UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Método de solución para el despacho económico en línea considerando restricciones y reglas de un mercado eléctrico

Kevin Jesús Berrío Castro

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Minas

Medellín, Colombia

2016

Método de solución para el despacho económico en línea considerando restricciones y reglas de un mercado eléctrico

Kevin Jesús Berrío Castro

Trabajo final de Maestría presentado como requisito para optar al título de:

Magister en Ingeniería – Sistemas energéticos

Director (a):

John Edwin Candelo Becerra, Ph.D.

Codirector (a):

Jairo José Espinosa Oviedo, Ph.D

Línea de Investigación:

Despacho económico – Sistemas de Potencia

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Minas

Medellín, Colombia

2016

Dedicado a mi toda mi familia, en especial a mi madre Celia Castro Julio y a mí hermano Ever Javier Berrío Castro, gracias por brindarme su apoyo total durante toda la maestría. También a todos mis profesores, gracias por esforzarse cada día en hacernos mejores personas y profesionales.

No te preocupes si las cosas no te salen la primera vez, ocúpate de hacerlo mejor para próxima. Has que tu aprendizaje sea directamente proporcional a la cantidad de errores ya cometidos.

Kevin Berrío

Agradecimientos

Al profesor Ph.D John Edwin Candelo Becerra por su acompañamiento y dedicación constante en la dirección de este trabajo.

Al profesor Ph.D Jairo José Espinosa Oviedo por su acompañamiento y dedicación constante en la codirección de este trabajo

Al MSc. Jorge Mario Arias Palacio por su tiempo y recursos dedicados para orientarme al inicio de este trabajo.

Resumen

En los últimos años, la penetración de energías renovables, el crecimiento la interconexión entre los sistemas de energía eléctrica, el crecimiento de la demanda y la descentralización de los mercados de energía, han significado un reto para el despacho y la operación de los sistemas interconectados. Los mayores retos que se presentan ante los factores anteriormente mencionados son, mantener la frecuencia del sistema eléctrico en un mismo valor todo el tiempo, garantizar siempre la operación de los recursos a un mínimo costo y garantizar la seguridad del sistema frente a perturbaciones.

En este trabajo final de maestría se presentan dos métodos para resolver un despacho económico que considere restricciones de seguridad, con el objetivo de resolver un despacho económico en ventanas de tiempo cercanas a tiempo real.

El primer método resuelve un despacho económico para un solo período de tiempo. Este método es muy rápido y se utiliza principalmente el método simplex y los multiplicadores de LaGrange para su solución, incluyendo restricciones de sobrecarga de líneas y transformadores y contingencia de los mismos.

El segundo método resuelve un despacho económico para cuatro períodos de tiempo, cada uno de 10 minutos. Se resuelve en menos de dos minutos e involucra restricciones de sobrecarga de líneas, transformadores, contingencias, arranque de plantas térmicas, rampas entre otras. Se utiliza un método iterativo para el ajuste de las restricciones.

Palabras clave: Mercados de energía eléctrica, Despacho económico, optimización, confiabilidad.

Contenido

Pág.

1. Introducción 11
1.1 Objetivos 14
1.1.1 Objetivo general 14
1.1.2 Objetivos específicos 14
1.2 Limitaciones 16
1.3 Resumen de contribuciones: 16
1.4 Estructura trabajo final de maestría 17

2. Sistema eléctrico Colombiano y despacho económico 18
2.1 La estructura del mercado eléctrico 18
2.2 El despacho económico y sus diferentes horizontes 22
2.3 Formulación de un despacho económico considerando rampas de generación sin restricciones eléctricas 23
2.4 Solución de un despacho económico considerando rampas de generación sin restricciones eléctricas 27
2.5 Despacho económico en línea 29

3. Método de solución de un despacho económico en línea para cubrir una demanda instantánea 34
3.1 Problemas de optimización y justificación del método 34
3.1.1 Problemas de Programación Lineal 34
3.1.2 Problemas de Programación Cuadrática 35
3.1.3 Problemas de optimización convexa 35
3.1.4 Problemas de optimización no lineal 36
3.1.5 Problemas de optimización lineal entera 36
3.1.6 Justificación del método 37
3.2 Formulación 38
3.2.1 Sobrecarga en líneas y trasformadores 42
3.2.2 Contingencias de líneas y trasformadores 46
3.3 Método de solución 48
3.4 Pruebas 50
3.4.1 Sistema IEEE 9 barras 51
3.4.2 Resultados y análisis para sistema IEEE 9 barras 54
3.4.3 Sistema IEEE 24 barras 62
3.4.4 Resultados Sistema IEEE 24 barras 64

4. Despacho económico en línea para un período de operación dividido en bloques de demanda 72
4.1 Formulación 74
4.2 Método de solución 76
4.3 Prueba en el sistema IEEE 24 barras 79
4.4 Resultados despacho sistema IEEE 24 barras 79

5. Conclusiones y recomendaciones 87
5.1 Conclusiones 87
5.1.1 Despacho en línea para demanda instantánea 88
5.1.2 Despacho en línea con división en bloques de demanda 89
5.1.3 Conclusiones finales 89
5.2 Recomendaciones y trabajos futuros 90

Lista de figuras

Pág.

Ilustración 1-1Curvas de demandas diferentes para un mismo pronóstico horario. Tomado de (Morales-España, 2014b) 13
Ilustración 1-2. Ilustración del servicio AGC por planta Tomado de (Correa Posada, 2009) 13
Ilustración 1-3. Estructura del trabajo final de maestría. 17
Ilustración 2-1. Agentes participantes en el mercado eléctrico Colombiano. Fuente XM. S.A. E.S.P. 18
Ilustración 2-2. Demanda máxima de energía entre los años 2011 a 2015. Fuente: X.M. S.A. E.S.P. 19
Ilustración 2-3. Curvas típicas de demanda de potencia en Colombia. Fuente: X.M. S.A. E.S.P. . 20
Ilustración 2-4. Recursos energéticos en Colombia por tipo 2015. Fuente de datos: X.M. S.A. E.S.P. 20
Ilustración 2-5. Descomposición funcional y temporal de la planeación de la operación en Colombia. Fuente XM. S.A. E.S.P. 21
Ilustración 2-6. Ilustración del Redespacho en la operación del SIN. 30
Ilustración 3-1. Despacho Económico en sus diferentes horizontes. 38
Ilustración 3-2. Ilustración de la sub división de la demanda de un período de operación. 39
Ilustración 3-3. Método de solución de un despacho económico en línea para cubrir una demanda instantánea. 50
Ilustración 3-4. Sistema IEEE 9 barras. 51
Ilustración 3-5. Región factible y restricciones del despacho de la tabla 7. 57
Ilustración 3-6. Potencia Activa por la línea 9-8 ante contingencia de la línea 5-4 con flujo dc. .. 57
Ilustración 3-7. Potencia Activa por la línea 9-8 ante contingencia de la línea 5-4 con flujo ac.... 58
Ilustración 3-8. Potencia Activa por la línea 9-8 ante contingencia de la línea 5-4 con flujo ac con factores modificados. 59
Ilustración 3-9. Costo contra restricciones despacho IEEE 9 barras. 61
Ilustración 3-10. Región no factible despacho sistema IEEE 9 barras. 62
Ilustración 3-11.Costo contra iteraciones para despacho del sistema IEEE 24 barras sin contingencias. 65
Ilustración 3-12. Error contra iteraciones para despacho del sistema IEEE 24 barras sin contingencias. 65
Ilustración 3-13. Costo contra iteraciones para despacho del sistema IEEE 24 barras con contingencias. 68
Ilustración 3-14. Error contra iteraciones para despacho del sistema IEEE 24 barras con contingencias. 68
Ilustración 3-15. Contingencias por iteraciones sistema IEEE 24 barras. 69
Ilustración 3-16. Contingencia crítica, línea 121-122 para el despacho con contingencias. 69
Ilustración 4-1.División de la demanda un período (1 hora) en sub-intervalos. 72

Ilustración 4-2. Despacho económico en línea para un período de operación dividido en bloques de demanda 78
Ilustración 4-3. Iteraciones contra error método 2..... 83
Ilustración 4-4. Evaluación de los flujos de líneas para los 4 sub-intervalos del despacho para el método 2..... 83
Ilustración 4-5. Evaluación de contingencias para los 4 sub-intervalos sistema IEEE 24 barras del despacho para el método 2. 84
Ilustración 4-6. Contingencia crítica sistema IEEE 24 barras despacho método 2. 85
Ilustración A-1. Sistema IEEE 24 barras. 92

Lista de tablas

Pág.

Tabla 2-1. Datos para despacho con rampas 5 unidades 4 períodos. 27
Tabla 2-2. Resultados para despacho con rampas 5 unidades 4 períodos. 28
Tabla 2-3. Modificación en rampas de generación en despacho sin restricciones eléctricas. 28
Tabla 2-4. Resultado de despacho con la modificación en las rampas de la tabla 3. 29
Tabla 3-1. Flujo original sistema IEEE 9 barras. 54
Tabla 3-2. Flujo con despacho sin restricciones eléctricas e incremento de demanda en el nodo 5. 55
Tabla 3-3. Flujo despacho con restricciones eléctricas e incremento de demanda en el nodo 5. 55
Tabla 3-4. Flujo despacho con restricciones eléctricas y factores modificados. 59
Tabla 3-5. Flujo despacho con restricciones eléctricas, factores modificados y ajustes con λ. 60
Tabla 3-6. Flujo original sistema IEEE 24 barras. 63
Tabla 3-7. Generación inicial y costo por kWh para el despacho del sistema IEEE 24 barras. 63
Tabla 3-8. Demanda del sistema IEEE 24 barras. 64
Tabla 3-9. Resultado despacho IEEE 24 barras sin contingencias. 64
Tabla 3-10. Flujo sistema IEEE 24 barras sin contingencias. 65
Tabla 3-11. Continuación. Flujo sistema IEEE 24 barras sin contingencias. 66
Tabla 3-12. Datos despacho sistema IEEE 24 barras con contingencias. 67
Tabla 3-13. Resultados despacho sistema IEEE 24 barras con contingencias. 67
Tabla 3-14. Flujos despacho sistema IEEE 24 barras contingencias. 70
Tabla 4-1. Datos despacho sistema IEEE 24 barras con contingencias. 79
Tabla 4-2. Datos unidades de generación despacho sistema IEEE 24 barras con contingencias. 80
Tabla 4-3. Datos demanda despacho sistema IEEE 24 barras con contingencias. 81
Tabla 4-4. Resultados despacho sistema IEEE 24 barras con contingencias. 82
Tabla 4-5. Resultados despacho sistema IEEE barras sin restricciones eléctricas. 85
Tabla 4-6. Comparación de generación despacho con restricciones y sin restricciones sistema IEEE 24 barras. 86

1. Introducción

En Colombia hubo un proceso de descentralización y separación de los mercados de energía (Corporación Andina de Fomento, 2003), con la aprobación en 1994 de la Ley de Servicios públicos Domiciliarios (Ley 142) y la Ley Eléctrica (143) del mismo año, las empresas de energía constituidas con posterioridad, no pueden estar verticalmente integradas en los negocios de generación, transmisión, distribución y comercialización, estas pueden desarrollar simultáneamente actividades que se consideran como complementarias, que son Generación-Comercialización o Distribución – Comercialización, la transmisión se fijó con un rol independiente o pasivo. Las empresas que anteriormente constituidas a estas leyes, siguieron funcionando verticalmente integradas pero con contabilidades separadas, lo cual implica la presentación de la información económica y financiera de un operador de manera separada para cada servicio prestado (Axon Partners Group, 2014). Adicionalmente se estableció que ninguna empresa de generación puede tener más del 25% de la capacidad de generación instalada.

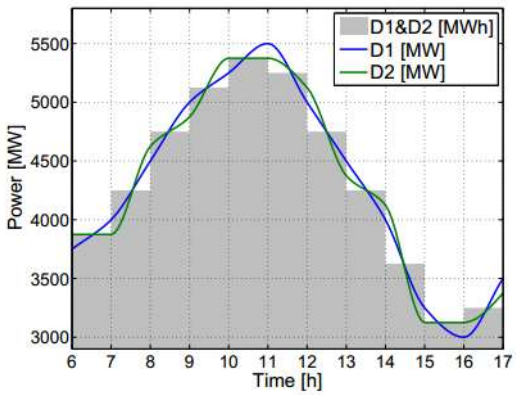
Se entiende entonces que las empresas de generación son entidades independientes y si bien estas pueden realizar la actividad de comercialización y contratos bilaterales de compra/venta de energía, en Colombia, a parte de este mercado bilateral de energía existe un mercado de energía tipo spot (Corporación Andina de Fomento, 2003). En este mercado mayorista de energía (MEM) participan los generadores y cada uno coloca una oferta de energía con resolución horaria al ente operador del sistema y administrador del mercado de energía mayorista Centro Nacional de Despacho (CND). Dentro del CND existe un proceso llamado despacho económico, el cual da como resultado el precio de la energía para cada hora y la cantidad de energía que cada generador debe producir para cada período, que es de una hora.

El despacho económico es la asignación óptima de los recursos de generación de energía eléctrica para atender la demanda de un sistema eléctrico interconectado. El despacho económico es un proceso de vital importancia para cualquier mercado descentralizado en sistema eléctrico interconectado. Mediante este proceso se busca que los recursos energéticos de un sistema eléctrico sean utilizados de forma óptima. El objetivo del despacho económico es asegurar el abastecimiento de toda la demanda de energía del sistema al menor costo posible, cumpliendo con las limitaciones y restricciones de las plantas de generación, del sistema eléctrico y las impuestas por la regulación. El despacho económico tiene en cuenta insumos como la oferta y disponibilidad de las plantas, el estado de la red eléctrica, los parámetros de la red eléctrica, el pronóstico de la demanda, las restricciones de las plantas y restricciones de la red.

En el CND en Colombia, se entrega un despacho con resolución horario para el siguiente día de la operación, sin embargo se realiza un proceso de ajuste a este despacho a medida que se acerca el momento de aplicar este a la operación en tiempo real. Estos ajustes se conocen como redespacho, el ajuste consiste en considerar los cambios en demanda, generación, disponibilidad y estado de la red que han surgido a partir de la realización del despacho inicial y a partir de estos datos, hacer una modificación del despacho para que sea más acorde con la situación real del sistema.

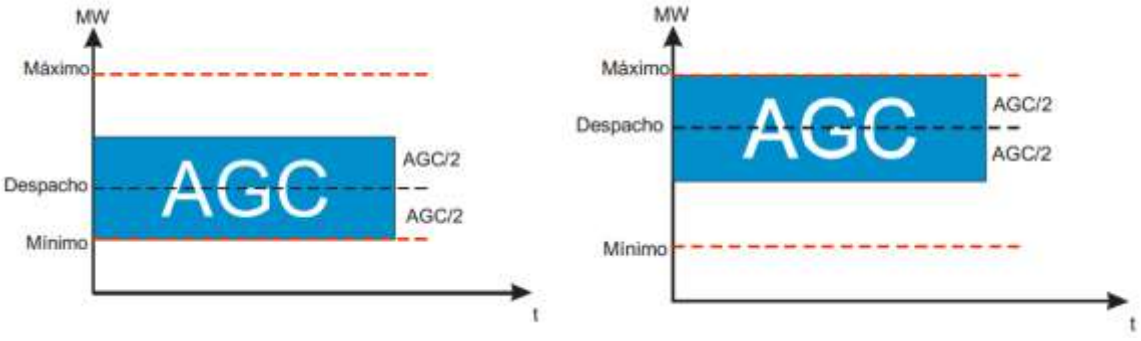
Los redespachos en Colombia se hacen con una resolución horaria, es decir, la demanda se está dada por bloques de una hora y durante esta hora se considera continua. Dada la naturaleza continua de la demanda, ver figura 1, existen el mecanismo de AGC (Control Automático de Generación) (Morales-España, 2014), el cual realiza el ajuste de la generación con las plantas seleccionadas de acuerdo al mercado de AGC, para que esta generación sea igual a la demanda en todo momento.

Ilustración 1-1Curvas de demandas diferentes para un mismo pronóstico horario. Tomado de (Morales-España, 2014b)



A pesar de que existe el recurso AGC, este recurso debe estar disponible en caso de que alguna planta que está generando en el sistema se dispare, en este caso, las plantas que están disponibles para prestar este servicio, deben responder para equilibrar rápidamente la generación y la demanda. Esto quiere decir que el recurso AGC debe estar disponible todo el tiempo y por lo tanto, ante grandes desviaciones en la demanda, con respecto al pronóstico durante un período horario, el operador debe modificar la generación para ajustarse al nuevo panorama de generación, recuperando el servicio de AGC.

Ilustración 1-2. Ilustración del servicio AGC por planta Tomado de (Correa Posada, 2009)



Para una toma de decisiones eficiente y en tiempos cortos surge la necesidad de crear o implementar un método de optimización. Este método debe permitir realizar un despacho en ventanas de tiempo cercanas a la operación en tiempo real, debe considerar los cambios en la

demanda, debe ser rápido, preciso y que considere las limitaciones y restricciones de la red eléctrica.

1.1 Objetivos

Por lo tanto este trabajo final de maestría estará enfocado en presentar métodos para la realización del despacho económico en línea para el operador. En este trabajo se tienen los siguientes objetivos:

1.1.1 Objetivo general

Elaborar un método de solución para el despacho económico en línea que integre restricciones de seguridad y reglas de un mercado eléctrico interconectado.

1.1.2 Objetivos específicos

Formular un despacho económico en línea con restricciones de seguridad y reglas de un mercado eléctrico interconectado.

Seleccionar las técnicas de optimización apropiadas para la solución del despacho económico en línea planteado.

Implementar la mejor técnica de optimización de acuerdo a la investigación para el problema formulado.

Este trabajo final de maestría se justifica principalmente por las siguientes razones:

- Los métodos propuestos permiten tener costos óptimos de generación de energía durante la operación de un sistema eléctrico interconectado.

- Se espera disminuir los riesgos en el sistema debido a que la toma de decisiones estaría apoyada en herramientas que consideran restricciones de seguridad. Es decir, cada vez que se toma una decisión, la solución ya considera estas restricciones de seguridad y por lo tanto no serán violadas, con un margen de error muy pequeño y conocido.
- Se mejoraría el tiempo de operación del sistema, en cuanto a la toma de decisiones en la modificación del programa de generación, en comparación a si estas decisiones se tomaran sin un método formal de optimización.
- Con la aplicación de los métodos desarrollados, acoplado a un nuevo pronóstico de demanda, permite una mayor penetración de energías renovables que no poseen una declaración intrínseca de energía firme. Esto se debe a que, como es posible hacer despachos óptimos y seguros en ventanas de tiempo más pequeñas, se mejora el manejo de la incertidumbre que involucran este tipo de plantas.

En este trabajo final de maestría se presentaran dos métodos para enfrentar el problema de despacho económico en línea, de tal forma que se simplifique la labor del operador y del analista eléctrico al momento de tomar una decisión para modificar la generación en el sistema.

El primer método consiste en formular y resolver un despacho económico para una ventana de tiempo de un solo período. Durante este período se pueden realizar despachos individuales con base en un nuevo pronóstico de demanda, para el próximo instante de tiempo dado para este nuevo pronóstico. Este método, adicionalmente a las restricciones de las plantas y minimizar los costos de energía, también considera las restricciones de sobrecarga de las líneas y de las contingencias deseadas en la red. En este método no considera el arranque ni apagado de las unidades de generación, por lo tanto no se incluye la restricción de las rampas de arranque dentro del problema de optimización. Este método utiliza una técnica basada en los multiplicadores de LaGrange para el manejo de las restricciones y mejorar la precisión.

Un segundo método se presenta con base en la formulación de un problema de despacho “unit commitment (Padhy, 2004)”, con programación lineal entera mixta (MILP). En su formulación se consideran restricciones típicas de un problema de despacho hidro-térmico, como costos de arranque y parada de las unidades térmicas, las rampas de subida y bajada y el costo de racionamiento. En este segundo método también se consideran restricciones de sobrecarga en las líneas y contingencias seleccionadas de la red.

La limitación de los métodos presentados es que no consideran la totalidad de las restricciones presentes del sistema eléctrico colombiano y el modelo de red en el que se prueban los métodos no

es la red Colombiana. Sin embargo, los métodos presentados sirven como base para una aplicación real en el sistema.

1.2 Limitaciones

Los métodos aquí planteados no reemplazan la labor de los analistas eléctricos pues no considera explícitamente, por ejemplo, las condiciones para la estabilidad dinámica del sistema. Este tipo de restricciones pueden incluirse por ejemplo con restricciones de igualdad, máximos o mínimos de generación.

Los métodos aquí planteados no incluyen pérdidas de transmisión en las líneas. Sin embargo las pérdidas de transmisión pueden tener un efecto despreciable en el despacho final, si se asigna una restricción de generación mínima por área del sistema.

El despacho se prueba en un sistema reducido de 24 barras y 10 generadores, suficientes para verificar su funcionamiento.

Solo se consideran contingencias sencillas.

1.3 Resumen de contribuciones:

La principal contribución de este trabajo es la propuesta de dos métodos para diferentes horizontes de tiempo, uno para un solo período y otro para varios períodos, con los cuales se puede enfrentar el problema de despacho económico en línea, considerando en ambos restricciones de sobrecarga de línea y contingencias n-1.

Específicamente se pueden resumir en los siguientes puntos.

Se presentó una formulación matemática para cada uno de los métodos mencionados en los cuales se incluyen restricciones lineales de sobrecarga de línea y de contingencias n-1 en el despacho económico. La técnica utilizada para manejar las restricciones eléctricas en forma lineal, permite velocidad en el proceso de solución, lo cual es un gran aporte y permite que esos métodos puedan ser llevados a cabo en sistemas reales, debido a los cortos tiempos de solución.

Se propuso una técnica basada en los multiplicadores de LaGrange para realizar el ajuste de las restricciones debidas al efecto de la linealización. De tal forma que siempre esta restricciones

nunca se violen, o que queden un error pequeño respecto a lo requerido, pero que tampoco representen un sobrecosto en el despacho.

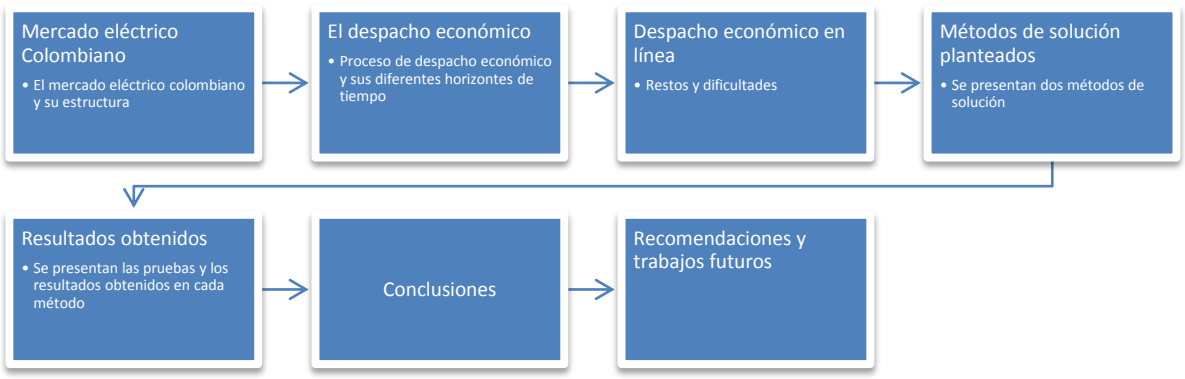
Se propuso una técnica que resuelve el despacho económico y hace ajustes en las restricciones eléctricas, para el despacho económico para varios períodos en la ventana de tiempo, de tal forma que a pesar de la linealización estas no queden sobrepasadas con un margen de error tolerable.

Se propuso una modificación de los factores de participación y factores de distribución por cambio de generación para mejorar la precisión en la predicción de los flujos de potencia.

1.4 Estructura trabajo final de maestría

Este trabajo final de maestría se estructurará de la siguiente manera:

Ilustración 1-3. Estructura del trabajo final de maestría.



2. Sistema eléctrico Colombiano y despacho económico

2.1 La estructura del mercado eléctrico

El sistema eléctrico Colombiano funciona a través de un mercado descentralizado, en el cual los generadores, comercializadores y clientes intercambian bloques de potencia y energía de acuerdo con las condiciones de oferta y demanda. En la figura 1 se muestra la estructura general de este mercado eléctrico:

Ilustración 2-1. Agentes participantes en el mercado eléctrico Colombiano. Fuente XM. S.A. E.S.P.

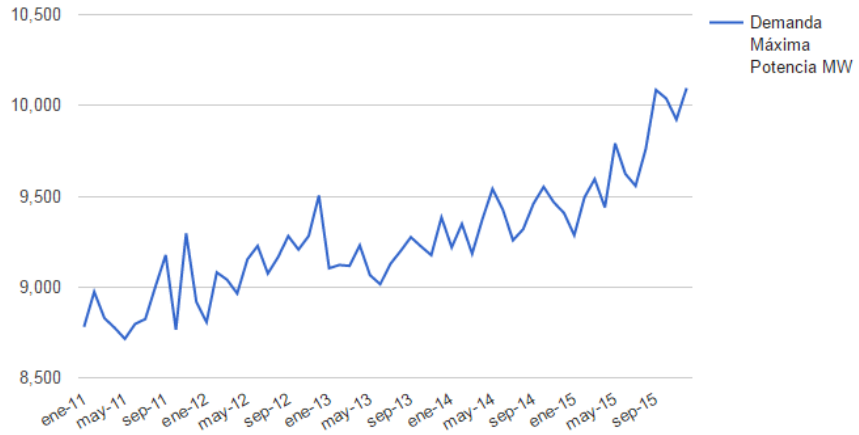
En Colombia se manejan dos tipos de mercados, un mercado Spot o bolsa, que es administrado por el CND (Centro Nacional de Despacho) y un mercado bilateral. En el mercado Spot los generadores ofertan un precio por unidad de energía o $/MWh al administrador del mercado, la generación despachada por cada generador dependerá principalmente del balance oferta/demanda. En el mercado bilateral, los comercializadores y grandes consumidores de energía, celebran libremente contratos con los generadores, el precio de la electricidad de este mercado se establece de común acuerdo entre las partes sin intervención del estado (X.M. S.A. E.S.P., 2016a), sin embargo estos deben ser reportados al administrador del mercado. Cabe aclarar que tanto

generadores como comercializadores y grandes consumidores pueden comprar energía en la bolsa de energía mayorista.

Las empresas de transmisión y distribución funcionan como monopolios y no intervienen este mercado de generación. La operación y administración del mercado la realiza la empresa X.M. S.A. E.S.P., la cual tiene a su cargo el CND, el Administrador del Sistema de Intercambios Comerciales (ASIC) y el Liquidador y Administrador de Cuentas por Uso de las Redes del SIN (LAC).

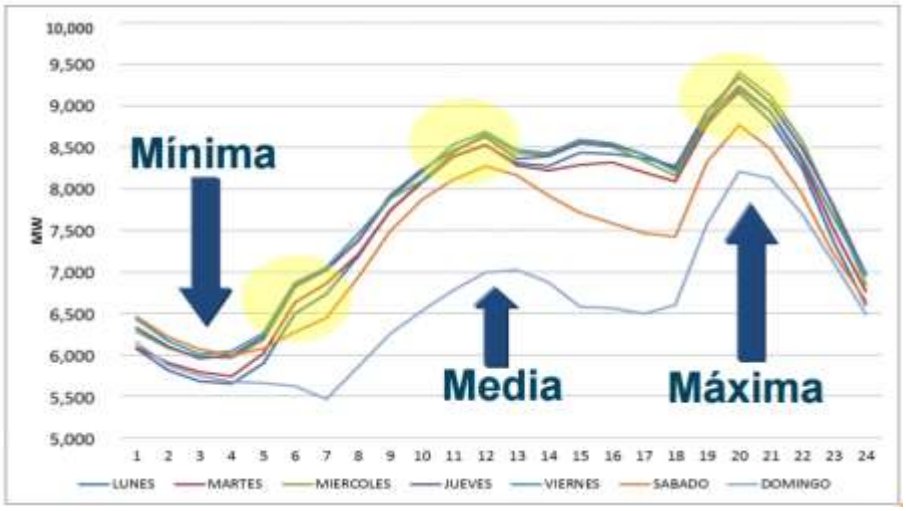
El Centro Nacional de Despacho es el encargado de realizar en cada momento el balance entre la generación u oferta y la demanda del sistema. Para el año 2015 en Colombia se presentó una potencia máxima de 10095 MW, con un crecimiento del 7.3% respecto a 2014 (X.M. S.A. E.S.P., 2015). En la siguiente gráfica se puede observar el comportamiento de la demanda máxima de energía entre los años 2011 a 2015:

Ilustración 2-2. Demanda máxima de energía entre los años 2011 a 2015. Fuente: X.M. S.A. E.S.P.



En la ilustración 2-2 se puede observar que la demanda máxima tiende a crecer con el paso del tiempo. Esto sugiere la necesidad de aumentar la capacidad de generación instalada para poder cubrir estos picos de demanda en un futuro. A continuación se muestran las curvas típicas de demanda en Colombia, en donde se pueden apreciar estos picos de demanda máxima.

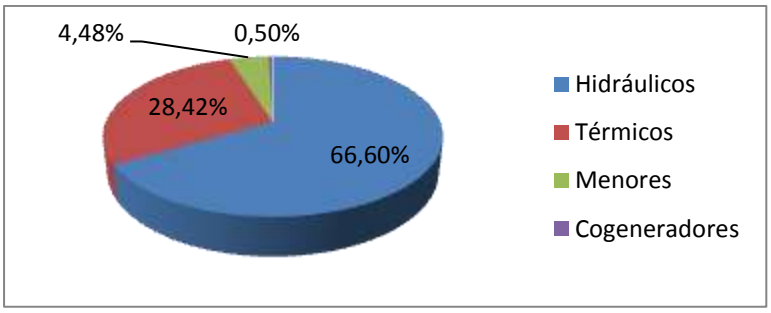
Ilustración 2-3. Curvas típicas de demanda de potencia en Colombia. Fuente: X.M. S.A. E.S.P.



En Colombia se dividen las horas de día en períodos, estos van del 1 al 24. El período 1 corresponde a las horas 0:00 y la 1:00 y el 24 desde las 23:00 hasta la hora 24:00. En la gráfica anterior se aprecia que típicamente en Colombia, la demanda máxima se presenta entre el período 19 y el período 21.

En Colombia la capacidad efectiva neta para finales de 2015 16420 MW, con un incremento de 931 MW respecto a 2014. Los recursos de generación instalados en Colombia son mayoritariamente hidráulicos, seguidos por los térmicos. En el siguiente gráfico se muestra la participación por tipo de recurso.

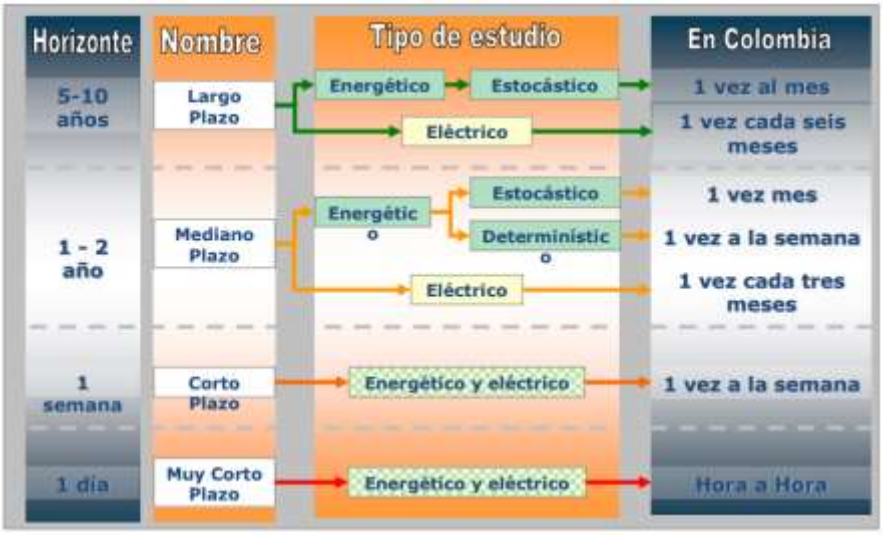
Ilustración 2-4. Recursos energéticos en Colombia por tipo 2015. Fuente de datos: X.M. S.A. E.S.P.



Con respecto a 2014, se presentó un incremento de la capacidad efectiva de 5.59% para recursos hidráulicos, 7.19% para térmicos y 10.74% para los cogeneradores, y un decrecimiento de 0.54% para menores. Para el año 2015 la generación entre menores y co-generadores representó un 5.2% del total generado.

El reto para el CND (Centro Nacional de Despacho) es hacer que esta oferta y esta demanda estén balanceadas todo el tiempo. Adicionalmente a esto se deben cumplir las reglas del mercado eléctrico y las restricciones eléctricas propias de la red y garantizar estabilidad en el sistema. Para cumplir con lo anterior, el CND cuenta con procesos de planeación de Largo, Mediano, Corto y Muy Corto Plazo. En la siguiente figura se muestra un esquema de estas actividades.

Ilustración 2-5. Descomposición funcional y temporal de la planeación de la operación en Colombia. Fuente XM. S.A. E.S.P.



Estos procesos entregan resultados para sus diferentes horizontes, siendo uno de estos la operación en tiempo real. Los insumos entregados por estos procesos son necesarios para que los operadores puedan operar de una forma segura, confiable y económica. Algunos de estos insumos son, generaciones de seguridad, límites de transferencia por las redes, límites de voltaje, límites entre áreas operativas, análisis de mantenimientos y la programación diaria de la operación.

La programación diaria de la operación se realiza a través de un proceso que se conoce como despacho económico. El despacho económico entrega un programa diario de los recursos de generación del Sistema Interconectado Nacional para atender la demanda a menor precio, con calidad, seguridad y confiabilidad (X.M. S.A. E.S.P., 2013a).

2.2 El despacho económico y sus diferentes horizontes

El despacho económico es la asignación óptima de los recursos de generación de energía eléctrica para atender la demanda de un sistema eléctrico interconectado. El despacho económico es un proceso de vital importancia para cualquier mercado y sistema eléctrico interconectado, a través de este proceso se trata de realizar una apropiada utilización de los recursos naturales.

El objetivo del despacho económico es garantizar que la generación de energía sea igual a la demanda al menor precio posible, garantizando las condiciones de seguridad del sistema. En la implementación del despacho económico se tienen en cuenta insumos como la disponibilidad o estado de la red eléctrica, los parámetros de la red, el pronóstico de la demanda, la oferta de precios, disponibilidad y restricciones propias de cada planta, entre otras, dependiendo del país o región.

El despacho económico se puede concebir en distintos horizontes de tiempo. El primer despacho económico, se realiza aproximadamente con 7 horas antes de la ejecución para un horizonte de 24 horas, en este horizonte se conoce como Unit Commitment (Yang, M., Cheng, F.-l., Han, X.-s., Yang, B., Meng, 2012) (Dvorkin, Pandžić, Ortega-vazquez, & Kirschen, 2015). El segundo despacho económico se realiza entre 3 y 6 horas antes de la ejecución para un horizonte de una hora y se conoce como redespacho o Look – Ahead Unit Commitment (Wang, , Nieuwesteeg, Listes, Bresler, & Ogburn, 2012). Por último, se encuentra el despacho económico en línea, el cual reprograma las unidades de generación definidas como muy rápidas basadas en las actuales condiciones del sistema, dentro de 1 a 6 horas antes de la ejecución y en intervalos de 5 a 15

minutos para la operación en línea. Sobre este último horizonte de tiempo enfocada esta propuesta de trabajo final de maestría.

Durante la operación en línea de un sistema eléctrico interconectado, en todo momento se trata de mantener las variables del sistema dentro de su rango normal de operación. Las principales variables a controlar son la tensión y la frecuencia. Para mantener la frecuencia dentro de los rangos normales de operación se requiere que en todo momento la demanda sea igual a la generación. La demanda normalmente se tiene pronosticada y la generación se tiene despachada de acuerdo a los programas de despacho o redespacho. Aunque se presenten perturbaciones en el sistema, tales como salidas de líneas, salidas de carga, desviaciones en la generación, entre otros, en todo momento se debe mantener el balance de potencia del sistema.

Un despacho económico en línea es la asignación óptima de las unidades de generación para cumplir con la demanda estimada en los siguientes minutos u horas de operación, partiendo de las condiciones actuales del sistema. Por ejemplo, si se tienen despachadas 5 plantas de generación para atender la demanda del período actual y se prevé durante este período, que en los próximos 10 minutos se requiere un 5% adicional de generación, el despacho en línea consistirá en asignar ese 5% adicional entre estas 5 plantas de generación o encender otra planta que se encuentre disponible, de tal forma que se minimice el costo y se sigan manteniendo las condiciones de seguridad del sistema. Entre otros aspectos importantes e impactos de realizar un despacho económico en línea está la disminución de riesgos debido a errores humanos en la toma de decisiones durante la operación.

2.3 Formulación de un despacho económico considerando rampas de generación sin restricciones eléctricas

En general un despacho económico es formulado como un problema de optimización cuya función objetivo es minimizar los costos de producción. Para Colombia, estos costos de producción se reflejan únicamente en las ofertas presentadas.

Las restricciones que normalmente se tienen en cuenta en este tipo de despacho, cuando se tienen unidades térmicas en el sistema y dependiendo de cada mercado eléctrico, son el costo de arranque de unidades térmicas, rampas, límites de producción, tiempo mínimo en línea y fuera de línea, zonas prohibidas de operación, tiempo mínimo de carga estable, rango necesario para prestar servicio de AGC, costos de racionamiento (Carrión & Arroyo, 2006). Adicionalmente se tienen en cuenta el balance de potencia.

A continuación se presenta una formulación de un despacho económico considerando una oferta de generación por cada recurso, una disponibilidad, un precio de arranque, restricción de rampas de subida y de bajada y número máximo de arranques (X.M. S.A. E.S.P., 2016b).

Función objetivo:

$$Minimizar \sum_{t=1}^{Tf} \sum_{j=1}^{ng} (Cj * yjt + Aj * mjt + Ej * zjt + Bj * xjt + R * rt) \quad (1)$$

Sujeto a:

Restricción para cumplimiento de la demanda:

Lo generado más lo racionado debe ser igual a la demanda en cada período de tiempo.

$$\sum_{j=1}^{ng} x_{jt} + r_t = D_t \quad \forall\, t \quad (2)$$

Límites de generación

$$P_j m_{jt} \leq x_{jt} \leq m_{jt} M_j \quad \forall\, t \quad (3)$$

Arranque

Mediante esta restricción se cuenta y penaliza cada arranque de una planta.

$$y_{jt} \geq m_{jt} - m_{j(t-1)} \quad t > 0 \tag{4}$$

$$y_{jt} \geq m_{jt} - m_0 \quad t = 0 \tag{5}$$

Si la resta del lado derecho de la ecuación anterior es cero o -1, en el proceso de optimización, este tomará el menor valor posible para evitar la penalización, el menor valor posible es cero.

Parada (Solo si se penaliza parada)

Mediante esta restricción se cuenta y penaliza cada parada de una planta

$$z_{jt} \geq m_{j(t-1)} - m_{jt} \quad t > 0 \tag{6}$$

$$z_{jt} \geq m_0 - m_{jt} \quad t = 0 \tag{7}$$

Igual que en el caso anterior, si la resta del lado derecho de la ecuación anterior es cero o -1, en el proceso de optimización, este tomará el menor valor posible para evitar la penalización, el menor valor posible es cero.

Rampa de subida

Mediante esta ecuación se controla limita el aumento de generación entre un período y otro para cada planta

$$x_{jt} - x_{jt-1} \leq Sj, \quad t \geq 1 \tag{8}$$

$$x_{jt} - P_{0j} \leq Sj, \quad t = 0 \tag{9}$$

Rampa de bajada

Mediante esta ecuación se controla limita la disminución de generación entre un período y otro para cada planta

$$x_{jt-1} - x_{jt} \leq Tj, \quad t \geq 1 \tag{10}$$

$$P_{0j} - x_{jt} \leq Tj\,,\ t = 0 \qquad (11)$$

Máximo número de arranques

$$\sum_{1}^{t} y_{tj} \qquad \forall\, g \qquad (12)$$

Términos

t=1,…,T el periodo de tiempo (horas)
Cj: costo de arranque de la central j
Ej: costo de parada de la central j
Aj: costo fijo de la central j
Bj: costo variable de la central j
Pj: producción mínima de la central j
Mj : producción máxima de la central j
Sj: rampa máxima de subida de carga de la central j
P0j : producción de la central j en el periodo anterior al del comienzo del horizonte de planificación
Tj: rampa máxima de bajada de carga de la central j
F0j: constante binaria que toma el valor 1 si la central j está funcionando en el periodo anterior al comienzo
del horizonte de planificación y 0, en caso contrario
J: número de centrales de producción
Dt: demanda en el periodo t
Rt: costos de racionamiento en el periodo t

Variables de decisión
yjt: 1, si la central j se arrancará al comienzo del periodo t y 0, en caso contrario
zjt: 1, si la central j se parará al comienzo del periodo t, y 0, en caso contrario
mjt: 1, si la central j está en funcionamiento durante el periodo t y 0, en caso contrario

xjt: producción de la central j durante el periodo t (MW)
Rt: cantidad de racionamiento en el periodo t (MW)

2.4 Solución de un despacho económico considerando rampas de generación sin restricciones eléctricas

Dependiendo del software para resolver el problema anterior, será necesario llevarlo al formato requerido. La forma típica en la cual se representan los problemas de Programación Lineal Entera Mixta es la siguiente (MathWorks, 2016).

$$\min_x f^T x \quad \text{Sujeto a:} \quad \begin{cases} Ax \le b \\ A_{eq} x = b_{eq} \\ lb \le x \le ub \end{cases} \tag{13}$$

Se definen cuales x son enteras.

Donde f es un vector de costos de costo, x es el vector de variables de decisión, b es el vector de los términos independientes de las restricciones de desigualdad, beq es vector correspondiente de los términos independientes de las restricciones de igualdad, lb es el vector de los límites inferiores de las variables de decisión, ub es el vector de límites superiores de las variables de decisión, A es la matriz de los términos dependientes de las restricciones de desigualdad y Aeq es la matiz de los términos dependientes de las restricciones de igualdad.

Para ilustrar uno de estos despachos se resolvió un despacho con las siguientes características:

Despacho para 4 períodos con 5 unidades de generación.

Tabla 2-1. Datos para despacho con rampas 5 unidades 4 períodos.

	Disp P1 [MW]	Disp P2 [MW]	Disp P3 [MW]	Disp P4 [MW]	Rampa de subida [MW]	Rampa de bajada [MW]	Precio por kWh	Precio de arranque [$]	Gen período anterior
Demanda [MW]	190	30	230	80					
Gen1	60	90	100	200	30	30	$500		0
Gen2	50	70	50	100	30	-	$300		0
Gen3	40	40	40	90	30	-	$300		0
Gen4	30	30	30	70	-	-	$200	$10.000.000	0
Gen5	10	10	10	50	-	-	$100		0

Adicionalmente se tiene un **costo de racionamiento de $700 por kWh**.

A continuación se presentan los resultados obtenidos para este despacho.

Tabla 2-2. Resultados para despacho con rampas 5 unidades 4 períodos.

	Per 1	Per 2	Per 3	Per 4
Gen1 [MW]	30	0	30	0
Gen2 [MW]	30	20	50	0
Gen3 [MW]	30	9	39	0
Gen4 [MW]	30	1	30	30
Gen5 [MW]	10	0	10	50
Racionamiento [MW]	60	0	71	0
Demanda [MW]	190	30	230	80
Disp Total [MW]	190	240	230	510

El costo total fue de **$ 210.300.000**, a costos marginales es de **$261.200.000.**

Este costo está dividido en **$108.600.000** de costo de toral de generación, **$91.700.000** y **$10.000.000** de costos de arranque. Que corresponden al 51.64%, 43.60% y 4.76% respectivamente.

En este despacho se puede observar con claridad el cumplimiento de las rampas de generación y el cumplimiento de la restricción del balance oferta/demanda. Para esta última se puede ver, para los períodos 1 y 3, a pesar de que hay disponibilidad para atender la demanda, hubo un racionamiento de 60 MW. Hipotéticamente este racionamiento se debe a la restricción de rampas de las unidades de generación, para comprobar esta hipótesis se modificarán las rampas en los generadores y se mostrará el efecto en el racionamiento.

Tabla 2-3. Modificación en rampas de generación en despacho sin restricciones eléctricas.

	Rampa subida [MW]	Rampa bajada [MW]
Gen 1	100,00	100,00
Gen 2	50,00	-
Gen 3	40,00	-

Resolviendo el despacho con la modificación en estas rampas se obtiene el siguiente resultado:

Tabla 2-4. Resultado de despacho con la modificación en las rampas de la tabla 3.

	Per 1	Per 2	Per 3	Per 4
Gen1 [MW]	60	0	100	0
Gen2 [MW]	50	0	50	0
Gen3 [MW]	40	0	40	0
Gen4 [MW]	30	20	30	30
Gen5 [MW]	10	10	10	50
Racionamiento	0	0	0	0
Demanda	190	30	230	80
Disp Total	190	240	230	510

En el cual se observa que el racionamiento es de 0 MW. También se esperaba que el costo total fuese menor, el costo total para este despacho fue de **$ 174.000.000**.

2.5 Despacho económico en línea

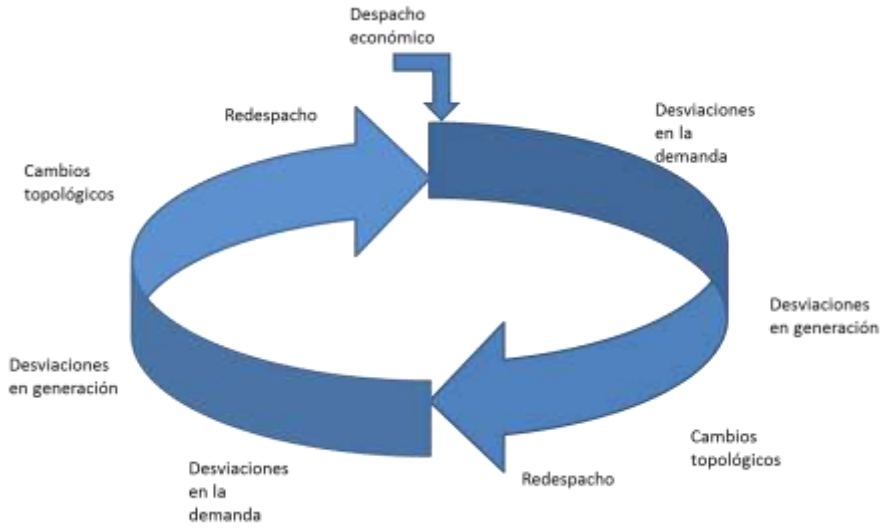
Como se mencionó en el capítulo 1.1 el despacho puede ser resuelto para diferentes horizontes de tiempo. Uno de ellos es el despacho en línea, el cual pretende resolver un despacho con las condiciones más cercanas a tiempo real, de tal forma que el operador se apoye en este despacho para la toma de decisiones.

Este despacho en línea es un redespacho para un horizonte muy cercano a la operación. El objetivo de un redespacho es modificar el despacho económico para atender las variaciones más recientes en la operación del sistema, tales como entrada y/o salidas de unidades de generación, mantenimientos no programados, disparos de líneas (X.M. S.A. E.S.P., 2013b). El redespacho está amparado bajo la resolución CREG 025 de 1995 por la cual se establece el código de redes, como parte del Reglamento de Operación del Sistema Interconectado Nacional, que en su numeral 4 dice que "El Despacho Económico puede ser modificado durante la ejecución del mismo con el fin de tener en cuenta cambios en las condiciones de operación de los recursos del sistema". Por lo tanto,

la toma de decisiones en línea que haga el operador, que estén asociadas con en cambio en las condiciones de operación del sistema también están amparadas.

La siguiente figura ilustra el proceso de redespacho dentro de la operación en tiempo real del Sistema Interconectado Nacional (SIN).

Ilustración 2-6. Ilustración del Redespacho en la operación del SIN.



Pueden existir herramientas que permitan al operado tomar la decisión final respecto a estas desviaciones.

A continuación se presenta una revisión bibliográfica a cerca de trabajos relacionados con el despacho económico en línea y despachos económicos dinámicos.

En (El-Hawary & Mbamalu, 1990) se propone una técnica basada en Newton para resolver un despacho hidrotérmico con incertidumbre en la demanda. La función objetivo planteada es minimizar el costo total de la generación, la cual se define para cada planta, térmica o hidráulica como una función no lineal de segundo orden. La incertidumbre para la demanda de potencia activa es modelada en forma estocástica con función de distribución normal. El método plantea restricciones eléctricas como mantener los voltajes en valores aceptables, sin

embargo no se consideran restricciones ante contingencias de líneas o transformadores. Esta técnica mejora la capacidad del operador para tratar y entender las implicaciones de la incertidumbre de la demanda sobre el estado de la red de potencia.

En (Kalagnanam & Phan, 2014) se presenta una patente en la cual se elabora un sistema, un método y un programa de computador que calcula un despacho de energía óptimo con restricciones de seguridad, asegurando que el sistema es capaz de resolverlo en tiempo real. En esta patente se resuelve el despacho considerando al menos una contingencia en un elemento del sistema como una línea o transformador. Se mencionan las técnicas de multiplicadores de Lagrange y método de punto interior para resolver los problemas resultantes de optimización. La demanda es considerada determinística.

En (Reddy & Bijwe, 2015) se propone un método para realizar un despacho económico en tiempo real considerando variabilidad en fuentes de energía solar y eólica y adicionalmente en la demanda. El despacho se divide en sub-intervalos fijos de minuto a minuto. También son considerados los límites de voltaje, límites de potencia reactiva y restricciones de flujo de potencia en líneas en los mismos intervalos. Se introduce un concepto de factores 'best-fit' para realizar el proceso de optimización en el intervalo propuesto, estos factores se le asignan a los generadores, dándole prioridad para realizar el balance de potencia, en este intervalo se tiene un pronóstico de demanda dado, al cual se le calculan los mejores factores 'best-fit' y estos son usados para realizar el balance generación – demanda ante cambios abruptos en la demanda o generación, debido a que estos factores se calculan solo al inicio del cálculo para dicho intervalo, no se produce un costo computacional adicional, la novedad consiste en incluir las restricciones de voltaje y potencia reactiva para cada sub-intervalo minuto a minuto sin incrementar el costo computacional. El método aquí planteado es probado en los sistemas IEEE 30 y en uno IEEE 118, se utiliza el toolbox de MATLAB con la función FMINCON para resolver los problemas de optimización.

En (Yorino, Hafiz, Sasaki, & Zoka, 2012) se propone un método de despacho económico dinámico de carga (DELD por sus siglas en inglés) de alta velocidad mediante la utilización de un pronóstico de demanda de corto plazo con el fin de hacer frente a la variabilidad de la

carga y de las energías renovables como eólica y solar. Un despacho económico dinámico (DED) proporciona la localización económicamente óptima de la generación en un horizonte de tiempo para una demanda previamente pronosticada, es un procedimiento que acoplado con un predictor de demanda de corto plazo y coordinado con la capacidad de respuesta de las unidades de generación proporciona la capacidad de resolver el despacho económico dinámicamente (Ross & Kim, 1980). En (Xia & Elaiw, 2010) Es presentada una revisión de literatura a cerca del despacho económico óptimo dinámico (DED) y se menciona que este a diferencia del despacho económico estático, incorpora las restricciones de las rampas de los generadores en el período de tiempo que se desee abordar. Se considera un horizonte de tiempo definido para la solución del problema, la función objetivo se plantea como una función cuadrática que corresponde a la suma de los costos de generación, cada costo es expresado como una función cuadrática, se consideran las rampas para cada generador, no se consideran restricciones eléctricas de la red. Se utiliza la técnica modificada de multiplicadores de Lagrange para resolver los problemas de optimización.

En (Basu, 2011) se propone un método de optimización basado en un sistema inmune artificial para resolver un despacho económico dinámico. Considerando despacho económico dinámico como la asignación óptima de las unidades de generación en línea en período de tiempo asignado, operando lo más económicamente posible. Se considera que la demanda es predicha para estos períodos o intervalos de tiempo. Se tienen en cuenta los límites en las rampas de los generadores y se incluyen las pérdidas de transmisión expresadas en función de la generación, sin embargo no se consideran contingencias en líneas y transformadores. El costo de la generación y por lo tanto la función objetivo, la cuál sería minimizar estos costos, está expresada como una función no lineal que involucra el costo de cada generador. Se realizan pruebas en un sistema de 10 unidades de generación y los resultados son comparados con los algoritmos PSO y programación evolutiva, encontrándose mejor rendimiento en el algoritmo propuesto en términos de costo en la función objetivo y tiempo computacional.

En (Huang & Huang, 2003) se propone un enfoque que combina una red de razonamiento abductivo (Abductive Reasoning Network ARN) y una técnica de asignación por preferencia

similar a la solución ideal (technique for order preference by similarity to ideal solution TOPSIS) para obtener la mejor solución a para un despacho económico de energía en tiempo real. Se consideran simultáneamente dos objetivos en la solución que son minimizar los costos de combustible y el impacto ambiental. Se consideran las pérdidas en las líneas de transmisión, no se consideran restricciones eléctricas de la red ni las rampas en los generadores. En este artículo se encuentra que la solución propuesta supera a los métodos tradicionales de redes neuronales artificiales tanto en el modelo como en la estimación de las salidas de las unidades de generación de acuerdo con las demandas de carga a la entrada.

En (Fan & Zhang, 1998) se propone una estrategia práctica basada en programación cuadrática para resolver el despacho económico en tiempo real. La función objetivo es una función cuadrática basada en los costos de las unidades de generación y las restricciones son modeladas con ecuaciones e inecuaciones lineales, resultando el típico problema de programación cuadrática (QP). Se consideran en la función objetivo los costos de operación, costos de mantenimiento y costo de las emisiones por cada unidad de generación. Se consideran las pérdidas en las líneas de transmisión. Se consideran las rampas en las unidades de generación y los límites de flujos por las líneas de trasmisión. Para la restricción de flujo por las líneas de forma lineal se recurre a unos factores de sensibilidad basados en el modelo de un flujo de carga DC en el cual se expresa el cambio del flujo de una línea como función de su flujo actual y el cambio en la generación. No son consideradas contingencias en el sistema. Se consideran restricciones de emisiones. El aporte de este artículo es que presenta una técnica práctica y efectiva para resolver el despacho económico en tiempo real, adicionalmente se incorporan controles de emergencia en una segunda fase de despacho para aliviar violaciones en condiciones de emergencia.

En este trabajo final de maestría se proponen métodos para solucionar el despacho económico en línea. Estos métodos serán formulados y resueltos para sistemas de prueba en los capítulos 3 y 4.

3. Método de solución de un despacho económico en línea para cubrir una demanda instantánea

En el siguiente capítulo se presenta el desarrollo de un método para enfrentar el despacho económico en línea, para despachar un solo período o cubrir una demanda instantánea.

3.1 Problemas de optimización y justificación del método

Para abordar el problema del despacho económico en línea se requiere que un este pueda ser ejecutado muy frecuentemente durante la operación en tiempo real, normalmente cada pocos minutos, especialmente durante los períodos picos de subida de carga y bajada de carga (Fan & Zhang, 1998). Este despacho, además debe considerar las restricciones críticas que el sistema que se puedan tener en cada momento de su ejecución.

El problema de despacho económico se plantea normalmente como un problema de optimización. En (Boom & Schutter, 2007a) se presentan detalladamente los algoritmos más utilizados para resolver problemas de optimización y cómo es la formulación para diferentes tipos de problema. Dependiendo del tipo de problema es más o menos compleja su solución y se debe seleccionar el método adecuado garantizar su convergencia, tiempo requerido y precisión. A continuación se presenta la descripción de los tipos de problema de optimización presentados en (Boom & Schutter, 2007b). Estos problemas están ordenados de menor a mayor complejidad en su solución.

3.1.1 Problemas de Programación Lineal

Los problemas de programación lineal se escriben de la siguiente forma.

$$\min_x c^T x$$

Donde C^T es el vector de costo y x la variable de decisión.

Sujeto a:

$$\begin{cases} Ax = b \\ x \geq 0 \end{cases} \quad \text{Ó} \quad \begin{cases} Ax \leq b \\ x \geq 0 \end{cases} \qquad (14)$$

Donde A es la matriz de restricciones y b el vector de términos independientes de las miemas. La función objetivo y las restricciones son funciones lineales o afines.

3.1.2 Problemas de Programación Cuadrática

Si la función objetivo es cuadrática, por ejemplo,

$$f(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 5x_1x_2 - 14x_1 - 17x_2 + 10$$

Y las funciones de restricciones son lineales o afines. Se escriben de la siguiente forma:

$$\min_x \frac{1}{2} x^T Hx + c^T x$$

Sujeto a:

$$\begin{cases} Ax = b \\ x \geq 0 \end{cases} \quad \text{Ó} \quad \begin{cases} Ax \leq b \\ x \geq 0 \end{cases} \qquad (15)$$

Donde x es la variable de decisión. H es una matriz que se conforma del costo de la función objetivo, c^T es un vector de costos. A es matriz de restricciones y b el vector del término independiente de las mismas.

3.1.3 Problemas de optimización convexa

Si la función objetivo y las restricciones es una función convexa en x, entonces escribe de la siguiente forma:

$$\min_x f(x)$$

Sujeto a:

$$g(x) \leq 0 \tag{16}$$

Con f y g funciones convexas.

3.1.4 Problemas de optimización no lineal

Sin la función objetivo no es lineal ni convexa, generalmente no tiene una solución analítica conocida. La solución para este tipo de problemas no es exacta y normalmente se debe recurrir a algoritmos heurísticos y meta-heurísticos para su solución. Estos problemas se pueden representar de la siguiente forma.

$$\min_x f(x)$$

Sujeto a:

$$\begin{cases} h(x) = 0 \\ g(x) \leq 0 \end{cases} \tag{17}$$

En general f,h y g son funciones no convexas.

3.1.5 Problemas de optimización lineal entera

Los problemas de optimización entera, donde las variables pueden tomar valores reales, enteras o booleanas se representan de la siguiente manera.

$$\min_x c^T x$$

Sujeto a: (18)

$$h(x) = 0$$

$$g(x) \leq 0$$

$$x = \begin{bmatrix} x_r \\ x_i \end{bmatrix}$$

$$x_r \in R^{n_r}, x_i \in Z^{n_i}$$

Donde x es variable de decisión, h y g son las funciones de las restricciones.

Si la función objetivo para los problemas de optimización entera es no convexa, no existe una técnica general para encontrar el óptimo global.

3.1.6 Justificación del método

Desde mucho tiempo atrás, el problema de despacho económico se ha venido formulando como un problema de optimización (Chowdhury & Tech, 1990). En (Padhy, 2004) se presenta una revisión bibliográfica basada en artículos de los últimos 35 años hasta 2004 sobre investigaciones y avances en despacho económico clásico o "Unit Commitment", cuyo objetivo, que se define en el mismo artículo, es minimizar el costo total de operación del sistema mientras se satisfacen todas las restricciones para lograr un nivel de seguridad dado. Algunos de los métodos de solución presentados por diferentes autores en (Padhy, 2004) son Enumeración Exhaustiva, Lista de Prioridades, Programación Dinámica, Branch and Bound, Relajación Lagrandiana, Métodos de Punto Interior, Búsqueda Tabú, Enfriamiento Simulado, Sistemas Expertos, Aplicaciones basados en Lógica Difusa, Redes Neuronales Artificiales, Algoritmos Genéticos, Programación Evolutiva, Colonia de Hormigas y modelos híbridos. Cada uno de estos métodos de solución responde mejor a las diferentes necesidades y a la formulación propuesta.

Como conclusión de lo anterior, lo ideal para la solución de un despacho económico rápido, es que tanto la función objetivo como las todas restricciones estén formuladas de forma lineal o encontrar métodos que resuelvan el problema de forma rápida, sin importar qué tipo

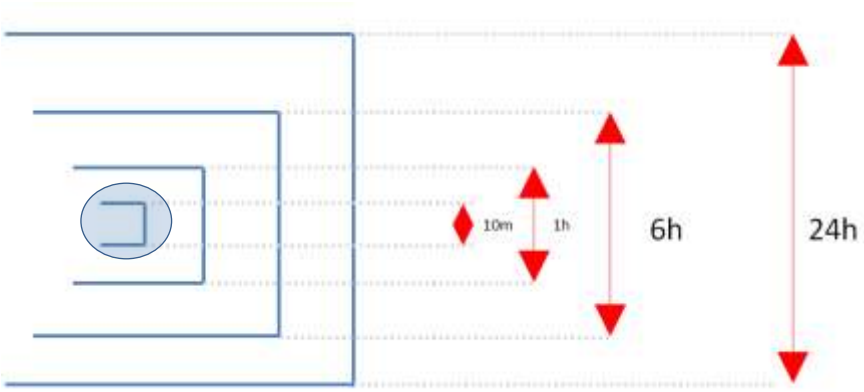
de formulación y aproximaciones se realicen. Esta segunda forma de abordar el problema no requiere de una formulación específica del problema, se puede representar de forma explícita o incluso se pueden usar simuladores del modelo requerido, haciendo la menor cantidad de aproximaciones como linealizaciones, sin embargo se requiere ensayar método por método hasta encontrar uno que resuelva el problema de forma rápida y que se obtengan los resultados esperados, es decir, que se minimice la función de costo y que se cumplan todas las restricciones, todo para una tolerancia específica.

En el mercado eléctrico colombiano, donde cada generador hace una oferta de precio por MWh y este precio es tomado como el costo total de la planta, se permite la formulación lineal de la función objetivo, al minimizar los costos totales de generación. Entonces, teniendo esto como una gran ventaja, se justifica encontrar una forma de representar en forma lineal las otras restricciones.

3.2 Formulación del problema

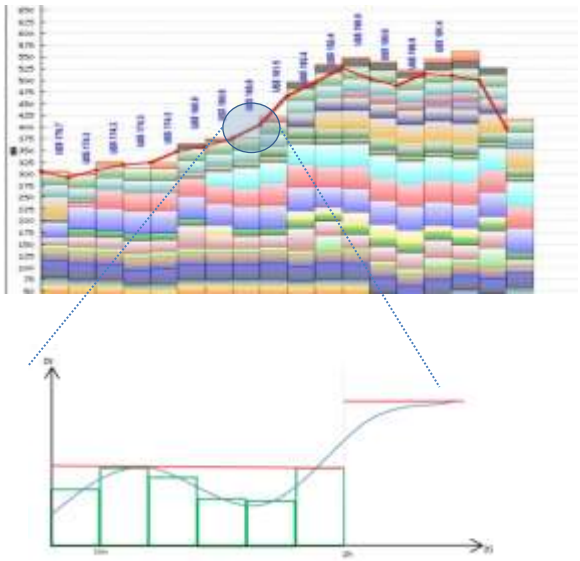
A continuación se formula un despacho económico para un solo período. En la siguiente figura se ilustran diferentes horizontes de tiempo para el despacho económico.

Ilustración 3-1. Despacho Económico en sus diferentes horizontes.



Se desea formular y resolver un despacho económico para una ventana de tiempo de 10 minutos, se divide un período que corresponde a una hora en sub intervalos de tiempo más pequeños como se ilustra a continuación.

Ilustración 3-2. Ilustración de la sub división de la demanda de un período de operación.



La línea roja representa la demanda de potencia para un período, se puede observar que dada la naturaleza continua de la demanda esta no corresponde a la demanda real, por lo tanto este período se divide en sub períodos de tal forma que cada uno de estos se adapte mejor a la demanda real.

Se formulará un despacho económico con las siguientes consideraciones:

- Se tiene programa de generación establecido, el cual corresponde al último redespacho realizado.
- Se tiene un programa de AGC preestablecido.
- Se cuenta con un nuevo pronóstico de demanda dentro del período de 1 hora.
- Se considera el estado actual de la red, en el cual se consideran los cambios topológicos.
- El despacho económico de potencia Activa es resuelto independientemente del despacho de potencia reactiva.
- No se consideran pérdidas en las líneas

La función objetivo de este despacho es minimizar

$$Minimizar \sum_{i=1}^{ng} (CiGi) \qquad (19)$$

Donde ng es el número de generadores, C_i es el costo de cada generador y G_i la variable de decisión que corresponde a la generación de cada planta.

Sujeto a:

Balance de potencia:

$$\sum_{i=1}^{ng} Gi = Demtot \qquad (20)$$

En este caso, dado que se tiene un despacho previo, se puede expresar esta restricción de la siguiente forma:

$$\sum_{i=1}^{ng} Gi = \sum_{i=1}^{ng} Gi_{previa} + \Delta Demanda \qquad (21)$$

Donde $\Delta Demanda$ es el cambio de demanda total respecto al pronóstico para el programa de generación previo.

Restricciones de igualdad en generación

Dadas las consideraciones para este despacho, en el cual no todas las plantas participan para tomar esta nueva demanda se pueden incluir explícitamente restricciones de igualdad en los siguientes casos.

El primer caso es cuando debido a restricción de rampas, tiempo de aviso, pruebas en las unidades de generación, mantener reserva fría o caliente, entre otras, las unidades de generación deban permanecer en su mismo valor. En este caso se incluye la siguiente restricción de igualdad.

$$Gi_{fijos} = Gi_{fijos_{Previos}} \quad (22)$$

Gi_{fijos} Es un vector ceros de g filas con excepción de las filas que corresponden a los generadores que quedarán fijos, cuyo valor en esta componente es 1. Cada fila es una restricción de igualdad.

$Gi_{fijos_{Previos}}$ Es un vector ceros de g filas con excepción de las filas que corresponden a los generadores que quedarán fijos, cuyo valor en esta componente es la generación previa, es decir, la generación para la cual fue despachada de acuerdo al último redespacho.

El segundo caso es hacer que las plantas despachadas para prestar servicio de regulación secundaria (AGC) respeten el programa de generación de acuerdo a este, de tal forma que se mantenga la holgura predeterminada. En este caso se incluye la restricción de igualdad para cada uno de estos generadores de la siguiente forma.

$$Gi_{AGC} = \mathrm{Pr}ogAGCGi \quad (23)$$

Donde

Gi_{AGC} Es un vector de ceros de g filas con excepción de las filas que corresponden a los generadores programados para prestar servicio de AGC, cuyo valor en esta componente es 1.

$\mathrm{Pr}ogAGCGi$ Es un vector de ceros de g filas con excepción de las filas que corresponden a los generadores programados para prestar servicio de AGC, cuyo valor en esta componente es la generación asignada de acuerdo al despacho de AGC preestablecido.

Adicionalmente a estas restricciones también se pueden incluir límites mínimo y máximos para cada unidad de generación.

$$Gimin \leq Gi \leq Gimax \quad (24)$$

3.2.1 Sobrecarga en líneas y trasformadores

Para representar esta restricción de forma lineal, nos basamos en el capítulo 14 (Métodos de Z_{barra} en análisis de contingencias) de (Grainger & Stevenson, 2004), en donde se demuestra lo siguiente.

Partimos de que tenemos una corriente adicional ΔI_m que se inyecta a una barra m en el sistema. Los cambios de voltaje debidos a esta corriente adicional están dados por:

$$\Delta V = Zbus \begin{bmatrix} Columna \\ (m) \\ de \quad Z_{barra} \end{bmatrix} \Delta I_m \qquad (25)$$

Donde Z_{barra} es la configuración normal del sistema, ΔV es el vector de los cambios de voltaje en el sistema y ΔI_m es un vector columna de ceros, con excepción de la componente en la fila m cuyo valor corresponde a la inyección de corriente en la barra m. Los cambios en los voltajes de dos barras i y j en el sistema se pueden escribir entonces como sigue:

$$\Delta V_i = Z_{im}\Delta I_m \quad \text{y} \quad \Delta V_j = Z_{jm}\Delta I_m \qquad (26)$$

Si las barras i y j tienen una impedancia Z_C, entonces el cambio en la corriente en la corriente de línea desde la barra y hasta la barra j es:

$$\Delta I_{ij} = \frac{\Delta V_i - \Delta V_j}{Z_C} = \frac{Z_{im} - Z_{jm}}{Z_C}\Delta I_m \qquad (27)$$

Con la anterior ecuación podemos determinar el cambio en la corriente de una línea (o transformador) ante un cambio en la corriente en una barra del sistema. Esta ecuación lleva a la definición del factor de distribución de inyección de corriente $K_{ij,m.}$

$$K_{ij,m} = \frac{\Delta I_{ij}}{\Delta I_m} = \frac{Z_{im} - Z_{jm}}{Z_C} \tag{28}$$

Aplicando el principio de superposición, para esta misma línea i – j, si dos corrientes se modifican en dos barras p y q del sistema, podemos escribir el cambio de corriente como:

$$\Delta I_{i,j} = K_{ij,p}\Delta I_p + K_{ij,q}\Delta I_q \tag{29}$$

El factor de distribución de inyección de corrientes también se llama factor de distribución del cambio de corriente.

Lo anterior nos lleva a poder concluir que ante el cambio en las corrientes en los nodos de un sistema interconectado, podemos predecir las corrientes en las líneas o transformadores si conocemos el estado actual. Esto se puede escribir mediante la siguiente ecuación.

$$Inueva_{i,j} = Iprevia_{i,j} + \Delta I_{i,j} = Iprevia_{i,j} + \sum_{1}^{nodos} K_{ij,nodos}\Delta I_{nodos} \tag{30}$$

Ahora, como debemos obtener las restricciones en términos de las potencias de líneas, en el mismo capítulo de (Grainger & Stevenson, 2004) se presenta un análisis en el cual, si suponemos un modelo de corriente directa, donde

- El sistema es si pérdidas y las líneas son representadas por su reactancia serie.
- Cada barra tiene el voltaje nominal de un sistema de 1.0 por unidad.
- Las diferencias angulares entre los voltajes de barras adyacentes m y n son pequeñas, de manera que $\cos\delta_m = \cos\delta_n$ y $sen\delta_m - sen\delta_m = \delta_m - \delta_n$ radianes.

Los factores de distribución de cambio de corriente de las ecuaciones anteriores se hacen numéricamente igual a los "factores de distribución de cambio de potencia (generación o demanda)" siempre que para el cálculo de estos, las reactancias serie se usen para representar las

líneas. Esto quiere decir que podemos escribir la ecuación (27) como la siguiente restricción para un problema de optimización.

$$Pnueva_{i,j} = Pprevia_{i,j} + \Delta P_{i,j} = Pprevia_{i,j} + \sum_{1}^{nodos} K_{ij,nodos} \Delta P_{nodos} \leq P_{ij} \max ima \qquad (31)$$

Con

$$K_{ij,m} = \frac{\Delta I_{ij}}{\Delta I_m} = \frac{X_{im} - X_{jm}}{x_C} \qquad (32)$$

Donde P_{nueva} y P_{previa} representan las potencias esperadas y la actual en el momento de la ejecución respectivamente, ΔP_{nodos} al igual que la corriente, representa un cambio de potencia en un nodo del sistema.

Dado que esta restricción se tiene que expresar en términos de las variables de decisión, se dedujo una expresión general para las contingencias de este tipo para todas las líneas del sistema. Tomando como inyección de potencia los nodos de generación y absorción de potencia la demanda, se presenta la siguiente desigualdad.

$$(K_{ij,g} - K_{ij,1})G_g \leq P_{ij\max} + K_{ij,g}\bar{G}_g + K_{ij,d}D_d - K_{ij,d}\bar{D}_d - K_{ij,1}DemTot - \bar{P}_{ij} \qquad (33)$$

Para esta formulación considera un generador *Slack* en el cual su generación es igual a la demanda total menos la suma de la generación.

Donde

$K_{ij,g}$ Es una matriz de L filas por g columnas, donde L es el número de líneas y g es el número de nodos en donde hay generadores conectados, contiene los factores de participación del cambio en la potencia (en este caso generación) en la barra g con respecto a cada línea ij.

$K_{ij,1}$ Es una matriz de g columnas repetidas, y L filas, donde cada columna son los factores de participación del cambio de potencia del nodo Slack con respecto a cada línea ij.

G_g Es el vector de variables de decisión y representa la generación de cada planta. Se utilizó la letra g y no i como se presenta en la función objetivo para que no se confunda con las letras de la ij que representan las líneas.

$P_{ij\max}$ Es el vector columna que contiene las potencias máximas ante sobrecarga permitidas por cada línea.

$\bar{G}_g$ Es el vector de generación previa (o actual).

$K_{ij,d}$ Es una matriz de L filas por d columnas, donde L es el número de líneas y d es el número de nodos en donde hay demanda conectada, contiene los factores de participación del cambio en la potencia (en este caso demanda) en la barra d con respecto a cada línea ij.

D_d Es el vector de demandas.

$\bar{D}_d$ Es el vector de demandas previas (o actuales).

$DemTot$ Es la demanda total del sistema, incluyendo la demanda nueva.

$\bar{P}_{ij}$ Es el vector de los flujos previos por cada línea.

Dado que esta ecuación tiene en cuenta la dirección del flujo, se hace necesario entonces incluir una restricción para estos.

$$(K_{ij,1} - K_{ij,g})G_g \le P_{ij\max} - K_{ij,g}\bar{G}_g - K_{ij,d}D_d + K_{ij,d}\bar{D}_d + K_{ij,1}DemTot + \bar{P}_{ij} \qquad (34)$$

3.2.2 Contingencias de líneas y trasformadores

De una forma similar, se puede demostrar a partir de las ecuaciones presentadas en (Grainger & Stevenson, 2004) y con las mismas suposiciones del flujo en corriente directa, que podemos escribir el flujo de potencia por una línea o transformador i-j, ante la salida de otra línea o transformador m-n de la siguiente manera.

$$Pnueva_{i,j} = Pprefalla_{i,j} + \Delta P_{i,j} = Pprefalla_{i,j} + L_{ij,mn} Pprefalla_{mn} \leq P_{ij} MaximoC \quad (35)$$

Donde el flujo $L_{ij,mn}$ se llama factor de distribución de salida de línea y está dado por la siguiente ecuación, para expresar el cambio de corriente de la línea i-j con reactancia Xb (dado que se representarán las líneas con su reactancia serie), debido a la salida de la línea m-n con reactancia Xa.

$$L_{ij,mn} = \frac{\Delta P_{ij}}{P_{mn}} = -\frac{X_a}{X_b}\left[\frac{(X_{im} - X_{in}) - (X_{jm} - X_{jn})}{(X_{mn} + X_{nn} - 2X_{mn}) - X_a}\right] \quad (36)$$

$P_{ij} MaximoC$ Es el flujo máximo permitido por la línea i-j ante una contingencia.

Dado que se requiere cuidar las contingencias en el sistema ante cambios en los nodos de demanda y generación del sistema entonces las potencias de prefalla de las líneas i-j y m-n deben ser reemplazadas por las siguientes ecuaciones

$$Pprefalla_{i,j} = Pprefalla_{i,j} + \Delta P_{i,j}$$
$$\Delta P_{i,j} = \sum_{1}^{nodos} K_{ij,nodos} \Delta P_{nodos} \quad (37)$$

$$Pprefalla_{m,n} = Pprefalla_{m,n} + \Delta P_{m,n}$$
$$\Delta P_{m,n} = \sum_{1}^{nodos} K_{mn,nodos} \Delta P_{nodos} \quad (38)$$

Reemplazando las ecuaciones (37) y (38) en (35) y resolviendo en términos de las variables de decisión, se llega a la siguiente desigualdad.

$$\begin{aligned}(K_{ij,g} + L_{ij,mn}K_{mn,g} - K_{ij,1} - L_{ij,mn}K_{mn,1})G_g \le P_{ij\max Cont} - \bar{P}_{ij} + K_{ij,g}\bar{G}_g + K_{ij,d}D_d \\ -K_{ij,d}\bar{D}_d - L_{ij,mn}\bar{P}_{mn} + L_{ij,mn}K_{mn,g}\bar{G}_g - L_{ij,mn}K_{mn,d}\bar{D}_d + L_{ij,mn}K_{mn,d}D_d \\ -DemTot(K_{ij,1} + L_{ij,mn}K_{mn,1})\end{aligned} \quad (39)$$

Como esta ecuación considera la dirección de los flujos de potencia, se debe incluir entonces la siguiente ecuación para los flujos inversos.

$$\begin{aligned}(-K_{ij,g} - L_{ij,mn}K_{mn,g} + K_{ij,1} + L_{ij,mn}K_{mn,1})G_g \le P_{ij\max} + \bar{P}_{ij} - K_{ij,g}\bar{G}_g - K_{ij,d}D_d \\ +K_{ij,d}\bar{D}_d + L_{ij,mn}\bar{P}_{mn} - L_{ij,mn}K_{mn,g}\bar{G}_g + L_{ij,mn}K_{mn,d}\bar{D}_d - L_{ij,mn}K_{mn,d}D_d \\ +DemTot(K_{ij,1} + L_{ij,mn}K_{mn,1})\end{aligned} \quad (40)$$

Los nuevos términos que aparecen respecto a la ecuación (33) son

$L_{ij,mn}$ Es la matriz factores de distribución de salida de líneas, de L filas por M columnas, donde L es el número de líneas que quiero cuidar y M son las líneas de contingencias.

$K_{mn,g}$ Es la matriz de factores de participación de cambio de potencia (en este caso de generación) de las líneas de contingencia. De M filas por g (variables de decisión) columnas.

$K_{mn,1}$ Es un vector de M filas, donde cada elemento son los factores de participación del cambio de potencia en nodo Slack con respecto a cada línea ij.

$\bar{P}_{mn}$ Es un vector de M filas con los flujos de prefalla de las líneas de contingencia.

$K_{mn,d}$ Es la matriz de factores de participación de cambio de potencia (en este caso de demanda) de las líneas de contingencia. De M filas por d (nodos de demanda) columnas.

$P_{ij\max Cont}$ Es el vector con los valores de las potencias máximas permitidas para las líneas ij ante cualquier contingencia.

Dado que no es posible cubrir en todos los casos todas las contingencias del sistema o en algunas ocasiones por ejemplo, cuando tenemos un generador saliendo por un transformador conectado a una barra en el sistema, no amerita incluir dicha restricción, entonces se define una matriz esparcida[3] que indica las contingencias que quieren ser cubiertas.

$$Mc = sparse(LxL) \tag{41}$$

L es el número total de líneas más transformadores. Se indica con un 1 en esta matriz la contingencia que quiere ser cubierta. La fila es la línea que se quiere cuidar y la columna es la línea que falla o línea de contingencia.

3.3 Método de solución

Dada la ventaja de tener formulado un problema de programación lineal, se pueden emplear algoritmos eficientes para la solución de este tipo de problemas tales como el método simplex, que se suele utilizar para la solución de problemas de programación lineal de pequeña y mediana escala (Boom & Schutter, 2007c). Si el problema crece en magnitud, es decir, mayor número de variables de decisión y/o mayor número de restricciones se puede utilizar algoritmos para la solución de problemas de optimización convexa como algoritmos de plano cortante, método del elipsoide o métodos de punto interior, cuyo tiempo de convergencia no se ve incrementado notablemente ante una gran cantidad de restricciones (Boom & Schutter, 2007d).

Los métodos mencionados son apropiados para resolver rápidamente este problema de optimización lineal, sin embargo, debido a las suposiciones que se mencionan en 2.2.1 las restricciones de sobrecarga y contingencia en líneas y transformadores pueden no cumplirse con

precisión, existiendo la posibilidad de que no se cumplan o que estas queden muy holgadas, haciendo más costoso de lo necesario el despacho.

A continuación se presenta un método basado en los multiplicadores de LaGrange para hacer el ajuste de las restricciones y por ende del despacho económico en línea.

1. Se cargan los datos para la solución del despacho económico. Estos son, generación previa, nueva demanda, plantas que quedan fijas, plantas que realizan AGC, costo de generación, límites de sobrecarga, las contingencias que se van a considerar y los límites de carga de línea ante contingencia.

2. Se resuelve el despacho económico con cualquiera de los métodos mencionados para resolver problemas de programación lineal. Esto siempre y cuando este permita obtener los multiplicadores de LaGrange de forma precisa, de tal forma que se pueda determinar cuáles son las restricciones que están activas, se recomienda utilizar el algoritmo simplex. Para este trabajo final de maestría se utiliza el algoritmo simplex, aunque los resultados no cambian significativamente si se utiliza un algoritmo de punto interior.

3. Se identifican las restricciones activas.

4. Se resuelve un flujo de carga y las contingencias de acuerdo a las restricciones con el resultado de la optimización.

5. Se hace una comparación de las restricciones activas con el resultado anterior, de la siguiente forma:

   Para cada restricción de línea o sobrecarga, se resta la sobrecarga requerida menos el valor absoluto del flujo resultante.

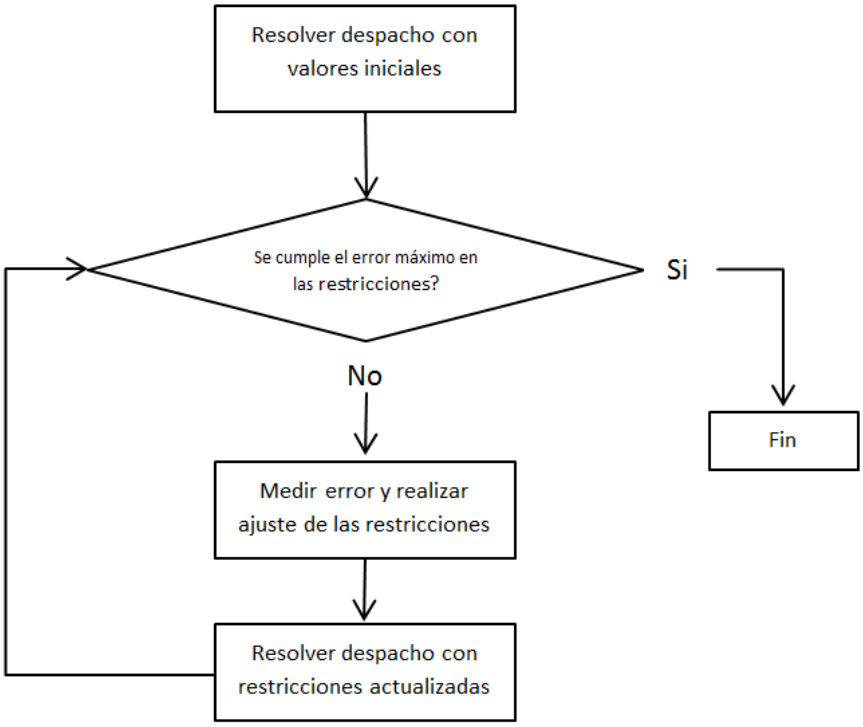
   Si la sobrecarga requerida es mayor que el valor absoluto flujo resultante, entonces la resta será positiva. Por el contrario la sobrecarga requerida es menor que el valor absoluto del flujo resultante, la resta será negativa.

6. Se suma el vector de las diferencias resultantes del punto anterior al término independiente de las restricciones (b).

7. Se repite el proceso hasta que se alcance el error máximo esperado.

Un resumen de los pasos anteriores se presenta en el siguiente diagrama de flujo.

Ilustración 3-3. Método de solución de un despacho económico en línea para cubrir una demanda instantánea.



3.4 Pruebas

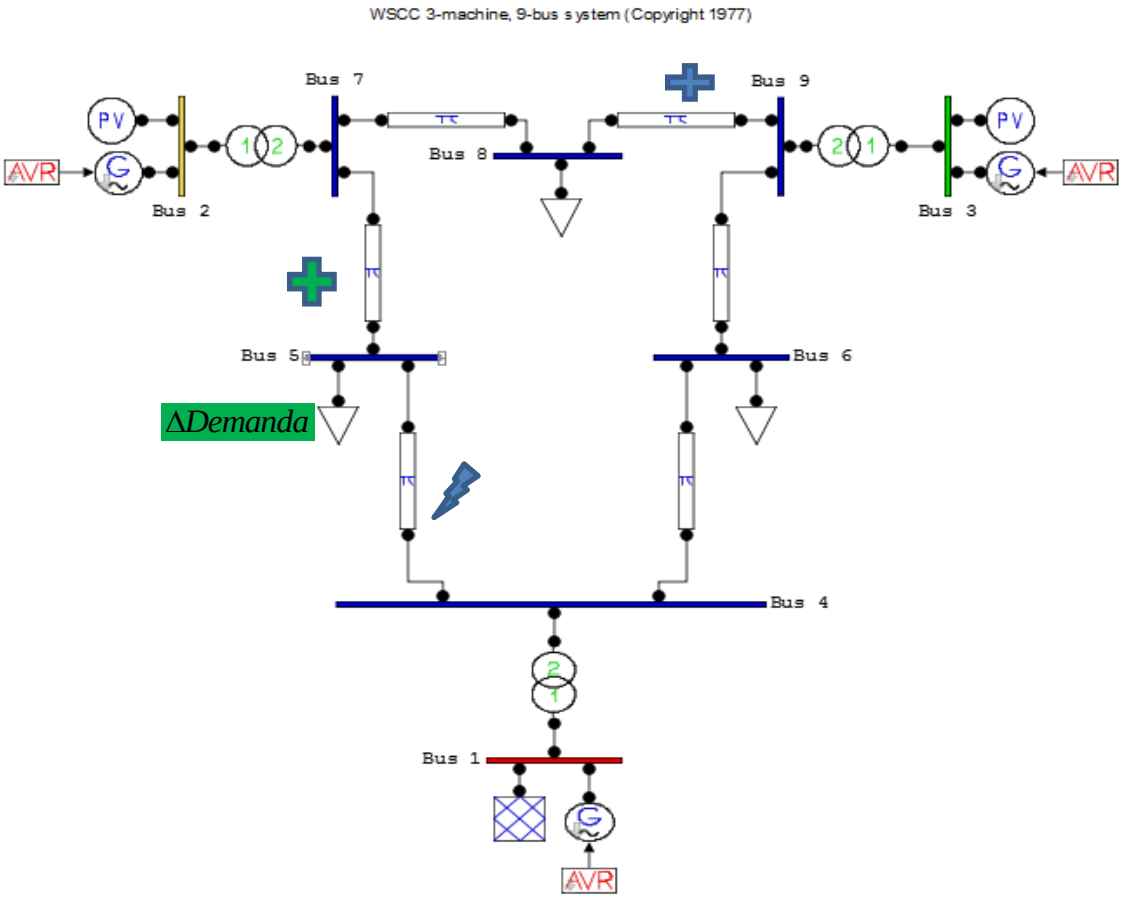
Para la comprobación de este método, se realizó su programación en un sistema pequeño y luego se escaló a un sistema más grande. Los sistemas seleccionados fueron el sistema IEEE 9 barras e IEEE 24 barras

A continuación se presentaran las pruebas realizadas y los resultados y análisis para estos dos sistemas.

3.4.1 Sistema IEEE 9 barras

Sistema IEEE9, el cual tiene 9 barras y 3 generadores, de los cuales el generador conectado a la barra 1 es seleccionado como nodo Slack, se decidió por simplicidad en el análisis que este generador conectado a la barra 1 no participará en el despacho y que por lo tanto, el balance para cubrir la nueva demanda se realizará entre los generadores conectados a la barra 2 y 3.

Ilustración 3-4. Sistema IEEE 9 barras.



Inicialmente, para realizar el cálculo de las restricciones de potencia activa, se tomará sólo el valor de la reactancia de las líneas y transformadores, tal como se indica en (Grainger & Stevenson, 2004) también se ignoran las susceptancias.

Para este sistema se requiere minimizar el costo de generación para un incremento de la demanda en el nodo 5 de 0.25 en p.u. Se requiere cuidar la sobrecarga en la línea conectada entre los nodos 7 y 5 y en la línea 8-9 ante la contingencia de la línea 5-4.

Se tiene un costo de $150 por kWh para el generador conectado a la barra 2 y de $100 por kWh para el generador conectado a la barra 3.

A continuación se plantea el problema de optimización para este problema.

Función objetivo

$$Min(G2*C2+G3*C3)$$

Con

C2=$150/kWh y C3=$100/kWh. G2 y G3 variables de decisión.

Restricciones

- Balance de potencia: Los generadores G1 y G2, asuman el cambio en la demanda para el período siguiente, por lo tanto

  $$G2+G3=G2p+G3p+\Delta Demanda$$

  Donde G2p y G3p es la potencia activa previa de cada generador y $\Delta Demanda$ es el cambio en la demanda. Se aumentará la demanda en el nodo 5 en 0.25 (unidades en p.u, base 100 MVA)

- Sobrecarga de líneas: Se desea controlar el flujo por la línea conectada entre los nodos 7 y 5. Basado en las ecuación presentadas en 2.1.1, se escriben las siguientes restricciones

$$\begin{aligned}&\left(K_{75,2}-K_{75,1}\right)G2\ +\ \left(K_{75,3}-K_{75,1}\right)G3\leq\\&P_{75\max}+K_{75,2}G2p\ +\ K_{75,3}G3p\ -\ K_{75,1}Dem\\&+\ K_{75,1}G1p-K_{75,5}D5p+K_{75,5}D5-\bar{P}_{75}\end{aligned}\qquad(42)$$

Para el flujo inverso

$$
\begin{aligned}
&-\left(K_{75,2}-K_{75,1}\right)G2\ -\ \left(K_{75,3}-K_{75,1}\right)G3\leq \\
&P_{75\max}-K_{75,2}G2p\ -\ K_{75,3}G3p\ +\ K_{75,1}Dem \\
&-K_{75,1}G1p+K_{75,5}D5p-K_{75,5}D5+\bar{P}_{75}
\end{aligned}
\tag{43}
$$

- Contingencias n-1: Se desea controlar el flujo en la línea 8-9 ante la contingencia de la línea 5-4. Basado en las ecuaciones presentadas en 2.1.2, se escriben las siguientes restricciones

$$
\begin{aligned}
&G2\left(K_{98,2}-K_{98,1}+L_{89,45}K_{54,2}-L_{89,45}K_{54,1}\right)+ \\
&G3\left(K_{98,3}-K_{98,1}+L_{89,45}K_{54,3}-L_{89,45}K_{54,1}\right)\leq \\
&P_{98\max}+K_{98,2}\bar{G}2+K_{98,3}\bar{G}3-K_{98,1}Dem+K_{98,1}\bar{G}1 \\
&-K_{98,5}\bar{D}5+K_{98,5}D5-L_{89,45}\bar{P}_{54}+L_{89,45}K_{54,2}\bar{G}2 \\
&+L_{89,45}K_{54,3}\bar{G}3-L_{89,45}K_{54,1}Dem+L_{89,45}K_{54,1}\bar{G}1 \\
&-\bar{P}_{98}-L_{89,45}K_{54,5}\bar{D}5+L_{89,45}K_{54,5}D5
\end{aligned}
\tag{44}
$$

$$
\begin{aligned}
&G2\left(-K_{98,2}+K_{98,1}-L_{89,45}K_{54,2}+L_{89,45}K_{54,1}\right)+ \\
&G3\left(-K_{98,3}+K_{98,1}-L_{89,45}K_{54,3}+L_{89,45}K_{54,1}\right)\leq \\
&P_{98\max}-K_{98,2}\bar{G}2-K_{98,3}\bar{G}3+K_{98,1}Dem-K_{98,1}\bar{G}1 \\
&+K_{98,5}\bar{D}5-K_{98,5}D5+L_{89,45}\bar{P}_{54}-L_{89,45}K_{54,2}\bar{G}2 \\
&-L_{89,45}K_{54,3}\bar{G}3+L_{89,45}K_{54,1}Dem-L_{89,45}K_{54,1}\bar{G}1 \\
&+\bar{P}_{98}+L_{89,45}K_{54,5}\bar{D}5-L_{89,45}K_{54,5}D5
\end{aligned}
\tag{45}
$$

- En este caso de estudio no se incluyen restricciones de igualdad, lo que se espera es que el generador 1 que es tomado como Slack siga generando en valores cercanos a su valor previo.

3.4.2 Resultados y análisis para sistema IEEE 9 barras

Para la solución de este problema de optimización se utiliza MATLAB 2014a.
Para el cálculo de la matriz Ybus y Zbus se utiliza el toolbox de MATLAB PSAT, versión 2.1.9.
Los flujos de carga se resuelven con el método de Newton Raphson.

A continuación se presenta el estado previo del sistema.

Tabla 3-1. Flujo original sistema IEEE 9 barras.

IEEE9	Flujo original p.u.
G1	0,7164
G2	1,6300
G3	0,8500
L 9-8	0,2361
L 7-8	0,7639
L 9-6	0,6139
L 7-5	0,8661
L 5-4	-0,3839
L 6-4	-0,2861
TR 2-7	1,6300
TR 3-9	0,8500
TR 1-4	0,7164
L 9-8 - ante contingencia de L 5-4	0,7055
Demanda Total	3,15

A continuación se presenta cómo se comportan los flujos en las líneas y el flujo de la línea 9-8 ante la contingencia de la línea 5-4 para un despacho sin restricciones eléctricas y ante un incremento de la demanda en el nodo 5 de 0.25 p.u.

Tabla 3-2. Flujo con despacho sin restricciones eléctricas e incremento de demanda en el nodo 5.

	Flujo previo p.u.	Flujo nuevo sin restricciones eléctricas p.u.	Costo por kWh
G1	0,7164	0,7722	-
G2	1,6300	0	$ 150,00
G3	0,8500	2,73	$ 100,00
L 9-8	0,2361	1,6014	
L 7-8	0,7639	-0,5685	
L 9-6	0,6139	1,1286	
L 7-5	0,8661	0,5685	
L 5-4	-0,3839	-0,9419	
L 6-4	-0,2861	0,1810	
L 2-7	1,6300	0,0000	
L 3-9	0,8500	2,7300	
L 1-4	0,6700	0,7722	
L 9-8 - ante contingencia de L 5-4	0,7055	2,8032	
Demanda Total	3,15	3,4	
Costo	-	$ 27.300.000,00	

En este caso es evidente que el generador más barato asume toda la demanda (a excepción del generador *slack*, el cual se definió que no interviniera en el despacho) dado que no se tienen restricciones de límites en los generadores.

A continuación se presenta la solución obtenida para un despacho, resuelto en una sola iteración, es decir, hasta el punto 2 del método explicado en 2.3. Controlando el flujo por la línea 7-5 en 1 p.u. y la sobrecarga de la línea 9-8 ante la salida de la línea 5-4 en 1.25.

Tabla 3-3. Flujo despacho con restricciones eléctricas e incremento de demanda en el nodo 5.

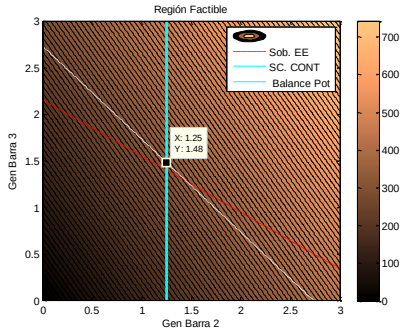
	Flujo nuevo sin restricciones eléctricas p.u.	Flujo nuevo con restricciones eléctricas p.u.	Costo por kWh
G1	0,7722	0,7312	-

	Flujo nuevo sin restricciones eléctricas p.u.	Flujo nuevo con restricciones eléctricas p.u.	Costo por kWh
G2	0	1,2553	$ 150,00
G3	2,73	1,4747	$ 100,00
L 9-8	1,6014	0,6506	
L 7-8	-0,5685	0,3554	
L 9-6	1,1286	0,8241	
L 7-5	0,5685	0,8999	
L 5-4	-0,9419	-0,6251	
L 6-4	0,1810	-0,1008	
L 2-7	0,0000	1,2553	
L 3-9	2,7300	1,4747	
L 1-4	0,7722	0,7312	
L 9-8 ante contingencia de L 5-4	2,8032	1,3995	
Demanda Total	3,4	3,4	
Costo total	$ 27.300.000,00	$ 33.576.500,00	

Se observó que el costo aumenta y que se cumple la restricción de sobrecarga en la línea 7-5, sin embargo, la restricción de la sobrecarga de la línea 9-8 ante la contingencia queda un 11.96% por encima del valor deseado.

A partir del análisis de un análisis gráfico se pudo determinar que las restricciones de balance de potencia y contingencia son las restricciones activas, como se observa en la siguiente gráfica.

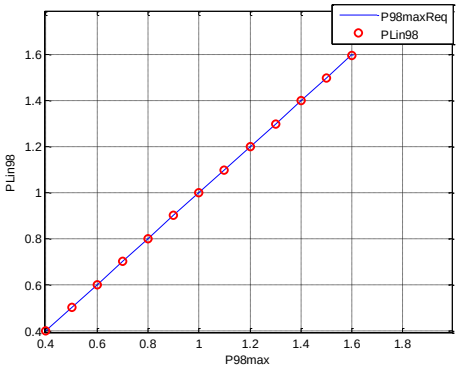
Ilustración 3-5. Región factible y restricciones del despacho de la tabla 7.



La línea roja es la restricción de la sobrecarga, la línea blanca es la restricción de la contingencia y la línea azul es la restricción del balance de potencia.

Dado que esta es la restricción crítica, se realizó la verificación de los resultados a partir de esta restricción. Si el modelo se verifica a partir de la simulación de flujos de potencia con un modelo en el cual se eliminan las resistencias y susceptancias, dado que esta es la restricción activa, entonces esta restricción siempre se debe cumplir quedando en el límite. El resultado se puede observar en la siguiente gráfica.

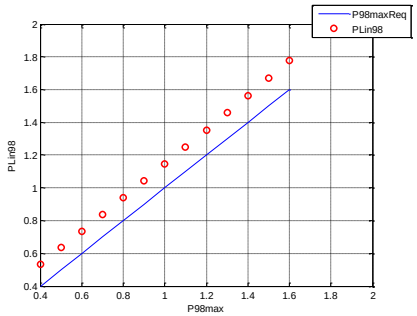
Ilustración 3-6. Potencia Activa por la línea 9-8 ante contingencia de la línea 5-4 con flujo dc.



Lo cual muestra que el modelo funciona para las suposiciones que se hicieron con respecto al flujo en corriente directa. Sin embargo, como se observa en la tabla 7, esta restricción no se cumple si se corre el sistema con la red completa. Esta diferencia se puede apreciar en la siguiente gráfica, la

cual muestra el comportamiento del flujo la línea 9-8 ante la contingencia 5-4 para diferentes límites de sobrecarga.

Ilustración 3-7. Potencia Activa por la línea 9-8 ante contingencia de la línea 5-4 con flujo ac.



Para esto enfrentar esta desviación y antes de resolver los puntos 3 al 7 del método explicado en 2.3, se propone hacer una modificación en el cálculo de los factores de participación y de distribución de la siguiente manera.

$$K_{ij,m} = \frac{\Delta P_{ij}}{\Delta P_m} = \frac{X_{im} - X_{jm}}{x_C} = \frac{Z'_{im} - Z'_{jm}}{x_C} \tag{46}$$

Y

$$L_{ij,mn} = \frac{\Delta P_{ij}}{P_{mn}} = -\frac{X_a}{X_b}\left[\frac{(X_{im} - X_{in}) - (X_{jm} - X_{jn})}{(X_{mn} + X_{nn} - 2X_{mn}) - X_a}\right] = -\frac{X_a}{X_b}\left[\frac{(Z'_{im} - Z'_{in}) - (Z'_{jm} - Z'_{jn})}{(Z'_{mn} + Z'_{nn} - 2Z'_{mn}) - X_a}\right] \tag{47}$$

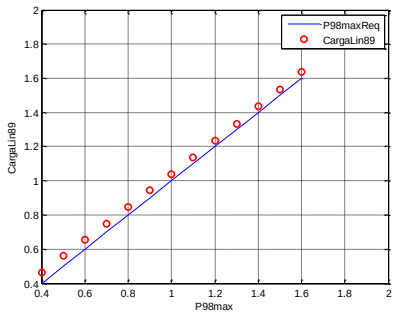
Con

$$Z' = imag(inv(Ybus)) \tag{48}$$

En otras palabras se consideran en el cálculo de la Ybus y Zbus, las resistencias serie y las susceptancias en paralelo de los elementos si los tienen y se toma su parte imaginaria.

Haciendo este cálculo obtenemos el siguiente resultado respecto a la restricción de la contingencia.

Ilustración 3-8. Potencia Activa por la línea 9-8 ante contingencia de la línea 5-4 con flujo ac con factores modificados.



Con esta modificación se tienen los siguientes resultados.

Tabla 3-4. Flujo despacho con restricciones eléctricas y factores modificados.

	Flujo nuevo con restricciones eléctricas p.u.	Flujo nuevo con restricciones eléctricas y factores modificados p.u.	Costo por kWh
G1	0,7312	0,7303	-
G2	1,2553	1,3636	$ 150,00
G3	1,4747	1,3664	$ 100,00
L 9-8	0,6506	0,5692	
L 7-8	0,3554	0,4362	
L 9-6	0,8241	0,7972	
L 7-5	0,8999	0,9274	
L 5-4	-0,6251	-0,5991	
L 6-4	-0,1008	-0,1261	
L 2-7	1,2553	1,3636	
L 3-9	1,4747	1,3664	
L 1-4	0,7312	0,7303	
L 9-8 - ante contingencia de L 5-4	1,3995	1,2861	
Demanda Total	3,4	3,4	
Costo total	$ 33.576.500,00	$ 34.118.000,00	

El error de la restricción de la contingencia con respecto a lo requerido y esta modificación es del 2.89%, con lo cual se redujo el error en un 9.07% con respecto a la solución con los factores de participación y distribución iniciales. El costo total se incrementa en un 1.61%.

A este despacho se aplicó el método completo indicado en 2.3, observemos los multiplicadores de LaGrange para las restricciones de desigualdad.

$$\lambda_{desigualdades} = [0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 47.36\ 0] \quad (49)$$

Esta penúltima componente corresponde a la restricción de la contingencia y significa que esta es la única restricción de desigualdad activa (Recordemos que para un problema de programación lineal, el número de restricciones activas, incluyendo los límites de las variables de decisión, es igual al número de variables de decisión. Para este problema se puede observar gráficamente en la gráfica 4). Aplicando el método descrito en 2.3 se hace un ajuste sobre esta restricción hasta que se obtenga un el error esperado, el error medido es el máximo obtenido para cada restricción, que en este caso es uno solo. Se resolvió el despacho para un error en las restricciones de 1e-4 y se obtuvo el siguiente resultado.

Tabla 3-5. Flujo despacho con restricciones eléctricas, factores modificados y ajustes con λ.

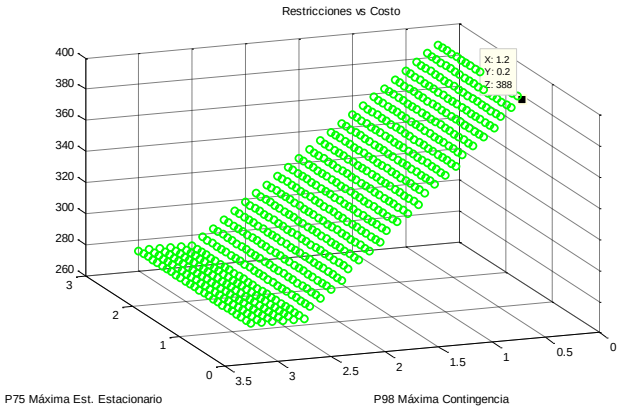
	Flujo nuevo con restricciones eléctricas y factores modificados p.u.	Flujo nuevo con restricciones eléctricas y factores modificados y ajuste con lambda p.u.	Costo por kWh
G1	0,7303	0,7301	-
G2	1,3636	1,3982	$ 150,00
G3	1,3664	1,3318	$ 100,00
L 9-8	0,5692	0,5432	
L 7-8	0,4362	0,4621	
L 9-6	0,7972	0,7886	
L 7-5	0,9274	0,9361	
L 5-4	-0,5991	-0,5909	
L 6-4	-0,1261	-0,1342	
L 2-7	1,3636	1,3982	
L 3-9	1,3664	1,3318	
L 1-4	0,7303	0,7301	
L 9-8 - ante contingencia de L 5-4	1,2861	1,2500	

	Flujo nuevo con restricciones eléctricas y factores modificados p.u.	Flujo nuevo con restricciones eléctricas y factores modificados y ajuste con lambda p.u.	Costo por kWh
Demanda Total	3,4		
Costo total	$ 34.118.000,00	$ 34.291.000,00	

Se observa que se cumplen las restricciones eléctricas, a costa de un incremento del 0.51% en el costo total. Estos resultados validan el método explicado en 2.3. El tiempo de solución aproximado, con este error requerido fue de aproximadamente dos segundos.

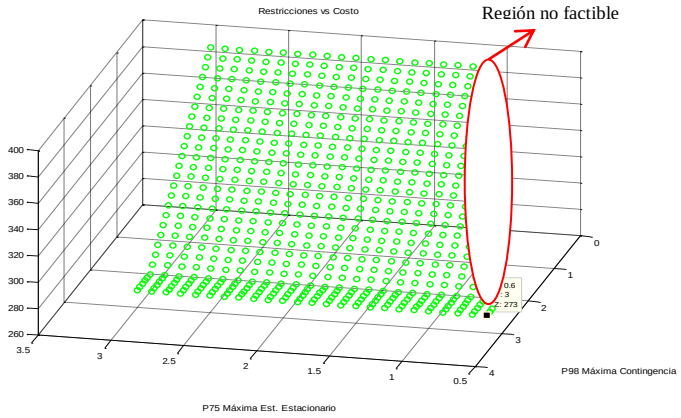
Adicionalmente al resultado del despacho para este sistema, se puede hacer un análisis de costo vs restricciones como se muestra a continuación.

Ilustración 3-9. Costo contra restricciones despacho IEEE 9 barras.



En esta gráfica se observa que la restricción de la sobrecarga de la línea 7-5 no afecta costo del despacho, mientras que la restricción de la sobrecarga de la línea 9-8 ante la contingencia de la línea 5-4 incrementa el costo mientras más se restrinja.

Ilustración 3-10. Región no factible despacho sistema IEEE 9 barras.



Mientras que en esta otra gráfica, los puntos que no son graficados corresponden a los puntos del despacho no factible. Se observa que existe un límite en el valor requerido para la sobrecarga de la línea 7-5 a partir del cual, sin importar el valor requerido para la restricción de la contingencia, el despacho no es factible. Nótese que la restricción de sobrecarga para en la línea 7-5 puede hacer no factible el despacho, aunque esta no afecte el precio del mismo, o en otras palabras, aunque esta restricción nunca se active.

3.4.3 Sistema IEEE 24 barras

Para validar y escalar los resultados obtenidos en el sistema IEEE 9 barras, resolvió un despacho económico con restricciones de líneas para un sistema IEEE de 24 barras, en el cual se cuida la sobrecarga de todas las líneas contingencias seleccionadas. Se resolvió el método explicado en 2.3 competo, hasta tener un error dado en las restricciones, este error es medido como el error máximo en las desviaciones de las restricciones de sobrecarga y contingencias de líneas.

Dados los resultados obtenidos con el sistema IEEE 9 barras, a este sistema se le aplica la corrección de los factores de participación y distribución mostrados en las ecuaciones (46) y (47).

En este caso no se tiene un generador como Slack durante el proceso de optimización, tanto toda la demanda es asumida por los otros generadores asignados en el despacho, la generación entregada o absorbida por este nodo Slack será pequeña y corresponderá a las pérdidas para el nuevo despacho.

Es decir, siempre se cumple que $\sum Gi + G_{Slack} = Demtotal + Perdidas$

Como existe la restricción de que toda la demanda sea igual a la generación, el nodo Slack solo asumirá las pérdidas.

El sistema IEEE 24 barras se muestra en el Anexo A.

Inicialmente se tiene el siguiente flujo en el sistema.

Tabla 3-6. Flujo original sistema IEEE 24 barras.

Línea	Flujo original p.u.	Línea	Flujo original p.u.
L 1-2	0,1374	L16-14	3,3535
L 1-3	-0,1167	L16-15	-1,0306
L 1-5	0,6192	L21-15	2,1932
L 2-4	0,3899	L21-15	2,1932
L 2-6	0,4975	L15-24	2,2744
L 9-3	-0,3007	L17-16	3,2308
L 9-4	0,3598	L19-16	-1,4213
L 10-5	0,099	L 18-17	1,8475
L 3-24	-2,2267	L 9-12	-1,2305
L 10-6	0,8845	L 22-17	1,414
L 7-8	1,15	L 18-21	-0,5887
L 9-8	0,3806	L 18-21	-0,5887
L 10 -8	0,2098	L 19-20	-0,1943
L 13-11	1,0574	L 19-20	-0,1943
L 14-11	1,3569	L 23-20	0,8375
L9-11	-0,9592	L 23-20	0,8375
L13-12	0,5686	L 21-22	-1,566
L 23-12	2,4602	L 10-12	-1,7146
L 13-23	-2,4028	L 10-11	-1,4287
		Demanda Total	28.5

Se tienen 9 generadores a los cuales se les asignó un costo como se muestra a continuación.

Tabla 3-7. Generación inicial y costo por kWh para el despacho del sistema IEEE 24 barras.

	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8	G9	Slack
Generación Inicial p.u.	1,720	1,720	2,400	2,150	1,550	4,000	4,000	3,000	6,600	1,8732
Costo por kWh	$ 1.000	$ 900	$ 800	$ 600	$ 500	$ 400	$ 300	$ 200	$ 100	

Se tendrá un incremento en la demanda de **1 p.u. en la barra 9 del sistema**. Se desea limitar la sobrecarga de todas las líneas a **2.5 p.u**. Se agrega restricción de que el generador G2 permanezca con su generación previa.

La demanda total por barra del sistema se presenta a continuación.

Tabla 3-8. Demanda del sistema IEEE 24 barras.

Barra	1	2	3	4	5	6	7	8	**9**	10	13	14	15	16	18	19	20	Demanda total p.u.
Demanda p.u	1,08	0,97	1,80	0,74	0,71	1,36	1,25	1,71	**2,75**	1,95	2,65	1,94	3,17	1,00	3,33	1,81	1,28	28,50

Tabla 10. Demanda del sistema IEEE 24 barras.

3.4.4 Resultados Sistema IEEE 24 barras

3.4.4.1 Despacho sin contingencias

A continuación se muestran los resultados para un error de **1e-3** en las restricciones para el sistema descrito en 2.4.3. Para el sistema sin contingencias.

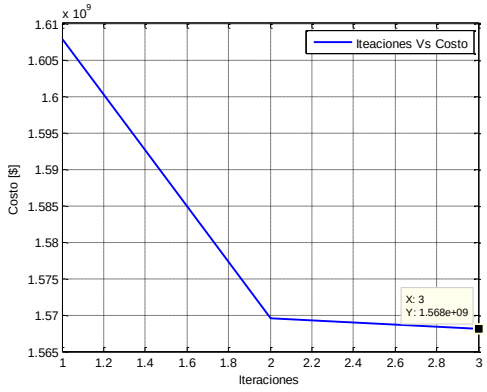
Tabla 3-9. Resultado despacho IEEE 24 barras sin contingencias.

	G1 Nodo 101	G2 Nodo 102	G3 Nodo 107	G4 Nodo 115	G5 Nodo 116	G6 Nodo 118	G7 Nodo 121	G8 Nodo 122	G9 Nodo 123	Slack Nodo 113
Despacho	5,711	1,720	3,750	0,000	0,000	0,000	5,919	4,706	8,205	0,302
Costo por kWh	$ 1.000	$ 900	$ 800	$ 700	$ 600	$ 500	$ 400	$ 300	$ 200	

Para un costo total de $1.568.060.115,82.

A continuación se observa el comportamiento del costo en cada iteración.

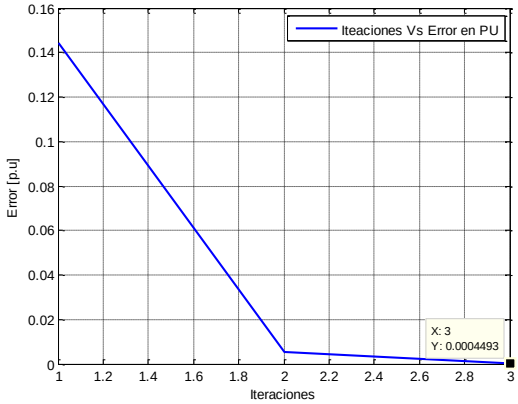
Ilustración 3-11.Costo contra iteraciones para despacho del sistema IEEE 24 barras sin contingencias.



El costo en cada iteración puede subir o bajar, esto dependerá del ajuste que se haga a cada restricción. No se puede predecir o determinar cuál será su comportamiento.

A continuación se muestra el comportamiento del error en cada iteración del método explicado en 2.3.

Ilustración 3-12. Error contra iteraciones para despacho del sistema IEEE 24 barras sin contingencias.



El tiempo de solución para este problema (Sin incluir contingencias), el cual se resuelve en 3 iteraciones del método explicado en 2.3 es inferior a los **3 segundos** para un error final de 4.493e-4.

Los flujos de potencia resultantes en donde se puede verificar la sobrecarga de las líneas es el siguiente.

Tabla 3-10. Flujo sistema IEEE 24 barras sin contingencias.

Barra A	Barra B	Flujos p.u	Lambda
1	2	1,821	0,00

1	3	1,057	0,00
1	5	1,754	0,00
2	4	1,377	0,00
2	6	1,186	0,00
9	3	-0,288	0,00
9	4	-0,568	0,00
10	5	-0,958	0,00
3	24	-1,093	0,00
10	6	0,241	0,00
7	8	2,500	239,90
9	8	-0,416	0,00
10	8	-0,263	0,00
13	11	0,495	0,00
14	11	0,275	0,00
9	11	-0,514	0,00
13	12	-0,342	0,00
23	12	2,082	0,00

Tabla 3-11. Continuación. Flujo sistema IEEE 24 barras sin contingencias.

Barra A	Barra B	Flujos p.u	Lambda
13	23	-2,500	2584,10
16	14	2,240	0,00
16	15	-0,324	0,00
21	15	2,332	0,00
21	15	2,332	0,00
15	24	1,105	0,00
17	16	2,500	437,48
19	16	0,436	0,00
18	17	0,403	0,00
9	12	-0,964	0,00
22	17	2,155	0,00
18	21	-1,867	0,00
18	21	-1,867	0,00
19	20	-1,123	0,00
19	20	-1,123	0,00
23	20	1,778	0,00
23	20	1,778	0,00
21	22	-2,500	73,16
10	12	-0,719	0,00
10	11	-0,251	0,00

En esta tabla se marcaron las restricciones de sobrecarga críticas del sistema, estas pueden ser identificadas cuando el valor de lambda, que está asociado a esta restricción, es diferente de cero.

3.4.4.2 Despacho con contingencias

Para poder incluir contingencias en un despacho económico, es necesario primero realizar un pre-análisis para poder determinar cuáles son las contingencias críticas y cuales se pueden cubrir. En el caso que la contingencia no se pueda cubrir, el despacho no será factible. Como se muestra en las gráficas 8 y 9, existen regiones en las cuales el despacho no será factible al combinar las restricciones. Sin embargo, se resolvió un despacho donde se incluye la restricción para todas las contingencias del sistema con un margen amplio.

Tabla 3-12. Datos despacho sistema IEEE 24 barras con contingencias.

		Límite p.u.
Líneas	38	-
Restricciones Sobrecarga	76	2.5
Restricciones contingencias	2812	4
Restricciones igualdad	2	-
Total restricciones	2890	-

Se resolvió para un error máximo de **1e-3** y se obtuvo el siguiente resultado.

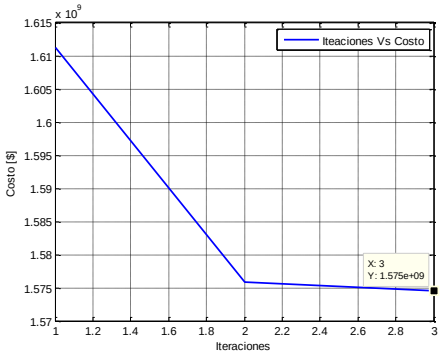
Tabla 3-13. Resultados despacho sistema IEEE 24 barras con contingencias.

	G1 Nodo 101	G2 Nodo 102	G3 Nodo 107	G4 Nodo 115	G5 Nodo 116	G6 Nodo 118	G7 Nodo 121	G8 Nodo 122	G9 Nodo 123	Slack Nodo 113
Despacho	5,672	1,720	3,750	0,000	0,000	0,000	6,759	3,999	8,112	0,276
Costo por kWh	$ 1.000	$ 900	$ 800	$ 700	$ 600	$ 500	$ 400	$ 300	$ 200	-

Para un costo total de $ 1.574.578.461,18.

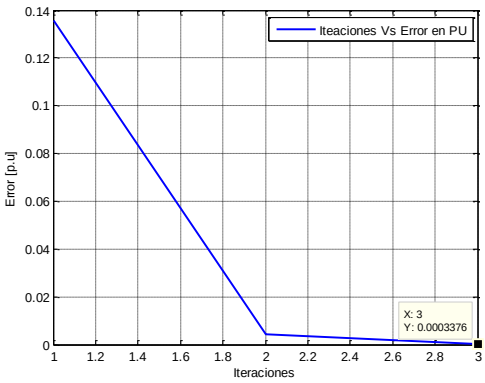
A continuación se observa el comportamiento del costo en cada iteración.

Ilustración 3-13. Costo contra iteraciones para despacho del sistema IEEE 24 barras con contingencias.



Como se puede observar, el método converge para el error máximo dado en 3 iteraciones. A continuación se muestra el error en cada iteración

Ilustración 3-14. Error contra iteraciones para despacho del sistema IEEE 24 barras con contingencias.

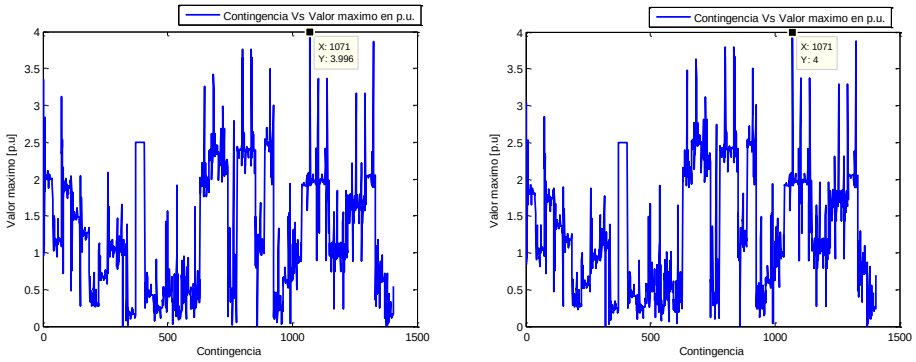


El tiempo aproximado de solución para este problema, que se resuelve en 3 iteraciones del método explicado en 2.3 es de **71 segundos**, para un error final de 3.375e-4.

Analizando el tiempo de solución, este incremento se debe al número de contingencias que deben ser verificadas en cada iteración del método explicado en 2.3. Se corren contingencias en PSAT (Toolbox de MATLAB), es necesario ejecutar un flujos de carga por cada una de estas, con lo cual, para este sistema se corre un total de 1406 flujos de carga debido a las contingencias en cada iteración del método, es decir que para dos iteraciones se corren aproximadamente 2812 flujos de carga.

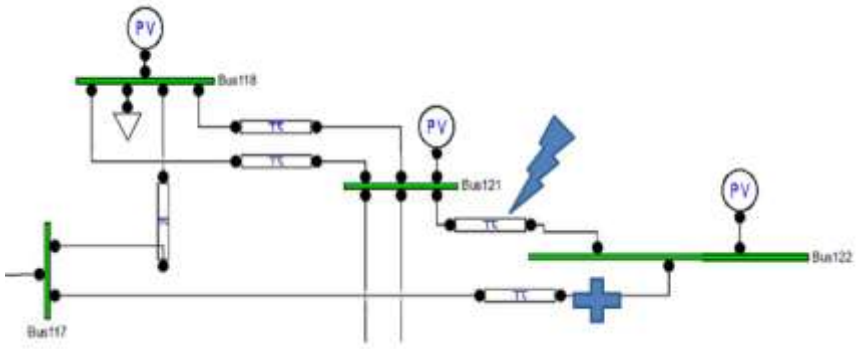
Dado que el costo es mayor que en el despacho sin contingencias se espera que haya al menos una restricción de contingencia activa. A continuación se presentan unas gráficas que muestra la magnitud del valor de las contingencias evaluadas en la primera y última iteración del método.

Ilustración 3-15. Contingencias por iteraciones sistema IEEE 24 barras.



Como se puede observar en la gráfica, existe una contingencia activa, como se esperaba, que se corrige en cada iteración del método. Esta restricción corresponde a la contingencia de la línea 121-122 para cuidar la sobrecarga de la línea 22-17. Como se puede observar en la siguiente figura.

Ilustración 3-16. Contingencia crítica, línea 121-122 para el despacho con contingencias.



Esta contingencia limita directamente la generación del generador conectado al nodo 22, que corresponde al generador 8 de la tabla 14. Dado que la limitación ante contingencias es de 4, el

despacho para esta unidad de generación debe ser muy cercano a 4 p.u, en efecto su despacho es de 3,999 p.u.

Los flujos de potencia resultantes en donde se puede verificar la sobrecarga de las líneas es el siguiente.

Tabla 3-14. Flujos despacho sistema IEEE 24 barras contingencias.

Barra A	Barra B	Flujos p.u	Lambda
1	2	1,8074	0,0
1	3	1,0392	0,0
1	5	1,7453	0,0
2	4	1,3684	0,0
2	6	1,1808	0,0
9	3	-0,3015	0,0
9	4	-0,5603	0,0
10	5	-0,9499	0,0
3	24	-1,1222	0,0
10	6	0,2456	0,0
7	8	2,5	239,9
9	8	-0,4147	0,0
10	8	-0,2647	0,0
13	11	0,4728	0,0
14	11	0,3094	0,0
9	11	-0,5161	0,0
13	12	-0,3465	0,0
23	12	2,0802	0,0
13	23	-2,4998	2584,3
16	14	2,2754	0,0
16	15	-0,4482	0,0
21	15	2,412	0,0
21	15	2,412	0,0
15	24	1,1348	0,0
17	16	2,4997	427,7
19	16	0,3465	0,0
18	17	0,6289	0,0
9	12	-0,9575	0,0
22	17	1,9174	0,0
18	21	-1,9795	0,0
18	21	-1,9795	0,0
19	20	-1,0782	0,0

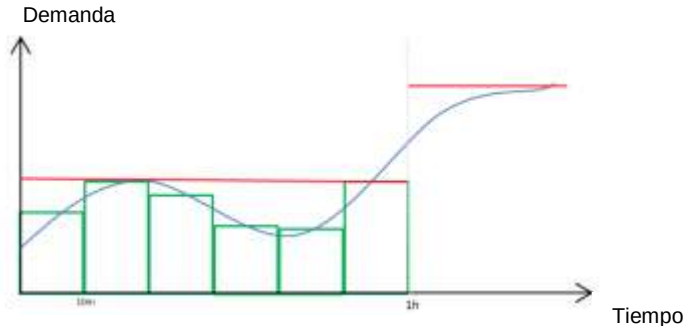
Barra A	Barra B	Flujos p.u	Lambda
19	20	-1,0782	0,0
23	20	1,7322	0,0
23	20	1,7322	0,0
21	22	-2,048	0,0
10	12	-0,7195	0,0
10	11	-0,2614	0,0

En esta tabla se marcaron las restricciones de sobrecarga críticas del sistema, estas pueden ser identificadas cuando el valor de lambda, que está asociado a esta restricción, es diferente de cero. En esta tabla existen menor cantidad de restricciones de sobrecarga críticas que las mostradas en la tabla 12, las cuales correspondían al despacho sin contingencias. Esto se debe a que una de estas restricciones críticas fue reemplazada por la restricción de contingencia activa, siendo ahora, la restricción de la contingencia de la línea 121-122, más crítica que la sobrecarga de la línea 21-22.

4. Despacho económico en línea para un período de operación dividido en bloques de demanda

En este capítulo se presentará un método para resolver el despacho económico para una ventana de tiempo dividida en varios sub-intervalos. Estos sub-intervalos de tiempo son divisiones correspondientes de un período, que normalmente es de una hora, en intervalos más pequeños, como se puede observar en la siguiente figura.

Ilustración 4-1.División de la demanda un período (1 hora) en sub-intervalos.



Donde la línea roja representa el pronóstico para un período, la línea azul representa la demanda real y los rectángulos verdes representan el nuevo pronóstico.

Para estos sub-intervalos se considerará una nueva demanda y se resolverá un despacho económico considerando varios de estos subintervalos, considerando la sobrecarga en las líneas, contingencias n-1 y unidades las unidades térmicas.

De acuerdo con (Carrión & Arroyo, 2006) para un despacho que considere unidades térmicas se debe considerar:

- Arranque de unidades (Costo)
- Rampas

- Límites de producción
- Tiempo mínimo en línea y fuera de línea
- Zonas prohibidas de operación
- Tiempo mínimo de carga estable
- Rango necesario para prestar servicio de AGC
- Costos de racionamiento

De estas restricciones, basado en (X.M. S.A. E.S.P., 2016b), en la propuesta para incluir restricciones eléctricas y teniendo en cuenta que el despacho estará enfocado a un el escenario de operación en línea, se consideran las siguientes restricciones.

- Costo de arranque de las unidades
- Límites de producción
- Rampas
- Restricciones de sobrecarga en líneas y transformadores
- Contingencias n-1 en líneas y transformadores
- Número máximo de arranques

Para la solución de este despacho se deben aclarar los siguientes puntos.

- Para estos sub-intervalos de tiempo se deben calcular o definir nuevas rampas de las unidades de generación, dado que no estarán dadas para el cambio de generación entre un período y otro sino en intervalos de tiempo más pequeños.
- Si estos sub-intervalos de tiempo abarcan la finalización de un período y el comienzo de otro, puede existir la necesidad de incluir restricciones de igualdad, de tal forma que se cumpla con el despacho programado para el siguiente período.
- No se consideran racionamientos en este despacho.
- El despacho de energía reactiva se considera independiente.
- Es posible que existan otras restricciones que deban ser consideradas para el despacho económico en línea en varios períodos o sub-intervalos de tiempo, sin embargo, se consideraron suficientes estas restricciones para mostrar el método de solución.

- Con este método no método no se reemplaza a los analistas eléctricos, se puede tener la necesidad de ingresar otro tipo de restricciones, en forma de mínimos y máximos o igualdad de generación debido a otro tipo de análisis, el método presentado permite el ingreso de este tipo de restricciones.

4.1 Formulación del problema

La formulación en este caso será la misma presentada en las ecuaciones (1) hasta la (12) del capítulo 1.2. Con excepción de la ecuación (2), dado que no se considera cubrir racionamientos para este despacho.

$$\sum_{j=1}^{ng} x_{jt} = D_t \quad \forall\, t \tag{50}$$

A este despacho se agregarán las siguientes restricciones correspondientes a las restricciones eléctricas.

Las correspondientes a la sobrecarga en líneas y transformadores.

$$(K_{ij,g} - K_{ij,1})G_{g(t)} \le P_{ij\max} + K_{ij,g}G_{g(t-1)} + K_{ij,d}D_{d(t)} - K_{ij,d}D_{d(t-1)} - K_{ij,1}DemTot_{(t)} - P_{ij(t-1)} \tag{51}$$

$$(K_{ij,1} - K_{ij,g})G_{g(t)} \le P_{ij\max} - K_{ij,g}G_{g(t-1)} - K_{ij,d}D_{d(t)} + K_{ij,d}D_{d(t-1)} + K_{ij,1}DemTot_{(t)} + P_{ij(t-1)} \tag{52}$$

Que se reescriben de la siguiente forma.

$$(K_{ij,g} - K_{ij,1})G_{g(t)} - K_{ij,g}G_{g(t-1)} \le P_{ij\max} + K_{ij,d}D_{d(t)} - K_{ij,d}D_{d(t-1)} - K_{ij,1}DemTot_{(t)} - P_{ij(t-1)} \tag{53}$$

$$(K_{ij,1} - K_{ij,g})G_{g(t)} + K_{ij,g}G_{g(t-1)} \le P_{ij\max} - K_{ij,d}D_{d(t)} + K_{ij,d}D_{d(t-1)} + K_{ij,1}DemTot_{(t)} + P_{ij(t-1)} \tag{54}$$

Y las correspondientes a las contingencias.

$$(K_{ij,g} + L_{ij,mn}K_{mn,g} - K_{ij,1} - L_{ij,mn}K_{mn,1})G_{g(t)} \le P_{ij\max Cont} - P_{ij(t-1)} + K_{ij,g}G_{g(t-1)} + K_{ij,d}D_{d(t)} \\ -K_{ij,d}D_{d(t-1)} - L_{ij,mn}P_{mn(t-1)} + L_{ij,mn}K_{mn,g}G_{g(t-1)} - L_{ij,mn}K_{mn,d}D_{d(t-1)} + L_{ij,mn}K_{mn,d}D_{d(t)} \\ -DemTot_{(t)}(K_{ij,1} + L_{ij,mn}K_{mn,1}) \quad (55)$$

$$(-K_{ij,g} - L_{ij,mn}K_{mn,g} + K_{ij,1} + L_{ij,mn}K_{mn,1})G_{g(t)} \le P_{ij\max Cont} + P_{ij(t-1)} - K_{ij,g}G_{g(t-1)} - K_{ij,d}D_{d(t)} \\ +K_{ij,d}D_{d(t-1)} + L_{ij,mn}P_{mn(t-1)} - L_{ij,mn}K_{mn,g}G_{g(t-1)} + L_{ij,mn}K_{mn,d}D_{d(t-1)} - L_{ij,mn}K_{mn,d}D_{d(t)} \\ +DemTot_{(t)}(K_{ij,1} + L_{ij,mn}K_{mn,1}) \quad (56)$$

Que se reescriben de la siguiente forma

$$(K_{ij,g} + L_{ij,mn}K_{mn,g} - K_{ij,1} - L_{ij,mn}K_{mn,1})G_{g(t)} - (K_{ij,g} + L_{ij,mn}K_{mn,g})G_{g(t-1)} \le \\ P_{ij\max Cont} - P_{ij(t-1)} + K_{ij,d}D_{d(t)} - K_{ij,d}D_{d(t-1)} - L_{ij,mn}P_{mn(t-1)} - L_{ij,mn}K_{mn,d}D_{d(t-1)} \\ +L_{ij,mn}K_{mn,d}D_{d(t)} - DemTot_{(t)}(K_{ij,1} + L_{ij,mn}K_{mn,1}) \quad (57)$$

$$(-K_{ij,g} - L_{ij,mn}K_{mn,g} + K_{ij,1} + L_{ij,mn}K_{mn,1})G_{g(t)} + (K_{ij,g} + L_{ij,mn}K_{mn,g})G_{g(t-1)} \le \\ P_{ij\max Cont} + P_{ij(t-1)} - K_{ij,d}D_{d(t)} + K_{ij,d}D_{d(t-1)} + L_{ij,mn}P_{mn(t-1)} + L_{ij,mn}K_{mn,d}D_{d(t-1)} \\ -L_{ij,mn}K_{mn,d}D_{d(t)} + DemTot_{(t)}(K_{ij,1} + L_{ij,mn}K_{mn,1}) \quad (58)$$

Los términos de estas ecuaciones están descritos en 2.2.1 y 2.2.2. Sin embargo en este caso están expresadas en función del tiempo las variables G_g, P_{ij}, P_{mn}, D_d y $DemTot$, dado que estas cambian entre un período y otro. Estas variables corresponden a la generación, el flujo previo por las líneas, el flujo de prefalla por las líneas, las demandas por barras y la demanda total respectivamente.

4.2 Método de solución

Debido a que se logró formular las ecuaciones de sobrecarga de líneas y de contingencias de forma lineal, entonces el problema de optimización puede ser formulado como un problema de programación lineal entera mixta y resuelto de la misma forma en que se resuelve el despacho en el capítulo 2, cuya formulación y solución a través de algoritmos como Branch and Bound (Boom & Schutter, 2007d), permite obtener una solución rápida con las herramientas computacionales actuales.

A pesar de que el problema de optimización se puede formular de forma Lineal Entera Mixta, en las ecuaciones que describen restricciones de sobrecarga y contingencias se presenta lo siguiente: la variable G_g es variable de decisión y las demandas D_d y $DemTot$ están determinadas en cada período de tiempo, sin embargo para las variables correspondientes a los flujos por las líneas, $P_{ij(t-1)}$ y P_{mn} solo se conocen el estado actual, es decir, el flujo previo correspondiente al primer período en el que se realiza el despacho.

A pesar de que las ecuaciones que describen el flujo para el instante t a partir del flujo en t-1, con t-1 el estado actual de operación, y que esta a su vez pueda utilizarse para calcular el flujo en el instante t+1 a partir del flujo predicho en t, utilizando el flujo del instante t-1, su formulación puede es complicada, ya que todas es las ecuaciones a partir del instante t+1 hasta t+n, con n el número de períodos totales, deben tener involucradas en términos de las variables de decisión G_g los flujos desde el instante t-1 hasta t-n. Adicionalmente, se requiere que las restricciones eléctricas no se violen y que el despacho sea tan económico como se pueda. A continuación se presenta el método de solución propuesto.

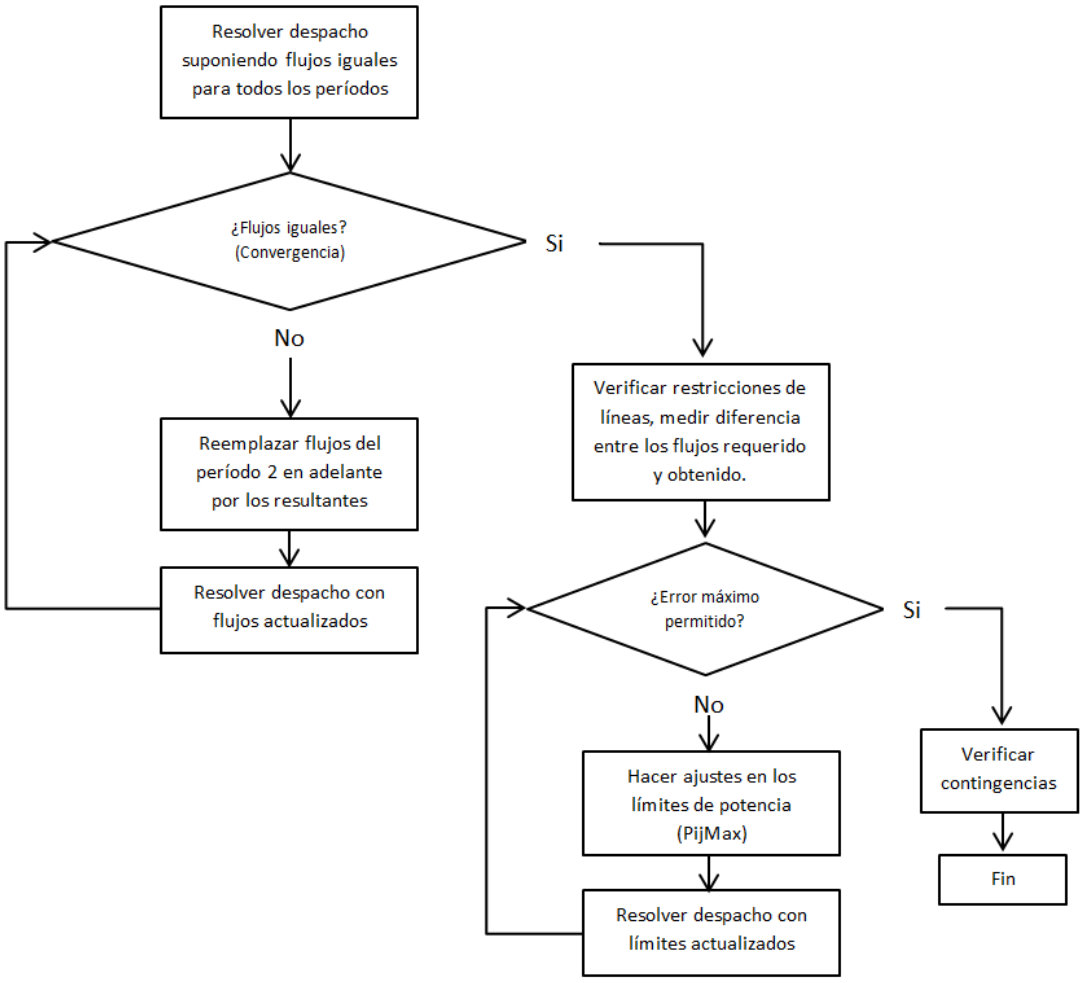
1. Verificar si el sistema está en un estado de operación donde se cumplan las restricciones eléctricas

2. Si se cumplen, continuar con el paso 4.
3. Si no se cumplen, se debe llevar el sistema a un estado donde se cumplan las restricciones eléctricas. Mientras más cercano esté el sistema en este estado, más rápido convergerá el método y será más preciso. Obtener la generación y los flujos.
4. Resolver el Despacho Económico, asumiendo los flujos previos por las líneas iguales $P_{ij(3)} = P_{ij(2)} = P_{ij(1)} = P_{ij(0)}$, con $P_{ij(0)} = P_{ij(t-1)}$ para las restricciones de sobrecargas y contingencias.
5. Obtener los flujos resultantes.
6. Comparar los flujos obtenidos del punto 5 con los flujos inicialmente supuestos en el punto 4. Medir error como el valor máximo valor del máximo valor absoluto de la diferencia de los flujos.
7. Resolver el Despacho Económico con los flujos nuevos.
8. Obtener los flujos de potencia resultantes del paso 7.
9. Medir error como el valor máximo valor del máximo valor absoluto de la diferencia de los flujos en 8 con los flujos anteriores.
10. Repetir el paso 7 al 9 hasta que se alcance un número de iteraciones error definido. Estos serán parámetros para el proceso. De acuerdo a pruebas realizadas, este proceso converge en menos de 10 iteraciones, sin embargo, se recomienda definir un error máximo.
11. Verificar la sobrecarga de líneas con los flujos de la última iteración.
12. Medir error como el máximo de la diferencia entre el valor absoluto de los flujos resultantes y el valor máximo requerido.
13. Si la diferencia está por debajo de un error definido pasar al punto 18.
14. Si la diferencia está sobre el máximo error requerido, restar el vector de los valores absolutos del error a $P_{ij\max}$ de las restricciones de sobrecarga.
15. Resolver el despacho económico con los nuevos valores de $P_{ij\max}$.
16. Obtener nuevos flujos de por las líneas.
17. Retornar al paso 12.
18. Informar máximo error para las restricciones de sobrecarga.
19. Verificar las contingencias.
20. Informar máximo error de las restricciones de contingencias.

21. Finalizar.

Un resumen de los pasos anteriores se presenta en el siguiente diagrama de flujo.

Ilustración 4-2. Despacho económico en línea para un período de operación dividido en bloques de demanda



Debido que la verificación de las contingencias es el proceso más lento dentro del proceso y debido a varias pruebas realizadas donde no se observa un error significativo, por ejemplo de menos del 0.5% para la prueba mostrada en 4.3, se determinó no iterar haciendo ajustes en esta restricción. Sin embargo se verifica al final y observa cuál es la magnitud del máximo error. Una de las ventajas es que se pueden identificar cuáles son las contingencias sobrepasadas, en el caso que ese sea el resultado.

4.3 Prueba en el sistema IEEE 24 barras

Para la comprobación de este método, se realizó su programación en un sistema el sistema IEEE 24 barras. El sistema se puede observar en el anexo A.

Para este sistema se tendrá un despacho donde se consideran las características

- Costo de arranque y parada de unidades
- Límites de producción
- Rampas
- Restricciones de sobrecarga en líneas y transformadores
- Contingencias n-1 en líneas y transformadores
- Número máximo de arranques

4.4 Resultados despacho sistema IEEE 24 barras

Para comprobar el método descrito en 3.2, se realizó un despacho de 4 períodos para el sistema IEEE 24 barras, descrito en 3.3. A continuación se muestran los resultados. Para este sistema se tiene una base de 100 MVA.

Para este despacho se tienen los siguientes datos:

Tabla 4-1. Datos despacho sistema IEEE 24 barras con contingencias.

		Límite de potencia p.u.
Líneas	38	-
Restricciones Sobrecarga	304	2.5
Restricciones contingencias	11248	4
Total restricciones eléctricas	11552	-

Dado que el número de líneas es 38, se tienen dos restricciones de sobrecarga por cada línea y cuatro períodos o sub-intervalos de tiempo, se tuvo un total de 304 restricciones de sobrecarga, estando todas las líneas limitadas a 2.5 p.u. o 250 MW.

Para las contingencias, tal como se mencionó en 3.3.4, puede ser necesario realizar un análisis previo, con fin de determinar las contingencias que pueden ser cubiertas, cuáles son las contingencias críticas, y el valor máximo permitido, este valor para cada línea puede estar dado por un límite de emergencia dado por los operadores de la red. En este caso, con el fin de comprobar el método, se realizó un análisis para determinar qué límite puede ser adecuado para que queden activas algunas de estas restricciones y evitar que el despacho no converja debido a estas. Por cada contingencia se tienen dos restricciones, como son 38 líneas, se tienen 1406*2 restricciones por período, para un total de 11248 restricciones de contingencia.

Los datos correspondientes a los generadores se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 4-2. Datos unidades de generación despacho sistema IEEE 24 barras con contingencias.

Unidad/nodo conexión	Costo $/kW(10 min)	Costo de arranque [$]	Rampa subida [MW]	Rampa bajada [MW]	Disponibilidad P1 [MW]	Disponibilidad P2 [MW]	Disponibilidad P3 [MW]	Disponibilidad P4 [MW]	Max Arranques Disponibles
G1 /1	1000	$ -	55	55	200	200	200	200	1
G2/2	900	$ -	50	50	700	700	700	700	1
G3/7	800	$ -	-	-	700	700	700	700	1
G4/15	700	$ 10.000.000	-	-	700	700	700	700	1
G5/16	600	$ -	-	-	500	500	500	500	0
G6/18	500	$ -	-	-	600	600	600	600	1
G7/21	400	$ -	-	-	650	650	650	650	1
G8/22	300	$ -	-	-	480	480	480	480	1
G9/23	200	$ -	-	-	850	850	850	850	1
Total [MW]					5380	5380	5380	5380	

Se configuraron rampas en los generadores G1 y G2, estas rampas deben ser acorde a los sub-intervalos en los que se divida el período. Si se tienen sub-intervalos de 10 minutos, las rampas o límite de subida de estos generadores serán 55 MW/10 y 50 MW/10 minutos ó 5,5 MW/min y 5 MW/min respectivamente.

Se configuró la misma disponibilidad para todos los períodos, dado que se asumió que se está en el mismo período horario de generación, y en Colombia, cada generador declara una disponibilidad por cada hora o período de operación.

Se configuró el generador G5 para que no pueda arrancar durante esta ventana de tiempo.

Se tiene un costo de arranque de $10.000.000 para el generador G4.

Se propuso un precio ficticio para cada generador, considerando que este precio, con el cual se calcula el despacho económico en este horizonte de tiempo, debe corresponder al costo de la unidad de energía en este mismo intervalo. Para este caso son 10 minutos, por lo tanto el precio de cada planta corresponde al costo de la energía durante esos 10 minutos.

Los datos correspondientes a la demanda del sistema se presentan en la siguiente tabla.

Tabla 4-3. Datos demanda despacho sistema IEEE 24 barras con contingencias.

Barra sistema	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	13	14	15	16	18	19	20	Demanda total p.u.	Incremento%
Demanda inicial p.u	1,080	0,970	1,800	0,740	0,710	1,360	1,250	1,710	1,750	1,950	2,650	1,940	3,170	1,000	3,330	1,810	1,280	28,50	
Demanda P1	0,025	0,031	0,031	0,019	0,019	0,031	0,031	0,031	0,031	0,031	0,044	0,031	0,044	0,031	0,044	0,031	0,031	29,04	101,89%
Demanda P2	0,050	0,063	0,063	0,038	0,038	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,088	0,063	0,088	0,063	0,088	0,063	0,063	29,58	103,77%
Demanda P3	0,100	0,125	0,125	0,075	0,075	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,175	0,125	0,175	0,125	0,175	0,125	0,125	30,65	107,54%
Demanda P4	0,200	0,250	0,250	0,150	0,150	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250	0,350	0,250	0,350	0,250	0,350	0,250	0,250	32,80	115,09%

La tabla anterior describe un período de operación en el cual se tiene pronosticado un incremento máximo de la demanda del 15%. Cada período corresponde a un sub-intervalo de 10 minutos, de este período de operación de una hora.

Como se explicó en 4.2. (Método de solución), se parte de un estado que es cercano en sus condiciones a los cuales se prevé llevar el sistema. Dado que la generación con la que viene configurado el sistema IEEE 24 barras no cumple con las condiciones requeridas, por ejemplo, si se corre un flujo de cargas, no se cumplen los límites requeridos para este problema, inicialmente se lleva el sistema a uno más cercano. Se realizó un despacho con el método explicado en el capítulo 3, en el cual se configuraron restricciones de sobrecarga, a partir de la generación y los flujos obtenidos de este despacho, se inicia la solución de presente.

A continuación se presentan los resultados obtenidos para este despacho.

Tabla 4-4. Resultados despacho sistema IEEE 24 barras con contingencias.

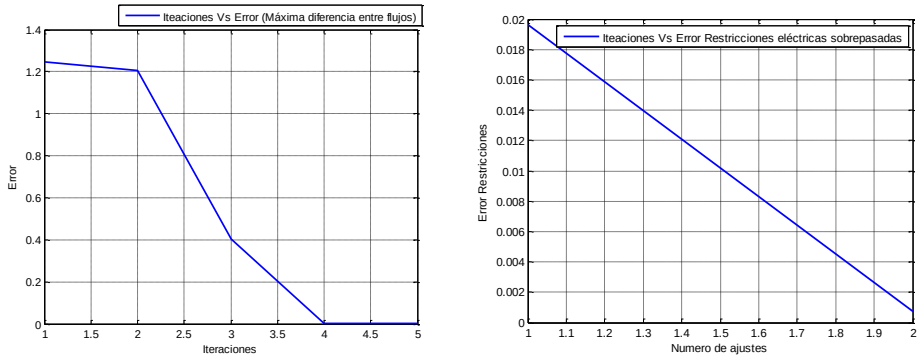
Unidad/nodo conexión	Precio $/kW(10 min)	Gen Anterior	P1	P2	P3	P4	Costo Arranque $	Costo por planta $
G1 /1	1000	18,3	38,2	58,7	90,9	145,9		$ 333.732.177
G2/2	900	540,8	559,0	577,9	609,1	659,1		$ 2.164.604.854
G3/7	800	375,0	378,1	381,2	387,5	400,0		$ 1.237.482.189
G4/15	700	0	0	10,5	50,6	203,5	$ 10.000.000	$ 185.201.502
G5/16	600	0	0	0	0	0		$ -
G6/18	500	0	29,8	29,6	27,4	0		$ 43.434.939
G7/21	400	600,7	650,0	650,0	650,0	650,0		$ 1.040.000.000
G8/22	300	470,6	401,6	399,5	399,4	392,1		$ 477.790.331
G9/23	200	844,7	847,0	850,0	850,0	829,4		$ 675.294.138
Demanda [MW]		2850	2903,8	2957,5	3065,0	3280,0		
Costo por Período $			$ 1.408.597.309	$ 1.455.823.157	$ 1.548.081.699	$ 1.745.037.965		$ 6.167.540.131

Para este despacho se cumplen todas las restricciones, para las restricciones eléctricas se tiene un pequeño error, más adelante se mostrará el cumplimiento de las restricciones eléctricas, por ejemplo, se puede ver que para el sub-intervalo 3 y 4 en el primer y segundo generador se cumplen exactamente las rampas de subida, siendo estas restricciones activas para el despacho. El generador G5 generó durante esta ventana de tiempo, dado que tenía la restricción de 0 arranques disponibles y en el instante anterior al despacho esta no estaba generando, entonces era obligatorio que se cumpliera que esta no generara. El generador G4, aunque tenía un costo de arranque, esta restricción no fue suficiente para que este no arrancara, a pesar de que en el período 0 o instante anterior, no estaba generando, por lo tanto se generó un costo de arranque que se refleja en el costo total para este despacho.

Cabe aclarar que los costos presentados en este despacho, son con los cuales se resolvió la optimización, que corresponden al valor más económico posible, para el precio declarado de cada generador, con el cual se cumplen las restricciones impuestas.

De acuerdo al método descrito en 4.2, se presentan a continuación los resultados de las iteraciones para el ajuste de los flujos de potencia previos, los cuales son considerados en las restricciones eléctricas y el error de las mismas en las iteraciones después del ajuste.

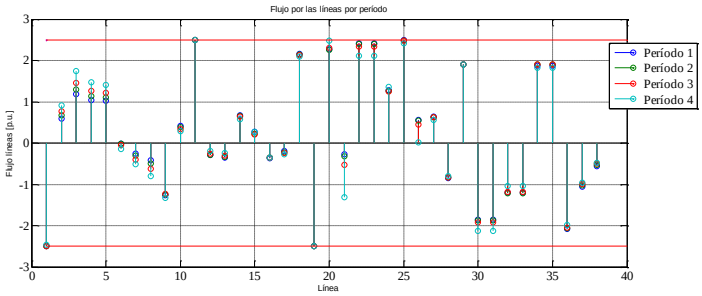
Ilustración 4-3. Iteraciones contra error método 2.



En la gráfica de la izquierda se observa que a partir de la cuarta iteración, el error de la máxima diferencia entre los flujos previos por las líneas, que inicialmente se supusieron iguales al del período inicial llega a valores mínimos a partir de la cuarta iteración, por lo tanto se puede decir que la corrección converge en la cuarta iteración, con una diferencia máxima de **3.375e-14** entre los flujos.

En la gráfica de la derecha se muestra el error de máximo de las restricciones de sobrecarga de la red en cada iteración posterior al ajuste. Se resolvió para un error máximo de 0.01 p.u, y se obtuvo un error máximo final de 0.00073 p.u, o un sobrepaso máximo de 0.073 MW que corresponde a un **0.00029%** del valor requerido. A continuación se muestra la evaluación de las restricciones de sobrecarga en líneas para los cuatro períodos evaluados.

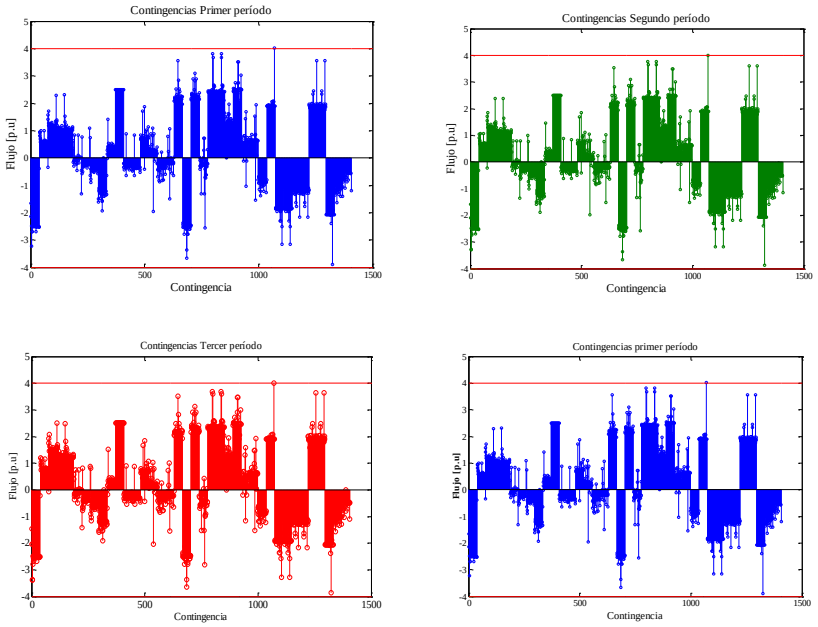
Ilustración 4-4. Evaluación de los flujos de líneas para los 4 sub-intervalos del despacho para el método 2.



Donde se puede apreciar que todas las líneas están dentro de los márgenes preestablecidos, teniendo un límite de **2.5 p.u**. Adicionalmente se pueden verificar cuales son las restricciones de sobrecarga críticas, estas restricciones son aquellas en el límite con la restricción. Para este caso las líneas 1-2, 7-8, 16-14, las dos líneas 21-15 y 17-16 son las líneas críticas, es decir, las que imponen un mayor costo para el sistema.

Respecto a las restricciones de contingencia, de acuerdo con el método de solución, estas se ejecutan y verifican al finalizar el proceso de optimización. A continuación se presenta el resultado de los flujos ante la ejecución de las contingencias en cada sub-intervalo de tiempo.

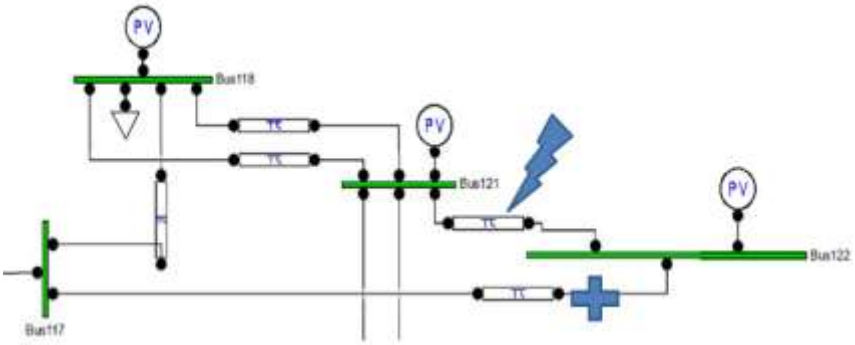
Ilustración 4-5. Evaluación de contingencias para los 4 sub-intervalos sistema IEEE 24 barras del despacho para el método 2.



Donde se observa las contingencias presentan un error máximo de 0.0155 p.u o 1.55 MW, que corresponde a un sobrepaso del **0.387%** en el valor requerido para las líneas ante las contingencias. En este caso también es posible identificar cuáles son las restricciones que se activan, las cuales son aquellas que están en la frontera con el límite.

En este caso se observa que existe una restricción activa en todos los períodos, se identificó esta contingencia y corresponde a la sobrecarga de la línea 21-22 respecto a 22-17, muy cercana se encuentra la contingencia inversa, es decir la sobrecarga de la línea 22-17 respecto a la 21-11. Esta restricción se puede ver reflejada directamente en la tabla 4-4 si observamos el valor de generación en cada período del generador G8, su valor está prácticamente limitado a 400 MW, dado que el valor de la restricción es de 4 p.u (que corresponden a 400 MW) para las líneas. Esta contingencia limita directamente al generador como se observa en la siguiente figura.

Ilustración 4-6. Contingencia crítica sistema IEEE 24 barras despacho método 2.



Vemos que si falla cualquiera de las dos líneas conectadas a la barra 122. El generador conectado a esta barra queda limitado por el límite impuesto a la línea que queda conectada.

El tiempo de solución aproximado fue de **126** segundos, incluyendo el ajuste inicial que se hace al sistema IEEE 24 barras para que se encuentre en rangos más acordes al escenario al cual se quiere llevar, también se incluye la verificación final de las contingencias del sistema

Con el fin de comparar, se realizó un despacho con las mismas características del anterior pero sin considerar las restricciones de sobrecarga y contingencias, a continuación se muestran los resultados.

Tabla 4-5. Resultados despacho sistema IEEE barras sin restricciones eléctricas.

Unidad/nodo conexión	Precio $/kW(10 min)	Gen Anterior	P1	P2	P3	P4	Costo Arranque $	Costo por planta $
G1 /1	1000	18,3	0,0	0,0	0,0	0,0		$ -
G2/2	900	540,8	490,8	440,8	390,8	340,8		$ 1.497.037.751
G3/7	800	375,0	0,0	0,0	0,0	0,0		$ -
G4/15	700	0,0	0	0,0	94,2	359,2	$ 10.000.000	$ 317.318.652
G5/16	600	0,0	0	0	0	0		$ -
G6/18	500	0,0	432,9	536,7	600,0	600		$ 1.084.781.180
G7/21	400	600,7	650,0	650,0	650,0	650,0		$ 1.040.000.000
G8/22	300	470,6	480,0	480,0	480,0	480,0		$ 576.000.000
G9/23	200	844,7	850,0	850,0	850,0	850,0		$ 680.000.000
Demanda [MW]		2850	2903,8	2957,5	3065,0	3280,0		
Costo por Período $			$ 1.232.212.528	$ 1.239.087.528	$ 1.291.668.764	$ 1.432.168.764		$ 5.205.137.584

En la cual se evidencia un menor costo que el despacho con restricciones eléctricas, el generador G1 no generó, por lo tanto el costo más alto corresponde al de la planta G2. El generador 2 se ve forzado a generar durante este intervalo debido a la restricción de la rampa de bajada y el generador G5 no genera debido a la restricción del número máximo de arranques, el cual es 0 para esta unidad.

A continuación se presenta una tabla comparativa con las diferencias entre el despacho con restricciones eléctricas y el despacho sin restricciones.

Tabla 4-6. Comparación de generación despacho con restricciones y sin restricciones sistema IEEE 24 barras.

Unidad	Variación (Con restricciones - sin restricciones P1) [MW]	Variación (Con restricciones - sin restricciones P2) [MW]	Variación (Con restricciones - sin restricciones) P3[MW]	Variación (Con restricciones - sin restricciones P4) [MW]
G1	38,2	58,7	90,9	145,9
G2	68,2	137,1	218,2	318,2
G3	378,1	381,2	387,5	400,0
G4	0,0	10,5	-43,6	-155,7
G5	0,0	0,0	0,0	0,0
G6	-403,1	-507,0	-572,6	-600,0
G7	0,0	0,0	0,0	0,0
G8	-78,4	-80,5	-80,6	-87,9
G9	-3,0	0,0	0,0	-20,6

Donde se observa que la mayor variación se presentó en el generador G6. Analizando esta diferencia, se puede ver de los datos presentados en la ilustración 4-3, que la limitante del flujo por las líneas 16-14 y 17-16, que están conectadas a esta barra son restricciones activas para el despacho restricciones eléctricas, lo cual limita la generación del generador G6.

5. Conclusiones y recomendaciones

5.1 Conclusiones

En este trabajo final de maestría se realizó una formulación matemática y se elaboran dos métodos de solución para resolver un despacho económico que integra restricciones de sobrecarga en líneas y transformadores y contingencias n-1, con los cuales se hace frente al problema del despacho económico en línea, cada uno para un horizonte de tiempo diferente.

Con el método de solución de despacho económico en línea, para cubrir demanda instantánea, se resolvió el problema para una ventana de tiempo de un solo, dentro de un período de operación, ya sea para realizar un ajuste debido a desviaciones en demanda o generación o para hacer un ajuste, para que se cumplan las condiciones de seguridad del sistema respecto a sobrecarga de líneas y contingencias n-1 ante cambios topológicos como salidas de líneas o transformadores.

Con el método de solución de despacho económico en línea, para cubrir demanda de varios intervalos de tiempo, se soluciona el problema dividiendo la demanda del período en bloques más pequeños y realizando un despacho para estos sub-intervalos, considerando restricciones típicas asociadas a unidades de generación térmica como costo de arranque, mínimos técnicos y rampas.

Para este trabajo final de maestría también fueron importantes las pruebas realizadas en los factores de participación y distribución para el cálculo de las restricciones de sobrecarga y de contingencias, concluyendo que se obtienen mejores resultados si se incluyen las susceptancias en paralelo de las líneas en el cálculo de la Zbus del sistema.

Es importante destacar que para las restricciones de sobrecargas de líneas y contingencias n-1 siempre se cumplen, con un margen de error muy pequeño en los métodos presentados, siempre cuando el despacho sea factible.

A continuación se presentan las conclusiones más importantes basadas en los resultados obtenidos para cada método.

5.1.1 Despacho en línea para demanda instantánea

Dado que este método se basa en que se puede y se logra formular la función objetivo y todas las restricciones del problema de optimización en forma lineal, es posible resolver este problema utilizando métodos de programación lineal como el simplex. Resolver el despacho con programación lineal es una gran ventaja debido a que el tiempo de solución es corto, si se resuelve con métodos adecuados, los métodos más adecuados para resolver problemas con variables de decisión inferiores a 1000 son los métodos simplex (Boom & Schutter, 2007e) y sus derivados como el dual-simplex, se utilizó el método simplex en este caso.

La velocidad de solución del problema de optimización es de gran importancia, sin embargo una de las ventajas fundamentales para que este método sea eficiente, es que se puedan obtener los multiplicadores de LaGrange, que corresponden a la solución del problema dual de la optimización. Sin embargo, con la herramienta utilizada en este caso (linprog-Algoritmo simplex-MATLAB R2014a) estos multiplicadores se obtienen directamente con la solución primal del problema. Estos multiplicadores permiten reconocer cuáles son las restricciones de sobrecarga de línea y de contingencias que están activas y por lo tanto hacer un ajuste iterativamente, de tal forma que se mejore la precisión de la solución y tiempo en el cual se obtiene la solución final. Esta ventaja adquiere una mayor importancia en las restricciones de contingencias, dado que el tiempo de evaluación de estas es en general mayor que el tiempo de solución del problema de optimización. Con respecto a la precisión, mediante estos multiplicadores se logra que el despacho no viole las restricciones pero que tampoco sea más costoso debido a que queden restricciones activas muy holgadas.

Con el método presentado es posible hacer una estimación del máximo tiempo de solución, sin que importe el tamaño de la red. Debido a que el mayor tiempo lo está tomando la evaluación de las contingencias, el número máximo de contingencias a evaluar será igual al número de generadores.

Adicional a las conclusiones obtenidas de la solución del despacho, se concluye algo adicional y es que mediante los multiplicadores de LaGrange es posible encontrar fácil y rápidamente cuáles son las líneas críticas en el sistema para diferentes escenarios de generación, siendo esto fundamental para los análisis eléctricos y la toma de decisiones respecto a la expansión de la red.

5.1.2 Despacho en línea con división en bloques de demanda

En este trabajo se resolvió para 4 sub-intervalos de tiempo, un sistema con 38 líneas y 9 generadores, para número aproximado de 11500 restricciones para un problema programación Lineal Entero Mixto resuelto en varias iteraciones. De acuerdo a las pruebas realizadas, la solución del problema de optimización se obtiene en menos de 2 segundos en la herramienta utilizada, sin embargo el proceso tarda más tiempo al momento de armar la matriz de las restricciones y al momento de correr los flujos de carga asociados a las contingencias, mucho más en ese último. Si bien el tiempo de solución que se obtiene es adecuado para este caso (126 segundos), se concluye que para sistemas más grandes es importante contar con herramientas que puedan correr flujos de carga con mayor velocidad.

Debido a que, cuando no se tienen restricciones eléctricas, los problemas de despacho económico se plantean como problemas lineales o problemas de programación lineal entera mixta (MILP), fue muy importante formular de manera lineal las restricciones de sobrecarga y contingencias para que estas restricciones pudieran ser acopladas a estos y resolverse el problema de optimización con los mismos métodos. Se concluye que, se debe aprovechar la ventaja de que las reglas del mercado eléctrico colombiano permiten un planteamiento lineal de la función objetivo del despacho económico, en sus diferentes horizontes, por lo tanto se recomienda tratar de formular todas las restricciones de manera lineal o lineal entera mixta.

5.1.3 Conclusión adicional

Finalmente una de las importancias de los métodos presentados y de abordar en general el problema del despacho económico en línea es que allanan el camino para permitir la adaptación de los mercados eléctricos a los nuevos retos que se presentan en la incertidumbre del pronóstico de la demanda y de la generación. La penetración de energías renovables y de nuevas tecnologías como el almacenamiento a gran escala y los vehículos eléctrico supondrá un reto para la operación en tiempo real. Adicionalmente estos métodos permiten romper las barreras del mercado, abriendo la posibilidad de realizar un mercado y despachos en un entorno de muy corto plazo, como intradiarios o incluso intrahorarios.

5.2 Recomendaciones y trabajos futuros

- Los métodos de solución de despacho económico en línea no consideraron racionamiento en el sistema, en caso de que toda la demanda no pueda ser cubierta. Se podría pensar que el racionamiento puede incluirse como restricción de igualdad en la demanda, tal como se presenta en el despacho del capítulo 2, sin embargo, dado que los métodos presentados consideran restricciones sobre la red, la inclusión de esta restricción hace que la solución diverja en caso de que esta se active. Esto es razonable, considerando que las restricciones de sobrecargas de línea y contingencias tienen en cuenta la demanda nodal, por lo cual si se incluye la restricción de racionamiento, se debe decidir también en qué barras se debe aplicar.

- El punto anterior sugiere la necesidad de formular un despacho económico en línea en el cual se incluya la opción de racionar, en caso de que el despacho no sea factible debido a las restricciones. Por lo anterior, un trabajo futuro es realizar un despacho económico en línea en el cual se realice una evaluación de los costos de racionamiento en cada barra del sistema.

- En el método presentado en el capítulo 4, en el cual se resuelve el despacho económico en sub-intervalos de tiempo, se realiza un ajuste iterativo de las restricciones de sobrecarga de líneas con el fin de evitar que se sobrecarguen, posteriormente y una sola vez en el

proceso, se realiza una verificación de las restricciones de contingencias. Aunque en las pruebas realizadas el error en las contingencias aplicando este método fue muy pequeño, inferior al 0.5% para el caso presentado, y el tiempo de solución aceptable, 126 segundos para el caso presentado, existe aún posibilidad de mejora en el método.

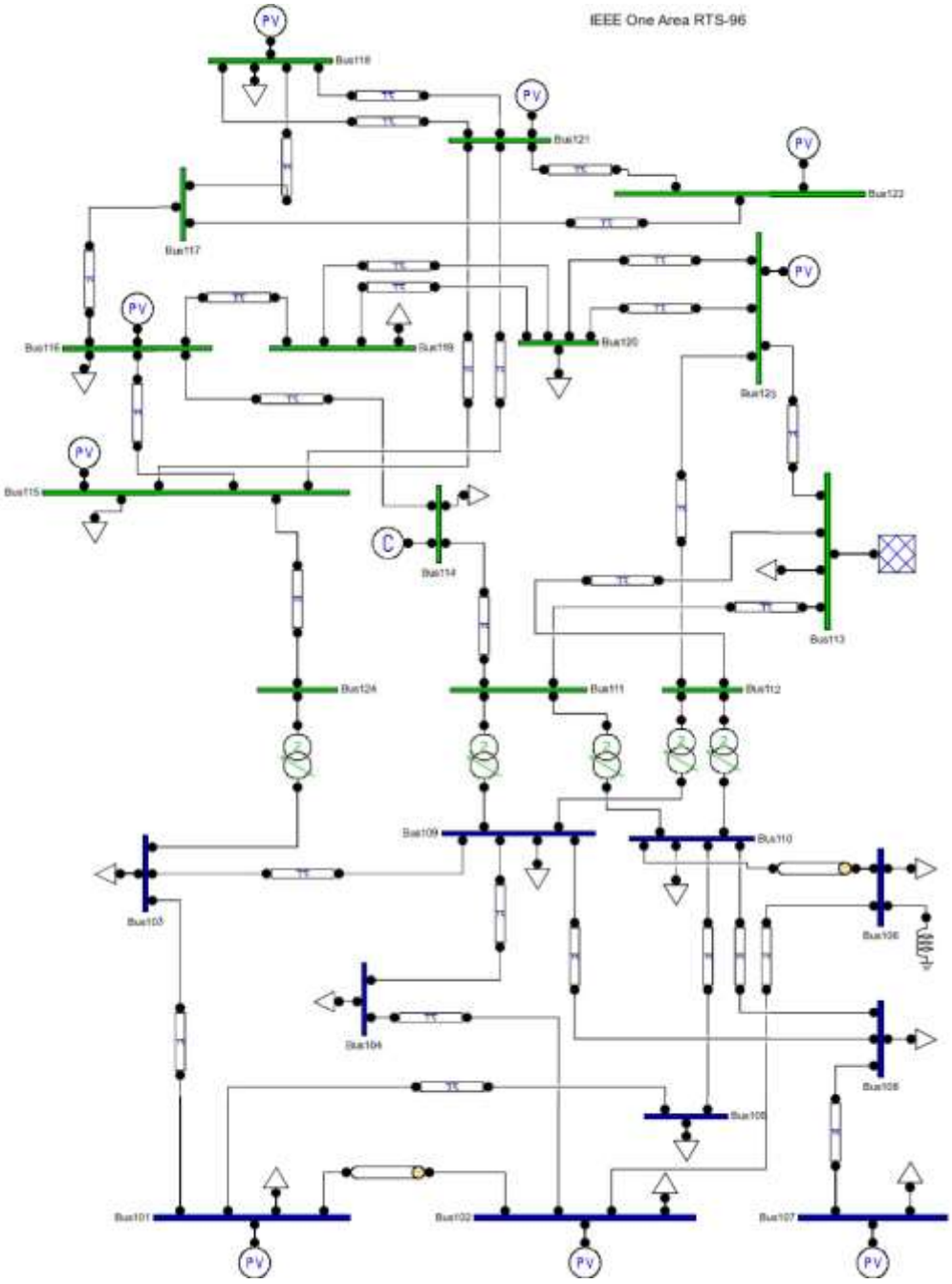
- De acuerdo con el punto anterior, se sugiere para un trabajo futuro, encontrar una forma de obtener multiplicadores de LaGrange en la solución del problema de programación Lineal Entero Mixto, de tal forma que el ajuste en las restricciones contingencia se pueda realizar de forma iterativa, pero solo en aquellas que estén activas, mejorando así el error final de estas y mejorando significativamente el tiempo de solución.

- Debido a que en el método presentado en el capítulo 4 se verifica si las restricciones de sobrecarga y contingencia quedan en un valor por encima del deseado. Sin embargo, aunque en todas las pruebas realizadas se obtuvo una buena precisión, puede existir la posibilidad de que estas restricciones estén activas pero en un valor por debajo del valor requerido, haciendo más costoso de lo necesario el despacho en su precio de equilibrio. La solución de encontrar los multiplicadores de LaGrange explicados en el ítem anterior, haría mucho más precisa la solución del mismo.

- Teniendo en cuenta que cada ajuste en el despacho económico en línea requiere de una maniobra en el sistema, en un trabajo futuro se podría considerar una evaluación del costo que las maniobras tienen en el sistema con el fin de considerarlas dentro del despacho económico en línea. Otra opción es plantear un problema multi-objetivo en donde también se minimice el número de maniobras.

A. Sistema IEEE 24 barras

Ilustración A-5-1. Sistema IEEE 24 barras.



Bibliografía

Axon Partners Group. (2014). Implementación Modelo Separación Contable en el Sector de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC) Esquema de Separación Contable Contenido.

Basu, M. (2011). Artificial immune system for dynamic economic dispatch. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, *33*(1), 131–136. http://doi.org/10.1016/j.ijepes.2010.06.019

Boom, T. van den, & Schutter, B. De. (2007a). *Lecture notes for Optimization in Systems and Control*. Delft, The Netherlands.

Boom, T. van den, & Schutter, B. De. (2007b). Lecture notes for Optimization in Systems and Control (pp. 11–13). Delft, The Netherlands.

Boom, T. van den, & Schutter, B. De. (2007c). Lecture notes for Optimization in Systems and Control (pp. 17–23). Delft, The Netherlands.

Boom, T. van den, & Schutter, B. De. (2007d). Lecture notes for Optimization in Systems and Control (pp. 177–189). Delft, The Netherlands.

Boom, T. Van Den, & Schutter, B. De. (2007e). Lecture notes for Optimization in Systems and Control (pp. 66–68). Delft, The Netherlands.

Carrión, M., & Arroyo, J. M. (2006). A computationally efficient mixed-integer linear formulation for the thermal unit commitment problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, *21*(3), 1371–1378. http://doi.org/10.1109/TPWRS.2006.876672

Chowdhury, E. H., & Tech, V. (1990). A review of recent advances in economic dispatch, *5*(4), 1248–1259.

Corporación Andina de Fomento. (2003). EN AMÉRICA LATINA La Situación Energética en América Latina.

Dvorkin, Y., Pandžić, H., Ortega-vazquez, M. a, & Kirschen, D. S. (2015). A Hybrid Stochastic / Interval Approach to Transmission-Constrained Unit Commitment, *30*(2), 621–631.

El-Hawary, M. E., & Mbamalu, G. a. N. (1990). Hydro-thermal stochastic optimal power dispatch: A Newton's based approach. *IEE Proceedings C Generation, Transmission and Distribution*, *137*(3), 213. http://doi.org/10.1049/ip-c.1990.0029

Fan, J. Y., & Zhang, L. (1998). Real-time economic dispatch with line flow and emission constraints using quadratic programming. *IEEE Transactions on Power Systems*, *13*(2), 320–325. http://doi.org/10.1109/59.667345

Grainger, J. J., & Stevenson, W. D. (2004). Método de Zbarra en Análisis de Contingencias. In *Análisis de Sistemas de Potencia* (pp. 556–591).

Huang, C. M., & Huang, Y. C. (2003). A novel approach to real-time economic emission power dispatch. *IEEE Transactions on Power Systems*, *18*(1), 288–294. http://doi.org/10.1109/TPWRS.2002.807071

Kalagnanam, J. R., & Phan, D. (2014). Solving large-scale security-constrained economic dispatch problem in real-time. Google Patents.

MathWorks. (2016). Mixed-integer linear programming (MILP). Retrieved from http://www.mathworks.com/help/optim/ug/intlinprog.html?s_tid=srchtitle

Morales-España, G. A. (2014). *Unit Commitment*. Madrid.

Padhy, N. P. (2004). Unit Commitment—A Bibliographical Survey. *IEEE Transactions on Power Systems*, *19*(2), 1196–1205. http://doi.org/10.1109/TPWRS.2003.821611

Reddy, S. S., & Bijwe, P. R. (2015). Real time economic dispatch considering renewable energy resources. *Renewable Energy*, *83*, 1215–1226. http://doi.org/10.1016/j.renene.2015.06.011

Ross, D., & Kim, S. (1980). Dynamic Economic Dispatch of Generation. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, *PAS-99*(6), 2060–2068. http://doi.org/10.1109/TPAS.1980.319847

Wang, X., , Nieuwesteeg, P., Listes, O., Bresler, S., & Ogburn, R. (2012). A Robust Look-Ahead Unit Commitment. *Language*. http://doi.org/10.1109/PESGM.2012.6345221

X.M. S.A. E.S.P. (2013a). Operación del Sistema Interconectado Nacional. Retrieved from http://www.xm.com.co/Memorias Seminarios/21032013_operacion_sin.pdf

X.M. S.A. E.S.P. (2013b). Operación del Sistema Interconectado Nacional Marzo 2013. Retrieved from http://www.xm.com.co/Memorias Seminarios/21032013_operacion_sin.pdf

X.M. S.A. E.S.P. (2015). Demanda de potencia nacional. Retrieved from http://informesanuales.xm.com.co/2015/SitePages/operacion/3-2-Demanda-de-potencia-nacional.aspx

X.M. S.A. E.S.P. (2016a). Estructura mercado eléctrico Colombiano. Retrieved from http://www.xm.com.co/Pages/DescripciondelSistemaElectricoColombiano.aspx

X.M. S.A. E.S.P. (2016b). Proceso de Despacho Económico. Retrieved from http://www.xm.com.co/Memorias Seminarios/Despacho Econ%C3%B3mico 2016.pdf

Xia, X., & Elaiw, a. M. (2010). Optimal dynamic economic dispatch of generation: A review. *Electric Power Systems Research*, *80*(8), 975–986. http://doi.org/10.1016/j.epsr.2009.12.012

Yang, M., Cheng, F.-l., Han, X.-s., Yang, B., Meng, X. -x. (2012). A Fast Heuristic Algorithm for Maximum LOLP Constrained Unit Commitment. *IEEE Innovative Smart Grid Technologies - Asia*, (1), 1–6. http://doi.org/10.1109/ISGT-Asia.2012.6303131

Yorino, N., Hafiz, H. M., Sasaki, Y., & Zoka, Y. (2012). High-Speed Real-Time Dynamic. *IEEE Transactions on Power Systems*, *27*(2), 621–630. http://doi.org/10.1109/tpwrs.2011.2169285