura mediante la combinación viable de diversas opciones de inversión, buscando maximizar la esperanza matemática de los rendimientos en un nivel predeterminado de riesgo.

El modelo fundamental del portafolio eficiente en media y varianza, propuesto por Markowitz (1952), emplea estadísticas como lo son el rendimiento ponderado del portafolio, varianza, desviación estándar, covarianza y coeficiente de correlación entre las variables o actividades productivas consideradas dentro de dicho portafolio.

Para la selección de una cartera, esta se puede desglosar en dos fases. La primera inicia con la observación y la experiencia, y culmina con la formación de opiniones acerca de cómo se desempeñarán en el futuro los valores a disposición. La segunda fase comienza con las opiniones pertinentes sobre el desempeño futuro y concluye con la elección de la cartera (Markowitz, 1952).

Si se asume que ninguna actividad, puede expresarse como una combinación lineal de las demás, la matriz de varianza – covarianza de rendimientos, representada como  $\Omega \equiv [\sigma_{ij}]$ , es no singular según lo indicado por Merton (1972). Es importante destacar que  $w_i$  es la participación proporcional del valor de la inversión en el portafolio de la  $i$ -ésima actividad, y por lo tanto, está sujeta al requerimiento de la suma de todas las ponderaciones igual a 1, es decir  $\sum_{i=1}^n W_i = 1$ .

Por otra parte, de acuerdo con Aviles et al., (2006), la esencia de la teoría de inversión en condiciones de incertidumbre radica en definir un portafolio óptimo que maximice la esperanza matemática de los rendimientos para cada nivel de riesgo; buscando así, minimizar el riesgo del portafolio para cada nivel de rentabilidad. Este problema se expresa de la siguiente manera.

$$1. \text{Min} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i W_j \sigma_{ij}$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^n W_i = 1 \quad \text{y} \quad \bar{R}_p = \sum_{i=1}^n W_i R_i$$

Donde  $\sigma_p^2$ , representa la varianza del portafolio eficiente con un rendimiento esperado igual a  $\bar{R}_p$ . De modo que, el lagrangeano asociado a este problema es:

$$L = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i W_j \sigma_{ij} + \lambda_1 \left[ \bar{R}_p - \sum_{i=1}^n W_i R_i \right] + \lambda_2 \left[ 1 - \sum_{i=1}^n W_i \right]$$

Siendo en este caso,  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  los multiplicadores de lagrange. Para lo cual, las condiciones necesarias o de primer orden se establecen como:

$$1. \quad \sum_{j=1}^n W_j \sigma_{ij} - \lambda_1 R_i - \lambda_2 = 0, i = 1, \dots, n$$

$$2. \quad R_p - \sum_{i=1}^n W_i R_i = 0$$

$$3. \quad 1 - \sum_{i=1}^n W_i = 0$$

Estas  $W$  son únicas, ya que la matriz  $\Omega$  es no singular y positiva definida; siendo así, las  $W$  que satisfacen (1 – 3), las que minimizan  $\sigma_p^2$ . De manera que, considerando que, para este caso, el sistema es lineal,

entonces (1 - 3) se puede expresar como un sistema de ecuaciones lineales con un número de ecuaciones igual al número de variables  $W$ .

$$4. W_k = \lambda_1 \sum_{k=1}^n y_{kj} R_j + \lambda_2 \sum_{k=1}^n y_{kj}, \quad k = 1, 2, \dots, n,$$

Para este caso,  $Y_{kj}$  se determina a partir de los componentes de la matriz inversa de la varianza - covarianza, denotada como  $\Omega^{-1} \equiv [y_{kj}]$ ; obteniendo así, el siguiente producto.

$$5. \sum_{k=1}^n W_k R_k = \lambda_1 \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n y_{kj} R_j R_k + \lambda_2 \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n y_{kj} R_k$$

Posteriormente, como resultado de la suma de la ecuación (4) para valores de  $k$  desde 1 hasta  $n$ , se obtiene:

$$6. \sum_{k=1}^n W_k = \lambda_1 \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n y_{kj} R_j + \lambda_2 \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n y_{kj}$$

Seguido a ello, se describe  $A, B$  y  $C$ .

$$A \equiv \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n y_{kj} R_j ; \quad B \equiv \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n y_{kj} R_j R_k ; \quad C \equiv \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n y_{kj} ;$$

De este modo, a partir de las ecuaciones (1), (2), (5) y (6), se obtiene el sistema lineal correspondiente para  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ .

$$7. \bar{R}_p = B\lambda_1 + A\lambda_2$$

Para el caso de la expresión  $1 = A\lambda_1 + C\lambda_2$ , se indica de la siguiente manera.

$$\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n y_{kj} R_j = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n y_{kj} R_k$$

$$y B > 0 \text{ y } C > 0$$

Posteriormente, al resolver la ecuación (7) para  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ , se determina que:

$$8. \lambda_1 = \frac{(C\bar{R}_p - A)}{D} \text{ y } \lambda_2 = \frac{(B - A\bar{R}_p)}{D}$$

Donde  $D \equiv BC - A^2 > 0$ . Al sustituir  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  de (8) en (4) y resolver las contribuciones de cada actividad riesgosa en el portafolio eficiente con rendimiento esperado  $R_p$ , se llega a:

$$9. W_k = \frac{\bar{R}_p \sum_{k=1}^n y_{kj} (CR_j - A) + \sum_{k=1}^m y_{kj} (B - AR_j)}{D}, k = 1, 2, \dots, n$$

Seguido a ello, al multiplicar la ecuación (3) por  $W_i$  y sumar para  $i = 1, 2, \dots, n$  se obtiene:

$$10. \sum_{i=j}^n \sum_{j=i}^n W_i W_j \sigma_{ij} = \lambda_1 \sum_{i=1}^n W_i R_i + \lambda_2 \sum_{i=1}^n W_i$$

A partir de la definición de  $\sigma_p^2$ , las ecuaciones (3.1), (3.2), y (10) conllevan a:

$$11. \sigma_p^2 = \lambda_1 \bar{R}_p + \lambda_2$$

Luego, al reemplazar la expresión (8) en la ecuación (11), se calcula la varianza del portafolio eficiente en términos de dicho rendimiento esperado.

$$12. \sigma_p^2 = \frac{C \bar{R}_p^2 - 2A \bar{R}_p + B}{D}$$

Esta formulación indica que la frontera eficiente, derivada de manera analítica, puede ser representada como una parábola entre el espacio  $\bar{R}_p$  y  $\sigma_p^2$ . Tomando como puntos de referencia, la primera y segunda derivada de la ecuación (12) con respecto a  $\bar{R}_p$ , se evidencia que  $\sigma_p^2$  es una función con un solo punto, estrictamente convexa de  $\bar{R}_p$ , donde se obtiene:

$$\frac{d\sigma_p^2}{d\bar{R}_p} = 0, \quad \frac{d\sigma_p^2}{d\bar{R}_p} = \frac{2 [C \bar{R}_p - A]}{D}$$

Y es igual a 0 cuando,

$$13. \bar{R}_p = \frac{A}{C}, \quad \frac{d\sigma_p^2}{d\bar{R}_p} = \frac{2C}{D} > 0$$

Los datos obtenidos provienen de  $\bar{R}_p \equiv \frac{A}{C}$  y  $\bar{\sigma}_p^2 \equiv \frac{1}{C}$ , los cuales representan el rendimiento esperado y la varianza del portafolio de menor variabilidad. Si se designa  $\bar{W}_k$  como la proporción de participación de la actividad k en el portafolio de mínima variabilidad, se deduce, según la ecuación (9), lo siguiente:

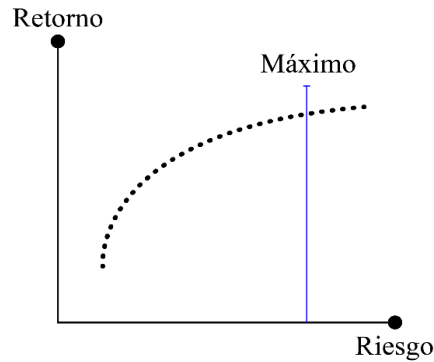
$$14. \bar{W}_k = \frac{\sum_{k=1}^n y_{kj}}{C}, k = 1, 2, \dots, n$$

La frontera eficiente se describe como la agrupación de portafolios viables que abordan la minimización de riesgos para distintos niveles de rendimientos anticipados. Su determinación se basa en los principios del Teorema de la Envoltura del Análisis Matemático.

En la Figura 1 se presenta el caso de una frontera eficiente, en la que cada punto representa una cartera. Cuando el inversor establece un nivel máximo de riesgo, no significa una

limitante de elección de dicha cartera; por el contrario, le permite seleccionar entre todas aquellas que posean un nivel de riesgo igual o inferior (Aponte et al., 2015).

**Figura 1**  
*Frontera Eficiente*



*Nota.* Elaboración propia.

Por otra parte, Sharpe (1994), propone un Ratio que permite evaluar la rentabilidad probable de una inversión en relación con su nivel de riesgo, por medio de la siguiente expresión; donde  $r_p$  representa el rendimiento de la cartera y  $r_f$  la tasa libre de riesgo.

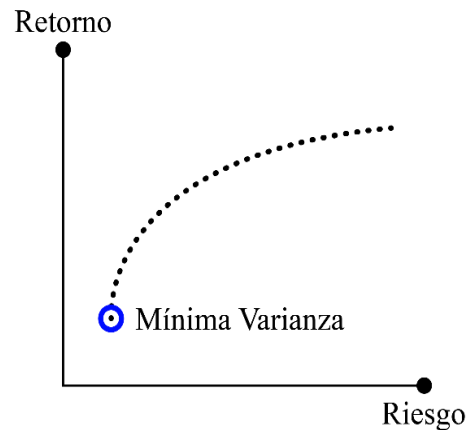
$$\text{Ratio de Sharpe} = \frac{r_p - r_f}{\sigma_p}$$

De esta manera, el Ratio de Sharpe divide el rendimiento excedente de la cartera promedio durante ese período. El numerador representa el aumento en rendimiento que la cartera experimenta, comparado con una inversión alternativa en un activo sin riesgo; mientras que el denominador, indica el incremento en la volatilidad de la cartera en comparación con la alternativa sin riesgo. Por lo tanto, el Ratio evalúa la relación entre rendimiento total y volatilidad (Bodie et al., 2004).

Este índice señala el rendimiento adicional logrado por el conjunto de inversiones por cada unidad de riesgo total, evaluado mediante la desviación estándar de los rendimientos. De modo que, el Ratio de Sharpe cuantifica el excedente de rendimiento en comparación con la tasa sin riesgo proporcionada por una cartera por unidad de riesgo total. En otras palabras, un resultado más alto en este índice indica una gestión efectiva del portafolio (Banda et al., 2009). De este modo, la selección entre carteras en la frontera eficiente, mediante la estrategia de media varianza, se realiza mediante la aplicación de este índice.

Por otra parte, en la estrategia de mínima varianza, como su nombre sugiere, se optará por la cartera que represente la menor varianza dentro de la frontera eficiente (Aponte et al., 2015) tal como se demuestra en la Figura 2.

**Figura 2**  
*Mínima Varianza*



*Nota.* Elaboración propia a partir de Markowitz (1952).

No obstante, la desviación estándar (volatilidad) de la cartera podría no ser la medida apropiada del riesgo. En este contexto, Christoffersen (2003) señala que "la distribución incondicional de los rendimientos diarios tiene colas más gruesas que la distribución normal" de manera que, "colas más gruesas significan una mayor probabilidad de pérdidas importantes de lo que sugeriría la distribución normal"

De modo que, el modelo planteado por Markowitz (1952) se resume en tres principios.

- La rentabilidad de cualquier conjunto de activos se percibe como un fenómeno aleatorio, lo que implica que los inversionistas deben evaluar una distribución de probabilidad para estimar el rendimiento durante el período de interés. Para ello, se emplea el valor esperado de la variable aleatoria.
- La variabilidad, representada por la varianza o la desviación estándar, se utiliza como una métrica crucial para evaluar la dispersión de la variable aleatoria de rentabilidad. Este análisis de dispersión se lleva a cabo de manera individual para cada activo y para el conjunto del portafolio en su totalidad.
- La toma de decisiones de los inversionistas se guía por una conducta racional, lo que los lleva a preferir la construcción de un portafolio que ofrezca la máxima rentabilidad posible en función de un nivel de riesgo particular, conocido como aversión al riesgo (Markowitz, 1952).

## 5. Riesgo

Li (2003), define el riesgo por su estrecha relación con el concepto de incertidumbre. En el ámbito de las finanzas, se habla de riesgo como la posibilidad de experimentar pérdidas o ganancias debido a cambios en los factores que influyen en el valor de un activo. Por esta razón, es esencial identificar, medir, controlar y monitorear los diversos tipos de riesgo a los que están expuestos los inversores en los mercados financieros (Franco y Franco, 2005).

Los riesgos financieros son aquellos que se centran en la incertidumbre relacionada con elementos como las tasas de interés, fluctuaciones en el tipo de cambio, valores bursátiles y precios de las materias primas (Li, 2003). La esencia de las instituciones financieras implica entonces enfrentar incertidumbres; esto se debe a que otorgan financiamiento a largo plazo a empresas, reciben depósitos a corto plazo de los ahorradores y mantienen instrumentos financieros en sus registros, que han adquirido por cuenta propia (De Lara, 2008).

De manera que, el riesgo se caracteriza por la inestabilidad en los rendimientos que puede resultar en pérdidas inesperadas; un mayor grado de inestabilidad indica un riesgo más elevado. Siendo así, los rendimientos inestables el resultado de ciertas variables denominadas factores de riesgo y de la interacción entre estos (Crouhy et al., 2005).

Según De Lara (2008), se pueden identificar tres tipos de riesgos financieros fundamentales, riesgo de crédito, de mercado y operacional.

### ***5.1 Riesgo de Contraparte o de Crédito***

Se refiere a las posibles pérdidas por falta de pago de una de las partes o un prestatario en acuerdos que involucran pagos condicionales, incluso considerando la recuperación probable de garantías reales o personales proporcionadas (De Lara, 2008).

Las circulares externas vigentes, emitidas por la Superintendencia Bancaria Colombiana, definen el riesgo crediticio, como la probabilidad de que una entidad sufra pérdidas y vea disminuido el valor de sus activos debido al incumplimiento de obligaciones por parte de un deudor o contraparte.

En términos sencillos, el riesgo crediticio implica la incapacidad de una contraparte para cumplir con las obligaciones de una emisión o los términos específicos de la misma; como lo son el monto, los intereses y la fecha de vencimiento; resultando en pérdidas para el poseedor de los activos. Este riesgo varía según el tipo de contraparte, ya sea una entidad bancaria, gubernamental, supranacional, corporación, empresa del sector real, entre otros (Franco y Franco, 2005).

### ***5.2 Riesgo de Mercado***

El riesgo de mercado se refiere a las posibles pérdidas en posiciones financieras debido a movimientos inesperados en precios de activos; en aspectos como tasas de interés, tasas de cambio y acciones. Su origen son fluctuaciones del mercado por fuerzas económicas, con factores clave como tasas de interés, tipos de cambio, inflación y precios.

Las emociones colectivas de inversionistas pueden amplificarlo, por lo que se requiere de un análisis cualitativo junto a modelos cuantitativos. De modo que, mide la relación entre los retornos de una empresa y los del mercado al que pertenece, evaluando su capacidad para adaptarse a cambios en variables del mercado como tasas de interés y recesión (Franco y Franco, 2005).

### **5.3 Riesgo Operativo**

El Comité de Supervisión Bancaria de Basilea define el riesgo operativo como la posibilidad de sufrir pérdidas por deficiencias o fallos en los procesos o sistemas internos; o como resultado de eventos externos.

Este tipo de riesgo se origina a partir de fallos en la operación central, la manufactura, errores humanos o limitaciones en la capacidad de procesamiento. De manera que, cualquier empresa que genere valor a través de actividades de manufactura, servicios o actividades relacionadas con procesos está expuesta al riesgo operativo.

Algunos casos que se pueden presentar de este tipo son fallos en el sistema de control de calidad, descuidos en mantenimiento, entregas no realizadas a clientes, errores en transacciones procesadas o cualquier tipo de error operativo que pueda afectar la entrega de productos y servicios de alta calidad, lo que potencialmente conlleva a pérdidas y descuidos por parte de la firma. 4

En resumen, el riesgo operativo se refiere a fallos en sistemas, procesos y gestión del personal (Franco y Franco, 2005).

### **5.4 Crisis Financieras y la Importancia de una Buena Medición del Riesgo**

Tanto la globalización financiera como las crisis financieras son aspectos recurrentes en la historia económica mundial.

La globalización financiera ha experimentado dos períodos de intensificación, denominados olas de globalización; el primero abarcó desde 1870 hasta 1914; y el segundo se extiende desde 1980 hasta la actualidad.

Por otro lado, las crisis financieras vinculadas a burbujas especulativas y una acumulación excesiva de deudas son eventos periódicos que presentan un patrón común, aunque matizado por las particularidades de cada país y momento histórico (Bordo, 2008).

Calomiris (2008) expone que las crisis financieras más graves suelen surgir cuando el rápido desarrollo de innovaciones financieras coincide con una amplia oferta de crédito. En otras palabras, el crecimiento de la innovación se ve respaldado y ampliado por un aumento en la disponibilidad de crédito. De modo que, para que se forme una burbuja especulativa, se necesita un acceso fácil a préstamos y endeudamiento para adquirir activos, lo que implica un nivel significativo de apalancamiento.

En términos de secuencia temporal, las tres primeras crisis financieras estuvieron vinculadas a burbujas especulativas y tuvieron lugar en naciones europeas.

La inicial fue la Tulipomanía, un periodo de exaltación especulativa que se desarrolló en Holanda entre 1634 y 1637, centrado en los bulbos de tulipanes; una especie exótica valorada como un símbolo de prosperidad (Mackay, 1848).

Las otras dos burbujas están interconectadas y son reconocidas como la burbuja del Mississippi, ocurrida entre 1719 y 1720, y la del Mar del Sur en 1720. Ambas se vinculan al aumento en el valor de las acciones de dos empresas europeas: la South Sea Company,

establecida en Londres en 1711; y la Mississippi Company, con sede en París; reconocidas por tener el monopolio comercial sobre las colonias españolas en América. Posteriormente, a principios de 1720, los rumores sobre beneficios extraordinarios asociados a la explotación de oro generaron una euforia especulativa, provocando una elevación irracional en el precio de las acciones de la primera de ellas (Garber, 2000).

Aunque las primeras tres burbujas especulativas de la historia no desencadenaron crisis financieras globales, diferente fue el caso para el año 1825, particularmente en relación con América Latina. A lo largo del siglo XIX, la región experimentó tres fases de crisis financieras vinculadas al flujo internacional de capitales, destacando el ciclo de auge y declive de préstamos británicos.

La primera ola de inversiones británicas en América Latina tuvo origen en Gran Bretaña y culminó con la crisis de 1825. Inicialmente estuvo destinada para el financiamiento de infraestructuras y minas de oro y plata; y se caracterizó por crédito fácil. Lo anterior, generó una burbuja en los precios de activos (acciones y bonos relacionados con la inversión en el recién independizado Perú) y su posterior colapso con la quiebra de bancos y compañías financieras. De manera que, la crisis se propagó desde Gran Bretaña a toda Europa, generando pánico y la consiguiente retirada de inversiones de América Latina. Finalmente, para el año 1828, todos los países de la región, a excepción de Brasil, habían declarado la moratoria de la deuda externa, perdiendo así, acceso a los mercados internacionales de capitales (Ugarteche & Acosta, 2003) La segunda ola de financiamiento externo para América Latina estuvo centrada en la construcción de ferrocarriles, entre el año 1850 y finales de la década de 1860. Esta fase culminó en una moratoria adicional y la crisis financiera de 1873, considerada por algunos autores como la mayor crisis internacional registrada (Bordo & James, 2009).

La tercera ola de financiamiento estuvo relacionada con el desarrollo de Argentina y Uruguay, iniciándose en la década de 1880. Esta etapa llegó a su fin con la crisis de 1890 del Banco Baring Brothers, que se declaró insolvente al no poder recuperar los préstamos otorgados. El consiguiente pánico financiero generado por esta última ola tuvo un mayor impacto en las economías reales, ocasionando colapsos en la producción comparables a los experimentados por países en crisis, principalmente en Asia Oriental, durante la década de los noventa (James, 2003).

Más adelante, durante el auge de la burbuja inmobiliaria entre 2003 y 2007, se tenía la concepción de que los bienes raíces representaban una inversión segura, pues se entendía que sus valores nunca disminuían; al contrario, los precios de las viviendas siempre aumentaban debido a la alta demanda que superaba a la oferta. Este incremento en los precios no solo generaba un sentido de seguridad, sino que también contribuía al enriquecimiento de las personas, ya que las viviendas se consideraban activos. Este fenómeno llevaba a las personas a buscar financiamiento adicional mediante préstamos respaldados por sus propiedades, creando un ciclo repetitivo (Parodi, 2016).

Para la crisis estadounidense de 2007, se resaltan tres aspectos relevantes. En primer lugar, la combinación de una burbuja especulativa en bienes raíces y el colapso integral del sistema

financiero, donde los bancos jugaron un papel fundamental. En segundo lugar, se evidenció el amplio uso de prácticas financieras complejas, como la titulización. En tercer lugar, la crisis tuvo un alcance global, manifestándose en la recesión mundial sincronizada de 2009 (Parodi, 2016).

Luego, entre septiembre y octubre de 2008, una crisis financiera por el colapso del mercado hipotecario en Estados Unidos, generó un impacto en bolsas y sistemas bancarios; llevando a la quiebra a importantes instituciones financieras, como los grandes bancos de inversión en Nueva York y al borde de la quiebra para el caso de Londres. Esta dinámica ocasionó una cadena de pánicos bancarios y bursátiles a nivel mundial, siendo considerada la peor crisis financiera en ochenta años (Marichal, 2013), y el evento más significativo desde la Gran Depresión.

Como consecuencia, dichas instituciones han transformado su estatus a bancos comerciales para acceder a los recursos del rescate federal. Asimismo, la principal aseguradora de Estados Unidos, AIG, se vio obligada a ser intervenida por el gobierno, lo mismo que el banco de ahorro y préstamos más grandes (González et al., 2009).

A pesar de que la crisis hipotecaria ha sido comúnmente señalada como la principal causante de la anteriormente mencionada crisis financiera, sus raíces son multifacéticas. González (2009) afirma que el punto de partida es en mayor parte la práctica de un gasto excesivo y el endeudamiento sostenido por los ciudadanos estadounidenses, impulsado por las tasas de interés históricamente bajas.

Por otro lado, dentro del contexto económico global, Kindleberger (1991), destaca que la reducción de las tasas de interés está caracterizada por diversas y complejas innovaciones recientes en el ámbito financiero. Tal como ha sido mencionado, un interés demasiado bajo representa un caso particular de lo que podría constituir un fenómeno más amplio: la valoración de las innovaciones financieras a un costo excesivamente bajo para garantizar su aceptación. Este fenómeno puede conducir a dos situaciones, un uso desmedido; o llevar a los actores nuevos en la escena a asumir riesgos innecesarios intentando competir en una industria ya consolidada.

En esta misma línea, según el FMI (2009), las crisis financieras a nivel internacional han sido una constante en la economía global. El crecimiento económico mundial desde 1870 ha experimentado limitantes significativas, marcadas por eventos históricos, tales como guerras mundiales y crisis financieras internacionales; identificando así, ocho acontecimientos determinantes:

- Colapso en el precio de las acciones de 1873 en Austria y Alemania.
- Boom de préstamos a América Latina en 1890, especialmente a Argentina.
- Pánico financiero en los Estados Unidos en 1907.
- Gran Depresión de 1929.
- Crisis de la deuda de América Latina de 1981-82.
- Burbuja en el precio de las acciones y bienes raíces en los países nórdicos y en Japón en 1991-92.

- Crisis de Asia Oriental en 1997.
- Crisis de 2007 en Estados Unidos, caracterizada por el estallido de la burbuja hipotecaria y el colapso de la titulización.

Por otro lado, Kindleberger & Aliber (2005), exponen las diez burbujas más significativas de la historia:

- Tulipanes en Holanda en 1636.
- Burbuja del Mar del Sur en 1720.
- Burbuja del Mississippi en 1720.
- Precios de las acciones entre 1927 y 1929.
- Aumento de los préstamos bancarios a México y otros países en desarrollo en los años ochenta.
- Precios de las acciones y bienes raíces en Japón entre 1985 y 1989.
- Precios de las acciones y bienes raíces en Finlandia, Noruega y Suecia entre 1985 y 1989.
- Precios de las acciones y bienes raíces en Tailandia, Malasia, Indonesia y otros países asiáticos entre 1992 y 1997.
- Aumento de la inversión extranjera en México entre 1990 y 1993.
- Precios de las acciones en Estados Unidos entre 1995 y 2000.

Respecto a la crisis financiera mundial de los años 2008 y 2009, Vijverberg et al. (2016), afirman que esta fue la desencadenante de la adopción de medidas legislativas, precisas y sólidas para la medición y gestión del riesgo, a pesar de seguir siendo un objetivo. En este mismo sentido, Lo (2008), coincide en que la falta de precisión en la medición de riesgos y la distorsionada estructura de incentivos en el sector financiero, generaron el colapso del mercado de préstamos hipotecarios para viviendas, desencadenando así, la correspondiente crisis financiera y posteriormente, una recesión a nivel mundial.

Según Scheller & Auer (2018), en las últimas décadas el aumento de la liquidez del mercado, las perturbaciones del sistema financiero, los incrementos en el capital invertido en las carteras de las instituciones financieras han generado en los reguladores preocupación por las pérdidas que se puedan presentar por movimientos adversos del mercado. Adicionalmente, las tensiones dentro del ámbito financiero están estrechamente relacionadas con los valores de los activos y la posible formación de burbujas en dichos valores, lo que puede tener repercusiones en el contexto económico a gran escala.

En la última década, los cambios en las características del sector financiero han incentivado la implementación de medidas de control monetario y prudencial, como es el caso de la regulación de los niveles del capital. La mayoría de estas restricciones, dentro de la que se encuentra la exigencia de mantener un capital mínimo, se enfocan en la gestión del riesgo (Inekwe, 2016).

Por otra parte, la volatilidad económica, particularmente en los mercados de economías emergentes, ha sido un factor clave que se manifiesta en la volatilidad de los mercados de

acciones, tasas de cambio, tasas de interés y precios de commodities. Adicionalmente, el número y volumen de activos negociados ha aumentado significativamente en los últimos años, incluyendo instrumentos derivados como opciones, futuros, forwards y swaps. Este crecimiento ha sido impulsado por avances teóricos en derivados financieros, esperando que siga este curso en el futuro (Franco y Franco, 2005).

Estos activos financieros conllevan algún tipo de riesgo específico, implicando la posibilidad de pérdida en los ingresos; de manera que, al ser utilizados se asume el riesgo específico que conllevan. Sin embargo, según la teoría estándar, la diversificación se considera una estrategia para mitigar los posibles inconvenientes asociados con el riesgo específico (Mukerji & Tallon, 2001).

### ***5.5 El Riesgo y la Importancia de su Gestión***

A pesar de la implementación de numerosas medidas legislativas correctivas después de la crisis del 2008 y 2009, la obtención de una medición precisa y sólida del riesgo sigue siendo un objetivo constante en el ámbito empresarial. Gençay et al. (2003) sostienen que los resultados obtenidos de los desastres financieros conllevan a la pérdida de una gran cantidad de dinero por la gestión inadecuada del riesgo financiero. De manera que, cualquier técnica o modelo innovador que pueda mejorar la solidez en la medición de riesgos se considera un avance significativo (Acharya et al., 2012).

Hasta ese momento, la medida de riesgo usada correspondía a la desviación estándar (Lwin et al., 2017). No obstante, su uso era criticado considerando que las distribuciones de los rendimientos son asimétricas; adicionado, que la varianza como medida de riesgo pondera de igual manera los rendimientos positivos deseables, frente a los rendimientos negativos no deseables.

Como respuesta a esto, en la década de los 90 se desarrolla como medida de gestión, el valor en riesgo (VaR). Este se caracteriza por determinar la peor pérdida posible en un horizonte de tiempo con un nivel de confianza determinado. Para ello, proporciona una única cuantificación que resume el riesgo de mercado al que se enfrente un inversor.

De modo que, el VaR se puede definir como el cuantil de la distribución de pérdidas de una cartera que no supera un nivel de confianza que normalmente es tomado como 95% o 99%; representando entonces, una medida esencial para la gestión de riesgo de un inversionista o ente regulador. Por su parte, Artzner et al. (1999) lo exponen como la medida de la peor pérdida en un horizonte de tiempo con un nivel de confianza dado, proporcionando un único valor que resume el riesgo global al que se enfrenta una institución o inversor.

Teniendo en cuenta lo anterior, se demuestra la relevancia de la administración de riesgos en todos los aspectos relacionados con el sistema financiero. En consecuencia, una comprensión apropiada de cómo se perciben los riesgos en este ámbito tendrá un efecto importante en la aplicación del conocimiento acumulado acerca de la aversión al riesgo (Inekwe, 2016).

Artzner et al. (1999), conceptualizan el riesgo en función de las alteraciones en los valores entre dos puntos temporales. De esta manera, el riesgo se encuentra vinculado a la variabilidad del valor futuro de una posición, como resultado de las modificaciones en el mercado o, de forma más amplia, a circunstancias inciertas.

En este sentido, uno de los principales objetivos de la administración de riesgos es analizar y potenciar el rendimiento de las instituciones financieras considerando los riesgos que asumen en busca de ganancias. El indicador de referencia comúnmente utilizado en la actualidad para evaluar dichos riesgos en toda la empresa es el previamente mencionado, Valor en Riesgo (VaR) (Duue & Pan, 1997).

A partir de la década de los 90, las entidades financieras empiezan a adoptar de manera generalizada el VaR como medida de riesgo de cartera, la cual fue reconocida por el Comité de Basilea, como la medida de riesgo más utilizada; convirtiéndose así, en la norma del sector en la gestión del riesgo de las empresas financieras (Scheller & Auer, 2018).

### ***5.6 Comité De Basilea***

El BIS es un organismo internacional, con sede en Basilea, Suiza; establecido en el año 1930 y considerado como el organismo financiero internacional más antiguo, contando con la participación de 55 bancos centrales actualmente. Su objetivo principal es fortalecer la cooperación monetaria y financiera, desempeñándose como banco para los bancos centrales y organismos internacionales. De modo que, no acepta depósitos ni ofrece servicios financieros a individuos ni empresas del sector privado (Martínez, 2007).

En su esfuerzo por fomentar una mayor cooperación monetaria y financiera, el BIS ha buscado alinear los marcos de regulación y supervisión de los sistemas bancarios, tanto en sus países miembros como en aquellos que no lo son, quienes han reconocido la utilidad de adoptar varios de los criterios propuestos.

Inicialmente, el Comité de Basilea se centró en fortalecer los fundamentos de capital como parte esencial de su programa de reformas. Dentro de este marco, la mejora de la calidad, coherencia y transparencia de la base de capital emergió como uno de los objetivos primordiales de dichas iniciativas (Wellin, 2010).

De este modo, el segundo acuerdo, denominado Basilea II (BII, BCBS, 2004), fue publicado en junio de 2004. En este acuerdo, se mejoró la medición del riesgo y se incluyeron dos pilares para fortalecer los requisitos de capital a través de la supervisión y divulgación de información (González & Solís, 2012).

Basilea II declara que el proceso de evaluación del capital debe considerar todos los riesgos significativos que enfrenta un banco, reconociendo la imposibilidad de medir con precisión todas las posibilidades. Por lo tanto, aboga por el desarrollo de un proceso de estimación de dichos riesgos (BII, párr. 732).

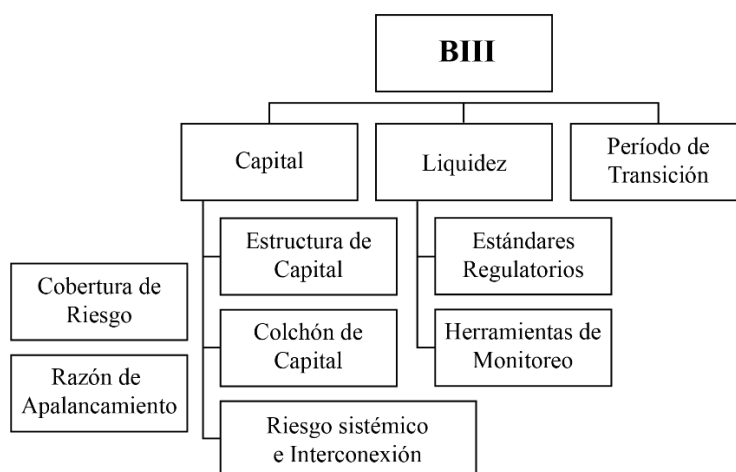
Aunque se da por sentado que los riesgos estimados no abarcan la totalidad de las posibles contingencias, se sugiere la consideración de riesgos de tipo operacional, interés en el

Banking Book, de liquidez, entre otros, además de los ya contemplados como el riesgo de crédito y de mercado presentes en BI y en enmiendas posteriores (BII, párr. 733 al 742).

El tercer acuerdo, Basilea III (BIII), fue desarrollado por el BCBS como una medida de respuesta a la crisis financiera desencadenada por el colapso de los créditos subprime en los Estados Unidos a mediados de 2007. Su objetivo principal es mejorar tanto la calidad como la cantidad del capital. Además, incorpora pautas para gestionar el riesgo de liquidez, establece normas contra cíclicas y aborda las preocupaciones relacionadas con el riesgo sistémico (González & Solís, 2012), como se presenta en la Figura 3.

### Figura 3

#### *Estructura del Basilea III*



*Nota.* Fuente: (Cuellar & Castellanos, 2011)

Se concede un período de transición hasta el año 2019 para llevar a cabo la implementación de las nuevas definiciones. De manera más detallada, Basilea III incorpora los siguientes componentes vinculados a la medición del riesgo crediticio como parte integral de sus reformas anunciadas en diciembre de 2010 (Bank for International Settlements, 2010).

En el marco del nuevo acuerdo de Basilea, se establecen medidas específicas que las entidades financieras deben tomar respecto a los requisitos mínimos de capital.

**Mejora de la Calidad, Consistencia y Transparencia del Capital Base.** Basilea III busca asegurar una mayor capacidad para absorber pérdidas. En este sentido, se plantea fortalecer los requerimientos de capital con el objetivo de aumentar su nivel, contribuyendo así a reforzar la solvencia de las entidades financieras y promoviendo la estabilidad financiera.

**Constitución de Colchones de Capital (Buffer).** Basilea III incluye medidas para fomentar la construcción de colchones de capital durante períodos prósperos. Estos colchones se diseñan para ser utilizados en situaciones de estrés, promoviendo el aprovisionamiento

basado en la pérdida esperada. El objetivo es amortiguar las crisis económicas y financieras, en lugar de amplificarlas.

**Introducción de un Ratio de Apalancamiento (leverage).** Como medida complementaria al ratio de solvencia basado en riesgo, Basilea III propone la incorporación de un ratio de apalancamiento. Este indicador tiene como finalidad evitar un apalancamiento excesivo en el sistema financiero, contribuyendo así a contener situaciones de riesgo financiero y prevenir crisis económicas y financieras.

En el contexto colombiano, la evaluación del riesgo crediticio se basa en modelos adoptados por las entidades financieras, considerando variables específicas para calcular la exposición al riesgo (Franco et al., 2011).

Para ello, se han integrado elementos de los acuerdos de Basilea I y II, orientando la medición del riesgo de crédito hacia el cumplimiento de estándares como el Sistema de Administración del Riesgo Crediticio (SARC), establecido por la Superintendencia Financiera. Esta normativa, promulgada a través de las circulares 31 de 2002 y 11 de 2001, establece requisitos tecnológicos para la gestión efectiva del riesgo crediticio. Adicionalmente, de acuerdo con las normas y directrices de Basilea I y II, se requiere un nivel mínimo de solvencia del 9%, como indica el Decreto 1720 de 2001 y la Circular Externa 042 de 2001 (Superintendencia Financiera de Colombia, 2010) y como se demuestra en la siguiente expresión.

$$\text{Ratio de solvencia} = \frac{\text{Patrimonio técnico}}{RC + RM \left(\frac{100}{9}\right)} \geq 9\%$$

Donde, RC= Riesgo de crédito; y RM=Riesgo de mercado.

En este contexto colombiano, durante la reciente crisis, su sistema financiero demostró tener una base sólida; logrando hacer frente de manera robusta a los riesgos de contagio y a las exposiciones a las que cada institución se enfrenta en periodos de tensión económica (Franco et al. 2011).

No obstante, lo ideal sería evaluar el resultado de la implementación del acuerdo de Basilea III dentro del sistema financiero colombiano, determinando el posible impacto en las entidades del sector y en los modelos actuales de medición del riesgo de crédito. Para ello, se busca determinar el riesgo de mercado, cuya sumatoria total debe ser:

$$RWA_{\text{Mercado}} = RWA_{\text{Tasa}} + RWA_{\text{Acciones}} + RWA_{\text{P.Básicos}} + RWA_{\text{Opciones}}$$

Es importante tener en consideración que las instituciones financieras al buscar reducir el riesgo asociado a cada uno de sus activos y cumplir con las limitaciones del capital; de manera simultánea, incrementan el riesgo global de la cartera para aprovechar al máximo el valor de la opción financiera que representa el seguro de depósitos para los bancos (Flannery, 1989).

## 6. El Valor en Riesgo y Metodologías para su Cálculo

Como se ha mencionado previamente, el Valor en Riesgo (VaR) surge como respuesta a los desastres financieros de la década de 1990. Este enfoque es ampliamente adoptado debido a que proporciona una medida única, adquiriendo así, un papel fundamental en la gestión del riesgo de mercado.

En el contexto del VaR, prever con precisión la probabilidad de movimientos extremos en el valor de una cartera es fundamental tanto para la gestión de riesgos como para los propósitos regulatorios (Gençay et al., 2003).

De manera práctica, el Valor en Riesgo (VaR) representa el peor escenario imaginable para un activo o una cartera de inversiones bajo condiciones de mercado habituales, en un periodo concreto, y con una confiabilidad predefinida (Alonso & Berggrun, 2008).

Las regulaciones vigentes para instituciones financieras establecen ciertos requisitos para la gestión de riesgos, algunos basados en percentiles de distribuciones de pérdidas. Un valor en la distribución de pérdidas que se encuentra en el percentil superior se conoce como Valor en Riesgo (VaR). Por ejemplo, el VaR al 95% representa una estimación de pérdidas que solo se supera con una probabilidad del 5%.

De la misma manera que se mencionaba el caso del índice de Sharpe, el VaR también ha tenido modificaciones. En la actualidad, se pueden encontrar diversos modelos para calcularlo, clasificándose en paramétricos y no paramétricos.

De este modo, la predilección del uso VaR se debe en gran medida a su enfoque simple y comprensible para representar pérdidas significativas. Para ello, en un punto específico en el tiempo  $t$ , se establece el  $VaR_t$  como el valor máximo de pérdida financiera que un activo o una colección de activos pueden experimentar en un periodo que abarca desde  $t$  hasta  $t+1$ , con una probabilidad determinada, lo que comúnmente se denomina nivel de confianza (Krokhmal et al., 2001) y (Marhuenda et al., 2004).

Continuando con la formalización probabilística de la definición del  $VaR_t$ , se puede expresar de la siguiente manera. Si se toma  $P_t$  como el valor inicial de la cartera (generalmente representando su valor actual) y  $P_{t+1}$  como el valor de la cartera al finalizar el periodo de tiempo en cuestión, entonces la definición implícita del  $VaR_t$  en términos de probabilidad es la siguiente (Marhuenda et al., 2004).

$$(1) \Pr(P_{t+1} - P_t < -VaR_t) = 1 - c$$

El signo negativo se emplea comúnmente en la expresión del  $VaR_t$ , que se presenta de manera positiva. Asimismo, también es posible definir el  $VaR_t$  en función del rendimiento de la cartera durante el periodo de tiempo, que para este caso, recibirá el nombre de  $R_{t+1} = (P_{t+1} - P_t) / P_t$ . Al reemplazar esta expresión en la ecuación (1), se obtiene la siguiente relación para el  $VaR$  (Marhuenda et al., 2004).

$$(2) \Pr(R_{t+1} < -VaR_t / P_t) = 1 - c$$

Si se pretende hacer referencia al percentil  $(1 - c)$  de la variable de rendimiento de la cartera después del horizonte temporal como  $Q_{1-c}(R_{t+1})$ , entonces la ecuación (2) llevaría a la siguiente formulación para el  $VaR_t$  (Marhuenda et al., 2004).

$$(3) VaR_t = -P_t Q_{1-c}(R_{t+1})$$

Donde, el  $VaR_t$  se define como el percentil  $(1 - c)$  de la distribución de beneficios y pérdidas de una cartera, lo que lo convierte en una herramienta predictiva para estimar el valor futuro de la cartera después de un horizonte temporal definido.

A pesar de que estas ecuaciones asignan propiedades probabilísticas al  $VaR$ , también es relevante explorar sus propiedades frecuentistas. Si se pretende calcular el  $VaR_t$  a lo largo de un gran número de períodos de negociación (variando  $t$ ), es probable que la proporción de períodos en los que el cambio en el valor de la cartera no exceda el  $VaR_t$  sea aproximadamente  $(1 - c)$ . Sin embargo, esta propiedad frecuentista solo se cumple si se asume la independencia entre los periodos, lo cual no suele ser el caso real (Marhuenda et al., 2004).

Para un período de tiempo  $t$  específico y un nivel de confianza dado  $\beta$ , el Valor en Riesgo (VaR) de una cartera se refiere a la pérdida que puede experimentar el valor de mercado de la cartera durante ese período, y que se supera con una probabilidad de  $1 - \beta$ . A pesar de ser una medida de riesgo comúnmente utilizada, el VaR presenta limitaciones, siendo la falta de subaditividad y convexidad una de las más reconocidas (Artzner et al., 1999).

Los modelos de Valor en Riesgo (VaR) se conforman en función de los propósitos de gestión del riesgo, a partir de dos elementos fundamentales: el nivel de confianza y el período de tiempo. Desde la óptica de un inversor, la elección del nivel de confianza está vinculada a su disposición a asumir riesgos. En términos generales, los niveles de confianza más elevados, como el 99%, suelen aplicarse en las estimaciones de VaR destinadas a inversores que desean minimizar al máximo el riesgo (Gordon & Alexandre, 2004).

Tras la implementación de los acuerdos de Basilea I y II, los reguladores financieros a nivel mundial establecieron requisitos obligatorios para gestionar el riesgo financiero, empleando métodos estadísticos. El Valor en Riesgo o Value at Risk (VaR) es la métrica principal y su precisión es crítica para mantener la estabilidad financiera sin afectar la rentabilidad de las instituciones (Alonso y Semaán, 2009).

Como se mencionaba anteriormente, dentro de los enfoques para calcular el VaR están los métodos paramétricos. Estos se basan en la suposición de una distribución de probabilidad para el comportamiento del portafolio, y comúnmente, la distribución normal es la elección predominante (Abadía, 2008). El principal supuesto que subyace en estos métodos es que los rendimientos de los activos siguen una función de densidad de probabilidad que se ajusta a una distribución normal.

De manera que, el VaR de un activo individual se calcula con la siguiente ecuación.

$$VaR = F \times S \times \sigma \times \sqrt{t}$$

Donde,  $F$  se refiere al valor de  $Z$  o al nivel de confianza; por ejemplo, para un nivel de confianza del 99%,  $F$  es igual a 2.33, y para un nivel de confianza del 95%,  $F$  es igual a 1.65.  $S$  representa la cantidad de inversión en el portafolio;  $\sigma$  es la desviación estándar del portafolio; y  $t$  es el período de tiempo en el que se desea calcular el VaR.

Para determinar el VaR de un portafolio, se pueden emplear dos enfoques dentro de los métodos paramétricos: uno se basa en la varianza-covarianza, también conocido como el método delta normal; y el otro utiliza la simulación de Montecarlo (Abadía, 2008).

Desde otra perspectiva, Mori et al. (1996) categorizan los enfoques existentes en tres grupos.

- **Métodos de Simulación Histórica.** Se caracteriza por inicialmente obtener una distribución empírica de las variaciones experimentadas por el valor de una cartera durante un periodo específico previo al momento del cálculo. El Valor en Riesgo se determina como la máxima pérdida de dicha distribución.
- **Métodos de Simulación de Montecarlo.** Parten de la generación de series de variables pseudo-aleatorias, asumiendo que siguen la distribución real de la población y considerando las varianzas y covarianzas estimadas con base en información histórica. El VaR se calcula como la máxima pérdida que se puede derivar de los valores de estas variables pseudo-aleatorias.
- **Métodos Matriciales o de Varianzas-Covarianzas,** Se tiene como principio que cada factor de riesgo varía en una cantidad equivalente a su desviación estándar, obtenida a partir de información histórica. En este caso, el VaR se estima de manera proporcional a dicha variación.

### 6.1 Método Delta Normal o Varianza-Covarianza

Se conoce por ser el enfoque más sencillo para calcular el VaR. Implica suponer que los rendimientos se distribuyen normalmente y de manera homogénea. En este sentido, si deseamos establecer los rendimientos esperados para un portafolio compuesto por  $n$  activos, se pueden definir de la siguiente manera.

$$E[R_p] = \omega' \cdot E[\Sigma] \cdot \omega$$

La varianza del portafolio se representaría por:

$$\sigma_p = \omega' \cdot E[\Sigma] \cdot \omega$$

Dónde  $\omega$  representa un vector de ponderaciones no negativas que suman uno, mientras que  $\Sigma$  denota la matriz que contiene las varianzas y covarianzas de los rendimientos de los  $n$  activos (Johnson, 2005).

Siguiendo la perspectiva de Gordon & Alexandre (2004), se plantea que el supuesto fundamental es que la matriz de covarianza de los rendimientos de los factores de riesgo es suficiente para calcular el Valor en Riesgo (VaR). Además, el supuesto de independencia de las series temporales implica que la estimación del VaR en un día específico no afecta la estimación del VaR en un horizonte de tiempo más amplio. Esto es relevante porque el VaR

para un horizonte a largo plazo se obtiene multiplicando la estimación del VaR de un día por la raíz cuadrada del número de días en el horizonte deseado.

En este sentido, el cálculo del VaR comienza con la definición de la matriz de varianzas y covarianzas utilizando datos históricos de rendimientos. Una vez que se obtienen las ponderaciones de los activos en el portafolio, se procede al cálculo del VaR para ese portafolio en particular, tomando en consideración un nivel de confianza predefinido, por ejemplo, un 5%. Esto implica un ajuste basado en la volatilidad de 1,645. El VaR del portafolio se expresa en forma de porcentaje, y el resultado es el siguiente (Johnson, 2005).

$$VaR_p = 1,645 \cdot \sqrt{\omega' \cdot E[\Sigma] \cdot \omega} \cdot \sqrt{\Delta_t}$$

## **6.2 Métodos de Simulación Histórica**

Este método podría considerarse como el más simple entre las metodologías no paramétricas. Al ser clasificado como no paramétrico, evita formular hipótesis sobre la estructura de los mercados o los rendimientos de los activos; en lugar de ello, parte del supuesto de que la distribución de rendimientos futuros se puede describir utilizando la función de distribución empírica derivada de las observaciones históricas de dichos rendimientos (Jaureguizar, 2009).

En términos simplificados, la técnica de Simulación Histórica implica evaluar la cartera actual en diversas etapas temporales previas basadas en los rendimientos de los activos. La máxima fluctuación que la cartera podría experimentar debido a la exposición a los riesgos del mercado se determinará a partir de las modificaciones que la cartera (o los factores de riesgo) habría experimentado durante un periodo histórico específico, generalmente situado entre seis meses y dos años (JP Morgan, 1996).

En consecuencia, al calcular el VaR, se generan secuencias temporales imaginarias y se determinan las variaciones que habría experimentado el valor actual de la cartera en cada intervalo. De esta manera, se construye una posible distribución de los rendimientos futuros utilizando los cambios históricos en los rendimientos. Lo anterior, mediante la consideración de la distribución integral de los valores hipotéticos de la cartera (Jorion, 2006).

De modo que, el procedimiento a seguir para determinar el VaR mediante simulación histórica puede ser condensado en los siguientes pasos secuenciales (Jaureguizar, 2009).

1. Identificación de los factores de riesgo que impactan en el valor de los activos y desarrollo de series temporales históricas abarcando los últimos N periodos.
2. Evaluación de los rendimientos en cada periodo, interpretados como tasas de variación continuas.
3. Creación de pesos simulados, aplicando las tasas de variación calculadas en el paso anterior a los valores actuales, generando así (N - 1) escenarios hipotéticos. Este paso se considera crucial, ya que expone la cartera actual a los cambios ocurridos en los últimos N periodos.
4. Determinación de la distribución completa de valores hipotéticos.
5. Estimación del VaR como percentil de la distribución previamente mencionada.

En este sentido, se demuestra que la simulación histórica presenta una ventaja clave sobre los métodos convencionales de Varianza-Covarianza al no requerir hipótesis de distribución específicas, haciéndola aplicable tanto a carteras lineales como no lineales.

Asimismo, su ejecución computacional resulta relativamente sencilla. No obstante, las limitaciones inherentes al cálculo del VaR mediante este enfoque derivan de las suposiciones subyacentes (Jaureguizar, 2009).

1. **Dependencia Excesiva de los Datos Históricos.** A diferencia de otros métodos, la simulación histórica se calcula exclusivamente a partir de series de datos históricos, careciendo de la capacidad para introducir hipótesis estadísticas o incorporar información subjetiva. Su validez radica totalmente en los datos disponibles.
2. **Ausencia de Consideración de la Tendencia en los Datos.** La ponderación uniforme de cada periodo en la simulación histórica implica que no se tiene en cuenta la presencia de tendencias en los datos, asignando igual peso a cada periodo.
3. **Imposibilidad de Incorporar Nuevos Factores de Riesgo o Activos.** Aunque este inconveniente afecta a varios métodos, la simulación histórica se ve particularmente limitada al no permitir la inclusión de nuevos activos sin historial o factores de riesgo emergentes.

En consecuencia, este método puede resultar no ser adecuado en contextos con mercados altamente volátiles o cambios estructurales periódicos, considerando que su premisa fundamental es que las distribuciones de rendimientos pasados son indicativas de los rendimientos futuros esperados (Jaureguizar, 2009).

### ***6.3 Modelo de Simulación de Monte Carlo***

Glasserman et al. (2000) afirman que la simulación de Monte Carlo es aplicable prácticamente con cualquier modelo de cambios en los factores de riesgo y cualquier mecanismo para determinar el valor de una cartera en cada escenario de mercado.

Asimismo, este modelo se destaca por su flexibilidad, siendo aplicable a cualquier distribución asumida de rendimientos estandarizados; sin necesidad de requerir normalidad. Si se considera el caso de una distribución  $t$  estandarizada con  $d = 12$ , solo se requiere extraer muestras de esta distribución (Christoffersen, 2003).

En este mismo sentido, según Glasserman et al. (2000), la simulación de Montecarlo es reconocida como una técnica estadística de simulación que permite la generación de posibles resultados para una variable aleatoria. De modo que, su implementación demanda la especificación del tipo de proceso estocástico, como normal o log normal, que se aplicará a la variable aleatoria; por ejemplo, al modelar el movimiento de los precios. Para su desarrollo se debe llevar a cabo la siguiente secuencia.

- Creación de situaciones, empleando las estimaciones de volatilidades y correlaciones de los activos dentro de la cartera, y asumiendo modelos específicos de distribución de precios.
- Evaluación de la cartera en cada situación de precios.

- Exposición de los resultados en forma de una distribución de probabilidades que describe las pérdidas y ganancias de la cartera, o como una medida particular del riesgo, como el VaR (Aponte et al., 2015).

#### ***6.4 Teoría de Valores Extremos***

La principal crítica que recibe el VaR se basa en el supuesto de que la distribución de los rendimientos de los activos sigue una distribución normal. Esta hipótesis ha sido cuestionada por pruebas empíricas, generando así, dos posturas: asumir la normalidad para cualquier tipo de distribución o desestimar dicha premisa (Claro et al., 2006).

Por parte de los autores que respaldan la idea de la normalidad, se basan en la premisa de que todos los eventos en el mundo son típicos y, por ende, siguen una distribución de probabilidad normal. Por el contrario, los autores que desconfían de la normalidad sostienen que cada fenómeno tiene su propia distribución única.

Aunque la elección de la distribución normal simplifica los cálculos, estos autores advierten que puede conllevar a aproximaciones inexactas, ya que podría sobreestimar o subestimar ganancias y pérdidas para los inversores; como ha sucedido en los eventos extremos con pérdidas significativas en los mercados financieros (Claro et al., 2006).

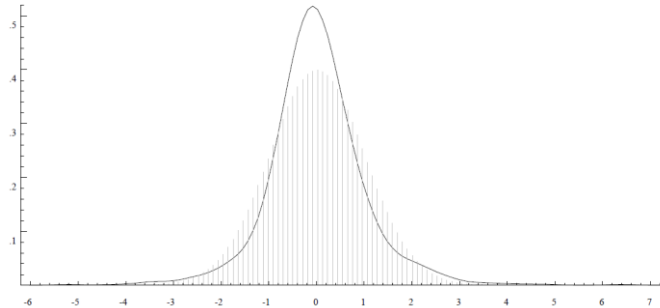
Considerando entonces las limitantes mencionadas, persiste la incógnita de cómo calcular las pérdidas máximas posibles en un periodo específico, considerando un nivel de confianza determinado y aplicando la distribución de retornos correspondiente. Además, se busca una teoría que pueda cuantificar las pérdidas máximas en situaciones de eventos extremos (Claro et al., 2006).

Para ello, se sugiere la Teoría de Valores Extremos (EVT), cuya aplicación es pertinente cuando la distribución de retornos exhibe colas gruesas, indicando la presencia de más eventos extremos de los que se encontrarían en una distribución normal (Claro et al., 2006).

La Teoría del Valor Extremo surge como un enfoque estadístico eficaz para evaluar, modelar y gestionar eventos extremos, que son difíciles de gestionar con técnicas convencionales de análisis de riesgos. A pesar de que la probabilidad de presentarse casos de este tipo es baja, se justifica el uso de metodologías estadísticas modernas que incluyan estos riesgos en sus análisis, con el fin de contar con una gestión más efectiva y segura de los riesgos en las carteras administradas.

Para ello, la EVT proporciona una estimación de las colas de la distribución original al enfocarse solo en los valores extremos de la serie de datos. Al considerar la normalidad, si la serie de retornos tuviera una distribución normal, la línea debería seguir la diagonal que inicia el cuadro. Sin embargo, como se demuestra en la Figura 4, en este caso, las desviaciones observadas reflejan dos hechos estilizados previamente mencionados: en los extremos, la línea se aleja, indicando una mayor probabilidad en las colas, mientras que cerca del eje, las desviaciones se deben a la estrechez en esa región.

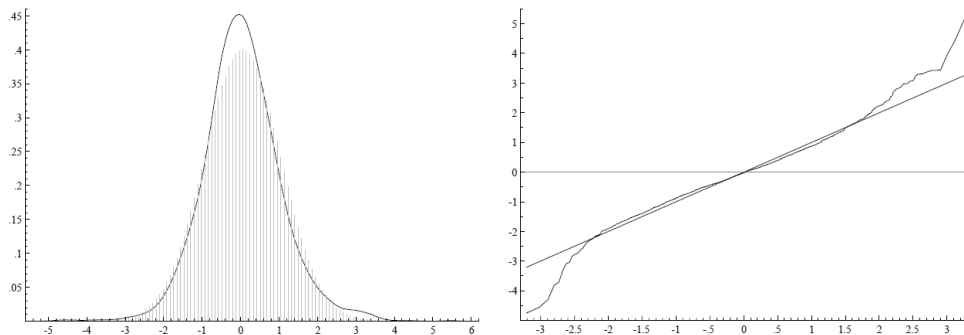
**Figura 4**  
*Teoría del Valor Extremo*



*Nota.* (Delfiner & Gutiérrez, 2001)

Utilizar innovaciones gaussianas conlleva a asumir que la distribución condicional de los retornos es también gaussiana. Esto puede resultar en una subestimación del VaR, dado que empíricamente la distribución condicional parece tener colas más pronunciadas que la normal, indicando una mayor probabilidad de experimentar pérdidas significativas, como se presenta en la Figura 5; donde los residuos estandarizados teóricamente deberían seguir una distribución diferente.

**Figura 5**  
*Distribución Condicional*



*Nota.* (Delfiner & Gutiérrez, 2001)

De modo que, la EVT es una rama de la estadística que enfocada en representar desviaciones importantes respecto a la mediana de una distribución. Aunque tiene sus raíces en la década de 1920, ha ganado relevancia, especialmente en la última década, por modelar riesgos en el mercado financiero, posiblemente debido al aumento de episodios de turbulencia en estos mercados (Pfaff, 2013). En este sentido, la EVT se dedica a la modelización e inferencia de los valores máximos.

A modo de ejemplo, se toma una secuencia de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas, denotadas como  $X_1, \dots, X_n$  a lo largo de un periodo compuesto por  $n$  periodos. Normalmente, estos periodos se definen según el calendario, como mes, trimestre, semestre o año; con datos observados diariamente dentro de cada periodo. De manera que, basado en la EVT, se pretende determinar la distribución que sigue el valor máximo de estas variables aleatorias (Pfaff, 2013).

$$M_n = \text{Máximo} \{M_x, \dots, X_n\}$$

Se aproxima asintóticamente de manera óptima en principio y asumiendo que se conoce la función de distribución de las  $X_i$ , se podría derivar la distribución de  $M_n$  (Pfaff, 2013).

$$\begin{aligned} P \{M_n \leq z\} &= P \{X_1 \leq z, \dots, X_n \leq z\} \\ &= P \{X_1 \leq z\} X \dots X P \{X_n \leq z\} \\ &= \{F(z)\}^n \end{aligned}$$

En la praxis, este enfoque resulta ineficaz debido al desconocimiento de la función de distribución  $F$ . Para abordar esto, se podría estimar una densidad de núcleo o asumir una distribución específica para las  $X_i$ . Sin embargo, esta opción tiene la limitante de que los errores de estimación se amplifican exponencialmente con  $n$ , generando resultados divergentes.

Una alternativa sería buscar una familia de distribuciones  $F^n$  que pueda aproximar cualquier  $F$ , lo que requiere investigar las características de  $F^n$  para  $n \rightarrow \infty$ . No obstante, este razonamiento asintótico implicaría que los valores de la función de distribución para  $z < z_+$  se aproximen a cero, donde  $z_+$  es el punto superior derecho. De modo que, se sugiere una transformación lineal  $M_n^*$  de  $M_n$  (Pfaff, 2013).

$$M_n^* = \frac{M_n - b_n}{a_n}$$

En esta expresión, se introducen  $a_n > 0$  y  $b_n$ , como secuencias de constantes, con el propósito de ajustar  $M_n$ ; evitando que la masa de probabilidad se concentre exclusivamente en un solo punto. De este modo, bajo la condición de que las secuencias  $a_n$  y  $b_n$  existan, es posible demostrar la expresión de probabilidad (Pfaff, 2013).

$$P \left\{ M_n^* \frac{M_n - b_n}{a_n} \leq Z \right\} \rightarrow G(z) \text{ para } n \rightarrow \infty$$

Posteriormente, se converge hacia una distribución no degenerada  $G(z)$ , que pertenece a una de las siguientes familias de distribuciones: Gumbel, Fréchet o Weibull; las cuales cuentan con parámetros de ubicación y escala; y para el caso de Fréchet y Weibull, también incorporan un parámetro de forma (Pfaff, 2013).

Las tres distribuciones pueden ser incluidas dentro de la distribución generalizada de valores extremos (GEV).

$$G(z) = \exp \left\{ -1 \left[ 1 + \xi \left( \frac{z - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-1/\xi} \right\}$$

La (GEV) se conoce como una distribución de tres parámetros, donde  $\mu$  corresponde a ubicación;  $\sigma$  a escala y  $\xi$  a parámetro de forma. Cuando  $\xi$  tiende a 0, se obtiene la distribución Gumbel; para  $\xi > 0$ , la Fréchet; y para  $\xi < 0$ , la Weibull.

La Weibull tiene un punto derecho finito, mientras que, para las otras dos distribuciones,  $z+$  es infinito. La densidad es exponencial en el caso de Gumbel y polinómica en Fréchet. Por lo tanto, las características y propiedades de la GEV se derivan del valor del parámetro de forma (Pfaff, 2013).

**Historia de la Metodología de los Valores Extremos.** Leadbetter et al. (1983), afirman que su origen se remonta hace aproximadamente 80 años, o incluso antes. En contraparte, Coles (2001) sostiene que fue hasta 1950 cuando se propuso una metodología para modelar eventos de este tipo. Además, señala que las primeras aplicaciones se centraron en la ingeniería civil, ámbito en el que necesitaban diseñar estructuras capaces de resistir diversas fuerzas, especialmente las relacionadas con fenómenos naturales. En cambio, Kotz & Nadarajah (2001) sugieren que la teoría de valores extremos tiene una conexión significativa con los astrónomos, por la necesidad de emplear dicha teoría para abordar observaciones atípicas en sus estudios.

Según Coles (2001), la teoría de valores extremos se dedica al desarrollo de técnicas y modelos destinados a caracterizar los eventos menos frecuentes, lo que, desde su perspectiva, la convierte en una disciplina "singular". En contraparte, Gumbel (1954), señala que el propósito de esta es examinar los valores extremos observados y anticipar la ocurrencia de valores extremos en el futuro.

Algunos autores proporcionan una definición menos estructurada al referirse a los valores extremos como "el máximo y el mínimo". No obstante, Albeverio (2005) plantea que la interpretación de lo que constituye algo "extremo" resulta complicada, ya que engloba atributos como "excepcional", "sorprendente" y "catastrófico". Concluyendo entonces, que al tratarse de una definición estrictamente subjetiva, es más efectivo caracterizarlos a través de sus propiedades estadísticas; tales como, observaciones, predictibilidad, mecanismos, entre otros.

**6.4.1 Aplicación Práctica de los Valores Extremos.** Para autores como Kotz & Nadarajah (2001), se refiere a fenómenos tales como ráfagas de viento, contaminación atmosférica y evaluación de corrosión. Por el contrario, Galambos (1978) presenta otros ejemplos de eventos extremos, como inundaciones, sequías y los efectos de aditivos en alimentos. Además, Reiss & Thomas (2007) destacan diversas aplicaciones, como el estudio de la longevidad humana, la gestión del tráfico en telecomunicaciones, la resistencia de materiales, la concentración de ozono, lluvias y vientos.

En las últimas décadas, se ha presentado un aumento en la aplicación e interés por los modelos financieros que abordan eventos extremos. Longin (1996), utilizó la Distribución de

Valores Extremos Generalizada para analizar los rendimientos diarios del índice S&P, demostrando que siguen una distribución Fréchet.

Posteriormente, Danielsson & Vries (1997) compararon la simulación histórica y las técnicas de RiskMetrics para calcular el VaR en los rendimientos de acciones en EE. UU. Descubrieron que el método de RiskMetrics subestima las pérdidas y la simulación histórica las sobrestima en las predicciones de los peores resultados. No obstante, al aplicar el estimador de cola de la distribución, las estimaciones son más precisas, sugiriendo que los requisitos de capital podrían ser menores al estimar el VaR con este enfoque.

Según la propuesta de Gilli & Këllezi (2006), existen dos enfoques para modelar valores extremos. El primero, conocido como "Modelo Máximo de Bloques" (Block Máxima Method), consiste en seleccionar la mayor observación en períodos no traslapados (semanas, meses, etc.) para representar los eventos extremos de la serie.

Por otro lado, la segunda metodología, se centra en los valores que superan el umbral establecido, y por ende, recibe el nombre de "Excesos Sobre un Umbral" (Peak Over Threshold); destacándose por ser más contemporánea y eficaz para identificar valores extremos de la serie. De manera que, estos modelos se aplican a grandes conjuntos de datos que superan un umbral significativo.

**6.4.2 Modelaje Univariado de los Máximos.** Fisher & Tippett (1928), propusieron los fundamentos básicos de la TVE, introduciendo los tipos de distribución asintótica de los valores extremos, anteriormente mencionados, Gumbel, Fréchet y Weibull. Y a la par, Gumbel (1954), contribuyó significativamente al formalizar la aplicación estadística de esta teoría.

En el análisis de una muestra en su totalidad, se encuentra un único máximo o mínimo absoluto asociado a un número finito de observaciones. Para hacer que la disposición de las observaciones sea analizable mediante la TVE, es posible dividir la muestra en subperíodos disjuntos y de igual tamaño, extrayendo así los máximos de cada subperíodo.

Considerando variables aleatorias  $X_1, X_2, \dots$  *i.i.d.* con función de distribución  $F$  y un conjunto  $X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ , se reordenan dichos términos en orden creciente de magnitud y se obtiene una nueva sucesión. Este enfoque permite realizar un análisis más detallado de la distribución de valores extremos en la muestra.

$$(X_{(n)}) = \{X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)}\}$$

Como se ha mencionado a lo largo del documento, se han desarrollado estrategias para evaluar el riesgo de mercado, destacando el enfoque del VaR; y su evolución en modelos más avanzados que permitan una evaluación holística del riesgo, incluyendo la aplicación de la teoría de valores extremos.

Inicialmente, su utilidad estaba limitada a otros sectores, como es el caso de los seguros (Mesfioui & Quessy, 2005); hasta extenderse en la actualidad al mercado financiero con el propósito de mejorar las medidas de estimación de pérdidas extremas (Philips & Liu, 2011).

De manera que, la EVT, se enfoca en analizar los extremos de una distribución, específicamente los eventos de baja probabilidad (Aranda y De Luca, 2000); proporcionando así, un conjunto de herramientas que permiten determinar los cuantiles extremos sin requerir el conocimiento completo de esta. En otras palabras, posibilita la evaluación de movimientos extremos previsible en los mercados financieros cuantificándolos (Singh et al., 2013). Lo anterior se logra gracias al empleo de modelos paramétricos simples para capturar los extremos de las colas de la distribución y pronosticar el riesgo de mercado (Delfiner y Gutiérrez, 2002).

Cabe resaltar que, al emplear la Teoría de Valor Extremo para cuantificar el riesgo, es esencial reconocer que la distribución de la serie es desconocida, a diferencia del enfoque del Valor en Riesgo (VaR), que asume una distribución normal (De Jesús & Ortiz, 2011).

Teniendo en cuenta lo anterior, De Jesús & Ortiz (2011), plantean las tres distribuciones principales ya mencionadas para cuantificar el riesgo de mercado desde la EVT.

1. Distribución de Gumbel, que presenta colas livianas con un decaimiento exponencial.
2. Distribución de Fréchet, caracterizada por colas pesadas debido a un decaimiento más lento.
3. Distribución de Weibull, con colas cortas y un punto final finito.

## 6.5 T Escalada

**6.5.1 Distribución  $t$  de Student.** También conocida como la distribución  $t$ , es una distribución de probabilidad continua que extiende la distribución normal estándar. Aunque comparte simetría y forma de campana con la distribución normal, la distribución  $t$  tiene colas más pesadas.

El parámetro  $v$  controla la cantidad de masa de probabilidad en las colas, y a medida que  $v$  varía, la distribución  $t$  puede transformarse en la distribución estándar de Cauchy con colas extremadamente gruesas para  $v = 1$ : o converger hacia la distribución normal estándar  $N(0,1)$ , con colas más delgadas a medida que  $v$  se aproxima a infinito.

Esta distribución desempeña un papel crucial en varios análisis estadísticos comúnmente utilizados. Por ejemplo, se emplea la prueba de  $t$  Student para evaluar la significación estadística de la diferencia entre dos medias muestrales; en este caso, en la construcción de intervalos de confianza para la diferencia entre dos medias poblacionales y en el análisis de regresión lineal.

Asimismo, la distribución  $t$  a escala de ubicación  $lst(\mu, \tau^2, v)$ , generaliza la distribución normal y surge en el análisis bayesiano de datos de una familia normal cuando se realiza una marginalización sobre el parámetro de varianza.

**6.5.2 Distribución  $t$  a Escala de Ubicación.** La distribución  $t$  de Student se extiende a la distribución  $t$  de escala de ubicación de tres parámetros, incorporando uno de ubicación ( $\mu$ ) y uno de escala ( $\tau$ ); dando como resultado la expresión  $lst(\mu, \tau^2, v)$ . Este enfoque introduce la capacidad de ajustar la distribución a diferentes posiciones y escalas, permitiendo una mayor flexibilidad en la modelización estadística.

**6.5.3 Casos Especiales.** Si una variable aleatoria  $X$  sigue una distribución  $t$  a escala de ubicación, representada como  $lst(\mu, \tau^2, \nu)$ ; entonces, a medida que  $\nu$  tiende a infinito,  $X$  se aproxima a una distribución normal con una media  $\mu$  y una varianza  $\tau^2$ . En este caso, la distribución  $t$  converge hacia una distribución normal con una variabilidad más estrecha a medida que el parámetro  $\nu$  crece.

Cuando la distribución  $t$  a escala de ubicación, es representada como  $lst(\mu, \tau^2, \nu)$  con un grado de libertad  $\nu = 1$ , es equiparable a la distribución de Cauchy  $Cau(\mu, \tau)$ . En este caso, ambas distribuciones tienen propiedades similares.

En otro caso donde la distribución  $t$  a escala de ubicación, expresada como  $lst(\mu = 0, \tau^2 = 1, \nu)$  con  $\mu = 0$  y  $\tau^2 = 1$ ; se simplifica a la distribución  $t$  de Student  $t_\nu$  con  $\nu$ . En otras palabras, la distribución  $t$  a escala de ubicación con parámetros específicos se reduce a la de  $t$  de Student.

De igual forma, en los últimos años, se han propuesto numerosas extensiones de la distribución  $t$  de Student en la literatura especializada. En el ámbito de las aplicaciones, tanto la distribución  $t$  de Student como sus generalizaciones han adquirido una prevalencia significativa como modelos predilectos para datos económicos y financieros.

Entre las aplicaciones recientes se incluyen: el análisis del riesgo sistemático en los mercados bursátiles chilenos (Cademartori et al., 2003); modelos de gestión de riesgos en carteras internacionales (Hsu Ku, 2008); la fijación de precios de opciones europeas (Cassidy et al., 2010); modelos para datos de pérdidas en seguros, el modelado de rendimientos bursátiles en Brasil (Reed & Aparecido, 2013); y el modelado de rendimientos bursátiles en Nigeria (Shittu et al., 2014).

Según Li & Nadarajah (2018), los softwares para la distribución  $t$  de Student y distribuciones relacionadas es ampliamente accesible a través de diversos paquetes, incluido el paquete R. Algunas de sus funciones a resaltar son proporcionadas por LaplacesDemon para la distribución  $t$  de Student univariante, tanto estándar como escalada.

El paquete VGAM ofrece funciones para estimar parámetros de la distribución  $t$  de Student, así como para la variante escalada con 2 grados de libertad. Otros paquetes como lmomco, QRMLib, rriskDistributions, visualize, y VaRES proporcionan herramientas para calcular diversas propiedades de la distribución  $t$  de Student, desde la estimación de parámetros hasta la generación de gráficos.

Además, el paquete Dowd ofrece funciones específicas para análisis de riesgo, como Expected Shortfall (ES) y Value at Risk (VaR), asumiendo una distribución  $t$  de Student para los rendimientos. En conjunto, estos recursos proporcionan una variedad de herramientas para trabajar con la distribución  $t$  de Student y sus aplicaciones.

Es importante ahondar sobre el término “ $t$ -escalada”, considerando que no es una expresión convencional en el ámbito de la estadística o análisis de datos, y no hay una teoría ampliamente aceptada que se centre explícitamente en esta noción. De manera que, se puede definir como el ajuste de desviación estándar a un valor específico; al que se llega

multiplicando cada valor de la distribución  $t$  por la desviación estándar deseada ( $\sigma$ ). De este modo, se obtiene una distribución que mantiene la forma característica de la distribución  $t$  de Student, pero con una variabilidad diferente.

Teniendo en cuenta esto, se puede afirmar que la aplicación de la  $t$  escalada sería útil en situaciones donde se requiere ajustar la variabilidad de una distribución  $t$  de Student para adaptarse a ciertos escenarios o requisitos específicos; como sucede en análisis de riesgo financiero o simulaciones, donde se busca representar la incertidumbre de manera más acorde con la realidad observada (Guerrero y Hernández, 2023).

En el contexto de la distribución  $t$  de Student, los grados de libertad ( $v$ ) son generalmente considerados como números enteros no negativos, representando cuán similar son los datos a una distribución normal. Sin embargo, en la  $t$  escalada, se trabajan con grados de libertad fraccionarios o decimales, lo cual puede surgir en situaciones específicas como el análisis de datos de series temporales o en modelos estadísticos más complejos (Guerrero y Hernández, 2023).

Finalmente, es importante resaltar que la distribución  $t$  escalada debe ser aplicada con precaución, ya que puede considerarse como una aproximación, la cual debe ser consciente y justificada en contextos particulares. Por consiguiente, los resultados pueden depender de la elección de la desviación estándar deseada u otros factores (Guerrero y Hernández, 2023).

### ***6.6 Problemas de Coherencia que trae el VaR***

El Valor en Riesgo (VaR) es ampliamente reconocido en el mundo financiero y se ha convertido en un estándar de la industria. Es aplicable a diversos tipos de portafolios, incluyendo aquellos con instrumentos no lineales y distribuciones de pérdidas no necesariamente simétricas ni normales.

A diferencia de medidas tradicionales, como la duración, convexidad y griegas, el VaR es holístico y permite considerar múltiples factores de riesgo y su correlación. Además, proporciona información sobre las probabilidades asociadas con una cantidad específica de pérdida en términos de dinero, haciendo más fácil su comprensión en el contexto financiero. En resumen, el VaR es una herramienta valiosa para evaluar y comparar el riesgo en diferentes portafolios (Franco y Franco, 2005).

Sin embargo, a pesar de la amplia adopción del Valor en Riesgo (VaR) en el mundo financiero, su validez teórica y práctica ha sido cuestionada tanto en ámbitos académicos como operativos. La subaditividad, una propiedad esencial para una medida de riesgo, no se cumple en el caso del VaR, lo que implica que la diversificación no necesariamente reduce el riesgo al combinar posiciones. Esto puede conllevar a decisiones arriesgadas y consecuencias no deseadas, como la reducción de requerimientos de capital regulatorio al separar unidades de una firma financiera (Franco y Franco, 2005).

Por otro lado, el VaR de una combinación de dos carteras puede ser mayor que la suma de los VaR de cada una de las carteras por separado. Incluso, se ha demostrado que la acción de minimizarlo de una cartera puede resultar en varios puntos de minimización locales (Mausser

& Rosen, 1998). De hecho, se considera una medida de riesgo coherente sólo cuando se aplica a distribuciones normales.

Adicionalmente, el VaR ha sido cuestionado por aspectos tales como, la falta de suavidad y convexidad en distribuciones discretas; la dependencia de distribuciones elípticas; la variabilidad en los resultados según diferentes métodos; y su incapacidad para proporcionar información sobre la severidad de pérdidas que exceden el VaR. Estas limitaciones sugieren la necesidad de considerar otras alternativas (Franco y Franco, 2005).

En este mismo sentido, Artzner et al. (1999), sostienen que el Valor en Riesgo no satisface las condiciones para ser una medida de riesgo coherente debido a problemas de inestabilidad numérica, especialmente en distribuciones con colas pesadas; además de no considerar la magnitud de las pérdidas que superan dicho umbral.

Partiendo de las limitaciones y ventajas que ofrece el VaR, se han llevado a cabo investigaciones tanto en reformulaciones del mismo como en la búsqueda de modelos sustitutivos para cuantificar el riesgo de mercado.

Como resultado, se propone un modelo alternativo para valorar el riesgo, denominado Valor en Riesgo Condicional (CVaR). Este se define como una medida coherente de riesgo que satisface propiedades deseables desde una perspectiva teórica y operativa. A diferencia del VaR, el CVaR es subaditivo, convexo y uniextremo, lo que facilita la implementación de algoritmos de optimización y control. Además, cuantifica las pérdidas que exceden el VaR y actúa como una cuota superior para este último (Franco y Franco, 2005).

El CVaR es continuo con respecto al nivel de confianza, incluso en distribuciones anormales, permitiendo su control y optimización. Puede ser minimizado eficientemente mediante algoritmos de programación lineal, lo cual no es posible con el VaR. Además, proporciona información sobre la magnitud de las pérdidas que exceden el VaR, lo que puede ser crucial para la toma de decisiones de inversión.

De modo que, el CVaR se presenta como una medida más coherente y adecuada que el VaR en la cuantificación del riesgo financiero, y su uso combinado con otras metodologías puede ofrecer una visión más completa y precisa del riesgo en los portafolios financieros (Franco y Franco, 2005).

Para llegar a la conclusión de establecer una medida de riesgo como coherente, Artzner et al. (1999) establecen cuatro criterios a satisfacer, de los cuales el más destacado es la condición de subaditividad, previamente mencionada. Asimismo, estos autores demuestran que dichos criterios son aplicables al déficit esperado, pero no al valor en riesgo convencional.

Actualmente, se entiende el criterio de subaditividad como un requisito fundamental para las medidas de riesgo; siendo esto un limitante para el caso del VaR. Por consiguiente, el Comité de Basilea ha reemplazado el valor en riesgo por el déficit esperado en sus regulaciones de riesgo de mercado (Rau-Bredow, 2019).

Sin embargo, es importante señalar que la propiedad de subaditividad no siempre describe con precisión los efectos de las fusiones en los riesgos. En algunas situaciones, las fusiones pueden crear riesgos mayores que la suma de los riesgos individuales, lo que termina siendo superaditivo. Además, la formación de instituciones sistémicamente importantes (SIFI) puede generar requisitos de capital adicionales que podrían evitarse si se revierte la fusión y se divide la entidad en partes más pequeñas, lo que va en contra del supuesto de subaditividad.

Dentro de este contexto, una alternativa al Valor en Riesgo (VaR) es el Valor en Riesgo Condicionado (CVaR); también conocido como el promedio de las pérdidas excedentes; el déficit medio o el VaR de cola. Para un período de tiempo  $t$  específico y un nivel de confianza  $\beta$ , el CVaR representa la expectativa condicional de las pérdidas que superan el VaR en ese período de tiempo y con un nivel de confianza  $\beta$  (Rockafellar & Uryasev, 2000).

### **6.7 El CVaR como Medida Coherente del Riesgo**

La finalidad del Valor en Riesgo Condicionado (CVaR) es evaluar la pérdida potencial anticipada una vez que se haya excedido el umbral establecido por el VaR. En términos simples, se refiere a la expectativa de pérdida bajo la condición de superar el nivel especificado por el VaR (Artzner et al., 1999).

Desde una perspectiva estadística, la esperanza matemática de una variable aleatoria  $X$ , considerando el evento  $B$ , puede ser expresada de la siguiente manera.

$$E(X|B)$$

Dado que el Valor en Riesgo Condicionado (CVaR) se fundamenta en la premisa de que el evento condicionante es el Valor en Riesgo (VaR), se podría definir formalmente de la siguiente manera.

$$CVaR_{1-q} = E[-X | -X \geq VaR_{1-q}]$$

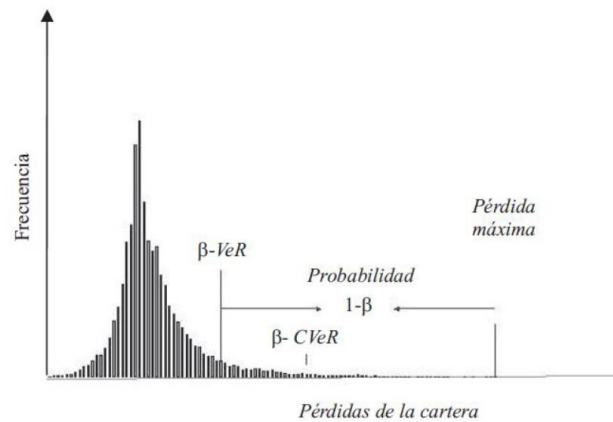
Donde,  $CVaR_{1-q}$  corresponde al Valor en Riesgo condicional a un nivel de confianza  $1 - q$ ;  $X$  es la variable aleatoria que denota la pérdida; y  $VaR_{1-q}$  indica el Valor en Riesgo a un nivel de confianza.

Para concluir, la propuesta del Valor en Riesgo Condicionado (CVaR) como enfoque para evaluar el riesgo constituye una medida alternativa al VaR; cumpliendo con todas las características necesarias para ser considerada una medida de riesgo coherente, según los estándares académicos de la teoría de la medida.

Además, desde una perspectiva práctica y operativa, el CVaR aborda las limitaciones mencionadas, al cumplir con los criterios de subaditividad, convexidad y unicidad extrema; características destacables por facilitar la implementación de algoritmos de optimización y control, mejorando su viabilidad en aplicaciones prácticas (Franco y Franco, 2005).

A modo de diagrama, en la Figura 6 se representa el Valor en Riesgo Condicionado (CVaR).

**Figura 6**  
*Valor en Riesgo Condicional (CVaR)*



*Nota.* Uryasev (2000).

Considerando que la distribución de pérdidas y ganancias sigue una distribución normal, el cálculo del Valor en Riesgo Condicional (CVaR) delta normal se puede realizar mediante la siguiente fórmula.

$$CVaR_{1-\alpha} = E [-X \mid -X \geq VaR_{1-\alpha}]$$

En consecuencia, para calcular el Valor en Riesgo Condicional (CVaR) se utiliza la distribución de probabilidad hallada empíricamente y a continuación se procede al cálculo utilizando la expresión que se indica enseguida.

$$CVaR_{1-\alpha} = \frac{\int_{-\infty}^{VaRa(x)} xf(x)dx}{\int_{-\infty}^{VaRa(x)} f(x)dx}$$

## Metodología

El trabajo propuesto se enmarca en una investigación aplicada de naturaleza cuantitativa y exploratoria. La naturaleza cuantitativa se evidencia en el análisis detallado y la medición precisa de riesgos financieros mediante la aplicación de metodologías como Delta Normal, Simulación Histórica, Montecarlo, Teoría de Valores Extremos y Escalada. Estas herramientas cuantitativas buscan proporcionar estimaciones robustas del Valor en Riesgo (VaR) y el Valor en Riesgo Condicionado (CVaR) en el contexto dinámico y complejo de los mercados financieros, específicamente en la Bolsa de Valores de Colombia (MSCI COLCAP). La naturaleza exploratoria de la investigación se refleja en la búsqueda de metodologías avanzadas que superen las limitaciones de los métodos tradicionales, explorando la viabilidad y aplicabilidad de enfoques como la Teoría de Valores Extremos. Además, el trabajo busca contribuir a la evolución y fortalecimiento de las prácticas de gestión de riesgos en el contexto colombiano, agregando una perspectiva novedosa a través de la evaluación crítica de diversas metodologías en un esfuerzo integral de mejora continua.

Con la intención de aclarar el marco teórico e indicar el proceso que se debe seguir para el cálculo del VaR y del CVaR, en los distintos procedimientos desarrollados teóricamente en el presente estudio, se tomaron los valores de cierre de negociación de las acciones más bursátiles negociadas en MSCI COLCAP, durante el periodo diciembre 2 de 2019 hasta 1 de diciembre de 2023. Con ellos se calculó el rendimiento y se estableció un portafolio eficiente para un rendimiento diario establecido, para esta conformación de portafolio se tomaron en cuenta todos los títulos a fin de disminuir el riesgo por efecto de la diversificación y se estableció la composición de forma que se tuviera la mínima varianza para un rendimiento establecido. Conocidos los rendimientos diarios del portafolio conformado, se hicieron análisis gráficos preliminares para conocer su comportamiento y se realizó un diagrama de caja para detectar la presencia de valores atípicos y establecer si el portafolio confiado seguía un comportamiento normal efectuando más adelante las pruebas de bondad de ajuste para verificar la existencia o no existencia de normalidad.

Realizado el proceso anterior se continua con el establecimiento del VaR al 95% y 99% por los métodos: Delta Normal, Simulación Histórica, Montecarlo, Teoría de Valores Extremos y T Escalada, Cada uno de estos procedimientos, viene acompañada de la instrucción en R que facilita su cálculo. En cada paso del proceso seguido se indica lo que hace la instrucción, la forma como se corre, los resultados obtenidos y el análisis que se desprende de estos resultados. Seguido esto se hace lo mismo, pero en este caso para el cálculo del VaRC, utilizando los mismos niveles de confianza y acompañándolo con la instrucción que genera el cálculo e indicando el proceso que se debe seguir para correrla.

En el cuadro 1 se indican las acciones que fueron tenidas en cuenta en el desarrollo del presente trabajo y la notación que se le dio para identificarla en la parte de sistemas

**Tabla 1***Acciones más bursátiles de MSCI COLCAP y su denotación*

<b>Acción</b>	<b>Denotación</b>
Grupo Aval Acciones y Valores SA Preferencial	GAA_p
Banco Davivienda Pref	DVI_p
Banco De Bogotá SA	BBO
Bancolombia SA	BIC
Bancolombia Pref	BIC_pl
Canacol Energy Ltd.	CNE
Celsia SA	CEL
Cementos Argos SA	CCB
Cementos Argos Pref	CCB_p
Corporación Financiera Colombiana SA	CFV
Ecopetrol SA	ECO
ETB	ETB
Grupo Argos	ARG
Grupo Bolivar SA	SCA
Grupo de Inversiones Suramericana SA Pref	SIS_p
Grupo Energia Bogota SA ESP	GEB
Interconnection Electric SA ESP	ISA
Mineros SA	MAS
Grupo Nutresa SA	NCH
Organizacion Terpel SA	TPL
Promigas	PMG
Grupo de Inversiones Suramericana SA	SIS

Fuente: Elaboración propia

El desarrollo del proceso de cálculo fue hecho con la utilización del programa R Project y con el empleo de las librerías que a continuación se indican:

### **fPortfolio**

El paquete "fPortfolio" de Rmetrics, suministra una colección de funciones que permiten desde la ingeniería financiera y las finanzas computacionales optimizar carteras. Con la librería es posible realizar análisis exploratorio de datos de activos financieros, el diseño selección y optimización de carteras concluyendo con el cálculo del valor en riesgo.

### **rriskDistributions**

Este paquete proporciona una colección de funciones para estimar parámetros de distribuciones continuas o discretas, la cual puede ser realizada a través de datos originales o por cuantiles conocidos. Cuenta con dos instrucciones fit.perc() y fit.cont() que proporcionan al usuario una guía completa para elegir la distribución más apropiada de una guía que ofrece el paquete.

### **Paquete fExtremes**

El paquete fExtremes aborda la análisis y modelado de eventos extremos en series temporales financieras, abarcando diversos temas como, preprocesamiento de datos, análisis exploratorio de datos, modelado de valores extremos sobre umbral, modelado de máximos por bloques, estimación de VaR; CVaR, y el cálculo del índice extremo (Rmetrics, 2023).

Además, el paquete incluye funciones como blockMaxima, que extrae máximos por bloques de un vector o serie temporal, findThreshold, que encuentra el umbral superior para un número dado de extremos, pointProcess, que extrae picos sobre umbral de un vector o serie temporal, y deCluster, que desagrupa datos de procesos puntuales agrupados. La sección de Análisis Exploratorio de Datos Extremos ofrece una colección de funciones con herramientas gráficas para explorar distribuciones empíricas, cuantiles, propiedades de superaciones sobre umbral, relación media/suma y desarrollo de registros en series temporales financieras. (Rmetrics, 2023)

### **Paquete Gofstest**

De acuerdo con Baddeley, A. et al. (2022) El paquete gofstest incluye implementaciones de las pruebas clásicas de bondad de ajuste para distribuciones continuas univariadas, como Cramér-von Mises y Anderson-Darling. La prueba de Cramér-von Mises, realizada mediante cvm.test, utiliza el algoritmo de Csörgo y Faraway (1996) para calcular la función de distribución acumulativa de la distribución nula y qCvM para calcular los cuantiles mediante búsqueda de raíces. La prueba de Anderson-Darling, realizada mediante ad.test, utiliza el algoritmo de Marsaglia y Marsaglia (2004) para calcular la función de distribución acumulativa de la distribución nula y qAD para obtener los cuantiles mediante búsqueda de raíces. Por defecto, cada prueba asume parámetros de distribución nula conocidos, pero si se estimaron a partir de los datos, se puede ajustar el efecto de la estimación estableciendo estimated=TRUE, utilizando el método de ajuste de Braun (1980).

## **Desarrollo de la Investigación.**

### **Desarrollo De Caso Práctico En R-Project**

Con el fin de aclarar el proceso que se debe seguir para establecer el VaR y el CVaR y con el deseo también de indicar el manejo del script que permite los cálculos para los distintos procedimientos, a continuación se toman los valores de cierre de las acciones negociadas por MSCI COLCAP y con ellas se efectúan los cálculos y análisis correspondientes. Para esto, inicialmente se indica en un numeral lo que se va a hacer, luego la instrucción que permite efectuar el cálculo y al final los resultados obtenidos y los análisis que se desprenden.

### 1. Se cargan e instalan los paquetes requeridos

Se realiza la Instalación de los paquetes que se requieren para poder efectuar el cálculo del VaR en sus distintas modalidades, luego de estar instalados se cargan a la memoria con el `library()`

```
#install.packages("fPortfolio",dependencies=TRUE)
#install.packages("gofptest",dependencies=TRUE)
#install.packages("fExtremes",dependencies=TRUE)
#install.packages("rriskDistributions",dependencies=TRUE)
#install.packages("metRology",dependencies=TRUE)
#install.packages("fitdistrplus",dependencies=TRUE)
library(fPortfolio) # si
library(gofptest) # si
library(fExtremes) #si
library(rriskDistributions)# si
library(metRology)
library(quantmod)
library(MASS)# si
library(ggplot2)
library("fitdistrplus")
```

### 2. Base de datos

En este archivo se localizan los valores diarios de las acciones desde el 2 de diciembre de 2019 hasta el 1 de diciembre de 2023. En las distintas columnas del archivo aparecen los títulos y en las filas los valores en pesos de dado título. Esta información para ser cargada a R debe pasarse a formato CSV delimitado por comas, opción que trae Excel y para efectuar el paso, solo se hace necesario ubicarse en la hoja Excel, ir a archivo, indicar el lugar donde se desea guardar, luego en la ventana emergente que sale, colocar tipo y allí ubicar la opción CSV delimitado por comas, finalmente dar aceptar.

Con la siguiente instrucción se borran memorias y se carga la base de datos. Para verificar que la información se cargó, se solicita al sistema que informe dimensión del archivo cargado y que indique las cifras correspondientes a las cinco primeras filas.

```
rm(list = ls())
VRACCOLCAP <- readSeries("Acciones Colcap.csv",header= T,sep=";",dec=",",format="%d/%m/%Y")
dim(VRACCOLCAP)
head(VRACCOLCAP)
```

**Tabla 2**  
Base de datos de Acciones MSCI COLCAP

	GAA_p	DVI_p	BBO	BIC	BIC_p1	CNE	CEL	CCB	CCB_p	CFV	ECO	ARG	SCA	SIS_p
2019-12-02	1405	43180	82040	41600	42600	57600	4405	6320	5180	29360	3230	17800	69980	27480
2019-12-03	1415	42220	82040	41480	42600	56900	4420	6320	5180	29380	3200	17420	69520	27680
2019-12-04	1420	42260	82300	42400	43680	58500	4350	6400	5180	29480	3330	17980	69520	28040
2019-12-05	1420	42520	86000	42000	43900	59000	4380	6500	5180	29140	3280	17960	70000	27920
2019-12-06	1415	42500	86000	42000	43820	58300	4420	6450	5260	29200	3300	17680	70000	28000
2019-12-09	1415	42400	85500	42000	43620	58200	4400	6400	5250	29000	3280	17400	70000	28040
	GEB	ISA	MAS	NCH	TPL	SIS								
2019-12-02	2185	18360	3200	25820	9940	32340								
2019-12-03	2185	18400	3205	25680	9940	32700								
2019-12-04	2170	18340	3180	25300	9940	33480								
2019-12-05	2185	18660	3175	25700	9940	33100								
2019-12-06	2190	18500	3195	25600	9940	32980								
2019-12-09	2185	18780	3195	25600	9940	32500								

Fuente: Elaboración Propia

### 3. Se calculan los rendimientos por el método continuo

```
RECOLCAP <- returns(VRACCOLCAP)
head(RECOLCAP)
dim(RECOLCAP)
```

**Tabla 3**  
Rendimientos calculados por método continuo

	GAA_p	DVI_p	BBO	BIC	BIC_p1	CNE								
2019-12-03	0.007092228	-0.0224833827	0.000000000	-0.002888784	0.000000000	-0.012227227								
2019-12-04	0.003527341	0.0009469698	0.003164174	0.021936979	0.025036078	0.027731413								
2019-12-05	0.000000000	0.0061335413	0.043976189	-0.009478744	0.005023989	0.008510690								
2019-12-06	-0.003527341	-0.0004704775	0.000000000	0.000000000	-0.001823986	-0.011935351								
2019-12-09	0.000000000	-0.0023557137	-0.005830920	0.000000000	-0.004574573	-0.001716739								
2019-12-10	-0.003539827	0.0103238833	0.005598335	-0.016807118	0.000000000	0.005141400								
	CEL	CCB	CCB_p	CFV	ECO	ARG								
2019-12-03	0.003399437	0.000000000	0.000000000	0.000680967	-0.009331327	-0.021579486								
2019-12-04	-0.015963851	0.012578782	0.000000000	0.003397897	0.039821494	0.031641058								
2019-12-05	0.006872879	0.015504187	0.000000000	-0.011600267	-0.015128882	-0.001112966								
2019-12-06	0.009090972	-0.007722046	0.015325970	0.002056909	0.006079046	-0.015713006								
2019-12-09	-0.004535155	-0.007782140	-0.001902950	-0.006872879	-0.006079046	-0.015963851								
2019-12-10	0.002270149	-0.007843177	-0.009569451	0.010974047	-0.006116227	0.000000000								
	SCA	SIS_p	GEB	ISA	MAS	NCH	TPL							
2019-12-03	-0.006595006	0.007251663	0.000000000	0.002176279	0.001561281	-0.005436907	0							
2019-12-04	0.000000000	0.012921931	-0.006888661	-0.003266198	-0.007830894	-0.014908083	0							
2019-12-05	0.006880761	-0.004288784	0.006888661	0.017297729	-0.001573564	0.015686596	0							
2019-12-06	0.000000000	0.002861232	0.002285715	-0.008611463	0.006279455	-0.003898640	0							
2019-12-09	0.000000000	0.001427552	-0.002285715	0.015021742	0.000000000	0.000000000	0							
2019-12-10	-0.007168489	0.002849005	-0.002290952	-0.007482665	-0.007855500	-0.005483758	0							
	SIS													
2019-12-03	0.011070224													
2019-12-04	0.023573168													
2019-12-05	-0.011414963													
2019-12-06	-0.003631965													
2019-12-09	-0.014661228													
2019-12-10	0.008578484													

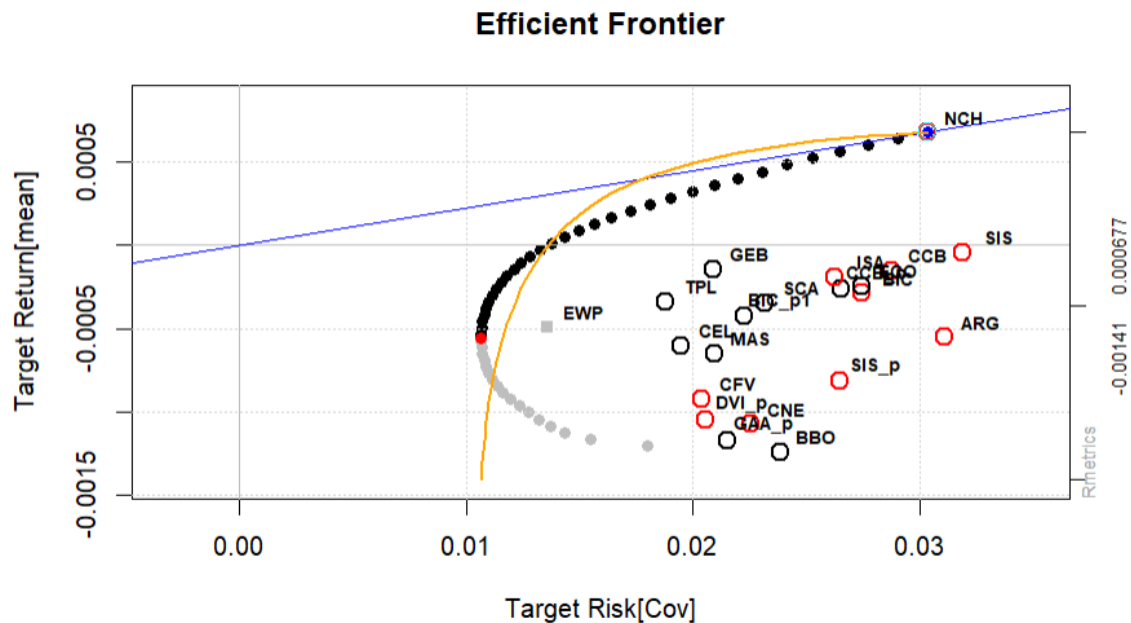
Fuente: Elaboración Propia.

#### 4. Establecimiento de Frontera Eficiente

Se obtiene matriz de covarianzas y se genera la frontera eficiente considerando todos los activos que hacen parte de la base de datos.

```
covEstimator <- covEstimator(RECOLCAP)# Genera la matriz de covarianzas
fastcovEstimator <- function(x, spec = NULL, ...)
Spec = portfolioSpec()# N mero de puntos 50. M todo solveRquadprog
Frontier <- portfolioFrontier(RECOLCAP)
print(Frontier)# El sistema por defecto solo muestra cinco puntos
tailoredFrontierPlot(Frontier,col = c("black", "red"))
```

**Figura 7**  
Frontera Eficiente



#### 5. Composición de portafolio para rendimiento dado

Se establece la composición del portafolio para un rendimiento diario de 0.0005

```
Spec = portfolioSpec()
setTargetReturn(Spec) <- 0.0005
efficientPortfolio(RECOLCAP, Spec) |
```

**Tabla 4**

*Composición de Portafolio para el rendimiento esperado*

```

Title:
MV Efficient Portfolio
Estimator:      covEstimator
Solver:         solveRquadprog
Optimize:       minRisk
Constraints:     LongOnly

Portfolio Weights:
GAA_p  DVI_p  BBO  BIC  BIC_p1  CNE  CEL  CCB  CCB_p  CFV  ECO  ARG  SCA
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
SIS_p  GEB  ISA  MAS  NCH  TPL  SIS
0.0000 0.1765 0.0000 0.0000 0.7791 0.0000 0.0443

Covariance Risk Budgets:
GAA_p  DVI_p  BBO  BIC  BIC_p1  CNE  CEL  CCB  CCB_p  CFV  ECO  ARG  SCA
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
SIS_p  GEB  ISA  MAS  NCH  TPL  SIS
0.0000 0.0407 0.0000 0.0000 0.9438 0.0000 0.0155

Target Returns and Risks:
mean  Cov  CVaR  VaR
0.0005 0.0247 0.0483 0.0260

```

Fuente: Elaboración Propia.

La composición del portafolio que permite alcanzar el rendimiento establecido se distribuye de la siguiente manera:

**GEB 0.1765          NCH 0.7791          SIS 0.0444**

Al final el paquete muestra la media, riesgo, VaR y VaR condicional, para un 95% de confianza y asumiendo que el portafolio conformado sigue una distribución normal. También suministra la participación del riesgo de cada título en la conformación del portafolio.

### **6. Conformación de Portafolio**

Se conforma el portafolio según las especificaciones obtenidas para el rendimiento establecido, se ajusta el nombre y se solicita que muestre los primeros cinco rendimientos.

Para conformar el portafolio, se multiplican los rendimientos de las acciones de GEB por su participación del 17.65%, luego las acciones de NCH por su participación del 77.91%, y finalmente las acciones de SIS por su participación del 4.43%. Los resultados obtenidos son sumados de manera diaria, obteniendo así los rendimientos diarios del portafolio que se desea conformar.

```

PORCOLCAP <- 0.1765*RECOLCAP[,15]+ 0.7791*RECOLCAP[,18] +0.0443*RECOLCAP[,20]

colnames(PORCOLCAP) <- "PORCOLCAP"
head(PORCOLCAP)

```

Se obtienen los rendimientos del portafolio conformado para los cinco primeros días.

**Tabla 5**  
*Rendimientos diarios Portafolio conformado*

GMT	PORCOLCAP
2019-12-03	-0.003745483
2019-12-04	-0.011786445
2019-12-05	0.012931593
2019-12-06	-0.002794898
2019-12-09	-0.001052921
2019-12-10	-0.004296722

Fuente: Elaboración propia

### 7. Cálculo de rendimiento y riesgo para Portafolio

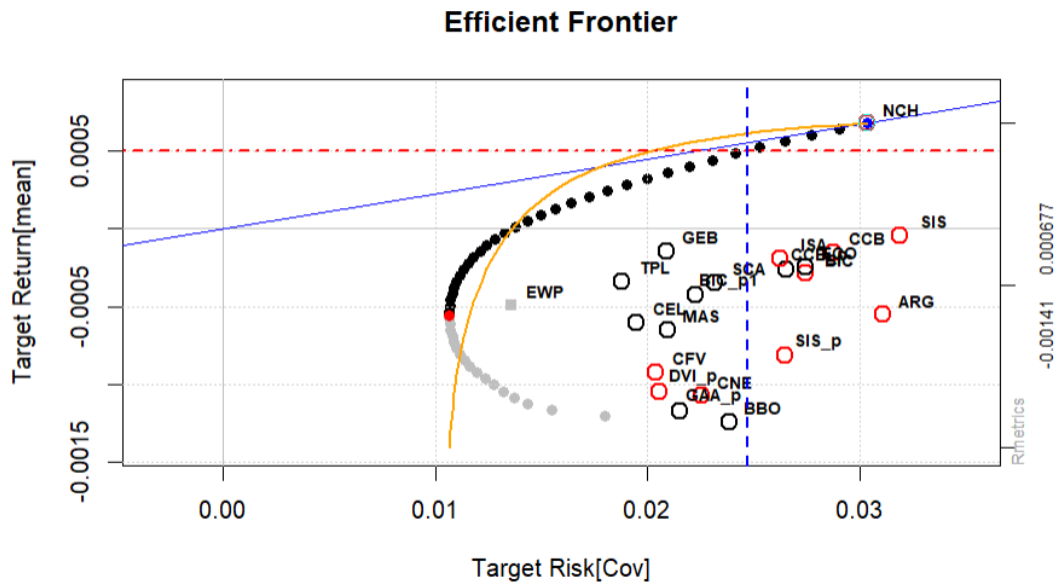
Se calcula el rendimiento y el riesgo para el portafolio, luego se trazan líneas para los valores del rendimiento y riesgo encontrado.

El punto en el cual se cruzan las líneas trazadas establece el rendimiento y riesgo para el portafolio conformado, esto se hace para comprobar que el portafolio conformado es eficiente, lo que se hace verificando que el punto de corte se localice en la frontera eficiente. Al observar el gráfico en el que se muestra la frontera eficiente y observar con detenimiento las líneas punteadas en las cuales la línea roja señala el rendimiento y la azul el riesgo, se nota que el cruce se genera en un punto que hace parte de la frontera eficiente, con lo cual se comprueba que el máximo rendimiento para un riesgo de 0.024 es de 0.0005, o viceversa, el mínimo riesgo para un rendimiento de 0.0005 es de 0.024

```
Media <- mean(PORCOLCAP)
Desviacion <- sd(PORCOLCAP)
tailoredFrontierPlot(Frontier,col = c("black", "red"))

tailoredFrontierPlot(Frontier,col = c("black", "red"))
abline(h = Media,lty = 4, col = "red",lwd=2)
abline(v =Desviacion,lty = 2, col = "blue", lwd = 2)
```

**Figura 8**  
*Máximo Riesgo y Rendimiento Frontera Eficiente*

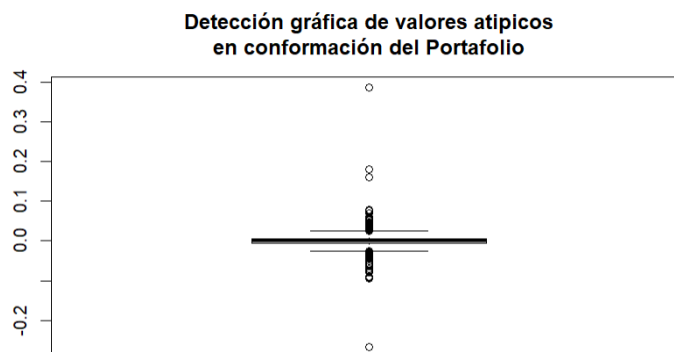


### 8. Análisis descriptivo del Portafolio

Se realiza el diagrama de caja y prueba de bondad de ajuste para verificar si la información sigue una distribución normal.

```
boxplot(PORCOLCAP, main = "Detección gráfica de valores atipicos
en conformación del Portafolio")
```

**Figura 9**  
*Gráfico de Caja*



El estudio de Minnaard, et al. (2002) resalta la utilidad de los gráficos en el análisis de diversas disciplinas, proporcionando una comprensión integral del fenómeno en investigación. En este contexto, el gráfico de caja y bigotes propuesto por Tukey (1977) se erige como una herramienta valiosa. Este gráfico se construye mediante medidas descriptivas, como la mediana, el primer y tercer cuartil, el rango intercuartílico, y la determinación de barreras específicas. Estas barreras no solo identifican datos atípicos, sino que también señalan observaciones que requieren una atención más detenida (Frigge, et al., 1989).

Choonpradub, et al. (2008) respaldan la utilidad de los gráficos de caja para distribuciones continuas y unimodales. Recomiendan su empleo para visualizar de manera gráfica los supuestos de normalidad en la población de la cual se obtuvo la muestra.

Al examinar el gráfico, se observa que los puntos que sobresalen sobre la línea representan valores atípicos extremos, indicando una presencia significativa de estos valores, lo que sugiere que el portafolio no tiene un comportamiento normal.

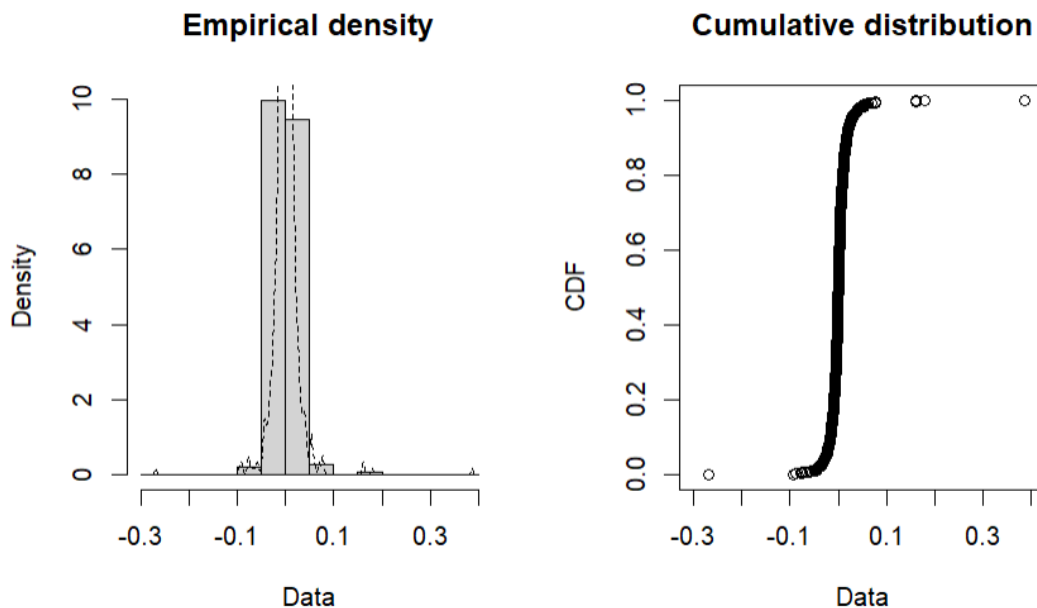
### 9. Análisis gráfico del Portafolio

Se realiza el gráfico para los rendimientos del portafolio encontrado

```
plotdist(c(PORCOLCAP), histo=TRUE, demp=TRUE)
```

**Figura 10**

*Gráficos de rendimientos del Portafolio*



El Diagrama de Empirical Density indica claramente que la distribución es altamente leptocúrtica, es decir, muy apuntada. Además, al observar el gráfico de Distribución Cumulativa, se identifican puntos donde se encuentran valores atípicos, lo que sugiere la presencia de anomalías que afectan la normalidad de los datos.

Para evaluar formalmente la normalidad de los datos, se llevará a cabo una prueba de hipótesis en la que la hipótesis nula ( $H_0$ ) plantea que los datos siguen una distribución normal, con una media de 0.0005 y una desviación estándar de 0.024, basándose en la información proporcionada.

Es importante mencionar que, al realizar esta prueba, se busca determinar si hay evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula, con lo cual los datos no siguen una distribución normal. La prueba de hipótesis proporcionará información valiosa sobre la validez de asumir la normalidad en los datos dados los parámetros específicos de media y desviación estándar establecidos.

### 9.1 Se hace la prueba de bondad de ajuste para verificar si los rendimientos siguen distribución normal.

#### Prueba de Cramer Von Mises

```
cvm.test(PORCOLCAP,"pnorm", mean = Media, sd = Desviacion)#Utiliza la prueba Cramer-von Mises
```

```
Cramer-von Mises test of goodness-of-fit
Null hypothesis: Normal distribution
with parameters mean = 0.00050000378117508, sd = 0.0246752318473246
Parameters assumed to be fixed
```

```
data: PORCOLCAP
omega2 = 13.018, p-value < 2.2e-16
```

El p-valor de  $2.2e-16$  indica que hay evidencia significativa para rechazar la hipótesis nula con un nivel de confianza cercano al 100%. En términos prácticos, este p-valor cercano a cero indica %, que los datos no siguen una distribución normal con media de 0.05 y desviación estándar de 0.024.

#### Prueba de Kolmogorov – Smirnov

```
ks.test(PORCOLCAP,"pnorm", mean = Media, sd = Desviacion)# Kolmogorov-Smirnov
```

```
Asymptotic one-sample Kolmogorov-Smirnov test
```

```
data: PORCOLCAP
D = 0.17143, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: two-sided
```

Al tener un p-valor de  $2.2e-16$ , se rechaza la hipótesis nula, es decir, los rendimientos del portafolio no siguen una distribución normal con media 0.0005 y desviación 0.024.

### Prueba de Anderson – Darling

```
ad.test(PORCOLCAP,"pnorm", mean = Media, sd = Desviacion)# Utiliza la prueba Anderson-Darling
```

```
Anderson-Darling test of goodness-of-fit
Null hypothesis: Normal distribution
with parameters mean = 0.00050000378117508, sd = 0.0246752318473246
Parameters assumed to be fixed
```

```
data: PORCOLCAP
An = Inf, p-value = 6.148e-07
```

Al hacer la prueba el p-valor es de  $6.148e-07$ , con lo cual se rechaza la hipótesis nula, es decir, los rendimientos del portafolio no siguen una distribución normal con media 0.0005 y desviación 0.024.

Dado que el método Delta Normal se emplea para calcular el VaR y que este parte del supuesto que la información sigue una distribución normal para efectuar el cálculo. Los resultados obtenidos de la prueba de bondad de ajuste, claramente indican la inconveniencia de emplear este método para establecer valor del VaR.

## 10. Cálculo Del Valor En Riesgo (Var)

Para todos los casos se calcula el VaR diario por peso invertido para una confianza del 95% y 99%.

### 10.1 Método Delta Normal

#### Para un 95% de confianza

```
n <- 1
Portafolio <- 1
Cuantiles <- qnorm(c(0.95),mean = 0, sd=1)
VaRD95 <- Desviacion*Cuantiles*Portafolio*(n^0.5)
VaRD95
```

```
[1] 0.04058714
```

La pérdida máxima diaria con un 95% de confianza es de 0.04058 pesos por peso invertido, Este resultado proporciona una medida de riesgo para la cartera en las cuales se supone que la información sigue una distribución normal, que como ya se dijo anteriormente no se cumple.

### Para un 99% de confianza

```
Cuantiles <- qnorm(c(0.99),mean = 0, sd=1)
Portafolio <- 1
n <- 1
VaRDN99 <- Desviacion*Cuantiles*Portafolio *(n^0.5)
VaRDN99
```

```
[1] 0.05740317
```

La pérdida máxima diaria con un nivel de confianza del 99% es de 0.05740317 pesos por peso invertido. Como ya se había dicho, se parte del supuesto que los rendimientos siguen una distribución normal, suposición discutible, ya que las distribuciones de los rendimientos se caracterizan en la mayoría de casos por ser leptocúrticas y con colas gruesas, por lo que se pone en duda la utilización de este procedimiento como medida para el cálculo y gestión del riesgo.

### 10.2. Cálculo del VaR por el Método de simulación histórica.

Se dividen los rendimientos del portafolio en 100 partes iguales y se establece el valor del rendimiento para cada 1%. El valor obtenido para el 5% y 1% son los que corresponden al VaR para el 95% y 99% que son respectivamente 0.02530167 y 0.05765537 pesos

```
VOrdenado <- sort(c(PORCOLCAP))
Percentil <- cbind(c(quantile (VOrdenado, probs = seq (0, 1, 0.01))))
head(Percentil)
```

```
      [,1]
0% -0.26778381
1% -0.05765537
2% -0.04150439
3% -0.03404992
4% -0.02962938
5% -0.02530167
```

Este método parte del supuesto de que la historia se repite, por lo que los valores de riesgo están dados por el percentil 1 y percentil 5 para el VaR al 99% y 95% respectivamente.

### Para un 95%

```
VaRSH95 <- cbind(c(quantile (Percentil,probs = seq ( 0.05,0.05))))
VaRSH95
```

```
      [,1]
5% -0.02530167
```

**Para un 99%**

```
VaRSH99 <- cbind(c(quantile (Percentil, probs = seq ( 0.01,0.01))))
VaRSH99
```

```
      [,1]
1% -0.05765537
```

La metodología de la Simulación Histórica asume que parte del pasado se repetirá, pero enfrenta un inconveniente significativo: la posibilidad de que se presenten nuevas situaciones que no hayan ocurrido en años anteriores. En este escenario, eventos extremos y excepcionales no estarían contemplados, lo cual constituye una de las críticas principales al VaR basado en la simulación histórica. Además, este enfoque requiere un periodo de información largo y extenso para ser efectivo, siendo otro aspecto importante para considerar en su aplicación. Estas limitaciones subrayan la importancia de evaluar cuidadosamente la idoneidad de la Simulación Histórica y reconocer sus restricciones en la gestión de riesgos.

**10.3 Calculo del VaR por el método de simulación Montecarlo**

Se procede a determinar la distribución que sigue el portafolio conformado mediante el uso del paquete `riskDistributions` que tiene R-Project. Tras explorar diversas distribuciones contenidas dentro del paquete, se observa cual es la distribución que mejor se ajusta, se señala y se da aceptar para que el paquete arroje los parámetros del modelo. Una vez conocidos los parámetros, se procede a realizar un proceso de simulación para lo cual se solicita al paquete que genere una gran cantidad de valores que sigan el modelo de probabilidad definido y se procede al cálculo del VaR como se indica a continuación:

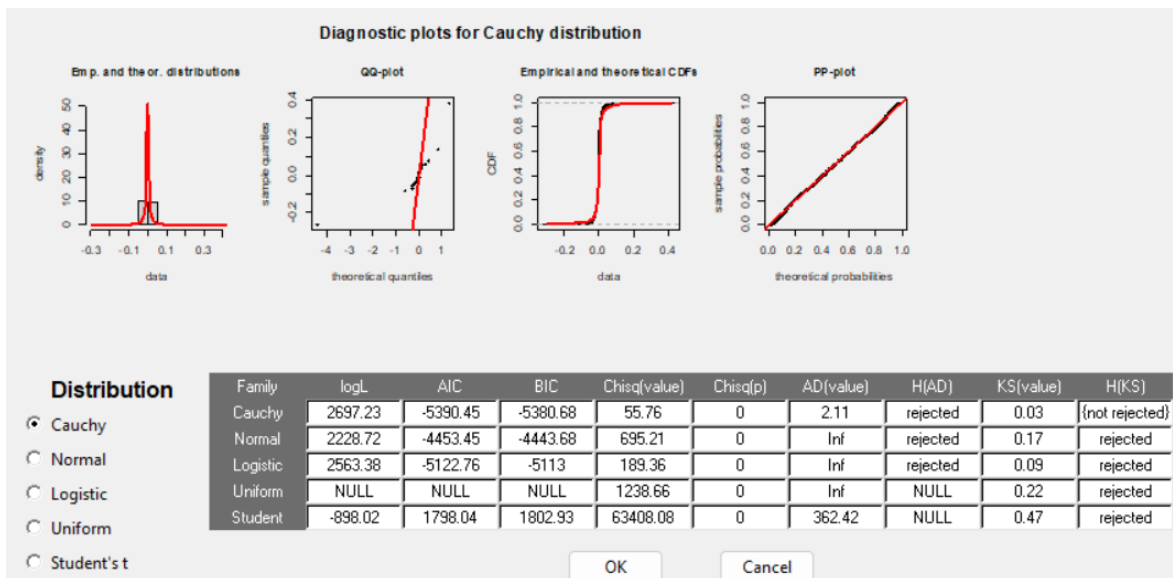
Para el caso del portafolio que se ha venido trabajando se realiza el proceso siguiente:

Se averigua que distribución sigue el portafolio conformado

```
MPORCOLCAP <- c(PORCOLCAP)
res1 <-fit.cont(data2fit = MPORCOLCAP)
```

El paquete muestra en la siguiente tabla

**Tabla 6**  
*Distribución Cauchy*



Aquí aparecen distintas distribuciones posibles e indica que de ellas solamente una se ajusta y es la distribución Cauchy. Se señala en el círculo que aparece en la parte izquierda la distribución que se desea trabajar y luego se da aceptar.

**Tabla 7**  
*Valores Distribución Cauchy*

	logL	AIC	BIC	Chisq(value)	Chisq(p)	AD(value)	H(AD)	KS(value)	H(KS)
Normal	2228.72	-4453.45	-4443.68	695.21	0	Inf	rejected	0.17	rejected
Cauchy	2697.23	-5390.45	-5380.68	55.76	0	2.11	rejected	0.03	not rejected
Logistic	2563.38	-5122.76	-5113	189.36	0	Inf	rejected	0.09	rejected
Uniform	NULL	NULL	NULL	1238.66	0	Inf	NULL	0.22	rejected
Student	-898.02	1798.04	1802.93	63408.08	0	362.42	NULL	0.47	rejected

	logL <chr>	AIC <chr>	BIC <chr>	Chisq(value) <chr>	Chisq(p) <chr>	AD(value) <chr>	H(AD) <chr>
Normal	2228.72	-4453.45	-4443.68	695.21	0	Inf	rejected
Cauchy	2697.23	-5390.45	-5380.68	55.76	0	2.11	rejected
Logistic	2563.38	-5122.76	-5113	189.36	0	Inf	rejected
Uniform	NULL	NULL	NULL	1238.66	0	Inf	NULL
Student	-898.02	1798.04	1802.93	63408.08	0	362.42	NULL

Fuente: Elaboración propia

Se encuentra que sigue una distribución Cauchy con los siguientes parámetros:

```
location = 0.0001697165
scale    = 0.0061647167
```

```
location = 0.0001697165
scale    = 0.0061647167
```

Establecidos los parámetros queda completamente definido el modelo y se le indica a R que genera un millón de valores aleatorios que sigan la función de probabilidad ya definida, la instrucción utilizar es:

```
VaRSMC <- rcauchy(1000000,location = 0.0001697165, scale = 0.0061647167)
```

Se divide la información en 100 partes iguales y se solicita al programa que calcule y muestre los percentiles.

```
Percentil <- cbind(c(quantile (VaRSMC, probs = seq (0, 1, 0.01))))
Percentil
```

### **Tabla 8**

#### *Cálculo de percentiles*

0%	-1.430895e+04
1%	-1.961301e-01
2%	-9.785991e-02
3%	-6.512957e-02
4%	-4.861243e-02
5%	-3.873674e-02
6%	-3.211819e-02
7%	-2.740456e-02
8%	-2.384453e-02
9%	-2.105035e-02
10%	-1.880050e-02
11%	-1.695649e-02
12%	-1.540109e-02
13%	-1.408575e-02
14%	-1.293924e-02
15%	-1.193546e-02

Fuente: Elaboración propia

Se procede a determinar el Valor en Riesgo (VaR) para niveles de confianza del 99% y 95%, para lo cual se calcula el percentil 1 y el percentil 5, obteniendo el valor de 0.019 para el 1% y 0.038 para el 5%, los cuales corresponderían al VaR del 99% y 95% respectivamente.

En este caso, se ha identificado que la distribución que mejor se ajusta es la Cauchy. No obstante, se enfrenta a la dificultad de que esta distribución carece de valor esperado, lo que hace imposible calcular el CVaR, como se mostrará más adelante.

### Valor del VaR al 95%

```
VaRSM95 <- cbind(c(quantile (VaRSMC, probs = seq (0.05, 0.05 ))))
VaRSM95

> VaRSM95 <- cbind(c(quantile (VaRSMC, probs = seq (0.05, 0.05 ))))
> VaRSM95
  [,1]
5% -0.03870368
```

### Valor del VaR al 99%

```
VaRSM99 <- cbind(c(quantile (VaRSMC, probs = seq (0.01, 0.01 ))))
VaRSM99

> VaRSM99 <- cbind(c(quantile (VaRSMC, probs = seq (0.01, 0.01 ))))
> VaRSM99
  [,1]
1% -0.1952009
```

Se efectúan las pruebas de hipótesis para verificar que el portafolio sigue distribución Cauchy con parámetros de location = 0.0001697165 y de scale = 0.0061647167

### Prueba de Cramer Von Mises

```
cvm.test(MPORCOLCAP,"pcauchy",location = 0.0001697165, scale = 0.0061647167)#Utiliza la prueba
Cramer-von Mises
```

```
Cramer-von Mises test of goodness-of-fit
Null hypothesis: Cauchy distribution
with parameters location = 0.0001697165, scale = 0.0061647167
Parameters assumed to be fixed
```

```
data: MPORCOLCAP
omega2 = 0.17778, p-value = 0.315
```

El análisis arroja un p-valor de 0.315, lo cual conduce a la aceptación de la hipótesis nula. Esta aceptación implica según el resultado de la prueba que los datos se ajustan a la distribución Cauchy, hecho por el cual se da validez al modelo y respalda la utilización de la distribución Cauchy.

### Prueba de Kolmogorov – Smirnov

```
ks.test(MPORCOLCAP,"pcauchy", location = 0.0001697165, scale = 0.0061647167)#
Kolmogorov-Smirnov
```

Asymptotic one-sample Kolmogorov-Smirnov test

```
data: MPORCOLCAP
D = 0.030092, p-value = 0.3398
alternative hypothesis: two-sided
```

El p-valor obtenido es 0.3398. En este escenario, la conclusión sobre si los datos siguen o no una distribución Cauchy dependerá del nivel de significancia seleccionado. Con un nivel de confianza del 99%, se aceptaría la hipótesis nula que sugiere que los datos siguen una distribución Cauchy. Sin embargo, al trabajar con un nivel de confianza del 95%, se rechazaría la hipótesis nula. La elección del nivel de significancia es crucial, ya que determina el umbral para tomar decisiones sobre la aceptación o el rechazo de la hipótesis nula en relación con la distribución de los datos.

### Prueba de Anderson – Darling

```
ad.test(MPORCOLCAP,"pcauchy",location = 0.0001697165, scale = 0.0061647167)# Utiliza la
prueba Anderson-Darling
```

```
Anderson-Darling test of goodness-of-fit
Null hypothesis: Cauchy distribution
with parameters location = 0.0001697165, scale = 0.0061647167
Parameters assumed to be fixed
```

```
data: MPORCOLCAP
An = 2.3789, p-value = 0.05739
```

El resultado de la prueba de Anderson-Darling muestra un p-valor de 0.05739, lo cual es muy cercano a cero. En este caso, el p-valor conduce a la conclusión de que se rechaza la hipótesis nula. En otras palabras, hay evidencia estadística significativa para sugerir que los datos no siguen una distribución Cauchy. Este hallazgo subraya la importancia de utilizar múltiples métodos y pruebas para validar y respaldar las conclusiones sobre la distribución de los datos.

En este contexto, la interpretación de los resultados sugiere que la identificación precisa de la distribución que mejor se ajusta a los datos puede ser menos clara. La incertidumbre está relacionada con la potencia de la prueba utilizada; es decir, la capacidad de la prueba para detectar diferencias reales en la distribución de los datos.

Aunque los resultados pueden no ser concluyentes, la tendencia hacia una distribución Cauchy plantea ciertas dudas. Es fundamental reconocer la complejidad en la determinación de la distribución subyacente y considerar la posibilidad de que los datos puedan no seguir claramente una distribución específica. La interpretación debe ser cuidadosa y tener en cuenta la complejidad inherente en la caracterización de la distribución de los datos financieros.

## 11. Teoría de Valores Extremos.

### 11.1 Se determinan los máximos y mínimos para cada bloque, es este caso cada mes determina un bloque

En este análisis, se realiza una transformación multiplicando todos los datos del portafolio por -1, esto con el fin de convertir los valores mínimos en máximos. Luego, se solicita la visualización de los primeros datos resultantes de esta operación, seguido esto se conforman bloques cuyo tamaño dependerá de la cantidad de días que tenga un mismo un mismo mes y luego se establece dentro de cada uno de los bloques conformados el valor máximo presentado, los resultados así obtenidos se denomina xmax.

Este enfoque permite obtener una visión mensual de los valores máximos del portafolio, destacando los valores extremos para cada unidad de tiempo considerada y la utilización de bloques mensuales facilita la identificación de patrones y comportamientos máximos en cada periodo individual.

Se determinan los máximos para cada bloque, es este caso cada mes determina un bloque

```
PORCOLCA <- PORCOLCAP*(-1)
head(PORCOLCA)
xmax <- blockMaxima(PORCOLCA, block = "month")
head(xmax)
dim(xmax)
Extremo <- c(xmax)
```

### Tabla 9

*Transformación y Visualización Mensual de Máximos en el Análisis del Portafolio*

```
> PORCOLCA <- PORCOLCAP*(-1)
> head(PORCOLCA)
GMT
      PORCOLCAP
2019-12-03  0.003745483
2019-12-04  0.011786445
2019-12-05 -0.012931593
2019-12-06  0.002794898
2019-12-09  0.001052921
2019-12-10  0.004296722
> xmax <- blockMaxima(PORCOLCA, block = "month")
> head(xmax)
GMT
      max.PORCOLCAP      from*      to* PORCOLCAP*
2019-12-04  0.01178644 2019-12-01 2019-12-31      2
2020-01-27  0.01055752 2020-01-01 2020-01-31     36
2020-02-27  0.04247066 2020-02-01 2020-02-29     59
2020-03-18  0.09451171 2020-03-01 2020-03-31     72
2020-04-01  0.02928827 2020-04-01 2020-04-30     81
2020-05-13  0.03264925 2020-05-01 2020-05-31    108
```

Fuente: Elaboración propia

En los resultados anteriores y que se encuentran al finalizar el cuadro mostrado se identificó que el primer valor máximo se encuentra en la posición 2, con un valor de 0.011, ocurrido el 4 de diciembre de 2019, este evento abarca el periodo desde el 1 de enero de 2019 hasta el 31 de enero del mismo mes.

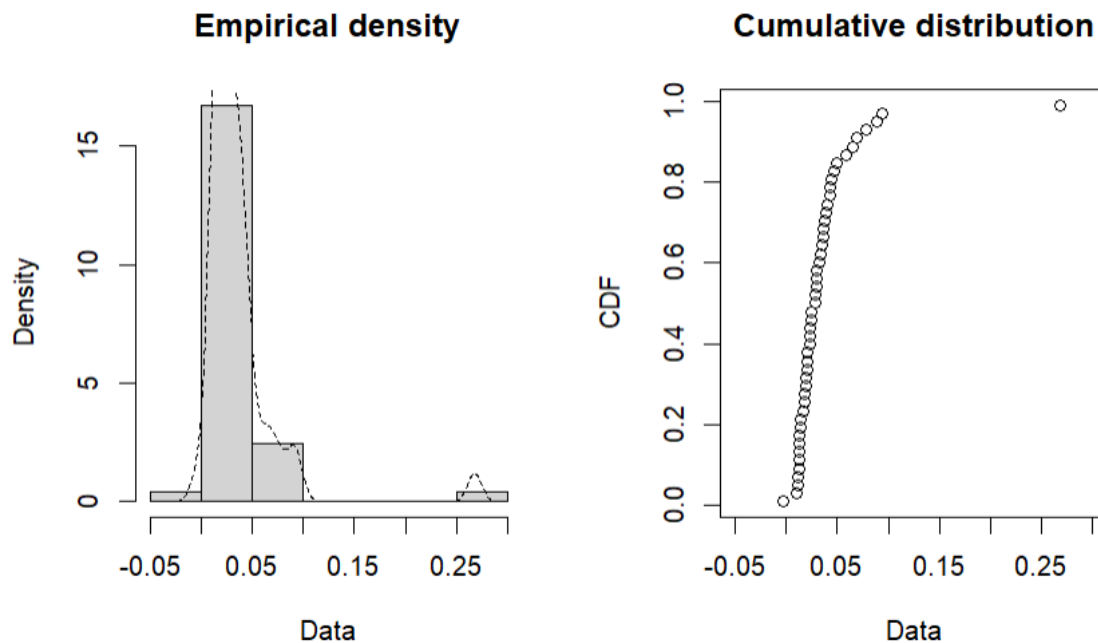
El segundo valor máximo se halla en la posición 36, abarcando el periodo desde el 1 de enero de 2020 hasta el 31 de enero de 2020, con un valor de 0.01055. Estos hallazgos proporcionan información detallada sobre los valores máximos a lo largo del tiempo en el portafolio, permitiendo una comprensión específica de los momentos en los que se alcanzaron niveles extremos durante el periodo estudiado.

### 11.1.2 Se observa la distribución empírica que sigue la información, por lo cual se estudia el histograma de frecuencias y la distribución acumulada

```
plotdist(Extremo, histo=TRUE, demp=TRUE)
```

**Figura 11**

*Histograma de frecuencias y distribución acumulada*



La descripción "leptocúrtica" se refiere a la forma de la distribución de los datos. En una distribución leptocúrtica, las colas son más pesadas y la distribución presenta una mayor concentración de datos en torno a la media en comparación con una distribución normal.

En relación con los "valores atípicos", se hace referencia a observaciones que se desvían significativamente del patrón general de los datos. Estos valores pueden ser extremadamente altos o bajos en comparación con el resto de las observaciones.

La siguiente instrucción determina los parámetros para una distribución GEV, se hace los cálculos para los bloques mensuales determinados en el caso anterior y se muestran los parámetros para la distribución.

```
fit = gevFit(PORCOLCA, block = "month")
print(fit)
```

### **Tabla 10**

#### *Estimación de Parámetros para Distribución GEV en Bloques Mensuales del Portafolio*

```
Title:
  GEV Parameter Estimation

Call:
  gevFit(x = PORCOLCA, block = "month")

Estimation Type:
  gev mle

Estimated Parameters:
      xi      mu      beta
0.21625207 0.02192481 0.01565602

Description
  Sat Jan 27 22:12:11 2024
```

Fuente: Elaboración Propia

#### **Se determina el valor de la cuantila para el 95%**

```
VaRTVE95 <- qgev(c(0.95),xi= 0.21625207 , mu = 0.02192481, beta = 0.01565602 )# Valor obtenido
0.0570669
VaRTVE95
```

```
[1] 0.08714506
attr(,"control")
```

Para un nivel de confianza del 95%, el Valor en Riesgo (VaR) es de 0.087 por peso invertido. Este valor indica la máxima pérdida esperada con un 95% de confianza.

#### **Se determina el valor de la cuantila para el 99%**

```
VaRTVE99 <- qgev(c(0.99),xi= 0.21625207 , mu = 0.02192481, beta = 0.01565602)# Valor obtenido
0.08462492
VaRTVE99
```

```
[1] 0.1453011
attr(,"control")
```

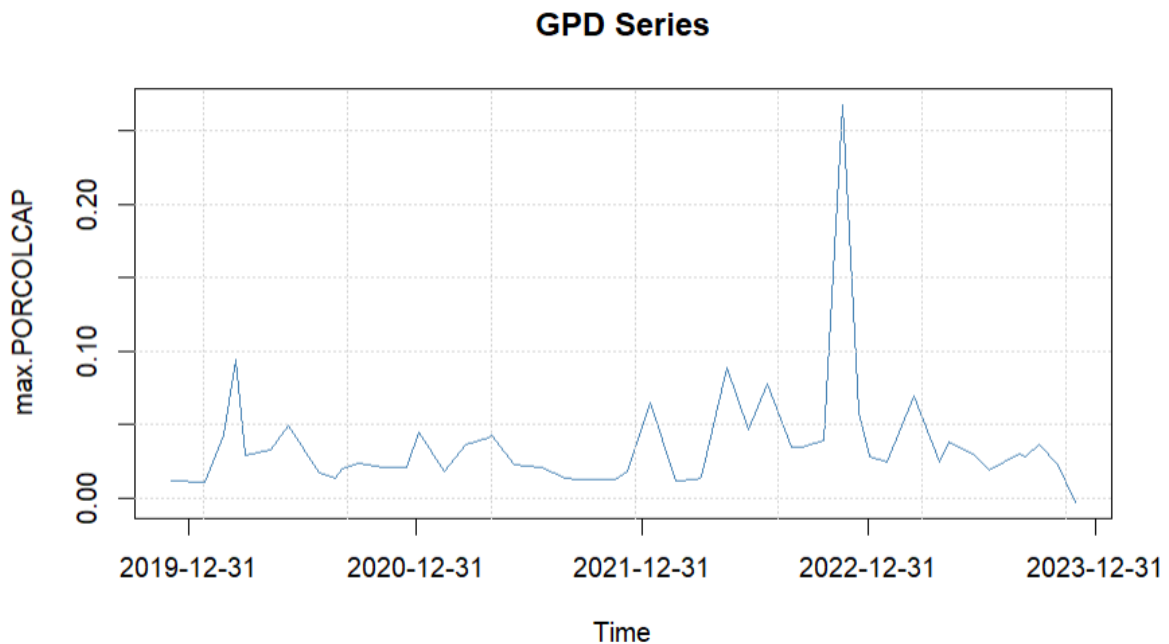
La información indica que, para un nivel de confianza del 99%, el Valor en Riesgo (VaR) es de 0.1453 por peso invertido.

### Gráfico los valores máximos de cada bloque mensual que fue definido

```
plot(xmax, type = "l", col = "steelblue", main = "GPD Series")
grid()
```

**Figura 12**

*Gráfico de Valores Máximos*



En el grafico se muestra los valores máximos para cada uno de los bloques conformados según el periodo considerado para el estudio y es importante resaltar el valor máximo presentado en diciembre de 2022, esto si se compara con los otros máximos.

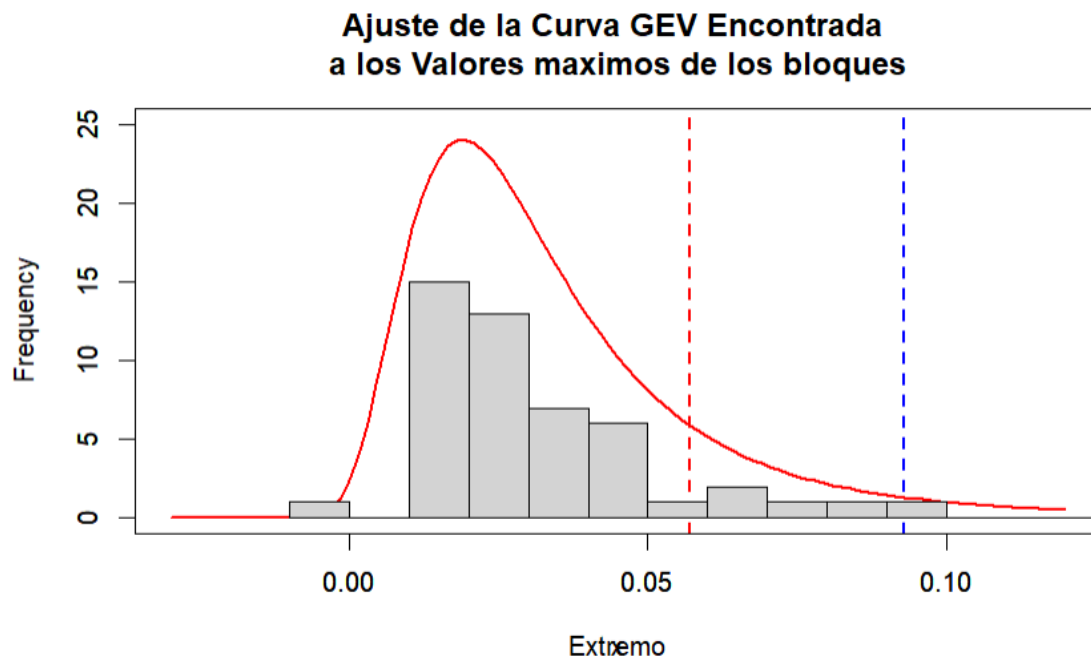
Se realiza el grafico de la función GEV encontrada

```

curve(dgev(x,xi= 0.21625207 , mu = 0.02192481, beta = 0.01565602),from = -0.03, to= 0.12, col =
"red",
main = "Ajuste de la Curva GEV Encontrada
a los Valores maximos de los bloques", lwd = 2,ylim = c(0,25), ylab = "")
abline(v = 0.0570669,lty = 2, col = "red", lwd = 2)# Traza una línea paralela al eje Y
abline(v = 0.09290712,lty = 2, col = "blue", lwd = 2)
par(new = "TRUE")
Extremo <- c(xmax)
hist(Extremo, breaks = 20, main = "", xlim= c(-0.03, 0.12),ylim = c(0,25))

```

**Figura 13**  
Gráfico de Distribución GEV



La representación gráfica de la curva de valores máximos ajustada con la distribución Generalized Extreme Value (Gev) revela dos líneas distintivas. La línea roja refleja el Valor en Riesgo (VaR) al 95%, mientras que la línea azul representa el VaR al 99%. Es notable que ambas líneas abarcan ambas colas de la distribución, capturando así los valores atípicos presentes en los datos. Esta observación sugiere que el modelo GEV tiene en cuenta los valores extremos presentados en la cola derecha por lo que la inclusión de los valores atípicos está siendo considerados dentro del modelo como se observa en la gráfica.

Se verifica mediante la prueba de hipótesis que los valores extremos siguen la distribución que fue definida

## Prueba de Cramer Von Mises

```
Extremo <- c(xmax)
cvm.test(Extremo,"pgev",xi= 0.21625207 , mu = 0.02192481, beta = 0.01565602 )#Utiliza la prueba
Cramer-von Mises
```

```
Cramer-von Mises test of goodness-of-fit
Null hypothesis: distribution 'pgev'
with parameters xi = 0.21625207, mu = 0.02192481, beta = 0.01565602
Parameters assumed to be fixed
```

```
data: Extremo
omega2 = 0.053244, p-value = 0.8586
```

El resultado de la prueba de Cramer-Von Mises arrojó un p-valor de 0.85. Con este valor, se concluye que la hipótesis nula es aceptada. En este contexto, la aceptación de la hipótesis nula indica que no hay evidencia estadística significativa para rechazar la hipótesis de que los datos no sigan la distribución Generalized Extreme Value (Gev).

## Prueba de Kolmogorov – Smirnov

```
ks.test(Extremo,"pgev",xi= 0.21625207 , mu = 0.02192481, beta = 0.01565602)# Kolmogorov-Smirnov
```

```
Exact one-sample Kolmogorov-Smirnov test
```

```
data: Extremo
D = 0.090059, p-value = 0.7884
alternative hypothesis: two-sided
```

El resultado de la prueba de Kolmogorov-Smirnov muestra un p-valor de 0.7884, por el cual se acepta la hipótesis nula. En este contexto, los datos se ajustan a la distribución propuesta, es decir, la información sigue una Distribución Generalized Extreme Value, Gev con parámetros:  $\xi = 0.2165$ ,  $\mu = 0.02192$  y  $\beta = 0.01565$

## Prueba de Anderson – Darling

```
ad.test(Extremo,"pgev",xi= 0.21625207 , mu = 0.02192481, beta = 0.01565602)# Utiliza la prueba
Anderson-Darling
```

```
Anderson-Darling test of goodness-of-fit
Null hypothesis: distribution 'pgev'
with parameters xi = 0.21625207, mu = 0.02192481, beta = 0.01565602
Parameters assumed to be fixed
```

```
data: Extremo
An = 0.47782, p-value = 0.7687
```

El resultado de la prueba de Anderson muestra un p-valor de 0.7687, por el cual se acepta la hipótesis nula. En este contexto, los datos se ajustan a la distribución propuesta, es decir, una

Distribución Generalized Extreme Value, con parámetros:  $\xi = 0.2165$ ,  $\mu = 0.02192$  y  $\beta = 0.01565$

### 12. Distribución T-Escalada

Para trabajar con la distribución T-Escalada de debe cargar la librería fPortfolio ya que esta es la que contiene el paquete MASS que trae la instrucción que permite utilizarla. Inicialmente se encuentran los parámetros que definen el modelo que como ya se había dicho en el marco teórico son tres a saber Media, desviación y grados de libertad.

**La instrucción que permite definir el modelo es la siguiente:**

```
t_fit <- fitdistr((PORCOLCAP), "t")
t_fit
mean_tscaled<-t_fit$estimate[1];mean_tscaled
sd_tscaled<-t_fit$estimate[2]; sd_tscaled
df_tscaled<-t_fit$estimate[3];df_tscaled
```

**Con los resultados obtenidos se encuentra que los parámetros son:**

Media ( $\mu$ ) = -0.0001601152

Desviación ( $\sigma$ ) = 0.007864968

Grados de libertad ( $\nu$ ) = 1.689468

Conociendo los parámetros de la distribución queda definido completamente el modelo, por lo que se calculan las cuantiles al 0.05 y 0.01 con el fin de establecer el valor del VaR

**Se calcula el VaR para el 0,05**

```
VaRTE95 <- qt.scaled(c(0.05),df=df_tscaled,sd=sd_tscaled,mean=mean_tscaled)
VaRTE95
```

```
> VaRTE95
      m
-0.02615159
```

**Se calcula el Var para el 99%**

```
VaRTE99 <- qt.scaled(c(0.01),df=df_tscaled,sd=sd_tscaled,mean=mean_tscaled)
VaRTE99
```

```
> VaRTE99
      m
-0.06998277
```

Los valores obtenidos del VaR al 95% y 99% son respectivamente 0.02615 y 0.06998, con lo cual se puede concluir que la pérdida máxima al 95% de confianza en un horizonte de tiempo de un día es de 0.02615 pesos por pesos invertido. De la misma manera, la pérdida

máxima al 99% de confianza en un horizonte de tiempo de un día es de 0.06998 pesos por pesos invertido

Se verifica mediante la prueba de bondad de ajuste de Anderson Darling que la información sigue la distribución T-Escalada establecida.

```
ad.test(PORCOLCAP, "pt.scaled", mean=mean_tscaled,sd=sd_tscaled,df=df_tscaled, estimated=TRUE)
```

```
Anderson-Darling test of goodness-of-fit
Braun's adjustment using 31 groups
Null hypothesis: distribution 'pt.scaled'
with parameters mean = -0.000154577919473321, sd = 0.00790187301919185, df =
1.70838619762733
Parameters assumed to have been estimated from data
```

```
data: PORCOLCAP
Anmax = 1.9977, p-value = 0.9506
```

El resultado de la prueba de bondad de ajuste de Anderson-Darling muestra un p-valor de 0.9506, valor con el cual se acepta la hipótesis nula, es decir, los rendimientos del portafolio se ajustan adecuadamente a la T-Escalada con parámetros: media = -0.0001601152 , sd = 0.007864968 , df = 1.689468

### ***13. Cálculo del VaR condicional para cada uno de los métodos descritos***

El cálculo del VaR condicional se realizará para los métodos Delta normal, simulación histórica y simulación Montecarlo a través de la formulación matemática que viene dada por la siguiente expresión:

$$CVaR_{1-\alpha} = \frac{\int_{-\infty}^{VaR_{1-\alpha}(x)} xf(x)dx}{\int_{-\infty}^{VaR_{1-\alpha}(x)} f(x)dx}$$

En lo que respecta a la teoría de valores extremos y T-Escala se realizarán dos procedimientos a saber: Por formulación matemática utilizando los conceptos de integral y después se validará el resultado efectuando procesos de simulación según la distribución encontrada y después de realizar los procesos de simulación se calculan los cuantiles que definen el VaR y se procede a calcular el valor esperado.

#### **13.1 Método Delta Normal**

Para establecer el CVaR se requiere conocer el valor del VaR, cifra que fue establecido en los incisos anteriores. Con este valor y siguiendo la expresión matemática que permite su cálculo, se realiza la parte del numerador. Para esto se calcula el valor esperado de la variable aleatoria integrándolo desde  $-\infty$  hasta el valor del VaR obtenido. Seguido esto se procede a

calcular el denominador, ya que se debe recordar que se está calculando la pérdida esperada cuando se supera el VaR, por lo tanto, se integra la función de densidad desde  $-\infty$  hasta el valor del VaR y al efectuar el cociente de los resultados obtenidos se establece el var condicional

### Cálculo al 95%

```
Desarrollo <- function(x)
{x*dnorm(x,mean = 0,sd = Desviacion)}
area<-integrate (Desarrollo, lower = -Inf, upper = -VaRD95)
DNVaRC95 <- (area$value/0.05); DNVaRC95

> Desarrollo <- function(x)
+ {x*dnorm(x,mean = 0,sd = Desviacion)}
> area<-integrate (Desarrollo, lower = -Inf, upper = -VaRD95)
> DNVaRC95 <- (area$value/0.05); DNVaRC95
[1] -0.05089792
```

Al efectuar los cálculos se obtiene un valor de 0.050789, con lo que se puede afirmar lo siguiente: Se espera una pérdida de 0.050789 pesos por peso invertido si se supera el umbral del VaR

### Cálculo al 99%

```
Desarrollo <- function(x)
{x*dnorm(x,mean = 0,sd = Desviacion)}
area<-integrate (Desarrollo, lower = -Inf, upper = -VaRD95)
DNVaRC99 <- (area$value/0.01); DNVaRC99

> Desarrollo <- function(x)
+ {x*dnorm(x,mean = 0,sd = Desviacion)}
> area<-integrate (Desarrollo, lower = -Inf, upper = -VaRD95)
> DNVaRC99 <- (area$value/0.01); DNVaRC99
[1] -0.2544896
```

Al efectuar los cálculos se obtiene un valor de 0.2544, con lo que se puede afirmar lo siguiente: Se espera una pérdida de 0.2544896 pesos por peso invertido si se supera el umbral del VaR

En este contexto, el cálculo se realiza utilizando el método de delta normal. Es importante destacar que, a pesar de la aplicación de este método, se hace hincapié en que los datos no siguen una distribución normal, lo que pone en duda los resultados obtenidos.

## 13.2 Método Simulación Histórica

En este proceso, se toman todos los datos y se dividen en 100 partes iguales, luego se toman aquellos valores que superan el umbral del VaR y se promedian obteniendo así el CVaR. Las instrucciones que permiten realizar el proceso en R y los resultados obtenidos se muestran enseguida.

### Cálculo del CVaR al 95%

Se tienen los rendimientos, los cuales viene como una serie de tiempo. Para efectuar el cálculo, se eliminan las fechas, lo que se hace al correr `c(PORCOLCAP)`

Se introduce el valor del VaR y se establecen todas las partidas que cumplen la siguiente condición: (`VaRSH95 <- c(VaRSH95)`), es decir, se solicita al sistema que calcule la media a todos los valores que son menores al VaR obteniendo una cifra de 0.04822

```
VaRSH95 <- c(VaRSH95)
Datos <- c(PORCOLCAP)
CVaRSH95 <- mean(Datos [Datos < VaRSH95])
CVaRSH95
```

```
> VaRSH95 <- c(VaRSH95)
> Datos <- c(PORCOLCAP)
> CVaRSH95 <- mean(Datos [Datos < VaRSH95])
> CVaRSH95
[1] -0.0482299
```

### Calculo del VaR al 99%

```
VaRSH99 <- c(VaRSH99)
Datos <- c(PORCOLCAP)
CVaRSH99 <- mean(Datos [Datos < VaRSH99])
CVaRSH99
```

```
> VaRSH99 <- c(VaRSH99)
> Datos <- c(PORCOLCAP)
> CVaRSH99 <- mean(Datos [Datos < VaRSH99])
> CVaRSH99
[1] -0.09654979
```

El valor obtenido es de 0.09654979. Lo que quiere decir que se espera una pérdida 0.0965 pesos por peso invertido, si se supera el umbral del VaR.

## 13.3 Calculo Del CVaR Por El Método De Simulación Montecarlo

Se había dicho anteriormente que la distribución Cauchy carece de valor esperado por lo que el VaR condicional por ser un valor esperado no es posible determinarlo.

### 13.4 Método Teoría De Valores Extremos

Utilizando el método matemático, se procede a desarrollar las integrales partiendo del valor del VaR que fue obtenido en los incisos anteriores y tomando las mismas funciones de probabilidad que fueron antes encontradas

```
Desarrollo <- function(x)
{x*dgev(x,xi= 0.21625207 , mu = 0.02192481, beta = 0.01565602)}
area<-integrate (Desarrollo, lower = VaRTVE95,upper = Inf)
CVaRTE95 <- (area$value/0.05); CVaRTE95

> Desarrollo <- function(x)
+ {x*dgev(x,xi= 0.21625207 , mu = 0.02192481, beta = 0.01565602)}
> area<-integrate (Desarrollo, lower = VaRTVE95,upper = Inf)
> CVaRTE95 <- (area$value/0.05); CVaRTE95
[1] 0.1256645
```

El valor obtenido es de 0.12566

#### Cálculo de medida al 99%

```
Desarrollo <- function(x)
{x*dgev(x,xi= 0.21625207 , mu = 0.02192481, beta = 0.01565602)}
area<-integrate (Desarrollo, lower = VaRTVE99,upper = Inf)
CVaRTE99 <- (area$value/0.01); CVaRTE99

> Desarrollo <- function(x)
+ {x*dgev(x,xi= 0.21625207 , mu = 0.02192481, beta = 0.01565602)}
> area<-integrate (Desarrollo, lower = VaRTVE99,upper = Inf)
> CVaRTE99 <- (area$value/0.01); CVaRTE99
[1] 0.1994713
```

El valor obtenido es de 0.1994713

En este escenario, se realizan los mismos cálculos, pero ahora se emplean procesos de simulación, y para llevarla a cabo se generan números aleatorios que siguen la distribución Generalized Extreme Value (Gev) con los siguientes parámetros:

$$xi= 0.21625207, \mu = 0.02192481, \beta = 0.01565602$$

#### Calculo para el 95% de confianza

En el cálculo para el 95% de confianza se genera un millón de valores que siguen la distribución Generalized Extreme Value (Gev) y se almacenan en un conjunto B. Luego, se toman todos aquellos valores que superan el valor del VaR y se promedian obteniendo así el CVaR.

```
B <- rgev(1000000,xi= 0.21625207 , mu = 0.02192481, beta = 0.01565602)
media <- mean(B[B > VaRTVE95]); media
```

```
> B <- rgev(10000000,xi= 0.21625207 , mu = 0.02192481, beta = 0.01565602)
> media <- mean(B[B > VaRTVE95]); media
[1] 0.1256641
```

Se puede observar que por el método matemático el CVaR estableció un valor de 0.1256645 y por el proceso de simulación realizado la cifra obtenida es de 0.1256641, cifra casi exacta, validándose de esta manera los cálculos efectuados.

### Calculo para el 99% de Confianza

Se realizará el cálculo con todos los valores que sean mayores al VaR del 99%

```
C <- rgev(10000000,xi= 0.21625207 , mu = 0.02192481, beta = 0.01565602)
media <- mean(C[C > VaRTVE99]); media

> C <- rgev(10000000,xi= 0.21625207 , mu = 0.02192481, beta = 0.01565602)
> media <- mean(C[C > VaRTVE99]); media
[1] 0.1994274
```

Se puede observar que por el método matemático el CVaR estableció un valor de 0.1994713 y por el proceso de simulación realizado la cifra obtenida es de 0.1994274 cifra casi exacta, validándose de esta manera los cálculos efectuados.

## 13.5 Método T-Escalada

Se calcula el VaR Condicional al 95% desarrollando la integral y se confirma por proceso de simulación

```
Desarrollo <- function(x)
{x*dt.scaled(x,mean=mean_tscaled,sd=sd_tscaled,df=df_tscaled)}
area<-integrate (Desarrollo, lower = -Inf, upper = VaRTE95)
CVaRTE95 <- (area$value/0.05); CVaRTE95

> Desarrollo <- function(x)
+ {x*dt.scaled(x,mean=mean_tscaled,sd=sd_tscaled,df=df_tscaled)}
> area<-integrate (Desarrollo, lower = -Inf, upper = VaRTE95)
> CVaRTE95 <- (area$value/0.05); CVaRTE95
[1] -0.06540798
```

Se calcula el VaR Condicional al 99% desarrollando la integral y se confirma por proceso de simulación

```
Desarrollo <- function(x)
{x*dt.scaled(x,mean=mean_tscaled,sd=sd_tscaled,df=df_tscaled)}
area<-integrate (Desarrollo, lower = -Inf, upper = VaRTE99)
CVaRTE99 <- (area$value/0.01); CVaRTE99
```

```

> Desarrollo <- function(x)
+ {x*dt.scaled(x,mean=mean_tscaled,sd=sd_tscaled,df=df_tscaled)}
> area<-integrate (Desarrollo, lower = -Inf, upper = VaRTE99)
> CVaRTE99 <- (area$value/0.01); CVaRTE99
[1] -0.1694891

```

### Con una confianza del 95%

Se realiza el cálculo con 10 Millones de valores y se calcula la media para los valores que superen al VaR

```

W <- rt.scaled(10000000,df=df_tscaled,sd=sd_tscaled,mean=mean_tscaled)
media <- mean(W[W < VaRTE95]); media

> W <- rt.scaled(10000000,df=df_tscaled,sd=sd_tscaled,mean=mean_tscaled)
> media <- mean(W[W < VaRTE95]); media
[1] -0.06511425

```

El VaR Condicional desarrollándolo matemáticamente estableció un valor de 0.06540 y por simulación la cifra fue 0.06511425 cifra casi exacta, validándose de esta manera los cálculos efectuados.

En caso de superar el umbral del Valor en Riesgo (VaR) al 95%, se espera una pérdida de 0.06511 pesos por cada peso invertido.

### Con una confianza del 99%

```

WA <- rt.scaled(10000000,df=df_tscaled,sd=sd_tscaled,mean=mean_tscaled)
media <- mean(WA[WA < VaRTE99]); media

> WA <- rt.scaled(10000000,df=df_tscaled,sd=sd_tscaled,mean=mean_tscaled)
> media <- mean(WA[WA < VaRTE99]); media
[1] -0.1684186

```

El VaR Condicional calculado por medio de integración estableció un valor de 0.169489 y por simulación la cifra obtenida fue 0.168418, valores bastante similares que validan los resultados obtenidos

## Conclusión

Después de llevar a cabo la presente investigación y abordar tres objetivos específicos, se puede concluir lo siguiente:

El objetivo específico inicial planteaba un análisis de las teorías relacionadas con el valor en riesgo. El desarrollo de esta investigación cumplió con dicho objetivo mediante la creación de un marco teórico integral. Este marco abarca las principales teorías vinculadas con los temas centrados en la teoría del Portafolio de Markowitz, el modelo básico de selección mediante el cálculo de media varianza, la descripción del riesgo financiero y sus variantes, la explicación del Valor en Riesgo (VaR) y las metodologías para su cálculo (Método Delta Normal o Varianza – Covarianza, Método de simulación Histórica, Modelo de Simulación de Monte Carlo, Teoría de Valores Extremos, T Escalada). Además, el trabajo identifica problemas de coherencia inherentes al VaR y realiza un análisis del CVaR como medida coherente del riesgo.

El siguiente objetivo específico abordó el desarrollo de instrucciones para calcular el Valor en Riesgo (VaR) y el Valor en Riesgo Condicional (CVaR) en el lenguaje de programación R Project. En este sentido, el proyecto ha alcanzado con éxito la creación de un script funcional en R. Este script permite llevar a cabo la medición del VaR y el CVaR bajo diversas perspectivas metodológicas, tales como el Método Delta Normal o Varianza – Covarianza, el Método de simulación Histórica, el Modelo de Simulación de Monte Carlo, la Teoría de Valores Extremos y la T Escalada.

La transición fluida de la teoría a la práctica se logró mediante un detallado desarrollo de instrucciones, respaldado por pruebas de hipótesis específicas. Entre estas pruebas se incluyeron la de Cramer Von Mises, la de Kolmogorov – Smirnov y las pruebas de Anderson Darlin. Estas pruebas desempeñaron un papel crucial al definir la conveniencia o inconveniencia de la aplicación de los métodos mencionados, asegurando así la solidez y validez de la implementación práctica de las métricas de riesgo en el entorno del lenguaje de programación R.

El tercer objetivo se centró en la formación de un portafolio eficiente fundamentado en el Valor en Riesgo (VaR) y el Valor en Riesgo Condicional (CVaR). Para alcanzar este propósito, se evaluaron las pérdidas esperadas y no esperadas en las empresas objeto de estudio. Para ello, se utilizó una base de datos que comprende las principales acciones pertenecientes al índice MCSI COLCAP durante el periodo comprendido entre el 2 de diciembre de 2019 y el 1 de diciembre de 2023.

Durante este período, se calculó el rendimiento de las acciones, lo que permitió la construcción de un portafolio eficiente. Los resultados revelaron una composición del portafolio con un 17,65% de participación para el Grupo Energía Bogotá S.A. ESP, un 77,91% de participación para las acciones de Grupo Nutresa S.A., y un 4,44% de participación para las acciones de Grupo de Inversiones Suramericana S.A. Este diseño de

portafolio se fundamentó en medidas de riesgo VaR y CVaR, asumiendo un 95% de confianza y la suposición de que el portafolio sigue una distribución normal. Estos resultados no solo brindan una estructura sólida al portafolio, sino que también ofrecen valiosas perspectivas sobre la gestión del riesgo asociada a las participaciones en estas empresas.

### **Futuras Investigaciones**

Dado el progreso de la investigación y la utilización de las librerías del software R para el análisis de datos, específicamente en el ámbito financiero de las inversiones bursátiles, se proponen potenciales líneas de investigación a explorar en el futuro utilizando esta herramienta con el objetivo de analizar datos en el sector financiero.

#### **Optimización y Desarrollo Eficiente:**

- Investigar técnicas para optimizar y mejorar la eficiencia computacional de funciones como `dstp`, `pstp`, `qstp`, y `rstp` en `LaplacesDemon` y `dst`, `pst`, `qst`, y `rst` en `VGAM` para el cálculo del VaR en carteras de acciones.

#### **Modelado Multivariante:**

- Extender las capacidades de las funciones en `VGAM` para modelar distribuciones  $t$  multivariantes, permitiendo una representación más precisa de las dependencias entre diferentes acciones en una cartera.

#### **Incorporación de Dinámicas del Mercado:**

- Investigar la posibilidad de incorporar dinámicas del mercado en el cálculo del VaR utilizando funciones como `LogtESDFPerc` y `LogtVaRDFPerc` en `Dowd`, considerando cambios en la volatilidad y condiciones extremas del mercado de acciones.

#### **Modelado de Riesgo de Cola:**

- Utilizar funciones como `dast`, `past`, `varast`, y `esast` en `VaRES` para modelar y evaluar el riesgo de cola en carteras de acciones, teniendo en cuenta eventos extremos que puedan afectar significativamente el valor de mercado.

#### **Análisis de Sensibilidad y Robustez:**

- Investigar la sensibilidad y robustez de los modelos de VaR implementados en funciones como `LogtVaR` en `Dowd` y `ESst` en `QRMLib` ante cambios en parámetros clave y condiciones del mercado.

**Exploración de Modelos Alternativos:**

- Explorar el uso de funciones de otras librerías, como JMBayes o GEVStableGarch, para evaluar la viabilidad de modelos alternativos en el cálculo del VaR y la gestión de riesgos en carteras de acciones.

**Integración con Modelos de Opciones:**

- Investigar la integración de modelos de opciones financieras con funciones como get.t.par en rriskDistributions para mejorar la precisión en la valoración de carteras que incluyen derivados financieros.

**Visualización Interactiva:**

- Desarrollar herramientas de visualización interactiva utilizando funciones como visualize.t en el paquete visualize, permitiendo a los inversores ajustar parámetros y comprender mejor el impacto en la distribución t de Student.

### Referencias

- Abadía, A. A. (2008). Introducción al Análisis de Riesgo Financiero. Editorial Universidad Icesi. URL: <https://www.icesi.edu.co/editorial/introduccion-al-analisis-de-riesgo-financiero-edicion/>
- Acharya, V. V., Engle, R. F., & Richardson, M. (2012). Capital shortfall: A new approach to ranking and regulating systemic risks. *American Economic Review*, 102(3), 59–64.
- Albeverio, S., Jentsch, V., & Kantz, H. (2005). *Extreme Events in Nature and Society*. Springer. ISBN: 978-3540286103.
- Alonso, J. C. (2013). Valor en riesgo: evaluación del desempeño de diferentes metodologías para 5 países latinoamericanos. Redalyc.org. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=21228397005>
- Alonso, J. C. y Semaán, P. (2009). Cálculo del Valor en Riesgo y Pérdida Esperada mediante R: Empleando modelos con volatilidad constante. Universidad Icesi.
- Alonso, J., & Berggrun, L. (2008). Introducción al análisis de riesgo financiero. Colección Discernir. Serie Ciencias Administrativas y Económicas, Universidad Icesi.
- AMV. (2020). Guía de mercados para asesores financieros: Renta fija, renta variable y derivados.
- Aponte Rincón, E., & Rojas Rojas, O. G. (2015). Medellín de: Lat: 06 15 00 N degrees minutes Lat: 6.2500 decimal degrees Long: 075 36 00 W degrees minutes Long: -75.6000 decimal degrees. Magíster en Administración Financiera. Email: [orojar@eafit.edu.co](mailto:orojar@eafit.edu.co), [eaponte@eafit.edu.co](mailto:eaponte@eafit.edu.co).
- Aranda, J., & De Luca, A. (2000). Una aplicación de la teoría de valores extremos al cálculo del valor en riesgo. *Anales de Economía Aplicada*. XIV Reunión ASEPELT. España.
- Asobancaria. (2022). Caracterización del mercado de capitales colombiano: Una perspectiva integral. Recuperado de: [https://asobancaria.com/wp-content/uploads/caracterizacion\\_mercado\\_de\\_capitales\\_colombiano.pdf](https://asobancaria.com/wp-content/uploads/caracterizacion_mercado_de_capitales_colombiano.pdf)
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J. M. & Heath, D. D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*, 9(3), 203-228. <https://doi.org/10.1111/1467-9965.00068>
- Avilés Cano, M., González Estrada, A., & Martínez Damián, M. Á. (2006). Análisis de riesgo, portafolios óptimos y diversificación en la agricultura. *Agrociencia*, 40(3), 409-417.
- Banco de la República. (2023). [https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas/mercado\\_accionario](https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas/mercado_accionario)

- Baddeley, A., Faraway, J., Marsaglia, G., & Marsaglia, J. (2022). goftest: Classical Goodness-of-Fit Tests for Univariate Distributions (Version 1.2-3) [Package]. Retrieved October 13, 2022, from <https://github.com/baddstats/goftest>
- Banda, H., & Gomez, D. (2009). Evaluación de un portafolio de inversión institucional: el caso de los fondos de pensiones en México. *Innovaciones de Negocios*, 6(2), 303-323.
- Bank for International Settlements. (2010). Basilea III: Marco regulador global para reforzar los bancos y sistemas bancarios.
- Basilea II, BCBS, BIS. (2004). International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: A Revised Framework, June.
- Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. (2004). Principios de Inversiones. Madrid: Mc Graw Hill.
- Bordo, M. (2008). An historical perspective on the crisis of 2007-2008. NBER Working Paper 14569. Cambridge.
- Bordo, M., & James, H. (2009). The Great Depression Analogy, NBER Working Paper No. 15584. Cambridge.
- Braun, H. (1980) A simple method for testing goodness-of-fit in the presence of nuisance parameters. *Journal of the Royal Statistical Society* 42, 53–63.
- BVC. (2023). Bolsa de valores de colombia | mercado de capitales | bvc. <https://www.bvc.com.co/msci-colcap>
- Cademartori, D., Romo, C., Campos, R., & Galea, M. (2003). Robust estimation of systematic risk using the t distribution in the Chilean stock markets. *Applied Economics Letters*, 10, 447-453.
- Calomiris, C. (2008). The Subprime Turmoil: What's Old, What's New and What's Next. In *Maintaining Stability in a Changing Financial System*, Federal Reserve Bank of Kansas City, Jackson Hole Symposium.
- Cassidy, D. T., Hamp, M. J., & Ouyed, R. (2010). Pricing European options with a log Student's t distribution: A Gosset formula. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 389, 5736-5748.
- Choonpradub, C., & McNeil, D. (2005). Can the boxplot be improved? *Songklanakarin Journal of Science and Technology*, 27(3), 649–657.
- Christoffersen, P. (2003). *Elements of Financial Risk Management*. Cambridge: Academic Press.
- Claro, F., Contador, S. y Quiroga, C. (2006). Teoría del Valor Extremo: Aplicación de la teoría al Índice NASDAQ. [Tesis, Universidad de Chile]. <https://repositorio.uchile.cl/handle/2250/141728>

- Coles, S. (2001). *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values* (1st ed.). Springer. ISBN: 978-1852334598.
- Córdoba Padilla, M. (2015). *Mercado de valores* (ecoe ediciones). 2018.
- Crouhy, M., Galai, D., & Mark, R. (2005). *The Essentials of Risk Management: The definitive guide for the non-risk professional*. McGraw Hill Professional.
- Csörgo, S. and Faraway, J.J. (1996) The exact and asymptotic distributions of Cramér-von Mises " statistics. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B* 58, 221–234.
- Cuéllar, M. M., & Castellanos, D. (2011). Implicaciones preliminares de Basilea III en Colombia. [Cargo de María Mercedes Cuéllar, Presidente, y Daniel Castellanos, Vicepresidente Económico, de la Asociación Bancaria de Colombia]. Recuperado de <http://www.asobancaria.com>
- Danielsson, J., & de Vries, C. G. (1997). *Extreme returns, tail estimation, and value-at-risk*. Institute of Economic Studies.
- De Jesús, R., & Ortiz, E. (2011). Risk in Merging Stock Markets from Brazil and Mexico; Extreme Value Theory and Alternative Value at Risk Models. *Frontiers In Finance & Economics*, 49-88.
- De Lara Haro, A. (2008). *Medición y control de riesgos financieros*. (3ª ed.) Limusa.
- Delfiner, M. T., & Gutiérrez Girault, M. A. (2001). Aplicación de la teoría de valores extremos al gerenciamiento del riesgo.
- Domínguez, J., & Alfonso, M. (2007). Más allá del valor en riesgo (VeR): el VeR condicional. *Revista Europea de Dirección y Economía de La Empresa*, 16(2), 61–70.
- Dunham, L. D., & Singal, V. (2014). *Investments Foundations*. CFA Institute.
- Duue, D., & Pan, J. (1997). *An Overview of Value at Risk*.
- Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J., & Goetzmann, W. N. (2014). *Modern portfolio Theory and investment analysis* (9th ed.). Wiley.
- Fabozzi, F. J., Markowitz, H. M., Kolm, P. N., & Gupta, F. (2011). Portfolio Selection, The Theory and Practice of Investment Management: Asset Allocation, Valuation, Portfolio Construction, and Strategies (2nd ed., Vol. 60, pp. 45–78). Wiley. <https://doi.org/10.1002/9781118267028.ch3>
- Fisher, R. A. & Tippett, L. H. C. (1928). Limiting Forms of the Frequency Distribution of the Largest or Smallest Member of a Sample. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 24(2), 180–190. <https://doi.org/10.1017/S0305004100015681>

- Flannery, M. (1989). Capital Regulation and Insured Banks' Choice of Individual Loan Default Risks. *Journal of Monetary Economics*, 24(2), 235-258.
- FMI. (2009). *World Economic Outlook 2009*, October. Washington.
- Franco Arbeláez, L. C. y Franco Ceballos, L. E. (2005). El valor en riesgo condicional CVaR como medida coherente de riesgo. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, 4(6), 43-54. <https://www.redalyc.org/pdf/750/75040604.pdf>
- Franco, S. I. Á., Lochmüller, C., & Betancur, A. O. (2011). La medición del riesgo crédito en Colombia y el Acuerdo de Basilea III. *Revista Soluciones de Postgrado*, 4(7), 49-66.
- Frigge, M., Hoaglin, D. C., & Iglewicz, B. (1989). Some implementations of the boxplot. *The American Statistician*, 43(1), 50–54.
- Galambos, J. (1978). *The Asymptotic Theory of Extreme Order Statistics*. Wiley. ISBN 978-0471021483.
- Garber, P. M. (2000). *Famous First Bubbles: The Fundamentals of Early Manias*. Cambridge: The MIT Press.
- Gençay, R., Selçuk, F. & Ulugülyağci, A. (2003). High volatility, thick tails and extreme value theory in value-at-risk estimation. *Insurance: Mathematics and Economics*, 33(2), 337–356. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2003.07.004>
- Gilli, M., & Këllezi, (2006). An Application of Extreme Value Theory for Measuring Financial Risk. *Computational Economics*, 27(2-3), 207-228. <https://doi.org/10.1007/s10614-006-9025-7>
- Glasserman, P., Heidelberger, P., & Shahabuddin P. (2000). *Efficient Monte Carlo Methods for Value-at-Risk*, Computer Science/Mathematics. RC 21723 (97823).
- González Nucamendi, A., & Solís Rosales, R. (2012). El ABC de la regulación bancaria de Basilea. *Análisis Económico*, XXVII(64), 105-139.
- González, J. Z., Pérez, J. F. M., & Montoya, F. R. (2009). La crisis financiera y económica del 2008. Origen y consecuencias en los Estados Unidos y México. *El cotidiano*, (157), 17-27.
- Gordon, J. A. & Alexandre, M. B. (2004). A comparison of VaR and CVaR constraints on portfolio selection with the mean-variance model. *Management Science*, 50(9), 1261–1273. <https://doi.org/10.1287/mnsc.1040.0201>
- Guerrero , Hernández (2023) Análisis de riesgo y robustez en la conformación de portafolios de inversión con títulos de renta variable en la Bolsa de Valores de Colombia para el periodo 2012- 2022

- Guerrero, M. S. P., Aguirre, A. A. A., Medina, R. A., & Hurtado, P. H. (2022). Valor en Riesgo y simulación: una revisión sistemática. *Económicas CUC*, 43(1), 57-82. <https://doi.org/10.17981/econcuc.43.1.2022.econ.3>
- Gumbel, E. J. (1954). Statistical Theory of Extreme Values and Some Practical Applications. *Nat. Bureau of Standards Applications Mathematics Series*, 2(33), 1-51.
- Hsu Ku, Y-H. (2008). Student-t distribution based VAR-MGARCH: An application of the DCC model on international portfolio risk management. *Applied Economics*, 40(13), 1685-1697. <https://doi.org/10.1080/00036840600892894>
- Inekwe, N. J. (2016). Financial uncertainty, risk aversion and monetary policy. *Empirical Economics*, 51(3), 939–961. <https://doi.org/10.1007/s00181-015-1036-6>
- Infante S., y G. Zárate. 1991. *Métodos Estadísticos*. 2ª edición, México. Ed.Trillas México, D. F. 643 p.
- J.P. Morgan. (1996). *Riskmetrics - Technical Document (4th ed.)*. Morgan Guaranty Trust Company.
- James, H. (2003). *El fin de la globalización: Lecciones de la Gran Depresión*. México: Editorial Océano de México.
- Jaureguizar Francés, M. (2009, November 12). Un análisis de las medidas estándar del Valor en Riesgo (VaR).
- Johnson, C. A. (2005). Métodos alternativos de evaluación del riesgo para portafolios de inversión Academia. *Revista Latinoamericana de Administración*. *Revista Latinoamericana de Administración*.
- Johnson, C., (2001). Value at risk: Teoría y aplicaciones. . *Estudios de Economía*, 28(2),217- 247.[fecha de Consulta 2 de Junio de 2023]. ISSN: 0304-2758. Obtenido de: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=22128204>
- Jorion, P. (2006). *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk (3rd ed.)*. McGraw-Hill
- Kindleberger, C. P., & Aliber, R. Z. (1991). *Manías, pánicos y cracs: historia de las crisis financieras*. Barcelona: Ariel.
- Kindleberger, C., & Aliber, R. (2005). *Manias, Panics and Crashes: A History of Financial Crisis*, 5th ed. New Jersey: John Wiley and Sons, Inc.
- Kotz, S. & Nadarajah, S. (2001). *Extreme Value Distributions: Theory and Applications*. World Scientific. ISBN: 978-1860942242
- Krokhmal, P., Palmquist, J., & Uryasev, S. (2001). Portfolio optimization with conditional value-at-risk objective and constraints.

- Leadbetter, M. R., Lindgren, G. & Rootzén, H. (1983). *Extremes and Related Properties of Random Sequences and Processes*. Springer. ISBN: 978-0387907314
- Li, S. (2003). Future trends and challenges of financial risk management in the digital economy. *Managerial Finance*, 29(5–6), 111–125.  
<https://doi.org/10.1108/03074350310768797>
- Lo, A. W. (2008). 740 Hedge funds, systemic risk, and the financial crisis of 2007-2008: Written testimony for the House Oversight Committee Hearing on hedge funds (November 13, 2008). Retrieved from <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.130121>
- Longin, F. M. (1996). The asymptotic distribution of extreme stock market returns. *Journal of Business*, 383-408.
- Lwin, K. T., Qu, R., & MacCarthy, B. L. (2017). Mean-VAR Portfolio Optimization: a Nonparametric approach. *European Journal of Operational Research*, 260(2), 751-766. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.01.005>
- Mackay, C. (1848). *Memoirs of Extraordinary Popular Delusions and the Madness of Crowds*
- Marhuenda, P. G., Dato, J. F. O., & García-Donato Layrón, G. (2004). Alternativas estadísticas al cálculo del Valor en Riesgo. *Núm (Vol. 46)*.
- Markowitz, H. (1952). PORTFOLIO SELECTION. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91.  
<https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x>
- Marsaglia, G. and Marsaglia, J. (2004) Evaluating the Anderson-Darling Distribution. *Journal of Statistical Software* 9 (2), 1–5. February 2004. doi: 10.18637/jss.v009.i02
- Martínez Castillo, C. A. (2007). Basilea II, retos y oportunidades. Hacia una mayor armonización de la regulación y supervisión financiera en el siglo XXI. *Gestión y Política Pública*, 16(2), 465-510. ISSN 1405-1079.
- Mausser, H. & Rosen, D. (1998). Beyond VaR: From Measuring Risk to Managing Risk. *Algo Research Quarterly*, 1(2), 5-20.
- Merton, R. C. (1972). An Analytic Derivation of the Efficient Portfolio Frontier. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 7(4), 1851–1872.  
<https://doi.org/10.2307/2329621>
- Mesfioui, M. & Quessy, J. F. (2005). Bounds on the Value-at-Risk For the Sum of Possibly Dependent risks. *Insurance: Mathematics and Economics*, 37(1), 135-151.
- Minnaard, V., Rabino, M. C., Garcia, M., Moro, L., & Minnaard, C. (2002). El uso de gráficas en la escuela: otro lenguaje de las ciencias.
- Mori, A., Ohsawa, M., & Shinizu, T. (1996). Calculation of Value at Risk and Risk Return Simulation (Institut for Monetary and Economic Studies, Bank of Japan, Discussion Papers Series, No. 96-E-8).

- Mukerji, S., & Tallon, J. M. (2001). Ambiguity Aversion and Incompleteness of Financial Markets. *The Review of Economic Studies*, 68(4), 883-904.  
<https://www.jstor.org/stable/2695913>
- Parodi Trece, C. (2016). Crisis financieras en la historia. Universidad del Pacífico, Centro de Investigación.
- Pfaff, B. (2013). *Financial Risk Modelling and Portfolio Optimization with R* (1st ed.). John Wiley & Sons.
- Philips, T., & Liu, M. (2011). Simple and Robust Risk Budgeting with Expected Shortfall. *Journal of Portfolio Management*, 78-90.
- Reed Bergmann, D. & Aparecido de Oliveira, M. (2013). Modeling the distribution of Brazilian stock returns via scaled Student t. *International Research Journal of Finance and Economics*, 108, 27-38. ISSN: 1450-2887.
- Reiss, R.-D., & Thomas, M. (2007). *Statistical Analysis of Extreme Values With Applications to Insurance, Finance, Hydrology, and Other Fields*. Third Edition. Birkhauser Verlag. ISBN: 978-3764372309.
- Rmetrics. (2023). Package 'fExtremes' (Version 4032.84) - Modelling Extreme Events in Finance. Provides functions for analysing and modelling extreme events in financial time Series.
- Rockafellar, R. T. & Uryasev, S. (2000). Optimization of Conditional Value-at-Risk. *Journal of Risk*, 3, 21-41.
- Romero Moreno, C. (2010). La teoría moderna del portafolio: un ensayo sobre sus formulaciones originales y sus repercusiones contemporáneas. *ODEON*, (5), 103-118. <https://www.redalyc.org/pdf/532/53220677003.pdf>
- Scheller, F., & Auer, B. R. (2018). How does the choice of Value-at-Risk estimator influence asset allocation decisions? *Quantitative Finance*, 18(12), 2005–2022.  
<https://doi.org/10.1080/14697688.2018.1459806>
- Sharpe, W. (1994). The Sharpe Ratio. *The Journal of Portfolio Management*. Recuperado de <http://web.stanford.edu/~wfsarpe/art/sr/sr.htm>. Consultado el 12 de septiembre de 2015.
- Shittu, O. I., Adepoju, K. A., & Adeniji, O. E. (2014). On beta skew-t distribution in modelling stock returns in Nigeria. *International Journal of Modern Mathematical Sciences*, 11, 94-102.
- Singh, A. K., Allen, D. E., & Robert, P. J. (2012). Extreme market risk and extreme theory. ELSEVIER.
- Superintendencia Financiera de Colombia. (2010). Circular externa 035 de 2009.
- Tukey, J. W. (1977). *Exploratory data analysis*. Addison-Wesley.

- Ugarteche, O., & Acosta, A. (2003). A favor de un Tribunal Internacional de Arbitraje de la Deuda Soberana, Cuadernos de Discusión 2, América Latina en el Sistema Mundial. Cuenca, ILDIS.
- Uryasev, S. (2000). Conditional Value at Risk: Optimization Algorithms and Applications. *Financial Engineering News*, 14, 1-6.
- Vijverberg, C. P. C., Vijverberg, W. P. M., & Taşpınar, S. (2016). Linking Tukey's legacy to financial risk measurement. *Computational Statistics and Data Analysis*, 100, 595–615. <https://doi.org/10.1016/j.csda.2015.08.018>
- Wellin, N. (2010). Bank For International Settlements, Un nuevo panorama regulador.
- Zhu, S., & Fukushima, M. (2009). Worst-case conditional value-at-risk with application to robust portfolio management. *Operations Research*, 57(5), 1155–1168. <https://doi.org/10.1287/opre.1080.0684>

## Anexos

### Script Ejecutado en R-Project

1. Se cargan e instalan los paquetes requeridos

```
#install.packages("fPortfolio",dependencies=TRUE)
#install.packages("goftest",dependencies=TRUE)
#install.packages("fExtremes",dependencies=TRUE)
#install.packages("rriskDistributions",dependencies=TRUE)
#install.packages("metRology",dependencies=TRUE)
#install.packages("fitdistrplus",dependencies=TRUE)
library(fPortfolio) # si
library(goftest) # si
library(fExtremes) #si
library(rriskDistributions)# si
library(metRology)
library(quantmod)
library(MASS)# si
library(ggplot2)
```

```
library("fitdistrplus")
```

2. Para el ejercicio se carga la base de datos, la cual debe estar en formato csv delimitado por comas

"Se borran las memorias"

```
rm(list = ls())
VRACCOLCAP <- readSeries("Acciones Colcap.csv",header=
T,sep=";",dec="," ,format="%d/%m/%Y")
dim(VRACCOLCAP)
head(VRACCOLCAP)
```

3. Se calculan los rendimientos por el método continuo.

```
RECOLCAP <- returns(VRACCOLCAP)
head(RECOLCAP)
dim(RECOLCAP)
```

4. Se obtiene matriz de covarianzas y a partir de ella se establece el portafolio óptimo

```
covEstimator <- covEstimator(RECOLCAP)# Genera la matriz de covarianzas
fastcovEstimator <- function(x, spec = NULL, ...)
Spec = portfolioSpec()# N mero de puntos 50. M todo solveRquadprog
Frontier <- portfolioFrontier(RECOLCAP)
print(Frontier)# El sistema por defecto solo muestra cinco puntos
tailoredFrontierPlot(Frontier,col = c("black", "red"))
```

5. Se establece la composición del portafolio para un rendimiento de 0.0005

```
Spec = portfolioSpec()
setTargetReturn(Spec) <- 0.0005
efficientPortfolio(RECOLCAP, Spec)
```

La conformación del portafolio para el rendimiento establecido será:

GEB	NCH	SIS
0.1765	0.7791	0.0444

6. Se conforma el portafolio según las especificaciones obtenidas para el rendimiento establecido, se ajusta el nombre y se solicita que

muestre los primeros cinco rendimiento.

```
PORCOLCAP <- 0.1765*RECOLCAP[,15]+ 0.7791*RECOLCAP[,18]
+0.0443*RECOLCAP[,20]
colnames(PORCOLCAP) <- "PORCOLCAP"
head(PORCOLCAP)
```

7. Se calcula el rendimiento y el riesgo y se grafica en la frontera eficiente obtenida anteriormente

```
Media <- mean(PORCOLCAP)
Desviacion <- sd(PORCOLCAP)
tailoredFrontierPlot(Frontier,col = c("black", "red"))

tailoredFrontierPlot(Frontier,col = c("black", "red"))
abline(h = Media,lty = 4, col = "red",lwd=2)
abline(v =Desviacion,lty = 2, col = "blue", lwd = 2)
```

8. Se realiza el diagrama de caja y prueba de bondad de ajuste para verificar si la información sigue una distribución normal

```
boxplot(PORCOLCAP, main = "Detección gráfica de valores atipicos
en conformación del Portafolio")
```

8.1 Se realiza el grafico para los rendimientos del portafolio encontrado

```
plotdist(c(PORCOLCAP), histo=TRUE, demp=TRUE)
```

8.2 Se hace la prueba de bondad de ajuste para verificar si los rendimeinros siguen distribución normal

```
cvm.test(PORCOLCAP,"pnorm", mean = Media, sd = Desviacion)#Utiliza la
prueba Cramer-von Mises
```

```
ks.test(PORCOLCAP,"pnorm", mean = Media, sd = Desviacion)# Kolgomorov-
Smirnov
```

```
ad.test(PORCOLCAP,"pnorm", mean = Media, sd = Desviacion)# Utiliza la prueba
Anderson-Darling
```

9. CALCULO DEL VALOR EN RIESGO (VaR)

Para todos los casos se calcula el VaR diario por peso invertido para una confianza del 95% y 99%.

## 9.1 Metodo Delta Normal

### 9.1.1 Para un 95% de confianza

```
n <- 1
Portafolio <- 1
Cuantiles <- qnorm(c(0.95),mean = 0, sd=1)
VaRDN95 <- Desviacion*Cuantiles*Portafolio*(n^0.5)
VaRDN95
```

### 9.1.2 Para un 99% de confianza

```
Cuantiles <- qnorm(c(0.99),mean = 0, sd=1)
Portafolio <- 1
n <- 1
VaRDN99 <- Desviacion*Cuantiles*Portafolio *(n^0.5)
VaRDN99
```

## 9.2. Calculo del VaR por el Metodo de simulacion historica.

```
VOrdenado <- sort(c(PORCOLCAP))
Percentil <- cbind(c(quantile (VOrdenado, probs = seq (0, 1, 0.01))))
head(Percentil)
```

### 9.2.1 Para un 95%

```
VaRSH95 <- cbind(c(quantile (Percentil,probs = seq ( 0.05,0.05))))
VaRSH95
```

### 9.2.2 Para un 99%

```
VaRSH99 <- cbind(c(quantile (Percentil, probs = seq ( 0.01,0.01))))
VaRSH99
```

## 9.3 Calculo del VaR por el metodo de simulación montecarlo

Se averigua que distribucion sigue el portafolio conformado

```
MPORCOLCAP <- c(PORCOLCAP)
res1 <-fit.cont(data2fit = MPORCOLCAP)
```

Se encuentra que sigue una distribución Cauchy con los siguientes parametros:

```
location    = 0.0001697165
scale      = 0.0061647167
```

Se realiza la simulación con los parámetros encontrados

```
VaRSMC <- rcauchy(10000000,location = 0.0001697165, scale =
0.0061647167)
```

Se calcula el valor del cuantil para el 5% y 1%

```
Percentil <- cbind(c(quantile (VaRSMC, probs = seq (0, 1, 0.01))))
Percentil
```

9.3.1 Valor del VaR al 95%

```
VaRSM95 <- cbind(c(quantile (VaRSMC, probs = seq (0.05, 0.05 ))))
VaRSM95
```

9.3.2 Valor del VaR al 99%

```
VaRSM99 <- cbind(c(quantile (VaRSMC, probs = seq (0.01, 0.01 ))))
VaRSM99
```

9.3.3 Se efectúa la prueba de hipótesis para verificar que el portafolio sigue distribución Cauchy con parámetros

de location = 0.0001697165 y de scale = 0.0061647167

```
cvm.test(MPORCOLCAP,"pcauchy",location = 0.0001697165, scale =
0.0061647167)#Utiliza la prueba Cramer-von Mises
```

```
ks.test(MPORCOLCAP,"plogis", location = 0.0001697165, scale =
0.0061647167)# Kolmogorov-Smirnov
```

```
ad.test(MPORCOLCAP,"plogis",location = 0.0001697165, scale =
0.0061647167)# Utiliza la prueba Anderson-Darling
```

9.4 Teoría de Valores Extremos.

9.4.1 Se determinan los máximos y mínimos para cada bloque, en este caso cada mes determina un bloque

```
PORCOLCA <- PORCOLCAP*(-1)
head(PORCOLCA)
xmax <- blockMaxima(PORCOLCA, block = "month")
head(xmax)
dim(xmax)
```

```
Extremo <- c(xmax)
```

9.4.2 Se observa la distribución empírica que sigue la información. Para esto se observa el histograma de frecuencias y la distribución acumulada

```
plotdist(Extremo, histo=TRUE, demp=TRUE)
```

9.4.3 La siguiente instrucción determina los parámetros para una distribución GEV, se hacen los cálculos

para los bloques mensuales determinados en el caso anterior.

```
fit = gevFit(PORCOLCA, block = "month")
print(fit)
```

Los parámetros encontrados son:

Estimated Parameters:

```
xi      mu      beta
0.21625207 0.02192481 0.01565602
```

9.4.3 Se determina el valor de la cuantila para el 95%

```
VaRTVE95 <- qgev(c(0.95),xi= 0.21625207 , mu = 0.02192481, beta = 0.01565602)
# Valor obtenido 0.0570669
```

```
VaRTVE95
```

9.4.4 Se determina el valor de la cuantila para el 99%

```
VaRTVE99 <- qgev(c(0.99),xi= 0.21625207 , mu = 0.02192481, beta = 0.01565602)
# Valor obtenido 0.08462492
```

```
VaRTVE99
```

9.4.5 Gráfico los valores máximos de cada bloque mensual que fue definido

```
plot(xmax, type = "l", col = "steelblue", main = "GPD Series")
grid()
```

9.4.6 Se realiza el gráfico de la función encontrada

```
curve(dgev(x,xi= 0.21625207 , mu = 0.02192481, beta = 0.01565602),from = -0.03,
to= 0.12, col = "red",
```

```
main = "Ajuste de la Curva GEV Encontrada
```

```
a los Valores máximos de los bloques", lwd = 2,ylim = c(0,25), ylab = "")
```

```
abline(v = 0.0570669,lty = 2, col = "red", lwd = 2)# Traza una línea paralela al eje
```

Y

```
abline(v = 0.09290712,lty = 2, col = "blue", lwd = 2)
par(new = "TRUE")
Extremo <- c(xmax)
hist(Extremo, breaks = 20, main = "", xlim= c(-0.03, 0.12),ylim = c(0,25))
```

9.4.7 Se verifica mediante la prueba de hipotesis que los valores extremos siguen la distribución que fue definida

```
Extremo <- c(xmax)
cvm.test(Extremo,"pgev",xi= 0.21625207 , mu = 0.02192481, beta = 0.01565602)
#Utiliza la prueba Cramer-von Mises
ks.test(Extremo,"pgev",xi= 0.21625207 , mu = 0.02192481, beta = 0.01565602)#
Kolmogorov-Smirnov
ad.test(Extremo,"pgev",xi= 0.21625207 , mu = 0.02192481, beta = 0.01565602)#
Utiliza la prueba Anderson-Darling
```

## 9.5 DISTRIBUCIÓN T-ESCALADA

9.5.1 Se encuentran los parametros para la distribución

```
t_fit <- fitdistr((PORCOLCAP), "t")
t_fit
mean_tscaled<-t_fit$estimate[1];mean_tscaled
sd_tscaled<-t_fit$estimate[2]; sd_tscaled
df_tscaled<-t_fit$estimate[3];df_tscaled
```

9.5.2 Se efectua el grafico de los rendimientos con la distribución Tescalada ajustada

```
plot_tscaled<-ggplot()+
geom_density(aes(x=PORCOLCAP,colour="Teórica"), size=0.5)+
stat_function(fun = dt.scaled,
geom = "area",
fill = "transparent",
aes(colour="t scaled"),
size = 0.5,
args = list(df=df_tscaled,
mean=mean_tscaled,
sd=sd_tscaled
```

```
))+scale_x_continuous(limits = c(-0.05,0.05))+
labs(colour="Distribución:");plot_tscaled
```

Se calcula el VaR para el 0.05

```
VaRTE95 <- qt.scaled(c(0.05),df=df_tscaled,sd=sd_tscaled,mean=mean_tscaled)
VaRTE95
```

Se calcula el Var para el 99%

```
VaRTE99 <- qt.scaled(c(0.01),df=df_tscaled,sd=sd_tscaled,mean=mean_tscaled)
VaRTE99
```

Se verifica mediante la prueba de bondad de ajuste de Anderson Darlin que la información sigue una distribución

T-Escalada con parametros: media = -0.0001601152 , sd = 0.007864968 , df = 1.689468

```
ad.test(PORCOLCAP, "pt.scaled",
mean=mean_tscaled,sd=sd_tscaled,df=df_tscaled, estimated=TRUE)
```

10. Calculo del VaR condicional para cada uno de los metodos descritos

10.1 Método Delta Normal

```
Desarrollo <- function(x)
{x*dnorm(x,mean = 0,sd = Desviacion)}
area<-integrate (Desarrollo, lower = -Inf, upper = -VaRDN95)
DNVaRC95 <- (area$value/0.05); DNVaRC95
Desarrollo <- function(x)
{x*dnorm(x,mean = 0,sd = Desviacion)}
area<-integrate (Desarrollo, lower = -Inf, upper = -VaRDN95)
DNVaRC99 <- (area$value/0.01); DNVaRC99
```

"El Valor del CVaR por el Metodo Delta Normal al 95% y 99%" es respectivamente 0.02951701 y 0.147585

método Simulación Histórica

```
VaRSH95 <- c(VaRSH95)
Datos <- c(PORCOLCAP)
CVaRSH95 <- mean(Datos[Datos< VaRSH95])
CVaRSH9
VaRSH99 <- c(VaRSH99)
```

```
Datos <- c(PORCOLCAP)
CVaRSH99 <- mean(Datos[Datos< VaRSH99])
CVaRSH99
```

### 10.3 método Montecarlo

Según los resultados obtenidos, la información sigue una distribución Cauchy, pero esta distribución no tiene valor esperado,

bajo esta situación el CVaR no se puede calcular.

### 10.4 METODO TEORIA DE VALORES EXTREMOS

```
Desarrollo <- function(x)
{x*dgev(x,xi= 0.21625207 , mu = 0.02192481, beta = 0.01565602)}
area<-integrate (Desarrollo, lower = VaRTVE95,upper = Inf)
CVaRTE95 <- (area$value/0.05); CVaRTE95
```

```
Desarrollo <- function(x)
{x*dgev(x,xi= 0.21625207 , mu = 0.02192481, beta = 0.01565602)}
area<-integrate (Desarrollo, lower = VaRTVE99,upper = Inf)
CVaRTE99 <- (area$value/0.01); CVaRTE99
```

Se efectúan los mismos cálculos pero ahora realizando procesos de simulación, para esto se generan 10 millones de

números aleatorios siguiendo la distribución gev con parámetros  $\xi=0.21625207$ ,  $\mu=0.02192481$ ,  $\beta=0.01565602$

Calculo para el 95% de confianza

```
B <- rgev(10000000,xi= 0.21625207 , mu = 0.02192481, beta = 0.01565602)
media <- mean(B[B > VaRTVE95]); media
```

Calculo para el 99% de confianza

```
C <- rgev(10000000,xi= 0.21625207 , mu = 0.02192481, beta = 0.01565602)
media <- mean(C[C > VaRTVE99]); media
```

### 10.5 METODO T-Escalada

Se calcula el VaR Condicional al 95% desarrollando la integral y se confirma por proceso de

simulación

```
Desarrollo <- function(x)
{x*dt.scaled(x,mean=mean_tscaled,sd=sd_tscaled,df=df_tscaled)}
area<-integrate (Desarrollo, lower = -Inf, upper = VaRTE95)
CVaRTE95 <- (area$value/0.05); CVaRTE95
```

Se calcula el VaR Condicional al 99% desarrollando la integral y se confirma por proceso de simulación

```
Desarrollo <- function(x)
{x*dt.scaled(x,mean=mean_tscaled,sd=sd_tscaled,df=df_tscaled)}
area<-integrate (Desarrollo, lower = -Inf, upper = VaRTE99)
CVaRTE99 <- (area$value/0.01); CVaRTE99
```

```
W <- rt.scaled(10000000,df=df_tscaled,sd=sd_tscaled,mean=mean_tscaled)
media <- mean(W[W < VaRTE95]); media
```

```
WA <- rt.scaled(10000000,df=df_tscaled,sd=sd_tscaled,mean=mean_tscaled)
media <- mean(WA[WA < VaRTE99]); media
```