UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

# Diseño de una unidad didáctica para enseñar los conceptos de trabajo y energía mecánica a partir de la cinemática del movimiento uniformemente acelerado

**Luis Eduardo Arroyo Tovar**

Universidad Nacional de Colombia
Facultad, de Ciencias
Bogotá, Colombia
2012

# Diseño de una unidad didáctica para enseñar los conceptos de trabajo y energía mecánica a partir de la cinemática del movimiento uniformemente acelerado

**Luis Eduardo Arroyo Tovar**

Trabajo de investigación presentado como requisito parcial para optar al título de:

**Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales**

Director:
Dr.Rer.Nat. José Daniel Muñoz Castaño

Línea de Investigación:
Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Universidad Nacional de Colombia
Facultad, de Ciencias
Bogotá, Colombia
2012

*Al final de un trabajo intenso, uno intuye que el conocimiento es una construcción a mil manos, juntando los cerebros y los esfuerzos de muchos seres humanos que han estado recopilando la historia del saber por siglos.*

*A mi familia,*

*A mis profesores de esta Maestría.*

# Agradecimientos

A Dios que me iluminó para alcanzar este logro.

A mi director de trabajo final de la Maestría, José Daniel Muñoz, por sus valiosas orientaciones y su paciencia para explicarme cada tema que fue necesario aclarar. Su papel de docente va más allá de las aulas, trasmite a sus estudiantes una gran entrega y pasión por la física.

A mi amigo, Luis Eduardo Díaz, que leyó y dio sus sugerencias para una correcta redacción.

A mi amigo, Néstor Adolfo Moreno, que me asesoro en la estadística.

A mis estudiantes de grado 11-13 de la I.E.D. INEM “Francisco de Paula Santander” que sin saberlo contribuyeron a la construcción de este trabajo.

A mi familia que apoyó este proceso incondicionalmente y aguantó mis ausencias de fines de semana y festivos.

A las directivas del I.E.D. INEM “Francisco de Paula Santander” que me brindaron el tiempo que requerí para completar este trabajo.

# Resumen

En la física el concepto de energía se ha constituido en un tema transversal que tiene puntos de contacto con otras disciplinas del saber científico como la química, la biología, la fisiología y la geología. Además, este concepto se ha desarrollado hasta alcanzar, en los tiempos modernos, un importante nivel de profundización en áreas como la mecánica cuántica, la mecánica estadística, la teoría de campos y el estado sólido. Es, por lo tanto, principio fundamental y unificador. Este es, además, un núcleo básico en todo currículo de educación científica, pues ayuda a comprender mejor, a manera de ejemplo, el funcionamiento de la industria y los problemas y desequilibrios del medio ambiente; Para este trabajo de grado la pregunta orientadora es: ¿Pueden utilizarse los elementos de la cinemática para ayudar a la comprensión de los conceptos de trabajo y energía? El objetivo de este trabajo es diseñar e implementar una unidad didáctica de 12 sesiones para la enseñanza de los conceptos de trabajo, energía y potencia. De acuerdo con los resultados comparativos finales entre el pre-test y el post-test, el logro del objetivo propuesto debería ser evidente a través del diseño de una unidad didáctica para la construcción del concepto de trabajo y energía mecánica, tomando como punto de partida la descripción del proceso del movimiento uniformemente acelerado y las leyes que lo explican (las leyes de Newton). Las actividades desarrolladas se enfocan dentro del esquema del aprendizaje activo, que permite la confrontación de las ideas previas del estudiante con los hechos evidenciados por el experimento. Con este fin, la unidad didáctica se apoya especialmente en experimentos demostrativos, videos y presentaciones de PowerPoint. La propuesta se implementa con el grupo 11-13 de grado undécimo de la I.E.D. INEM “Francisco de Paula Santander” en diseño pre experimental con pre-test y post-test. Además de evidenciar una gran motivación y una mejora importante en sus capacidades de análisis y discusión, los estudiantes muestran una mejora estadísticamente significativa en su desempeño en el post-test. El trabajo aporta a la didáctica de la enseñanza de estos conceptos, y se configura como un primer paso para futuros trabajos en esta área.

**Palabras claves**: trabajo; energía cinética; energía potencial; energía mecánica; fuerzas conservativas; principio de conservación de la energía; movimiento uniformemente acelerado; cinemática; Leyes de Newton.

# Abstract

In physics, the concept of energy has constituted itself in a transversal topic, which has several points of contact with other disciplines of scientific knowledge, as chemistry, biology, physiology and geology. Besides, this concept has been developed to get, in modern times, an important level of deepening into areas as quantic mechanics, statistical mechanics, the field theory and the solid state. It is, therefore, a fundamental and unifying principle. It is also a basic nucleus in any curriculum of scientific education, for it helps to comprehend better, for instance, the functioning of industry and the troubles and misbalance of the environment. For this work, the orientated question is: can be used the elements of the kinematics to help to the comprehension of the concepts of work and energy? The objective of this work is to design and implement a didactical unit of twelve sessions for the teaching of the concepts of work, energy and potency. According to the final comparative results between the pre-test and the post-test, the achievement of the proposed objective should be evident through the design of a didactical unit to build the concepts of work and mechanical energy, taking as a point of departure, the description of the process of the uniformly accelerated motion and the laws which explain it (The Laws of Newton). The developing activities are focused into the schema of the active learning which allows the confrontation of the student's previous ideas with the facts evidenced by the experiment. With this purpose, the didactical unit is supported, specially, in demonstrative experiments, videos and power point presentations. The proposal is implemented with the eleventh grade (11-13) of the I.E.D. INEM "Francisco de Paula Santander" in a pre-experimental design with pre-test and post-test. In addition, the students have evidenced a great motivation and an important improvement in their analysis and argumentation capacities, they show a statistically meaningful improvement in their performance in the post-test. The work contributes to the didactics of teaching of these concepts and it is configured as a first step for future works in this area.

**Key words**: work; kinetic energy; potential energy; mechanical energy; conservative forces; principle of conservation of the energy; uniformly accelerated motion; kinematics; Laws of Newton.

# Contenido

Pág.

**Resumen** ..... **VII**

**Lista de figuras** ..... **XIII**

**Lista de tablas** ..... **XV**

**Lista de fotografías** ..... **XVI**

**Introducción** ..... **1**

**1. Aspectos históricos y epistemológicos del concepto de energía** ..... **5**

**2. Revisión disciplinar de los conceptos de trabajo y energía mecánica.** ..... **15**

2.1 El concepto de trabajo ..... 15
2.2 Teorema del trabajo y la energía cinética ..... 19
2.3 El trabajo de la fuerza de gravedad ..... 20
2.4 Energía potencial elástica ..... 24
2.5 Las máquinas simples ..... 26
2.5.1 La polea ..... 26
2.5.2 Plano inclinado ..... 27
2.5.3 La palanca ..... 28
2.5.4 El torno o cabrestante ..... 29

**3. Como se enseña el trabajo y la energía mecánica.** ..... **33**

3.1 Investigaciones acerca de la enseñanza del trabajo y la energía mecánica... 33
3.2 La enseñanza de trabajo y energía en los libros de texto ..... 34
3.3 Estándares del Ministerio de Educación Nacional (M.E.N) ..... 38

**4. Propuesta didáctica** ..... **39**

4.1 Marco conceptual ..... 39
4.2 El perfil del estudiante y de la institución ..... 41
4.3 Metodología ..... 42
4.4 Diseño de la unidad didáctica ..... 43

**5. Resultados** ..... **59**

5.1 Marco de aplicación ..... 59
5.2 Resultados y análisis del pre-test frente al pos-test ..... 60
5.3 Análisis estadístico ..... 68

**6. Conclusiones y recomendaciones .....72**

**A. Anexo: Test sobre trabajo y energía. .....77**

**B. Anexo: Actividades desarrolladas en las 12 sesiones. .....85**

**Bibliografía .....126**

# Lista de figuras

**Pág.**

Figura 1-1: Representación del plano inclinado y el péndulo simple en Galileo. (Fuente: física Alonso/Rojo pág. 194) ..... 5
Figura 1-2: Demostración de Leibniz que la fuerza no se determina por la cantidad de movimiento. (Fuente: VÉLEZ, F. en el principio de la conservación del impulso y las leyes de la comunicación del movimiento en el siglo XVII pág. 60) ..... 6
Figura 1-3: Principio de las velocidades virtuales de Stevinus, citado por Vélez (2002) y Feynman (1982) y que demuestra que la energía se conserva en las máquinas simples. (Fuente: The Feynman lectures on Physics pág. 4-7) ..... 8
Figura 2-1: Contribución de una fuerza al desplazamiento de un cuerpo. (Fuente: Arroyo L) ..... 17
Figura 2-2: Niño sosteniendo un cuerpo. (Fuente: física 10 Galaxia pág. 324) ..... 17
Figura 2-3: Estructura de una fibra muscular. (Fuente: dirección internet uy.m.globedia.com/función-fibra-muscular) ..... 18
Figura 2-4: Bloque desplazándose con movimiento uniformemente acelerado. (Fuente: Arroyo L)……..... .....19
Figura 2-5: Gráfica de velocidad contra tiempo para un movimiento uniformemente acelerado. (Fuente: Arroyo L) ..... 19
Figura 2-6: Trabajo de la fuerza de gravedad en trayectoria cerrada. (Fuente: Arroyo L) 21
Figura 2-7: Trabajo de la fuerza de rozamiento. (Fuente: Arroyo L) ..... 22
Figura 2-8: Definición de energía potencial. (Fuente: Arroyo L) ..... 23
Figura 2-9: Resorte ubicado de forma horizontal y gráfica de fuerza contra desplazamiento. (Fuente: montaje Arroyo L) ..... 25
Figura 2-10: Cálculo de la energía potencial elástica del resorte en dos posiciones diferentes. (Fuente: Física clásica y moderna Gettys pág. 178) ..... 25
Figura 2-11: La polea fija y la polea móvil. (Fuente: Arroyo L) ..... 27
Figura 2-12: Variación del ángulo en el plano inclinado. (Fuente: Arroyo L) ..... 27
Figura 2-13: Cálculo del trabajo en un plano inclinado. (Fuente: Arroyo L) ..... 28
Figura 2-14: Palanca de primer género. (Fuente: Arroyo L) ..... 29
Figura 2-15: Representación del torno o cabrestante. Fuente: Arroyo L. ..... 30
Figura 4-1: Cambios en el movimiento, debidos a una fuerza. (Fuente: presentaciones clase enseñanza de la mecánica profesor Muñoz D) ..... 46
Figura 4-2: Efectos de la fuerza normal. (Fuente: presentaciones clase enseñanza de la mecánica profesor Muñoz D) ..... 47
Figura 5-1: Porcentajes de aciertos en cada pregunta en pre-test y pos-test. ..... 61
Figura 5-2: Respuestas Pregunta 1 ..... 62

Figura 5-3: Respuestas Pregunta 2 ..... 62
Figura 5-4: Respuestas Pregunta 3 ..... 62
Figura 5-5: Respuestas Pregunta 4 ..... 62
Figura 5-6: Respuestas Pregunta 5 ..... 63
Figura 5-7: Respuestas Pregunta 6 ..... 63
Figura 5-8: Respuestas Pregunta 7 ..... 63
Figura 5-9: Respuestas Pregunta 8 ..... 63
Figura 5-10: Respuestas Pregunta 9 ..... 64
Figura 5-11: Respuestas Pregunta 10 ..... 64
Figura 5-12: Respuestas Pregunta 11 ..... 65
Figura 5-13: Respuestas Pregunta 12 ..... 65
Figura 5-14: Respuestas Pregunta 13 ..... 65
Figura 5-15: Respuestas Pregunta 14 ..... 65
Figura 5-16: Respuestas Pregunta 15 ..... 66
Figura 5-17: Respuestas Pregunta 16 ..... 66
Figura 5-18: Respuestas Pregunta 17 ..... 67
Figura 5-19: Respuestas Pregunta 18 ..... 67
Figura 5-20: Respuestas Pregunta 19 ..... 67
Figura 5-21: Respuestas Pregunta 20 ..... 67
Figura 5-22: Diagrama de cajas del pre-test y el post-test ..... 68
Figura 5-23: Histogramas de los puntajes obtenidos en el pre-test ..... 69
Figura 5-24: Histogramas de los puntajes obtenidos en el post-test ..... 69

# Lista de tablas

**Pág.**
Tabla 3-1: Comparación de los diferentes textos..... 35
Tabla 4-1: Ficha diseño unidad didáctica..... 43
Tabla 5-1: Clasificaciones del test por grupo de ítems..... 59
Tabla 5-2: Porcentajes de aciertos en cada pregunta pre-test y pos-test ..... 60
Tabla 5-3: Descriptores básicos para el pre-test y el post-test..... 69
Tabla 5-4**:** Pruebas de normalidad para las distribuciones de puntajes en el pre-test y el post-test. Se observa que, de acuerdo con la prueba de Shapiro-Wilk, las distribuciones son normales..... 70
Tabla 5-5: Resultado de la prueba de contraste de t de Student. ..... 70

# Lista de fotografías

**Pág.**

**Foto 1**: 1° Sesión, Presentación del pre-test.....44
**Foto 2**: 1° Sesión, Presentación del pre-test.....44
**Foto 3**: 2° Sesión, se realiza un repaso cualitativo de los conceptos aceleración fuerza y movimiento. .....45
**Foto 4**: 2° Sesión, se realiza un repaso cualitativo de los conceptos aceleración fuerza y movimiento. .....45
**Foto 5**: 4ª sesión: construyendo el teorema de trabajo y energía cinética. .....48
**Foto 6**: 4ª sesión: construyendo el teorema de trabajo y energía cinética. .....48
**Foto 7**: 5ª sesión mostrando el video sobre la energía potencial .....48
**Foto 8**: 5ª sesión mostrando el video sobre la energía potencial .....49
**Foto 9**: 6ª sesión. Mostrando ejemplos de situaciones donde hay fuerzas conservativas y no conservativas. .....49
**Foto 10**: 6ª sesión. Mostrando ejemplos de situaciones donde hay fuerzas conservativas y no conservativas. .....49
**Foto 11**: 7ª sesión elaborando ejercicios que implican la aplicación del principio de conservación energía.....50
**Foto 12**: 7ª sesión elaborando ejercicios que implican la aplicación del principio de conservación energía.....50
**Foto 13**: 8ª sesión. Se está presentando un video sobre la energía potencial elástica de un resorte, y se precisan ideas sobre el principio de conservación de la energía en los resortes.....51
**Foto 14**: 8ª sesión. Se está presentando un video sobre la energía potencial elástica de un resorte, y se precisan ideas sobre el principio de conservación de la energía en los resortes.....51
**Foto 15**: 9ª sesión. Se está mostrando un video sobre las maquinas simples. .....51
**Foto 16**: 9ª sesión. Se está mostrando un video sobre las maquinas simples. .....52
**Foto 17**: 9ª sesión. Mediante un modelo construido por los alumnos, se muestra el funcionamiento de la polea. .....52
**Foto 18**: 9ª sesión. Mediante un modelo construido por los alumnos, se muestra el funcionamiento de la polea. .....52

**Foto 19**: 10ª sesión trabajando la experiencia de cambios de energía cinética a potencial. ..... 53
**Foto 20**: 10ª sesión trabajando la experiencia de cambios de energía cinética a potencial. ..... 53
**Foto 21**: 10ª sesión tomando los datos de la actividad cambios de energía cinética a potencial..... 53
**Foto 22**: 10ª sesión tomando los datos de la actividad cambios de energía cinética a potencial..... 54
**Foto 23**: 11ª sesión. Trabajando la energía potencial elástica de un resorte..... 54
**Foto 24**: 11ª sesión. Trabajando la energía potencial elástica de un resorte..... 54
**Foto 25**: 11ª sesión. Trabajando la energía potencial elástica de un resorte..... 55
**Foto 26**: 11ª sesión. Explicando con el modelo de montaña rusa los cambios de energía potencial a cinética y su conservación..... 55
**Foto 27**: 11ª sesión. Explicando con el modelo de montaña rusa los cambios de energía potencial a cinética y su conservación..... 55
**Foto 28**: 11ª sesión. Explicando con el modelo de montaña rusa los cambios de energía potencial a cinética y su conservación..... 56
**Foto 29**: Algunos estudiantes están mostrando las maquinas simples que hicieron..... 56
**Foto 30**: Algunos estudiantes están mostrando las maquinas simples que hicieron..... 56
**Foto 31**: 12ª sesión aplicando el post-test..... 57
**Foto 32**: 12ª sesión aplicando el post-test..... 57

# Introducción

En el campo de la física, el concepto de energía se ha constituido en un tema transversal que tiene puntos de contacto con otras disciplinas del saber científico como la química, la biología, la fisiología y la geología. Además, este concepto se ha desarrollado hasta alcanzar, en los tiempos modernos, un importante nivel de profundización en áreas como la mecánica cuántica, la mecánica estadística, la teoría de campos y el estado sólido. En física el concepto de energía es un principio fundamental y unificador. Leibniz sentó las bases del concepto moderno de energía cinética con la idea de que un cuerpo que cae es medido por el producto de la masa y su velocidad al cuadrado. En el campo de la biología y de la fisiología, Helmholtz tomó las ideas de la física para demostrar que el calor del cuerpo y la acción muscular, producidas por los animales pueden ser derivadas de la oxidación y de los productos alimenticios. En geología se percibe la energía cinética en el movimiento de las placas tectónicas que se reacomodan produciendo ondas que transportan energía. La energía del movimiento es pues, el motor que ha generado cambios y revoluciones, tanto en el universo como en la vida del hombre, en su propio organismo y en su relación con los otros.

El concepto de energía constituye uno de los núcleos básicos en todo currículo de educación científica, imprescindible para la formación de los procesos de desarrollo científico y el cual lleva a la comprensión del funcionamiento de las industrias que generan el progreso de la humanidad. En efecto, la comprensión de los fenómenos físicos desde un punto de vista energético permite, comprender mejor los problemas ambientales y el desequilibrio que hoy vive el planeta. A nivel didáctico las temáticas del trabajo, la energía cinética, la energía potencial, la energía mecánica y el teorema de trabajo y energía hacen parte del currículo de la enseñanza de las ciencias, en particular la física. El estudio del movimiento puede ser analizado desde las leyes de Newton o

mediante las leyes de conservación de la energía, siendo esta última una manera más sencilla de resolver problemas de movimiento.

Dentro de la bibliografía existente sobre la enseñanza y el aprendizaje del concepto de energía y las experiencias pedagógicas en el aula se evidencia que la construcción de este concepto en la mente del estudiante es una tarea educativa difícil, que requiere rigor académico y claridad en sus explicaciones, pues en la práctica es un concepto de alto nivel de abstracción y algunos estudios demuestran que hay serias dificultades en su aprendizaje y manejo. Entre los estudiosos existen diversas definiciones sobre el tema para clarificar o para conceptualizar la idea de energía. Warren (1982) la define como la capacidad de un sistema para realizar o producir trabajo. Watt (1983) menciona la energía como la eficacia u origen de actividad. Adicionalmente, se suele afirmar que el concepto no puede ser definido de forma operativa, sino solamente bajo principios matemáticos, y se asocia energía a un número o cantidad que no varía en los múltiples cambios que se dan en la naturaleza (sexl 1981, Duit 1985). Todo ello evidencia los problemas que se enfrentan al enseñar el concepto de energía. Por su parte, Domenech (2003) presenta una revisión cuidadosa de la literatura escrita sobre la enseñanza-aprendizaje de la energía y propone un programa de siete puntos para llamar la atención sobre cómo se viene enseñando el concepto y cómo se podría enriquecer, que da relevancia al desarrollo histórico.

El propósito de este trabajo de grado es diseñar una estrategia didáctica que le permita a los estudiantes del I.E.D. INEM “Francisco de Paula Santander”, jornada mañana, del grado 11-13 de la modalidad de ciencias y matemáticas, apropiarse de manera significativa de los conceptos de trabajo y energía mecánica, a partir de los preconceptos desarrollados a lo largo de su vida escolar, especialmente desde la cinemática. En efecto, la cinemática del movimiento uniformemente acelerado tiene un buen nivel de comprensión por parte de los estudiantes, lo que facilita el abordaje de los conceptos de trabajo y energía, partiendo de esta temática. La pregunta orientadora es, por lo tanto: ¿Pueden utilizarse los elementos de la cinemática para ayudar a la comprensión de los conceptos de trabajo y energía? Para ello se diseñará una unidad didáctica compuesta de 12 sesiones que van construyendo sistemáticamente los conceptos de trabajo,

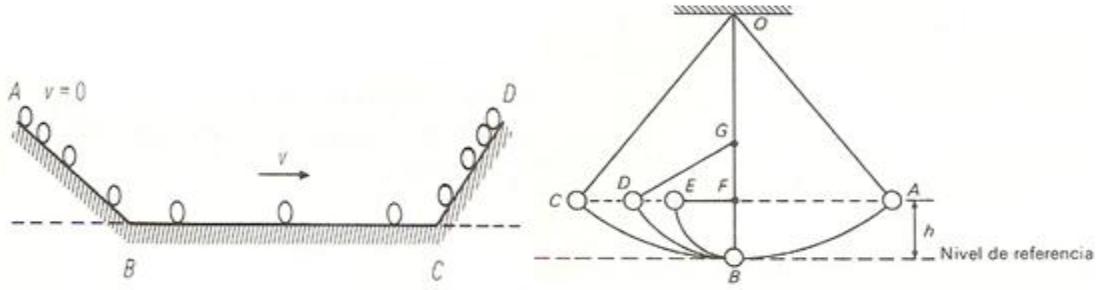
energía cinética, teorema del trabajo y la energía, fuerzas conservativas y energía potencial y, finalmente, conservación de la energía mecánica, potencia y máquinas simples. Las actividades desarrolladas se enfocan dentro del esquema del aprendizaje activo, que permite la confrontación de las ideas previas del estudiante con los hechos evidenciados por el experimento. Con este fin, la unidad didáctica se apoya especialmente en experimentos demostrativos, videos y presentaciones de PowerPoint.

Este trabajo se presenta en cinco capítulos. En el primer capítulo se tratan los aspectos históricos y epistemológicos del concepto de energía. En el segundo capítulo se lleva a cabo una revisión disciplinar de los conceptos de trabajo y energía mecánica. El capítulo tres habla de cómo se enseñan los conceptos de trabajo y de energía mecánica. En el capítulo cuatro se plantea la propuesta didáctica para enseñar dichos conceptos. Para la elaboración de esta propuesta didáctica se consultaron diversas fuentes, se hizo análisis de las propuestas presentadas en los textos y se construyó una imagen mental correcta de los conceptos de trabajo y energía mecánica, construcción que se da partiendo de lo cualitativo como es el movimiento. El capítulo cinco muestra los resultados de la aplicación de la propuesta didáctica sobre el aprendizaje de los estudiantes del grupo seleccionado. Al final se encuentran las recomendaciones y conclusiones. Además se presenta el anexo A donde se muestra el diseño y análisis del test que fue aplicado antes y después de la propuesta didáctica y en el anexo B se exponen detalladamente las doce sesiones de trabajo realizadas con el grupo y el desarrollo de los conceptos y ejercicios. Al final de la aplicación de la unidad didáctica se puede concluir que a pesar de que existe progreso en la adquisición de los conceptos, este progreso no es tan significativo como se esperaba.

# 1. Aspectos históricos y epistemológicos del concepto de energía

El concepto de energía es relativamente reciente (siglo XVIII), pero sus orígenes se remontan a los tiempos de Galileo Galilei hacia comienzos del siglo XV. En sus experimentos con el plano inclinado, que relacionaba con la caída libre, Galileo confirmó que la distancia recorrida en la caída del objeto (h) es proporcional al tiempo (t) al cuadrado. ($h\ \alpha\ t^2$). Esta deducción tiene relación con las transformaciones de la energía, pues en un bloque que cae desde determinada altura, la energía mecánica representada en forma de energía potencial se transforma en energía cinética cuyo valor de velocidad es exactamente el valor que Galileo predijo.

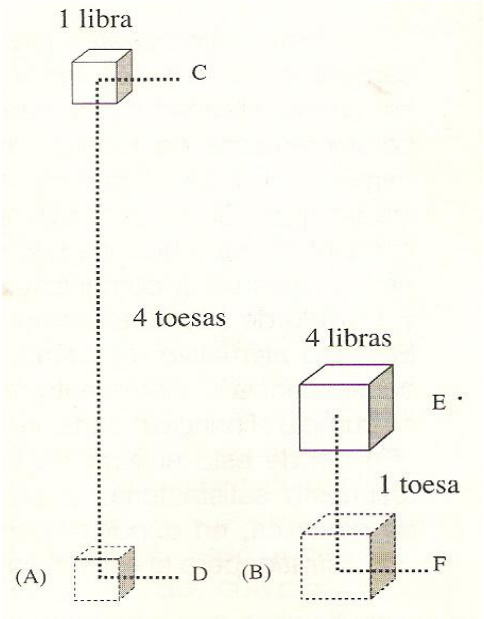
**Figura 1-1:** Representación del plano inclinado y el péndulo simple en Galileo. (Fuente: física Alonso/Rojo pág. 194)




En muchos de sus experimentos, Galileo utiliza razonamientos que identificaríamos hoy en día con el concepto de energía. Por ejemplo, cuando observa que una esfera que rueda sobre un plano inclinado y luego vuelve a subir por otro, alcanza casi la misma altura de donde fue soltada (Figura 1-1, izquierda), es ineludible pensar hoy en día en la conservación de la energía mecánica. De manera similar, cuando Galileo argumenta que un péndulo que encuentra un clavo a su paso sube hasta alcanzar la misma altura inicial

– y que por lo tanto, la altura se conserva – volvemos a pensar en energía potencial (Figura 1-1, derecha). Estos experimentos que se representan en la figura 1-1, dan la idea de conservación de la altura (que hoy se relaciona con la conservación de la energía mecánica del objeto que cae y retorna). Estos modelos tuvieron incidencia directa en el desarrollo del concepto de energía mecánica. En su análisis del desarrollo histórico de la mecánica en el siglo XVII, Vélez (2002) nos comenta: “Que un cuerpo al caer desde una altura adquiera cierta fuerza, entendido por fuerza, la capacidad para realizar alguna acción, es evidente. Que esta fuerza adquirida sea suficiente para subir el cuerpo a la altura de la cual cayó, se puede admitir “razonablemente”, como dice Leibniz, si se tiene en cuenta el ejemplo del péndulo y la demostración de Galileo de que cualquier cuerpo que desciende por un plano, vuelve a subir por otro plano, independientemente de su inclinación, a la altura de la cual descendió” (pág. 61). En ambos casos, la interpretación moderna nos diría que el cuerpo al caer adquiere energía cinética, y que esa energía es suficiente para volver a subir a la altura de la cual descendió.

**Figura 1-2:** Demostración de Leibniz que la fuerza no se determina por la cantidad de movimiento. (Fuente: VÉLEZ, F. en el principio de la conservación del impulso y las leyes de la comunicación del movimiento en el siglo XVII pág. 60)



La idea de energía mecánica se remonta a finales del siglo XVII con los trabajos de Gottfried Wilhelm Leibniz (1676 - 1689), quien intentó, por primera vez, una formulación matemática de la clase de energía que está conectada con el movimiento, o “vis viva”(energía cinética), la que está relacionada con la altura, o “vis morti” (energía potencial). Leibniz estableció que la energía del movimiento es igual al producto de la masa por el cuadrado de la velocidad, que para él era más importante aún que la cantidad de movimiento, como veremos a continuación.

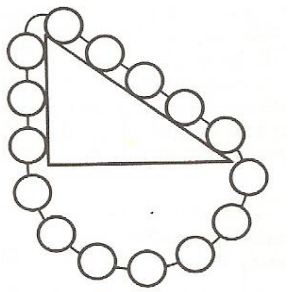
En “*La brevis demostratio”* Leibniz intenta mostrar que los cartesianos están equivocados en cuanto al principio de conservación de la cantidad de movimiento. Para tal fin da como ejemplo que se precisa tanta “fuerza” para elevar un cuerpo (A) de una libra a la altura CD de cuatro toesas, como para elevar un cuerpo (B) de cuatro libras a la altura EF de una toesa, (Figura 1-2). Leibniz está hablando, por lo tanto, de lo que para nosotros es el concepto de trabajo, no de la fuerza como la define Newton. A continuación, Leibniz afirma que el cuerpo (A), al caer de la altura CD, adquirió exactamente tanta “fuerza” como el cuerpo (B) que cayó de la altura EF. Por lo tanto la fuerza de estos dos cuerpos es igual, pero la cantidad de movimiento no es igual, ya que Leibniz, al citar el trabajo de Galileo, dice que se ha demostrado que la velocidad adquirida por la caída CD es el doble de la velocidad adquirida por la caída EF, aunque la altura sea cuádruple. Así, al comparar las cantidades de movimiento como el producto de su masa por la velocidad en el cuerpo (A) será 2 mientras en el cuerpo (B) será 4. Por tanto la cantidad de movimiento es diferente a la “fuerza” en la que piensa Leibniz.

Posteriormente, en “El ensayo de “Dinámica”, Leibniz habla de dos tipos de “fuerza”: la “fuerza viva” y la “fuerza muerta”. Un cuerpo colocado a cierta altura tiene una fuerza muerta que es proporcional al peso y a la altura (modernamente llamada la energía potencial); y ese mismo cuerpo, al caer desde esa altura, adquiere una fuerza viva o de movimiento, que es proporcional a la masa y al cuadrado de la velocidad (modernamente llamada la energía cinética). Además la fuerza muerta se transforma en fuerza viva y la fuerza viva en fuerza muerta. De esta manera, Leibniz al querer demostrar que Dios conserva la misma “fuerza”, pero no la misma cantidad de movimiento, sentó las ideas de energía desde el punto de vista de la mecánica clásica.

Para llegar a estas conclusiones, Leibniz aplicó dos principios: el de las máquinas de Descartes y el de Galileo. El principio de las máquinas dice que los pesos son inversamente proporcionales a las alturas a las cuales ascienden o descienden estos pesos, cuando se utiliza una máquina para elevarlos. Por ejemplo, por medio de una palanca, un peso de 4 libras, al descender un pie, hace subir un peso de una libra a 4 pies. Por su parte, el principio de Galileo dice que las alturas a las cuales ascienden dos cuerpos a causa de sus velocidades son como los cuadrados de las velocidades. Así, un cuerpo con 1 grado de velocidad asciende hasta una altura de 1 pie, un cuerpo de 4 grados de velocidad asciende hasta una altura de 16 pies (Vélez, 2002. Págs. 54-55).

El principio de las máquinas fue diseñado para ayudar en el diseño de mecanismos. Este principio tiene una larga trayectoria, que se inicia con Stevinus (1548-1620), quien estableció el principio de las velocidades virtuales (Figura 3), que dice: *"Ut spatium agentis ad spatium patientis sic potentia patientis ad potentiam agentis*"[1] (Mach, 1960, Pág. 59). Es decir, que hay un equilibrio entre la fuerza que se aplica y la distancia que se recorre. Este principio fue considerado el principio general que rige el funcionamiento de todas las máquinas mecánicas, y fue utilizado también por Galileo, Torricelli, Descartes y John Bernoulli.

**Figura 1-3:** Principio de las velocidades virtuales de Stevinus, citado por Vélez (2002) y Feynman (1982) y que demuestra que la energía se conserva en las máquinas simples. (Fuente: The Feynman lectures on Physics pág. 4-7)



[1] "Como el espacio del agente es al espacio del paciente, así la potencia del paciente es a la potencia del agente".

El principio de la conservación de la “vis viva” (o fuerzas vivas) enunciado por Leibniz fue ampliamente utilizado en el debate de las ideas sobre el choque de los cuerpos perfectamente elásticos. Bernoulli y Leibniz habían reconocido que, aparentemente, había pérdidas de fuerzas vivas en el choque de cuerpos inelásticos. Bernoulli argumentó, por medio de una ingeniosa analogía, que los cuerpos inelásticos se comprimían y se expandían lo mismo que un resorte, donde la fuerza viva sería consumida en la compresión de los cuerpos, pero no sería destruida en su deformación. Este panorama no sólo propone la fuerza potencia elástica, sino que dibuja la respuesta a uno de los grandes problemas del siglo XVII: la determinación de las leyes de la comunicación del movimiento, que son la explicación de los choques elásticos e inelásticos.

El principal aporte de Newton a la explicación del movimiento fue la construcción del concepto de fuerza. De acuerdo con Newton, la fuerza de la inercia no es una fuerza en acto sino en potentia y se manifiesta sólo cuando se intenta cambiar el estado del cuerpo por medio de una fuerza exterior, o fuerza impresa. Newton define la fuerza extrínseca o impresa por la tasa de cambio de la cantidad de movimiento y no por la simple cantidad de movimiento. Las fuerzas extrínsecas que Newton denomina fuerzas impresas, no son más que las acciones ejercidas sobre los cuerpos para cambiar su estado de reposo o movimiento uniforme y rectilíneo y se determinan por la tasa de cambio de la cantidad de movimiento que inducen en el cuerpo sobre el cual se aplican.

El nuevo concepto de fuerza introduce dos cambios fundamentales: la fuerza ya no se mide en su causa, sino en sus efectos, y en la determinación de su efecto hay que tener en consideración el tiempo. El efecto común a todas las fuerzas impresas es, según Newton, la variación de la cantidad de movimiento en un tiempo dado, lo que es equivalente a la aceleración. Con sus investigaciones, Newton contribuyó a la consolidación de la mecánica del movimiento y a la conceptualización de la idea de la fuerza como actualmente se conoce, que estará relacionada con la definición de trabajo.

De acuerdo con Atkins (2003), es en la época de la revolución industrial (siglo XIX) cuando Thomas Young se apropia del término energía en el campo de la ciencia, al expresar hacia 1807: "*the term energy may be applied, with great propriety, to the product of the mass or weight of a body into the square of the number expressing its velocity*"[2]. Young llegó a la conclusión de que el trabajo requerido para producir cualquier movimiento es igual al cambio resultante en la energía. Sin embargo, el término que hoy manejamos para la energía cinética es $1/2mv^2$. El factor ½ que multiplica a la fuerza viva fue propuesto por primera vez por Gaspard de Coriolis (1792-1843), quien llegó a esa conclusión combinando los conceptos de trabajo y la ley de la fuerza de Newton para deducir la energía del movimiento, hoy llamada "energía cinética". En palabras de Hecht (1987): "En el modelo de Young, la vis viva se describía como la transmisión de trabajo. La fuerza viva de Leibniz se transformó conceptualmente en la mariposa moderna de la energía cinética."

En la década de 1840 a 1850, los conceptos de energía mecánica se comenzaron a relacionar con conceptos similares en termodinámica y electromagnetismo, principalmente gracias a los trabajos de Mayer y Joule. Como afirma Harman (1982), el trabajo de James Joule (1819-89) en los 1840s fue de fundamental importancia para trazar la red de procesos de conversión y proporcionar una confirmación experimental de la equivalencia cuantitativa del calor y del trabajo mecánico. Ya desde finales del siglo XVII (y en una época en la que se consideraba que el frío era una sustancia), Boyle y Amonton llegaron a la conclusión de que el calor estaba relacionado con el movimiento de las partículas que formaban el cuerpo (gas, líquido o sólido), y que a cero movimiento, cero temperatura. Sin embargo, a finales del siglo XVIII surgió una teoría alternativa, propuesta por Lavosier, que afirmaba que el calor era una sustancia que fluía de lo caliente a lo frío, el *calórico*, que el mismo Lavoisier consideraba un elemento más, como el oxígeno o el hidrógeno. Esta teoría fue rebatida por Court Rumford, quien al tallar cañones se dió cuenta de que podía producir tanto "calórico" como quisiera. Sin embargo, el prestigio de Lavosier era tan grande, que tuvieron que pasar 50 años para

[2]El término energía debe ser aplicado con gran propiedad al producto de la masa por el peso de un cuerpo por el cuadrado del número que expresa su velocidad

que su teoría fuera finalmente desechada. En efecto, solo los experimentos de Joule para determinar la equivalencia mecánica del calor establecieron un vínculo entre el principio de la conservación de la energía y el programa de explicación mecánica, que dio inicio a la mecánica estadística.

Un aparte especial merece la investigación sobre la conservación de la energía que escribió Herman von Helmholtz en un ensayo memorable: "*Ueber die Erhaultung der Kraft*" (Sobre la conservación de la fuerza) en 1847. En este artículo Helmholtz establece el principio más universal de la conservación de la energía de todo tipo. Helmholtz recoge los conceptos de Leibniz en cuanto a la vis viva (la fuerza viva) y toda la teoría newtoniana de las fuerzas centrales de atracción y repulsión, relaciona las fuerzas inertes y las de organismos vivientes y les da la misma connotación de poder generar movimiento. Con este principio de conservación, Helmholtz negó el principio del movimiento perpetuo de primera clase, donde no se puede realizar trabajo a expensas de nada.

En su ensayo sobre el desarrollo en el siglo XIX de los conceptos de energía, fuerza y materia Harman (1982), propone que *"The Helmholtz's concept of conservation of force retained a suggestive ambiguity which denoting the indestructibility and transformability of natural powers or forces as well as the conservation of energy*"[3]. Para Helmholtz La fuerza viva y la fuerza tensional corresponden a la energía cinética y su principio de conservación de la fuerza daba una afirmación matemática de la conservación de la energía. Helmholtz desarrolla el concepto de energía refiriéndose a la fisiología y específicamente al calor animal que se adquiere y se transforma del alimento consumido, el cual se convierte en otra forma de energía que es el calor producido en el cuerpo y en la acción muscular. Helmholtz relacionó el principio de conservación de la energía con los

[3]El concepto de Helmholtz sobre conservación de la fuerza adquiría una ambigüedad sugestiva que denota la indestructibilidad y la transformabilidad de los poderes o fuerzas naturales también como la conservación de la energía.

fenómenos que suceden en los organismos vivos, especialmente con el metabolismo de los músculos, mostrando que no existían fuerzas vitales para producir el movimiento del músculo, sino que este se logra de manera equivalente a como lo establecen las leyes de la fuerza central de Newton (leyes de movimiento). Su formulación del principio de la conservación de la energía fue, por lo tanto, ligado al asunto de la validez universal de la teoría mecánica de la naturaleza, que el mismo declaró como una condición para la completa comprensibilidad de la naturaleza.

Algunos físicos han señalado que la energía no se puede percibir fácilmente a través de los sentidos. Por ejemplo, como afirma R.P. Feynman, (1971) “es importante darnos cuenta de que en la física actual no sabemos lo que la energía es”, en el sentido de que no siempre somos conscientes de cuál es la forma que toma la energía en cierta transformación. Feynman propone la imagen de un conjunto de bloques que son absolutamente indestructibles, que no pueden dividirse en partes y en el que cada uno es igual al otro; al final del día siempre queda el mismo número inicial de bloques, aunque no podamos ver algunos de ellos. A través de la figura, Feynman quiere mostrar que sin importar que algo ocurra, la energía se conserva en el universo. Cuando se trabaja con energía, el concepto es abstracto y a veces algo sale y a veces algo entra. La energía tiene un gran número de formas diferentes y no todas son directamente sensibles. En este mismo sentido, H. Poincare (2002) afirma que “como no podemos dar una definición general de energía, el principio de la conservación de la energía quiere decir simplemente que hay algo que permanece constante, sean cuales fueren las nuevas nociones del mundo del futuro que nos den los experimentos, ya conocemos que habrá algo que permanece constante, a lo cual podemos llamar energía”. En conclusión, la energía es “algo” que está en todos los cuerpos y que es medible, a pesar de ser un concepto abstracto, no definible a través de los sentidos, pero sí de manera matemática. La energía se transforma y permanece y además se manifiesta de diferentes maneras.

# 2. Revisión disciplinar de los conceptos de trabajo y energía mecánica.

## 2.1 El concepto de trabajo

Dentro de las ideas que hacen punto de contacto con el concepto de Energía, el concepto de trabajo es fundamental porque relaciona la causa y el efecto en el movimiento de los cuerpos al conceptualizar la energía. Por tanto, el concepto de trabajo es uno de los referentes propuestos para desarrollar el presente trabajo final. Ahora bien, al indagar en la historia, se encuentra que este concepto de trabajo, surgió para dar explicación al hecho de relacionar una causa (la fuerza) y su efecto (el movimiento), lo cual quiere decir que sólo hay trabajo cuando una fuerza incide en el movimiento de un cuerpo, así que el trabajo mide el aporte de la fuerza para producir movimiento en un cuerpo, esto además afirma la idea de que una fuerza aporta al movimiento cuando desplaza al cuerpo en la dirección de su movimiento.

Por otra parte, al evaluar el trabajo sobre un cuerpo, se debe identificar, en primera instancia, quién hace el trabajo, es decir, cuáles son las causas que lo producen, así que, si sobre un cuerpo hay varias fuerzas actuando, se debe interpretar cuál es el aporte que realiza cada una de esas fuerzas al movimiento del cuerpo, o cuál es el efecto que cada una de ellas produce al desplazamiento de éste. Como segunda instancia, se debe tener en cuenta el valor obtenido del desplazamiento del cuerpo debido a la aplicación de esas fuerzas que es el efecto producido por la suma de esas fuerzas llamada fuerza neta o resultante. De esta manera, se puede observar que cuando esta fuerza neta es paralela a la dirección del desplazamiento del cuerpo y obra en este mismo sentido, ayuda al movimiento del cuerpo, es decir que el trabajo efectuado por esta fuerza neta es

positivo; en caso contrario, si la fuerza neta actúa en la misma dirección y en sentido contrario al desplazamiento del cuerpo, el trabajo es negativo, así, la fuerza neta no ayuda al movimiento del cuerpo. En el caso de un cuerpo que se está moviendo en una dirección dada, si la fuerza que se aplica al cuerpo es perpendicular, el trabajo que ésta efectúa, es nulo, ya que no contribuye al desplazamiento del cuerpo.

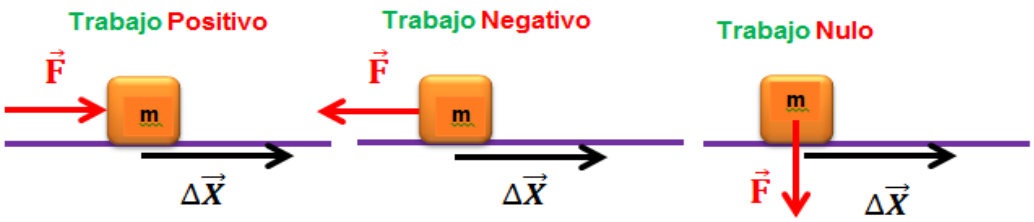
Estas observaciones se pueden sintetizar a través de expresiones matemáticas, las cuales describen como toda fuerza que actúa sobre un cuerpo que se desplaza se puede descomponer en dos vectores: uno paralelo al desplazamiento, que ejerce un trabajo positivo o negativo, y el otro, un vector perpendicular al cuerpo, que no realiza trabajo. Esto se escribe bajo la siguiente ecuación:

$$\boldsymbol{W} = |\vec{\boldsymbol{F}}| * |\Delta\vec{\boldsymbol{X}}| \boldsymbol{cos\theta} \qquad (2.1)$$

De la anterior ecuación se deduce que una fuerza puede efectuar un trabajo positivo, negativo o nulo, dependiendo del ángulo entre la fuerza neta $|\vec{F}|$ y el desplazamiento $|\Delta\vec{X}|$. Así, cuando la fuerza neta y el desplazamiento son paralelos y en el mismo sentido, el resultado es $F * \Delta X$, ya que $cos0° = 1$. Por otra parte, Si la fuerza neta y el desplazamiento son paralelos y en sentido contrario, el resultado es $-F * \Delta X$, porque $cos180° = -1$. Finalmente, si la fuerza y el desplazamiento son perpendiculares, el trabajo es nulo, porque $cos90° = 0$.

La ecuación (2.1) tiene la forma del producto escalar de dos vectores, que se puede interpretar como la proyección del vector fuerza neta sobre el vector desplazamiento y se puede expresar matemáticamente como $W = \vec{F} \,.\, \overrightarrow{\Delta X}$. El trabajo es una cantidad escalar (un número que puede ser positivo, negativo o nulo), aunque se calcula usando dos cantidades vectoriales, la fuerza y el desplazamiento, como se ilustra en la figura 2-1

**Figura 2-1:** Contribución de una fuerza neta al desplazamiento de un cuerpo. (Fuente: Arroyo L)

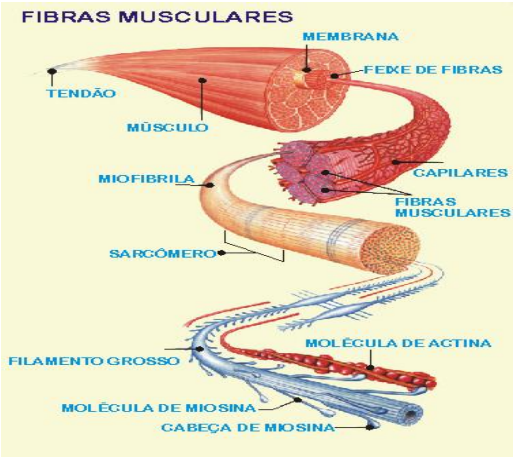



Hay una situación que muy frecuentemente se describe en los textos escolares, representada en la figura 2-2, en la que una persona sostiene un cuerpo por un cierto tiempo. Se pregunta por el trabajo efectuado por la persona. Esta es una situación en la que, aparentemente, no hacemos trabajo, pero ¿Por qué nos cansamos?

**Figura 2-2:** Niño sosteniendo un cuerpo. (Fuente: física 10 Galaxia pág. 324)

La explicación reside en que las contracciones de las fibras musculares se dan por series de pulsos eléctricos transmitidos por células nerviosas. El pulso eléctrico genera una serie de eventos en los que interactúan dos proteínas, miosina y actina, presentes en la unidad más elemental de las fibras musculares, el sarcómero, constituido alternadamente por filamentos delgados y gruesos, como se observa en la figura 2-3.

**Figura 2-3:** Estructura de una fibra muscular. (Fuente: dirección internet uy.m.globedia.com/función-fibra-muscular)



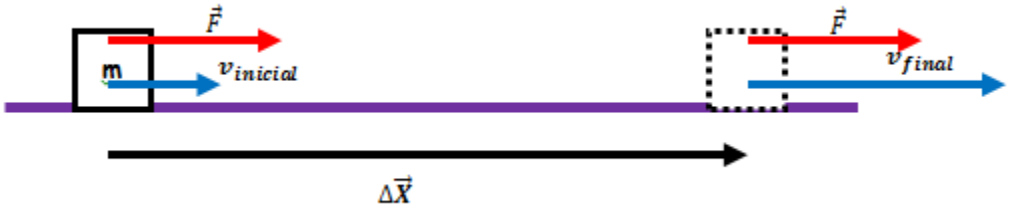

Los filamentos delgados están constituidos por actina, que tiene forma globular, y están rodeados por dos cadenas; la tropomiosina, que es en forma de tubo y se enrolla sobre las cadenas de actina, y la troponina, que se une a la cadena de actina y tropomiosina. El filamento grueso está formado por moléculas de miosina que actúan como motores. En presencia de iones de calcio, y con consumo de ATP, la miosina se une a la actina y se dobla, empujando los filamentos de actina. Luego el ATP se descompone en ADP + Fosfato y la miosina se retrae hasta volver a su posición original. Este proceso se repite con cada pulso de la señal nerviosa. Luego, siempre que hagamos fuerza con nuestros músculos estamos realizando miles de desplazamientos microscópicos, en cada uno de los cuales se ejerce una fuerza y se realiza trabajo. Entre pulso y pulso el sistema puede volver a su posición inicial por efecto de una fuerza externa (el peso del carrito de la compra, en el caso de la figura 2-2), y el trabajo de esa fuerza externa se disipa por fricción viscosa. Por lo tanto, nos mantenemos haciendo miles de trabajos microscópicos, cuya energía no podemos recuperar. Así, aunque la persona no desplace al carrito en dirección vertical de una manera apreciable, sus músculos si están haciendo trabajos microscópicos en esa dirección (con consumo de ATP), y la persona se cansa.

## 2.2 Teorema del trabajo y la energía cinética

El siguiente nivel de conceptualización va en la dirección de establecer una relación entre el trabajo y la variación de la energía cinética, resultado conocido como el *teorema del trabajo y la energía cinética*. Consideremos un cuerpo de masa m que bajo la acción de una fuerza constante $\vec{F}$ cambia su velocidad de $v_{inicial}$ a una $v_{final}$ mientras se desplaza un $\Delta\vec{X}$, como se muestra en la figura 2-4.

De la segunda ley de Newton, bajo una fuerza constante, el cuerpo se acelera (con aceleración constante) y la velocidad aumenta uniformemente con el tiempo.

**Figura 2-4:** Bloque desplazándose con movimiento uniformemente acelerado. (Fuente: Arroyo L)

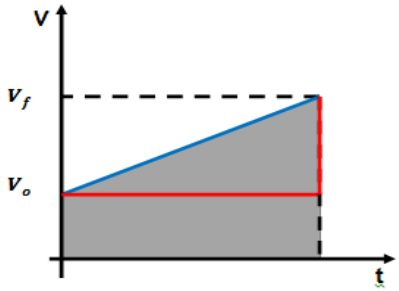



De la cinemática del movimiento uniformemente acelerado se sabe que (ver Ecuación (2.2)).

$$v_f{}^2 - v_0{}^2 = 2a\Delta X \qquad (2.2)$$

Esta ecuación se deduce del análisis de la gráfica de V contra t, como se muestra en la figura 2-5.

**Figura 2-5:** Gráfica de velocidad contra tiempo para un movimiento uniformemente acelerado. (Fuente: Arroyo L)




El área bajo la curva es $|\Delta\vec{X}|$ que corresponde al área de un trapecio, (ver Ecuación (2.3))

$$\Delta X = \frac{(v_f + v_o) * t}{2} \qquad (2.3)$$

Pero $(v_f - v_o) = at$ . Despejando $t = \frac{(v_f - v_o)}{a}$ y reemplazando en el área del trapecio, resulta (Ecuación (2.3))

$$\Delta X = \frac{(v_f + v_o)(v_f - v_o)}{2a} \qquad (2.4)$$

El producto $(v_f + v_o)(v_f - v_o) = {v_f}^2 - {v_o}^2$ . Luego, $2a\Delta X = {v_f}^2 - {v_o}^2$ . Si recordamos que $F_{total}=ma$,

$$2\frac{F_{total}}{m}\Delta X = {v_f}^2 - {v_o}^2 \text{ y} \qquad F_t * \Delta X = \frac{1}{2}m{v_f}^2 - \frac{1}{2}m{v_o}^2 \text{ . (2.5)}$$

Si definimos el trabajo realizado por la fuerza como $F_{total}.\Delta X = W_{F\ total}$ , y la energía cinética como $E_c = \frac{1}{2}mv^2$, la anterior expresión significa que

$$E_{c\ final} - E_{c\ inicial} = W_{F\ total} \ . \qquad (2.6)$$

Esta expresión indica que el trabajo realizado por la fuerza total es igual al cambio de la energía cinética. Este resultado se conoce como el teorema del trabajo y la energía.

## 2.3 El trabajo de la fuerza de gravedad

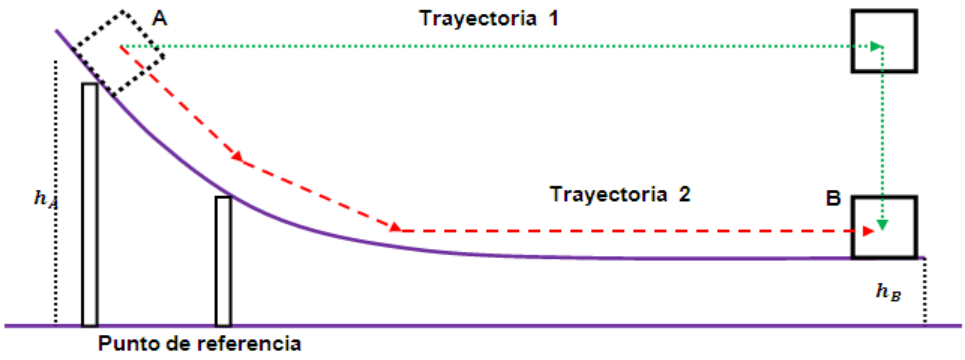
El siguiente nivel de construcción se da al plantear que, cuando un cuerpo cae desde una cierta altura – ya sea por un plano inclinado, por una rampa curva o simplemente de forma vertical –, se deduce, razonando de los elementos ya construidos, que el trabajo que hace la fuerza de gravedad $mg$ sobre el objeto que se desplaza $\Delta h$, está dado por (Ecuación (2.7))

$$W = mg\Delta h.cos0° = mg\Delta h = mgh_{total} \qquad (2.7)$$

Cuando el objeto va descendiendo, y es $W = -mg\Delta h_{total}$ cuando el objeto va ascendiendo. Como veremos, este resultado será asociado a otro tipo de energía.

Hay fuerzas, como el peso producido por la gravedad, cuyo trabajo no depende del camino recorrido, sino sólo de cuáles son los puntos inicial y final. A esas fuerzas se les conoce como *fuerzas conservativas*, es decir cuando el trabajo de dicha fuerza es igual a la diferencia entre los valores inicial y final de una función que sólo depende de las coordenadas y que se llamará energía potencial, se debe aclarar que la fuerza resultante es la de la gravedad.

**Figura 2-6:** Trabajo de la fuerza de gravedad en trayectoria cerrada. (Fuente: Arroyo L)

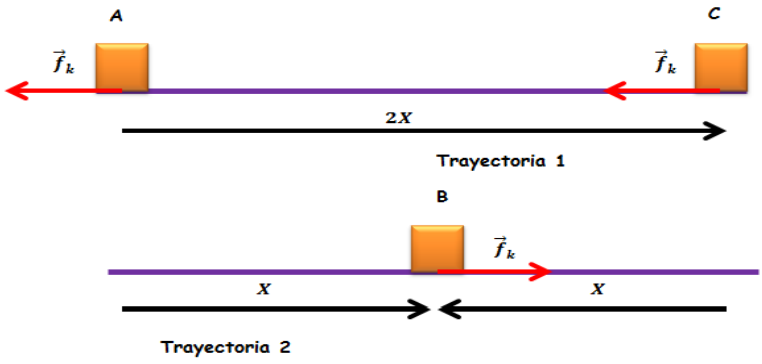



El trabajo que hace la fuerza de gravedad sobre el bloque, cuando este se desplaza del punto A al punto B (como se puede ver en la figura 2-6), no depende de las trayectorias seguidas. Solamente interesan los puntos de referencia, porque el valor del trabajo hecho por la fuerza de gravedad solamente depende de la diferencia de alturas. En efecto, cuando se lleva el bloque por la trayectoria 1, este trabajo es $mg(h_A - h_B) = mg\Delta h$, mientras que si se lleva por la trayectoria 2, el valor del trabajo que hace la fuerza de gravedad también es $mg(h_A - h_B) = mg\Delta h$. El trabajo que hace la fuerza de gravedad es $W_{\overrightarrow{mg}} = mgh$ independiente de la trayectoria que se siga.

Ahora, si calculamos el valor del trabajo por la fuerza de gravedad para llevar el bloque del punto A al punto B por la trayectoria 1, y de regreso al punto A por la trayectoria 2, pero en sentido inverso, el trabajo hecho por la fuerza de gravedad sobre esta trayectoria cerrada es $mg\Delta h - mg\Delta h = 0$. Este resultado es característico de una fuerza de tipo conservativo, en la que el trabajo realizado sobre cualquier trayectoria cerrada es cero.

Pero no todas las fuerzas son así. Por ejemplo, en el caso de la fuerza de rozamiento cinético $f_k$, el trabajo hecho por la fuerza de fricción sí depende de la trayectoria que se siga. A esas fuerzas se les conoce como fuerzas no conservativas. Calculemos por ejemplo el trabajo hecho por la fuerza de rozamiento cinético sobre un bloque que se mueve del punto A al punto B por dos trayectorias diferentes (figura 2-7). La primera trayectoria consiste en ir primero al punto C y devolverse al punto B, mientras que la segunda trayectoria consiste en ir directamente al punto B. El trabajo de la fuerza de rozamiento cinético para ir del punto A al punto C, primero en un sentido, es $W_{f_k}$ cuyo valor es $-\mu N(2X)$ y al devolverse hasta el punto B el valor del trabajo $W_{f_k}$ es $-\mu N(X)$, así,que el trabajo efectuado por la fuerza de rozamiento para ir del punto A al punto B por la primera trayectoria es $-\mu N(3X)$. Ahora, si se considera la trayectoria 2 que va directamente del punto A al punto B, el valor del trabajo efectuado por la fuerza de rozamiento es $-\mu N(X)$. Así que la fuerza de rozamiento en trayectorias diferentes da valores de trabajo diferentes: el trabajo depende de la trayectoria seguida. Entonces la fuerza de rozamiento es una fuerza no conservativa.

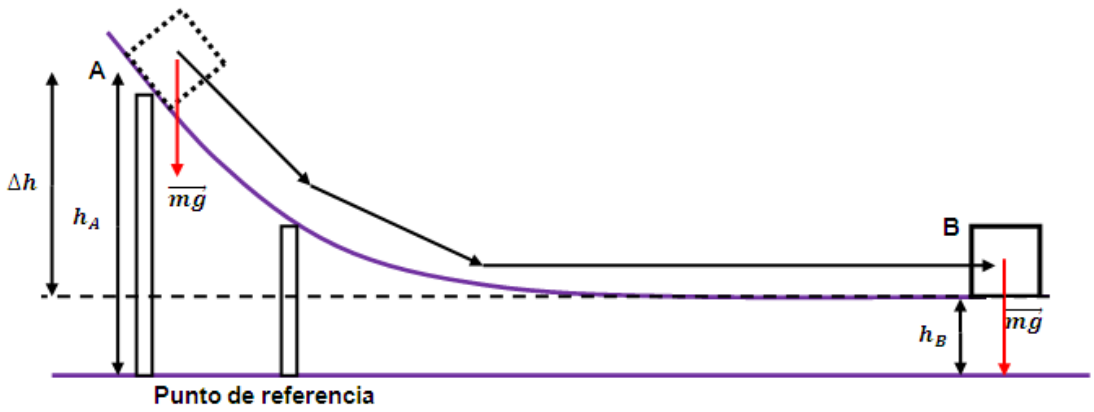
**Figura 2-7:** Trabajo de la fuerza de rozamiento. (Fuente: Arroyo L)




Al haber deducido que el trabajo de la fuerza de gravedad no depende del camino, sino solamente del punto inicial y final, podemos definir la energía potencial correspondiente a esta fuerza como menos el trabajo que hace la fuerza de gravedad para llevar un cuerpo de un lugar a otro (figura 2-8). Así:

$$-W_{\overrightarrow{mg}} = -mgh = E_p \qquad (2.8)$$

**Figura 2-8:** Definición de energía potencial. (Fuente: Arroyo L)




En la figura 2-8, el trabajo de la fuerza de gravedad para trasladar el cuerpo del punto A al punto B es

$$W_{\overrightarrow{mg}} = mg\Delta h = mgh_B - (mgh_A) = -mgh_A - (-mgh_B) = E_{P_{inicial}} - E_{P_{final}} \text{ , (2.9)}$$

luego, el trabajo que hace la fuerza de gravedad en el bloque que desciende por el plano inclinado desde el punto A al punto B es la diferencia de sus energías potenciales: la energía potencial inicial menos la energía potencial final.

Ahora, si juntamos el resultado anterior con el teorema del trabajo y la energía cinética $E_{c\,final} - E_{c\,inicial} = W_{F\,total}$, se establece el principio de conservación de la energía mecánica: Si la única fuerza que hace trabajo es la fuerza de la gravedad,

$$E_{C_{final}} - E_{C_{inicial}} = Wm_{\vec{g}} = -E_{P_{inicial}} + E_{P_{final}} \qquad (2.10)$$

y por lo tanto

$$E_{C_{final}} + E_{P_{final}} = E_{C_{inicial}} + E_{P_{inicial}} \qquad (2.11)$$

Este es el principio de conservación de la energía mecánica. Este resultado deja ver la idea de la transformación de la energía mecánica de un tipo a otro, mientras un cuerpo se va desplazando en su caída, cuando sobre él actúa una fuerza neta conservativa.

La energía mecánica $E_m$ se define entonces como la suma de la energía potencial $mg\Delta h$, que se interpreta como energía almacenada por el cuerpo y sus alrededores, y la energía cinética $\frac{1}{2}mv^2$ que se interpreta como la energía del movimiento del cuerpo. El resultado anterior, cuando todas las fuerzas que hacen trabajo no nulo son conservativas, como la fuerza de gravedad, se expresa así:

$$E_{m\,final} - E_{m\,inicial} = 0; \qquad (2.12)$$

Pero, cuando hay, además, fuerzas no conservativas, como la fuerza de rozamiento, el resultado resulta ser

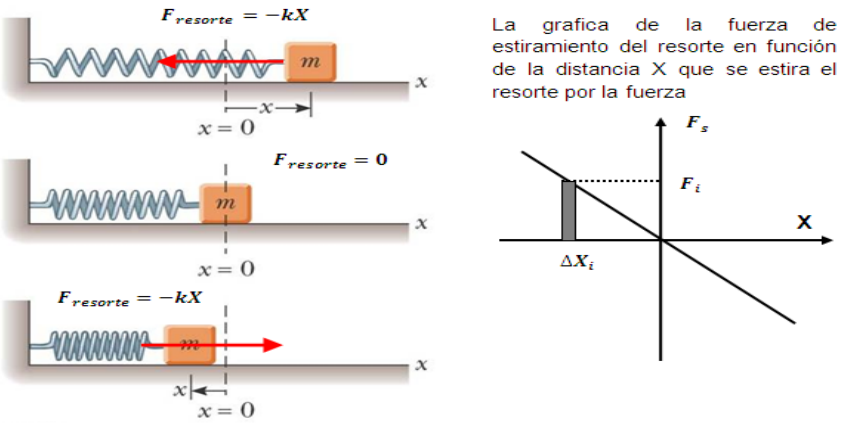
$$E_{m\,final} - E_{m\,inicial} = W_{f_k}\ , \qquad (2.13)$$

donde $W_{f_k}$ es el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas.

## 2.4 Energía potencial elástica

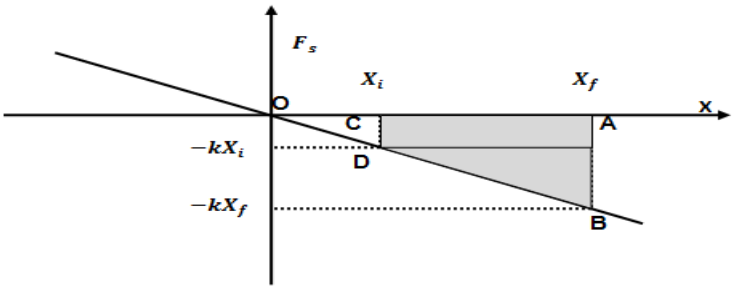
Hay un caso de particular interés, que se presenta en los resortes, en el que la fuerza que se ejerce, es proporcional a la elongación o deformación de los mismos, como se muestra en la figura 2-9. La fuerza que se ejerce en un resorte está dada por $\vec{F}_{resorte} = -kX$ , donde *k* es la constante elástica del resorte. La fuerza $\vec{F}$ que ejerce el resorte sobre la masa m es paralela al desplazamiento, y por tanto realiza un trabajo no nulo sobre la masa.

Figura 2-9: Resorte ubicado de forma horizontal y gráfica de fuerza contra desplazamiento. (Fuente: montaje Arroyo L)




Para calcular la energía almacenada en el resorte, se puede evaluar ésta energía a partir del análisis de la gráfica de fuerza de estiramiento sobre un resorte en función de la distancia $X$ que se estira el resorte por la fuerza. El valor de la fuerza cambia constantemente, pero lo podemos considerar constante sobre un incremento pequeño del desplazamiento $dX$. El trabajo, en este caso, corresponde a un pequeño rectángulo de altura $F = -kX$ y ancho $dX$. La figura 2-9 (derecha) muestra los trabajos realizados para estos pequeños desplazamientos. Si el $dX$ es muy pequeño, el área de los rectángulos sumadas completan el área triangular bajo la recta. En consecuencia, el trabajo efectuado por la fuerza del resorte para ir de una posición C a una posición A es $W = -\frac{1}{2}kX_A{}^2 - (-\frac{1}{2}kX_C{}^2)$ . Como el trabajo solo depende de $X$, la posición final, podemos definir una energía potencial elástica como $E_{p\ elastica} = \frac{1}{2}kX^2$ (ver Figura 2-10).

Figura 2-10: Cálculo de la energía potencial elástica del resorte en dos posiciones diferentes. (Fuente: Física clásica y moderna Gettys pág. 178)



## 2.5 Las máquinas simples

Se ha visto que el trabajo que hace una fuerza se asocia al efecto de desplazar un cuerpo. Ahora, la potencia se define como qué tan rápido se hace un trabajo, es decir que no es lo mismo hacer un trabajo más lento o más rápido. Así,

$$Trabajo = \vec{F}.\Delta\vec{X} \quad \text{y} \quad Potencia = \frac{trabajo}{\Delta t} = \vec{F}.\vec{V} \qquad (2.14)$$

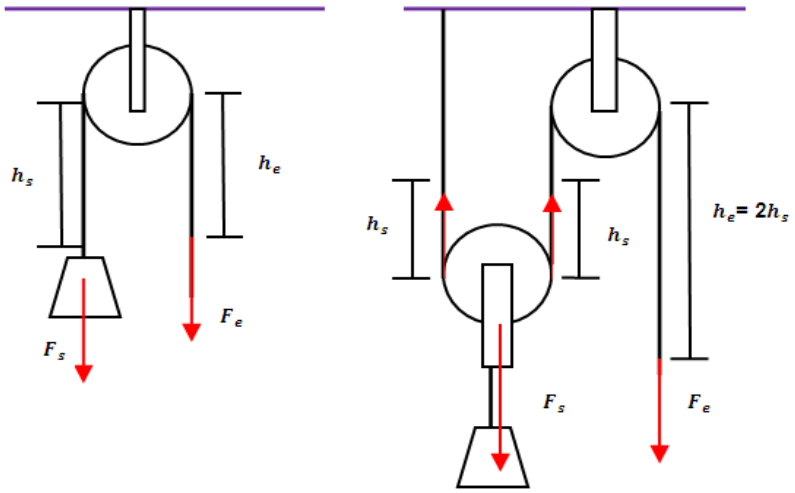
Hay dispositivos como el plano inclinado, la polea, la palanca y el torno, en los cuales se busca relacionar cantidades como fuerza, desplazamiento y velocidad. Pero ¿Cuál es el papel de las máquinas simples en las relaciones que hay entre fuerza y distancia recorrida y entre fuerza y velocidad? Hay máquinas que cambian la fuerza o el desplazamiento, pero dejan el trabajo igual, como la palanca. Hay máquinas que cambian la fuerza o la velocidad, pero dejan la potencia igual, como los engranajes y las correas. Hay máquinas que cambian la dirección de la fuerza o del movimiento, como la cremallera o las poleas. Así, que las máquinas se conocen como el conjunto de mecanismos que son capaces de transformar una fuerza aplicada en otra de salida, habiendo modificado previamente la dirección o sentido, la magnitud de la fuerza o una combinación de ellas. Las máquinas simples cumplen con lo que se denomina como conservación de energía.

### 2.5.1 La polea

Las poleas son de dos tipos: fijas y móviles (figura 2-11 izquierda). La polea fija no permite disminuir la fuerza aplicada para levantar un cuerpo, simplemente permite cambiar la dirección en que se aplica la fuerza, como por ejemplo cuando se iza una bandera. En cambio, un sistema con una polea móvil y una fija como el que se ve en la figura 2-11 a la derecha, reduce la fuerza a la mitad, pero la distancia que debe recorrer la cuerda es el doble. Calculemos los trabajos efectuados suponiendo que los sistemas se mueven a velocidad constante. Para una polea fija, $F = mg$ y $\Delta X = h$, entonces $W = (mg)(h) = mgh$. En contraste, para una polea móvil $2T = mg$ y $F = T = mg/2$, pero $\Delta X = 2h$, entonces, $W = \left(\frac{mg}{2}\right)(2h) = mgh$ Así que el trabajo efectuado es el mismo, tanto en la polea fija como en la móvil, sólo que en la móvil se ejerce una fuerza

menor para levantar el mismo cuerpo a la misma altura, pero a cambio se debe jalar el doble de cuerda que en la polea fija.

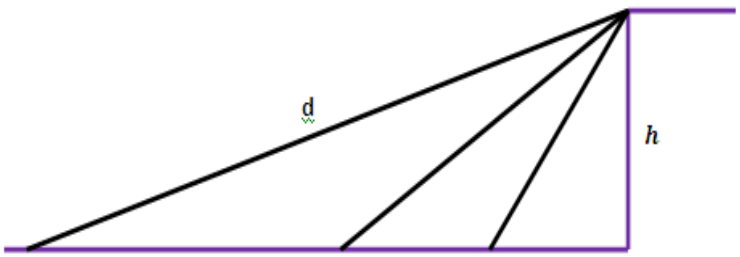
**Figura 2-11:** La polea fija y la polea móvil. (Fuente: Arroyo L)




## 2.5.2 Plano inclinado

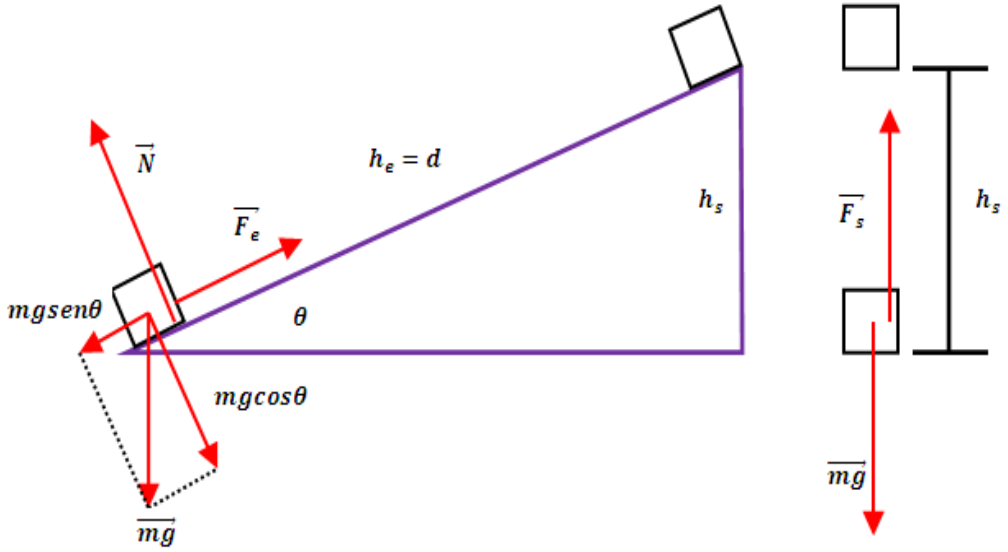
Un plano inclinado es simplemente una superficie con una inclinación con la cual se busca aplicar una fuerza menor a lo largo de una distancia mayor para levantar un objeto pesado a cierta altura (figura 2-12). Cuanto menor sea el ángulo del plano inclinado, menor es la fuerza que se tiene que aplicar a un cuerpo para subirlo, pero mayor es el desplazamiento a lo largo del cual se debe aplicar esa fuerza.

**Figura 2-12:** Variación del ángulo en el plano inclinado. (Fuente: Arroyo L)



Para calcular el trabajo efectuado, consideremos que el cuerpo se desplaza a velocidad constante, y calculemos las fuerzas necesarias para que ello ocurra. De la figura 2-13, se obtiene que $F = mgsen\theta$ y $\Delta X = h/sen\theta$. Entonces, $W = (mgsen\theta)\left(\frac{h}{sen\theta}\right) = mgh$. Cuando el cuerpo se levanta verticalmente a velocidad constante, $F = mg$ y $\Delta X = h$ y el trabajo realizado es también $W = (mg)(h) = mgh$. Como se aprecia, el trabajo que se hace es el mismo, sólo que mediante el plano inclinado la fuerza que se debe ejercer es menor, pero el desplazamiento recorrido se alarga.

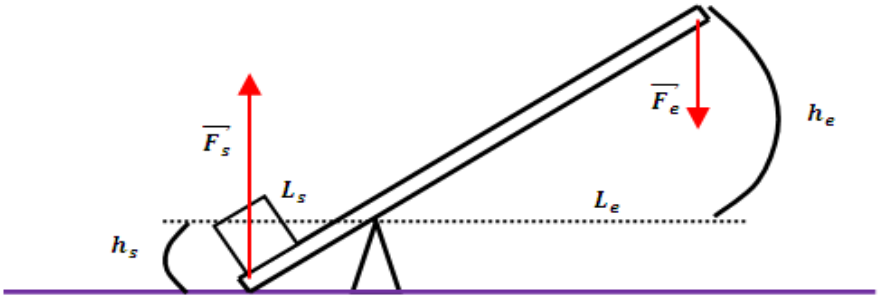
**Figura 2-13:** Cálculo del trabajo en un plano inclinado. (Fuente: Arroyo L)




## 2.5.3 La palanca

La palanca consiste básicamente en una barra rígida que rota alrededor de un punto o línea denominada fulcro. Una palanca de primer grado (con el fulcro entre la carga y la fuerza aplicada) levanta un cuerpo muy pesado aplicando una fuerza menor, a expensas de efectuar un arco mayor (figura 2-14).

**Figura 2-14:** Palanca de primer género. (Fuente: Arroyo L)



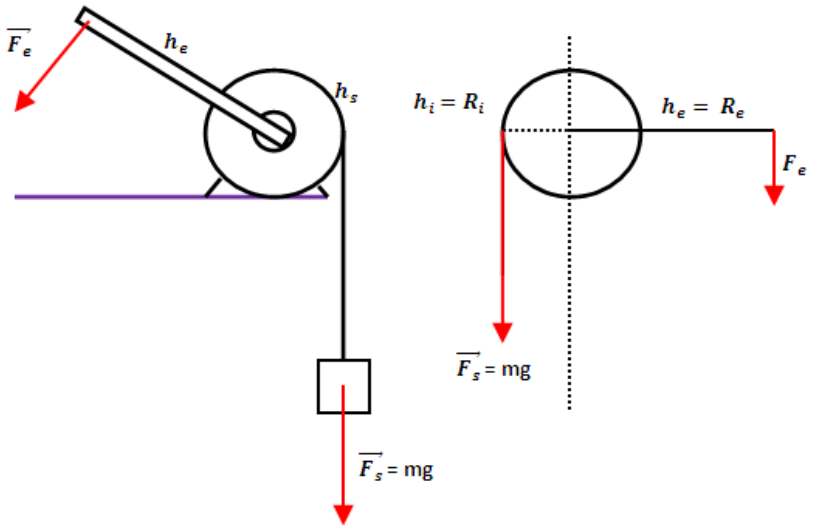

Al multiplicar la fuerza por su correspondiente brazo de palanca tanto para la carga como para la fuerza aplicada se hace un torque respecto al punto de apoyo, de tal manera que se puede establecer una ecuación de equilibrio para estos torques, $F_s * L_s = F_e * L_e$. Ahora bien, como los ángulos barridos por los dos brazos son iguales, por semejanza de triángulos $\frac{h_s}{L_s} = \frac{h_e}{L_e}$ . Por lo tanto, $F_s * h_s = F_e * h_e$. En otras palabras, las fuerzas $F_s$ y $F_e$ son diferentes, pero los trabajos efectuados por ellas son iguales.

## 2.5.4 El torno o cabrestante

Consiste en un tambor con una cuerda y una manivela que se usa para levantar cuerpos a la altura del tambor, como se presenta en la figura 2-15. La idea es que el brazo de la palanca de la manivela sea mayor que el diámetro del tambor, con lo que se consigue ventaja mecánica.

La trayectoria que recorre la fuerza es circular, pero igual se puede dividir en muchos trayectos lineales. En cada uno de ellos el trabajo efectuado es $W = F.\Delta X$ , y por lo tanto el trabajo realizado en cada vuelta de la manivela es $W = F_e 2\pi R_e$ . Mientras esto pasa, la fuerza $F_s$ que ejerce el tambor recorre una circunferencia menor, $2\pi R_s$. Como los trabajos son iguales, $F_e 2\pi R_e = F_s 2\pi R_s$, y $F_e < F_s$. El sistema es muy similar a la palanca, como se observa en la figura 2-15.

**Figura 2-15:** Representación del torno o cabrestante. Fuente: Arroyo L.




En todas estas máquinas simples se muestra que la fuerza y el desplazamiento cambian pero el trabajo es el mismo. La energía obtenida es igual a la energía entregada, así que las máquinas no crean energía sino que permiten adecuar el trabajo a realizar a las capacidades de fuerza o de desplazamiento del motor con que se cuenta.

# 3. Como se enseña el trabajo y la energía mecánica.

## 3.1 Investigaciones acerca de la enseñanza del trabajo y la energía mecánica.

La investigación educativa de las ideas previas de los alumnos sobre trabajo y energía viene experimentando un gran desarrollo a partir de los años 80s. En el artículo de Sobes J. y Tarin F. (1998) se reseñan varios artículos sobre el estudio de la energía, publicados en diversas revistas (pág. 387). Muchos de estos trabajos identifican ideas previas erróneas, por ejemplo: confundir trabajo y esfuerzo al sostener un cuerpo con las manos, descrita por Driver y Warrington (1985), identificar erróneamente trabajo y energía como sinónimos, descrita por Duit, (1984); asignar un cierto carácter material a la energía, descrita por Solomon (1983); asociar la energía al movimiento, a la actividad y a los procesos (Solomon, 1985 y Duit, 1987; Viglietta, 1990); considerar que la energía puede gastarse o almacenarse (Kesiduo y Duit, 1993, Solomon, 1985); confundir las formas de energía con sus fuentes (Carr y Kirkwood, 1988; Solomon, 1985); atribuir la energía potencial al cuerpo y no a la interacción entre los cuerpos (Solbes y Martin, 1991), y no comprender los esquemas de transformación, conservación, transferencia y degradación de la energía (Duit 1981, 1984).

Un artículo más reciente, pero muy destacado, es el de J. L. Domenech (2003), quien se da a la tarea de recoger la mayor parte de las investigaciones que abordan aspectos conceptuales concretos, procedimentales y axiológicos sobre el estudio de la enseñanza de la energía. La propuesta se presenta estructurada en siete aspectos:

- Interés y relevancia del estudio de la energía.
- Estrategias para la construcción de los conocimientos científicos acerca de la energía.
- Primera aproximación al significado del concepto de energía.
- Carácter sistémico y relativo de la energía.
- Significado físico de los conceptos de trabajo y calor, y su relación con la energía.
- Conservación, transformación y degradación de la energía.
- A modo de conclusión y perspectiva, por una plena apropiación del campo de conocimiento de la energía.

Domenech presenta una organización de la temática y del pensamiento para la trasmisión y ejemplificación del concepto de energía. Tiene un amplio espectro de investigación de todos los anteriores autores y otros, para explorar cómo se debe orientar la enseñanza de la energía. El autor propone dar a conocer el proceso histórico y racional con el que se construyeron los conceptos de trabajo y energía, para recalcar que son conceptos inventados que permiten resolver problemas de interés y describir las transformaciones de la materia. Propone, además, enfatizar en que los conceptos están en construcción, y que no son dogmáticos, y favorecer el debate “La cuestión no estriba en buscar una concepción correcta *como punto de partida*, sino en aceptar que los conocimientos son construcciones tentativas destinadas a evolucionar”.

## 3.2 La enseñanza de trabajo y energía en los libros de texto

Los textos escolares son un punto de partida fundamental a la hora de analizar la práctica académica-pedagógica, porque los maestros se apoyan ampliamente en ellos para el desarrollo de sus clases, de los ejercicios y demás actividades complementarias. Por este motivo se revisaron algunos textos utilizados en nuestro medio académico, para identificar cómo presentan los conceptos de trabajo, energía mecánica y máquinas simples. Los textos analizados son los siguientes:

- Física. Serway, R y Faughn, J. Pearson educación
- Fundamentos de Física, Frank J. Blatt, tercera edición, editorial Prentice Hall, 1991.
- Conceptos de Física, Paul G. Hewitt, ed. Limusa 2001
- Lectures on physics, Richard P. Feynman. Fondo educativo interamericano, S.A. 1971.

- Física mecánica y termodinámica, Alonso y Rojo. Addison-Wesley. México D.F., 1986.
- Física Fundamental. Valero M. Norma, Bogotá, 1986.
- Galaxia, Física 10.Villegas M., Ramírez R. Editorial Voluntad, Bogotá, 1998.
- Física Conceptual. Paul G. Hewitt. Pearson, Addison Wesley. Mexico.1999.

Los resultados de esta revisión se presentan en la tabla 3-1:

**Tabla 3-1:** Comparación de los diferentes textos

| | |
|---|---|
| Física<br>Quinta Edición<br>SERWAY, R y FAUGHN, J. Pearson educación<br>Año: 2001. | En términos generales, en el capítulo 5 presenta el concepto de trabajo de forma operativa, $W = (Fcos\theta)s$, ilustra con algunos ejemplos y define sus unidades. Muestra la relación del trabajo con la energía cinética mediante el teorema del trabajo y la energía cinética, y llama energía cinética a la cantidad $mv^2/2$ . Llama energía potencial gravitatoria a la energía que un objeto posee en virtud de su posición, y la mide como $U = mgy$. Desarrolla el concepto de las fuerzas conservativas y no conservativas, para construir el principio de conservación de la energía. Desarrolla la energía potencial almacenada en un resorte. Relaciona las fuerzas no conservativas y el teorema del trabajo y la energía cinética, y finaliza con el concepto de potencia. No trata el tema de máquinas simples. |
| Fundamentos de Física.<br>Frank J. Blatt, tercera edición, Editorial Prentice Hall<br>Año: 1991. | En el capítulo 5 plantea el trabajo de manera operativa y en lenguaje matemático $\Delta W = F\Delta scos\theta$ , que ilustra con ejemplos y ejercicios numéricos. Introduce la energía cinética asociada al teorema del trabajo – energía. Desarrolla el concepto de energía potencial asociado a fuerzas conservativas, donde hace alusión a las fuerzas asociadas a un resorte, para finalmente definir tanto la energía potencial como la energía potencial del resorte con ecuaciones. Muestra el principio de conservación de la energía mecánica, con variados ejemplos. La potencia se construye de manera operativa, pero no trata las máquinas simples. |
| Conceptos de Física.<br>Paul G. Hewitt.<br>5ª. edición del inglés<br>Limusa Noriega Editores<br>Año: 2001. | En el capítulo 6 muestra el trabajo como una forma de transformación de la energía que se mide como el producto de la fuerza y la distancia que se mueve el objeto, $W = Fd$, e inmediatamente define potencia como trabajo/tiempo. Conceptualiza la energía potencial, diciendo que un cuerpo puede almacenar energía en virtud de su posición, y que esa energía se mide como peso por altura, mientras que conceptualiza la energía cinética como energía de movimiento, igual a $1/2mv^2$. Muestra la conservación de la energía como “la energía no se puede crear o destruir; puede transformarse de una forma a otra, pero la cantidad de energía nunca cambia”, y muestra las máquinas como una aplicación de la conservación de la energía. Llama la |

| | |
|---|---|
| | atención que no hay ejercicios numéricos. |
| Física mecánica y termodinámica. Alonso y Rojo. Addison-Wesley. México D.F. Año: 1986. | Desarrolla los conceptos de trabajo, energía y potencia en los capítulos 15, 16, 17 y 18. En el capítulo 15 presenta el trabajo de una fuerza, de manera operativa $W = F.\Delta X$ y desarrolla el caso de una fuerza que no es constante, para lo cual introduce el análisis de gráfica de F versus X. muestra diferentes ejemplos. La potencia de un mecanismo la define como igual al trabajo efectuado por unidad de tiempo. La energía cinética la define a partir de la ecuación $1/2mv^2$ y relaciona la variación de la energía cinética de un cuerpo, al trabajo realizado sobre el cuerpo. En el capítulo 16, presenta la energía potencial como $W = mgH$, e igual al trabajo de la fuerza de gravedad. Muestra el concepto de trabajo con variados ejemplos y expresa el trabajo hecho por el peso a la variación de la energía potencial. Finalmente, muestra el principio de conservación de la energía mecánica con diversos ejemplos, pero no trata el tema de máquinas simples. |
| Física Fundamental 1. Michel Valero. Editorial Norma. Bogotá. Año: 1986. | En la unidad once se presentan los conceptos de trabajo, potencia y energía. El concepto trabajo lo desarrolla precisando matemáticamente como el trabajo realizado por una fuerza constante paralela al desplazamiento, trabajo realizado por una fuerza constante oblicua al desplazamiento y el trabajo realizado por una fuerza variable. La potencia se presenta de manera operativa. Menciona las máquinas, al definir el concepto de rendimiento como la razón entre el trabajo útil al trabajo comunicado a la máquina. Define los conceptos de energía cinética y energía potencial a las cantidades $mv^2/2$ y $mgh$. Presenta la energía potencial elástica como la cantidad $kx^2/2$ y para cada una de ellas relaciona el trabajo con la variación de las energías. Se construye la conservación de la energía mecánica, aduciendo fuerzas conservativas. Presenta numerosos ejercicios. |
| Galaxia Física 10 Villegas M, Ramírez R. Editorial Voluntad. Bogotá. Año: 1998. | En el proyecto 9, se presentan los conceptos de trabajo y energía. Presenta el trabajo de forma operacional como $T = (Fcos\emptyset)\Delta X$ y da ejemplos de casos en los cuales, físicamente, no se realiza trabajo, pero no explica por qué nos cansamos. Finaliza con el análisis de la gráfica de F contra X, muestra la potencia como la razón entre el trabajo y el tiempo. Induce la energía como la capacidad que tiene todo cuerpo para realizar un trabajo, y enumera diferentes tipos de energía. La energía cinética la define como la capacidad que tiene un cuerpo de masa m de realizar un trabajo en virtud de la velocidad v que posee, que expresa matemáticamente $E_c = \frac{mv^2}{2}$. La energía potencial la muestra como que todo cuerpo al estar a una altura h respecto a un nivel dado, posee una energía potencial gravitacional igual a $E_p = mgh$. Y la energía potencial elástica la presenta a partir del trabajo en el |

| | |
|---|---|
| | sistema masa-resorte que se mide por la expresión $E_p = kx^2/2$. La conservación de la energía la presenta a partir de diversos ejemplos donde analiza que entre dos estados diferentes se conservan las cantidades numéricas. No trata las máquinas simples. |
| Física Conceptual. Paul G. Hewit. Pearson, Addison Wesley. Mexico. Año: 1999. | En el capítulo 8, desarrolla los conceptos de trabajo, potencia, energía mecánica, energía potencial, energía cinética, conservación de la energía y máquinas simples de manera muy conceptual. No presenta ejercicios numéricos, sino que se apoya en ilustraciones, de manera muy similar al otro libro del mismo autor que se relacionó anteriormente en ésta revisión bibliográfica. |
| Lectures on physics. Volumen I mecánica, radiación y calor Richard P. Feynman. Fondo educativo interamericano, S.A. Año: 1971. | En los capítulos 4, 13 y 14, desarrolla los elementos conceptuales sobre conservación de la energía, trabajo y energía potencial. En el capítulo 4, da a conocer su pensamiento sobre una ley que gobierna todos los fenómenos naturales conocidos hasta la fecha (la conservación de la energía), mediante una analogía de bloques. Lo esencial es que cuando se está calculando la energía, ella presenta un gran número de formas diferentes, que son calculables, pero que siempre resulta ser constante. Presenta la energía potencial gravitacional para un objeto como el producto del peso por la altura y el cambio en la energía lo muestra como el producto de la fuerza por la distancia en que la fuerza actúa. Analiza el problema del péndulo. En el capítulo 13, las ideas expuestas van desde el análisis de un cuerpo que cae hasta la conservación de la energía y el trabajo realizado por la gravedad. En el capítulo 14 define el trabajo efectuado por una fuerza, como la integral de línea de F escalar ds. $\int \boldsymbol{F}.\boldsymbol{ds}$, y describe su significado y las consecuencias. Analiza el comportamiento de las fuerzas conservativas y no conservativas. |

En términos muy generales, estos libros introducen los conceptos y los individualizan. Hacen énfasis en el concepto de trabajo y lo definen operativamente. Tratan de enfatizar que no se hace trabajo sosteniendo con las manos algo en el aire, pero no explican por qué nos cansamos. Presentan ejercicios en cada temática. Agregan el concepto de la energía mecánica, presentan el concepto de potencia y las diferentes formas de energía con su definición, en algunos casos, con gráficas. Presentan, además, la energía cinética y la energía potencial: gravitatoria y elástica. Muestran la conservación de la energía, pero la relacionan a fuerzas conservativas, mientras que las fuerzas no conservativas son relacionadas con la degradación de la energía. La mayoría inician con trabajo, para explicar luego la energía, con las excepciones notables del libro de Michael Valero y Feynman, que

invierten este orden. Su enfoque es muy teórico, y les faltan actividades de laboratorio para su desarrollo conceptual.

## 3.3 Estándares del Ministerio de Educación Nacional (M.E.N)

Los estándares en ciencias naturales del M.E.N. plantean el estudio de las transformaciones de la energía mecánica para los grados décimo y once de educación media. En los lineamientos curriculares del M.E.N., el principio de conservación de la energía es considerado como principio integrador de las leyes físicas, que puede ser aplicado a todo tipo de situación. Con él se asume que los estudiantes alcanzan el último nivel de los procesos de pensamiento y acción. En cuanto a los conocimientos previos que se adquieren en los grados anteriores (de 6º a 9º), se destacan: la relación energía y movimiento, las relaciones entre distancia recorrida, velocidad y fuerza involucrada en diversos tipos de movimiento, las relaciones entre energía interna de un sistema termodinámico, trabajo y transferencia de energía térmica, enfatizando en ser expresadas matemáticamente.

# 4. Propuesta didáctica

## 4.1 Marco conceptual

Actualmente, la enseñanza tradicional no es nada atractiva para los estudiantes, lo que se refleja en un bajo rendimiento académico y desempeños igualmente bajos en competencias interpretativas, argumentativas y propositivas. Los estudiantes de hoy día son menos lectores, menos dados a leer de los libros y más inclinados a lo visual. Por ello, se desea realizar una propuesta didáctica en la que los desarrollos metodológicos se centren en la enseñanza activa, a los cuales se les conoce como aprendizaje activo (*active learning*), que es una manera diferente de posibilitar que los alumnos construyan sus conceptos mediante contrastación con observaciones y experimentaciones directas del mundo físico.

La idea principal del aprendizaje activo es que los estudiantes construyan sus conceptos en el intento de aplicarlos para la explicación o la predicción de fenómenos. Los estudiantes suelen ser confrontados con situaciones problema o experimentos demostrativos que enfaticen sobre algún concepto. En una experiencia típica, se les pide que predigan lo que va a suceder con cierto montaje. Luego, se les muestra lo que en verdad sucede, y se les pide que reevalúen sus conceptos a la luz del resultado que han observado empíricamente. Este contraste entre las ideas previas y el experimento suele aportar la disonancia necesaria para poner en tela de juicio las ideas previas y, con base en la discusión, generar ideas correctas. Las actividades de predecir y construir modelos mentales del fenómeno, presentes en el aprendizaje activo, son parte esencial de la ciencia, y en consecuencia el aprendizaje activo ayuda a familiarizarse con ellas.

El aprendizaje activo involucra a los estudiantes para que construyan los conceptos, basados en presentación de modelos y experimentos llevados a cabo por ellos mismos. Los estudiantes pueden ayudar a crear la experiencia de aprendizaje, se pueden aventurar en descubrimientos no previstos y, a menudo, el profesor aprende conjuntamente con ellos. Paralelamente, la discusión constante de las explicaciones propuestas enseña a concluir con lógica y a identificar cuándo un razonamiento es correcto y cuándo no. En efecto, la forma como llegan los jóvenes a la respuesta es tan importante como la respuesta misma. Finalmente, el aprendizaje activo despierta la expectativa de los jóvenes por aprender. La palabra clave es involucrarse. Si cada uno se involucra activamente todos aprenderán. El centro del aprendizaje es el estudiante. De esta forma, el aprendizaje activo forma estudiantes participativos y comprometidos en su proceso de aprendizaje, que razonan correctamente y que se sienten motivados para aprender.

Para mostrar los fenómenos se pueden utilizar, no solo experimentos, sino también actividades apoyadas en las nuevas tecnologías de la información y la comunicación. Así los estudiantes pueden verse confrontados por simulaciones de los fenómenos de interés que les permitan variar las magnitudes físicas involucradas, o mediante la presentación de videos disponibles en Internet que evidencien de manera visual el fenómeno que se desea modelar. Estos medios visuales son mucho más fáciles de captar por los estudiantes que las ecuaciones que el maestro desarrolla en el tablero.

Este proceso es orientado y enfocado en la participación, es relacional. El estudiante está en relación directa con sus compañeros y con el tema planteado, así que el término “aprendizaje cooperativo” cubre el subconjunto de actividades de aprendizaje activo que los estudiantes hacen como grupos de tres o más, en lugar de solos o en parejas. En general, las técnicas de aprendizaje cooperativo emplean una estructura formal con grupos de estudiantes asignados a tareas, tanto individuales como grupales y con roles a desempeñar dentro del grupo.

## 4.2 El perfil del estudiante y de la institución

El proyecto INEM "Francisco de Paula Santander", ubicado en el barrio Ciudad Kennedy, de Bogotá, inicio labores el 6 de abril de 1970. En 1976 la administración del INEM pasó directamente al Ministerio de Educación Nacional, bajo la responsabilidad de la División de Enseñanza Media Diversificada, y a partir de 1992 este INEM fue adscrito a la Secretaria de Educación del Distrito Capital de Bogotá, junto con los demás planteles nacionales de la capital del País. Actualmente funcionan en el territorio nacional veintidós (22) institutos de esa naturaleza, dos (2) de los cuales están situados en Bogotá y el resto en las diferentes capitales del país. El INEM "Francisco de Paula Santander" en sus seis lustros de existencia y servicio a la comunidad, a partir de 1974, ha entregado a la sociedad colombiana promociones de bachilleres, con un promedio de setecientos (700) por cada año.[4]

Esta institución es de las más grandes en América Latina. De igual manera es la única en Colombia que mantiene el carácter de diversificado, ofertando modalidades de formación como: ciencias y matemáticas, química industrial, gestión ambiental, salud, contabilidad y finanzas, electricidad y electrónica, metalmecánica, mecánica automotriz, diseño industrial, humanidades, educación física. Por esta razón, su currículo presenta grandes campos de formación, desde lo humanístico, científico tecnológico, ambiental, artístico y hasta lo administrativo. Así, la I. E. D INEM “Francisco de Paula Santander” es una comunidad educativa que garantiza un proceso de formación integral (Art 1 Ley 115)[5] con el objetivo de permitir al estudiante la oportunidad de ingresar a estudios superiores y/o al mundo del trabajo.

La institución tiene como misión estimular el desarrollo de talentos, fortalece el interés de la comunidad por el desarrollo científico, tecnológico y social con un enfoque diversificado y contribuye a lograr una sociedad justa, pluralista, participativa y democrática. La visión de la institución es “promocionar ciudadanos integrales, con una visión holística del mundo; líderes con capacidad de enfrentar retos de su generación,

[4] Proyecto Educativo Institucional. P.E.I. Avances 2008-2010.
[5] Este artículo contenido en la Ley General de Educación, establece los fines y objetivos de la educación colombiana.

capaces de contribuir a implementar la sociedad propuesta en nuestra Constitución Nacional". El estudiante de la institución pertenece a los estratos 1, 2 y 3, y habita mayoritariamente en la localidad octava de Ciudad Kennedy. El proyecto de la Institución hace énfasis en la formación en valores para el desarrollo humano, y el P.E.I. es "Construcción y fomento permanente de valores para el desarrollo humano". Los valores que se destacan en el P.E.I. y que hacen parte del perfil que se busca en el estudiante son: "autonomía, honestidad, libertad, lealtad, solidaridad, respeto, tolerancia, justicia, paz, responsabilidad, fraternidad, corresponsabilidad y alteridad".

El interés de los estudiantes hacia la física cambia dependiendo de la modalidad. Es así que en las modalidades del departamento de ciencias: ciencias y matemáticas, química industrial y gestión ambiental, los estudiantes muestran una mayor motivación por la asignatura de física, que no se evidencia en los estudiantes de otras modalidades, como ejemplo humanidades. El colegio cuenta con laboratorios, pero muchos de ellos evidencian desgaste, y no han sido actualizados. De hecho, no se cuenta con un aula especializada para el laboratorio de física. Las salas de cómputo están bien dotadas. La física en el colegio se encuentra semestralizada: en el primer semestre se ve física y química, y en el segundo, matemáticas. La física en la modalidad de ciencias y matemáticas tiene una intensidad semanal de ocho horas, que se reduce a seis para las otras modalidades.

## 4.3 Metodología

El proceso de aprendizaje y experimentación de los conceptos en esta propuesta didáctica se desarrolló de la siguiente manera:

1. Se aplicó un instrumento de medición (Pre-test- Post-test), que se adjunta en el anexo A de este trabajo. El test consta de 20 preguntas de selección múltiple con 4 opciones de respuesta: 16 de estas preguntas fueron construidas por el autor y cuatro fueron tomadas del examen de estado ICFES.

2. Se desarrollaron las temáticas relacionadas con el trabajo y la energía, en doce sesiones de 120 minutos, descritas en el anexo B. Durante estas sesiones se realizaron presentaciones con la herramienta “PowerPoint” y se incrustaron videos tomados de YouTube sobre los temas tratados para complementar la información.
3. Se resolvieron ejercicios que aclaraban los conceptos propuestos. Estos ejercicios eran de tipo conceptual y algebraico, en los cuales los estudiantes tenían que deducir información a partir de situaciones dadas y plantear ecuaciones. Se realizaron algunos ejercicios de tipo numérico.
4. Se hicieron dos prácticas de laboratorio en las que se medían variaciones de energía cinética y potencial empleando un plano inclinado, colocado sobre una mesa a una altura determinada. Se hicieron predicciones en grupos pequeños, pero el desarrollo de la experiencia fue colectivo (en el grupo total). En el otro laboratorio se realizó una experiencia con resorte para observar la energía potencial elástica y predecir velocidades a partir de la ley de conservación de la energía.
5. Se construyeron máquinas con poleas a partir de la exposición de máquinas simples.
6. Al cabo de once sesiones, en la doceava sesión de trabajo, se aplicó el mismo instrumento de medición como post-test.
7. Se analizaron los resultados del pre-test y del post-test para inferir conclusiones frente a la propuesta didáctica y a la adquisición de los conceptos.

## 4.4 Diseño de la unidad didáctica

**Tabla 4-1:** Ficha diseño unidad didáctica

| |
|---|
| Temática: trabajo y energía mecánica |
| Tiempo previsto: 12 sesiones. |
| Sesión: 120 minutos |
| Grado: 11-13 modalidad ciencias y matemáticas |
| Lugar: Ciencias Naturales – Física. |
| Edad estudiante: promedio 15 -17 años. |

El diseño de la propuesta se realizó en doce diferentes sesiones de 2 horas de clase cada una, para un total de 24 horas de clase de 60 minutos.

**En la primera sesión** se aplicó un pre-test con el fin de detectar las ideas previas que manejan los estudiantes acerca de trabajo, energía, potencia y máquinas simples.

**Foto 1:** 1ª Sesión, Presentación del pre-test

**Foto 2:** 1ª Sesión, Presentación del pre-test

**En la segunda sesión**, el objetivo fue hacer un repaso cualitativo sobre los conceptos de aceleración, fuerza y movimiento. Se proyectaron algunos apartes del video "Física en la ISS", *(*www.youtube.com/watch?v=Ipwxd-69od8*)* con el que se introdujeron las siguientes ideas:

- Las cosas se siguen moviendo solas, si nadie las altera (1ª. Ley de Newton).
- Fuerza = los jalones o empujones que cambian el movimiento: aceleran, frenan o desvían (2ª. Ley de Newton).
- Sentimos la fuerza: (manos y piel).
- Acción y Reacción: las fuerzas entre dos cuerpos son de la misma intensidad. (3a. Ley de Newton)
- Yo empujo para que me empujen. ¿Qué es el impulso?
- ¿Por qué un cuerpo se desvía más que otro? R= masa
- Fuerzas de contacto (Normal, Fricción, Tensión)

- Fuerzas a distancia (Peso).
- ¿Quién la hace y de qué tipo es la fuerza? Diagramas de fuerza y varios ejemplos.

**Foto 3:** 2ª Sesión, se realiza un repaso cualitativo de los conceptos aceleración fuerza y movimiento.

**Foto 4:** 2ª Sesión, se realiza un repaso cualitativo de los conceptos aceleración fuerza y movimiento.

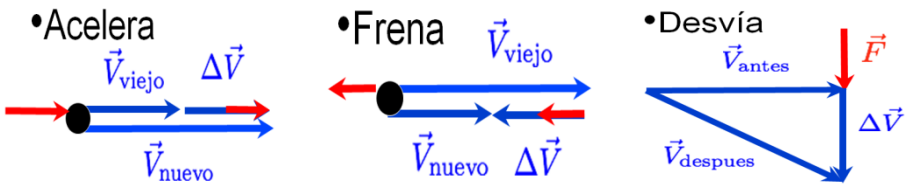
Las ideas que se debían afianzar son: Para que un cuerpo que está quieto se empiece a mover, hay que empujarlo; pero cuando ya se está moviendo, no hay necesidad de empujarlo para que se siga moviendo. Supóngase una muchacha en patines a quien se le da un empujón. Si ningún obstáculo la frenara, la muchacha se seguiría moviendo. Si ella se frena, es porque algo la detiene, ese algo es la fuerza de fricción. En otros ejemplos, se evidenció que si un objeto está quieto, éste seguirá quieto y si se está moviendo, éste se sigue moviendo, se vieron en el video de física en la ISS *(*www.youtube.com/watch?v=Ipwxd-69od8*)*. Con esas conclusiones se estableció el postulado de la primera ley de Newton (1ª. ley de Newton).

Otras ideas que se desarrollaron fueron:

- Las fuerzas son los empujones o jalones que pueden cambiar el movimiento de un cuerpo. Hay tres maneras de cambiar el movimiento: acelerar un cuerpo, frenar un

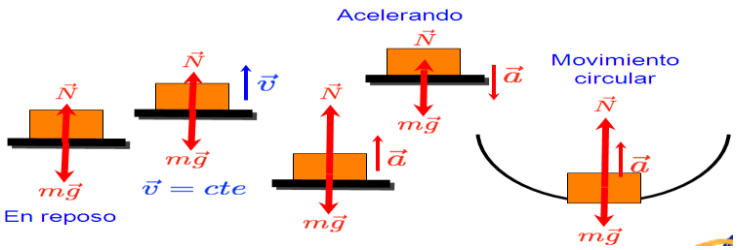
cuerpo y desviar un cuerpo, como en la figura 4-1. El cambio en la velocidad es $\Delta\vec{V}\ \alpha\ \vec{F}\ \Delta t$.

**Figura 4-1:** Cambios en el movimiento, debidos a una fuerza. (Fuente: presentaciones clase enseñanza de la mecánica profesor Muñoz D)




- Si se conoce la velocidad de un cuerpo, se puede predecir la siguiente posición. Y si se conoce el valor de la fuerza, se puede predecir la velocidad del cuerpo.
- Si yo empujo un cuerpo, él me empuja, esto se vio en el video física en la ISS (www.youtube.com/watch?v=Ipwxd-69od8).
- Si se aplican fuerzas iguales a cuerpos, entonces ¿porque unos cuerpos cambian más que otros? La respuesta está en la masa, así que en la expresión anterior $\Delta\vec{V} = \vec{F}\,\Delta t/m$ se llega a la segunda ley de Newton.
- Yo empujo las cosas para que las cosas me empujen y cambien mi movimiento; por ejemplo: caminar, saltar, empujar la varilla del bus.
- Las fuerzas son de dos tipos: de contacto y acción a distancia. La fuerza normal es la componente perpendicular de la fuerza de contacto y la fuerza de rozamiento es la componente paralela de la fuerza de contacto.
- Nuestras manos están llenas de sensores que nos permiten medir las fuerzas de contacto.
- La fuerza normal es diferente en cada situación, como se muestra en el siguiente diagrama en la figura 4-2.

**Figura 4-2:** Efectos de la fuerza normal. (Fuente: presentaciones clase enseñanza de la mecánica profesor Muñoz D)




- La fuerza de gravedad o peso es una fuerza de acción a distancia entre todos los cuerpos que tienen masa. Como yo tengo masa y La Tierra tiene masa, la Tierra me hace fuerza igual a la que yo le hago a La tierra. La cuestión es que la tierra tiene mucha masa y por eso mi fuerza casi no cambia su movimiento. En cambio yo tengo menos masa y la fuerza que me hace la Tierra es muy importante.

**En la tercera sesión** se presentó el concepto de trabajo de forma cualitativa. El objetivo de esta sesión fue mostrar de manera cualitativa, mediante ejemplos variados, cuándo el trabajo es positivo, negativo o cero, a partir de definir el trabajo de forma visual e intuitiva, se mostraron variados ejemplos de manera visual. Además, se trató la cuestión de ¿Si no hacemos trabajo porque nos cansamos? Mediante el uso de videos encontrados en YouTube, video *(www.youtube.com*/watch?v=InIha7bCTjM*),* se explicó que los músculos hacen trabajo al contraerse, de ahí que se termine cansando el músculo de la persona que sostiene un peso durante un tiempo.

**En la cuarta sesión**: se presentó el trabajo y la energía cinética. (Teorema trabajo y la energía cinética). El objetivo en esta cuarta sesión fue deducir el teorema del trabajo y la energía cinética, definiendo energía cinética como la energía del movimiento que se puede evaluar como: $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ . Se mostró con diversos ejemplos que el teorema del trabajo y la energía es una manera más simple de resolver los problemas de dinámica.

**Foto 5:** 4ª sesión: presentando el teorema de trabajo y energía cinética.

**Foto 6:** 4ª sesión: explicando el teorema de trabajo y energía cinética.

**En la quinta sesión** se demostró que el trabajo de la fuerza de gravedad es $mg\Delta h$. El objetivo de la quinta sesión fue posibilitar la comprensión de que el trabajo de la fuerza de gravedad es siempre $mg\Delta h$. Esto se desarrolló paso a paso, a partir de un plano inclinado y construyendo planos sucesivos hasta llegar a una superficie curva.

**Foto 7:** 5ª sesión mostrando el video sobre la energía potencial

**Foto 8:** 5ª sesión mostrando el video sobre la energía potencial

**En la sexta sesión** se presentaron las fuerzas conservativas y no conservativas. El objetivo en esta sesión fue reconocer que hay fuerzas en donde el trabajo efectuado no depende de la trayectoria, y hay otras en las que el trabajo sí depende de ella.

**Foto 9:** 6ª sesión. Mostrando ejemplos de situaciones donde hay fuerzas conservativas y no conservativas.

**Foto 10:** 6ª sesión. Mostrando ejemplos de situaciones donde hay fuerzas conservativas y no conservativas.

**En la séptima sesión** se afianzó el concepto de energía potencial y el principio de conservación de la energía. El objetivo en esta séptima sesión fue definir la energía potencial gravitacional como $mgh$, y utilizar este resultado, junto con el teorema del trabajo y la energía cinética, para deducir el principio de conservación de la energía mecánica con fuerzas conservativas y no conservativas.

**Foto 11**: 7ª sesión elaborando ejercicios que implican la aplicación del principio de conservación de la energía.

**Foto 12:** 7ª sesión elaborando ejercicios que implican la aplicación del principio de conservación de la energía.

**En la octava sesión** se trabajó la energía potencial elástica. El objetivo en esta sesión fue definir y evaluar la energía potencial en los resortes, en que la fuerza es variable con la longitud, y utilizarla, junto con el principio de conservación de la energía mecánica para resolver problemas en los que estén involucrados resortes.

**Foto 13:** 8ª sesión. Se está presentando un video sobre la energía potencial elástica de un resorte, y se precisan ideas sobre el principio de conservación de la energía en los resortes.

**Foto 14:** 8ª sesión. Se está presentando un video sobre la energía potencial elástica de un resorte, y se precisan ideas sobre el principio de conservación de la energía en los resortes

**En la novena sesión** se mostraron los conceptos de máquinas simples y potencia. El objetivo de esta sesión fue revisar que hay dispositivos como las máquinas simples con los que se puede cambiar la fuerza, el desplazamiento o la velocidad, pero no se modifica el trabajo o la potencia.

**Foto 15:** 9ª sesión. Se está mostrando un video sobre las maquinas simples.

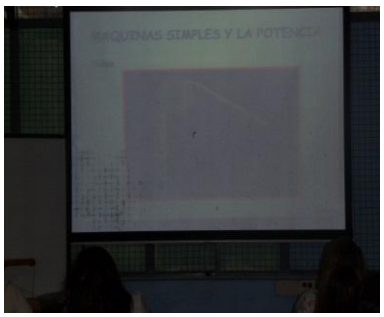


**Foto 16:** 9ª sesión. Se está mostrando un video sobre las maquinas simples.

**Foto 17:** 9ª sesión. Mediante un modelo construido por los alumnos, se muestra el funcionamiento de la polea.

**Foto 18:** 9ª sesión. Mediante un modelo construido por los alumnos, se muestra el funcionamiento de la polea.

**Las sesiones diez y once** se usaron para desarrollar algunas prácticas simples de laboratorio, con el propósito de que los estudiantes vivenciaran los conocimientos al ponerlos en práctica, al plantear algunas situaciones en las que se hicieron cálculos sobre las diferentes tipos de energía, con la metodología de aprender haciendo.

**Foto 19:** 10ª sesión trabajando la experiencia de cambios de energía cinética a potencial.

**Foto 20:** 10ª sesión trabajando la experiencia de cambios de energía cinética a potencial.

**Foto 21:** 10ª sesión tomando los datos de la actividad cambios de energía cinética a potencial.

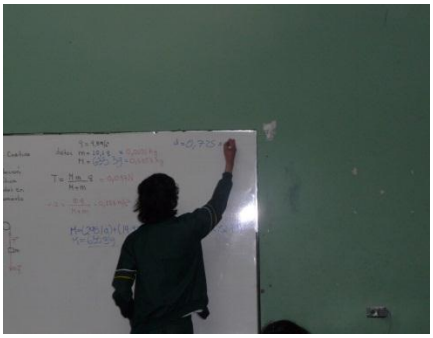


**Foto 22:** 10ª sesión tomando los datos de la actividad cambios de energía cinética a potencial.

**Foto 23:** 11ª sesión. Trabajando la energía potencial elástica de un resorte.

**Foto 24:** 11ª sesión. Trabajando la energía potencial elástica de un resorte.

**Foto 25:** 11ª sesión. Trabajando la energía potencial elástica de un resorte.

**Foto 26:** 11ª sesión. Explicando con el modelo de montaña rusa los cambios de energía potencial a cinética y su conservación.

**Foto 27:** 11ª sesión. Explicando con el modelo de montaña rusa los cambios de energía potencial a cinética y su conservación.

**Foto 28:** 11ª sesión. Explicando con el modelo de montaña rusa los cambios de energía potencial a cinética y su conservación.

Algunos estudiantes hicieron montajes experimentales para ilustrar las situaciones que querían modelar.

**Foto 29:** Algunos estudiantes están mostrando las máquinas simples que construyeron.

**Foto 30:** Algunos estudiantes están mostrando las maquinas simples que construyeron.

**En la sesión doce** se aplicó el post-test, cuyos resultados nos arrojaron luces sobre si la anterior propuesta pedagógica es acertada para enseñar los conceptos de trabajo, energía y potencia.

**Foto 31:** 12ª sesión aplicando el post-test

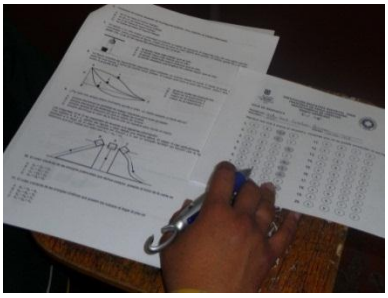


**Foto 32:** 12ª sesión aplicando el post-test

En los anexos A y B, se muestran detalladamente las diferentes actividades llevadas a cabo, con los ejemplos que presentan gráficamente las situaciones analizadas y la conceptualización.

# 5. Resultados

## 5.1 Marco de aplicación

La unidad didáctica se aplicó a estudiantes que están cursando el grado undécimo de la modalidad de ciencias y matemáticas. El grupo de estudiantes corresponde al grado 11-13 que reciben la asignatura de física en contra-jornada. Este grupo tiene en total 19 estudiantes, con edades que oscilan entre 15 a 17 años. El estudio socioeconómico de los estudiantes indica que pertenecen al estrato 2 y 3, de la localidad 8 de ciudad Kennedy, y que la mayoría tienen acceso a internet.

Para evaluar la unidad didáctica diseñada, se construyó un test de 20 preguntas (ver anexo A), con las siguientes orientaciones:

**Tabla 5-1:** Clasificaciones del test por grupo de ítems

| ÍTEMS | # DE LA PREGUNTA. |
|---|---|
| Indagar por el concepto de trabajo identificando relación fuerza y desplazamiento. | 1, 2, 3, 4, 6, 8 |
| Indagar por el concepto de potencia | 7 |
| Indagar por las variaciones de energía potencial y cinética | 10, 11, 12, 18, 19, 20 |
| Identificar los diferentes tipos energía: potencial y cinética que corresponden a la energía mecánica. | 13, 14, 15, 17 |
| Indagar por las implicaciones que tiene utilizar un plano inclinado como máquina simple. | 5, 9, 16 |

El test se utilizó en dos momentos diferentes. Primero como pre- test para revisar cómo se encuentran los estudiantes en la conceptualización de trabajo, potencia, las diferentes energías que constituyen la energía mecánica y la utilidad de las máquinas simples (plano inclinado). En un segundo momento como post-test que mide la efectividad de la unidad didáctica aplicada.

## 5.2 Resultados y análisis del pre-test frente al pos-test

En la tabla 5.2 presentada a continuación, se observa el porcentaje de aciertos obtenidos por los estudiantes del grupo 11-13 de la modalidad de ciencias y matemáticas en cada una de las 20 preguntas del pre-test y el pos-test.

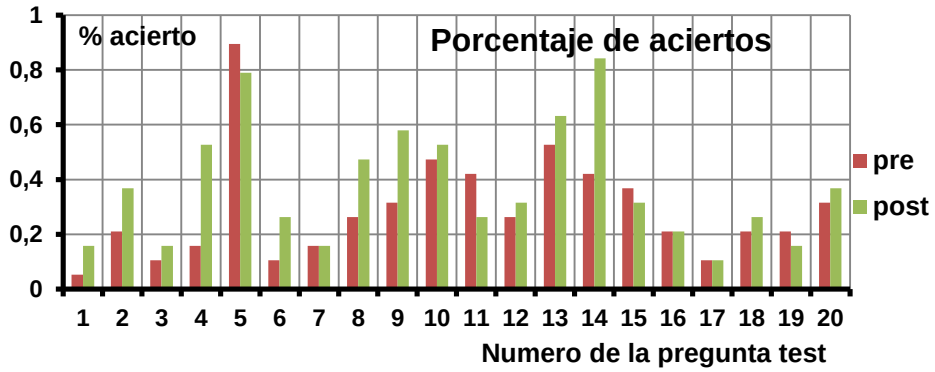
**Tabla 5-2:** Porcentajes de aciertos en cada pregunta pre-test y pos-test

| Pregunta | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Pre-test | 0,05 | 0,21 | 0,11 | 0,158 | 0,89 | 0,11 | 0,16 | 0,26 | 0,32 | 0,47 |
| Pos-test | 0,16 | 0,37 | 0,16 | 0,526 | 0,79 | 0,26 | 0,16 | 0,47 | 0,58 | 0,53 |

| Pregunta | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Pre-test | 0,42 | 0,26 | 0,53 | 0,421 | 0,37 | 0,21 | 0,11 | 0,21 | 0,21 | 0,32 |
| Pos test | 0,26 | 0,32 | 0,63 | 0,842 | 0,32 | 0,21 | 0,11 | 0,26 | 0,16 | 0,37 |

En la figura 5.1 se muestra el porcentaje de acierto que los estudiantes tuvieron al momento de aplicar el pre-test o la prueba diagnóstica. Después del desarrollo de la unidad didáctica que se implementó, se aplicó el pos-test cuyos resultados también podemos analizar en la misma figura.

**Figura 5-1:** Porcentajes de aciertos en cada pregunta en pre-test y pos-test.




En la gráfica se puede observar que, en general, hubo un progreso en el desempeño de los estudiantes en la mayoría de las preguntas de la prueba después de implementar la unidad didáctica. Sin embargo, al comparar los porcentajes de acierto, antes y después de la aplicación de la unidad didáctica en las preguntas 5, 11, 15 y 19 se aprecia que el porcentaje de acierto era más alto en el pre-test que en el pos-test, la explicación puede estar en que después del desarrollo de la unidad se generó confusión en las preguntas mencionadas, o que al ser una prueba de opción múltiple los estudiantes se fijan en una de las respuestas y contestan creyendo que es la opción correcta. En las demás preguntas, la gráfica muestra el progreso antes mencionado, en la cantidad de aciertos; por ejemplo, en la pregunta 14, que es una de las que muestran mayor progreso de pre-test a pos-test (de 42% a 84%), lo cual revela que los estudiantes identifican los factores que determinan cuánta energía potencial gravitacional tiene un cuerpo y la pregunta muestra un bajo grado de dificultad.

En el presente análisis se muestra la tendencia de las respuestas de los estudiantes y su progreso del pos-test frente al pre-test, una vez desarrollada la unidad didáctica propuesta para la adquisición de los conceptos básicos de trabajo, potencia, energía mecánica y máquinas simples.

Las gráficas siguientes muestran cómo respondieron los estudiantes para cada opción de respuesta posible del pre-test y del pos-test:

**Figura 5-2:** Respuestas Pregunta 1

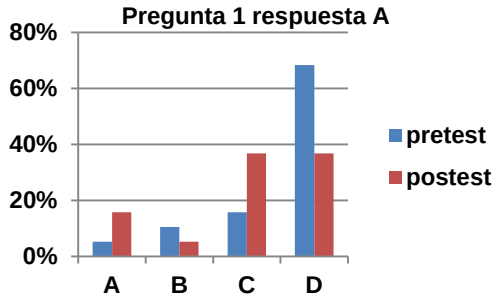
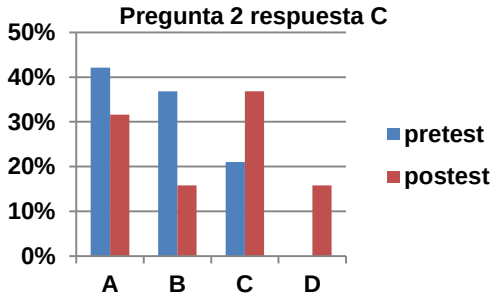



**Figura 5-3:** Respuestas Pregunta 2




Se observa que hay un leve progreso en la respuesta acertada en la pregunta 1, pero un porcentaje alto de estudiantes no identifican cuando es mayor el trabajo. Hay un alto porcentaje de dificultad en la pregunta. (Ver figura 5-1)

En la pregunta 2, los estudiantes mejoraron significativamente su acierto en la respuesta; pero se presenta un grupo grande de estudiantes que siguen sin identificar el concepto de trabajo (63%). Hay un alto grado de dificultad. El estudiante asocia el trabajo con el tiempo de la actividad pues piensa que es quien se demora más tiempo el que realiza más trabajo. Esta tendencia disminuye en el pos-test

**Figura 5-4:** Respuestas Pregunta 3

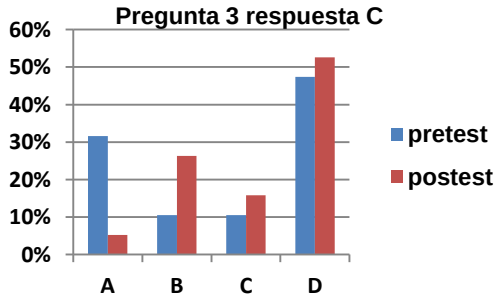
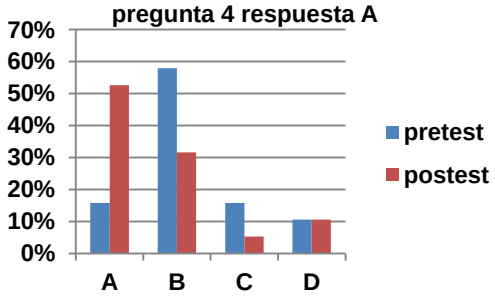



**Figura 5-5:** Respuestas Pregunta 4




En la pregunta 3 hay un leve progreso en el nivel de acierto pero se observa que la tendencia es a contestar la respuesta D. El estudiante no tiene claro que una fuerza que actúa perpendicular al desplazamiento da como resultado un trabajo nulo. El grado de dificultad de esta pregunta es alto como se observa en la figura 5-1.

En la pregunta 4 hay un progreso significativo en la respuesta acertada. Se presenta un grado de dificultad de 47%. Los estudiantes confunden la proyección en el dibujo que se les presenta y no tuvieron en cuenta que la fuerza $\vec{F}_2$ forma un ángulo con la horizontal.

**Figura 5-6:** Respuestas Pregunta 5

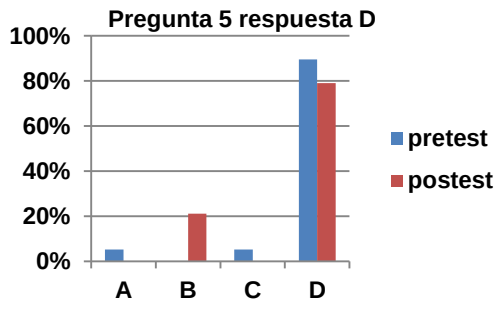
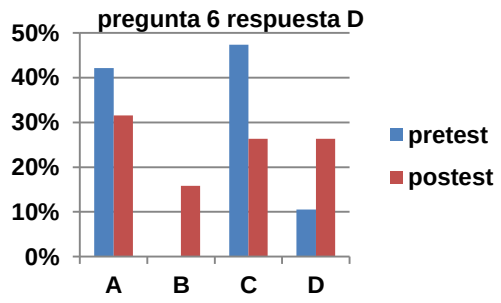



**Figura 5-7:** Respuestas Pregunta 6




En la pregunta 5: Se presenta una leve disminución en el nivel de acierto de la respuesta correcta, sin embargo las respuestas son acertadas en alto grado (pre-test 89% y pos-test 79%). En la respuesta no acertada del pos-test (21%), los estudiantes confunden que la fuerza es menor cuando la distancia a recorrer es menor, pues no conceptualizan el plano inclinado como una máquina simple, en la que la fuerza es menor pero la distancia a recorrer es mayor. El nivel de dificultad es bajo. (Ver figura 5-1).

En la pregunta 6 Hay progreso medio en la respuesta acertada. El nivel de dificultad es alto como se observa en la figura 5-1. El estudiante aún no conceptualiza el trabajo de la fuerza de gravedad como mgh, y el hecho de que la fuerza de gravedad es una fuerza conservativa, cuyo trabajo solo depende de las posiciones inicial y final independiente de la trayectoria seguida. Los estudiantes están confundiendo el concepto de fuerza con el de trabajo.

**Figura 5-8:** Respuestas Pregunta 7

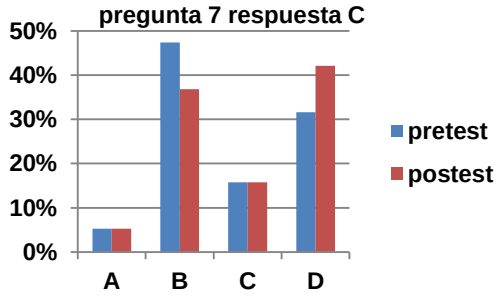
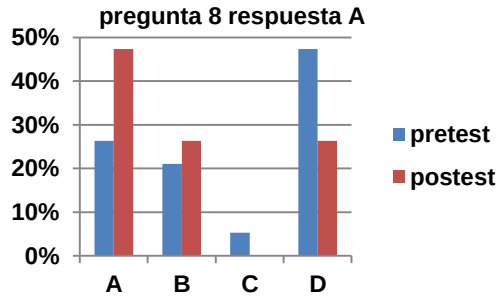



**Figura 5-9:** Respuestas Pregunta 8



En la pregunta 7 hubo un bajo nivel de acierto en la respuesta correcta y no se presentó progreso en el pos-test (16%). El grado de dificultad es alto como se observa en la figura 5-1. La tendencia en el pos-test es a contestar el ítem D. El estudiante no tiene claro cuando se habla de potencia, porque no asocio que aunque se hace el mismo trabajo, se tienen tiempos diferentes.

En la pregunta 8: se presenta un progreso en la respuesta acertada (47%) en el pos-test. Hay un grado de dificultad medio según la figura 5-1. El 53% de los estudiantes no tienen claro que la fuerza de gravedad es una fuerza conservativa y que el trabajo es independiente de la trayectoria seguida, por tanto el trabajo no depende de la trayectoria sino de los puntos inicial y final.

**Figura 5-10:** Respuestas Pregunta 9

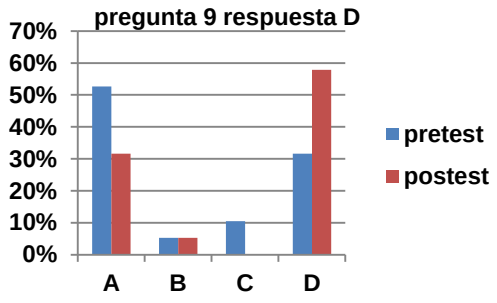
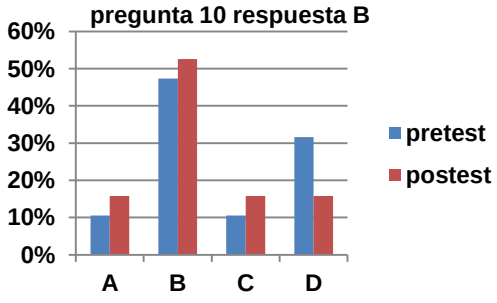



**Figura 5-11:** Respuestas Pregunta 10




En la pregunta 9 se presenta un progreso en el pos-test para la respuesta acertada. El grado de dificultad es de 42%. Indaga por la utilización de un plano inclinado como máquina simple y el estudiante muestra que hay una buena comprensión pero había mostrado dificultades en este concepto en la pregunta nº 5.

En la pregunta 10 hay un leve progreso en la respuesta acertada para el pos-test. Se nota buena comprensión del estudiante en el cálculo de la energía potencial gravitatoria. Hay un grado de dificultad del 47% como se observa de la figura 5-1.

**Figura 5-12:** Respuestas Pregunta 11

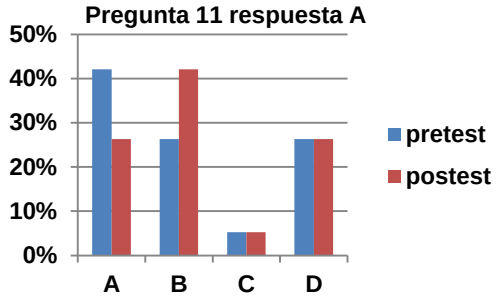
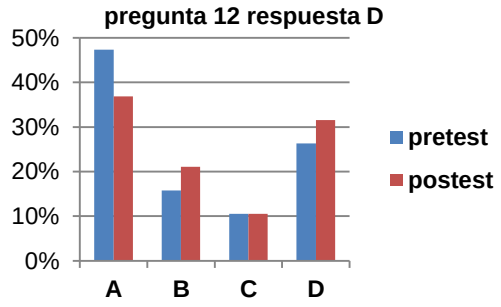



**Figura 5-13:** Respuestas Pregunta 12




En la pregunta 11 Los estudiantes no relacionan la energía cinética con la velocidad y la masa. Hay un retroceso alto en la respuesta acertada en el pos-test. No percibieron que las masas son diferentes, lo que en los estudiantes que tomaban la opción D es evidente. Alto grado de dificultad se aprecia de la gráfica 5-1.

En la pregunta 12 hay un leve progreso en el pos-test para la respuesta acertada. Se presenta un alto grado de dificultad. (Ver figura 5-1). Las respuestas dadas por los estudiantes muestran, que no tienen claro que la masa no influye en la caída de los cuerpos.

**Figura 5-14:** Respuestas Pregunta 13

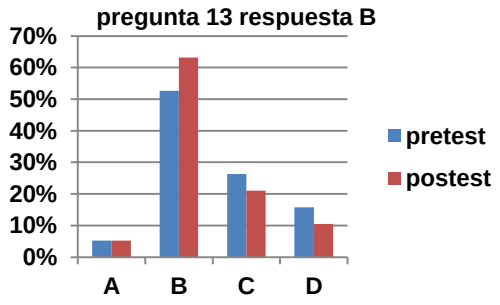
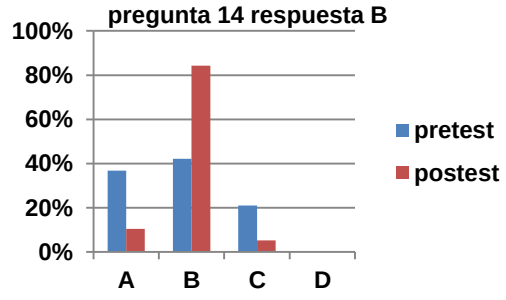



**Figura 5-15:** Respuestas Pregunta 14




En la pregunta 13 hay progreso en la respuesta acertada en el pos-test (63%). El grado de dificultad es bajo (37%) como se ve en la figura 5-1. La mayoría de los estudiantes operan haciendo cálculos de la energía cinética.

En la pregunta 14 se presentó un progreso significativo en la respuesta acertada en el pos-test. El grado de dificultad es bajo. El concepto de energía potencial gravitacional está claro para los estudiantes en su mayoría (84%).

**Figura 5-16:** Respuestas Pregunta 15

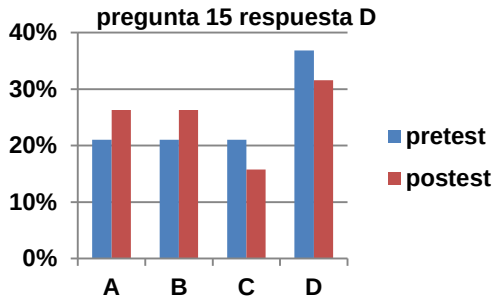
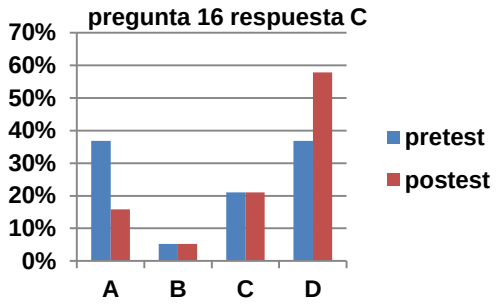



**Figura 5-17:** Respuestas Pregunta 16




En la pregunta 15 no hay progreso en la respuesta acertada del pos-test. El grado de dificultad es alto como lo indica la figura 5-1. No se tiene una conceptualización fuerte sobre la energía potencial elástica, porque de las respuestas dadas por los estudiantes así se deduce.

En la pregunta 16 no hubo progreso en la respuesta acertada del pos-test (21%). El grado de dificultad es alto como se ve en la figura 5-1. La idea es reconocer que la polea fija es una máquina simple, que modifica la dirección de la fuerza aplicada, junto con el plano inclinado que es otra máquina simple, en la que dependiendo de la inclinación del plano la fuerza es mayor o menor.

**Figura 5-18:** Respuestas Pregunta 17

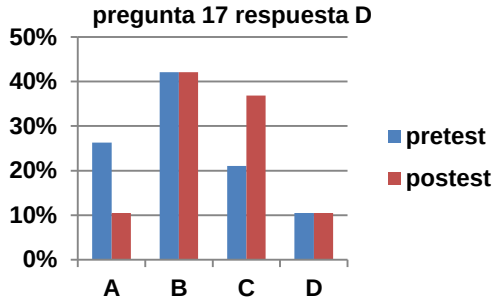
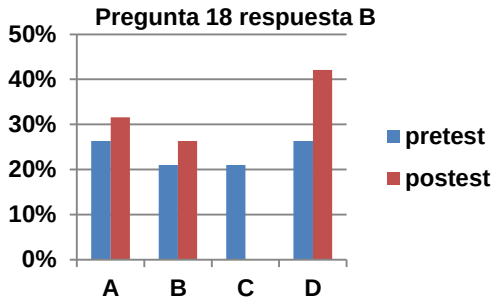



**Figura 5-19:** Respuestas Pregunta 18




En la pregunta 17 no hay progreso en el pos-test para la respuesta acertada. El grado de dificultad es alto (89%), (ver figura 5-1). El estudiante suma inductivamente el trabajo de 1 a 4 cubos cuando debía hacerlo de 1 a 3.

En la pregunta 18 hay un ligero progreso en el nivel de acierto en el pos-test. El grado de dificultad es alto como lo muestra la figura 5-1. Se pretende examinar la claridad conceptual sobre la energía mecánica como la suma de la energía cinética y la energía potencial gravitatoria y la importancia del nivel de referencia para medir la energía potencial gravitatoria, al interpretar la información dada por la figura.

**Figura 5-20:** Respuestas Pregunta 19

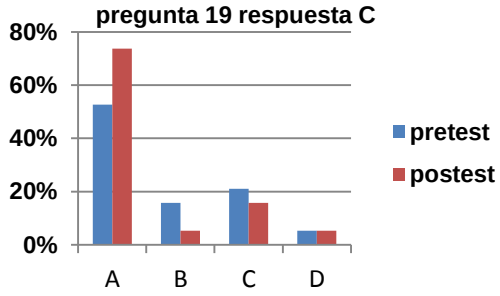
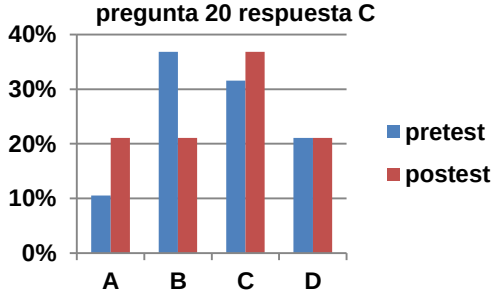



**Figura 5-21:** Respuestas Pregunta 20




En la pregunta 19 baja el nivel de acierto en el pos-test para la respuesta correcta. (Ver figura 5-1). Su grado de dificultad es alto. Los estudiantes no realizan la descripción cualitativa del cambio de la energía cinética en cada uno de los diferentes intervalos que muestra la gráfica, no hay interpretación de gráficas.

En la pregunta 20 Hubo un ligero progreso en la respuesta acertada en el pos-test. Grado de dificultad de 63% como se ve en la figura 5-1. No se tiene claro el concepto de

principio de conservación de la energía mecánica cuando no hay rozamiento, en donde la energía mecánica permanece constante.

## 5.3 Análisis estadístico

Para poner a prueba, la propuesta didáctica se implementó con el grupo 11-13 de la I.E.D INEM “Francisco de Paula Santander”, un diseño pre-experimental con pre-test y post-test. El test empleado es un conjunto de veinte preguntas que exploran los conceptos de trabajo, potencia, fuerzas conservativas, energía cinética y energía potencial, utilizando, entre otras, situaciones relacionadas con máquinas simples (ver anexo A). El número de estudiantes que respondieron las dos aplicaciones del test fue de 19 estudiantes.

El diagrama de cajas y los descriptores de las distribuciones del pre-test y el post-test se muestran en la figura 5-22 y la tabla 5-3. Se observa que los puntajes medio, máximo y mínimo aumentan en 1, 1,5 y 2 unidades, respectivamente, pero manteniendo la desviación estándar prácticamente igual. Aunque la mejora de estos descriptores es pequeña, el diagrama de cajas muestra que 18 de los 19 estudiantes obtienen en el post-test puntajes superiores a la mediana del pre-test, evidenciando lo que muy seguramente es una mejora significativa.

**Figura 5-22:** Diagrama de cajas del pre-test y el post-test

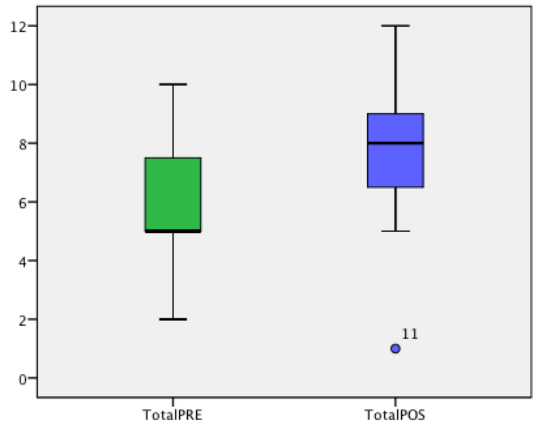


**Tabla 5-3:** Descriptores básicos para el pre-test y el post-test

**Resúmenes de casos**

| | TotalPRE | TotalPOS |
|---|---|---|
| Mínimo | 2 | 1 |
| Máximo | 10 | 12 |
| Media | 6,11 | 7,68 |
| Desv. típ. | 2,105 | 2,562 |

**Figura 5-23:** Histogramas de los puntajes obtenidos en el pre-test

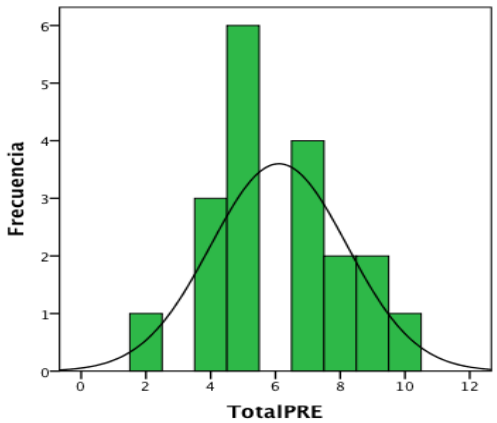
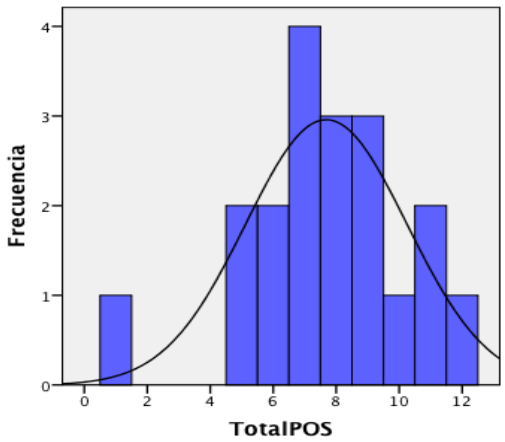



**Figura 5-24:** Histogramas de los puntajes obtenidos en el post-test




Las figuras 5-23 y 5-24 nos muestran los histogramas de los puntajes obtenidos por los estudiantes en el pre-test y en post-test. Aquí es más claro que la mayoría de los estudiantes ha mejorado sus puntajes. Las distribuciones parecen ser normales. En

efecto, al correr la prueba de Shapiro-Wilk (que es la adecuada para menos de 50 datos) se obtienen niveles de significancia superiores a 0,05 (ver tabla 5-4).

**Tabla 5-4:** Pruebas de normalidad para las distribuciones de puntajes en el pre-test y el post-test. Se observa que, de acuerdo con la prueba de Shapiro-Wilk, las distribuciones son normales.

**Pruebas de normalidad**

| | Kolmogorov-Smirnov[a] | | | Shapiro-Wilk | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Estadístico | gl | Sig. | Estadístico | gl | Sig. |
| TotalPRE | ,227 | 19 | ,011 | ,945 | 19 | ,318 |
| TotalPOS | ,132 | 19 | ,200* | ,953 | 19 | ,449 |

*. Este es un límite inferior de la significación verdadera.
a. Corrección de la significación de Lilliefors

Como las distribuciones son gaussianas, podemos aplicar t de Student para determinar si hay una diferencia significativa. La prueba (tabla 5-5) arroja un valor de t de -2,34, que corresponde a un nivel de significancia del 3%. Esto nos indica que efectivamente hay una diferencia estadísticamente significativa entre el pre-test y el post-test, y que los estudiantes han aprendido significativamente con la aplicación de la unidad didáctica que construimos.

**Tabla 5-5:** Resultado de la prueba de contraste de t de Student.

**Prueba de muestras relacionadas**

| | | Diferencias relacionadas | | | | | t | gl | Sig. (bilateral) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Media | Desviación típ. | Error típ. de la media | 95% Intervalo de confianza para la diferencia | | | | |
| | | | | | Inferior | Superior | | | |
| Par 1 | TotalPRE - TotalPOS | -1,579 | 2,931 | ,672 | -2,992 | -,166 | -2,348 | 18 | ,030 |

# 6. Conclusiones y recomendaciones

Con este trabajo se diseñó e implementó una unidad didáctica de 12 sesiones para la enseñanza de los conceptos de trabajo, energía y potencia. La temática propuesta hace énfasis en la comprensión cualitativa del concepto, más que en la solución numérica. El concepto de trabajo se expresa de manera cualitativa como la proyección de la fuerza en el desplazamiento de un cuerpo, y las definiciones formales de trabajo y energía cinética se obtienen a partir de la deducción del teorema del trabajo y la energía, basados en resultados de la cinemática del movimiento uniformemente acelerado. Esta estrategia resulta ser más fácil de comprender, pues construye, a partir de conocimientos ya aprehendidos, y evidencia su utilidad para la solución de problemas. La metodología de trabajo se basa en la didáctica del aprendizaje activo, que plantea una situación problemica para que los estudiantes la modelen y confronten sus predicciones con lo que sucede en realidad. Para ello nos apoyamos tanto en montajes, como en videos demostrativos y en presentaciones en PowerPoint.

La propuesta se implementó con el grupo 11-13 de grado undécimo de la I.E.D. INEM "Francisco de Paula Santander". Cualitativamente, los estudiantes manifiestan agrado y motivación por las presentaciones en PowerPoint y video para salirse de lo cotidiano. Cuantitativamente, el desempeño de la unidad fue puesto a prueba en un diseño pre-experimental con pre-test y post-test. Para ello, se empleó una prueba cerrada de 20 preguntas de selección múltiple con única respuesta, diseñada para tal fin. El análisis estadístico de los resultados muestra una diferencia estadísticamente significativa entre el pre-test y el post-test. De hecho, 18 de los 19 estudiantes obtienen en el post-test puntajes superiores al puntaje de la mediana en el pre-test, y la prueba t de Student arroja un valor de t= -2,34 entre las dos pruebas. Esto nos lleva a concluir que los estudiantes sí aprendieron con esta propuesta.

No obstante, los puntajes totales en el post-test siguen siendo bajos, a pesar de que la participación en clase evidenciaba una construcción correcta de los conceptos. Una de las posibles causas de esta disparidad es que algunas preguntas son numéricas o de despeje, y requieren por lo tanto habilidades algebraicas que son parte del proceso de construcción del conocimiento de los estudiantes y que deben ser construidas durante el proceso de aprendizaje en la básica secundaria. También es posible que el test deba ser mejorado, pues a pesar de que el 75% de las preguntas discrimina de manera aceptable, algunos análisis (no incluidos en los resultados) nos muestran una consistencia interna insuficiente entre las preguntas (un alfa de Crombach bajo). Pero, más allá de todo esto, vale la pena revisar el planteamiento general y la secuencia de temas de la unidad didáctica en sí. En efecto, la construcción de los conceptos de trabajo y energía que se realizó, parte más de ecuaciones que de ideas intuitivas. Sería muy interesante intentar desarrollar una conceptualización más intuitiva de los conceptos de energía cinética y potencial. De hecho, relacionar la energía cinética con el movimiento y la energía potencial con algo que está retenido, pero que si uno lo suelta genera movimiento, puede ser más fácil de comprender y evidenciar y más cercano a los sentidos. En este caso, la propuesta tendría que comenzar por definir estos conceptos intuitivamente y utilizarlos para predecir y explicar de manera cualitativa, para luego si pasar a formalizarlos. En este sentido puede ser más conveniente, incluso, invertir el orden de la presentación, comenzando por energía cinética y potencial y terminando con trabajo y el teorema de trabajo y energía, tal como lo hace Feynmann. Todos estos son temas interesantes de trabajo futuro.

Este trabajo es un aporte a la didáctica de la enseñanza de los conceptos de trabajo, energía y potencia. La metodología desarrollada motiva a los estudiantes, y los contenidos propuestos relacionan estos conceptos con la cinemática para poder definirlos en un camino original que debe continuar en evaluación. Adicionalmente, el test diseñado como parte del trabajo puede seguirse elaborando hasta convertirlo en un test que logre medir objetivamente los conceptos de trabajo, potencia y energía mecánica asociados al estudio del movimiento de los cuerpos, aplicable a la población colombiana y que permita establecer las competencias de los estudiantes en los conceptos ya mencionados. Pero tal vez lo más importante es que es un ejemplo acerca de cómo poder utilizar los métodos de la ciencia también para la reflexión sobre el quehacer didáctico. En efecto, una educación científica requiere del estudio profundo de los

fenómenos y la adopción de una verdadera disciplina científica, con registros válidos y reflexión pedagógica constante en el quehacer cotidiano, y la práctica docente no tiene por qué ser la excepción. La medición no cubre todos los aspectos de la didáctica, pero ayuda a identificar estrategias que mejoran la práctica docente y el aprendizaje por parte de los estudiantes. Además, al diseñar unidades didácticas para el aprendizaje de la ciencia se debe tener en cuenta, los modos de aprendizaje visual, auditivo y cenestésico.

# A. Anexo: Test sobre trabajo y energía.

Este es el test que se diseñó como instrumento a aplicar antes y después de que se desarrolló la propuesta didáctica con los estudiantes de la I. E. D. INEM “Francisco de Paula Santander”. El test indaga sobre generalidades acerca del trabajo con referencia a la relación entre la fuerza y el desplazamiento, si se identifica cuando se hace un trabajo positivo, negativo o no se hace trabajo. Como se interpreta el concepto de potencia. La conceptualización que el estudiante tiene sobre la energía cinética, potencial gravitatoria, potencial elástica en un sistema mecánico.

**INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL INEM**

**FRANCISCO DE PAULA SANTANDER.**

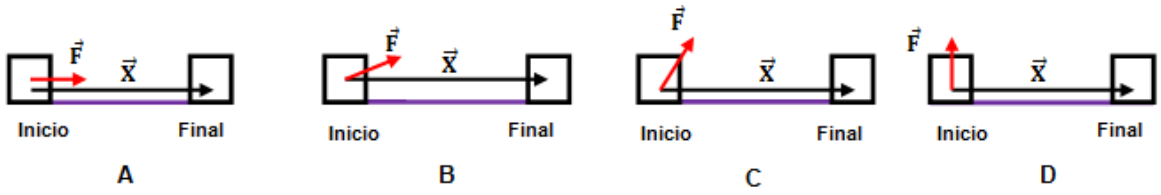
**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS**

**AREA FISICA**

**PRE-TEST SOBRE TRABAJO Y ENERGIA MECANICA.**

A continuación encontrarás una serie de preguntas a partir de diferentes situaciones que pretenden dar cuenta de la manera como se conceptualiza el trabajo, la potencia y la energía mecánica. Las preguntas son de selección múltiple con una única respuesta, la que se debe marcar en el cuadro de respuesta.

1. En la figura tenemos una fuerza actuando sobre un cuerpo que se desplaza sobre una superficie horizontal. En todos los casos el cuerpo se desplaza la misma distancia, pero en cada caso la fuerza actúa en una dirección diferente.



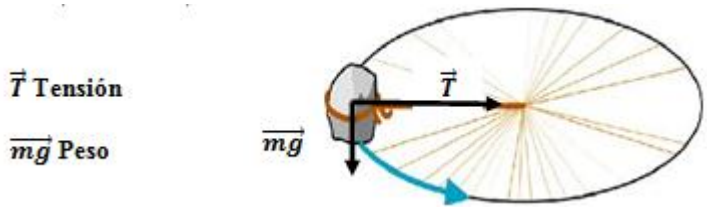

En su opinión; ¿en cuál situación se tiene que la fuerza realiza un trabajo mayor?

A. (A)
B. (B)
C. (C)
D. (D)

2. Un hombre sube al segundo piso de una casa con dos bultos de arroz, en tanto que un joven necesita hacer dos viajes para subir la misma carga (los dos bultos de arroz). En su opinión,

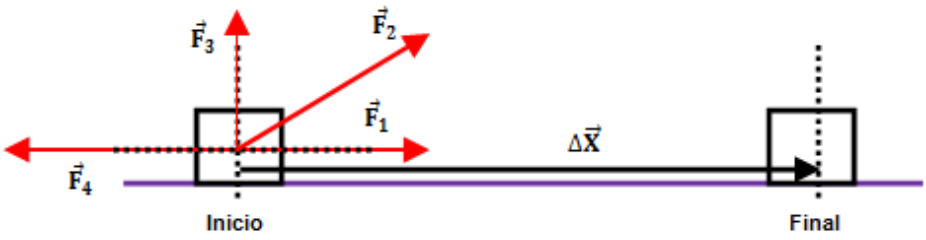
A. el joven realiza el doble de trabajo.
B. el hombre realiza el doble de trabajo.
C. ambos realizan el mismo trabajo.
D. el hombre realiza un poco más del doble de trabajo.

3. Si una piedra se ata al extremo de una cuerda y se pone a girar con movimiento circular uniforme en un plano horizontal, entonces,



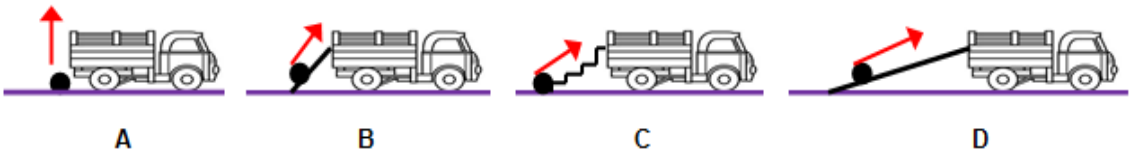

A. la fuerza de tensión no hace trabajo, pero el peso sí.
B. el peso no hace trabajo, pero la tensión sí.
C. ninguna de las dos fuerzas hacen trabajo.
D. las dos fuerzas hacen trabajo.

4. Un objeto se desplaza horizontalmente de izquierda a derecha, como lo muestra la figura. ¿Cuál fuerza realiza un mayor trabajo positivo?




A. F1
B. F2
C. F3
D. F4

5. Si un hombre desea cargar una caneca desde el suelo a la plataforma de un camión, el dibujo que visualiza la manera en que se consigue hacer una fuerza menor puede ser:



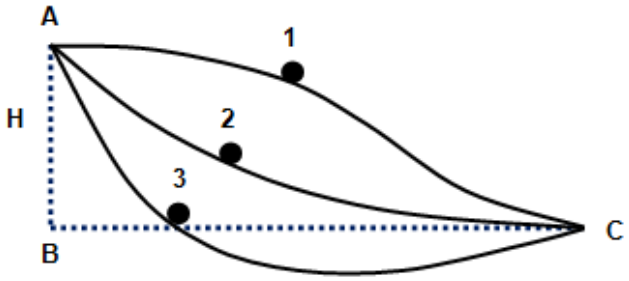

6. Considere la misma situación de la pregunta anterior. Con relación al trabajo efectuado,

   A. en D se hace el menor trabajo.
   B. en B y C se hace el mismo trabajo.
   C. en A se hace el mayor trabajo.
   D. en todos se hace el mismo trabajo.

7. Un adulto y un niño suben a velocidad constante un balde de cemento al segundo piso de una casa usando una polea, como muestra la figura. Cada uno lo hace lo más rápido que puede. El adulto gasta 6s y el niño gasta 10s. Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:

   A. el adulto hace más trabajo que el niño.
   B. el adulto hace más fuerza que el niño.
   C. el adulto desarrolla mayor potencia que el niño.
   D. el adulto desplaza una longitud de cuerda mayor que el niño.

8. La figura muestra las trayectorias seguidas para trasladar un cuerpo desde el punto A hasta el punto C. El peso es una fuerza, y como tal puede hacer trabajo. El trabajo que hace el peso del cuerpo para ir desde el punto A al punto B es,



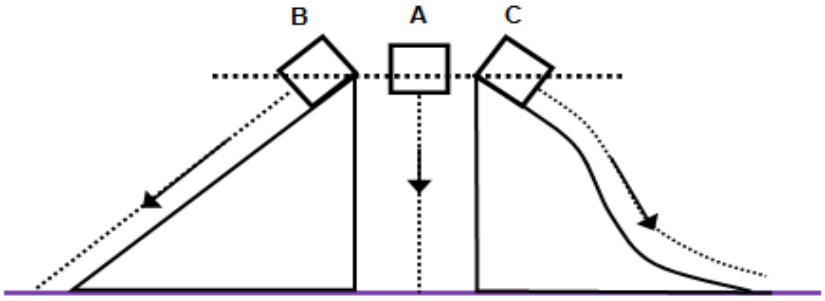

A. igual en todas las trayectorias.
B. mayor en la trayectoria 3.
C. mayor en la trayectoria 2.
D. mayor en la trayectoria 1.

9. ¿Por qué una rampa (plano inclinado) ayuda a subir un objeto pesado a cierta altura?

   A. porque disminuye la cantidad de trabajo requerido para subir el objeto.
   B. porque disminuye la distancia que el objeto se mueve.
   C. porque cambia la dirección en que el objeto se mueve.
   D. porque disminuye el valor de la fuerza que se requiere para mover el objeto.

Las preguntas 10 al 12 se responden de acuerdo a la siguiente información:

Tres objetos A, B y C, parten del reposo y caen desde una misma altura. El objeto A cae verticalmente, B se desplaza a lo largo de un plano inclinado sin fricción y C, por un tobogán también sin fricción (ver la figura). Sabemos que sus masas son tales que $m_A > m_B > m_C$.




10. El orden creciente de las energías potenciales que dichos cuerpos poseían al inicio de la caída es

    A. $U_A < U_B < U_C$
    B. $U_A > U_B > U_C$
    C. $U_A < U_B = U_C$
    D. $U_A = U_B = U_C$

11. El orden creciente de las energías cinéticas que poseen los cuerpos al llegar al piso es

    A. $K_A > K_B > K_C$
    B. $K_A < K_B < K_C$
    C. $K_A < K_B = K_C$
    D. $K_A = K_B = K_C$

12. Sean ($V_A$, $V_B$ y $V_C$), respectivamente, las velocidades de dichos cuerpos al llegar al suelo. Los valores de las velocidades cumplen que

    A. $V_A > V_B > V_C$
    B. $V_A < V_B < V_C$
    C. $V_A < V_B = V_C$
    D. $V_A = V_B = V_C$

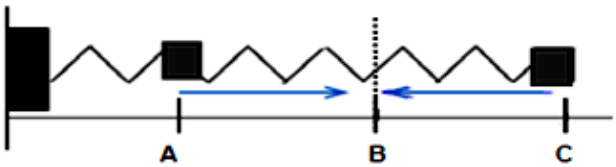
13. Tres automóviles viajan por una carretera, el primero, un Renault 4, con masa de 200Kg y viaja a 50Km/h. el segundo, Ford 54, tiene como masa 2000Kg y viaja a 10Km/h. el tercero, un Mazda 2, con masa de 500Kg y viaja a 20Km/h. ¿Cuál tiene la mayor energía cinética.

    A. los tres tienen la misma energía cinética
    B. el Renault 4
    C. el Ford 54
    D. el Mazda 2.

14. Cuáles de los siguientes factores determinan cuánta energía potencial gravitacional contiene un objeto,

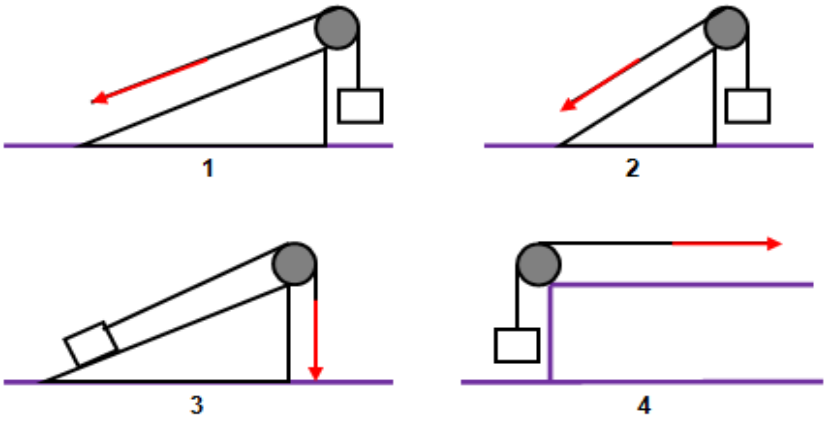
    A. el peso y la rapidez del objeto.
    B. el peso del objeto y su altura sobre el suelo.
    C. la forma del objeto y su posición en relación al suelo.
    D. la forma y la rapidez del objeto.

15. La figura muestra un resorte que es comprimido y estirado entre los puntos A y C. Cuál de las siguientes afirmaciones respecto a la energía potencial elástica es **FALSA**:



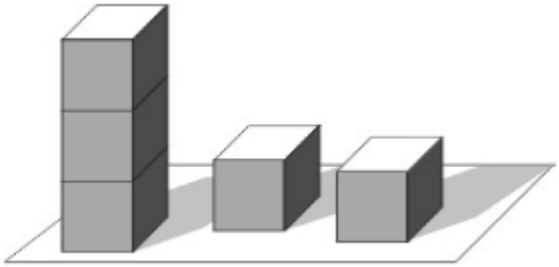

    A. es cero en B.
    B. es igual en A que en C.
    C. es positiva en C y negativa en A.
    D. es mínima en B.

16. En las situaciones mostradas, en cuál o en cuales se hace menor fuerza.




A. 1 y 2
B. 1 y 4
C. 2 y 3
D. 3

17. Un niño apila verticalmente cubos iguales de masa m y lado a, que inicialmente se encuentran regados sobre la superficie sin que ninguno este sobre otro.

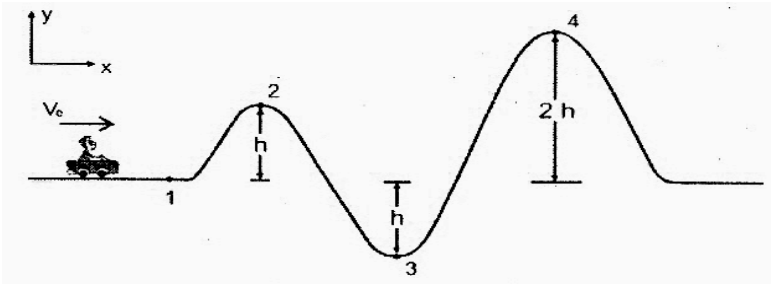


El trabajo que debe realizar en contra de la fuerza gravitacional para formar una columna de 4 cubos es igual a:

A. mga
B. 4mga
C. 3gma
D. 6mga

Las preguntas 18 y 19 se responden con la siguiente situación:

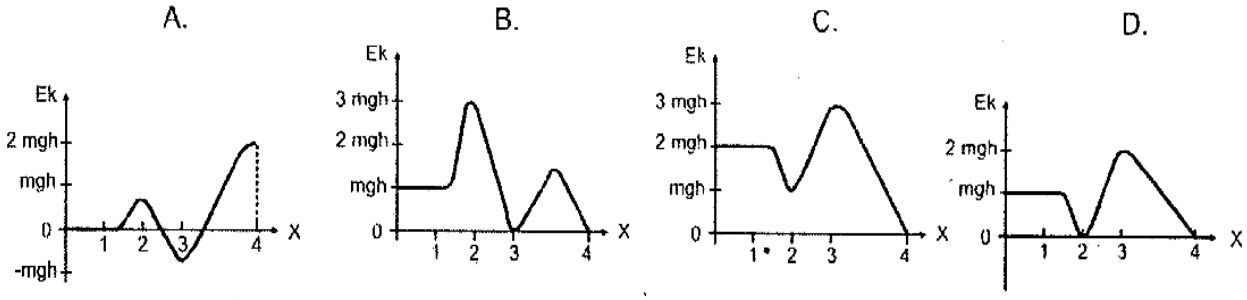
18. La figura muestra un tramo de una montaña rusa sin fricción



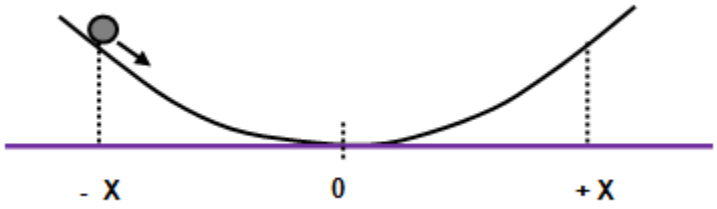

La energía mecánica del carro es tal que cuando llega al punto 4 se encuentra en reposo. La velocidad del carro en 1 es:

A. $\sqrt{2gh}$
B. $2\sqrt{gh}$
C. $3\sqrt{gh}$
D. $\sqrt{\frac{gh}{2}}$

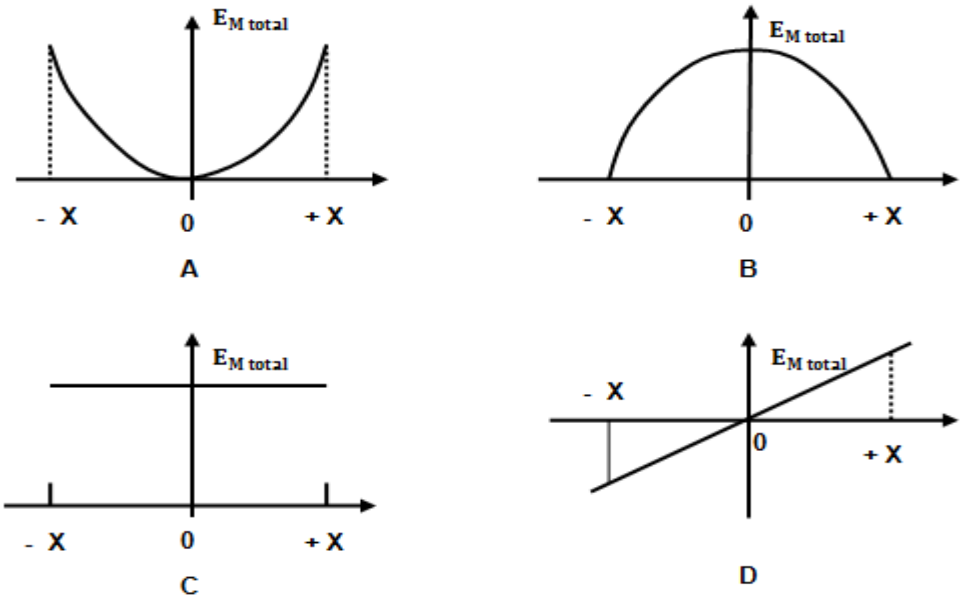
19. La gráfica de la energía cinética como función de la coordenada x asociada a este movimiento es:




20. Una bola de acero se desliza hacia abajo por una pista con mínimo rozamiento, tal como se muestra en la figura.




¿Por cuál de las siguientes graficas viene dado el cambio en la energía mecánica total de la bola, como función de la posición x?


E M total
- X
0
+ X
A
E M total
- X
0
+ X
B
E M total
- X
0
+ X
C
E M total
- X
0
+ X
D

# B. Anexo: Actividades desarrolladas en las 12 sesiones.

En este anexo se presenta el diseño de la unidad didáctica compuesta de 12 sesiones de 120 minutos que se implementaron con los estudiantes del grado once de la I. E. D. INEM "Francisco de Paula Santander" y las cuales van construyendo sistemáticamente los conceptos de trabajo, energía cinética, teorema del trabajo y la energía, fuerzas conservativas y energía potencial y, finalmente, conservación de la energía mecánica, potencia y máquinas simples.

**En la primera sesión** se aplica un pre-test con el fin de detectar las ideas previas que manejan los estudiantes acerca de trabajo, energía, potencia y máquinas simples.

**En la segunda sesión**, el objetivo es hacer un repaso cualitativo sobre los conceptos de aceleración, fuerza y movimiento. Se proyectan algunos apartes del video "Física en la ISS", *(*www.youtube.com/watch?v=Ipwxd-69od8*)* con el que se introducen las siguientes ideas:

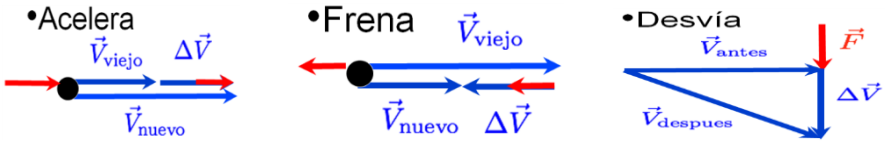
- Las cosas se siguen moviendo solas, si nadie las altera (1ª. Ley de Newton).
- Fuerza = los jalones o empujones que cambian el movimiento: aceleran, frenan o desvían (2ª. Ley de Newton).
- Sentimos la fuerza: (manos y piel).
- Acción y Reacción: las fuerzas entre dos cuerpos son de la misma intensidad. (3a. Ley de Newton)
- Yo empujo para que me empujen. ¿Qué es el impulso?
- ¿Por qué un cuerpo se desvía más que otro? R= masa
- Fuerzas de contacto (Normal, Fricción, Tensión)
- Fuerzas a distancia (Peso).
- ¿Quién la hace y de qué tipo es la fuerza? Diagramas de fuerza y varios ejemplos.

Las ideas que se deben afianzar son: Para que un cuerpo que está quieto se empiece a mover, hay que empujarlo; pero cuando ya se está moviendo, no hay necesidad de empujarlo para que se siga moviendo. Supóngase una muchacha en patines a quien se

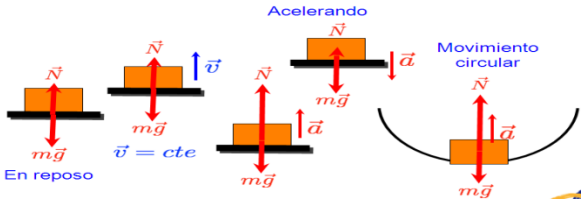
le da un empujón. Si ningún obstáculo la frenara, la muchacha se seguiría moviendo. Si ella se frena, es porque algo la detiene. Ese algo es la fuerza de fricción. En otros ejemplos, se evidencia que si un objeto está quieto, éste seguirá quieto y si se está moviendo, éste se sigue moviendo, que se observan en el video de física en la ISS *(*www.youtube.com/watch?v=Ipwxd-69od8*)*. Con esas conclusiones se establece el postulado de la primera ley de Newton (1ª. ley de Newton).

Otras ideas que se desarrollan son:

- ¿Si empujo una pared y ésta no cambia el movimiento?
- Las fuerzas son los empujones o jalones que pueden cambiar el movimiento de un cuerpo. Hay tres maneras de cambiar el movimiento: acelerar un cuerpo, frenar un cuerpo y desviar un cuerpo, como se muestra en la siguiente gráfica. El cambio en la velocidad es $\Delta\vec{V}\ \alpha\ \vec{F}\ \Delta t$.




- Si se conoce la velocidad de un cuerpo, se puede predecir la siguiente posición. Y si se conoce el valor de la fuerza, se puede predecir la velocidad del cuerpo.
- Si yo empujo un cuerpo, él me empuja, esto se vio en el video física en la ISS (www.youtube.com/watch?v=Ipwxd-69od8*)*.
- Si las fuerzas son iguales en magnitud, entonces ¿porque un cuerpo cambia más que el otro? La respuesta está en la masa, así que en la expresión anterior $\Delta\vec{V} = \vec{F}\ \Delta t/m$ se llega a la segunda ley de Newton.
- Yo empujo las cosas para que las cosas me empujen y cambien mi movimiento; por ejemplo: caminar, saltar, empujar la varilla del bus.
- Las fuerzas son de dos tipos: de contacto y acción a distancia. La fuerza normal es la componente perpendicular de la fuerza de contacto y la fuerza de rozamiento es la componente paralela de la fuerza de contacto.
- Nuestras manos están llenas de sensores que nos permiten percibir las fuerzas de contacto.
- La fuerza normal es diferente en cada situación, como se muestra en el siguiente diagrama.

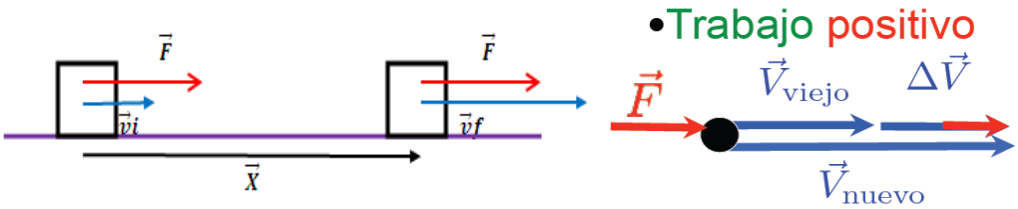



Efectos de la fuerza normal. (Fuente: presentaciones clase enseñanza de la mecánica profesor Muñoz D)

- La fuerza de gravedad o peso es una fuerza de acción a distancia entre todos los cuerpos que tienen masa. Como yo tengo masa y La Tierra tiene masa, la Tierra me hace fuerza igual a la que yo le hago a La tierra. La cuestión es que la tierra tiene mucha masa y por eso mi fuerza casi no cambia su movimiento. En cambio yo tengo menos masa y la fuerza que me hace la Tierra es muy importante.

**En la tercera sesión** se presenta el concepto de trabajo de forma cualitativa. El objetivo de esta sesión es mostrar de manera cualitativa, mediante ejemplos variados, cuándo el trabajo es positivo, negativo o cero, a partir de definir el trabajo de forma visual e intuitiva.

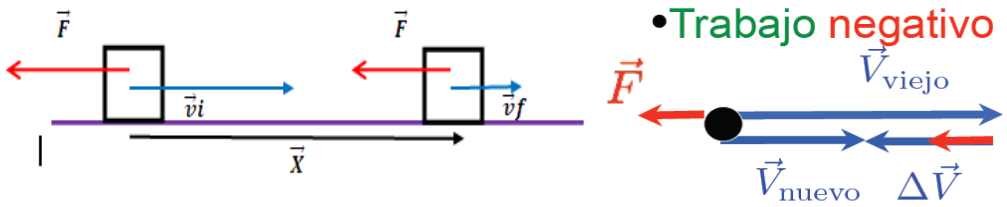
1. Se tiene un cuerpo al que se le aplica una fuerza de manera horizontal. Si el cuerpo se acelera, hay un desplazamiento del cuerpo (el desplazamiento es cada vez más grande). Entonces se puede afirmar que se hizo un trabajo sobre el cuerpo y este es de valor positivo, como se muestra en el diagrama




Conceptualización de trabajo positivo (Fuente: Arroyo L)

Esto es válido cuando la fuerza neta o resultante que actúa sobre el cuerpo, tiene la misma dirección y sentido del desplazamiento. Al cambiar la velocidad, el cuerpo se desplaza en la misma dirección en que se aplica la fuerza; por esta razón cuando esta fuerza neta es paralela a la dirección del desplazamiento del cuerpo y obra en este mismo sentido, ayuda al movimiento del cuerpo. En este caso el trabajo es positivo.

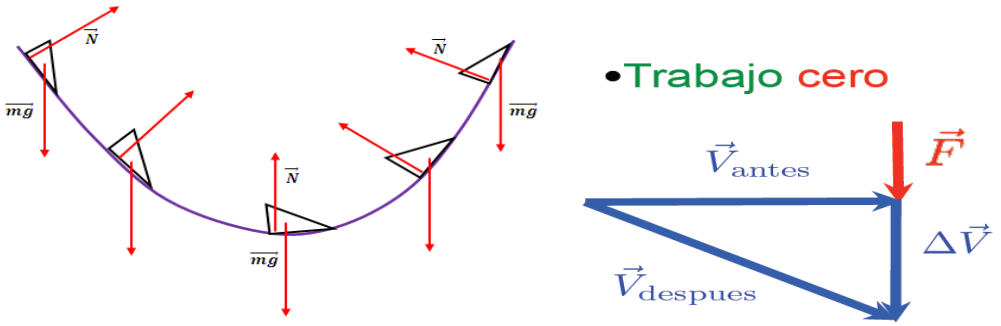
2. Se tiene otro caso en que una fuerza frena el movimiento de un cuerpo (el desplazamiento es cada vez menor) ¿Cómo contribuye la fuerza al desplazamiento del cuerpo? En este caso se afirma que la fuerza hizo un trabajo negativo sobre el cuerpo, obsérvese el diagrama de abajo.




Conceptualización de Trabajo negativo. (Fuente: Arroyo L)

De igual manera, la fuerza neta que obra sobre el cuerpo está en dirección contraria a la dirección del desplazamiento del cuerpo, cuando disminuye la velocidad, el cuerpo, igualmente, se desplaza. Si la fuerza neta actúa en la misma dirección y en sentido contrario al desplazamiento del cuerpo, el trabajo es negativo, de este modo la fuerza neta no ayuda al movimiento del cuerpo.

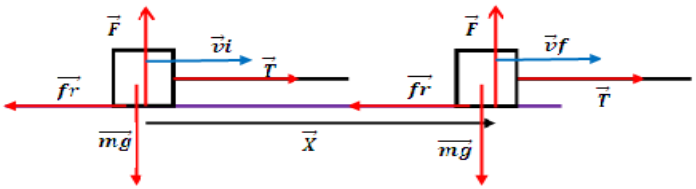
3. Hay situaciones en las cuales la aplicación de una fuerza no acelera el cuerpo ni lo frena, sólo lo desvía. En estas situaciones, si la fuerza es perpendicular a la dirección del desplazamiento del cuerpo, se dice que el trabajo que hace la fuerza es nulo. Es decir, que la fuerza no está en la dirección del movimiento por lo cual esta fuerza no afecta la dirección del movimiento del cuerpo. Como ya se ha dicho, habrá trabajo cuando la fuerza va a incidir en el movimiento del cuerpo. En la siguiente representación, la fuerza normal no hace trabajo sobre el cuerpo, porque esta fuerza es perpendicular a la dirección en se mueve el cuerpo, mientras que el peso sí puede hacer trabajo sobre el cuerpo porque esta fuerza está actuando en la dirección en la que se desplaza el cuerpo.




Conceptualización de Trabajo cero. (Fuente: Arroyo L)

Cuando el cuerpo va bajando el peso lo acelera. Luego el trabajo efectuado por el peso es positivo: $W_{mg} > 0$, porque el peso y el desplazamiento del cuerpo son del mismo sentido. En cambio cuando el cuerpo va subiendo, el peso lo frena, así que el trabajo efectuado por el peso es negativo: $W_{mg} < 0$, porque el peso y el desplazamiento del cuerpo son de sentido contrario.

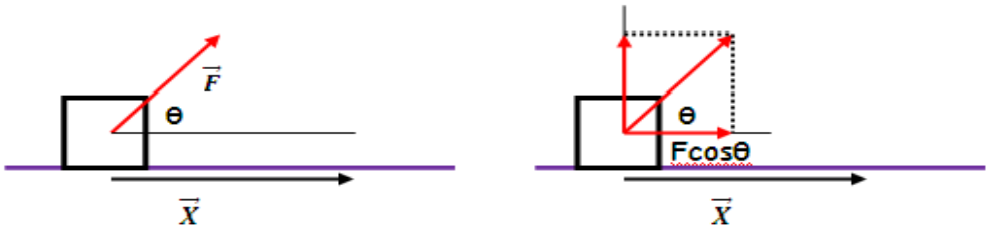
4. Un bloque es halado por una cuerda sobre una superficie con fricción, de tal manera que el bloque se mueva a velocidad constante, como se puede ver en la gráfica.




El trabajo de las fuerzas efectuadas sobre un bloque que se mueve horizontalmente.
(Fuente: Arroyo L)

El trabajo hecho por cada una de las fuerzas que actúan sobre el bloque no es cero. La tensión, por sí sola ayudaría a que el cuerpo aumente su movimiento. La fuerza de rozamiento por sí sola ayudaría a que el movimiento del cuerpo disminuya. Los trabajos que hacen estas dos fuerzas son iguales en magnitud pero de signo contrario y se cancelan. Por eso, el trabajo total hecho sobre el bloque es cero.

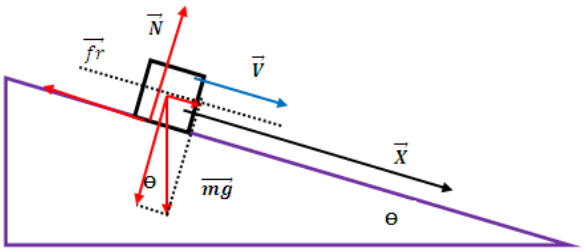
5. Ahora, si se aplica una fuerza sobre el cuerpo formando cierto ángulo con la dirección horizontal, ésta cambiaría la rapidez del cuerpo, por lo tanto la fuerza hace trabajo. Como la fuerza es un vector, la podemos reemplazar por dos: una paralela al desplazamiento y otra perpendicular al mismo, como en la gráfica siguiente. Se concluye que:
Toda fuerza se puede descomponer en dos: una paralela al desplazamiento, que ejerce un trabajo positivo o negativo, y una perpendicular a él, que no realiza trabajo.




Descomposición de las fuerzas en sus componentes rectangulares.
(Fuente: Arroyo L)

Así, la componente horizontal hace trabajo sobre el bloque, porque ayuda a aumentar su desplazamiento ya que se encuentra en la misma dirección en que se mueve el bloque. En cambio la componente vertical de la fuerza no hace trabajo porque no ayuda a aumentar ni a disminuir el desplazamiento del bloque, pues es perpendicular a la dirección en la que se mueve. La componente horizontal se puede expresar como Fcosθ, $\theta$ es el ángulo entre la fuerza original y el desplazamiento.

6. Considere la situación de un plano inclinado. Suponga que un bloque se desliza sobre un plano inclinado, como se ilustra en la gráfica. Sobre el bloque están actuando varias fuerzas, como la fuerza normal, el peso, y la fuerza de rozamiento. A medida que el cuerpo va descendiendo sobre el plano inclinado, va ganando velocidad; se acelera.



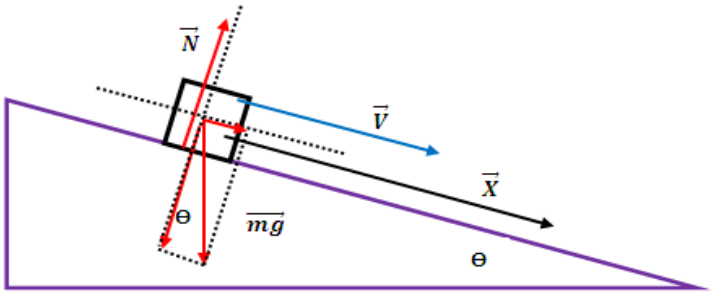

Bloque moviéndose en un plano inclinado. (Fuente: Arroyo L)

Cuando el bloque se desliza con velocidad constante la sumatoria de fuerzas en la dirección del desplazamiento o fuerza resultante es cero, pero cada fuerza independientemente sí realiza trabajo, en este caso la fuerza de rozamiento y las componentes del peso.

¿Cómo es el trabajo de cada una de estas fuerzas? Por lo expresado hasta el momento:

- El peso efectúa un trabajo positivo sobre el cuerpo.
- La fuerza normal no efectúa trabajo sobre el cuerpo.
- La fuerza de rozamiento efectúa un trabajo negativo sobre el cuerpo.

7. Movimiento en un plano inclinado sin rozamiento. Considere un plano inclinado cuya superficie sea muy lisa y un bloque que va bajando por la misma, como se ilustra en la gráfica




Bloque moviéndose en un plano inclinado (Fuente: Arroyo L)

La fuerza normal y una de las componentes del peso no realizan trabajo, ya que estas fuerzas son perpendiculares a la dirección del movimiento del bloque (desplazamiento), mientras que la componente del peso que va en la dirección en que se mueve el bloque

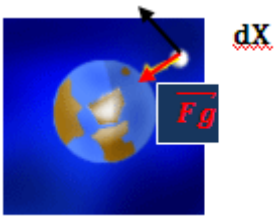
contribuye al desplazamiento del mismo. Como efecto se acelera y por tanto el trabajo total sobre el bloque es positivo.

8. Movimiento en un plano inclinado con rozamiento**.** Considere un plano inclinado como el anterior pero con cierto rozamiento. Para esta situación, la fuerza de rozamiento al tener sentido contrario al desplazamiento del bloque, contribuye disminuyendo su movimiento, haciendo un trabajo negativo en el mismo. Mientras que la componente del peso en la dirección del movimiento, hace un trabajo positivo. Este trabajo resulta ser mayor al trabajo que hace la fuerza de rozamiento, por lo que el bloque acelera al deslizarse.

9. Las fuerzas que actúan en el despegue de un avión también hacen trabajo. El peso hace un trabajo negativo, mientras que la fuerza de sustentación realiza un trabajo positivo como en la siguiente gráfica.

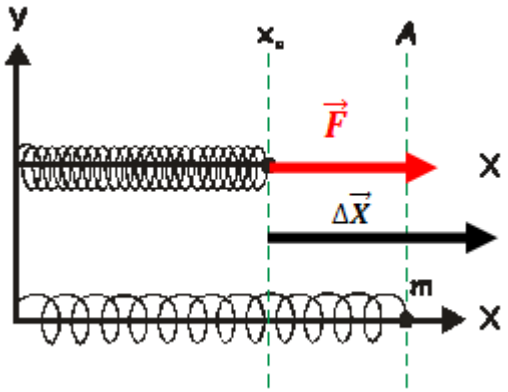
El trabajo de las fuerzas que actúan en el despegue de un avión. (Fuente: teleformacion.edu.aytolacoruna.es/FISICA)

10. No realiza trabajo la fuerza de atracción que ejerce La Tierra sobre La Luna porque es perpendicular a la dirección de movimiento en cada instante, siempre y cuando la trayectoria de La Luna se considere circular de acuerdo con la siguiente gráfica:



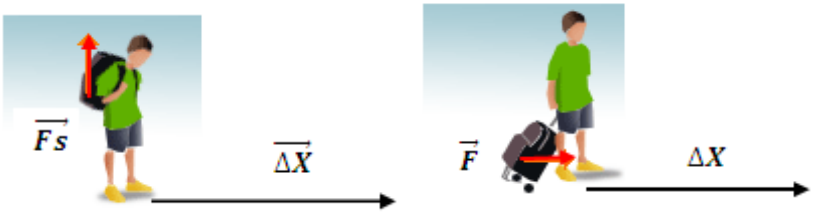

El trabajo de las fuerzas en la rotación de la luna. (Fuente: teleformacion.edu.aytolacoruna.es/FISICA)

11. El trabajo que hace la fuerza de un resorte. La fuerza que actúa sobre un resorte cuando se estira hace un trabajo positivo, porque aumenta el desplazamiento del bloque que está unido a él. Este es un caso donde la fuerza que actúa sobre el resorte no es constante, sino que varía con el desplazamiento como en la siguiente gráfica:




Representación de la fuerza que hace trabajo en un resorte. (Fuente: fcm.ens.uabc.mx/física/FISICAII/APUNTES/MÓDULOS)

12. Un muchacho va caminado y va arrastrando una maleta. La fuerza horizontal que arrastra la maleta hace trabajo positivo, mientras que cuando el muchacho va caminando con la maleta cargada, no hay trabajo de la fuerza que sustenta la maleta, porque no ayuda a aumentar o disminuir el movimiento de la maleta que transporta el muchacho, representado en la gráfica de abajo:




Representación del trabajo que hace una fuerza sobre la maleta. (Fuente: teleformacion.edu.aytolacoruna.es/FISICA)

Después de desarrollar estas actividades la conclusión que se plantea a los estudiantes es: el trabajo se define cualitativamente cómo la fuerza neta que a va a incidir en el desplazamiento de un cuerpo. O sea que el trabajo mide el aporte de una fuerza para producir el desplazamiento del cuerpo. Si desplazamiento y fuerza tiene la misma dirección y sentido W > 0, mientras, que si desplazamiento y fuerza tiene la misma dirección y sentido contrario W < 0.

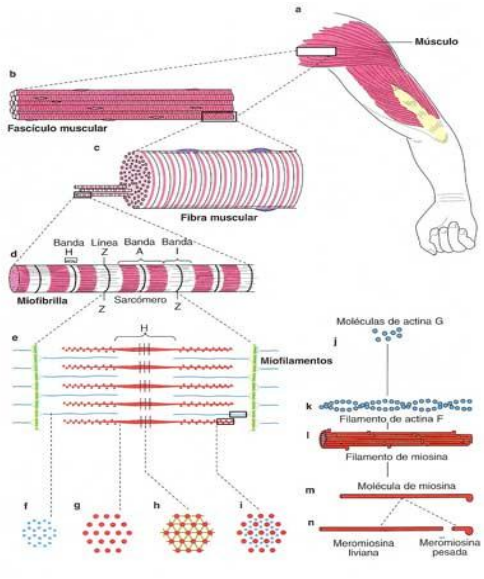
Hay una situación que muy frecuentemente se describe en los textos escolares, representada en la gráfica siguiente, en la que una persona sostiene un cuerpo por un cierto tiempo. Se pregunta por el trabajo efectuado por la persona. Esta es una situación en la que, aparentemente, no hacemos trabajo, pero ¿Por qué nos cansamos?

Niño sosteniendo un cuerpo. (Fuente: física 10 Galaxia pág. 324)

Mediante el uso de videos seleccionados en YouTube, video *(*www.youtube.com/watch?v= InIha7bCTjM*),* se explica que los músculos hacen trabajo al contraerse, de ahí que se termine cansando el músculo de la persona que sostiene un peso durante un tiempo.

La explicación reside en que las contracciones de las fibras musculares se dan por series de pulsos eléctricos transmitidos por células nerviosas. El pulso eléctrico genera una serie de eventos en los que interactúan dos proteínas, miosina y actina, presentes en la unidad más elemental de las fibras musculares, el sarcómero, constituido alternadamente por filamentos delgados y gruesos representado en la gráfica de abajo.

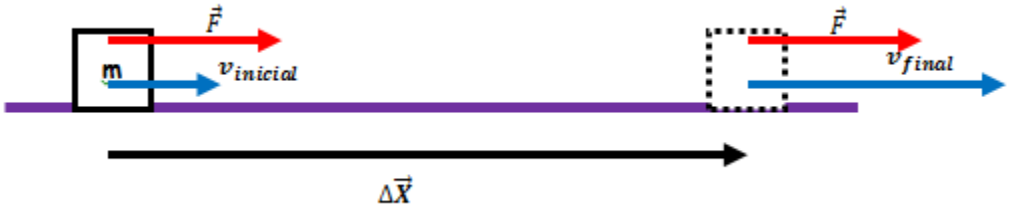
Los filamentos delgados están constituidos por actina, que tiene forma globular, y están rodeados por dos cadenas; la tropomiosina, que es en forma de tubo y se enrolla sobre las cadenas de actina, y la troponina, que se une a la cadena de actina y tropomiosina. El filamento grueso está formado por moléculas de miosina que actúan como motores. En presencia de iones de calcio, y con consumo de ATP, la miosina se une a la actina y se dobla, empujando los filamentos de actina. Luego el ATP se descompone en ADP + Fosfato y la miosina se retrae hasta volver a su posición original. Este proceso se repite con cada pulso de la señal nerviosa. Luego, siempre que hagamos fuerza con nuestros músculos estamos realizando miles de desplazamientos microscópicos, en cada uno de los cuales se ejerce una fuerza y se realiza trabajo. Entre pulso y pulso el sistema puede volver a su posición inicial por efecto de una fuerza externa (el peso del carrito de la compra, en el caso de la gráfica anterior), y el trabajo de esa fuerza externa se disipa por fricción viscosa. Por lo tanto, nos mantenemos haciendo miles de trabajos microscópicos, cuya energía no podemos recuperar. Así, aunque la persona no desplace al carrito en dirección vertical de una manera apreciable, sus músculos si están haciendo trabajos microscópicos en esa dirección (con consumo de ATP), y la persona se cansa.




Representación de la estructura de una fibra muscular. (Fuente: pág. internet http://biol3medio.blogspot.com/)

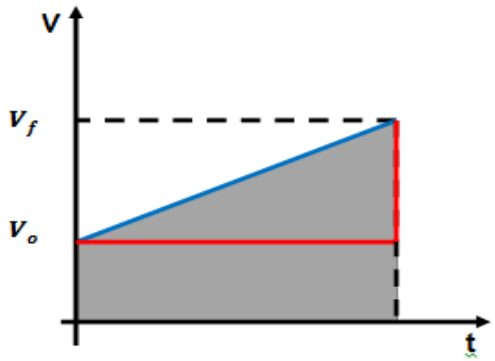
En la cuarta sesión: se presenta el trabajo y la energía cinética. (Teorema trabajo y la energía cinética). El objetivo en esta cuarta sesión es deducir el teorema del trabajo y la energía cinética, definiendo energía cinética como la energía del movimiento que se puede evaluar como: $E_c = \frac{1}{2}mv^2$. Se muestra con diversos ejemplos que el teorema del trabajo y la energía es una manera más simple de resolver los problemas de dinámica.

Consideremos un cuerpo de masa m que bajo la acción de una fuerza constante $\vec{F}$ cambia su velocidad de $v_{inicial}$ a una $v_{final}$ mientras se desplaza un $\Delta\vec{X}$, como se muestra en la siguiente gráfica. De la segunda ley de Newton, bajo una fuerza constante, el cuerpo se acelera (con aceleración constante) y la velocidad aumenta uniformemente con el tiempo.




Bloque desplazándose con movimiento uniformemente acelerado. (Fuente: Arroyo L)

De la cinemática del movimiento uniformemente acelerado se sabe que: ${v_f}^2 - {v_0}^2 = 2a\Delta X$. Esta ecuación se deduce del análisis de la gráfica de V contra t, como se muestra abajo:




Gráfica de velocidad contra tiempo para un movimiento uniformemente acelerado. (Fuente: Arroyo L)

El área bajo la curva es $|\Delta\vec{X}|$ que corresponde al área de un trapecio.

$$\Delta X = \frac{(v_f + v_o) * t}{2}$$

Pero $(v_f - v_o) = at$. Despejando $t = \frac{(v_f - v_o)}{a}$ y reemplazando en el área del trapecio, resulta

$$\Delta X = \frac{(v_f + v_o)(v_f - v_o)}{2a} \quad .$$

El producto $(v_f + v_o)(v_f - v_o) = {v_f}^2 - {v_o}^2$ . Luego, $2a\Delta X = {v_f}^2 - {v_o}^2$ . Si recordamos que $F_{total}$=*ma*,

$$2\frac{F_{total}}{m}\Delta X = {v_f}^2 - {v_o}^2 \text{ y } F_t * \Delta X = \frac{1}{2}m{v_f}^2 - \frac{1}{2}m{v_o}^2 \ .$$

Si definimos el trabajo realizado por la fuerza como $F_{total}.\Delta X = W_{F\ total}$ , y la energía cinética como $E_c = \frac{1}{2}mv^2$, la anterior expresión significa que

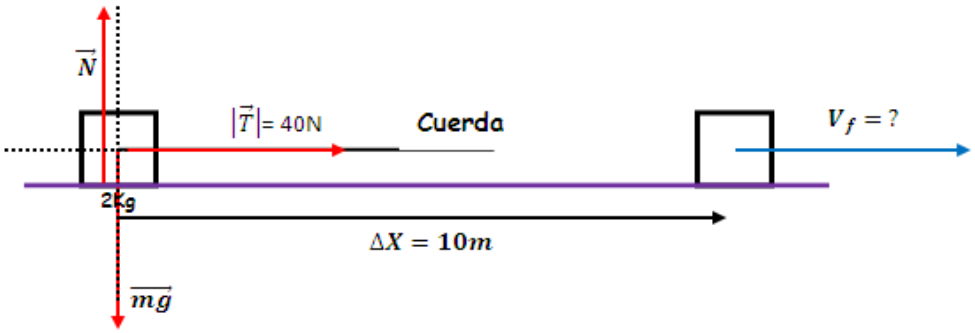
$$E_{c\ final} - E_{c\ inicial} = W_{F\ total} \ .$$

Esta expresión indica que el trabajo realizado por la fuerza total es igual al cambio de la energía cinética. Este resultado se conoce como el teorema del trabajo y la energía.

El resultado es una herramienta para resolver los problemas de dinámica de una manera más sencilla. Se dan algunos ejemplos en donde se utiliza el teorema y se compara con la manera como se opera con la segunda ley de Newton, para que se vea que el procedimiento es más simple aplicando el teorema del trabajo y la energía.

Algunas aplicaciones de este resultado se pueden ver en los siguientes ejemplos.

1. Se tiene un bloque de masa igual a 2Kg, inicialmente quieto, al cual se le aplica una fuerza horizontal de 40N mediante una cuerda. Por simplicidad, supondremos que la superficie es muy lisa. El bloque se desplaza 10m sobre la superficie horizontal. Se desea conocer: ¿cuánto ha aumentado la velocidad del bloque al cabo de los 10m de haberse desplazado? Identificando las fuerzas que actúan sobre el bloque como se muestra en la gráfica siguiente:




Ejemplo 1: Aplicación del principio trabajo energía. (Fuente: Arroyo L)

Se resuelve el ejercicio de dos formas diferentes:

Forma A: Por trabajo y energía.

Se halla el trabajo efectuado por la fuerza total o resultante.

$$\vec{F}_{resultante} = \vec{N} + \overrightarrow{mg} + \vec{T}$$

$$W_{F\ resultante} = W_N + W_{mg} + W_T = |\vec{T}|\Delta X$$

Aplicando el teorema trabajo energía cinética

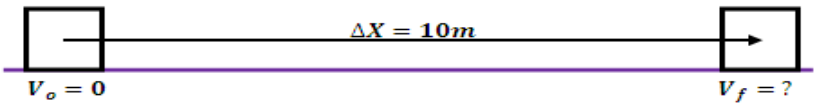
$W_{F\ resultante} = E_{c\ final} - E_{c\ inicial}$ Al reemplazar los términos queda:

$|\vec{T}|\Delta X = \frac{1}{2}mV_f{}^2 - \frac{1}{2}mV_o{}^2$ Utilizando los valores dados al comienzo del ejercicio se tiene $(40)(10) = \frac{1}{2}(2)V_f{}^2 - 0$Resolviendo para $V_f$ el valor dado es $V_f = 20m/s$

Forma B. Por 2ª ley de Newton. Figura 37.

Aplicando la 2ª. Ley de Newton. $F_{resultante} = ma$ y resolviendo para la aceleración se obtiene $a = \frac{F_{resultante}}{m} = \frac{40}{2} = 20m/s^2$

Aplicando las ecuaciones cinemáticas del movimiento del bloque, se sabe que



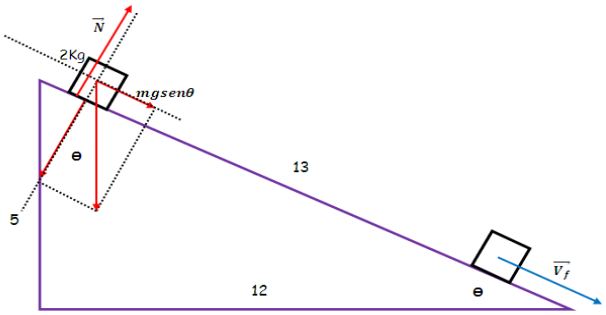

$$X = \frac{1}{2}at^2 + V_o t + X_o(X - X_o) = \frac{1}{2}at^2 + V_o t\Delta X = \frac{1}{2}at^2 + 0$$

$$10 = \frac{1}{2}(20)t^2.$$

Resolviendo para t se encuentra que t = 1s que reemplazando en la ecuación $V_f = V_o + at = 0 + (1)(20)$ dando como valor $V_f = 20m/s$

2. Supóngase que se tiene un bloque de masa m que se desliza desde el reposo por un plano inclinado de altura h y que forma un ángulo Θ con la horizontal. El plano se supondrá liso por simplicidad. ¿Qué velocidad ha adquirido el bloque al llegar al final del plano inclinado?

   Primero identificamos las fuerzas que actúan sobre el bloque, como se observa en la representación abajo:




Desplazamiento de un bloque en un plano inclinado. (Fuente: Arroyo L)

Forma A: Por trabajo y energía.

La fuerza resultante es $\overrightarrow{F_R} = \vec{N} + \overrightarrow{mg} = mgsen\theta$

y el trabajo de la fuerza resultante es $W_{Fresultante} = W_N + W_{mg} = mgsen\theta\Delta X.$

Ahora, se ve que $W_{Fresultante} = mgh$

Aplicando el teorema de trabajo energía cinética, $W_{Fresultante} = E_{cfinal} - E_{cinicial}$

Al reemplazar $mgh = \frac{1}{2}m{V_f}^2 - 0$

y despejando para $V_f$, resulta entonces que $V_f = \sqrt{2gh}$ .

resolviendo para los valores dados tenemos $V_f = 9{,}9m/s$

Forma B: Por 2ª ley de Newton.

Se aplica la 2ª ley de Newton así $F_{resultante} = ma$. Así que al reemplazar se obtiene $mgsen\theta = ma$ . Luego la aceleración del bloque es $a = gsen\theta$.

Aplicando las ecuaciones cinemáticas del movimiento del bloque como $X = \frac{1}{2}at^2 + V_o t + X_o(X - X_o) = \frac{1}{2}at^2 + V_o t\Delta X = \frac{1}{2}at^2 + 0$ Despejando para el tiempo.

$t = \sqrt{\frac{2\Delta X}{gsen\theta}}$ y evaluando la velocidad con $V_f = V_o + at$.

El resultado da $V_f = gsen\theta\sqrt{\frac{2\Delta X}{gsen\theta}}$ simplificando se observa que el valor para la velocidad es $V_f = \sqrt{2gsen\theta\Delta X} = \sqrt{2gh}$

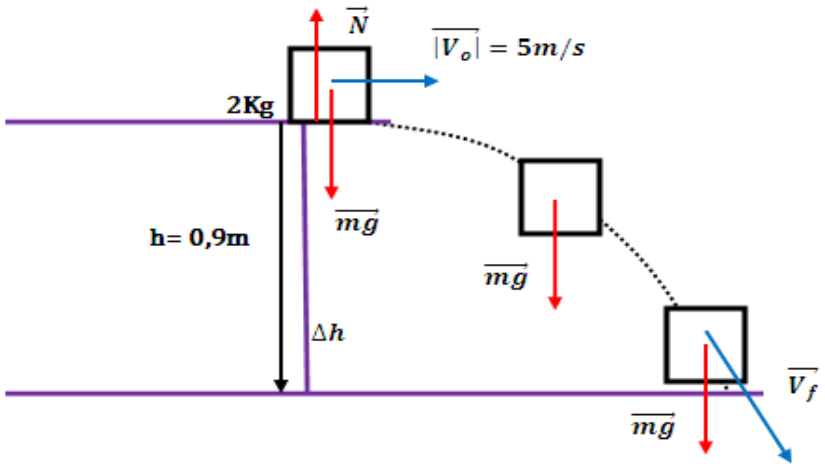
Resolviendo para las condiciones dadas en el ejercicio se tiene: $a = 9{,}8\,(sen22{,}62°) = 3{,}77m/s^2$ y el valor del tiempo es $t = 2{,}63s$ y el valor de la velocidad final es $V_f = (3{,}77)(2{,}63) = 9.9m/s$.

Otra manera de hacerlo es utilizando otra ecuación cinemática del movimiento del bloque como:

${V_f}^2 = {V_o}^2 + 2a(X - X_o) = 2a\Delta X$ . Al reemplazar la aceleración con la que desciende el bloque se obtiene $V_f = \sqrt{2gsen\theta\Delta X} = \sqrt{2gh}$ ya que $h = \Delta Xsen\theta$ el mismo resultado se obtiene Con $V_f = 9{,}9m/s$.

3. Un bloque sale con una velocidad inicial dada $V_o = 5m/s$ desde una mesa de altura 0,9m. El bloque tiene una masa de 2Kg. Se desea averiguar la velocidad con que llega, un instante antes de tocar piso.

Se Identifican las fuerzas que actúan sobre el bloque, como muestra la gráfica abajo:




Ejemplo 2: aplicación principio trabajo energía. (Fuente: Arroyo L)

Forma A: Por trabajo y energía.

Mientras cae, la fuerza resultante que actúa sobre el bloque es su peso y está fuerza hace variar el movimiento del bloque acelerándolo en la dirección vertical. La fuerza resultante sobre el bloque es $\vec{F_R} = \vec{mg}$ y el trabajo de la fuerza resultante es $W_{Fresultante} = mg\Delta h$. Aplicando el teorema trabajo energía cinética se encuentra que $W_{Fresultante} = E_{cfinal} - E_{cinicial}$. Al reemplazar, se obtiene $mg\Delta h = \frac{1}{2}m{V_{fy}}^2 - 0$. Despejando y resolviendo para $V_f$, se tiene que $V_f = \sqrt{2g\Delta h + {V_o}^2}$ . Con las condiciones dadas en el ejercicio se encuentra que $V_f = 6{,}53m/s$ .

Forma B: Por 2ª ley de Newton.

Aplicando la 2ª ley de Newton, se obtiene $F_{resultante} = ma$. Así que el valor de la aceleración del bloque es $mg = ma$. Luego $a = g$. Aplicando las ecuaciones cinemáticas al bloque en la dirección en que aumenta su movimiento, se encuentra

$$Y = \frac{1}{2}at^2 + V_{oy}t + Y_o(Y - Y_o) = \frac{1}{2}at^2 + V_{oy}t\Delta h = \frac{1}{2}at^2 + 0$$

$0{,}9 = \frac{1}{2}(9{,}8)t^2$. Resolviendo para t da $t = 0{,}43s$.

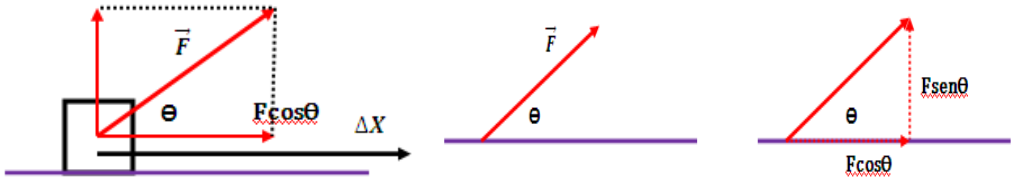
Al reemplazar en la ecuación se obtiene que $V_{fy} = V_{oy} + at$, al calcular $V_{fy} = (9{,}8)(0{,}43) = 4{,}21m/s$ y resolviendo para $V_f = \sqrt{4{,}21^2 + 5^2}$ el resultado final es $V_f = 6{,}54m/s$

A lo largo de estos tres ejercicios, se ha mostrado que para resolver un ejercicio donde varíe el movimiento del cuerpo, se puede hacer mediante consideraciones de energía, y

debe ser equivalente a cuando se utilizaban las herramientas de la dinámica, en el procedimiento de consideraciones energéticas, sólo es necesario conocer las condiciones inicial y final del movimiento, no interesa saber el tiempo requerido de cómo varió el movimiento del cuerpo.

**En la quinta sesión** se demuestra que el trabajo de la fuerza de gravedad es $mg\Delta h$ . El objetivo de la quinta sesión es posibilitar la comprensión de que el trabajo de la fuerza de gravedad es siempre $mg\Delta h$. Esto se desarrolla paso a paso, a partir de un plano inclinado y construyendo planos sucesivos hasta llegar a una superficie curva.

Recuérdese que cuando una fuerza no es paralela al desplazamiento se puede descomponer en dos fuerzas y sólo la componente paralela a la dirección de movimiento hace trabajo como en la gráfica siguiente:



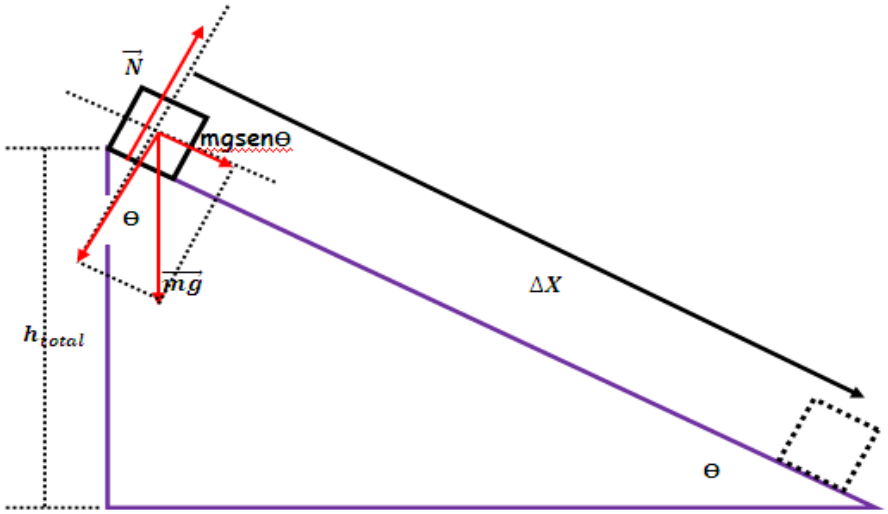

Descomposición. (Fuente: Arroyo L)

El trabajo hecho por la fuerza se evalúa como $W = |\vec{F}|cos\theta.\Delta X$

Como La fuerza total es la suma de muchas fuerzas, el trabajo total es la suma de los trabajos de todas las fuerzas.

Algunas aplicaciones de este resultado se pueden ver en los siguientes ejemplos:

1. Hallar el trabajo efectuado por la fuerza de gravedad en un bloque que desciende por un plano inclinado desplazándose un $\Delta X$ como en la siguiente gráfica:

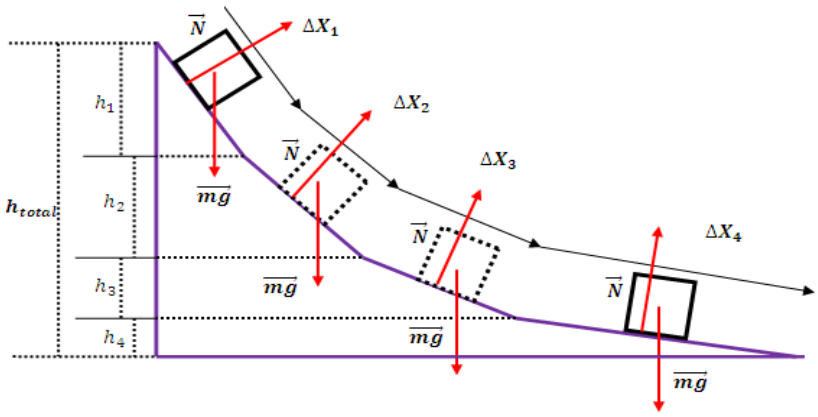



Ejemplo 1: Cálculo del trabajo de la fuerza de gravedad. (Fuente: Arroyo L)

El trabajo de la fuerza normal es cero y el trabajo efectuado por la fuerza de gravedad se evalúa multiplicando la fuerza en la dirección del movimiento cuyo valor es $mgsen\theta$ por el valor del desplazamiento $\Delta X$.

$W = mgsen\theta.\Delta X$ Como $\Delta X.sen\theta = h$ entonces el trabajo efectuado por el peso en un bloque que se desplaza por un plano inclinado es $W = mgh_{total}$

**2.** Hallar el trabajo efectuado por la fuerza de gravedad sobre un bloque, que desciende desde una altura por diferentes planos inclinados, como muestra la gráfica siguiente:




Ejemplo 2: Cálculo de la fuerza de gravedad. (Fuente: Arroyo L)

En este caso se puede emplear el resultado del ejercicio anterior. El trabajo efectuado por la fuerza de gravedad, que corresponde a los trabajos hechos por la fuerza de gravedad del bloque en cada plano inclinado presentado en el ejercicio son:

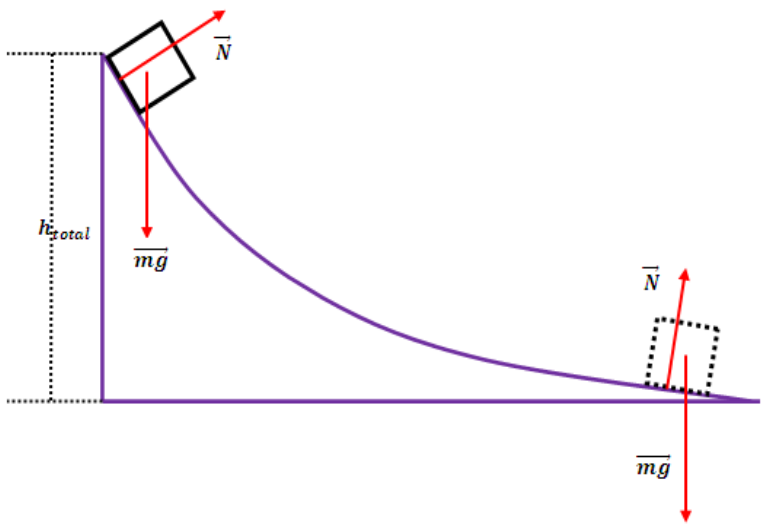
$$W_1 = mgh_1 W_2 = mgh_2 W_3 = mgh_3 W_4 = mgh_4$$

Sumando todos los trabajos se tienen entonces el trabajo total hecho.

$$W_{total} = mgh_1 + mgh_2 + mgh_3 + mgh_4 = mg(h_1 + h_2 + h_3 + h_4) = mgh_{total}$$

Donde se ha llamado a $h_{total} = h_1 + h_2 + h_3 + h_4$

**3.** Hallar el trabajo efectuado por la fuerza de gravedad sobre un bloque, que desciende por una superficie curva como en la gráfica siguiente:




Ejemplo 3: Bloque que desciende sobre una superficie curva. (Fuente: Arroyo L)

Cuando la superficie es una curva se puede generalizar el resultado anterior, considerando a la curva como la unión de muchos planos inclinados pequeñitos. El trabajo de la fuerza de gravedad en cada uno de esos planos inclinados es $mgh$. Si se suma el trabajo de todos, se obtiene nuevamente que:

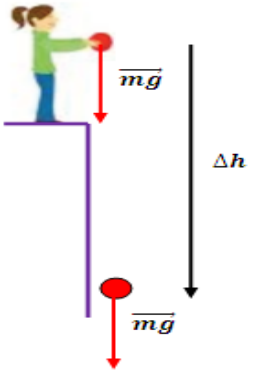
$$W_{total} = \sum_{i=1}^{i=n} W_i = mgh_{total}$$

El resultado vuelve a ser idéntico al de los ejercicios anteriores $W_{neto} = mgh_{total}$

**4.** Hallar el trabajo efectuado por la fuerza de gravedad de un objeto que cae desde una altura h.

Como la fuerza que actúa sobre el objeto es mg y el valor del desplazamiento es $\Delta h$, aplicando la definición de trabajo, resulta: $W = mg\Delta h.cos0 = mg\Delta h = mgh_{total}$

Obteniéndose el mismo resultado de los casos anteriores. Se generaliza el resultado diciendo que para calcular el trabajo realizado por el peso de un cuerpo que cae desde una altura, ya sea con la ayuda de un plano inclinado o una superficie curva o lanzado desde una mesa como en la gráfica siguiente, su valor corresponde a $W_{mg} = mgh$.




Ejemplo 4: Cálculo del trabajo de un cuerpo en caída libre. (Fuente: presentaciones clase enseñanza de la mecánica profesor Muñoz D)

**En la sexta sesión** se presentan las fuerzas conservativas y no conservativas. El objetivo en esta sesión es reconocer que hay fuerzas en donde el trabajo efectuado no depende de la trayectoria, y hay otras en las que el trabajo sí depende de ella.

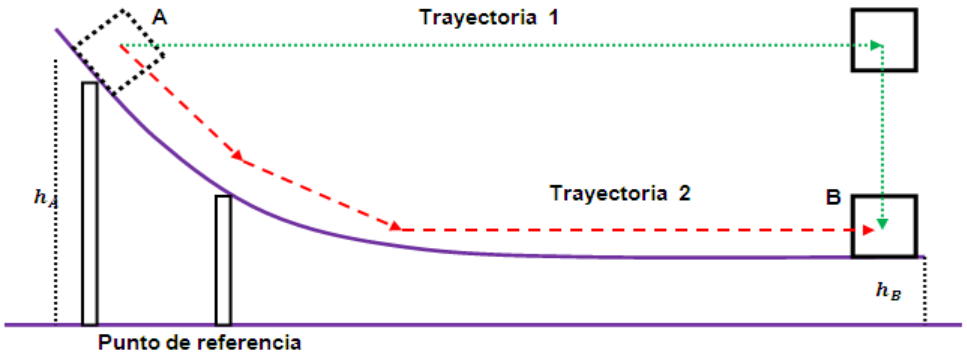
El siguiente nivel de construcción se da al plantear que, cuando un cuerpo cae desde una cierta altura – ya sea por un plano inclinado, por una rampa curva o simplemente de forma vertical –, se deduce razonando de los elementos ya construidos que el trabajo que hace la fuerza de gravedad $mg$ sobre el objeto que se desplaza $\Delta h$, está dado por

$W = mg\Delta h.cos0° = mg\Delta h = mgh_{total}$ Cuando el objeto va descendiendo,

y es $W = -mg\Delta h_{total}$ cuando el objeto va ascendiendo.

Como veremos, este resultado será asociado a otro tipo de energía.

Hay fuerzas, como la fuerza de gravedad, cuyo trabajo no depende del camino recorrido, sino sólo de cuáles son los puntos inicial y final. A esas fuerzas se les conoce como *fuerzas conservativas*.



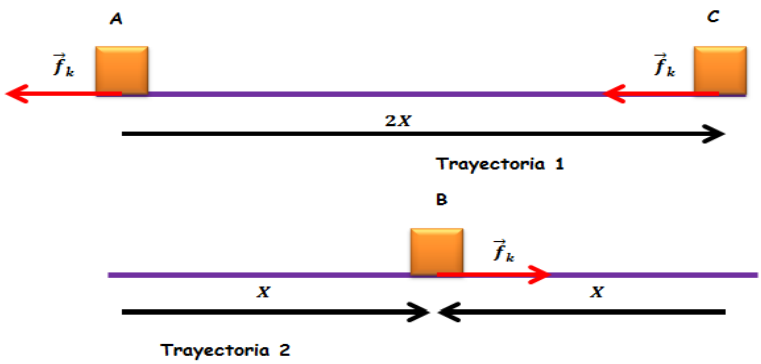

Trabajo de la fuerza de gravedad en trayectoria cerrada. (Fuente: Arroyo L)

El trabajo que hace la fuerza de gravedad sobre el bloque, cuando este se desplaza del punto A al punto B (como se puede ver en la gráfica anterior), no depende de las trayectorias seguidas. Solamente interesan los puntos de referencia, porque el valor del trabajo hecho por la fuerza de gravedad solamente depende de la diferencia de alturas. En efecto, cuando se lleva el bloque por la trayectoria 1, este trabajo es $mg(h_A - h_B) = mg\Delta h$, mientras que si se lleva por la trayectoria 2, el valor del trabajo que hace la fuerza de gravedad también es $mg(h_A - h_B) = mg\Delta h$. El trabajo que hace la fuerza de gravedad es $W_{\overline{mg}} = mgh$ independiente de la trayectoria que se siga.

Ahora, si calculamos el valor del trabajo por la fuerza de gravedad para llevar el bloque del punto A al punto B por la trayectoria 1, y de regreso al punto A por la trayectoria 2, pero en sentido inverso, el trabajo hecho por la fuerza de gravedad sobre esta trayectoria cerrada es $mg\Delta h - mg\Delta h = 0$. Este resultado es característico de una fuerza de tipo conservativo, en la que el trabajo realizado sobre cualquier trayectoria cerrada es cero.

Pero no todas las fuerzas son así. Por ejemplo, en el caso de la fuerza de rozamiento cinético $f_k$, el trabajo hecho por la fuerza de fricción sí depende de la trayectoria que se siga. A esas fuerzas se les conoce como fuerzas no conservativas. Calculemos por ejemplo el trabajo hecho por la fuerza de rozamiento cinético sobre un bloque que se mueve del punto A al punto B por dos trayectorias diferentes (como en la gráfica siguiente). La primera trayectoria consiste en ir primero al punto C y devolverse al punto B, mientras que la segunda trayectoria consiste en ir directamente al punto B. El trabajo de la fuerza de rozamiento cinético para ir del punto A al punto C, primero en un sentido, es $W_{f_k}$ cuyo valor es $-\mu N(2X)$ y al devolverse hasta el punto B el valor del trabajo $W_{f_k}$ es $-\mu N(X)$, así,que el trabajo efectuado por la fuerza de rozamiento para ir del punto A al punto B por la primera trayectoria es $-\mu N(3X)$. Ahora, si se considera la trayectoria 2 que va directamente del punto A al punto B, el valor del trabajo efectuado por la fuerza de

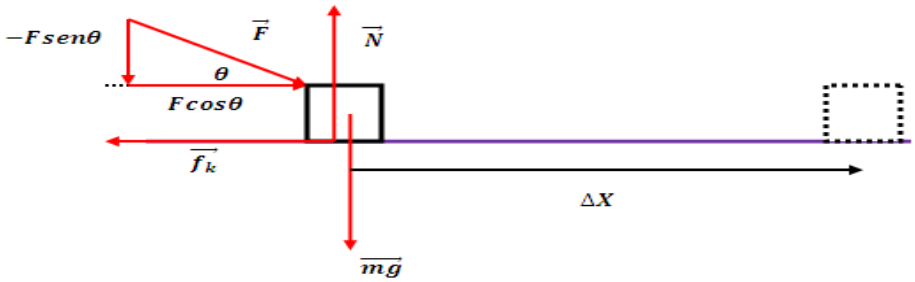
rozamiento es $-\mu N(X)$. Así que la fuerza de rozamiento en trayectorias diferentes da valores de trabajo diferentes: el trabajo depende de la trayectoria seguida. Entonces la fuerza de rozamiento es una fuerza no conservativa.




Trabajo de la fuerza de rozamiento. (Fuente: Arroyo L)

Algunas aplicaciones de este resultado se pueden ver en los siguientes ejemplos

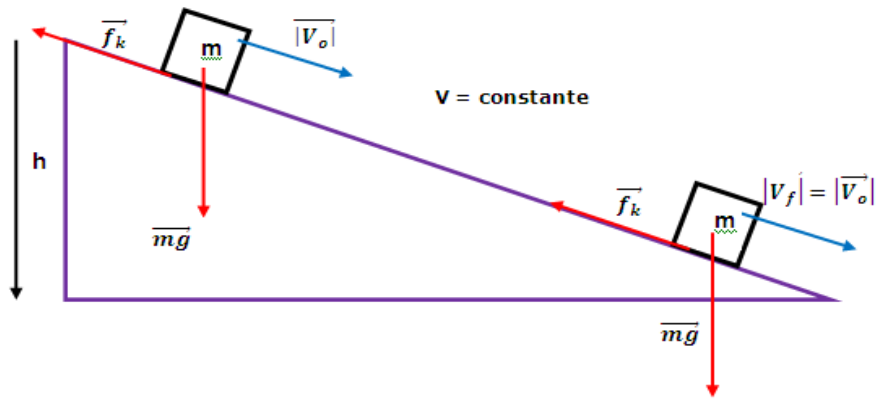
1. Un bloque que tiene una masa m es empujado sobre una superficie horizontal a velocidad constante. El coeficiente de fricción de deslizamiento es $\mu_k$. ¿Qué, cantidad de trabajo es realizado por la fuerza F aplicada en el movimiento del bloque a lo largo de la distancia $\Delta X$? Como en la siguiente representación del ejercicio 1:




Ejercicio 1: Bloque que se desliza por un plano inclinado con una fuerza no paralela al plano. (Fuente: Arroyo L)

Aplicando el teorema trabajo energía cinética se encuentra $W_{\vec{F}} + W_{\vec{N}} + W_{\vec{f_k}} + W_{\vec{mg}} = 0$ , al reemplazar las cantidades dadas se encuentra que$W_{\vec{F}} + 0 + W_{\vec{f_k}} + 0 = 0$ , entonces se puede indicar que $W_{\vec{F}} = -W_{\vec{f_k}}$ ; el trabajo de la fuerza de rozamiento se puede evaluar como $W_{\vec{f_k}} = \mu_k(mg - Fsen\theta).\Delta X$ así que $W_{\vec{F}} = -\mu_k(mg - Fsen\theta).\Delta X$

2. Supóngase un bloque de masa m que desciende a lo largo del plano inclinado con rapidez constante. El plano inclinado no es completamente liso. Se desea averiguar ¿Cuánto vale el trabajo hecho por la fuerza de rozamiento cinético al descender el plano inclinado? Obsérvese la gráfica del ejercicio 2:



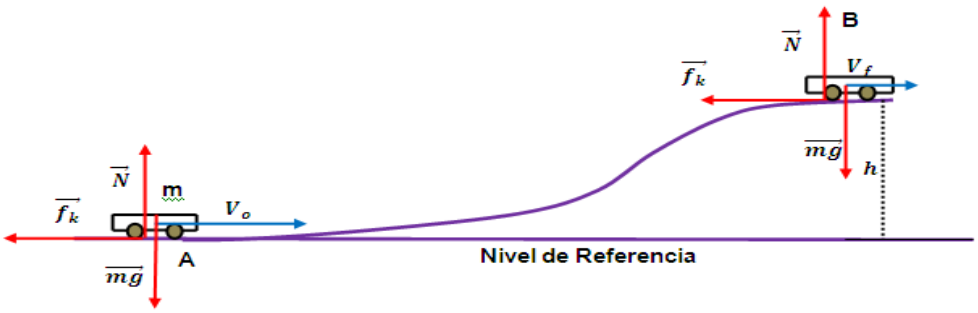

Ejercicio 2: cálculo de La fuerza de rozamiento en un plano inclinado. (Fuente: Arroyo L)

Al Calcular el trabajo de cada fuerza, se aplica el teorema trabajo y energía cinética

$W_{\vec{mg}} + W_{\vec{N}} + W_{\vec{f_k}} = E_{c\,final} - E_{c\,inicial}$. Entonces al reemplazar se encuentra que

$mgh + 0 + W_{\vec{f_k}} = 0$. Que da como resultado $W_{\vec{f_k}} = -mgh$

3. Considere un automóvil de masa m que estando en el punto A se mueve con una rapidez inicial $V_o$. Al empezar a subir la cuesta. Cuando pasa por el punto B, su rapidez es cero. ¿Cuál es el trabajo de la fuerza de rozamiento? Obsérvese el dibujo del ejercicio 3:




Ejercicio 3: Cálculo de la fuerza de rozamiento para un auto que se mueve sobre una superficie inclinada. (Fuente: Arroyo L)

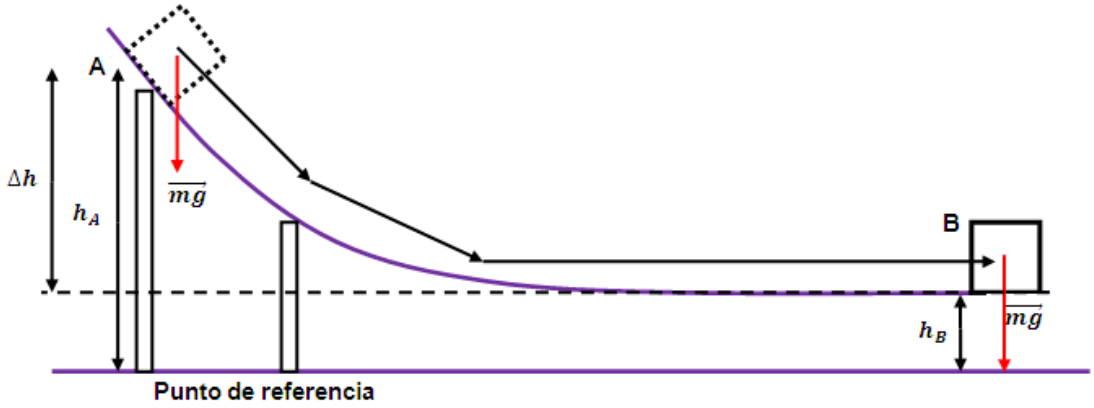
Aplicando el teorema trabajo energía cinética entre el puno A y el B se obtiene

$W_{\vec{N}} + W_{\vec{mg}} + W_{\vec{f_k}} = E_{c\,final} - E_{c\,inicial}$, al evaluar el trabajo efectuado para cada fuerza se obtiene $mgh + (-mgh) + W_{\vec{f_k}} = 0 - \frac{1}{2}mV_o{}^2$, así que $W_{\vec{f_k}} = -\frac{1}{2}mV_o{}^2$

**En la séptima sesión** se afianza el concepto de energía potencial y el principio de conservación de la energía. El objetivo en esta séptima sesión es definir la energía potencial gravitacional como $-mgh$, y utilizar este resultado, junto con el teorema del trabajo y la energía cinética, para deducir el principio de conservación de la energía mecánica con fuerzas conservativas y no conservativas.

Al haber deducido que el trabajo de la fuerza de gravedad no depende del camino, sino solamente del punto inicial y final, podemos definir la energía potencial correspondiente a esta fuerza como menos el trabajo que hace la fuerza de gravedad para llevar un cuerpo de un lugar a otro como en la gráfica siguiente. Así:

$$-W_{\overrightarrow{mg}} = -mgh = E_p$$




Definición de energía potencial. (Fuente: Arroyo L)

En la gráfica anterior, el trabajo de la fuerza de gravedad para ir del punto A al punto B es

$$W_{\overrightarrow{mg}} = mg\Delta h = mgh_B - (mgh_A) = -mgh_A - (-mgh_B) = E_{P_{inicial}} - E_{P_{final}} ,$$

luego, el trabajo que hace la fuerza de gravedad en el bloque que desciende por el plano inclinado desde el punto A al punto B es la diferencia de sus energías potenciales: la energía potencial inicial menos la energía potencial final.

Ahora, si juntamos el resultado anterior con el teorema del trabajo y la energía cinética $E_{c\,final} - E_{c\,inicial} = W_{F\,total}$, se establece el principio de conservación de la energía mecánica: Si la única fuerza que hace trabajo es la fuerza de la gravedad,

$$E_{C_{final}} - E_{C_{inicial}} = Wm_{\vec{g}} = -E_{P_{inicial}} + E_{P_{final}}$$

y por lo tanto

$$E_{C_{final}} + E_{P_{final}} = E_{C_{inicial}} + E_{P_{inicial}}$$

Este es el principio de conservación de la energía mecánica. Este resultado deja ver la idea de la transformación de la energía mecánica de un tipo a otro, mientras un cuerpo se va desplazando en su caída. La energía mecánica $E_m$ se define entonces como la suma de la energía potencial $mg\Delta h$, que se interpreta como energía almacenada por el cuerpo y sus alrededores, y la energía cinética $\frac{1}{2}mv^2$ que se interpreta como la energía del movimiento del cuerpo. El resultado anterior, cuando todas las fuerzas que hacen trabajo no nulo son conservativas, como la fuerza de gravedad, se expresa así:

$$E_{m\,final} - E_{m\,inicial} = 0\ ;$$

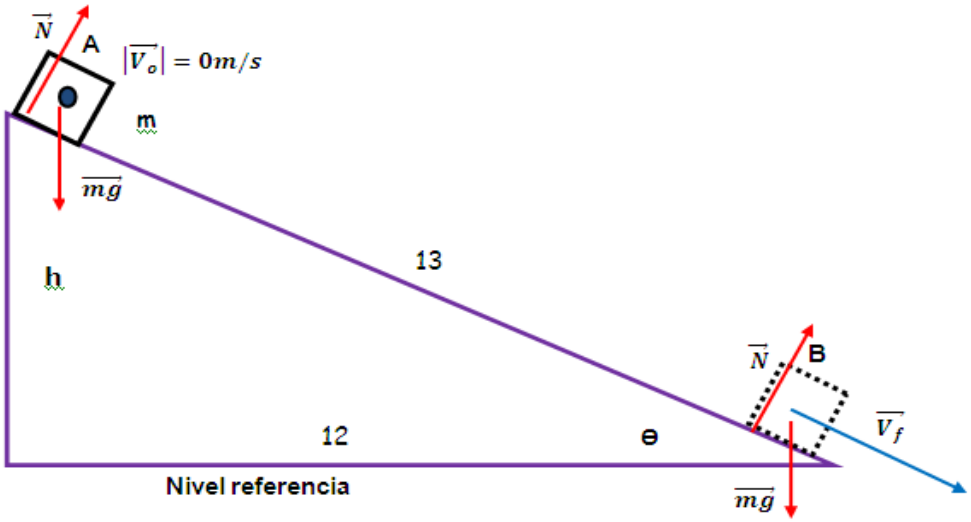
Pero, cuando hay, además, fuerzas no conservativas, como la fuerza de rozamiento, el resultado resulta ser

$$E_{m\,final} - E_{m\,inicial} = W_{f_k}\ ,$$

donde$W_{f_k}$ es el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas.

Algunas aplicaciones de este resultado se pueden ver en los siguientes ejemplos:

1. Utilizando el principio de conservación de la energía mecánica hallar una expresión para el cálculo de la velocidad con que desciende un bloque de masa m por un plano inclinado altura h, que inicialmente se encontraba en reposo en el punto más alto del plano, como en la gráfica siguiente:




Ejemplo 1: Principio de conservación de la energía. (Fuente: Arroyo L)

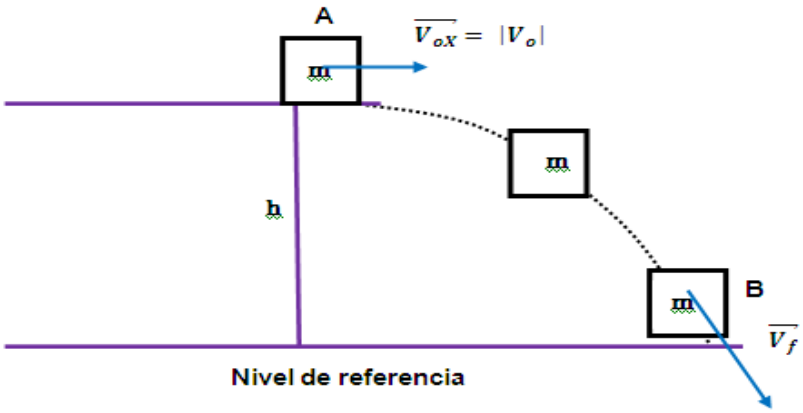
Aplicamos el teorema de conservación entre los puntos A en la parte superior del plano inclinado y B en la parte inferior del plano inclinado.

$E_{P_{inicial}} + E_{C_{inicial}} = E_{P_{final}} + E_{C_{final}}$, queda para esta situación las energías como

$mgh + 0 = 0 + \frac{1}{2}mV_f{}^2$y despejando para la velocidad $V_f = \sqrt{2gh}$

2. Se desea averiguar la velocidad con que llega, un instante antes de tocar el piso, un bloque que sale con una velocidad inicial dada $V_{oX} = V_o$ desde una mesa de altura h, el bloque tiene una masa m, empleando el principio de conservación energía mecánica, véase el ejemplo 2:

Aplicando el principio de conservación energía mecánica entre el punto A en la parte alta de la mesa y el punto B en el piso, se encuentra que:



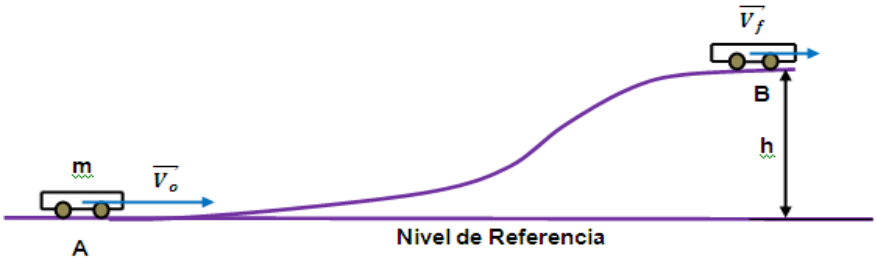

ejemplo 2. Aplicación del principio de conservación de la energía mecánica para un bloque que cae desde una mesa. (Fuente: Arroyo L)

$$E_{P_{inicial}} + E_{C_{inicial}} = E_{P_{final}} + E_{C_{final}}$$

Evaluando los valores de la energías en los puntos A y B $mgh + 0 = 0 + \frac{1}{2}mV_{fy}{}^2$ despejando para $V_{fy}$ se tiene que

$$V_{fy} = \sqrt{2gh}. \text{ Entonces } V_f = \sqrt{V_{fy}{}^2 + V_{oX}{}^2} = \sqrt{2gh + V_{oX}{}^2}$$

3. Considérese un automóvil de masa m que estando en el punto A se mueve con una rapidez inicial $V_o$, al empezar a subir la cuesta, cuando pasa por el punto B su rapidez final es $V_f$, si despreciamos el rozamiento, empleando el principio de conservación de la energía mecánica halle una expresión para el cálculo de la altura que alcanzó a subir el automóvil en la gráfica siguiente:




Ejemplo 3: principio de conservación de la energía (Fuente. Arroyo L)

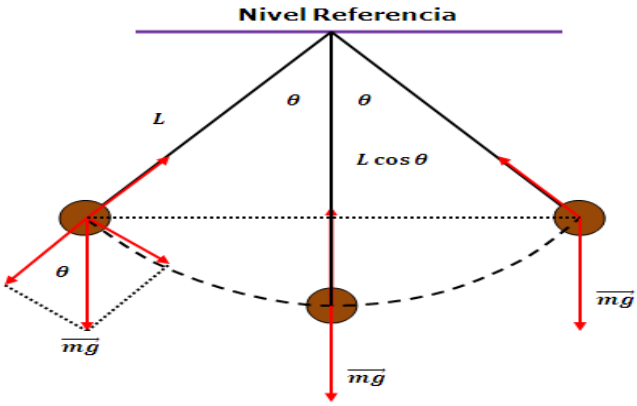
Considerando las energías en los puntos A y B se encuentra que:

$$E_{P_{inicial}} + E_{C_{inicial}} = E_{P_{final}} + E_{C_{final}}.$$

Resolviendo, $0 + \frac{1}{2}mV_o{}^2 = mgh + \frac{1}{2}mV_f{}^2$ despejando para h se encuentra $h = \frac{V_o{}^2 - V_f{}^2}{2g}$

4. Considérese el péndulo (una masa atada al extremo de una cuerda) que se muestra en la gráfica siguiente. Teniendo en cuenta el punto A, donde el péndulo parte del reposo y se suelta, se desea saber a qué rapidez se está moviendo la masa cuando pasa el punto más bajo de la trayectoria (punto B) y la tensión de la cuerda.

   La cuerda del péndulo tiene una longitud L y el péndulo forma un ángulo con la vertical $\theta$.




Ejemplo 4. principio de conservación de la energía en el péndulo.
(Fuente: Arroyo L)

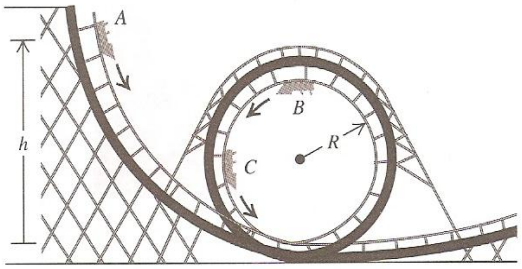
Aplicando el principio de conservación energia mecánica y tomando como referencia el centro de rotación del péndulo como indica la grafica.

$E_{P_{inicial}} + E_{C_{inicial}} = E_{P_{final}} + E_{C_{final}}$. Se evalúa las energías en los puntos considerados $-mgL\cos\theta + 0 = -mgL + \frac{1}{2}m{V_B}^2$. Despejando para la velocidad se obtiene $V_B = \sqrt{2gL(1-cos\theta)}$.

Para hallar la tensión de la cuerda en el punto B parte más baja de la trayectoria, aplicamos 2ª ley de Newton.

$|\vec{T}| - |\overrightarrow{mg}| = Fuerza\ centripeta$. La fuerza centrípeta en el punto considerado se obtiene evaluando la aceleración centrípeta. $F_{centripeta} = m\frac{2gL(1-cos\theta)}{L}$, así que el valor de la tensión da $|\vec{T}| = mg + 2mg(1-cos\theta) = mg(3-2cos\theta)$ así que la tensión es $(3-2cos\theta)$ veces la fuerza de gravedad del péndulo.

5. Movimiento en una montaña rusa con lazo. Un carro de un juego de un parque de atracciones rueda sin fricción por la vía, partiendo del reposo en A a una altura h sobre la base del lazo. Aplicando el principio de conservación de la energía mecánica, encontrar la altura mínima para que el carro no se caiga en B y cuantas veces es el peso el valor de la normal en el punto más bajo y más alto del lazo, como en la siguiente gráfica:




Ejemplo 5: principio de conservación de la energía en una montaña rusa. (Fuente: Física Universitaria. Sears y Zemansky. pág. 223)

Aplicando el principio de conservación energia mecánica tomando como referencia el piso $E_{P_{inicial}} + E_{C_{inicial}} = E_{P_{final}} + E_{C_{final}}$, se evalúan las energías en los puntos considerados así $mgh + 0 = mg2R + \frac{1}{2}m{V_B}^2$ como en el punto B la fuerza centrípeta es el valor de la fuerza de gravedad de esa consideración hallamos la velocidad requerida en B, luego $\frac{m{V_B}^2}{R} = mg$ despejando para $V_B$ se obtiene $V_B = \sqrt{gR}$ . Hallando el valor de h se tiene $mgh = mg2R + \frac{1}{2}mgR$ y despejando para h la incógnita se tiene. $h = \frac{5}{2}R$ , la que sería la altura mínima.

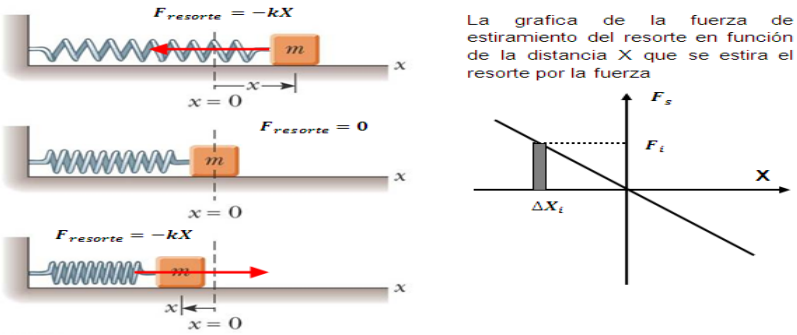
Para hallar la normal en el punto más bajo del lazo punto D, se aplica la 2ª ley de newton, quedando así $|\vec{N}| - |\overrightarrow{mg}| = Fuerza\ centripeta$ , la fuerza centrípeta tiene un valor dado

por $F_{centripeta} = mV_D{}^2$ así que aplicando nuevamente el principio de conservación de la energía mecánica entre el punto A y el D para encontrar el valor de la velocidad se obtiene $\frac{5}{2}mgR + 0 = 0 + \frac{1}{2}mV_D{}^2$ despejando para $V_D$ se obtiene que $V_D = \sqrt{5gR}$ , entonces el valor de la normal es $|\vec{N}| = mg + 5mg = 6mg$ lo que indica que se siente 6 veces el valor de la fuerza de gravedad en ese punto.

Para la parte más alta del lazo nuevamente aplicamos la 2ª ley de newton, quedando así $|\vec{N}| + |\overrightarrow{mg}| = Fuerza\ centripeta$, sabiendo que en el punto B la velocidad es $V_B = \sqrt{gR}$ , entonces el valor de la normal es $|\vec{N}| = mg - mg = 0$ es decir que en ese punto la fuerza centrípeta es la misma fuerza de gravedad.

**En la octava sesión** se trabaja la energía potencial elástica. El objetivo en esta sesión es definir y evaluar la energía potencial en los resortes, en que la fuerza es variable con la longitud, y utilizarla, junto con el principio de conservación de la energía mecánica para resolver problemas en los que estén involucrados resortes.

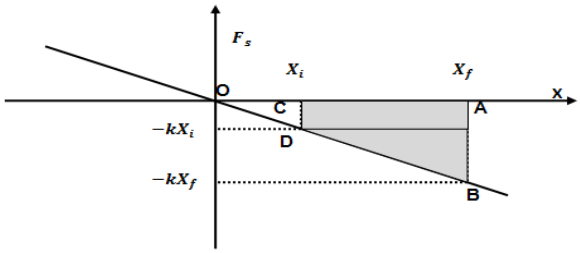
Al conceptualizar, hay un caso de particular interés, que se presenta en los resortes, en el que la fuerza que ejercen depende del desplazamiento, como se muestra en la gráfica siguiente. La fuerza de un resorte está dada por $\vec{F}_{resorte} = -kX$ , donde *k* es la constante elástica del resorte. La fuerza es paralela al desplazamiento, y por tanto realiza un trabajo no nulo.




Resorte ubicado de forma horizontal y gráfica de fuerza contra desplazamiento.
(Fuente: montaje Arroyo L)

Para calcular la energía almacenada en el resorte, se puede evaluar ésta energía a partir del análisis de la gráfica de fuerza de estiramiento sobre un resorte en función de la distancia $X$ que se estira el resorte por la fuerza. El valor de la fuerza cambia constantemente, pero lo podemos considerar constante sobre un incremento pequeño del desplazamiento $dX$. El trabajo, en este caso, corresponde a un pequeño rectángulo de altura $F = -kX$ y ancho $dX$. La figura 12 muestra los trabajos realizados para estos

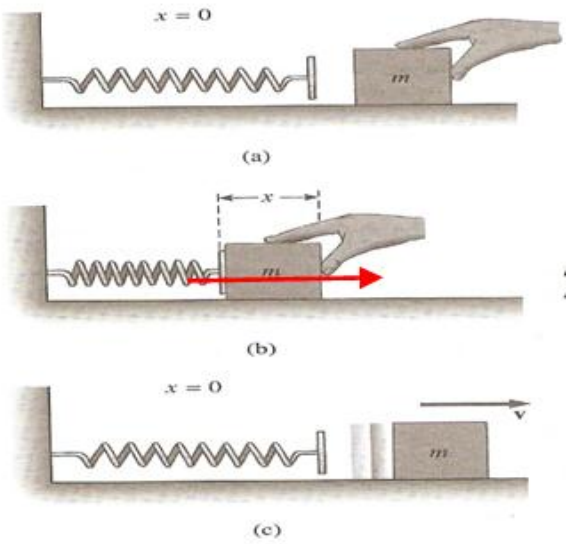
pequeños desplazamientos. Si el $dX$ es muy pequeño, el área de los rectángulos sumadas completan el área triangular bajo la recta. En consecuencia, el trabajo efectuado por la fuerza del resorte para ir de una posición C a una posición A es $W = -\frac{1}{2}kX_A{}^2 - (-\frac{1}{2}kX_C{}^2)$ . Como el trabajo sólo depende de $X$, la posición final, podemos definir una energía potencial elástica como $E_{p\ elastica} = \frac{1}{2}kX^2$ como en la gráfica siguiente:.




Cálculo de la energía potencial elástica del resorte en dos posiciones diferentes. (Fuente: Física clásica y moderna Gettys pág. 178).

Algunas aplicaciones de este resultado se pueden ver en los siguientes ejemplos

1. Supóngase que se empuja un bloque de masa m sobre una superficie sin fricción contra un resorte de constante k comprimiéndose una distancia X. Se le libera desde una posición de reposo. Averiguar la velocidad que adquiere el bloque en el instante en que el resorte dejó de ser comprimido, como en la gráfica siguiente:




Ejemplo 1: Principio de conservación de la energía con resorte.
(Fuente: Física. Quinta Edición. Serway-Faughn. Pag. 130)

Aplicando el principio de conservación de la energía mecánica.

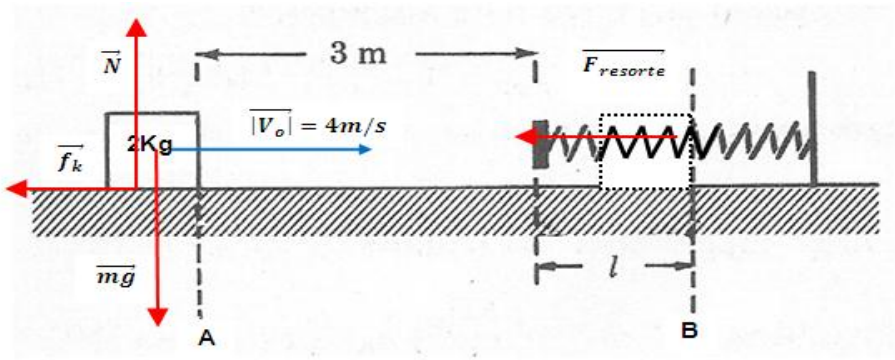
$$E_{c\,final} + E_{p\,final} + E_{pe\,final} - \left(E_{c\,inicial} + E_{p\,inicial} + E_{pe\,inical}\right) = W_{f_k},$$

se encuentra $E_{P_{inicial}} + E_{C_{inicial}} = E_{P_{final}} + E_{C_{final}}$ como no hay rozamiento $W_{f_k} = 0$ así que al evaluar las energías en los puntos considerados se obtiene $\frac{1}{2}KX^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2}mV^2$ despejar para la incógnita resulta $V_f = \sqrt{\frac{k.X^2}{m}}$

2. Se lanza un bloque de masa m con una velocidad $V_o$ sobre una superficie con cierto coeficiente de rozamiento $\boldsymbol{\mu_k}$, plana y horizontal y a una distancia d, de un resorte de constante de elasticidad k. Se desea averiguar el trabajo de la fuerza de rozamiento al comprimir el resorte una distancia X. como en la gráfica siguiente del ejemplo 2.

Aplicando el teorema trabajo energía. Como hay fuerzas no conservativas presentes en el ejercicio se presenta: $E_{m\,final} - E_{m\,inicial} = W_{f_k}$ las expresiones de la energía mecánica en dos puntos diferentes A y B del ejercicio son:

$$E_{c\,final} + E_{p\,final} + E_{pe\,final} - \left(E_{c\,inicial} + E_{p\,inicial} + E_{pe\,inical}\right) = W_{f_k}.$$

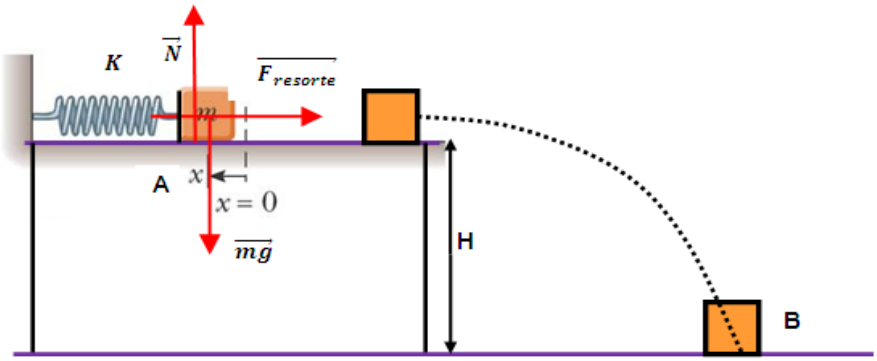



Ejemplo 2. Principio de conservación de la energía con resorte.
(Fuente: Arroyo L)

Evaluando las energías en los puntos considerados se obtiene:

$0 + 0 + \frac{1}{2}Kl^2 - \left(\frac{1}{2}mV^2 + 0 + 0\right) = W_{f_k}$ , resultando que $W_{f_k} = \frac{1}{2}(Kl^2 - mV^2)$

3. Sobre una mesa en la que se considera el rozamiento despreciable y de altura H con relación al piso, una persona con ayuda de un cuerpo de masa m comprime un resorte cuya constante de elasticidad es K, en una distancia X. Hallar la rapidez del bloque un instante antes de tocar el piso. Obsérvese la gráfica siguiente:




Ejemplo 3: Principio de conservación de la energía con resorte.
(Fuente: Arroyo L)

Aplicando el principio de conservación de la energia mecánica

$$E_{c\,final} + E_{p\,final} + E_{pe\,final} - \left(E_{c\,inicial} + E_{p\,inicial} + E_{pe\,inical}\right) = W_{f_k}$$

como no hay rozamiento $W_{f_k} = 0$ asi que $E_{P_{inicial}} + E_{Pe_{inicial}} + E_{C_{inicial}} = E_{P_{final}} + E_{Pe_{final}} + E_{C_{final}}$ así que evaluando las energías en los puntos considerados A Y B se obtiene

$mgH + \frac{1}{2}KX^2 + 0 = 0 + 0 + \frac{1}{2}mV_f{}^2$ Despejando para la velocidad se encuentra

$$V_f = \sqrt{\frac{2mgH + KX^2}{m}}$$

**En la novena sesión** se muestran los conceptos de máquinas simples y potencia. El objetivo de esta sesión es revisar que hay dispositivos como las máquinas simples con los que se puede cambiar la fuerza, el desplazamiento o la velocidad, pero no se modifica el trabajo o la potencia.

Definiremos primero potencia y conceptualizaremos sobre algunas máquinas simples como son: la polea, el plano inclinado, la palanca y el torno cabrestante.

Hemos visto que el trabajo que hace una fuerza es cuánto ayuda esa fuerza a aumentar la velocidad. Ahora, la potencia se define como qué tan rápido se hace ese trabajo. Así,

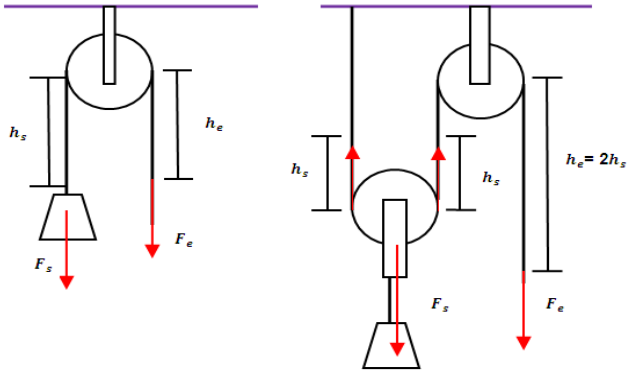
$$Trabajo = \vec{F}.\Delta\vec{X} \text{y} Potencia = \frac{trabajo}{\Delta t} = \vec{F}.\vec{V}$$

Hay dispositivos como el plano inclinado, la polea, la palanca y el torno, en los cuales se busca relacionar cantidades como fuerza, desplazamiento y velocidad. Pero ¿Cuál es el papel de las máquinas simples en las relaciones que hay entre fuerza y distancia

recorrida y entre fuerza y velocidad? Hay máquinas que cambian la fuerza o el desplazamiento, pero dejan el trabajo igual, como la palanca. Hay máquinas que cambian la fuerza o la velocidad, pero dejan la potencia igual, como los engranajes y las correas. Hay máquinas que cambian la dirección de la fuerza o del movimiento, como la cremallera o las poleas. Así, una máquina es una combinación de todas esas cosas. Dependiendo de lo que se quiera, se utilizan unas u otras, o una combinación de ellas.

## La polea fija y móvil

Las poleas son de dos tipos: fijas y móviles (gráfica de la izquierda). La polea fija no permite disminuir la fuerza aplicada para levantar un cuerpo, simplemente permite cambiar la dirección en que se aplica la fuerza, como por ejemplo cuando se iza una bandera. En cambio, un sistema con una polea móvil y una fija como el que se ve en la gráfica de abajo a la derecha, reduce la fuerza a la mitad, pero la distancia que debe recorrer la cuerda es el doble. Calculemos los trabajos efectuados suponiendo que los sistemas se mueven a velocidad constante. Para una polea fija, $F = mg$ y $\Delta X = h$, entonces $W = (mg)(h) = mgh$. En contraste, para una polea móvil $2T = mg$ y $F = T = mg/2$, pero $\Delta X = 2h$, entonces, $W = \left(\frac{mg}{2}\right)(2h) = mgh$ Así que el trabajo efectuado es el mismo, tanto en la polea fija como en la móvil, sólo que en la móvil se ejerce una fuerza menor para levantar el mismo cuerpo a la misma altura, pero a cambio se debe jalar el doble de cuerda que en la polea fija.

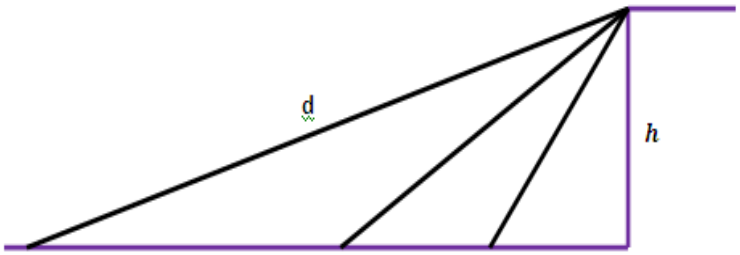



La polea fija y la polea móvil. (Fuente: Arroyo L)

## El plano inclinado

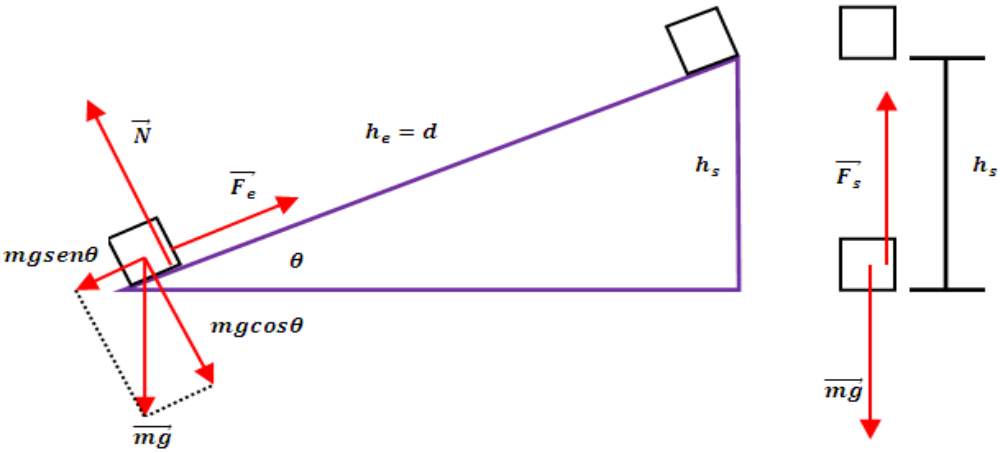
Un plano inclinado es simplemente una superficie con una inclinación con la cual se busca aplicar una fuerza menor a lo largo de una distancia mayor para levantar un objeto pesado a cierta altura, como en la gráfica de abajo. Cuanto menor sea el ángulo del

plano inclinado, menor es la fuerza que se tiene que aplicar a un cuerpo para subirlo, pero mayor es el desplazamiento a lo largo del cual se debe aplicar esa fuerza.




Variación del ángulo en el plano inclinado. (Fuente: Arroyo L)

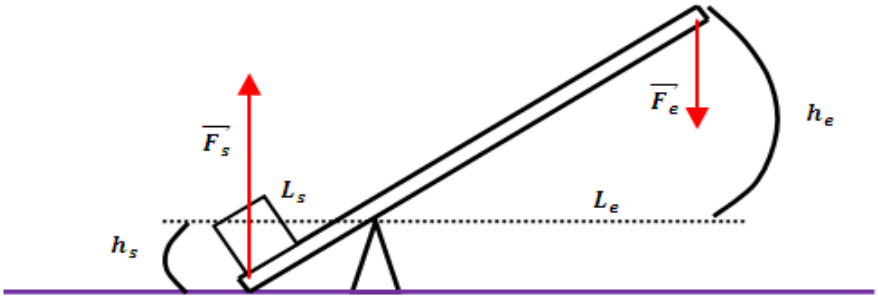
Para calcular el trabajo efectuado, consideremos que el cuerpo se desplaza a velocidad constante, y calculemos las fuerzas necesarias para que ello ocurra. De la gráfica siguiente se obtiene que $F = mgsen\theta$ y $\Delta X = h/sen\theta$. Entonces, $W = (mgsen\theta)\left(\frac{h}{sen\theta}\right) = mgh$. Cuando el cuerpo se levanta verticalmente a velocidad constante, $F = mg$ y $\Delta X = h$ y el trabajo realizado es también $W = (mg)(h) = mgh$. Como se aprecia, el trabajo que se hace es el mismo, sólo que mediante el plano inclinado la fuerza que se debe ejercer es menor, pero el desplazamiento recorrido se alarga.




Cálculo del trabajo en un plano inclinado. (Fuente: Arroyo L)

## La palanca

La palanca consiste básicamente en una barra rígida que rota alrededor de un punto o línea denominada fulcro. Una palanca de primer grado (con el fulcro entre la carga y la fuerza aplicada) levanta un cuerpo muy pesado aplicando una fuerza menor, a expensas de efectuar un arco mayor, como en la gráfica siguiente:



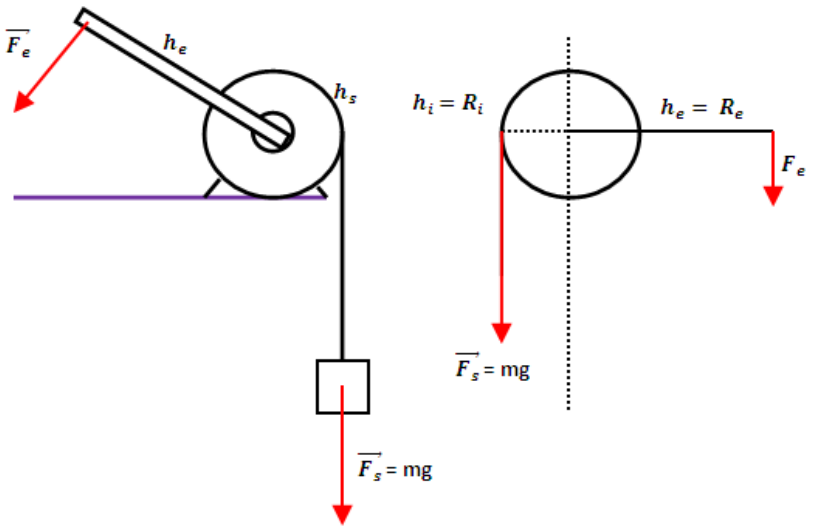

Palanca de primer género. (Fuente: Arroyo L)

Al multiplicar la fuerza por su correspondiente brazo de palanca tanto para la carga como para la fuerza aplicada se hace un torque respecto al punto de apoyo, de tal manera que se puede establecer una ecuación de equilibrio para estos torques, $F_s * L_s = F_e * L_e$. Ahora bien, como los ángulos barridos por los dos brazos son iguales, por semejanza de triángulos $\frac{h_s}{L_s} = \frac{h_e}{L_e}$ . Por lo tanto, $F_s * h_s = F_e * h_e$. En otras palabras, las fuerzas $F_s$ y $F_e$ son diferentes, pero los trabajos efectuados por ellas son iguales.

## El torno o cabrestante

Consiste en un tambor con una cuerda y una manivela que se usa para levantar cuerpos a la altura del tambor, como se presenta en la gráfica siguiente. La idea es que el brazo de la palanca de la manivela sea mayor que el diámetro del tambor, con lo que se consigue ventaja mecánica.

La trayectoria que recorre la fuerza es circular, pero igual se puede dividir en muchos trayectos lineales. En cada uno de ellos el trabajo efectuado es $W = F.\Delta X$ , y por lo tanto el trabajo realizado en cada vuelta de la manivela es $W = F_e 2\pi R_e$ . Mientras esto pasa, la fuerza $F_s$ que ejerce el tambor recorre una circunferencia menor, $2\pi R_s$. Como los trabajos son iguales, $F_e 2\pi R_e = F_s 2\pi R_s$, y $F_e < F_s$. El sistema es muy similar a la palanca, como se observa en la gráfica de abajo




Representación del torno o cabrestante. Fuente: Arroyo L.

En todas estas máquinas simples se muestra que la fuerza y el desplazamiento cambian pero el trabajo es el mismo. La energía obtenida es igual a la energía entregada, así que las máquinas no crean energía sino que permiten adecuar el trabajo a realizar a las capacidades de fuerza o de desplazamiento del motor con que se cuenta.

**Las sesiones diez y once** se usan para desarrollar algunas prácticas simples de laboratorio, con el propósito de que los estudiantes vivencien los conocimientos al ponerlos en práctica, al plantear algunas situaciones en las que se hacen cálculos sobre las diferentes tipos de energía, con la metodología de aprender haciendo.

En estas sesiones se muestran las diferentes actividades a desarrollar en las dos prácticas de laboratorio

Experiencia 1: Relación entre el trabajo y la energía cinética.

Propósito: que el estudiante intérprete y describa la relación entre trabajo y energía cinética, además desarrollar habilidades en la toma de datos y su procesamiento.

Dado el siguiente montaje

Montaje de la experiencia de laboratorio 1. (Fuente: Arroyo L)

Se quiere verificar si el valor del trabajo que la tensión de la cuerda hace sobre el carro dinámico cuando se desplaza la longitud del plano inclinado, resulta ser igual a si se aplicara el teorema de trabajo y energía cinética.
¿Qué variables creen que se deben medir?
¿Cómo calcular la tensión de la cuerda que actúa sobre el carro dinámico?
¿Con qué aceleración se mueve el carro dinámico?
¿Cómo medir o evaluar la velocidad que adquiere el carro dinámico?

A partir de las respuestas dadas por los estudiantes y con la orientación del docente se comienza a construir y a dar respuesta en forma cooperativa al desarrollo de la práctica.

1. Se miden la masa del carro dinámico M y la pesa que origina la tensión en el carro dinámico.
2. Aplicando la segunda ley de Newton se evaluará el valor de la tensión sobre la cuerda que está conectada al carro dinámico. El resultado al que deben llegar los estudiantes es:

$$T = \frac{Mm}{M+m} g$$

dónde:
M es la masa del carro
m es la masa de la pesa

Vamos a suponer que el rozamiento es mínimo.

3. Se calcula la aceleración que adquiere el carro dinámico mediante la aplicación de la segunda ley de Newton. El resultado al que deben llegar los estudiantes es

$$a = \frac{mg}{M+m}$$

4. Mediante un cronómetro se mide el tiempo que se demora el carro dinámico en desplazarse la longitud del plano inclinado. Este valor lo puede comparar con el que daría al calcularlo mediante las ecuaciones cinemáticas, como:

$$X = X_o + v_o t + \frac{1}{2} a t^2 \quad \text{con} \quad v_o = 0 \text{ y } X_o = 0$$

5. Con el valor del tiempo y la aceleración se calculará la velocidad final cuando ha recorrido la longitud del plano. Utilizando la expresión:

$$v_f = v_o + at \quad \text{donde} \quad v_o = 0$$

6. Con el valor de la velocidad final se calculara el valor de la energía cinética final, para ello se empleará:

$$E_{c\,final} = \frac{1}{2} m {v_{final}}^2$$

7. Calcular el valor del trabajo efectuado por la fuerza de la tensión sobre el carro dinámico de masa M, empleando el teorema del trabajo y la energía cinética.

$$E_{c\,final} - E_{c\,inicial} = W_{Total}$$

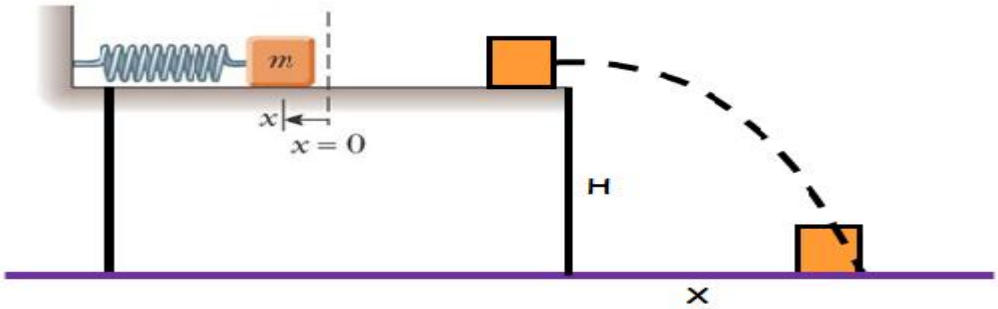
8. Se comparan el valor del trabajo mediante el teorema del trabajo y la energía con el valor que da si se multiplica el valor de la fuerza de tensión por el valor de la longitud que recorre el carro dinámico.

Se medirá el valor de la energía potencial de la masa m que genera la tensión sobre el carro dinámico al descender una distancia vertical h equivalente a la longitud del plano inclinado.

9. Calcular el valor de la energía potencial de la masa m al descender una distancia vertical; Para ello se emplea la expresión, $E_p = mgh$ donde h corresponde a la longitud de caída vertical de la masa m.
10. Aplicando conservación de la energía mecánica, calcular la velocidad final.

Experiencia 2 Cambios de la energía potencial elástica en energía cinética.

Propósito: que el estudiante intérprete y describa como la energía almacenada en un resorte se transfiere a un bloque como energía cinética, como en el montaje 2, además desarrollar habilidades en la toma de datos y su procesamiento.




Montaje de laboratorio 2.

1. Se debe calcular el valor de la constante de elasticidad del resorte para ello se debe aplicar la ley de Hooke
2. Con el valor de la constante del resorte y comprimiendo el resorte unos 4cm, se evaluará el valor de la energía potencial almacenada en el resorte. Para ello se puede emplear la expresión.

$$E_{p\ elastica} = \frac{1}{2}kx^2$$

3. Se medirá la altura de la mesa y la distancia horizontal desde el borde de la mesa al punto donde el bloque toca el piso. Con esos datos se calculará la velocidad horizontal arriba, cuando el bloque sale de la mesa. Para ello se puede utilizar la siguiente expresión:

$$v_{oX} = \sqrt{\frac{gX^2}{2H}}$$

4. Con el valor de la velocidad, se evaluará la energía cinética que adquiere el bloque con la expresión

$$\mathrm{E_c} = \frac{1}{2}\mathrm{mv}^2$$

5. Compare los valores de la energía potencial elástica, con este último resultado. ¿Cómo son entre si los valores?

En la sesión doce se aplica el pos-test, cuyos resultados nos arrojaran luces sobre si la anterior propuesta pedagógica es acertada para enseñar los conceptos de trabajo, energía y potencia.

# Bibliografía

[1] ALONSO M. y ROJO. O. Física Mecánica y Termodinámica. Addison Wesley. Wilmington, Delaware, US.A. 1986.

[2] ARONS, A. guide to introductory physics teaching. John Wiley and sons.New York, 1990.

[3] ATKINS, P. Galileo's Finger: The Ten Great Ideas of Science. Oxford UniversityPress. 2003.

[4] BLATT, F. Fundamentos de Física. Prentice hall. 3ª edición. México. 1991.

[5]CARR M. y KIRKWOOD V. *Teaching and learning about energy in New Zeland secondary school junior science classrooms.*1988 *PhysicsEducation.*23 86.

[6] DOMENECH J. L La enseñanza de la energía: una propuesta de debate para un replanteamiento global y otros. 2003. Caderno Brasileiro de Ensino de Física. Vol. 20 (3). Pág. 285 – 311.

[7] DUIT, R. *Learning the energy concept in school - empirical results from The Philippines and West Germany . Reinders1984 Physics Education.Vol. 19- pág.59.*

[8] FEYNMAN, R. The Feynman Lectures on Physics. Fondo educativo interamericano, S.A. U.S.A. 1971.

[9] GUETTYS, W. y otros. Física clásica y moderna. Editorial Mac Graw Hill. México D.F. México. 1991.

[10] HARMAN P. Energy, force and mater. The Conceptual Development.Nineteen Century Physics.Cambridge UniversityPress. London. 1982.

[11] HECHT, E Física en perspectiva, Addison Wesley iberoamericana, México D.F. 1987.

[12] HEWITT, P. Conceptos de Física. 5ª edición.EditorialLimusa. Mexico.1992.

[13] HEWITT, P. Física Conceptual. 3ª edición Addison Wesley. Longman de Mexico. S.A. de C.V. Mexico.1999.

[14] HIERREZUELO M. Una propuesta para la introducción del concepto de energía en el bachillerato. Revista Enseñanza de las ciencias Nº 8. Barcelona. España. 1990.

[15] I.E.D. INEM "FRANCISCO DE PAULA SANTANDER" .Proyecto Educativo Institucional. P.E.I. Avances 2008-2010.

[16] MACH, E. The science of mechanics.Reedición.The open court publishing co, London.1960.

[17] MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Ley General de Educación. Bogotá Colombia. 1994.

[18] MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares de ciencias naturales. I. Bogotá. Colombia. 2004.

[19] POINCARE H. La ciencia y la Hipótesis. Ed. Espasa Calpe. Madrid. 2002.

[20] SCHWARTZ, S y POLLISHURE, M. Aprendizaje activo. Una organización de la clase centrada en el alumnado. Narcea, Madrid. (1995).

[21] SERWAY R. y FAUGHN J. Física. Pearson Educación. Quinta Edición. Mexico.2001.

[22] SEXL, R. Some observations concerning the teaching of the energy concept.U 1981 EuropeanJournalScienceEducation. Vol 3 285 – 289

[23] SOLBES, J y TARIN, F. Algunas dificultades en torno a la conservación de la energía, Revista enseñanza de las ciencias, 1998, 16 (3), 387.

[24] STEVINUS, mencionado por Vélez F. quien cita a MACH, E. Pág. 59. The Science of Mechanics.The Open Court. Publishing Co., Illinois. 1960.

[25] VALERO, M. Física fundamental 1. Editorial Norma S.A. Bogotá. Colombia. Reedición.1999.

[26] VÈLEZ, F. El principio de la conservación del impulso y las leyes de la comunicación del movimiento en el siglo XVII. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia. 2002.

[27] VILLEGAS M y RAMIREZ R. Galaxia Física 10. Editorial Voluntad S. A. Bogotá. Colombia.1998.

[28] WARREN, J. The nature of energy. 1982 European Journal of science education. Vol. 4 275 – 297.

[29] WATTS, D. M. Some alternative views of energy. Physics Education. Vol. 18, pág 213- 217. 1983.

# Cybergrafía

[1] www.youtube.com/watch?v=Ipwxd-69od8. Consultada: Abril 22 de 2012

[2] www.fisvir.uccneivavirtual.com/httdocs. Consultada: Abril 29 de 2012

[3] www. teleformacion.edu.aytolacoruna.es/FISICA. Consultada: Mayo 6 de 2012.

[4] www. uy.m.globedia.com/función-fibra-muscular. Consultada: Mayo 6 de 2012.

[5] www. http://biol3medio.blogspot.com/ Consultado: Mayo 6 de 2012.

[6] www.fcm.ens.uabc.mx/ física/FISICA II/APUNTES/MÓDULOS. Consultada Mayo 13 de 2012.

[7] www.youtube.com/watch?v=InIha7bCTjM. Consultada: Mayo 13 de 2012.