CONTINUIDAD Y DISCONTINUIDAD

EN LA FISICA MODERNA

UNIVERSIDAD NACIONAL
BIBLIOTECA CENTRAL

Autor: LUIS FERNANDO WOLFF ISAZA

PROFESOR ASISTENTE

DEPARTAMENTO DE FISICA

UNIVERSIDAD NACIONAL

MEDELLIN

15 - XI - 79 / 15 - XI - 82

RESUMEN

Este trabajo es una revisión crítica de los conceptos que condujeron a la teoría llamada Mecánica Cuántica. Parte de la hipótesis epistemológica de que es posible generalizar a otros campos de la realidad física la dualidad onda - corpúsculo, concibiendola con categorías de la lógica dialéctica como manifestación coherente de aspectos contradictorios de una misma realidad.

La conclusión muestra que en cierta forma esto es posible; pero no a la luz de la concepción "ortodoxa" de la Mecánica Cuántica, sino de la interpretación estadística de la misma.

****

25365

AGRADECIMIENTOS

Al Consejo Directivo de la Facultad de Ciencias por confiar en que algún día se terminaría esta investigación y apoyarme sin afanes en la medida de sus posibilidades.

A los profesores del Departamento de Física que discutieron en el Cafetín conmigo sobre tema tan abstracto y me prestaron libros sin fecha límite para devolvérselos.

A Margarita María Molina por su colaboración mecanográfica sinigual.

L. Fdo. Wolff I.
6 - XII - 82

****

INDICE

Título del Tema		Pg.
Resumen		
A.	Introducción Histórica	1
B.	Necesidad de una reflexión epistemológica sobre la dialéctica continuidad- discontinuidad	23
C.	La Optica de Maxwell	27
	C_1. Energía de las ondas electromagnéticas ..	32
D.	Manifestaciones de la discontinuidad de la Energía radiante y de la luz en particular.....	36
	D_0. La radiación del cuerpo negro	37
	D_1. La constante h de Planck	45
	D_2. El efecto fotoeléctrico	51
	D_3. La explicación de Einstein al efecto fotoeléctrico	58
E.	Dualidad Onda - Fotón para la luz	59
	E_1. El primer intento de solución	59
	$E_{1.1}$ El principio de correspondencia	62
	E_2. Hacia la Mecánica Cuántica.....	62
	E_3. La generalización de Schrodinger	79
	E_4. Equivalencia matemática de la Mecánica Cuántica de Heisenberg y la Mecánica Ondulatoria de Schrodinger	87

Título del Tema		Pg.
F.	Interpretaciones de la función	89
	F_1. La interpretación estadística	93
G.	La interferencia y su función interpretativa....	97
H.	Conclusión	112
I.	Bibliografía	115
J.	Bibliografía básica complementaria	BB4

****

A. INTRODUCCION HISTORICA

1. Uno de los fenómenos más importantes de la naturaleza es el fenómeno de la luz. El hombre en sus diferentes etapas de desarrollo ha tratado de explicar este fenómeno desde dos puntos de vista: sus manifestaciones y efectos por un lado y por otro su escencia. Estas dos cuestiones están relacionadas desde luego, pero no siempre estuvo para el hombre clara esta relación.

Para la "ciencia" griega, la pregunta ¿Qué es la luz? fué respondida con el enfoque predominante en dicha cultura, a partir de concepciones cosmogónicas generales, cohesionadas por creencias religiosas más que por experimentos en el sentido moderno de la palabra. Así, llegaron a dos formas de responder esta pregunta. "La luz es una sustancia" y "La luz es un accidente". Como ninguna de ellas está basada en una relación coherente entre las manifestaciones del fenómeno e hipótesis previamente planteadas, es poco o nada lo que contribuyen realmente al avance del conocimiento sobre el fenómeno. Sin embargo, es bueno reconocer que del trabajo de los griegos, la ciencia moderna ha heredado la escencialidad del cuestionarse, si bien se plantea una metodología distinta para responder a sus preguntas. Después de los griegos, predominó durante muchos siglos el trabajo para responder a las preguntas: ¿Cómo se manifiesta la

UNIVERSIDAD NACIONAL
BIBLIOTECA CENTRAL

luz? y ¿Cómo utilizar la luz? Al tiempo que la gran autoridad de Aristóteles mantenía como respuesta a la pregunta por la escencia de la luz, la respuesta de la accidentalidad. Desde el año 250 a.c. se utilizó el fenómeno de reflexión de la luz por Arquímedes para fines bélicos, por medio de espejos.

Ptolomeo, en el año 150 a.c. logra establecer una ley aproximada para la relación de los ángulos de incidencia y refracción en el fenómeno de cambio de medio de propagación de la luz. En el siglo XI, Al-Hazen descubre el límite de validez de la conclusión de Ptolomeo, mostrando que cumple sólo para ángulos pequeños.

II. Entre 1611 y 1621 comenzando la época del nuevo enfoque metodológico de la física, Kepler y Snell formulan expresiones más precisas para la relación angular del fenómeno de refracción, posteriormente retomadas por Descartes quien plantea en 1640 la relación $Sn\,\theta/Sn\theta' = k$ que aún se acepta, en la cual θ es el ángulo de incidencia, θ' el de refracción y k una constante numérica. Descartes retoma además la vieja e importante pregunta de los griegos acerca de la esencia de la luz y responde con el primer planteamiento cuántico de la era moderna.

Descartes para explicar los fenómenos conocidos de reflexión, refracción y propagación en línea recta de la luz, compara lo que le suce-

de a una bola que choca con una superficie horizontal rígida o con una frágil.

Con esta explicación se asocia, tal vez por primera vez, la luz a un conjunto de entes discretos, que Descartes comparó con bolas elásticas, con las posibilidades de rebotar al chocar con una superficie plana rígida (reflexión), o de romper una superficie "tan débil y tan fina que la bola pueda romperla y pasar completamente a través de ella, perdiendo sólo una parte de su velocidad" (refracción) (1). Descartes formuló además que la luz tenía una propagación instantánea(2).

El nuevo ánimo de experimentación y en general los nuevos criterios de la época para relacionarse con la naturaleza producen frutos rápidamente. Para 1665 Grimaldi descubre y publica sus experimentos sobre el fenómeno de difracción de la luz o sea la propiedad que tiene ésta de torcer su dirección de propagación en la vecindad del borde de los obstáculos.

En este mismo año, Erasmo Bartholin descubre un nuevo tipo de refracción que se manifiesta en el espato de Islandia y que denominó "refracción extraordinaria" al tiempo que distinguía a este material con la propiedad de la birrefringencia.

III. El conocimiento de estos dos fenómenos (difracción y birrefringencia), estimula al surgimiento de explicaciones a los mismos,

a la vez que inspira a autores como Robert Hooke (1667) y Gastón Pardies (1682) a dar los primeros pasos en la formulación de una nueva respuesta a la vieja y siempre nueva pregunta de los griegos. Plantearon que "la luz es un rápido movimiento vibratorio del medio". Esta viene a ser la primera formulación ondulatoria sobre la naturaleza de la luz. En la misma época (1576) el astrónomo danés Olaf Röemer establece la finitud de la velocidad de la luz al encontrar un método para medirla ya que, "basado en observaciones sobre el primer satélite de Júpiter, mostró que para atravesar una distancia de unas 3.000 leguas, que es casi igual al diámetro de la tierra, la luz necesita menos de un segundo de tiempo" (3).

Huygens retoma en 1678, en su "tratado sobre la luz" el método de medición de Röemer de la velocidad de la luz mejorándolo. En esta misma obra Huygens desarrolla el primer modelo ondulatorio consistente sobre la luz, con el cual se opone al modelo corpuscular propuesto por Descartes tratando de dar cuenta del conjunto de manifestaciones conocidas de la luz. Respecto al modelo corpuscular propuesto por Descartes, Huygens opuso los siguientes argumentos:

"Cuando se considera la enorme velocidad con que se propaga la luz por todas partes y que cuando viene de distintos puntos aunque sean totalmente opuestos, los rayos se atraviesan unos a otros, sin obsta

culizarse, se comprende bien que cuando vemos un objeto luminoso, este no podría verificarse por el transporte de una materia que viniera del objeto hacia nosotros, como una bala o una flecha que atraviesa el aire, pues seguramente esto repugna demasiado a estas dos cualidades de la luz, y especialmente a la última" (4).

Sin embargo, como Huygens se inspira para la elaboración de su modelo ondulatorio de la luz en las ondas mecánicas longitudinales como las sonoras no logra explicar otros importantes fenómenos conocidos entonces como el comportamiento de la luz al atravesar dos cristales de espato de Islandia superpuestos, la difracción (observada por Grimaldi) y los colores que aparecen en las láminas delgadas bajo efecto luminoso.

Para Bachelard "La construcción de Huygens es una adquisición definitiva para la ciencia" ya que no se plantea la onda luminosa como una mera hipótesis sino como una realidad que explica los rayos, aunque sean estos visibles y las ondas no. "Huygens propone pues un desplazamiento del realismo, un dar vuelta al realismo o, por lo menos, un cambio del realismo dominante" (5).

IV. En 1707 Newton hace su aporte en esta famosa polémica en su obra "Optiks" en la cual plantea sintéticamente lo siguiente: "Los rayos de luz de diferentes colores consisten en cuerpos de diferentes

tamaños, de los cuales los más pequeños producirían el violeta, el más debil y oscuro de los colores, y el que más se desvía por la superficie de refracción de su trayectoria correcta; y el resto, cuerpos cada vez más grandes, producirán los colores más fuertes y brillantes: azúl, verde, amarillo y rojo, colores más difíciles de ser desviados...Y esta puede ser la causa por la cual la luz, en el experimento de Grimaldi, al pasar por el filo de un cuchillo u otro cuerpo opaco, se desvía como si se refractara, y produce por ello varios colores".

Con este enfoque e hipótesis adicionales como la existencia de polaridad en los rayos luminosos y su accesibilidad alternativa a la fácil reflexión o a la fácil refracción, Newton logra explicar, además de los fenómenos básicos que también explica la teoría ondulatoria de Huygens como la propagación rectilínea, la reflexión y la refracción, fenómenos como el comportamiento de la luz al atravesar dos espatos de Islandia superpuestos, la difracción, la dispersión de los colores y los colores en láminas delgadas. Además de estas indudables ventajas y de la gran autoridad intelectual de Newton, la teoría corpuscular de éste adquirió gran aceptación debido a que Newton encontró objeciones serias al modelo ondulatorio de Huygens, que expresó de la manera siguiente:

"No serán erróneas todas las hipótesis en las cuales se supone que

la luz consiste en presión o movimiento que se propaga a través de un medio fluido? Pues en todas estas hipótesis se han explicado los fenómenos luminosos, suponiendo que se originaban por nuevas modificaciones de los rayos, lo que es una suposición errónea.

Si la luz consistiera sólo en presión que se propagara a través de un medio, sin movimiento real, no sería capaz de agitar y calentar los cuerpos que la reflejan y la refractan. Si consistiera en movimiento propagado a cualquier distancia, en un instante, requeriría una fuerza infinita en todo momento, en toda partícula que emitiera luz, para generar ese movimiento.

Y si consistiera en presión o movimiento que se propagase instantáneamente, o en un espacio de tiempo, se curvaría hacia la sombra, pues la presión o el movimiento no puede propagarse en un fluído, en línea recta , más allá de un obstáculo que detenga una parte del movimiento, sino que se torcerá y se esparcirá hacia el medio en reposo, que yace más allá del obstáculo, por todos los caminos. La gravedad tiende hacia abajo, pero la presión del agua que se origina por esa fuerza tiende por todas partes con igual intensidad, y se propaga tan rápidamente y con tanta fuerza por los costados como hacia abajo, a través de un recorrido curvo, como a través de uno recto. Las ondas de la superficie del agua estancada, al pasar por los lados de un ancho obstáculo que detiene parte de ellas, se cur-

van después y se dilatan gradualmente en el agua muerta detrás del obstáculo. Las ondas, pulsaciones o vibraciones del aire, en las cuales consiste el sonido, se doblan claramente, aunque no tanto como las ondas del agua, pues una campana, un cañón, se oyen más allá de una colina que impide ver el cuerpo sonoro; y los sonidos se propagan tan fácilmente a través de tubos curvos como a través de los rectos.

Pero nunca se ha visto que la luz siga un recorrido curvo o que se curve hacia la sombra, pues las estrellas fijas al interponerse cualquiera de los planetas, dejan de ser visibles. Así ocurre, con parte del sol, por la interposición de la Luna, Mercurio o Venus. Los rayos que pasan muy cerca de las aristas de un cuerpo se quiebran un poco por la acción del mismo, como hemos mostrado más arriba, pero esto no tiene lugar sino alejándose de la sombra, y ocurre sólo al pasar el rayo por el cuerpo a una distancia muy pequeña de él. Tan pronto como el rayo ha pasado el cuerpo, sigue directamente.

Por lo que yo se, nadie hasta ahora, excepto Huygens, ha intentado explicar la refracción extraordinaria del espato de islandia, mediante presión o por la propagación del movimiento, para lo cual ese autor supone dentro de un cristal dos diferentes medios vibratorios. Pero cuando intentó (explicar) las refracciones en dos piezas sucesivas de

aquel cristal y encontró que eran tal como se ha mencionado más arriba, concedió no saber que decir para explicarla, pues las presiones o movimientos que se propagan desde un cuerpo luminoso deben ser iguales en todos los sentidos, mientras que de estos experimentos se deduce que los rayos de luz poseen diferentes propiedades en sus diferentes lados. Sospecho que las pulsaciones del éter, al pasar a través del cristal pudieran experimentar ciertas nuevas modificaciones que las obligarían a propagarse en este o aquel medio dentro del segundo cristal, de acuerdo con la posición de aquel. Pero no pudo decir qué modificaciones eran ésas, ni pensar nada satisfactorio acerca de ello. Y si él hubiera sabido que la refracción extraordinaria no depende de nuevas modificaciones, sino de las disposiciones originales e invariables de los rayos, hubiera encontrado igualmente difícil explicar cómo estas modificaciones, que él suponía impuestas a los rayos del primer cristal, podían estar en ellos después de incidir sobre aquel; y, en general, como todos los rayos que emiten los cuerpos luminosos pueden poseer estas disposiciones desde el principio. Para mí, por lo menos, esto me parece inexplicable si la luz no es más que presión o movimiento que se propaga a través del éter" (7).

De estas dos explicaciones para la luz, la ondulatoria y la corpuscular aparece una diferencia sobre un fenómeno explicado por ambas,

la refracción, que permitirá resolver por vía experimental la oposición tan radical en que una y otra se disputaban la razón.

Para la teoría corpuscular la velocidad de la luz en un medio cualquiera Vs debería ser mayor que la velocidad de la luz en el vacío, Vv es decir Vs > Vv.

En tanto que para la teoría ondulatoria, por el contrario se debería cumplír que Vs<Vv. La teoría corpuscular de Newton predominó durante todo el siglo XVIII logrando explicar además nuevos fenómenos como la aberración estelar observada por Bradley, los fenómenos fotométricos observados por Lambert y otros. Pero aunque Newton se inclinó en ultima instancia por una explicación corpuscular, no desconoció las características periódicas (ondulatoria) de ciertas manifestaciones de la luz; por ello es justo reconocer en Newton un intento de sintesis entre una esencia corpuscular de los rayos luminosos y un efecto ondulatorio sobre el medio de propagación de la luz que interaccionaría con el rayo luminoso de corpúsculos causando lo que denominó accesos de fácil transmisión o de fácil reflexión:

"Qué clase de acción o disposición es ésta? Sea que ella consista en un movimiento circular o vibratorio del rayo, o del medio, o de cualquier cosa, no lo indagaré aquí. Aquellos que no les gusta consentir con los nuevos descubrimientos mientras no tengan una hipóte-

sis que los explique, pueden, hasta el presente, suponer que así como las piedras al caer sobre el agua ponen el agua en un movimiento ondulante, y los cuerpos por percusión excitan vibraciones en el aire; así los rayos de luz, al golpear sobre cualquier superficie reflectora o refractora, excitan vibraciones en el medio reflector o refractor, y al agitarlas provoca el calentamiento o la combustión del cuerpo; las vibraciones así excitadas se propagan en el medio reflector o refractor en forma muy parecida a la manera en que se propagan aquellas vibraciones en el aire para producir el sonido; y se mueven más rápidamente que los rayos luminosos de tal manera que los alcanzan; y cuando cualquier rayo está en aquella parte de la vibración que coincide con su movimiento fácilmente rompe la superficie, refractándose a través de ella; pero cuando está en la parte contraria de la vibración que impide su movimiento, es fácilmente reflejado; y por consiguiente, cada rayo está sucesivamente dispuesto a ser fácilmente reflejado, o fácilmente transmitido, por cada vibración que lo alcance. El que esta hipótesis sea falsa o verdadera no lo considero aquí. Yo me contento con el solo descubrimiento de que los rayos de luz son, por una causa u otra, alternativamente dispuestos a ser reflejados o refractados..." (8). Por lo anterior dice con razón Bachelard sobre Newton: "...Aunque Newton da preferencia a las tesis corpusculares, sus doctrinas sobre la luz son de verdadera sensibilidad dialéctica" (9).

V. El predominio anotado durante el siglo XVIII de la teoría de Newton, se da en medio del debate con la concepción ondulatoria.

El gran matemático francés Euler, en 1760 en cartas dirigidas a una princesa de Alemania, defiende la concepción ondulatoria de la luz, en su similitud con el fenómeno del sonido, no obstante las observaciones de Newton sobre ésta similitud, y se opone con argumentos intuitivos, ya expuestos en su mayoría por Huygens, a la teoría de Newton compadeciéndose de éste por haber incurrido en "tales absurdos".

"Pero esta continuidad de la óptica geométrica vuelve más notable una oscilación de las doctrinas de la óptica física. Euler (1707 -1783), en efecto, critica la doctrina corpuscular de Newton y defiende la doctrina de las ondulaciones. En las cartas, necesariamente elementales, a una princesa de Alemania, Euler acumula las críticas usuales contra la doctrina de los corpúsculos: "Si el sol lanzara continuamente y en todos sentidos tales efluvios de materia luminosa y con una velocidad tan prodigiosa, la materia del sol debería quedar agotada muy pronto" "Es inútil imaginar partículas..., por sutiles que sean, nada se ganará; el sistema seguirá siendo siempre igualmente desconcertante". Y como todos los rayos que vienen de las estrellas se cruzan en todos sentidos "perseguidos por una fuerza terrible" el firmamento no sería más que un revoltijo de luz "en una terrible agitación"

Los cuerpos transparentes deberían, en la hipótesis de los corpúsculos, ser atravesados por poros rectos en todas direcciones: "He ahí cuerpos bien cribados, que sin embargo nos parecen muy sólidos". Después viene el argumento de los ojos atravesados. ¿Cómo, en efecto, puede permanecer indemne el ojo cuando está atravesado por una oleada vertiginosa de corpúsculos? Euler puede terminar su carta: "Vuestra altesa quedará sin duda sorprendida que este sistema (de corpúsculos), haya sido imaginado por tan gran hombre, y adaptado por tantas filosofías esclarecidas". Y deplora en la carta siguiente, en un estilo imprecatorio que merece sorprendernos, que el hombre esté sometido "a caídas tan tristes" y que pueda caer "en tales absurdos" (10).

El fenómeno de interferencia en la luz era conocido, ya que desde 1802 el médico inglés Thomás Young publicó sus observaciones sobre éste. Dicho fenómeno ya era conocido en otros movimientos ondulatorios como el sonido y el oleaje; Young lo experimentó con la luz, haciendo pasar un rayo de luz homogénea por una pantalla con dos pequeños orificios, e interponiendo a los nuevos rayos otra superficie, en la cual observó bandas oscuras y bandas iluminadas con distancias aproximadamente iguales y variables con la distancia entre la superficie receptora y la superficie con los agujeros, así como con la distancia entre estos.

El conocimiento de este fenómeno permite a Young explicar, con la teoría ondulatoria, la gama de colores observados en las películas delgadas. "Además, a partir de los datos numéricos obtenidos por Newton, sobre los espesores de las películas necesarias para producír los distintos colores, Young logra establecer una clara correspondencia entre estos espesores y las longitudes de onda que se deben asignar a los distintos colores del espectro visible" (12).

VI. Generalizando la ley de interferencia de la luz, establecida por T. Young, Fresnel estableció la óptica física sobre una base indestructible, con un modelo ondulatorio mucho mas completo que el propuesto por Huygens. Explicó los fenómenos de difracción y consiguió demostrar el punto esencial de que la naturaleza ondulatoria de la luz no está en contradicción con la propagación rectilínea en los medios homogéneos. El triunfo de sus trabajos fue muy grande y aunque en la misma época (1820-27) la concepción corpuscular era sostenida por sabios como Biot y Laplace, ésta cayó en plena decadencia y perdió partidarios cada día. Fresnel conocía detalladamente las explicaciones opuestas que se habían dado históricamente respecto a la luz, por los principales físicos; resumiendo desde su punto de vista esta vieja oposición plantea, tomando posición en el debate:

"Desde hace largo tiempo, los físicos están divididos acerca de la na-

turaleza de la luz. Unos, suponen que es emitida por los cuerpos luminosos; y los otros, que resulta de las vibraciones de un fluido elástico, infinitamente sutil, propagado en el espacio, así como el sonido se debe a las vibraciones del aire. El sistema de las ondulaciones, debido al genio de Descartes y que Huygens, más hábilmente, ha seguido en sus consecuencias; fue adoptado por Euler, y en estos últimos tiempos, por el célebre doctor Tomás Young, a quien la óptica debe tantos descubrimientos importantes. El sistema de la emisión o de Newton, sostenido por el gran nombre de su autor, y casi diría, por esa reputación de infalibilidad que su inmortal obra "Principios" le ha adjudicado, ha sido la más generalmente adoptada. La otra hipótesis parecía hasta enteramente abandonada, cuando Young volvió a presentarla a la atención de los físicos, en virtud de experiencias curiosas que presentan una confirmación sorprendente y parecen, al mismo tiempo, ser muy difíciles de conciliar con el sistema de la emisión.

Los nuevos fenómenos, comparados a los hechos conocidos anteriormente, aumentan continuamente las probabilidades en favor del sistema de las ondulaciones. Aun cuando ha sido largo tiempo olvidado, y resulte más difícil de seguir en sus consecuencias mecánicas que las hipótesis de la emisión, suministra ya medios de cálculo bastante más extensos. Es este uno de los caracteres menos equívocos de

la realidad de una teoría. Cuando una hipótesis es verdadera debe conducír al descubrimiento de las relaciones numéricas que unen entre sí los hechos más alejados; cuando, al contrario, es falsa, podrá representar rigurosamente los fenómenos para los cuales ha sido imaginada, como una fórmula empírica representa las medidas entre los límites en que ha sido calculada; pero no será capaz de develar los secretos nudos que unen estos fenómenos a los de otra clase"(13). Y más adelante, refiriéndose concretamente al trabajo de Newton sobre las bandas de colores que se producen dentro de la zona de som= bra cuando un haz de luz blanca pasa por el borde de objetos opacos, refuta lo que a su modo de ver fue la objeción más fuerte de Newton a la teoría de las ondulaciones, a saber que la luz no se propaga detrás de los cuerpos opacos.

Newton, que se ha ocupado también de la difracción y hasta le consagró el último libro de su óptica, no parece haber notado las franjas interiores, aun cuando sus investigaciones son posteriores a las de Grimaldi; pues objetando al sistema de las ondulaciones, dice en la cuestión 28 del libro III de su óptica, que las ondas luminosas deberían propagarse en la sombra de los cuerpos. "Es verdad que los rayos que pasan a lo largo de un cuerpo, se inflexionan un poco, como lo he hecho ver anteriormente, pero esta inflexión no se hace hacia la sombra, se realiza del lado opuesto y solamente cuando los

rayos pasan a muy pequeña distancia del cuerpo, y después se propagan en línea recta". Se tiene dificultad en concebir cómo la inflexión de la luz en el interior de las sombras, ha podido escapar a un observador tan hábil, sobre todo cuando se reflexiona que él había realizado experiencias con los cuerpos más angostos, puesto que hasta empleó cabellos. Se estaría tentando de creer que sus prevenciones teóricas han podido contribuir, hasta cierto punto, para cerrarle los ojos sobre estos importantes fenómenos, que debilitan bastante la principal objeción sobre la cual fundaba la superioridad de su sistema". "Luego, si los rayos no experimentaran ninguna inflexión en el interior de la sombra, este espacio debe estar en una completa oscuridad. Ahora bien, observándolo atentamente descubriréis bandas ligeramente iluminadas, que hacen resaltar las líneas oscuras que las separan, y notaréis que el centro mismo de la sombra está ocupado por una banda brillante.

Resulta pues de esta experiencia, tan fácil de verificar, que la luz se inflexiona en la sombra de los cuerpos, como lo había señalado Grimaldi. Ciertamente, ella se debilita muy rápidamente a medida que el ángulo de inflexión aumenta; pero este rápido decrecimiento no tiene nada de contrario a la teoría de las vibraciones, que lo explica fácilmente en virtud de la pequeñez de las ondas luminosas, y hasta hace conocer la ley según la cual tiene lugar.

Así, Newton se ha equivocado al suponer que la luz no se propagaba detrás de los cuerpos opacos, y la objeción que deducía contra la teoría de las ondulaciones, descansa sobre una hipótesis inexacta"(14).

Fresnel introdujo laidea novedosa de la trasversalidad de las vibraciones luminosas para explicar el fenómeno de polarización. Estudiando esta transversalidad desarrolla la teoría de la reflexión en la superficie de los cuerpos refringentes, así como la de la propagación de la luz en los medios anisotrópicos, de las que se deducen la existencia y las leyes de la doble refracción.

Fresnel muere en 1827 y luego de su muerte la naturaleza ondulatoria de la luz fué cada vez más admitida. Las experiencias de Fizeau y Foucult (1849 - 1862) para determinar la velocidad de la luz en distintos medios, aportaron una prueba irrefutable en favor de esta hipótesis.

Fresnel murió pensando que el éter luminoso era el medio cuya vibración constituía la vibración luminosa. Este medio sutil estaría difundido en todo el universo, llenando los espacios vacíos e impregnando los cuerpos materiales. La creencia de la necesidad de este éter subsistiría hasta principios del siglo XX, cuando la formulación de lospostulados de la teoría de la relatividad por Einstein. a partír de las conclusiones de la teoría electromagnética de Maxwell, des-

cartan completamente esta fantasmagórica "sustancia".

VII. El nivel de máximo desarrollo de la teoría ondulatoria de la luz surge con las ecuaciones de las ondas electromagnéticas de Maxwell, con su predicción teórica de que la velocidad de estas ondas era igual a la de la luz en el mismo medio. Abierta así la pregunta sobre si la luz sería una onda más del tipo descrito por las 4 ecuaciones de Maxwell, Hertz logra verificarlo experimentalmente, cerrando así la síntesis entre electromagnetismo y óptica, con la cual esta última ganó una poderosa expresión matemática en dichas ecuaciones. El aspecto de la continuidad de la luz, que desarrollo con algún detalle en el Cap. C, lo haré sobre la base de lo que denomino la óptica de Maxwell. Al respecto nos dice De Broglie:

"Con las ideas de Maxwell, una onda luminosa plana monocromática está caracterizada en el vacío por dos vectores, el campo eléctrico y el campo magnético, vibrando con la frecuencia de la onda y propagándose en la dirección de propagación: ambos son iguales, perpendiculares entre sí y a la dirección de la propagación y tienen la misma fase. Todos los resultados de la teoría de Fresnel se reencuentran al asimilar la vibración elástica del éter a la vibración eléctrica: es suficiente por decirlo así, traducir los razonamientos a otro lenguaje. En la teoría electromagnética se puede muy bien no hablar

del éter: basta con considerar las propiedades del espacio vacío como definidas en cada punto por dos vectores, el campo eléctrico y el campo magnético. La teoría toma entonces ese aspecto abstracto que caracteriza con tanta frecuencia las teorías de la física moderna y se convierte esencialmente en un sistema de ecuaciones. Este aspecto abstracto de la teoría electromagnética es visible en particular de la forma que le dio Hertz algún tiempo después de Maxwell. Sin embargo, muchos físicos de esa época experimentaban aún la necesidad de dar una base al campo electromagnético y de considerarlo como estado de alguna cosa. Hicieron grandes esfuerzos, especialmente Lord Kelvin, para obtener una representación mecánica de los fenómenos electromagnéticos con ayuda de tensiones o de deformaciones del éter, pero esas representaciones nunca fueron completamente satisfactorias y acabaron por caer en el descrédito. Desde entonces el éter no sirvió más que como medio de referencia hipotético, permitiendo definir los sistemas de coordenadas en relación a los cuales las ecuaciones de Maxwell son válidas bajo su forma ordinaria. Pero aún reducido a este modesto papel, el éter se mostró todavía como algo que molestaba: la electrodinámica de los cuerpos en movimiento construída sobre la idea de que el éter podía servír para definir los ejes en reposo absoluto, era una doctrina complicada que, finalmente, no se mostró de acuerdo con la experiencia. La teoría de la relatividad ha aclarado esta situación y ha conducido a abandonar comple-

tamente la noción de éter.

Una de las confirmaciones más brillantes de las ideas de Maxwell ha sido el descubrimiento de Hertz de las ondas electromagnéticas llamadas oscilaciones hertzianas. La teoría electromagnética prevé, en efecto, que, si se consigue producir en un circuito electrónico fenómenos electromagnéticos de frecuencia suficientemente elevada, puede haber emisión en el espacio circundante de una onda electromagnética que, según las ideas de Maxwell, debe tener una estructura completamente análoga a la de las ondas luminosas. Pero las ondas que pueden ser emitidas así con un circuito eléctrico conveniente tienen siempre una frecuencia mucho más débil y una longitud de onda mucho más grande que las que poseen las ondas luminosas. De ahí, naturalmente, proceden diferencias de propiedades importantes; las ondas hertzianas no actúan sobre nuestro sentidos y, en razón de su gran longitud de onda, contornean fácilmente los obstáculos extensos. No obstante, a pesar de estas diferencias, es grande la analogía entre las ondas luminosas y las ondas hertzianas, y se han podido repetir con éstas las experiencias de reflexión, de interferencia o de difracción que se consideraban como clásicas para aquéllas; los dispositivos experimentales debieron ser transpuestos, entiéndase bien, a una escala mucho mayor en razón del crecimiento de las longitudes de onda. Este memorable descubrimiento de las ondas hertzia-

nas y de sus propiedades no ha dejado duda alguna sobre la exactitud de las ideas fundamentales de Maxwell acerca de la luz. Es casi superfluo recordar que el descubrimiento de las ondas hertzianas ha conducido a la telegrafía sin hilos y más tarde, a los otros procedimientos de telecomunicación derivados de ella.

La teoría electromagnética permite también estudiar la propagación de la luz en los medios materiales. Conduce a la relación famosa que vincula la constante dieléctrica de una sustancia homogénea a su índice de refracción, y permite analizar la extinción de la luz en los medios conductores. Pero, sobre todo, permite analizar de un modo profundo la propagación de la luz en los medios materiales cuando se la completa con la hipótesis de una estructura discontinua de la electricidad contenida en la materia (hipótesis de los electrones)(15)

VIII. A comienzos de nuestro siglo y a partir del conocimiento de fenómenos como el fotoeléctrico, el Compton y la radiación del cuerpo negro, (que veremos con algún detalle en el Capítulo D) la atención de los físicos se proyecta de nuevo hacia una imagen corpuscular de la luz, pero tratando de conciliar estas apreciaciones y nuevos fenómenos con las interpretaciones ondulatorias de Fresnel y Maxwell. Se ha podido ver entonces que si Fresnel tuvo razón al dar una interpretación general por medio de ondas de los fenómenos

de la óptica conocidos en su tiempo o descubiertos por él, los físicos de la escuela opuesta no estuvieron sinembargo completamente equivocados suponiendo la existencia de un aspecto discontinuo de la luz.

B. NECESIDAD DE UNA REFLEXION EPISTEMOLOGICA SOBRE LA DIALECTICA CONTINUIDAD - DISCONTINUIDAD.

1. El objeto de esta investigación se limitará al análisis de la continuidad y la discontinuidad en los fenómenos físicos, iniciando este estudio con la manifestación de la dualidad onda- corpúsculo (onda-fotón) para la luz en una primera parte, y luego estudiando la dualidad generalizada propuesta por De Broglie en su Mecánica ondulatoria, para toda la materia. Si de este estudio quedase establecida la necesidad, o por lo menos la conveniencia de trabajar con los principios de la lógica dialéctica en el quehacer teórico y experimental de una ciencia como la física (y quizá de otras), considero que se habría hecho un aporte científico a nivel del método, a la investigación en las ciencias naturales.

La historia de las teorías sobre la luz muestra que los sabios alternaron durante períodos por una u otra explicación, laondulatoria o la

corpuscular, de manera más o menos absoluta (excepto Newton) es decír, rechazando la otra explicación casi que como condición para resaltar el "otro" punto de vista.

En este proceso salta a la vista la no utilización de una lógica dialéctica que habría permitido comprender la interconexión de estos dos aspectos contradictorios de la luz.

II. Traducido este problema en forma generalizada lo denomino la dualidad continuo-discontinuo. Esta generalización está autorizada sin duda por los descubrimientos de L. de Broglie postulados en su mecánica ondulatoria.

Planteado así el problema, nos dice Hegel: "La dialéctica consiste en concebir los contrarios como fundidos en una unidad, o a lo positivo como inmanente de lo negativo" (17), ya que la lógica representa la conexión inmediata del pensamiento con el contenido concreto de las manifestaciones de la existencia: como con la luz hubo períodos históricos en los cuales uno de sus aspectos contrarios se destacó descartando en absoluto el otro, es necesario tener en cuenta que en rigor, "no hay nada en lo cual no se pueda y se deba mostrar la contradicción; es decir, las determinaciones opuestas; ya que un objeto sin contradicción no es sino una pura abstracción del entendimiento, por la cual se mantiene con violencia una sola de las determinaciones,

en tanto que se oscurece en la conciencia la determinación opuesta, contenida en la primera" (18).

Si bien la contradicción existe en el proceso de desenvolvimiento de todos los objetos (fenómenos), en el proceso de desarrollo de cada objeto existe un movimiento entre opuestos desde su principio hasta su fin. La ciencia no se limita a comprender la particularidad de cada una de las contradicciones, sino que se empeña en estudiar los diversos aspectos de cada contradicción, como único medio de llegar a comprenderlas todas y cada una de ellas. Entender cada uno de los aspectos de una contradicción, es entender la posición definida que ocupa cada uno, las formas concretas de su relación de dependencia mutua y de contradicción con su opuesto y las maneras como lucha con este..." (19).

Entre los dos aspectos contradictorios alguno ocupa siempre la posición principal y el otro se encuentra en una situación secundaria. "La cualidad de un proceso está determinada primordialmente, en cada momento, por el aspecto principal de la contradicción, es decir, por el aspecto que ocupa en tal momento la posición dominante" (20). Pero además dichos aspectos opuestos se interpenetran.

"Ningún aspecto de la contradicción puede existir aislado, porque su contradictorio constituye la condición fundamental de su existencia.

Por una parte, los elementos contrarios se oponen entre sí y, por otro lado se encuentran interconectados, interpenetrados, conjugados y en interdependencia. Tal es la relación de identidad existente entre los opuestos" (21).

Además la unidad de los contrarios es condicional, temporal y relativa, mientras que la lucha entre ellos es absoluta en su continuo cambio.

"La contradicción, en su relación y en su conflicto con la unidad que constituye, se manifiesta concretamente como diferencia y como diferenciación; después, como transcurso de un término de la oposición a otro, es decir, como contradicción en desarrollo y en alternación; más tarde como antagonismo o contradicción exasperada; y finalmente como incompatibilidad en trance de resolución y superación" (22).

Así pues, toda contradicción empieza por ser incluyente, en tanto que muestra la coexistencia de los opuestos en lucha; pero acaba por ser excluyente en cuanto desemboca en un antagonismo insostenible entre los elementos que la constituyen.

"La solución de una contradicción no es, por lo tanto, la desaparición abstracta de la contradicción, sino, la conjugación real de los contrarios en el extremo de su oposición y de su lucha para formar una nueva unidad concreta" (23).

El análisis que haré de la continuidad y la discontinuidad será referido inicialmente al fenómeno de la luz, sólo a esa particularidad y no a dicha pareja referida al todo.

Según esta limitación inicial del objeto de estudio tendremos en cuenta como modelo lógico el expuesto brevemente a medida que vamos viendo de manera particular el manifestarse de uno u otro aspecto-ondulatorio(continuo), corpuscular(discontinuo) - en las diferentes etapas históricas de investigación sobre la luz y la manera como las teorías se van acomodando, lentamente, a dichas "oscilaciones" de aparecimiento o manifestación de uno u otro de los aspectos. Adquiere de esta manera, tal enfoque lógico, el carácter de una hipótesis que pondremos a prueba en una experiencia de reconocimiento de las teorías existentes sobre la luz. Verificando o no tal hipótesis de experimentación teórica (puesto que el objeto del trabajo es eminentemente metodológico) se verán las posibilidades de generalización a otros fenómenos, como a la difracción de electrones, y a categorías como el espacio y el tiempo.

C. LA OPTICA DE MAXWELL

Vimos en la introducción que el descubrimiento de los fenómenos de interferencia y refracción, presentados por diferentes ondas y también

por la luz en circunstancias adecuadas, llevó a Young y a Fresnel a postular enfáticamente el carácter ondulatorio de la luz. Fresnel demostró además con este enfoque que las demás propiedades estudiadas en la luz (reflexión, refracción, etc.) se podían explicar completamente.

A finales del siglo XIX, J. Clerck Maxwell desarrolla las ecuaciones del electromagnetismo, las cuales describen el comportamiento de las ondas electromagnéticas. Al calcular con ellas la velòcidad de propagación de una onda electromagnética se encuentra que tal velocidad es igual a la medida para la luz en el mismo medio.

Este descubrimiento llevó a los físicos de la época a plantear la hipótesis siguientes: si la luz es una onda que como mostró Fresnel presenta fenómenos de interferencia y refracción, que además tiene una velocidad de propagación igual a la de los pulsos electromagnéticos, es posible que la luz sea una onda electromagnética; es decir una onda transversal que se puede propagar en el vacío y describir mediante las ecuaciones de Maxwell.

Si tal hipótesis resultase cierta, a través de su confirmación experimental, entonces las ecuaciones de Maxwell para el electromagnetismo podrían aplicarse a los fenómenos luminosos, teniéndose así una herramienta matemática muy importante para la óptica. De hecho si

se confirmara tal hipótesis se habría dado la fusión del electromagnetismo y la óptica.

Esta confirmación experimental fue hecha por Heinrich Hertz entre 1887 y 1888 como veremos a continuación.

Es bueno tener en cuenta que la existencia de ondas electromagnéticas en aquel tiempo era solo una predicción teórica. "Maxwell no había observado que una corriente eléctrica oscilante diese lugar a tales ondas, ni había medido su velocidad o demostrado que son de la misma naturaleza que la luz. Sin embargo, él mismo sugirió un método de comprobación directa: colocar un conductor con una corriente oscilante, de una frecuencia igual a la frecuencia, por ejemplo, de la luz verde, y ver si realmente se emitía esta luz en la región que rodeaba al conductor" (24).

Sin embargo las frecuencias que se obtenían entonces con los métodos conocidos, como descarga de la botella de Leyden, eran relativamente bajas respecto a las frecuencias de los rayos visibles que van desde 4×10^{14} ciclos/seg (rojo) hasta 8×10^{14} ciclos/seg (violeta).

Experimentos de Hertz:

Hertz no esperaba producir luz visible con su oscilador, cuya frecuencia era máximo de 8×10^{8} ciclos/seg. No obstante esta limitación

se dedicó a determinar si la teoría de Maxwell era correcta, es decir, si las cargas eléctricas aceleradas radian realmente ondas electromagnéticas que puedan detectarse y si estas ondas tienen las mismas características que la luz (aunque no fueran visibles).

Su método experimental fue muy sencillo. Se colocaban dos esferas metálicas pulimentadas de modo que hubiese una pequeña zona de aire entre ellas. Se conectaban las dos esferas con un par de cables a un dispositivo conocido como arrollamiento de inducción o de "chispa".

DISPOSITIVO DE HERTZ PARA PRODUCIR LA CHISPA.

Se comunicaba así a las esferas una gran carga eléctrica de signos opuestos, y, de pronto, la diferencia de potencial entre las mismas era suficiente para que la zona de aire comprendida entre éllas se ionizase proporcionando un medio conductor para que saltase la chispa. Esta chispa era oscilante. Los iones formados en el aire se movían en un sentido y otro hasta que adquirían de nuevo su posición de equilibrio. Entonces cuando el aire se hacía de nuevo no conductor, se cargaban de nuevo las esferas y se producía otra chispa oscilante.

Si los argumentos de Maxwell eran correctos, se debía propagar una onda electromagnética mientras saltaba la chispa y la frecuencia de oscilación de las cargas determinarían la frecuencia de la onda electromagnética.

Para intentar detectar las ondas electromagnéticas producidas, en una región próxima, Hertz diseñó un receptor (antena) construído simplemente por un trozo de alambre con una esfera pulimentada en cada uno de sus extremos y curvado en forma de círculo, de manera que quedaba una pequeña zona entre las esferas para que saltase la chispa.

Hertz obtuvo esta corriente, según se observaba por las chispas que saltaban entre las esferas del receptor. Demostró además que los conductores eléctricos como los metales reflejaban las ondas; que un gran reflector metálico cóncavo focalizaba las ondas, como ocurre con las ondas luminosas; que los cuerpos no conductores., tales como la madera dejan pasar las ondas a su través y modifican sus trayectorias.

Midió la longitud de onda para las ondas electromagnéticas cuando la frecuencia era de 3×10^7 ciclos/seg y encontró que $\lambda = 9,6$ m. Calculó la velocidad de propagación haciendo $v = \lambda \nu$, y encontró que $v = 3 \times 10^8$ m/seg, que era el valor medido para la luz.

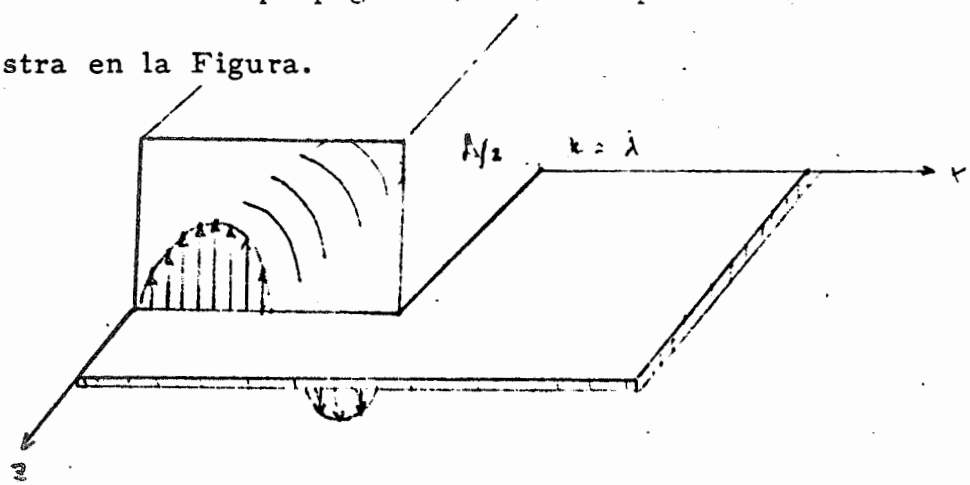
"En resumen, Hertz pudo comprobar todas las predicciones principales de Maxwell relativas a las ondas electromagnéticas" (25).

Con esta verificación experimental del trabajo de Maxwell, la concepción ondulatoria de la luz llega a su expresión más desarrollada y altamente verificada, quedando fuera de toda discusión por un corto tiempo la naturaleza ondulatoria transversal de la luz.

Autorizados para trabajar la luz con las ecuaciones de la electrodinámica veremos a continuación la continuidad de la propagación de la energía en una onda electromagnética en general, que podría tener como caso particular una frecuencia visible, y estaríamos en el caso de la propagación continua de la energía en el fenómeno de la luz.

C1. Energía de las ondas electromagnéticas:

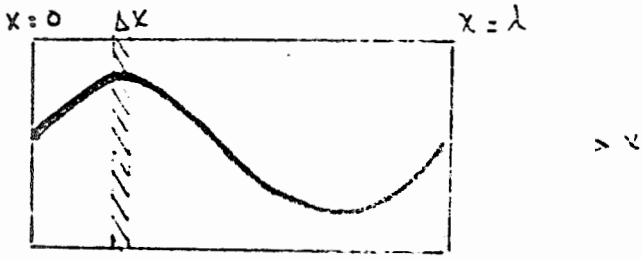
Si la onda electromagnética es una onda plana, es decir que $\overline{E}$ y $\overline{B}$ son constantes en un instante dado sobre cualquier plano perpendicular a la dirección de propagación, la onda puede representarse como se muestra en la Figura.



La energía almacenada en un volumen unitario donde el campo eléctrico sea E, puede expresarse como:

$$u_E = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} \quad ; \quad y \quad u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Si tomamos el volumen de un paralelipípedo de longitud λ y superficie unitaria A, podemos hallar la energía promedio por unidad de volumen en una onda electromagnética plana.



Suponemos que la onda se propaga con velocidad constante c en la dirección X. Si se toma por conveniencia T= 0, la onda dentro de la caja cumplirá que:

$$E_y = E_{0y} \operatorname{Sn} \frac{2\pi x}{\lambda}$$

$$B_z = B_{0z} \operatorname{Sn} \frac{2\pi x}{\lambda}$$

La energía almacenada en una placa delgada de ancho Δx como se muestra en la figura será:

$$\frac{1}{2}\left(\epsilon_0 E_y^2 + \frac{B_z^2}{\mu_0}\right) A \Delta x$$

La energía almacenada en todo el paralelipípedo se obtiene integrando esta expresión desde x = 0 hasta x = λ, o sea

$$u = \frac{1}{2} A \int_0^{\lambda} \left(\epsilon_0 E_{0y}^2 + \frac{B_{0z}^2}{\mu_0}\right) \operatorname{Sn}^2 \frac{2\pi x}{\lambda} \, dx$$

$$u = \frac{A\lambda}{4}\left(\epsilon_0 E_{0y}^2 + \frac{B_{0z}^2}{\mu_0}\right)$$

Como se sabe además que en una onda electromagnética $B_{oz} = \sqrt{\epsilon_o \mu_o}$

tenemos que:

$$u = \frac{(\lambda/4)(\epsilon_o \mathcal{E}_{oy}^2 + \epsilon_o \mathcal{E}_{oy}^2)}{\lambda} = \frac{1}{2} \epsilon_o \mathcal{E}$$

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_o \mathcal{E}_{oy}^2$$

Esta es la energía almacenada en la unidad de volumen de una onda electromagnética plana. Tal energía está distribuída por partes iguales entre el campo eléctrico $\overline{E}$ y el campo magnético $\overline{B}$.

Para calcular la intensidad de radiación de una onda electromagnética es decir, LA ENERGIA INCIDENTE POR UNIDAD DE TIEMPO SOBRE LA UNIDAD DE SUPERFICIE PERPENDICULAR A LA DIRECCION DE PROPAGACION DE LA ONDA, hacemos lo siguiente: en cada segundo chocará una longitud c contra la superficie. El volumen de la onda que choca contra la superficie en la unidad de tiempo es cxl, lo cual implica que:

$$\frac{\text{Energía incidente}}{\text{Area x tiempo}} = \frac{\text{Energía}}{\text{Volumen}} \text{ x volumen de la onda incidente}$$

$$I = \frac{1}{2} c \, \epsilon_o \mathcal{E}_{oy}^2$$

I = energía incidente por unidad de tiempo sobre área unitaria, se conoce como intensidad de la onda.

$$I \propto \mathcal{E}_{oy}^2 \qquad ó \qquad u \propto \mathcal{E}_{oy}^2$$

En el caso más general de cualquier tipo de flujo de energía eléctrica y magnética, esta cantidad que representa el flujo de energía a

través del área unitaria, se denomina el vector de Poynting $\bar{S}$, cuya dirección es la de propagación de la energía.

Este es el análisis clásico sobre una onda electromagnética y en particular sobre la onda luminosa. La onda es una propagación CONTINUA de un estado dinámico, es decir de energía, momentum y momento angular. Para la luz como para las otras ondas electromagnéticas viajeras, esta continuidad está garantizada por la continua autogeneración de los campos variables $\bar{E}$ y $\bar{B}$. Mientras no haya absorción de esta energía la onda continuará propagándose sin decrecimiento de sus amplitudes respectivas.

Con el tratamiento de la luz como onda electromagnética, las tesis sobre la continuidad de su comportamiento llegan a su expresión más desarrollada y aceptada por la comunidad científica mundial a finales del siglo XIX. A principios del siglo XX se tenían dos respuestas acerca de la pregunta por la escencia de las cosas, por su naturaleza: la materia ponderable está constituída por átomos y moléculas; la luz y en general las ondas electromagnéticas son fenómenos puramente continuos. Materia discontinua y ondas continuas serían los elementos constitutivos de todas las cosas del universo. Cada uno de ellos con características propias y diferentes que hacían de ellos un par de entes fenomenológicos completamente diferenciables, aunque

relacionados. Por ej. el sonido, etc., ondas de agua, PROPAGACION CONTINUA DE ENERGIA EN MEDIOS DISCONTINUOS.

Para describir el mov. de una partícula se contaba con conceptos como masa, momento lineal, y posición m, p, r . Para describir el movimiento de una onda, con λ , ν , A medibles en cada caso según el experimento particular con ondas ó con partículas que se estuviese realizando.

Según la hipótesis de Planck, cuyo desarrollo veremos a continuación, la energía almacenada en un volumen unitario será la suma de las energías de n cuantos de energía con una energía = $\lambda . \nu$ cada uno.(2

D. MANIFESTACIONES DE LA DISCONTINUIDAD DE LA ENERGIA RADIANTE Y DE LA LUZ EN PARTICULAR.

D_1 La constante h de Planck.

Para la moderna teoría cuántica el descubrimiento hecho por Max Planch a principios de este siglo de la constante h, conocida tambié como cuanto de acción, tiene una importancia muy grande.

Surge este descubrimiento de una necesidad de la física para explica los fenómenos de radiación y en particular la cnnocida como radia-

ción del cuerpo negro que con las teorías clásicas no fué posible explicar, ya que con ellas se llegaba a conclusiones opuestas a la experiencia.

La radiación del cuerpo negro:

Si se considera un recinto mantenido a temperatura uniforme, los cuerpos materiales contenidos en este recinto emiten y absorben radiación y acaba por establecerse un estado de equilibrio en el cual los cambios de energía entre la materia y la radiación se compensan, (27).

Si un cuerpo es capaz de absorber completamente toda la radiación incidente sobre él, tenemos un absorbedor perfecto, llamado también cuerpo negro, y si consideramos ahora que la temperatura de este cuerpo se mantiene constante, tendremos también un emisor perfecto porque sería capaz de emitir toda la radiación posible.

El espectro emitido por este absorbedor perfecto es lo que se conoce con el nombre de espectro de radiación del cuerpo negro. (28).

En 1859 Kirchoff, apoyándose únicamente sobre los principios fundamentales de la termodinámica, demostró que tal estado de equilibrio es único y corresponde a una composición espectral perfectamente determinada de la radiación encerrada en el recinto. Además la

composición de esta radiación depende únicamente de la temperatura del recinto, pero en modo alguno de las dimensiones o de la forma de este recinto ni de las propiedades particualres de los cuerpos materiales que contienen o que constituyen sus paredes. (29).

En efecto, del segundo principio de la termodinámica se concluye que la radiación dentro de la cavidad tiene las siguientes propiedades:

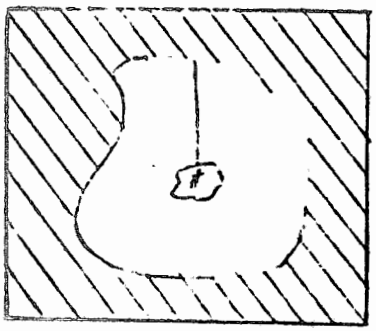
a) El flujo de radiación en cualquier dirección es el mismo .

b) La radiación en cualquier punto es la misma.

c) La radiación en cualquier cavidad a una temperatura dada es la misma independiente del material que la forme, y

d) Cada una de las anteriores afirmaciones es cierta para cada componente espectral de la radiación tomada separadamente.

La figura muestra un hueco o cavidad en cuyo interior hay un cuerpo térmicamente aislado de las paredes de la cavidad suspendido por un hilo no conductor. Las paredes de la cavidad se mantienen a una temperatura constante y emiten radiación que ocupa por completo el volumen de la cavidad.



El cuerpo absorbe parte de la radiación que contiene la cavidad y también emite cierta radiación; el equilibrio térmico del cuerpo se

obtendrá cuando su potencia (energía por unidad de tiempo) de emisión sea igual a su potencia de absorción; en estas condiciones la temperatura del cuerpo será igual a la temperatura de las paredes de la cavidad.

Definimos las siguientes variables:

I: Intensidad de radiación térmica dentro de la cavidad ó potencia por unidad de área incidente sobre el cuerpo (Pi/A).

B: La fracción de la potencia incidente que el cuerpo absorbe (Pa/Pi).

H: La potencia por unidad de área que el cuerpo emite (Pe/A) .

Cuando el cuerpo está en equilibrio térmico, la potencia emitida es igual a la potencia absorbida, luego

$$H = BI$$

$$(Pe/A) = (Pa/Pi)\ Pi/A$$

Si en lugar de un cuerpo tenemos varios dentro de la cavidad, y todos ellos están en estado de equilibrio, se cumplirá que:

$$H_1 = B_1 I \ ; \quad H_2 = B_2 I \ ; \quad H_3 = B_3 I, \text{ etc}$$

De donde se tiene que :

$$I = \frac{H_1}{B_1} = \frac{H_2}{B_2} = \cdots$$

$$I = \frac{Pi}{A} = \frac{H}{B} = \frac{Pe/A}{Pa/Pi} \quad \text{ó} \quad Pe = Pa$$

Relación conocida como ley de Kirchoff, que nos dice que la relación

entre la potencia emitida y la potencia absorbida es la misma para todos los cuerpos y es igual a la intensidad de la radiación dentro de la cavidad.

En síntesis, se puede afirmar que Kirchoff introdujo los aspectos teóricos de la propiedad que tienen los cuerpos de absorber y emitír radiación; introdujo la noción de cuerpo negro y demostró que la radiación dentro de una cavidad cerrada (cuyas paredes están a una temperatura determinada) es la misma, en cualidad e intensidad, que la emitida por un cuerpo negro.

Posteriormente Stefan, a partír de los experimentos de Tindall concluyó que la radiación total de energía en forma de ondas electro - magnéticas era proporcional a la cuarta potencia de la temperatura absoluta.

$$I \propto T^4$$

Ley que fué confirmada teóricamente por Boltzman a partir de la electrodinámica de Maxwell y los métodos estadísticos de Kröning. Desde entonces se conoce esta relación como ley de Stefan-Botzman.

Por la misma época Wien estudió cómo la distribución de energía en función de la longitud de onda cambiaba con la temperatura absoluta. Encontró que cuando se varía la longitud de onda tal que λT se mantiene constante, entonces ρ_λ/T^5 tiene el mismo valor para to-

das las temperaturas.

De estos resultados se concluye que la distribución de la radiación del cuerpo negro para cierta T puede deducirse de la distribución correspondiente a otra T dada; además que el producto de la T absoluta y la longitud de onda a la cual I_λ tiene un valor máximo es constante, es decír,

$$T \cdot \lambda \max = b \text{ (ley de desplazamiento de Wien)}$$

$$\therefore\ b = \text{constante determinada experimentalmente.}$$

De estos resultados se concluye que la densidad espectral de energía ρ_λ es proporcional a la quinta potencia de la T multiplicada por una función de λT, o sea:

$$\rho_\lambda = T^5 f(\lambda T)$$

que puede escribirse:

$$\rho_\lambda = \lambda^{-5} \varphi(\lambda T)$$

$$\therefore\ \varphi(\lambda T) = (\lambda T)^5 f(\lambda T)$$

a la luz de la teoría clásica $\varphi(\lambda T)$ es una función universal para los materiales radiantes. Para resolver el problema de hallar esta función que explicara el espectro de la radiación del cuerpo negro hubo principalmente dos enfoques: el de Wien y el de Rayleigh.

Wien basándose en la concepción de probabilidad clásica empleada en la mecánica estadística y en particular en el hecho de que la distribución de velocidades de las moléculas de un gas había sido aplicada

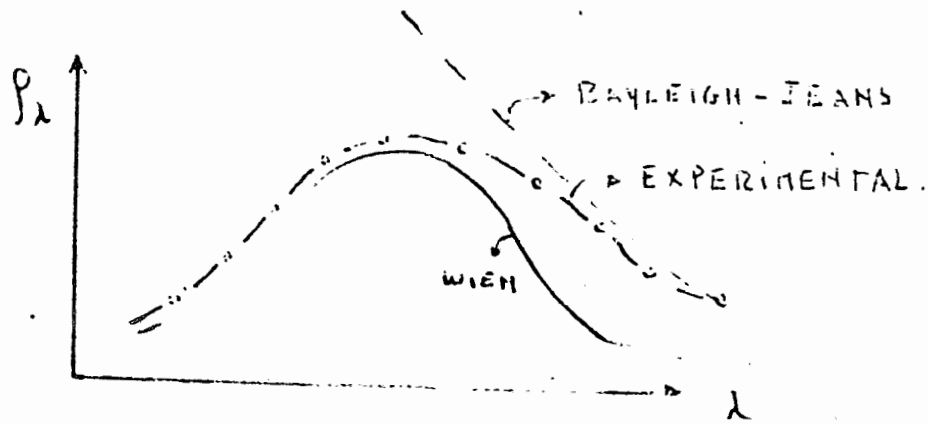
por Michelson a las moléculas de un sólido que irradia energía de cuerpo negro, SUPUSO que la λ de radiación emitida por cualquier molécula y su correspondiente intensidad son funciones de la velocidad de la molécula.

La figura muestra la distribución de velocidades de un gas, y en ella se puede apreciar la semejanza que existe entre esta distribución y el espectro de radiación del cuerpo negro. Con estos argumentos Wien concluyó que la densidad de energía ρ_λ de la radiación del cuerpo negro era de la forma

$$\rho_\lambda = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{c_2/\lambda T}}$$

donde cl y c_2 son dos constantes de ajuste.

La figura muestra la gráfica correspondiente a esta función y su comparación con los resultados experimentales de la radiación del cuerpo negro.



En esta figura se puede apreciar que la función propuesta por Wien se acerca a los datos experimentales en un gran rango de longitude de onda, pero para λ grandes esta función se aleja de ellos. (30)

La explicación de Wien no permite fijar de modo completo la ley de repartición espectral. Inmediatamente resultó que no se podía avanzar no teniendo en cuenta mas que consideraciones termodinámicas y que, para determinar completamente la forma de la ley de composición espectral, había que introducír hipótesis sobre la manera como la materia emite y absorbe radiación, y que había por tanto que aventurarse en el terreno de las hipótesis atómicas abandonando el terreno más sólido de la termodinámica.

La cuestión parecía fácil. Aplicando la teoría electrodinámica de Maxwell se pensaba obtener un resultado satisfactorio de los mecanismos de emisión y absorción de la radiación por la materia. No había más que servirse de las fórmulas que ella suministraba para obtener la forma de la función dejada imprecisa por el razonamiento de Wien, y precisar así completamente la repartición espectral de la radiación negra (31).

A este trabajo se dedicó Rayleigh, partiendo de que la radiación dentro de la cavidad era reflejada continuamente por las paredes de ella, formando así un patrón de ondas estacionarias para cada una de las frecuencias presentes dentro de la cavidad. Este patrón de ondas estacionarias sería semejante al producido por una cuerda vibrante, donde existe un tono fundamental (frecuencias fundamental) y toda una serie de sobre-tonos (frecuencias armónicas).

Como las paredes interiores de la cavidad están en equilibrio térmico con la radiación, la energía absorbida por las paredes debe ser igual a la cedida por ellas. Rayleigh consideró que el mecanismo a través del cual las paredes de la cavidad ceden energía es una vibración de los átomos de la superficie de la cavidad, actuando como osciladores armónicos.

Calculó así el número de modos de oscilación de las vibraciones electromagnéticas dentro de la cavidad. Teniendo en cuenta un facto de 8 (corrección de Jeans), calculó el número de modos de oscila - ción por unidad de volumen y por longitud de onda:

$$\rho = 8\pi\lambda^{-4}$$

Además supuso que la energía promedio de cada modo de oscilación a una temperatura T, de acuerdo con el teorema de equipartición de la energía era:

$$\bar{E} = KT .$$

donde K es la constante de Boltzman ($K = 1,023 \times 10^{23}\ J°K^{-1}$) y T es la temperatura absoluta.

De acuerdo con los resultados obtenidos de estas ecuaciones, la den sidad de energía por unidad de volumen y longitud de onda viene a ser:

$$\rho_\lambda = 8\pi KT\lambda^{-4}$$

En la figura se ve que esta curva (de Rayleigh) no concuerda con lo

resultados experimentales, sino solo para longitudes de onda grandes, pero para λ pequeñas $\rho_\lambda \to \infty$ lo cual se conoce como la catástrofe del ultravioleta.

La ley de Rayleigh llega a una conclusión absurda: la densidad total de la radiación negra a toda temperatura debería ser infinita. A nivel de la física clásica todo lo que se podía hacer estaba hecho; simplemente la física clásica no logró explicar este fenómeno aceptablemente.

La constante h de Plank:

Para resolver el impase surgido por la incapacidad de las teorías clásicas para explicar la radiación del cuerpo negro, Plank se vio llevado a plantear la idea genial de que "la materia no puede emitir energía radiante mas que por cantidades finitas proporcionales a la frecuencia".

Además postuló: "Un oscilador radia solamente cuando pasa de un valor permitido de su energía al valor próximo menor, y la pérdida de energía ΔE que experimenta se emite como un pulso de radiación electromagnética de energía $E = h\nu$.

Con esta hipótesis cuántica, Planck descarta la suposición clásica de Rayleighde que la energía promedio de cada modo de oscilación es KT.

De la expresión de Plank para la radiación pueden derivarse las leyes de Stefan-Boltzman, de Wien y de Rayleig-Jeans. Véase la ref. No. 32 para el detalle de los desarrollos matemáticos correspondientes.

Plank supone que los estados de energía de un oscilador deben ser múltiplos enteros de una pequeña cantidad de energía y que el número de osciladores con energía mu (con m entero positivo), está dado por la distribución de Boltzman:

$$n = n_0 e^{-m\mu/kT}$$

De modo que es posible calcular la energía promedio si se suman todos estos productos y luego se divide por el número total de los modos de oscilación. De este modo la energía promedio será:

$$\bar{E} = \frac{\sum_{m=0}^{\infty} m\mu n_0 e^{-m\mu/kT}}{\sum_{m=0}^{\infty} n_0 e^{-m\mu/kT}} = \frac{0 + \mu n_0 e^{-\mu/kT} + 2\mu n_0 e}{n_0 + n_0 e^{-\mu/kT} + n_0 e}$$

Haciendo $x = e^{-\mu/kT}$ en la expresión anterior

$$\bar{E} = \frac{\mu x [1 + 2x + 3x^2 + \ldots]}{1 + x + x^2 \ldots} \qquad (2)$$

El denominador de esta expresión puede ser escrito como:

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = 1 + x + x^2 = \frac{1}{1-x}$$

Se sabe que:

$$\frac{d}{dx}\left[\sum_{n=0}^{\infty} x^n\right] = \frac{d}{dx}(1 + x + x^2 + \ldots) = 1 + 2x + 3x$$

$$= \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{1-x}\right)$$

O sea que:

$$1 + 2x + 3x^2 + \dots = (1-x)^{-2}$$

que es la serie que aparece en el numerador de (2), lo que muestra que aquella ecuación puede escribirse como:

$$\bar{E} = \frac{\mu x (1-x)^{-2}}{(1-x)^{-1}} = \frac{\mu x}{1-x} = \frac{\mu}{\frac{1}{x} - 1}$$

Reemplazando el valor de x tenemos

$$\bar{E} = \frac{\mu}{e^{\mu/kT} - 1}$$

Como el número de posibles modos de oscilación de la radiación electromagnética dentro de la cavidad es el mismo calculado por Rayleigh

$$\rho = 8\pi\lambda^{-4}$$

Luego la densidad de energía por unidad de volumen y longitud de onda será

$$\rho_\lambda = \rho\bar{E} = \frac{8\pi\lambda^{-4}}{e^{\mu/kT} - 1}$$

Si se compara expresión con la obtenida por Wien, en la cual las dos constantes de ajuste que aparecen son arbitrarias, observamos que la diferencia está en el -1 que aparece en el denominador de la distribución de Planck. Por tanto si se escoge u tal que las potencias de los exponenciales sean iguales, tenemos:

$$\frac{c_2}{\lambda T} = \frac{\mu}{kT} \qquad \therefore \quad \mu = \frac{c_2 k}{\lambda}$$

y como $\lambda\nu = c$ (con c = velocidad de la luz)

$$\mu = \left(\frac{c_2 k}{c}\right)\nu = h\nu$$

Expresión en la cual h es la constante h de Planck, la cual puede evaluarse conociendo la constante c_2 de la distribución de Wien o con mayor precisión en el efecto fotoeléctrico.

El valor de h es $6,6253 \times 10^{-34}$ J seg.

Reemplazando el valor de u por $h\nu = \frac{hc}{\lambda}$, la distribución de Planck puede escribirse como

$$\rho_\lambda = \frac{8\pi c h \lambda^{-5}}{e^{ch/\lambda kT} - 1}$$

Densidad que está de acuerdo con los resultados experimentales.

El aporte novedoso de Planck consistió en asumir que los estados de un oscilador deben ser un múltiplo entero del producto formado por la constante h y la frecuencia ν de la radiación que este oscilador emite.

Si llamamos E al cambio de energía mas pequeño permitido, la ecuación de cuantización de Planck puede escribirse como

$$E = h\nu$$

Lo cual implica que la radiación no es emitida en la <u>forma continua</u> como predecían las teorías clásicas, sino en pequeños paquetes de energía $h\nu$. Estos paquetes de energía se conocen con el nombre de cuantos o fotones. (33).

En la época en que Planck escribió sus memorias fundamentales sobre la teoría de la radiación negra, los físicos contemporáneos no comprendieron inmediatamente la importancia de la revolución que acababa de realizarse. La hipótesis de Planck debió sin duda parecerles como un medio ingenioso de mejorar la teoría de un fenómeno interesante, pero en suma, particular; y no como una idea genial destinada a conmover todas las concepciones clásicas de la física. Poco a poco se puso en evidencia la importancia fundamental de la idea de Planck.

Los teóricos advirtieron que la <u>discontinuidad</u> traducida por la hipótesis de los cuantos es incompatible con las ideas generales que servían hasta entonces de base a la física y exigían una revisión completa de estas ideas.

"En la historia de los progresos del espíritu humano debe quedar como una fecha memorable la conquista de la constante de Planck" (34).

Según la hipótesis de Planck, la energía almacenada en un volumen unitario será la suma de las energías de n cuantos de energía con una energía $h\nu$ cada uno

O sea que $\mu = \left(\frac{\varepsilon_0}{2} E_{0g}^2 + \frac{1}{2\mu_0} B_{0z} \right) V = n h \nu$

De donde $\frac{n}{V} = \frac{1}{h\nu} \left(\frac{\varepsilon_0}{2} E_{0g}^2 + \frac{1}{2\mu_0} B_{0z}^2 \right)$

pero

$$B_{0z}^2 = \varepsilon_0 \mu_0 E_{0g}^2 \rightarrow \frac{n}{V} = \frac{1}{h\nu} \left(\frac{\varepsilon_0}{2} E_{0g}^2 + \frac{\varepsilon_0}{2} \mu_0 E_{0g}^2 \right)$$

$$\therefore \frac{n}{V} = \frac{\varepsilon_0 E_{0g}^2}{h\nu}$$

En donde es muy importante notar que n/V es proporcional a E^2(amplitud de la onda al cuadrado), porque aquí es donde se encuentra el origen de la interpretación que da Born en 1926 al cuadrado de la función de onda en la mecánica ondulatoria.

Como cosa curiosa pero coherente en su época, Planck quería limitar sus conclusiones cuánticas al fenómeno de la emisión; pero pretendió durante varios años conciliar este paso cuántico de la radiación con los fenómenos no cuánticos (continuos) de la distribución energética de las ondas electromagnéticas. Al respecto comenta de Broglie:

"...Planck hizo durante mucho tiempo los mayores esfuerzos para desarrollar una segunda forma menos radical de la teoría de los cuantos, en la cual solo la emisión sería discontinua y la absorción permanecería siendo continua".

El otro enfoque posible al que se refiere de Broglie, es, obviamente, el que plantea que tanto la emisión como la absorción tienen características cuánticas, o manifestaciones cuánticas; de esto se sigue naturalmente que la radiación en general no solo en el momento de la absorción o en el de la emisión tenga manifestaciones discontinuas. Pero para Planck habían dos obstáculos para la aceptación de tal con-

secuencia de su trabajo:

1. La electrodinámica clásica de Maxwell estaba suficientemente verificada en el plano experimental, prediciendo precisamente la incómoda continuidad de las ondas electromagnéticas en cuanto a su distribución energética espacial.

2. La lógica predominante en el análisis de Planck no era una lógica dialéctica; por eso para él la conclusión de su trabajo sería admitir que la radiación electromagnética tuviera una estructura puramente discontinua, cuando la teoría de Maxwell pretendía, cayendo quizá en la misma desviación lógica, asignarle a esta radiación una estructura puramente continua. Con la ventaja inicial antes anotada para la interpretación puramente continuista de que no había experiencia aún que mostrara lo contrario (manifestaciones discontinuas de la radiación), pero sí mucha experiencia que permitía asociar el comportamiento de la radiación de ondas electromagnéticas transversales del tipo predicho por Maxwell y verificado por Hertz y otros físicos de la época.

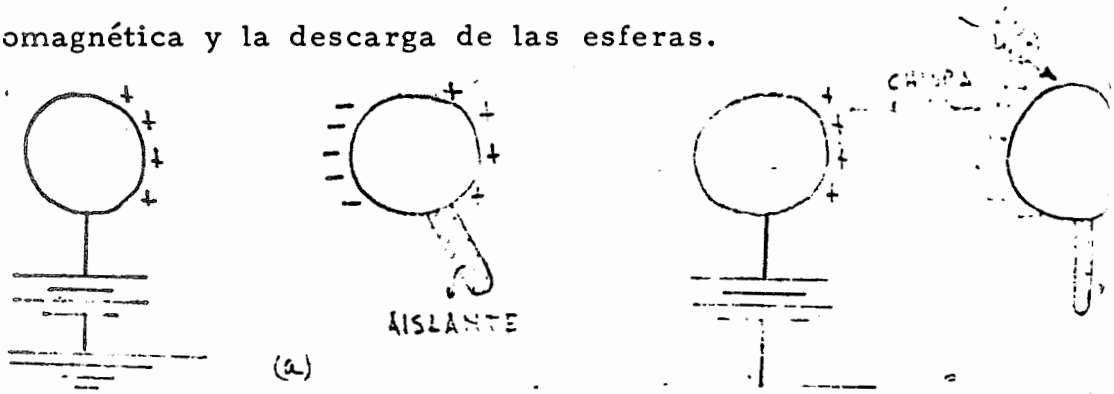
D2. <u>El efecto fotoeléctrico</u>:

Fué el mismo Hertz a fines del siglo pasado, (1890) quien descubrió en su forma inicial el fenómeno que ahora conocemos como efecto fotoeléctrico; fenómeno que como veremos inicia el conjunto de expe-

rimentos que derrumban el primer obstáculo de Planck, es decir el conjunto de experimentos que mostrarían clara e irrefutablemente las manifestaciones cuánticas (discontinuas) de la radiación electromagnética. (35).

El arreglo experimental de Hertz por medio del cual percibió el efecto fotoeléctrico fué el siguiente:

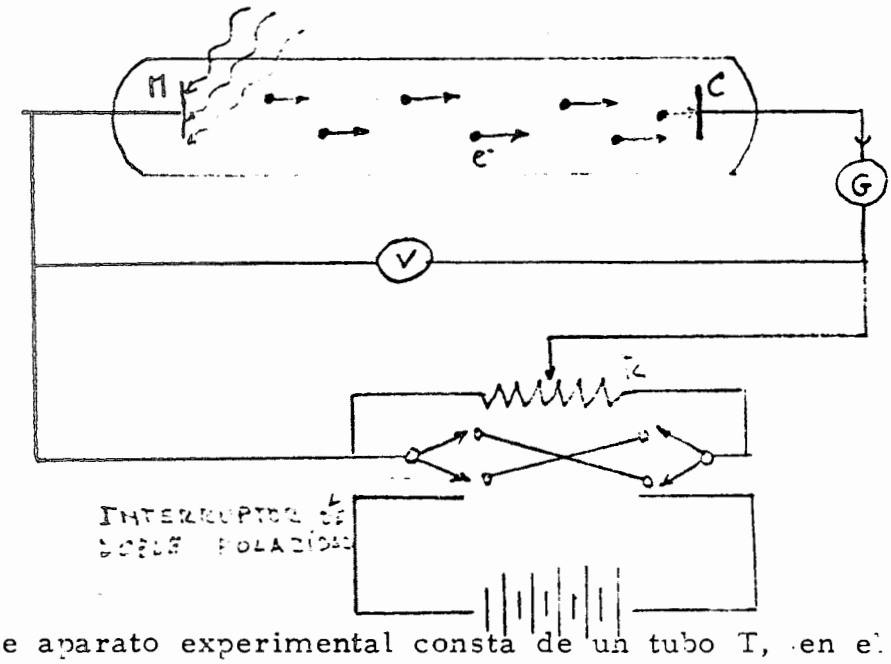
Si se tienen dos esferas metálicas cargadas electrostáticamente, como se muestra en la figura, al acercarlas hasta cierta distancia salta una chispa entre las dos esferas, con la producción de radiación electromagnética y la descarga de las esferas.



Después de esta primera visión del efecto fotoeléctrico se recolectó información sobre el fenómeno cerca de 15 años sin que hubiera teoría que lograse explicarlo satisfactoriamente. En ese período se recolectaron las siguientes observaciones empíricas realizables con un aparato experimental como el que se muestra esquemáticamente en la figura.

1. De acuerdo a la clase de material que constituye la placa M existe una frecuencia mínima de la radiación incidente, para qu

se produzca el desprendimiento de los electrones de la placa M. Es decír, que dependiendo del material de la placa M se necesitará una frecuencia mínima ν_0 llamada frecuencia umbral, para que el galvanómetro G detecte un paso de corriente; lo que significa que existe efecto fotoeléctrico. Para radiaciones con frecuencia menores que la frecuencia umbral, no se detectará ningún tipo de corriente en G.



Este aparato experimental consta de un tubo T, en el cual se ha hecho vacio y se han ubicado placas metálicas M y C. Cuando un rayo monocromático de radiación electromagnética incide sobre la placa M, se produce desprendimiento de electrones de ésta que puede hacerse llegar a la placa C por medio de una diferencia de potencial adecuada; en tales condiciones el galvanómetro G marcará una corriente fotoeléctrica Ip.

2. Al incrementarse el valor del potencial acelerador V, llega un momento en que la fotocorriente alcanza un valor constante, independiente del valor del voltaje V.

3. La fotocorriente es proporcional a la intensidad de la radiación incidente.

4. Existe una energía cinética máxima de los electrones sacados de la placa metálica M que se puede medir de la siguiente manera: Si se aplica un potencial negativo a la placa C, conmutando el interruptor que invierte las polaridades de los electrodos del tubo, los fotoelectrones serán repelidos en el electrodo C. Unicamente aquellos electrones cuya energía cinética sea mayor que e/V/, lograrán llegar a la placa C, registrando en el galvanómetro un paso de corriente. Si se sigue aumentando negativamente el voltaje V, llegará un momento en el cual no habrá paso de corriente por el galvanómetro. El voltaje para el cual se logra esto se denomina potencial de frenado y se representa por Vo. Por consiguiente la máxima energía cinética de los electrones emergente de la placa M será igual a $|eVo|$. y

$$E_{kmax} = \frac{1}{2} m_e v_e^2 = e|V_o|$$

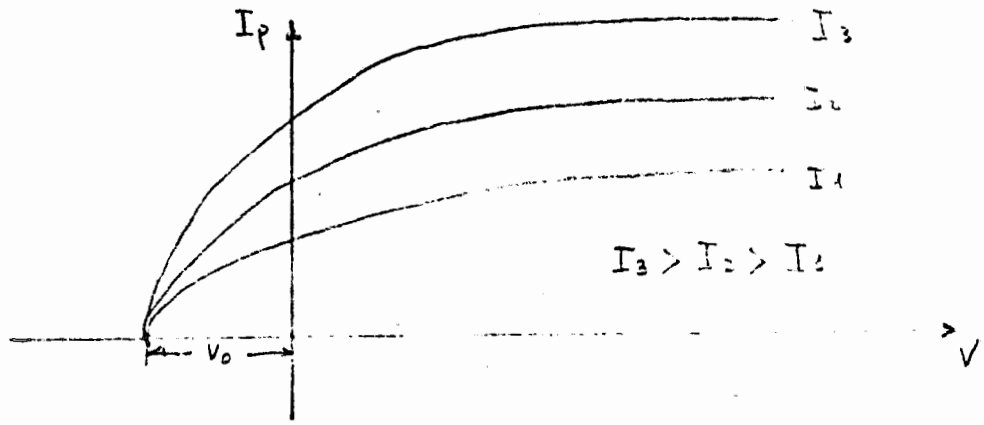
en la cual m_e = masa del electrón

v_e = máxima velocidad de los fotoelectrones.

El hecho más interesante es que la energía cinética máxima de los fotoelectrones es independiente de la intensidad de la luz (radiación)

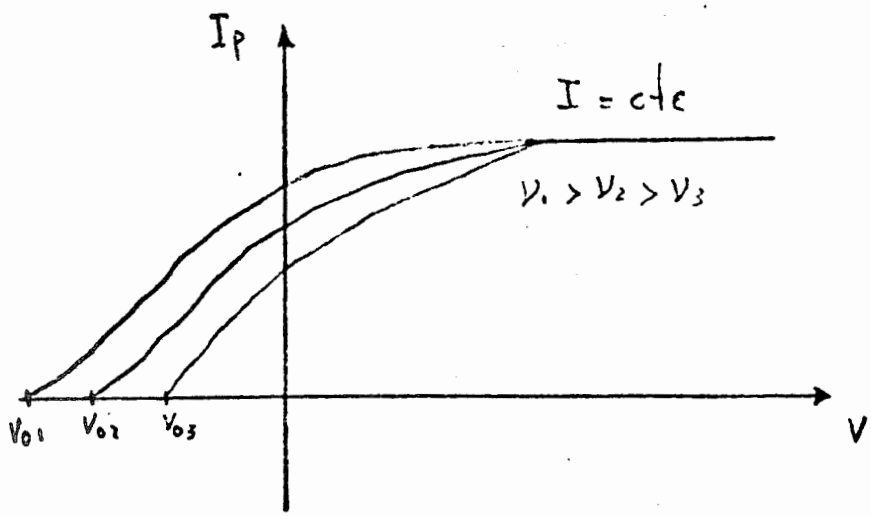
incidente.

La figura recopila las características de los puntos 3 y 4, mostrando que para una frecuencia constante de la radiación incidente, la fotocorriente Ip se aumenta cuando la intensidad I de la luz incidente se hace mayor, pero por el contrario el valor del potencial de frenado Vo permanece constante.



Dependencia de la fotocorriente con el voltaje V para iluminación de un material con una radiación de frecuencia a diferentes intensidades I1, I2, I3.

5. Otro hecho experimental importante es que la energía cinética máxima de los fotoelectrones para un mismo material M depende de la frecuencia de la radiación utilizada. Esto se observa fácilmente en la figura en donde se aprecia que cada vez que la frecuencia es mayor, es necesario un contravoltaje o potencial de frenado Vo mayor para que la fotocorriente sea nula

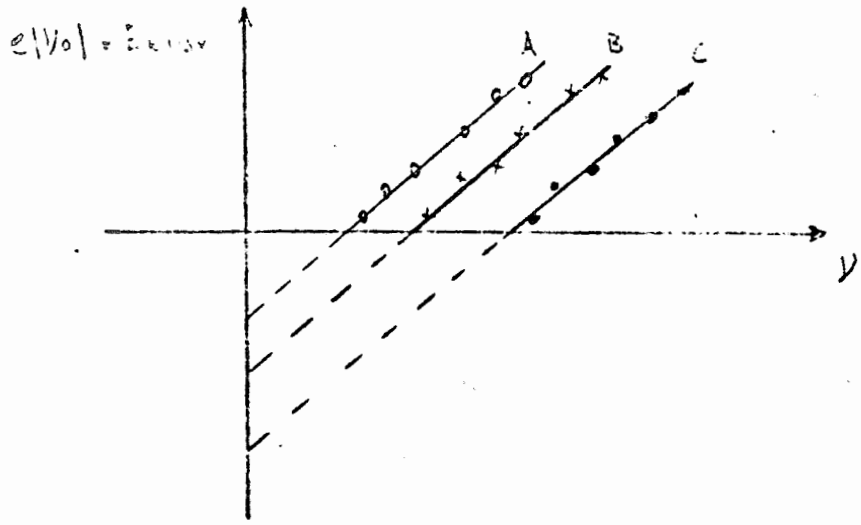


La Figura muestra el comportamiento de la fotocorriente I en términos del voltaje V, cuando un material se ilumina con 3 radiaciones de frecuencias ν_1, ν_2, ν_3 con una misma intensidad. Se observa la saturación de la fotocorriente respecto al voltaje, tal como se enunció en el punto 2.

Tabulando de los resultados anteriores los valores de las máximas energías cinéticas de los fotoelectrones respecto a las frecuencias de radiación para materiales A, B, C diferentes, se obtiene una gráfica como la siguiente, que corresponde a la ecuación empírica de la recta

$$K\ max = a\ \ + b$$

en la cual a es la misma para todos los materiales y el parámetro b es propio de cada material sometido a efecto fotoeléctrico.



Dependencia de Kmax con la frecuencia para tres materiales diferentes.

La teoría ondulatoria clásica de Maxwell predice que la radiación de intensidad elevada, es decir constituída por campos intensos (gran densidad volumétrica de energía electromagnética), comunicaría una gran energía cinética a los electrones liberados. Sin embargo lo que ocurre es que la energía cinética es independiente de la intensidad de la luz.

Además según la teoría ondulatoria de Maxwell sería previsible que una luz de baja frecuencia (infrarrojo), lo suficientemente intensa, sería tan eficaz como una luz de alta frecuencia (ultravioleta); pero esta predicción también es contradicha por la experiencia: la luz de frecuencia inferior a un valor umbral definido es totalmente ineficaz.

D3. La explicación de Einstein al efecto fotoeléctri

Einstein generaliza la idea cuántica de Planck para la radiación a la absorción de energía luminosa y propone:

Si un electrón absorbe un fotón de energía $E = h\nu$, para poderse desprender de la superficie metálico debe vencer una cierta cantidad de energía Eo llamada función de trabajo del metal. Si la energía del fotón incidente es mayor que Eo, por simples argumentos de conservación de la energía mecánica, la máxima energía cinética que puede alcanzar el electrón liberado será:

$$E_{kMAX} = h\nu - E_o$$

siendo $E_o = h\nu_o$,

$$E_{kMAX} = h\nu - h\nu_o$$

Donde ν_o es la frecuencia umbral, o frecuencia por debajo de la cual no se alcanza a liberar el electrón.

Con este modelo se entiende además que al aumentar la intensidad, es decir el número de fotones por unidad de volumen, aumente el número de interacciones fotón - electrón y por tanto el número de fotoelectrones liberados. En resumen, con Einstein queda claramente establecido que la radiación electromagnética manifiesta propiedades corpusculares en donde la energía está cuantizada.

Cada cuanto de energía, que se denomina fotón, porta una cantidad de energía igual a $h\nu$, siendo ν la frecuencia del campo electro-

magnético oscilante.

E. DUALIDAD ONDA_FOTON PARA LA LUZ

Esta situación plantea un problema para la física, ya que hasta el momento las ideas clásicas de corpúsculos y ondas eran ideas completamente incompatibles. Mientras que para las ondas las variables representativas eran μ, λ, ν, E, J para las partículas eran $\vec{v}$, $\vec{p}$, E, J m. Todo parecía indicar que el comportamiento continuo u ondulatorio se daba a niveles meso y macroscópico mientras que a nivel microscópico se daría el comportamiento cuántico.

E1. Primer intento de solución

Entre 1905 y 1910 Bohr y sus colaboradores trabajan intensamente tratando de encontrar un empalme entre el comportamiento continuo de los campos E.M. y el comportamiento cuántico energético de los mismos llevando el problema hasta la pregunta por la aplicabilidad de las ecuaciones de Maxwell al modelo atómico vigente.

Si las ecuaciones de Maxwell fallan al explicar el ef. fotoeléctrico, no fallarán también al explicar el átomo?

Porque según las ideas de la época acerca de la estructura de la materia se tenía la idea de que el ó los electrones en un átomo descri-

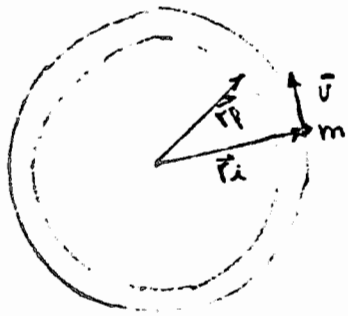
bían órbitas alrededor de un núcleo, y tanto el núcleo como las cargas eran masas cargadas eléctricamente, los núcleos (+) y los electrones (-); ahora bien, si los electrones son acelerados continuamente, deben emitir energía de radiación EM continuamente, energía que rebajaría su E_K y los haría colapsar en el núcleo; porqué no colapsan?

Es cuando Bohr, "autorizado" por la explicación cuántica de Einstein al ef. fotoeléctrico, plantea una hipótesis cuántica para la radiación EM de los electrones en el átomo; y plantea que los electrones solo emiten energía E.M en cantidades discretas y por tanto no se pueden ir cansando continuamente sino por saltos energéticos que los llevan a una gama de posibles valores proporcionales a la frecuencia de la emisión EM correspondiente a cada salto. Y además pueden absorber en esa misma forma discreta y tienen una energía mínima, tal que cuando llegan a ella solo pueden absorber pero no emitir energía; tales estados se denominan estados estacionarios. Pero además planteó, en abierta ruptura con la electrodinámica clásica, que el electrón de un átomo como el de H no radia continuamente, sino que normalmente no radia y solo lo hace cuando

$$\Delta E = E_i - E_f = h\nu \Rightarrow \nu = \frac{\Delta E}{h}$$

La concepción de Bohr era planetaria; es decír, a cada nivel energético Ei correspondía una órbita posible r_i, ya que si la órbita es cir

cular y la atracción es coulombiana $E = \frac{c' q e^2}{r}$



Si $\vec{r}_i$ y $\vec{r}_f$ son los radios de las órbitas electrónicas antes y después de disminuír su energía en un cuanto $h\nu$ y las ν son relativamente grandes y por tanto $\vec{\Delta r} = \vec{r}_i - \vec{r}_f$ es relativamente pequeño. Para un $\vec{\Delta r}$ pequeño puede considerarse clásicamente que tanto la $\vec{v}$ como la $\vec{F}_c$ son las mismas en las dos órbitas; el trabajo realizado sobre el electrón durante la transición será el debido a la fuerza eléctrica de atracción entre el protón y el electrón y el cual debe ser igual a la energía del fotón emitido durante la transición $h\nu$. Llega así a la conclusión de que $\Delta r = \frac{h}{2\pi} \cdot \frac{1}{mv} = \frac{h}{2\pi} \cdot \frac{1}{p}$

lo cual sugiere que $r = n \cdot \Delta r = n \frac{h}{2\pi} \cdot \frac{1}{p}$

es decír que según esto, las distancias de las órbitas posibles del electrón son múltiplos enteros de un cuanto de distancias y el electrón no puede ocupar cualquier posición en el átomo. Con este modelo la emisión de radiación con frecuencias discretas, prevista por Balmer quedaba completamente explicada, pues se llega con este modelo a la ecuación empírica de Balmer y Rydberg, en perfecto acuerdo con toda la experiencia espectroscópica de más de 20 años.

E.1.1 El principio de correspondencia

Para Bohr hallar los radios de las órbitas posibles razonó de la siguiente manera: cuando los átomos están fuertemente exitados, sus electrones deben encontrarse en órbitas de gran diámetro, para las cuales debe ser aplicable la EDC. Por lo tanto para estas órbitas exteriores los electrones deben emitir radiación con una ν proporcional a la frecuencia propia del electrón alrededor del núcleo. Al mismo tiempo el postulado cuántico de Planck debe mantenerse para éste como para cualquier otro sistema con movimiento periódico, y por tanto las variaciones de energía del electrón orbital no podrían ser menores que $h\nu$.

En esta región la física clásica y la cuántica deben coresponderse por confluír la una en la otra. Este fué un primer intento por sintetizar a nivel de la materia y la radiación sus aspectos continuos y discontinuos.

Sin embargo, quedaba planteada aún la pregunta acerca de la naturaleza de la luz: es una onda ó un conjunto de fotones con energía discreta?

E.2 Hacia la Mecánica Cuántica

Según De Broglie (36)

> "La naturaleza esencialmente discontinua de la cuantificación, expresada por la aparición en las fórmulas de números enteros, los números cuánticos, presentaba un extraño contraste con la naturaleza continua de los movimientos considerados por la dinámica antigua, newtoniana o einsteiniana. Era necesario, evidentemente, llegar a construír una nueva mecánica en la que las ideas cuánticas vinieran a cobcarse en la base misma de la doctrina y no a superponerse de un modo forzado como en la antigua teoría de los cuantos."

Como hemos dicho, la Mecánica Cuántica Moderna tuvo dos orígenes casi simultáneos: La Mecánica Ondulatoria de Luis de Broglie y E. Schrodinger y la Mecánica Matricial de W. Heisenberg. La formulación matemática inicial de ambas teorías fué bastante diferente y acompañando su diferencia matemática estaban implícitas concepciones físicas diferentes que a través de un largo debate entre 1926 y 1927 trataron de buscar puntos de contacto e identificación sin lograrlo completamente. En la parte matemática hallar la equivalencia fue algo sencillo relativamente; pero en el aspecto físico, de interpretación de las ecuaciones matemáticas o de las matrices correspondientes subsistieron diferencias importantes que mas adelante expondremos en sus puntos principales.

Por ahora veamos cuáles fueron las ideas centrales que condujeron a estas dos teorías equivalentes: en su aspecto formal-matemático.

La Mecánica Ondulatoria (M.O) surge en 1923 en sus ideas básicas y en este sentido es cronológicamente un poco anterior a la Mecánica Matricial (M.M).

De Broglie se refiere así a las razones que motivaron el enunciado por su parte de las ideas fundamentales de la M.O.

> "Había que admitir de buen o mal grado que la imagen de las ondas y la imagen de los corpúsculos debían ser, alternativamente, utilizadas para la descripción completa de las propiedades de las radiaciones; y la relación entre frecuencia y energía que Einstein había colocado en la base de la teoría de los fotones indicaba claramente que esta dualidad de aspecto de las radiaciones estaba íntimamente vinculada a la existencia misma de los cuantos. Desde entonces se podía preguntar muy legítimamente si esta extraña dualidad de las ondas y de los corpúsculos, de la que la luz suministraba un ejemplo tan notable y desconcertante, no traducía en el plano de los fenómenos la naturaleza profunda y oculta del quantum de acción y si no debía esperarse que se volviera a hallar una dualidad del mismo orden en todas las partes en que la constante de Planck manifestase su presencia."

Planteada así la cuestión y luego de conocer que el cuanto de acción interviene cuando se estudian los estados estacionarios de los átomos se le ocurrió la pregunta: " ¿No debe suponerse que el electrón presenta una dualidad de aspecto análoga a la de la luz? "

Esta pregunta llega a constituírse la hipótesis básica de lo que llamaré la generalización de la dualidad. Aunque no había evidencia experimental de las características ondulatorias de los electrones, la solidez de la exposición teórica de De Broglie motivó la investigación experimental del hipotético fenómeno.

En 1927 Davison y Germer encuentran que un haz de electrones lanzado sobre un cristal de níquel producían una difracción similar a la de los rayos X al atravesar una red cristalina. De Broglie parte para su desarrollo teórico de la extraña concordancia entre los principios de Fermat de la Optica y de Maupertuis de la Mecánica.

> "En el siglo XVII Fermat da como principio que la luz toma el camino de recorrido mínimo para ir de un punto a otro. Sin duda, en un medio homogéneo, ese camino de recorrido mínimo es la línea recta. Pero si el rayo debe propagarse en dos medios diferentes, se quebrará de manera que prolongará el recorrido en el medio en que la velocidad es más grande y acortará el recorrido donde la velocidad es más lenta. Una justa compensación proporcionará, precisamente, el camino del rayo refractado. El principio de Fermat se expone en una atmósfera de finalidad. Precisamente Leibniz, en su Discurso de la Metafísica, se ha servido de él para ilustrar lo que considera la finalidad de las leyes físicas. Tal vez esta apariencia de finalidad provenga del hecho de que tenemos la costumbre, para designar una propagación, de especificar los movimientos a partir

de leyes generales dando las condiciones iniciales (posición y velocidad). Se puede, como se sabe, especificar también los integrales particulares dando la posición inicial y la posición final. El cálculo de variaciones, al inspeccionar los vericuetos vecinos del camino real, establece entonces rigurosamente el principio de tiempo mínimo asignado por Fermat al trayecto de la luz entre dos puntos.

Si llamamos u a la velocidad en un punto del rayo luminoso (u puede variar de un punto del medio a un punto vecino), ds a un elemento del rayo, se expresará el principio de Fermat por la ecuación de cálculo de variaciones:

$$(11) \qquad \delta \int_{M_0}^{M_1} \frac{ds}{u} = 0$$

que expresa que el tiempo recorrido entre M_0 y M_1, con una velocidad variable u en todos los puntos es mínimo por comparación con todos los vericuctos vecinos.

El principio de Maupertuis designa por un mínimo la trayectoria real de un movimiento material como el principio de Fermat designa por un mínimo el recorrido de un rayo luminoso. Para una energía dada, la trayectoria efectiva comparada a las trayectorias virtuales vecinas vuelve mínima la integral de Maupertuis, lo que se expresa, tras algunas transformaciones algebraicas, por la ecuación.

$$(12) \qquad \delta \int_{M_0}^{M_1} v\, ds = 0$$

Estas expresiones sobre la forma matemática a las que volveremos pueden parecer muy abstractas. Para facilitar el acercamiento que debemos hacer del principio de Fermat y del principio de

> Maupertuis tomemeos dos situaciones concretas: la primera será una situación óptica, la segunda una situación mecánica.
>
> En primer lugar tomemos el fenómeno del espejismo. Se sabe que un rayo luminoso refractado poco a poco sobre capas de aire de densidades diferentes puede sufrir una reflexión total y curvarse de tal manera que se vea del otro lado de la colina. Si un experimentador A quiere enviar una señal luminosa a otro experimentador B y si sólo dispone de fotones de energía $h\nu$ por lo tanto de color determinado, no hay más que un medio de alcanzar B: seguir el rayo especificado por el principio de Fermat.
>
> En segundo lugar pensemos la situación mecánica correspondiente, donde el observador A quiere enviar un proyectil. Si no posee más que proyectiles emitidos con una energía determinada, no habrá más que un medio de alcanzar B: seguir la trayectoria especificada por el principio de Maupertuis.
>
> El paralelismo de las imágenes es sorprendente. ¿Por qué pues el acercamiento de los principios de Fermat y de Maupertuis ha esperado el siglo XX para realizarse? " (5)

De la relación entre estos dos principios De Fermat y Maupertuis reflexionaba De Broglie, sorprendido al comprobar que la analogía formal entre las trayectorias y los rayos de una propagación de onda se establecía por un intermedio de la acción, es decir, precisamente de la magnitud que sirve de base a los cuantos:

> " La tarea que aparecía, por tanto, como más urgente y fecunda era hacer un esfuerzo para atribuir al electrón y más generalmente a todos los corpúsculos, una naturaleza dualística análoga a la del fotón, para dotarlos de un aspecto ondulatorio y de un aspecto corpuscular ligados entre si por el cuanto de acción," (36)

De donde concluía que se trataba...

> "Esencialmente de establecer una cierta manera de asociar al movimiento de todo corpúsculo la propagación de una cierta onda, estando las magnitudes características de la onda ligadas a las magnitudes dinámicas por relaciones en las que figuraba la constante b. Y era deseable establecer esta asociación de tal manera que las reglas generales, que expresasen la vinculación entre la onda y el corpúsculo, volviesen a dar cuando se las aplicara al fotón, las relaciones bien conocidas y bien verificadas, establecidas por Einstein para expresar la asociación de los fotones y de las ondas luminosas." (36)

De Broglie llegó por dos caminos a sus famosas ecuaciones para las ondas materiales; por un camino relativista y por un camino de ligar los principios de Fermat y Maupetuis.

La primera puede resumirse de manera sencilla en la forma siguient

Para una partícula libre la relación entre masa y energía es

$$E = mc^2 \qquad (13)$$

donde c es la velocidad de la luz, E la energía del cuerpo y m su masa para un observador en reposo que observa la partícula.

La teoría de la relatividad restringida demuestra que la relación entre la masa en reposo y la masa en movimiento es:

$$(14) \quad m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

donde m_o es la masa en reposo y v la velocidad relativa de los observadores inerciales.

De (13) y (14) se llega a

$$(15) \quad E = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Y por tanto a la relación

$$(16) \quad E = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \cdot E_o$$

; para las energías E y E_o medidas por ambos observadores inerciales.

Pero si se considera un fenómeno rítmico las solas consideraciones sobre la transformación de Lorentz conducen a una ecuación que liga las frecuencias en los dos sistemas.

$$(17) \quad \nu = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \nu_o$$

La comparación de las ecuaciones (16) y (17) permite pensar que entre la Energía y la frecuencia existe una relación estrecha por cuanto se modifican siguiendo leyes similares en una transformación del sistema de referencia, pudiéndose llegar a la hipótesis teórica

que propone la relación entre energía y frecuencia de la forma

$$(18) \quad E = k\nu$$

que es precisamente la forma que ha debido tomar la relación E, ν en el fenómeno fotoeléctrico y que ha conducido a la concepción del fotón ó corpúsculo energético de la luz.

La constante es la de Planck: h . Es decír $E = h\nu$. Así, para todo corpúsculo ya sea fotón o electrón, asociaremos a la energía E una frecuencia ν y así se establece una asociación entre una determinación mecánica como la energía y una determinación ondulatoria como la frecuencia.

Para traducir el movimiento mecánico del electrón al lenguaje ondulatorio, le debemos asignar una velocidad de fase, la velocidad de la propagación de una onda, que llamaremos μ .

Entre la energía $h\nu$ atribuída al corpúsculo y su cantidad de movimiento existe la relación

$$(19) \quad P = \frac{h\nu}{v}$$

y como $$\lambda = \frac{\mu}{\nu} \qquad (20)$$

êntonces $$p = \frac{h}{\lambda} \qquad (21)$$

ó $$\lambda = \frac{h}{p} \qquad (22)$$

y si nos limitamos a la expresión clásica del momento de la cantidad de movimiento $p = m\,v$, lo que supone velocidades mecánicas relativamente débiles, se obtiene la ecuación

$$(23) \quad \lambda = \frac{h}{mv}$$

con lo cual la longitud de onda de los fenómenos ondulatorios asociada al movimiento de un corpúsculo de masa m animado de una velocidad v queda así determinada. En tanto que de las ecuaciones (11) y (12), de los principios de Fermat y Maupertuis, De Broglie llegó a las mismas conclusiones estableciendo la relación

$$v = k \frac{1}{u} \qquad (24)$$

entre la velocidad mecánica v y la velocidad óptica u y haciendo

$$k = c^2 \qquad (25)$$

Si se tiene en cuenta la noción de energía como noción básica y teniendo en cuenta que la energía total del movil bajo la forma corpuscular es mc^2 y la expresión para esta misma energía en su aspecto ondulatorio es $h\nu$, se llega a la relación

$$h\nu = m\,c^2 \qquad (26)$$

relación que...

> "expresa la puesta en contacto de los dos calificativos ondulatorio y corpuscular: la frecuencia y la masa. Naturalmente, utilizando los interconceptos de longitud de onda, de período,

de frecuencia y de velocidad de propagación, introducimos para la ondulación del corpúsculo electrón las ecuaciones

$$(27) \quad \lambda = \frac{u}{\nu} \rightarrow \lambda = uT$$

Finalmente si planteamos la fórmula de transición de dos fenomenologías: $uv = c^2$ se obtiene de las ecuaciones precedentes:

$$(28) \quad \lambda = c^2/v\nu$$

y

$$(29) \quad \lambda = h/mv$$

Tenemos pues para la ondulización del corpúsculo a considerar al lado de la velocidad v dada por (28), la velocidad u dada por (27).

He aquí finalmente el doble cuadro de la difenomenología del corpúsculo ondulizado:

Caracteres corpusculares	Caracteres ondulatorios
$m, v; \quad \lambda = \frac{h}{mv}$	$\nu, u; \quad \lambda = \frac{u}{\nu}$

¿El ser profundo del fenómeno tiene pues dos velocidades: u y v? Es este un absurdo para el sentido común, un absurdo también para aquel que permanece en el plano corpuscular.
Pero es admisible desde que se acepta una doble calificación, doble calificación que se verificará en una doble técnica. Si se tiene $v < c$, se tendrá $u > c$. Y esta última desigualdad puede despertar una objeción. ¿No nos han enseñado acaso que c era una velocidad límite, una velocidad que no podía ser sobrepasada?

Pero cuando se impone esta restricción sólo se apunta a una velocidad corpuscular. De hecho u es una velocidad de fase. Y las dos fenomenologías siguen siendo coherentes la una y la otra. La desigualdad $v < c$ dará una velocidad corpuscular v detectada por un choque. La desigualdad $u > c$ dará una velocidad de fase detectada por las interferencias. Para el fotón (corpúsculo de irradiación), tendremos

$$u = v = c$$

muy aproximadamente. Los fotones podrán ser detectados por el choque y por las interferencias.

El fotón resulta pues ser un corpúsculo muy especial. En lo que concierne precisamente al espín, la teoría del fotón está obligada a atribuirle el espín I, en lugar de todos los corpúsculos elementales que reciben el espín 1/2. Este espín 1 acarrea, como ya lo hemos señalado, la pertenencia del fotón a la estadística de Bose-Einstein, en tanto que los corpúsculos elementales obedecen a la estadística de Fermi-Dirac." (3)

En cuanto a la relación entre la velocidad de la partícula y la de la onda asociada dice De Broglie:

"En la teoría de las ondas se tienen que examinar, junto a las ondas monocromáticas de frecuencia determinada, los trenes de ondas limitados formados por la superposición de diversas ondas monocromáticas. Entre estos trenes de ondas es importante considerar aquellos que están formados por la superposición de ondas monocromáticas cuyas frecuencias ocupan un intervalo es-

pectral muy pequeño alrededor de una frecuencia central. Tal como hemos tenido ya ocasión de señalar, la onda monocromática es una abstracción que jamás se realiza en la práctica; en la realidad lo que nosotros designamos con el nombre de ondas monocromáticas en la experiencia son siempre grupos de ondas que ocupan un pequeño intervalo espectral. Ahora bien; si se examina la propagación de un grupo de ondas en las condiciones en que la velocidad de propagación de las ondas monocromáticas es función de su frecuencia, se advierte que el grupo de ondas posee una velocidad de conjunto distinta a la velocidad de propagación de las ondas que la constituyen. Esta velocidad de grupo se expresa en función de la frecuencia central del grupo y depende de la variación de las velocidades de las ondas individuales en función de la frecuencia; está dada por una fórmula llamada fórmula de Rayleigh, nombre del ilustre físico inglés que primero la descubrió. Se puede buscar el modo de aplicar esta teoría de la velocidad de grupo a la onda asociada a un corpúsculo tal como nosotros acabamos de concebirla. Se hace entonces corresponder a un corpúsculo en movimiento rectilíneo y uniforme de energía dada, la propagación en la misma dirección de un grupo de ondas cuya frecuencia central es igual a esta energía dividida por b. La aplicación de la fórmula de Rayleigh demuestra entonces que la velocidad de este grupo de ondas es igual a la velocidad que la mecánica clásica atribuye al corpúsculo en cuestión. Esta notable coincidencia es muy satisfactoria, pues tiene por efecto que el corpúsculo permanezca ligado a su grupo de ondas durante el curso del movimiento. Además, la teoría general de las ondas nos ha enseñado que la velocidad del grupo no es

> otra cosa que la velocidad de transporte de la energía por ondas. Como en nuestra concepción dualística la energía está ligada al corpúsculo, es natural que la velocidad de grupo de las ondas asociadas sea igual a la del corpúsculo." (36)

Como prueba de la coherencia de estas ideas con las ideas cuánticas de Bohr con las cuales había logrado admirables predicciones sobre el comportamiento del átomo de Hidrógeno, De Broglie explica cómo las condiciones de cuantificación:" ...

> "... expresan que la onda asociada a un estado estacionario del electrón atómico es en sí misma unda onda estacionaria en el sentido de la teoría de las ondas. Para comprender bien la importancia de este resultado es preciso recordar brevemente lo que es una onda estacionaria. Cuando un medio limitado es susceptible de propagar ondas de cualquier naturaleza que sea, pueden establecerse en ese medio vibraciones estacionarias, es decir, vibraciones cuya configuración en el espacio no varía con el tiempo. La forma de estas vibraciones está determinada a la vez por la naturaleza de la ecuación de propagación de las ondas, por la forma de los límites del medio considerado y por las condiciones que reinan en estos límites. Por ejemplo, sucede frecuentemente que las condiciones reinantes en el límite del medio imponen a las vibraciones ser nulas en estos límites (cuerdas vibrantes fijas en los dos extremos, antenas de radiotelefonía aisladas en los dos extremos, etc.). Entonces se tienen que buscar las soluciones de la ecuación de propagación que son armónicas con relación al tiempo y nulas en los límites del medio y cuya amplitud es siempre finita, uni-

> forme y continua en el interior del medio. Esta investigación constituye el problema matemático de la determinación de los valores propios de una ecuación diferencial en derivadas parciales para un cierto dominio del espacio y para ciertas condiciones en los límites". (36)

Pero así como buscó concordancia con los resultados de Bohr, De Broglie supo admitír las limitaciones de su teoría, en parte coincidentes con las limitaciones de la teoría cuántica primitiva de Bohr. En este sentido nos llama la atención sobre las siguientes dificultades:

> Una primera dificultad proviene de que, para demostrar el carácter estacionario de las ondas asociadas a un estado estacionario del átomo, nos hemos servido de fórmulas que asocian al movimiento de un corpúsculo la propagación de una onda en el sentido de la óptica geométrica. Trasponiendo, en efecto, según la forma cuántica, ideas bien conocidas en mecánica analítica, hemos hecho corresponder las trayectorias de un corpúsculo concebidas a la manera clásica a los rayos de una propagación de ondas. Hemos señalado ya (capítulo II, parágrafo 3) que la óptica geométrica, juzgada desde el punto de vista general de la teoría de las ondas, constituye solamente una primera aproximación valedera cuando la propagación se efectúa libremente sin encontrar obstáculos y cuando, además, la velocidad de esta propagación no varía demasiado rápidamente de un punto a otro del espacio. Ahora bien; es fácil darse cuenta de que la segunda condición no está ciertamente realizada en el interior del átomo para las ondas asociadas

a un electrón atómico y, por consiguiente, la manera por la cual ha sido obtenida la demostración del carácter estacionario de la onda ligada a un estado cuantificado del átomo no puede ser considerado como rigurosa. Para plantear rigurosamente el problema habría que establecer una ecuación de propagación para las ondas asociadas a un electrón y resolver el problema de valores propios que se plantea entonces por las ondas que obedecen a esta ecuación en el interior del átomo. Veremos en el parágrafo siguiente cómo este problema ha sido resuelto y ha conducido, en definitiva, a conclusiones de acuerdo con los razonamientos aproximados del principio. Pero debemos insistír sobre la idea general que se desprenden de las consideraciones precedentes. Esta idea capital es la siguiente: puesto que la óptica geométrica es solamente una aproximación válida bajo ciertas condiciones y puesto que hemos sido conducidos a hacer corresponder a la dinámica clásica propagaciones de ondas definidas como en la óptica geométrica, nos parece que la dinámica clásica no es sin duda más que una aproximación que tiene los mismos límites que la óptica geométrica de la que es en cierto sentido una trasposición. En todos los casos en que la onda asociada a un corpúsculo no se propagara según las leyes de la óptica geométrica (y acabamos de ver que éste es el caso para las ondas asociadas a los electrones en los sistemas atómicos cuantificados), la evolución dinámica del corpúsculo no podrá ser interpretada con la ayuda de los conceptos y de las leyes de la mecánica clásica. Era necesario, por consiguiente, en lo sucesivo clasificar la mecánica de Newton y hasta la de Einstein como antiguas mecánicas y crear una nueva mecánica en los marcos de la cual las antiguas mecánicas entraran a título de primeras aproximaciones válidas en ciertas condiciones. En una palabra,

parecía necesario, como lo hemos escrito desde esa época, constituir una nueva mecánica de carácter ondulatorio que sería con relación a las antiguas mecanicas lo que es la óptica ondulatoria con relación a la óptica geométrica. Bien pronto veremos cómo esta idea ha sido precisada definitivamente después de los memorables trabajos de Schrödinger.
Queda por examinar la segunda de las dificultades de la cual hemos hablado antes. Para comprender su naturaleza consideramos, como ejemplo simple de sistema de soporte de ondas estacionarias, una cuerda vibrante fija en sus dos extremos.
Esta cuerda es susceptible de ser el soporte de una sucesión indefinida de ondas estacionarias. El caso en que la cuerda efectúa exactamente una de las vibraciones estacionarias, es decir, en que posee un movimiento estrictamente sinusoidal, es evidentemente excepcional.
La cuerda después de una perturbación inicial cualquiera tiene, en general, un movimiento complicado, excepto en los extremos fijos, donde naturalmente el movimiento es constantemente nulo. Pero la teoría matemática de las series de Fourier nos enseña que el movimiento de la cuerda puede, cualquiera que sea, descomponerse en una suma de vibraciones estacionarias: se expresa ese resultado diciendo que las funciones sinusoidales que representan las ondas estacionarias forman un sistema completo de funciones de base. Este resultado se generaliza para los sistemas vibrantes menos simples que la cuerda elástica fija en sus extremos: se demuestra que, cuando un dominio del espacio es susceptible de ser el soporte de vibraciones estacionarias, una vibración cualquiera puede ser considerada como la superposición de un cierto número (finito o in-

finito) de estas vibraciones estacionarias. La aplicación de estas ideas generales a los sistemas atómicos cuantificados plantea en seguida la gran dificultad anunciada. En las concepciones primitivas de Bohr, el átomo debía encontrarse siempre en uno u otro de sus estados estacionarios; siendo admitida la discontinuidad implicada por los cuantos, no había en ello nada contrario a la imagen clásica de un estado del átomo. Pero si se admite que los estados estacionarios corresponden a vibraciones estacionarias, la teoría general que acabamos de exponer conduce a decir lo siguiente: el estado del átomo en un instante dado no puede reducirse más que excepcionalmente a un solo estado estacionario; en general, está formado por la superposición de un cierto número de estados estacionarios. Con las concepciones clásicas, tal enunciado no tiene, por decirlo así, sentido alguno, pues no puede imaginarse que el átomo esté en varios estados a la vez. Esta dificultad nos muestra que el desarrollo de la nueva mecánica va a requerir una modificación profunda de los conceptos fundamentales de la física clásica, modificación cuya necesidad está ya, según hemos dicho, contenida en germen en la existencia misma de los cuantos en acción. Cabe al problema de las interpretaciones probabilística y estadística dar un sentido a la superposición de varios estados" (36).

E.3 La generalización de Schrodinger

En 1926 publica E. Schrödinger el primero de sus artículos (Quantization as au Eigenvalue problem) sobre una nueva manera de tratar el comportamiento microfísico a través de una ecuación en derivadas

parciales similar en muchos aspectos a la ecuación de unda onda:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}(x,t) + V(x,t)\,\Psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}$$

y comenta De Broglie al respecto:

"La ecuación obtenida puede ser adoptada como ecuación de ondas del corpúsculo, pues con la aproximación de la óptica geométrica se reduce a la ecuación de Jacobi tal como se escribiría en Mecánica Clásica para el problema planteado". (36)

Esta función de onda que se designa siempre con la letra griega Ψ, será en adelante el centro de discusión de los físicos durante 1926 y 1927, en cuanto a la interpretación física que de ella pueda tenerse.

La circunstancia de que esta función, llamada actualmente por algunos autores función de estado, sea una función compleja, es decír, que sus coeficientes no son todos números reales sino que la cantidad $\sqrt{-1}$ aparece entre ellos, muestra lo difícil que es dar a la onda representada por Ψ una significación física como la que podían tener las ondas en la Física Clásica; porque si en el tratamiento de las ondas clásicas la utilización de cantidades complejas es un artificio de cálculo que simplifica el problema, en el tratamiento de la función de onda Ψ, debido a la presencia de coeficientes imaginarios en la misma ecuación de propagación, la utilización de cantidades complejas es algo inevitable. El carácter complejo de la función de onda Ψ se manifiesta como esencial y se opone a toda tentativa que se

realice para considerar la onda de la mecánica ondulatoria como una realidad física que corresponda a las vibraciones de algún medio.

> "Provisto de su ecuación de propagación, Schrodinger ha podido abordar rigurosamente el problema de la determinación de los estados estacionarios de un sistema cuantificado admitiendo, conforme a las indicaciones de la teoría aproximada, que estos estados estacionarios corresponden a formas estacionarias de la onda asociada. Consideremos un sistema cuantificado tal como el átomo de hidrógeno. Conocemos la ecuación de propagación de la onda asociada en este sistema y es natural admitir, puesto que el sistema está concentrado en una región del espacio, que la función ψ tiende rápidamente hacia cero cuando se aleja del centro del sistema. Si admitimos también, como es usual en física matemática, que la función ψ debe ser uniforme en todas partes y continua, la determinación de las ondas estacionarias se hará buscando soluciones monocromáticas de la ecuación de propagación, las cuales son finitas y uniformes en todo el espacio y nulas en el infinito. Schrödinger ha resuelto brillantemente este problema, sirviéndose de los métodos conocidos de análisis, para un cierto número de tipos simples de sistemas cuantificados. Se encuentra que no existen soluciones monocromáticas que satisfagan las condiciones impuestas más que para ciertos valores particulares de la frecuencia; estos valores son los valores propios de la ecuación en derivadas parciales de propagación para el problema considerado y con la condición en los límites: función ψ nula en el infinito. A estas frecuencias propias del sistema considerado co-

> rresponden, multiplicados por h, conforme a la vinculación general entre onda y corpúsculo, los valores cuantificados de la energía del corpúsculo. Los cálculos de Schrödinger suministran por tanto en los casos estudiados las energías cuantificadas y por consiguiente los términos espectrales, en un gran número de casos se encuentra exactamente el mismo resultado que en la antigua teoría de los cuantos: es lo que sucede, por ejemplo, en el caso del átomo de hidrógeno en el que se vuelven a hallar exactamente los resultados de Bohr. Pero en otros casos importantes los resultados son diferentes de los que proporcionaba la antigua teoría de los cuantos y el nuevo resultado está más de acuerdo que el antiguo con las indicaciones de la experiencia.
>
> La interpretación física de la teoría de la Mecánica Ondulatoria será objeto de discusión en el capítulo siguiente; por el momento veamos brevemente las ideas centrales, de un modo general también, de la teoría cuántica de Heisenberg desarrollada un poco antes (la memoria inicial de Heisenberg sobre la Mecánica Cuántica apareció en 1.925." (46).

Heisenberg pertenecía a la escuela de Copenhage que se había formado en torno a Bohr y estaba muy influenciado por el método de correspondencia.

Una de las ideas centrales de este método es la siguiente: mientras que la teoría clásica expresa las magnitudes ligadas a un sistema cuantificado bajo forma de desarrollos en serie de Fourier, donde ca

da término corresponde a emisiones de radiaciones continuas y si - multáneas, la teoría cuántica descompone las mismas magnitudes en elementos que corresponden a las diversas transiciones cuánticas de que es susceptible el átomo estando ligado cada uno de estos elementos a un acto discontinuo e individual de emisión de radiación.

Un poco más en detalle la idea de Bohr sobre la correspondencia entre un conjunto de átomos que obedezcan las leyes clásicas de radiación y un conjunto de átomos cuantificados reales, es una búsqueda de sincronizar la teoría clásica de la radiación con las tesis necesarias de cuantización que contradecían la teoría clásica, ya que Bohr planteaba que el átomo en sus estados estacionarios no irradia, lo que es equivalente a negar la posibilidad de aplicar la teoría electromagnética de la radiación al movimiento orbital de los electrones, sobre sus trayectorias estables.

Esta correspondencia no puede evidentemente establecerse sino considerando de un modo simultáneo la emisión de todas las rayas espectrales, y como desde el punto de vista cuántico para el cual la emisión de cada cuanto de radiación monocromática es un acto individual, esto no es posible mas que considerando un conjunto de átomos de la misma naturaleza y en muy grande número, conjunto donde se producen constantemente transiciones individuales de todas clases, acompañadas de la emisión de las diversas rayas espectrales del elemento

considerado.

Desde el punto de vista cuántico, los fenómenos macroscópicos son aquellos en los que intervienen números de cuantos elevados. Esto hace probable que las previsiones de la teoría cuántica deban tender asintóticamente hacia las de la teoría clásica en el dominio de los grandes números cuánticos. Es, pues, en este dominio donde debe operarse, según Bohr, la unión entre las dos teorías.

La idea de establecer una correspondencia entre cada una de estas transiciones cuánticas y los componentes armónicos de la radiación clásica, conducía en los límites del caso asintótico considerado, a una regla simple y rigurosa para evaluar estas probabilidades de transición.

Lo que estableció Heisenberg fué que al pasar del punto de vista clásico al punto de vista cuántico, era necesario "romper" todas las magnitudes físicas y reducirlas a elementos distintos que correspondan a las diversas transiciones posibles del átomo cuantificado. De ahí la idea, tan desconcertante al principio, de representar cada magnitud física unida al átomo por un cuadro de números análogo a una matriz. Se pulverizan, en cierto modo, las series de Fourier de la representación clásica en una infinidad de elementos discretos, y el conjunto de estos elementos continúan representando la magnitud con

siderada. Estos elementos deberán estar sometidos a reglas tales que, para los grandes números cuánticos, y al establecerse la correspondencia demostrada por Bohr entre las diversas transiciones y las componentes de Fourier clásicas, se llegue a una coincidencia asintótica.

Heisenberg adopta una posición fenomenológica tratando de eliminar de la teoría física todo aquello que no corresponda a fenómenos observables: " ¿A qué introducír en nuestras teorías del átomo la posición, la velocidad o la trayectoria de los electrones en el átomo, puesto que estos fenómenos no son susceptibles ni de observación ni de medida? Lo que nosotros conocemos del átomo son sus estados estacionarios, sus transiciones entre estados estacionarios y las radiaciones que están ligadas a esas transiciones. No es preciso introducír en los cálculos mas que elementos enlazados a estas realidades observables" (36).

En las matrices de Heisenberg los elementos están dispuestos en líneas y columnas y cada uno de ellos está especificado por dos índices que son el número de la linea y el número de la columna; los elementos diagonales, es decír, aquellos cuyos dos índices son iguales, corresponden a un estado estacionario. Los elementos no diagonales cuyos dos índices son diferentes, corresponden a la transición entre los estados estacionarios definidos por estos índices. En

cuanto al valor mismo de los elementos, estará vinculado a las magnitudes que caracterizan las radiaciones en el momento de las transiciones mediante fórmulas inspiradas en el principio de correspondencia.

Heisenberg encontró que sus matrices, como las matrices ordinarias, no conmutaban y estableció que en el producto de la matriz correspondiente a la componente conjugada de la cantidad de movimiento, el orden de los factores no es indiferente, y la diferencia entre el producto al colocar los dos factores en un cierto orden y el producto efectuado al colocarlos en el orden inverso, es igual a la constante de Planck multiplicada por una constante numérica.

Todas las demás variables canónicas de la Mecánica Cuántica se conmutan, es decir, su producto no depende del orden de los factores.

Heisenberg estableció su dinámica formulando sus ecuaciones, las mismas ecuaciones dinámicas de Hamilton, con matrices en lugar de números ordinarios.

Estas ecuaciones permiten volver a hallar el principio de conservación de la energía y están de acuerdo con la ley de frecuencias de Bohr; es más: para los sistemas atómicos estas ecuaciones no pueden ser satisfechas mas que por ciertos valores particulares de la energía. Se vuelve a hallar así la existencia de los estados estacio-

narios de energía cuantificada y se posee un método de calculo para estas energías.

E.4 Equivalencia matemática de la Mecánica Cuántica de Heisenberg y la Mecánica Ondulatoria de Schrödinger.

Schrodinger comprobó en 1926 que el método de cuantificación de la M.O. conducía a los mismos resultados que el método de inspiración, tan diferente, de la M.C.; tuvo la intuición de que este hecho no podía ser meramente casual y consiguió explicarlo en una hermosa memoria que puede resumirse de la manera siguiente:

El método de la M.O. en un problema de cuantificación es determinar las diversas ondas estacionarias de un sistema en estudio y calcular sus funciones propias ó funciones de onda correspondientes. Si se forman para cada magnitud todas las parejas posibles de funciones propias, se encuentra que cada pareja de funciones propias corresponde a un elemento de la matriz de cada magnitud.

Para abordar este procedimiento es necesario asignar a cada magnitud física un operador. Como todas las magnitudes mecánicas de un corpúsculo pueden expresarse en función de las coordenadas y de las componentes de la cantidad de movimiento (momentos conyugados de Lagrange), es posible encontrar el operador correspondiente a una

magnitud mecánica cualquiera unida a un corpúsculo siguiendo las dos reglas siguientes:

1) Reemplazando las componentes de la cantidad de movimiento por operadores proporcionales a las derivadas respecto a las coordenadas conjugadas, siendo h parte del factor de proporcionalidad.

2) A cada coordenada le corresponde la operación multiplicación por esa coordenada si se forma el operador correspondiente a la energía, se vuelve a hallar el operador Hamiltoniano que sirve para formar la ecuación de propagación. Generalizando esta correspondencia se establece en principio que a toda magnitud física está unido un operador y se hace de este principio una de las bases de la nueva mecánica.

O sea que en resumen a cada par de funciones propias del sistema considerado, podemos asociar entonces una magnitud formada de la manera siguiente: se aplica el operador en cuestión a una de las funciones del par; se multiplica el resultado por la cantidad compleja conjugada de la otra función y se integra en todo el espacio. Repitiendo la misma operación para todos los pares de funciones propias, se obtiene un conjunto de elementos, los unos unidos a un estado estacionario único, y los otros a dos estados estacionarios, es decir a una transición. Se puede disponer estos elementos en un cuadro

en que los elementos de la primera clase están colocados sobre la diagonal (elementos diagonales). Cada magnitud mecánica engendra así una matriz que resulta ser identificable con las de la Mecánica Cuántica.

Schrödinger demostró además que las ecuaciones canónicas de la Mecánica Cuántica son equivalentes a la ecuación de propagación de la Mecánica Ondulatoria. O sea que la equivalencia matemática es completa, no obstante sus orígenes e inspiración diferente.

Estas diferencias de concepción en ambos autores dieron lugar a discusiones muy interesantes entre ellos y otros físicos en el período 1926 - 1930. Y aunque se llegó a una interpretación "oficial" de la Mecánica Cuántica puede afirmarse que en torno a la interpretación física de esta teoría existen diferentes puntos de vista ó interpretaciones.

F. INTERPRETACIONES DE LA FUNCION Ψ

Alfred Landé en su libro Nuevos Fundamentos de la Mecánica Cuántica (48) señala la existencia de cuando menos siete interpretaciones de la función de onda que es el punto nodal en torno al cual surgen las diferencias principales.

Entre estas interpretaciones veremos en primer lugar la mas conocida, aceptada y enseñanza por los libros de texto: la interpretación probabilística.

Los postulados fundamentales de esta interpretación son los siguientes:

> Primero:
> "La medida exacta de una magnitud mecánica no puede suministrar como valor de esta magnitud mas que uno de los valores propios del operador correspondiente."

Postulado que incluye la definición de un operador para cada magnitud física con las siguientes características: son operadores lineales y hermíticos. Estos operadores tienen la propiedad de poseer conjuntos de valores propios y funciones propias tales que los valores propios son constantes reales que forman una sucesión continua, discontinua o mixta y que constituyen el espectro del operador. Las funciones propias forman, por lo menos en el caso general, un sistema completo de funciones de base, es decir que una función continua cualquiera, puede ser desarrollada en serie según esas funciones propias.

> Segundo:
> "Las probabilidades respectivas de los diferentes valores posibles de una magnitud mecánica unida a un corpúsculo del cual se conoce la onda Ψ son proporcionales a los cuadrados de los módulos de las amplitudes de los componentes correspondientes en la

> descomposición espectral de la onda Ψ según las funciones propias de la magnitud considerada"

En este postulado se dice explícitamente que la función de onda Ψ se asocia a cada corpúsculo, y cada magnitud asociada al corpúsculo tiene una serie de valores posibles en caso de que se midiera tal magnitud, cada uno de los cuales tiene una probabilidad proporcional al cuadrado del módulo de la amplitud de la autofunción correspondiente. Este postulado se conoce con el nombre de Principio de Descomposición Espectral Generalizado.

Según De Broglie, salvo cuestiones de detalle, estos dos postulados son suficientes para dar una explicación completa y coherente de la interpretación probabilística.

Sostiene este autor (36) que esta interpretación "...aparece hoy como la única posible", ya que "ninguna de las tentativas hechas en otro sentido ha tenido éxito..." y concluye su defensa de esta interpretación diciendo.

> "En suma, los postulados fundamentales enunciados antes, están justificados por la posibilidad de fundar sobre ellos una teoría coherente, compatible con todos los hechos experimentales, y por la imposibilidad de hallar otro sistema que posea las mismas cualidades. En realidad, todas las teorías físicas se han justificado siempre por razones de este gé-

> nero, pues en la base de toda teoría física hay postulados arbitrarios y el éxito de estos postulados legitima su empleo" (36)

Para los representantes de la (IP)

> "...el concepto de objeto material, de constitución y naturaleza independientes del observador, es ajeno a la física moderna, la que, forzada por los hechos, ha debido renunciar a esta abstracción" (40)

Concepción esta que es motivo de discusión filosófica crucial, pues toca la esencia de una actitud materialista y objetiva ante el mundo natural, o una posición idealista. Como la siguiente:

> "...una partícula elemental no es una formación material en el espacio y el tiempo, sino, en cierto modo, un símbolo, adoptado el cual, las leyes de la naturaleza adquieren una forma particularmente simple" (41).

Según la I. P cuando escribimos una cierta Ψ no estamos tratando de enunciar algo respecto de un sistema físico dado, sino algo respecto a nuestro conocimiento de tal sistema:

> "...la teoría cuántica no se refiere a la naturaleza, sino a nuestros conocimientos de la naturaleza" (42).

Es decír, que según la I. P. (Ortodoxa ó de Copenhage) la función se refiere solo a propiedades de los datos observacionales de que

disponemos para conocer y referirnos al sistema; como estos datos varían con nuestras observaciones, ellas (las observaciones) son las que definen el estado del sistema. Para la I. P. es una hipótesis fundamental que el sistema observado y el observador son lógicamente inseparables a nivel cuántico. Otro punto importante de la I. P es la idea de que la función Ψ ofrece una descripción completa del estado de una partícula individual, en contraposición a la idea central de la interpretación estadística (I. E) para la cual Ψ determina únicamente las propiedades estadísticas de un ensemble de sistemas igualmente preparados. Para la I. P. el comportamiento indeterminista de las partículas elementales es un fenómeno inanalizable y por lo tanto, acausal: el electrón por ejemplo, se comporta así, per se; el indeterminismo es la forma de ser del electrón; por lo tanto, la M. C. es algo completo y no tiene objeto preguntarse entonces por las causas del comportamiento estocástico de las partículas elementales, con lo cual toda investigación acerca de dichas causas sería tan superflua y estéril como la búsqueda de las causas del comportamiento inercial de la masa.

F.1 La interpretación Estadística.

Una segunda interpretación, menos conocida, pero mucho más coherente, es la que trataré de resumir a continuación y denominaré interpretación estadística (I. E.).

Para la I. E.

> "... Ψ describe un sistema material (es) que existe independientemente de nosotros y que tiene la propiedad objetiva de encontrarse en el estado. Ψ " ;
>
> "... Ψ determina únicamente las propiedades estadísticas de un ensemble de sistemas igualmente preparados"

Para la I. E. la Mecánica Cuántica no es una teoría completa, ni acabada; entiende el corpúsculo cuántico como una partícula aunque no del mismo tipo que la partícula clásica, con lo cual considera que no se introducen en la teoría elementos innecesarios, confusos y no justificados adecuadamente por el experimento, con los conceptos de dualidad, acausalidad e indeterminismo. Al respecto nos dice M. Bunge (43)

> " La interpretación usual de la M. C. se conoce como la doctrina de Copenhage y fue elaborada por algunos gigantes que construyeron la teoría: Bohr, Heisenberg, Born, Dirac, Pauli y Von Newman... lo que la mayoría de los físicos no parece advertír es que la doctrina de Copenhage es científica y filosóficamente insostenible por ser incoherente y no enteramente física".

Según Bunge

> "Una típica incoherencia de tipo formal es esta. De un lado, se supone, correcta -

> mente, que la mayoría de los micropropiedades son peculiarmente cuánticas, esto es, no clásicas. Pero, de otro lado, se dice que estas propiedades caracterizan manipulaciones humanas (operaciones de laboratorio) más bien que trozos de materia. Ahora bien, tales operaciones tienen lugar a nivel macrofísico y son, por consiguiente, descriptibles clásicamente. En resumen, la doctrina contiene el metaenunciado contradictorio:
> "los símbolos cuánticos conciernen a hechos (clásicos) no cuánticos". (43)

Según Bunge la fuente de esta contradicción filosófica se origina en la creencia de que la teoría física no se refiere a la realidad (supuestamente un engendro metafísico) sino a la experiencia humana. Es decír que la doctrina de Copenhage introduce como factor determinante de la estocasticidad de las partículas atómicas, al observador y sus aparatos de medición; mientras que la teoría cuántica de la medición es prácticamente inexistente ni en el formalismo matemático aparecen variables relativas al observador ó a sus aparatos de medición. El observador es utilizado acá como sofisma de justificación a unas cáusas realmente microfísicas también, aunque todavía desconocidas en esencia. Lo que es verdad, desde luego, es que la teoría se refiere a la realidad y es puesta a prueba mediante la experiencia humana. Y concluye Bunge:

> "Las inconsistencias formales y semánticas que inundan las formulaciones standard de la M.C. no podrían evitarse con la adop-

> ción de medidas suaves, pues se originan en una vinculación dogmática con una filosofía que es incompatible con el objetivo mismo de la ciencia física: no cabe disponer de una teoría plenamente física si ha de satisfacer exigencias no físicas tales como el postulado de que no hay entidades ni propiedades físicas autónomas (libres del observador)... Si la M.C. no se refiere a nuestros estados mentales, sino a fragmentos de materia y radiación, entonces las dispersiones que figuran en las relaciones de Heisenberg, no han de interpretarse como incertidumbres subjetivas, sino como latitudes objetivas en la localización del cuantón (que para Bunge "no es ni partícula clásica ni campo clásico sino una entidad sui-generis que, en circunstancias extremas, se asemeja a una partícula y en otras, a un campo").

La versión de Bunge de la M. C. :

> "...es tan determinista como la Mecánica Clásica - solo que no contemporiza con el determinismo laplaciano.
>
> ...El indeterminismo ontológico requiere una interpretación física (objetiva) de la probabilidad. Mas tan pronto como las probabilidades son objetivas y legales, el indeterminismo se evapora quedando el <u>determinismo estocástico</u>".

Bunge sostiene que:

> La Mecánica Cuántica una de las teorías más ricas y profundas, se ha visto oscurecida desde su nacimiento, hace cuarenta años, por una epistemología subjetivista que proviene de Berckeley y Mack.

> Este lastre filosófico se encuentra no solo en montones de meta-enunciados de moda relativos a la M.C., sino también en muchos enunciados objeto de la versión standard de la teoría"

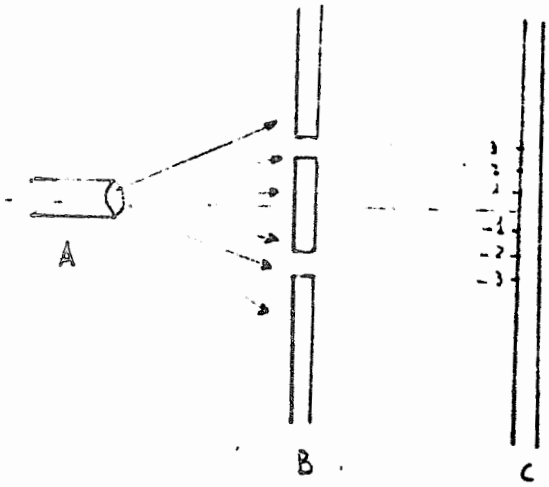
Termina proponiendo romper con esta epistemología subjetivista apoyada por el positivismo lógico y asumir una posición realista crítica que además de plantear la existencia autónoma del mundo externo, está dispuesta a corregír toda reconstrucción conceptual, ya que debe reconocer que al intentar "cartografiar" la realidad solo logra hacerse de modo fragmentario, imperfecto y simbólico.

G. LA INTERFERENCIA Y SU FUNCION INTERPRETATIVA.

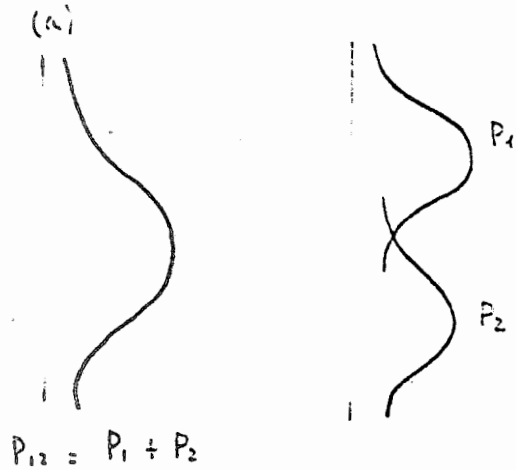
El fenómeno de la interferencia electrónica es clave para la discusión de ambas interpretaciones; por ello presentaremos con un poco de detalle algunos experimentos sencillos acerca de la difracción de electrones, comparados con los respectivos casos clásicos y veremos las conclusiones que sacan al respecto ambas interpretaciones.

Un experimento con peloticas

Si se lanzan un conjunto de peloticas de tamaño macroscópico contra una pared que tenga dos orificios por donde solo pueda pasar una de



ellas y en el fondo se tiene una pantalla dondo estas marcan de alguna manera la posición a la cual llegaron. Si marcamos la pantalla con una escala de distancias al centro podemos hallar el número de peloticas que llegan a una posición cualquiera y dividirlo por el número total de peloticas lanzadas. Este número, siempre menor que uno, nos dará la probabilidad de que una pelotica caiga en ese punto cuando se lancen un número suficiente de éllas. La curva de estos valores de probabilidad es de la forma (a)

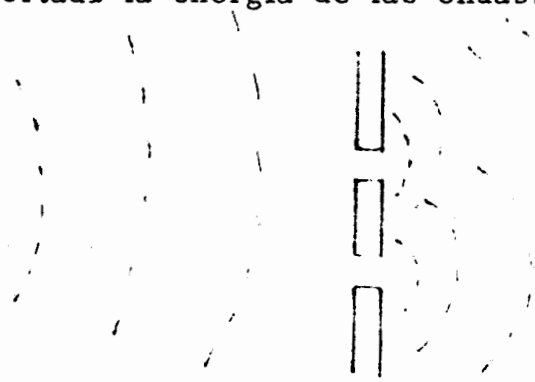


que resulta ser la suma de P_1 y P_2 si hiciera el experimento tapando el agujero 2 y después el agujero 1. Este resultado clásico, es un resultado en el que no aparece el fenómeno de interferencia entre partículas.

Un experimento con ondas

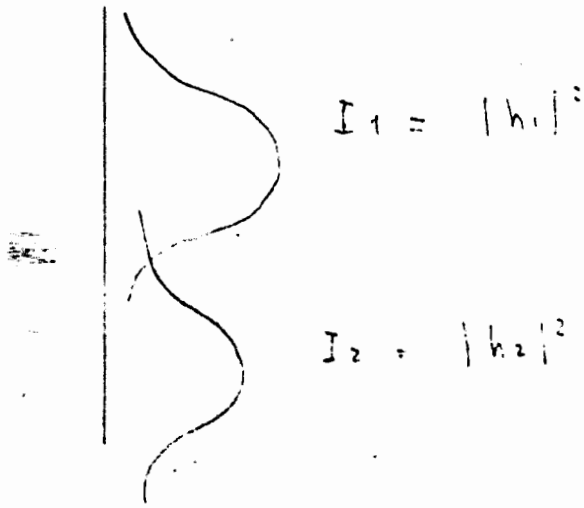
Si se hace algo análogo con ondas, por ejemplo de agua que atraviesen también dos orificios y de modo que de alguna manera midamos la intensidad de esas ondas (proporcional al cuadrado de la amplitud

de las mismas) y por tanto nos da una medida de la rapidez con la que es transportada la energía de las ondas.



La intensidad de la onda puede tener cualquier valor; no puede detectarse en ella ninguna concentración, ningún paquete. Si representamos ahora los valores de la intensidad en las diferentes posiciones de una escala, obtenemos una distribución de la forma (a).

Si por otra parte tapamos un agujero primero y el otro luego, encontramos distribuciones I_1 e I_2.



O sea que $I_{12} \neq I_1 + I_2$, es decír, que existe interferencia de las ondas. Donde I_{12} tiene máximos, decimos que las ondas están "en fase" y los picos de las ondas se suman alcanzando una mayor amplitud y, por tanto, una mayor intensidad. En esos puntos se dice que las ondas interfieren constructivamente. Cuando las ondas están desfasadas se producen puntos de anulación ó disminución de la energía y encontramos los puntos más bajos del diagrama. Como h_1 y h_2, son las amplitudes respectivas, que en general son números complejos, se puede decir que la altura instantánea de las ondas en el detector es de la forma

$$\mathbb{R}\,(h_1 e^{i\omega t})$$

y

$$\mathbb{R}\,(h_2 e^{i\omega t})$$

Como la intensidad es proporcional al cuadrado de la altura promedia, o cuando se usan números complejos al cuadrado del valor absoluto $|h_1|^2$ ó $|h_2|^2$.

Cuando los dos agujeros están funcionando, las alturas se suman para darnos una altura total $(h_1 + h_2)\, e^{i\omega t}$ y la intensidad es $|h_1 + h_2|^2$.

O sea que las relaciones apropiadas para ondas que interfieren son:

$$I_1 = |h_1|^2, \quad I_2 = |h_2|^2, \quad I_{12} = |h_1 + h_2|^2$$

Un experimento con electrones:

Para ambas interpretaciones los electrones se comportan exactamen-

te como la luz. El comportamiento cuántico de los objetos atómicos (electrones, protones, neutrones, fotones, etc.) es el mismo para todos ellos. Por esto los experimentos reales o pensados que realizan con electrones se generalizan para toda partícula de orden atómico ó fotón.

> El segundo experimento consiste en repetír el anterior, pero empleando esta vez electrones y cubriendo la pantalla con un material que los registre (fósforo, película fotográfica, etc.). El resultado es sorprendente; por ejemplo, si utilizamos una sola rendija suficientemente angosta, la curva de distribución de electrones en la pantalla resulta mucho más suave que en el caso anterior, con un gran máximo central y una serie de máximos secundarios, similar a la mostrada en la Fig. 2.1(c); si abrimos más rendijas iguales cercanas, se produce no una superposición de distribuciones similares a la anterior desplazadas, una respecto a la otra, sino una distribución mucho más complicada, con una serie de máximos y mínimos muy notables y cuyo número excede en mucho el número de rendijas, Fig. 2.1(d); estamos en presencia de uno de esos casos a los que Davisson aludía diciendo que requieren para su definición del uso de conceptos ondulatorios.
>
> En efecto, en este caso, la distribución de electrones en la pantalla sigue un patrón de difracción, análogo al que obtendríamos realizando un tercer experimento, empleando esta vez un haz de luz monocromática (es decír, de longitud de onda definida); al pasar la luz por una sola rendija, la difracción en los bordes produce la dispersión del rayo, lo que ge-

UNIVERSIDAD NACIONAL
BIBLIOTECA CENTRAL

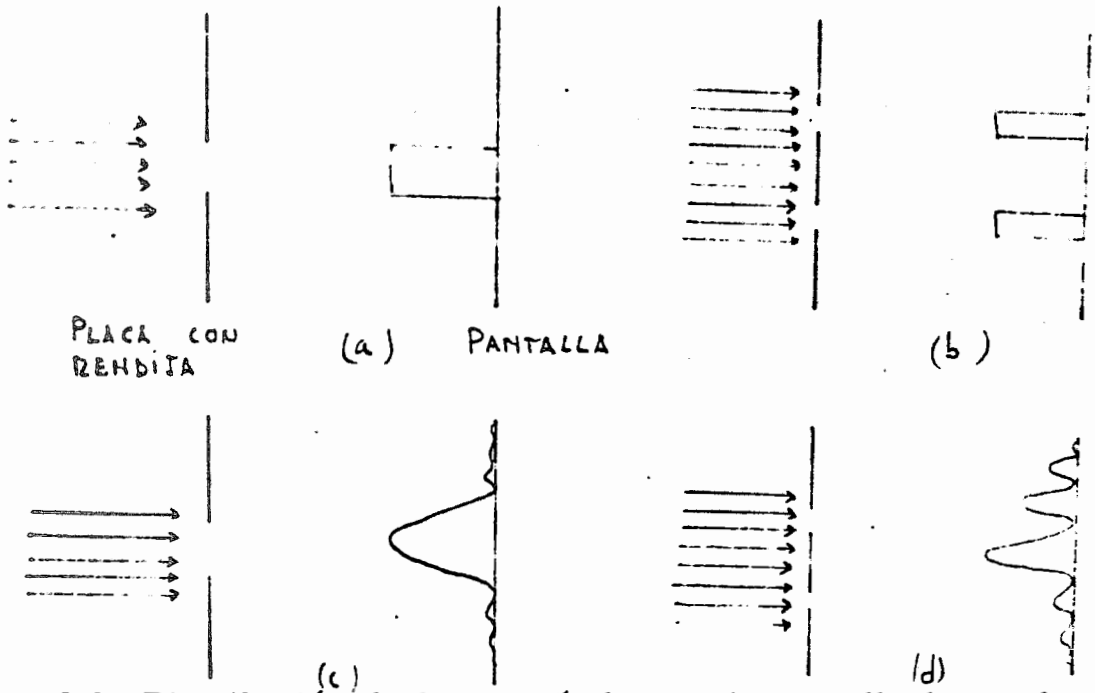


Fig. 2.1. Distribución de las partículas en la pantalla luego de atravesar un obturador con una o varias rendijas; (a), (b) corpúsculos macroscópicos (caso clásico, mostrando un comportamiento puramente corpuscular); (c), (d) electrones (caso cuántico, mostrando propiedades ondulatorias). Las Figs. (c) y (d) representan asimismo en forma esquemática el resultado que se obtendría empleando luz monocromática (suponiendo un cambio adecuado de escala). En todos los casos, placa y pantalla se encuentran muy alejadas (en la región de dispersión de Fraunhofer).

nera en la pantalla un patrón de difracción de Fraunhofer (es decír, de difracción en la región lejana), como el mostrado en la Fig. 2.1 (c); al abrir varias rendijas, las ondas provenientes de cada una de ellas se superponen sobre la pantalla, lo que crea un complejo patrón de difracción - enteramente análogo al mostrado en la Fig. 2.1(d), debido a que cada onda posee una fase diferente, produciéndose zonas alternas de interferencia constructiva y destructiva.

Como corpúsculos (en el sentido de la mecánica clásica) no pueden interferir destructivamente (es imposible disminuir el número de corpúsculos agregando otros), el fenómeno observado con electrones no puede explicarse en un lenguaje puramente corpus-

cular. Debido a esto se considera que experimentos de este tipo ponen en evidencia, de manera convincente, las propiedades ondulatorias de los electrones.

Para entender mejor el resultado de estos experimentos, conviene analizarlos con más detenimiento. Para ello, repetimos el experimento con electrones, pero esta vez reduciremos paulatinamente la intensidad del haz hasta que ocurra que normalmente no haya más de un electrón en vuelo hacia la pantalla. Variantes de este experimento con fotones han sido realizadas por diversos autores (L. Biberman y colaboradores en la URSS en 1949; L. Jánossy y colaboradores en Hungría en 1958; R.L. Pfleegor y L. Mandel en USA en 1967; etc.), y sólo muy recientemente con electrones (Merli, Missiroli y Pozzi en Italia, 1974). Resulta que a partír de intensidades suficientemente bajas no se observa más un debilitamiento gradual y general del patrón conforme se reduce la intensidad del haz, sino que éste (el patrón) empieza a manifestar una estructura granular, asociada al hecho de que cada electrón incidente produce un punto luminoso en la pantalla: cuando las intensidades son tan bajas que enviamos los electrones uno a uno, los vemos caer erráticamente en la pantalla, aunque lo hacen con mayor frecuencia en las zonas donde el patrón integrado es más brillante. Así pues, el patrón de difracción está constituído de la superposición de puntos luminosos independientes, densamente acumulados en las regiones brillantes y escasos o nulos en las regiones de baja o nula intensidad, cada uno de ellos producido por un electrón incidente, como se muestra en la Fig. 2.2.

La observación atenta muestra que el orden en que van apareciendo los puntos luminosos que integran el patrón es caótico;

> resulta imposible predecir el punto de la pantalla donde caerá un electrón determinado, dada cualquier información disponible, pues varía azarosamente de caso en caso, aún cuando todos los electrones sean enviados en condiciones tan iguales y controladas como nos sea posible."

De estos experimentos concluye Faynman (44) (docencia ortodoxa)

> Los electrones llegan en bultos, como partículas y la probabilidad de llegada de estos bultos se distribuye como la distribución de intensidad de una onda. Es en este sentido que un electrón se comporta 'alguna veces como una partícula y otras como una onda' "

- La probabilidad de un evento en un experimento ideal, está dada por el cuadrado del valor absoluto de un número complejo que se llama amplitud de probabilidad

$$P = |\phi|^2$$

- Cuando un evento puede tener lugar de varias maneras, la amplitud de probabilidad es la suma de las amplitudes de probabilidad de cada manera considerada independientemente. Hay interferencia

$$\phi = \phi_1 + \phi_2$$
$$P = |\phi_1 + \phi_2|^2$$

- Si se monta un experimento que es capaz de determinar qué manera es la que se tiene en cuenta efectivamente, la probabilidad del evento es la suma de las probabilidades de cada al

ternativa.

Se pierde la interferencia

$$P = P_1 + P_2$$

En tanto que de la Peña (interpretación estadística), concluye:

> "Cada electrón está sometido a un movimiento estocástico, por lo que su trayectoria específica es impredecible; esto hace que electrones idénticamente preparados tengan un comportamiento diferente, que no existan dos electrones dinámicamente "idénticas".

Sin embargo, en cada arreglo experimental, el comportamiento estadístico de un gran número de electrones es perfectamente regular y controlable, por lo que debe ser predecible (lo hace la Mecánica Cuántica); este comportamiento estadístico presenta frecuentemente propiedades ondulatorias que están caracterizadas por la longitud de onda de De Brglie. Por tanto entenderemos que la ecuación de onda de Schrodinger por referirse precisamente a las propiedades ondulatorias del sistema, describe el comportamiento estadístico de los electrones. A diferencia de las ecuaciones de la dinámica clásica de partículas que se refieren a corpúsculos individuales y nos permiten describir el comportamiento de cada uno de ellos, la ecuación fundamental de la M.C., la Ecuación de Schrodinger describe el comportamiento estadístico de un ensemble de electrones y, en consecuencia es incapaz de permitir el estudio detallado del comportamiento de cualquiera de

los electrones que componen el ensemble". Se entiende en esta interpretación por "ensemble" "precisamente lo que en Mecánica Estadística se conoce como "ensemble de Gibbs"; se trata de una colección hipotética infinitamente grande de réplicas del sistema físico, cada una de las cuales se encuentra en uno de los posibles estados dinámicos del sistema, consistentes con el Hamiltoniano, las condiciones de frontera, etc.; evidentemente, el estudio estadístico del ensemble nos permite obtener conclusiones sobre el comportamiento estadístico del sistema físico. Un ensemble solo se puede realizar físicamente en forma aproximada, mediante la ejecución de un gran número de experimentos independientes; si este número es suficientemente grande, podemos esperar que los resultados estadísticos experimentales se acerquen mucho a las predicciones obtenidas con ayuda del ensemble teórico".

Concepción esta, como se ve claramente de las citas anteriores, muy diferente a la interpretación de Copenhage. Como habíamos dicho antes, la concepción estadística fué desde 1926 defendida por Einstein y por Schrodinger, quienes discutieron estos temas ampliamente no obstante la interpretación de Copenhage se hubiese aceptado oficialmente en el 25º Congreso Solvay de Física y se enseñe aún en las principales universidades del mundo.

En un estudio reciente, Michelangelo De María y Francesco La Teana

(47) sostienen que esta aceptación de la doctrina de Copenhage tuvo que ver con las necesidades técnicas de las potencias que se preparaban para la 2a. guerra mundial, no queriendo orientar recursos hacia la investigación fundamental de las posibles cáusas de la estocasticidad del comportamiento electrónico y subatómico y buscando sacarle partido rápido en aplicaciones técnicas, muchas de ellas de tipo bélico, a la nueva teoría cuyo formalismo matemático era común a todas las interpretaciones y generalmente aceptado:

> "La causa real del éxito de la interpretación probabilística (o de Copenhage) radica en que esta interpretación lleva a la física por el camino de prohibír cuestionarse por postulados sobre la verdadera naturaleza de los fenómenos microscópicos individuales. A través de esta reducción programática del concepto de conocimiento y control de los fenómenos naturales (implícita en la filosofía de los observables'), produjeron un viraje epistemológico en el concepto de 'explicacinn científica' limitándolo solo a una suerte de busca de correlaciones estadísticas entre medidas subsecuentes llevadas a cabo sobre el sistema físico como un todo.
>
> Este nuevo estilo de concebír y practicar la física era el que mejor se acomodaba a las transformaciones de la sociedad que estaban teniendo lugar tanto en la esfera cultural como en el mundo industrial durante los años 20 y 30, primero en la Alemania de Weimar y luego en los E.U.A.
>
> Por su adaptabilidad, la línea 'ortodoxa' hizo mejor trabajo que cualquier otra en los sectores emergentes del desarrollo

> científico e industrial. De hecho, en todas las aplicaciones 'prácticas' nuevas, en un reactor, en una bomba, en un laser, en un semiconductor, es suficiente conocer la probabilidad estadística de una transición de un estado a otro para regular su funcionamiento.
>
> La aproximación realista (De Einstein y Schrödinger) como era expresión de un proyecto más completo y unitario, atendiendo al conocimiento de los fenómenos naturales, aparentó ser más rígido, menos manejable, y por eso fue rechazado simplemente por la mayoría de los investigadores jóvenes vinculados en los nuevos sectores científicos" (47)

Recientemente, dentro de una de las corrientes de la interpretación estadística, la causal, se llama la atención sobre la necesidad de investigar acerca de las causas del comportamiento estocástico de los electrones y de los entes subatómicos en general. Su propuesta se conoce como electrodinámica estocástica, una teoría todavía en vías de desarrollo, que trata de identificar como uno de los agentes externos al electrón que producen su comportamiento estocástico, al campo de radiación del punto cero, o campo de radiación correspondiente al vacío. Cero fotones en el lenguaje cuántico.

La idea general es la siguiente:

> "Al colocar un electrón (en reposo, si se quiere) en el seno de un campo electromagnético fluctuante, adquiere un movimiento azaroso complicado, por lo tanto, el elec-

trón adquiere energía cinética: luego absorbe energía del campo. Pero, por otra parte, el movimiento complicado que el electrón adquiere le hace radiar, pues toda carga acelerada radia: luego la partícula también pierde energía, emitiéndola como radiación electromagnética. En condiciones dinámicas específicas, puede suceder que la potencia radiada en promedio iguale a la potencia media absorbida por la partícula y el sistema se mantenga en equilibrio: ésta es la condición que determina el estado base del sistema. La órbita específica de equilibrio depende, naturalmente de las propiedades del campo, de la partícula, etc., como tendremos oportunidad de ver más adelante.

Las consideraciones anteriores nos permiten dar respuesta a la pregunta sobre el origen del propio campo de fondo. En efecto, puesto que cada partícula cargada es un radiador elemental, el conjunto de cargas que constituyen el Universo produce en cada punto del espacio un complejísimo campo de fondo, cuya naturaleza estocástica es evidente precisamente debido al gran número de fuentes independientes que lo producen; así, cada partícula se encuentra en el seno del campo producido por el resto de partículas y, a su vez, contribuye a la generación del campo en que se mueven las demás. Es claro que en el curso de la evolución de un sistema cerrado de esta complejidad, podríamos esperar que se hubiera alcanzado una situación de equilibrio estadístico, que es la etapa actual del universo, en la cual las propiedades estadísticas del campo de radiación en el vacío son uniformes isotrópicas e independientes del tiempo." (39)

Y más adelante (pg. 687) luego de hacer algunas demostraciones ma-

temáticas que por ahora no me interesa reproducir, comenta:

> "La existencia del campo estocástico de radiación de fondo, además de inducir las propiedades cuánticas de los sistemas atómicos produce, naturalmente, una serie de efectos físicos adicionales, conectados con el hecho de que los sistemas microscópicos quedan sujetos a fluctuaciones atermicas.
>
> Cuando la energía asociada a estas vibraciones del punto cero resulta comparable o mayor que la asociada a los movimientos térmicos, aparecen propiedades estadísticas y termodinámicas en el sistema que difieren de las correspondientes propiedades clásicas: estos son efectos usualmente identificados como cuánticos. Por ejemplo, cuando se toma adecuadamente en cuenta al campo fluctuante del vacío, los métodos clásicos de la termodinámica estadística conducen, no a la ley de Rayleigh-Jeans, sino a la distribución de Planck; análogamente los mismos principios proporcionan una base novedosa para entender la tercera ley de la termodinámica, etc. Por otro lado, el campo de fondo interacciona con la materia: por lo tanto, la presencia de materia modifica al propio campo de radiación y da lugar a la aparición de fuerzas entre los cuerpos.
>
> En base a estas ideas, es posible calcular, por ejemplo, las fuerzas de Van der Waals tanto entre conductores macroscópicos como entre corpúsculos obteniéndose los resultados correctos, etc. El lector interesado en conocer en detalle estas teorías, que son fundamento muy sólido de los postulados de la E.D.E. puede consultar un trabajo de revisión de Boyer,* en el que se incluye una lista de referencias a los

* T.H Boyer, Phys. Rev. D11, 790, 1975

trabajos previos de este autor, que a la fecha es quien más se ha adentrado en el estudio de las implicaciones termodinámicas de la electrodinámica estocástica.

Es conveniente recalcar que el hecho obvio de que el campo de fondo interacciona con la materia, puede servirnos de base para construír un argumento heurístico que explica una de las propiedades más características de los sistemas cuánticos:

El hecho de que una modificación arbitraria en una parte del dispositivo experimental (como abrir una rendija) puede producír modificaciones en las trayectorias de electrones que se mueven en otra parte del dispositivo (por ejemplo, que pasan por otra rendija cercana). La modificación del dispositivo afecta al patrón del campo de fondo en toda la vecindad: esto a su vez modifica el movimiento de los electrones que cruzan la región afectada, debido a su acoplamiento con el campo. Cabría esperar que un mecanismo similar de acoplamiento entre partículas a través del campo de fondo - debidamente modificado por la presencia de las propias partículas- nos permitiera explicar la aparición de correlaciones en el estado estacionario de sistemas constituídos por varias partículas clásicamente independientes. En otras palabras, que nos permitiera entender el origen de las estadísticas" (De la Peña, Ob. Cit.)

H. CONCLUSION

Aunque una primera aproximación a la Mecánica Cuántica justifica la hipótesis de la cual partió este estudio, a saber, que la dualidad onda-fotón para la luz y corpúsculo - onda para la materia, se podía generalizar interpretando la M.C. como la rama de la física que sintetiza la dualidad continuo-discontinuo para todos los fenómenos naturales dando lugar a una interpretación lógica dialéctica de la misma, debo reconocer que, aunque es en este momento la vía más sencilla y quizá la más fructífera habida cuenta de la aceptación de la teoría de Copenhage, el estudio de otras interpretaciones deja necesariamente abierto el tema para la búsqueda de causas reales que pueden explicar dichos comportamientos y que me parece que pueden contribuír más al desarrollo de la Física y la epistemología de las Ciencias, que la posición cómoda de considerar el tema concluído y tratar a la M.C. como una teoría completa que pudiera dar lugar a extrapolaciones filosóficas en otros rangos de la realidad natural.

Después de mucho pensarlo he llegado a la conclusión más evidente. La dualidad de manifestaciones contrarias de una cosa o fenómeno solo puede entenderse como la dicotomía entre lo uno y lo múltiple, aunque esa unidad bajo otro punto de vista, o enfoque más fino, sea a su vez algo múltiple y objeto de nuevas contradicciones.

De esta manera, el hombre como individuo tiene ciertos comporta - mientos que podríamos llamar individuales ó cuánticos (imprevisibles la mayoría de las veces) y como colectividad puede tener otros, más predecibles desde un punto de vista estadístico; este comportamiento del conjunto, aunque compuesto de individualidades aisladas en ciertos sentidos y conectadas (relacionadas) en otros, manifiesta unas características de continuidad en el sentido de que las ecuaciones matemáticas que permiten describir su comportamiento colectivo serán ecuaciones de ondas. Esa lucha de contrarios que caracteriza desde el punto de vista de la concepción dialéctica la esencia natural de toda cosa y fenómeno se presenta según este análisis como una "pugna" involuntaria por prevalecer entre lo individual y lo colectivo y de acuerdo a ciertas circunstancias prevalecen y se manifiestan unas u otras características de los entes: las colectivas (continuas) o las individuales (discretas).

En este sentido entiendo las ecuaciones de Schrodinger: como una descripción matemática de un comportamiento colectivo de entes que a su vez tienen características individuales. Unas características se manifiestan en unos experimentos y otras características en otros experimentos. Tanto los entes como sus agrupaciones son cosas reales, como lo son una persona y una concentración de personas, en el sentido de ser "susceptibles de puntapié" y son reales también las re-

presentaciones simbólicas de ambas manifestaciones pero no en el sentido del puntapié sino en el sentido de ser realidades teóricas, mutables y adaptables a la otra realidad, pero también reales.

****

BIBLIOGRAFIA

(1) J. Karles, W. Sorge.
"Evolución de las teorías de la luz"
U. N. Medellín. Pg. 16. Tomado de W.F. Magie. A source Book in Physics. Ed. Mc-Graw Hill. N. Y. 1935.

(2) G. Bachelard. La actividad racionalista de la Física contemporánea. Pg. 44 Ed. Siglo Veinte. Buenos Aires.

(3) O. Röemer. Memoires de l'Academie des Sciences. 1730. Tomado de W.F. Magie Op. Cit. Pg. 335. Cfr. ref 1. pág. 18.

(4) C. Huygens. Tratado de la luz. Cap. I. Tomado de J.Karles, W. Sorge. Cit. Cfr. "La teoría ondulatoria de la luz. Huygens - Fresnel. Ed. Losada. Buenos Aires.

(5) G. Bachelard. Op. Ct. Pg. 46.

(6) I. Newton. Opticks. Libro III. Parte I.
Tomado de Evolución de las teorías de la luz. Op. Cit. Cfr. Opticks. Ed. Dover Publications, Inc. N. Y. 1952, Pgs. 404-05.

(7) I. Newton. Op. Cit. Libro III. Parte II Pgs. 361-64, Cfr. Ref. 1.

(8) I. Newton. Op. Cit. Libro III. Parte III Pg. 280
Cfr. Ref. 1 Pags. 100-01.

(9) G. Bachelard. Op. Cit. La dialéctica onda- corpúsculo en su desarrollo histórico. Pg. 49.

(10) Letters d'Euler a une prencesse d'Alemagne. Ed Cournot, Paris, 1842. Tomado de G. Bachelard. Op. Cit. Pag. 51.

(11) G. Bachelard. Op. Cit. Pag. 55.

(12) J. Karles, W. Sorge. Op. Cit. Pag. 135.

(13) A. Fresnel. Naturaleza de la luz. Tomado de J. Karles, W. Sorge. Op. Cit. Pag. 137. Cfr. Teoría ondulatoria de la luz. Huygens - Fresnel. Ed. Losada. Buenos Aires. Págs. 150-60.

(14) Ibid, Pag. 138.

(15) Luis de Broglie: La física Nueva y los cuantos Ed. Losada, 5a. Edición, Pag. 40.

(16) Ibid, Pags. 45, 46, 47.

(17) Hegel: "Ciencia de la lógica" Tomo I, Buenos Aires.

(18) Hegel: "Enciclopedia de las ciencias filosóficas. Buenos Aires, Ed. Libertad.

(19) Elí de Gortari: "Introducción a la lógica dialéctica, Mexico, Ed. Fondo de Cultura económica.

(20) Ibid, págs. 55, 56.

(21) Ibid, Pag. 57.

(22) Lefebore, Le materialisme dialectique, París Presses Universitaries de France, 1947. Cit. por De Gortari.

(23) De Gortari: Op. Cit. Pag. 60.

(24) Holton Gerald y H.D. Roller: Fundamentos de la Física Moderna, pg. 173.

(25) Ibid.

(26) W. H. Hayt - Teoría Electromagnética, Ed. M G H, 1979

(27) Luis de Broglie - "La Física nueva y los cuantos", Ed. Losada, pg. 92.

(28) Jeanine Ewert, M. García. "Conferencias de Física IV. U. Nal. Bogotá. Depto. de Física.

(29) Op. Cit. Ref. No. 27

(30) Op. Cit. Ref. No. 28

(31) Op. Cit. Ref. No. 27

(32) William Ponce - Radiación del Cuerpo Negro. Mimeo. U. de A, 1972.

(33) Op. Cit. Ref. No. 28.

(34) Op. Cit. Ref. No. 27.

(35) Introducción a la Física Atómica y Nuclear. Otto Oldemberg.

(36) De Broglie Luis, - LA Física Nueva y los Cuantos, 5a. Ed, Ed. Losada, B. Aires .

(37) G. Bachelard, Op. Cit.

(38) Schrödinger I. Quantization as an Eigenvalue Problem.

(39) De la Peña Luis, Introducción a la M. C. Cía. Edit. Mexicana S.A., Mex. 2a. Imp . Feb.1980.

(40) W. Pauli, Physics and Knowledge, Braunschweig, 1960.

(41) W. Heisenberg, The Physicist's Conception of Nature, Hutchinson, 1958.

(42) W. Heisenberg, Naturwiss, 38, 49 (1951).

(43) Op. Cit. 38.

(44) R. Faynman - Lecturas de Física, T. III.

(45) Op. Cit. 38, pg 67.

(46) W. Heinsenberg : Uber quanten theoretische Umdentung Kinematischer and Mechanischer Beisehungen, Zeits. f. Phys. 33, 1925.

(47) De María Michelangelo y la Teana Francesco "Schrodinger and Dirac's unorthodoxy in quantum mechanics". U. de Roma. Traducción de Luis Fernando Wolff I.

(48) Lande Alfred, "Nuevos fundamentos de la Mecánica Cuántica".

****

BIBLIOGRAFIA BASICA COMPLEMENTARIA

Niels Bohr :

- Atomic Theory and the description of Nature Combridge, 1961
- Atomic Physics and Human Knowledge (Wiley 1958).
- Essays 1958 - 1962 on Atomic Physics and Human Knowledge (Interscience, 1963).

W. Heisenberg:

- The physical principles of the Quantum theory (Univ. of Chicago, Press, 1930).
- The Physicist's Conception of nature (Hutchinson 1958).
- Physics and Phylosophy - The revolution in modern science (Harper and Raw. 1958.
- Niels Bohr and the development of Physics (Pergamon, 1955).

Max Born:

- Natural Phylosophy of cause and Chance (Oxford Univ. Press, 1949).

M. Lummer:

- The Philosophy of Quantum Mechanics.
- The conceptual development of Quantum Mechanics.

****