



UNIVERSIDAD  
**NACIONAL**  
DE COLOMBIA

# **Proyecto de aula para la enseñanza a través de la virtualidad de las funciones polinomiales de primero, segundo y tercer grado apoyado en el software GeoGebra**

**Johan Oswaldo Ortega Higueta<sup>1</sup>**

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Ciencias  
Medellín, Colombia  
2021

---

<sup>1</sup> Copyright © 2021 por Johan Oswaldo Ortega Higueta. Todos los derechos reservados

# **Proyecto de aula para la enseñanza a través de la virtualidad de las funciones polinomiales de primero, segundo y tercer grado apoyado en el software GeoGebra**

Johan Oswaldo Ortega Higueta

Trabajo Final de Maestría presentada como requisito parcial para optar al título de:  
**Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales**

Director:

Pablo Andrés Ochoa Botache

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Ciencias  
Medellín, Colombia  
2021

## **Dedicatoria**

A Dios por acompañarme en cada proceso de mi vida. Por darme perseverancia, motivación, salud, inteligencia y sabiduría.

A mi familia, ya que siempre han estado en cada proceso de mi vida recargando mi corazón con buenos deseos, con alegría y con ese amor que siempre he necesitado para alcanzar mis metas.

A mis profesores, amigos y compañeros por su compañía y por enriquecer mi proceso con sus experiencias, aportes y aprendizajes. Siempre estarán en mi corazón.

A todos ellos, gracias, Dios los Bendiga.

*Johan O. Ortega H*

## **Agradecimientos**

El autor expresa sus más especiales agradecimientos a:

La institución educativa Asamblea Departamental, alumnos, directivas, docentes y comunidad educativa en general por su colaboración al permitir realizar mi experiencia educativa.

Al asesor Pablo Andrés Ochoa Botache, por su acompañamiento y apoyo incondicional durante el desarrollo de la investigación.

A la Secretaría de Educación de Medellín por apoyar mi propuesta educativa desde el inicio y creer en mis capacidades para el desarrollo de la maestría de manera exitosa.

Al Alma Mater, Universitaria Nacional de Colombia – sede Medellín, por brindarme todos sus recursos físicos, humanos y técnicos necesarios para realizar la maestría de una manera cómoda, segura y con un acompañamiento eficaz tanto de parte de los profesores como de la parte administrativa y de servicios.

## Resumen

El objetivo del presente proyecto de aula virtual se orienta en el diseño e implementación de estrategias que promuevan la interpretación y representación de funciones polinomiales de primer, segundo y tercer orden apoyadas en el software GeoGebra. Esto se desarrolla por medio del análisis de fenómenos o situaciones del entorno escolar en los cuales se suscita al modelamiento a través del ajuste polinomial. Para efectos metodológicos se construyen 7 sesiones virtuales, organizadas en cuatro fases, la primera de ellas se orienta al diseño de un test de saberes previos, mientras que la última al desarrollo de un pos test que permita comparar el avance al inicio y final del proyecto. Cabe mencionar que el proyecto se desarrolla bajo un modelo constructivista dialéctico, promoviendo el trabajo colaborativo y el aprendizaje significativo. El enfoque del proyecto de aula es cualitativo y el método inductivo. Durante la intervención del proyecto se hizo uso de diversas Applets de GeoGebra de diseño propio y se motivó a los estudiantes a través de fenómenos del medio relacionados con sus problemáticas sociales. Finalmente, el proyecto de aula arrojó resultados muy positivos respecto a la intervención mostrando un avance progresivo en los resultados finales comparados con los iniciales. Esto induce a que las herramientas virtuales diseñadas e implementadas fueron adecuadas para el alcance del objetivo.

Palabras clave: Proyecto de Aula, Funciones Polinomiales, Matemática, Modelación, Ajuste Polinomial, GeoGebra.

## Abstract

### **Classroom project for the virtual teaching of first, second and third degree polynomial functions supported by GeoGebra software.**

The objective of this virtual classroom project is oriented to the design and implementation of strategies that promote the interpretation and representation of polynomial functions of first, second and third order supported by GeoGebra software. This is developed through the analysis of phenomena or situations of the school environment in which the modeling through the polynomial adjustment is promoted. For methodological purposes 7 virtual sessions are built, organized in four phases, the first is oriented to the design of a test of previous knowledge, while the last one is oriented to the development of a post-test that allows comparing the progress at the beginning and end of the project. It is worth mentioning that the project is developed under a dialectical constructivist model, promoting collaborative work and meaningful learning. The approach of the classroom project is qualitative and the method is inductive. During the project intervention, several GeoGebra Applets of our own design were used and the students were motivated through environmental phenomena related to their social problems. Finally, the classroom project yielded very positive results with respect to the intervention, showing a progressive advance in the final results compared to the initial ones. This suggests that the virtual tools designed and implemented were adequate to achieve the objective.

Keywords: Classroom Project, Polynomial Functions, Mathematics, Modeling, Polynomial Fit, GeoGebra.

# Contenido

Resumen.....	VII
Contenido.....	IX
Introducción.....	1
<b>1. Diseño Teórico.....</b>	<b>3</b>
1.1 Selección y delimitación del tema.....	3
1.2 Planteamiento del problema.....	4
<b>1.2.1 Descripción del problema.....</b>	<b>4</b>
<b>1.2.2 Formulación de la pregunta.....</b>	<b>6</b>
1.3 Justificación.....	7
1.4 Objetivos.....	8
<b>1.4.1 Objetivo general.....</b>	<b>8</b>
<b>1.4.2 Objetivos específicos.....</b>	<b>8</b>
1.5 Marco referencial.....	8
<b>1.5.2 Referente Teórico.....</b>	<b>12</b>
<b>1.5.3 Referente Conceptual – Disciplinar.....</b>	<b>18</b>
<b>1.5.4 Referente Legal.....</b>	<b>24</b>
<b>1.5.5 Referente Espacial.....</b>	<b>25</b>
2.1 Enfoque.....	27
2.2 Método.....	28
2.3 Instrumento de recolección y análisis de información.....	29
2.4 Población y muestra.....	31
2.5 Delimitación y alcance.....	31
2.6 Cronograma.....	32
<b>3. Sistematización de la intervención.....</b>	<b>35</b>

3.1 Resultados y análisis de la intervención.....	35
<b>3.1.1 Resultados del test de saberes previos</b> .....	46
<b>3.1.2 Resultados de las intervenciones</b> .....	50
<b>3.1.3 Resultados del pos test</b> .....	61
3.2 Conclusiones y Recomendaciones .....	64
<b>3.2.1 Conclusiones</b> .....	64
<b>3.2.2 Recomendaciones</b> .....	66
<b>Referencias.</b> .....	67
<b>Anexos</b> .....	65

## Lista de Figuras

Figura 1- 1. Geogebra y su relación con las funciones.....	23
Figura 3- 1. Mapa mental proceso de transferencia de información.....	40
Figura 3- 2. Contenidos generales revisados en el test de saberes previos. ....	42
Figura 3- 3. Relación algebraico-gráfico de funciones polinomiales hasta tercer grado. .	43
Figura 3- 4. Temáticas propuestas en el proyecto de aula .....	46
Figura 3- 5. Resultados generales en el test de saberes previos.....	47
Figura 3- 6. Medidas de tendencia central y de dispersión test saberes previos .....	48
Figura 3- 7. Resultados de aciertos por pregunta formulada .....	49
Figura 3- 8. Resultados obtenidos en prueba de la plataforma Quizizz.....	51
Figura 3- 9. Resultado del resto de clase virtual. Actividad #2.....	52
Figura 3- 10. Resultados obtenidos en actividad características de las funciones. ....	53
Figura 3- 11. Respuesta a las conclusiones en guía de aprendizaje. Grupo #5.....	54
Figura 3- 12. Respuesta a conclusiones en guía de aprendizaje. Grupo #4.....	55
Figura 3- 13. Notas generales obtenidas en la actividad #3. ....	57
Figura 3- 14. Notas generales guía de aprendizaje Applet.....	58
Figura 3- 15. Notas obtenidas en guía de ajuste polinomial por equipos.....	60
Figura 3- 16. Evidencia grupo #1. Ajuste polinomial con GeoGebra. ....	61
Figura 3- 17. Resultados Pos test. Funciones Polinomiales. ....	62
Figura 3- 18. Resultados por pregunta acertada. Pos test.....	63

## Lista de Tablas

Tabla 1- 1 Resumen general de las funciones polinomiales.....	20
Tabla 1- 2. Resumen general de las características de las funciones. ....	21
Tabla 1- 3. Descripción de la modelación polinomial en el aula de clase. ....	22
Tabla 1- 4. Compilación Marco Legal.....	24
Tabla 2- 1. Planificación de Actividades.....	32
Tabla 2- 2 Cronograma de Actividades .....	33
Tabla 3- 1 Comparación de servidores de vídeo conferencias. ....	36
Tabla 3- 2. Relaciones entre los pensamientos matemáticos, competencias, DBA y logros. ....	41
Tabla 3- 3. Relación entre las preguntas construidas y las categorías de los saberes previos .....	48
Tabla 3- 4. Aspectos propuestos en la creación de la Applet de GeoGebra. Modelamiento.....	56

## Lista de Anexos

Anexo A: Diseño de test de saberes previos y pos test.....	65
Anexo B: Examen online Quizizz .....	67
Anexo C: Proyecto de Aula “Características de las funciones polinomiales” .....	71
Anexo D: Applets GeoGebra “Características de las funciones polinomiales” .....	74
Anexo E: Cuestionario y Applet de Modelamiento de situaciones reales de funciones polinomiales” .....	77
Anexo F. Guía de aprendizaje sobre la Applet: Modelando situaciones reales de funciones polinomiales” .....	80
Anexo G. Guía de aprendizaje. Modelamiento a través del ajuste polinomial.....	83

# Introducción

Las matemáticas son tan antiguas como lo es la humanidad misma y se han ido construyendo desde el mismo momento en que el ser humano comienza a pensar y a transformar su entorno según su capacidad de análisis y de comprensión de los fenómenos que encuentra a su alrededor. La contribución de las matemáticas al mundo es gigantesca, desde la creación y uso de los sistemas numéricos hasta complejos cálculos de variaciones y problemas de optimización, cada uno de estos conectados entre sí a través de una estructura interna que se reconstruye a través del tiempo permitiendo que la sociedad avance y mejore su calidad de vida.

Es por ello que la enseñanza de las matemáticas debe ser prioritaria en cualquier sistema educativo. Ésta deberá orientarse, entre otros enfoques, al desarrollo de competencias que promuevan la resolución de problemas del entorno en el cual los estudiantes interactúan con el ánimo de transformarlo. Adicionalmente, una enseñanza constructiva que promueva el aprendizaje a través de la inclusión y la relación de la ciencia y el medio serán efectivas en procesos educativos donde la motivación y la aplicación promueve el aprendizaje significativo.

Este proyecto de aula desarrollado en la virtualidad debido a la pandemia por el COVID-19, pretende enseñar el concepto de función, orientándolo particularmente a las funciones polinomiales de primero, segundo y tercer orden. De esta manera se contribuye al mejoramiento en el componente de interpretación y representación, el cual ha mostrado bajos resultados en pruebas externas en los estudiantes del grado undécimo de la Institución Educativa Asamblea Departamental.

El proyecto de aula se desarrolla con 40 estudiantes de grado undécimo de la Institución Educativa Asamblea Departamental de la ciudad de Medellín, donde se pudo evidenciar

inconvenientes en el conocimiento general de las funciones, sus representaciones, características y comportamientos. Estos aspectos se asocian de manera directa al componente de interpretación y representación estipulado por el Ministerio de Educación Nacional (MEN), el cual es importante ya que hace parte del proceso de formación integral en matemáticas para los estudiantes de undécimo grado.

Para efecto metodológicos, se diseña un proyecto de aula organizado en siete sesiones y dividido en cuatro fases. La primera fase, llamada “caracterización”, se encarga de la gestión de todos los aspectos importantes para el desarrollo e implementación del proyecto. La segunda, llamada “diseño”, se encarga de la construcción de todas las actividades virtuales requeridas para el alcance de los objetivos.

Finalmente, la tercera y cuarta fase se encargan de intervenir y evaluar el proyecto respectivamente. En esta última fase se desarrolla el post test necesario para evidenciar la pertinencia del proyecto de aula. Todo este proyecto se realizó a través de la virtualidad implementando herramientas digitales como Google Meet, YouTube, Quizizz y GeoGebra; todos vinculados a una plataforma de gestión educativa como Google Classroom.

En el proyecto se destaca la creación de Applets con GeoGebra por parte del investigador, que promovieron la caracterización de las funciones polinomiales, la explicación de la modelación de los fenómenos del entorno y el ajuste polinomial. Tales herramientas, vinculadas a guías de aprendizaje y recursos educativos virtuales promovieron el aprendizaje bajo un modelo constructivista.

En conclusión, a través de la implementación del proyecto de aula se consiguió que los estudiantes analizaran fenómenos o situaciones problema de su entorno a través de funciones polinomiales de primer, segundo y tercer orden. Esto se logró por medio de la intervención de aspectos básicos, el trabajo intermedio de análisis de expresiones algebraicas y su relación gráfica, para desarrollar por último un proceso de modelación por ajuste polinomial buscando alcanzar un proceso cognitivo de orden superior.

# 1. Diseño Teórico.

## 1.1 Selección y delimitación del tema

Los docentes como guías en los procesos de enseñanza con modelos poco tradicionalistas como los constructivistas, desarrollistas o experienciales, debemos contribuir de manera positiva en la enseñanza de las matemáticas adquiriendo un dominio del contenido que se imparte, como también de una formación sólida en didácticas de las ciencias. Todo esto unido a clases que se ajusten a la realidad escolar, la interdisciplinariedad, la relación entre conceptos aprendidos y los nuevos; como también el acercamiento de los padres de familia, otros docentes y la comunidad educativa en general a la práctica educativa.

Este proyecto de aula busca promover la competencia de interpretación y representación matemática asociada a la comprensión e interpretación de funciones polinómicas haciendo una relación entre las expresiones algebraicas y sus gráficas, para finalmente entender el concepto fundamental de función. En el proceso de enseñanza se vinculará el software GeoGebra, se suscitará el trabajo colaborativo y se desarrollarán actividades relacionadas con el entorno del estudiante de grado undécimo, todo a través de la virtualidad.

Es importante considerar que el proyecto de aula se realizó a través de la virtualidad, ya que durante el año 2020 no se realizaron clases presenciales a nivel nacional, debido a la pandemia por el COVID-19. Esto impulsó el uso de la plataforma digital Google Classroom para el desarrollo de las actividades, así como la apropiación de diversas herramientas tecnológicas para potenciar el aprendizaje.

## 1.2 Planteamiento del problema

### 1.2.1 Descripción del problema

Hoy día es común encontrar grandes dificultades en el aprendizaje de las matemáticas por parte de los estudiantes en diversos ambientes escolares. Tal como lo manifiesta Ruiz (2008), estas dificultades pueden deberse, entre otras, al mal dominio del contenido y la poca formación didáctica por parte del docente, como también a la gran cantidad de estudiantes en las aulas de clase, la casi nula vinculación de las matemáticas a la realidad y el poco uso de la tecnología. Algunos de estos factores pueden ser modificados buscando generar empatía entre los estudiantes y así obtener unos mejores resultados en el aprendizaje.

Como lo expresa Carreira (2013), la empatía por el aprendizaje en muchos de los estudiantes no es un aspecto que se genera de manera independiente. Aspectos relacionados con la parte cognitiva, la experiencia en el aprendizaje, la falta de motivación y las metodologías tradicionales de enseñanza hacen que muchos jóvenes pierdan interés. Es por ello que es conveniente transformar los procesos de enseñanza, de tal manera que los estudiantes se sientan incluidos en el proceso y puedan ser partícipes del mismo.

Por otra parte, a nivel de enseñanza de las matemáticas De Luca (2011) expresa en su portal web –mentesliberadas.com- que la asignatura matemáticas es la que más se le dificulta aprender a los estudiantes, lo cual es soportado por la plataforma digital Universia, (Universia 2016-2020) que a través de un estudio al portal de asesorías <https://superprofe.com>, establece que la matemática es sin duda una de las asignaturas con mayores problemas de aprendizaje, registrando un 35% de requerimiento de asesorías particulares por estudiantes de secundaria en comparación con otras asignaturas como inglés o química con un 30% y 19% respectivamente.

Ahora bien, si tenemos en cuenta los aspectos mencionados anteriormente y los vinculamos al desarrollo del pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos fundamentales en la educación media, tal como lo afirma el Ministerio de Educación Nacional- MEN (1998):

*El desarrollo del pensamiento variacional, dadas sus características, es lento y complejo, pero indispensable para caracterizar aspectos de la variación tales como lo que cambia y lo que permanece constante, las variables que intervienen, el campo de variación de cada variable y las posibles relaciones entre esas variables.*

Podemos afirmar que el estudio del pensamiento variacional es lento y debería iniciarse desde la educación primaria, por medio de análisis de fenómenos de variación cambios de temperatura o modificaciones de volúmenes, algo que en muchos casos se sale de las manos del docente y que lleva a encontrar estudiantes con serios problemas de desarrollo respecto al pensamiento variacional, y por lo tanto, mayor dificultad para entender relaciones entre variables, fenómenos de variación y tasas de cambio.

En la Institución Educativa Asamblea Departamental se han presentado grandes dificultades en cuanto al aprendizaje del pensamiento variacional, lo cual se refleja en el bajo rendimiento, tanto en el área de matemáticas, como en los exámenes externos de la misma -Pruebas Saber- donde la competencia de interpretación y representación asociada al componente numérico variacional es el más bajo en los estudiantes del grado undécimo (MEN, 2017). Por esta razón, es importante abordar estrategias que favorezcan el proceso de enseñanza y el aprendizaje de la matemática con relación al desarrollo del pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Ahora bien, entrando a la realidad del aula se puede mencionar, además, que muchos de los estudiantes que ingresan al grado undécimo, no presentan un proceso educativo apropiado en el pensamiento variacional, lo cual dificulta el aprendizaje general de las matemáticas, y particularmente el estudio de las funciones. Muchos estudiantes no tienen claro los conceptos de par ordenado, análisis y graficación en el plano cartesiano, la definición de variable dependiente e independiente, entre otros aspectos importantes, al momento de desarrollar el tema de funciones.

Adicionalmente, los estudiantes presentan dificultades de atención, muchos carecen de motivación por diversos factores, tanto de índole personal como familiar y social, también algunos de ellos poseen inconvenientes en cuanto a la apropiación de los otros cuatro pensamientos matemáticos planteados a través de los Lineamientos Curriculares (MEN,

1998), dificultando aún más el proceso y frenando el proceso de enseñanza y aprendizaje de las funciones polinómicas.

Es de anotar que, además de los inconvenientes argumentados anteriormente, la propagación del virus COVID-19 ha traído consigo graves problemas de salud que han desencadenado colapsos en los sistemas de salud, altos niveles de desempleo, pobreza, crecimiento en las tasas de violencia intrafamiliar, altos niveles de estrés, muerte y ha permitido ver con claridad las grandes diferencias entre ricos y pobres (Pino, 2020).

El sistema educativo también fue afectado por la pandemia del COVID-19, generando cierre en las instituciones educativas y desarrollo de procesos educativos a través de la modalidad virtual. Con respecto al proyecto de aula, éste se desarrolla de manera virtual, haciendo uso de la plataforma Google Classroom, diversas actividades digitales y el uso del software GeoGebra, al mismo tiempo que se promueve la competencia de interpretación y de representación a través de diversas propuestas educativas virtuales.

En consecuencia, el objetivo del proyecto de aula se orienta a la construcción e implementación de actividades digitales orientadas al fortalecimiento del pensamiento variacional a través del desarrollo de la temática de funciones polinómicas con los estudiantes del grado undécimo de la Institución Educativa Asamblea Departamental.

### **1.2.2 Formulación de la pregunta.**

Al considerar la problemática expuesta anteriormente, como también la importancia de reestructurar las didácticas de enseñanza de la matemática generando ambientes virtuales más atractivos, apoyados en GeoGebra y con contenido claro, se formula la pregunta de investigación: ¿Cómo diseñar un proyecto de aula que promueva el aprendizaje de las funciones polinómicas de primero, segundo y tercer grado haciendo uso del software GeoGebra y vinculando situaciones cotidianas de los estudiantes de la Institución Educativa Asamblea Departamental a través de una modalidad virtual?

### 1.3 Justificación

El aprendizaje de las funciones polinomiales en los estudiantes de secundaria siempre será de gran importancia, tal como lo plantea López (2014), ya que son consideradas como el conocimiento base del cálculo, pueden aplicarse en diversos campos de conocimiento y además permiten en los estudiantes la visualización y análisis de los cambios y variaciones existentes en situaciones a través de modelos matemáticos.

Ahora bien, en la institución Educativa Asamblea Departamental, donde contamos con aproximadamente 1200 estudiantes de grados sextos a undécimos, se han venido presentando año tras año dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. Muchas de las pruebas SABER realizadas en el grado undécimo muestran bajo rendimiento en las competencias de interpretación y representación, asociadas al componente numérico variacional, lo cual se manifiesta en los estudiantes en problemas al desarrollar y analizar expresiones matemáticas y sus gráficos.

Es por ello que el presente proyecto de aula busca fomentar el aprendizaje de las funciones polinomiales de primero, segundo y tercer orden en los estudiantes de grado undécimo, a través de actividades virtuales que promuevan la interacción entre estudiantes vinculando actividades que se relacione con su entorno escolar o social y apoyadas en el software GeoGebra.

Este proyecto de aula virtual servirá como aporte al proceso formativo vinculando aspectos relacionados con la didáctica, el uso de la tecnología y actividades que partan de los saberes previos y el entorno del estudiante. Se busca de esta manera favorecer el enfoque interdisciplinario y de contextualización durante el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Es a través de estas ideas que se aportarán herramientas para obtener mejores resultados en las competencias relacionadas con el desarrollo y análisis de expresiones matemáticas y sus gráficos, generando experiencias de aprendizaje diferentes y fomentando el uso de herramientas tecnológicas por medio de la virtualidad.

## 1.4 Objetivos

### 1.4.1 Objetivo general

Diseñar un proyecto de aula virtual apoyado en el uso de la herramienta GeoGebra que promueva el análisis de fenómenos o situaciones problema a través de funciones polinomiales de primer, segundo y tercer orden, analizando sus expresiones algebraicas y gráficas con los estudiantes de grado undécimo de la Institución Educativa Asamblea Departamental.

### 1.4.2 Objetivos específicos

- Diagnosticar los saberes previos de los estudiantes respecto a las competencias relacionadas con la interpretación y representación de funciones polinomiales.
- Construir actividades virtuales que promuevan la enseñanza de las funciones polinomiales de primer, segundo y tercer orden apoyadas en el software GeoGebra.
- Intervenir en la ejecución del proyecto de aula virtual, incluyendo una metodología constructivista, colaborativa y mediada por la tecnología en el aprendizaje de las funciones polinomiales.

## 1.5 Marco referencial

La primera etapa de referencia consta de una búsqueda general sobre artículos e investigaciones precedentes al trabajo que se plantea desarrollar. Para esta etapa se han consultado diversos investigadores bajo la misma línea de conocimiento, comparando sus estudios y haciendo una revisión general sobre sus similitudes y diferencias. De esta manera se tendrá una mejor orientación hacia el proyecto de aula a implementar.

Posteriormente se desarrollará el referente teórico, el cual pretende definir los modelos educativos más afines a los requerimientos del proyecto de aula; el referente disciplinar orientado a la temática a desarrollar por medio de una revisión general y una contextualización de estos; como también el marco legal y el referente espacial los cuales fijan el contexto de la investigación desde el punto de vista legal o locativo respectivamente, ambos en ejercicio de la práctica del proyecto de aula.

### 1.5.1 Referente antecedentes

El uso de las TIC y su relación directa con las matemáticas permiten llegar al estudiante con una nueva alternativa de aprendizaje, mucho más acorde con sus expectativas y que permita establecer nuevos parámetros de enseñanza ante un mundo globalizado. Para comenzar, se realizó una búsqueda general relacionada con el uso de la herramienta GeoGebra en la enseñanza de funciones, esto con el fin de diseñar una propuesta didáctica que permita profundizar en diversas estrategias pedagógicas que aporten ideas para implementar con los estudiantes en el aula de clase. Sin duda, el uso de GeoGebra como herramienta matemática se implementa en diversas partes del país y del mundo. Sus aplicaciones van desde el uso básico de la herramienta hasta complejos algoritmos aplicados al cálculo de temas particulares y de investigación.

A continuación, se menciona una serie de artículos relacionados con la enseñanza de las funciones polinomiales de primer, segundo y tercer orden, como también el uso de herramientas tecnológicas y de GeoGebra. En este caso, se expondrán tanto antecedentes nacionales como internacionales.

El proyecto de grado de Sagñay & Urquizo (2018), ilustra la importancia del uso de GeoGebra como herramienta para el aprendizaje de las funciones con estudiantes del grado décimo de la institución educativa Amelia Gallegos. En esta tesis de pregrado, se explora cómo GeoGebra permite que los estudiantes ilustren de una manera más rápida y efectiva diversas funciones y como este proceso permite que analicen e interpreten gráficos. Es por ello que este software gratuito y con capacidad para ser utilizado en cualquier grado de escolaridad es recomendado para el trabajo pedagógico.

En esta misma línea, Garijo (2014), plantea una propuesta didáctica en la cual los estudiantes puedan dominar el concepto de función, reconocer los diversos tipos de gráficos, calcular el dominio y rango y finalmente desarrollar operaciones entre funciones. Todo esto bajo el entorno del software GeoGebra. De esta propuesta se puede concluir que permitió alcanzar los objetivos proyectados con los estudiantes, aunque es importante considerar que fue necesario una capacitación docente para el trabajo con el software, como también herramientas y recursos para la implementación.

Por su parte, Portilla (2014), desarrolló una investigación bibliográfica y un estudio de campo relacionado con los inconvenientes de los estudiantes de primer grado de bachillerato para asimilar los conceptos de función y su representación gráfica. En este caso, la investigación bibliográfica se realiza desde la enseñanza del concepto de función y sus representaciones gráficas implementando GeoGebra. Por otro lado, el estudio de campo buscó determinar la formación de los docentes respecto al uso de TIC. Se concluye que los docentes presentan poco conocimiento en el uso de las TIC, lo cual se convierte en un obstáculo al momento de implementar estrategias en el aula, mientras que el uso de la herramienta GeoGebra, aumentó el rendimiento en las explicaciones por parte de los docentes ya que fomenta la visualización de las gráficas y la comprensión de las características de las funciones.

En cuanto a la importancia de la enseñanza de las funciones polinomiales, López (2013) desarrolló un proyecto de innovación implementando un curso profesionalizante a docentes de matemáticas con problemas de didáctica y uso de la tecnología. El proyecto se realizó con 44 docentes españoles. Los resultados fueron buenos, llevando a una reflexión pedagógica respecto a la importancia que tiene el uso de la didáctica en la enseñanza matemática. El enfoque giró en torno al tema de funciones, ya que estas tienen mucha relevancia, no sólo en las matemáticas, sino en otras disciplinas.

Por otro lado, Barrera, Barahona, Hidalgo & Vaca (2015) en su investigación desarrollada en ingeniería pecuaria de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, evidencian que el apoyo de GeoGebra en los procesos de enseñanza de las matemáticas permite obtener mejores resultados. La investigación compara a estudiantes que se les enseña matemáticas con GeoGebra y a estudiantes que no. Esta concluye después de una serie de evaluaciones, que los estudiantes que se les enseña con GeoGebra presentan mejores resultados.

Ya sin el vínculo tan estrecho con la enseñanza de funciones, Dikovíc (2009), en su artículo propone usar GeoGebra como herramienta en los E-learning para las facultades de matemáticas. Adicionalmente, establece metodologías para el aprendizaje de las matemáticas por medio del uso de esta herramienta y, finalmente, expone algunos

ejemplos para el aprendizaje del cálculo, en particular relacionado con funciones lineales, cuadráticas y por tramos.

Abordando la temática desde el punto de vista de la herramienta GeoGebra, Majerek (2014), en su artículo "Application of GeoGebra for teaching mathematics" construye, ilustra y resuelve diversos ejercicios matemáticos a través de GeoGebra. El artículo expone a GeoGebra como una gran herramienta para enseñar y aprender matemáticas. Esto se debe a la gran capacidad que tiene GeoGebra en la construcción de figuras, el gráfico de funciones, el cálculo de medidas angulares, como también de derivadas e integrales. Este software puede ser comparado con una calculadora avanzada, con la ventaja de que es gratuito.

Igualmente, Martínez (2013), ilustra una unidad didáctica dividida en tres módulos los cuales buscan mejorar los procesos de enseñanza aprendizaje incorporando el software GeoGebra. Particularmente trabaja conceptos de función lineal y cuadrática. En el artículo, Martínez referencia aspectos de enseñanza asistida por computador y el auge de la tecnología en la enseñanza.

Guevara (2011), ahondando en el asunto de la importancia en la enseñanza de las funciones, diseña una propuesta didáctica orientada al aprendizaje significativo de las funciones, donde relaciona el concepto de función desde la parte curricular con situaciones de la cotidianidad. En su artículo concluye sobre la importancia de la preparación de las clases, la preparación de los docentes, la vinculación de las funciones con problemas del entorno, el modelamiento, la simulación y la integración de paquetes de software como GRAPH y GeoGebra para generar un aprendizaje significativo.

Con respecto a la modelación y simulación, Flórez & Yemail (2017), en su trabajo de grado proponen el uso del software GeoGebra para la modelación y simulación de situaciones de la vida cotidiana relacionadas con áreas y volúmenes. En este trabajo se promueve el aprendizaje de funciones basadas en la exploración de GeoGebra, el uso de comandos y la construcción de figuras geométricas.

Tamayo (2013) en su artículo: "*Implicaciones didácticas de GeoGebra para el tratamiento de los tipos de funciones en estudiantes de último grado de secundaria*", enlaza el

aprendizaje de las funciones con guías organizadas con: introducción, instrucciones para exploración del software GeoGebra y una parte práctica con representaciones gráficas. El proyecto mostró, por una parte, la potencialidad del software para desarrollar funciones y la facilidad de manipularlo. De otro lado, algunos estudiantes manifestaron aburrición por aspectos repetitivos en las prácticas.

Por su parte, Ruiz (2018) establece una secuencia didáctica con la herramienta ExELearning, donde se toman diversas situaciones de la vida cotidiana que modelen funciones lineales o cuadráticas y luego son analizadas a través de applets de GeoGebra. Su propuesta presenta un enfoque cualitativo y en la fase de desarrollo propone un test de ideas previas con resultados bajos, como también un post test cuyos resultados fueron muy buenos. Esto indica que el proceso educativo fue eficiente.

Finalmente, López (2013), busca reforzar los conocimientos de funciones utilizando el software GeoGebra y la plataforma Moodle. En el proyecto se concluye acerca de la importancia de implementar la tecnología en el aula de clase, generar ambientes de confianza y fomentar el trabajo en equipo.

### **1.5.2 Referente Teórico**

A través de este proyecto de aula se busca promover el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos propuestos por el Ministerio de Educación Nacional, específicamente orientados a la competencia de interpretación y representación. Es así como la implementación de modelos educativos apropiados a las condiciones escolares será de gran importancia en el desarrollo del proyecto.

Para comenzar, es importante considerar la propuesta de Sarmiento (2011) quien argumenta en su artículo "*La enseñanza de las matemáticas y la nuevas TIC*", que el aprendizaje deber ser visto como un proceso de asimilación de conceptos, interiorización y aplicación. Al estar asociado a un modelo constructivista, debe establecer parámetros de aprendizaje basados en la construcción y transformación activa de unos significados, los cuales son desarrollados sin restricciones o indicaciones específicas que limiten al mismo. A su vez, estos significados se convierten en aprendizajes donde la construcción individual y subjetiva son protagonistas.

En el caso particular de este proyecto de aula, se busca alcanzar las competencias de interpretación y representación relacionadas con las funciones polinómicas de primero, segundo y tercer orden, apoyadas en TIC y con un enfoque constructivista. Durante el proceso se buscará establecer el mejor enfoque del constructivismo según las condiciones del proyecto de aula, las estructuras cognitivas de los estudiantes, la modalidad y las dinámicas de clase.

Ahora bien, Moreno y Waldergg (s.f) establecen que las estructuras cognitivas de un ser humano siempre tienden a crecer, ya que de manera constante estamos en un proceso de interacción física y social donde vamos cambiando pre saberes por nuevos conocimientos, debido a procesos de experimentación del error y de descubrimientos. Este es uno de los parámetros importantes en la aplicación del modelo constructivista y una de las razones por las cuales es importante implementarlo en este proceso de enseñanza.

Otra importante contribución al referente lo realiza Ortiz (2015), quien describe algunos parámetros asociados al constructivismo resumidos así:

- El aprendizaje es una construcción idiosincrática, por lo tanto, este se encuentra condicionado por características físicas, sociales, culturales, económicas y políticas.
- Las construcciones de conocimientos previos tendrán una incidencia significativa en los nuevos aprendizajes.

Adicionalmente, Serrano & Pons (2011) establecen algunos enfoques del constructivismo en la educación, diseñando ejes de coordenadas espaciales donde ubican cada enfoque, determinando entre ellos un par dialectico: exógeno-endógeno. Cada uno difiere del otro a la hora de pronunciarse sobre qué se construye, cómo se construye y quién lo construye. Al desarrollar el proyecto de aula, éste busca establecer un enfoque apropiado al entorno educativo con el fin de obtener unos resultados óptimos, por lo tanto, es de vital importancia ampliar la definición de cada enfoque, así:

- Enfoque constructivista exógeno: Por medio de este enfoque el estudiante construye su conocimiento a partir de estructuras mentales que representan la realidad, el conocimiento se ata al mundo exterior. El docente es un orientador del proceso de aprendizaje, estableciendo una enseñanza directa, con retroalimentación y explicación de conceptos.
- Enfoque constructivista endógeno: En este enfoque se considera que es el estudiante quien construye su propio conocimiento a través de estructuras mentales donde reorganiza su conocimiento vinculando otros previos y transformándolo en nuevo; en este caso no se presenta una relación directa con el medio exterior como protagonista del aprendizaje.
- Enfoque constructivista dialéctico: Es un enfoque intermedio, donde se vinculan aspectos del aprendizaje individual y aprendizaje colectivo, para obtener un aprendizaje guiado por un proceso interno y externo. En este caso se construye conocimiento a partir de estructuras mentales y un fuerte vínculo a situaciones del medio.

Teniendo en cuenta los aportes anteriores, el proyecto de aula se orientará al enfoque constructivista dialéctico, ya que requiere de la interacción entre los estudiantes involucrados directa o indirectamente en los procesos de enseñanza y aspectos cognitivos que fomenten el aprendizaje significativo apoyado en TIC.

Por otra parte, este proceso de enseñanza puede ser enriquecido a través del conocimiento de otros pedagogos. Rodríguez (2020), a través del portal <https://webdelmaestrocmf.com>, define que la teoría de Jean Piaget vista desde una perspectiva psicogenética aporta grandes ideas al modo de desarrollo cognoscitivo; sus aportes al conocimiento lógico-matemático permiten definir que el individuo construye conocimiento partiendo de una “abstracción reflexiva” la cual es tomada del medio y construida en la mente. Esta construcción le permite asimilar conceptos creados y representados en la realidad a través de clasificaciones, numeración u otras. Las TIC entran como mediadoras del proceso, fomentando la representación de manera dinámica.

Ahora bien, cuando hablamos de aprendizaje significativo, Palomino (2019), a través de la teoría de David Ausubel, considera que este se puede alcanzar a través de un currículo

claro, una organización jerárquica de los temas y una relación entre los temas a trabajar y el entorno del aprendiz o estudiante. Adicionalmente las herramientas digitales pueden ser de gran importancia, ya que estas pueden aportar en los tres tipos de aprendizaje significativo descrito por la teoría de David Ausubel: Representación, conceptualización y proposición.

Moreira (1993), citado por Palomino (2019), argumenta que, adicional al aprendizaje significativo por medio del conocimiento previo, existe un aprendizaje de “reconciliación motivadora”, el cual se genera luego de adquirir un nuevo conocimiento que posibilite el aprendizaje de otro adicional. Esta sería la meta más alta a la que podría llegarse cuando se busca implementar un proyecto de aula, ya que no solamente se está adquiriendo un aprendizaje significativo, sino que además este aprendizaje se vincula con nuevas competencias para adquirir más aprendizaje.

Como un complemento al constructivismo dialéctico y al aprendizaje significativo, en el proyecto de aula es importante vincular un aprendizaje colaborativo. Esto se debe a la experiencia que he adquirido como docente, en la cual he podido visualizar la importancia que tiene la interacción entre pares y el desarrollo de competencias por medio del trabajo en equipo.

Iglesias, López & Fernández (2017) argumentan que, en las matemáticas, y en particular en el desarrollo de actividades relacionadas con las TIC, la promoción del trabajo colaborativo permite la construcción de nuevos conocimientos a partir de discusiones, interacciones críticas y comparaciones entre pares, que posibilitan el alcance de objetivos de una manera más fácil.

Aldana (2012) Apunta que el aprendizaje colaborativo en conocimientos matemáticos potencializa capacidades como: la observación, representación, análisis, aplicación, valoración e interpretación de datos. Estos aspectos promueven el mejoramiento del pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Ahora bien, respecto a la organización curricular, El Ministerio de Educación Nacional (1998) en sus lineamientos curriculares del área de matemáticas establece:

*“Los cinco procesos generales que se contemplaron en los lineamientos curriculares de matemática son: formular y resolver problema; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular, comparar y ejercitar procedimiento y algoritmos”*

Aunque el proyecto de aula tiene una relación directa con la modelación de procesos y fenómenos de la realidad, no deja de manejar relación con los demás procesos matemáticos ya que son necesarios para un buen desempeño desde el área. Es importante por parte de los docentes tener un conocimiento claro de los contenidos del área desarrollar un proceso de enseñanza ordenado y enriquecedor. Adicionalmente, áreas como las ciencias naturales o las ciencias sociales pueden ser importantes al momento de trabajar de manera asociada el proceso de modelación de procesos y fenómenos de la realidad.

Respecto a las guías didácticas, éstas podrían considerarse como herramientas que sirven de apoyo a la pedagogía, ya que presentan de manera organizada el desarrollo de diversas actividades que buscan un objetivo en común.

García & De la Cruz (2014), destacan la importancia de las guías didácticas en la educación, debido a que optimizan el desarrollo de procesos de enseñanza y además promueven la autonomía e independencia cognoscitiva. Todos estos aspectos son los que, precisamente, se quieren fomentar con el desarrollo del proyecto.

La Universidad de la República de Uruguay (2016) en uno de sus cursos virtuales, establece unas pautas para la construcción de guías didácticas, así:

- Título y tema
- Objetivos ¿para qué?
- Competencias ¿Qué se aprenderá?
- Contenidos (conceptual procedimental, actitudinal)
- Estrategias metodológicas ¿Cómo?
- Actividades ¿Qué hacer?
- Recursos didácticos ¿Que usar?
- Tiempo ¿Cuándo?
- Evaluación ¿Qué? ¿Como? ¿Cuándo? ¿Con quién? ¿Para qué?

Un último aspecto a considerar con respecto al proceso de enseñanza es la tecnología, y es que la irrupción de esta en la educación ha generado diversas formas de concebir y re direccionar los procesos de enseñanza en muchas de las áreas de formación. Muchas de las aplicaciones que se le da a la tecnología en los procesos formativos pueden ser desastrosas, ya que en muchos casos carece de objetivos y/o contenidos aptos para el proceso de enseñanza, generando frustración y pereza.

Córdoba (2015) en su artículo: "*Las TIC y el aprendizaje de las matemáticas*" dice que muchos estudiantes consideran que las TIC pueden ser motivantes en la formación, pero al final podrían no representar un elemento significativo ni de alto impacto en el aprendizaje matemático. Esto depende en gran medida del docente y su formación en este ámbito. Finalmente recomienda desarrollar un proceso de indagación al inicio del proceso educativo con respecto a los saberes matemáticos de los estudiantes y de esta manera aprovechar al máximo el uso de la tecnología.

Lim (2007) afirma que una de las maneras asertivas de motivar, y a la vez generar impacto en el aprendizaje, es desarrollando habilidades donde las TIC trasciendan las limitaciones cognitivas de los estudiantes, arrojando resultados que para ellos sea un poco más complejo de desarrollar sin la ayuda del ordenador. Es de esta manera como se promueve el desarrollo de habilidades de orden superior tales como la toma de decisiones, la resolución de problemas, el análisis, la imaginación, la relación entre las partes y la síntesis de un todo integrado.

Por lo tanto, en el desarrollo del proyecto de aula, se hará uso de las TIC en procesos donde estas trasciendan las limitaciones de los estudiantes y le permitan obtener resultados más fácilmente con el uso de software. En este caso una buena herramienta de trabajo será GeoGebra, ya que según lo plantea Gauchún & Mora (2019), permite una buena comprensión por medio de la interacción y guía del docente en modelos constructivistas.

### 1.5.3 Referente Conceptual – Disciplinar

En la vida cotidiana se pueden encontrar gran cantidad de fenómenos, cuyo modelamiento matemático no sólo permite analizar, describir y establecer ideas abstractas respecto a situaciones reales, sino que además amplía la didáctica de la enseñanza por medio de alternativas que parten de lo práctico, buscando promover el interés de los estudiantes por aprender. Como lo expresa Villa (2007):

*“El modelo se elabora para construir un concepto matemático dotado de un significado y con la intención de despertar una motivación e interés por las matemáticas debido a su carácter aplicativo”.*

Es por ello que este proyecto de aula contempla la modelación como una alternativa para la enseñanza de las funciones, buscando motivar a los estudiantes en su proceso de aprendizaje. Tal como lo expresa el investigador, la modelación no se hace de manera automática, sino que esta requiere de un proceso previo donde se tengan claros conocimientos matemáticos y del entorno del estudiante, de tal manera que cuando se construya pueda describirse, analizarse y representarse adecuadamente.

A nivel del proyecto de aula es indispensable iniciar con la revisión de saberes previos, para determinar los conceptos requeridos para el alcance de las competencias de interpretación y representación en el caso de las funciones polinomiales de primer, segundo y tercer orden. Posteriormente es importante conocer, tanto la definición general de las funciones polinomiales, como sus características, ya que a partir de ese conocimiento se podrá desarrollar el proceso de ajuste polinomial que permita la modelación como etapa final por medio del software GeoGebra.

Ahora bien, para dar inicio al proceso de enseñanza, es importante la construcción de una etapa de saberes previos. Según Marfull (2012), la construcción de esta etapa debe explorar los contenidos de aprendizaje del tema a revisar, como también lo que queremos conseguir que ellos aprendan. Estos dos aspectos deben unirse en una sola herramienta que contribuya a generar un diagnóstico que describa en cuál caso nos encontramos y de qué manera podemos realizar un proceso educativo adecuado.

Teniendo en cuenta que el proyecto de aula se desarrollará de manera virtual, la etapa de saberes previos como todas las demás deberán construirse desde herramientas online, software o plataformas que permitan. La herramienta elegida debe garantizar una interacción efectiva con los estudiantes, vinculándolos al proceso y promoviendo su participación en cada uno de ellos.

Melo (2018), en el blog de *Data Scope*, establece las ventajas y desventajas del uso de los formularios de Google. Entre las ventajas se puede resaltar el hecho de que integra hojas de cálculo de los datos recopilados, lo cual permite realizar gráficos y hacer análisis de las respuestas arrojadas en los test de saberes previos. Es por ello que esta herramienta será muy útil durante esta primera etapa del proyecto de aula.

Posterior a la etapa de saberes previos, se promoverá el proceso de aprendizaje a través de la definición de conceptos y el uso de herramientas que permitan la construcción del mismo. El MEN (2017) define la función polinomial como una expresión algebraica que relaciona la variable dependiente “y” con la independiente “x” a través de un polinomio cuya expresión general es de la forma:  $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ .

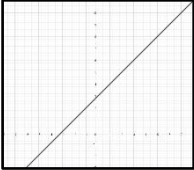
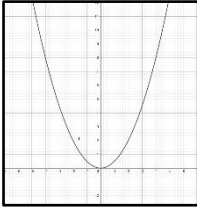
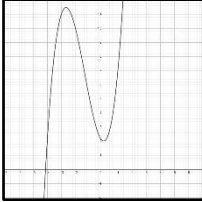
En la función polinomial, el coeficiente asociado al grado del polinomio, que en este caso es llamado “a” debe ser diferente de cero y los exponentes “n” de la variable independiente “x” deben ser enteros positivos. Las funciones polinomiales presentan como dominio el conjunto de todos los números reales.

Adicionalmente, el proyecto de aula desarrollará una propuesta de enseñanza para polinomios de primero, segundo y tercer grado, lo cual limita la forma general del polinomio a uno de primer orden, donde el valor más alto del exponente “n” será 1, de segundo orden cuyo valor más alto de “n” será 2 y de tercer orden cuyo exponente mayor será 3.

Un aporte al proceso de enseñanza de las funciones polinomiales lo hacen Medina, Zaldívar & Quiroz (2017), quienes a través de su tesis de maestría establecen que las funciones polinomiales son unas de las más usadas en la modelación de fenómenos naturales y motivan a que los docentes la apliquen en sus procesos formativos.

La siguiente tabla resume cada una de las funciones polinomiales y sus posibles aplicaciones a nivel de modelación de fenómenos del entorno.

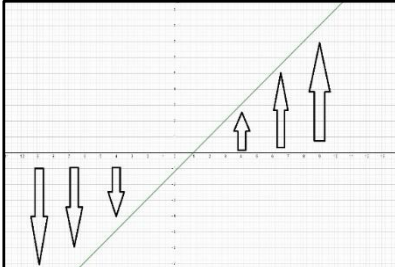
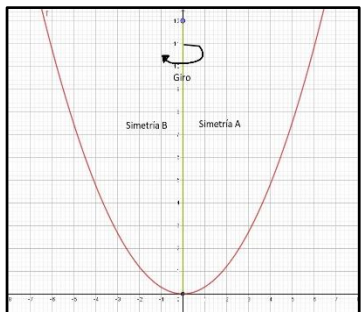
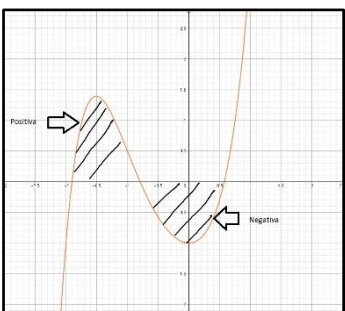
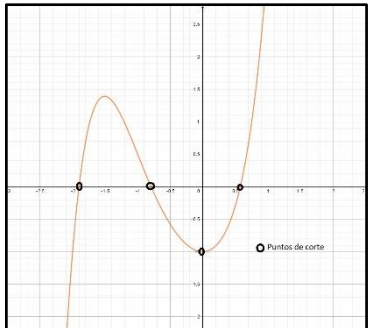
**Tabla 1- 1 Resumen general de las funciones polinomiales.**

Función	Expresión Algebraica	Gráfico general	Modelos básicos	Dominio
Función lineal	$f(x) = mx + b$		Relación de Presión bajo el agua vs Profundidad.	Todos los reales ( $\mathcal{R}$ )
Función cuadrática	$f(x) = ax^2 + bx + c$		Descripción de movimientos con aceleración constante. Ejemplo: Altura vs tiempo.	
Función Cúbica	$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$		Describir incrementos y decrementos de variables como consumo en los servicios públicos.	

Fuente: Elaboración Propia, (2021)

Al momento de analizar una función polinomial, no solamente debe tenerse claro el tipo de función, sino también algunas características de estas. El MEN (2017) describe las diversas características que deben analizarse en las funciones polinomiales y su importancia en el proceso de comprensión y análisis gráfico. Estas son:

**Tabla 1- 2. Resumen general de las características de las funciones.**

CARACTERÍSTICA	DEFINICIÓN	DESCRIPCIÓN GRÁFICA
DOMINIO	Es el conjunto de los números reales de la variable “x” para los cuales se puede hallar el valor de la función (“y”) y dentro de este, aquellos valores en los cuales la función es continua.	
SIMETRÍA	Una función es simétrica si al doblar su gráfica por el eje “y” o por el origen “diagonal” estas se superponen.	
SIGNOS	Permite definir qué intervalos de la función gráfica van por encima o por debajo del eje “x”. En este caso debe resolverse las expresiones: $f(x) > 0$ y $f(x) < 0$ .	
PUNTOS CRÍTICOS	Son los puntos de corte de la función con los ejes. Se calculan resolviendo las expresiones: $f(x) = 0$ (cortes con el eje “x”) $f(0) = y$ (cortes con el eje “y”)	

Fuente: Elaboración Propia, (2021)

Posteriormente al desarrollo de los saberes previos y los conceptos generales de las funciones, se hace necesario el alcance de procesos cognitivos de orden superior, según

lo establece la plataforma educativa TEKAM (2017) basados en la taxonomía de Bloom. El modelamiento es un proceso cognitivo de orden superior que puede relacionarse con la noción de “aplicar” de Bloom, fomentando el aprendizaje significativo. Es por ello que, al finalizar el proyecto de aula, se buscará incentivar el proceso de aprendizaje a través de la modelación.

El MEN (1998) establece dentro de sus cinco procesos generales de la actividad matemática a la modelación, la cual puede clasificarse en dos niveles. El primer nivel, y más básico, está relacionado con la representación algebraica de situaciones o procesos reales. Este nivel permite responder a preguntas que suscitan situaciones del entorno y sus razones de cambio. El segundo, y más avanzado, está relacionado con la creación de nuevos modelos y teorías matemáticas que aporten a la evolución de la ciencia.

Es por ello que el proyecto de aula, buscará promover la modelación más elemental o de primer nivel, ya que se ajusta a las condiciones de jóvenes estudiantes de la educación media promoviendo su aprendizaje. En la siguiente tabla se puede resumir una breve descripción del proceso de modelación de funciones polinomiales en el aula de clase:

**Tabla 1- 3. Descripción de la modelación polinomial en el aula de clase.**

Etapa	Descripción
Búsqueda y selección del fenómenos o situaciones del entorno escolar.	Revisión y reconocimiento de fenómenos del entorno escolar donde se presenten variaciones o razones de cambio vinculadas a funciones polinomiales.
Selección y recolección de datos.	Ubicación del fenómeno a analizar y toma de datos de variación del mismo para su caracterización.
Caracterización del fenómeno	Uso de herramientas tecnológicas para el ajuste polinomial que permita su descripción tanto gráfica como algebraica.
Análisis del comportamiento	Revisión de los resultados arrojados para su reflexión y análisis comportamental. (posible uso de interpolación y extrapolación de datos).

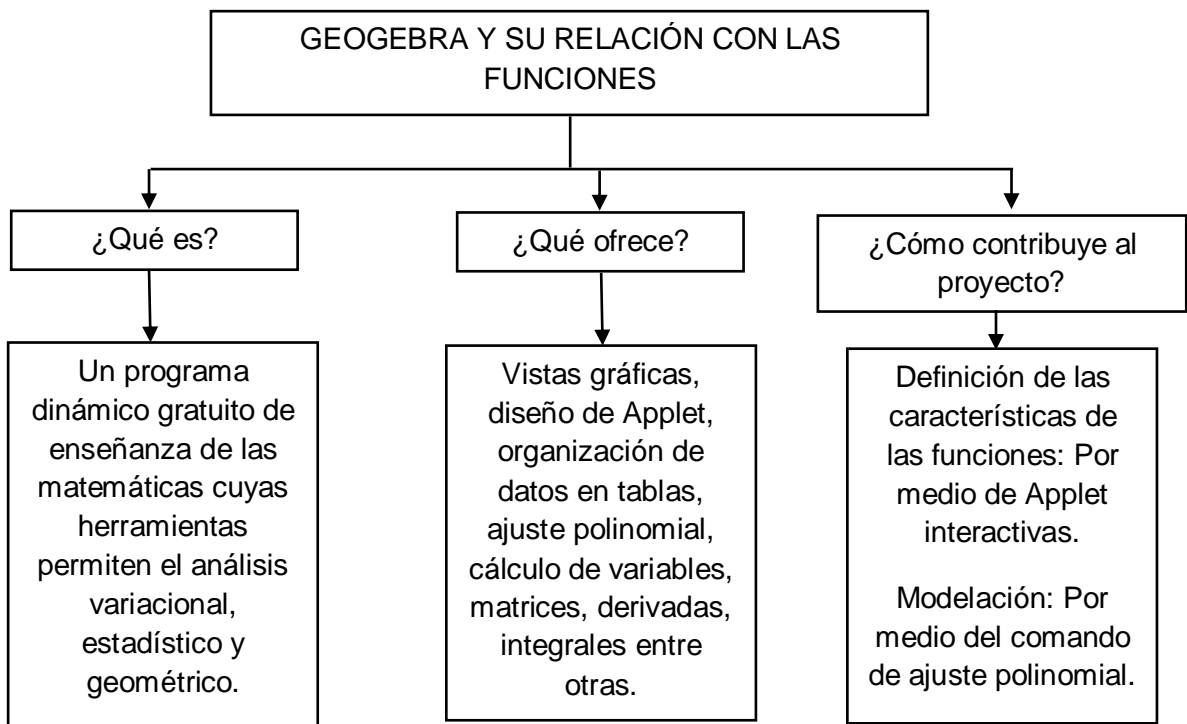
Fuente: Elaboración Propia, (2021)

Con respecto al uso de las TIC, el proyecto de aula debe vincular diversas herramientas virtuales que aporten al proceso educativo y se relacionen con el modelo constructivista. Sarmiento & Luna (2017) describen a GeoGebra como una buena herramienta didáctica en las matemáticas bajo un modelo constructivista; un buen complemento al proceso de enseñanza de las funciones polinomiales y un aporte al aprendizaje de los estudiantes, promoviendo procesos de reflexión, análisis y trabajo en equipo.

Por otro lado, Portilla (2014) argumenta que el uso del software GeoGebra como herramienta TIC, ayuda a la asimilación de los conceptos de funciones y su representación gráfica, gracias a su entorno virtual, incrementando la motivación del estudiante y su rendimiento académico.

El siguiente diagrama conceptual puede servir como evidencia clara de la importancia del uso de la herramienta didáctica GeoGebra en la enseñanza de las funciones y su aplicación en el proyecto de aula.

**Figura 1- 1. Geogebra y su relación con las funciones.**



Fuente: Elaboración propia, (2021)

Podría resumirse que el proyecto de aula tomará una serie de datos de un fenómeno o situación de estudio, la cual partirá de una pregunta problematizadora. Estos datos serán representados en el software GeoGebra y posteriormente ajustados a una función, para aclarar conceptos relacionados con esta e igualmente explicar, predecir y solucionar aspectos del fenómeno.

### 1.5.4 Referente Legal.

Al proponer un proyecto de aula, es de vital importancia determinar la relación del mismo con los lineamientos y documentos legales regulados por El Ministerio de Educación Nacional. La siguiente tabla muestra los documentos legales que apoyan el proyecto de aula:

**Tabla 1- 4. Compilación Marco Legal**

<b>Normatividad</b>	<b>Texto</b>	<b>Contexto</b>
UNESCO: La matemática y la educación.	Fomento de la representación de información en tablas y gráficos	Internacional
PROGRAMA "PISA" Proyecto de la OCDE	Evalúa competencias matemáticas, en el segundo nivel de complejidad trabajando modelos matemáticos para la solución de problemas.	Internacional
ICME: Desarrollo de conferencias taller sobre la enseñanza de las funciones, modelización y tecnologías digitales.	Se destaca la importancia del concepto de función y su relación con otros campos científicos, abordando la enseñanza desde la modelización funcional adicionalmente desarrolla ejemplos haciendo usos de herramientas tecnológicas.	Internacional
Ley 115 de Febrero 8 de 1994 Ley General de Educación	"La educación es un proceso de formación permanente, personal, cultural y social"	Nacional
Ley General de Educación Artículo 23: Áreas Obligatorias	En el apartado 8 describe las matemáticas como una de las áreas fundamentales y obligatorias dentro del plan de estudio.	Nacional

Lineamientos Curriculares “Matemáticas”	Son orientaciones del tipo epistemológico, pedagógico y curricular que el MEN define para apoyar el proceso de fundamentación y planeación de las áreas obligatorias. En matemáticas el estudio de la variación puede establecerse a partir de las situaciones problemáticas cuyos escenarios sean referidos a fenómenos de cambios y variaciones en la vida Práctica	Nacional
Estándares Básicos de Aprendizaje “Matemáticas”	Define la descripción, modelación y representación como habilidades del pensamiento en diversos contextos	Nacional
Plan de desarrollo Departamental	En su ítem de Educación de Calidad propone realizar inversiones para la etapa de educación terciaria –Superior- así como garantizar una educación inclusiva, equitativa y de calidad	Regional

Fuente: Elaboración Propia, (2020)

### 1.5.5 Referente Espacial

La Institución Educativa Asamblea Departamental se encuentra ubicada en el barrio Buenos Aires perteneciente a la comuna 9 del sector centro oriental de la ciudad de Medellín. Se oficializó a partir de la ordenanza N° 62 del 29 de noviembre de 1979 bajo el nombre de “Liceo Comercial Asamblea Departamental”, y luego en el año 2020 bajo resolución 16266 fue llamada “Institución Educativa Asamblea Departamental.

La institución ofrece educación en los niveles de preescolar, básica primaria, básica secundaria y media técnica, brindando a nivel de técnicas opciones como: administración, mercadeo, construcciones civiles, dibujo arquitectónico y software. El enfoque filosófico de la institución tiene como centro de desarrollo integral a la persona en los aspectos intelectual, biológico, psíquico, social y ético. Cuenta con aproximadamente 1200 estudiantes matriculados y alrededor de 50 profesores, además de tres coordinadores, tres secretarios, una bibliotecaria, 20 personas de servicios generales y 1 rector.

Misión de la Institución: “La Institución Educativa Asamblea Departamental (INEAD), ofrece formación integral, científica y tecnológica a todos los estudiantes de los niveles Preescolar,

Básica y Media Técnica. Los procesos pedagógicos y administrativos están centrados en el fortalecimiento de valores, la participación democrática y la protección del ambiente, para la formación individual, empresarial y social que demanda el entorno; teniendo en cuenta la inclusión acorde con las necesidades educativas especiales de los estudiantes”.

La institución Educativa Asamblea Departamental concibe el modelo constructivista desarrollista, coherente con el desarrollo de las prácticas del rol docente. Se resalta la autonomía del estudiante por el aprendizaje bajo unos ciertos parámetros establecidos por el instructor o guía del proceso, construyéndose nuevo conocimiento a través de la estimulación constante y las metodologías relacionadas con el entorno y los aspectos de interés general.

El proceso de evaluación se desarrolla según lo define el decreto 1290, y considerando lo expuesto por el SIE donde se asume un proceso de evaluación permanente y continuo, obedeciendo al alcance de las competencias según los estándares y los DBA de cada asignatura.

El área de matemática cuenta con cinco horas semanales en cada curso. Estas cinco horas están divididas en las asignaturas de matemáticas, geometría y estadística; en cada una de ellas se desarrollan temáticas acordes a los lineamientos curriculares y basados en el desarrollo de competencias según los cinco pensamientos establecidos.

## 2. Diseño metodológico: Investigación aplicada

### 2.1 Enfoque

La presente propuesta investigativa, está pensada en el paradigma constructivista social, el cual, según Ramos (2015) cumple un rol disidente ante los paradigmas de cuantificación. En este se busca la obtención del aprendizaje a través de la reflexión en conjunto de los cambios del medio produciendo significados a partir de la interpretación individual. Es así como los estudiantes pueden interiorizar su conocimiento, reacomodarlo o transformarlo según la nueva información entregada.

Hernández, Fernández & Batista (2012), afirman que el constructivismo es un sustento para la investigación cualitativa, ya que:

- La percepción de la realidad se construye socialmente de manera diversa; cada individuo la interpreta según sus condiciones y características.
- La construcción del saber se realiza de forma social.
- La investigación depende en gran medida del proceso que lleve a cabo el investigador y no es ajena a él.
- Los resultados dependen de aspectos relacionados con el contexto y el tiempo.

Al considerar que este paradigma tiene un enfoque cualitativo, se puede definir que la investigación produce datos descriptivos que podrían estar relacionados con escritos, reflexiones o conductas observables que permitan establecer procesos exitosos y no exitosos.

En el tema a tratar sobre las funciones, se propone realizar un proyecto de aula en el cual los estudiantes a través de un modelo constructivista y basados en una propuesta que genera aprendizaje significativo, puedan modelar una situación tomada del medio para alcanzar competencias relacionadas con el pensamiento variacional como la transferencia de la forma algebraica a la gráfica y viceversa, comprender la relación entre variables como sus tasas de cambio y modelar situaciones del medio que permitan por medio del software GeoGebra analizar y alcanzar las competencias.

## 2.2 Método

Ya que se asume un enfoque cualitativo, el método de investigación más apropiado será el inductivo. Según Hernández et al. (2012), el enfoque cualitativo no es tan específico como el cuantitativo y basa su trabajo en la lógica y en la inducción a través de la exploración, la descripción y la generación de teorías las cuales no necesariamente se establecen desde el inicio del proceso, sino que se construye a través del mismo.

Ya que el método es inductivo, se partirá de la problemática general que se pretende abordar desde el proyecto de aula y posteriormente se va a ir reconstruyendo por medio del análisis de los resultados obtenidos en cada una de las etapas del proceso. El método inductivo permite analizar el proceso sin que este sea verificado o demostrado ya que no trabaja con análisis del tipo estadístico pudiendo centrarla en la reflexión pedagógica.

Siendo así, este método inductivo parte de considerar que los estudiantes de la Institución Educativa Asamblea Departamental no logran analizar el comportamiento de las funciones y las relaciones entre variables. Con este propósito, se hace una recolección de datos cualitativos y se corre una prueba de pre saberes que permitan corroborar la información y luego, desde la implementación del proyecto de aula, se verifica la veracidad del caso buscando alternativas para alcanzar la competencia.

En cuanto al tipo de investigación para la propuesta, esta será del tipo Investigación Acción Educativa, la cual, según Restrepo (2004) contribuye a la generación de saber pedagógico por medio de procesos de reflexión de la práctica. Esta se trabaja desde tres momentos que son:

- **Deconstrucción:** Etapa de diagnóstico y crítica a la práctica que normalmente se desarrolla dentro de un aula de clase. En esta etapa se busca liberar la tiranía de la repetición inconsciente llevando a la construcción de nuevas alternativas de desarrollo de prácticas pedagógicas las cuales deberán someterse a prueba.
- **Reconstrucción:** Segundo proceso, en el cual después de escudriñar la práctica se reafirma lo bueno y se refuerza con nuevas propuestas de transformación, llevando la práctica a otro nivel mucho más acorde a las condiciones de los estudiantes y con mejores didácticas pedagógicas que contribuyan al mejoramiento del proceso.
- **Validación:** Es la última fase donde se implementa la nueva práctica, acompañada de indicadores de efectividad. Posterior a su desarrollo se observan los resultados según las notas del diario de campo y se juzga el éxito de la práctica.

Los momentos se ven presentes dentro del proyecto de aula así:

- **Deconstrucción:** Capítulo 1 y 2 donde se desarrolla el planteamiento del problema, los objetivos del proyecto y se define el proceso metodológico para obtener resultados que permitan analizar cuáles aspectos educativos están bien y cuáles no tan bien.
- **Reconstrucción:** Capítulo 3 donde se realiza la intervención de la propuesta en busca del mejoramiento constante en el proceso educativo.
- **Evaluación:** Capítulo 3.1 y 3.2 donde se obtienen resultados y se hace un análisis de los mismos.

## **2.3 Instrumento de recolección y análisis de información.**

Los instrumentos de recolección y análisis de información se construyen con el fin de crear condiciones de medición adecuadas al proyecto. Estos instrumentos permiten analizar cada etapa del mismo y de esta manera generar ideas reflexivas al proceso pedagógico buscando contribuir en la mejora continua. En este caso se tendrán en cuenta las siguientes fuentes de recolección de información:

Fuentes primarias:

*El diario de Campo*, en este se recolectará la información más importante en cada etapa del proyecto de aula de funciones polinomiales, incentivando a la reflexión pedagógica. En este caso se hará una narración del trabajo desarrollado a través de la plataforma Genially (<https://www.genial.ly/>).

*Pre saberes*, además de una fuente primaria, será la herramienta didáctica inicial de interacción con los estudiantes. Su objetivo se centrará en conocer los conocimientos que los estudiantes tienen con respecto al tema de funciones polinomiales de primero, segundo y tercer orden.

Fuentes secundarias:

Recopilación de resultados externos relacionados con el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos. Revisión de los DBA asociados y los estándares.

*Guía de aprendizaje*: Desarrollo didáctico de una actividad que busque fomentar el aprendizaje a través del modelamiento de una situación del entorno partiendo de una pregunta problematizadora la cual se construye por medio de aspectos que generen interés y se vinculen al proyecto de aula.

Fuentes terciarias:

Encuesta a estudiantes respecto al desarrollo de la propuesta educativa por medio de un formulario virtual, en el cual a través de una serie de preguntas se pueda determinar la validez en el proceso, el alcance de las metas y las posibles mejoras.

*Post saberes*: Revisión de los saberes adquiridos después del desarrollo del proyecto de aula, en este caso se desarrolla una propuesta donde se verifique el alcance de las competencias que se buscaron desarrollar con los estudiantes desde el inicio del proyecto de aula.

## 2.4 Población y muestra

El proyecto de aula se llevará a cabo de manera virtual con una población de 40 estudiantes del grado undécimo de la Institución Educativa Asamblea Departamental, integrada por estudiantes pertenecientes a los tres grupos de undécimo de la jornada de la mañana que presentaron las condiciones económicas y técnicas para el desarrollo del trabajo de forma virtual.

Estos estudiantes pertenecen a los estratos 1,2 y 3 y sus edades oscilan entre los 15 y 18 años. Son estudiantes competentes, analíticos, creativos, con gusto por la tecnología. Muchos de ellos se les dificulta el análisis de gráficos, las relaciones entre las variables y la ejecución del software educativo GeoGebra.

## 2.5 Delimitación y alcance

Con el presente proyecto de aula se busca determinar si a través del modelamiento de un fenómeno del entorno y con el apoyo de la herramienta didáctica GeoGebra, se promueve el desarrollo del pensamiento variacional y de sistemas algebraicos y analíticos, en los estudiantes de grado undécimo de la Institución Educativa Asamblea Departamental a través de la competencia de interpretación y representación de funciones polinomiales de primer, segundo y tercer orden, todo esto a través de una modalidad virtual.

Para ello se desarrollarán diversas actividades virtuales que promuevan el aprendizaje de las funciones polinomiales, sus características y relaciones con los fenómenos del medio para finalmente proponer una actividad que permita el modelamiento y el ajuste a través del software GeoGebra. El proyecto no busca que los estudiantes desarrollen Applet de GeoGebra, pero al menos que sepan utilizarlas y realizar ajustes con este software.

## 2.6 Cronograma

**Tabla 2- 1. Planificación de Actividades**

<b>Fase</b>	<b>Objetivos</b>	<b>Actividades</b>
Fase 1: Caracterización	Diagnosticar los saberes previos de los estudiantes respecto a las competencias relacionadas con la interpretación y representación de funciones polinomiales.	<p>1.1. Revisión y ajuste de estrategias para el desarrollo de procesos educativos a través de una modalidad virtual.</p> <p>1.2. Revisión bibliográfica sobre los conceptos de funciones, características, gráficos y sus relaciones a través de fenómenos del medio.</p> <p>1.3. Revisión bibliográfica sobre la modelación de fenómenos del entorno a través de ajustes polinomiales con GeoGebra.</p> <p>1.4. Revisión bibliográfica del MEN con relación a los estándares básicos de matemáticas y los DBA asociados.</p> <p>1.5. Diseño de pretest sobre las funciones polinomiales de primero, segundo y tercer orden.</p>
Fase 2: Diseño	Construir actividades virtuales que promuevan la enseñanza de las funciones polinomiales de primer, segundo y tercer orden apoyadas en el software GeoGebra.	<p>2.1. Diseño y construcción de actividad virtual a través de plataforma online (Quizizz) que promueva el aprendizaje de aspectos básicos asociados a las funciones polinomiales.</p> <p>2.2. Diseño y construcción de Applet en GeoGebra para el análisis de gráficos polinomiales por medio de sus características.</p> <p>2.3. Diseño y construcción de Applet en GeoGebra para la representación de fenómenos del medio a través de funciones polinómicas.</p> <p>2.4. Diseño y construcción de guía de aprendizaje colaborativo para el aprendizaje de las razones de cambio en las funciones polinomiales.</p> <p>2.5. Modelamiento de un fenómeno del medio a través una guía de didáctica y el ajuste polinomial con GeoGebra.</p>
Fase 3: Intervención a través de la plataforma virtual.	Intervenir en la ejecución del proyecto de aula virtual, incluyendo una metodología constructivista, colaborativa y	3.1. Intervención a través de la plataforma virtual de Google Classroom de cada una de las actividades propuestas, con el fin de promover la enseñanza de las funciones polinomiales.



Actividad 4.2										X
Actividad 4.3										X

Fuente: elaboración propia, (2020).

## **3. Sistematización de la intervención**

### **3.1 Resultados y análisis de la intervención.**

#### *Primera fase*

El proyecto de aula se desarrolló a través de la virtualidad debido a los inconvenientes presentados por la pandemia COVID-19 a nivel municipal, nacional y mundial. Esto generó adecuaciones en el proceso de enseñanza y, por lo tanto, en las condiciones de desarrollo del proyecto de aula.

Para comenzar es importante destacar el papel de la enseñanza a través de la virtualidad, ya que según lo define Moreira & Delgadillo (2014) ésta presenta ciertas ventajas con relación al rompimiento de barreras de distancia, la flexibilidad en los horarios, la facilidad en la distribución del tiempo por parte de los estudiantes y la variedad de recursos virtuales para el aprendizaje.

Por otra parte, la virtualidad fomenta la construcción del conocimiento por parte del estudiante a través de una serie de recursos, siendo el profesor un guía en el proceso, y de esta manera otorgándole al estudiante la libertad necesaria para que explore la temática y adquiera conocimiento. Al mismo tiempo promueve el modelo constructivista dialéctico.

Ahora bien, para que este proceso de enseñanza a través de la virtualidad tenga éxito, es importante el acompañamiento constante por parte del docente, además de una motivación permanente a través de recursos digitales que realmente cumplan con su papel de promotores de conocimiento y sean enlazados de manera efectiva en la temática a tratar.

Durante el desarrollo del proyecto de aula, se construyó todo un escenario digital que permitiera la socialización entre pares docente-estudiante, el ordenamiento de la temática

a trabajar, la visualización efectiva de los recursos y las actividades propuestas, como también el proceso evaluativo constante y la relación interpersonal estudiante-estudiante.

El primer aspecto a considerar respecto al escenario virtual es el caso de la socialización entre pares docente-estudiante. En este se propuso la puesta en marcha de dos mecanismos. El primero de ellos fue el desarrollo semanal de clases virtuales a través de la plataforma de video conferencias Google Meet (<https://meet.google.com/>). Aunque no es la única aplicación para video llamadas, fue la que se acomodó más fácilmente a las necesidades debido a que muchos estudiantes manifestaron poca capacidad de almacenamiento y la facilidad de obtener un correo de Gmail.

La siguiente tabla muestra las ventajas de diversas plataformas de video conferencias, teniendo en cuenta las variables de mayor importancia según el requerimiento del proyecto de aula. Un asunto que se consideró antes de la ejecución del proyecto de aula.

**Tabla 3- 1 Comparación de servidores de vídeo conferencias.**

<b>Usos gratuitos de servidores de video conferencias</b>				
<b>Servidores</b>	<b>Tiempo máximo*</b>	<b>Usuarios</b>	<b>Soporte</b>	<b>Apreciaciones</b>
Google Meet	60 min	100	Gmail	*El tiempo de conferencia es mayor. *Requiere de una cuenta de Gmail.
Zoom	40 min	100	App Zoom	*El tiempo de conferencia es menor que las demás. *Requiere de la instalación de zoom. (capacidad en móvil o PC).
Microsoft Teams	45 min	100	Office 365	*El tiempo de conferencia es intermedio a

				comparación de las anteriores. *Requiere de un registro previo en internet o cuenta de Microsoft.
--	--	--	--	--

Fuente: elaboración propia, (2020). \*Tiempo máximo para la versión gratuita.

Las clases virtuales a través de Google Meet se realizaron todos los martes de 7:00 a 9:00 am, cada semana durante las 7 semanas de intervención a través de la plataforma virtual. Es importante considerar que cada una de las clases virtuales se desarrollaron bajo el modelo de constructivismo dialéctico donde se expone una temática, se desarrolla una discusión constructiva dando paso al análisis individual y grupal, y finalmente se refuerza el trabajo a través de recursos educativos virtuales y asesorías permanentes.

El segundo mecanismo de socialización se desarrolló a través de la aplicación WhatsApp, donde se creó un grupo de matemáticas con los estudiantes de undécimo y se compartió información relacionada con los temas a revisar durante cada semana, recomendando recursos para fomentar el aprendizaje significativo. Esta aplicación permitió el trabajo colaborativo y aportó contenido importante para los estudiantes.

El uso de WhatsApp como herramienta educativa no se basó sólo en la creación de un grupo de matemáticas y el envío de mensajes, esta herramienta requirió de una planificación, con unos objetivos claros y unas dinámicas establecidas.

El objetivo general al crear el grupo de WhatsApp fue compartir información importante sobre temáticas vistas, brindando opciones de tutorías, respuesta a preguntas formuladas, motivación respecto a nuevo aprendizaje y formulación de preguntas introductorias a temas posteriores.

Las dinámicas se basaron en el respeto hacia el otro y el uso de la herramienta para dar información y promover la formación. Como docente, trabajé como guía del proceso y motivé a los estudiantes a través de enlaces y recursos virtuales extra clase.

En el caso del proyecto de aula, la herramienta permitió:

- Crear un grupo colaborativo.
- Compartir información adicional sobre temas de clase.
- Generar foros de discusión.
- Promover el desarrollo de la comunicación escrita y verbal.
- Afianzar la comunicación con padres de familia.
- Permitir la reducción en los encuentros virtuales, que a veces son un poco difíciles de programar debido al trabajo de las demás áreas.

Un segundo aspecto a considerar con respecto al escenario virtual construido para el proceso de enseñanza tiene que ver con el ordenamiento de la temática a trabajar. Es importante construir una plataforma cuando se pretende desarrollar un trabajo virtual, ya que esta permite la gestión adecuada de la temática propuesta, el uso de recursos educativos virtuales que sirvan de apoyo al proceso educativo y el manejo ordenado del proceso evaluativo.

Existen diversas plataformas gestoras de servicios para el ordenamiento, control y seguimiento de las actividades educativas, pero a nivel del proyecto de aula la plataforma que más se acogió a las necesidades del proyecto de aula fue Google Classroom (<https://classroom.google.com/>). Esta plataforma virtual presta un servicio web educativo gratuito que permite vincular a los estudiantes a un entorno virtual en el que se encuentran organizadas cada una de las actividades que debe realizar por temática, también permite el envío de comentarios en tiempo real y la revisión de las notas obtenidas en cada actividad desarrollada.

Es así como la plataforma permite tener un control respecto al envío y recepción de trabajos propuestos, como también la retroalimentación de los mismos gracias a los foros de discusión o mensajes directos.

A continuación, se indican algunos aspectos evidenciados durante el trabajo con la plataforma y que pueden considerarse como ventajas al momento de hacer uso de la misma en los procesos educativos:

- La inscripción de los estudiantes es fácil ya que puede compartirse vínculo o código de acceso. No es necesario vincularlos uno a uno con correo electrónico.
- Los estudiantes solo requieren de un correo electrónico de Gmail para inscribirse en la plataforma.
- La plataforma presenta un entorno virtual fácil de manejar de tal manera que los estudiantes no presentan mucha dificultad al trabajarla.
- Se envía correo recordatorio automático a los estudiantes cada vez que una actividad está próxima a vencer como también se le indica cuando se monta una actividad nueva.
- Tiene la opción de marcar como completada cada actividad lo que permite un control por parte del estudiante y del docente al momento de verificar las actividades desarrolladas y pendientes.
- La creación de las tareas o actividades habilita la opción de compartir con el estudiante recursos digitales como: audios, videos, enlaces a otras páginas, artículos, documentos de Office y archivos de Google Drive. Esto facilita el trabajo y abre las posibilidades respecto al uso de recursos educativos virtuales como el software GeoGebra el cual puede compartirse a través de vínculos.
- Google Classroom permite crear temas en los cuales podemos vincular actividades al mismo según su relación, mostrando una plataforma más ordenada.
- Estos beneficios se obtienen con una cuenta de Google Classroom gratis.

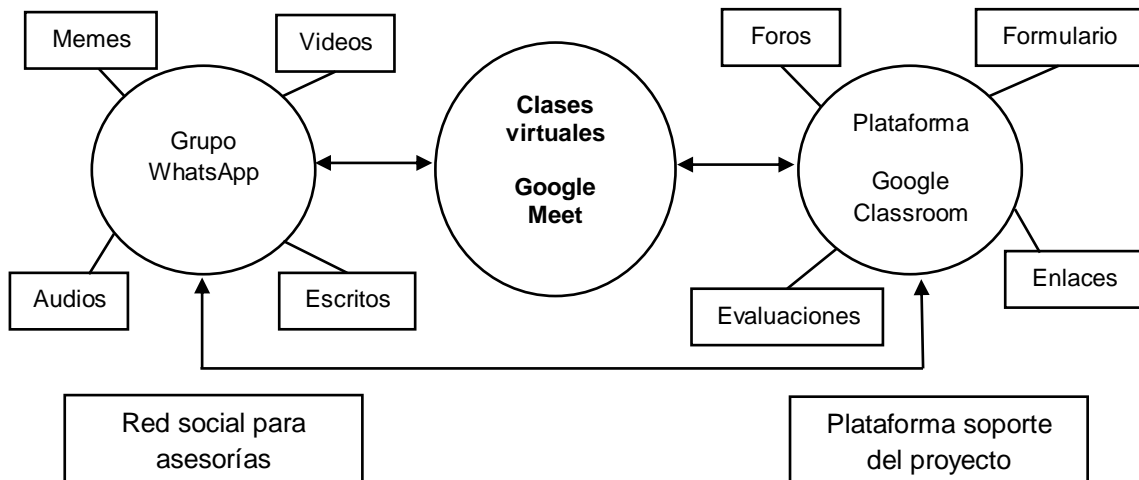
Para el proyecto de aula se construyó el curso Precálculo grado 11 con Google Classroom y se vincularon los estudiantes a través de códigos o enlaces de invitación. Posteriormente, se hizo una comprobación de la cantidad de estudiantes que se asociaron al trabajo virtual comparando su inscripción con las listas generales de clase. Fue así como se vincularon al trabajo del proyecto de aula 40 estudiantes de los tres grupos de undécimo de la jornada de la mañana. La población de estudiantes que desarrollaron el proyecto de aula hace parte de aquellos que tienen en casa teléfono móvil, computador o tablet como acceso a internet.

Es importante considerar en este punto que no se abordó la investigación mediante el manejo de grupo de control y grupo experimental, ya que debido a los inconvenientes generados por el COVID-19 fue imposible organizar este tipo de desarrollo. En este caso

me apoyaré en los test de saberes previos iniciales y finales para establecer el logro de las competencias en el único grupo.

El siguiente mapa mental muestra las estrategias para el proceso de comunicación y transferencia de información a través de la virtualidad en el proyecto de aula.

**Figura 3- 1. Mapa mental proceso de transferencia de información.**



Fuente: elaboración propia, (2020).

De esta manera queda consolidado el escenario virtual para la ejecución del proyecto, el cual se relaciona directamente con la primera actividad de la fase de caracterización. Esta fase finaliza con el diseño de un test de saberes previos posterior a la revisión de aspectos disciplinares y pedagógicos necesarios para su desarrollo y parte importante para la ejecución del proyecto de aula, todo orientado a las funciones polinomiales de primer, segundo y tercer orden.

Durante esta primera fase se tomó como referencia disciplinar el libro de matemáticas de grado undécimo MEN (2017), suministrado por la secretaria de educación de Medellín. Este libro sirvió como guía para identificar la temática importante a desarrollar durante el proceso de enseñanza de las funciones polinomiales. Fue con la orientación de esta guía, y la experiencia docente, que se consolidaron las actividades necesarias para el desarrollo del proyecto de aula.

Es importante aclarar que el libro guía de matemáticas es solo un referente en la parte disciplinar, y que a través de la experiencia en la enseñanza se han encontrado diversos medios tanto físicos como virtuales que sirven como guía en la planeación de la temática. El referente disciplinar del documento permite ampliar esta información.

Para finalizar, se realizó una revisión bibliográfica del MEN con relación a los estándares básicos de matemáticas y los DBA asociados. La siguiente tabla resume este proceso de revisión e identifica cada pensamiento, competencia, DBA y logro asociado a la promoción del aprendizaje de las funciones polinomiales de primero, segundo y tercer orden.

Es importante aclarar que estos logros representan una generalidad y que a través del desarrollo de las actividades planificadas y la construcción de sus rúbricas se disgregarán según el caso.

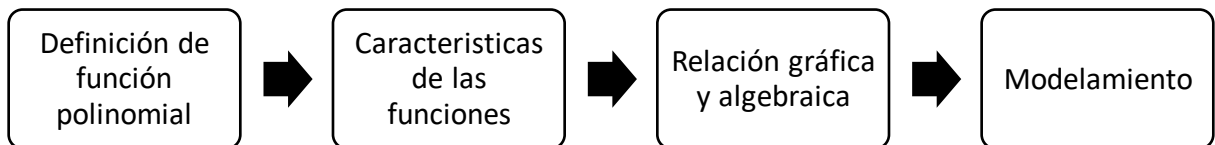
**Tabla 3- 2. Relaciones entre los pensamientos matemáticos, competencias, DBA y logros.**

<b>Pensamiento matemático</b>	<b>Competencia</b>	<b>DBA</b>	<b>Logros básicos</b>
Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos	Interpretación y representación	Usa propiedades y modelos funcionales para analizar situaciones y para establecer relaciones funcionales entre variables que permiten estudiar la variación en situaciones intraescolares y extraescolares.	* Define el concepto de función polinomial y lo diferencia del concepto de polinomio. *Relaciona características algebraicas de las funciones, sus gráficos y procesos de aproximación sucesivas. * Modela situaciones intraescolares y extraescolares relacionadas con las funciones polinomiales a través de ajustes por medio de software educativos.

Fuente: elaboración propia, (2020).

Finalmente, se diseñó el test de saberes previos que según Marfull (2012) debe basarse en los contenidos de aprendizaje y la determinación los límites hasta los que se desean llevar los mismos. La siguiente figura muestra la temática que se decidió evaluar en el test de saberes previos de funciones polinomiales, definiendo el punto de inicio y el final.

**Figura 3- 2. Contenidos generales revisados en el test de saberes previos.**



Fuente: elaboración propia, (2020).

El test de saberes previos (Anexo 1), se basó en el planteamiento de 18 preguntas, las cuales se relacionaron directamente con los contenidos generales y que permitieron definir el punto de referencia para inicio del trabajo. Este test se desarrolló a través de un formulario de Google Forms (<https://docs.google.com/>) y se usaron preguntas de selección múltiple con única y múltiples respuestas, preguntas de argumentación y revisión de un vídeo de mí autoría sobre las aplicaciones de las funciones polinomiales.

### *Segunda fase*

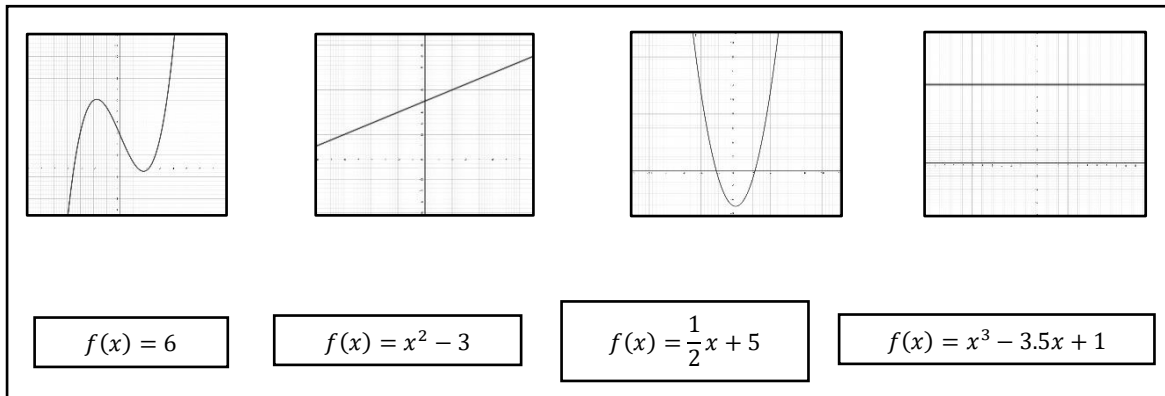
La segunda fase del proyecto de aula se relaciona con la construcción de actividades virtuales que aporten al proceso de enseñanza y que se vinculen a las competencias de las funciones polinomiales. Es importante establecer que después de su construcción, se adjuntaron a la plataforma Google Classroom, la cual ya fue descrita anteriormente.

En esta fase de diseño se desarrollan cinco actividades que buscan el alcance del objetivo general del proyecto. Cada una de ellas se asocia a los logros descritos en la tabla 3-2 los cuales tienen una relación directa con el objetivo general del proyecto.

La primera actividad se presentó a través de PowerPoint para exponer las definiciones generales de las funciones, sus gráficos y relaciones algebraicas-gráficas. Al final se propone el desarrollo de un reto. El reto consistió en agrupar gráficos de funciones

polinomiales con sus expresiones algebraicas por medio de líneas. En la figura se ilustra el reto:

**Figura 3- 3. Relación algebraico-gráfico de funciones polinomiales hasta tercer grado.**



Fuente: elaboración propia, (2020).

Como aspecto evaluativo se construyó un examen online a través de la plataforma Quizizz (<https://quizizz.com/>) donde se formularon 10 preguntas sobre el tema visto y se desarrolló en tiempo real la solución de las preguntas (Anexo B). Cada estudiante podía revisar su puntuación y conocer las preguntas correctas e incorrectas. Al final de la prueba cada participante es ubicado en un puesto según su resultado final.

La segunda actividad pretende enseñar las características de las funciones polinomiales. En este caso se construyeron 3 applets diferentes en GeoGebra, cada uno asociada a una característica en particular de los polinomios.

El primero de ellos llamado “Simetría” (<https://www.geogebra.org/m/fqyb7erg>) busca identificar de forma gráfica y algebraica la simetría de una función polinomial, relacionándola con la paridad de las funciones. Adicionalmente se propone el desarrollo operaciones entre funciones con el fin de conocer las transformaciones que estas sufren y su relación con la simetría.

La segunda llamada “Puntos de corte” (<https://www.geogebra.org/m/adsy3bjv>) pretende identificar los puntos críticos de diversas funciones polinomiales por medio de sus gráficos y relacionarlos con sus expresiones algebraicas. Se parte de diversos gráficos buscando

a través de deslizadores sobreponer funciones y analizar los resultados obtenidos. Este es un ejemplo de las ventajas que tiene el uso del software Geogebra, ya que se puede ir revisando el comportamiento del gráfico de acuerdo al cambio en la expresión polinomial.

La tercera aplicación llamada “Signos de una función polinomial” (<https://www.geogebra.org/m/enpngann>) pretende revisar el comportamiento de las funciones a través de los intervalos de crecimiento y decrecimiento. Adicionalmente se puede observar los puntos máximos y mínimos de una función a través de su gráfico.

Ya que los applets son un recurso de elaboración propia, estas son explicadas en la clase virtual y puestas a disposición para el aprendizaje de los estudiantes. En este caso se entrega la guía de aprendizaje “características de las funciones polinomiales” a través de un documento en Office Word, proponiendo un trabajo colaborativo. En la guía se formulan diversas preguntas relacionadas con las características de las funciones buscando afianzar la competencia de interpretación y representación. El diseño de la guía puede revisarse en el Anexo C del proyecto de aula.

La propuesta establecida anteriormente sigue el modelo constructivista dialéctico, hace uso de la tecnología, favorece el trabajo colaborativo y promueve el aprendizaje significativo a través de actividades que proponen el análisis crítico por medio de la representación algebraica y gráfica de funciones polinomiales.

La tercera actividad propuesta, se relaciona con los procesos de modelación. Para iniciar esta temática, se plantea el desarrollo en tiempo real de la Applet de GeoGebra “Modelando situaciones reales de funciones polinomiales” (<https://www.geogebra.org/m/hggsadyt>).

Aquí se proponen tres situaciones diferentes conocidas por los estudiantes, pretendiendo que ellos interactúen con ellas y obtengan las expresiones algebraicas que representan cada modelo a través del cambio en los coeficientes de cada polinomio.

La actividad se diseñó para arrojar al final del proceso una nota cuantitativa. Es por ello que durante la clase virtual se explicó detalladamente la manera de manipular la aplicación de GeoGebra y se resolvieron dudas. Posteriormente se dejó a cada estudiante con la

aplicación para que interactuara con ella y desarrollaran las propuestas. En el anexo E se muestran las preguntas desarrolladas en el applet como su entorno virtual.

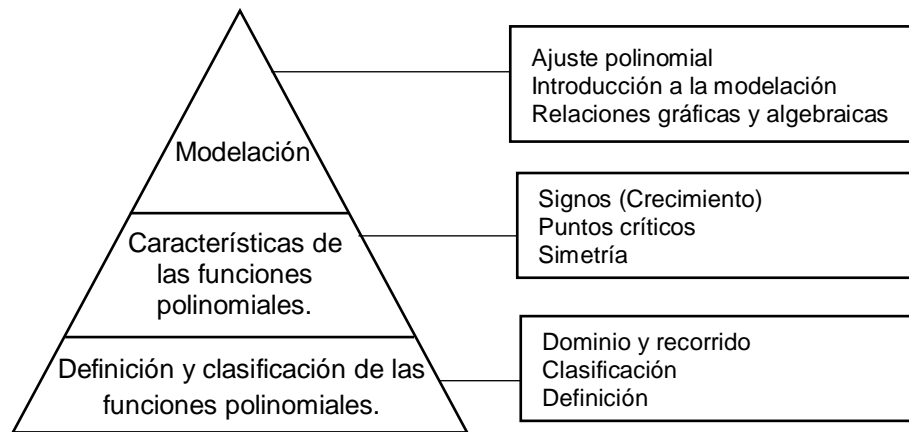
Con el fin de continuar el proceso de modelación e incentivar al análisis gráfico, se propone una cuarta actividad la cual se relaciona directamente con la anterior, ya que es necesario el uso del applet de GeoGebra para su desarrollo. Se propone una guía didáctica en Office Word en la cuál a través del trabajo en equipo y la interacción con GeoGebra darán respuesta a una serie de preguntas relacionadas con los procesos de modelación. En el Anexo F se muestra el modelo que se construyó para el desarrollo de la actividad.

La última actividad propone la modelación de un fenómeno del medio relacionado con el entorno escolar y las funciones polinomiales. Dado el caso que todos los estudiantes se encontraban en casa, se sugirió modelar el gasto de servicios públicos, ya que es un tema común que en el momento se habla mucho debido a la pandemia por COVID-19.

Este modelamiento presenta un video en la plataforma YouTube (<https://youtu.be/ceg7WTP4v6k>), en el cual se enseña el proceso de ajuste polinomial a través del software GeoGebra, también una guía de aprendizaje donde se explica paso a paso el proceso a seguir con el fin de alcanzar el objetivo de modelación y finalmente un pequeño video donde se explica la cuenta de servicios públicos. El enlace mostrado a continuación evidencia el desarrollo del mismo. (<https://youtu.be/tpaEzzMfFaw>).

A través de esta última propuesta se pretende alcanzar un proceso cognitivo de orden superior que fomenta el aprendizaje significativo, tal cual lo expresa la taxonomía de Bloom (TEKAM, 2017). Los estudiantes desarrollaron el trabajo en clase virtual y presentan la guía en grupos colaborativos en la plataforma Google Classroom. Finalmente se exponen en clase los resultados obtenidos.

La siguiente figura describe la temática propuesta en la segunda fase del proyecto de aula. Cada tema genera las bases para el próximo y, a su vez, cada uno presenta subtemas que se relacionan para obtener el objetivo general del proyecto de aula.

**Figura 3- 4. Temáticas propuestas en el proyecto de aula**

Fuente: elaboración propia, (2020).

#### *Tercera fase*

La tercera fase tiene que ver con la intervención del proyecto a través de la implementación de las actividades construidas para alcanzar los logros propuestos. Esta fase se caracteriza porque abarca desde el test de saberes previos, pasando por cada una de las actividades propuestas hasta finalmente realizar el post test.

#### *Cuarta fase*

Finalmente, la cuarta fase está relacionada con la evaluación del proyecto de aula. En esta etapa se realiza una reflexión pedagógica acerca del alcance del proyecto, que se puede medir a través del análisis de los resultados. La revisión de los resultados genera una visión más amplia respecto al éxito de la implementación de las diferentes acciones pedagógicas y permite la retroalimentación del trabajo buscando un mejoramiento continuo.

### **3.1.1 Resultados del test de saberes previos**

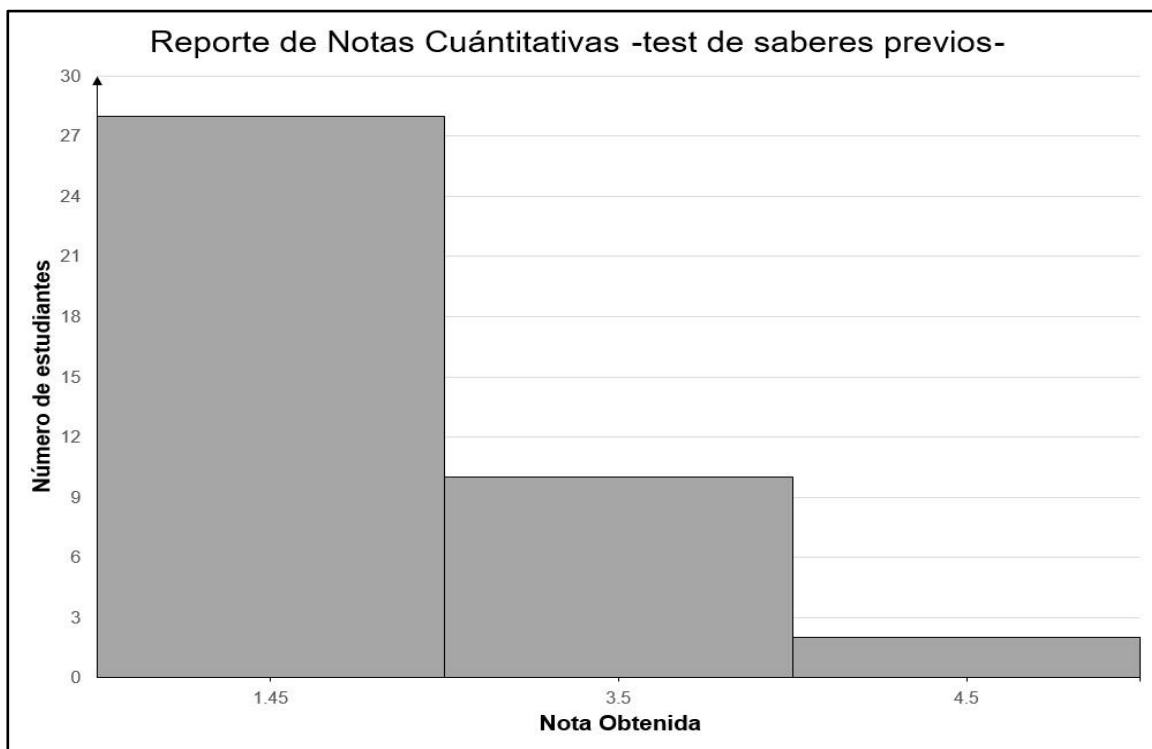
A continuación, se presentan los resultados obtenidos en el test de saberes previos, su objetivo principal se centra en identificar los conocimientos previos de los estudiantes y con base en ellos planificar las actividades del proyecto de aula. El test de saberes previos se encuentra en el anexoA.

Posteriormente se analizarán los resultados, buscando identificar estrategias de mejora a través de la reflexión pedagógica. Las categorías que se revisaron en el test fueron:

1. Conoce el concepto de función polinómica.
2. Clasifica adecuadamente las funciones polinomiales según su expresión algebraica y gráfica.
3. Identifica las características en las funciones polinomiales.
4. Analiza el comportamiento de las funciones polinomiales de primero, segundo y tercer orden.
5. Argumenta sobre las razones de cambio en funciones polinomiales e identifica sus aplicaciones en la cotidianidad.

En general, los resultados obtenidos en la prueba se pueden apreciar en la siguiente figura:

**Figura 3- 5. Resultados generales en el test de saberes previos.**



Fuente: elaboración propia, (2020).

La figura 3-5 arroja luces respecto a los resultados generales obtenidos por los 40 estudiantes en el test de saberes previos. A partir de esta gráfica se puede concluir que alrededor de 28 estudiantes perdieron la prueba, lo que equivale al 70% de los estudiantes. Solamente 12 estudiantes la aprobaron, lo que equivale al 30%.

Las medidas de tendencia central y de dispersión pueden aportar información importante sobre los datos. La figura 3-6 nos muestra los resultados:

**Figura 3- 6. Medidas de tendencia central y de dispersión test saberes previos**

	Li	Ls	Xi	f	F	Xi*f	Xi-X	(Xi-X) <sup>2</sup>	(Xi-X) <sup>2</sup> *f
Mediana/Moda	0	2.9	1.45	28	28	40.6	-0.665	0.442225	12.3823
	3	4	3.5	10	38	35	1.385	1.918225	19.18225
	4	5	4.5	2	40	9	2.385	5.688225	11.37645
Sumatorias=				40		84.6		8.048675	42.941

X	2.115
Mediana	2.07
Moda	1.77
Varianza	1.073525
Desviación E	1
CV	49%

Fuente: elaboración propia, (2020).

La media aritmética fue de 2.1 lo cual indica que la nota promedio del grupo fue muy baja y a la gran mayoría les fue mal en la prueba. Respecto a la desviación estándar y al coeficiente de variación se puede concluir que algunos estudiantes saben bastantes conceptos y por lo tanto obtuvieron notas altas mientras que una gran mayoría de ellos no les fue bien obteniendo notas muy bajas.

Ahora bien, debido a que se debe hacer una revisión de los resultados con las categorías establecidas al inicio de la revisión de resultados, podría considerar que el cumplimiento en primera instancia de estos depende en gran medida de la cantidad de respuestas acertadas según el tipo de pregunta ya que cada una se integra a las categorías así:

**Tabla 3- 3. Relación entre las preguntas construidas y las categorías de los saberes previos**

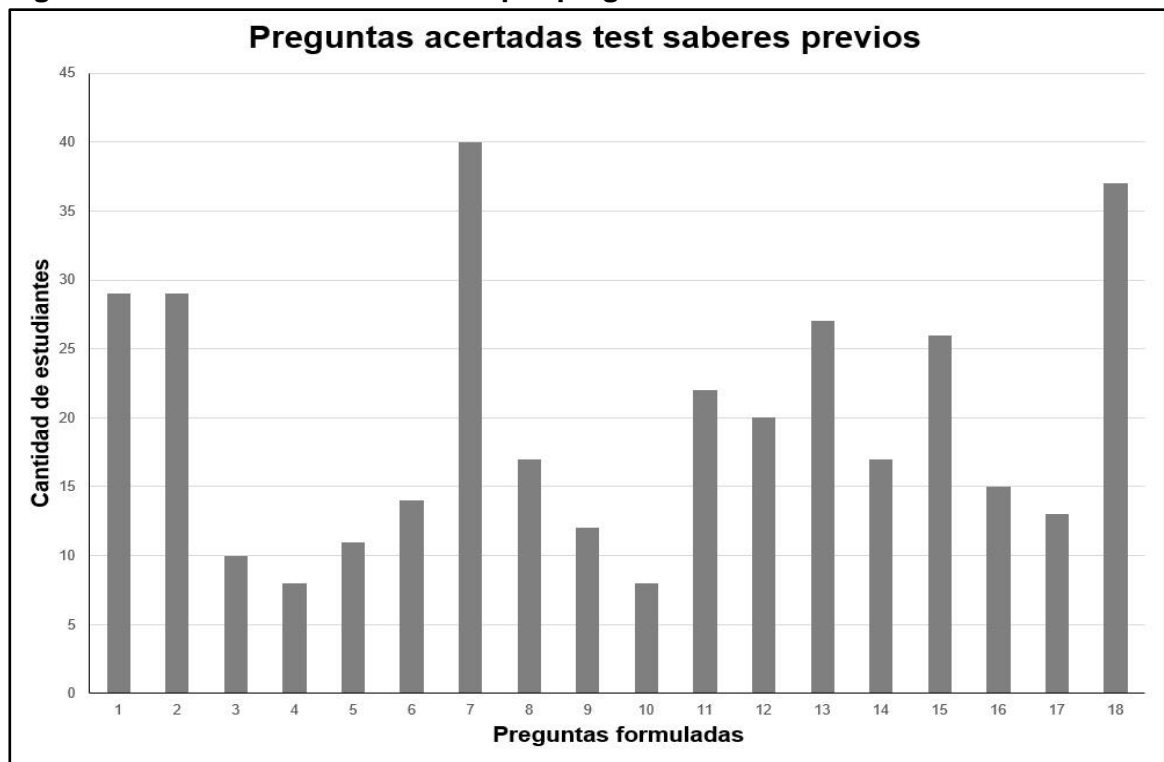
Categorías	Preguntas asociadas
------------	---------------------

1	1, 2, 3, 11
2	4, 5, 6, 7, 12, 13
3	8, 9, 10, 11, 16
4	12, 13, 14, 15
5	14, 15, 17, 18

Fuente: elaboración propia, (2020).

Los resultados obtenidos por pregunta acertada pueden evidenciarse en la siguiente figura:

**Figura 3-7. Resultados de aciertos por pregunta formulada**



Fuente: elaboración propia, (2020).

Al observar los datos de la figura 3-7, y compararla con los datos de la tabla 3-3, puede concluirse que las categorías que presentaron el mayor número de aciertos, teniendo en cuenta la cantidad de preguntas relacionadas por categoría, fueron la #1 y #4. Por lo tanto, los estudiantes tienen claro el concepto de función polinomial y su relación con los polinomios, aunque no la identifican como expresión. Adicionalmente, puede considerarse que son capaces de analizar el comportamiento de las funciones polinomiales a través de su gráfico.

La categoría que presentó menos aciertos fue la #3, lo cual indica que los estudiantes no conocen las características de las funciones. Las categorías #2 y #5 presentaron también bajos aciertos e indican la necesidad de explicar a los estudiantes las clasificaciones generales de las funciones y sus razones de cambio en fenómenos del entorno.

Por lo tanto, las intervenciones que deben desarrollarse para el alcance de las competencias deben iniciarse desde la definición general de función, pasando por sus características, relaciones algebraicas-gráficas y modelación. En el anexo A puede revisarse todo el diseño de la prueba con las preguntas formuladas.

### **3.1.2 Resultados de las intervenciones**

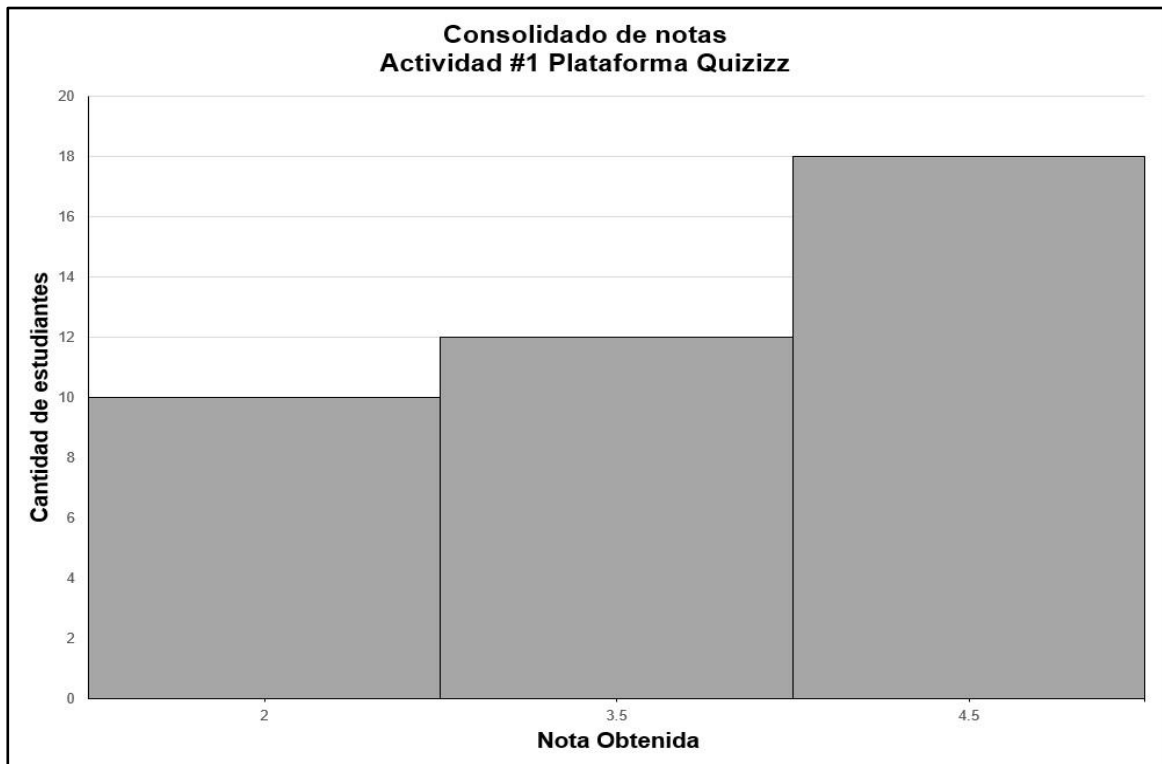
#### *Primera actividad:*

Durante esta fase se desarrollan cinco actividades. La primera actividad tiene como objetivos:

- Conocer el concepto de función polinómica.
- Clasificar adecuadamente las funciones polinomiales según su expresión algebraica y gráfica.

Los resultados obtenidos fueron:

**Figura 3- 8. Resultados obtenidos en prueba de la plataforma Quizizz**

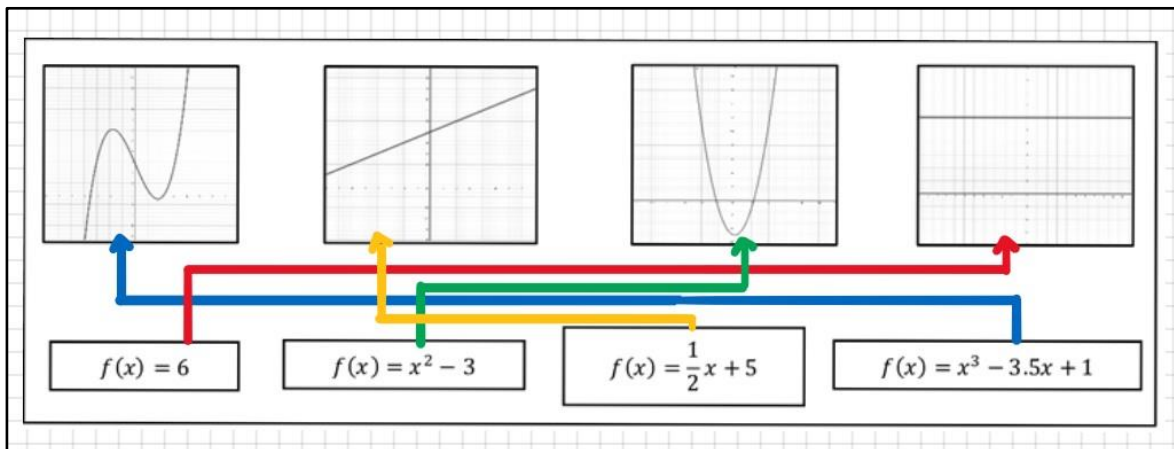


Fuente: elaboración propia, (2020).

Puede observarse que el 75% de los estudiantes alcanzaron los objetivos propuestos en la práctica, con una tendencia creciente en los resultados cuantitativos. Debido a que la plataforma se trabajó con una cuenta gratis, no arrojó resultados detallados con respecto a las preguntas más acertadas y menos acertadas; esto no permitió un análisis más completo de la misma.

El valor de la media aritmética fue de 3.6, lo cual indica que la nota promedio del grupo fue buena y por lo tanto la gran mayoría de estudiantes les fue bien. La desviación estándar fue de 1.0 dando indicio de estudiantes con notas muy altas y algunos con notas muy bajas. Finalmente, el coeficiente de variación fue de 28%, un valor bajo que indica que los estudiantes presentaron notas muy similares representadas por la media aritmética.

Respecto al reto establecido al inicio de la clase, los estudiantes estuvieron de acuerdo en la siguiente solución:

**Figura 3- 9. Resultado del resto de clase virtual. Actividad #2.**

Fuente: elaboración propia, (2020).

Uno de los estudiantes expresa “si esta no es la solución perdí la madrugada de hoy” (Dylan Murillo, 16 años).

#### *Segunda actividad: Características de las funciones*

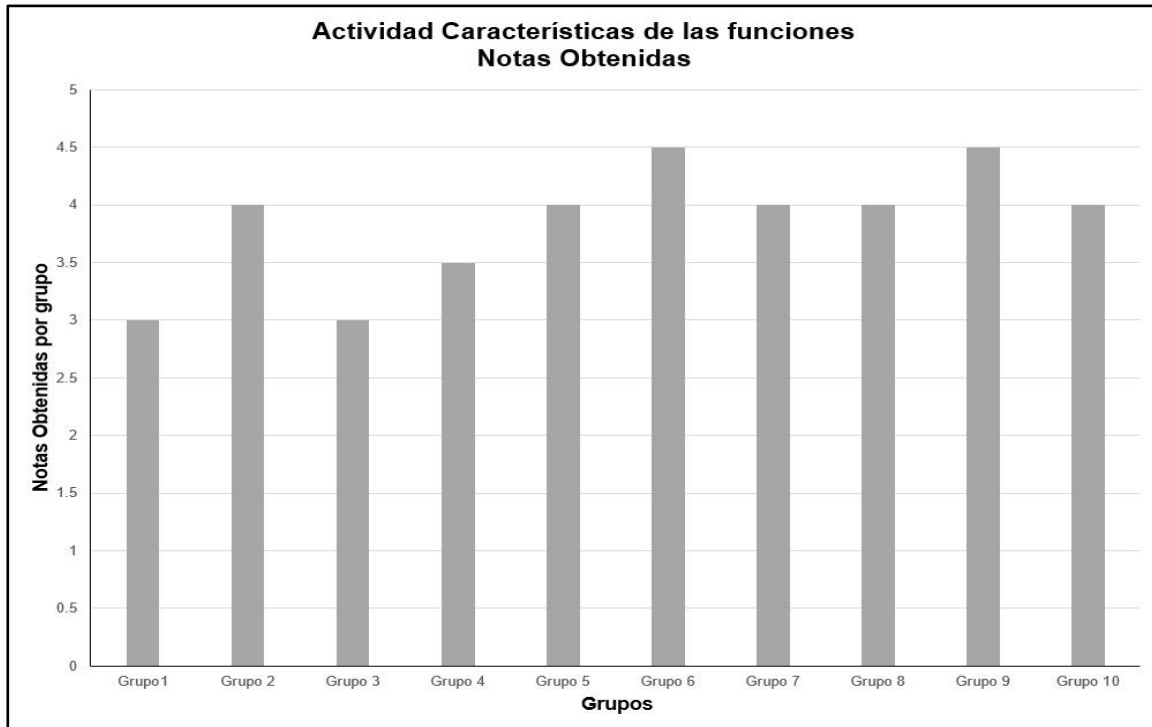
La segunda actividad propuesta se relaciona con las características de las funciones polinomiales de primer, segundo y tercer orden. En este caso se propone la interacción con tres applets desarrollados a través de GeoGebra.

La actividad se explica en clase virtual y se propone su solución en clase. Se trabaja en grupos colaborativos y se integra a su trabajo la guía de aprendizaje construida de tal manera que su resolución dependa directamente de la interacción con cada una de los applets construidos.

Ahora bien, el objetivo de esta segunda propuesta se relaciona con la tabla 3-2 y se muestra a continuación:

- Relaciona características algebraicas de las funciones, sus gráficos y procesos de aproximación sucesivas.

Los resultados obtenidos fueron los que se representan en la figura 3-10:


**Figura 3- 10. Resultados obtenidos en actividad características de las funciones.**

Fuente: elaboración propia, (2020).

Los resultados indican que el 100% de los estudiantes desarrollan la prueba de forma aceptable. El valor de la media aritmética para estos resultados fue de 3.9 indicando una respuesta muy positiva al trabajo propuesto. La desviación estándar fue de 0.5 mientras que el coeficiente de variación de 13% mostrando resultados muy uniformes en las notas de los estudiantes.

Algunos de los inconvenientes que presentaron algunos de ellos se asociaron al manejo del applet GeoGebra. Este tipo de inconvenientes buscaron solucionarse a través de las asesorías. En otros casos se debió a conclusiones poco elaboradas. La figura 3-11 evidencia una de las respuestas aportadas por el grupo 5 (Daniela, Julieth, Juan Pablo y Wilson) respecto a la guía:

**Figura 3- 11. Respuesta a las conclusiones en guía de aprendizaje. Grupo #5.**



**INSTITUCION EDUCATIVA ASAMBLEA DEPARTAMENTAL**

Creada con reconocimiento de carácter oficial y autorizada para impartir educación formal en los niveles de preescolar, básica primaria, básica secundaria, media técnica y media académica. Resolución número 16266 del 27 de noviembre de 2002.

NIT: 811017265-1-DANE: 105001011631- ICFES : 042119

<b>Cuadrática</b>	$f(x) = 0.37(1x + -0.08)^2 + -6$	<b>Eje “y”</b>	<b>Par</b>
<b>Cúbica</b>	$f(x) = 1.06(0.52x + 0.08)^3 + 0$	<b>Origen</b>	<b>Impar</b>

**b. ¿Qué puede concluir respecto a las simetrías de las funciones polinómicas y de la relación con la función par e impar?**

Concluimos que para que una función sea asimétrica o simétrica depende si esta es par e impar.

Fuente: plataforma Google Classroom, (2020).

Finalmente, algunos estudiantes mostraron dificultad en la simetría de operaciones entre funciones. Como se puede evidenciar en el siguiente caso: el grupo tiene claridad respecto a la simetría, pero no es capaz de generalizar los casos cuando se presenta operaciones entre ellas.

**Figura 3- 12. Respuesta a conclusiones en guía de aprendizaje. Grupo #4.**

c. Escriba en la Appet de geogebra (parte: operaciones con funciones) cada uno de los requerimientos de la tabla. Considere que usted es libre de escribir la función polinomial que desee.

Función polinomial par	Función polinomial impar	Operación	Función polinomial resultante	¿Es simétrica? (Si/No)
Tener en cuenta las funciones <sup>^</sup>	$x^4$	+	$2x$	no
	$x^4$	-	$2x$	no
	$x^4$	*	$2x$	si
	$x^4$	÷	$2x$	si

d. Qué puede concluir respecto a la tabla anterior:  
R/ Cuando se hace la suma y resta nos da una función cuadrática, el único cambio es que cuando se hace por suma el gráfico se ubica en la parte positiva y cuando es resta se ubica en la parte negativa, pero el gráfico no cambio lo único que cambia es la posición como lo dije anteriormente.

en la parte de la división y multiplicación si hay cambios la ecuación que nos muestra es una cúbica y el cambio es que cuando es multiplicación es más pegada al eje "Y" y cuando es división se separa del eje.

Fuente: plataforma Google Classroom, (2020).

La visualización de cada uno de los applet diseñados con GeoGebra para el proyecto de aula se muestran en los anexos, donde se organizan según cada actividad propuesta.

#### *Tercera actividad: Introducción al proceso de modelación*

La tercera actividad propuesta se relaciona con la introducción al proceso de modelación, esta se divide en dos partes. La primera parte es la ejecución de un applet construido en GeoGebra y puesta a revisión con los estudiantes, donde se analiza el comportamiento de los gráficos de las funciones polinomiales de primero, segundo y tercer orden. Esta actividad no se evalúa, pero si se pregunta sobre el uso de la misma. Uno de los estudiantes manifiesta "con GeoGebra se hace más fácil relacionar el comportamiento de la gráfica con la ecuación" (Simón Aristizabal, 16 años).

Como actividad adicional se les propone la revisión de un applet diseñada para introducirlos al tema de la modelación a través del análisis de los fenómenos del medio y su relación con las expresiones polinomiales. La aplicación arrojaba unas preguntas durante el proceso y realizaba una calificación automática.

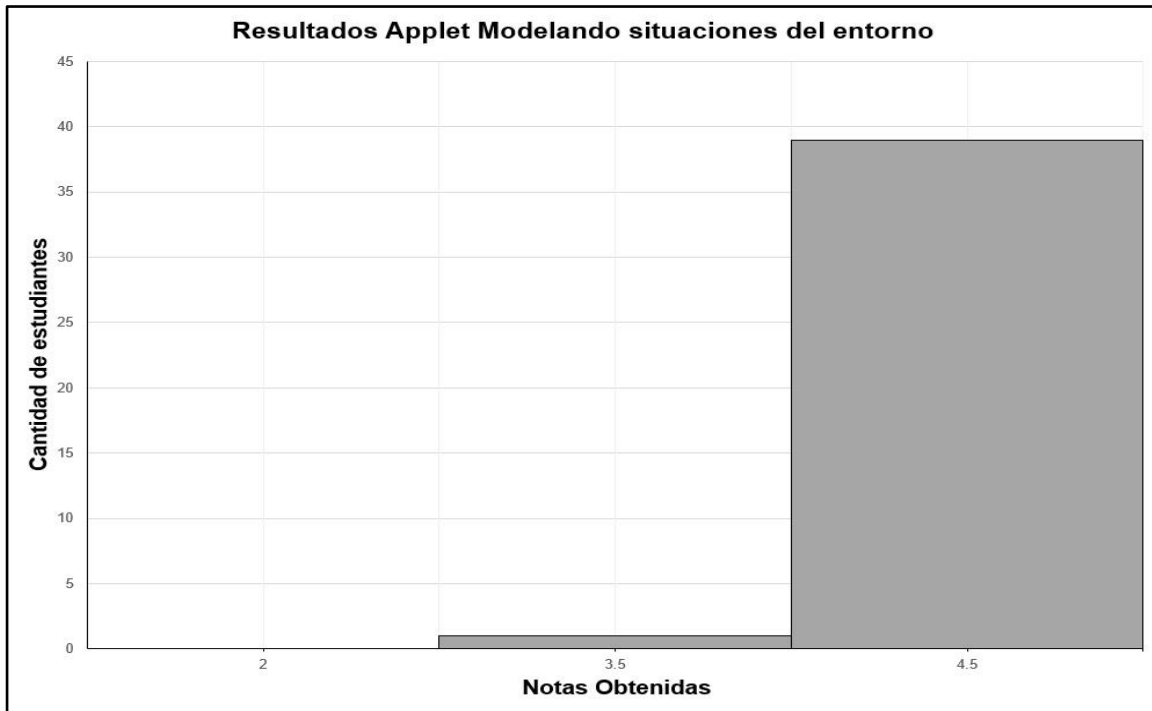
En la construcción de esta applet, se relacionaron los siguientes aspectos:

**Tabla 3- 4. Aspectos propuestos en la creación de la Applet de GeoGebra. Modelamiento.**

<b>Función</b>	<b>Fenómeno</b>	<b>Proceso Evaluativo</b>
Constante	Tiro al blanco	Preguntas relacionadas con el desplazamiento y la velocidad en un movimiento rectilíneo uniforme.
Lineal	Tiro con cauchera (romper la piñata)	Pendiente de la gráfica y comportamiento de los coeficientes.
	Consumo de sustancias psicoactivas	Dominio de la función, comportamiento de la función, intervalos de crecimiento y decrecimiento.
Cuadrática	Lanzamiento de un balón de baloncesto	Preguntas relacionadas con el tiempo y el desplazamiento en un movimiento parabólico.
	Robos a las afueras de la institución	Revisión de tiempos de llegada al colegio y rutas alternas.
Cúbica	Caudal	Preguntas que promueven el cuidado del agua y la disminución en el gasto en los baños institucionales.

Fuente: Applet GeoGebra Modelando situaciones reales de funciones, (2020).

El desarrollo de esta applet es individual y se propone toda la semana para su desarrollo. Al finalizar, cada estudiante envía la nota arrojada por la applet a través de la plataforma Google Classroom. La siguiente gráfica muestra los resultados obtenidos en el desarrollo de la misma:

**Figura 3- 13. Notas generales obtenidas en la actividad #3.**

Fuente: elaboración propia, (2020).

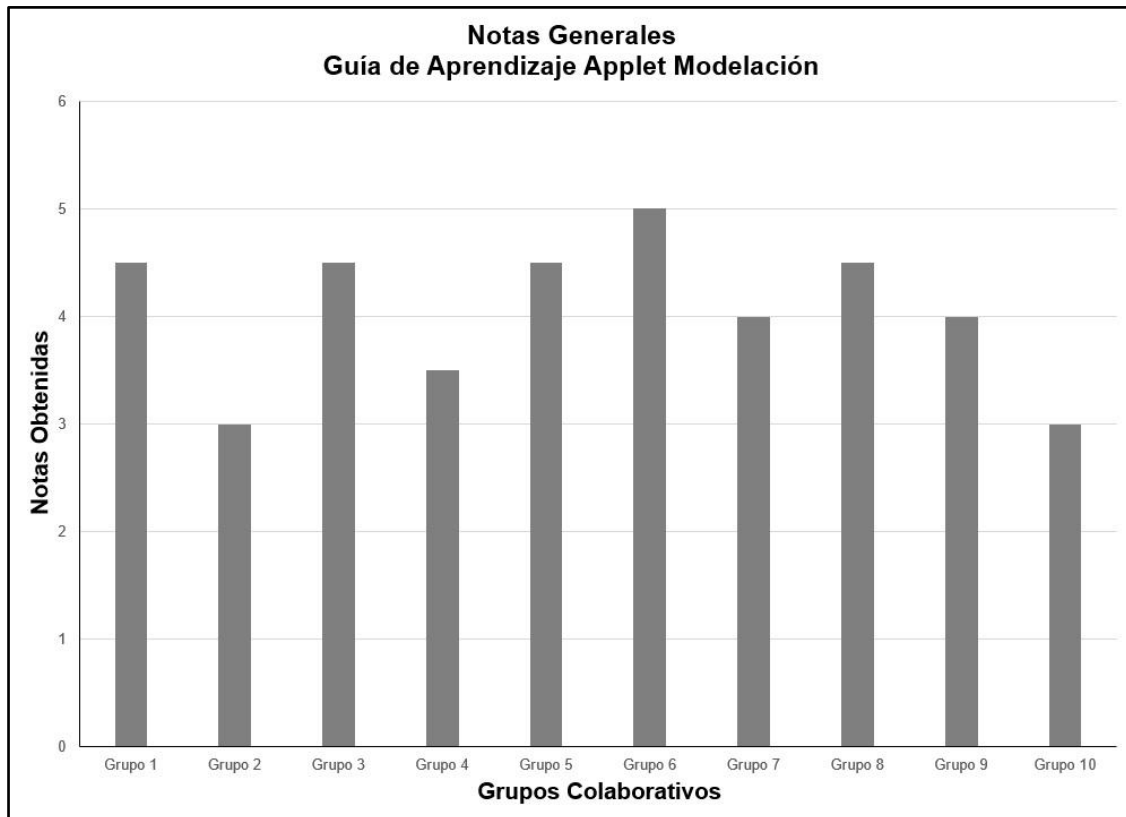
La figura 3-13 muestra unos resultados bastante altos respecto a la actividad propuesta, la media aritmética de las notas fue 4.5, mientras que la desviación fue de 0.15 con un coeficiente de variación de 3%. Por lo tanto, gran cantidad de estudiantes presentaron buenos resultados con una actividad y casi en su totalidad obtuvieron notas entre 4.0 y 5.0.

También puede observarse que ningún estudiante pierde la prueba, lo cual es bastante positivo e indica que el proceso de interacción es bastante acertado a través del applet de GeoGebra.

*Cuarta actividad: Modelación de situaciones reales*

La cuarta actividad está relacionada con una guía de aprendizaje enlazada al applet de GeoGebra de aplicación de modelación de situaciones reales vista en la actividad anterior. En este caso se propone un trabajo colaborativo y se resuelven dudas durante la clase virtual. Los resultados obtenidos se observan a continuación:

**Figura 3- 14. Notas generales guía de aprendizaje Applet.**



Fuente: elaboración propia, (2020).

Los resultados obtenidos en la actividad fueron bastante buenos. El desarrollo de la guía permitió el alcance de los objetivos. En ella se relaciona el modelamiento de fenómenos del entorno con las actividades anteriores. En los Anexos E y F se indican las actividades descritas.

La media aritmética fue de 4.0, mientras que el coeficiente de variación fue del 16%, mostrando homogeneidad en las notas. Los estudiantes fueron muy receptivos durante el proceso y estuvieron atentos a las indicaciones entregadas; adicionalmente entregaron guías bien construidas y con análisis claros. Se resaltan las siguientes expresiones:

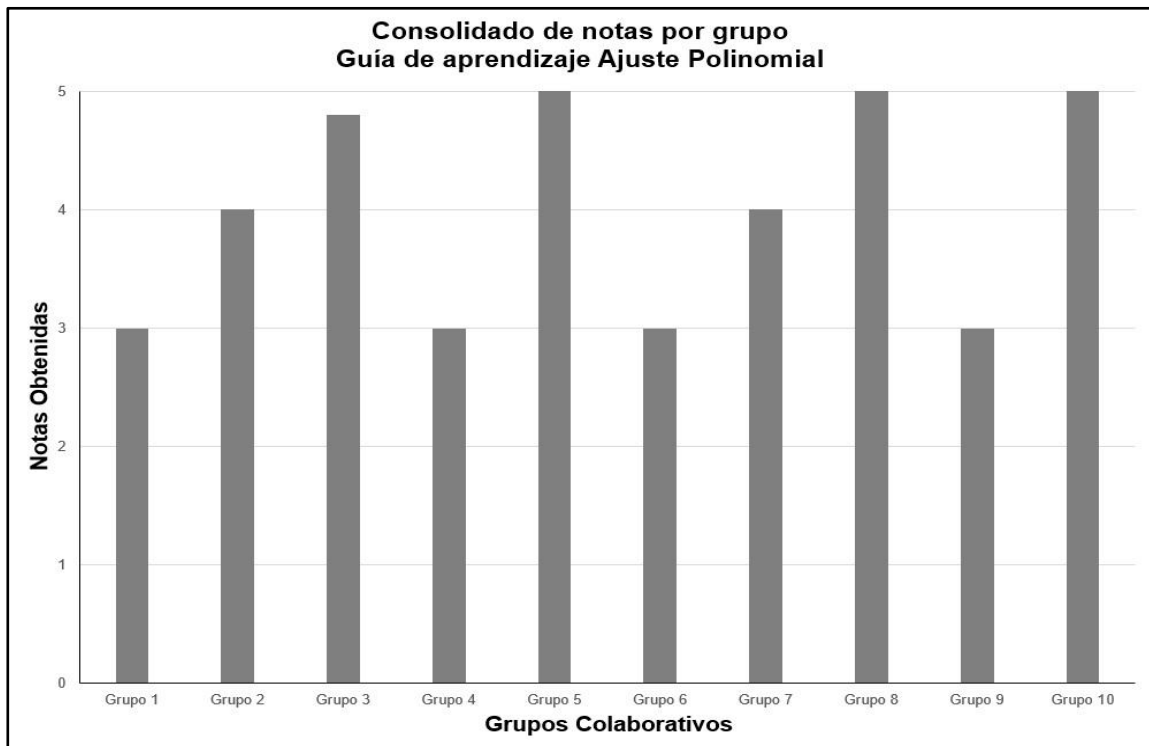
- Las sustancias psicoactivas no son buenas para nuestra economía (Mariana Cardona, 15 años).
- Es bueno tomar rutas transitadas cuando se va al colegio (Brahian Hernández, 18 años).
- La velocidad de un crucero que vaya en línea recta, presentará un movimiento uniforme mientras no acelere o frene (María Clara Pérez, 16 años).

Según se evidencia, fue más fácil acercarlos a los conceptos matemáticos de funciones polinomiales, a través de ejemplos del entorno y sus relaciones, ya que desarrollar clases tradicionales no genera resultados tan positivos. Dos de los grupos colaborativos presentaron notas de 3.0; parte de ese resultado se debe a la poca interpretación y análisis de los fenómenos propuestos.

#### *Quinta actividad: Finalización*

Finalmente, la quinta actividad representa el consolidado del trabajo fomentado desde el inicio del proyecto de aula. A través de esta actividad y a partir de un fenómeno del entorno, se propone desarrollar un modelamiento a través de la capacidad de ajuste polinomial proporcionado por GeoGebra.

La actividad presenta como recursos un video explicativo en la plataforma YouTube (<https://youtu.be/ceg7WTP4v6k>) donde se indica la forma en que se puede desarrollar un ajuste polinomial a partir de una serie de datos. Adicionalmente, presenta una guía de aprendizaje, un vídeo explicativo sobre la cuenta de servicios (<https://youtu.be/tpaEzzMfFaw>) y el requerimiento de la cuenta de servicios de la casa. El trabajo se desarrolla en equipos. Los resultados obtenidos se pueden observar en la figura 3-15.

**Figura 3- 15. Notas obtenidas en guía de ajuste polinomial por equipos.**

Fuente: elaboración propia, (2020).

Los resultados obtenidos muestran que los estudiantes lograron realizar el ajuste polinomial propuesto para el caso de la cuenta de servicios de casa. Es importante destacar que el trabajo se desarrolló en equipos, ya que la propuesta requiere de apoyo para atender a la necesidad de la guía.

Algunas de las dificultades manifestadas por los estudiantes durante el desarrollo de la guía se resumen en la dificultad para realizar el ajuste polinomial a través de GeoGebra, ya que era una situación nueva a la que se enfrentaban. Adicionalmente presentaron desorientación en la ubicación de los puntos críticos, ya que en casi todos los casos, el gráfico tenía forma de expresión cúbica con un solo punto de corte.

La siguiente figura muestra uno de los ajustes polinomiales realizados por los estudiantes del grupo #1.

**Figura 3- 16. Evidencia grupo #1. Ajuste polinomial con GeoGebra.**

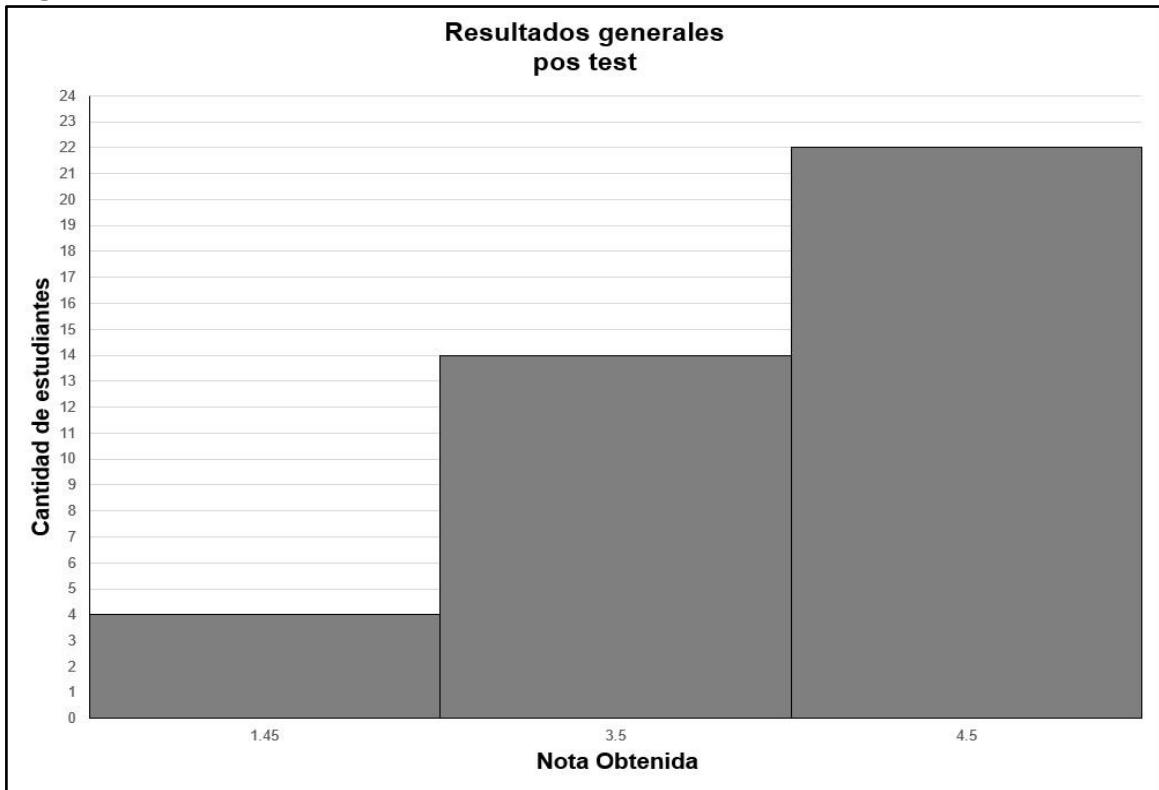
Fuente: plataforma Google Classroom, (2020).

La media aritmética de las notas obtenidas fue de 4.0, indicando resultados muy buenos en la ejecución de la guía de aprendizaje. La desviación fue de 0.8 y el coeficiente de variación del 22%, indicando resultados a nivel de nota muy homogéneos. Se considera entonces que la estrategia educativa fue exitosa respecto a resultados obtenidos.

### 3.1.3 Resultados del pos test

Al finalizar las actividades propuestas en la fase 3 de intervención, se propone el desarrollo de un post test que permita definir qué tanto aprendieron los estudiantes sobre las funciones polinomiales de primer, segundo y tercer orden. Para ello se evaluaron nuevamente los estudiantes con la misma prueba del test de saberes previos. El diseño del test se puede revisarse en el anexo A del proyecto de aula.

Los resultados obtenidos se comparan con los iniciales y se concluye con respecto al alcance o no de los logros propuestos. En la gráfica 3-8 se muestran las notas obtenidas por el grupo:

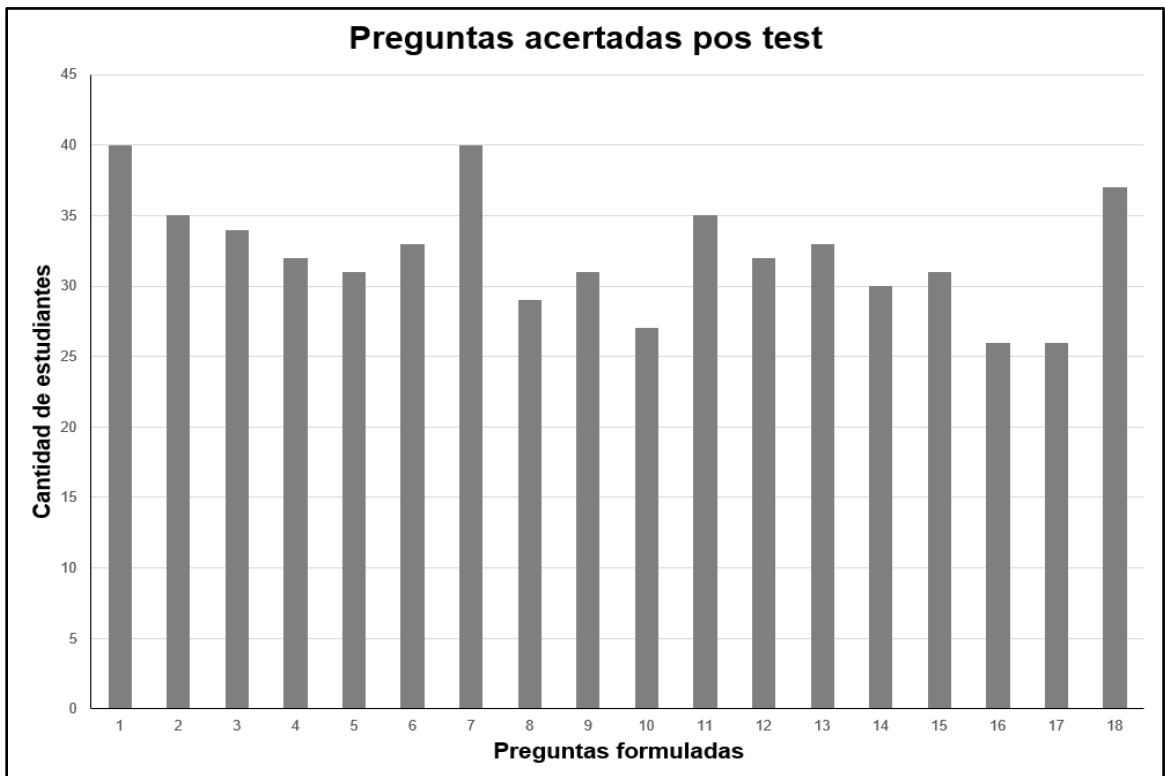
**Figura 3- 17. Resultados Pos test. Funciones Polinomiales.**

Fuente: elaboración propia, (2020).

Los resultados obtenidos por los estudiantes muestran un crecimiento progresivo en las notas obtenidas, lo cual es contrario a los resultados de test de saberes previos, y dan prueba de que la intervención realizada con los estudiantes aportó en su proceso de enseñanza-aprendizaje.

El valor de la media aritmética en estos resultados fue de 3.8, reflejando un alto resultado en la prueba por parte de los estudiantes. La desviación estándar fue de 0.92 y el coeficiente de variación del 24%. De estos resultados se infiere que sus notas fueron cercanas y no hubo muchos casos de estudiantes con altas notas y otra gran cantidad con bajas notas.

Con respecto a la cantidad de preguntas acertadas, la gráfica 3-9 muestra con claridad los resultados arrojados por el post test.

**Figura 3- 18. Resultados por pregunta acertada. Pos test.**

Fuente: elaboración propia, (2020).

Al revisar los resultados obtenidos en la figura 3-18 y compararlo con las categorías establecidas en la tabla 3-3, podemos concluir que la categoría que presentó mayores aciertos por número de preguntas fue la #1, lo cual indica que a los estudiantes les quedó mucho más claro el concepto de función polinomial.

La categoría que menores aciertos por número de preguntas fue la #5, y aunque aumentó la cantidad de estudiantes que acertaron en comparación con el pretest, aún presentan algunas falencias al momento de analizar las razones de cambio. En parte considero que no se debe tanto al conocimiento matemático del tema en particular, sino a la baja capacidad de interpretar y escribir conclusiones al respecto, ya que como en el test de saberes previos, algunos estudiantes escribían conclusiones sencillas y sin profundizar en el tema, lo cual llevaba a considerar que eran aportes poco importantes y de baja calidad.

Es importante considerar que los resultados del pos test fueron mucho más altos y mejorados que los que se tenía al inicio con el test de saberes previos.

## 3.2 Conclusiones y Recomendaciones

### 3.2.1 Conclusiones

El proyecto de trabajo de grado se realizó en plena etapa de pandemia por el COVID-19, lo cual trajo consigo inseguridades, miedos, problemas económicos, familiares y sociales que afectaron el rendimiento de los estudiantes.

El desarrollo virtual de la práctica dejó por fuera muchos de los estudiantes, quienes tuvieron que trabajar bajo otro tipo de modalidad buscando obtener el aprendizaje planificado en el plan de área de matemáticas de la institución. Es por ello que no pudo tenerse un grupo experimental y otro de control.

Durante el desarrollo de las clases sincrónicas y la ejecución de la prueba a través de Quizizz, algunos estudiantes manifestaban problemas de conexión que impedían en algunos casos el avance de las actividades.

Para poder desarrollar el trabajo de manera asertiva y llegar a la mayor cantidad de estudiantes, se mantuvo una promoción continua para el desarrollo de las actividades a través de WhatsApp. Las evidencias de esta red social no se publican por falta de permisos de estudiantes.

Con respecto al objetivo general, se pretendió *Diseñar un proyecto de aula virtual apoyado en el uso de la herramienta GeoGebra que promueva el análisis de fenómenos o situaciones problema a través de funciones polinomiales de primer, segundo y tercer orden, analizando sus expresiones algebraicas y gráficas*. Puede concluirse que después de conocer el test de saberes previos e intervenir el proceso a través de actividades virtuales, se pudo alcanzar el mismo.

En conclusión, partiendo de las evidencias arrojadas por el post test y comparándolas con los resultados del pretest, se puede afirmar que ahora los estudiantes en su mayoría

pueden analizar fenómenos o situaciones problema a través de funciones polinomiales de primer, segundo y tercer orden.

También puede considerarse que las herramientas como: YouTube, Quizizz, GeoGebra y Microsoft Word, contribuyeron en el proceso de formación, aportando a la didáctica del proyecto, al trabajo colaborativo y a la argumentación. Esto sin duda lleva a considerar que muchas herramientas tecnológicas aportan al proceso de aprendizaje, siempre que sean utilizadas adecuadamente.

Respecto a GeoGebra, podría considerarse que su entorno virtual fue eficiente y claro para los estudiantes y el desarrollo de diversas applets permitió la interacción con la plataforma promoviendo el aprendizaje constructivo de los conceptos relacionados con el análisis gráfico y su relación con las expresiones algebraicas.

Respecto a la pregunta formulada en el proyecto: *¿Cómo diseñar un proyecto de aula que promueva el aprendizaje de las funciones polinómicas de primero, segundo y tercer grado haciendo uso del software GeoGebra y vinculando situaciones cotidianas de los estudiantes de la Institución Educativa Asamblea Departamental a través de una modalidad virtual?* Podría concluirse que el desarrollo del proyecto respondió la pregunta.

Propongo esa respuesta ya que el diseño de las actividades, unidas al pre test y post test, mostraron resultados favorables que llegan a determinar que los estudiantes pueden aprender sobre las funciones polinomiales, además GeoGebra como herramienta digital permite el diseño de applets que vinculan situaciones del entorno, permitiendo relacionar las gráficas de las funciones polinomiales y los fenómenos del medio.

Así mismo, durante el proceso de modelación se pudo evidenciar que GeoGebra aporta enormemente en los procesos de ajuste y entrega de la expresión polinomial que modela el fenómeno. Muchos estudiantes se sintieron desorientados con este proceso, pero al encontrar la ecuación y analizarla mostraron simpatía por el uso de la herramienta.

Como parte de la experiencia es importante considerar que es difícil en los estudiantes dimensionar los cambios que puede presentarse a nivel gráfico cuando se modifican los coeficientes de un polinomio. El uso de GeoGebra y la herramienta “deslizadores” es

bastante útil para dimensionar el comportamiento que presenta una función polinomial al realizarse cambios en sus coeficientes. Este aspecto es bastante importante de entender cuando se pretende direccionar el trabajo al modelamiento de fenómenos del medio.

También es importante destacar la herramienta genially para el desarrollo del diario de campo. Gracias a la estética y los diversos complementos que la herramienta maneja, se pueden realizar diarios de campo didácticos, organizados y visualmente atractivos. A través del enlace se puede tener acceso al diario de campo como a una serie de herramientas extras usadas en el desarrollo del proyecto. (<https://view.genial.ly/5f863375f289310d2eb1657a/guide-diario-de-campo>).

Por último, es importante establecer que tan pertinente fue el diseño e implementación del proyecto de aula, con respecto al modelo. Podría considerarse que la virtualidad facilitó el trabajo constructivista ya que las clases virtuales apoyadas en herramientas digitales aportan conocimiento a los estudiantes, siendo el docente un guía en el proceso. Adicionalmente, la implementación de guías de aprendizaje orientadas con applets de GeoGebra contribuyen al desarrollo de aprendizaje significativo.

### **3.2.2 Recomendaciones**

En relación con las conclusiones de la investigación, y con el fin de mejorar el proceso formativo que permita promover el análisis de fenómenos o situaciones problema a través de funciones polinomiales de primero, segundo y tercer grado, se deben tener en cuenta las siguientes recomendaciones:

1. El desarrollo de un proyecto de aula virtual, requiere de una plataforma organizada que permita la comunicación activa y el uso de diversas herramientas virtuales. Lo más cómodo es seleccionar una que sea de fácil acceso y uso por parte de los estudiantes y docentes.
2. Es importante plantear objetivos iniciales cuando se pretende diseñar las actividades virtuales, ya que es importante que estas cumplan con los objetivos planteados desde el inicio, evitando el uso de herramientas tecnológicas sin sentido.

3. Finalmente, es importante tener claro que este proyecto de aula es solo una muestra de las posibilidades que se puede tener a la hora de desarrollar un proyecto educativo virtual que integre herramientas digitales. Internet tiene muchísimas herramientas y es responsabilidad del docente encontrar las más acertadas para el objetivo que se pretende.

## **Referencias.**

Aldana, C. (2012). Trabajo colaborativo en el área de matemáticas. Revista virtual de educación En Blanco & Negro. Vol.3 N°1. pp 26-35 [Documento PDF]. Obtenido de: <http://revistas.pucp.edu.pe/index.php/enblancoynegro/article/view/2889/2815>.

- Barrera, Barahona, Hidalgo & Vaca (2015). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. Revista tecnológica ESPOL, Vol. 28, N°5, pp. 121-132.
- Carreira, C. (2013). Principales dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas. Pautas para maestros de Educación Primaria. España: Universidad Internacional de La Rioja. [Documento PDF]. Obtenido de: [https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/1588/2013\\_02\\_04\\_TFM\\_ESTUDIO\\_DEL\\_TRABAJO.pdf?sequence=1](https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/1588/2013_02_04_TFM_ESTUDIO_DEL_TRABAJO.pdf?sequence=1).
- Córdoba, F. (2015). Las TIC en el aprendizaje de las matemáticas: ¿qué creen los estudiantes? Congreso Iberoamericano de ciencia, tecnología, innovación y educación.
- De Luca A (2011). Las 10 asignaturas más odiadas por los estudiantes. La Haya, Holanda. Mentes liberadas. Recuperado de: <https://www.mentesliberadas.com/2011/08/19/las-asignaturas-mas-odiadas-por-los-estudiantes-1era-parte/>
- Dikovic, L. (2009). Applications GeoGebra into Teaching Some Topics of Mathematics at the College Level. Revista ComSIS, Vol. 6, N°2. Pp, 192-203.
- Flórez, A. C & Yemail, M.C. (2017). Modelación y simulación con geogebra: una experiencia en el estudio de situaciones con medidas de área y volumen. Universidad Pontificia Bolivariana. Medellín, Colombia. [Documento PDF]. Obtenido de: <https://repository.upb.edu.co/bitstream/handle/20.500.11912/3450/MODELACION%20Y%20SIMULACION%20CON%20GEOGEBRA.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- García & De la cruz. (2014). Las guías didácticas: recursos necesarios para el aprendizaje autónomo. Revista virtual de Educación Edumecentro. Vol 6. N°3. [Documento PDF]. Obtenido de: [http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S2077-28742014000300012](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2077-28742014000300012).
- Garijo Alonso Lucia. (2014). Enseñanza de funciones y gráficas en 1º de Bachillerato basado en el uso de GeoGebra. Universidad Internacional de la Rioja, Barcelona,

España. [Documento PDF] obtenido de <https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/2432/garijo.alonso.pdf?sequence=1&isAllowed=y>.

Gauchún & Mora. (2019). El software Geogebra como recurso para la enseñanza de la función lineal: Una propuesta didáctica. *Revista Didáctica de las Matemáticas*. Vol. 101. pp. 103-112.

Guevara, C (2011). Propuesta didáctica para lograr aprendizaje significativo del concepto de función mediante la modelación y la simulación. Universidad Nacional de Colombia. Medellín, Colombia. [Documento PDF] obtenido de: <https://core.ac.uk/download/pdf/11056352.pdf>

Google 2020.

\_\_\_\_\_ Meet. Recuperado de: <https://meet.google.com/>

\_\_\_\_\_ Classroom. Recuperado de: <https://classroom.google.com/>

\_\_\_\_\_ Forms. Recuperado de: <https://docs.google.com/>

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación*. México DF. McGraw-Hill.

Iglesias, López & Fernández. (2017). La enseñanza de las matemáticas a través del aprendizaje cooperativo en 2º Curso de Educación Primaria. *Revista virtual de educación Contextos educativos*. pp. 47-64. [Documento PDF]. Obtenido de: <https://publicaciones.unirioja.es/ojs/index.php/contextos/article/view/2926/2846>.

Lim, C. P. (2007). Effective integration of ICT in Singapore schools: pedagogical and policy implications. *Educational Technology Research and Development*. Vol 55. pp. 83-116.

López, J (2013). Implementación de un curso profesionalizante para la enseñanza de funciones en bachillerato. Yucatán. México. [Documento PDF]. Obtenido de: [https://www.researchgate.net/publication/308516835\\_Implementacion\\_de\\_un\\_curso\\_profesionalizante\\_para\\_la\\_ensenanza\\_de\\_funciones\\_en\\_bachillerato](https://www.researchgate.net/publication/308516835_Implementacion_de_un_curso_profesionalizante_para_la_ensenanza_de_funciones_en_bachillerato).

- López, O. (2013). Transformaciones de funciones con GeoGebra y Moodle como mediadores didácticos. Universidad Nacional de Colombia. Medellín, Colombia. [Documento PDF] Obtenido de: <https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/21029/71694110.2014.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Marfull, M (2012). Estudio sobre la importancia de los conocimientos previos del alumnado en los procesos de enseñanza y aprendizaje. [Documento PDF]. Obtenido de: <https://core.ac.uk/download/pdf/143455134.pdf>
- Martínez, J (2013). Apropiación del concepto de función usando el software GeoGebra. Universidad Nacional de Colombia. Manizales, Colombia. [Documento PDF]. Obtenido de: <https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/11914/8411011.2013.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Medina, Zaldívar & Quiroz, (2017). La modelación matemática en los procesos de formación inicial y continua de docentes. IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH, vol. 8, N°. 15.
- Mejerek.D (2014). Application of GeoGebra for teaching mathematics. Revista Advances in Science and Technology. Vol 8. N°24. pp.51-54.
- Melo, S (2018). Ventajas y desventajas del uso de formularios de Google. Chile. Data Scope. Recuperado de: <https://mydatascope.com/blog/es/ventajas-y-desventajas-del-uso-de-formularios-de-google/#:~:text=Los%20formularios%20de%20Google%20son,una%20manera%20simple%20y%20eficiente.>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL – MEN.
- 
- \_\_\_\_\_ (1998). Serie lineamientos curriculares. Matemáticas. Santa Fe de Bogotá, D.C. [Documento PDF]. Obtenido de: [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)
- 
- \_\_\_\_\_ (2017). Informe por colegio 2017, resultados, pruebas saber 3°, 5°, 9° y 11° caja siempre día E.

- \_\_\_\_\_ (2017). Libro de matemáticas, Grado 11. Larousse.
- Moreira, M. A. (1993). A teoria da aprendizagem significativa. *Fascículos de CIEF Universidad de Rio Grande do Sul Sao Paulo*.
- Moreira & Delgadillo, (2014). La virtualidad en los procesos educativos: reflexiones teóricas sobre su implementación. *Revista tecnología en marcha*. Vol 28, N°1. Enero-Marzo 2015.
- Moreno y Waldegg, G. (s.f). Fundamentación cognitiva del currículo de matemáticas. Centro de investigación y estudios avanzados. México DC, México. [Documento PDF] Obtenido de: [http://cmap.upb.edu.co/rid=1ND6YTVF3-12QYTXB-LWK/aprendizaje\\_cognitivo.pdf](http://cmap.upb.edu.co/rid=1ND6YTVF3-12QYTXB-LWK/aprendizaje_cognitivo.pdf)
- Ortega, J (2020).
- \_\_\_\_\_ Simetría en funciones polinomiales. Medellín, Colombia. GeoGebra. Recuperado de: <https://www.geogebra.org/m/fqyb7erg>
- \_\_\_\_\_ Puntos críticos en funciones polinomiales. Medellín, Colombia. GeoGebra. Recuperado de: <https://www.geogebra.org/m/adsy3bjv>
- \_\_\_\_\_ Signos de una función polinomial. Medellín, Colombia. GeoGebra. Recuperado de: <https://www.geogebra.org/m/enpngann>
- \_\_\_\_\_ Modelando situaciones reales de funciones polinomiales. Medellín, Colombia. GeoGebra. Recuperado de: <https://www.geogebra.org/m/hggsadyt>
- \_\_\_\_\_ YouTube. Las aplicaciones de las funciones. Medellín, Colombia. Recuperado de: [https://www.youtube.com/watch?v=7vDuLnFdmms&t=8s&ab\\_channel=JohanOrtega](https://www.youtube.com/watch?v=7vDuLnFdmms&t=8s&ab_channel=JohanOrtega)
- \_\_\_\_\_ YouTube. Ajustes Polinomiales. Medellín, Colombia. Recuperado de: [https://www.youtube.com/watch?v=ceg7WTP4v6k&t=27s&ab\\_channel=JohanOrtega](https://www.youtube.com/watch?v=ceg7WTP4v6k&t=27s&ab_channel=JohanOrtega)

- 
- Genially. Diario de Campo. Medellín, Colombia.  
Recuperado de: <https://view.genial.ly/5f863375f289310d2eb1657a/guide-diario-de-campo>.
- Ortiz, D. (2015). El constructivismo como teoría y método de enseñanza. Universidad Pontificia Católica de Ecuador. Quito, Ecuador. [Documento PDF] Obtenido de: <https://www.redalyc.org/pdf/4418/441846096005.pdf>
- Palomino, W. (2020). *Web del maestro*. Obtenido de <https://webdelmaestrocmf.com/portal/la-teoria-del-aprendizaje-de-ausubel-y-el-aprendizaje-significativo/>
- Pino, L (2020). Impacto Económico y social de COVID-19 en Colombia para los no economistas. Bogotá, Colombia. Consultor Salud. Recuperado de: <https://consultorsalud.com/impacto-economico-y-social-de-covid19-en-colombia-para-no-economistas/>
- Portilla, J. (2014). Uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de funciones gráficas en 1º de Bachillerato de Ciencias y Tecnología. Sevilla. España. [Documento PDF]. Obtenido de: [https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/2990/Juan\\_portilla\\_Ciriquian.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/2990/Juan_portilla_Ciriquian.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Ramos, C (2015). Los paradigmas de la investigación científica. Revista avances en Psicología Latinoamérica, Vol.23. pp. 9.
- Restrepo, B. (2004). La investigación acción educativa y la construcción de saber pedagógico. Revista Educación y Educadores. N° 7 pp 45-55. Universidad de la Sabana. Cundinamarca, Colombia.
- Ruiz, J. (2008). Problemas actuales de la enseñanza aprendizaje de la matemática. Revista Iberoamericana de Educación #47. Pg 3-25. Editorial organización de estados iberoamericanos para la educación. [Documento PDF]. Obtenido de: <https://rieoei.org/historico/deloslectores/2359Socarras-Maq.pdf>
- Ruiz, J. (2018). Uso del software libre Geogebra para interpretar algunos modelos matemáticos de ciertos fenómenos cotidianos que facilite al estudiante la apropiación adecuada del concepto de función lineal y cuadrática y sus distintas

- representaciones. Universidad Nacional de Colombia. Manizales, Colombia. [Documento PDF] Obtenido de: <https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/64784/10293041.2018.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Rodríguez, M. (2020). El pensamiento lógico matemático desde la perspectiva de Piaget. La Web del maestro CMF. Obtenido de: <https://webdelmaestrocmf.com/portal/pensamiento-logico-matematico-desde-la-perspectiva-piaget/>
- Sagñay & Urquizo. (2018). La utilización de GeoGebra, como recurso didáctico en el aprendizaje de la función lineal, para el décimo grado de la unidad educativa IVA AMELIA GALLEGOS DÍAZ. Universidad Nacional de Chimborazo, Pg 1-59.
- Sarmiento, M (2011). La enseñanza de las matemáticas y las nuevas tecnologías de la información y comunicación. Una estrategia de formación permanente. Universidad Rovira i Virgili. Taragona, España. [Documento PDF] Obtenido de: <https://www.tdx.cat/handle/10803/8927#page=1>
- Sarmiento W & Luna K, (2017) Aplicación del software GeoGebra en prácticas matemáticas bajo una metodología constructivista. Artículo de investigación. Revista Killkana Vol. 1, Nº2. pp 45-50. Universidad católica de cuenca.
- Serrano & Pons. (2011). El Constructivismo hoy: enfoques constructivistas en educación. Revista Electrónica de Investigación Educativa. Vol.13, Nº 1. [Documento PDF] Obtenido de: <http://www.scielo.org.mx/pdf/redie/v13n1/v13n1a1.pdf>
- Tamayo, E. (2013). Implicaciones didácticas de Geogebra sobre el aprendizaje significativo de los tipos de funciones en estudiantes de secundaria. Colegio Colombo Francés. Medellín, Colombia. [Documento PDF]. Obtenido de: <http://www.udgvirtual.udg.mx/apertura/index.php/apertura/article/view/437/336>
- Tekam educación (2017). ¿Qué es la taxonomía de Bloom? Madrid, España. Tekman revolución y aprendizaje. Recuperado de: <https://www.tekmaneducation.com/blog/taxonomia-de-bloom/>
- Univesía (2016). Conoce cuales son las materias más difíciles para los estudiantes colombianos. Colombia. Univesia. Recuperado de:

<https://www.universia.net/co/actualidad/orientacion-academica/conoce-cuales-son-materias-mas-dificiles-estudiantes-colombianos-1137449.html>

Uruguay, U. d. (03 de 03 de 2016). *Curso de funciones universitarias*. Obtenido de <https://eva.udelar.edu.uy/mod/page/view.php?id=1024>.

Villa, J (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas. Un marco de referencia y ejemplo. *Tecno Lógicas*. pp. 63-85. [Documento PDF]. Obtenido de: [http://funes.uniandes.edu.co/959/1/MODELACION\\_COMO\\_PROCESO.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/959/1/MODELACION_COMO_PROCESO.pdf)

## Anexos

### **Anexo A: Diseño de test de saberes previos y post test.**

Objetivo: Determinar los saberes previos de los estudiantes de grado undécimo respecto al tema general de funciones polinomiales de primer, segundo y tercer orden.

Instrucciones: Esta prueba contiene preguntas de selección múltiple con única o varias respuestas como también preguntas argumentativas. Lea detenidamente y responda según sus conocimientos del tema.

Tiempo de la prueba: 1 hora.

Aspectos importantes de la prueba:

- Contiene 18 preguntas, por lo tanto, mida bien el tiempo de resolución de las preguntas.

- Si requiere de operaciones para solucionar las preguntas haga uso de lápiz y papel.
- Marque con una "x" la o las respuestas correctas según el caso.

Preguntas:

1. ¿Es lo mismo un polinomio a una función polinomial?

Sí  No

2. Justifique brevemente su respuesta a la pregunta anterior:

3. Seleccione las expresiones que corresponden a una función polinómica. (Puede seleccionar más de una opción).

a.  $5x^3 + 4x^2 - 3x + 8 = 0$

b.  $f(x) = 3x^4 - 8x^3 + 2x$

c.  $r(x) = -9x^2$

d.  $2x^2 + 8x = 9$

4. Son consideradas funciones polinomiales (Puede seleccionar varias opciones).

a. Función Afín

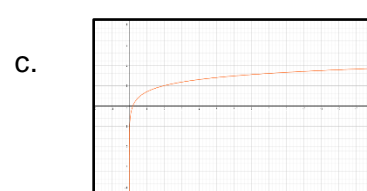
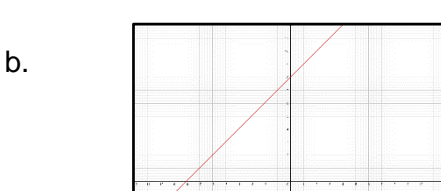
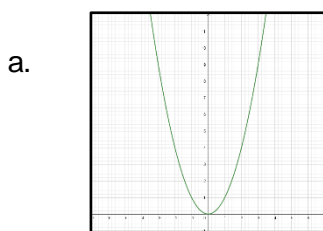
b. Función por tramos

c. Función cuadrática

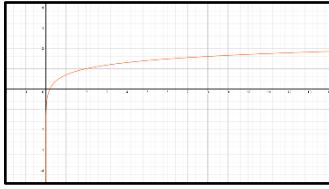
d. Función cúbica

e. Función Exponencial

5. Seleccione las gráficas que corresponden a funciones polinomiales (puede seleccionar más de una opción).

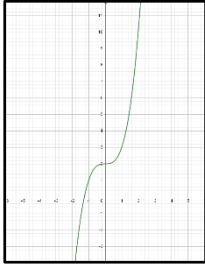


d.

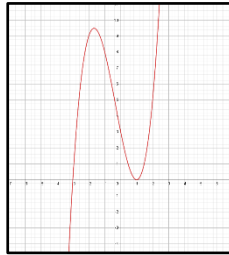


6. Seleccione las gráficas que corresponden a la función cúbica (puede seleccionar más de una opción)

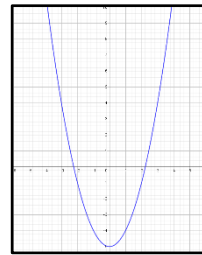
a.



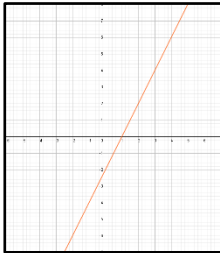
b.



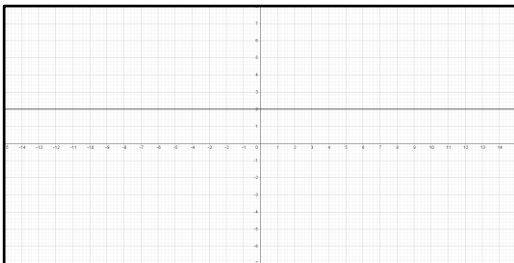
c.



d.



7. La gráfica corresponde a una función polinomial llamada:



a. Exponencial

b. Constante

c. Lineal

d. Cuadrática

8. La pendiente en la función lineal es:

$$f(x) = -5x + 2$$

- a. -5
- b. 2
- c. 5/2
- d. 2/5

9. Las raíces o puntos de corte con el eje "x" del polinomio son (puede seleccionar más de una opción):

$$f(x) = x^2 + 7x + 12$$

- a. -1
- b. -2
- c. -3
- d. -4

10. Las raíces del polinomio son (puede seleccionar más de una opción):

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$$

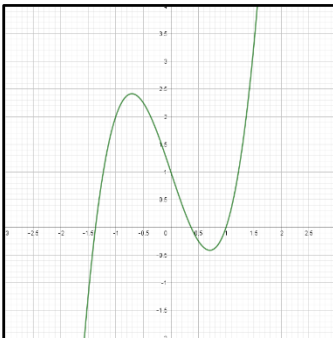
- a. -3
- b. -2
- c. -1
- d. 1
- e. 2

11. El valor de  $f(0)$

$$f(x) = 2x^3 - 3x + 1$$

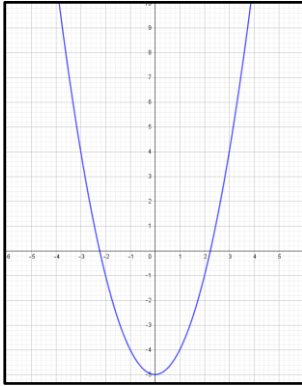
- a. 1
- b. 2
- c. 3
- d. 4

12. La expresión que se relaciona directamente con el gráfico será:



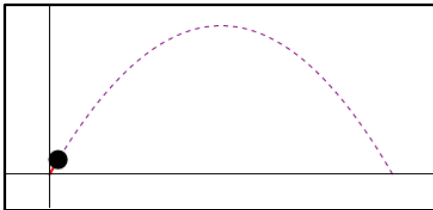
- a.  $f(x) = x^3 - 8x^2 + 3x - 1$
- b.  $f(x) = 2x^3 - 3x + 1$
- c.  $f(x) = x^2 - 5x + 8$
- d.  $f(x) = -5x + 2$

13. La expresión que se relaciona con el gráfico será:



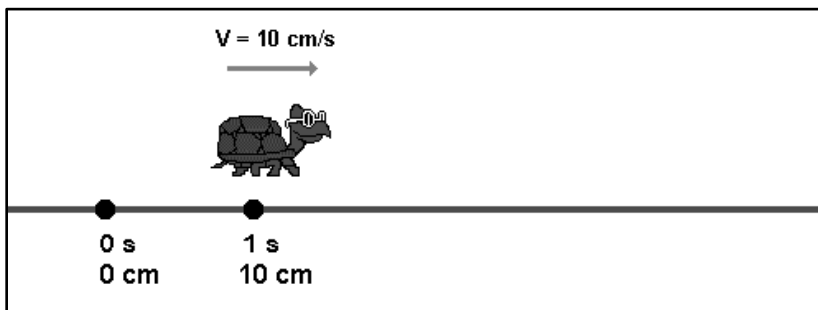
- a.  $f(x) = x^2 + 7x + 12$       b.  $f(x) = x^2 - 5$
- c.  $f(x) = x^3 - 8x^2 + 3x - 1$       d.  $f(x) = \log(5x + 3)$

14. La función que más se ajusta al movimiento de la imagen será:



- a. Función exponencial
- b. Función cuadrática
- c. Función Afín
- d. Función Lineal

15. La función que describe el movimiento de la tortuga será:



- a. Función Afín
- b. Función Lineal
- c. Función cúbica
- d. Función por tramos.

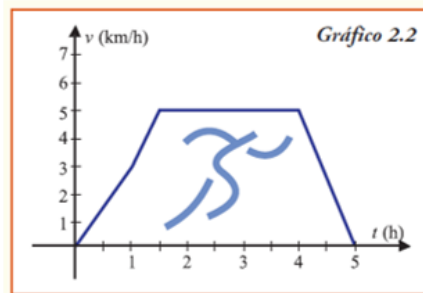
16. Revise el siguiente gráfico y responda: ¿Realmente el profesor cometió un error o fue el estudiante? argumente su respuesta



Respuesta:

escrito. Responda las preguntas según sus conocimientos sobre las mismas:

Un **maratón** es una prueba atlética de resistencia que consiste en correr a pie la distancia de 42,195 km. Un atleta que se está preparando para participar de una maratón ha registrado en su último entrenamiento las velocidades (en km/h) en cada una de las tres horas en que realizó su práctica. Los registros se pueden observar en el gráfico 2.2, donde en el eje horizontal se detallan los tiempos  $t$  y en el eje vertical la velocidad  $v$ .



De acuerdo al gráfico se puede conocer que el corredor va aumentando su velocidad durante la primera hora y media de entrenamiento y, luego, sigue corriendo a velocidad constante. Cuatro horas después de comenzar a correr empieza a disminuir su velocidad hasta finalizar dicho entrenamiento a la hora 5. A partir del gráfico 2.2, ¿es posible contestar las siguientes preguntas?

- 1) ¿Cuál es la velocidad del atleta después de correr una hora?
- 2) ¿Cuándo alcanza por primera vez la velocidad de 5 km/h?
- 3) ¿En qué intervalo de tiempo mantiene el corredor la velocidad de 5 km/h?

En este caso se observa que los valores de una variable varían al cambiar los valores de otra: **¿cómo depende una cantidad de otra?**

Respuesta:

Enlace: [https://www.youtube.com/watch?v=7vDuLnFdmms&ab\\_channel=JohanOrtega](https://www.youtube.com/watch?v=7vDuLnFdmms&ab_channel=JohanOrtega)

Según el vídeo responde: ¿Las funciones pueden tener algún tipo de aplicación en la vida cotidiana? si/no. Nombre algunas.

### Rubrica

Categorías	Valoración			
	Superior	Alto	Básico	Bajo
Conoce el concepto de función polinómica.	Conoce y expone el concepto de función polinómica.	Conoce claramente el concepto de función polinómica.	Conoce el concepto de función polinómica.	Se le dificulta identificar el concepto de función polinomial.
Clasifica las funciones polinomiales según su expresión algebraica y gráfica.	Clasifica con propiedad y criterio las funciones polinomiales según su expresión algebraica y gráfica	Clasifica adecuadamente las funciones polinomiales según su expresión algebraica y gráfica.	Clasifica las funciones polinomiales según su expresión algebraica y gráfica.	Se le dificulta clasificar adecuadamente las funciones polinomiales según su expresión algebraica y gráfica.
Identifica las características en las funciones polinomiales.	Identifica con propiedad y criterio las características en las funciones polinomiales.	Identifica claramente las características en las funciones polinomiales.	Identifica las características en las funciones polinomiales.	Se le dificulta identificar las características en las funciones polinomiales.
Analiza el comportamiento de las funciones polinomiales de primero, segundo y tercer orden.	Analiza con propiedad y criterio el comportamiento de las funciones polinomiales de primero, segundo y tercer orden.	Analiza claramente el comportamiento de las funciones polinomiales de primero, segundo y tercer orden.	Analiza el comportamiento de las funciones polinomiales de primero, segundo y tercer orden.	Se le dificulta analizar el comportamiento de las funciones polinomiales de primero, segundo y tercer orden.
Argumenta sobre las razones de cambio en funciones polinomiales e identifica sus aplicaciones en la cotidianidad.	Argumenta con propiedad y criterios acerca de las razones de cambio en funciones polinomiales e identifica sus aplicaciones en la cotidianidad.	Argumenta claramente sobre las razones de cambio en funciones polinomiales e identifica sus aplicaciones en la cotidianidad	Argumenta sobre las razones de cambio en funciones polinomiales e identifica sus aplicaciones en la cotidianidad.	Se le dificulta argumentar sobre las razones de cambio en funciones polinomiales e identifica sus aplicaciones en la cotidianidad.

## Anexo B: Examen online Quizizz

Puede encontrar la propuesta online a través del enlace:

<https://quizizz.com/join/quiz/5f8e6fcb08170e001c526d67/start>

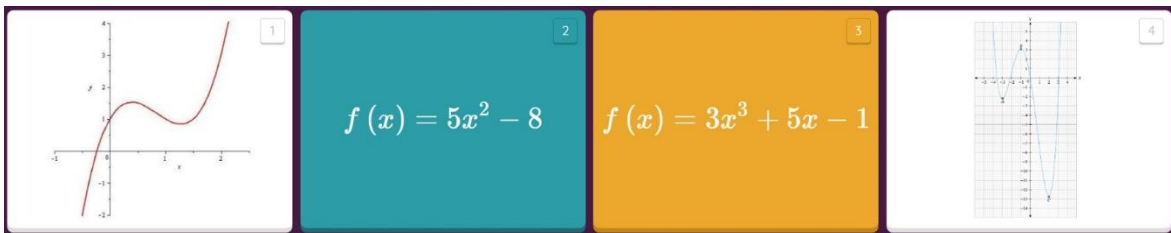
La propuesta evaluativa se organizó de la siguiente manera:

Objetivo: Conocer los aprendizajes adquiridos por los estudiantes respecto a los conceptos generales de las funciones polinomiales y su clasificación algebraica-gráfica.

Instrucciones: La siguiente prueba consta de 10 preguntas de selección múltiple con única o múltiples respuestas.

Preguntas:

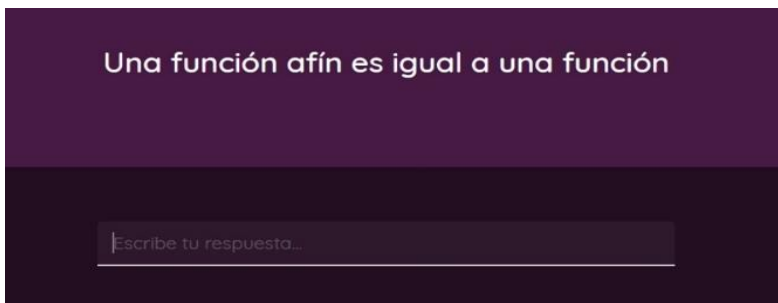
1. Son consideradas funciones cúbicas:



The screenshot shows a Quizizz question interface with four options in a row, each in a colored box with a small number in the top right corner:

- Option 1: A graph of a cubic function on a coordinate plane.
- Option 2: The equation  $f(x) = 5x^2 - 8$ .
- Option 3: The equation  $f(x) = 3x^3 + 5x - 1$ .
- Option 4: A graph of a cubic function on a coordinate plane.

2. Una función Afín es igual a una función:



The screenshot shows a Quizizz question interface with a dark purple background. The text reads: "Una función afín es igual a una función". Below the text is a text input field with the placeholder "Escribe tu respuesta..." and a small cursor icon.

3. Responda (si/no). Existen funciones polinomiales mayores a las de tercer grado:

Responda (si/no). Existen funciones polinomiales mayores a las de tercer grado:

Escribe tu respuesta...

4. La pendiente de la expresión  $f(x)=-5x+8$  será:

-5	x	8	No tiene pendiente
----	---	---	--------------------

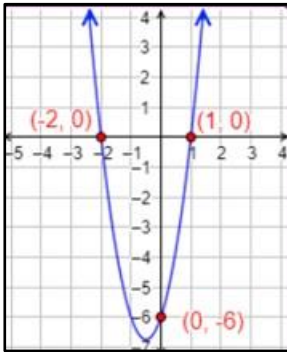
5. Son consideradas funciones polinomiales:

Cuadrática <input checked="" type="checkbox"/>	Afin <input checked="" type="checkbox"/>	a tramos <input type="checkbox"/>	Continua <input checked="" type="checkbox"/>
--	--	-----------------------------------	--

6. Una función polinomial se caracteriza porque:

Los exponentes deben ser positivos o cero	Los coeficientes deben ser negativos	Los coeficientes deben que ser positivos o cero	Los exponentes deben ser negativos
---	--------------------------------------	---	------------------------------------

7. La gráfica corresponde a una función:



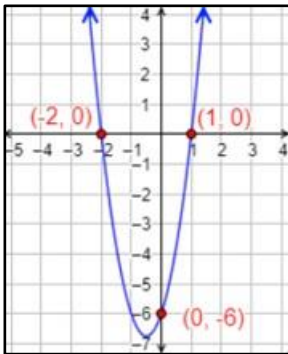
Constante

Cuadrática

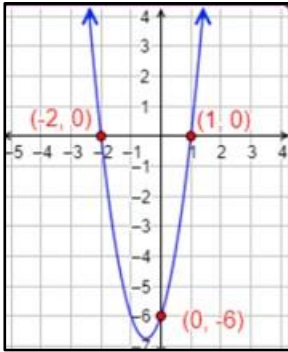
Lineal

Afin

8. Los puntos críticos de la función polinomial son:

 $x = 1$  y  $x = 0$  $x = 0$  y  $x = -6$  $x = -2$  y  $x = 1$  $x = -2$  y  $x = 0$ 

9. El polinomio que se ajusta al gráfico será:



$$f(x) = x^2 + x - 2$$

$$f(x) = -5x + 2$$

$$f(x) = x^2 - x - 2$$

$$f(x) = x^3$$

10. Una función cúbica puede tener como máximo:

Un punto crítico

Tres puntos críticos

Dos puntos críticos

Cuatro puntos críticos

### Rubrica

Categorías	Valoración			
	Superior	Alto	Básico	Bajo
Conoce el concepto de función polinómica.	Conoce y expone el concepto de función polinómica.	Conoce claramente el concepto de función polinómica.	Conoce el concepto de función polinómica.	Se le dificulta identificar el concepto de función polinomial.
Clasifica las funciones polinomiales según su expresión algebraica y gráfica.	Clasifica con criterio las funciones polinomiales según su expresión algebraica y gráfica	Clasifica adecuadamente las funciones polinomiales según su expresión algebraica y gráfica.	Clasifica las funciones polinomiales según su expresión algebraica y gráfica.	Se le dificulta clasificar adecuadamente las funciones polinomiales según su expresión algebraica y gráfica.

Identifica las características en las funciones polinomiales.	Identifica con propiedad y criterio las características en las funciones polinomiales.	Identifica claramente las características en las funciones polinomiales.	Identifica las características en las funciones polinomiales.	Se le dificulta identificar las características en las funciones polinomiales.
---	--	--	---	--

## Anexo C: Proyecto de Aula “Características de las funciones polinomiales”

Objetivo: Relaciona características algebraicas de las funciones, sus gráficos y procesos de aproximación sucesivas.

Nota: La actividad propuesta debe desarrollarse de manera colaborativa, buscando un aprendizaje a partir de la comunicación asertiva con sus compañeros. adicionalmente debe trabajar con Applet de geogebra.

NOMBRES:

GRUPOS:

### SIMETRÍAS

1. Revise la Applet relacionada con la simetría de funciones polinomiales y desarrolle lo siguiente:
  - a. Complete la siguiente tabla con base en la parte de paridad de funciones de la Applet de geogebra:

Tipo de función	Forma canónica	Tipo de simetría (eje “y”, origen o asimétrica)	Función par/impar/no aplica
<b>Constante</b>			
<b>Lineal</b>			
<b>Cuadrática</b>			
<b>Cúbica</b>			

- b. ¿Qué puede concluir respecto a las simetrías de las funciones polinomiales y de la relación con la función par e impar?

c. Escriba en la Applet de geogebra (parte: operaciones con funciones) cada uno de los requerimientos de la tabla. Considere que usted es libre de escribir la función polinomial que desee.

Función polinomial par	Función polinomial impar	Operación	Función polinomial resultante	¿Es simétrica? (Si/No)
		+		
		-		
		*		
		÷		

d. Qué puede concluir respecto a la tabla anterior:

### **PUNTOS DE CORTE**

1. Revise la Applet relacionada con los puntos de corte en las funciones polinomiales y desarrolle lo siguiente:
  - a. Marque con una "x" según el caso o complete los espacios en blanco, según los datos arrojados por la Applet:

	Marque con una "x" la función según el gráfico				Complete cada celda según datos arrojados por la Applet	
	Constante	Lineal	Cuadrático	Cúbico	Función hallada	Puntos críticos
<b>Gráfico #1</b>						
<b>Gráfico #2</b>						
<b>Gráfico #3</b>						
<b>Gráfico #4</b>						

b. ¿Qué conclusiones puedes obtener acerca de los puntos críticos encontrados?

c. ¿Geogebra podría ser una buena herramienta para determinar los puntos críticos? SI/No. ¿Por qué?

**SIGNOS DE LA FUNCIÓN POLINOMIAL:**

1. Revise la Applet relacionada con el signo de las funciones polinomiales. Posteriormente complete la tabla.
  - a. Describe según el gráfico obtenido en cada caso el comportamiento de la función:

<b>Función a evaluar</b>	<b>Descripción por medio de rangos</b>
$f(x) = 2(-x + 3)^3 - 2$	
$f(x) = x^2 + 2x - 3$	
$f(x) = x$	
$f(x) = -1$	

- b. ¿El comportamiento de las funciones de grado  $n = 4, 5, 6 \dots$  etc es similar? Analiza y argumenta tu respuesta.

**Rubrica**

<b>Categorías</b>	<b>Valoración</b>			
	<b>Superior</b>	<b>Alto</b>	<b>Básico</b>	<b>Bajo</b>
Identifica las características en las funciones polinomiales.	Identifica con propiedad y criterio las características en las funciones polinomiales.	Identifica claramente las características en las funciones polinomiales.	Identifica las características en las funciones polinomiales.	Se le dificulta identificar las características en las funciones polinomiales.
Identifica la simetría de una función polinomial y la relaciona con su paridad	Identifica con propiedad y criterio la simetría de una función polinomial y la relaciona con su paridad	Identifica claramente la simetría de una función polinomial y la relaciona con su paridad	Identifica la simetría de una función polinomial y la relaciona con su paridad	Presenta dificultad para identificar la simetría de una función polinomial y la relaciona con su paridad

Identifica la simetría de una función polinomial resultante al relacionarla dos de ellas por medio de operaciones básicas.	Identifica con propiedad y criterio la simetría de una función polinomial resultante al relacionarla dos de ellas por medio de operaciones básicas.	Identifica claramente la simetría de una función polinomial resultante al relacionarla dos de ellas por medio de operaciones básicas.	Identifica la simetría de una función polinomial resultante al relacionarla dos de ellas por medio de operaciones básicas.	Se le dificulta Identificar la simetría de una función polinomial resultante al relacionarla dos de ellas por medio de operaciones básicas.
Reconoce los puntos críticos de una función polinomial y los ubica gráficamente	Reconoce con propiedad y criterio los puntos críticos de una función polinomial y los ubica gráficamente	Reconoce claramente los puntos críticos de una función polinomial y los ubica gráficamente	Reconoce los puntos críticos de una función polinomial y los ubica gráficamente	Se le dificulta reconocer los puntos críticos de una función polinomial y los ubica gráficamente
Describe el comportamiento creciente y decreciente en las funciones polinomiales.	Describe con propiedad y criterio el comportamiento creciente y decreciente en las funciones polinomiales.	Describe claramente el comportamiento creciente y decreciente en las funciones polinomiales.	Describe el comportamiento creciente y decreciente en las funciones polinomiales.	Se le dificulta describir el comportamiento creciente y decreciente en las funciones polinomiales.
Demuestra capacidad de interactuar con Applet de GeoGebra	Demuestra con propiedad y criterio alta capacidad de interactuar con Applet de GeoGebra	Demuestra mucha capacidad de interactuar con Applet de GeoGebra	Demuestra capacidad de interactuar con Applet de GeoGebra	Se le dificulta interactuar con Applet de GeoGebra

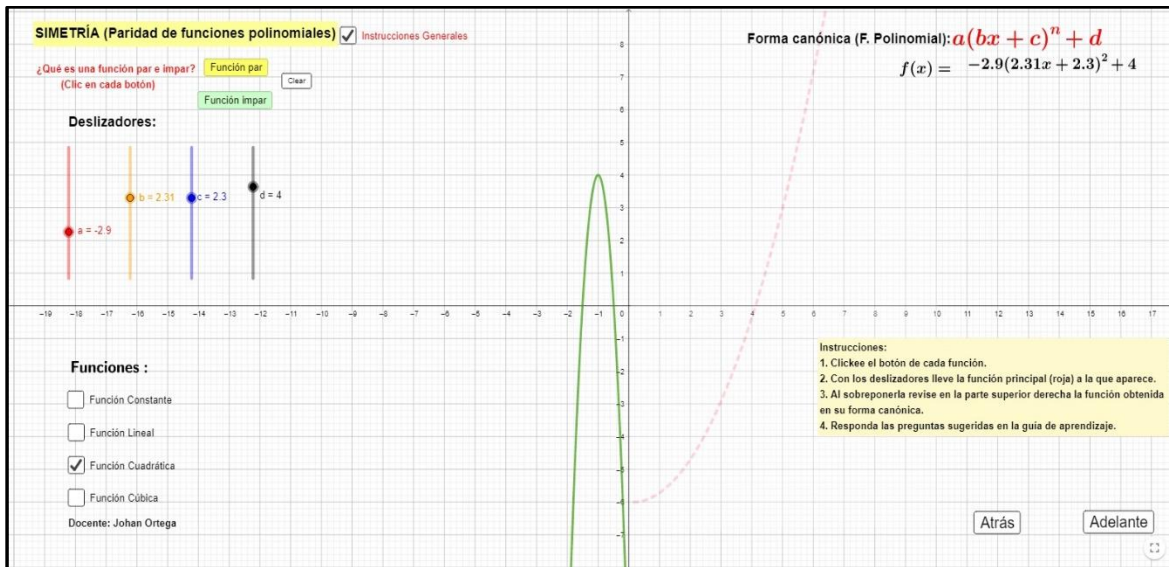
## Anexo D: Applets GeoGebra “Características de las funciones polinomiales”

### 1. Simetría en funciones polinomiales hasta tercer orden:

Objetivo: Identificar la simetría de una función polinomial y relacionarla con su paridad.

Funcionalidad: A través del movimiento de los deslizadores se pretende sobreponer una gráfica que puede controlarse con los deslizadores a otra estática. Finalmente se revisa su forma canónica y se analiza su simetría tanto gráfica como algebraicamente.

Los deslizadores cumplen una función esencial en el proceso, ya que a través de ellos se puede analizar la manera en que la función se mueve según el cambio en cada coeficiente de la misma.

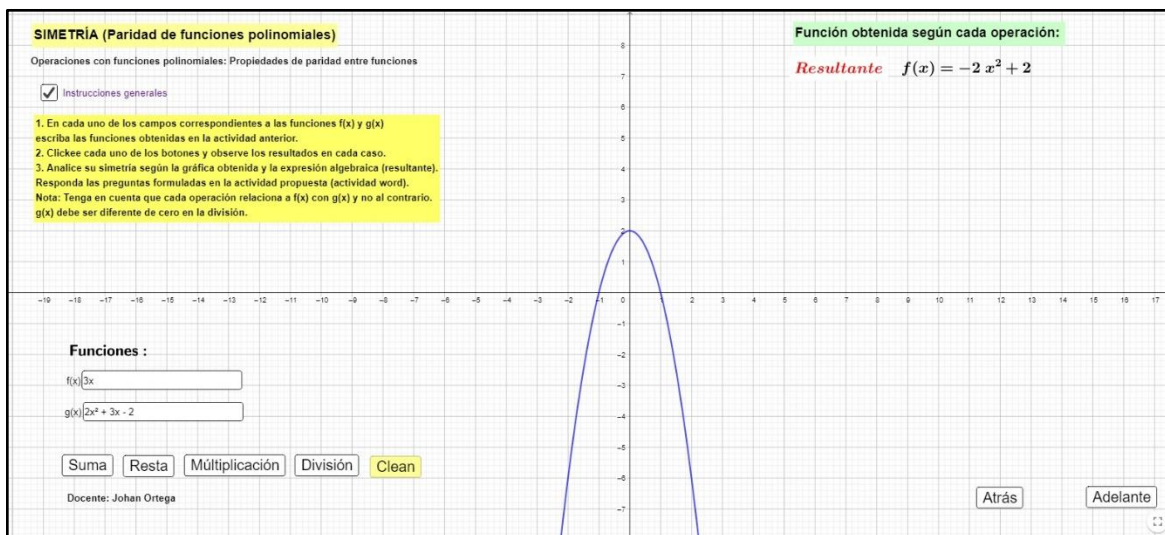


Fuente: <https://www.geogebra.org/m/fqyb7erg>

## 2. Simetría en funciones polinomiales hasta tercer orden. (Operaciones entre funciones)

**Objetivo:** Identificar la simetría de una función polinomial resultante al relacionarla dos de ellas por medio de operaciones básicas.

**Funcionalidad:** A través de los campos en blanco, correspondiente a las funciones, se escriben funciones polinomiales. Posteriormente se da clic en el botón de la operación que quiera que se realice. Finalmente GeoGebra le muestra la función resultante y su gráfica. De esa manera se podrá relacionar la paridad de dos funciones con su resultante.

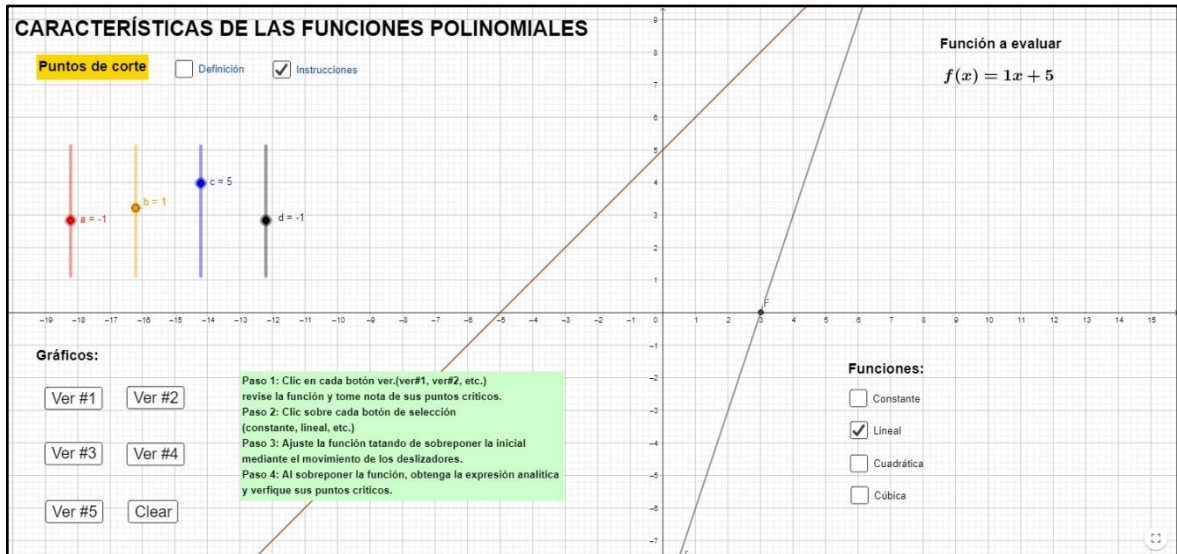


Fuente: <https://www.geogebra.org/m/fqyb7erg>

### 3. Puntos críticos de funciones polinomiales

Objetivo: Reconocer los puntos críticos de una función polinomial y los ubica gráficamente

Funcionalidad: Dando clic en los botones de la izquierda e identificando el tipo de función, se clikea en el botón de la derecha, posteriormente a través de los deslizadores se se sobreponen las gráficas. En este caso se revisa la expresión algebraica y se deducen sus puntos críticos para luego ser comparados con los obtenidos gráficamente.



Fuente: <https://www.geogebra.org/m/adsy3bjv>

### 4. Signos de una función polinomial

Objetivo: Describir el comportamiento creciente y decreciente en las funciones polinomiales.

**CARACTERÍSTICAS DE LAS FUNCIONES POLINOMIALES**

Signos de una función polinomial Instrucciones: Siga los pasos

1. Clic sobre cada botón para observar los signos de la función

Funciones de ejemplo:

función1  función2  función3  Clear

Expresión algebraica  $f(x) = a(bx + c)^n + d$

Expresiones  $f(x) = ?$

2. Por medio de los deslizadores trata de obtener las funciones requeridas des abajo (a,b,c,d). Para ello debes activar el botón "expresiones" y guiar de la expresión algebraica con el fin de obtener la función requerida. (responde las preguntas de la actividad propuesta).

a.  $f(x) = 2(-x + 3)^3 - 2$   
 b.  $f(x) = x^2 + 2x - 3$   
 c.  $f(x) = x$   
 d.  $f(x) = -1$

3. Sube el deslizador "n" gradualmente hasta llegar al máximo valor que se pueda. ¿Piensas que las funciones de grado "4", "5" y más presentan un comportamiento gráfico similar? Responde en la actividad propuesta.

Docente: Johan C

Fuente: <https://www.geogebra.org/m/enpngann>

Funcionalidad: En esta Applet se recomienda seguir el paso a paso indicado, comenzando por la ejemplificación de los signos de funciones como se muestra en el paso 1, posteriormente se sugiere construir a través de los deslizadores las funciones del paso 2 y describir su comportamiento de crecimiento y decrecimiento. Finalmente se formula una pregunta extra en el paso 3.

## Anexo E: Cuestionario y Applet de Modelamiento de situaciones reales de funciones polinomiales”

Función	Actividades Propuestas	Posibles respuestas
Constante	1. Akiko desea ganar el primer puesto de tiro al blanco, para ello debe acertar en el último tiro. Ayúdala verificando que se encuentra en la posición exacta para llevar su flecha al blanco. Posteriormente responde la pregunta formulada seleccionando entre las posibles respuestas.	a. Lineal b. Constante c. Cuadrática d. Cúbica
	El desplazamiento realizado por la fecha desde el punto de salida (Akiko) hasta el punto de llegada (Blanco) considerando que cada unidad de “x” corresponde a 1 metro es de:	a. 4m b. 8m c. 16m

	Considerando que el tiempo en que demoró la flecha en llegar al blanco fue de dos segundos. ¿cuál será la velocidad de la flecha? (considere que es un MRU)	a. 2m/s b. 8m/s c. 16m/s
	Ubique la función que represente una velocidad de 4m/s en el gráfico mostrado (velocidad vs tiempo). En este caso haga uso del deslizador. El dominio de la función que representa el tiro al blanco realizado por Akiko considerando una velocidad de 4m/s será:	a. $(-\infty, 0)$ b. $(0, 4]$ c. $[4, \infty)$
Lineal	Ximena desea golpear la piñata con su cauchera. Determine por medio de los deslizadores la función más adecuada para lograr su propósito. La pendiente de la recta es:	a. $\frac{1}{2}$ b. 1 c. 6
	Al revisar el gráfico responda: La cantidad de personas que compran sustancias psicoactivas es de:	a. 1 b. 5 c. 10
	La cantidad de sustancia psicoactiva vendida fue:	a. 5 b. 10 c. 24
	La mayor cantidad de sustancia psicoactiva comparada por alguno de los clientes fue:	a. 1 b. 5 c. 10
	Al revisar el gráfico responda: La pendiente de la recta es:	a. Creciente b. Decreciente
	¿El comprador de sustancias psicoactivas puede comprar después de pasada una semana?	a. Si b. No
	El dominio del gráfico será:	a. $(-\infty, \infty)$ b. $[0, 7]$ c. $[0, 6]$
Cuadrática	Si la función que modela el trayecto del balón de baloncesto durante su lanzamiento es representada por: $f(x) = 1.5t^2 + 0t + 0$ Donde t= tiempo en decise segundos El tiempo recorrido para anotar la cesta desde el lanzamiento es:	a. 0.6 s b. 0.7 s c. 1 s
	Dos hermanos salen de la casa al mismo tiempo con dirección al colegio, las rutas que realizan cada uno se describen en la imagen. (Roja y verde). El hermano del camino rojo llega a la institución en 5 minutos, mientras que el hermano del camino verde llega a la institución en 10 minutos. Organice las gráficas en cada caso y responda la pregunta:	a. $(2.5, 1.5)$ b. $(0, 2.5)$

	¿En qué coordenadas ambos hermanos han recorrido la misma distancia en el mismo tiempo?	
	¿Cuál hermano va más rápido que el otro?	a. Ruta Roja b. Ruta Verde
Cúbica	Una llave de agua abierta en la institución arroja este preciado líquido según la función: $f(x) = x^3$ Si han pasado 5 minutos y en lugar de una llave se tienen dos abiertas, la cantidad de agua perdida ha sido de:	a. 8m <sup>3</sup> b. 27m <sup>3</sup> c. 54m <sup>3</sup>

Applet: Modelando situaciones reales de funciones polinomiales

**Fenómenos físicos y su  
relación con las funciones  
polinomiales**

Comenzar

Fuente: <https://www.geogebra.org/m/hggsadyt>

La Applet muestra diversas situaciones del medio que pueden ser representadas a través de las funciones polinomiales. En ella se construyó además un cuestionario con preguntas de selección múltiple y al final de la Applet pueden obtener la nota.

**Rubrica**

<b>Categorías</b>	<b>Valoración</b>			
	<b>Superior</b>	<b>Alto</b>	<b>Básico</b>	<b>Bajo</b>
Demuestra capacidad de interactuar con Applet de GeoGebra	Demuestra con propiedad y criterio alta capacidad de interactuar con Applet de GeoGebra	Demuestra mucha capacidad de interactuar con Applet de GeoGebra	Demuestra capacidad de interactuar con Applet de GeoGebra	Se le dificulta interactuar con Applet de GeoGebra
Analiza el comportamiento en las funciones polinomiales a través de fenómenos físicos del medio.	Analiza con propiedad y criterio el comportamiento en las funciones polinomiales a través de fenómenos físicos del medio.	Analiza claramente el comportamiento en las funciones polinomiales a través de fenómenos físicos del medio.	Analiza el comportamiento en las funciones polinomiales a través de fenómenos físicos del medio.	Se le dificulta analizar el comportamiento en las funciones polinomiales a través de fenómenos físicos del medio.
Distingue la modelación como una representación matemática del comportamiento de un fenómeno del medio.	Distingue con propiedad y criterio a la modelación como una representación matemática del comportamiento de un fenómeno del medio.	Distingue claramente la modelación como una representación matemática del comportamiento de un fenómeno del medio.	Distingue la modelación como una representación matemática del comportamiento de un fenómeno del medio.	Se le dificulta distinguir la modelación como una representación matemática del comportamiento de un fenómeno del medio.

## **Anexo F. Guía de aprendizaje sobre la Applet: Modelando situaciones reales de funciones polinomiales”**

Objetivo: Analizar el comportamiento en las funciones polinomiales a través de fenómenos físicos del medio.

### **TRABAJO COLABORATIVO**

NOMBRES DE LOS INTEGRANTES	GRUPO

Responda las siguientes preguntas relacionadas con la actividad propuesta en la clase sobre fenómenos físicos analizados con funciones polinomiales. Para ello se deja link de revisión de la Applet: <https://www.geogebra.org/m/hggsadyt>

### 1. ACTIVIDAD FUNCIÓN CONSTANTE:

Responde:

- La función que describe el comportamiento de la flecha desde el punto de partida hasta el blanco será:
- La función polinomial que presenta simetría tanto en el origen como en el eje "y" es:
- ¿Existen otros fenómenos que se puedan describir con una función constante? ¿Cuales? Nombra al menos 1.

### 2. ACTIVIDAD FUNCIÓN LINEAL:

Responde:

- Describa brevemente como actúan los deslizadores en la función lineal (a y b)
- ¿Las sustancias psicoactivas son realmente una buena alternativa para tu economía?
- Además de los problemas económicos acarreados por el consumo de sustancias psicoactivas, ¿A qué otro tipo de problemas puede llevar el consumo de este tipo de sustancias?

### ACTIVIDAD FUNCIÓN CUADRÁTICA:

Responde:

- Marca en el mapa aquellos lugares de recorrido de ambos hermanos donde sabes que se presentan generalmente robos, pega el esquema en este documento o haz uno a mano alzada.
- ¿Qué recomendarías a aquellas personas que deban cruzar por alguno de esos sitios al ir a la Institución Educativa?
- ¿Cuáles son los protocolos (generales) para establecer una demanda por robo?

**ACTIVIDAD FUNCIÓN CÚBICA:**

Responde:

- Describe brevemente como actúan los deslizadores en la función cúbica (a, b, c y d)
- Práctica en casa:  
Toma una foto de algún lugar de tu casa o alrededor.  
Edita la foto, construyendo un cubo de aproximadamente 1m x1m x 1m. (largo, ancho y espesor)  
Ahora imagina que cuando abres una llave de agua y la dejas mucho tiempo sin cerrar, seguramente llenará mucho más que un cubo como el construido.  
Anexa la foto y responde:  
¿Crees que es buena idea dejar las llaves de agua abiertas en la institución Educativa?
- ¿Cuánto dinero puede estar ahorrando tu familia por cada metro cubico de agua ahorrada? Haz uso de una cuenta de servicios para verificar el precio.

**Rubrica**

Categorías	Valoración			
	Superior	Alto	Básico	Bajo
Demuestra capacidad de interactuar con Applet de GeoGebra	Demuestra con propiedad y criterio alta capacidad de interactuar con Applet de GeoGebra	Demuestra mucha capacidad de interactuar con Applet de GeoGebra	Demuestra capacidad de interactuar con Applet de GeoGebra	Se le dificulta interactuar con Applet de GeoGebra
Analiza el comportamiento en las funciones polinomiales a través de fenómenos físicos del medio.	Analiza con propiedad y criterio el comportamiento en las funciones polinomiales a través de fenómenos físicos del medio.	Analiza claramente el comportamiento en las funciones polinomiales a través de fenómenos físicos del medio.	Analiza el comportamiento en las funciones polinomiales a través de fenómenos físicos del medio.	Se le dificulta analizar el comportamiento en las funciones polinomiales a través de fenómenos físicos del medio.
Argumenta el comportamiento de situaciones del medio modeladas a través de funciones polinomiales.	Argumenta con propiedad y criterio el comportamiento de situaciones del medio modeladas a través de	Argumenta claramente el comportamiento de situaciones del medio modeladas a través de funciones polinomiales.	Argumenta el comportamiento de situaciones del medio modeladas a través de funciones polinomiales.	Se le dificulta argumentar sobre el comportamiento de situaciones del medio modeladas a través de

	funciones polinomiales.			funciones polinomiales.
Aporta al desempeño y aprendizaje de sus compañeros de trabajo.	Aporta con propiedad y criterio al desempeño y aprendizaje de sus compañeros de trabajo.	Aporta con propiedad al desempeño y aprendizaje de sus compañeros de trabajo.	Aporta al desempeño y aprendizaje de sus compañeros de trabajo.	Se le dificulta aportar al desempeño y aprendizaje de sus compañeros de trabajo.

## Anexo G. Guía de aprendizaje. Modelamiento a través del ajuste polinomial.

Objetivo de la guía: Analizar la utilidad de la herramienta Geogebra para el ajuste de funciones y el análisis de situaciones de la vida cotidiana.

Pregunta Problematicadora: ¿Cómo puede ayudar las funciones polinomiales en la economía del hogar y el cuidado del medio ambiente?

Duración: 2 horas  
¡Éxitos!



**Nombres Estudiantes:** \_\_\_\_\_

### **PARTE INICIAL (INTRODUCCIÓN):**

1. **Revisión:** Las cuentas de servicios. (Por medio de un ejemplo del docente)
2. **Explicación general:** Geogebra como herramienta para el gráfico de funciones. Desarrollo de un ajuste polinomial que permita el trabajo propuesto en la guía.
3. **Guía de trabajo:** se realizará una revisión del “análisis de funciones con geogebra”, revisando cada concepto. Finalmente se asegura que todos tengan clara la propuesta de trabajo.

### **DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD**

1. **Tabulación de Datos:** Realice una tabla en Geogebra donde tabule de manera organizada los datos registrados en el histograma de la cuenta de servicios de EPM con relación al servicio de acueducto (uno de los integrantes del equipo) y energía (otro de los integrantes del equipo).  
Nombre estudiante Acueducto:  
Nombre estudiante Energía:


- 2. Gráficos y ajustes:** Por medio de Geogebra realice un ajuste polinomial a los datos registrados en la tabla. Luego registre sus resultados como se indica:
- La función polinomial que se ajusta a los datos en cada caso fueron:  
Acueducto:  
Energía:
  - Los gráficos obtenidos fueron para el ajuste de cada caso fueron:

Análisis: Llene la tabla, según las consideraciones expuestas (solo un integrante del equipo):

CARACTERÍSTICA	DESCRIPCIÓN	ANÁLISIS
Variable dependiente:		
Variable independiente:		
Dominio:		
Rango:		
Puntos críticos:		
Puntos máximos y mínimos:		
Crecimiento y decrecimiento:		
Simetrías:		
Signos de la función:		

- 3. Analice con base en el gráfico construido aspectos relacionados con el consumo de servicios públicos:**

**ACTIVIDAD EXTRACLASE:**

4. **Exponga:** Difunda esta información con sus padres y familiares, indicando las conclusiones a las que se llegó después del desarrollo de la clase y Responda:

5.1 ¿Cuáles podrían ser las causas de los incrementos y/o decrementos en la cuenta de servicios y de qué manera podrían contribuir los integrantes de la familia a que estos valores disminuyan sin afectar la calidad de vida del hogar?

5.2 ¿Qué sugerencias podrían tener respecto al cuidado de los recursos naturales específicamente en el hogar?

**EVALUACIÓN DE CLASE:**

Recuerde que esta se basa en el criterio personal y conlleva a considerar aspectos relacionados con el trabajo individual, en equipo y el aporte que le da al mismo. En este caso califique: insuficiente, aceptable, alto o superior según el caso, siendo insuficiente la nota más baja y superior la más alta.

NOMBRES				
	S	A	Bs	Bj
Tengo claros los conceptos generales para el buen desarrollo de la clase.				
Desarrollo la actividad de manera adecuada aportando en todos los aspectos requeridos.				
Mi trabajo en equipo es claro, definimos roles en el equipo y cumplo con mis obligaciones.				
Participó activamente en clase, preguntando ó ayudando en el proceso de aprendizaje.				
Ingrese a la clase sincrónica con Ideas previas.				

**COEVALUACIÓN:** Por medio de una revisión previa del trabajo de cada integrante, el grupo tomará decisiones respecto al aporte de cada miembro al equipo. Para ello debe

llenar el siguiente formato relacionado con la Coevaluación. (Recuerde que esta permite tener idea de aspecto por mejorar, no es para considerarlo un aspecto negativo).

**Nota: Se presenta un video de explicación del ajuste polinomial.**

**Vídeo propuesto para la práctica:**

[https://www.youtube.com/watch?v=ceg7WTP4v6k&t=23s&ab\\_channel=JohanOrtega](https://www.youtube.com/watch?v=ceg7WTP4v6k&t=23s&ab_channel=JohanOrtega)

Adicionalmente se revisa un Vídeo en mp4 de parte del padre de familia no se pudo montar por derechos de autor.

<b>NOMBRES</b>				
<b>CATEGORÍA/CRITERIO</b>	<b>NUNCA</b>	<b>CASI NUNCA</b>	<b>ALGUNAS VECES</b>	<b>SIEMPRE</b>
Muestra liderazgo en el equipo.				
Se comunica adecuadamente durante el trabajo.				
Contribuye adecuadamente en el desarrollo del trabajo.				
Respeto a cada uno de los integrantes del equipo.				
Recibe aportes de sus compañeros y no impone solo su criterio. (Argumenta cuando piensa que tiene la razón)				

**Rubrica:**

<b>Categorías</b>	<b>Valoración</b>			
	<b>Superior</b>	<b>Alto</b>	<b>Básico</b>	<b>Bajo</b>
Analiza el comportamiento en las funciones polinomiales a través de fenómenos físicos del medio.	Analiza con propiedad y criterio el comportamiento en las funciones polinomiales a través de fenómenos físicos del medio.	Analiza claramente el comportamiento en las funciones polinomiales a través de fenómenos físicos del medio.	Analiza el comportamiento en las funciones polinomiales a través de fenómenos físicos del medio.	Se le dificulta analizar el comportamiento en las funciones polinomiales a través de fenómenos físicos del medio.
Argumenta el comportamiento	Argumenta con propiedad y	Argumenta claramente el	Argumenta el comportamiento	Se le dificulta argumentar

de situaciones del medio modeladas a través de funciones polinomiales.	criterio el comportamiento de situaciones del medio modeladas a través de funciones polinomiales.	comportamiento de situaciones del medio modeladas a través de funciones polinomiales.	de situaciones del medio modeladas a través de funciones polinomiales.	sobre el comportamiento de situaciones del medio modeladas a través de funciones polinomiales.
Aporta al desempeño y aprendizaje de sus compañeros de trabajo.	Aporta con propiedad y criterio al desempeño y aprendizaje de sus compañeros de trabajo.	Aporta con propiedad al desempeño y aprendizaje de sus compañeros de trabajo.	Aporta al desempeño y aprendizaje de sus compañeros de trabajo.	Se le dificulta aportar al desempeño y aprendizaje de sus compañeros de trabajo.
Modela situaciones intraescolares y extraescolares relacionadas con las funciones polinomiales a través de ajustes por medio de software educativos	Modela con criterio y propiedad situaciones intraescolares y extraescolares relacionadas con las funciones polinomiales a través de ajustes por medio de software educativos	Modela claramente situaciones intraescolares y extraescolares relacionadas con las funciones polinomiales a través de ajustes por medio de software educativos	Modela situaciones intraescolares y extraescolares relacionadas con las funciones polinomiales a través de ajustes por medio de software educativos	Se le dificulta modelar situaciones intraescolares y extraescolares relacionadas con las funciones polinomiales a través de ajustes por medio de software educativos