

METODOLOGÍA PARA LA DEFINICIÓN DEL TAMAÑO ÓPTIMO DE LA MALLA DE CÁLCULO EN UN MODELO NUMÉRICO: APLICACIÓN AL ESTUDIO DE LA ESTRUCTURA TÉRMICA DE UN EMBALSE

Mauricio Toro y Beatriz Villegas

Escuela de Geociencias y Medio Ambiente, Facultad de Minas

Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín

fmtoro@unalmed.edu.co

Recibido para evaluación: 22 de Julio de 2003 / Aceptación: 25 de Septiembre de 2003 / Recibida versión final: 06 de Octubre de 2003

RESUMEN

Dentro de las actividades encaminadas a la simulación de la estructura térmica de un embalse se ha planteado un procedimiento para la determinación del tamaño óptimo de la malla de cálculo. La descripción de este procedimiento es el tema de esta publicación.

El procedimiento se basa en la realización de análisis de sensibilidad al tamaño de la malla primero horizontal y luego verticalmente. El efecto del tamaño de la malla se mide a través de pruebas estadísticas comparando globalmente los resultados obtenidos para cada tamaño de malla con los resultados obtenidos para una malla definida como "Patrón".

Las simulaciones se realizan con el modelo computacional EL.COM (Estuary and Lake Computer Model) desarrollado por el "Center of Water Research (CWR)" de la "University of Western Australia". El caso de aplicación se hizo para un escenario hipotético creado para un embalse tropical. El análisis de sensibilidad se basa en el uso del estadístico RMS (Root-Mean-Square-Error) o Error Estándar y el Coeficiente de Variación (CV).

PALABRAS CLAVES: Estructura Térmica, Análisis de Sensibilidad, Modelo Numérico.

ABSTRACT

Among the activities for simulation of the thermal structure in a reservoir, a procedure has been defined for the selection of the optimum grid size.

This procedure is based on the development of a sensibility analysis of the model to the grid size, first in the horizontal plane and then in the vertical direction. Effects of the different grid sizes are measured through statistical tests comparing globally the results for each grid size with the results obtained for a grid chosen as the reference grid.

Numerical simulations were carried out with the EL.COM (Estuary and Lake Computer Model) computational model developed by the Center of Water Research (CWR) of the University of Western Australia. The application test was for a tropical reservoir for which a hypothetical scenario was defined. The sensitivity analysis is based on the Root Mean Square Error (RMS) and the variation coefficient (CV).

KEY WORDS: Thermal Structure, Sensibility Analysis, Numerical Model.

1. INTRODUCCIÓN

Dentro de las actividades encaminadas a la simulación de la estructura térmica de un embalse se ha planteado un procedimiento para la determinación del tamaño óptimo de la malla de cálculo. La descripción de este procedimiento es el tema de esta publicación.

El procedimiento se basa en la realización de análisis de sensibilidad al tamaño de la malla primero horizontal y luego verticalmente. El efecto del tamaño de la malla se mide a través de pruebas estadísticas comparando globalmente los resultados obtenidos para cada tamaño de malla con los resultados obtenidos para una malla definida como "Patrón".

Las simulaciones se realizan con el modelo computacional ELCOM (Estuary and Lake Computer Model) desarrollado por el "Center of Water Research (CWR)" de la "University of Western Australia". El caso de aplicación se hizo para un escenario hipotético creado para un embalse tropical. El análisis de sensibilidad se basa en el uso del estadístico RMS (Root-Mean-Square-Error) o Error Estándar y el Coeficiente de Variación (C.V).

2. DESCRIPCIÓN DEL SITIO

El embalse en estudio es receptor de una gran cantidad de sustancias de origen orgánico e inorgánico, provenientes de su afluente principal. El represamiento

de esta agua en el embalse conduce a un mayor deterioro de la calidad del agua favorecido por las altas temperaturas dominantes en la región.

Este problema de calidad de agua requiere de unas estrategias de manejo ambiental a futuro con el propósito de prevenir un mayor deterioro de la calidad del agua, estrategias basadas en el principio de producción limpia. Una estrategia adecuada de manejo ambiental de este embalse, requiere de una serie de estudios que permitan no solo el conocimiento del estado puntual del embalse sino la simulación de escenarios futuros de los procesos fisicobióticos dominantes. Es en este punto donde la simulación numérica de calidad de agua sirve como una herramienta clave para estos estudios.

En particular, el estudio de la estructura térmica permitirá identificar (teniendo en cuenta mediciones posteriores) una serie de procesos químicos y biológicos que afectan directamente la calidad del agua del embalse. La dinámica de la estructura térmica es un indicador de los procesos que se dan en el embalse.

3. PARAMETROS FISICOS

La batimetría del área de estudio se procesó en formato digital a través del uso de la aplicación ArcGis. Usando este software se obtuvieron mallas de cálculo de diferentes resoluciones y se definieron 10 sitios de monitoreo sobre el embalse. En la Figura 1 se muestra la zona del embalse y la localización de las estaciones de monitoreo escogidas para el análisis que aquí se presenta.

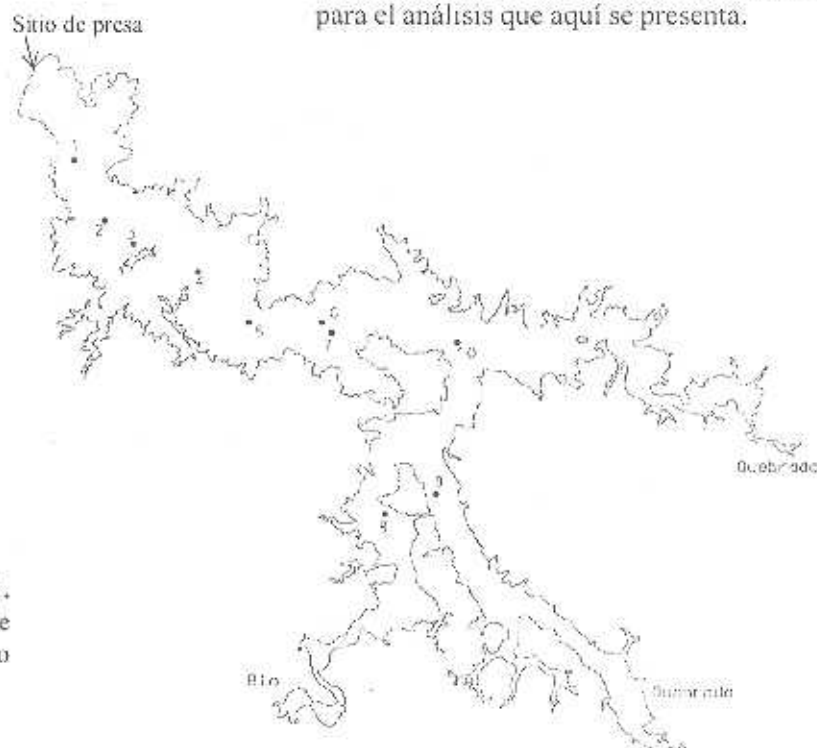


FIGURA 1.
Zona del Embalse y Localización de los Sitios de Monitoreo

Para la simulación numérica, se definieron una serie de parámetros físicos considerados como valores promedios (típicos) en el embalse, los cuales se listan en la Tabla 1.

En la Figura 2 se muestra la variación del ciclo diario de la Radiación Solar considerada en las simulaciones.

Temperatura inicial del agua	24°C; constante un todo el Embalse
Caudal del Río	100 m ³ /s; constante
Caudal quebrada_1	5 m ³ /s ; constante
Caudal quebrada_2	5 m ³ /s ; constante
Caudal Efluente (Turbinado)	110 m ³ /s ; constante
Radiación Solar	Variable en ciclo diario, Max: 900 Watt/m ²
Temperatura del Aire	Variable en ciclo diario, Max: 30°C; Min: 17 °C
Humedad del Aire	90%; constante
Viento	Sin Viento
Nubes	Sin Nubes

TABLA 1.
Listado de Parámetros Físicos Base Usados en las Simulaciones

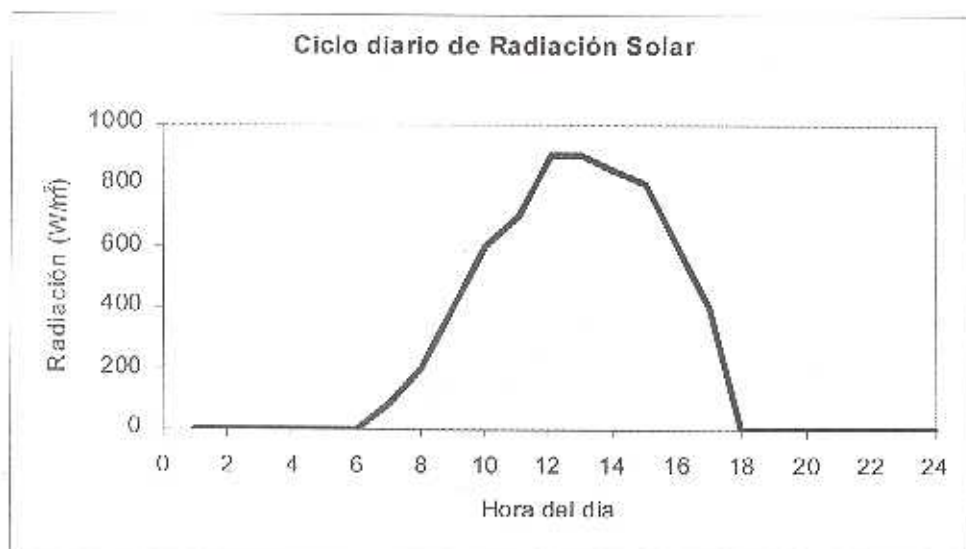


FIGURA 2.
Ciclo Diario para la Radiación Solar

4. MODELO ELCOM

El modelo ELCOM -Estuary and Lake Computer Model- es una herramienta de modelamiento numérico tridimensional para lagos y embalses desarrollada por el Centro de Estudios del Agua - Center for Water Research, CWR- de la universidad del Oeste de Australia.

Esta herramienta utiliza principios hidrodinámicos y termodinámicos para simular el comportamiento espacial y temporal de cuerpos de agua estratificados - distribuciones de velocidad, temperatura y salinidad- sometidos a forzamientos ambientales externos. El modelo resuelve numéricamente las ecuaciones de Navier-

Stokes para flujo no permanente, viscoso e incompresible usando la aproximación hidrostática para la presión. La solución numérica de las ecuaciones se basa en el método semi-implícito de diferencias finitas desarrollado por Casulli y Cheng (1992).

Los procesos de simulación con el modelo ELCOM incluyen respuestas a flujos inducidos por cambios en el pendiente de la superficie del agua -respuestas barotrópicas-, flujos inducidos por cambios en la densidad en cuerpos de agua no homogéneos -respuestas baroclínicas-, efectos rotacionales, esfuerzos del viento, intercambio térmico superficial, caudales afluentes y efluentes y transporte de sal, calor y escalares pasivos

(trazadores). Este modelo puede ser usado en conjunto con un módulo de calidad de aguas "CAEDYM" para simular el transporte tridimensional y la interacción física, química y biológica del flujo.

Para realizar una simulación, el usuario debe proveer los datos relacionados con la geometría del dominio, las condiciones iniciales y de borde y los parámetros de configuración y de control de salida a través de archivos de entrada preparados manualmente. Una detallada descripción del Modelo ELCOM se puede consultar en el Manual del Usuario.

5. PRUEBAS ESTADÍSTICAS

Dentro del proceso de modelamiento numérico de fenómenos hidrodinámicos pueden diferenciarse dos instancias básicas: una primera instancia conocida como Análisis de Sensibilidad y Definición de Parámetros Básicos y una segunda instancia conocida como de Calibración y Validación.

Durante la etapa de calibración y validación de un modelo se dispone de al menos un grupo de datos de mediciones y un grupo de datos de simulaciones que deben ser comparados entre sí. Para ello existen diferentes pruebas estadísticas que sirven como herramientas en la determinación de la precisión al comparar ambos grupos de datos. Un medidor de alta aceptación en la actualidad es el denominado RMAE ("Relative Mean Absolute Error") el cual está dado por la ecuación:

$$RMAE = \frac{(|VR_c - VR_m - \Delta R_m|)}{\langle VR_m \rangle}$$

para $(VR_c - VR_m) > \Delta R_m$ (1)

$$RMAE = 0$$

para $(VR_c - VR_m) < \Delta R_m$ (2)

donde VR_m es la medición; VR_c es la simulación; $\langle VR_m \rangle$ es el promedio de las mediciones; y ΔR_m es el error estimado para el instrumento de medición y depende del tipo de medición analizado.

El ΔR_m se deriva del hecho de que los valores medidos nunca son perfectos y siempre se tiene algún grado de error. Todo error absoluto menor de ΔR_m se considera como bueno y no se toma en consideración dentro del *RMAE*. Este procedimiento mide el error no atribuible al instrumento de medida. Detalles sobre el uso de estos estadísticos se pueden consultar en las Referencias 2, 3 y 5.

En el caso de la realización de Análisis de Sensibilidad, en donde básicamente se comparan "simulaciones con simulaciones" y donde se pretende medir el grado de relevancia de una variable o parámetro del modelo en el fenómeno que se quiere simular, el uso del *RMAE* pierde aplicabilidad ya que en este caso no se presentarán valores erráticos que distorsionen los resultados. Así, para el caso de estudios de sensibilidad, ver Referencia 4, se propone el uso del estadístico *RMS* (Root Mean Square Error), el cual se define como

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (O_i - S_i)^2}{N}} \quad i=1 \dots N. \quad (3)$$

donde O_i son los valores del parámetro en estudio considerados como valores de referencia (por ejemplo el valor de la temperatura media en una estación de monitoreo, o los perfiles de temperatura en una estación de monitoreo); S_i son los valores del parámetro en estudio obtenidos con el modelo y derivados para una condición que es objeto del análisis de sensibilidad (por ejemplo, el tamaño de la malla de cálculo en el plano horizontal, esto es, el número de nodos de cálculo); y N es el número de parejas de datos. El *RMS* tiene las mismas unidades de las observaciones y simulaciones. Con base en el parámetro *RMS*, se define el coeficiente de variación (*CV*) como

$$CV = \frac{RMS}{O_a} \quad (4)$$

donde O_a es el promedio de los valores de referencia (O).

Un detallado análisis de la utilización del parámetro *RMS* en la fase de Análisis de Sensibilidad, en la validación de un modelo numérico, se presenta en la Tesis Doctoral de Palacio (2002) y en una serie de artículos publicados por Palacio, Mayerle y Toro (2002).

6. DETERMINACIÓN DEL TAMAÑO ÓPTIMO DE LA MALLA HORIZONTAL

A partir de la batimetría del proyecto y mediante el uso del ArcGis se generaron 3 mallas horizontales de resolución 100 m x 100 m (mh1), 150 m x 150 m (mh2) y 200 m x 200 m (mh3). Para cada una de estas mallas se conservó la misma distribución y dimensionamiento para las capas verticales (9 capas) e iguales condiciones iniciales y de borde.

Respecto al intervalo de tiempo Δt se respetaron los parámetros de estabilidad numérica establecidos para flujos estratificados. El modelo ELCOM usa una discretización explícita de los términos baroclinicos (cambios en densidades) en la ecuación de momentum produciendo una restricción para Δt basada en la condición para la onda interna,

$$\sqrt{g^* D} \frac{\Delta t}{\Delta x} < \sqrt{2} \quad (5)$$

donde CFL es el criterio de estabilidad de Courant-Friedrichs-Lewy; g^* es la gravedad reducida debida a la estratificación; D es la profundidad efectiva (profundidad del lago); Δx es el tamaño mínimo de la malla; y $\sqrt{g^* D}$ es una aproximación de la velocidad de onda de una onda interna. En este caso el límite es 0.7.

Para la realización del estudio de sensibilidad se seleccionó un intervalo de cálculo de 60 s para las 3 mallas y el modelo se corrió por un periodo de tiempo suficientemente largo como para lograr las condiciones típicas diarias (recuérdese que las condiciones de radiación solar se especificaron con base en el ciclo diario) una vez se ha "calentado" el modelo y las condiciones iniciales de simulación han perdido su efecto. La Figura 3 muestra el comportamiento temporal del CFL máximo en todo el dominio para las 3 mallas.

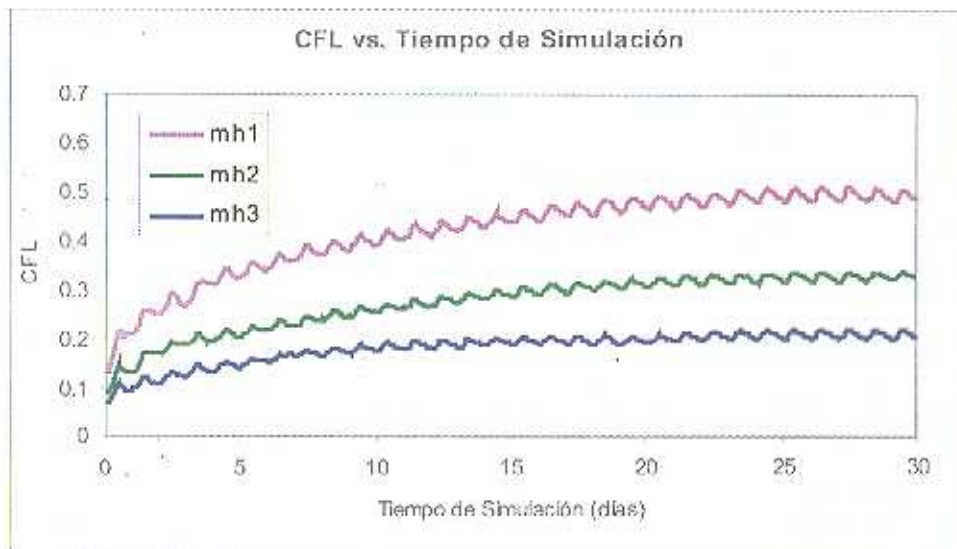


FIGURA 3. Variación Temporal del CFL para las Mallas mh1, mh2 y mh3

De acuerdo con los resultados presentados en la Figura 3, el efecto de las condiciones iniciales sobre el CFL desaparece después del día 20 de simulación para las tres mallas, siendo la malla más densa la que presenta un mayor valor. Obsérvese cómo se refleja el ciclo diario en este parámetro. Como consecuencia del anterior resultado el modelo se debe correr por un periodo de al menos 20 días para que los resultados generados por él puedan ser usados para definir el tamaño óptimo de la malla horizontal.

La Figura 4 muestra el comportamiento temporal del perfil vertical de temperatura (temperaturas por capas) en el Sitio de Monitoreo 1 para la malla mh2, siendo k8 la celda superficial y k2 la celda próxima al fondo.



FIGURA 4.
Variación de la Temperatura en el Tiempo en el Sitio de Monitoreo 1, para la Malla mh2 (capas verticales pares)

La Figura anterior refleja la variabilidad diaria del fenómeno y el tiempo a partir del cual el efecto de las condiciones iniciales ha desaparecido (25 días aproximadamente).

Un aspecto importante de los resultados que se presentan en la Figura 4, es el alto valor alcanzado por la temperatura superficial del embalse al final del período de simulación. Este hecho se explica fácilmente si se tiene en cuenta que la simulación no está considerando el efecto del viento, variable que en definitiva es el gran agente mezclador en la dinámica del lago. El efecto del viento será tema de una posterior publicación.

La determinación del tamaño de malla horizontal se hizo tomando la malla mh2 como malla "Patrón" y calculando el coeficiente de variación CV de manera global (considerando todos los nodos en la vertical) respecto a las otras mallas en estudio para cada uno de los 10 sitios de monitoreo. El comportamiento del error global se representa gráficamente en la Figura 5.

En la Figura se observa un CV estable a partir del día 10 de simulación, aproximadamente, y una variabilidad apreciablemente menor entre las mallas mh2 y mh1. Dada la poca variación en el tiempo del parámetro CV entre estas mallas, la malla patrón se escoge, en este caso, como la malla horizontal óptima.

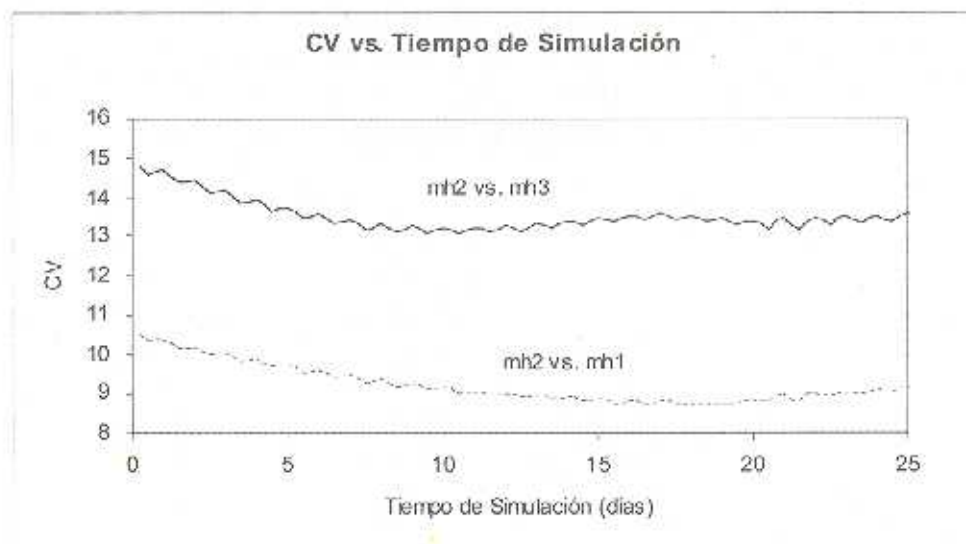


FIGURA 5.
Gráfico Comparativo de la Variación Temporal del CV para Diferentes Tamaños de Malla Horizontal

7. DETERMINACIÓN DEL TAMAÑO DE MALLA VERTICAL

La resolución de la malla vertical es un parámetro particularmente crítico por dos razones fundamentales. La primera se asocia con el grado de resolución requerido por el fenómeno que se quiere representar y la segunda con su marcada incidencia en el incremento de la carga computacional (tiempo de cálculo). En el caso de la simulación de la estructura térmica de un lago, una resolución mayor en la parte superior muy importante pues los fenómenos de transferencia de calor más relevantes se suceden en las capas superiores.

Conservando los mismos sitios de monitoreo y las condiciones iniciales y de borde que se usaron en el análisis de la malla horizontal se definen 5 mallas verticales con una resolución vertical de 9 (mv1), 15 (mv2), 18 (mv3), 23 (mv4) y 29 (mv5) capas, respectivamente.

El primer paso en el análisis de sensibilidad a la distribución de la malla vertical fue determinar la incidencia del incremento del número de celdas en el tiempo de computación. Para ello se corrió cada uno de los 5 casos para un número igual de intervalos de simulación (equivalente a 30 días) y se registraron los tiempos obtenidos. En la Figura 6, se muestra la variación temporal de la temperatura para el Sitio de Monitoreo 1 y la malla mv3.

Con el propósito de evaluar el esfuerzo computacional requerido por cada malla vertical, en la Figura 7 se muestra la relación entre el tiempo de cálculo, tiempo de CPU, y el número de celdas activas para las 5 mallas verticales en estudio.

Claramente se observa una tendencia lineal en esta relación, y por lo tanto cualquiera de los 2 parámetros puede ser usado para asociarlo con el correspondiente CV y definir el tamaño óptimo de malla. En el análisis siguiente se tomará como parámetro de comparación la variable número de celdas activas.

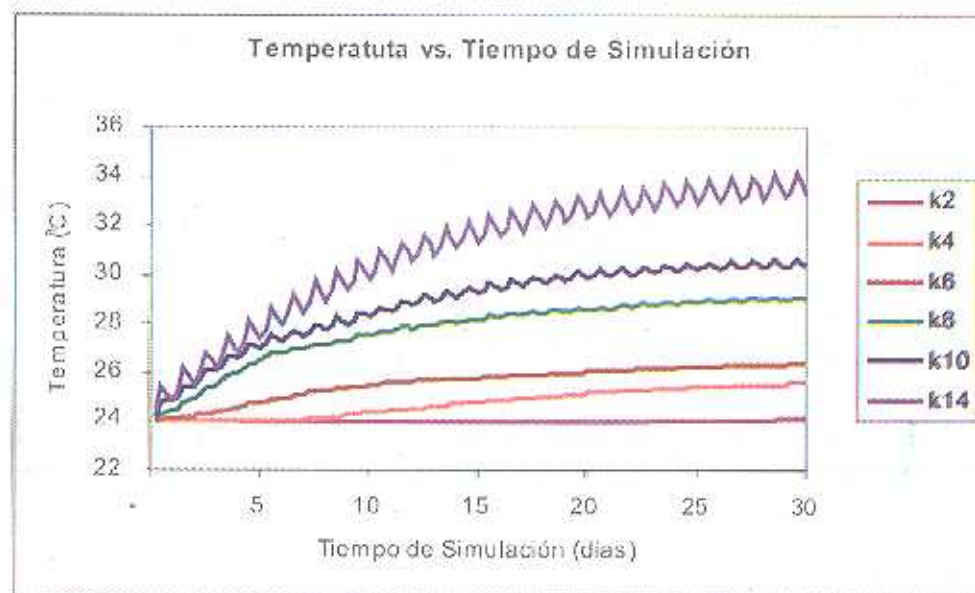


FIGURA 6. Variación temporal de la Temperatura en el Sitio 1 de Monitoreo para la Malla mv3.

A continuación se calcularon los CV correspondientes al último día de simulación (día 30) para cada sitio de monitoreo y para 4 horas diferentes del día (horas 6:00, 12:00, 18:00 y 24:00) tomando como malla "Patrón" la

mv5 (malla de mayor resolución). En la Figura 8 se muestran gráficamente los resultados obtenidos para el Sitio de Monitoreo 1 a las 6:00 horas.

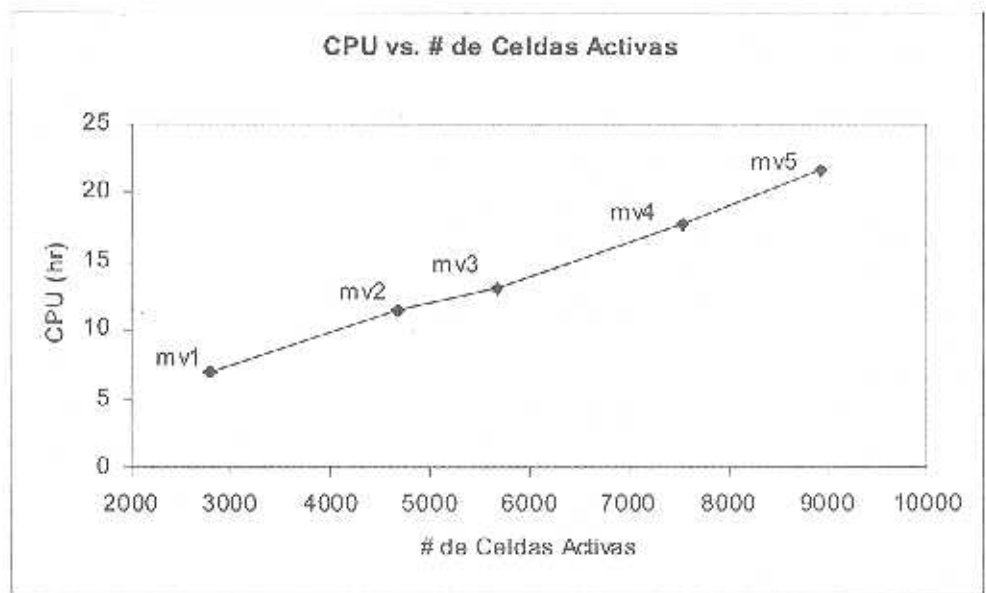


FIGURA 7.
Relación entre el Número de Celdas Activas y el Tiempo de CPU para las 5 Mallas Verticales

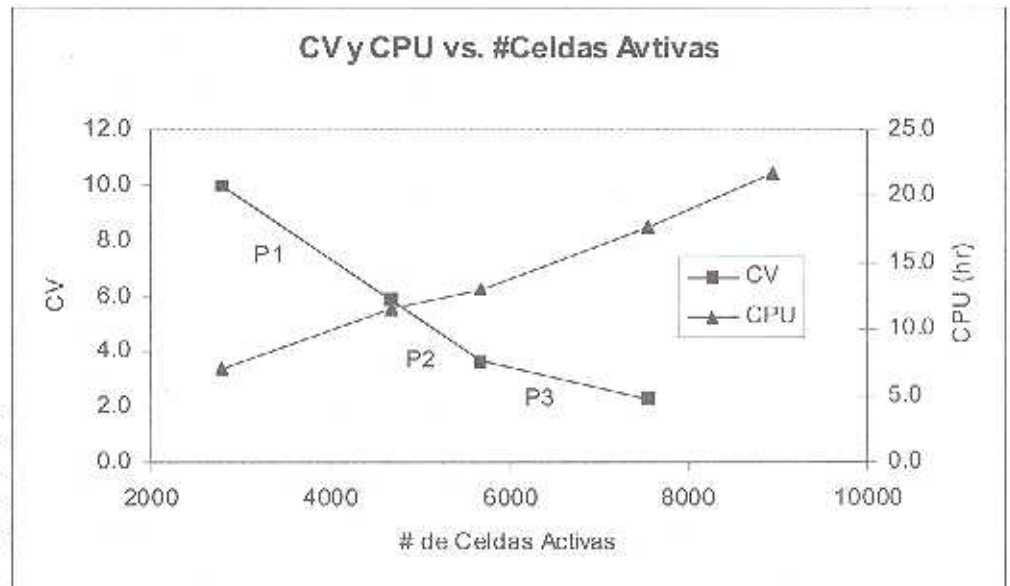


FIGURA 8.
Relación entre CV, Tiempo de CPU y Número de Celdas Activas para el Sitio de Monitoreo 1 el día 30 de Simulación a las 6:00 horas.

En la Figura 8 se observa que la relación entre CV y el # de Celdas Activas muestra un comportamiento tal que alrededor del número de celdas activas igual a 6000, se presenta un quiebre importante en la pendiente de dicha curva, mostrando una pendiente mas suave a partir de este punto que aquella obtenida en el rango de celdas activas menores de 6000.

De una manera analítica este procedimiento podría plantearse de la siguiente manera: la pendiente de cada tramo de la gráfica CV vs. Número de Celdas Activas es un indicativo del costo computacional que se tiene que pagar con el ánimo de mejorar la precisión de los

resultados. Tomando como referencia la Figura 8 se calculan las pendientes de los tramos,

- Tramo 1: $P_1 = 0.00216$
- Tramo 2: $P_2 = 0.00223$
- Tramo 3: $P_3 = 0.00073$

y la relación entre las pendientes consecutivas,

$$P_2 / P_1 = 1.03$$

$$P_3 / P_2 = 0.33$$

La relación $P_2/P_1 = 1.03$ cuantifica la similitud entre las pendientes e indica que en términos prácticos se sigue pagando el mismo costo computacional a cambio de una

mejora en el CV al pasar del tramo 1 al tramo 2. De otro lado, la relación $m_3/m_2 = 0.33$ está diciendo que a partir del tramo 3 el número de celdas debe ser triplicado para obtener la misma mejora en CV que en los tramos anteriores.

Este análisis se hizo para los 10 sitios de monitoreo y para las cuatro horas del día consideradas. En la Tabla 2 se presentan los resultados obtenidos a las 6:00 horas del último día simulados (día 30) en los 10 sitios de Monitoreo.

Generalizando, el procedimiento anterior se puede escribir

$$m_{i+1} = \alpha m_i \quad (6)$$

donde, en este caso, α es una medida del precio que se está dispuesto a pagar en tiempo de computación a cambio de un incremento en la precisión de los resultados y dependerá de las condiciones particulares del análisis. En cualquier caso, la relación deberá ser menor de 1 y la selección de este límite será compromiso del modelador. La decisión deberá estar fundamentada en los resultados particulares y las expectativas en lo referente a los niveles de precisión deseados.

Sitio	Pendientes			Relación de pendientes	
	Tramo 1	Tramo 2	Tramo 3	P_2/P_1	P_3/P_2
1	0.00216	0.00223	0.00073	1.03	0.33
2	0.00230	0.00197	0.00068	0.86	0.34
3	0.00245	0.00194	0.00068	0.79	0.35
4	0.00258	0.00179	0.00069	0.69	0.38
5	0.00248	0.00156	0.00061	0.63	0.39
6	0.00271	0.00143	0.00062	0.53	0.43
7	0.00275	0.00136	0.00061	0.49	0.45
8	0.00118	-0.00431	0.00291	-3.64	-0.68
9	0.00153	-0.00229	-0.00028	-1.50	0.12
10	0.00293	0.00113	0.00041	0.39	0.36

TABLA 2.

Relaciones de Pendientes en las Curvas CV vs. # de Celdas Activas para los 10 sitios de Monitoreo el día 30 de simulación a las 6:00 horas

Obsérvese que en la Tabla 2 los sitios de monitoreo 8 y 9 presentan un comportamiento alejado del reflejado por los demás sitios. Este comportamiento se puede explicar si se observa la información que se suministra en la Tabla 3. Claramente los sitios de monitoreo 8 y 9 presentan muy pocas celdas activas en la vertical (el resto de celdas están secas debido a los efectos de la batimetría local) y por lo tanto afectan los estadísticos calculados. Estos dos sitios no deben ser considerados en el análisis. De los demás sitios, se puede observar que la relación P_3/P_2 está alrededor de 0,33 (ligeramente mayor).

El análisis de la información para las horas 12:00, 18:00 y 24:00 refleja el mismo comportamiento (no se presenta, en este caso, variación apreciable en el ciclo diario). Finalmente, adoptando el criterio del parámetro $\alpha = 0.33$, el quiebre de pendientes en la curva CV vs. Número de celdas activas se da para la malla mv3 y por lo tanto es ésta la que se escoge como malla óptima en la vertical.

TABLA 3.

Número de Celdas Verticales con Datos en cada Sitio de Monitoreo

Malla/Sitio	# Celdas verticales con datos				
	9	15	18	23	29
1	8	14	14	17	23
2	8	14	14	16	22
3	7	12	12	15	21
4	7	12	12	15	21
5	8	14	14	16	22
6	7	13	13	16	22
7	7	13	13	16	22
8	2	5	4	6	6
9	2	5	4	6	6
10	6	12	11	14	20

8. CONCLUSIONES

Se ha planteado un procedimiento para la determinación del tamaño óptimo de la malla de cálculo a través de un procedimiento de análisis de sensibilidad. La aplicación se hace para el embalse del departamento de Antioquia definiendo una serie de parámetros físicos que son considerados como valores promedios y 10 Sitios de Monitoreo sobre el embalse.

Las simulaciones se hacen con el modelo ELCOM y la manipulación estadística a través del Coeficiente de Variación asociado al Error Estándar (RMS).

Antes de definir el tamaño de la malla horizontal, se debe definir el tiempo máximo de simulación con el propósito de lograr las condiciones típicas que se buscan. En este caso, se buscó un día típico de verano y el modelo fue necesario correrlo por 30 días, período en el cual se observó la tendencia cíclica diaria marcada por la condición de radiación solar impuesta. Dada la variación del tamaño de malla, el intervalo de cálculo utilizado para cada malla fue el mismo y se verificó con el CFL que la corrida estaba dentro de los márgenes recomendados para el modelo.

Para la malla horizontal se trabajó con 3 tamaños de malla (mh1, mh2 y mh3) y se calcularon los CV de manera global para cada sitio de monitoreo tomando la malla mv2 como malla "Patrón". Los resultados mostraron una menor variabilidad entre las mallas mv1 y mv2 lo que llevo finalmente a la selección de la malla mv2 como malla horizontal óptima.

La malla vertical se trabajó con 5 discretizaciones diferentes: 9 capas (mv1), 15 capas (mv2), 18 capas (mv3), 23 capas (mv4) y 29 capas (mv5). Se calcularon los CV para cada sitio de monitoreo a las 6:00, 12:00, 18:00 y 24:00 horas del último día de simulación (día 30) tomando la malla de mayor resolución como malla "Patrón" (mv5).

A partir de estos resultados se establecieron las relaciones entre el CV y el número de celdas activas como aquellas que indican el efecto de ganar precisión a costa de tiempo de computación (se obtuvo una relación lineal entre el tiempo de CPU y el número total de celdas activas). Con base en estos resultados se planteó un procedimiento analítico basado en la relación de pendientes consecutivas entre tramos de la curva CV vs. número de celdas activas, procedimiento que llevó a la selección de la malla mv3 como malla vertical óptima.

9. BIBLIOGRAFIA

- Center for Water Research, CWR, Universidad del Oeste de Australia, 2002. "EL.COM Model, User's Manual".
 Casulli V. and Cheng R. T., 1992. Semi-implicit finite difference methods for three dimensional shallow water

flow. U.S. Geological Survey, WRD. Menlo Park, CA U.S.A.

- Van Rijn L.C., Grasmeiger B.T. y Ruessink B.G., Accuracy of Measurement Instruments. Delft Hydraulics, University of Utrecht.
 Van Rijn L.C., Walstra D.J., Grasmeiger B., Sutherland J., Pan S. y Sierra. J.P. Simulation of Nearshore Hydrodynamics and Morphodynamics on the time scale of storms and seasons using process-based profile models. Delft Hydraulics, University of Utrecht
 Martin J.L. y McCutcheon S.C., 1999. "Hydrodynamics and transport for Water Quality Modeling". Lewis Publishers.
 Klein M., Elias E., Walstra D.J. y Van Rijn L.C. Simulation of Nearshore Hydrodynamics and Morphodynamics on the short term time scale of storms using 2DH area model. Delft University of Technology, Delft Hydraulics.
 Palacio C.A., 2002. Metodología para la validación de modelos Hidrodinámicos utilizando amplia información de campo: Aplicación a la Bahía Meldorf en la costa del mar del Norte Alemán. Tesis Doctoral. Medellín.
 Palacio, C.A., y Toro, F.M., 2002. Metodología para la Validación de un Modelo Hidrodinámico Especifico en Zonas Intermareales, Avances en Recursos Hidráulicos, Facultad de Minas, No. 9, Septiembre 2002, pp 37-46, ISSN 0121 - 5701.
 Palacio, C.A., Mayerle, R., y Toro, F.M., 2002. Metodologías para la Definición de las Condiciones de Borde en las Fronteras Abiertas en Modelos Costeros, Memorias del XX Congreso Latinoamericano de Hidrología e Hidráulica, La Habana, Cuba, Octubre 1-5.
 Palacio, C. A., Mayerle, R., y Toro, F. M., 2002. Modelo Anidado de Gran Escala para Simular Tormentas en el Mar del Norte, Memorias del XV Seminario Nacional de Hidráulica e Hidrología, Medellín, Agosto 29-31, 2002.

10. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a Colciencias por su patrocinio del proyecto Modelamiento de Calidad de Aguas en embalses, del cual hace parte esta publicación, y a las Empresas Públicas de Medellín por el apoyo que le han brindado al desarrollo de este estudio.