PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LOGRAR APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN Y LA SIMULACIÓN

CARLOS ALBERTO GUEVARA SÁNCHEZ

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MEDELLÍN
FACULTAD DE CIENCIAS
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MEDELLÍN
2011

PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LOGRAR APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN Y LA SIMULACIÓN

CARLOS ALBERTO GUEVARA SÁNCHEZ

Trabajo presentado como requisito parcial para optar al título de Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales.

Directora:
Rosa Antonia Franco Arbeláez

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MEDELLÍN
FACULTAD DE CIENCIAS
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MEDELLÍN
2011

Tabla de contenido

INTRODUCCIÓN 6

1. TÍTULO 8

2. ANTECEDENTES.....9

3. REFERENTE TEÓRICO PEDAGÓGICO..... 12

4. METODOLOGÍA 15

4.1 PROPUESTA: MODELADO Y SIMULACIÓN DE FUNCIONES 16

4.1.1 MÓDULO 1: Modelación de funciones 18

4.1.2 MÓDULO 2. Práctica: Introducción a la Función Lineal 27

4.1.2 MÓDULO 3. Práctica: Introducción a la Función Cuadrática……...27

5. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LA PROPUESTA..... 43

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES 47

BIBLIOGRAFIA..... 49

ANEXOS..... 51

Anexo A: RED CONCEPTUAL SOBRE EL CONCEPTO DE FUNCION 50

Anexo B. INSTRUCTIVO PARA EL MANEJO APLICATIVO EN GEOGEBRA 51

Anexo C. PROCEDIMIENTO PARA INGRESAR UNA SIMULACIÓN DE UN EJERCICIO DEL MÓDULO DOS 52

PRELIMINARES

DIDACTIC PROPOSAL TO ACHIEVE MEANINGFULL LEARNING OF THE CONCEPT OF FUNCTION THROUGH MODELING AND SIMULATION.

SUMMARY

This paper discusses, first of all, the concept of function from the meaningfull learning and the learning process alternatives related to systems of representations that lead to the modeling of functions in PreCalculus courses. Secondly, through a process of reflection, several modules of simulation and modeling as alternative activities are proposed to integrate different representations of functions in PreCalculus courses and improve the teaching at this level. Finally, deployed tools as GRAPH 4.3 for graphing various types of functions and develop applications in GEOGEBRA support activities of the modeling and simulation that lead to the construction of geometric model - dynamic, tabular- numeric, graphic, and algebraic.

KEY WORDS

Function, systems of representations, modeling, simulation, the meaningfull learning.

RESUMEN

En el presente trabajo se analiza, en primer lugar, el concepto de función desde el aprendizaje significativo y las alternativas del proceso de aprendizaje relacionadas con los sistemas de representaciones que conducen a la modelación de las funciones en cursos de Precálculo. En segundo lugar, mediante un proceso de reflexión, se proponen varios módulos de actividades de simulación y modelación como una alternativa para integrar distintas representaciones de las funciones en los cursos de Precálculo y mejorar la enseñanza en este nivel. Por último, se implementan herramientas informáticas como el GRAPH 4.3 para graficar varios tipos de funciones y se desarrollan aplicativos en GEOGEBRA que sirven de apoyo a las actividades de simulación y modelación que conducen a la construcción del modelo geométrico-dinámico, tabular-numérico, gráfico y algebraico.

INTRODUCCIÓN

Para el estudio de las matemáticas hay tres conceptos relevantes que generan el resto de conceptos, proposiciones y procedimientos: sucesión, función y límite. Cualquier acercamiento que se desee necesita ser enlazado con alguno de estos tres conceptos. Dentro de la experiencia vivida en la práctica docente en la Escuela de Matemáticas de la Universidad Nacional me surgieron varias inquietudes que se pueden volver recomendaciones para orientar el programa de la asignatura niveladora de Matemáticas Básicas para estudiantes de primer semestre.

El programa de la asignatura es muy extenso y se necesita que temáticas como la de funciones se trabaje significativamente desde una mirada que tenga en cuenta los diferentes pensamientos matemáticos: algebraico o variacional, numérico, aleatorio, geométrico, espacial y métrico.

Entonces mi propuesta de enseñanza- aprendizaje es hacer una mirada desde lo general del concepto de función matemática a lo particular como una red conceptual enlazada y con significado para ser aprehendida por los estudiantes y en la cual se integran varias lecciones del curso sobre funciones, de manera secuencial y significativa. Esta estrategia didáctica tiene varias intenciones:

En relación con lo curricular y del conocimiento de las Matemáticas, enlazar y dar sentido y coherencia, desde los diferentes pensamientos, a todo lo relacionado con funciones matemáticas.

En torno a lo pedagógico, asociar el concepto de función con aplicaciones físicas y geométricas para lograr aprendizaje significativo.

Desde lo didáctico, construir, mediante procesos de modelación y simulación, funciones matemáticas reales significativas para el estudiante.

Enseñar el concepto de función y sus derivados desde lo significativo, lo práctico, lo novedoso, con ayuda de los programas conocidos como GRAPH y GEOGEBRA entre otros.

1. TÍTULO

PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LOGRAR APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN Y LA SIMULACIÓN

2. ANTECEDENTES

Las estrategias que se utilizan para aprender matemáticas a partir de situaciones y fenómenos del mundo físico han cobrado fuerza en el curso de la Historia de la humanidad. Éstas incluyen: interpretar la realidad a partir de la identificación de las variables participantes, la recolección de datos que se generan en las situaciones reales o simuladas y modelación de las situaciones.

Algunos investigadores han buscado en la historia de las matemáticas lo relativo a la construcción del concepto de función con la finalidad de lograr ideas que permitan superar las dificultades que se presentan en el proceso enseñanza-aprendizaje. El concepto pasó por diferentes etapas históricas, en las que se fueron definiendo elementos matemáticos tales como: cantidad, variable y constante, y se integraron en la definición de función.

Las corrientes pedagógicas contextualistas, que basan el proceso de enseñanza – aprendizaje en la realidad y su aplicación, han contribuido a integrar otras áreas (estadística, geometría, modelación y simulación matemática) en los cursos de Precálculo y Cálculo. Se ha observado que, durante las últimas décadas, se han incorporado nuevas estrategias en la enseñanza de las funciones y herramientas tecnológicas en el salón de clases.

Hitt F., quien tiene varios trabajos sobre el tema de funciones como: simulación de fenómenos físicos vía computador para la formación de conceptos matemáticos (1993), sistemas semióticos de representación del concepto de función y su relación con problemas epistemológicos y didácticos (1993) y trabajos de

funciones en contextos (1996), señaló que "*a través de las funciones podemos modelar matemáticamente un fenómeno de la vida real, describir y analizar relaciones de hechos sin necesidad de hacer a cada momento una descripción verbal o un cálculo complicado de cada uno de los sucesos que estamos describiendo*"[1].

La modelación relacionada con sistemas de representaciones integra: símbolos, signos, figuras, gráficas y construcciones geométricas. Estos expresan el concepto y suscriben en sí mismos el modelo con el cual es posible interpretar y predecir comportamientos de fenómenos físicos. La simulación y la modelación son representaciones de un objeto matemático que está vinculado a una situación física o real. Cuando se logra la simulación matemática en el salón de clase, pueden rescatarse ideas intuitivas que la matemática formal excluye cuando se transita de lo concreto a lo abstracto en la enseñanza del conocimiento matemático. Una simulación es un intento por imitar o aproximarse a algo; por su parte, modelar significa construir una representación de algo. La diferencia semántica reside en que un modelo es una representación de estructuras, mientras que una simulación, infiere un proceso o interacción entre las estructuras del modelo para crear un patrón de comportamiento. Se puede evidenciar que las actividades de simulación y de modelación que se desarrollan con los estudiantes serán efectivas en el logro del concepto matemático.

Cuando se modelan situaciones reales u otras que se enmarcan en el proceso cognitivo de la adquisición del concepto de función, se provoca que el estudiante, al aproximarse a fenómenos reales, analice y describa la significación de objetos: simbólicos, verbales, gráficos, algebraicos y numéricos. En el proceso de simulación y de modelación se produce la distinción de variables y la relación entre las variables, las cuales a su vez, impulsan la construcción de otros registros de representación. Por lo tanto, la simulación y la modelación son alternativas de

[1] ponce.inter.edu/cai/tesis/oplanchart/inicio

transferencia dinámica del conocimiento desde situaciones físicas y geométricas hasta la estructuración mental en el proceso de aprendizaje.

Los autores de la mayoría de los textos de Precálculo presentan el tema de las funciones tomando como referencias, situaciones de correspondencias que se dan en el contexto físico-real. En el ámbito matemático, esta relación se considera como una clase de correspondencia llamada función. De forma general este concepto se presenta en tres modalidades: como una relación con lo físico-real, como representaciones y como definiciones. La utilidad de las funciones y el estudio con distintas representaciones llevan a reflexionar sobre el potencial didáctico que se tiene cuando se aborda la realidad con determinados esquemas mentales o modelos matemáticos o a través de una simulación del problema real.

La simulación y la modelación se deben abordar como un proceso que conduce al concepto de función y de su aplicación en diferentes escenarios. En el desarrollo de la presente propuesta se detectan diversos elementos que participan en la simulación y modelación.

3. REFERENTE TEÓRICO PEDAGÓGICO

En una variante de enseñanza de la Matemática, hemos puesto en un primer plano los problemas, de modo que los conceptos adquieran significado en ese contexto lo que, sin dudas, constituye un punto teórico importante en el aprendizaje significativo.

Según D. Ausubel, quien es uno de los principales representantes de la corriente pedagógica del constructivismo y formula con Novak la teoría del aprendizaje significativo, "el aprendizaje significativo surgió como un intento de contrarrestar el aprendizaje repetitivo y el carácter no significativo del aprendizaje y va dirigido a garantizar el establecimiento de las relaciones esenciales y no de un modo arbitrario entre lo que debe aprenderse y lo que es conocido, es decir, lo que se encuentra en las estructuras cognitivas de la persona que aprende"[2].

D. Ausubel y sus seguidores consideran, desde el punto de vista cognitivo, que aprender de un modo significativo consiste en realizar un proceso de actualización de los esquemas de conocimientos relativos a la situación en consideración, es decir, "poder atribuirle un significado al material objeto de estudio"[3].

En este tipo de aprendizaje los esquemas cognitivos del que aprende no se limitan a asimilar la nueva información sino que él mismo, entraña una constante revisión, modificación y ampliación; produciéndose nuevos vínculos entre ellos. De esta

[2] www.educar.org/articulos/usodemapas.asp
[3] www.monografias.com › Matemáticas

forma, permite una mayor funcionalidad y una memorización comprensiva de los contenidos asimilados de un modo significativo.

La noción del aprendizaje significativo llevó necesariamente a reanalizar el papel que los contenidos juegan en el proceso de enseñanza aprendizaje ampliando su significación, hasta considerar también a las estrategias y distintos tipos de procedimientos tales como: el sistema de preguntas para indagar, explorar y observar con un carácter científico.

Uno de los principales exponentes de estas teorías es el español César Coll que, al reconocer el carácter no espontáneo del aprendizaje significativo, fundamenta las condiciones en que éste se produce:

- El contenido de la enseñanza debe ser potencialmente significativo desde el punto de vista de su estructuración interna, significatividad lógica, coherencia, claridad y organización". Esta condición no se reduce a la estructura misma del contenido, sino que abarca también la presentación que de él se efectúa, que tiene en cuenta los esquemas de conocimientos previos existentes en la estructura cognitiva de la persona que aprende.

- El alumno debe disponer del bagaje indispensable para efectuar la atribución de significados", o sea, disponer de los conocimientos previos necesarios que le van a permitir abordar el nuevo aprendizaje.

- La actitud favorable a la realización de aprendizajes significativos que requiere realizar una actividad cognitiva compleja" (seleccionar esquemas previos de conocimientos y aplicarlos a la nueva situación, revisarlos, modificarlos, proceder a su reestructuración, al establecimiento de nuevas relaciones, evaluar su adecuación, etc.) para la cual el alumno debe estar suficientemente motivado.

Como condición primaria del aprendizaje significativo se considera el papel que los contenidos desempeñan en la enseñanza y la importancia de que en la forma de presentarlo se ponga de manifiesto, en mayor o menor medida, su estructura, lo que posibilita la autonomía del alumno para enfrentar nuevas situaciones, para identificar problemas, para sugerir soluciones interesantes.

Finalmente según Cesar Coll "Estas condiciones de la enseñanza para promover aprendizajes significativos apuntan hacia el estudio de la estructura del contenido y determinan aquella que permita al alumno aprender, es decir, poder integrar cada nuevo conocimiento a las estructuras ya formadas para ampliarlas, perfeccionarlas, modificarlas y poder utilizarlas en situaciones reales. Esto concuerda perfectamente con la posición con relación al aprendizaje y su particularidad específica. "

4. METODOLOGÍA

Dentro de la propuesta se contempla desde los contenidos, una reorganización de los diferentes conceptos para construir una red conceptual curricular, donde se tengan en cuenta: los conceptos, las proposiciones y los procedimientos que se derivan significativamente de una función matemática. Esta organización de contenidos busca hacer significativo el aprendizaje. Es bueno aclarar que como estudiante de la maestría en educación, este trabajo se hace desde lo pedagógico y legal teniendo en cuenta los lineamientos curriculares, los estándares y las competencias según el Ministerio de Educación Nacional.

Esta propuesta se visualiza desde una red conceptual, con la cual se puede facilitar la enseñanza significativa del concepto de función para los estudiantes; con base en ésta se facilitaría hacer la reestructuración de los contenidos de la asignatura Matemáticas Básicas o Precálculo en las lecciones referentes al tema de funciones.

Dentro de la estructura de la red conceptual, se recomienda tener en cuenta los diferentes tipos de funciones que se conocen y se pueden construir funciones desde los procesos de modelación y simulación partiendo de problemas reales sobre todo de carácter geométrico y físico. Lo anterior se puede materializar mediante la construcción de módulos didácticos con algunos tipos de funciones posibles y con aplicaciones reales para ser modelados y simulados. Estas aplicaciones se sugieren como un acercamiento a asignaturas posteriores de los estudiantes y a temas afines a las carreras de los estudiantes, es decir hacerlo significativo.

Al final del trabajo se presenta una red conceptual de función matemática que puede servir de apoyo para la construcción de la estrategia de propuesta didáctica para lograr aprendizaje significativo del concepto de función mediante la modelación y la simulación. (red conceptual tomada del Internet y mejorada).

Para los procesos de modelación y simulación de funciones se utilizará el programa GRAPH versión 4.3 y GeoGebra, los cuales son de distribución libre y gratuita vía Internet.

Se tomarán varios ejercicios representativos del texto de Precálculo de James Stewart, libro guía del curso de Matemáticas básicas de la Universidad, con las siguientes intencionalidades:

1. Modelar funciones de acuerdo a los algoritmos propuestos en la mayoría de textos de matemáticas básicas (método convencional en el aula). Analizar conceptos básicos de la red conceptual de función matemática.
2. Proponer unos módulos de acercamiento a modelación y simulación funciones lineales y cuadráticas a manera de prácticas motivadas por preguntas y con apoyo de aplicaciones como el GRAPH 4.3
3. Comparar el método convencional de modelado con aplicativos en GEOGEBRA, para describir los comportamientos de las funciones modelas obtenidas y hacer el análisis respectivo de acuerdo a los conceptos de toda la red conceptual de función matemática.

4.1 PROPUESTA: MODELADO Y SIMULACIÓN DE FUNCIONES

Hallar una función que describa la variación y/o dependencia entre dos variables, se conoce con el nombre de Modelado de funciones. Por ejemplo, si se observa que cuando a un resorte que cuelga libremente se le agrega peso gradualmente en la parte inferior, éste va experimentando una elongación cada vez más grande,

entonces se puede representar este fenómeno físico mediante una función que describa el comportamiento del resorte a medida que se le adiciona peso, es decir, establecer la relación entre la fuerza aplicada al resorte y la elongación sufrida por el resorte. Es así como con este proceso significativo se pretende construir modelos que representen, a partir de propiedades geométricas, físicas o algebraicas el objeto de estudio en cuestión. Cuando se tenga el modelo, se puede utilizar para analizar y predecir propiedades del objeto o proceso en estudio.

Para un adecuado proceso de modelación y simulación de funciones se sugieren y/o recomiendan los siguientes pasos, que por lo general son los que se proponen en la mayoría de textos de matemáticas básicas para universitarios de primer año (tomados del texto Precálculo de James Stewart):

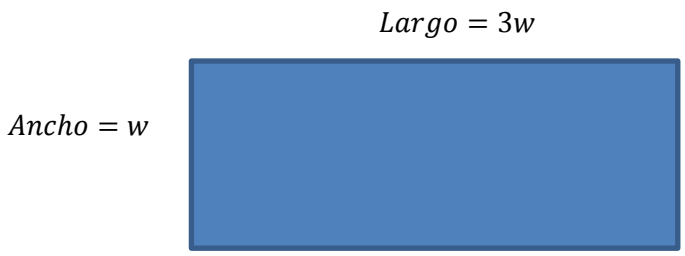
1. Exprese el modelo en palabras: identifique la cantidad que quiere modelar y exprésela, en palabras, como una función de otras cantidades en el problema.
2. Elija una variable: identifique las variables empleadas para expresar la función en el paso 1. Asigne un símbolo, como x, a una variable y exprese las otras variables en términos de este símbolo.
3. Establezca el modelo: exprese la función en el lenguaje del Álgebra al escribirla como una función de la única variable elegida en el paso 2.
4. Use el modelo: emplee la función para contestar las preguntas planteadas en el problema.

4.1.1 MÓDULO 1: Modelación de funciones

La finalidad de este módulo es presentar ejercicios representativos de funciones modeladas de manera convencional y/ o sugerida por la mayoría de textos de Precálculo y hacer unos comentarios o apuntes sobre las características y conceptos propios del tema de función matemática. Adicionalmente sus respectivas gráficas obtenidas en GRAPH 4.3.

"Ejercicios Simples Propuestos para Modelado" (tomados del texto de Precálculo de James Stewart).

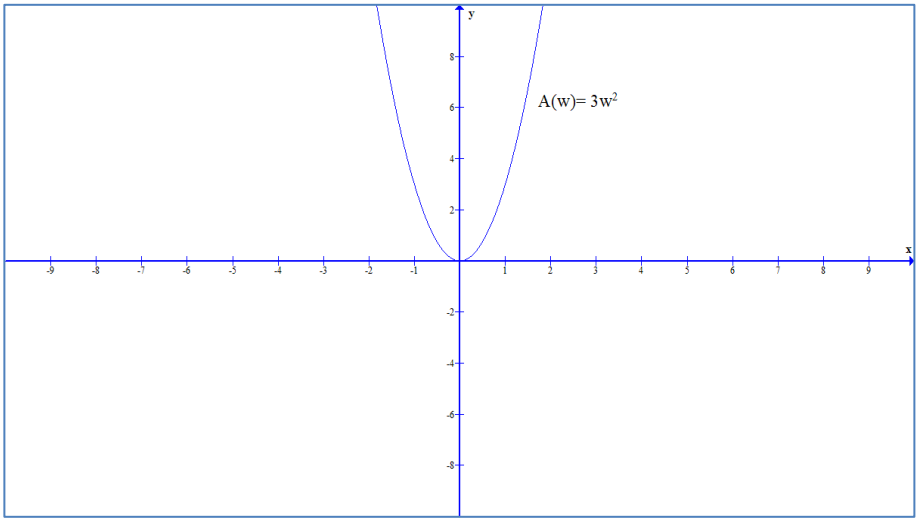
1. La longitud de un lote de edificación rectangular es tres veces su ancho. Encuentre una función que modele su área en términos de su ancho w.



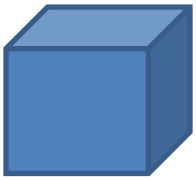
La función área $A(w)$, para el lote rectangular es:

$$Área = largo\,.\,ancho$$

$$A(w) = 3w.w = 3w^2$$



2. Una caja rectangular tiene una base cuadrada. Su altura es la mitad del ancho de la base. Encuentre una función que modele su volumen V en términos de su ancho w.



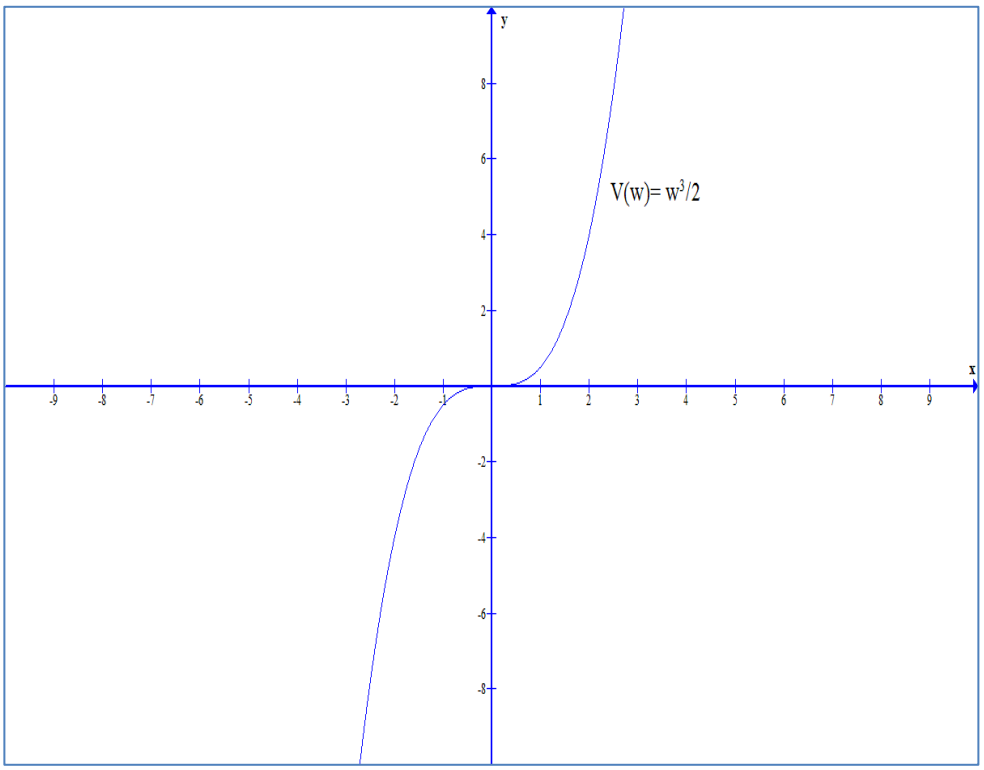
$\frac{w}{2}$

w

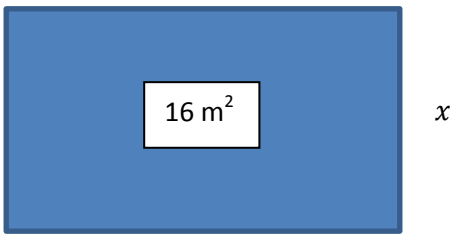
El volumen de la caja es el producto:

$$Volumen = largo.ancho\ .alto$$

$$V = w.w.\frac{w}{2} = \frac{w^3}{2}$$



3. Un rectángulo tiene un área de 16 m^2. Encuentre una función que modele su perímetro P en términos de la longitud x de uno de sus lados.

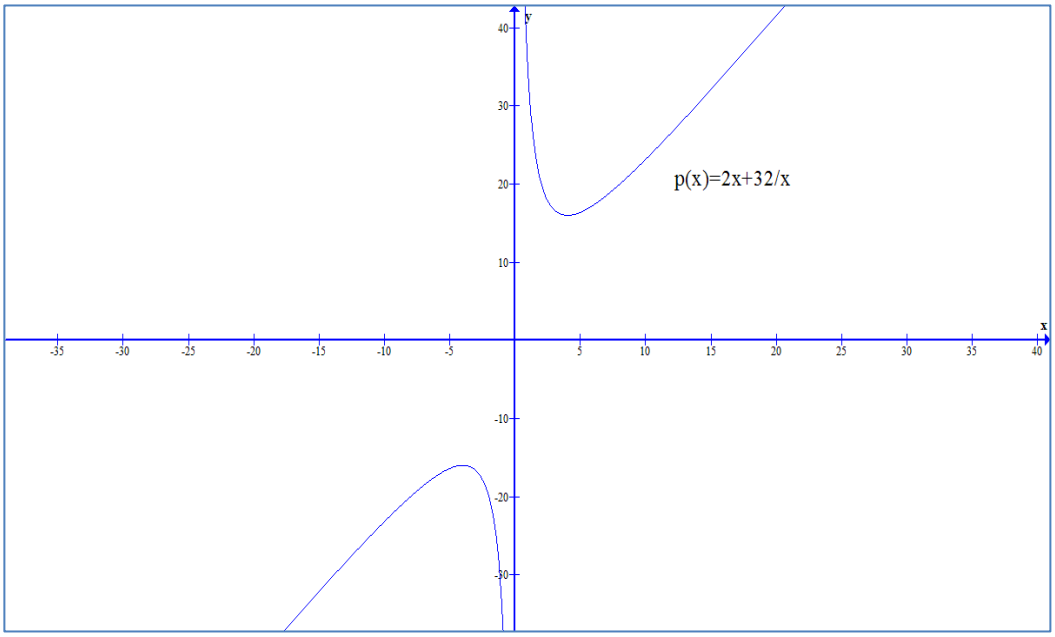


Si uno de los lados del rectángulo es x y su área es 16 m^2, como el producto del largo por el ancho es el área, el largo del rectángulo será:

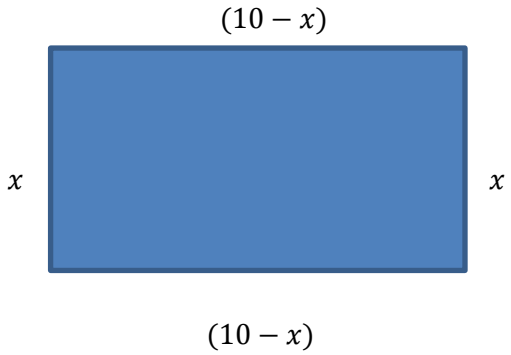
$$largo = \frac{16}{x}$$

Además el perímetro del rectángulo será dos veces la suma del largo y el ancho del rectángulo:

$$P(x) = 2x + 2\left(\frac{16}{x}\right) = 2x + \frac{32}{x}$$



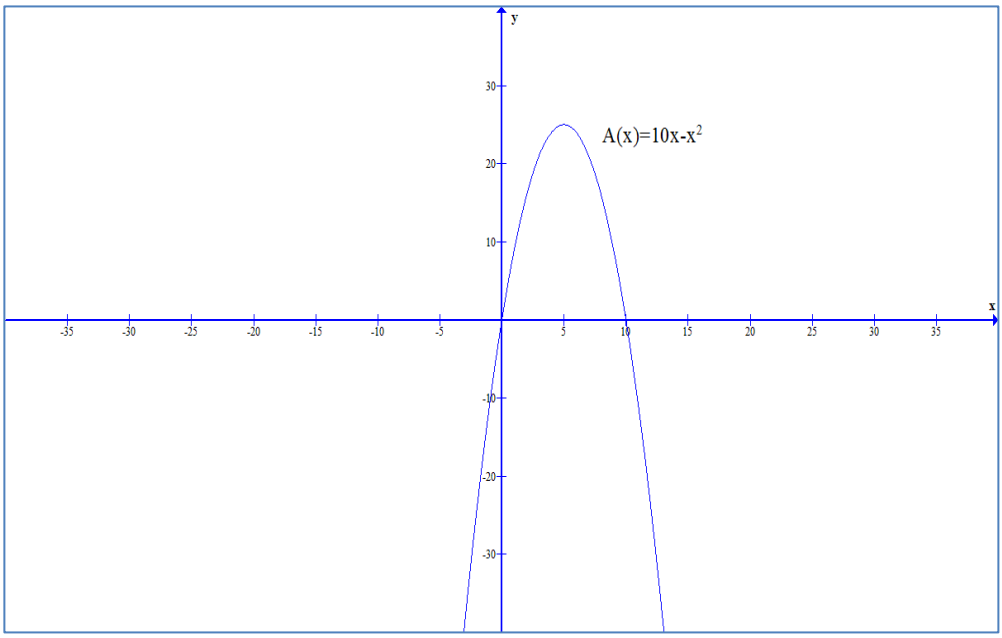
4. Un rectángulo tiene un perímetro de 20 pies. Encuentre una función que modele el área A en términos de la longitud x de uno de sus lados



Si el perímetro es 20 pies, se puede escribir el otro lado en términos de "x" y el perímetro.

Entonces la función área del rectángulo sería:

$$A(x) = (10 - x).x = 10x - x^2$$



Tradicionalmente se reconocen, en la mayoría de los estudiantes, grandes dificultades para establecer relaciones lógicas entre los conceptos como se definen en clase y la aplicación de estos en la representación gráfica. Lo innovador de esta propuesta apunta a reducir esa brecha, pues un aprendizaje será significativo en Matemáticas cuando el estudiante sea capaz de integrar los cuatro componentes de representación de las funciones: numérico, tabular, gráfico y algebraico. A continuación se presentan algunos de los conceptos básicos relacionados con el tema de funciones y se ilustra la pertinencia de su uso en la interpretación de los ejercicios modelados convencionalmente.

1. **Dominio y rango:** estos dos conceptos están relacionados con la naturaleza de las variables implicadas en la modelación de una función. Es crucial que el estudiante aprenda a interpretar e interiorizar qué implica que

una variable sea independiente y la otra dependiente. Cuando se escribe $y = f(x)$, estamos indicando que la x se puede mover libremente por ser la variable independiente, mientras que la y está ligada a la variabilidad de x por ser la variable dependiente. Esta conceptualización llevada al graficador implica que en el eje x se leen los valores del dominio mientras en el eje y se leen los del rango. En especial, se debe tener en cuenta que en los problemas modelados, los dominios son valores positivos de la variable independiente a excepción del problema 3 donde la variable independiente no puede ser cero. En los otros problemas la variable independiente podría ser cero, pero no existiría la situación planteada.

2. **Tipos de funciones:** a este respecto se puede ilustrar la importancia de las características de algunas de las funciones en relación a las formas, lo que permite distinguir, por ejemplo funciones polinómicas y funciones racionales. En las primeras funciones modeladas en los ejercicios 1, 2 y 4 se aprecian funciones cuadráticas y función cúbica, las cuales son funciones polinómicas de grado dos y tres respectivamente. Por otra parte las funciones racionales se ilustran en el ejercicio 3. Adicionalmente, es vital que el estudiante tenga claramente interiorizado el concepto de asíntota y que esté en capacidad de relacionarlo con los conceptos de dominio y rango abordados en la observación anterior. Desde una de las finalidades de esta propuesta se debe lograr que el estudiante entienda que el concepto de asíntota está asociado con la posibilidad que tiene una función de acercarse en distintas direcciones a un valor determinado sin llegar exactamente a él.

3. **Formas gráficas:** a este respecto esta propuesta busca que el estudiante aprenda a reconocer fácil y eficazmente el tipo de relación existente entre la representación gráfica de una función y el tipo o naturaleza de ésta. Por

ejemplo, las gráficas de parábolas asociadas a funciones cuadráticas y las gráficas con asíntotas asociadas con funciones racionales.

4. **Simetrías de las gráficas:** aquí se hace referencia y se recalca en la repartición de las formas gráficas en el plano con respecto a los ejes cartesianos, es decir, como reflejos a lado y lado de los ejes; por ejemplo simetría al eje y, cuando hay puntos de la gráfica que para un mismo valor de y, tiene dos valores de x, de igual magnitud y signo contario.

5. **Grado del polinomio y tipo de gráfica**: hace referencia a la relación entre el grado del polinomio y el tipo de curva. Es decir asociar líneas rectas al grado uno y parábolas al grado dos entre otros. Se pueden observar en los gráficos en el plano cartesiano los valores tanto de x e y donde la gráfica corta los ejes, interceptos.

6. **Interceptos de los gráficos con los ejes:** visualizar gráficamente, el concepto de intercepto de la gráfica con los ejes cartesianos, como los valores donde una de las variables se hace cero, es decir, si la variable independiente es cero entonces corresponde el valor de la otra al intercepto con el eje y y si la variable dependiente es cero entonces corresponde el valor de la otra al intercepto con el eje x.

7. **Valores máximos y mínimos de funciones:** se puede evidenciar, por ejemplo, en las funciones polinómicas de grado dos, para ciertos valores de x dentro del dominio, valores respectivos de la variable dependiente muy bajo o muy alto, los cuales pueden corresponder respectivamente a un punto de mínimo o de un punto de máximo en la gráfica de la función.

A continuación se presentan unos applets realizados en GeoGebra para ilustrar varias características de las funciones modeladas[5] en el módulo 1. Para ingresar al aplicativo de GEOGEBRA, sobre el siguiente enlace http://applesgeo.tk oprimir tecla Ctrl mas clic.

Ver al final del trabajo el anexo B módulo de manejo de aplicativos de GEOGEBRA.

[5] http://applesgeo.tk/

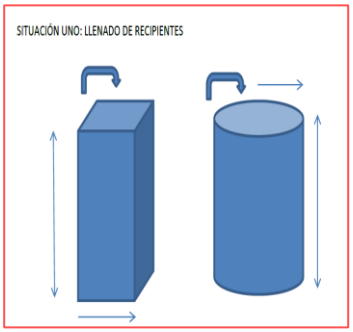
APLICACIONES DE MODELACIÓN

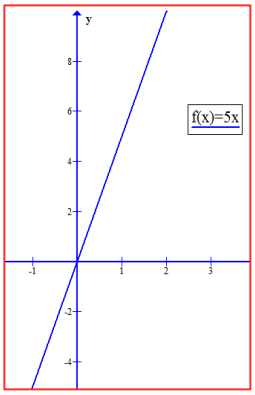
Con estos módulos se pretende motivar desde el aprendizaje significativo el planteamiento de diversas situaciones que pueden conducir a modelación y simulación de funciones matemáticas. Algunos de los problemas planteados se desarrollaron en clase.

ESQUEMA GENERAL DE MODELACIÓN PARA LOS MODULOS 2 Y 3

PROBLEMA VERBAL: descripción en palabras de la situación

Análisis y esquema del evento a modelar por ejemplo:





Gráfica

Formas de representación

x	f(x)
0	0
1	5,0000
2	10,0000
3	15,0000
4	20,0000
5	25,0000
6	30,0000
7	35,0000
8	40,0000
9	45,0000
10	50,0000

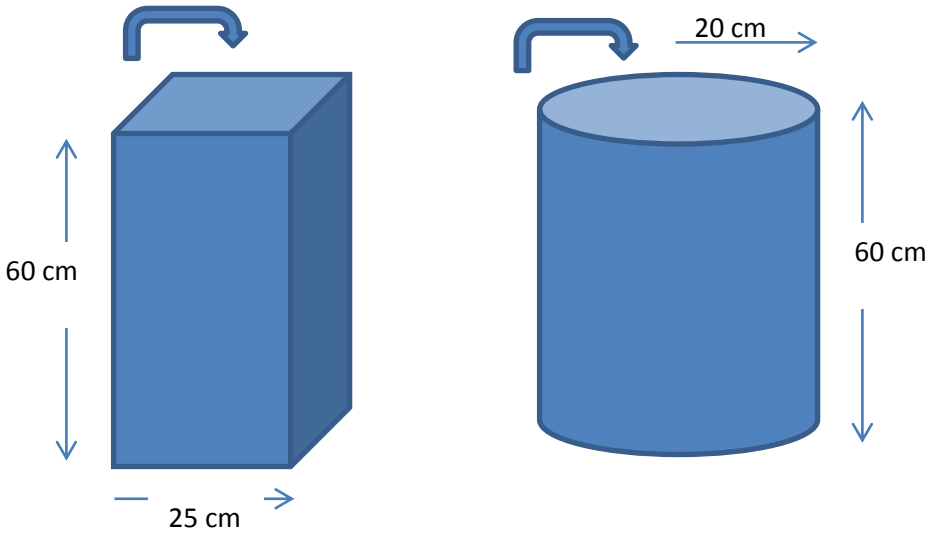
Tabular

$$F(x) = 5x$$

Algebraica

4.1.2 MÓDULO 2. Práctica: Introducción a Función Lineal

SITUACIÓN UNO: LLENADO DE RECIPIENTES



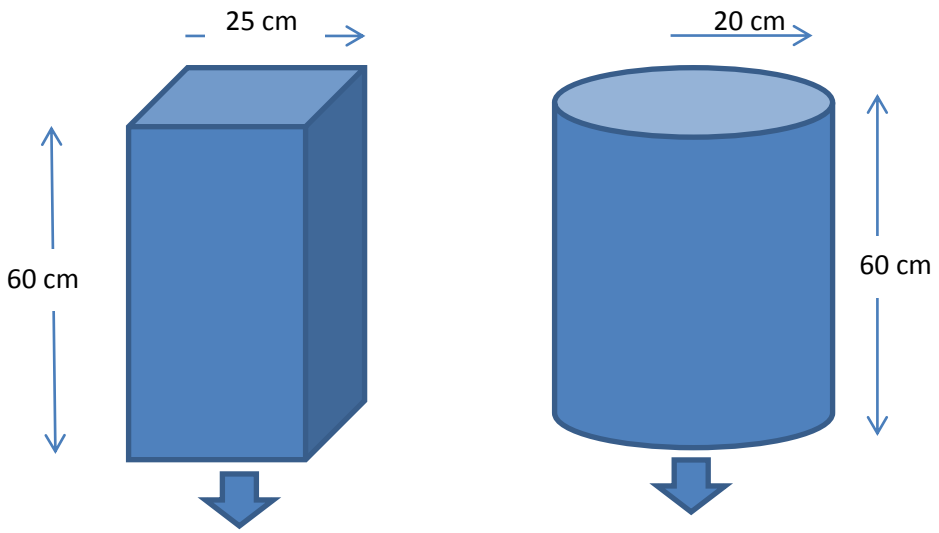
En este ejercicio propuesto se pretende evidenciar y visualizar cómo varía el volumen del recipiente a medida que se llena, aumentando la altura de llenado, para cada tipo de recipiente.

Atendiendo a la situación presentada analizar y responder:

a. ¿Cuál es la variable independiente?
b. ¿Cuál es la variable dependiente?
c. Construir una tabla de datos para ambos recipientes, donde las variables son volumen y altura. ¿Podría variar la situación de acuerdo a la forma del recipiente?
d. ¿Con los datos obtenidos en el literal anterior, podría modelarse el problema? Explique. Utilizando el GRAPH 4.3 hacer la representación gráfica del evento.
e. ¿Dónde se tiene en cuenta la forma del recipiente?

f. Debe existir un límite para el llenado del recipiente. Muéstrelo y analícelo en la gráfica obtenida.
g. ¿Según el anterior literal, qué se puede decir del dominio y rango de la función con la cual se modela el evento?
h. A medida que se registre la altura de llenado del recipiente y el volumen del mismo, en la tabla de datos del literal c, se puede establecer qué tipo de relación existe entre las dos variables, altura de llenado y volumen.
i. Describir la forma de la gráfica obtenida en el literal d, buscar rasgos característicos y con qué tipo de funciones podría asociarse.

SITUACIÓN DOS: VACIADO DE RECIPIENTES



En este ejercicio propuesto se pretende evidenciar y visualizar como varía el volumen del recipiente a medida que se drena, disminuyendo la altura, para cada tipo de recipiente.

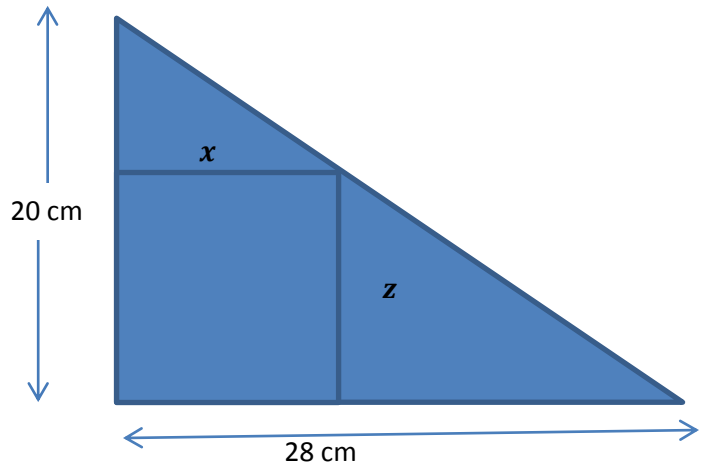
Atendiendo a la situación presentada analizar y responder:

a. ¿Cuál es la variable independiente?
b. ¿Cuál es la variable dependiente?

c. Construir una tabla de datos para ambos recipientes, donde las variables son volumen y altura. ¿Podría variar la situación de acuerdo a la forma del recipiente?
d. ¿Con los datos obtenidos en el literal anterior, podría modelarse el problema? Explique.
e. De acuerdo al literal anterior y Utilizando el GRAPH 4.3 hacer la representación gráfica del evento.
f. ¿Dónde se tiene en cuenta la forma del recipiente?
g. Debe existir un límite para el vaciado del recipiente, muéstrelo y analícelo en la gráfica obtenida.
h. ¿Según el anterior literal, qué se puede decir del dominio y rango de la función con la que se modela este evento?
i. A medida que se registre la altura de vaciado del recipiente y el volumen del mismo, en la tabla de datos del literal c, se puede establecer qué tipo de relación existe entre las dos variables, altura de vaciado y volumen.
j. Describir la forma de la gráfica obtenida, buscar rasgos característicos y con qué tipo de funciones podría definirse.

4.1.3 MODULO 3. Práctica: Introducción a la Función Cuadrática

SITUACIÓN UNO: INSCRIBIR UN RECTÁNGULO EN UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO.



Dado un triángulo rectángulo, inscribir varios rectángulos como se muestra en la figura. De cada uno de ellos tomar sus dimensiones y calcular el área del rectángulo.

Atendiendo a la situación presentada analizar y responder:

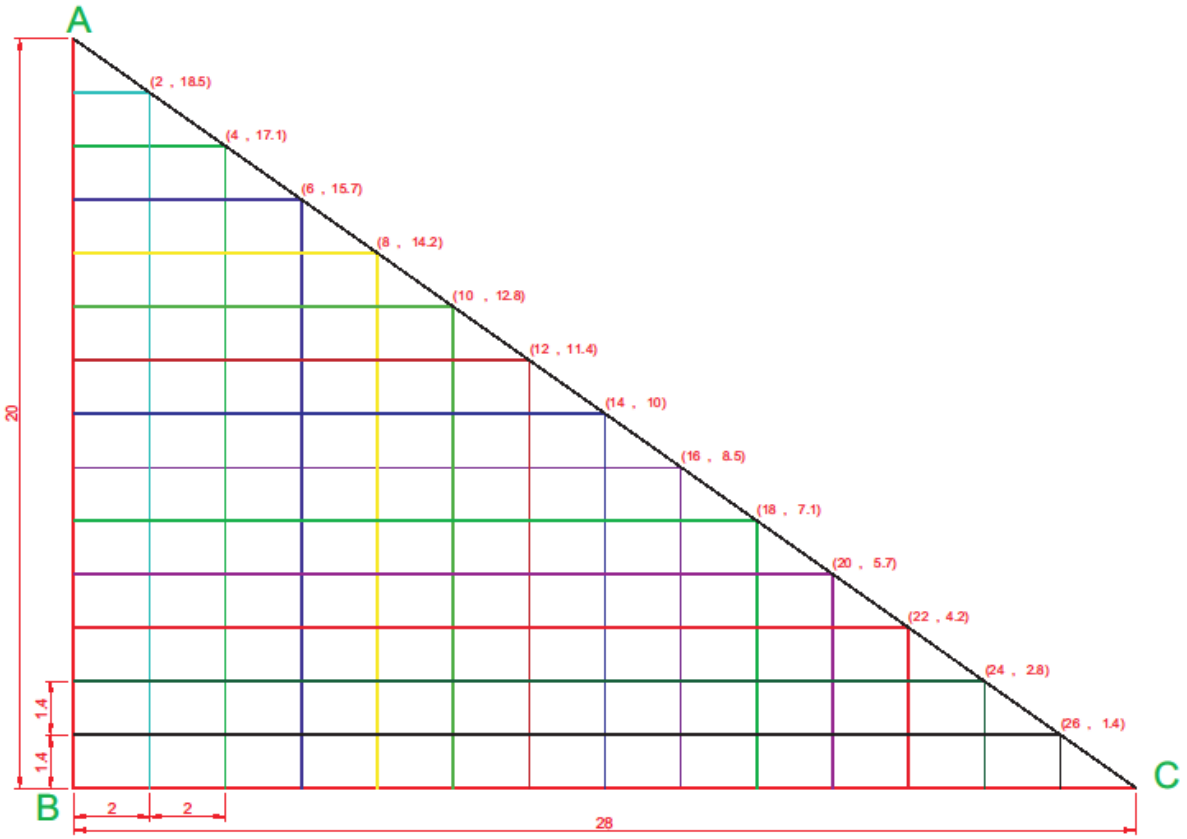
a. ¿Cuál es la variable independiente?
b. ¿Cuál es la variable dependiente?
c. Construir una tabla de datos, donde las variables son el largo del rectángulo inscrito y área del mismo.
d. ¿Cómo se establecen las relaciones internas entre las medidas del rectángulo inscrito y las del triángulo rectángulo?
e. ¿Con los datos obtenidos en el literal anterior, podría modelarse el problema? Explique.
f. De acuerdo al literal anterior y utilizando el GRAPH 4.3 hacer la representación gráfica del evento modelado.
g. ¿Existen para este evento específico valores, no permitidos de la variable x?
h. ¿Según el anterior literal, qué se puede decir del dominio y rango de la función con la que se modela este evento?
i. Describir la forma de la gráfica obtenida, buscar rasgos característicos y con qué tipo de funciones podría definirse.
j. Con la gráfica obtenida en el GRAPH 4.3 y su correspondiente ajuste de la función, visualmente trate de ubicar el valor más alto de la función, o sea el valor de y y leer el correspondiente valor de x para este valor de y en particular. ¿Se puede decir algo de estas coordenadas con respecto a la función?

SIMULACIÓN DEL EJERCICIO DEL MÓDULO 2

Se toma en una hoja de papel milimetrado las dimensiones horizontal y vertical del triángulo rectángulo ABC y se suscriben varios rectángulos dentro del triángulo. Ver figura adjunta.

Se toman las medidas horizontales y verticales de cada rectángulo y se consignan en una tabla de datos. En el triángulo rectángulo aparecen como coordenadas las dimensiones horizontal y vertical de cada rectángulo.

PARTE EXPERIMENTAL



Atendiendo a la situación presentada, analizar y responder:

a. ¿Cuál es la variable independiente?

   La variable independiente es el ancho del rectángulo, x

b. ¿Cuál es la variable dependiente?

   La variable dependiente es el área del rectángulo, A

c. Construir una tabla de datos, donde las variables son dimensión horizontal paralela al lado BC del triángulo y dimensión vertical paralela al lado AB del triángulo y se calcula el área de cada rectángulo inscrito.

Dimensión horizontal x cm	**Dimensión vertical z cm**	$\boldsymbol{Área = xz}$ **cm²**
2	18.5	37.0
4	17.1	68.4
6	15.7	94.2
8	14.2	113.6
10	12.8	128.0
12	11.4	136.8
14	10.0	140.0
16	8.5	136.0
18	7.1	127.1
20	5.7	114.0
22	4.2	92.4
24	2.8	67.2
26	1.4	36.4

d. ¿Cómo se establecen las relaciones internas entre las medidas del rectángulo inscrito y las del triángulo rectángulo?

   Se puede apreciar que para un valor de x, el valor de z queda determinado por estar inscrito el rectángulo dentro del triángulo, se puede decir que hay una relación entre cada valor de x y z de acuerdo con los

valores de los lados (catetos del triángulo), es decir, una relación de proporcionalidad.

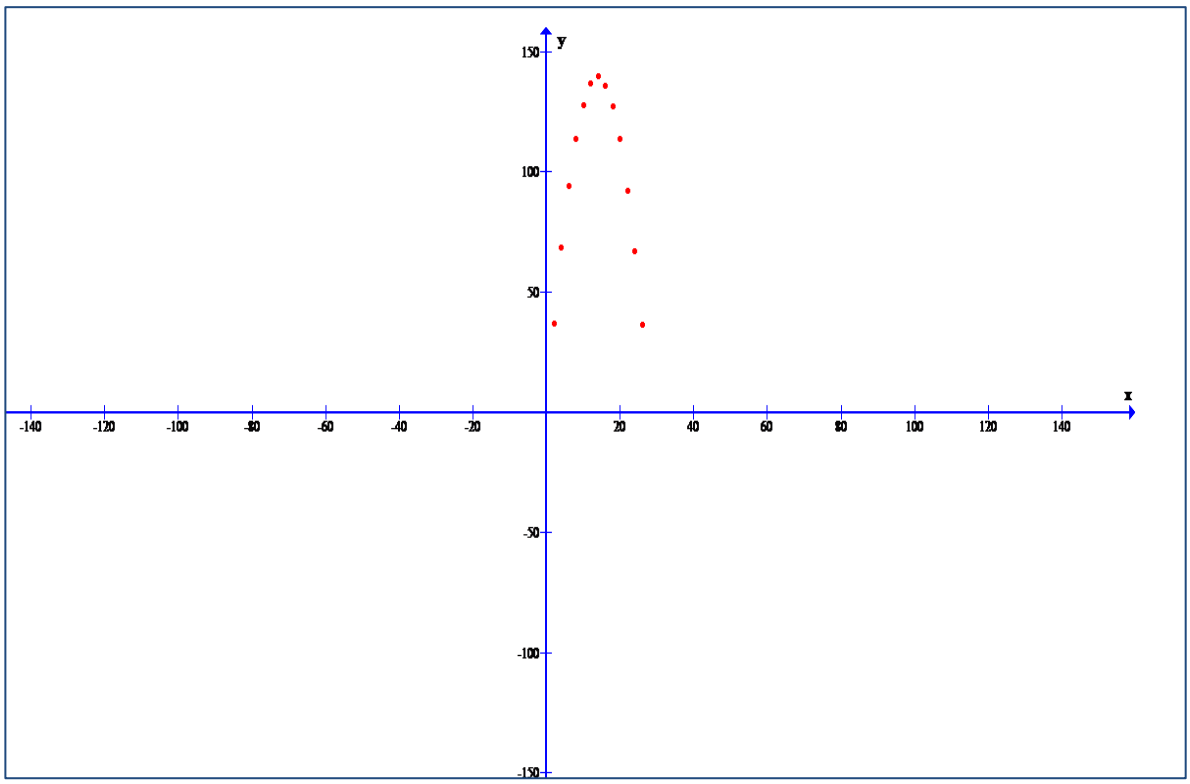
e. ¿Con los datos obtenidos en el literal anterior, podría modelarse el problema? Explique.

   Sí. Se puede con los datos de los valores de x y su respectivo valor de área o con los datos de z y el respectivo valor de área, se puede realizar una gráfica para establecer una relación denominada función.

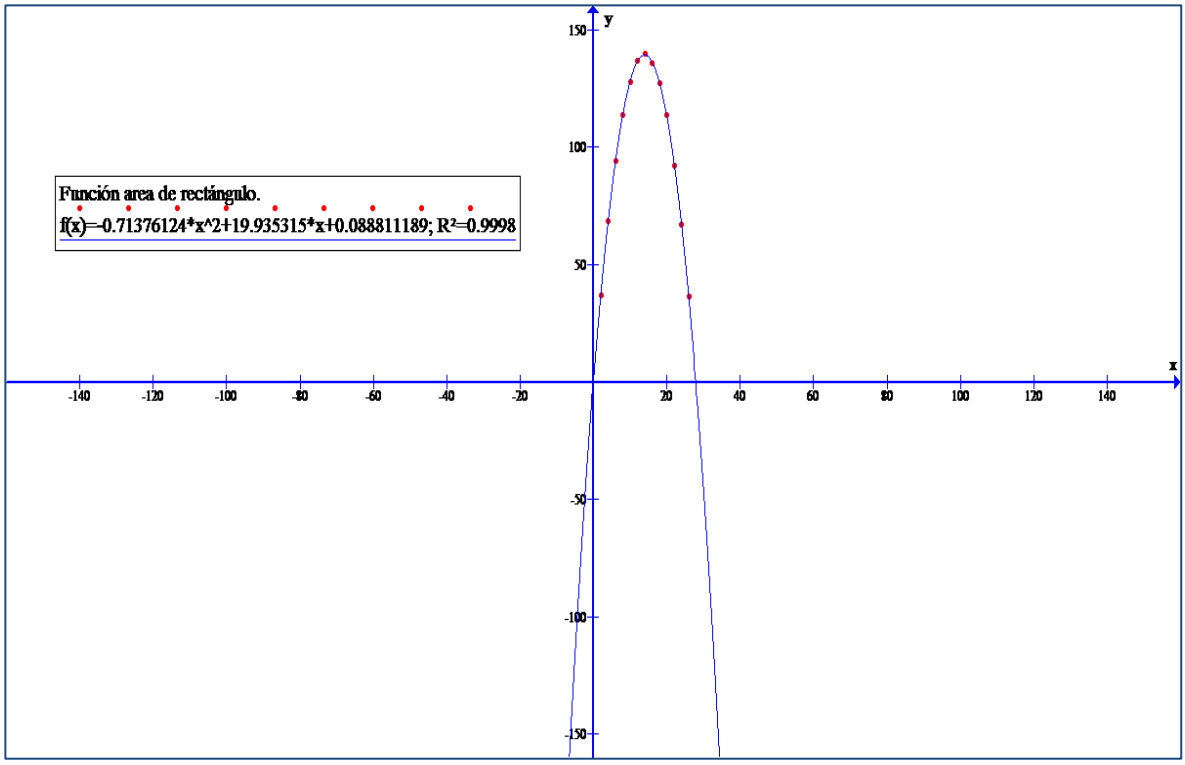
f. De acuerdo al literal anterior y utilizando el GRAPH 4.3 hacer la representación gráfica del evento modelado.

   Ver al final del trabajo el anexo No. 2 módulo de manejo del GRAPH 4.3.

   Para este ejercicio se grafican los valores de x con su valor correspondiente de área del rectángulo.



De acuerdo a la nube de puntos arrojados por el graficador se aprecia una tendencia a una función cuadrática, es decir una parábola que abre hacia abajo y presenta un valor máximo. Entonces con ayuda del GRAPH se le puede hacer una tendencia a la nube de puntos de función polinómica de grado dos y obtener su representación algebraica.



Entonces el graficador arroja una expresion algebraica aproximada a:

$$f(x) = 0.7x + 20x^2$$

g. ¿Existen para este evento específico valores no permitidos de la variable x? Como se aprecia en la gráfica el valor aproximado de x está entre 0 y 28 cm, mientras el valor del área del rectángulo está entre 0 y el valor más alto de la gráfica.

h. ¿Según el anterior literal, qué se puede decir del dominio y el rango de la función con la que se modela este evento?

Según la gráfica, el dominio es el conjunto de todos los números reales mientras el rango está conformado por los valores de y menores o iguales que el máximo de la función.

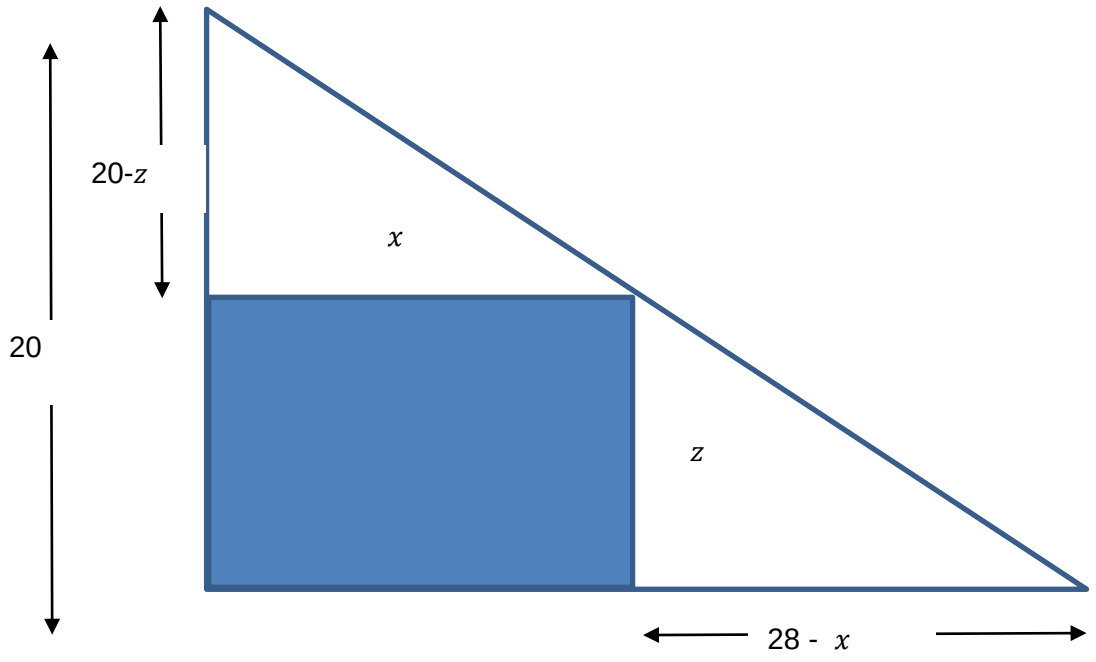
Más adelante se puede evidenciar en el aplicativo en el GEOGEBRA. http://applesgeo.tk

i. Describir la forma de la gráfica obtenida, buscar rasgos característicos y con qué tipo de funciones podría definirse.

   Función polinómica de segundo grado, gráfica de una parábola, que abre hacia abajo, tiene un máximo que se puede evidenciar como el punto más alto de la gráfica.

j. Con la gráfica obtenida en el GRAPH 4.3 y su correspondiente ajuste de la función, visualmente trate de ubicar el valor más alto de la función, o sea el valor de y y leer el correspondiente valor de x para este valor de y en particular, ¿se puede decir algo de estas coordenadas con respecto a la función?

MODELADO CONVENCIONAL DEL EJERCICIO



28

Área del rectángulo inscrito $A = x.z$

Buscamos relaciones entre x y z

Los triángulos son semejantes entonces:

$$\frac{20-z}{z} = \frac{x}{28-x} \qquad \rightarrow \quad (20-z)(28-x) = zx$$

$$560 - 20x - 28z + zx = zx \qquad \rightarrow 560 - 20x - 28z = 0$$

$$z = \frac{560-20x}{28}$$

Entonces remplazando en la ecuación del área del rectángulo se obtiene una función de x:

$$A(x) = x.\frac{(560-20x)}{28} = 20x - \frac{5}{7}x^2$$

Ahora el área del rectángulo puede expresarse como:

$$A(x) = 20x - \frac{5}{7}x^2 \ ; \quad para\ x > 0$$

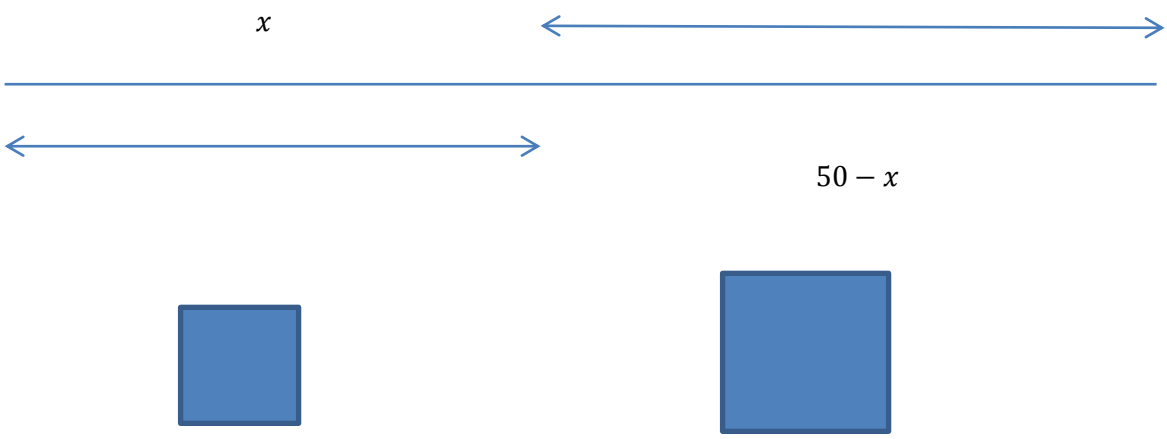
Finalmente se puede entrar al siguiente aplicativo preparado en GEOGEBRA, http://applesgeo.tk , para evidenciar y comprobar para esta función elementos como el dominio, el rango, el valor máximo de la función y los interceptos con los ejes cartesianos.

[6]Para usar el aplicativo seleccione los valores $a, b\ y\ c$ de la función cuadrática en cada uno de los deslizadores a la izquierda del aplicativo. Además recorra el punto A sobre la curva para detectar el máximo de la función y aprecie el dominio y el rango de ésta.

[6]http://applesgeo.tk/

SITUACIÓN DOS: SUMA DE ÁREAS PARA MAXIMIZAR Y/O MINIMIZAR

Tome una longitud determinada de alambre por ejemplo 50 cm de largo y córtelo en dos trozos, uno de longitud x y el otro de $50 - x$, como se muestra en la figura, doble cada trozo en forma de cuadrado. Calcule el área de cada cuadrado obtenido y además la suma de las dos áreas. Haga este procedimiento para varios valores de x.



Atendiendo a la situación presentada analizar y responder:

a. ¿Cuál es la variable independiente?
b. ¿Cuál es la variable dependiente?
c. Construir una tabla de datos, donde las variables son lado del cuadrado y áreas de los dos cuadrados.
d. ¿Con los datos obtenidos en el numeral anterior, podría modelarse el problema? Explique.
e. De acuerdo al numeral anterior, utilizando el GRAPH 4.3 hacer la representación gráfica del evento modelado. ¿Cuál sería el caso?

f. ¿Existen para este evento específico valores no permitidos de la variable x?
g. ¿Según el anterior literal, qué se puede decir del dominio y el rango de este evento modelado?
h. Describir la forma de la gráfica obtenida, buscar rasgos característicos y con qué tipo de funciones podría definirse.
i. Con la gráfica obtenida en el GRAPH 4.3 y su correspondiente ajuste de la función, visualmente trate de ubicar el valor más bajo de la función, o sea el valor de y y leer el correspondiente valor de x para este valor de y en particular. ¿Se puede decir algo de estas coordenadas con respecto a la función?
j. ¿Se podría hablar de varios eventos especiales en este caso, máximos y/o mínimos de una función?

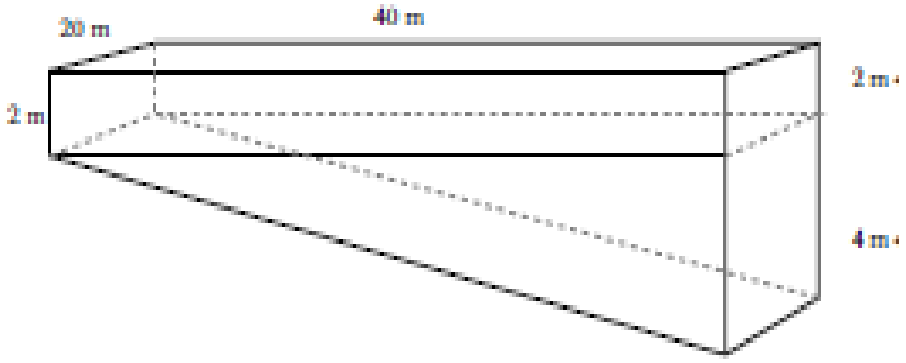
PRÁCTICA: PROPUESTA DE EJERCICIO DE MODELADO PARA UNA FUNCIÓN POR PARTES

Con este problema propuesto se pretende tratar de construir a partir del reconocimiento y aplicación de los módulos uno y dos (función lineal y cuadrática), una situación donde hay varios criterios para modelar funciones, es decir modelar según los valores del dominio, funciones diferentes, en otras palabras modelar una función por partes.

[7]Ejercicio seleccionado de Internet:
La piscina mostrada en la figura tiene 2m de profundidad mínima y 6m de profundidad máxima, 40m de largo, 20m de ancho y el fondo es un plano inclinado. Expresar el volumen v del agua contenida en la piscina en función de la altura h del nivel del agua desde la parte más profunda de la piscina.

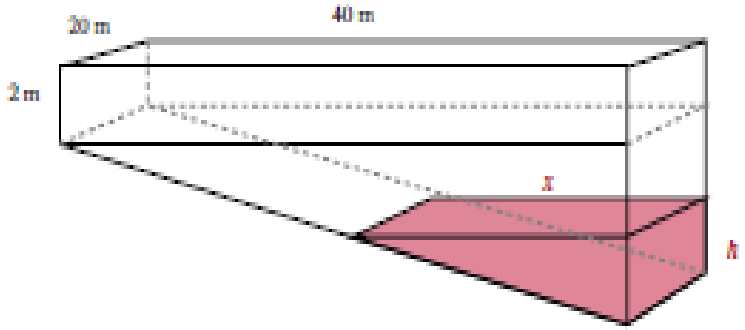
[7]http://canek.uam.mx/Calculo1/Teoria/Funciones/FTModelando.pdf

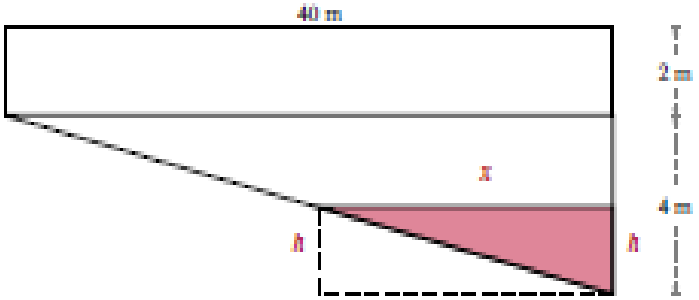
Simule a escala las dimensiones de la piscina, para tomar medidas para los cálculos correspondientes en el desarrollo de esta práctica.



Analice las siguientes situaciones y responda:

Figuras de ayuda





a. ¿Se podría pensar en dos eventos por separado para modelar, cuáles y por qué?
b. ¿Cómo describiría el llenado de la piscina para dos eventos, cómo es cada uno de ellos? En cada parte de llenado defina las restricciones o criterios.
c. Con ayuda de fórmulas de volúmenes de paralelepípedos y cuñas triangulares, calcule volúmenes menores que el de la piscina, variando la altura. Este procedimiento hágalo para la parte inclinada y para la parte del paralelepípedo rectangular. Ayuda: para la parte inclinada de la piscina se puede calcular el volumen como el de medio prisma rectangular : $(1/2(x * h * 20))$ Y para la parte regular el volumen es el de un prisma rectangular $(h * 40 * 20)$.
d. Tenga en cuenta qué pasa exactamente cuando $h = 4\ m$. Después de este valor de h, ¿cómo es el volumen de llenado de la piscina? ¿Es acumulativo?
e. Construya dos tablas de datos, una para la parte inclinada y otra para la parte del paralelepípedo rectangular y en ellas consigne la altura y el volumen respectivo y determine las relaciones entre las variaciones de altura y los correspondientes volúmenes para ambas secciones (inclinada y rectangular). En cada una de las tablas determine la magnitud que varía independientemente.
f. ¿Cuál sería el dominio y rango de cada función que se quiere modelar? Recuerde que el dominio de una función se establece a partir del

reconocimiento de las restricciones que tiene la variable independiente, que fue identificada en el paso anterior.

g. ¿Cómo utilizaría GRAPH para los dos eventos por separado? Recuerde que cada evento tiene dominio diferente.
h. Con las tablas de datos construidas en el literal e, ingrese estas tablas al GRAPH 4.3, y defina un patrón de comportamiento para cada evento, es decir al programa sugiérale la tendencia de cada evento, por ejemplo lineal o polinómica de grado dos. ¿Cómo son las gráficas de los dos eventos? Describa sus formas, simetrías, interceptos y pendientes.
i. ¿Qué tipos de funciones constituyen este modelo, lineales o cuadráticas?
j. ¿Tiene alguna restricción el modelado de esta función de acuerdo a la situación planteada? Tenga en cuenta las dimensiones de la piscina.

4.1.2.1 Observaciones y recomendaciones generales de este Módulo

Con este módulo propuesto a manera de práctica se pretende:

1. Desarrollar las diferentes formas de representación de las funciones: numérica, tabular, algebraica y gráfica y así tratar de integrar conscientemente y significativamente en el estudiante los tipos de pensamiento matemático en la construcción del concepto de función.
2. Evidenciar los grados de dificultad en las diferentes prácticas propuestas, mientras los eventos propuestos para modelar funciones son más complejos para la comprensión por parte de los estudiantes.
3. Potenciar el uso de la herramienta tecnológica que permite mediante registro visual comprender y analizar varias conceptualizaciones acerca del tema de funciones.
4. Potenciar la ayuda de la representación de la situación mediante esquemas, que pueden dar mejor comprensión al evento.

5. Tratar de aclarar a los estudiantes, cómo se realizan las diferentes conversiones entre sí de las formas de representación de funciones: gráfico-tabular, tabular-algebraica, gráfica-algebraica y numérico-tabular.
6. Reconocer las limitaciones y errores que puedan tener los estudiantes en la visualización de los eventos planteados con relación a sus conocimientos previos y buscar la reactivación de estos conocimientos.
7. Contemplar la posibilidad del error de interpretación del gráfico comparado con la situación modelada sobre todo en eventos físicos.
8. En eventos complejos modelados contemplar la posibilidad de dificultades en enlazar varias relaciones a la vez.
9. Muchas de estas observaciones se evidenciaron en el desarrollo de la práctica, pero no se sistematizaron a su debido tiempo. Por eso se aclara que este trabajo es una propuesta para implementar en el tema de funciones del curso de Matemáticas Básicas.

5. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LA PROPUESTA

En mi opinión uno de los intentos más importantes para lograr un aprendizaje significativo que supere las consecuencias de un aprendizaje con contenidos muy vertical, es decir, buscando darle significado a los contenidos teniendo en cuenta los estándares y el currículo por competencias del Ministerio de Educación Nacional, es introducir el concepto de función como red conceptual ligada inicialmente al proceso de modelación y simulación de situaciones reales teniendo en cuenta las formas distintas de representar funciones: verbalmente, gráficamente, tabla de datos y mediante ecuaciones algebraicas.

Los estándares no se proponen para conformar un tema o unidad en un texto, sino, por el contrario, proponen las actividades de aprendizaje de los alumnos a partir de la idea de que toda la Matemática debe ser estudiada dentro de un contexto que dé sentido a las ideas y conceptos. Como contexto deben utilizarse situaciones de problemas que establezcan la necesidad de ideas nuevas y motiven a los estudiantes.

Los estándares se entienden "como juicios de valor basados en un concepto amplio y coherente del proceso educativo que surge de varios factores: las metas sociales, las metas escolares, la investigación sobre enseñanza - aprendizaje y la experiencia personal".

En los estándares curriculares se parte de considerar los contenidos matemáticos atendiendo a tres características: saber matemáticas es usar matemáticas, los cambios en el uso de las matemáticas en la última década por la capacidad del

computador de procesar grandes paquetes de información y los cambios tecnológicos y la ampliación de las áreas donde se utilizan las matemáticas que han provocado un crecimiento en las propias matemáticas.

Los estándares especifican que la docencia debe ser desarrollada a partir de situaciones problema, que deben ser lo suficientemente simples para que el estudiante las pueda manejar y lo suficientemente complejas para que permitan una pluralidad de enfoques. De ahí que los cuatro primeros estándares se denominen: resolución de problemas, comunicación, razonamiento y conexiones matemáticas que subrayan la posición de que es preciso acercarse a las matemáticas de forma global.

Uno de los principales estándares de las matemáticas en nuestro currículo debe incluir abundantes y diversas experiencias en la resolución de problemas como métodos de indagación y aplicación para que con las diferentes actividades el estudiante sea capaz de usar enfoques de resolución de problemas para investigar y entender los contenidos matemáticos; formular problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas; resolver problemas de pasos múltiples y no rutinarios; verificar e interpretar resultados en relación con la situación del problema original; generalizar soluciones y estrategias para situaciones de problemas y adquirir confianza en el uso significativo de las matemáticas.

En la concepción propuesta a partir de los estándares curriculares, para cada nivel de enseñanza, hay unidad de criterio en torno a la importancia que ocupa la resolución de problemas como la estrategia de aprendizaje significativo, pues implica la necesidad de diseñar las situaciones problemas que le permitan al alumno desarrollar estrategias y enfoques en la elaboración y fijación de conceptos, proposiciones y procedimientos matemáticos.

Los criterios más difundidos han sido el ordenamiento lineal del contenido y el ordenamiento según las líneas directrices que se sustentan en la lógica y sistemática de la ciencia matemática, la elaboración y aplicación del saber y poder matemáticos.

Cuando la asignatura de Matemáticas Básicas se ordena atendiendo a aspectos principales de la transmisión de conocimientos, el desarrollo de habilidades y capacidades generales y específicas, queda reducido a la interiorización de esas líneas directrices, que penetran todo el curso, el contenido que es objeto de aprendizaje.

La presentación de las líneas directrices definidas en los programas vigentes se orienta hacia la descripción de los logros y el contenido matemático así como los métodos para lograrlos, lo que ofrece pautas para el diseño curricular propiamente y la orientación del profesor, pero no se presentan indicaciones a partir de lo que caracteriza la actividad de aprendizaje del alumno, no describen la manera en que los alumnos, en cada etapa, estructuran la información y la utilizan para realizar las tareas, cómo resuelven los problemas en un contexto determinado.

En el ordenamiento lineal del contenido, y según las líneas directrices, se destacan tanto los componentes del saber (conceptos, proposiciones, procedimientos) que son esenciales en las diferentes unidades temáticas por grados y ciclos, como las habilidades matemáticas, lo que resulta de mucha importancia. Sin embargo, no se analizan las exigencias respecto a la resolución de problemas, al nivel de significación que tiene cada contenido para resolver situaciones problemáticas dentro y fuera de la asignatura.

Es importante señalar que se asume, entre los fundamentos para el tratamiento metodológico de las distintas situaciones típicas y complejos en materia de resolución de problemas, “La teoría de la formación por etapas de las acciones

mentales de P. Y. Galperin”. En tal sentido, ésta presupone un proceso de aprendizaje que comienza con la formación de las acciones necesarias para apropiarse de los conocimientos, hábitos y habilidades como paso previo para la solución de los problemas y organiza el proceso de forma tal que los alumnos se apropien primero de esas acciones mentales y después se enfrenten a los problemas y busquen su solución. En consecuencia, la misma establece una secuencia lineal para la estructuración del proceso de aprendizaje obviando en cierto sentido que la reorganización de los conocimientos, hábitos y habilidades del sujeto que aprende, es parte importante en el mismo y depende de la estructuración inicial que cada sujeto posee al comenzar cierto aprendizaje. Y este proceso planteado así se inscribe en el aprendizaje significativo de los sujetos que aprenden.

Considero que, si en la actividad del estudiante no se plantea un problema y la búsqueda de su solución, resulta más difícil que haya organización, reorganización y estructuración de los conocimientos y las habilidades; y que el estudiante pueda desplegar los conocimientos y estrategias conocidas y principalmente manifestar sus creencias y actitudes, como condiciones importantes en la resolución de problemas.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Como esta propuesta no fue ejecutada durante el semestre del 01 de 2011, y será presentada a futuro como sugerencia para la Escuela de Matemáticas en su curso nivelatorio de Matemáticas Básicas, es bueno aclarar que ésta surge de la experiencia vivida en las 32 lecciones del curso donde señalo varios aspectos a tener en cuenta:

1. A los docentes de la Básica Secundaria y Media les recomienda más preparación desde la parte de la normatividad educativa en los conceptos de lineamientos curriculares, y en lo pedagógico en competencias y aprendizaje significativo. Son ellos los llamados a motivar los aprendizajes preparándose para enseña mejor y así propiciar una buena articulación con la Educación Superior.
2. Esta propuesta requiere docentes estudiosos y comprometidos en el asunto de buscar enseñar significativamente las Matemáticas y, por qué no, revisar la base conceptual desde los conocimientos previos a sus estudiantes, es decir, corregir los errores conceptuales de los estudiantes.
3. Se necesita para esta propuesta, manejar la interdisciplinariedad de las áreas del conocimiento para poder integrar solución de problemas a partir de funciones con ayuda del modelado y la simulación.
4. La implementación de ayudas tecnológicas al interior del aula podría permitir procesos de metacognición, en los estudiantes y en los mismos

docentes, es decir reflexionar sobre lo aprendido y ser consciente de lo que se aprende.

5. Integrar la parte de TIC, que es tan importante en nuestro medio, ya que los jóvenes en la actualidad son muy visuales y muy permeados por la tecnología, qué buena excusa utilizarla para hacer el camino más atractivo en el proceso de enseñanza – aprendizaje. Recordando las características del aprendizaje significativo: la motivación, organización significativa de los contenidos y la intencionalidad del docente, sería conveniente la mediación tecnológica para este proceso.

BIBLIOGRAFIA

AZCÁRATE JIMÉNEZ, Carmen; DEULOFEU PIQUET, Jordi. Funciones y gráficas. Editorial Síntesis, 1996.

CALLEJO DE LA VEGA, María Luz; PAZ, María Luz; VIDAL, María Dolores. La función de las funciones. Narcea, 1994

CHEMELLO, Graciela (coordinadora), AGRASAR, Mónica, BARALLBRES, Gustavo y otros. Estrategias de enseñanza de la Matemática. Universidad Virtual de Quilmes, 2000.

DUVAL, R. Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento, Investigaciones en Matemática educativa II. Université Luis Pasteur de Strasboug. Face Ed. 1993

HiTT. F (1996). Sistemas semióticos de representación del concepto de función y su relación con problemas epistemológicos y didácticos investigaciones en Educación Matemática Vol. I, Grupo Editorial Iberoamérica, México.

HiTT Y PLANCHART (1998). Graphing of discrete function versus continuos: Case study.proceeding PMENA, Raleigh, North Carolina, USA, Vol, I 271-276

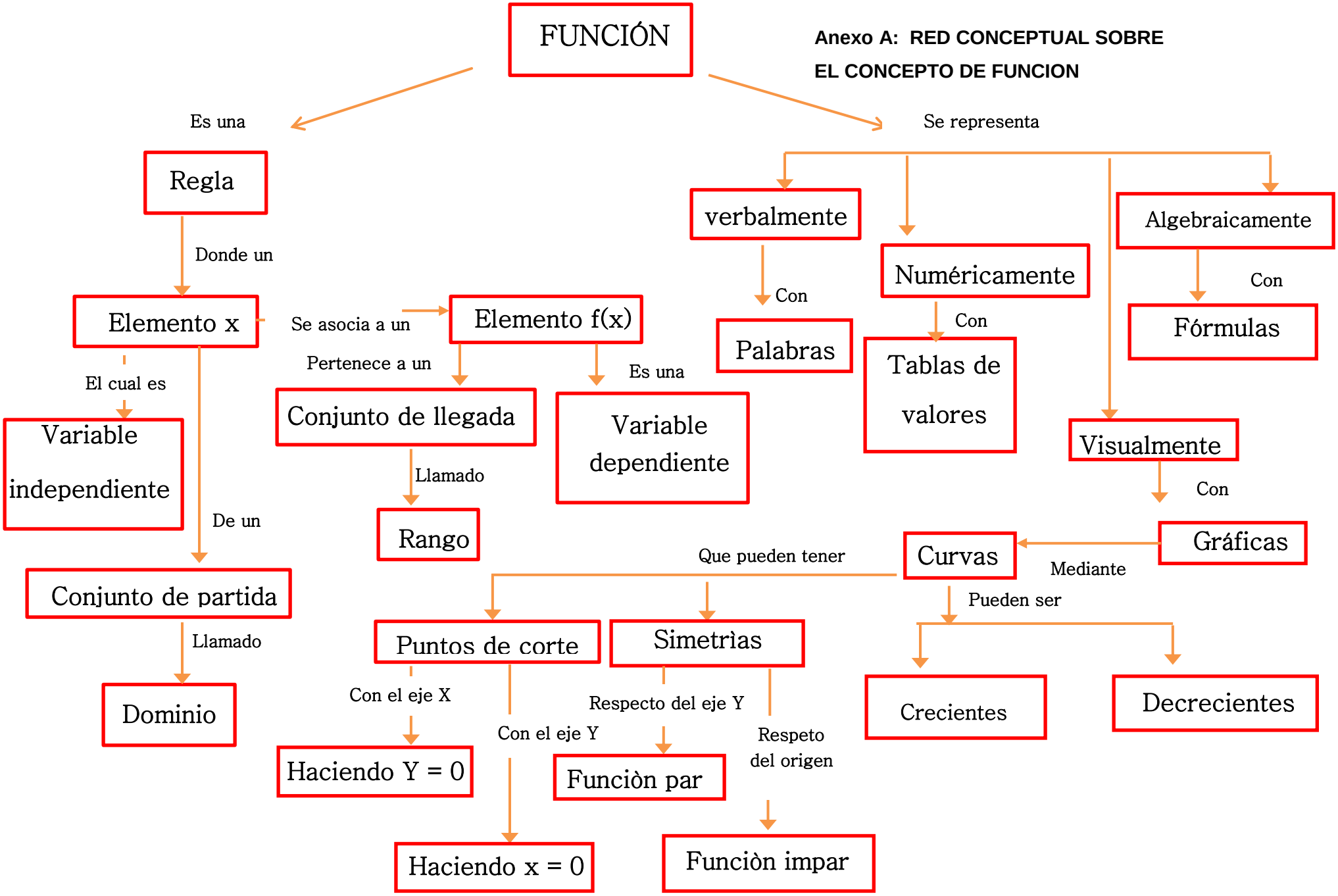
NOVAK, J - GOWIN, B. (1988) Aprendiendo a Aprender. Martínez Roca. Barcelona. GONZÁLEZ G. Ana María. El Aprendizaje Significativo.(2001:1).

RUIZ HIGUERAS, Luisa. La noción de función: análisis epistemológico y didáctico. Universidad de Jaén, España, 1998.

RICO, Luis (coord.).La educación matemática en la secundaria. Editorial Ice/ Horsori. 1997

ANEXOS

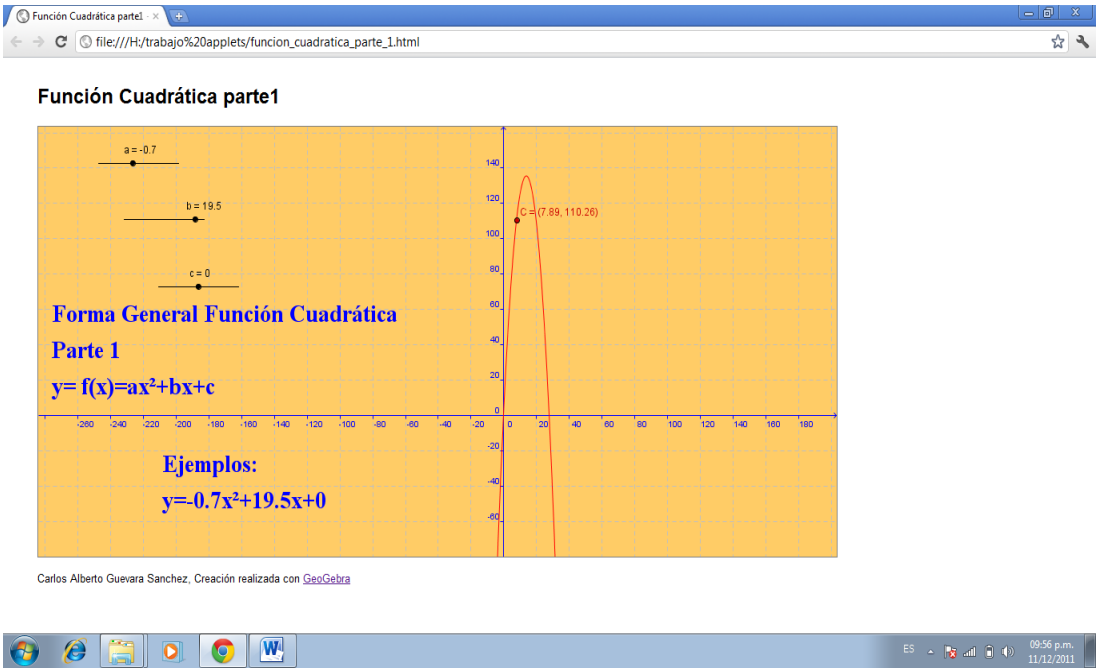
Anexo A: RED CONCEPTUAL SOBRE EL CONCEPTO DE FUNCION



Anexo B. INSTRUCTIVO PARA EL MANEJO APLICATIVO EN GEOGEBRA

1. Una vez ejecutados los aplicativos tenga en cuenta:

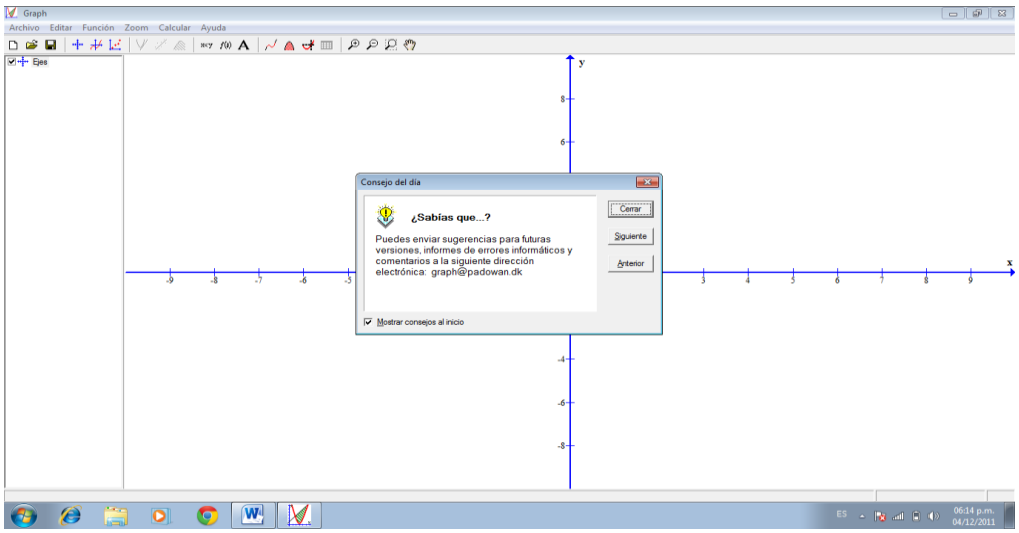
   Los deslizadores para arrastrar los diferentes valores que toman los coeficientes de los términos de la función, estos están ubicados en la parte superior izquierda del pantallazo. Los puntos en rojo para recorrer toda la gráfica se arrastran con el mouse. Mientras se hacen los arrastres fijarse como se torna la expresión algebraica de la función.



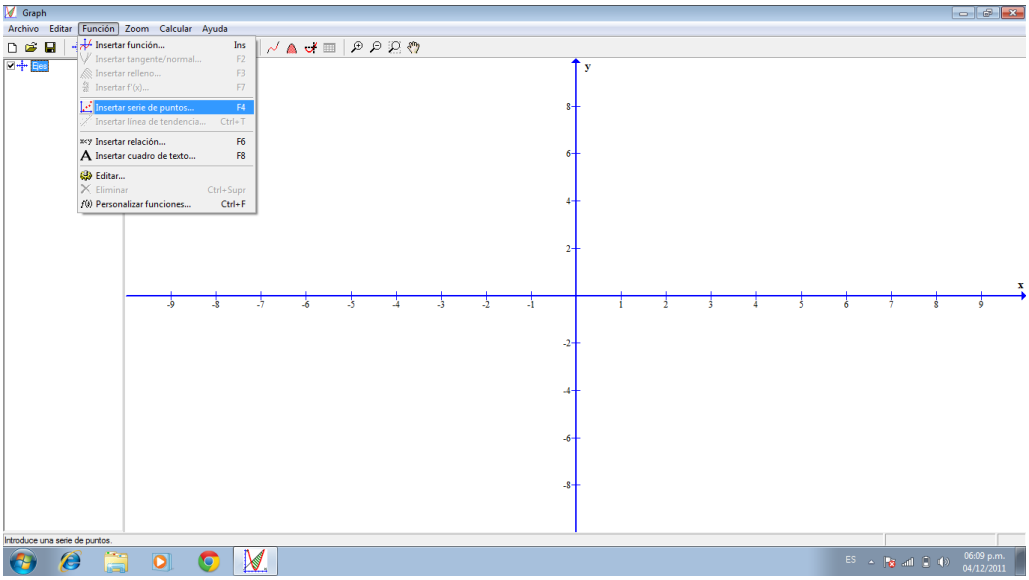
Anexo C

PROCEDIMIENTO PARA INGRESAR UNA SIMULACIÓN DE UN EJERCICIO DEL MÓDULO DOS

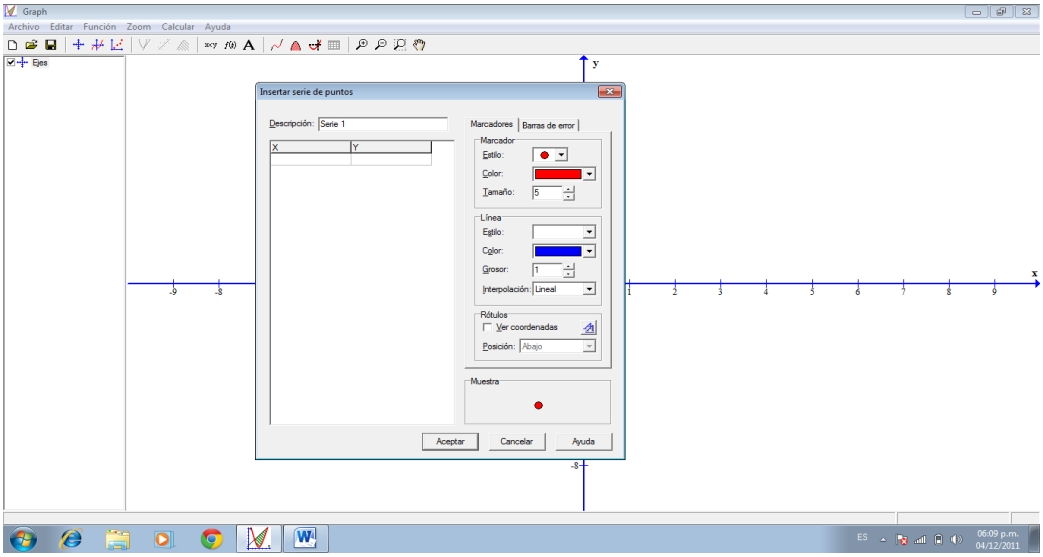
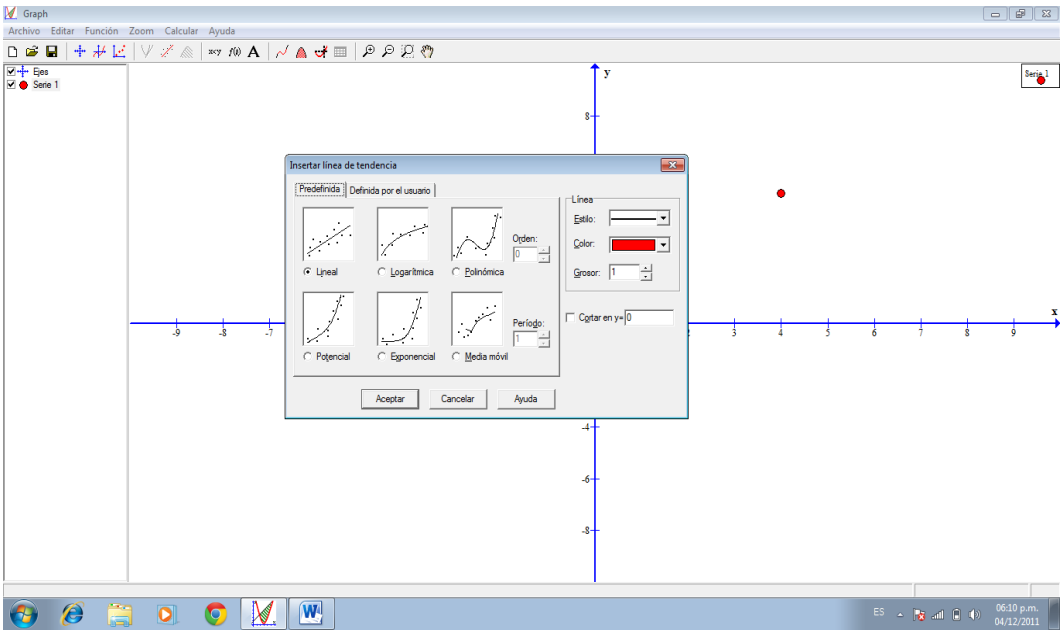
1. Abrir el GRAPH versión 4.3



2. En la barra de menú principal usar el submenú función y seleccionar insertar serie de puntos o en la barra de botones personalizados dar clic en botón insertar serie de puntos.



3. Le aparece una tabla de datos para llenar, como se aprecia en la siguiente figura y seleccione los detalles del formato de la simulación de la función.



4. Por último seleccione de la barra de menú en el submenú función la opción agregar línea de tendencia y así se obtiene algebraicamente la función, recuerde el detalle de la función que más se aproxima a los datos y seleccione los detalles de formato.