

# Monitoreo de salud estructural empleando filtros Kalman

Yesid Mauricio Ospina Dávila



Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Ingeniería y Arquitectura  
Departamento de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y  
Computación  
Manizales  
2009

# Monitoreo de salud estructural empleando filtros Kalman

Yesid Mauricio Ospina Dávila

Trabajo de grado para optar al título de  
Magíster en Ingeniería — Automatización Industrial

Director  
Prof. Luis Enrique Avendaño G.

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Ingeniería y Arquitectura  
Departamento de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Computación  
Manizales  
2009

---

# ABSTRACT

The analysis of structural systems must deal with many sources of nonlinearity and uncertainty. However, due to the mathematical difficulties involved in the analysis, simplifications must be performed, which do not model in an accurate way the real physical model. An appropriate use of identification algorithms must deal with mathematical models of this complex structural behavior.

Thus, this thesis proposes a nonlinear identification application for structural systems affected by dynamic excitations. The dynamic behavior nonlinear and complex structural system modeled as shear building hysteretic *Bouc-Wen* type is analyzed, using sinusoidal and earthquake induced time histories in the structural response. A two nonlinear structural identification strategies are evaluated for parameter identification: the well-known extended Kalman filter (EKF) and an application from recent developments in the field of sequential data assimilation and particle filtering, called unscented Kalman filtering (UKF). Results of performance of this identification algorithms are showed. In addition, other particle filter application called ensemble Kalman filter (ENKF) has been also proposed for the structural parameter identification.



---

# RESUMEN

El análisis de sistemas estructurales debe tratar con numerosas fuentes de incertidumbre y de no linealidades. No obstante, numerosas simplificaciones deben realizarse en el análisis estructural debido a la complejidad matemática que éste involucra, y que a su vez hace que no modele de forma precisa el sistema físico real. Por tal razón, se deben emplear algoritmos de identificación que incorporen en sus modelos dichas complejidades del comportamiento estructural.

Esta tesis propone la aplicación de un algoritmo de identificación para sistemas estructurales afectados por excitaciones dinámicas. El comportamiento dinámico del sistema estructural es modelado como un *edificio cortante* no lineal histerético del tipo *Bouc–Wen*, utilizando una excitación sinusoidal y un acelerograma de un sismo real. Dos estrategias de identificación son empleadas: el filtro de Kalman extendido (EKF) y un filtro proveniente de recientes avances en el campo de la asimilación de datos y del filtrado con partículas, conocido como el filtro de Kalman *unscented* (UKF). Además, otra aplicación del filtro con partículas conocido como el filtro de Kalman ensamblado (ENKF) es empleado para la identificación de parámetros estructurales. Los resultados del desempeño de dichos algoritmos son presentados.



---

# AGRADECIMIENTOS

Cuando llego al final de este proceso de formación, vienen a mi cabeza muchos momentos y muchas personas, a las cuales deseo brindarles una breve mención, aunque soy conciente que enmarco tantas cosas que me es difícil hablar de ellas, pues las palabras siempre nos fuerzas a sentirnos iluminados, pero cuando damos la vuelta para encarar al mundo siempre nos fallan y terminamos encarando el mundo como lo hemos hecho siempre, sin iluminación.

Por ello, en este instante llegan a mi memoria preceptos de sabios nativos los cuales rezan por recorrer los caminos que tienen corazón: “Para mí sólo recorrer los caminos que tienen corazón, cualquier camino que tenga corazón. Esos recorro, y la única prueba que vale es atravesar todo su largo”. Seguramente ese fue parte del aliento que me dio la fuerza para darle comienzo y final a este proceso de formación y, que a pesar de los numerosos obstáculos ajenos a mi proyecto de investigación, agradezco que haya sido así. Y lo agradezco por que muchas veces la vida para dar sus propias lecciones de manera “reforzada” echa mano de esas mismas dificultades.

Una de esas lecciones fue la de poder ver la importancia de la inspiración en la vida: es la chispa interior que ilumina el camino hacia uno mismo y el lenguaje a través del cual los hombres y Dios se intercomunican. La inspiración no es propiedad exclusiva de los poetas y escritores como el grandioso Dostoievski, con su redención por medio del sufrimiento, o del desesperado Hölderlin, que dicen que murió encerrado y loco al cuidado de un ebanista, pero que yo siempre tiendo a creer que fue un *elegido y tocado por el fuego de Dios*. Pienso más bien que fue el *neuma o sopló Universal* del que hablaba Anaximandro que tocó a cada uno de ellos y que puede tocar a cada persona que lo busque con humildad . . . es un don que podemos reclamar cuando nuestros actos son impecables.

Así mismo, es importante ver lo que distingue a un verdadero hombre de conocimiento: la Humildad. Somos diminutos seres de este Universo, viviendo un breve instante, de hecho demasiado corto como para pensar que lo sabemos o lo sabremos Todo. Nuestros conocimientos quizás sea de una de las mejores cosas que tengamos, pero realmente insuficiente para adentrarnos en este hermoso mundo que nos toca vivir. Solo la pasión que renueva cada intento por conocer los secretos del Universo a través de anagramas científicos

o artísticos, la imaginación, el deseo de superar un constante desafío o nuestras intenciones de transmitir a los demás los pensamientos y deducciones, con respeto y generosidad, nos hace superar esa condición trágica–mediocre de muchos seres humanos engrandecidos por minúsculos logros.

Es por eso que tengo el convencimiento que la vida tiene que estar llena de pasión, de neuma, de intensidad, para hacer que cada día vivido este lleno de magia, de fuerza, de entrega, y así ver lo maravilloso que es este Universo que nos toca vivir condensado muchas veces en tantas personas y situaciones, y el hermoso tiempo que Dios nos ha permitido vivir y compartir.

En mi vida he tenido un ángel guardián conmigo: Matilde Ospina, que más que una tía ha sido una madre. He tenido también otro ángel: Martha Lucia Dávila, con preocupación y esmero de madre. Mi prima Luz Carime, la hermana que nunca tuve y como una gran hermana, atenta, con un corazón inmenso y noble, y un amor infinito. Gracias a Ustedes por ser la llama que no solo me dio luz sino abrigo en muchos momentos de descreimiento, gracias por sus lecciones de vida, y por sus ejemplos, que llenaron mi vida de un nuevo sentimiento . . . gracias por ese apoyo invaluable e incondicional. Sus vidas y sus enseñanzas me hacen tener fe en algo sumamente sagrado: que la vida se debe encarar con dignidad, con pasión y con una sensibilidad diferente con la que se muestra a veces el mundo opaco y triste.

Quiero agradecer a Jairo Hernán Aponte, por sus acertadas sugerencias y agudas apreciaciones cuando las necesite y más aún, por ser mi mentor, no solo en los atares académicos, sino en la fineza de sus razonamientos, dando siempre ese toque de lo *elegantemente sencillo*, sin arcanos ni vaguedades.

Agradecimientos muy especiales al director de la presente tesis, profesor Luis Enrique Avendaño, por su gran colaboración cuando requerí de una mano, por su interés y constante ayuda en la orientación de la presente tesis. Igualmente por sus numerosas sugerencias y recomendaciones que fueron de un inmenso valor para la buena consecución de este trabajo.

Al profesor Germán Castellanos, por su buena energía en mi proyecto de investigación, por su tiempo y por su disposición. Por su generosa ayuda y atención en momentos complicados, siempre con amabilidad y respeto, además de estar permanentemente dispuesto a colaborar no solo como profesor sino como líder del grupo de investigación en procesamiento digital de señales y control.

A la profesora Fabiola Angulo García, por brindarme una gran ayuda en momentos en los que lo necesite y por abrirme las puertas de su grupo de investigación: percepción y control inteligente, PCI, en el cual transcurrió parte de mi trabajo investigativo.

Al profesor Gerard Olivar Tost, por su amable colaboración: cuando lo necesite me abrió un espacio, sin más interés que el de dar lugar a la investigación. Gracias por atender las dudas que surgían en mi trabajo, siempre con amabilidad y calidez.

Al profesor Jorge Fernando Gutiérrez, ex–director de la Maestría en Automatización Industrial, por su permanente atención en la culminación de mis estudios.

También quiero agradecer a mis compañeros, Karol Lina, Julián Londoño, Alejo Santamaría y Diego Mora por su animosidad en las charlas filosófico–matemáticas, desde la

desigualdad triangular hasta la relación entre ciencia y religión, pero sobretodo por su generosa amistad. Gracias por sus voces que desde diferentes partes del mundo siempre fueron un aliento.

A Mónica, por toda su ayuda con la presentación, por su amistad, por tantas charlas de tantos temas y por estar siempre atenta a mis “preguntas indecentes”. También a Silvy, por estar ahí en momentos difíciles, por sus diálogos que han enriquecido muchos campos de mi vida, por sus palabras y su apoyo que han sido muy importantes para mi.

A mis amigos de Rhed y de oración, Gabo, Camilo, Fernanda, Catalina y Tatiana, por su tiempo compartido, por su comunión en la oración, y por ser heraldos de una nueva corriente de personas que buscan en Dios y la Virgen la alegría de alabar y la verdad absoluta, que nos ilumina y nos guía.

Finalmente, doy también gracias a Dios y a la Virgen de haber tenido la bendición de hacer lo que quiero y lo que más me apasiona, por ser mi camino y mi luz.



---

# CONTENIDO

<b>Abstract</b>	<b>I</b>
<b>Resumen</b>	<b>III</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación . . . . .	1
1.2. Planteamiento del problema . . . . .	5
1.3. Objetivo principal de la tesis . . . . .	6
1.3.1. Objetivos específicos . . . . .	6
1.4. Estructura del documento . . . . .	6
<b>2. Antecedentes</b>	<b>9</b>
2.1. Trabajo previo . . . . .	9
<b>3. Identificación de sistemas estructurales y SHM</b>	<b>19</b>
3.1. Fundamentos y conceptos . . . . .	19
3.1.1. SHM como una tarea de reconocimiento de patrones . . . . .	20
3.1.2. Componentes de los sistemas de monitoreo de salud estructural . . . . .	21
<b>4. Dinámica de sistemas estructurales</b>	<b>25</b>
4.1. Introducción . . . . .	25
4.2. Respuesta dinámica de sistemas lineales . . . . .	27
4.2.1. Análisis modal del sistema estructural . . . . .	28
4.2.2. Representación en espacio-estado . . . . .	30
4.3. Respuesta dinámica de sistemas no lineales . . . . .	35
4.3.1. Representación en espacio-estado . . . . .	37
<b>5. Identificación estructural empleando filtro Kalman</b>	<b>47</b>
5.1. Filtrado estocástico . . . . .	47
5.2. Conceptos acerca del filtro de Kalman . . . . .	48

---

5.3. Identificación de sistemas dinámicos no lineales basada en filtro Kalman: filtro de Kalman extendido . . . . .	49
5.4. Resultados de simulación empleando EKF . . . . .	50
<b>6. Identificación estructural usando UKF</b>	<b>57</b>
6.1. Filtro de Kalman ensamblado . . . . .	57
6.2. Filtro de Kalman <i>unscented</i> . . . . .	58
6.3. Momentos de una variable aleatoria sometida a una transformación no lineal	59
6.4. Transformada <i>unscented</i> . . . . .	60
6.5. Transformada escalada <i>unscented</i> . . . . .	61
6.6. Formulación del filtro de Kalman <i>unscented</i> . . . . .	62
6.7. Resultados de simulación empleando ENKF y UKF . . . . .	63
<b>7. Discusión, conclusiones y trabajo futuro</b>	<b>73</b>

---

# LISTA DE FIGURAS

1.1.	Daños causados por eventos naturales. Superior izquierda: plataforma petrolera <i>Thunderhorse</i> , Golfo de México USA. Superior derecha: fallo estructural de la plataforma <i>Thunderhorse</i> después del paso del huracán Dennis (2005). Inferior izquierda: plataforma petrolera <i>Heidrun</i> , Mar del norte, Noruega. Inferior derecha: plataforma <i>Heidrun</i> después del paso del huracán Oseberg (2007). . . . .	2
1.2.	Colapsos de puentes. Izquierda: Puente Los Ángeles, entre los municipios de Paicol y Tesalia (Huila). Derecha: Puente Pescadero, vía Bucaramanga hacia Bogotá (Fuente [Muñoz and Valbuena, 2004]). . . . .	3
1.3.	Izquierda: Autopista <i>Hanshin</i> , luego del terremoto de Kobe (Japón, 1995). Derecha: Puente I-35W, luego del colapso debido a la carga vehicular (USA, 2007) (Fuente ABC News). . . . .	4
1.4.	Accidente aéreo de la aerolínea Aloha (USA, 1988) (Fuente [Sohn et al., 2004]).	4
1.5.	Aeronaves dotadas del sistema <i>Integrated Vehicle Health Management</i> . Superior izquierda: vehículo X-33 (NASA Concept Art). Superior derecha: helicóptero RAH-66 Comanche, Fuerza Aérea (USA). Inferior izquierda: avión C-17 de transporte pesado, Fuerza Aérea (USA). Inferior derecha: aeronave con piloto remoto <i>unmanned aerial vehicle predator</i> (UAV). . . . .	5
3.1.	Monitoreo de salud estructural visto como una tarea de reconocimiento de patrones (Adaptado de [Friedmann and Bagnound, 2009]). . . . .	20
3.2.	Esquema del SHM como una tarea de reconocimiento de patrones (Adaptado de [Farrar and Doebling, 1999]). . . . .	22
4.1.	Esquema de modelos por masas concentradas. Izquierda: estructura modelada como sistema de masas concentradas de 5 grados de libertad. Derecha: estructura modelada como sistema de masa concentrada de un grado de libertad. . . . .	26

4.2. Análisis por medio del método de elementos finitos. Izquierda: modelo de avión de los Hermanos Wright (AIAA, USA). Derecha: Resistencia al golpeo de una estructura aporticada. . . . .	27
4.3. Simulación de la respuesta de un sistema estructural de un grado de libertad frente a una entrada sinusoidal: desplazamiento, velocidad y aceleración estructural. . . . .	31
4.4. Entrada sinusoidal. . . . .	32
4.5. Simulación de la respuesta de un sistema estructural de un grado de libertad frente a una excitación sísmica: desplazamiento, velocidad y aceleración estructural. . . . .	33
4.6. Registro del sismo de Armenia, componente EW (Colombia, 1999). . . . .	34
4.7. Simulación de la respuesta de un sistema estructural de cinco grados de libertad frente a una excitación sísmica: desplazamientos, y aceleraciones estructurales. . . . .	36
4.8. Simulación de la respuesta de un sistema estructural histerético tipo <i>Bouc–Wen</i> de un grado de libertad frente a una entrada sinusoidal: desplazamiento, velocidad, aceleración y desplazamiento histerético. . . . .	38
4.9. Ciclo de histéresis para un modelo estructural de un grado de libertad, tipo <i>Bouc–Wen</i> sometido a excitación sinusoidal. . . . .	39
4.10. Simulación de la respuesta de un sistema estructural histerético tipo <i>Bouc–Wen</i> de un grado de libertad frente a una excitación sísmica: desplazamiento, velocidad, aceleración y desplazamiento histerético. . . . .	40
4.11. Ciclo de histéresis para un modelo estructural de un grado de libertad, tipo <i>Bouc–Wen</i> sometido a excitación sísmica. . . . .	41
4.12. Simulación de la respuesta de un sistema estructural histerético tipo <i>Bouc–Wen</i> frente a una excitación sísmica: primer grado de libertad. . . . .	42
4.13. Simulación de la respuesta de un sistema estructural histerético tipo <i>Bouc–Wen</i> frente a una excitación sísmica: segundo grado de libertad. . . . .	43
4.14. Ciclo de histéresis para un modelo estructural de dos grados de libertad, tipo <i>Bouc–Wen</i> sometido a excitación sísmica. . . . .	43
5.1. Parámetros identificados de un sistema estructural lineal de un grado de libertad empleando EKF. Superior: valor real e identificado del amortiguamiento estructural. Inferior: valor real e identificado de rigidez estructural. . . . .	51
5.2. Parámetros identificados de un sistema estructural lineal de cinco grados de libertad empleando EKF: valores reales e identificados del amortiguamiento y de la rigidez estructural. . . . .	52
5.3. Parámetros identificados de un sistema estructural histerético tipo <i>Bouc–Wen</i> de un grado de libertad empleando EKF: valores reales e identificados del amortiguamiento, de la rigidez estructural y de los parámetros $\beta$ y $\gamma$ . . . . .	53
5.4. Parámetros identificados de un sistema estructural histerético tipo <i>Bouc–Wen</i> de dos grados de libertad empleando EKF: valores reales e identificados del amortiguamiento, de la rigidez estructural y de los parámetros $\beta$ y $\gamma$ . . . . .	54

---

6.1.	Los puntos-sigma capturan el primero y segundo momento estadístico completamente de la variable aleatoria. La altura de cada punto representa su factor de ponderado $w_i$ . . . . .	60
6.2.	Parámetros identificados de un sistema estructural lineal de un grado de libertad empleando ENKF. Superior: valor real e identificado del amortiguamiento estructural. Inferior: valor real e identificado de rigidez estructural. . . . .	64
6.3.	Parámetros identificados de un sistema estructural lineal de cinco grados de libertad empleando ENKF: valores reales e identificados del amortiguamiento y de la rigidez estructural. . . . .	65
6.4.	Parámetros identificados de un sistema estructural histerético tipo <i>Bouc-Wen</i> de un grado de libertad empleando ENKF: valores reales e identificados del amortiguamiento, de la rigidez estructural y de los parámetros $\beta$ y $\gamma$ . . . . .	66
6.5.	Parámetros identificados de un sistema estructural lineal de un grado de libertad empleando UKF. Superior: valor real e identificado del amortiguamiento estructural. Inferior: valor real e identificado de rigidez estructural. . . . .	67
6.6.	Parámetros identificados de un sistema estructural histerético tipo <i>Bouc-Wen</i> de un grado de libertad empleando UKF: valores reales e identificados del amortiguamiento, de la rigidez estructural y de los parámetros $\beta$ y $\gamma$ . . . . .	68
6.7.	Parámetros identificados de un sistema estructural histerético tipo <i>Bouc-Wen</i> de dos grados de libertad empleando UKF: valores reales e identificados del amortiguamiento, de la rigidez estructural y de los parámetros $\beta$ y $\gamma$ . . . . .	69
7.1.	Error del valor estimado de amortiguamiento y rigidez estructural para el sistema estructural lineal. . . . .	77
7.2.	Error del valor estimado de amortiguamiento, rigidez estructural y de los parámetros $\beta$ y $\gamma$ para el sistema estructural histerético tipo <i>Bouc-Wen</i> . . . . .	78

# INTRODUCCIÓN

## 1.1. Motivación

En la sociedad moderna, son parte integral del desarrollo tecnológico e industrial los sistemas estructurales y mecánicos altamente complejos, tales como puentes, naves aeroespaciales, plantas nucleares o sistemas de defensa. Cuando estos sistemas están expuestos durante su vida útil a numerosos factores que afectan su funcionalidad, tales como terremotos o huracanes, interacciones viento-estructura, o deterioro de sus elementos, se hace necesario valorar su *condición* o *estado* bajo estándares de servicio y seguridad (Figura 1.1). Por tal razón, se ha experimentado un interés creciente en desarrollar herramientas para valorar la integridad de sistemas estructurales y de monitorear su estado durante el tiempo de operación.

En el caso de infraestructuras civiles, donde su alto costo de construcción sumado a que en muchos casos, luego de presentarse un daño se hace irremplazable una sección o pieza estructural, se hace necesario el planteamiento de estrategias para la prevención y detección temprana de daños. Se puede dar una idea de la magnitud del problema, a partir de las estadísticas de los daños sufridos por estructuras tales como los puentes: en Colombia, cerca del 35 % de los puentes colapsan por catástrofes naturales como crecientes de ríos y avalanchas, el 14 % por deficiencias estructurales en su diseño y el 7 % por impacto o sobrecarga [Muñoz, 2002]. Colapsos como el del puente Los Ángeles sobre el río Páez (San Agustín, Huila, junio de 1994) y del puente Pescadero sobre el río Chicamocha (Pescadero, Santander, enero de 1996) son muestras de ello (Figura 1.2).

Esto sin mencionar sismos como el ocurrido el 20 de enero de 1999, en la región cafetera (con magnitud de 6.2 en la escala de Richter), el cual ha sido el más significativo en número de víctimas y pérdidas económicas con 1230 muertos y más de 5600 construcciones destruidas; el impacto económico representó una pérdida económica directa de US 1.8 billones [Baquero et al., 2004].

En Estados Unidos, alrededor del 50 % de los puentes fueron construidos antes de 1940, de los cuales el 27 % presentan deficiencias estructurales [Atkan et al., 2001]. Tal es el caso del colapso del puente I-35W (Minneapolis, USA) causado por la carga vehicular en una hora de gran afluencia de tránsito el 1 de agosto del 2007. En Japón, uno de los últimos grandes



**Figura 1.1:** Daños causados por eventos naturales. Superior izquierda: plataforma petrolera *Thunderhorse*, Golfo de México USA. Superior derecha: fallo estructural de la plataforma *Thunderhorse* después del paso del huracán Dennis (2005). Inferior izquierda: plataforma petrolera *Heidrun*, Mar del norte, Noruega. Inferior derecha: plataforma *Heidrun* después del paso del huracán Oseberg (2007).

terremotos ocurridos, es el terremoto de Kobe (Magnitud 7.2 en la escala de Richter, 1995), que dejó cerca de 5500 personas muertas y otras 26000 heridas, y pérdidas económicas por US 200 billones. Un caso que tuvo eco internacional, fue el colapso de la autopista elevada de *Hanshin* (Kobe, Japón), debido a esta incidencia sísmica (Figura 1.3).

Igualmente, en la ingeniería aeroespacial el SHM es de vital importancia: fenómenos de degradación en materiales compuestos son aún investigados, como también la respuesta de nuevos materiales a las exigencias que implican los efectos aerodinámicos sobre naves de vuelo (Figura 1.4). Diversas entidades y organismos, como la agencia Aeronáutica Nacional y Administración Espacial (NASA – *National Aeronautics and Space Administration*), han avalado grandes proyectos de investigación relacionados al monitoreo de salud de estructuras aeroespaciales. La NASA esta permanentemente en tareas de lanzamiento de naves y vuelos espaciales, lo que implican una alta sensibilidad de las estaciones de lanzamiento, del fuselaje y de las superficies de control de las aeronaves, a fenómenos de desgaste y fatiga de materiales [Hunt et al., 1990]. Un ejemplo es el vehículo de lanzamiento reutilizable (RLV–*Reusable Launch Vehicle*) X-33, el cual fue dotado de un sistema de monitoreo de salud en su tanque de almacenamiento de combustible; el proyecto fue abandonado en marzo del 2001 debido a otras razones [Melvin et al., 2001].



**Figura 1.2:** Colapsos de puentes. Izquierda: Puente Los Ángeles, entre los municipios de Paicol y Tesalia (Huila). Derecha: Puente Pescadero, vía Bucaramanga hacia Bogotá (Fuente [Muñoz and Valbuena, 2004]).

Investigaciones en esta dirección se han mantenido, como lo demuestra el programa *Integrated Vehicle Health Management* (IVHM) de la NASA, que tiene como objetivo brindar información de monitoreo de salud para una segunda generación de vehículos de lanzamiento reutilizables [Srivastava et al., 2008, Aeronautics and Administration, 2007] (Figura 1.5).

Lo anterior señala hacia el desarrollo de sistemas que puedan monitorear el estado de una estructura y de esta forma, proporcionar un conocimiento *a priori* del posible daño frente a una determinada excitación o influencia dinámica, asunto que ha surgido como pieza fundamental en importantes líneas de investigación en ingeniería civil, ingeniería mecánica y aeroespacial, y que en los últimos años, ha sido base para el desarrollo de campos de investigación como la evaluación no destructiva (NDE–*Non-destructive Evaluation*), monitoreo de condición (CM –*Condition Monitoring*), monitoreo de salud estructural (SHM –*Structural Health Monitoring*) y predicción del daño (*Damage Prognosis*), entre otros [Sohn et al., 2004]. En términos prácticos, esto se ha plasmado a través de la colocación de sensores sobre las estructuras, capaces de proveer datos en tiempo real y, con estos datos, establecer si hay o no daño y realizar la valoración estructural correspondiente.

La presente tesis trata acerca de uno de los asuntos de mayor importancia dentro del SHM, que es el identificar el valor de los parámetros de un sistema estructural y detectar el daño cuando ocurre, en otras palabras, se refiere al seguimiento de las variaciones de parámetros estructurales debidas al daño, como la rigidez, el amortiguamiento y otros parámetros no lineales del sistema. Esto se basa en el concepto según el cual, el deterioro



**Figura 1.3:** Izquierda: Autopista *Hanshin*, luego del terremoto de Kobe (Japón, 1995). Derecha: Puente I-35W, luego del colapso debido a la carga vehicular (USA, 2007) (Fuente ABC News).



**Figura 1.4:** Accidente aéreo de la aerolínea Aloha (USA, 1988) (Fuente [Sohn et al., 2004]).

del material y el daño provocan un cambio en los parámetros estructurales [Xu et al., 2004, Gawronski, 2004]: cambios en el valor de la rigidez y del coeficiente de amortiguamiento de un miembro o sección estructural se traducen en modificaciones sobre las propiedades



**Figura 1.5:** Aeronaves dotadas del sistema *Integrated Vehicle Health Management*. Superior izquierda: vehículo X-33 (NASA Concept Art). Superior derecha: helicóptero RAH-66 Comanche, Fuerza Aérea (USA). Inferior izquierda: avión C-17 de transporte pesado, Fuerza Aérea (USA). Inferior derecha: aeronave con piloto remoto *unmanned aerial vehicle predator* (UAV).

dinámicas, tales como las frecuencias naturales y los modos de vibración de una estructura.

## 1.2. Planteamiento del problema

Cuando se tienen incidencias dinámicas sobre sistemas estructurales, éstos pueden sufrir fallos que afectan su funcionalidad. Además, los daños en estructuras reales deben adaptarse a fenómenos de incertidumbre, provenientes de la aleatoriedad del modelo matemático del sistema, o de la excitación incidente (o de ambas).

La teoría de asimilación de datos (*Data Assimilation*) se ofrece como una herramienta con la cual se puede predecir y estimar los estados desconocidos de un sistema dinámico, combinando la información observada junto con la dinámica estocástica del sistema como tal. En esta tesis se hace uso de uno de los métodos de la asimilación de datos, conocido como filtro Kalman y una de sus versiones, que es el filtro basado en partículas, que ha demostrado en los últimos años ser un metodología con un desempeño superior al abordar problemas dinámicos generales en procesamiento de señales, aprendizaje de máquinas e

ingeniería sísmica.

### 1.3. Objetivo principal de la tesis

Identificar los parámetros de sistemas estructurales civiles frente a incidencias dinámicas a partir de esquemas de estimación que involucren la incertidumbre de dichos sistemas.

#### 1.3.1. Objetivos específicos

1. Identificar los parámetros de un sistema estructural ante vibraciones, empleando técnicas basadas en teoría bayesiana, tal como el filtro de Kalman extendido.
2. Comparar el desempeño de dichos filtros, con métodos de identificación basados en simulación estocástica como el filtro de Kalman ensamblado y el filtro de Kalman *unscented*.

### 1.4. Estructura del documento

El presente documento inicia con una revisión del estado de arte en la detección de daños y monitoreo de salud estructural en el Capítulo 2. Luego, en el Capítulo 3 se hace una breve introducción acerca de los conceptos del monitoreo de salud estructural y la ubicación de la identificación de parámetros estructurales en dicho esquema conceptual, continuando en el Capítulo 4 con el análisis dinámico de sistemas estructurales frente a incidencias externas. Una breve explicación del filtro Kalman y su versión no lineal se expone en el Capítulo 5, y posteriormente en el Capítulo 6 se desarrollan las bases conceptuales del filtro de Kalman *unscented* y del filtro de Kalman ensamblado, con su implementación a sistemas estructurales.

---

# BIBLIOGRAFÍA

- Aeronautics, N. and Administration, S. (2007). NASA-integrated vehicle health management. <http://www.nasa.gov/centers/ames/research/humaninspace/humansinspaceivhm.html>.
- Atkan, A. E., Chase, S. B., Inman, D., and Pines, D. (2001). Monitoring and managing the health of infrastructure systems. In *SPIE, Conference on Health Monitoring of Highway Transportation Infrastructure*.
- Baquero, A. E., Capera, A. A. G., and Hurtado, E. J. S. (2004). State-of-the-art of the historical seismology in colombia. *Annals of Geophysics*, 47(2-3):437-449.
- Gawronski, W. K. (2004). *Advanced structural dynamics and active control of structures*. Mechanical Engineerig series. Springer-Verlag, Inc, New York, 1 edition.
- Hunt, D. L., Weiss, S. P., Dunlap, T. A., and Freesmeyer, S. R. (1990). Development and implementation of a shuttle modal inspection system. *Sound and Vibration*, 24:34-42.
- Melvin, L., Childers, B., Rogowski, R., Prosser, W., Moore, J., Frogatt, M., Allison, S., Wu, M., Bly, J., Aude, C., Bouvier, C., Zisk, E., Enright, E., Cassadaban, Z., Reightler, R., Sirkis, J., Tang, I., Tang, P., Wegreich, R., Garbos, R., Mouyos, W., Aibel, D., and Bodan, P. (2001). Integrated vehicle health monitoring (IVHM) for aerospace vehicles. In *International Workshop on Structural Health Monitoring, Stanford University, Palo Alto, California*.
- Muñoz, E. and Valbuena, E. (2004). Evaluación del estado de los puentes de acero de la red vial nacional de colombia. *IMME*, 42(3):1-32.
- Muñoz, E. E. (2002). Estudio de las causas del colapso de algunos puentes en colombia. *Ingeniería y universidad*, 6(1):33-48.
- Sohn, H., Farrar, C. R., Hemez, F. M., Shunk, D. D., Stinemates, D. W., Nadler, B. R., and Czarnecki, J. J. (2004). A review of structural health monitoring literature: 1996-2001. Technical Report LA-13976-MS, Los Alamos National Laboratory, California, USA.
- Srivastava, A., Mah, R. W., and Meyer, C. (2008). Integrated vehicle health management: Automated detection, diagnosis, prognosis to enable mitigation of adverse events during flight. Technical Report Technical Plan, Version 2.02, National Aeronautics and Space Administration, NASA, USA.
- Xu, B., Wu, Z., Chen, G., and Yokoyama, K. (2004). Direct identification of structural parameters from dynamic responses with neural networks. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 17:931-943.



# ANTECEDENTES

En el campo de la identificación de parámetros estructurales, detección de daños y monitoreo de salud estructural, se han estudiado diversas técnicas: métodos de identificación modal, tales como el *Eigen-system Realization Algorithm* (ERA) y el *Natural Excitation Technique* (NEXT) [Alvin et al., 2003, Sohn et al., 2004]; métodos basados en la formulación de sistemas en espacio-estado, procesamiento de señales y simulación estocástica, tales como métodos en subespacio (*subspace methods*), filtros Kalman, filtros de partículas y *wavelets* [Basseville and Nikiforov, 1993, Balageas et al., 2006]; métodos basados en computación suave (SC –*Soft Computing*) y aprendizaje de máquinas (ML –*Machine Learning*), tales como las redes neuronales artificiales (ANN –*Artificial Neural Networks*), máquinas de soporte vectorial (SVM –*Support Vector Machine*), y algoritmos basados en inspiración biológica, como algoritmos evolutivos y algoritmos genéticos (GA –*Genetic Algorithms*) [Worden et al., 2003, Balageas et al., 2006] y métodos basados en análisis de dinámica no lineal de sistemas y teoría del caos. Herramientas pertenecientes a áreas como reconocimiento de patrones están teniendo cada vez mayor aplicación, como complemento a las aproximaciones mencionadas anteriormente, tales como análisis de componentes principales (PCA –*Principal Component Analysis*) y análisis de componentes independientes (ICA –*Independent Component Analysis*) [Sohn et al., 2004, Zhong et al., 2006].

A continuación, una revisión de los aportes más relevantes a la identificación de parámetros y detección de daños en estructuras civiles frente a vibraciones, basado en las aproximaciones descritas anteriormente será dado.

## 2.1. Trabajo previo

Una de las herramientas más usada para la identificación de parámetros estructurales, basada en computación suave son las redes neuronales artificiales (ANN): la potencialidad de las ANN para la detección de daños estructurales, sin un conocimiento *a priori* del sistema estructural, fue estudiado por [Masri et al., 1992, Masri et al., 2000]. [Chassiakos and Masri, 1996] aplicaron ANN para la identificación de sistemas no lineales histeréticos de un grado de libertad, empleando el algoritmo de aprendizaje *back-propagation* y funciones de activación hiperbólicas tangentes.

[Xu et al., 2004, Xu et al., 2005] aplicaron dos tipos de ANN para la detección de los parámetros de rigidez y amortiguamiento estructural: una para simular la respuesta estructural y otra para realizar la tarea de identificación, entrenadas con el algoritmo *back-propagation*. [Lam et al., 2006] emplearon una ANN multi-capa y cambios en los valores de los vectores de Ritz como patrones de entrenamiento, para identificar y localizar el daño estructural en una cercha 2D. La ANN fue construida a partir de modelos de selección bayesianos. Un estudio basado en esta investigación y enfocado hacia las funciones de activación fue extendido por [Lam and Ng, 2008].

Nuevas formulaciones en modelos de ANN multi-capa, basadas en las características geométricas y físicas del problema han sido exploradas en [Pei and Smyth, 2006a, Pei and Smyth, 2006b], aplicadas a la simulación e identificación de la fuerza de restauración de osciladores no lineales histeréticos, tomando

una suma lineal de las funciones de activación de los neurodos y asumiendo dichas funciones bases, como sigmoides no lineales. Los resultados presentaron un desempeño superior respecto a las típicas funciones signo y polinomial. Como una extensión de este trabajo, [Pei and Mai, 2008] propusieron una mejora en la inicialización de pesos en los neurodos.

El uso de técnicas de extracción de características para el entrenamiento de ANN en la identificación de daños estructurales, es investigado por [Han et al., 2006]. [Qian and Mita, 2007] compararon el método Parzen–Window y ANN entrenada con el algoritmo *Levenberg–Marquardt* para la identificación de parámetros modales en estructuras de múltiples grados de libertad. [Sohn and Farrar, 2000] realizaron una aplicación de PCA, donde analizaron los datos tomados de una columna en concreto reforzada, condensando 39 medidas obtenidas de sensores en una sola serie de tiempo. Posteriormente emplearon procesos de clasificación estadística de daños. [Zhong et al., 2006] llevaron a cabo una comparación entre PCA e ICA para la extracción de características de señales estructurales medidas, que implican daño de una estructura tipo (*benchmark*), perteneciente al grupo de tarea de monitoreo de salud estructural (IASC–ASCE SHM) junto con algoritmos de correlación espacio–temporales y estadísticas de segundo orden. [Tsompanakis et al., 2008] aplicaron ANN junto con algoritmos genéticos para la identificación y análisis sísmico probabilístico de estructuras.

También se han llevado a cabo estudios experimentales utilizando estructuras a escala para verificar la potencial aplicabilidad de las ANN: [Bani-Hani et al., 1999], identificaron los parámetros de una estructura de acero de tres pisos, en el dominio del tiempo y de la frecuencia. A pequeña escala, se han realizado experimentos por [Qian and Mita, 2008] y por [Saadat et al., 2007]. Experimentos en delaminación de materiales compuestos, han sido realizados por [Kesavan et al., 2008].

Igualmente, aplicaciones empleando máquinas de soporte vectorial (SVM) se encuentran en [Worden and Lane, 2001], donde asumieron el problema de identificación de daño de una estructura planar, como una tarea de clasificación. Song et al. propusieron en [Song et al., 2005] la integración de análisis de ICA para la extracción de señales de una estructura y su posterior incorporación en el entrenamiento de una SVM para la clasificación de daño estructural. [Zhang and Sato, 2006, Zhang et al., 2007a, Zhang et al., 2007b], compararon el comportamiento de las SVM con métodos como el de mínimos cuadrados recursivos (RLS –*Recursive Least Square*) y filtro de Kalman básico (KF –*Kalman filter*). Es comprobada la superioridad de sus resultados en cuanto a la precisión de los valores de los parámetros estructurales identificados.

[Yang and Lin, 2004] propusieron una técnica adaptativa basada en la idea de mínimos cuadrados para la detección de cambios en los parámetros de sistemas estructurales de varios grados de libertad. En [Yang et al., 2006a], presentaron un método de estimación de parámetros, basado en mínimos cuadrados adaptativos y el filtro de Kalman extendido (EKF –*extended Kalman filter*). Una extensión de esta investigación, asumiendo que se desconoce la excitación y las respuestas estructurales, es reportada en [Yang and Huang, 2007, Yang et al., 2007b]. Experimentos acerca del desempeño del método de mínimos cuadrados sobre estructuras a escala real, se han realizado por [Ozcelik et al., 2008].

Métodos que se fundamentan en la idea de identificar los parámetros modales de la estructura frente a una excitación, como el ERA y NEXt, han sido explorados por [Caicedo, 2003] y por [Caicedo et al., 2004]. Diversos experimentos han sido realizados alrededor del mundo aplicando dichos métodos: el empleo de modelos de puentes reales como los puentes *Yokohama Bay*, *Rainbow* y *Tsurumi Fairway*, ubicados en Japón, bajo acciones sísmicas ha sido reportado por [Siringoringo and Fujino, 2008]. Igualmente, se reportan aplicaciones con estructuras a escala real por [Nayeri et al., 2008].

[Mevel et al., 2000] aplicaron un método basado en sub–espacio estocástico para la detección de daños en un estructura instrumentada. Detalles acerca de como funciona dicho método para la detección de daños, se encuentra en [Basseville et al., 2000]. Investigaciones en esta dirección, son reportadas por [Basseville et al., 2004] y aplicaciones con datos reales tomados del puente Z24 ubicado en Suiza, son encontradas en [Basseville et al., 2007] y en [Balmès et al., 2008].

Numerosas aplicaciones empleando transformada *wavelet* han sido realizadas: un procedimiento basado en la solución *Wavelet–Galerkin* de las ecuaciones del movimiento para la identificación de sistemas estructurales no lineales, fue investigada por [Ghanem and Romeo, 2001]. Una revisión de las aplicaciones de métodos basados en transformada *Wavelet* para la identificación y detección de daños en estructuras civiles y mecánicas fue elaborada por [Kim and Melhem, 2004]. [Shinde and Hou, 2004, Shinde and Hou, 2005] propusieron la descomposición de señales obtenidas de la respuesta vibratoria de un sistema de 3 grados de

libertad (3DOF), en sus componentes dominantes, basada en *Wavelets*. [Spanos et al., 2006] aplicaron la transformada *wavelet* a la detección de daños a vigas tipo Euler–Bernoulli sujetas a cargas estáticas. [Mizuno et al., 2008] presentaron un método de detección de daños en estructuras, empleando la descomposición *Haar Wavelet* y la transformada de Fourier, basado en la respuesta de la aceleración estructural.

Por otro lado, [Nichols et al., 2003a, Nichols et al., 2003b] han investigado en aplicaciones de la teoría de dinámica no lineal y caos al monitoreo de salud estructural e identificación de parámetros estructurales. En dichos estudios, una clasificación del daño estructural es obtenida a través de un método basado en atractores. El método básicamente cuantifica la probabilidad que un modelo particular, tomado a partir de los datos vibracionales describa los datos que implican daño estructural. En esta misma dirección, han sido propuestos por [Overbey et al., 2006, Overbey and Todd, 2007] y por [Olson and Todd, 2008], métodos basado en atractores, donde se integran técnicas de extracción de características, técnicas de programación evolutiva y análisis de series de tiempo para la clasificación y detección de daños en estructuras.

Las técnicas de identificación y de estimación de parámetros, basado en teoría bayesiana han tenido gran aceptación dentro del ámbito de la ingeniería civil: Beck usó en [Beck, 1978] un filtro invariante para identificación modal de estructuras lineales, empleando datos del comportamiento dinámico de las estructuras. En [Hoshiya and Saito, 1984], aplicaron el EKF, para tareas de identificación estructural; Koh y See desarrollaron en [Koh and See, 1994] un filtro adaptativo que incluye en su cálculo la actualización de la estimación de incertidumbres. En las investigaciones realizadas por [Ghanem and Shinozuka, 1995a] y [Ghanem and Shinozuka, 1995b], se comparó el desempeño de varias técnicas de estimación de parámetros aplicado a estructuras sometidas a acciones sísmicas: EKF, RLS y métodos de predicción del error. Li y Roberts propusieron en sus investigaciones, detalladas en [Li and Roberts, 1999a] y [Li and Roberts, 1999b], un esquema de identificación bajo parámetros estructurales estocásticos, consistente de dos etapas: (1) identificación del valor medio de los parámetros del modelo con el EKF y (2) identificación de la varianza de dichos parámetros. [Provasi et al., 2000], aplicaron un método de estimación de parámetros modales a estructuras mecánicas, basado en la formulación del EKF.

[Loh et al., 2000], compararon el EKF con un filtro de Kalman dotado de un factor de ponderación adaptativo para estructuras no lineales con parámetros variantes en el tiempo. Posteriormente, [Yuen and Katafygiotis, 2002], emplearon un método de actualización bayesiana para la identificación de parámetros modales en estructuras. [Yoshida and Sato, 2002] propusieron la aplicación de un algoritmo de estimación, que se basa en simulaciones estocásticas, a la identificación teórica y experimental de parámetros estructurales variantes en el tiempo, llamado filtro de partículas (PF – *Particle filter*). [Luş et al., 2004], desarrollaron una metodología de identificación de parámetros estructurales, basado en el filtro observador/Kalman, en el algoritmo *eigensystem realization* y en técnicas de optimización no lineal. [Ching et al., 2004] investigaron el desempeño del EKF y de un filtro de partículas, para la identificación de modelos estructurales lineales y no lineales. Los autores concluyeron que el algoritmo de partículas tiene un mejor desempeño que el EKF, sobretodo para los modelos estructurales no lineales. Además, que un modelo que represente adecuadamente la dinámica del sistema estructural, más un algoritmo acorde a dicha tarea, son necesarios para el éxito en la estimación por métodos bayesianos. [Corigliano and Mariani, 2004] demostraron la afectación en el desempeño del EKF cuando se acentúan las no linealidades de los materiales. En esta misma dirección, en [Corigliano et al., 2005], aplicaron una reciente técnica de filtrado, conocida como filtro de Kalman *unscented* (UKF – *unscented Kalman filter*) para la calibración de los valores de materiales con comportamiento no lineal. [Gao and Lu, 2006] propusieron la aplicación del KF para la detección de daños en estructuras sometidas a vibraciones de ambiente, basado en un modelo estructural autorregresivo, ARX.

[Ching et al., 2006a], realizaron una comparación entre el EKF y un filtro de partículas para la estimación de sistemas estructurales con parámetros variantes en el tiempo. También fueron analizados sistemas con comportamiento caótico. De la misma forma, [Ching et al., 2006b], emplearon un filtro de partículas para la estimación de sistemas estructurales lineales y no lineales con parámetros variantes en el tiempo y sometidos a acciones sísmicas. En esta investigación se formularon conclusiones similares a las obtenidas por [Ching et al., 2004] y dio como resultado que el filtro de partículas tiene mejores resultados para el caso de modelos no lineales que para el caso de modelos lineales. Un rastreo adaptativo basado en el filtro EKF (AEKF – *adaptive extended Kalman filter*) fue sugerido por [Yang et al., 2006b], por [Yang et al., 2007a] y por [Pan, 2006]. Estudios experimentales para verificar la potencialidad del AEKF fue realizado por [Zhou et al., 2008], donde se tomaron estructuras a pequeña escala sometidas a cargas sísmicas simuladas. [Ghanem and Ferro, 2006], compararon el EKF con el filtro de Kalman ensamblado (ENKF – *Ensemble Kalman Filter*)

para la identificación de parámetros. Los autores demostraron la robustez del ENKF para identificar daños estructurales y hacer rastreo de las características dinámicas de sistemas estructurales no lineales a través del tiempo. En la investigación de Namdeo y Manohar, reportada en [Namdeo and Manohar, 2007], se empleó un banco de filtros de partículas para la identificación de sistemas estructurales no lineales. En este estudio, se observó que los bancos de filtros tuvieron un mejor desempeño para los casos en los cuales el nivel de ruido era elevado.

[Mariani and Ghisi, 2007] aplicaron el UKF y el EKF para la estimación conjunta de parámetros y de estado de una estructura de un grado de libertad. Este trabajo demostró que el UKF proporciona resultados con una precisión similar al EKF para modelos estructurales lineales bajo ambientes dinámicos con altos niveles de ruido. Para modelos estructurales no lineales el UKF presenta mejores resultados. Una aplicación de los métodos UKF y EKF a sistemas estructurales no lineales sujetos a cargas sísmicas, es realizada por [Wu and Smyth, 2007], concluyendo que el método UKF arroja resultados tan buenos como el EKF en sistemas con no linealidades suaves y resultados con mayor precisión para sistemas altamente no lineales. De la misma forma en [Wu and Smyth, 2008], evaluaron la aplicación del método UKF para la estimación de parámetros en sistemas estructurales no lineales con fenómenos de degradación sometidos a terremotos. A través de las simulaciones numéricas, esta investigación dio como resultado que con las aceleraciones estructurales y con la aceleración del terreno, el UKF proporciona resultados óptimos de estimación de estados en sistemas complejos. Además, que debido a la eficiencia computacional del UKF, se hace posible su uso en tareas de estimación adaptativa y de control estructural. Una comparación entre el UKF y un filtro de partículas, conocido como *Gaussian mixture sigma-point particle filter* (GMSPPF), es realizada por [Chatzi and Smyth, 2009].

[Xue et al., 2008] utilizaron un filtro auxiliar de partículas, (APF – *Auxiliary Particle Filter*) para detectar el cambio en los parámetros de estructuras histeréticas no lineales, demostrando que su desempeño es mejor que el filtro de partículas convencional. Finalmente, [Muto and Beck, 2008], aplicaron un método de simulación estocástica, llamado *Transitional Markov Chain Monte Carlo method* (TMCM), a la identificación de parámetros de estructuras histeréticas no lineales, basado en una versión adaptativa de obtención de muestras del algoritmo *Metropolis–Hastings*.

---

# BIBLIOGRAFÍA

- Alvin, K. F., Robertson, A., Reich, G. W., and Park, K. C. (2003). Structural system identification: from reality to models. *Computers and Structures*, 81:1149–1176.
- Balageas, D., Fritzenand, C. P., and Güemes., A. (2006). *Structural health monitoring*. ISTE Ltd, London W1T 5DX, UK, 1 edition.
- Balmès, E., Basseville, M., Mevel, L., Nasser, H., and Zhou, W. (2008). Statistical model-based damage localization: A combined subspace-based and substructuring approach. *Structural Control and Health Monitoring*, 15:857–875.
- Bani-Hani, K., Ghaboussit, J., and Schneider, S. P. (1999). Experimental study of identification and control of structures using neural network part 1: identification. *Earthquake engineering and structural dynamics*, 28:995–1018.
- Basseville, M., Abdelghani, M., and Benveniste, A. (2000). Subspace-based fault detection algorithms for vibration monitoring. *Automatica*, 36(1):101–109.
- Basseville, M., Benveniste, A., Goursat, M., and Mevel, L. (2007). Subspace-based algorithms for structural identification, damage detection, and sensor data fusion. *EURASIP, Journal on Advances in Signal Processing*, ID-69136:13.
- Basseville, M., Mevel, L., and Goursat, M. (2004). Statistical model-based damage detection and localization: subspace-based residuals and damage-to-noise sensitivity ratios. *Journal of Sound and Vibration*, 275:769–794.
- Basseville, M. and Nikiforov, I. V. (1993). *Detection of Abrupt Changes: Theory and Application*. Information and system sciences. Prentice-Hall, Inc, Saddle River, NJ, USA.
- Beck, J. L. (1978). Determining models of structures from earthquake records. Technical Report EERL no. 78-01, Earthquake Engineering Research Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, California.
- Caicedo, J. M. (2003). *Structural Health Monitoring of Flexible Civil Structures*. PhD thesis, Department of Civil Engineering, The Henry Edwin Sever Graduate School, Washington University, St. Louis, Missouri, USA.
- Caicedo, J. M., Dyke, S. J., and Johnson, E. A. (2004). Natural excitation technique and eigensystem realization algorithm for phase I of the IASC-ASCE benchmark problem: Simulated data. *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, 130(1):49–60.
- Chassiakos, A. G. and Masri, S. F. (1996). Identification of structural systems by neural networks. *Mathematics and Computers in Simulation*, 40:637–656.
- Chatzi, E. and Smyth, A. W. (2009). The unscented Kalman filter and particle filter methods for nonlinear structural system identification with non-collocated heterogeneous sensing. *Structural Control and Health Monitoring*, 16:99–123.

- Ching, J., Beck, J. L., and Porter, K. A. (2006a). Bayesian state and parameter estimation of uncertain dynamical systems. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 21:81–96.
- Ching, J., Beck, J. L., Porter, K. A., and Shaikhutdinov, R. (2004). Real-time bayesian state estimation of uncertain dynamical systems. Technical Report EERL no. 2004-01, Earthquake Engineering Research Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, California.
- Ching, J., Beck, J. L., Porter, K. A., and Shaikhutdinov, R. (2006b). Bayesian state estimation method for nonlinear systems and its application to recorded seismic response. *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, 132(4):396–410.
- Corigliano, A., Ghisly, A., and Mariani, S. (2005). Parameter identification of nonlinear constitutive laws by an unscented Kalman filter. In Oñate, E. and Owen, D., editors, *VIII International Conference on Computational Plasticity, COMPLAS VIII*, pages 1–4, Barcelona. CIMNE.
- Corigliano, A. and Mariani, S. (2004). Parameter identification in explicit structural dynamics: performance of the extended Kalman filter. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193:3807–3835.
- Gao, F. and Lu, Y. (2006). A Kalman-filter based time-domain analysis for structural damage diagnosis with noisy signals. *Journal of Sound and Vibration*, 297:916–930.
- Ghanem, R. and Ferro, G. (2006). Health monitoring for strongly non-linear systems using the ensemble Kalman filter. *Structural Control and Health Monitoring*, 13:245–259.
- Ghanem, R. and Romeo, F. (2001). A wavelet-based approach for model and parameter identification of non-linear systems. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 36:835–859.
- Ghanem, R. and Shinozuka, M. (1995a). Structural-system identification, I: theory. *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, 121(2):255–264.
- Ghanem, R. and Shinozuka, M. (1995b). Structural-system identification, II: experimental verification. *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, 121(2):265–273.
- Han, B., Kang, L., Chen, Y., and Song, H. (2006). *Intelligent Control and Automation: International Conference on Intelligent Computing, ICIC 2006 Kunming, China*, volume 344 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, chapter Improving Structure Damage Identification by Using ICA-ANN Based Sensitivity Analysis, pages 909–914. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Netherlands.
- Hoshiya, M. and Saito, E. (1984). Structural identification by extended Kalman filter. *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, 110(12):1757.
- Kesavan, A., Sabu, J., and Herszberg, I. (2008). Structural health monitoring of composite structures using artificial intelligence protocols. *Journal of intelligent material systems and structures*, 19:63–73.
- Kim, H. and Melhem, H. (2004). Damage detection of structures by wavelet analysis. *Engineering Structures*, 26:347–362.
- Koh, C. G. and See, L. M. (1994). Identification and uncertainty estimation of structural parameters. *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, 120(6):12–19.
- Lam, H., Yuen, K., and Beck, J. L. (2006). Structural health monitoring via measured ritz vectors utilizing artificial neural networks. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 21:232–241.
- Lam, H. F. and Ng, C. T. (2008). The selection of pattern features for structural damage detection using an extended bayesian ANN algorithm. *Engineering Structures*, 30:2762–2770.
- Li, J. and Roberts, J. B. (1999a). Stochastic structural system identification. Part I : mean parameter estimation. *Springer-Verlag, Computational Mechanics*, 24:206–210.
- Li, J. and Roberts, J. B. (1999b). Stochastic structural system identification. Part II : variance parameter estimation. *Springer-Verlag, Computational Mechanics*, 24:211–215.
- Loh, C., Lin, C., and Huang, C. (2000). Time domain identification of frames under earthquake loadings. *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, 126(7):693–703.
- Luş, H., Betti, R., Yu, J., and Angelis, M. D. (2004). Investigation of a system identification methodology in the context of the ASCE benchmark problem. *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, 130(1):71–84.

- Mariani, S. and Ghisi, A. (2007). Unscented Kalman filtering for nonlinear structural dynamics. *Nonlinear dynamics*, 18(9):1071–1091.
- Masri, S. F., Chassiakos, A. G., and Caughey, T. K. (1992). Structure–unknown non-linear dynamic systems: identification through neural networks. *Smart Materials and Structures*, 1:45–56.
- Masri, S. F., Smyth, W., Chassiakos, A. G., Caughey, T. K., and Hunter, N. F. (2000). Application of neural networks for detection of changes in nonlinear systems. *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, 126(7):666–676.
- Mevel, L., Benveniste, A., Basseville, M., and Goursat, M. (2000). In operation structural damage detection and diagnosis. In *European COST–F3 Conference on System Identification and Structural Health Monitoring*, pages 641–650, Madrid, España.
- Mizuno, Y., Monroig, E., and Fujino, Y. (2008). Wavelet decomposition–based approach for fast damage detection of civil structures. *ASCE, Journal of Infrastructure Systems*, 14(1):27–32.
- Muto, M. and Beck, J. L. (2008). Bayesian updating and model class selection for hysteretic structural models using stochastic simulation. *Journal of Vibration and Control*, 14(1–2):7–34.
- Namdeo, V. and Manohar, C. S. (2007). Nonlinear structural dynamical system identification using adaptive particle filters. *Journal of Sound and Vibration*, 306:524–563.
- Nayeri, R. D., Masri, S. F., Ghanem, R. G., and Nigbor, R. L. (2008). A novel approach for the structural identification and monitoring of a full–scale 17–story building based on ambient vibration measurements. *Smart Materials and Structures*, 17:025006–25.
- Nichols, J. M., Todd, M. D., and Seaver, M. (2003a). Use of chaotic excitation and attractor property analysis in structural health monitoring. *Physical Review E*, 67(1):0162091–0162098.
- Nichols, J. M., Trickey, S. T., Todd, M. D., and Virgin, L. N. (2003b). Structural health monitoring through chaotic interrogation. *Meccanica*, 38:239–250.
- Olson, C. and Todd, M. (2008). On the convergence of multiple excitation sources to a two–tone excitation class: Implications for a global optimum excitation in active sensing for structural health monitoring. *Structural Control and Health Monitoring*. In press.
- Overbey, L. A., Olson, C. C., and Todd, M. D. (2006). A parametric investigation of state–space–based prediction error methods with stochastic excitation for structural health monitoring. *Smart Materials and Structures*, 16:1621–1638.
- Overbey, L. A. and Todd, M. D. (2007). Analysis of local state space models for feature extraction in structural health monitoring. *Structural Health Monitoring, International Journal*, 6(2):145–167.
- Ozcelik, O., Luco, J. E., and Conte, J. P. (2008). Identification of the mechanical subsystem of the NEES–UCSD shake table by a least-squares approach. *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, 134(1):23–34.
- Pan, S. (2006). *System identification and damage detection of structures with unknown excitations*. PhD thesis, Department of Civil Engineering, University of California, Irvine, California, USA.
- Pei, J. and Mai, E. C. (2008). Constructing multilayer feedforward neural networks to approximate nonlinear functions in engineering mechanics applications. *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, 75:0610021–06100212.
- Pei, J. and Smyth, A. W. (2006a). New approach to designing multilayer feedforward neural network architecture for modeling nonlinear restoring forces. I: Formulation. *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, 132(12):1290–1300.
- Pei, J. and Smyth, A. W. (2006b). New approach to designing multilayer feedforward neural network architecture for modeling nonlinear restoring forces. II: Applications. *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, 132(12):1301–1312.
- Provasi, R., Zanetta, G. A., and Vania, A. (2000). The extended Kalman filter in the frequency domain for the identification of mechanical structures excited by sinusoidal multiple inputs. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 14(3):327–341.

- Qian, Y. and Mita, A. (2007). Structural damage identification using parzen–window approach and neural networks. *Structural Control and Health Monitoring*, 14:576–590.
- Qian, Y. and Mita, A. (2008). Acceleration–based damage indicators for building structures using neural network emulators. *Structural Control and Health Monitoring*, 15:901–920.
- Saadat, S., Buckner, G. D., and Noor, M. (2007). Structural system identification and damage detection using the intelligent parameter varying technique: An experimental study. *Structural Health Monitoring, International Journal*, 6(3):231–243.
- Shinde, A. and Hou, Z. (2004). A wavelet packet based sifting process and its application for structural health monitoring. In *Proceeding of the 2004 American Control Conference*, pages 4219–4224, Boston, Massachusetts.
- Shinde, A. and Hou, Z. (2005). A wavelet packet based sifting process and its application for structural health monitoring. *Structural Health Monitoring*, 4(2):153–170.
- Siringoringo, D. M. and Fujino, Y. (2008). System identification applied to long–span cable–supported bridges using seismic records. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 37:361–386.
- Sohn, H. and Farrar, C. R. (2000). Statistical process control and projection techniques for damage detection. In *European COST–F3 Conference on System Identification and Structural Health Monitoring*, pages 105–114, Madrid, España.
- Sohn, H., Farrar, C. R., Hemez, F. M., Shunk, D. D., Stinemates, D. W., Nadler, B. R., and Czarnecki, J. J. (2004). A review of structural health monitoring literature: 1996–2001. Technical Report LA–13976–MS, Los Alamos National Laboratory, California, USA.
- Song, H., Zhong, L., and Han, B. (2005). *Advanced Data Mining and Applications*, volume 3584 of *Lecture Notes in Computer Science*, chapter Structural Damage Detection by Integrating Independent Component Analysis and Support Vector Machine, pages 670–677. Springer–Verlag Berlin Heidelberg, Netherlands.
- Spanos, P. D., Failla, G., Santini, A., and Pappaticio, M. (2006). Damage detection in euler–bernoulli beams via spatial wavelet analysis. *Structural Control and Health Monitoring*, 13:472–487.
- Tsompanakis, Y., Lagaros, N. D., and Stavroulakis, G. E. (2008). Soft computing techniques in parameter identification and probabilistic seismic analysis of structures. *Advances in Engineering Software*, 39:612–624.
- Worden, K., Bullough, W. A., and Haywood, J. (2003). *Smart Technologies*. Word Scientific Publishing Ltd, USA, 1 edition.
- Worden, K. and Lane, A. J. (2001). Damage identification using support vector machines. *Smart Materials and Structures*, 10:540–547.
- Wu, M. and Smyth, A. W. (2007). Application of the unscented Kalman filter for real–time nonlinear structural system identification. *Structural Control and Health Monitoring, International Journal*, 14:971–990.
- Wu, M. and Smyth, A. W. (2008). Real–time parameter estimation for degrading and pinching hysteretic models. *International Journal of Non–Linear Mechanics*, 43:822–833.
- Xu, B., Wu, Z., Chen, G., and Yokoyama, K. (2004). Direct identification of structural parameters from dynamic responses with neural networks. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 17:931–943.
- Xu, B., Wu, Z., Yokoyama, K., and Chen, G. (2005). A soft post–earthquake damage identification methodology using vibration time series. *Smart Materials and Structures*, 14:S116–S124.
- Xue, S., Tang, H., and Xie, Q. (2008). Structural damage detection using auxiliary particle filtering method. *Structural Health Monitoring, International Journal*, 8(2):0101–12.
- Yang, J. and Huang, H. (2007). Sequential non–linear least–square estimation for damage identification of structures with unknown inputs and unknown outputs. *International Journal of Non–Linear Mechanics*, 42:789–801.

- Yang, J., Huang, H., and Lin, S. (2006a). Sequential non-linear least-square estimation for damage identification of structures. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 41:124–140.
- Yang, J. and Lin, S. (2004). On-line identification of non-linear hysteretic structures using an adaptive tracking technique. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 39:1481–1491.
- Yang, J., Lin, S., Huang, H., and Zhou, L. (2006b). An adaptive extended Kalman filter for structural damage identification. *Structural Control and Health Monitoring*, 13:849–867.
- Yang, J., Pan, S., and Huang, H. (2007a). An adaptive extended Kalman filter for structural damage identifications II: unknown inputs. *Structural Control and Health Monitoring*, 14:497–521.
- Yang, J., Pan, S., and Lin, S. (2007b). Least-squares estimation with unknown excitations for damage identification of structures. *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, 133(1):12–21.
- Yoshida, I. and Sato, T. (2002). Health monitoring algorithm by the monte carlo filter based on non-gaussian noise. *Journal of Natural Disaster Science*, 24(2):101–107.
- Yuen, K. and Katafygiotis, L. S. (2002). Bayesian modal updating using complete input and incomplete response noisy measurements. *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, 128(3):340–350.
- Zhang, J. and Sato, T. (2006). Non-linear hysteretic structural identification by utilizing on-line support vector regression. *JSCE, Structural engineering and Earthquake engineering*, 23(1):45–55.
- Zhang, J., Sato, T., and Iai, S. (2007a). Non-linear system identification of the versatile-typed structures by a novel signal processing technique. *Earthquake engineering and structural dynamics*, 36:909–925.
- Zhang, J., Sato, T., and Iai, S. (2007b). Novel support vector regression for structural system identification. *Structural Control and Health Monitoring*, 14:609–626.
- Zhong, L., Song, H., and Han, B. (2006). *Intelligent Control and Automation: International Conference on Intelligent Computing, ICIC 2006 Kunming, China*, volume 345 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, chapter Extracting Structural Damage Features: Comparison Between PCA and ICA, pages 840–845. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Netherlands.
- Zhou, L., Wu, S., and Yang, J. (2008). Experimental study of an adaptive extended Kalman filter for structural damage identification. *ASCE, Journal of Infrastructure Systems*, 14(1):42–51.



# IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS ESTRUCTURALES Y SHM

## 3.1. Fundamentos y conceptos

El monitoreo de salud estructural (SHM) se refiere al proceso de implementar una estrategia global y *on-line* para la identificación de daños en infraestructuras civiles o aeroespaciales, es decir, es un diagnóstico del estado de la estructura como un todo, en función del estado de sus diferentes partes y de sus materiales constitutivos. Su objetivo primordial es el de mejorar la seguridad y la confiabilidad de una estructura civil o aeroespacial y para lograrlo, se ha apuntado al desarrollo de técnicas que puedan reemplazar la inspección visual por métodos automatizados de valoración de daños. Otras líneas de investigación afines la componen por ejemplo, el monitoreo de condición (CM) que es análogo al SHM, pero aplicado a maquinarias y equipos de manufactura, y la evaluación no destructiva (NDE) que se refiere básicamente a la inspección *off-line* de estructuras, teniendo un conocimiento *a priori* de la presencia o localización del daño. La predicción del estado y del tiempo de servicio de un sistema estructural en términos probabilistas es abordado por lo que se conoce como predicción del daño (*damage prognosis*) [Farrar and Worden, 2007].

Los métodos de monitoreo de salud estructural pueden clasificarse en dos grandes grupos: (1) métodos globales, los cuales definen la presencia y la localización de un daño a partir de la dinámica de la estructura y (2) métodos locales, los cuales se basan en pruebas experimentales e inspecciones visuales, tales como métodos de ultrasonido, métodos de campos magnéticos, entre otros. Estos métodos locales necesitan un conocimiento *a priori* de la localización del daño, además que la sección estructural que se va a revisar sea accesible para el operador encargado de la revisión visual. Una mayor información puede encontrarse en el reporte de [Sohn et al., 2004].

De forma general, se puede decir que el SHM puede ser aplicado a los siguientes casos [Brownjohn, 2007]:

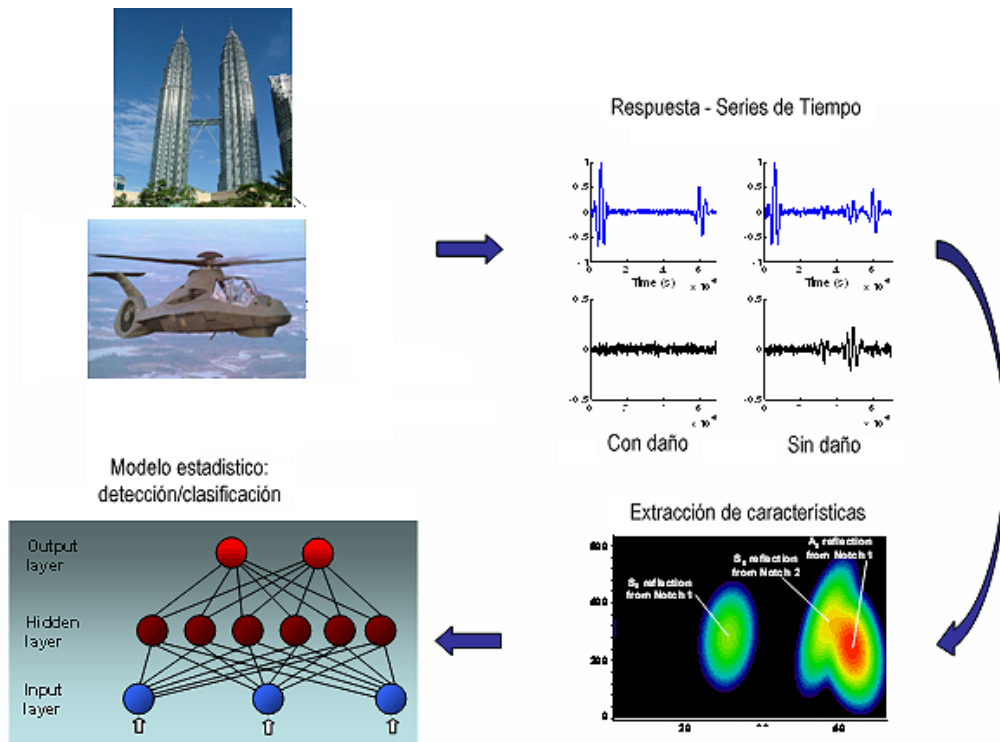
- Modificaciones de una estructura ya existente.
- Monitoreo del estado de una estructura afectada por cargas externas.
- Monitoreo del estado de una estructura en procesos de demolición.
- Valoración estructural de sistemas sujetos durante largo tiempo a movimientos o a degradación de materiales.
- Mejoramiento del diseño estructural basado en adquisición de datos.
- Valoración de fenómenos de fatiga en materiales.
- Desarrollo de nuevos sistemas de construcción.

- Valoración de la integridad estructural después de fuertes incidencias dinámicas, tales como terremotos.
- Desarrollo de esquemas de diseño basado en desempeño estructural.

Por ello, el monitoreo de salud se hace atractivo para el desarrollo de una nueva generación de estructuras inteligentes, que sean capaces de monitorear su condición o *salud* en tiempo real y con numerosas ventajas en su desempeño [Sohn et al., 2004]: (a) reducción en la probabilidad de fallo debido a fenómenos inesperados, como catástrofes naturales o daño progresivo de materiales entre periodos de inspección, (b) reducción en los gastos de mantenimiento de estructuras, al pasar al paradigma de mantenimiento de condición, (c) reducción en el costo de materiales por el sobre diseño de estructuras, (d) la posibilidad de monitorear y reparar estructuras remotas, tales como satélites y naves aeroespaciales en misiones y (e) la valoración de sistemas estructurales luego de desastres naturales.

### 3.1.1. SHM como una tarea de reconocimiento de patrones

El SHM es un campo de investigación naciente, donde los investigadores del tema buscan conformar un cuerpo conceptual que sirva de soporte para el desarrollo del tema. En los últimos años, se han ido formulando diversas clasificaciones, basadas en la medición de las propiedades dinámicas y en la técnica empleada [Doebling et al., 1996]. Una de estas clasificaciones es la que asume el SHM como una tarea de reconocimiento de patrones [Sohn and Farrar, 2000, Sohn et al., 2004, Farrar and Worden, 2007] (Figura 3.1) y que constituye un paradigma que puede ser descrito en cuatro partes: (1) evaluación operacional, (2) adquisición, fusión y filtrado de datos, (3) extracción de características y compresión de datos y (4) desarrollo del modelo estadístico para la discriminación de características.



**Figura 3.1:** Monitoreo de salud estructural visto como una tarea de reconocimiento de patrones (Adaptado de [Friedmann and Bagnoud, 2009]).

La evaluación operacional se refiere básicamente a las respuestas a dos preguntas acerca de la implementación

del monitoreo de salud estructural:

- ¿Cuáles son las condiciones operacionales y ambientales bajo las cuales va a estar funcionando el sistema de monitoreo?
- ¿Cuáles son las limitaciones en la adquisición de datos del sistema de monitoreo, debido a las condiciones de funcionamiento?

Esta primera parte sirve para dar un panorama general del problema a abordar, evaluar sus limitaciones y poder tomar ventaja de las características que son propias y particulares de la estructura.

La adquisición, fusión y *limpieza* de las señales involucra el tipo de sensores que van a ser utilizados, su localización y la cantidad de estos, además del tipo de hardware para el almacenamiento y transmisión de datos. De la misma forma, se deben realizar procesos de normalización de datos para que la variabilidad en las mediciones, provenientes de cambios en las condiciones de operación y del ambiente no se confundan con mediciones estructurales de interés, tales como señales que denotan deterioro o daño. Un proceso comúnmente usado es normalizar las respuestas medidas del sistema por las mediciones de entrada. El propósito de la fusión de datos es la de integrar la información proveniente de un conjunto de sensores, de tal forma que las decisiones basadas en dicha información sean más robustas y confiables que las obtenidas de un solo sensor; en ocasiones complejos algoritmos de procesamiento de información son empleadas para la fusión de datos, como redes neuronales artificiales. En cuanto al limpiado de la señal es un proceso empírico de aceptación o rechazo de datos para la fase posterior de extracción de características. Algunas técnicas de filtrado pueden ser empleadas para esta *limpieza* de las señales.

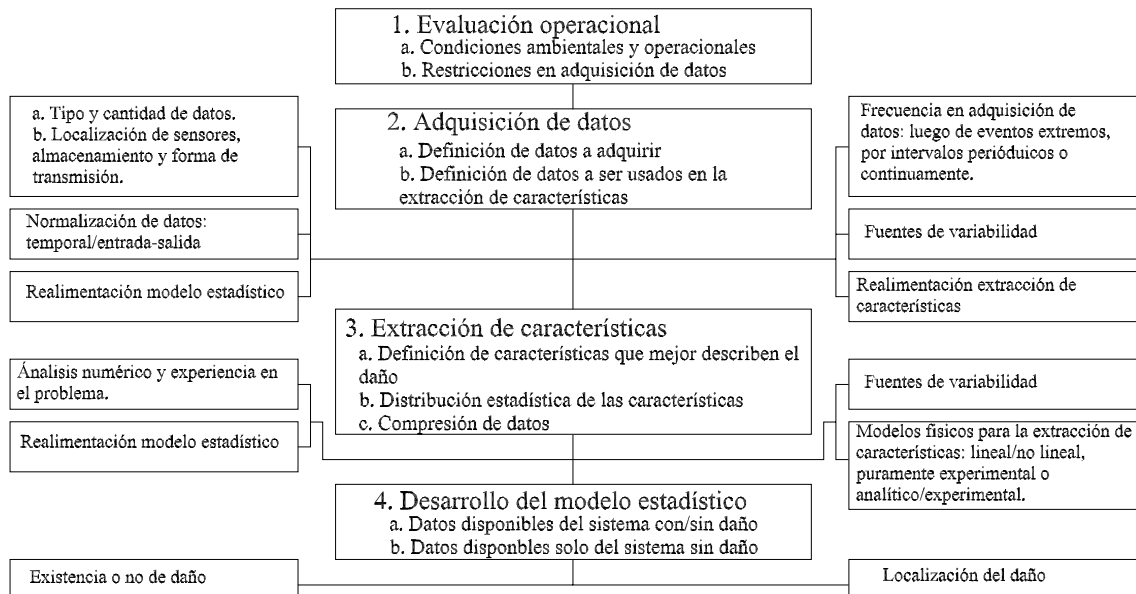
El proceso que ha recibido la mayor atención en la literatura científica es el de extracción de características: se identifican las respuestas que denotan daño a partir de las mediciones y de las respuestas estructurales por medio de un vector de características. Este vector no tiene restricción en cuanto a la combinación de información que puede contener, pues en ocasiones se encuentran frecuencias resonantes, mediciones de cambios de temperatura y tiempo.

En el modelo estadístico de extracción de características, lo que se pretende es valorar si los cambios en la selección de características son relevantes estadísticamente para la detección de daños. El modelo estadístico que se desarrolle, puede pertenecer a uno de los siguientes tres grupos: cuando se tienen datos del sistema estructural con y sin presencia de daño cae dentro del grupo general de aprendizaje supervisado (*Supervised Learning Approach*), que a su vez, puede dividirse en algoritmos de clasificación (*Classification Task*) y de regresión (*Regression Task*). Cuando se disponen de los datos que significan daño estructural, se tiene lo que se conoce como aprendizaje no supervisado (*Unsupervised Learning Approach*). Un esquema de esta forma de abordar el problema de detección de daños se presenta en la Figura 3.2.

### 3.1.2. Componentes de los sistemas de monitoreo de salud estructural

En términos generales, un sistema de monitoreo de salud estructural consta de tres partes: (1) instrumentación y sensorización, (2) obtención y almacenamiento de datos, (3) análisis e interpretación de datos. A continuación se dará una breve explicación [Worden et al., 2003, Yun, 2007]:

1. Instrumentación y sensorización. La función de la instrumentación y sensorización es obtener mediciones acerca del comportamiento dinámico de la estructura empleando varios tipos de sensores y sistemas de adquisición de datos. En este punto, se deben tener en cuenta los siguientes aspectos:
  - Tipos de sensores a emplear.
  - Cantidad y localización de sensores: el definir los grados de libertad en la estructuras en los cuales localizar los sensores hace que la estrategia de monitoreo tenga un buen desempeño, dado el costo en las tareas de instrumentación y la naturaleza continua de las grandes infraestructuras civiles.
  - Frecuencia de muestreo.
  - Conocimiento preliminar de las técnicas de procesamiento de datos a emplear.
  - Tipo de medición.
  - Conocimiento del tipo de excitación.
2. Obtención y almacenamiento de datos. Consideraciones típicas en este punto son las siguientes:
  - Tipo de red de sensores: centralizada o distribuida.



**Figura 3.2:** Esquema del SHM como una tarea de reconocimiento de patrones (Adaptado de [Farrar and Doebling, 1999]).

- Dispositivos en las redes de sensores.
  - Dispositivos para comunicación remota.
  - Método de almacenamiento de datos.
  - Frecuencia del almacenamiento de datos: en algunos casos es conveniente almacenar los datos antes de una severa incidencia dinámica y en intervalos de tiempo después del mismo. Cuando se presentan fenómenos de fatiga, se almacenan los datos de manera continua en intervalos de tiempo cortos.
3. Análisis e interpretación de datos. Este paso puede descomponerse en tres tareas: (a) identificación del sistema monitoreado, (b) detección de cambios en el sistema monitoreado y (c) interpretación de los cambios y los daños detectados, y formulación de las estrategias de corrección y prevención:
- Identificación del sistema: puede llevarse a cabo a través de numerosas aproximaciones, identificación paramétrica/no paramétrica, lineal/no lineal, discreta/continua, determinista/estocástica, entre otras.
  - Detección de cambios en el sistema monitoreado: se evalúa la resolución en la detección y se cuantifica la incertidumbre en el proceso. Igualmente, se interpreta el fenómeno físico como tal, es decir, entendimiento del mecanismo de falla, localizaciones del daño, efectos en las características estructurales, entre otros.
  - Interpretación del daño y formulación de las estrategias de corrección y prevención: integración de resultados de las estructuras que estén a disposición, predicción del daño basado en los cambios detectados y estimación de la incertidumbre. También se tienen en cuenta estrategias de mantenimiento confiables basadas en la predicción del daño.

---

# BIBLIOGRAFÍA

- Brownjohn, J. M. W. (2007). Structural health monitoring of civil infrastructure. *Phil. Trans. R. Soc. A*, 365:589–622.
- Doebling, S. W., Farrar, C. R., Prime, M. B., and Shevitz, D. W. (1996). Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: A literature review. Technical Report LA-13070-MS, Los Alamos National Laboratory, California, USA.
- Farrar, C. R. and Doebling, S. W. (1999). Damage detection II: Field applications to large structures. In *Modal Analysis and Testing, Nato Science Series*. Kluwer Academic Publishers.
- Farrar, C. R. and Worden, K. (2007). An introduction to structural health monitoring. *Phil. Trans. R. Soc. A*, 365:303–315.
- Friedmann, P. P. and Bagnound, F. (2009). Structural health management: Helicopter and fixed wing aeroelasticity, active control, aero-servoelasticity, active materials, rotary-wing aerodynamics. <http://aerospace.engin.umich.edu/research/researchdisciplines/structuralmechanics.html>. College of Engineering, University of Michigan.
- Sohn, H. and Farrar, C. R. (2000). Statistical process control and projection techniques for damage detection. In *European COST-F3 Conference on System Identification and Structural Health Monitoring*, pages 105–114, Madrid, España.
- Sohn, H., Farrar, C. R., Hemez, F. M., Shunk, D. D., Stinemates, D. W., Nadler, B. R., and Czarnecki, J. J. (2004). A review of structural health monitoring literature: 1996–2001. Technical Report LA-13976-MS, Los Alamos National Laboratory, California, USA.
- Worden, K., Bullough, W. A., and Haywood, J. (2003). *Smart Technologies*. Word Scientific Publishing Ltd, USA, 1 edition.
- Yun, H. B. (2007). *Analytical and experimental studies of modeling and monitoring uncertain nonlinear systems*. PhD thesis, Faculty of The Graduate School University of Southern California, California, USA.



# DINÁMICA DE SISTEMAS ESTRUCTURALES

Las estructuras civiles, cuando se encuentran sometidas a cargas dinámicas extremas, tales como viento, fuertes terremotos, huracanes u otra clase de desastres naturales, exhiben complejos comportamientos dinámicos [Caicedo, 2001, Krishnan, 2004]. Con el fin de analizar y cuantificar dichas complejidades, se han propuesto numerosos modelos estructurales y mecánicos, tales como el modelo *Hysteron*, el modelo *Chua-Stromsmoe*, modelos Bilineales o modelos *Preisach* [Sain et al., 1997]. También se han empleado otro tipo de modelos no lineales, tales como el de *Duffing* (conocidos como *Duffing-type nonlinear structure*) [Masri et al., 2004, Yang et al., 2006, Yang and Huang, 2007], el modelo de *van der Pol* [Masri et al., 1992, Pei and Smyth, 2006] o sistemas caóticos [Moniz et al., 2004, Ching et al., 2006]. Uno de los modelos más importantes debido a su capacidad para representar una amplia gama de comportamientos hysteréticos, causados por fenómenos de plasticidad en los materiales, es el modelo hysterético de *Bouc-Wen* [Bouc, 1967, Ikhouane and Gomis-Bellmunt, 2008, Kerschen et al., 2006], muy popular en investigaciones relacionadas a la ingeniería mecánica y al control activo de estructuras civiles. En la presente tesis se hará uso de esta clase de modelos hysteréticos.

A continuación se hará una introducción a algunos conceptos, lenguaje y terminología referente a la dinámica estructural empleados a lo largo del presente trabajo y se presentarán los resultados obtenidos del comportamiento de varios sistemas estructurales sometidos a cargas dinámicas.

## 4.1. Introducción

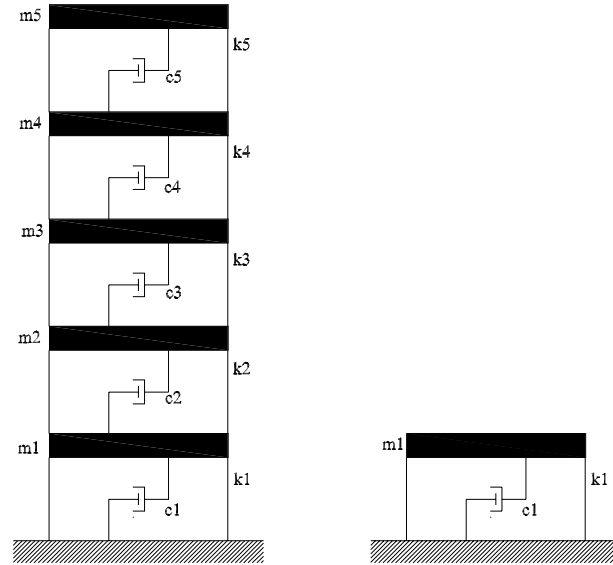
Teóricamente, se puede definir un análisis dinámico de estructuras como aquel en el cual, la respuesta de un sistema estructural se obtiene a partir de la incidencia de una carga dinámica, donde la variación temporal de dicha carga es totalmente conocida en cada instante de tiempo. Cuando se habla de respuesta del sistema, se refiere típicamente a los desplazamientos y aceleraciones que sufre la estructura y de esta forma, obtener un registro del desplazamiento y aceleración estructural respecto al tiempo como efecto de la reacción frente a la carga dinámica; otros aspectos del análisis estructural, como los esfuerzos o fuerzas internas desarrollados en los miembros, son comúnmente categorizados dentro de una segunda fase del análisis dinámico [Clough and Penzien, 1975].

Matemáticamente el comportamiento dinámico de una estructura se describe en función de un conjunto de ecuaciones diferenciales, que de manera general se pueden expresar de la siguiente forma [Barbat and Canet, 1994]:

$$\mathfrak{D}v(t) = \mathcal{F}(t) \quad (4.1)$$

donde  $\mathfrak{D}$  es un operador diferencial,  $v(t)$  es el vector que contiene las incógnitas del sistema y  $\mathcal{F}$  es el vector de excitaciones externas. El operador  $\mathfrak{D}$  puede llegar a representar un proceso dinámico no lineal y en casos

de mayor complejidad estar definido por procesos estocásticos [Ghanem and Spanos, 1991]. Como es de esperarse, el modelo dinámico representado por la ecuación (4.1) esta formulado como un proceso de discretización espacial. En el campo de la mecánica estructural, los principales modelos dinámicos de discretización son: el método de masas concentradas (Figura 4.1), métodos de los desplazamientos generalizados y el método de los elementos finitos (Figura 4.2). Según la estructura analizada se hace uso de un método en particular.



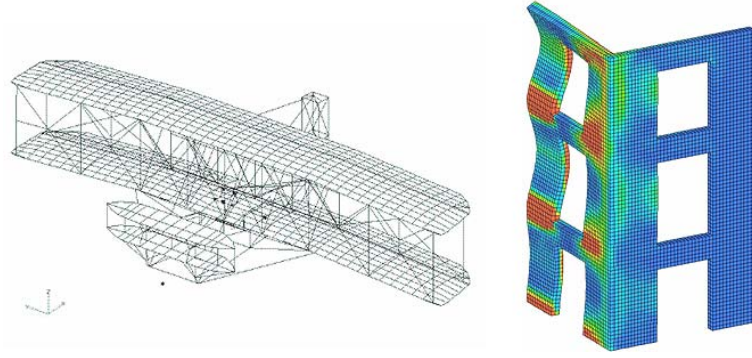
**Figura 4.1:** Esquema de modelos por masas concentradas. Izquierda: estructura modelada como sistema de masas concentradas de 5 grados de libertad. Derecha: estructura modelada como sistema de masa concentrada de un grado de libertad.

Retomando el modelo dinámico definido por (4.1) en conjunto con la información disponible, se pueden definir los siguientes problemas a solucionar:

1. *Análisis dinámico:* En este caso es conocido el operador  $\mathfrak{D}$  y la incidencia  $\mathcal{F}$ , y su objetivo es encontrar los valores de  $\mathbf{v}(t)$ , que describen la respuesta estructural.
2. *Síntesis de la acción:* Es cuando  $\mathfrak{D}$  y  $\mathbf{v}(t)$  son conocidos, y se busca definir la acción dinámica  $\mathcal{F}$  que ocasiona la respuesta  $\mathbf{v}(t)$ . Este problema es llamado también *Identificación de la acción*.
3. *Identificación de sistemas:* Son conocidas  $\mathbf{v}(t)$  y  $\mathcal{F}$ , entonces se pretende identificar el operador  $\mathfrak{D}$ .
4. *Control activo de estructuras:* Este tipo de problema se da cuando se pretende reducir, en tiempo real, las vibraciones de un sistema estructural por medio del suministro de fuerzas externas en puntos previamente definidos y en función de la respuesta estructural  $\mathbf{v}(t)$ .

En este capítulo se hace énfasis en el primer punto, es decir, al estudio de sistemas estructurales bajo incidencias dinámicas, y enfocado principalmente a movimientos sísmicos, donde  $\mathcal{F}$  corresponde a la fuerza provocada por la excitación.

A lo largo del presente trabajo se hará uso del método de masas concentradas. Se entenderá de forma equiparable, sistemas mecánicos de un grado de libertad como osciladores simples (SDOF –*Single Degree of Freedom*) y sistemas con múltiples grados de libertad (MDOF –*Multiple Degree of Freedom*) como *edificio cortante* (*Shear building*), en donde dichas masas simulan el efecto de las fuerzas inerciales experimentadas por la estructura durante la incidencia dinámica y la forma en que estas vibran. Este tipo de modelo hace que su análisis tenga una interpretación directa del sistema físico, y que las propiedades de sus soluciones y de los datos numéricos puedan ser mostrados en forma compacta.



**Figura 4.2:** Análisis por medio del método de elementos finitos. Izquierda: modelo de avión de los Hermanos Wright (AIAA, USA). Derecha: Resistencia al golpeteo de una estructura aporticada.

## 4.2. Respuesta dinámica de sistemas lineales

El modelo lineal de un grado de libertad con amortiguamiento (modelo no conservativo), está compuesto por su masa ( $m$ ), su rigidez ( $k$ ) y un amortiguador con un coeficiente de amortiguamiento ( $c$ ). Se entiende como número de grados de libertad, el número total de coordenadas necesarias para definir la configuración del sistema en un instante del tiempo dado. Así mismo, toda estructura continua tiene un número infinito de grados de libertad [Paz, 1992]. Cuando tiene lugar sobre dicho sistema una excitación sísmica, el movimiento del terreno actúa sobre el cimiento en la dirección  $x$ , provocando movimientos traslacionales de la masa  $m$  en esa misma dirección.

Luego que estos parámetros físicos ya están definidos, se puede proceder a especificar el modelo matemático del sistema estructural. Éste se obtiene a partir del principio de *d'Alembert*, (Existen también otros principios para la formulación de las ecuaciones del movimiento, como lo es el principio de los *Trabajos Virtuales* o el *Principio de Hamilton*, donde las ecuaciones son derivadas por medio de funciones escalares, o sea, energía cinética y energía potencial del sistema [Gawronski, 2004]) donde la ecuación del movimiento correspondiente al modelo lineal de una estructura de un grado de libertad bajo una carga sísmica está dada por [Barbat and Canet, 1994]:

$$m[\ddot{x}(t) + \ddot{x}_g(t)] + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (4.2)$$

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = -m\ddot{x}_g(t) = \mathcal{F}(t) \quad (4.3)$$

donde  $\mathcal{F}(t) = -m\ddot{x}_g(t)$  en el caso donde la excitación es la fuerza sísmica que actúa sobre la masa  $m$ . La ecuación (4.3) puede ser expresada también como:

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta\omega\dot{x}(t) + \omega^2x(t) = \frac{\mathcal{F}(t)}{m} \quad (4.4)$$

donde  $\omega = \sqrt{k/m}$  es la frecuencia circular o pulsación con que oscila la estructura, dada en unidades de radianes por segundo. El amortiguamiento es representado por la *relación o fracción de amortiguamiento*  $\zeta = c/c_c$  y donde  $c_c$  es el amortiguamiento crítico.

Con el modelo dado por la ecuación (4.2), el objetivo del análisis dinámico es determinar la respuesta del sistema estructural bajo la influencia de una excitación sísmica, es decir, obtener  $x$  y  $\ddot{x}$  dado  $\ddot{x}_g(t)$ . En particular, las respuestas de mayor interés son la magnitud de  $x$  (desplazamiento estructural absoluto, que se asocia al concepto de *seguridad estructural*) y la magnitud de  $\ddot{x}$  (aceleración estructural absoluta, que se asocia al concepto de *servicialidad estructural*).

En el modelo estructural de varios grados de libertad se tienen dos hipótesis fundamentales: una, que las plantas de la estructura tienen rigidez infinita y dos, que los únicos movimientos posibles de los nudos son



Las coordenadas modales en las que se basa la formulación modal, pueden ser obtenidas por la transformación de modelos nodales, y a su vez, esta transformación se derivada empleando una matriz modal, que es obtenida a partir de la vibración libre de un sistema estructural sin amortiguamiento. Las correspondientes vibraciones libres no amortiguadas del modelo estructural están definidas por el sistema de ecuaciones:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{D}} + \mathbf{K}\mathbf{D} = \mathbf{0} \quad (4.9)$$

a la cual le corresponden  $n$  frecuencias propias y por ende  $n$  vectores propios, conocidos también como *formas modales*  $\varphi_i$ , que son la solución del sistema de ecuaciones algebraicas homogéneo:

$$(-\omega^2\mathbf{M} + \mathbf{K})\varphi = \mathbf{0} \quad (4.10)$$

y definidas por:

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} \omega_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \omega_{nn} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$\mathbf{\Phi} = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n] = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{21} & \dots & \varphi_{n1} \\ \varphi_{12} & \varphi_{22} & \dots & \varphi_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varphi_{1n} & \varphi_{2n} & \dots & \varphi_{nn} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Estos autovectores son ortogonales respecto a las matrices de masa y rigidez [Gawronski, 2004].

Al formar la *matrix modal*  $\mathbf{\Phi} = [\varphi_1 \ \dots \ \varphi_i \ \dots \ \varphi_n]$ , como una base completa, es posible escribir

$$\mathbf{D} = \sum_{i=1}^n \varphi_i x_i(t) \quad (4.13)$$

donde  $y_i(t)$  es una incógnita escalar, llamada *respuesta generalizada*. Reemplazando la ecuación (4.13) en (4.5), se obtiene:

$$\mathbf{M} \sum_{i=1}^n \varphi_i \ddot{x}_i(t) + \mathbf{C} \sum_{i=1}^n \varphi_i \dot{x}_i(t) + \mathbf{K} \sum_{i=1}^n \varphi_i x_i(t) = -\mathbf{M}\mathbf{J}\ddot{x}_g(t) \quad (4.14)$$

Premultiplicando la ecuación (4.14) por el transpuesto de un vector propio  $\varphi_j$ , se tiene que

$$\varphi_j^\top \mathbf{M} \sum_{i=1}^n \varphi_i \ddot{x}_i(t) + \varphi_j^\top \mathbf{C} \sum_{i=1}^n \varphi_i \dot{x}_i(t) + \varphi_j^\top \mathbf{K} \sum_{i=1}^n \varphi_i x_i(t) = -\varphi_j^\top \mathbf{M}\mathbf{J}\ddot{x}_g(t) \quad (4.15)$$

Teniendo presente las condiciones de ortogonalidad (la matriz modal  $\mathbf{\Phi}$  tiene la propiedad de *diagonalizar* la matriz de masa  $\mathbf{M}$ , de amortiguamiento  $\mathbf{C}$  y de rigidez  $\mathbf{K}$  [Barbat and Canet, 1994]):

$$\varphi_j^\top \mathbf{M} \sum_{i=1}^n \varphi_i = \varphi_j^\top \mathbf{M} \varphi_j = \mathbf{M}_j^* \quad (4.16)$$

$$\varphi_j^\top \mathbf{K} \sum_{i=1}^n \varphi_i = \varphi_j^\top \mathbf{K} \varphi_j = \mathbf{K}_j^* \quad (4.17)$$

$$\varphi_j^\top \mathbf{C} \sum_{i=1}^n \varphi_i = \varphi_j^\top \mathbf{C} \varphi_j = \mathbf{C}_j^* \quad (4.18)$$

La ecuación (4.15), puede adoptar una forma similar a las ecuaciones del movimiento de un oscilador simple,

dadas por (4.3) y (4.4):

$$\mathbf{M}_j^* \ddot{x}_j(t) + \mathbf{C}_j^* \dot{x}_j(t) + \mathbf{K}_j^* x_j(t) = \varphi_j^\top \mathbf{M} \mathbf{J} \ddot{x}_g(t) \quad (4.19)$$

$$\ddot{x}_j(t) + 2\zeta_j \omega_j \dot{x}_j(t) + \omega_j^2 x_j(t) = - \left( \varphi^\top \mathbf{M} \mathbf{J} \right) \left( \varphi^\top \mathbf{M} \mathbf{J} \right)^{-1} \cdot \ddot{x}_g(t) \quad (4.20)$$

Las matrices  $\mathbf{M}_j^*$ ,  $\mathbf{C}_j^*$  y  $\mathbf{K}_j^*$  se conocen como matrices *modales de masa, amortiguamiento y rigidez*, respectivamente.

### 4.2.2. Representación en espacio-estado

La forma más popular de modelar un proceso y que en dicho modelo queden reflejadas explícitamente todas las variables que intervienen en su dinámica, es la llamada representación en variables de estado. En esta representación el sistema es descrito por un conjunto de variables denominadas de estado. El estado contiene toda la información relativa al sistema en un instante del tiempo; esta información debe permitir la inferencia del comportamiento pasado del sistema, con el objetivo de predecir su comportamiento futuro. De allí su importancia en las tareas propuestas en la presente tesis.

Para conseguir la representación en estados a partir del modelo dado por (4.5), la ecuación se reescribe como sigue:

$$\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} \mathbf{X} = \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{M} \mathbf{J} \ddot{x}_g(t) \quad (4.21)$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{C}_q \mathbf{X} + \mathbf{C}_v \dot{\mathbf{X}} \quad (4.22)$$

donde  $\mathbf{z}$  es la respuesta medida, muchas veces referida como ecuación de medición. Definiendo el vector de estados  $\mathbf{X}$  como una combinación de los desplazamientos estructurales,  $\mathbf{X}$ , y las velocidades  $\dot{\mathbf{X}}$ , se tiene:

$$\mathbf{X} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{X} \\ \dot{\mathbf{X}} \end{Bmatrix} \quad (4.23)$$

En este caso las ecuaciones (4.21) y (4.22) se reescriben como sigue:

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} x_1 - \mathbf{M}^{-1} \mathbf{D} x_2 + \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{M} \mathbf{J} \ddot{x}_g(t) \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{C}_{oq} x_1 + \mathbf{C}_{ov} x_2 \quad (4.25)$$

Combinando las anteriores ecuaciones, se obtiene la ecuación de estado:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A} \mathbf{X} + \mathbf{B} \mathbf{u} \quad (4.26)$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{H} \mathbf{x} \quad (4.27)$$

donde:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{M} \mathbf{J} \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

$$\mathbf{C} = [ \mathbf{C}_{oq} \quad \mathbf{C}_{ov} ] \quad (4.30)$$

donde  $\mathbf{A}$  es de tamaño  $N \times N$ ,  $\mathbf{B}$  es  $N \times s$ , y  $\mathbf{H}$  es de tamaño  $r \times N$ . La dimensión del modelo de estados es dos veces el número de grados de libertad  $n$ , es decir,  $N = 2n$ .

El modelo matemático de un sistema estructural lineal de un grado de libertad dado por la ecuación (4.3), se puede formular en espacio-estado empleando la siguiente sustitución de variables:

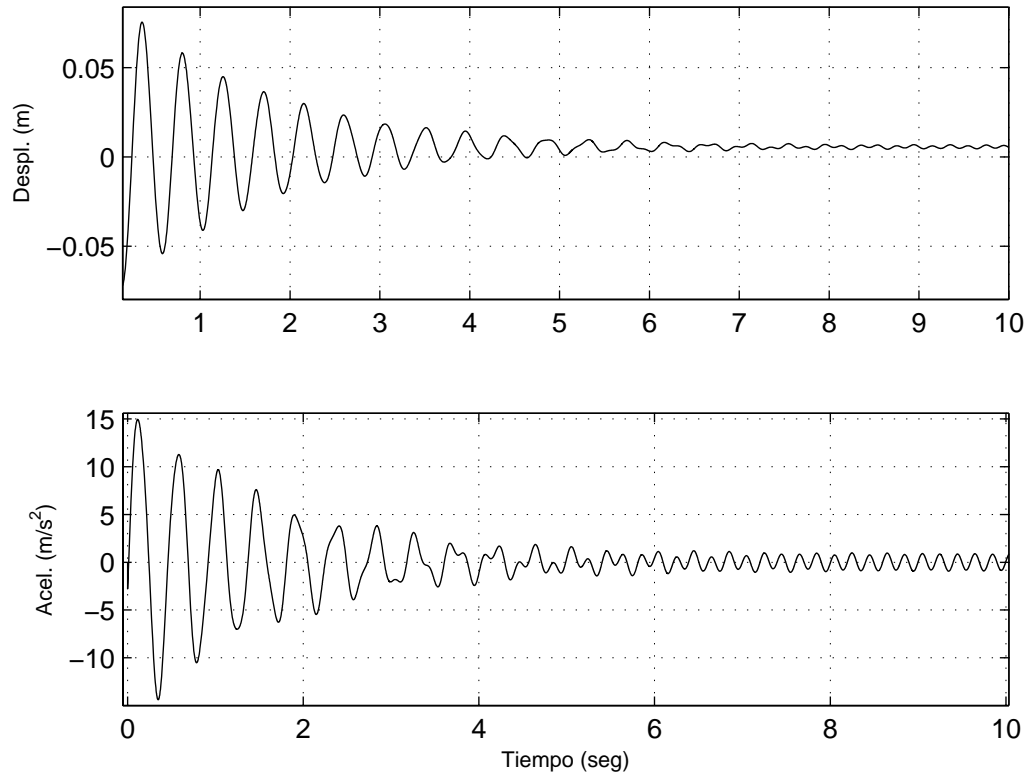
$$\mathbf{Y} = [y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4]^\top = [x \ \dot{x} \ c \ k]^\top \quad (4.31)$$

convirtiendo la ecuación diferencial de segundo orden (4.3), en un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden:

$$\dot{\mathbf{Y}} = f(\mathbf{Y}(t), \mathbf{u}(t)) \quad (4.32)$$

donde la función  $f$  tiene la siguiente forma:

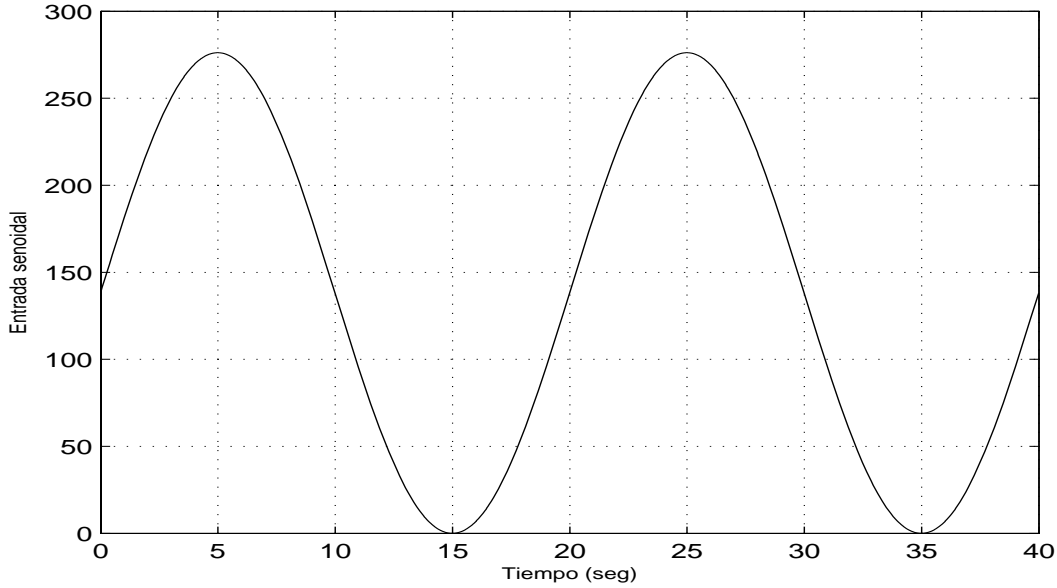
$$f(\mathbf{Y}(t), \mathbf{u}(t)) = \begin{bmatrix} y_2 \\ \frac{1}{m} (\mathcal{F}(t) - y_3 y_2 - y_4 y_1) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.33)$$



**Figura 4.3:** Simulación de la respuesta de un sistema estructural de un grado de libertad frente a una entrada sinusoidal: desplazamiento, velocidad y aceleración estructural.

y donde la respuesta del sistema estructural, que en este caso corresponde a la aceleración estructural, está dada por:

$$z = \ddot{x} = \frac{1}{m} (\mathcal{F}(t) - y_3 y_2 - y_4 y_1) \quad (4.34)$$



**Figura 4.4:** Entrada sinusoidal.

La transformación al tiempo discreto, basada en métodos numéricos de integración de las ecuaciones (4.33) y (4.34) está dada por las ecuaciones (4.35) y (4.36) respectivamente [Mathews and Fink, 1999]:

$$f\left(\mathbf{Y}^{(k+1)}, u^{(k+1)}\right) = \begin{bmatrix} y_1^{(k)} + y_2^{(k)} \Delta t \\ y_2^{(k)} + \frac{\Delta t}{m} \left[ \mathcal{F}^{(k)} - y_3^{(k)} y_2^{(k)} - y_4^{(k)} y_1^{(k)} \right] \\ y_3^{(k)} \\ y_4^{(k)} \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

$$z^{(k)} = \frac{1}{m} \left( \mathcal{F}^{(k)} - y_3^{(k)} y_2^{(k)} - y_4^{(k)} y_1^{(k)} \right) \quad (4.36)$$

Resultados de la simulación de un sistema estructural de un grado de libertad de comportamiento lineal se presentan en las Figuras 4.3 y 4.5; los valores para la ecuación (4.3) son adoptados de [Yang et al., 2006]: una masa ( $m$ ) de 125.53 kg, un amortiguamiento ( $c$ ) de 0.175 kN×(s/m) y una rigidez ( $k$ ) de 24.5 kN/m. En la Figura 4.3 se empleó una entrada sinusoidal que sigue la siguiente función:  $\mathcal{F}^{(k)} = m \times [1.1 + 1.1 \times ((\frac{2\pi}{200}) \times 10 \times \Delta t)]$  (Figura 4.4), con una frecuencia de 100 Hz. En la simulación presentada en la Figura 4.5 se empleó el acelerograma del terremoto de Armenia (Colombia, 1999) (Figura 4.6), con una frecuencia de muestreo de 200 Hz y una duración de 20 s.

Un proceso similar puede realizarse para sistemas con múltiples grados de libertad. Por ejemplo, para una estructura lineal de cinco grados de libertad se tiene:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 & y_6 & y_7 & y_8 & y_9 & y_{11} & y_{12} & y_{13} & y_{14} & y_{15} & y_{16} & y_{17} & y_{18} & y_{19} & y_{20} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} x_1 & \dot{x}_1 & x_2 & \dot{x}_2 & x_3 & \dot{x}_3 & x_4 & \dot{x}_4 & x_5 & \dot{x}_5 & c_1 & k_1 & c_2 & k_2 & c_3 & k_3 & c_4 & k_4 & c_5 & k_5 \end{bmatrix}^T \quad (4.37)$$



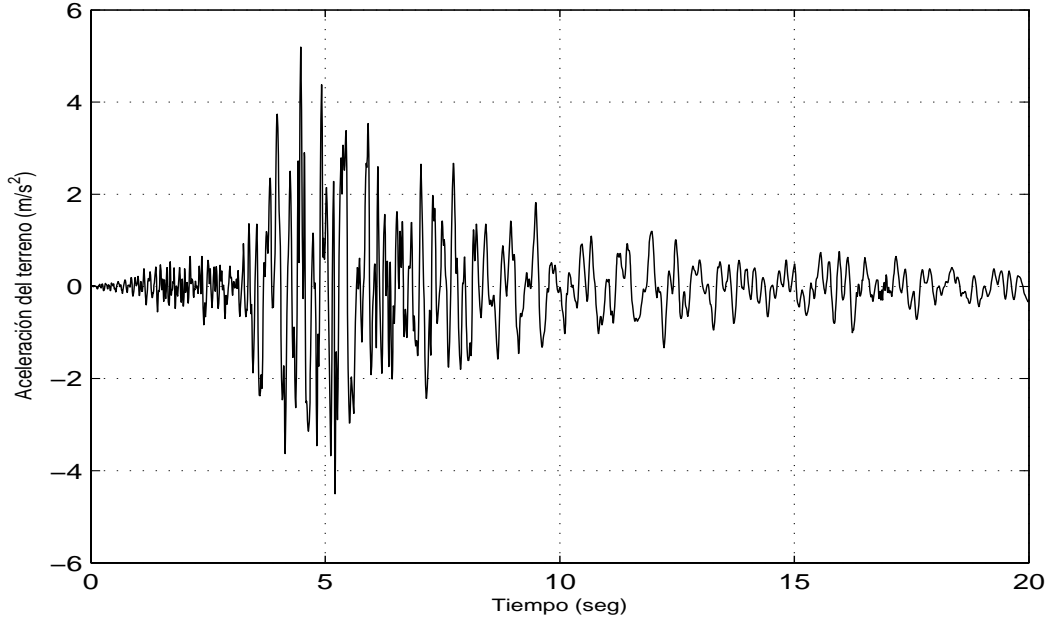


Figura 4.6: Registro del sismo de Armenia, componente EW (Colombia, 1999).

y la respuesta del sistema es la aceleración en cada uno de los grados de libertad de la estructura:

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \ddot{x}_4 \\ \ddot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m_1} [\mathcal{F}_1(t) - (y_{11} + y_{13})y_2 + y_{13}y_4 - (y_{12} + y_{14})y_1 + y_{14}y_3] \\ \frac{1}{m_2} [\mathcal{F}_2(t) + y_{13}y_2 - (y_{13} + y_{15})y_4 + y_{15}y_6 + y_{14}y_1 - (y_{14} + y_{16})y_3 + y_{16}y_5] \\ \frac{1}{m_3} [\mathcal{F}_3(t) + y_{15}y_4 - (y_{15} + y_{17})y_6 + y_{17}y_8 + y_{16}y_3 - (y_{16} + y_{18})y_5 + y_{18}y_7] \\ \frac{1}{m_4} [\mathcal{F}_4(t) + y_{17}y_6 - (y_{17} + y_{19})y_8 + y_{19}y_{10} + y_{18}y_5 - (y_{18} + y_{20})y_7 + y_{20}y_9] \\ \frac{1}{m_5} [\mathcal{F}_5(t) + y_{19}y_8 - y_{19}y_{10} + y_{20}y_7 - y_{20}y_9] \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

Las transformaciones al tiempo discreto, basadas en métodos numéricos de integración de la ecuación (4.38) que representa la dinámica  $f(\mathbf{Y}^{(k+1)}, u^{(k+1)})$  y la ecuación (4.39) que representa la salida del sistema,

están dadas por las ecuaciones (4.40) y (4.41), respectivamente [Mathews and Fink, 1999]:

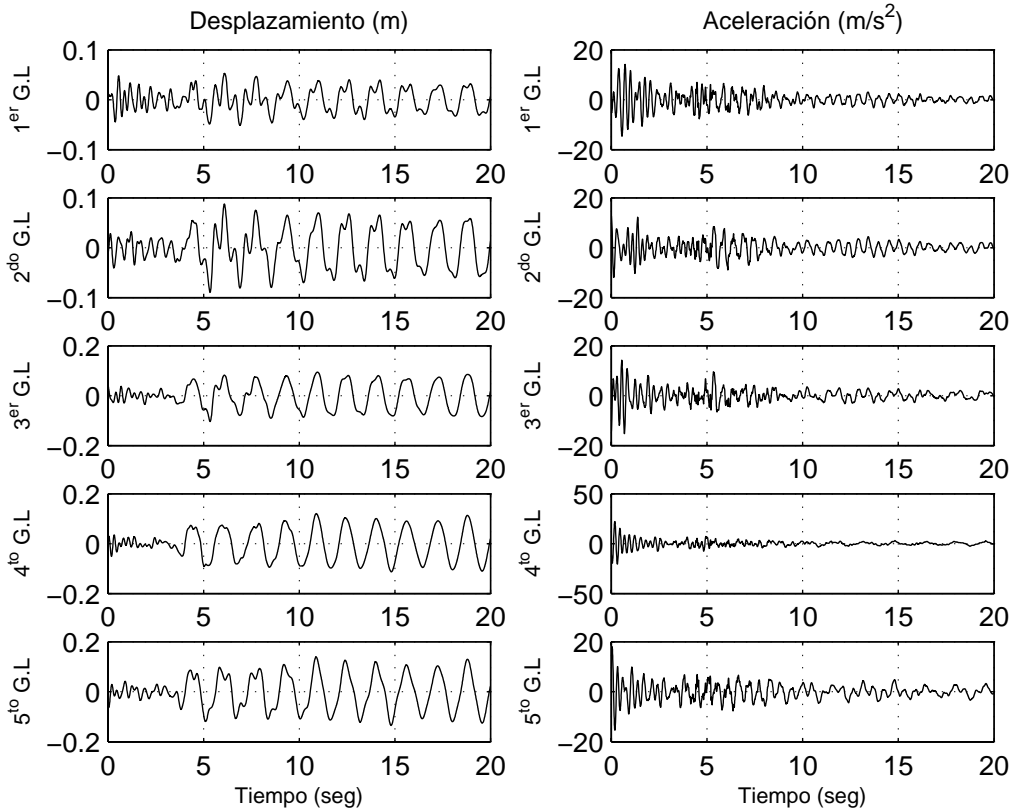
$$\begin{bmatrix}
 y_2^{(k)} + \frac{\Delta t}{m_1} \left[ \mathcal{F}_1^{(k)} - \left( y_{11}^{(k)} + y_{13}^{(k)} \right) y_2^{(k)} + y_{13}^{(k)} y_4^{(k)} - \left( y_{12}^{(k)} + y_{14}^{(k)} \right) y_1^{(k)} + y_{14}^{(k)} y_3^{(k)} \right] \\
 y_4^{(k)} + \frac{\Delta t}{m_2} \left[ \mathcal{F}_2^{(k)} + y_{13}^{(k)} y_2^{(k)} - \left( y_{13}^{(k)} + y_{15}^{(k)} \right) y_4^{(k)} + y_{15}^{(k)} y_6^{(k)} + y_{14}^{(k)} y_1^{(k)} - \left( y_{14}^{(k)} + y_{16}^{(k)} \right) y_3^{(k)} + y_{16}^{(k)} y_5^{(k)} \right] \\
 y_6^{(k)} + \frac{\Delta t}{m_3} \left[ \mathcal{F}_3^{(k)} + y_{15}^{(k)} y_4^{(k)} - \left( y_{15}^{(k)} + y_{17}^{(k)} \right) y_6^{(k)} + y_{17}^{(k)} y_8^{(k)} + y_{16}^{(k)} y_3^{(k)} - \left( y_{16}^{(k)} + y_{18}^{(k)} \right) y_5^{(k)} + y_{18}^{(k)} y_7^{(k)} \right] \\
 y_8^{(k)} + \frac{\Delta t}{m_4} \left[ \mathcal{F}_4^{(k)} + y_{17}^{(k)} y_6^{(k)} - \left( y_{17}^{(k)} + y_{19}^{(k)} \right) y_8^{(k)} + y_{19}^{(k)} y_{10}^{(k)} + y_{18}^{(k)} y_5^{(k)} - \left( y_{18}^{(k)} + y_{20}^{(k)} \right) y_7^{(k)} + y_{20}^{(k)} y_9^{(k)} \right] \\
 y_{10}^{(k)} + \frac{\Delta t}{m_5} \left[ \mathcal{F}_5^{(k)} + y_{19}^{(k)} y_8^{(k)} - y_{19}^{(k)} y_{10}^{(k)} + y_{20}^{(k)} y_7^{(k)} - y_{20}^{(k)} y_9^{(k)} \right] \\
 y_1^{(k)} + y_2^{(k)} \Delta t \\
 y_3^{(k)} + y_4^{(k)} \Delta t \\
 y_5^{(k)} + y_6^{(k)} \Delta t \\
 y_7^{(k)} + y_8^{(k)} \Delta t \\
 y_9^{(k)} + y_{10}^{(k)} \Delta t \\
 y_{11}^{(k)} \\
 y_{12}^{(k)} \\
 y_{13}^{(k)} \\
 y_{14}^{(k)} \\
 y_{15}^{(k)} \\
 y_{16}^{(k)} \\
 y_{17}^{(k)} \\
 y_{18}^{(k)} \\
 y_{19}^{(k)} \\
 y_{20}^{(k)}
 \end{bmatrix}
 \tag{4.40}$$

$$\mathbf{z}^{(k)} = \begin{bmatrix}
 \frac{1}{m_1} \left[ \mathcal{F}_1^{(k)} - \left( y_{11}^{(k)} + y_{13}^{(k)} \right) y_2^{(k)} + y_{13}^{(k)} y_4^{(k)} - \left( y_{12}^{(k)} + y_{14}^{(k)} \right) y_1^{(k)} + y_{14}^{(k)} y_3^{(k)} \right] \\
 \frac{1}{m_2} \left[ \mathcal{F}_2^{(k)} + y_{13}^{(k)} y_2^{(k)} - \left( y_{13}^{(k)} + y_{15}^{(k)} \right) y_4^{(k)} + y_{15}^{(k)} y_6^{(k)} + y_{14}^{(k)} y_1^{(k)} - \left( y_{14}^{(k)} + y_{16}^{(k)} \right) y_3^{(k)} + y_{16}^{(k)} y_5^{(k)} \right] \\
 \frac{1}{m_3} \left[ \mathcal{F}_3^{(k)} + y_{15}^{(k)} y_4^{(k)} - \left( y_{15}^{(k)} + y_{17}^{(k)} \right) y_6^{(k)} + y_{17}^{(k)} y_8^{(k)} + y_{16}^{(k)} y_3^{(k)} - \left( y_{16}^{(k)} + y_{18}^{(k)} \right) y_5^{(k)} + y_{18}^{(k)} y_7^{(k)} \right] \\
 \frac{1}{m_4} \left[ \mathcal{F}_4^{(k)} + y_{17}^{(k)} y_6^{(k)} - \left( y_{17}^{(k)} + y_{19}^{(k)} \right) y_8^{(k)} + y_{19}^{(k)} y_{10}^{(k)} + y_{18}^{(k)} y_5^{(k)} - \left( y_{18}^{(k)} + y_{20}^{(k)} \right) y_7^{(k)} + y_{20}^{(k)} y_9^{(k)} \right] \\
 \frac{1}{m_5} \left[ \mathcal{F}_5^{(k)} + y_{19}^{(k)} y_8^{(k)} - y_{19}^{(k)} y_{10}^{(k)} + y_{20}^{(k)} y_7^{(k)} - y_{20}^{(k)} y_9^{(k)} \right]
 \end{bmatrix}
 \tag{4.41}$$

Resultados de la simulación de un sistema estructural de cinco grados de libertad de comportamiento lineal se presentan en la Figura 4.7; los valores para la ecuación (4.5) son adoptados de [Yang et al., 2006]: la masa de cada piso ( $m_i$ ) de 125.53 kg, amortiguamiento de cada piso ( $c_i$ ) de 0.175 kN×(s/m) y rigidez de cada piso ( $k_i$ ) de 24.5 kN/m. En esta simulación se empleó el acelerograma del terremoto de Armenia (Colombia, 1999) (Figura 4.6), con una frecuencia de muestreo de 200 Hz y una duración de 20 s.

### 4.3. Respuesta dinámica de sistemas no lineales

Cuando una fuerza dinámica considerable incide sobre una estructura, como en el caso de un terremoto, el modelo lineal no representa adecuadamente las características dinámicas de la estructura. El análisis de estos casos, requiere la suposición de un modelo en el cual la rigidez o la amortiguación estructural no sean proporcionales al desplazamiento o a la velocidad, respectivamente. Consecuentemente, la ecuación



**Figura 4.7:** Simulación de la respuesta de un sistema estructural de cinco grados de libertad frente a una excitación sísmica: desplazamientos, y aceleraciones estructurales.

del movimiento que resulta en ese caso ya no es lineal y su solución matemática, en general, es de una complejidad mayor y a menudo requiere un procedimiento numérico para su integración [Paz, 1992].

Se considera un sistema estructural modelado según la siguiente ecuación:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{F}_s(\dot{\mathbf{X}}(t), \mathbf{X}(t)) = \mathcal{F}(t) \quad (4.42)$$

donde  $\mathbf{M}$  es la matriz de masa, comúnmente de valor conocido y  $\mathbf{F}_s(\dot{\mathbf{X}}(t), \mathbf{X}(t))$  es la fuerza general de restitución no lineal del sistema estructural, que está en función del desplazamiento y la velocidad. En este caso la función  $\mathbf{F}_s(\dot{\mathbf{X}}(t), \mathbf{X}(t))$  es no lineal. Esta formulación representa un amplio grupo de sistemas estructurales no lineales, tales como modelos estructurales tipo *Duffing*, modelos histeréticos de *Bouc-Wen*, entre otros [Chassiakos and Masri, 1996, Masri et al., 2007].

De forma similar a los planteamientos formulados en la sección 4.2, y tomando la ecuación (4.42), se puede plantear el modelo estructural dinámico no lineal. Por ejemplo, para modelos estructurales de un grado de libertad tipo *Duffing* se asume  $f_s(x(t), \dot{x}(t)) = c\dot{x}(t) + kx(t) + \varepsilon x(t)^3$ , donde  $f_s$  es la fuerza general de restitución no lineal dada como un escalar y donde la ecuación (4.42) adopta la siguiente forma:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) + \varepsilon x(t)^3 = \mathcal{F}(t) \quad (4.43)$$

donde  $\varepsilon$  es el término que contribuye al comportamiento no lineal del sistema estructural. Los demás

términos tienen igual significado que el dado en la ecuación (4.3).

Para modelos estructurales histeréticos tipo *Bouc–Wen* de  $n$  grados de libertad y basados en la ecuación (4.42), se tiene la siguiente forma:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{r}(\dot{\mathbf{X}}(t), \mathbf{X}(t)) = \mathcal{F}(t) \quad (4.44)$$

con  $\mathbf{M}$  como la matriz de masa y donde  $\mathbf{r}(\dot{\mathbf{X}}(t), \mathbf{X}(t))$  es el desplazamiento histerético del sistema estructural, y que satisface la siguiente ecuación diferencial:

$$\dot{r}_i = c_i (\ddot{x}_i - \ddot{x}_{i-1}) + k_i (\dot{x}_i - \dot{x}_{i-1}) - \beta_i |\dot{x}_i - \dot{x}_{i-1}| |r_i|^{\alpha_i-1} r_i - \gamma_i (\dot{x}_i - \dot{x}_{i-1}) |r_i|^{\alpha_i} \quad (4.45)$$

donde  $c_i$  y  $k_i$  son el amortiguamiento y rigidez del  $i$ -ésimo grado de libertad, respectivamente. El desplazamiento, la velocidad y la aceleración del  $i$ -ésimo grado de libertad esta dado por  $x_i, \dot{x}_i, \ddot{x}_i$ . En cuanto a  $\beta, \gamma$  y  $\alpha$  son parámetros adimensionales que controlan la amplitud de los ciclos de histéresis, el nivel de disipación de energía por ciclo, el endurecimiento o ablandamiento en el sistema y la transición entre la parte elástica y plástica.

### 4.3.1. Representación en espacio–estado

El modelo matemático de un sistema estructural de un grado de libertad histerético tipo *Bouc–Wen* está dado por:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kr = \mathcal{F}(t) \quad (4.46)$$

$$\dot{r} = \dot{x} - \beta |\dot{x}| |r|^{\alpha-1} r - \gamma \dot{x} |r|^\alpha \quad (4.47)$$

donde  $\mathcal{F}(t) = -m\ddot{x}_g(t)$  en el caso donde la excitación es la fuerza sísmica que actúa sobre la masa  $m$ . Su formulación en espacio–estado, siguiendo la ecuación (4.32) y la siguiente sustitución de variables:

$$\mathbf{Y} = [y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4 \ y_5 \ y_6 \ y_7]^\top = [x \ \dot{x} \ r \ c \ k \ \beta \ \gamma]^\top \quad (4.48)$$

queda como:

$$f(\mathbf{Y}(t), u(t)) = \begin{bmatrix} y_2 \\ \frac{1}{m} [\mathcal{F}(t) - y_4 y_2 - y_5 y_3] \\ y_2 - y_6 |y_2| |y_3|^{\alpha-1} y_3 - y_7 y_2 |y_3|^\alpha \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

y donde la respuesta del sistema estructural, está dada por:

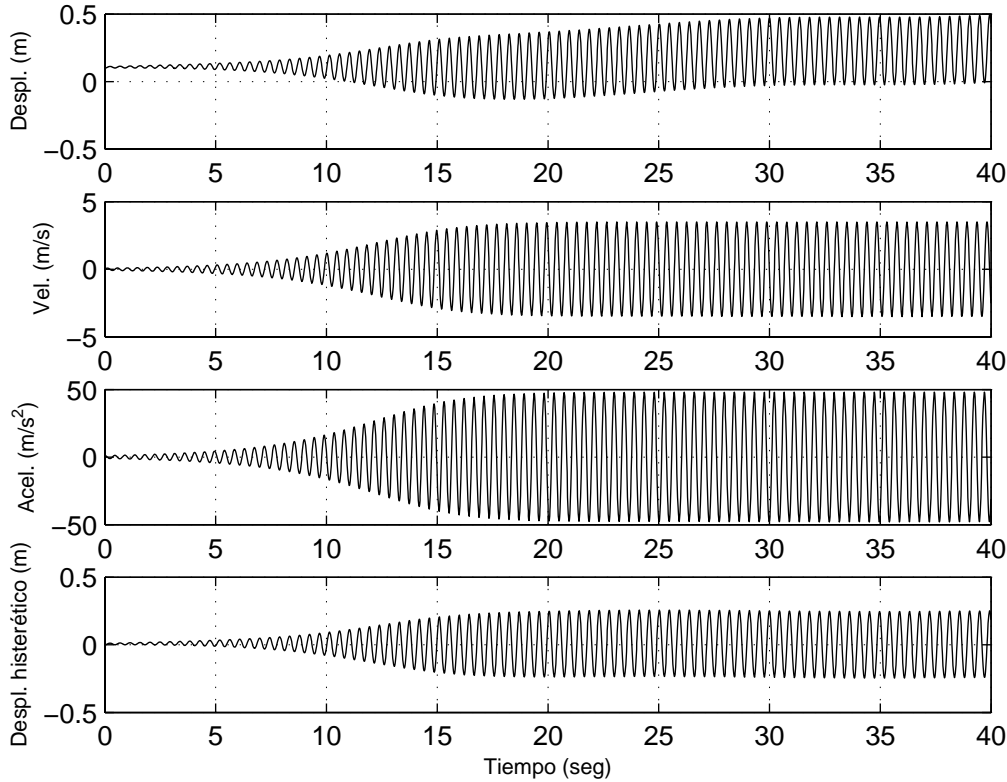
$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m} [\mathcal{F}(t) - y_4 y_2 - y_5 y_3] \\ y_2 - y_6 |y_2| |y_3|^{\alpha-1} y_3 - y_7 y_2 |y_3|^\alpha \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

La transformación al tiempo discreto, basada en métodos numéricos de integración de las ecuaciones (4.49) y (4.50) está dada por las ecuaciones (4.51) y (4.36), respectivamente [Mathews and Fink, 1999]:

$$f(\mathbf{Y}^{(k+1)}, u^{(k+1)}) = \begin{bmatrix} y_1^{(k)} + y_2^{(k)} \Delta t \\ y_2^{(k)} + \frac{\Delta t}{m} [\mathcal{F}^{(k)} - y_4^{(k)} y_2^{(k)} - y_5^{(k)} y_3^{(k)}] \\ y_3^{(k)} + \Delta t \left[ y_2^{(k)} - y_6^{(k)} |y_2^{(k)}| |y_3^{(k)}|^{\alpha-1} y_3^{(k)} - y_7^{(k)} y_2^{(k)} |y_3^{(k)}|^\alpha \right] \\ y_4^{(k)} \\ y_5^{(k)} \\ y_6^{(k)} \\ y_7^{(k)} \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

$$\mathbf{z}^{(k)} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m} \left[ \mathcal{F}^{(k)} - y_4^{(k)} y_2^{(k)} - y_5^{(k)} y_3^{(k)} \right] \\ y_2^{(k)} - y_6^{(k)} |y_2^{(k)}| |y_3^{(k)}|^{\alpha-1} y_3^{(k)} - y_7^{(k)} y_2^{(k)} |y_3^{(k)}|^{\alpha} \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

La simulación para la estructura histerética tipo *Bouc-Wen* de un grado de libertad se muestra en las Figuras 4.8 y 4.10. Los parámetros adoptados son los ya mencionados para el caso del oscilador lineal [Yang et al., 2006]: una masa ( $m$ ) de 125.53 kg, un amortiguamiento ( $c$ ) de 0.175 kN×(s/m) y una rigidez ( $k$ ) de 24.5 kN/m. El parámetro  $\beta$  toma un valor igual a 2 y  $\gamma$  un valor de 1. En la Figura 4.8, se empleó la misma entrada sinusoidal de la Figura 4.4.



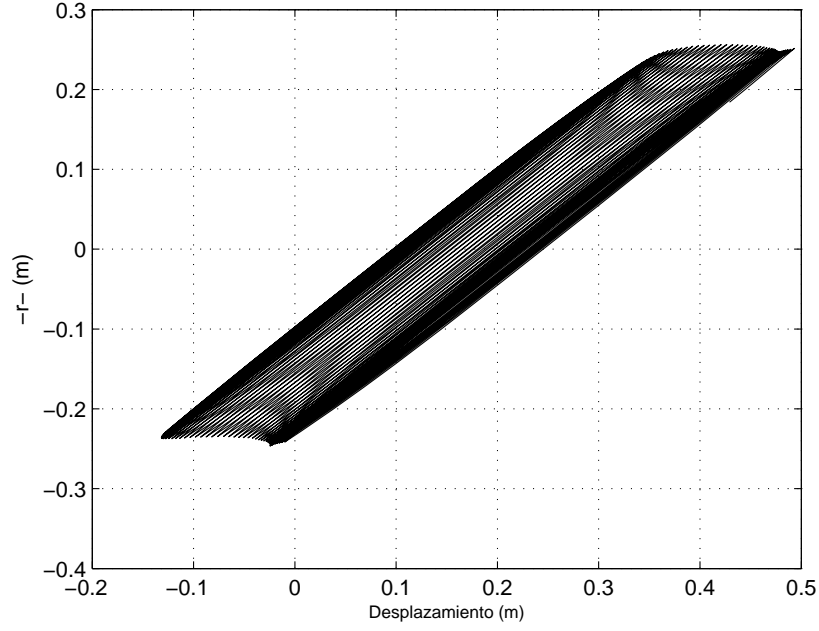
**Figura 4.8:** Simulación de la respuesta de un sistema estructural histerético tipo *Bouc-Wen* de un grado de libertad frente a una entrada sinusoidal: desplazamiento, velocidad, aceleración y desplazamiento histerético.

En la simulación de la Figura 4.10, se empleó el acelerograma del terremoto de Armenia (Armenia, Colombia, 1999), con un PGA (*Peak Ground Acceleration*) igual a  $5g$ , una frecuencia de muestreo de 200 Hz y una duración de 20 s.

Un sistema estructural histerético de dos grados de libertad tipo *Bouc-Wen* es usado en la presente tesis, siguiendo la formulación planteada en [Yang et al., 2006]:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ m_2 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & -c_2 \\ 0 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & -k_2 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathcal{F}_1(t) \\ \mathcal{F}_2(t) \end{Bmatrix} \quad (4.53)$$

$$\dot{r}_i = \dot{x}_i - \beta_i |\dot{x}_i| |\dot{r}_i|^{\alpha-1} r_i - \gamma_i \dot{x}_i |r_i|^\alpha \quad \forall i = 1, 2 \quad (4.54)$$

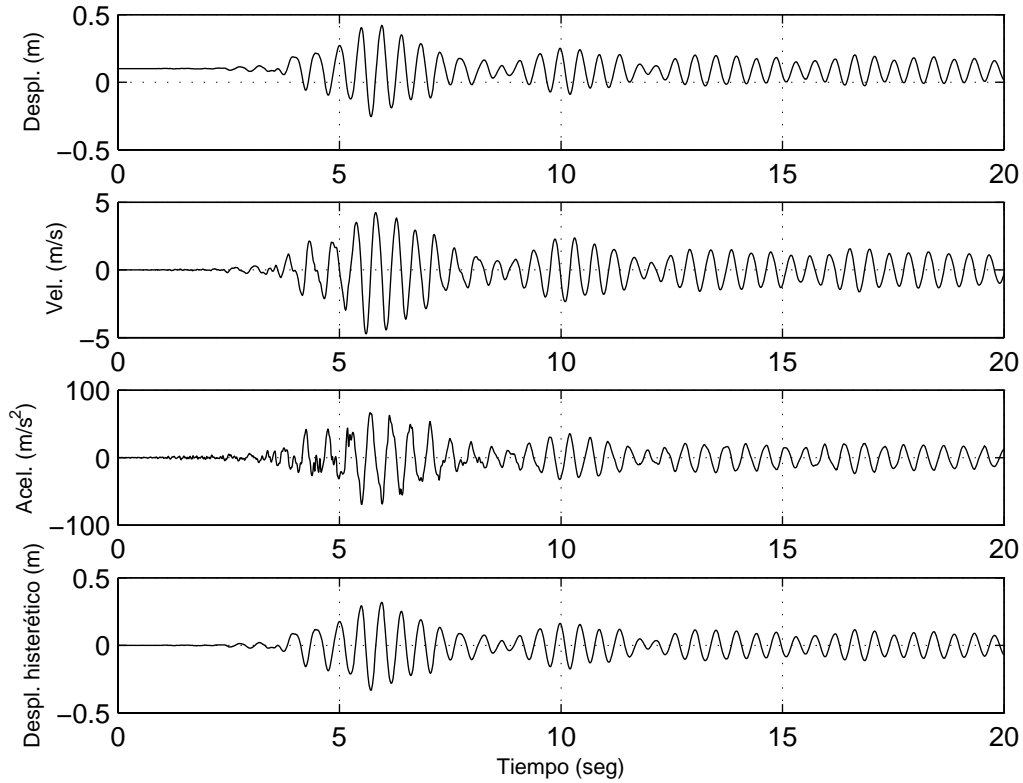


**Figura 4.9:** Ciclo de histéresis para un modelo estructural de un grado de libertad, tipo *Bouc-Wen* sometido a excitación sinusoidal.

El planteamiento en espacio-estado de las ecuaciones (4.53) y (4.54), se presenta a continuación:

$$\mathbf{Y} = [y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4 \ y_5 \ y_6 \ y_7 \ y_8 \ y_9 \ y_{10} \ y_{11} \ y_{12} \ y_{13} \ y_{14}]^T = [x_1 \ \dot{x}_1 \ r_1 \ x_2 \ \dot{x}_2 \ r_2 \ c_1 \ k_1 \ \beta_1 \ \gamma_1 \ c_2 \ k_2 \ \beta_2 \ \gamma_2]^T \quad (4.55)$$

$$f(\mathbf{Y}(t), u(t)) = \begin{bmatrix} \frac{1}{m_1} [\mathcal{F}_1(t) - y_7 y_2 + y_{11} y_5 - y_8 y_3 + y_{12} y_6] \\ y_2 - y_9 |y_2| |y_3|^{\alpha-1} y_3 - y_{10} y_2 |y_3|^\alpha \\ \frac{1}{m_2} [\mathcal{F}_2(t) - m_2 y_2 - y_{11} y_5 - y_{12} y_6] \\ y_5 - y_{13} |y_5| |y_6|^{\alpha-1} y_6 - y_{14} y_5 |y_6|^\alpha \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

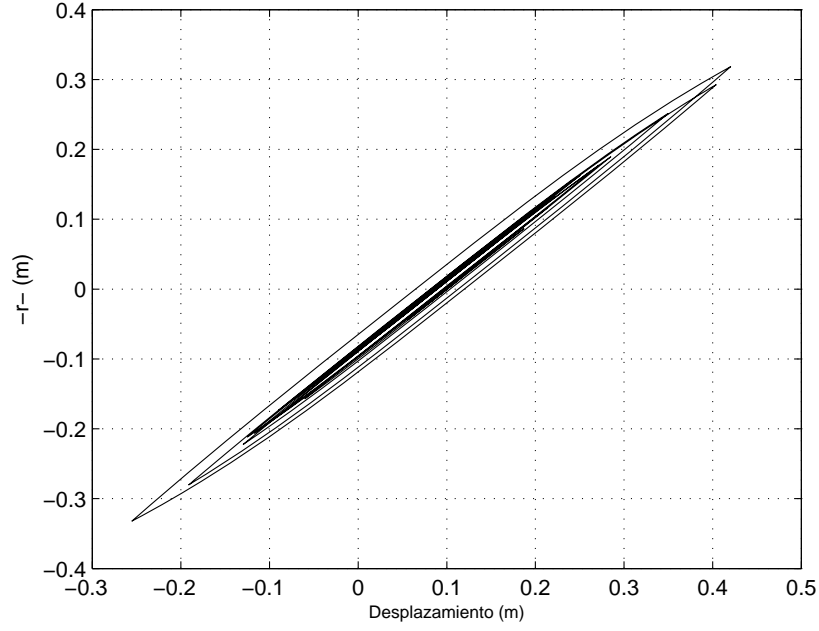


**Figura 4.10:** Simulación de la respuesta de un sistema estructural histérico tipo *Bouc-Wen* de un grado de libertad frente a una excitación sísmica: desplazamiento, velocidad, aceleración y desplazamiento histérico.

y la salida está dada por:

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \dot{r}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \dot{r}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m_1} [\mathcal{F}_1(t) - y_7 y_2 + y_{11} y_5 - y_8 y_3 + y_{12} y_6] \\ y_2 - y_9 |y_2| |y_3|^{\alpha-1} y_3 - y_{10} y_2 |y_3|^\alpha \\ \frac{1}{m_2} [\mathcal{F}_2(t) - m_2 \dot{y}_2 - y_{11} y_5 - y_{12} y_6] \\ y_5 - y_{13} |y_5| |y_6|^{\alpha-1} y_6 - y_{14} y_5 |y_6|^\alpha \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

La transformación al tiempo discreto, basada en métodos numéricos de integración de las ecuaciones (4.56)



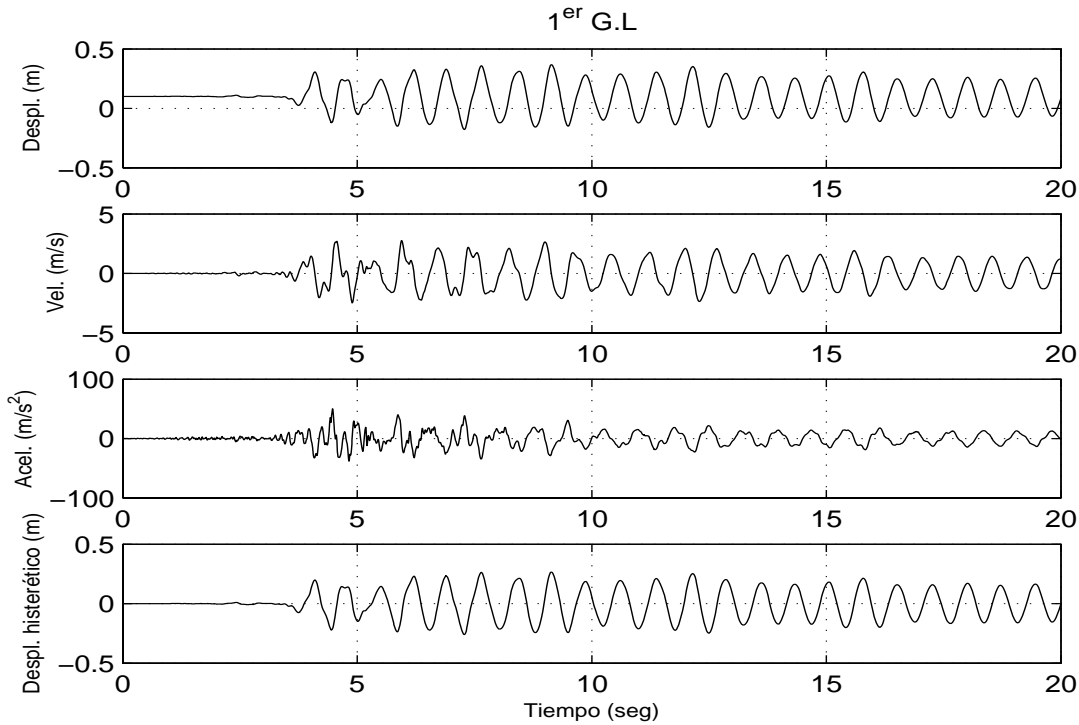
**Figura 4.11:** Ciclo de histéresis para un modelo estructural de un grado de libertad, tipo *Bouc-Wen* sometido a excitación sísmica.

y (4.57), está dada por las ecuaciones (4.58) y (4.59) respectivamente [Mathews and Fink, 1999]:

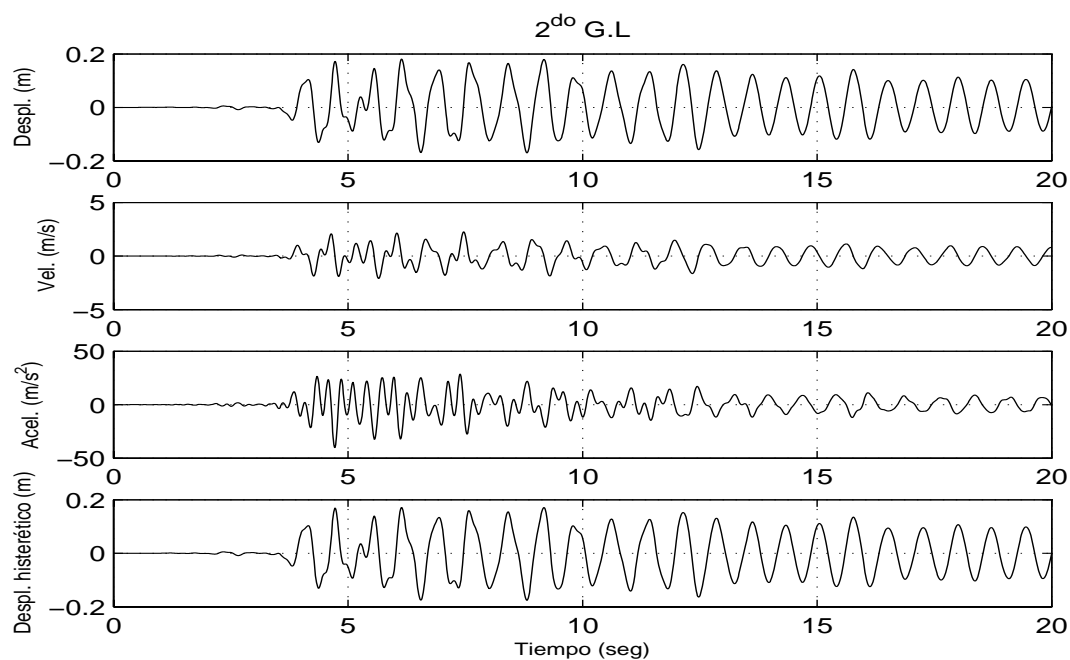
$$f(\mathbf{Y}^{(k+1)}, a^{(k+1)}) = \begin{bmatrix} y_2^{(k)} + \frac{\Delta t}{m_1} \left[ \mathcal{F}_1^{(k)} - y_7^{(k)} y_2^{(k)} + y_{11}^{(k)} y_5^{(k)} - y_8^{(k)} y_3^{(k)} + y_{12}^{(k)} y_6^{(k)} \right] \\ y_3^{(k)} + \Delta t \left[ y_2^{(k)} - y_9^{(k)} |y_2^{(k)}| |y_3^{(k)}|^{\alpha-1} y_3^{(k)} - y_{10}^{(k)} y_2^{(k)} |y_3^{(k)}|^{\alpha} \right] \\ y_5^{(k)} + \frac{\Delta t}{m_2} \left[ \mathcal{F}_2^{(k)} - m_2 \left( \frac{y_2^{(k)} - y_2^{(k-1)}}{\Delta t} \right) - y_{11}^{(k)} y_5^{(k)} - y_{12}^{(k)} y_6^{(k)} \right] \\ y_6^{(k)} + \Delta t \left[ y_5^{(k)} - y_{13}^{(k)} |y_5^{(k)}| |y_6^{(k)}|^{\alpha-1} y_6^{(k)} - y_{14}^{(k)} y_5^{(k)} |y_6^{(k)}|^{\alpha} \right] \\ y_7^{(k)} \\ y_8^{(k)} \\ y_9^{(k)} \\ y_{10}^{(k)} \\ y_{11}^{(k)} \\ y_{12}^{(k)} \\ y_{13}^{(k)} \\ y_{14}^{(k)} \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

$$\mathbf{z}^{(k)} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m_1} \left[ \mathcal{F}_1^{(k)} - y_7^{(k)} y_2^{(k)} + y_{11}^{(k)} y_5^{(k)} - y_8^{(k)} y_3^{(k)} + y_{12}^{(k)} y_6^{(k)} \right] \\ y_2^{(k)} - y_9^{(k)} |y_2^{(k)}| |y_3^{(k)}|^{\alpha-1} y_3^{(k)} - y_{10}^{(k)} y_2^{(k)} |y_3^{(k)}|^{\alpha} \\ \frac{1}{m_2} \left[ \mathcal{F}_2^{(k)} - m_2 \left( \frac{y_2^{(k)} - y_2^{(k-1)}}{\Delta t} \right) - y_{11}^{(k)} y_5^{(k)} - y_{12}^{(k)} y_6^{(k)} \right] \\ y_5^{(k)} - y_{13}^{(k)} |y_5^{(k)}| |y_6^{(k)}|^{\alpha-1} y_6^{(k)} - y_{14}^{(k)} y_5^{(k)} |y_6^{(k)}|^{\alpha} \end{bmatrix} \quad (4.59)$$

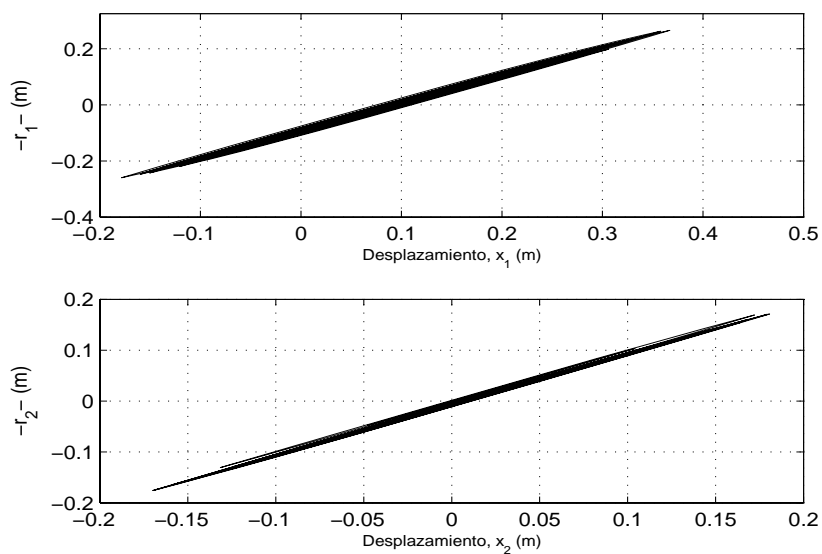
La simulación para la estructura histerética tipo *Bouc-Wen* de dos grado de libertad se muestra en la Figura 4.12 y 4.13. Los parámetros adoptados son los ya mencionados para el caso del oscilador lineal [Yang et al., 2006]: una masa en cada piso de ( $m_i$ ) de 125.53 kg, amortiguamiento en cada piso ( $c_i$ ) de 0.175 kN×(s/m) y rigidez en cada piso ( $k_i$ ) de 24.5 kN/m. Los parámetros  $\beta_i$  toman un valor igual a 2 y  $\gamma_i$  un valor de 1. Se empleó la misma entrada sísmica de la Figura 4.6.



**Figura 4.12:** Simulación de la respuesta de un sistema estructural histerético tipo *Bouc-Wen* frente a una excitación sísmica: primer grado de libertad.



**Figura 4.13:** Simulación de la respuesta de un sistema estructural histérico tipo *Bouc-Wen* frente a una excitación sísmica: segundo grado de libertad.



**Figura 4.14:** Ciclo de histéresis para un modelo estructural de dos grados de libertad, tipo *Bouc-Wen* sometido a excitación sísmica.



---

# BIBLIOGRAFÍA

- Barbat, A. H. and Canet, J. M. (1994). *Estructuras sometidas a acciones sísmicas. Cálculo por ordenador*. Centro internacional de métodos numéricos en ingeniería, CIMNE, Barcelona, España, 2 edition.
- Bouc, R. (1967). Forced vibration of mechanical systems with hysteresis. Prague, Czechoslovakia. Proc. of the Fourth Conf. on Nonlinear Oscillation.
- Caicedo, J. M. (2001). Two structural health monitoring strategies based on global acceleration responses: development, implementation and verification. Master's thesis, Department of Civil Engineering, Washington University., St. Louis, Missouri.
- Chassiakos, A. G. and Masri, S. F. (1996). Identification of structural systems by neural networks. *Mathematics and Computers in Simulation*, 40:637–656.
- Cheng, F. Y., Jiang, H., and Lou, K. (2008). *Smart Structures: Innovative Systems for Seismic Response Control*. CRC Press Taylor and Francis Group, Boca Raton, FL.
- Ching, J., Beck, J. L., and Porter, K. A. (2006). Bayesian state and parameter estimation of uncertain dynamical systems. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 21:81–96.
- Clough, R. W. and Penzien, J. (1975). *Dynamics of structures*. McGraw-Hill, Tokyo, Japan.
- Gawronski, W. K. (2004). *Advanced structural dynamics and active control of structures*. Mechanical Engineering series. Springer-Verlag, Inc, New York, 1 edition.
- Ghanem, R. G. and Spanos, P. D. (1991). *Stochastic Finite Elements: A Spectral Approach*. Springer, USA.
- Ikhouane, F. and Gomis-Bellmunt, O. (2008). A limit cycle approach for the parametric identification of hysteretic systems. *Systems and Control Letters*, 57:663–669.
- Kerschen, G., Worden, K., Vakakis, A. F., and Golinval, J. C. (2006). Past, present and future of nonlinear system identification in structural dynamics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 20:505–592.
- Krishnan, S. (2004). *Three dimensional nonlinear analysis of tall irregular steel buildings subject to strong ground motion*. PhD thesis, California Institute of Technology, Pasadena, California.
- Masri, S. F., Caffrey, J. P., Caughey, T. K., Smyth, A. W., and Chassiakos, A. G. (2004). Identification of the state equation in complex non-linear systems. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 39:1111–1127.
- Masri, S. F., Chassiakos, A. G., and Caughey, T. K. (1992). Structure-unknown non-linear dynamic systems: identification through neural networks. *Smart Materials and Structures*, 1:45–56.
- Masri, S. F., Tasbihgoo, F., Caffrey, J. P., Smyth, A. W., and Chassiakos, A. G. (2007). Data-based model-free representation of complex hysteretic mdof systems. *Structural Control and Health Monitoring, International Journal*, 13:365–387.

- Mathews, J. H. and Fink, K. D. (1999). *Numerical Methods using MATLAB*. Prentice-Hall, Inc., USA, 3 edition.
- Moniz, L., Pecora, L., Nichols, J., Todd, M., and Wait, J. R. (2004). Dynamical assessment of structural damage using the continuity statistic. *Structural Health Monitoring*, 3(3):199–212.
- Paz, M. (1992). *Dinámica estructural*. Editorial Reverté, S.A, Barcelona, España, 3 edition.
- Pei, J. and Smyth, A. W. (2006). New approach to designing multilayer feedforward neural network architecture for modeling nonlinear restoring forces. II: Applications. *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, 132(12):1301–1312.
- Sain, P. M., Sain, M. K., and Spencer, B. F. (1997). Models for hysteresis and application to structural control. pages 16–20. Proceedings American Control Conference.
- Yang, J. and Huang, H. (2007). Sequential non-linear least-square estimation for damage identification of structures with unknown inputs and unknown outputs. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 42:789–801.
- Yang, J., Lin, S., Huang, H., and Zhou, L. (2006). An adaptive extended Kalman filter for structural damage identification. *Structural Control and Health Monitoring*, 13:849–867.

# IDENTIFICACIÓN ESTRUCTURAL EMPLEANDO FILTRO KALMAN

El filtro de Kalman básico (KF –*Kalman filter*) es el principal algoritmo para estimar sistemas dinámicos lineales representados en la forma de estado–espacio, debido a su habilidad para calcular el estado de un sistema en el pasado (*suavizado*), presente (*filtrado*) y futuro (*predicción*), aun cuando es desconocida la naturaleza del sistema modelado [Haykin, 2001, Beck, 2002]. En la práctica, las variables estado individuales de un sistema dinámico no pueden ser exactamente determinadas por una medición directa, entonces, su medición se realiza por medio de procesos estocásticos que involucran algún grado de incertidumbre.

La mayoría de procesos de la naturaleza y de la física poseen características y comportamientos no lineales, que en este caso, limitan el uso del KF. Para superar este problema, se propuso el filtro de Kalman extendido (EKF –*extended Kalman filter*), que es una linealización del proceso no lineal en intervalos de tiempo, es decir, es una aproximación del sistema no lineal a un sistema lineal por medio de una expansión en series de Taylor.

La aplicación de técnicas de identificación basadas en teoría bayesiana han tenido gran impacto en la ingeniería civil y en investigaciones relativas a la identificación estructural, detección de daños en estructuras civiles y mecánicas y control estructural, como se reporta en [Koh and See, 1994, Wang and Haldar, 1997, Corigliano and Mariani, 2004, Yang et al., 2006, Ghosh et al., 2007, Yang et al., 2007, Feng, 2007, Zhou et al., 2008], entre otros, debido a la versatilidad para tratar incertidumbres inherentes a áreas de investigación como la ingeniería sísmica. No se puede olvidar que debido al avance tecnológico, se ha hecho posible la obtención de datos provenientes del comportamiento dinámico de estructuras en tiempo real y que hace del tratamiento digital de estos datos, una herramienta potencial en dichas tareas.

## 5.1. Filtrado estocástico

Dado un sistema general dinámico estocástico, que tiene la siguiente forma:

$$\mathbf{X}^{(k+1/k)} = \mathbf{g} \left( \mathbf{X}^{(k/k)}, \mathbf{u}^{(k)}, \mathbf{w}^{(k)} \right) \quad (5.1)$$

$$\mathbf{z}^{(k)} = \mathbf{h} \left( \mathbf{X}^{(k)}, \mathbf{u}^{(k)}, \mathbf{v}^{(k)} \right) \quad (5.2)$$

donde  $\mathbf{X}^{(k/k)}$  es el vector de estado (variables ocultas o parámetros) con dimensión  $n$ ,  $\mathbf{z}^{(k)}$  es la medida del proceso,  $\mathbf{u}$  es la entrada,  $\mathbf{w}^{(k)}$  es el ruido del proceso de media cero y  $\mathbf{v}^{(k)}$  es el ruido en las mediciones, también con media cero; además  $E \left[ \mathbf{v}^{(k)} \cdot \mathbf{v}^{(k)\top} \right] = \mathbf{Q}^{(k)}$ ,  $E \left[ \mathbf{w}^{(k)} \cdot \mathbf{w}^{(k)\top} \right] = \mathbf{R}^{(k)}$  y  $E \left[ \mathbf{v}^{(k)} \cdot \mathbf{w}^{(k)\top} \right] = 0$ .

El KF propaga los dos primeros momentos de  $\mathbf{X}^{(k/k)}$  en forma recursiva con una estructura predictor–corrector: dado  $\mathbf{X}^{(k/k)}$ , se busca que el estimador prediga cual va a ser el estado en  $(k+1)$  usando el modelo del sistema,

$$\mathbf{X}^{(k+1/k)} = E \left[ \mathbf{g} \left( \mathbf{X}^{(k/k)}, \mathbf{u}^{(k)}, \mathbf{w}^{(k)} \right) / \mathbf{z}^{(0:k)} \right] \quad (5.3)$$

$$\mathbf{P}^{(k+1/k)} = E \left[ \left( \mathbf{X}_t^{(k+1/k)} - \mathbf{X}^{(k+1/k)} \right) \cdot \left( \mathbf{X}_t^{(k+1/k)} - \mathbf{X}^{(k+1/k)} \right)^\top / \mathbf{z}^{(0:k)} \right] \quad (5.4)$$

Los estados siguen un proceso de Markov de primer orden y las observaciones asumidas como independientes de los estados [Merwe et al., 2000, Haykin, 2001].

Las ecuaciones 5.1 a la 5.4 definen el problema de estimación del estado de un sistema dinámico general en el instante  $(k+1)$  dados los datos hasta ese mismo instante  $(k)$ , minimizando el error cuadrático medio. Las técnicas de filtrado como el KF, son un intento para dar respuesta a esta formulación.

## 5.2. Conceptos acerca del filtro de Kalman

El KF es un conjunto de ecuaciones matemáticas que proveen una solución recursiva óptima, por el método de mínimos cuadrados [Maybeck, 1979]. Esta solución permite obtener un estimador lineal, insesgado y óptimo, del estado de un proceso en el instante  $(k+1)$  utilizando la información disponible en el momento  $(k)$  y, posteriormente, actualizando dicho estimador con la información adicional disponible al momento  $(k+1)$ . Este proceso se realiza mediante un algoritmo de predicción y uno de corrección, con los cuales se van ajustando los parámetros del sistema, que posteriormente son optimizados para encontrar aquellos que mejor explican el fenómeno de estudio. En el filtro se asume que el sistema puede ser descrito a través de un modelo estocástico lineal, en donde el error asociado tanto al sistema como a la información adicional que se incorpora en el mismo, tiene una distribución normal con media cero y varianza determinada.

La solución es óptima debido a que el filtro combina toda la información observada y el conocimiento previo acerca del comportamiento del sistema, para producir una estimación del estado, de tal manera que el error es minimizado estadísticamente. El término recursivo significa que el filtro recalcula la solución cada vez que una nueva observación o medida es incorporada en el sistema.

Ahora de una forma sistemática, podemos decir que el KF estima el estado  $\mathbf{X}$  de un sistema dinámico definido por una ecuación *lineal* en diferencia, de la forma dada por el modelo (5.1):  $\mathbf{X}^{(k+1/k)} = \mathbf{F}\mathbf{X}^{(k/k)} + \mathbf{w}^{(k)}$ , donde  $\mathbf{F}$  es la matriz de transición de estados. El modelo es influenciado por el ruido del modelo  $\mathbf{w}^{(k)}$ .

El KF consiste de dos pasos: (1) una fase de *predicción*, donde la estimación del estado actual  $\mathbf{X}^{(k/k)}$  y la covarianza del error  $\mathbf{P}^{(k/k)}$  en el instante  $(k)$  son reemplazados en el modelo del sistema y de esta forma proyectarlos en el tiempo, al instante  $(k+1)$  y así obtener  $\mathbf{X}^{(k+1/k)}$  y  $\mathbf{P}^{(k+1/k)}$ ; (2) una fase de *corrección* o *filtrado* donde los valores proyectados  $\mathbf{X}^{(k+1/k)}$  y  $\mathbf{P}^{(k+1/k)}$  son ajustados según la respuesta actual del sistema  $\mathbf{z}^{(k)}$ , en el instante  $(k+1)$  resultando en una estimación a posteriori  $\mathbf{X}^{(k+1/k+1)}$  y  $\mathbf{P}^{(k+1/k+1)}$ . Una breve formulación de ambos pasos, será dada a continuación [Haykin, 2001]:

**Fase de predicción:** La predicción del vector de estado  $\mathbf{X}^{(k+1)}$  en el instante  $(k+1)$  de un sistema dinámico estocástico, caracterizado en el instante del tiempo  $(k)$  por su vector de estado  $\mathbf{X}^{(k)}$  de dimensión  $n$ , se basa en la propagación del estado actual a través de la ecuación del proceso:

$$\mathbf{X}^{(k+1/k)} = \mathbf{F}\mathbf{X}^{(k/k)} + \mathbf{w}^{(k)}, \quad \mathbf{X}^{(k/k)}, \mathbf{X}^{(k+1/k)}, \mathbf{w}^{(k)} \in \mathfrak{R}^n, \quad \mathbf{F} \in \mathfrak{R}^{n \times n} \quad (5.5)$$

donde  $\mathbf{F}$  es la matriz de transición que define la relación entre estados sucesivos. Para sistemas lineales invariantes en el tiempo,  $\mathbf{F}$  es representada por una matriz invariante de dimensión  $n \times n$ . El vector de estados en el instante  $(k)$  corresponde a  $\mathbf{X}^{(k/k)}$  con dimensión  $n$  y  $\mathbf{w}^{(k)}$  es un proceso de ruido blanco, que representa la posibilidad de errores en el modelado del sistema.

Con ayuda de la ecuación (5.5), es posible definir una medida *a priori* y *a posteriori* del error como:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}^{(k+1/k)} &= \mathbf{X}_t^{(k+1)} - \mathbf{X}^{(k+1/k)}, \quad \mathbf{e}^{(k+1/k+1)} = \mathbf{X}_t^{(k+1)} - \mathbf{X}^{(k+1/k+1)} \\ &\mathbf{e}^{(k+1/k)}, \mathbf{e}^{(k+1/k+1)}, \mathbf{X}_t^{(k+1)} \in \mathfrak{R}^n \end{aligned} \quad (5.6)$$

donde  $\mathbf{X}_t^{(k)}$  corresponde al vector de estado *verdadero* en el instante  $(k)$ . Las matrices *a priori* y *a posteriori* de la covarianza del error, se definen como:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}^{(k+1/k)} &= E \left[ \mathbf{e}^{(k+1/k)} \mathbf{e}^{(k+1/k)\top} \right], \quad \mathbf{P}^{(k+1/k+1)} = E \left[ \mathbf{e}^{(k+1/k+1)} \mathbf{e}^{(k+1/k+1)\top} \right] \\ \mathbf{P}^{(k+1/k)}, \mathbf{P}^{(k+1/k+1)} &\in \mathfrak{R}^{n \times n} \end{aligned} \quad (5.7)$$

Basado en el principio de minimización de la varianza implícito en el KF, la matriz de covarianza del error es propagada de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$\mathbf{P}^{(k+1/k)} = \mathbf{F} \mathbf{P}^{(k/k)} \mathbf{F}^\top + \mathbf{Q} \quad (5.8)$$

donde  $\mathbf{Q}$  es la matriz de covarianza del proceso del ruido  $\mathbf{w}$  del modelo dinámico, con tamaño  $n \times n$ . Entonces, las ecuaciones (5.5) a la (5.8), describen la evolución del estado  $\mathbf{X}^{(k/k)}$  al estado  $\mathbf{X}^{(k+1/k)}$  (y  $\mathbf{P}^{(k/k)}$  a  $\mathbf{P}^{(k+1/k)}$ ), a través del tiempo.

**Fase de corrección:** En esta etapa, las predicciones del estado del sistema dinámico calculadas por el KF son actualizadas o “corregidas” a partir de las mediciones actuales de la respuesta del sistema de la siguiente forma:

$$\mathbf{X}^{(k+1/k+1)} = \mathbf{X}^{(k+1/k)} + \mathbf{K} \left( \mathbf{z}^{(k+1)} - \mathbf{H} \mathbf{X}^{(k+1/k)} \right) \quad (5.9)$$

$$\mathbf{P}^{(k+1/k+1)} = (\mathbf{I} - \mathbf{K} \mathbf{H}) \mathbf{P}^{(k+1/k)}, \quad \mathbf{I}, \mathbf{K}, \mathbf{H} \in \mathfrak{R}^{n \times n} \quad (5.10)$$

donde  $\mathbf{I}$  es la matriz identidad y  $\mathbf{K}$  es la ganancia Kalman:

$$\mathbf{K} = \mathbf{P}^{(k+1/k)} \mathbf{H}^\top \left( \mathbf{H} \mathbf{P}^{(k+1/k)} \mathbf{H}^\top + \mathbf{R} \right)^{-1} \quad (5.11)$$

$\mathbf{R}$  es la matriz de covarianza del ruido en las mediciones y  $\mathbf{H}$  es la matriz de medición, que relaciona el estado del sistema dinámico con el vector de observación  $\mathbf{z}^{(k)}$ . La adición de ruido en las mediciones es representada en la forma del vector  $\mathbf{v}^{(k)}$  de acuerdo a la ecuación lineal de observación:

$$\mathbf{z}^{(k)} = \mathbf{H} \mathbf{X}^{(k)} + \mathbf{v}^{(k)} \quad (5.12)$$

Las ecuaciones (5.9) a (5.12), representan la forma en que el KF actualiza las predicciones de los estados del sistema dinámico.

Pero como fue mencionado al principio de este capítulo, el KF presenta limitaciones cuando se aplica a sistemas dinámicos no lineales. Como respuesta a este problema, surgió el filtro de Kalman extendido, el cual conserva el esquema del KF.

### 5.3. Identificación de sistemas dinámicos no lineales basada en filtro Kalman: filtro de Kalman extendido

El filtro extendido de Kalman (EKF –*extended Kalman filter*) es una técnica de estimación que aplica el esquema del filtro Kalman, expuesto en la Sección 5.2 a sistemas no lineales, linealizando la dinámica del modelo en espacio estado, usando una expansión de Taylor de primer orden truncada, alrededor el estimado actual, es decir, linealiza  $\mathbf{F}$  y  $\mathbf{H}$  alrededor de  $\bar{\mathbf{X}}^{(k+1/k)}$  (cuando se asumen los valores esperados de las variables aleatorias del sistema dinámico) [Merwe et al., 2000]:

$$\mathbf{F} \left( \mathbf{X}^{(k+1/k)} \right) = \mathbf{F} \left( \bar{\mathbf{X}}^{(k/k)} \right) + \left. \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}=\bar{\mathbf{X}}^{(k/k)}} \left( \mathbf{X}^{(k/k)} - \bar{\mathbf{X}}^{(k/k)} \right) + \dots \quad (5.13)$$

$$\mathbf{H} \left( \mathbf{X}^{(k)} \right) = \mathbf{H} \left( \bar{\mathbf{X}}^{(k)} \right) + \left. \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}=\bar{\mathbf{X}}^{(k)}} \left( \mathbf{X}^{(k)} - \bar{\mathbf{X}}^{(k)} \right) + \dots \quad (5.14)$$

por lo tanto, las ecuaciones de predicción y corrección para el EKF toman una forma similar a las ecuaciones

(5.5) a la (5.12):

$$\mathbf{X}^{(k+1/k)} = \mathbf{F} \left( \mathbf{X}^{(k+1/k)}, \mathbf{w}^{(k)} \right) \quad (5.15)$$

$$\mathbf{P}^{(k+1/k)} = \mathbf{f} \mathbf{P}^{(k/k)} \mathbf{f}^\top + \mathbf{Q} \quad (5.16)$$

$$\mathbf{X}^{(k+1/k+1)} = \mathbf{X}^{(k+1/k)} + \mathbf{K} \left( \mathbf{z}^{(k+1)} - \mathbf{h} \mathbf{X}^{(k+1/k)} \right) \quad (5.17)$$

$$\mathbf{P}^{(k+1/k+1)} = (\mathbf{I} - \mathbf{K} \mathbf{h}) \mathbf{P}^{(k+1/k)}, \quad \mathbf{I}, \mathbf{K}, \mathbf{h} \in \mathfrak{R}^{n \times n} \quad (5.18)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{P}^{(k+1/k)} \mathbf{h}^\top \left( \mathbf{h} \mathbf{P}^{(k+1/k)} \mathbf{h}^\top + \mathbf{R} \right)^{-1} \quad (5.19)$$

$$\mathbf{z}^{(k)} = \mathbf{h} \mathbf{X}^{(k)} + \mathbf{v}^{(k)} \quad (5.20)$$

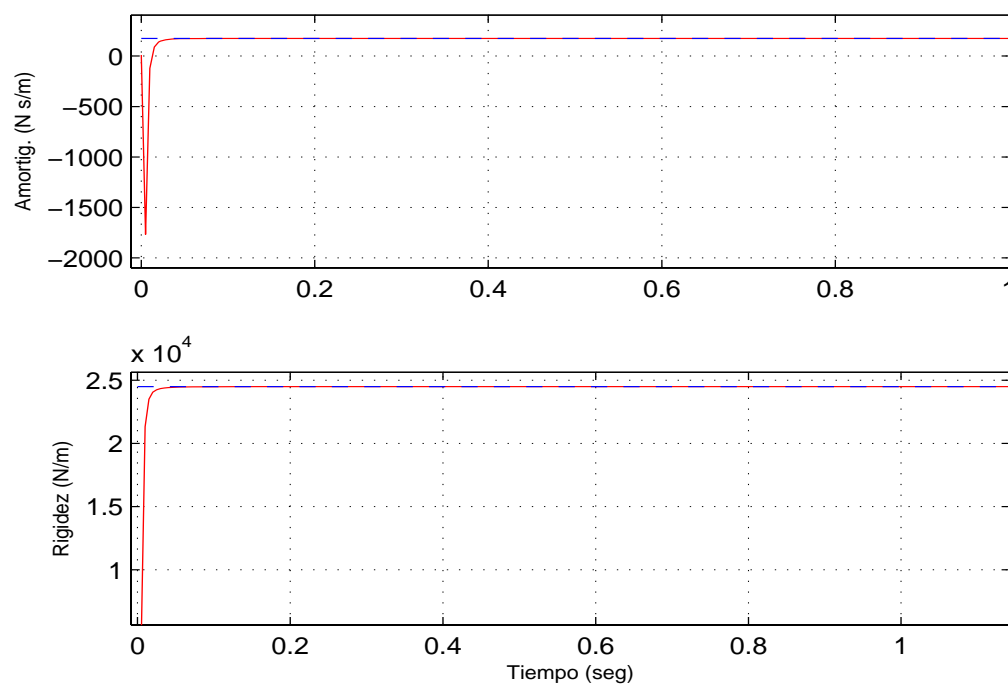
y como en el caso del filtro Kalman  $\mathbf{Q}$  es la matriz de covarianza del ruido en el proceso,  $\mathbf{R}$  es la matriz de covarianza del ruido en las medidas y donde  $\mathbf{f} \triangleq \left. \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}=\mathbf{X}^{(k/k)}}$  y  $\mathbf{h} \triangleq \left. \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}=\mathbf{X}^{(k/k)}}$  son las matrices Jacobianas del modelo del proceso y de la medición.

## 5.4. Resultados de simulación empleando EKF

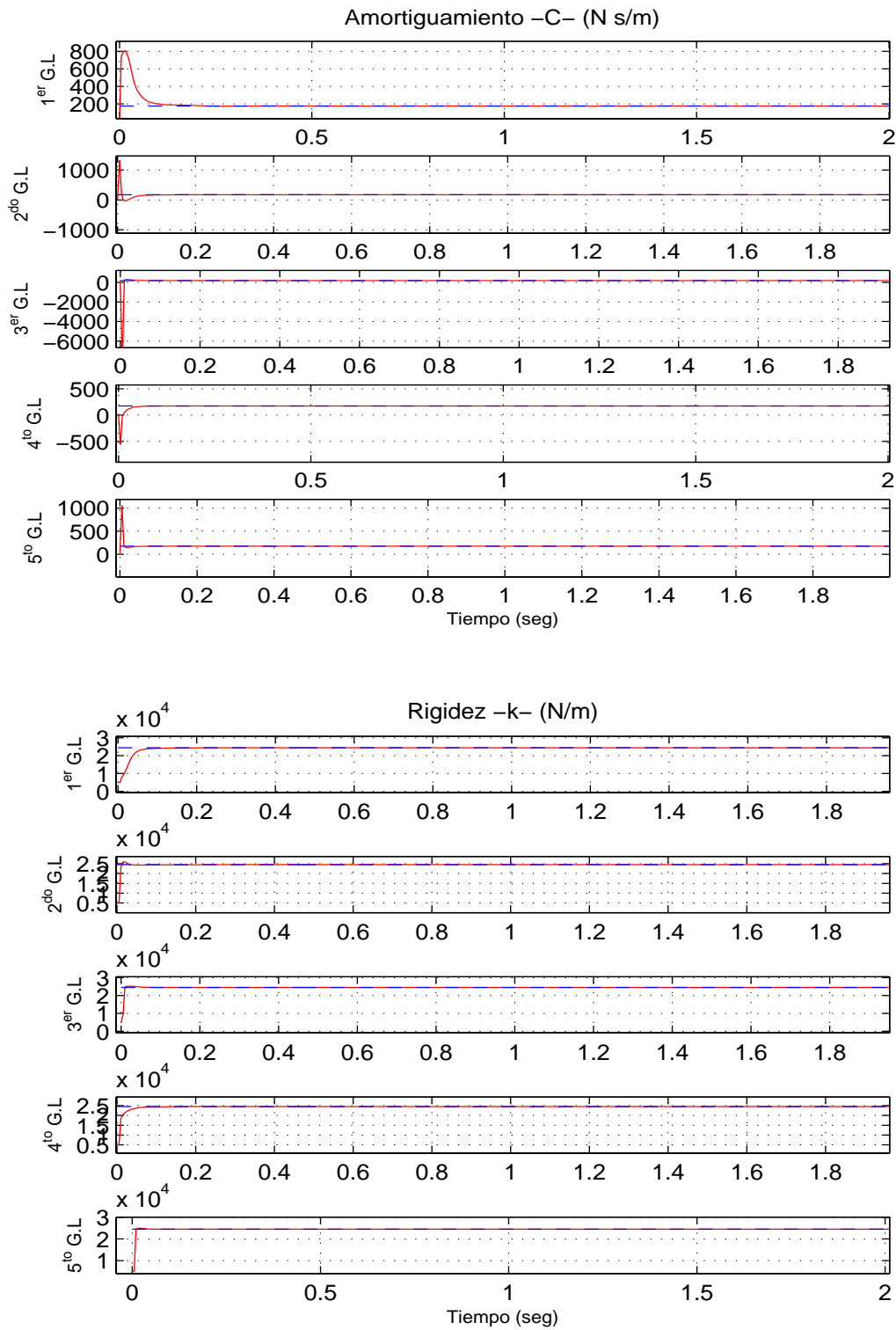
En esta sección se presentan los resultados del EKF en tareas de identificación para los siguientes sistemas estructurales propuestos en el Capítulo 4: un sistema estructural de uno y cinco grados de libertad de comportamiento lineal. Los parámetros de los modelos matemáticos son los mismos que los adoptados al final de la Sección 4.2: la masa de cada piso ( $m_i$ ) de 125.53 kg, amortiguamiento de cada piso ( $c_i$ ) de 0.175 kN×(s/m) y rigidez de cada piso ( $k_i$ ) de 24.5 kN/m,  $\forall i = 1, \dots, 5$ .

En el proceso de inicialización del filtro extendido de Kalman para los sistemas lineales, se tomaron los siguientes valores iniciales:  $x_{(i)0} = 0.1$  m,  $\dot{x}_{(i)0} = 0$  m/s<sup>2</sup>,  $c_{(i)0} = 10$  kN×(s/m) y  $k_{(i)0} = 5000$  kN/m. La matriz de covarianza se inicializa como  $\mathbf{P}_0 = \mathbf{I}_i$ , donde  $\mathbf{I}_i$  es la matriz identidad de dimensión  $i \times i$  de  $i = 1, i = 5$ . Los resultados se presentan en las Figuras 5.1 y 5.2.

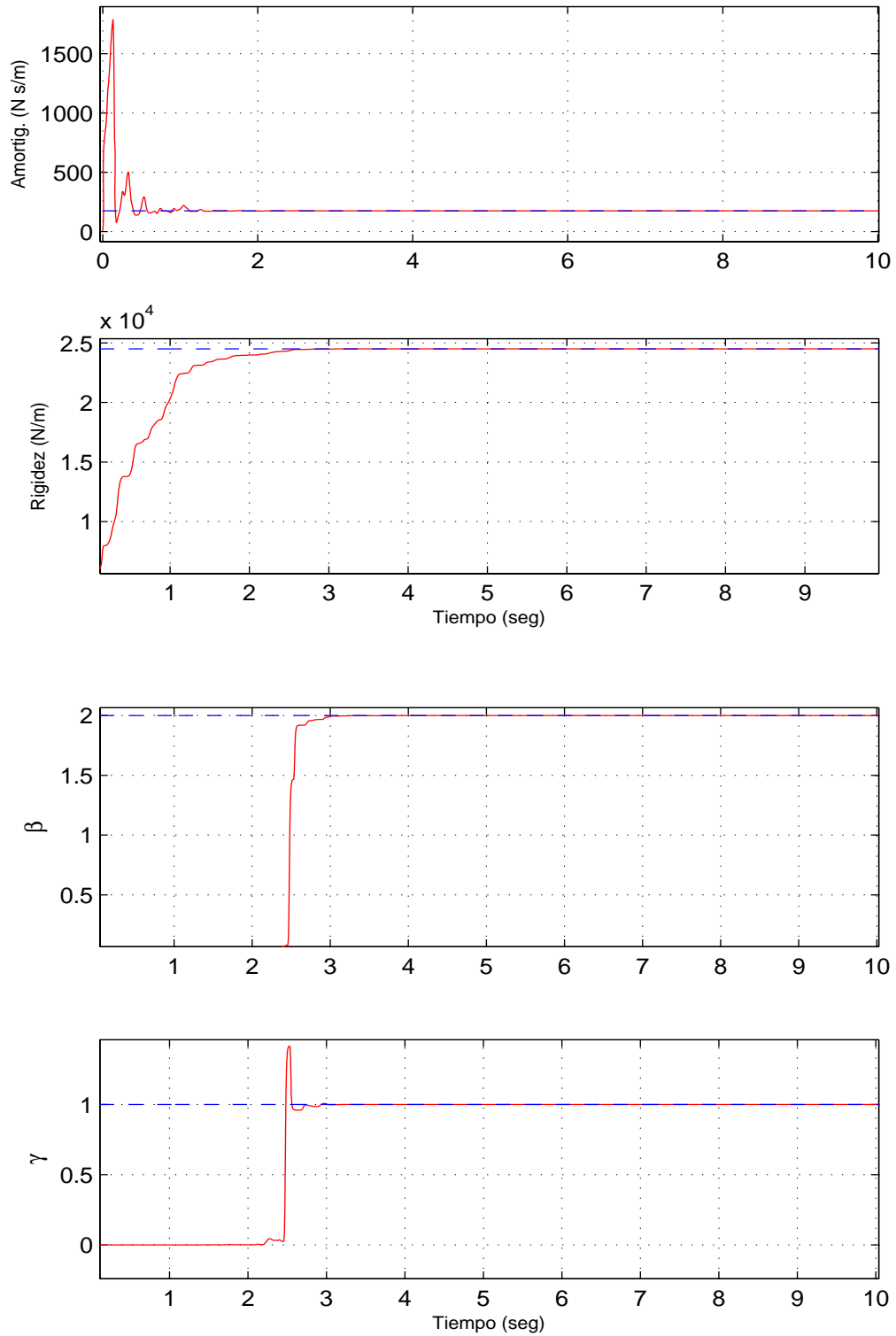
Para la estructura histerética tipo *Bouc–Wen*, los parámetros adoptados son los ya mencionados (Sección 4.3): una masa en cada piso de ( $m_i$ ) de 125.53 kg, amortiguamiento en cada piso ( $c_i$ ) de 0.175 kN×(s/m) y rigidez en cada piso ( $k_i$ ) de 24.5 kN/m. Los parámetros  $\beta_i$  toman un valor igual a 2 y  $\gamma_i$  un valor de 1. Además, se tomaron los siguientes valores iniciales:  $x_{(i)0} = 0$  m,  $\dot{x}_{(i)0} = 0$  m/s<sup>2</sup>,  $c_{(i)0} = 10$  kN×(s/m),  $k_{(i)0} = 5000$  kN/m,  $\beta_{(i)0} = 0$ , y  $\gamma_{(i)0} = 0$ ,  $\forall i = 1, 2$ . La matriz de covarianza se inicializa como  $\mathbf{P}_0 = \mathbf{I}_i$ , donde  $\mathbf{I}_i$  es la matriz identidad de dimensión  $i \times i$  de  $i = 1, i = 2$ . Los resultados se presentan en las Figuras 5.3 y 5.4.



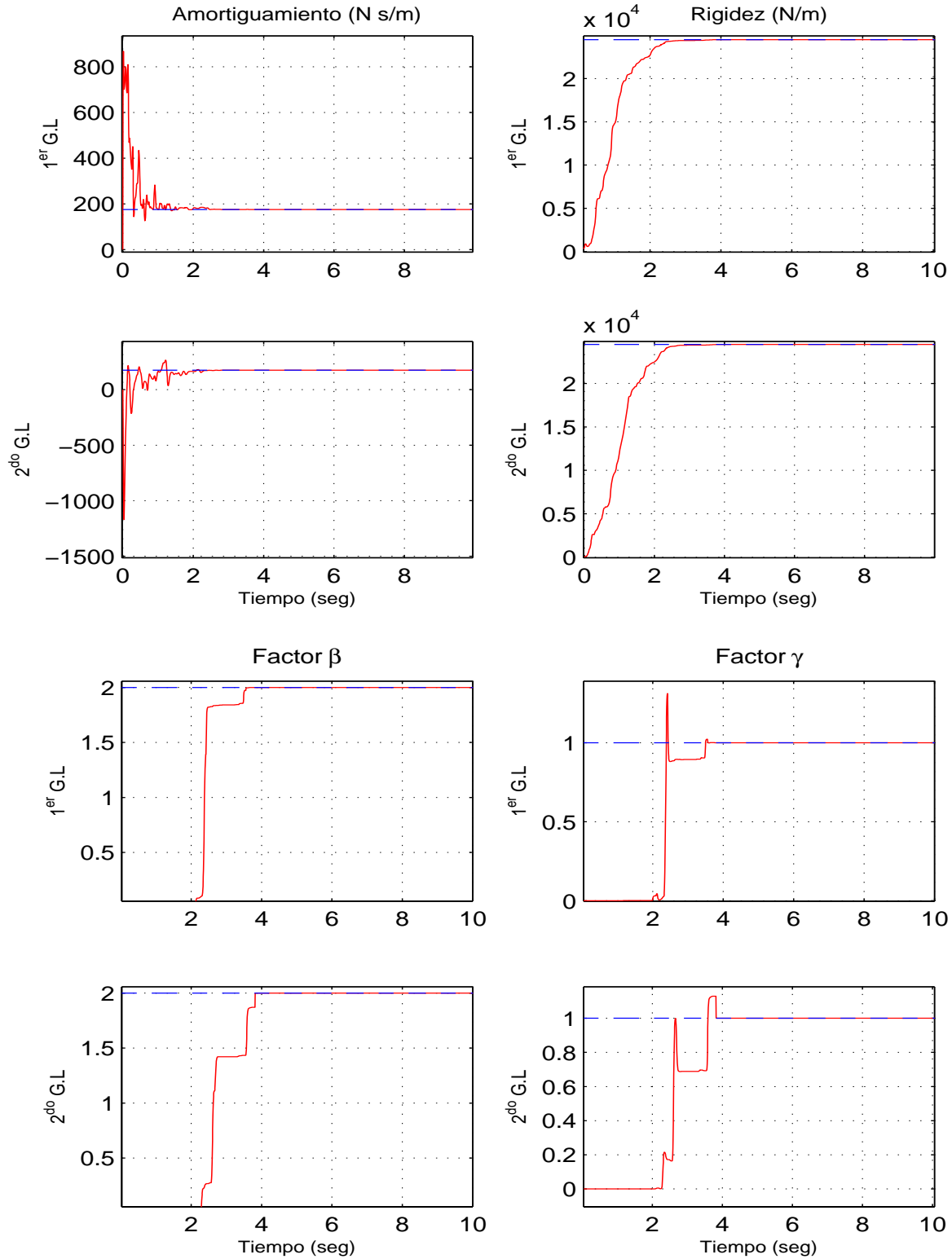
**Figura 5.1:** Parámetros identificados de un sistema estructural lineal de un grado de libertad empleando EKF. Superior: valor real e identificado del amortiguamiento estructural. Inferior: valor real e identificado de rigidez estructural.



**Figura 5.2:** Parámetros identificados de un sistema estructural lineal de cinco grados de libertad empleando EKF: valores reales e identificados del amortiguamiento y de la rigidez estructural.



**Figura 5.3:** Parámetros identificados de un sistema estructural histerético tipo *Bouc–Wen* de un grado de libertad empleando EKF: valores reales e identificados del amortiguamiento, de la rigidez estructural y de los parámetros  $\beta$  y  $\gamma$ .



**Figura 5.4:** Parámetros identificados de un sistema estructural histerético tipo *Bouc-Wen* de dos grados de libertad empleando EKF: valores reales e identificados del amortiguamiento, de la rigidez estructural y de los parámetros  $\beta$  y  $\gamma$ .

---

# BIBLIOGRAFÍA

- Beck, J. L. (2002). Bayesian state analysis on linear gaussian dynamical systems. Stochastic System Analysis and Bayesian Model Updating Notes. Earthquake Engineering Research Laboratory, California Institute of Technology, USA.
- Corigliano, A. and Mariani, S. (2004). Parameter identification in explicit structural dynamics: performance of the extended Kalman filter. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193:3807–3835.
- Feng, M. Q. (2007). Recent advances in structural health monitoring. Keynote. Center for Advanced Monitoring and Damage Inspection, University of California, Irvine, USA.
- Ghosh, S. J., Roy, D., and Manohar, C. S. (2007). New forms of extended Kalman filter via transversal linearization and applications to structural system identification. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196:5063–5083.
- Haykin, S. (2001). *Kalman Filtering and Neural Networks*. Adaptive and Learning Systems for Signal Processing, Communications, and Control. John Wiley and Sons, Inc., New York, 1 edition.
- Koh, C. G. and See, L. M. (1994). Identification and uncertainty estimation of structural parameters. *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, 120(6):12–19.
- Maybeck, P. S. (1979). *Stochastic models, estimation and control*, volume 1. Academic Press, New York, 1 edition.
- Merwe, R., Doucet, A., Freitas, N., and Wan, E. (2000). The unscented particle filter. Technical Report CUED/F-INFENG/TR 380, Engineering Department, Cambridge University, Cambridge CB2 1PZ, England.
- Wang, D. and Haldar, A. (1997). System identification with limited observations and without input. *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, 123(5):504–511.
- Yang, J., Lin, S., Huang, H., and Zhou, L. (2006). An adaptive extended Kalman filter for structural damage identification. *Structural Control and Health Monitoring*, 13:849–867.
- Yang, J., Pan, S., and Huang, H. (2007). An adaptive extended Kalman filter for structural damage identifications II: unknown inputs. *Structural Control and Health Monitoring*, 14:497–521.
- Zhou, L., Wu, S., and Yang, J. (2008). Experimental study of an adaptive extended Kalman filter for structural damage identification. *ASCE, Journal of Infrastructure Systems*, 14(1):42–51.



# IDENTIFICACIÓN ESTRUCTURAL USANDO UKF

El KF es uno de los algoritmos más usados para el seguimiento y la estimación de sistemas lineales, debido a su robustez frente a incertidumbres, simplicidad y condiciones de optimalidad (Capítulo 5). Sin embargo, su aplicación a sistemas no lineales presenta limitaciones [Heijden et al., 2004]. Para superar dicho problema, fue propuesto el EKF. Como fue presentado en el Capítulo 5, el EKF tiene limitaciones, debido a la aproximación de sistemas no lineales por medio de una serie de Taylor truncada, causando divergencia e inestabilidad en las estimaciones cuando los sistemas son altamente no lineales.

Recientemente, métodos de identificación basados en simulación estocástica, conocidos también como filtros de partículas, han ganado gran atención por parte de la comunidad científica, dada su potencialidad para tratar con dinámicas fuertemente no lineales y con una gran cantidad de variables. Uno de estos métodos es el llamado filtro de Kalman ensamblado (ENKF –*ensemble Kalman filter*), desarrollado inicialmente para problemas en geofísica [Gillijns et al., 2006], donde los modelos matemáticos son no lineales y de un alto orden y donde las valores iniciales son altamente inciertos. Otra técnica basada en la idea de partículas conocida el filtro de Kalman *unscented* (UKF –*unscented Kalman filter*), fue propuesta como una alternativa al problema de filtrado no lineal, bajo la suposición de que es más sencillo estimar una función de densidad de probabilidad que una función no lineal [Julier and Uhlmann, 1997]. Su aplicación se ha reportado en el campo de la ingeniería sísmica y específicamente en la identificación estructural, como fue registrado en la Sección 2.1, igualmente, investigaciones afines como análisis espectrales de las señales de terremotos son encontradas también en [Yingmin et al., 2007, Yinfeng et al., 2009].

En este capítulo se aplican los filtros UKF y ENKF a la estimación de parámetros de sistemas estructurales y consecuentemente se evalúa el desempeño de cada técnica.

## 6.1. Filtro de Kalman ensamblado

El ENKF es un método de asimilación secuencial de datos, donde los momentos estadísticos son predichos usando simulación Monte Carlo. Igualmente, el ENKF posee varias características que potencian su utilización en tareas de identificación de sistemas por encima del EKF [Burgers et al., 1998]: no existen problemas causados por procesos de linealización, es decir, no existen problemas por aproximaciones al cálculo de momentos estadísticos de orden superior como en el caso del EKF, además a medida que se aumenta el número de muestras, los errores son causados principalmente por el ruido en las mediciones.

El esquema empleado por el ENKF fue propuesto por [Evensen, 1994] y usa el esquema general del KF de predicción y de corrección, excepto por el cálculo de la matriz de covarianza de la propagación del error, que es obtenida basada en las muestras de los estados del sistema dinámico [Gillijns et al., 2006, Tossavainen et al., 2008]:

**Fase de predicción:** Se genera aleatoriamente un conjunto de  $q$  estados

$$\mathbf{x}_f^{(k/k)} = \left[ \mathbf{x}_{f_1}^{(k/k)}, \dots, \mathbf{x}_{f_q}^{(k/k)} \right], \quad \mathbf{x}_f^{(k/k)} \in \mathbb{R}^{n \times q} \quad (6.1)$$

donde el subíndice  $f_i$  se refiere al  $i$ -ésimo miembro o muestra del ensamblaje. Luego, estos miembros son incorporados a la ecuación dinámica del sistema de la siguiente forma:

$$\mathbf{X}_{f_i}^{(k+1/k)} = F \left( \mathbf{x}_f^{(k/k)}, u^{(k)} \right) + w_i^{(k)} \quad (6.2)$$

$$\bar{\mathbf{X}}_f^{(k+1/k)} = 1/q \sum_{i=1}^q \mathbf{X}_{f_i}^{(k+1/k)} \quad (6.3)$$

donde  $\bar{\mathbf{X}}_f^{(k+1/k)}$  es el promedio del valor del estado estimado. Ya que el estado verdadero  $\mathbf{X}^{(k+1)}$  en el instante  $(k+1)$  no es conocido, la ecuación (5.8) se aproxima como

$$E_f^{(k+1)} = \left[ \mathbf{x}_{f_1}^{(k+1/k)} - \bar{\mathbf{X}}_f^{(k+1/k)}, \dots, \mathbf{x}_{f_q}^{(k+1/k)} - \bar{\mathbf{X}}_f^{(k+1/k)} \right] \quad (6.4)$$

$$\mathbf{P}_f^{(k+1)} = \frac{1}{q-1} E_f^{(k+1)} \cdot \left( E_f^{(k+1)} \right)^\top \quad (6.5)$$

**Fase de corrección:** Para obtener el estado estimado corregido, el ENKF realiza un conjunto de ciclos de asimilación de datos en paralelo:

$$\mathbf{K} = \mathbf{P}_f^{(k+1)} \mathbf{H}^\top \left( \mathbf{H} \mathbf{P}_f^{(k+1)} \mathbf{H}^\top + \mathbf{R} \right)^{-1} \quad (6.6)$$

$$\mathbf{X}_i^{(k+1/k+1)} = \mathbf{X}_{f_i}^{(k+1/k)} + \mathbf{K} \left( \mathbf{z}^{(k+1)} - \mathbf{H} \mathbf{X}_{f_i}^{(k+1/k)} \right) \quad (6.7)$$

$$\bar{\mathbf{X}}^{(k+1/k+1)} = 1/q \sum_{i=1}^q \mathbf{X}_i^{(k+1/k+1)} \quad (6.8)$$

## 6.2. Filtro de Kalman *unscented*

El EKF aplica un filtro Kalman a un sistema no lineal básicamente linealizándolo sobre la estimación, de tal manera que se puedan aplicar las ecuaciones de Kalman, dadas por la ecuación (5.5) a la ecuación (5.12) en forma directa. En la práctica, este método presenta algunos inconvenientes [Haykin, 2001, Grewal and Andrews, 2001]: (1) si las hipótesis necesarias para aplicar una linealización local no se cumplen, estos métodos pueden generar estimadores altamente inestables, (2) el cálculo de las matrices Jacobianas requeridas en la linealización puede ser una tarea dispendiosa e incluso influenciar el desempeño del algoritmo incrementando su complejidad y (3) grandes errores en la inicialización de las variables del algoritmo puede causar divergencia en los resultados.

En años recientes, se han desarrollado algunas técnicas de estimación que incorporan el concepto de partículas al KF, permitiendo de esta forma solucionar algunas limitaciones del EKF con una complejidad numérica similar. Una de esas técnicas es la propuesta por [Julier and Uhlmann, 1996, Julier and Uhlmann, 1997, Julier et al., 2000, Julier and Uhlmann, 2004], con mejoras reportadas en [Merwe and Wan, 2001, Julier, 2003, Zhang and Hu, 2006, Kim et al., 2008], entre otros y conocida con el nombre de filtro de Kalman *unscented* (UKF). Este algoritmo evita el cálculo de matrices Jacobianas y de esta manera reduce los otros inconvenientes citados, empleando un método que permite realizar una estimación, tanto de medidas como de matrices de covarianza de variables aleatorias, luego de ser transformadas por una función no lineal.

El UKF puede ser visto como una técnica de propagación de incertidumbres de variables aleatorias normales, basada en la idea de un muestro determinista (*deterministic sampling approach*) para el cálculo de los términos de predicción y de la ganancia Kalman en el esquema recursivo planteado por el KF. Dicho algoritmo está enmarcado en lo que se conoce también como filtros de Kalman punto-sigma (SPKF – *Sigma Point Kalman filter*).

### 6.3. Momentos de una variable aleatoria sometida a una transformación no lineal

El problema de la predicción y actualización de estados, dado por las ecuaciones (5.2), (5.3) y (5.4) puede ser reformulado de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} E[\mathbf{X}] &= X \\ \mathbf{P}_x &= E\left[(\bar{\mathbf{X}}_t - \mathbf{X}) \cdot (\bar{\mathbf{X}}_t - \mathbf{X})^\top\right] \\ \mathbf{z} &= f(\mathbf{X}) \end{aligned} \quad (6.9)$$

donde se busca estimar la media y la covarianza del error de la variable aleatoria  $\mathbf{z}$ .

Tomando una expansión multidimensional de Taylor, se puede expresar la función no lineal alrededor de  $\bar{\mathbf{X}}$ :

$$\mathbf{z} = f(\bar{\mathbf{X}} + \Delta\mathbf{X}) = f(\bar{\mathbf{X}}) + D_{\Delta x}f + \frac{1}{2!}D_{\Delta x}^2f + \frac{1}{3!}D_{\Delta x}^3f + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{i!}D_{\Delta x}^i f \quad (6.10)$$

donde,

$$D_{\Delta x}^i f = \left( \Delta x_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + \Delta x_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + \dots + \Delta x_n \frac{\partial}{\partial x_n} \right)^i f(X) \Bigg|_{\mathbf{X}=\bar{\mathbf{X}}} \quad (6.11)$$

Ahora, se pueden calcular los momentos de la variable aleatoria transformada:

$$E[\mathbf{z}] = \bar{\mathbf{z}} = f(\bar{\mathbf{X}}) + E\left[D_{\Delta x}f + \frac{1}{2!}D_{\Delta x}^2f + \frac{1}{3!}D_{\Delta x}^3f + \dots\right] \quad (6.12)$$

$$\mathbf{P}_z = E\left[(\mathbf{z} - \bar{\mathbf{z}}) \cdot (\mathbf{z} - \bar{\mathbf{z}})^\top\right] \quad (6.13)$$

donde,

$$\begin{aligned} \mathbf{z} - \bar{\mathbf{z}} &= f(\bar{\mathbf{X}} + \Delta\mathbf{X}) - E[f(\bar{\mathbf{X}} + \Delta\mathbf{X})] = D_{\Delta x}f + \frac{1}{2!}D_{\Delta x}^2f + \frac{1}{3!}D_{\Delta x}^3f + \dots \\ &\quad - E\left[D_{\Delta x}f + \frac{1}{2!}D_{\Delta x}^2f + \frac{1}{3!}D_{\Delta x}^3f + \dots\right] \end{aligned} \quad (6.14)$$

Suponiendo que  $\Delta\mathbf{X}$  tiene una distribución geométrica, los términos impares desaparecen, entonces:

$$\bar{\mathbf{z}} = f(\bar{\mathbf{X}}) + \frac{1}{2!}D_{\Delta x}^2f + \dots - E\left[\frac{1}{2!}D_{\Delta x}^2f + \dots\right] \quad (6.15)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_z &= \mathbf{A}(\mathbf{X})\mathbf{P}_x\mathbf{A}(\mathbf{X}) + \\ &\quad E\left[D_{\Delta x}f \cdot \frac{1}{3!}(D_{\Delta x}^3f)^\top + \frac{1}{2!}D_{\Delta x}^2f \cdot \frac{1}{2!}(D_{\Delta x}^2f)^\top + \frac{1}{3!}D_{\Delta x}^3f \cdot (D_{\Delta x}f)^\top \dots\right] - \\ &\quad E\left[\frac{1}{2!}D_{\Delta x}^2f\right] \cdot E\left[\frac{1}{2!}(D_{\Delta x}^2f)^\top\right] + \dots \end{aligned} \quad (6.16)$$

donde  $\mathbf{A}(\mathbf{X})$  corresponde al Jacobiano de  $\mathbf{f}(\mathbf{X})$ . Para la serie de la covarianza, el término de orden  $m$  requiere el conocimiento de los momentos de  $\Delta\mathbf{X}$  hasta el orden  $2m$ .

Al linealizar usando una expansión de Taylor de primer orden, las aproximaciones quedan como:

$$\bar{\mathbf{z}} = f(\bar{\mathbf{X}}) \quad (6.17)$$

$$\mathbf{P}_z = \mathbf{A}(\bar{\mathbf{X}})\mathbf{P}_x\mathbf{A}(\bar{\mathbf{X}}) \quad (6.18)$$

De este conjunto de ecuaciones se puede ver que las aproximaciones empleadas por el EKF dependen

fuertemente de la omisión de los momentos de orden dos en adelante.

El UKF propone el uso de una técnica que permite calcular medias y matrices de covarianzas de variables aleatorias sometidas a transformaciones no lineales, llamada transformada *unscented* (UT – *Unscented Transform*).

## 6.4. Transformada *unscented*

Según [Julier and Uhlmann, 1997], la transformación fue encontrada bajo la suposición que es más sencillo estimar una función de densidad de probabilidad que una función no lineal. El procedimiento se describe a continuación [Merwe et al., 2000].

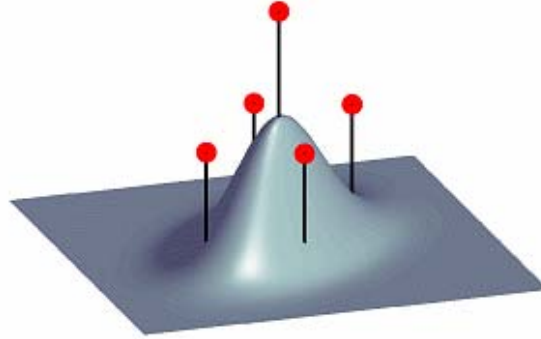
Se considera la propagación de una variable aleatoria  $\mathbf{x}$ , de dimensión  $L$ , de media  $\bar{\mathbf{x}}$  y covarianza  $P_x$  a través de una función no lineal:

$$\mathbf{y} = g(\mathbf{x}) \quad (6.19)$$

Para calcular los dos primeros momentos estadísticos de la variable aleatoria  $\mathbf{y}$  se procede de la siguiente manera: se calculan de manera determinista un conjunto de puntos-sigma  $\mathcal{S}_i = \{w_i, \mathcal{X}_i\}$  los cuales conservan la media y covarianza de la variable aleatoria  $\mathbf{x}$ . Un esquema que cumple con la anterior condición es la siguiente

$$\begin{aligned} \mathcal{X}_0 &= \bar{\mathbf{x}} & w_0 &= \frac{\kappa}{L+\kappa} & i &= 0 \\ \mathcal{X}_i &= \bar{\mathbf{x}} + \left( \sqrt{(L+\kappa)P_x} \right)_i & w_i &= \frac{1}{2(L+\kappa)} & i &= 1, \dots, L \\ \mathcal{X}_i &= \bar{\mathbf{x}} - \left( \sqrt{(L+\kappa)P_x} \right)_i & w_i &= \frac{1}{2(L+\kappa)} & i &= L+1, \dots, 2L \end{aligned}$$

donde  $w_i$  es el peso asociado a cada partícula  $\mathcal{X}_i$ , cumpliendo la condición  $\sum_{i=0}^{2L} w_i = 1$ . El factor  $\kappa$  es un parámetro adimensional de escalamiento y  $\left( \sqrt{(L+\kappa)P_x} \right)_i$  es la  $i$ -ésima columna de la matriz de puntos-sigma. La Figura 6.1, muestra una localización típica de puntos-sigma y una representación del peso asociado a cada partícula para una variable aleatoria normal de dos dimensiones.



**Figura 6.1:** Los puntos-sigma capturan el primero y segundo momento estadístico completamente de la variable aleatoria. La altura de cada punto representa su factor de ponderado  $w_i$ .

Cada punto sigma es entonces propagado a través de la función no lineal:

$$\mathcal{Y}_i = g(\mathcal{X}_i) \quad i = 0, \dots, 2L \quad (6.20)$$

y el valor estimado de los momentos estadísticos de  $\mathbf{y}$ , media, covarianza y covarianza cruzada son calculados

como:

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{y}} &\approx \sum_{i=0}^{2L} w_i \mathcal{Y}_i \\ \mathbf{P}_{\mathbf{y}} &\approx \sum_{i=0}^{2L} w_i (\mathcal{Y}_i - \bar{\mathbf{y}}) (\mathcal{Y}_i - \bar{\mathbf{y}})^\top \\ \mathbf{P}_{\mathbf{x}\mathbf{y}} &\approx \sum_{i=0}^{2L} w_i (\mathcal{X}_i - \bar{\mathbf{x}}) (\mathcal{Y}_i - \bar{\mathbf{y}})^\top\end{aligned}\tag{6.21}$$

Estos valores estimados de la media y la covarianza son exactos a los valores de una expansión de Taylor de segundo orden de cualquier función no lineal  $g(x)$ .

A medida que aumenta el número de variables  $L$ , aumenta el radio del hiperelipsoide sobre el que se distribuyen los puntos, lo cual puede causar problemas como muestreos no locales, cuestión que se agudiza con sistemas dinámicos con fuertes no linealidades. Varias modificaciones han sido propuestas para abordar dicho problema, dentro de las que se cuenta una que permite reducir la cantidad de puntos  $(n+1)$  reportada en [Julier and Uhlmann, 2002a] y otra que permite regular el volumen del hiperelipsoide sobre el cual se distribuyen los puntos, reportada en [Julier and Uhlmann, 2002b], de tal forma que se puedan capturar los momentos de mayor orden de una mejor manera y conocida como transformada escalada *unscented* (SUT – *Scaled Unscented Transform*).

## 6.5. Transformada escalada *unscented*

Una forma de mitigar el efecto de los momentos de orden mayor, es basada en la reformulación del problema, escribiéndolo en términos de una nueva función no lineal:

$$g(x, \bar{x}, \alpha, \mu) = \frac{f(\bar{x} + \alpha \cdot (x - \bar{x})) - f(\bar{x})}{\mu} + f(\bar{x})\tag{6.22}$$

realizando la expansión de Taylor de la ecuación (6.22) alrededor de  $\bar{x}$ :

$$z = g(x, \bar{x}, \alpha, \mu) = f(\bar{x}) + \frac{\alpha}{\mu} \cdot D_{\Delta x} f + \frac{\alpha^2}{\mu} \cdot \frac{1}{2!} D_{\Delta x}^2 f + \frac{\alpha^3}{\mu} \cdot \frac{1}{3!} D_{\Delta x}^3 f + \dots\tag{6.23}$$

$$E[z] = E[g(x, \bar{x}, \alpha, \mu)] = f(\bar{x}) + \frac{\alpha^2}{\mu} \cdot \frac{1}{2!} D_{\Delta x}^2 f \cdot P_x + \dots\tag{6.24}$$

Es decir, la serie se asemeja a la serie de  $f(x)$ , con la diferencia que cada término de orden  $k$  queda escalado por  $\frac{\alpha^k}{\mu}$ ; de esta manera, si  $\alpha$  es lo suficientemente pequeña, los términos superiores tienen un efecto despreciable.

Empleando esta nueva función, suponiendo que  $E[\Delta x] = 0$  y  $\mu = \alpha^2$ , las medias de  $f(x)$  y  $g(x)$  coinciden hasta el segundo orden, además los términos de orden superior decaen geoméricamente. Manteniendo la relación mencionada en los parámetros, se puede además variar uno de ellos de tal forma que se pueda eliminar el efecto de los términos superiores. Un resultado equivalente se puede hallar para la covarianza. Esta reformulación permite mantener la estimación hasta el segundo orden y disminuir el valor del resto de términos de orden superior.

Ahora, la modificación de la función propuesta es equivalente a una modificación de las partículas y los pesos [Merwe et al., 2000]:

$$\begin{aligned}\mathcal{X}'_i &= \mathcal{X}_0 + \alpha (\mathcal{X}_i - \mathcal{X}_0) \quad i = 0, \dots, 2L \\ w'_i &= \begin{cases} w_0/\alpha^2 + \left(1 - 1/\alpha^2\right) & i = 0 \\ w_i/\alpha^2 & i = 1, \dots, 2L \end{cases}\end{aligned}\tag{6.25}$$

El parámetro de regulación adicionado,  $\alpha$ , permite alejar o acercar de la partícula central al resto de las partículas, según se tome  $\alpha$  menor a mayor que uno y de esta manera capturar efectos locales o globales de la función no lineal.

La selección de los puntos-sigma y el parámetro de escalamiento pueden ser combinados en un solo paso,

tomando

$$\lambda = \alpha^2 (L + \kappa) - L \quad (6.26)$$

y de esta forma obtener:

$$\begin{aligned} \mathcal{X}_0 &= \bar{\mathbf{x}} \\ \mathcal{X}_i &= \bar{\mathbf{x}} + \left( \sqrt{(L + \lambda) P_x} \right)_i \quad i = 1, \dots, L \\ \mathcal{X}_i &= \bar{\mathbf{x}} - \left( \sqrt{(L + \lambda) P_x} \right)_i \quad i = L + 1, \dots, 2L \end{aligned} \quad (6.27)$$

$$\begin{aligned} w_0^{(m)} &= \frac{\lambda}{L + \lambda} \quad i = 0 \\ w_i^{(c)} &= \frac{1}{L + \lambda} + (1 - \alpha^2 + \beta) \quad i = 0 \\ w_i^{(m)} &= w_i^{(c)} = \frac{1}{2(L + \lambda)} \quad i = 1, \dots, 2L \end{aligned} \quad (6.28)$$

donde el parámetro  $\beta$  es incluido para afectar el punto-sigma cero del cálculo de la covarianza.

## 6.6. Formulación del filtro de Kalman *unscented*

Para implementar el algoritmo del UKF, se puede expandir el espacio de estados, agregándoles los ruidos del proceso y de la medición:

$$\mathbf{X}_a^{(k)} = \left[ \mathbf{X}^{(k)} \quad \mathbf{w}^{(k)} \quad \mathbf{v}^{(k)} \right]^\top \quad (6.29)$$

Se inicializa con los siguientes datos:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{X}}^{(k)} &= E \left[ \mathbf{X}^{(0)} \right], \quad \mathbf{P}_x^{(0)} = E \left[ \left( \mathbf{X}^{(0)} - \bar{\mathbf{X}}^{(k)} \right) \cdot \left( \mathbf{X}^{(0)} - \bar{\mathbf{X}}^{(k)} \right)^\top \right] \\ \bar{\mathbf{X}}_a^{(k)} &= E \left[ \mathbf{X}_a \right] = E \left[ \bar{\mathbf{X}}^{(k)} \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0} \right]^\top, \\ \mathbf{P}_a^{(k)} &= E \left[ \left( \mathbf{X}_a^{(k)} - \bar{\mathbf{X}}_a^{(k)} \right) \cdot \left( \mathbf{X}_a^{(k)} - \bar{\mathbf{X}}_a^{(k)} \right)^\top \right] = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_x^{(k)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}^{(k)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{R}^{(k)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.30)$$

Para el estado en el instante del tiempo  $(k + 1)$  se calculan los puntos-sigma:

$$\mathcal{X}_a^{(k)} = \left[ \bar{\mathbf{X}}_a^{(k)} \quad \bar{\mathbf{X}}_a^{(k)} + \gamma \sqrt{\mathbf{P}_a^{(k)}} \quad \bar{\mathbf{X}}_a^{(k)} - \gamma \sqrt{\mathbf{P}_a^{(k)}} \right] \quad (6.31)$$

donde  $\gamma = \sqrt{L + \lambda}$ .

Las ecuaciones de la fase de predicción se formulan entonces como:

$$\mathcal{X}_a^{(k+1/k)} = \mathbf{F} \left( \mathcal{X}_a^{(k/k)}, \mathbf{u}^{(k)} \right) \quad (6.32)$$

$$\bar{\mathbf{X}}^{(k+1/k)} = \sum_{i=0}^{2L} w_i^{(m)} \mathcal{X}_{a,i}^{(k+1/k)} \quad (6.33)$$

$$\mathbf{P}_x^{(k+1/k)} = \sum_{i=0}^{2L} w_i^{(c)} \left( \mathcal{X}_{a,i}^{(k+1/k)} - \bar{\mathbf{X}}^{(k+1/k)} \right) \left( \mathcal{X}_{a,i}^{(k+1/k)} - \bar{\mathbf{X}}^{(k+1/k)} \right)^\top \quad (6.34)$$

Las ecuaciones de la fase de corrección se plantean de la siguiente manera:

$$\mathbf{y}^{(k+1/k)} = \mathbf{H} \left( \mathcal{X}_a^{(k+1/k)} \right) \quad (6.35)$$

$$\bar{\mathbf{y}}^{(k+1/k)} = \sum_{i=0}^{2L} w_i^{(m)} \mathbf{y}_i^{(k+1/k)} \quad (6.36)$$

$$\mathbf{P}_{\bar{\mathbf{y}}^{(k+1)}} = \sum_{i=0}^{2L} w_i^{(c)} \left( \mathbf{y}_i^{(k+1/k)} - \bar{\mathbf{y}}^{(k+1/k)} \right) \left( \mathbf{y}_i^{(k+1/k)} - \bar{\mathbf{y}}^{(k+1/k)} \right)^\top \quad (6.37)$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{x}^{(k+1)} \mathbf{y}^{(k+1)}} = \sum_{i=0}^{2l} w_i^{(c)} \left( \mathcal{X}_{a,i}^{(k+1/k)} - \bar{\mathbf{X}}^{(k+1/k)} \right) \left( \mathbf{y}_i^{(k+1/k)} - \bar{\mathbf{y}}^{(k+1/k)} \right)^\top \quad (6.38)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{P}_{\mathbf{x}^{(k+1)} \mathbf{y}^{(k+1)}} \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{y}}^{k+1}}^{-1} \quad (6.39)$$

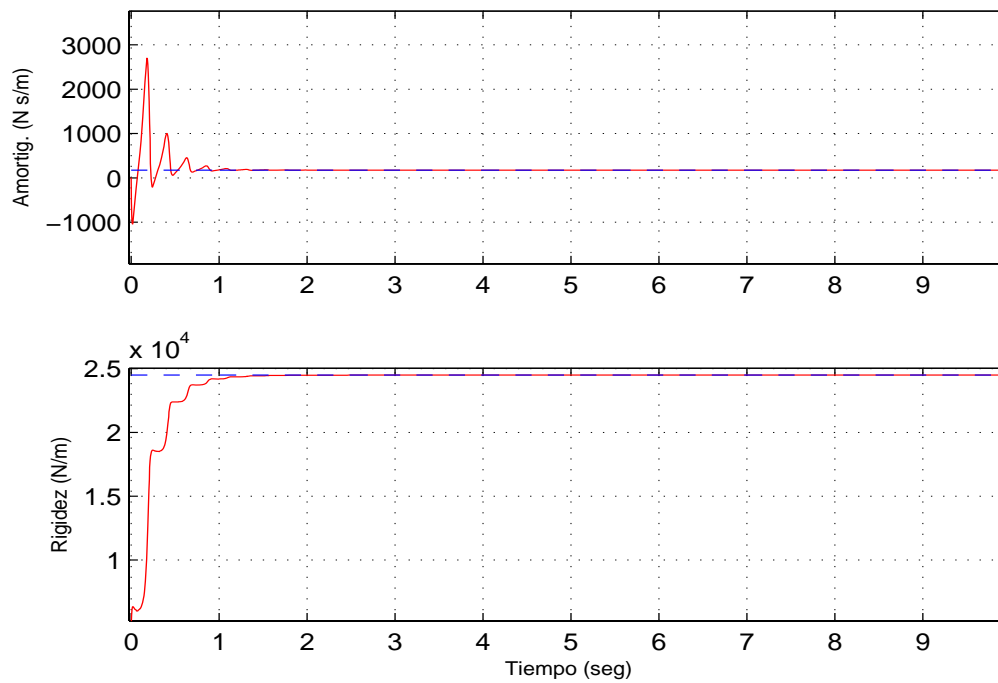
$$\bar{\mathbf{X}}^{(k+1/k+1)} = \bar{\mathbf{X}}^{(k+1/k)} + \mathbf{K} \left( \mathbf{y}^{(k+1)} - \bar{\mathbf{y}}^{(k+1/k)} \right) \quad (6.40)$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{x}^{(k+1)}} = \mathbf{P}_{\mathbf{x}^{(k+1/k)}} - \mathbf{K} \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{y}}^{(k+1)}} \mathbf{K}^\top \quad (6.41)$$

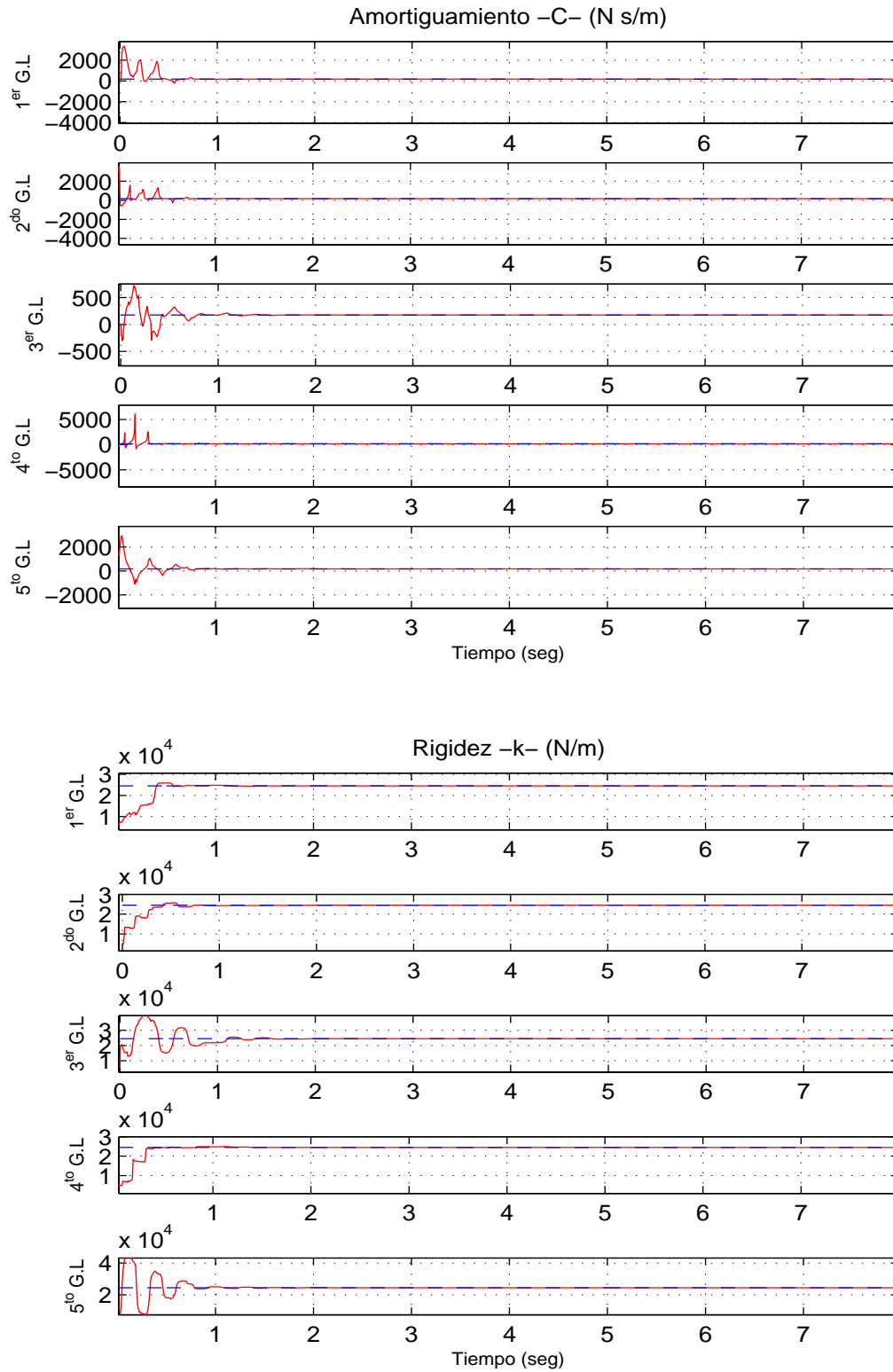
## 6.7. Resultados de simulación empleando EnKF y UKF

A continuación se presentan los resultados del ENKF y el UKF en identificación estructural: se toma un sistema estructural de uno y cinco grados de libertad de comportamiento lineal. Los parámetros de los modelos matemáticos son (Sección 4.2): la masa de cada piso ( $m_i$ ) de 125.53 kg, amortiguamiento de cada piso ( $c_i$ ) de 0.175 kN×(s/m) y rigidez de cada piso ( $k_i$ ) de 24.5 kN/m,  $\forall i = 1, \dots, 5$ . Se tomaron los siguientes valores iniciales:  $x_{(i)0} = 0$  m,  $\dot{x}_{(i)0} = 0$  m/s<sup>2</sup>,  $c_{(i)0} = 10$  kN×(s/m),  $k_{(i)0} = 5000$  kN/m. La matriz de covarianza se inicializa como  $\mathbf{P}_0 = \mathbf{I}_i$ . Para el ENKF se generó un conjunto de partículas  $N = 100$ . Los resultados del ENKF se presentan en las Figuras 6.2 y 6.3.

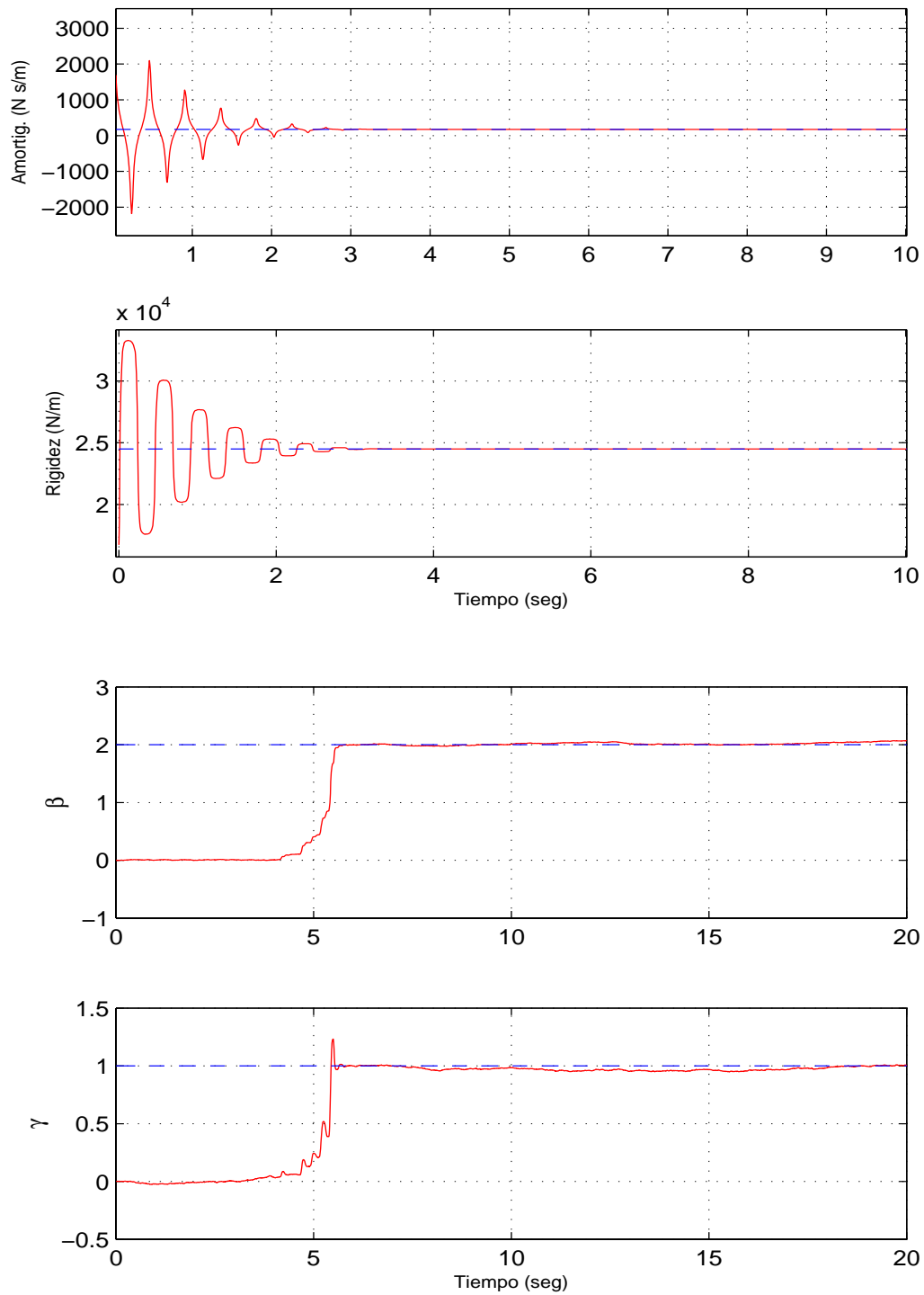
Para la estructura histerética tipo *Bouc-Wen*, los parámetros son (Sección 4.3): masa en cada piso de ( $m_i$ ) de 125.53 kg, amortiguamiento en cada piso ( $c_i$ ) de 0.175 kN×(s/m) y rigidez en cada piso ( $k_i$ ) de 24.5 kN/m; los parámetros  $\beta_i$  toman un valor igual a 2 y  $\gamma_i$  un valor de 1. Se asumieron los siguientes valores iniciales:  $x_{(i)0} = 0$  m,  $\dot{x}_{(i)0} = 0$  m/s<sup>2</sup>,  $c_{(i)0} = 10$  kN×(s/m),  $k_{(i)0} = 5000$  kN/m,  $\beta_{(i)0} = 0$ , y  $\gamma_{(i)0} = 0$ ,  $\forall i = 1, 2$ . La matriz de covarianza se inicializa como  $\mathbf{P}_0 = \mathbf{I}_i$ , donde  $\mathbf{I}_i$  es la matriz identidad de dimensión  $i \times i$  de  $i = 1, i = 2$ . Los resultados del ENKF se presentan en la Figura 6.4. Los resultados del UKF para la estructura lineal se presentan en la Figura 6.5, y para la estructura histerética, en las Figuras 6.6 y 6.7.



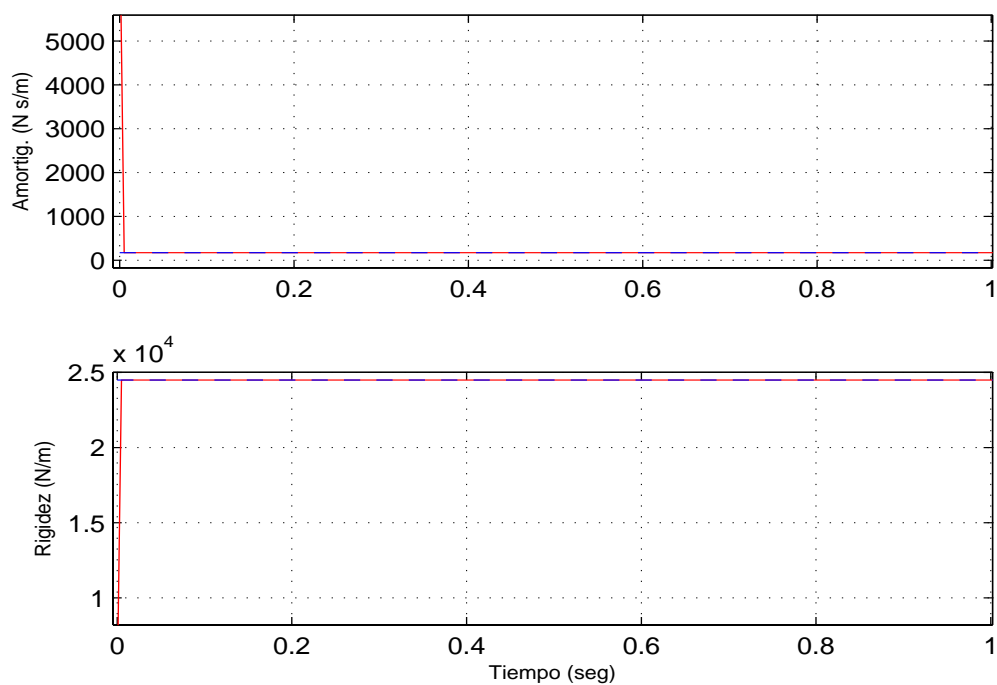
**Figura 6.2:** Parámetros identificados de un sistema estructural lineal de un grado de libertad empleando ENKF. Superior: valor real e identificado del amortiguamiento estructural. Inferior: valor real e identificado de rigidez estructural.



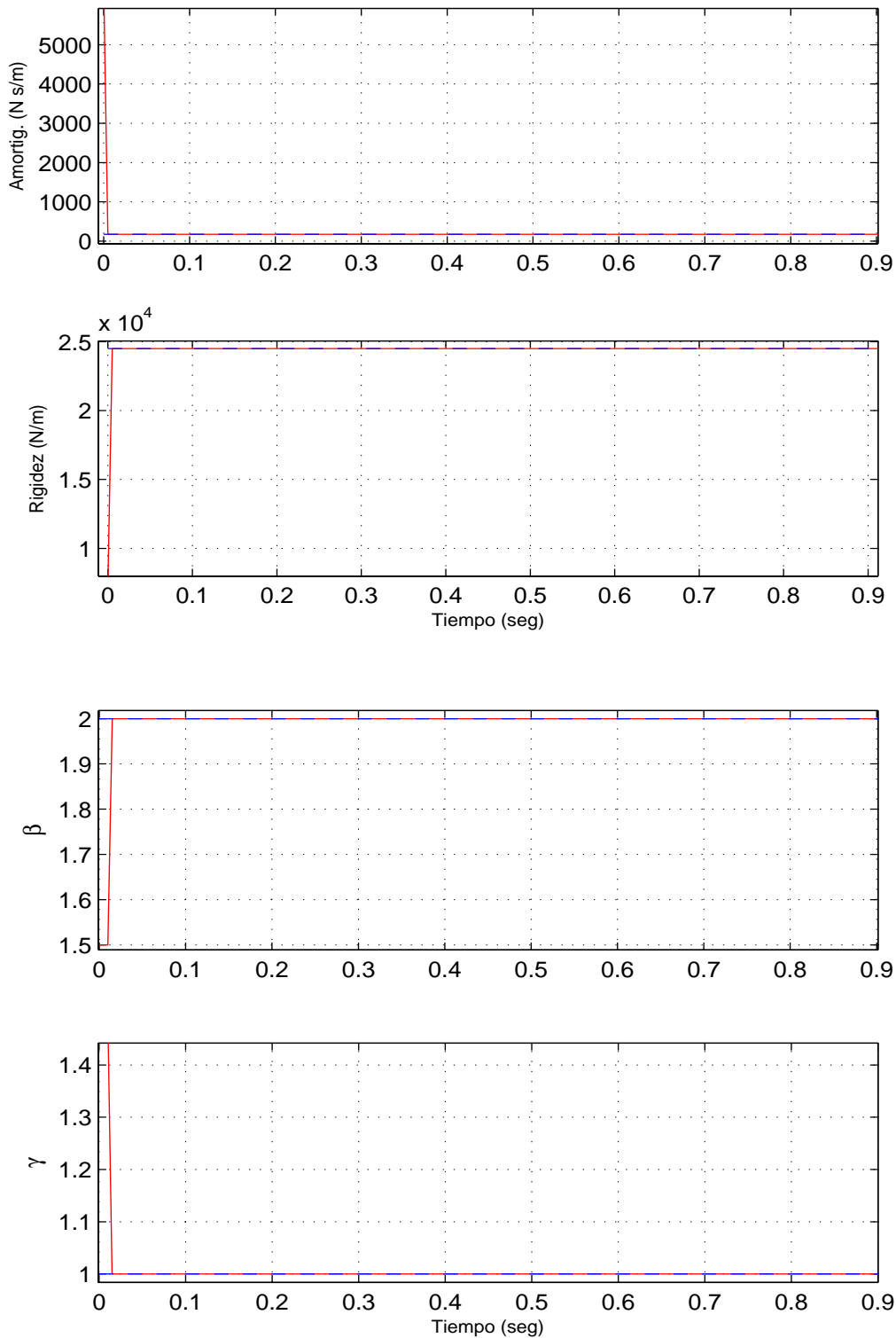
**Figura 6.3:** Parámetros identificados de un sistema estructural lineal de cinco grados de libertad empleando ENKF: valores reales e identificados del amortiguamiento y de la rigidez estructural.



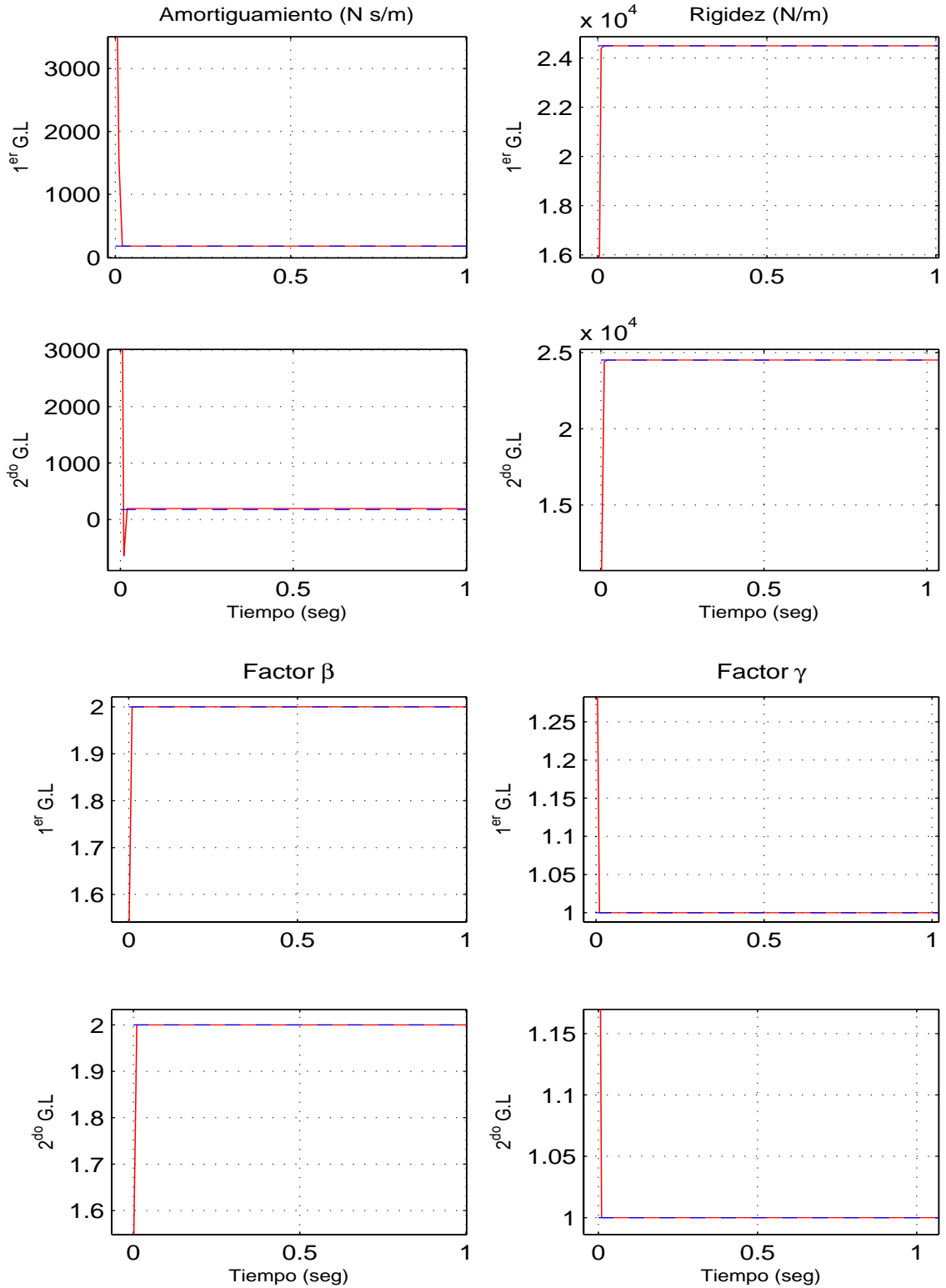
**Figura 6.4:** Parámetros identificados de un sistema estructural histerético tipo *Bouc-Wen* de un grado de libertad empleando ENKF: valores reales e identificados del amortiguamiento, de la rigidez estructural y de los parámetros  $\beta$  y  $\gamma$ .



**Figura 6.5:** Parámetros identificados de un sistema estructural lineal de un grado de libertad empleando UKF. Superior: valor real e identificado del amortiguamiento estructural. Inferior: valor real e identificado de rigidez estructural.



**Figura 6.6:** Parámetros identificados de un sistema estructural histerético tipo *Bouc-Wen* de un grado de libertad empleando UKF: valores reales e identificados del amortiguamiento, de la rigidez estructural y de los parámetros  $\beta$  y  $\gamma$ .



**Figura 6.7:** Parámetros identificados de un sistema estructural histerético tipo *Bouc–Wen* de dos grados de libertad empleando UKF: valores reales e identificados del amortiguamiento, de la rigidez estructural y de los parámetros  $\beta$  y  $\gamma$ .



---

# BIBLIOGRAFÍA

- Burgers, G., Leeuwen, P. J. V., and Evensen, G. (1998). Analysis scheme in the ensemble Kalman filter. *Monthly Weather Review*, 126(6):1719–1724.
- Evensen, G. (1994). Sequential data assimilation with a nonlinear quasi-geostrophic model using Monte Carlo methods to forecast error statistics. *J. Geophys. Res.*, 99(C5):10143–10162.
- Gillijns, S., Barrero, O., Chandrasekar, J., Moor, B. L. R. D., Bernstein, D. S., and Ridley, A. (2006). What is the ensemble Kalman filter and how well does it work? In *Proceedings of the 2006 American Control Conference*, pages 4448–4453, Minneapolis, Minnesota, USA. IEEE.
- Grewal, M. S. and Andrews, A. P. (2001). *Kalman Filtering: Theory and Practice using MATLAB*. John Wiley and Sons, Inc., New York, NY, 2 edition.
- Haykin, S. (2001). *Kalman Filtering and Neural Networks*. Adaptive and Learning Systems for Signal Processing, Communications, and Control. John Wiley and Sons, Inc., New York, 1 edition.
- Heijden, F. V. D., Duin, R. P. W., de Ridder, D., and Tax, D. M. J. (2004). *Classification, parameter estimation and state estimation : an engineering approach using MATLAB*. John Wiley and Sons Inc., West Sussex, England, 1 edition.
- Julier, S. J. (2003). The spherical simplex unscented transformation. In *Proceedings of the American Control Conference*, volume 3, pages 2430–2434. IEEE.
- Julier, S. J. and Uhlmann, J. K. (1996). A general method for approximating nonlinear transformations of probability distributions. Technical report, The Robotics Research Group, Department of Engineering Science, The University of Oxford, Oxford, UK.
- Julier, S. J. and Uhlmann, J. K. (1997). A new extension of the Kalman filter to nonlinear systems. Technical report, The Robotics Research Group, Department of Engineering Science, The University of Oxford, Oxford, UK.
- Julier, S. J. and Uhlmann, J. K. (2002a). Reduced sigma point filters for the propagation of means and covariances through nonlinear transformations. In *Proceedings of the American Control Conference*, pages 887–892. IEEE.
- Julier, S. J. and Uhlmann, J. K. (2002b). The scaled unscented transformation. In *Proceedings of the American Control Conference*, pages 4555–4559. IEEE.
- Julier, S. J. and Uhlmann, J. K. (2004). Unscented filtering and nonlinear estimation. In *Proceedings of the IEEE*, volume 92, pages 401–422. IEEE.
- Julier, S. J., Uhlmann, J. K., and Durrant-Whyte, H. F. (2000). A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45(3):477–782.

- Kim, C., Sakhivel, R., and Chung, W. K. (2008). Unscented fastslam: A robust and efficient solution to the slam problem. *IEEE Transactions on Robotics*, 24(4):808–820.
- Merwe, R., Doucet, A., Freitas, N., and Wan, E. (2000). The unscented particle filter. Technical Report CUED/F-INFENG/TR 380, Engineering Department, Cambridge University, Cambridge CB2 1PZ, England.
- Merwe, R. and Wan, E. A. (2001). The square-root unscented Kalman filter for state and parameter-estimation. In *Processing of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal (ICASSP)*, Salt Lake. IEEE.
- Tossavainen, O., Percelay, J., Tinka, A., Wu, Q., and Bayen, A. M. (2008). Ensemble Kalman filter based state estimation in 2d shallow water equations using lagrangian sensing and state augmentation. In *Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 1783–1790, Cancun, Mexico. IEEE.
- Yinfeng, D., Yingmin, L., Mingkui, X., and Ming, L. (2009). Unscented Kalman filter for time varying spectral analysis of earthquake ground motions. *Applied Mathematical Modelling*, 33:398–412.
- Yingmin, L., Yinfeng, D., and Ming, L. (2007). Instantaneous spectrum estimation of earthquake ground motions based on unscented Kalman filter method. *Applied Mathematics and Mechanics*, 28(11):1535–1543.
- Zhang, S.-C. and Hu, G.-D. (2006). Variations of unscented Kalman filter with their applications in target tracking on re-entry. In *Proceedings of the 25th Chinese Control Conference*, pages 407–412, Harbin, Heilongjiang. IEEE.

# DISCUSIÓN, CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

En la presente tesis, se aplicó un conjunto de algoritmos de identificación, basados en teoría bayesiana, a la estimación de parámetros en modelos matemáticos que describen el movimiento de estructuras civiles, ante excitaciones dinámicas, especialmente causadas por incidencias sísmicas. Se emplearon modelos de viga cortante de un grado de libertad y de varios grados de libertad, de comportamiento lineal y no lineal hysterético, del tipo *Bouc-Wen*. De la misma manera, se utilizaron dos condiciones de carga en las simulaciones de los sistemas estructurales: la primera, un conocido terremoto a nivel nacional, ocurrido en Armenia (Colombia, 1999) y la segunda, una entrada sinusoidal.

En el Capítulo 2, fueron mencionadas numerosas aproximaciones al problema de estimación de parámetros estructurales, dentro de las que se cuentan las técnicas basadas en teoría bayesiana. Estas técnicas están formuladas sobre definiciones matemáticas probabilistas, haciéndolas adecuadas para procesos de identificación estructural, donde la incertidumbre está presente en la geometría de la estructura, en sus propiedades mecánicas y en la excitación incidente causada por fenómenos naturales de gran componente aleatorio, como los sismos. Esta formulación probabilista, va acompañada de un esquema en variables de estados del sistema, proporcionando de este modo un *vínculo natural* de la evolución de la dinámica estructural con la manera en que se predicen los valores a identificar. Esto hace de esta aproximación una herramienta con gran potencial dentro de la ingeniería civil, especialmente en la aplicación para la detección de daños estructurales y monitoreo de salud estructural (SHM) y que en los últimos años ha recibido gran atención por la comunidad científica.

Cuando se tienen fuertes incidencias dinámicas sobre sistemas estructurales, éstos pueden presentar comportamientos complejos y con fuertes no linealidades; es en este punto donde se hace necesario plantear estrategias de identificación que traten con estos fenómenos. La técnica de identificación más conocida para abordar un problema de estas características es el filtro extendido de Kalman (EKF), que se fundamenta en una aproximación lineal de las ecuaciones no lineales del sistema estructural. Dicha linealización limita el desempeño del filtro cuando trata con sistemas dinámicos con fuertes no linealidades.

Otra clase de algoritmos que abordan fenómenos de no linealidad son los filtros basados en partículas. Uno de estos algoritmos es el ENKF. Este algoritmo se fundamenta en la generación aleatoria de estados, de la misma forma que lo hace una simulación Monte Carlo con una variable aleatoria, y así tener un conjunto de estados en paralelo al momento de calcular el estado posterior del sistema. La manera de operar conserva el esquema del KF. También, el algoritmo de identificación no lineal UKF propuesto en esta tesis como alternativa para la identificación de sistemas estructurales conserva sus bases en el planteamiento de los filtros de partículas. No obstante, la generación de estados en el UKF se realiza por medio de un número definido de partículas de  $2L$ , siendo  $L$  el número de estados del sistema. Esta condición hace que se conserven los dos primeros momentos estadísticos de los estados y que además se reduzca el número de partículas con relación a algoritmos como el ENKF.

A partir de las respuestas obtenidas de los sistemas estructurales, se evaluó el desempeño de varias técnicas de identificación: EKF, ENKF y el UKF, en la estimación de parámetros estructurales, tales como la rigidez, el amortiguamiento estructural y también parámetros de modelos no lineales histeréticos, como el tipo *Bouc-Wen* empleado en la presente tesis. En el Capítulo 5, se empleó el EKF para identificar valores de rigidez y amortiguamiento de estructuras de comportamiento lineal y valores de rigidez, amortiguamiento y parámetros de forma del ciclo de histéresis del sistema no lineal histerético, durante una incidencia dinámica. En las figuras 5.1 y 5.2 se presentan los resultados para los sistemas estructurales de comportamiento lineal, donde la convergencia a los parámetros reales no presenta oscilaciones alrededor del valor real, llegando a un valor de amortiguamiento,  $c_i$ , de 174.99 kN×(s/m) y de rigidez,  $k_i$ , de 24499.70 kN/m en promedio, tanto para el sistema estructural lineal de uno y de múltiples grados de libertad. El tiempo de simulación fue de 5 s y de 40 s, respectivamente. En las figuras 5.3 y 5.4, se presentan los resultados para los sistemas estructurales histeréticos. La convergencia a los parámetros reales fue más lenta, con presencia de oscilaciones y tomando un valor final de amortiguamiento  $c_i$ , de 174.95 kN×(s/m), de rigidez,  $k_i$ , de 24499.90 kN/m, y de los parámetros  $\beta_i$  de 2.00 y de  $\gamma_i$  de 1.00, en promedio, tanto para el sistema estructural histerético de un grado de libertad, como para el sistema estructural histerético de múltiples grados de libertad. El tiempo de simulación fue de 13 s y 32 s, respectivamente.

El desempeño del ENKF se presenta en el Capítulo 6. Para los sistemas lineales (figuras 6.2 y 6.3), la convergencia a los parámetros reales muestra oscilaciones alrededor del valor real, llegando a un valor de amortiguamiento,  $c_i$ , de 175.01 kN×(s/m) y de rigidez,  $k_i$ , de 24499.80 kN/m en promedio, para el sistema estructural lineal de un grado de libertad y para el sistema estructural lineal de múltiples grados de libertad. El tiempo de simulación fue de 10 s y de 20 s, respectivamente. Para el sistema histerético de un grado de libertad (6.4), la convergencia a los parámetros reales fue de 2 s aproximadamente, para la rigidez y el amortiguamiento estructural y de 5 s para los parámetros del ciclo histerético. La simulación dio como resultado un valor final de amortiguamiento  $c_i$ , de 175.00 kN×(s/m), de rigidez,  $k_i$ , de 24999.92 kN/m y de los parámetros  $\beta_i$  de 1.99 y de  $\gamma_i$  de 1.02. El tiempo de simulación fue de 21 s.

El desempeño del UKF, se presenta en el Capítulo 6. Desde la Figura 6.5 a la Figura 6.7, se muestra la capacidad del UKF para hacer seguimiento de los parámetros estructurales, tanto para un sistema lineal de un grado de libertad como para sistemas histeréticos. Para el sistema lineal (Figura 6.5), la convergencia a los parámetros reales no presenta oscilaciones alrededor del valor real, llegando a un valor final de amortiguamiento,  $c_i$ , de 175.00 kN×(s/m) y de rigidez,  $k_i$ , de 24500.00 kN/m. El tiempo de simulación fue de 5 s. Para los sistemas histeréticos (figuras 6.6 y 6.7), la convergencia a los parámetros reales se dio antes de 0.1 s, sin presencia de oscilaciones y tomando un valor final de amortiguamiento  $c_i$ , de 175.00 kN×(s/m), de rigidez,  $k_i$ , de 24500.00 kN/m y de los parámetros  $\beta_i$  de 2.00 y de  $\gamma_i$  de 1.00, para el sistema estructural histerético de un grado de libertad y para el sistema estructural histerético de múltiples grados de libertad. El tiempo de simulación fue de 9 s y 12 s, respectivamente.

Se evaluó el desempeño de los algoritmos de identificación sobre un modelo estructural lineal de un grado de libertad, a través de 100 realizaciones de cada algoritmo. En las tablas 7.1 y 7.2 se presentan los resultados para los tres métodos de identificación. Para obtener el valor medio de cada parámetro perteneciente a las tres técnicas, se tomó el valor estimado final de cada parámetros durante las 100 realizaciones y se promediaron. La desviación estándar se calculó a partir del conjunto de los valores estimados finales y el error fue calculado como el porcentaje que representa la diferencia entre el valor real y el valor estimado, respecto al valor real.

De la misma forma, se evaluó el desempeño de los algoritmos de identificación aplicados a un modelo estructural histerético tipo *Bouc-Wen* de un grado de libertad. Los valores estadísticos de la media, de la desviación estándar y el error se obtuvieron de manera similar que los valores calculados para el caso del modelo lineal. El desempeño de los algoritmos se presenta desde la Tabla 7.3 a la Tabla 7.6.

En el caso del sistema estructural lineal, se observa en las tablas 7.1 y 7.2, que para todos los métodos de identificación, el promedio de sus valores estimados es próximo al valor real de los parámetros del sistema. De la misma manera, la desviación estándar de sus valores estimados que es del orden de  $10^{-2}$  a  $10^{-4}$ , representa robustez de los algoritmos. En cuanto al valor del error de los valores estimados respecto a los valores reales, se mantienen en un rango de  $10^{-3}$  a  $10^{-5}$ . El UKF fue la técnica que presentó el menor error con un valor de  $7.97 \times 10^{-5}$  y  $5.89 \times 10^{-5}$  para la estimación del amortiguamiento y la rigidez, respectivamente. El tiempo promedio tomado por cada algoritmo en su proceso de identificación es de 4.5 s, 9.4 s y 5.1 s para el EKF, ENKF y UKF, respectivamente.

Método	Amortiguamiento estructural (N s/m)				
	Datos de simulación		Valor estimado		
	Valor exacto	Valor inicial	Media	D.Std. <sup>†</sup>	Error (%)
EKF	175.0	10.0	174.99	$8.64 \times 10^{-4}$	$2.50 \times 10^{-3}$
ENKF	175.0	10.0	174.99	$8.67 \times 10^{-3}$	$4.23 \times 10^{-3}$
UKF	175.0	10.0	174.99	$3.58 \times 10^{-4}$	$7.97 \times 10^{-5}$

<sup>†</sup> D.Std.=Desviación estándar

**Tabla 7.1:** Desempeño del filtro EKF, ENKF y UKF para la estimación del amortiguamiento de una estructura lineal.

Método	Rigidez estructural (N/m)				
	Datos de simulación		Valor estimado		
	Valor exacto	Valor inicial	Media	D.Std.	Error (%)
EKF	24500	$5.0 \times 10^3$	24499.94	$1.71 \times 10^{-2}$	$2.63 \times 10^{-4}$
ENKF	24500	$5.0 \times 10^3$	24500.05	$2.57 \times 10^{-2}$	$2.39 \times 10^{-4}$
UKF	24500	$5.0 \times 10^3$	24500.00	$3.52 \times 10^{-2}$	$5.89 \times 10^{-5}$

**Tabla 7.2:** Desempeño del filtro EKF, ENKF y UKF para la estimación de la rigidez de una estructura lineal.

Método	Amortiguamiento estructural (N s/m)				
	Datos de simulación		Valor estimado		
	Valor exacto	Valor inicial	Media	D.Std.	Error (%)
EKF	175.0	10.0	174.92	$1.41 \times 10^{-3}$	$6.35 \times 10^{-4}$
ENKF	175.0	10.0	174.99	$2.48 \times 10^{-2}$	$1.11 \times 10^{-2}$
UKF	175.0	10.0	175.00	$1.71 \times 10^{-8}$	$3.08 \times 10^{-8}$

**Tabla 7.3:** Desempeño del filtro EKF, ENKF y UKF para la estimación del amortiguamiento de una estructura histerética *Bouc-Wen*.

Método	Rigidez estructural (N/m)				
	Datos de simulación		Valor estimado		
	Valor exacto	Valor inicial	Media	D.Std.	Error (%)
EKF	24500	$5.0 \times 10^3$	24499.94	$1.71 \times 10^{-2}$	$5.72 \times 10^{-5}$
ENKF	24500	$5.0 \times 10^3$	24500.05	$5.20 \times 10^{-1}$	$1.60 \times 10^{-3}$
UKF	24500	$5.0 \times 10^3$	24500.00	$4.02 \times 10^{-7}$	$1.14 \times 10^{-7}$

**Tabla 7.4:** Desempeño del filtro EKF, ENKF y UKF para la estimación de la rigidez de una estructura histerética *Bouc-Wen*.

Para el modelo estructural histerético (desde la Tabla 7.3 a la Tabla 7.6), se observa que el promedio de los valores estimados para cada método es cercano al valor real del parámetro, además, la dispersión de estos mismos valores es del orden de  $10^{-8}$  para el UKF, mientras que es del orden de  $10^{-2}$  para el EKF y para el ENKF. El porcentaje del error para el UKF es del orden de  $10^{-8}$ , mientras que para el EKF y ENKF esta entre el  $5.72 \times 10^{-5}$  % y el 6.5 %. El tiempo promedio tomado por cada algoritmo en su proceso de identificación es de 12.4 s, 23.0 s y 8.1 s para el EKF, ENKF y UKF, respectivamente.

Método	Factor $\beta$				
	Datos de simulación		Valor estimado		
	Valor exacto	Valor inicial	Media	D.Std.	Error (%)
EKF	2.00	0.0	2.01	$5.57 \times 10^{-2}$	2.17
ENKF	2.00	0.0	1.98	$9.65 \times 10^{-2}$	3.84
UKF	2.00	0.0	2.00	$2.23 \times 10^{-10}$	$1.66 \times 10^{-8}$

**Tabla 7.5:** Desempeño del filtro EKF, ENKF y UKF para la estimación del parámetro  $\beta$  de una estructura histerética *Bouc-Wen*.

Método	Factor $\gamma$				
	Datos de simulación		Valor estimado		
	Valor exacto	Valor inicial	Media	D.Std.	Error (%)
EKF	1.00	0.0	1.01	$6.63 \times 10^{-2}$	5.35
ENKF	1.00	0.0	1.00	$8.07 \times 10^{-2}$	6.44
UKF	1.00	0.0	1.00	$1.00 \times 10^{-8}$	$1.72 \times 10^{-10}$

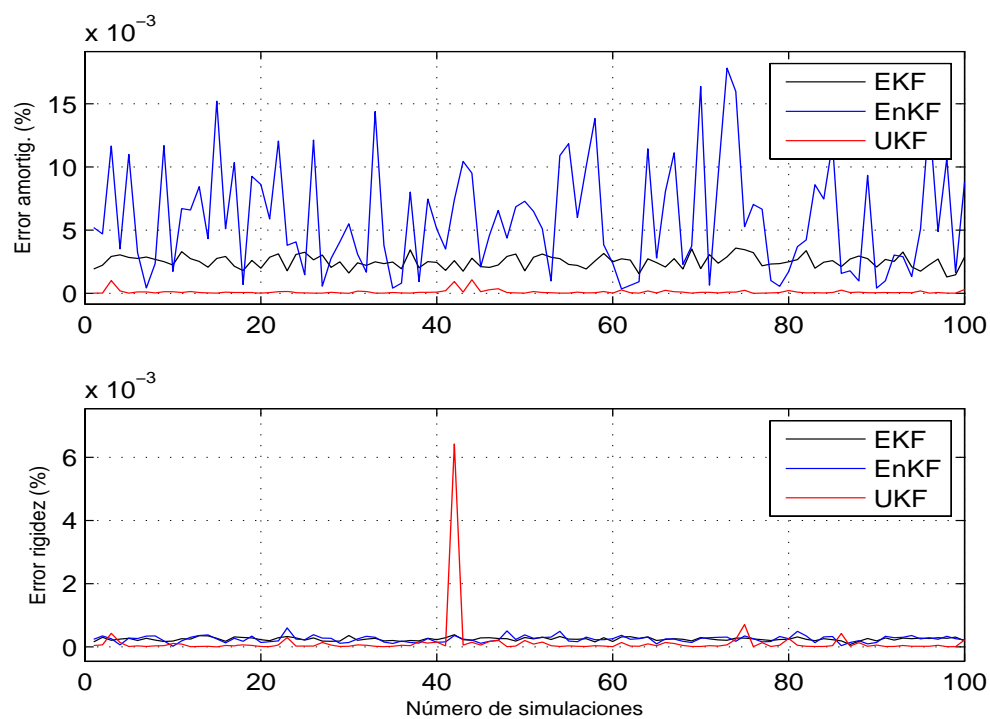
**Tabla 7.6:** Desempeño del filtro EKF, ENKF y UKF para la estimación del parámetro  $\gamma$  de una estructura histerética *Bouc-Wen*.

La Figura 7.1 presenta el error del valor estimado de amortiguamiento y rigidez estructural para el modelo lineal, donde se observa que para el amortiguamiento el ENKF tiene el mayor valor del error, con una alta variabilidad, mientras que para la rigidez, el valor del error es similar para los tres métodos. En la Figura 7.2, se presenta el error del valor estimado de amortiguamiento, rigidez estructural y los parámetros  $\beta$  y  $\gamma$ , del modelo histerético. El algoritmo que presenta mayor valor en el error y variabilidad es el ENKF para la estimación de los cuatro parámetros, no obstante, el EKF adopta valores de error comparables al ENKF cuando estima los valores de  $\beta$  y  $\gamma$ . El algoritmo UKF presentó el menor error y la menor variabilidad.

Tomando como base las simulaciones realizadas, se demuestra la superioridad del desempeño del filtro UKF sobre el filtro ENKF y sobre el filtro EKF, en lo que se refiere a la precisión del resultado del proceso de estimación y en términos del costo computacional. La convergencia a valores estables de los parámetros estructurales se hace en menos de 0.1 s y con error del orden de  $10^{-8}$  respecto al valor real. Igualmente, los tiempos de ejecución de todas las simulaciones pertenecientes al filtro UKF son alrededor de la mitad del tiempo empleado por los demás algoritmos.

Finalmente, varias líneas de investigación pueden orientarse como trabajo futuro:

- Exploración del uso de filtros de partículas basados en muestreo (*Sampling Particle filters*), a la identificación estructural: la generación de partículas dentro del algoritmo de identificación repercute en la calidad de su desempeño. Diversos algoritmos de generación de muestras han sido estudiados, principalmente pertenecientes al grupo conocido como *Markov Chain Monte Carlo methods*. En los últimos años, métodos como *Metropolis-Hastings* y *Gibbs Sampler* han sido estudiados en la identificación estructural. Una alternativa puede plantearse a partir de nuevos algoritmos de simulación estocástica que eviten caminos aleatorios (*Random Walks*), basados en la idea planteada, por ejemplo, por el método conocido como *Hamilton Monte Carlo* o algunas variantes del *Gibbs Sampler*. También pueden ser útiles métodos de probabilidad imprecisa para la obtención de muestras dada la función de densidad de probabilidad de los parámetros.
- Recientemente, se ha estudiado la aplicación del filtro UKF a tareas de ingeniería sísmológica, como análisis espectral de señales sísmicas y leyes de atenuación de ondas (capítulos 2 y 6). Exploraciones en esta dirección, junto con el empleo de métodos como los citados en el punto anterior serían una línea de investigación en la estimación de movimientos sísmicos, en la estimación probabilista de pérdidas y en el desarrollo de sistemas de alerta temprana de terremotos.



**Figura 7.1:** Error del valor estimado de amortiguamiento y rigidez estructural para el sistema estructural lineal.

- Incorporación de algoritmos de identificación como el UKF y filtros de partículas en procesos de control activo de estructuras civiles.

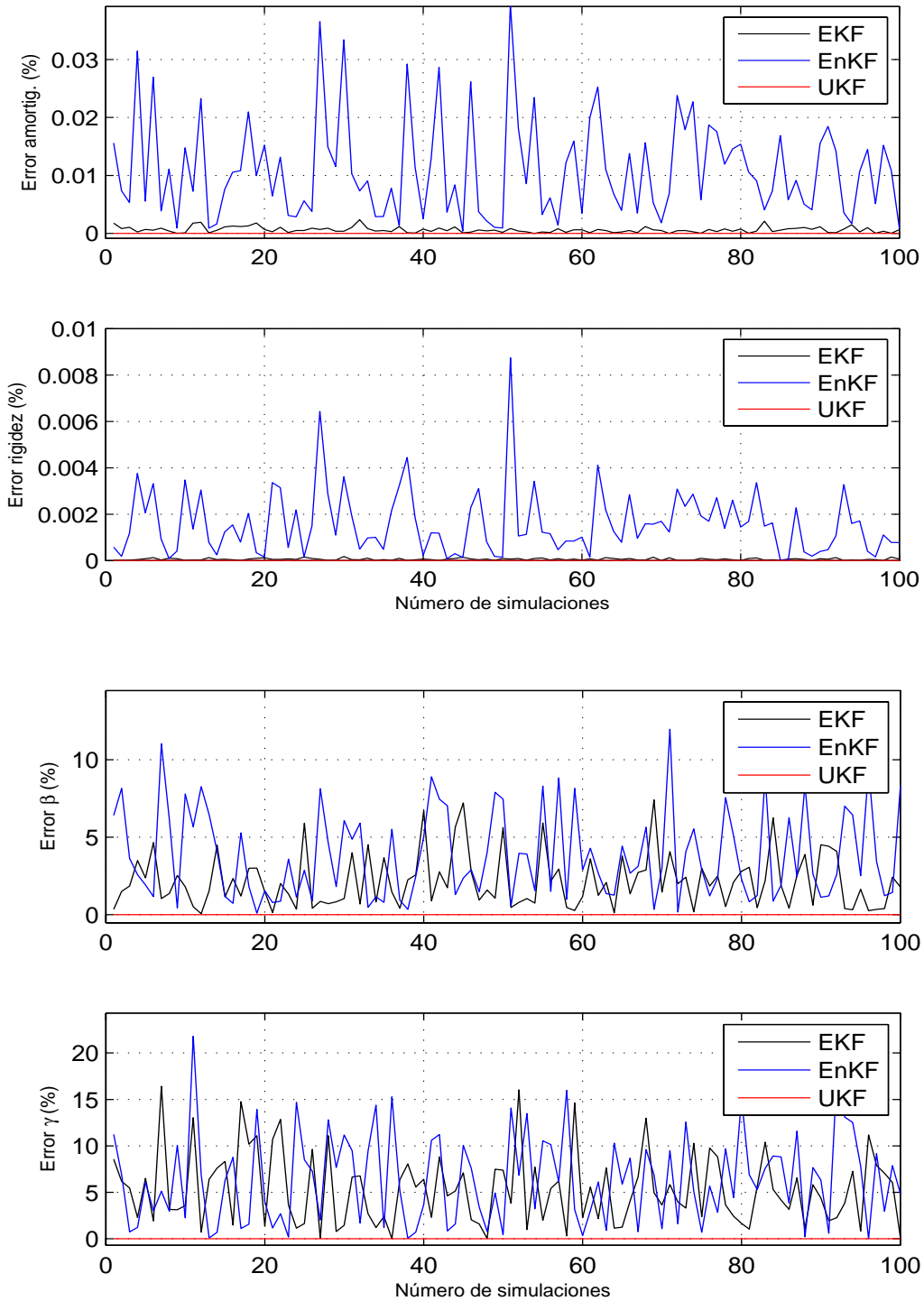


Figura 7.2: Error del valor estimado de amortiguamiento, rigidez estructural y de los parámetros  $\beta$  y  $\gamma$  para el sistema estructural histerético tipo *Bouc-Wen*.