UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Comportamiento Mecánico de Tejidos Blandos Tipo Multicapa

Jésica Andrea Isaza López

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Minas

Medellín, Colombia

2013

Comportamiento Mecánico de Tejidos Blandos Tipo Multicapa

Jésica Andrea Isaza López
Ingeniera Mecánica

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:

Magister en Ingeniería – Ingeniería Mecánica

Director:

Juan Fernando Ramírez Patiño, PhD.

Línea de Investigación:

Biomecánica

Grupo de Investigación:

Diseño Mecánico Computacional

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Minas
Medellín, Colombia

2013

Agradecimientos

En el desarrollo de este trabajo que además de brindarme inmensos aportes al conocimiento, me permite cumplir un logro académico más en este capítulo de la vida, es importante agradecer en el reconocimiento a su gran labor a mi familia, quienes me han brindado el apoyo y la serenidad que he necesitado; y por supuesto agradezco a las personas que participaron en el desarrollo del proyecto como colaboradores y guías, por darle forma a esta tesis.

Principalmente quiero agradecer al Dr. Juan Fernando Ramírez por mostrarme los diversos caminos que puedo seguir, por darme su confianza y ayudar en la mía misma, por trazarme nuevas metas y permitirme maravillarme con la investigación.

Resumen

Se propone y valida un método para determinar propiedades mecánicas de materiales mediante el uso de ensayos de indentación combinado con un modelo numérico desarrollado mediante el método de los elementos finitos. Después de validar el procedimiento para materiales con comportamiento lineal o no, individuales o en configuración multicapa, se procede a la experimentación *in-vivo* sobre un modelo biológico multicapa específico, en el que se considera las capas cutis, hipodermis y músculo. Se genera una lista de factores experimentales que pueden afectar la respuesta mecánica de tejido blando, de los cuales finalmente se concluye que tienen incidencia: temperatura ambiente, temperatura del indentador, presión de la bomba y actividad muscular, y sus interacciones; con lo cual es posible plantear ecuaciones constitutivas más reales para su uso futuro en modelos numéricos de la piel.

Palabras clave: método de elementos finitos, análisis inverso, ecuación constitutiva, tejidos blandos, piel humana.

Abstract

This study proposes a method to determine the mechanical properties of materials by the use of the indentation test in combining with a numerical finite elements model. The method was validated and applied for linear and non-linear mechanical behavior, monolayer and multilayer materials. In vivo test was carried out for obtaining constitutive equations of multilayer biological model (cutis, hypodermis and muscle). From a list of factors was established the incidence of: environment temperature, indenter temperature, bomb pressure and activity muscle, and their interactions. Finally, constitutive equations were obtained for their use in further numerical models.

Keywords: Finite element method, inverse analysis, constitutive equation, soft tissue, human skin.

Contenido

Pág.

Resumen ..... **VII**

Lista de figuras ..... **XI**

Lista de tablas ..... **XIII**

Introducción **1**

1. Revisión bibliográfica **7**
1.1 Marco Teórico 7
1.1.1 Propiedades Mecánicas 7
1.1.2 Definiciones generales 10
1.1.3 Ecuaciones de movimiento y equilibrio 13
1.1.4 Método de los Elementos finitos 15
1.1.5 Tejidos Blandos – Estructura de la piel 17
1.2 Estado del arte tejidos blandos 21
1.2.1 Experimentos mecánicos sobre la piel 21
1.2.2 Propiedades mecánicas de componentes dérmicos 26
1.2.3 Modelos Numéricos para describir el comportamiento mecánico de la piel 27

2. Método **29**
2.1 Ensayo de Indentación 30
2.1.1 Experimento 1: caucho elástico lineal 33
2.1.2 Experimento 2: caucho elástico no lineal en configuración multicapa 35
2.1.3 Experimento 3: piel elástica no lineal en configuración multicapa 37
2.2 Caracterización del comportamiento mecánico de materiales 42
2.2.1 Ecuaciones constitutivas 43
2.3 Formulación del Método de Elementos Finitos 47
2.3.1 Experimento 1: caucho elástico lineal 47
2.3.2 Experimento 2: caucho elástico no lineal en configuración multicapa 48
2.3.3 Experimento 3: piel elástica no lineal en configuración multicapa 49
2.4 Algoritmo Inverso para el Método de los Elementos Finitos 50
2.4.1 Experimento 1: caucho elástico lineal 51
2.4.2 Experimento 2: caucho elástico no lineal en configuración multicapa 51
2.4.3 Experimento 3: piel elástica no lineal en configuración multicapa 52

3. Resultados y discusión **55**
3.1 Experimento 1: caucho elástico lineal 55

3.1.1 Diseño del experimento 55
3.1.2 Modelo numérico 59
3.2 Experimento 2: caucho elástico no lineal en configuración multicapa 60
3.2.1 Diseño del experimento 60
3.2.2 Modelo numérico 63
3.3 Experimento 3: piel elástica no lineal en configuración multicapa 65
3.3.1 Diseño de los experimentos 65
3.3.2 Modelos numéricos 77

4. Conclusiones 87

5. Trabajo Futuro 89

A. Anexo: Gráficas de comparación datos experimentales y computacionales en MATLAB 91

Bibliografía 99

Lista de figuras

Pág.

Figura 1-1: Caracterización típica de un material elástico lineal [10] A. Deformación en respuesta a la carga aplicada B. Curva de esfuerzo-deformación 8
Figura 1-2: Curva representativa de material hiperelástico [3] 9
Figura 1-3: Curva representativa de material viscoelástico [10] 9
Figura 1-4: Deformación de un cuerpo..... 10
Figura 1-5: Componentes y direcciones del vector de esfuerzos 13
Figura 1-6: Descripción del análisis del MEF inverso..... 16
Figura 1-7: Tejido multicapa – piel [38] 17
Figura 1-8: Vista esquemática de la sección transversal de la epidermis de la piel humana en la que se muestra las distintas capas [41]..... 19
Figura 1-9: Espesores de capa de la piel del antebrazo humano. Profundidad de penetración y resolución axial de los diferentes métodos de formación de imágenes [45][46]. 21
Figura 2-1: Texturómetro - Analizador de textura Stable Micro System TA-XT2i 32
Figura 2-2: Curva de indentación experimental..... 33
Figura 2-3: Montaje y muestras experimentales de caucho de silicona elástico lineal 35
Figura 2-4: Montaje y muestras experimentales de caucho de silicona en configuración multicapa..... 36
Figura 2-5: Montaje experimental de piel del antebrazo humano en configuración multicapa 42
Figura 2-6: Malla y geometría indentación sobre caucho elástico lineal..... 48
Figura 2-7: Malla y geometría indentación caucho elástico no lineal en configuración multicapa 49
Figura 2-8: Malla y geometría indentación piel elástica no lineal en configuración multicapa 50
Figura 3-1: ANOVA para el módulo de Young 57
Figura 3-2: Gráfica de verificación de supuestos factores que afectan la determinación del módulo de Young del caucho elástico lineal 57
Figura 3-3: Prueba de Varianzas iguales experimento sobre caucho lineal 58
Figura 3-4: Esfuerzo equivalente de von Mises (MPa), E =0.36MPa, ν=0.33, profundidad de indentación 2.5 mm..... 59
Figura 3-5: Comparación de curvas experimento 1 en Matlab 60
Figura 3-6: ANOVA para fuerza reactiva a 4mm de profundidad del caucho de silicona en configuración multicapa 62

Figura 3-7: Gráfica de incidencia de los efectos principales y su intereacción sobre la respuesta mecánica del caucho no lineal en configuración multicapa 63
Figura 3-8: Esfuerzo equivalente de von Mises (MPa) para cada configuración y comportamiento mecánico determinado mediante análisis del MEF inverso a una profundidad de indentación 4 mm 64
Figura 3-9: ANOVA del experimento para determinar si la humedad (sudor) de la piel incide en su respuesta mecánica 67
Figura 3-10: Gráfica de caja de fuerza reactiva a 4mm de indentación sobre la piel .. 67
Figura 3-11: Gráfica representativa de $E*$ para la piel con indentadores de dos tamaños: 25.4mm de diámetro y 6.35mm de diámetro. 68
Figura 3-12: ANOVA Balanceado del experimento para determinar si la interacción temperatura-diámetro-velocidad del indentador incide en la respuesta mecánica de la piel 70
Figura 3-13: ANOVA para determinar factores experimentales que afectan la obtención de la ecuación constitutiva que representa las propiedades mecánicas de la piel 74
Figura 3-14: Gráfica normal de efectos estandarizados para factores que afectan la respuesta mecánica de la piel 75
Figura 3-15: Diagrama de Pareto de efectos estandarizados para factores que afectan la respuesta mecánica de la piel 75
Figura 3-16: Efectos y coeficientes estimados para la fuerza de reacción de la piel a 3mm de indentación 76
Figura 3-17: Curva de comparación curvas experimentales y computacionales a. $Ec/Eh < 1$, b. $Ec/Eh \gg 1$, c. $Ec/Eh > 1$ 79
Figura 3-18: a. Esfuerzo equivalente de von Mises (MPa) correspondiente a los niveles alto (+1) y bajo (-1) de los factores A: Temperatura ambiente, C: temperatura del indentador, D: presión de la bomba y E: actividad muscular. 81

Lista de tablas

Pág.

Tabla 2-1: Especificaciones técnicas del texturómetro 31

Tabla 3-1: Matriz de diseño factorial de los aspectos que inciden en la determinación del módulo Young de un caucho elástico lineal. 55

Tabla 3-2: Matriz de diseño factorial de los aspectos que inciden en la determinación del comportamiento mecánico del caucho elástico no lineal en configuración multicapa 61

Tabla 3-3: Coeficientes de la ecuación constitutiva bajo el modelo hiperelástico de Mooney Rivlin con un $D1$=5x10^4 para el caucho de silicona con 6% de catalizador y módulo de elasticidad para el caucho de silicona con 15% de catalizador, en configuración multicapa..... 63

Tabla 3-4: Matriz de diseño experimento para determinar si la humedad (sudor) de la piel incide en su respuesta mecánica 66

Tabla 3-5: Matriz de diseño del experimento para determinar si la velocidad de indentación, el diámetro y temperatura del indentador incide en la respuesta mecánica de la piel (Módulo de Young)..... 69

Tabla 3-6: Matriz de diseño del experimento para determinar los factores experimentales que afectan la obtención de la ecuación constitutiva de la piel 71

Tabla 3-7: Coeficientes de la ecuación constitutiva bajo el modelo hiperelástico de Mooney Rivlin que representa la piel bajo determinadas condiciones experimentales ... 78

Introducción

Las propiedades mecánicas de los tejidos blandos son de gran interés para diferentes aplicaciones médicas, como los procedimientos de intervención con ayuda de computadora y de imágenes médicas [1]; el diagnóstico de cáncer, la planeación de tratamientos [2] e imposición de realismo en simulaciones de interés médico [3]. La valoración de la elasticidad de los tejidos ha sido utilizada por la práctica médica como un indicador de la aparición y progresión de patologías en ciertos órganos, la técnica de la palpación, empleada en la exploración de ganglios linfáticos, epidermis, próstata, mamas y región abdominal, es un ejemplo de ello. Tal como afirma [4] el grado de progresión de algunas enfermedades está relacionado con el aumento de la rigidez del tejido afectado, sin embargo, la falta de pruebas cuantitativas dificulta indicar el avance de la enfermedad mediante propiedades mecánicas específicas.

Las propiedades mecánicas de los diferentes tejidos constitutivos del cuerpo humano, difícilmente se encuentran en la literatura [5], no es fácil su cuantificación y requieren experimentación específica para ciertas regiones, tipos de tejidos y elección de variables experimentales acordes con el tipo de organismo. Se hace necesario definir de una manera cuantitativa las propiedades mecánicas asociadas a ciertos órganos, tejidos o componentes celulares, a fin de permitir la aplicación de estos valores en modelos numéricos y simulaciones, estimar la progresión de enfermedades o aparición de ellas y validar el uso de las propiedades mecánicas cuantificadas para cierto tipo de tejidos. Asimismo una medida objetiva y registrable, no sujeta al criterio de las personas que realizan exploraciones médicas, permite comparaciones con mediciones realizadas en otras etapas temporales o por otro especialista, contribuyendo no sólo a establecer cambios patológicos sino también la eficacia de los medicamentos o tratamientos médicos aplicados.

La experimentación para obtener propiedades mecánicas de los tejidos permite dar continuidad al perfeccionamiento y obtención de nuevos algoritmos para el desarrollo de técnicas de imagen que relacionan la elasticidad de los tejidos con la naturaleza del órgano explorado, como es el caso de la elastografía e imágenes sonográficas, en donde se pretende diagnosticar la naturaleza de nódulos y masas sospechosas empleando el mismo principio de la palpación en tejidos no accesibles [6]. Las pruebas *in vivo* permiten conocer con fidelidad el comportamiento de algunos tejidos, estos experimentos además de ser costosos, se encuentran restringidos o limitados a pruebas no invasivas, por lo que no puede obtenerse probetas para ensayos normalizados. En algunos casos se prefiere la experimentación *in vitro*, pero teniendo en cuenta que el comportamiento de los tejidos biológicos *in vitro* difiere significativamente de los tejidos *in vivo*, ya que difícilmente se reproducen las condiciones en las que normalmente se encuentran los organismos, se obtiene una simplificación de las variables y resultados poco exactos.

La elasticidad es una propiedad mecánica que indica la capacidad del material para recuperar sus dimensiones originales después de retirar las cargas que produjeron en él las deformaciones [7]. En general, la deformación se estable al medir cuánto se deforma el material al aplicar una fuerza conocida o cuantificar la fuerza que se requiere para deformarlo una cantidad establecida. Para algunos materiales la respuesta a una carga aplicada es instantánea, lo que quiere decir que la deformación varía linealmente con la magnitud de la carga aplicada, conociéndose como ley de *Hooke* [8]. Para muchos materiales, los modelos elástico-lineales (Hookeanos), no describen con exactitud su comportamiento mecánico [9], ya que presentan altas deformaciones bajo pequeñas cargas, describiendo así un comportamiento no lineal. Estos materiales han sido modelados bajo condiciones de hiperelasticidad o grandes deformaciones [10] y viscoelasticidad para los materiales cuyos esfuerzos generados dependen tanto de la deformación como de la velocidad de la misma [4].

Las ecuaciones constitutivas [8] describen el comportamiento mecánico o termodinámico de los materiales relacionando dos magnitudes físicas, con lo cual se puede afirmar que cada material puede ser representado mediante una ecuación constitutiva específica. Una de las ecuaciones constitutivas más representativa se conoce con el nombre de la *Ley de Hooke* [8] y fue desarrollada para describir el comportamiento de los materiales elásticos lineales. Para los demás comportamientos mecánicos existen múltiples modelos

constitutivos que permiten identificar fenomenológicamente el comportamiento de los materiales, algunos autores como [11] y [12] han usado el modelo de *Mooney-Rivlin* para representar el comportamiento hiperelástico de la piel y sus respectivas capas, [13] ha empleado el mismo modelo en la caracterización de anillos fibrosos lumbares.

Los materiales pueden considerarse monocapa cuando están compuestos por una o varias películas que pueden representarse conjuntamente por una misma ecuación constitutiva, esta representación del comportamiento mecánico puede encontrarse siguiendo métodos experimentales estandarizados.

El comportamiento mecánico de cada una de las películas (monocapa) [14] que conforman un material multicapa está descrito por diferentes ecuaciones constitutivas, sin embargo puede representarse el comportamiento mecánico de la configuración multicapa por una única ecuación constitutiva, pero ésta depende del espesor y disposición de cada una de las capas. No se ha atribuido un único comportamiento mecánico a los tejidos blandos tipo multicapa, ya que las ecuaciones constitutivas que los describen pueden variar entre autores, tipos de tejidos, órganos de procedencia y comportamientos biológicos de tejidos *in vivo, in vitro* o *ex vivo*; pudiendo modelarse como materiales elásticos [15], [16], hiperelásticos [17], [18], [19] y viscoelásticos [5], [20], [21], [22].

El Método de los Elementos Finitos (MEF) ha sido usado en modelos biomecánicos de impacto, rehabilitación, procedimientos quirúrgicos [10]. En todos ellos la mayor dificultad radica en el desconocimiento del comportamiento dinámico de los tejidos blandos, lo cual se debe a las obvias restricciones para obtener muestras apropiadas de tejido humano [10] para ser usadas en experimentos de caracterización de respuesta mecánica y también a la inexistencia de técnicas de ensayo estándares para cargas dinámicas de tejidos blandos *in vivo*, por lo que la mayoría de los experimentos son conducidos sobre tejidos porcinos [2], [23] y algunos bovinos [24]. En general los tejidos blandos han sido modelados en modelos axisimétricos 2D, isotrópicos, incompresibles e independientes en el tiempo [11], [25], otros autores como [16] han empleado geometrías 3D reconstruidas a partir de resonancias magnéticas, en modelos estáticos con elementos tetraédricos. Todos ellos consideran la experimentación con elementos rígidos, libres de fricción y no describen un tipo de contacto específico entre las capas de los tejidos blandos.

Se han desarrollado varios tipos de pruebas para evaluar propiedades mecánicas de materiales bajo cargas estáticas, cíclicas, de duración prolongada o producida por impulsos, que se encuentran normalizadas [26]. En el ensayo de indentación hay un indentador en posición vertical penetrando una probeta o espécimen, su resultado es una relación de fuerza aplicada, desplazamiento del indentador y tiempo trancscurrido. Esta técnica permite determinar algunas propiedades mecánicas [26], tales como: dureza, elasticidad, plasticidad, resistencia a la fatiga.

Teniendo en cuenta que el análisis de los resultados y la determinación de las propiedades, puede realizarse considerando la relación entre la fuerza y el desplazamiento o la fuerza y el tiempo de respuesta [17], pueden levantarse diagramas de esfuerzo-deformación unitaria que convencionalmente son empleados para obtener datos sobre la resistencia a la tensión (o compresión, en el caso de la indentación y/o ensayo de compresión), permitiendo a partir de los diagramas conocer los coeficientes de la ecuación constitutiva que caracteriza el comportamiento mecánico del material.

Los métodos tradicionales de indentación presentan algunas limitaciones en la experimentación puesto que aunque se regule la profundidad de indentación para materiales multicapa, no se puede determinar directamente la deformación de una sola capa [27]. La investigación propuesta desarrolla y valida un método que compara las mediciones experimentales de un ensayo de indentación con los resultados de una simulación numérica mediante el MEF [17], [18], [28], [19], usando el *software Abaqus 6.11-1*, permitiendo encontrar la ecuación constitutiva que representa las propiedades mecánicas de un material monocapa o multicapa. Además, el procedimiento general desarrollado puede ser aplicado para cualquier material biológico o no.

En el estudio se hallan las constantes de la ecuación constitutiva que representa el comportamiento un tejido blando tipo multicapa, como la piel, en la que cada capa consta de diferentes componentes y estructuras. En la experimentación *in-vivo* que se lleva a cabo sobre la piel, difícilmente se logra mantener óptimas condiciones experimentales que no afecten la respuesta. Las mediciones de desplazamientos y fuerzas reactivas realizadas en procesos de indentación, han estudiado la influencia de algunas condiciones experimentales, como la velocidad de indentación [29], sobre la respuesta mecánica. Por lo que se propone establecer las condiciones experimentales que más afectan la

determinación de los factores de la ecuación constitutiva que representa el comportamiento mecánico del tejido blando tipo multicapa, específicamente una capa de cutis, hipodermis y músculo, analizando el efecto de diferentes condiciones experimentales simultaneas como: tamaño del indentador, temperatura del entorno, de la muestra y del equipo; velocidad de indentación, preparación de la muestra, humedad relativa, entre otras que pueden afectar la respuesta mecánica de la piel (cutis e hipodermis). Para obtener este resultado, se han planteado los siguientes objetivos:

OBJETIVO GENERAL

Establecer las condiciones experimentales que más afectan la determinación de los factores de la ecuación constitutiva que representa las propiedades mecánicas del tejido blando tipo multicapa.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Describir el método de indentación como herramienta para determinar las propiedades mecánicas de tejidos blandos.
- Listar las condiciones experimentales necesarias para ejecutar la indentación de tejido blando como procedimiento experimental para la determinación de propiedades mecánicas.
- Diseñar un experimento que permita determinar las propiedades mecánicas del tejido blando tipo multicapa y la influencia que los factores experimentales tienen sobre ella.
- Implementar un algoritmo de elementos finitos inverso para evaluar los datos experimentales.
- Con base en los resultados, representar las propiedades mecánicas de tejidos blandos tipo multicapa mediante las respectivas ecuaciones constitutivas.

1. Revisión bibliográfica

Se lleva a cabo una revisión sistemática partiendo de la base establecida por el área de trabajo, se realiza una búsqueda progresiva de artículos en amplias bases de datos, en general, incluye la combinación de palabras claves como *Finite Element Method* (FEM), *hyperelastic, viscoelastic, mechanical properties* y *soft tissue.*
Con esta búsqueda se obtiene información que ofrece antecedentes para describir a continuación:

1.1 Marco Teórico

1.1.1 Propiedades Mecánicas

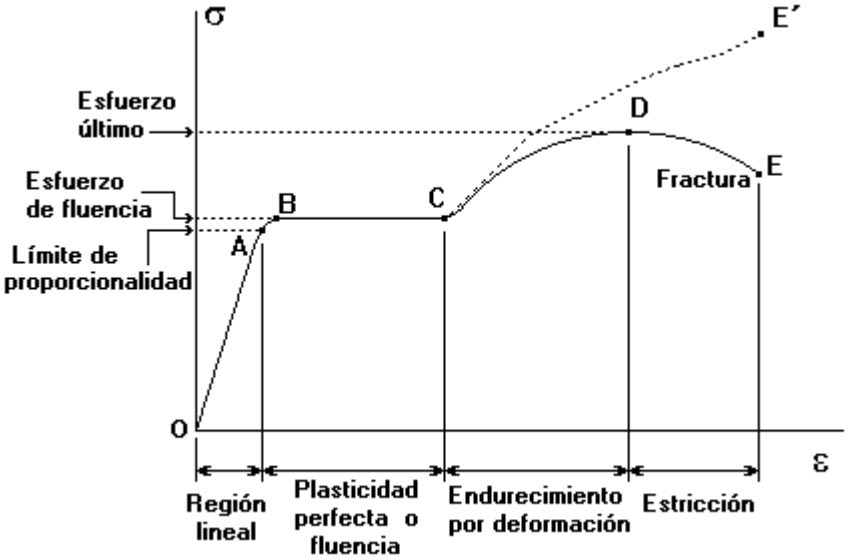
Una ecuación constitutiva establece una relación entre dos magnitudes físicas de un material y permite definir la respuesta de ese material a fuerzas externas [8]. La primera ecuación constitutiva fue desarrollada por Robert Hooke para describir el comportamiento de los materiales elásticos lineales y se conoce con el nombre de Ley de Hooke [8]. Para los comportamientos mecánicos no lineales existen múltiples modelos constitutivos que permiten describir fenomenológicamente el comportamiento de los materiales.

Las propiedades mecánicas son inherentes a cada material y deben determinarse por experimentación. En la literatura se describen varios tipos de pruebas para evaluar la resistencia del material bajo cargas estáticas, cíclicas, de duración prolongada o producida por impulsos. Cada una de estas pruebas ha sido estandarizada, pudiéndose comparar los resultados obtenidos en diferentes laboratorios. En Estados Unidos, la *American Society for Testing and Materials* (ASTM) ha publicado pautas y lineamientos para llevar a cabo tales pruebas [26]. Así como la *International Organization for Standardization* (ISO), cuyo organismo representa la regulación en una red de más de 100 países.

Entre las pruebas más desarrolladas se encuentran la de tracción y compresión, con estas pruebas es posible determinar la relación entre esfuerzo normal promedio y la deformación normal unitaria, y que ejecutadas sobre materiales que describen un comportamiento elástico lineal, se representa por el módulo de rigidez.

Cuando un cuerpo deformable se somete a una carga externa, se genera una respuesta del material, que en general se visualiza mediante una deformación. Adicional a la deformación visible o medible, también se genera un estado de esfuerzos establecido según el tipo de carga aplicada y la geometría del elemento. En materiales con comportamiento elástico lineal, la respuesta del material a la carga es medida como deformación ε, la magnitud más simple para representarla es la deformación unitaria, definida como el incremento o cambio fraccional en la longitud del material $\Delta L/L$ [7], tal como se muestra en la Figura 1-1. Al mismo tiempo el sólido sufre una deformación transversal a la dirección de la fuerza, y su magnitud es igual a la deformación longitudinal en una proporción equivalente al módulo de Poisson [9].

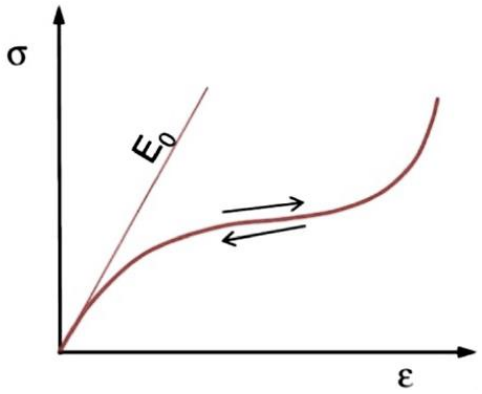
Figura 1-1: Caracterización típica de un material elástico lineal [10] A. Deformación en respuesta a la carga aplicada B. Curva de esfuerzo-deformación



Para algunos materiales, los modelos elástico-lineales, no describen con exactitud el comportamiento mecánico del mismo [9], ya que presentan altas deformaciones bajo pequeñas cargas, describiendo un comportamiento no lineal. Los elastómeros y algunos

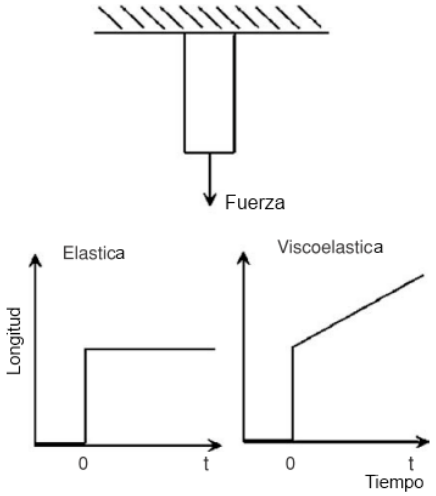
tejidos biológicos son frecuentemente modelados bajo la idealización de estas condiciones de hiperelasticidad [9] representadas en la Figura 1-2.

Figura 1-2: Curva representativa de material hiperelástico [3]



Otro tipo de comportamiento puede ser descrito como viscoelástico, donde el material puede tener una velocidad de deformación diferente de cero y continuar deformándose aún en ausencia de fuerzas [7], por lo que la deformación generalmente depende del tiempo como se muestra en la Figura 1-3. Por consiguiente, los esfuerzos generados dependen tanto de la deformación como de la velocidad de deformación [8].

Figura 1-3: Curva representativa de material viscoelástico [10]



1.1.2 Definiciones generales

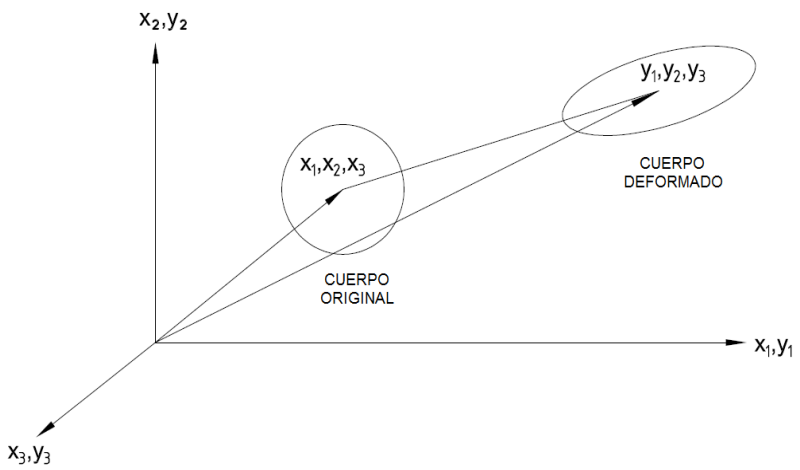
Esta sección presenta las definiciones generales que son fundamentales en la formulación de las ecuaciones constitutivas que gobiernan el comportamiento mecánico de los materiales que se consideran en esta tesis.

- Desplazamientos y deformaciones

Vector desplazamiento (u(x,t)) El vector desplazamiento determina la posición de una partícula en un cuerpo localizada inicialmente en el espacio con coordenadas x= (x_1, x_2, x_3) y movida a y $= (y_1, y_2, y_3)$ en el cuerpo deformado, como se indica en la Figura 1-4. El vector desplazamiento es definido por la Ecuación (1.1).

Y=x+u $$y_i = x_i + u_i(x_1, x_2, x_3, t) \quad (1.1)$$

Figura 1-4: Deformación de un cuerpo



Gradiente de deformación, (F_{ik}) Este tensor cuantifica el cambio en la forma de elementos infinitesimales en un cuerpo sólido [30] y está definido por la Ecuación (1.2).

$$\mathbf{F} = \mathbf{I} + \mathbf{u} \otimes \nabla \qquad F_{ik} = \delta_{ik} + \frac{\delta u_i}{\delta x_k} \quad (1.2)$$

Donde I es el tensor identidad; y δ_{ik}es el delta Kronecker definido en la Ecuación (1.3)

$$\delta_{ik} = \begin{cases} 1 \; si \; i = k \\ 0 \; si \; i \neq k \end{cases} \quad (1.3)$$

Gradiente de deformación Jacobiano (*J*): El Jacobiano relaciona los cambios de volumen debido a la deformación (ver Ecuación (1.4)) y está directamente relacionado con la definición de un material incompresible

$$J = \det(\mathbf{F}) \qquad J = \det\left(\delta_{ik} + \frac{\delta u_i}{\delta x_k}\right) \tag{1.4}$$

Tensor de deformación Cauchy-Green derecho (C_{ij})

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{F} \qquad C_{ij} = F_{ki}F_{kj} \tag{1.5}$$

Tensor de deformación Cauchy-Green izquierdo (B_{ij})

$$\mathbf{B} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^{\mathrm{T}} \qquad B_{ij} = F_{ik}F_{jk} \tag{1.6}$$

Tanto los tensores de deformación de Cauchy-Green de la derecha como los de la izquierda pueden ser considerados como el cociente entre el cuadrado de la longitud de fibras infinitesimales de la configuración deformada (l) y la no deformada (l_0) como se muestra a continuación:

$$\frac{l^2}{l_0^2} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{m} \qquad \frac{l_0^2}{l^2} = \mathbf{n} \cdot \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{n} \tag{1.7}$$

Donde $\mathbf{m}$ y $\mathbf{n}$ están relacionadas con el estiramiento ($d\mathrm{x} = l_0\mathbf{m}$) y la rotación ($d\mathrm{y} = l\mathbf{n}$) de un material de fibra.

Invariantes de B_{ij} (I_1, I_2, I_3)

$$I_1 = trace(\mathbf{B}) = B_{kk} \qquad I_2 = \frac{1}{2}\left(I_1^2 - \mathbf{B} \cdot\cdot \mathbf{B}\right) \qquad I_3 = \det(\mathbf{B}) = J^2 \tag{1.8}$$

Invariantes alternativas de B_{ij} ($\bar{I}_1, \bar{I}_2, J$)

$$\bar{I}_1 = \frac{I_1}{J^{2/3}} = \frac{B_{kk}}{J^{2/3}} \qquad \bar{I}_2 = \frac{I_2}{J^{4/3}} = \frac{1}{2}\left(\bar{I}_1^2 - \frac{B_{ik}B_{ki}}{J^{4/3}}\right) \qquad J = \sqrt{\det(\mathbf{B})} \tag{1.9}$$

Tensor de deformación infinitesimal de Cauchy (ε_{ij}) es usado cuando el material es sometido a pequeñas deformaciones.

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(\mathbf{u}\nabla + (\mathbf{u}\nabla)^T) \qquad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{1.10}$$

Donde

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_2}\right) & \frac{\partial u_2}{\partial x_2} & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_3}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_3}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_i}\right) & \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} \tag{1.11}$$

Valores y direcciones principales de ε_{ij} $(e_i, n^{(i)})$ Los valores principales (e_i) del tensor de deformación infinitesimal corresponden a los valores propios de ε_{ij} , mientras que las direcciones principales $(n^{(i)})$ corresponden a los vectores propios de ε_{ij} . Por lo tanto,

$$\mathbf{n}^{(i)} \cdot \varepsilon = e_i \mathbf{n}^{(i)} \qquad n_j^{(i)} \varepsilon_{jk} = e_i n_k^{(i)} \tag{1.12}$$

El tensor de velocidad de estiramiento (D_{ij}) se define en términos de la velocidad de una partícula (v) en una posición (y) en el sólido deformado.

$$D_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_i}{\partial v_j} + \frac{\partial v_j}{\partial y_i}\right) \tag{1.13}$$

- Fuerzas y esfuerzos

Vector de esfuerzos $(\mathbf{T}(\mathbf{n}))$, representa la fuerza $(\mathbf{P})$ por unidad de área (A) que actúa sobre una superficie con vector normal $\mathbf{n}$.

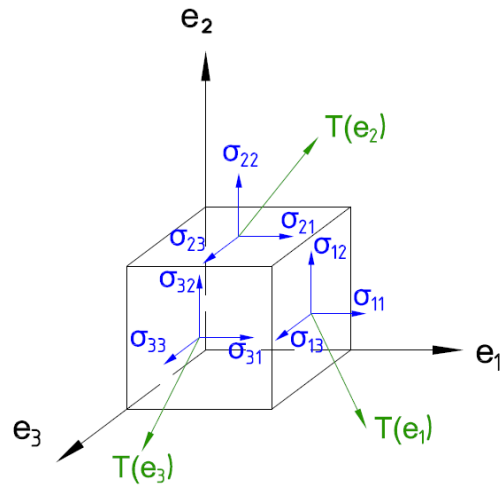
$$\mathbf{T}(\mathbf{n}) = \lim_{dA \to 0} \frac{d\mathbf{P}}{dA} \qquad T_j(n) = n_i \sigma_{ij} \tag{1.14}$$

Tensor de esfuerzo Cauchy (σ_{ij})

$$\sigma_{ij} = T_j(e_i) \tag{1.15}$$

Donde e_1, e_2, e_3 es la base cartesiana. Los componentes del tensor de tensiones de Cauchy se muestran en la Figura 1-5. Este tensor de tensión corresponde a la fuerza real por unidad de área que actúa sobre el sólido deformado.

Figura 1-5: Componentes y direcciones del vector de esfuerzos



Esfuerzo normal (S_{ij}) define la fuerza interna por unidad de área que actúa en el sólido indeformable.

$$\mathbf{S} = J\mathbf{F}^{-1} \cdot \sigma \qquad S_{ij} = JF_{ik}^{-1}\sigma_{kj} \tag{1.16}$$

Valores y direcciones principales de $\sigma_{ij}(\sigma_i n^{(i)})$ Los valores principales (σ_i) del tensor de esfuerzos de Cauchy corresponden a los valores propios de σ_{ij}, mientras que las direcciones principales ($n^{(i)}$) corresponden a los vectores propios de σ_{ij}. Por lo tanto,

$$\mathbf{n}^{(i)} \cdot \sigma = \sigma_i \mathbf{n}^{(i)} \qquad n_j^{(i)}\sigma_{jk} = \sigma_i n_k^{(i)} \tag{1.17}$$

1.1.3 Ecuaciones de movimiento y equilibrio

A continuación se generalizará la Ley del Movimiento de Newton ($F = ma$) en términos de esfuerzo y deformación.

- Conservación de Momento lineal

Se considera que la fuerza b_i es aplicada al sólido, el desplazamiento, la velocidad y aceleración de la partícula localizada en la posición y_i son denotadas por u_i, v_iy a_i, respectivamente. La Ley del Movimiento de Newton en términos del tensor de esfuerzos de Cauchy es definida en la Ecuación (1.18)

$$\nabla_y \cdot \sigma + \rho \mathbf{b} = \rho \mathbf{a} \qquad \frac{\delta \sigma_{ij}}{\delta y_i} + \rho b_j = \rho a_j \tag{1.18}$$

En el sólido indeformable la conservación de momento lineal es definida por la Ecuación (1.19)

$$\nabla \cdot \boldsymbol{S} + \rho_0 \mathbf{b} = \rho_0 \mathbf{a} \qquad \frac{\delta S_{ij}}{\delta x_i} + \rho_0 b_j = \rho_0 a_j \tag{1.19}$$

- Conservación de Momento Angular

Para que se cumpla la condición para la conservación del momento angular, el tensor de esfuerzos de Cauchy tiene que ser simétrico. Por lo tanto,

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \tag{1.20}$$

En el sólido indeformable, la conservación del momento angular se define por la Ecuación (1.21)

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{S} = [\mathbf{F} \cdot \mathbf{S}]^T \tag{1.21}$$

- Principio de Trabajo Virtual

Este principio es el primer paso en la solución de la ley de movimiento de Newton utilizando una aproximación del MEF. El principio del trabajo virtual (PVW) presenta las ecuaciones de balance de momento lineal en términos de integrales en lugar de derivadas, porque esto facilita la exactitud de la solución durante el cálculo computacional. El principio es un estado del trabajo virtual en un sistema que resulta de cualquiera de las fuerzas reales que actúan a través de un desplazamiento virtual o de fuerzas virtuales que actúan mediante de un desplazamiento real, donde los componentes virtuales corresponden a variables arbitrarias e independientes. Por lo tanto, la Ecuación (1.18) se convierte en la Ecuación (1.22) y la Ecuación (1.19) se convierte en la Ecuación (1.23):

$$\int_V \sigma_{ij} \delta D_{ij} dV + \int_V \rho \frac{dv_i}{dt} \delta v_i dV - \int_V \rho b_i \delta v_i dV - \int_{S_2} T_i \delta v_i dA = 0 \tag{1.22}$$

Donde S_2, δD_{ij}, δv_i son parte del borde, la velocidad de estiramiento virtual y el campo de velocidad virtual, respectivamente.

$$\int_{V_0} S_{ij} \delta \dot{F}_{ji} dV_0 + \int_{V_0} \rho_0 \frac{dv_i}{dt} \delta v_i dV_0 - \int_{V_0} \rho_0 b_i \delta v_i dV_0 - \int_{S_2} T_i \delta v_i dA = 0 \tag{1.23}$$

Donde $\delta \dot{F}_{ji}$ es la tasa virtual del cambio del gradiente de tensor de deformación. Para las deformaciones infinitesimales, $\sigma_{ij} = S_{ij}$, el Principio de Trabajo Virtual se define por la Ecuación (1.24).

$$\int_{V_0} \sigma_{ij} \delta \dot{\varepsilon}_{ij} dV_0 + \int_{V_0} \rho_0 \frac{dv_i}{dt} dv_i dV_0 - \int_{V_0} \rho_0 bi \delta v_i dV_0 - \int_{S_s} T_i \delta v_i dA = 0 \qquad (1.24)$$

Donde $\delta \dot{\varepsilon}_{ij}$ corresponde a la tasa de deformación infinitesimal.

1.1.4 Método de los Elementos finitos

El Método de Elementos Finitos (MEF) es una herramienta versátil a disposición de los investigadores para el análisis del comportamiento de materiales y estructuras sometidas a diversos estados de carga. Su mayor ventaja consiste en la posibilidad de simular de forma realista la respuesta de un sistema bajo diversos estímulos mecánicos sin tener que recurrir a métodos experimentales que pueden ser en algunos casos excesivamente costosos o incluso imposibles de realizar debido a la propia naturaleza del fenómeno estudiado.

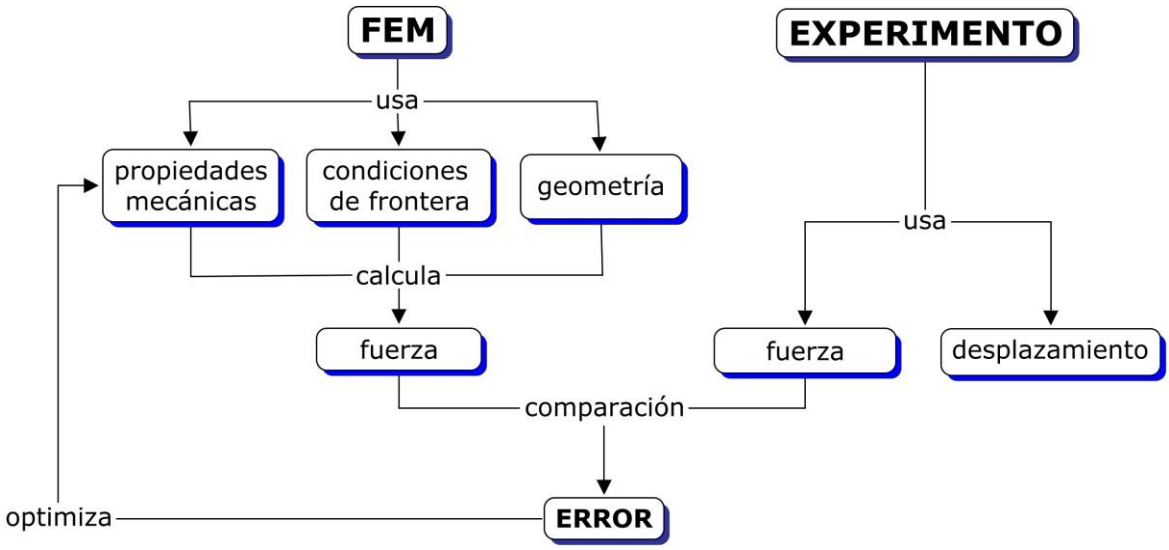
El método consta de tres fases: la primera, el preprocesamiento, es donde se definen las propiedades mecánicas de los materiales, la geometría del modelo, el tipo de análisis (estructural, térmico, multifísico, etc), el conjunto de condiciones de frontera que replican el estado inicial del sistema; en la segunda fase, el procesamiento, se simula a través de un proceso iterativo, el comportamiento del sistema a partir de los datos iniciales y encuentra la solución, bien sea como un estado de equilibrio en el caso de análisis estáticos, o la respuesta del sistema a lo largo del periodo de tiempo indicado en el caso de análisis dinámicos; la fase final, el postprocesamiento, consiste en el análisis por parte del investigador de los datos obtenidos de la simulación tales como: presiones, deformaciones, desplazamientos, esfuerzos, etc.

A partir de los datos obtenidos es posible realizar predicciones del desempeño del sistema real bajo las condiciones establecidas, detectar comportamientos de los materiales bajo configuraciones cambiantes, puntos críticos que podrían llevar al fallo del sistema y formas de prevenirlo, desarrollar estrategias de optimización, entre otras muchas posibilidades.

Para resolver problemas que impliquen estados de esfuerzos, en general se conocen las condiciones de frontera, las propiedades del material y la geometría, y se busca obtener valores o relaciones de esfuerzo-deformación (o fuerza-desplazamiento) en cualquier punto del dominio. Si se asume que no se conocen las propiedades del material, pero sí la

relación fuerza-desplazamiento (obtenidas de mediciones experimentales), la geometría y las condiciones de contorno; el método de elementos finitos inverso [31], permite encontrar las propiedades del material mediante la ejecución de múltiples simulaciones, hasta llegar a la óptima relación de fuerza-desplazamiento que coincide con las mediciones experimentales, lo cual típicamente es conocido como MEF inverso y un diagrama del mismo se representa en la Figura 1-6.

Figura 1-6: Descripción del análisis del MEF inverso



Actualmente, el uso de simulaciones computacionales basadas en el MEF para establecer el estado de esfuerzo-deformación sobre tejidos biológicos es una práctica común [16], [18], [19], [23], [27], [32]. La precisión de los resultados obtenidos con esas simulaciones está directamente relacionada con la habilidad del investigador para reproducir de una manera precisa la geometría [33], las condiciones de borde y las propiedades mecánicas del fenómeno simulado. Estas simulaciones, parten del conocimiento de la geometría del modelo, las condiciones de borde y las propiedades mecánicas [16], [18], [19], [23], [27]. Los modelos usualmente son validados por las experimentaciones realizadas sobre tejidos biológicos a partir de los cuales se obtienen las propiedades mecánicas.

Un modelo de silicona (RTV6166, General Electric) con características similares a los tejidos biológicos blandos en general, fue modelado por [34] como un material hiperelástico. Usando *Abaqus* desarrollaron un algoritmo con el método de *Newton-Raphson* que permitiera un análisis inverso del método de los elementos finitos,

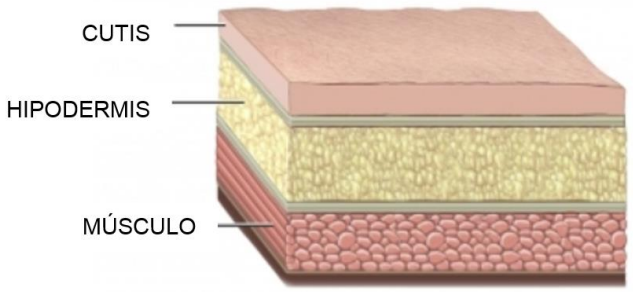
encontrando un módulo de cizalladura descrito por la ecuación constitutiva *Arruda-Boyce*. Asimismo, comparando las curvas de esfuerzo-desplazamiento obtenidas del modelo por elementos finitos y las experimentales, [35] desarrollaron un modelo numérico que permitió definir los tejidos biológicos blandos como no-lineales, incompresibles y viscoelásticos; la experimentación se realizó sobre riñones porcinos y útero humano [20] mediante ensayos de aspiración, el algoritmo utilizado en el MEF inverso fue *Levenberg–Marquardt*.

1.1.5 Tejidos Blandos – Estructura de la piel

Los tejidos blandos son los tejidos corporales no óseos, como los músculos, la grasa, el tejido fibroso, los vasos sanguíneos o cualquier otro tejido conjuntivo del cuerpo [17], pueden ser considerados como un complejo material de ingeniería, por lo que es difícil definir las características con las que puede ser modelado o representado mecánicamente.

Al momento de analizar la piel como un tejido blando, ésta debería considerarse un material multicapa debido a la dificultad de separarse durante la experimentación del tejido subcutáneo o graso y éste a su vez del músculo (Figura 1-7). Puesto que, aunque la piel es un órgano extenso y pesado (5% del peso corporal), su espesor varía entre los 0,5mm (en los párpados) y los 4mm (en el talón) [35]. La piel a su vez, es un complejo material compuesto de capas heterogéneas [15], [36], [37], de las que se distinguen tres capas principales: epidermis, dermis e hipodermis, el espesor de cada una de ellas varía en función de la edad, la zona del cuerpo y la hidratación [15].

Figura 1-7: Tejido multicapa – piel [38]



Hay dos clases principales de piel humana. Piel glabra, formado por los característicos dermatoglifos (surcos en su superficie), se encuentra en los dedos, las superficies

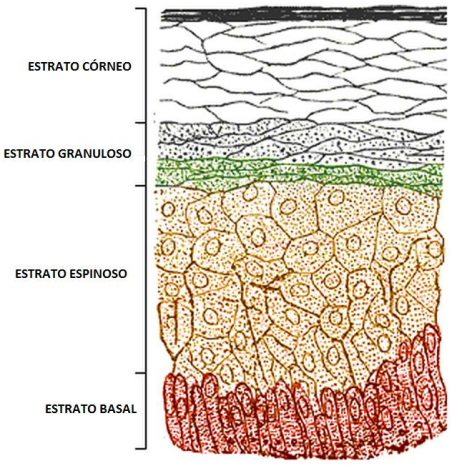
palmares de manos y de pies, los labios, los labios menores del pubis y el pene. Se caracteriza por una epidermis relativamente gruesa (hasta 0,6 mm) y por la falta de folículos pilosos. Por otro lado se encuentra la piel vellosa en cuya clase de piel los folículos pilosos están presentes [39]. En este trabajo se tendrá en cuenta sólo la piel vellosa, ya que ésta representa el mayor porcentaje de piel del cuerpo humano y es mayormente empleada en simulaciones computacionales biomecánicas de impacto, rehabilitación y procedimientos quirúrgicos [10], así como su aplicación en procedimientos de intervención con ayuda de computadora y de imágenes médicas [1]; diagnóstico de cáncer y planeación de tratamientos [2].

Como se mencionó, la piel está compuesta por tres capas principales llamadas: epidermis, dermis e hipodermis. A continuación se describirá la composición y características generales de cada una de ellas.

- Epidermis

La capa de epitelio superficial, epidermis, tiene aproximadamente 75-150µm de espesor [40], se compone principalmente de células llamadas queratinocitos, las cuales cambian sus constituyentes celulares mientras se mueven periféricamente. Lo que describe a lo largo de la epidermis cuatro capas bien definidas, (Figura 1-8). La capa más profunda es la capa basal (o estrato germanitivum) en la que se produce la división celular. Se compone de 1 a 3 capas de pequeñas células cúbicas con núcleos grandes y citoplasma. Las células poliédricas conectadas por desmosomas se mueven hacia la superficie y se hacen más grandes para formar el estrato espinoso; su forma se hace más plana a medida que avanzan hacia el exterior. En el estrato granuloso la degradación de mitocondrias, núcleos y el citoplasma de las células aplanadas es prácticamente ocupado por masas de queratohialina y filamentos, también las membranas celulares se hacen gradualmente más gruesas. La capa más superficial, el estrato córneo, se compone de 15 a 20 capas de células muertas nucleadas que son escamas hexagonales planas delgadas. En esta etapa las células son queratinocitos terminalmente diferenciados y se llaman corneocitos.

Figura 1-8: Vista esquemática de la sección transversal de la epidermis de la piel humana en la que se muestra las distintas capas [41].



- Dermis

La segunda capa es la dermis, que es un tejido conectivo fibroelástico denso de espesor 1-4 mm [40], contribuye del 15 al 20% del peso corporal total. Contiene una gran cantidad de irregularidades tales como vasos sanguíneos, vasos linfáticos, terminaciones nerviosas y apéndices de la piel tales como folículos pilosos, pequeños músculos pilosos, glándulas sebáceas y glándulas sudoríparas. Se compone principalmente de tres proteínas de fibrina: colágeno, elastina y cantidades mínimas de reticulina; y una matriz soporte o sustancia fundamental. El colágeno comprende aproximadamente el 75% de la grasa de peso seco libre y 18-30% del volumen de la dermis [42]. [43] mostró que los haces de fibras de colágeno forman una red irregular que corre casi paralela a la superficie epidérmica. Entretejida entre los haces de colágeno, hay una red de elastina que restaura la matriz fibrosa normal después de su deformación por fuerzas mecánicas externas. Estas fibras elásticas contribuyen 4% de la grasa de peso seco libre y 1% del volumen de la dermis [42]. [44] no se ha demostrado conexiones directas entre las fibras de elastina y de colágeno, pero hay fibrillas de colágeno que se enrollan alrededor de los núcleos de elastina.

La dermis está dividida en dos regiones anatómicas: la dermis papilar y la dermis reticular. La dermis papilar es la porción más delgada y externa del tejido conjuntivo dérmico, constituye aproximadamente el 10% del espesor de la dermis. Contiene pequeñas fibrillas

elásticas y de colágeno distribuidas de manera más flexible que en la dermis reticular subyacente y tiene una mayor cantidad de sustancia fundamental. La dermis reticular constituye la mayor parte de la dermis.

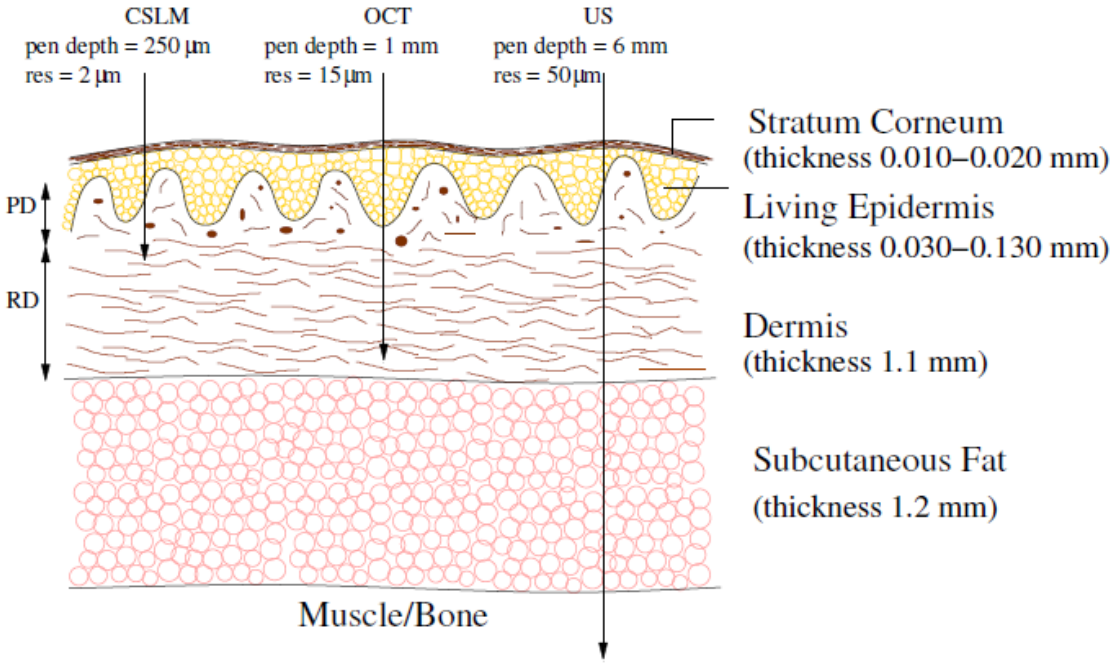
La dermis tiene un rico suministro de sangre, pero en la membrana que separa la dermis y la epidermis, o unión dermo-epidérmica, no hay vasos sanguíneos. La unión proporciona una barrera física para las células y las moléculas grandes y forma un vendaje firme entre la dermis y la epidermis mediante uniones macromoleculares. La dermis y la epidermis juntas se denominan también cutis[40].

- Hipodermis

La tercera capa es la hipodermis (también llamada grasa subcutánea), está compuesta de tejido fibroadiposo que se encuentra pobremente conectada a la dermis. El espesor de las capas varía con la localización anatómica, edad, sexo, raza, estados nutricional y endocrino del individuo [40]. Actúa como una capa aislante y un cojín de protección, constituye aproximadamente el 10% del peso corporal [39].

La anterior descripción de la estructura de la piel se basa en histología: imágenes microscópicas de las preparaciones de secciones de piel muerta que se realizan generalmente perpendicular a la superficie de la piel [40]. Para obtener imágenes de la piel de una manera que optimice el tiempo y sin tomar biopsias biológicas, se han desarrollado varias técnicas no invasiva de formación de imágenes de la piel *in vivo*, tales como: Ultrasonido, Microscopía Confocal, Tomografía de Coherencia Óptica (OCT), Resonancia Magnética Nuclear (MNR o MRI), entre otras. Estas técnicas, su resolución y profundidad de penetración en la piel se muestran en la Figura 1-9. Es imposible visualizar todas las capas destacadas de la piel (estrato córneo, epidermis, dermis e hipodermis) con suficiente resolución con un único método de formación de imágenes. Por lo tanto, es necesario hacer una combinación de técnicas de imagen para obtener los espesores deseados.

Figura 1-9: Espesores de capa de la piel del antebrazo humano. Profundidad de penetración y resolución axial de los diferentes métodos de formación de imágenes [45][46].



1.2 Estado del arte tejidos blandos

Intervenciones quirúrgicas, mecánicas y diagnósticas de los tejidos blandos han demostrado su gran facilidad para ser deformados o distorsionados [46] bajo pequeñas cargas, por lo que su comportamiento ha sido modelado mediante propiedades elásticas [15], [16], hiperelásticas [17], [18] y viscoelásticas [5], [21], [22], [35]; en general, la respuesta constitutiva a la fecha se ha planteado como anisotrópica, no lineal y viscoleástica [16], pero depende en gran medida de los métodos utilizados para cuantificar las propiedades mecánicas de los biomateriales, que pueden ser tanto técnicas invasivas como no invasivas.

1.2.1 Experimentos mecánicos sobre la piel

Una ventaja de las pruebas in vitro en la piel es la posibilidad de separar cada una de sus capas. Sin embargo, no es claro cuál es el efecto de esta perturbación en las propiedades mecánicas de las capas individuales. Numerosos experimentos in vitro se han realizado

en la piel, la mayoría de ellos están mal documentados y no es lo suficientemente claro si se trata de pruebas sobre la dermis o la piel en su conjunto [40].

En la mayoría de experimentos llevados a cabo *in vivo*, el comportamiento medido se atribuye a la dermis [39]. Aunque la mayoría de los ensayos realizados *in vivo* son pruebas realizadas sobre la epidermis, el estrato córneo y la hipodermis simultáneamente, las íntimas conexiones entre las diversas capas de la piel, hacen difícil separar la contribución de la dermis, la de la epidermis y los tejidos subcutáneos, del comportamiento mecánico de la piel en conjunto.

Para medir la elasticidad de los tejidos blandos se han utilizado imágenes médicas que permitan obtener con cierta precisión cuánto se ha deformado el tejido bajo cierta carga [28], [47]. Inicialmente, [28] exploran la posibilidad de realizar medidas de elasticidad utilizando resonancia magnética nuclear obteniendo imágenes antes y después de una compresión mecánica de los tejidos a estudiar. Su principal limitación es la complejidad, las instalaciones y estructuras encargadas de la compresión del tejido de manera que no influya en la captación de las imágenes. La elastografía es una práctica que se considera un método de medición no invasivo [20], es basado en la percepción del desplazamiento mediante Imágenes de Resonancia Magnética o Ultrasonido, arroja datos de deformaciones unitarias axiales, módulos elástico lineales o coeficiente de Poisson [48]. Ya que los tejidos corporales son considerandos anisotrópicos con respuestas no lineales, los datos obtenidos mediante elastografía son útiles sólo para deformaciones pequeñas (hasta el 10%), en las que se pueda garantizar una relación lineal entre esfuerzo y deformación [20], [48].

Otros métodos para caracterizar las propiedades elastoplásticas de tejidos, consistentes en la medición de los parámetros no lineales son: técnicas de indentación de tejidos [15], [16], [17], [18], [19], [49], [50], [51], tensión [45], [52], [53], [54], aspiración [11], [20], [35], [55], [56], compresión [5], vibración [57], [58], torsión [59], [60], entre otras. Con la mayoría de estas técnicas, se adquieren fuerzas y desplazamientos sobre pequeñas muestras, posteriormente se comparan con una simulación que reproduce el método de medición mediante el MEF [11], [17], [18], [19], [28]. Este método ha sido aplicado en tejidos *in vivo* [11], [16], [18], [28], [45], [55], [59], *ex vivo* [5], [17], [18], [19], [21], [23], [24], [50], [61], [62] e *in vitro* [34], [49].

En las pruebas de resistencia a la tracción de la piel se carga principalmente paralela a su superficie. La fijación la piel a la máquina puede influir significativamente en los resultados ya que muchas de las cintas adhesivas de doble cara presentan deformación progresiva. Un ejemplo típico de un ensayo de tracción uniaxial se describe por [45]. Ellos realizaron ensayos de tracción uniaxial en la pantorrilla humana a través y a lo largo del eje tibial, el grosor de la piel medida con ultrasonido es de 1,2 mm. Aplicaron cuatro cargas diferentes (máximo 12 N) con un tiempo de carga de 10 segundos en intervalos de 20 segundos. Se observó una relación no lineal esfuerzo-deformación. A través del eje tibial se encontró una deformación máxima de 0,32 y un Módulo de Young máximo de 4 MPa. A lo largo del eje de la tibia la máxima deformación observada es de 0,3 y el módulo de Young a tracción fue de 20 MPa.

Pailler-Mattei et al. [15] estudiaron las propiedades elásticas de la piel del antebrazo, consideraron la piel multicapa y cuantificaron la respuesta de la dermis e hipodermis en conjunto con el tejido muscular, obteniéndose valores de Módulo de Young de 35 kPa para un espesor de 1.2 mm en la dermis, 2kPa para una espesor de 0.8 mm en la hipodermis y manteniendo de la literatura un módulo de 80kPa para el músculo [15].

Agache et al. [59] estudiaron la rigidez de la piel con un aparato descrito por [63], quienes lo utilizaron para estudiar el envejecimiento cutáneo. Se aplicó un torque de $28{,}6 \times 10^{-3}$ Nm durante 2 minutos sobre la piel del antebrazo dorsal. El momento de torsión se aplicó con un disco de 25 mm de diámetro rodeado por un anillo de protección de 35 mm de diámetro. Los módulos de Young, E, encontrados fueron de $4{,}2 \times 10^{5}$ Pa para las personas menores de 30 años de edad, $8{,}5 \times 10^{5}$ Pa para las personas mayores de 30 años.

El principio del método de succión es la medición de la elevación de la piel causada por la aplicación de un vacío parcial (por lo general en el rango de 5-50 kPa o 50-500 mbar) a través de una abertura circular en una sonda de medición. La deformación se mide con un sistema óptico o de ultrasonido. Dos instrumentos, ambos utilizan un sistema óptico, están disponibles comercialmente: el Dermaflex (Cortex, Dinamarca) y el Cutómetro (Courage y Khazaka Electronic GmbH, Alemania). [64] utilizaron el Dermaflex con un tamaño de apertura de 10 mm, para medir las propiedades mecánicas de la dermis, principalmente, mientras que el Cutómetro (utilizado con el tamaño de la abertura más pequeña disponible, 1 mm) se emplea para medir las propiedades mecánicas de la epidermis, la dermis papilar

y en menor grado la dermis reticular y el tejido subcutáneo. Barel et al. [56] utilizaron el Cutómetro que está disponible con aberturas de 1, 2, 4, 6 y 8 mm. Con el aumento de tamaño de la abertura, las capas profundas de la piel se deforman por succión. Se encontró que la deformación dependía del grosor de la piel y, aunque la curva de esfuerzo-deformación fue no lineal, se encontró una parte lineal entre las presiones de 150 y 500 mbar. En esa parte, el módulo de Young se calculó entre 13 y $26x10^4$ Pa en diferentes sitios anatómicos y 2 mm de abertura. Las deformaciones se produjeron principalmente en la dermis.

Diridollou et al. [55] desarrollaron un eco-reómetro, un sistema de succión con un escáner de ultrasonido (20 MHz) que permite la visualización simultánea de las deformaciones de las estructuras de la piel in vivo con una resolución axial de 0,07 mm, y la medición del espesor combinado de la epidermis y la dermis, y la del tejido subcutáneo durante el experimento de succión. Las mediciones se realizaron en la cara ventral del antebrazo con diámetros de abertura de 2 y 6 mm y presiones de succión de 5 y 30 kPa.

Uno de los métodos más comunes para caracterizar las propiedades mecánicas de los tejidos blandos, es la técnica de indentación [15], [16], [17], [18], [19], [49], [50], [51] en la que un indentador rígido se utiliza para aplicar una fuerza o desplazamiento conocido sobre el tejido. Bader y Bowker [51] utilizaron un indentador de punta plana para estudiar el comportamiento mecánico de la piel y el tejido subyacente. Se aplicó una presión de 11,7 kPa a través de un indentador de diámetro de 20 mm en el antebrazo, y una presión de 7,0 kPa a través de un indentador de 40 mm en el muslo. Se calcularon módulos de Young de 1.1 a 2.5 kPa utilizando la teoría del contacto de hertz.

Mediante pruebas de indentación sobre un miembro residual de una amputación transtibial, [65] aseguró que en las simulaciones biomecánicas de tejidos blandos estos deben ser definidos como no-lineales y dependientes del tiempo, es decir, caracterizarse por un modelo viscoelástico que agrupe piel, músculo, arterias, venas, ligamentos y tendones.

La indentación tiene algunas limitantes experimentales, ya que durante el procedimiento la profundidad de indentación puede ser medida por el equipo convencional, pero para materiales multicapa como la piel, no se puede determinar directamente el desplazamiento de una sola capa, por ello Jijun Su [16] desarrolló un método combinado con imágenes de

resonancia magnética y modelos de elementos finitos para determinar propiedades elástico lineales de las capas del antebrazo, mejorando el experimento tradicional usado por [25], quienes emplearon mediciones de la misma región del antebrazo humano y un modelo de elementos finitos para encontrar una sola ecuación constitutiva que define el comportamiento de la piel.

Los estudios para determinar la respuesta mecánica de tejidos blandos han sido reportados en diferentes muestras de órganos tanto animales como humanos, tales como: tejidos de corazón, hígado [23], [24], riñón [50], y estómago [61]; en músculos [5], [66], ligamentos, cartílagos; y en tejidos mamarios [17], [18] y cerebrales [19], [21], [62]. Teniendo en cuenta las limitaciones y ventajas de las técnicas de medición, algunos investigadores han utilizado experimentos *in-vitro* y tejidos artificiales con características similares, ya que permiten un control preciso de la muestra y las condiciones experimentales para el modelado [31], [34], [49]. Ottensmeyer [67] compara las propiedades mecánicas de hígado porcino encontradas mediante experimentos *in-vivo, in vitro* y *ex-vivo* con y sin perfusión, concluyendo que existen cambios en los valores de rigidez hasta en un 50%, no sólo debidos a las alteraciones *postmortem* del tejido, sino también a las diferencias en las condiciones experimentales.

Investigaciones clásicas en propiedades mecánicas de tejidos biológicos blandos, encuentran como dificultad la imposibilidad para cuantificar los cambios en las propiedades elásticas durante la preparación o incisión del tejido estudiado [35], Hrapko, et al. [68] presentan una visión general de cómo cambian las propiedades mecánicas del tejido en función de las condiciones de prueba. Por tanto, las muestras requieren incisiones bien definidas geométricamente y condiciones experimentales previamente determinadas. Los experimentos de indentación pueden considerarse una excepción a este problema, sin embargo estos procedimientos aplicados *in-vivo*, carecen de la capacidad de establecer condiciones de frontera bien definidas con respecto a la medición realizada, ya que del experimento sólo se obtienen datos de fuerza-desplazamiento.

En la literatura, el módulo de Young de la piel, varía entre 0.42MPa y 0.85MPa para ensayos de torsión [59], 4.6MPa y 20MPa para ensayos de tracción [45], entre 0.05MPa y 0.15MPa para las pruebas de aspiración [11], [55] y entre 1.1 [51] y 8kPa [15] para ensayos de indentación. La principal desventaja de los métodos convencionales de tracción,

compresión, torsión y aspiración, es que modifican el estado natural de la piel, además los métodos de fijación del dispositivo experimental adicionan esfuerzos a la prueba [15], como consecuencia, los valores medidos de las propiedades mecánicas pueden ser afectados, y difícilmente puede estimarse el valor de pretensado inducido por los dispositivos mecánicos.

Las propiedades de la piel varían con la edad y ubicación del tejido por persona. Aunque la epidermis es más rígida que la dermis, por lo general la contribución de la epidermis a las propiedades mecánicas del espesor de la piel completa es despreciable [69]. Se considera que las propiedades biomecánicas determinadas a partir de pruebas realizadas a la piel en su conjunto se deben principalmente al efecto del colágeno dérmico, ya que se obtienen resultados similares a partir de ensayos de colágeno [69]. Asimismo, otros autores no reconocen la influencia del estrato córneo en las propiedades mecánicas globales de la piel (por ejemplo [70]).

1.2.2 Propiedades mecánicas de componentes dérmicos

Para entender el comportamiento mecánico de la piel, se describe el comportamiento mecánico de los componentes dérmicos [69], [40].

- Colágeno

Las fibras de colágeno son el constituyente principal de la dermis (77% del peso seco libre de grasa) y forman una red irregular de fibras onduladas en espiral en dirección casi paralela con la superficie de la piel [40]. Según [69] las fibras son separadas unas de otras a lo largo de la mayor parte de su longitud y unido por la sustancia fundamental.

El colágeno se caracteriza por su alta resistencia a la tracción (1.5-3.5 MPa), baja extensibilidad (ruptura en las cepas en el orden de 5-6%), y una elevada rigidez (módulo de Young de aproximadamente 0,1 GPa [45] a 1 GPa [69] en la región lineal). El espesor de los haces es 1-40 micras.

- Elastina

Uno de los componentes más importantes de los tejidos es la elastina, quien provee elasticidad a las venas, arterias, parénquima pulmonar y mantiene la piel suave [35].

Las fibras de elastina son el segundo componente principal de la dermis (4% del peso seco libre de grasa). Son menos rígidas que el colágeno y muestran deformaciones completamente reversibles. El espesor de la fibra es 0.5-8 micras.

- Reticulina

La reticulina se encuentra en cantidades mucho más pequeñas que los demás componentes (0,4% del peso seco libre de grasa). Las propiedades mecánicas de la reticulina no se conocen exactamente, pero se presume que su morfología es similar a la del colágeno, por lo que las propiedades son probablemente similares [40].

1.2.3 Modelos Numéricos para describir el comportamiento mecánico de la piel

Se ha mencionado que el comportamiento mecánico de la piel puede representarse con un modelo anisotrópico, no lineal, visco-elástico. En 1973, [71] señaló que el módulo de Young, pierde sentido si no se especifica su nivel de esfuerzos. Él propuso una función de energía de deformación exponencial anisotrópica, que se ajusta a los resultados experimentales biaxiales realizados en piel de conejo [72], [73]. Sin embargo, el modelo no puede predecir experimentos con ligeras diferencias en las condiciones de contorno.

Se han propuesto numerosas funciones de energía de tensión para modelar la piel. Además de la aproximación continua, que fue utilizado por [74] y [75], también se han desarrollado modelos que tienen en cuenta la estructura de la piel. [76] resumió algunos de estos modelos estructurales y propuso un modelo biaxial con colágeno y fibras de elastina. Ambas fibras se definieron elásticas y la interacción con la sustancia fundamental fue ignorada. Un buen acuerdo cualitativo se encontró con los resultados de los experimentos sobre la piel de conejo.

Barbanel [37] desarrolló un modelo unidimensional que considera la dependencia al tiempo. Wijn [77] desarrolló un modelo viscoelástico estructural, que consiste en fibras de elastina visco-elásticas para representar la pequeña deformación de la piel. Lo utilizó para relacionar cuantitativamente los resultados de las mediciones de torsión y las mediciones de deformación uniaxial en diferentes direcciones.

Oomens et al. [78] usaron un tipo de mezcla para describir el comportamiento elástico no lineal y dependiente del tiempo, de la piel. El modelo consistió en un sólido poroso (que representa la red de fibra incrustado en la parte rica en coloide de la sustancia fundamental) y un fluido que puede moverse libremente (la parte pobre en coloide de la sustancia fundamental). El modelo se basa en la hipótesis de que la piel se comporta como un material tipo esponja representado por un sólido poroso con un líquido dentro de él. Esta aproximación en mezcla ofrece sus aportes para los tejidos sometidos a compresión.

En las dos últimas décadas, los modelos de elementos finitos se utilizan para simular el comportamiento mecánico de la piel. Larrabee et al. ha utilizado la técnica de elementos finitos para modelar lesiones y deformaciones cutáneas. [79], [80] modelaron la piel como un sistema bidimensional isotrópico conectado a un plano rígido con resortes lineales, lo que representa la adhesión subcutánea. Empelaron una relación de esfuerzo-deformación lineal y despreciaron la dependencia al tiempo y la pretensión. Para tener en cuenta las grandes deformaciones y tensiones, [81] amplió el modelo por Larrabee a un modelo de elemento finito no lineal, isotrópico.

Bisschoff et al. [82] utilizó un modelo de ocho cadenas de [83] como una ecuación constitutiva elástica para su modelo de elementos finitos. Se obtuvieron datos de tres experimentos diferentes de la literatura para determinar las incógnitas de las ecuaciones constitutivas. Aunque tuvo que asumir muchos de los supuestos hechos para poder utilizar los datos, que se ajustaron bastante bien con la simulación de los experimentos.

Meijer et al. [84] combinó experimentos de tensión uniaxial y un modelo de elementos finitos con un modelo estructural de la piel de Lanir [85] como una ecuación constitutiva para caracterizar el comportamiento no lineal anisotrópico de la piel humana *in vivo*.

2. Método

Los objetivos específicos se desarrollarán en dos fases: una experimental y una computacional. La experimentación se realiza en un equipo (Figura 2-1) que cuenta con un sistema de indentación, para el cual es posible fijar la velocidad de desplazamiento vertical, medir la profundidad de indentación y simultáneamente la fuerza reactiva del tejido. Para ello, inicialmente se describirá el método de indentación como una herramienta para determinar las propiedades mecánicas de tejidos blandos, teniendo en cuenta que el análisis de los resultados y la determinación de las propiedades, puede realizarse considerando la relación entre la fuerza y el desplazamiento o la fuerza y el tiempo de respuesta [16].

Se desarrolla un diseño de experimentos que incluye factores como la velocidad de carga, humedad relativa, la diferencia de temperatura entre la muestra y el equipo, entre otras condiciones experimentales listadas y evaluadas previas a la experimentación, que se describirán en detalle más adelante. Las pruebas se realizan sobre el antebrazo de personas con características de edad e índice de masa corporal similares, adicionalmente los individuos no presentan ningún tipo de enfermedades cutáneas o circulatorias y son personas físicamente activas.

Posteriormente se realiza la elección de los modelos de ecuación constitutiva que caracteriza adecuadamente el tejido blando y se desarrolla un modelo numérico en el *software* comercial *Abaqus 6.11-1*, en el que se replican las condiciones de frontera del experimento. Luego se desarrolla e implementa un algoritmo inverso de elementos finitos que permite encontrar la ecuación constitutiva del tejido mediante la ejecución de múltiples simulaciones, hasta llegar a la óptima relación de fuerza-desplazamiento coincidente con la medición experimental.

Al replicar los modelos numéricos utilizando elementos finitos inverso con los datos de los tratamientos experimentales se establecen las condiciones experimentales que afectan significativamente la determinación de la ecuación constitutiva que representa las propiedades mecánicas del tejido blando tipo multicapa y asimismo, se obtienen las respectivas ecuaciones constitutivas que permiten predecir el comportamiento del tejido blando para diferentes estados de deformación.

2.1 Ensayo de Indentación

A partir de ensayos de indentación es posible obtener diagramas de esfuerzo-deformación unitaria que convencionalmente son empleados para obtener datos sobre la resistencia a la tensión (o compresión, en el caso de la indentación), permitiendo a partir de los diagramas conocer los coeficientes de la ecuación constitutiva que caracteriza el comportamiento mecánico del material. Aunque el método presenta algunas limitaciones en la experimentación, ya que no puede determinarse directamente la deformación de una sola capa [27] en el caso de los materiales multicapa, tiene una ventaja respecto a los demás métodos convencionales (tracción, compresión, torsión y aspiración) en relación a la fijación de las muestras, ya que la mayoría adicionan esfuerzos a la prueba [15] y modifican el estado natural de los tejidos blandos. Como consecuencia de lo anteriormente expuesto, los valores medidos de las propiedades mecánicas pueden verse afectados, y difícilmente puede estimarse el valor de pretensado inducido por los dispositivos mecánicos de fijación.

Por esto, se propone emplear la indentación como método experimental, para lo cual se desarrolla y valida un método que compara las mediciones experimentales del ensayo con los resultados de una simulación numérica mediante el MEF en la que se estandarizan los espesores de las capas para determinar numéricamente la deformación de cada una de ellas, usando el *software Abaqus 6.11-1*, permitiendo encontrar la ecuación constitutiva que representa las propiedades mecánicas.

Los experimentos se desarrollaron en un texturómetro perteneciente a la Universidad Nacional de Colombia, descrito como un equipo que permite medir las fuerzas normales aplicadas mediante un indentador de acero inoxidable a la muestra. El texturómetro de referencia TA.XTplus evalúa las propiedades mediante la captura de los datos de

fuerza, distancia y tiempo a una freceuncia de muestreo de hasta 500 puntos por segundo que es indicada por un *software* integrado que permite realizar cálculos de los parámetros del perfil de textura, fatiga cíclica, relajación de esfuerzos y otras propiedades mecánicas [86]. Las principales características técnicas del texturómetro (Tabla 2-1) son:

Tabla 2-1: Especificaciones técnicas del texturómetro

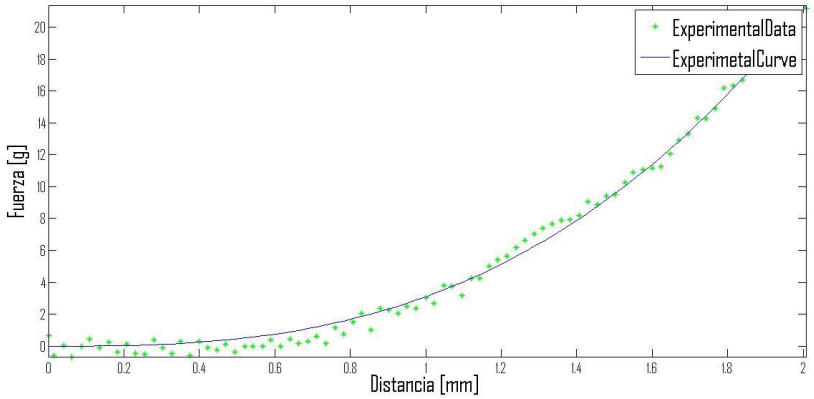
Fuerza máxima	+/- 25Kg y +/- 50 Kg
Resolución de la fuerza	1g
Precisión de la fuerza	0.025%
Rango de velocidad	0.1-10mm/s
Precisión de la velocidad	0.1%
Rango de ajuste de posición	0.1-524mm
Resolución del rango	0.0025mm
Numero de ciclos	1-30000 ciclos repetidos
Tiempo de retardo o espera	0.1-999.999 segundos
Displays (muestra)	Simultáneamente velocidad, distancia y fuerza
Modo de operación	Medición de fuerza y distancia en tensión y compresión
velocidad de adquisición	500 Hz
Temperatura de operación	0 - 40°C
Dimensiones generales	930 x 475 x 320mm

Una representación del dispositivo se muestra en la Figura 2-1 donde es posible diferenciar el equipo de indentación, el sistema de adquisición y el display de visualización.

Figura 2-1: Texturómetro - Analizador de textura Stable Micro System TA-XT2i

Las muestras se colocan perpendiculares al indentador sobre la plataforma de apoyo debidamente calibrada, en el caso de la piel, es fijado el antebrazo humano a un portabrazo que descubre el área a indentar y mantiene la perpendicularidad de la plataforma de apoyo como se mostra más adelante en la Figura **2-5**. En la prueba el brazo mecánico del analizador de textura que contiene una celda de carga se mueve hacia abajo para penetrar o comprimir la muestra, y luego vuelve a su posición inicial. Durante la indentación son medidas la variación de la fuerza de contacto como función de la profundidad de indentación, por lo que se puede obtener una curva de desplazamiento-fuerza que posteriormente será usada en el análisis de elementos finitos inverso. Un ejemplo de la curva correspondiente a la respuesta de la indentación en un caucho de silicona se presenta en la Figura 2-2, en la que se describe una curva que relaciona la profundidad de indentación en milímetros con la fuerza de reacción de la muestra en gramos. En dicha curva los datos experimentales se representan por *ExperimentalData* y la curva de ajuste a estos datos es *ExperimentalCurve*.

Figura 2-2: Curva de indentación experimental



2.1.1 Experimento 1: caucho elástico lineal

Para validar los resultados de la indentación e identificar sí hay incidencia de algunos factores experimentales, como los que se describirán más adelante, sobre la respuesta mecánica, se realizó un experimento con su respectivo diseño sobre caucho de silicona, de manera que se obtenga la máxima información al mínimo costo posible [87].

A través de un estudio exploratorio de las variables involucradas en el proceso de indentación, se identificaron sus posibles valores, concluyéndose que las variables o factores de interés a ser analizados y sus respectivos niveles son los siguientes:
Geometría del indentador: los esfuerzos concentrados pueden alterar los resultados experimentales, por lo que se consideran como niveles indentadores de punta plana y esférica.
Diámetro del indentador: puede afectar la respuesta mecánica al modificar el área de contacto, se varía en los niveles 5mm y 10mm.
Velocidad de indentación: el material puede presentar una dependencia con el tiempo, correspondiendo a un material viscoelástico, los niveles a variar son 5, 6, 25, 45, 80, 130, 180 µm/s.

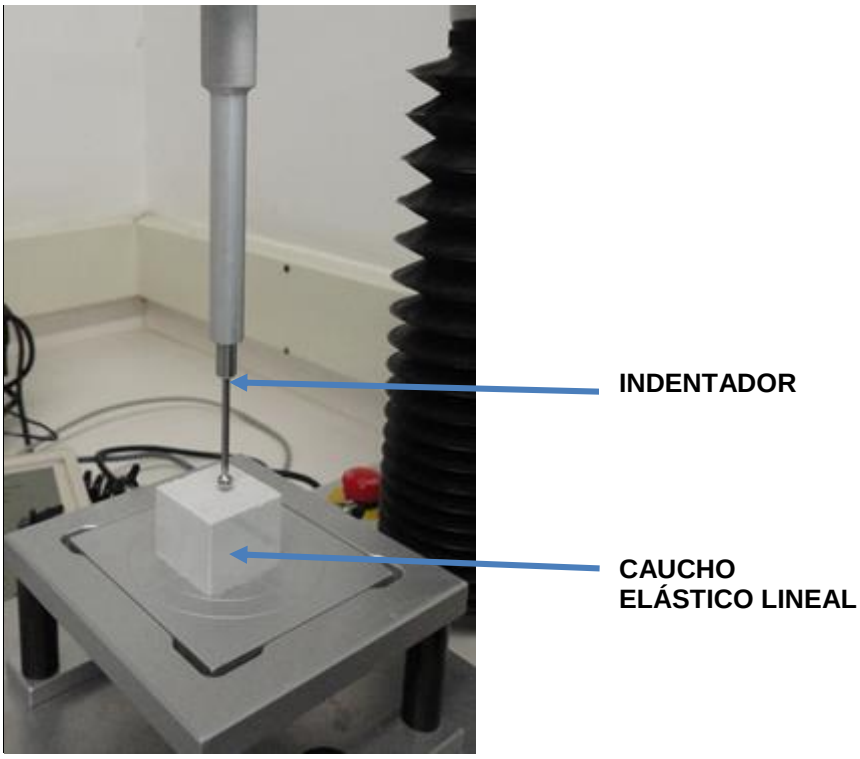
Considerando que se tienen tres factores y cada uno con distintos niveles, el diseño experimental más apropiado es el diseño factorial general, requiriéndose al menos una réplica para realizar el ANOVA [87], siendo entonces necesario realizar 48 corridas experimentales.

El diámetro mayor del indentador es de 10mm y para minimizar el efecto de borde sobre la muestra de caucho al aplicar la fuerza de indentación se fabricaron las muestras utilizando perfilería cuadrada de 35x35x30mm como molde, de tal forma que fuera posible garantizar caras paralelas y perpendicularidad con el equipo de medición para evitar efectos de cuña.

Al poder emplear cuatro de las seis caras del cubo, para un total de 48 corridas se fabricaron 12 muestras de caucho de silicona. La mezcla del caucho y catalizador se realizó en una proporción de 100:5 respectivamente, siguiendo las indicaciones del fabricante para el proceso de mezclado y vertido en los diferentes moldes, se garantizó además que la mezcla estuviera completamente seca para el desarrollo de las pruebas.

El protocolo de experimentación incluye realizar las pruebas de indentación aleatoriamente sobre cada una de las cuatro caras del cubo en contacto con la perfilería; marcando cada una de las caras a ser indentada según el orden de salida de éstas del recipiente de almacenamiento; después de cada indentación se devuelve la muestra al recipiente si aún hay caras sin marcar, en caso contrario se retira definitivamente del recipiente. Después de realizar la marca en la superficie, la muestra se ubica de forma que el indentador esté lo suficientemente cerca de la cara para iniciar el contacto y se realiza una indentación de 2.5mm de profundidad de acuerdo al montaje que se indica en la Figura 2-3, según la matriz de diseño preestablecida.

Figura 2-3: Montaje y muestras experimentales de caucho de silicona elástico lineal



2.1.2 Experimento 2: caucho elástico no lineal en configuración multicapa

Posterior a las pruebas anteriormente descritas, se diseñó un experimento que permitiera conocer la ecuación constitutiva para el caso de un caucho representado por un comportamiento no lineal y en configuración multicapa, bajo un experimento en el cual sea posible identificar factores o elementos experimentales de interés a la hora de aplicar la técnica en tejidos blandos.

Con la intención de conocer si factores como el espesor de las capas y el orden en el que se ubican, afecta la respuesta mecánica de una configuración multicapa, se desarrollaron cauchos en un molde cilíndrico, garantizando paralelismo entre las caras planas y variando el nivel de catalizador en los niveles de 6% y 15% para obtener dos cauchos con propiedades mecánicas diferentes. El experimento mantiene el tipo de indentador esférico y un diámetro de 6.35mm fijo, ya que previamente no se evidenció ningún efecto estadísticamente significativo, así como la velocidad de indentación de 2mm/s, dado que no se encontró ningún tipo de dependencia con el tiempo para este

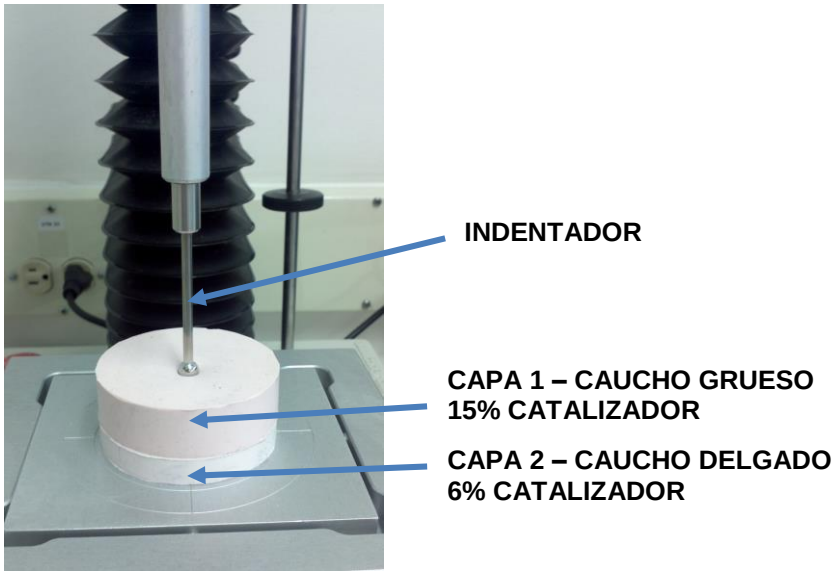
tipo de cauchos. Se diseñó un experimento factorial general, con dos réplicas considerando los siguientes factores y niveles:

Orden de los cauchos: teniendo en cuenta que la respuesta mecánica puede cambiar si se indenta una superficie rígida sobre una blanda o si por el contrario se indenta una superficie blanda sobre una rígida; se decide variar este factor en dos niveles teniendo el caucho con el 6% de catalizador sobre el del 15% y viceversa.

Espesor: el espesor de cada capa puede influir en la fuerza de reacción medida por el equipo, entonces se fabricaron cauchos con dos espesores diferentes, uno grueso de 16mm de alto y otro delgado con 8mm de alto, permitiéndose obtener cuatro niveles: grueso sobre grueso, grueso sobre delgado, delgado sobre grueso y delgado sobre delgado.

El total de 24 corridas, emplea como variable respuesta el valor de la fuerza reactiva cuando se ha indentado una profundidad de 4mm. Con un montaje experimental como el que se muestra en la Figura 2-4.

Figura 2-4: Montaje y muestras experimentales de caucho de silicona en configuración multicapa



2.1.3 Experimento 3: piel elástica no lineal en configuración multicapa

Según la literatura [5], [15], [16], [17], [18], [19], [20], [28], [40], [49], las condiciones experimentales que se deben tener en cuenta a la hora de experimentar sobre la piel para obtener sus propiedades mecánicas son:

- Espécimen (humano, animal, *phanton*)
- Región del cuerpo
- Método de sujeción de la muestra y obtención de probetas
- Técnica experimental (aspiración, torsión, indentación, compresión, etc)
    - Escala experimental
    - Velocidades de carga
    - Tipo de contacto con la muestra (anillo, cono, plano, esférico, etc)
- Método de ensayo (*in vivo, in vitro, ex vivo*)
- Características de la población: edad, género, color y tipo de piel, pigmentación, hábitos alimenticios y de tabaco, vascularización, presencia de enfermedades, etc)
- Humedad y temperatura del ambiente

Para el caso de esta investigación, inicialmente se ha restringido el experimento en que van a realizarse ensayos de indentación sobre el tejido blando tipo multicapa, *in vivo*, dado que pueden obtenerse valores confiables de fuerza y desplazamiento sin alterar la composición, ubicación, pretensión de la piel en el cuerpo humano.

El ensayo de indentación se lleva a cabo en la zona ventral del antebrazo derecho de personas diestras. La ubicación es elegida debido a su fácil acceso y fijación para el método experimental, es relativamente plano y otorga menos ruido a la señal respuesta debido a que es posible controlar los movimientos naturales e involuntarios del cuerpo. En esta parte del cuerpo la epidermis es delgada, menos de 80um y el espesor de la hipodermis es alrededor de 0.8mm, inferior al espesor de la dermis que está entre 1.2 y 1.5mm [11]. Y la condición de diestros garantiza que las propiedades del músculo modificadas debido al ejercicio serán equivalentes.

Para reducir la influencia de la edad y el género sobre la respuesta mecánica, los ensayos fueron realizados sobre cuatro individuos de género masculino entre los 17 y 19 años de edad. Los procedimientos se realizaron aleatoriamente de acuerdo al diseño

del experimento preestablecido. Los experimentos fueron realizados en la mañana, la temperatura del laboratorio fue regulada por el equipo de aire acondicionado.

Los individuos sobre los que se realizó la experimentación, tienen un índice de masa corporal de 20, considerado dentro del rango normal (entre 18.5 y 25), su color de piel es blanco y realizan ejercicio con una frecuencia de 4 a 6 horas por semana, garantizando que son personas físicamente activas y el riesgo de acumulación de células grasas en la hipodermis es reducido; el tipo de ejercicio, fútbol, se concentra en el tren inferior para bloquear el efecto de la respuesta mecánica del músculo tensionado. No tienen hábitos de fumadores, ningún tipo de enfermedad cardíaca o cutánea y previo a la indentación no se les realizó ningún tipo de tratamiento a la superficie de la piel.

El tipo del indentador seleccionado es de punta esférica de 6.35mm de diámetro, ya que los redondeos minimizan las concentraciones de esfuerzos y que en estas escalas eliminan cualquier posibilidad de dolor, también se facilita el procesamiento en el modelo numérico puesto que el cambio en el área de contacto es progresivo y no inmediato para el punto inicial de contacto. Con una indentación de 3mm se garantiza que se ha percibido respuesta de las dos primeras capas consideradas en esta tesis (cutis e hipodermis) de 1.2mm de espesor cada una, adicionalmente se alcanza a percibir la respuesta mecánica del músculo, el cual supera dos veces el espesor de los dos primeras capas, haciendo despreciable la reacción del tejido debida a la presencia del tejido óseo.

La contribución al comportamiento mecánico de la epidermis y la dermis como capas independientes fue despreciada, atribuyéndose la respuesta mecánica a las capas cutis (epidermis y dermis) e hipodermis. No se midieron directamente los espesores de la piel en el antebrazo humano, considerándose el espesor total de la piel de aproximadamente 2.4mm como se ha observado en la literatura [40]. Sin embargo, más adelante se discutirá el efecto del espesor.

Se propone establecer las condiciones experimentales que más afectan la determinación de los factores de la ecuación constitutiva que representa el comportamiento mecánico del tejido blando tipo multicapa, específicamente una capa

de cutis, hipodermis y músculo. Pensando en eliminar el mayor “ruido” posible en cada una de las mediciones, es importante tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- Las personas sobre las cuales se van a tomar las medidas deben estar completamente reposadas, se debe evitar que éstas se encuentren acaloradas y/o agitadas. Para esto, se restringe tomar algún dato antes de que pasen por lo menos 15 minutos desde la llegada de la persona al Laboratorio. Por otro lado, todos los participantes del experimento deben avisar si sienten algún tipo de anomalía.
- La zona del antebrazo sobre la cual va a actuar el indentador debe estar limpia. Esta zona corresponde al tercio medio ventral del antebrazo.
- Se deben registrar datos acerca de las personas y el entorno, tales como edad, peso, estatura, presencia de vellosidad abundante, temperatura del ambiente, entre otros datos que puedan ser relevantes a la hora de determinar posibles fuentes de error.

Las diferentes condiciones experimentales simultáneas que van a analizarse son:

- Temperatura ambiente (A): puede contribuir a la rigidización o relajación de la piel. Debido a que la temperatura del Laboratorio es un factor difícil de controlar, se medirá en dos ciclos, en cada uno de los cuales se tomaran todas las medidas de datos considerados. Sus niveles son: bajo 18°C y alto 29°C.
- Velocidad de indentación (B): en el caso que para la respuesta mecánica haya dependecia del tiempo, la velocidad de indentación puede determinarlo en estos órdenes de escala. En cada corrida experimental, se le especifica al texturómetro la velocidad de desplazamiento de indentador, según la matriz de diseño lo indique 0.3mm/s para el nivel bajo y 3mm/s para el nivel alto.
- Temperatura del indentador (C): puede contribuir a la rigidización o relajación de la piel, por lo que decide variarse entre dos niveles, uno bajo entre 14 y 17°C y otro alto entre 23°C y 26°C.
- Presión Bomba (D): la bomba posiciona el antebrazo para que el tercio medio quede perpendicular al sistema de indentación. Se debe especificar al instrumento la presión de la bomba según la matriz de diseño indique nivel bajo de 0mmHg o alto de 20mmHg.
- Actividad muscular (E): puede tensarse el músculo mediante una ligera presión en la mano que genere una activación muscular en el antebrazo, los posibles músculos que reaccionan en esta zona son: braquirradial pronador teres, flexor radial del carpo, palmar largo y flexor ulnar del carpo. Los niveles en los que se varía el factor

son músculo relajado para el nivel bajo y músculo activo mediante presión en la mano para el nivel alto.

- Sudor (F): se debe modificar la humedad de la piel mediante métodos naturales o artificiales que no alteren considerablemente la temperatura del individuo ni el nivel de reposo de su organismo. Como experimento preliminar, se analizará la respuesta mecánica del tejido blando bajo dos condiciones básicas, una normal de humedad en que la piel de la persona debe estar completamente seca, y una condición de humedad alterada, que se modificará de dos maneras: artificial, se aplicará un spray de sudor artificial sobre la zona de influencia, que simulará la condición de sudor, garantizando absorción de la piel por un tiempo de 10 minutos; natural, se vendará el antebrazo con papel aislante durante 20 minutos para garantizar el cambio de la humedad mediante generación del sudor naturalmente.
- Diámetro del indentador (G): la escala experimental puede afectar la respuesta mecánica del conjunto multicapa al interactuar sólo con un capa o dos de ellas, sin responder en detalle a la configuración en conjunto, para esto se evalúa preliminarmente la respuesta con un indentador de 25.4mm de diámetro que corresponde al nivel alto y otro en el nivel bajo de 6.35mm de diámetro.

Debido a la dificultad que se tiene para alterar la humedad de la piel rápida y repetitivamente, tal como se mencionó anteriormente, se decide realizar una prueba preliminar alterando la humedad de la piel de manera natural y artificial, para determinar mediante un ANOVA de un solo factor si hay incidencia o no de este cambio sobre la respuesta mecánica, representada en este caso por la fuerza de reacción del tejido blando a 4mm de indentación.

Si se considera la variación del diámetro del indentador como un factor, no podría emplearse la fuerza de reacción a la indentación como respuesta experimental, ya que las diferencias entre las fuerzas se deberán a la escala de experimentación y al área real de contacto entre la piel y el indentador, y no necesariamente a que haya una respuesta mecánica diferente. Para esto, se decidió correr un ANOVA balanceado preliminar, que sirviera para determinar si hay influencia de dos diámetros (6.35mm y 25.4mm) sobre la respuesta mecánica. Se emplearon también los factores velocidad de indentación, temperatura y diámetro del indentador, se consideró como respuesta el

módulo de elasticidad equivalente hallado analíticamente mediante la teoría de Hertz para el caso elástico lineal (ver sección 2.2.1).

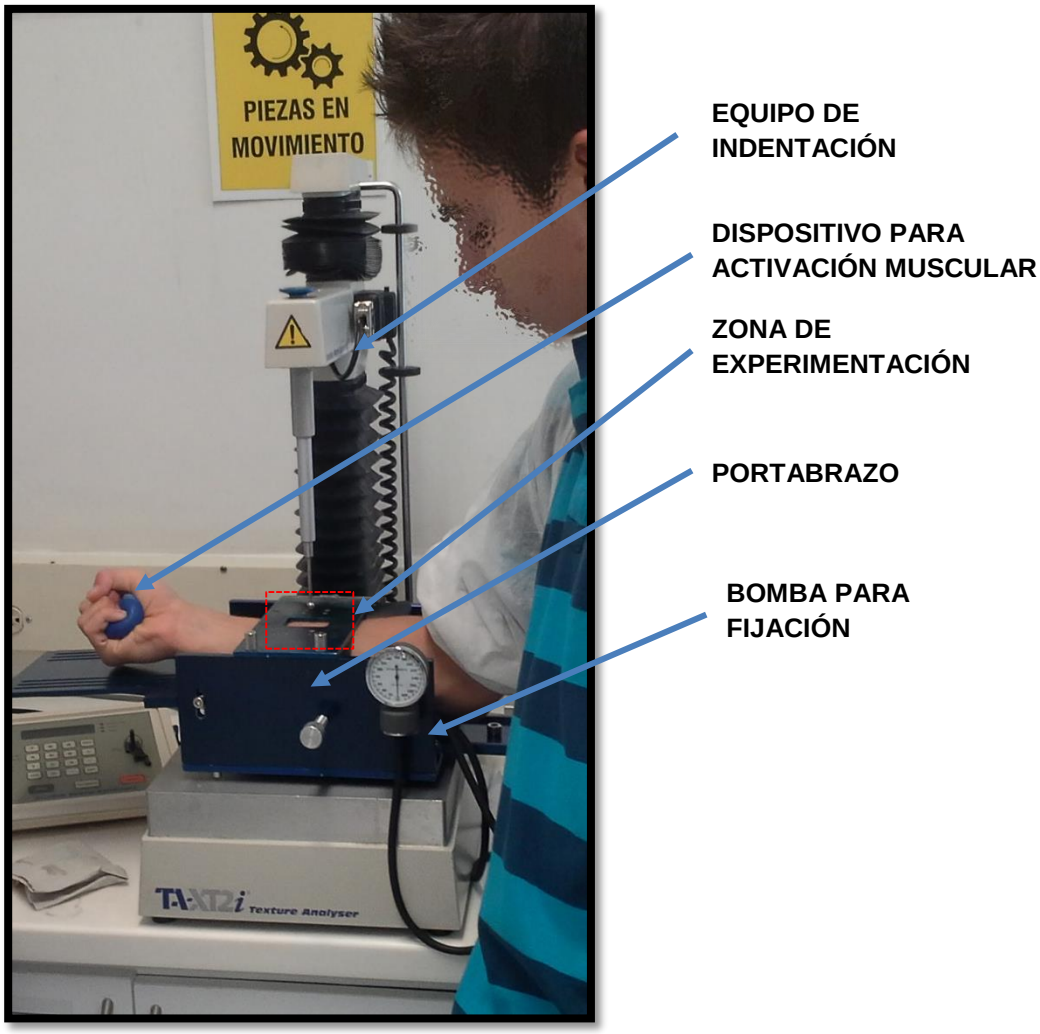
Después de las pruebas preliminares, se desea identificar dentro de un conjunto de cinco variables potencialmente significativas: temperatura ambiente, velocidad de indentación, temperatura del indentador, presión de la bomba y activación muscular; los factores que realmente afectan la respuesta mecánica de la piel, representado en el valor de la fuerza reactiva del tejido multicapa a 3mm de indentación. Cada uno de estos factores es estudiado con dos niveles de experimentación, que por convención general son denominados nivel “bajo” (-1) y nivel “alto” (+1). Así, el número total de combinaciones de tratamientos es de 2^5=32.

Alternar los niveles bajo y alto del factor temperatura ambiente es bastante difícil, ya que ésta solo puede pasar de un nivel a otro después de cierto tiempo según las condiciones de aire acondicionado a las que se esté sometiendo el espacio físico y la adecuación de las personas a las que se le realiza las pruebas a estas temperaturas tarda alrededor de quince minutos.

Debido a la restricción anterior, no es posible aleatorizar completamente las corridas, ya que esto implicaría estar cambiando entre nivel bajo y alto el factor temperatura deliberadamente, lo que hace necesario que las corridas del experimento se hagan en dos etapas, una fijando el nivel bajo de temperatura ambiente y otra fijando el nivel alto. Esta situación lleva a un diseño experimental de parcelas subdivididas, en el que la parcela completa corresponde al factor temperatura ambiente, y las subparcelas corresponden a las combinaciones de niveles de los otros cinco factores.

Los tratamientos sobre los cuales se van a tomar los datos han sido aleatorizados, se respeta este orden para obtener mayor confiabilidad en los resultados. A continuación se muestra en la Figura **2-5** el montaje del antebrazo sobre un dispositivo o portabrazo que garantiza perpendicularidad con el indentador, adicionalmente, se indica la bomba que ejerce la presión sobre el antebrazo del individuo para minimizar movimientos involuntarios, el mecanismo mediante el cual se realiza la activación muscular y la zona que queda expuesta para la experimentación.

Figura 2-5: Montaje experimental de piel del antebrazo humano en configuración multicapa



2.2 Caracterización del comportamiento mecánico de materiales

Hay diferentes ecuaciones constitutivas que se utilizan para modelar la respuesta mecánica de un material de acuerdo con su comportamiento. Los modelos se obtienen mediante mediciones experimentales que se ajustan a la respectiva relación de esfuerzos y deformaciones.

2.2.1 Ecuaciones constitutivas

- Comportamiento Elástico

Esta es la ecuación constitutiva más sencilla para modelar tejidos, dependiendo de las condiciones de la interacción herramienta-tejido, este modelo proporciona una buena aproximación de las propiedades mecánicas. Un modelo elástico lineal sólo es válido para pequeñas deformaciones elásticas, que por lo general corresponde a valores de menos de 5%, y pequeñas rotaciones. Como se mencionó antes, estos materiales obedece a la ley de Hooke y se definen por la Ecuación (2.1)

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl} \tag{2.1}$$

Donde C_{ijkl} es el tensor de constantes elásticas. Si se supone que el material es isotrópico, el tensor de C_{ijkl} se puede simplificar, y el sólido elástico isótropo se define por la Ecuación (2.2).

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+v}\left\{\varepsilon_{ij} + \frac{v}{1-2v}\varepsilon_{kk}\delta_{ij}\right\} \tag{2.2}$$

Aquí, E y v son el módulo de Young y el coeficiente de Poisson respectivamente. Estos valores también se pueden definir en términos de las constantes *Lamé* (λ y μ), el módulo de cizalladura (G) o el módulo de compresibilidad (K) [88], como se muestra en la Ecuación (2.3).

$$\begin{gathered}
\lambda = \frac{2G_v}{1-2v} = \frac{G(E-2G)}{3G-E} = \frac{E_v}{(1+v)(1-2v)} \\
G = \frac{\lambda(1-2v)}{2v} = \frac{E}{2(1+v)} \\
v = \frac{\lambda}{2(\lambda+G)} = \frac{\lambda}{(3K-\lambda)} = \frac{E}{2G} - 1 \\
E = \frac{G(3\lambda+2G)}{\lambda+G} = \frac{\lambda(1+v)(1+2v)}{v} = 2G(1+v)
\end{gathered} \tag{2.3}$$

Además, si el análisis se puede hacer asumiendo estado de esfuerzos plano ($\sigma_{33} = \sigma_{23} = \sigma_{13} = 0$) o estado de deformación plana ($\varepsilon_{33} = \varepsilon_{23} = \varepsilon_{13} = 0$) la ecuación constitutiva elástica lineal se define a continuación.

Estado Plano de Esfuerzos:

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+v}\left\{\varepsilon_{ij} + \frac{v}{1-v}\varepsilon_{kk}\delta_{ij}\right\} \tag{2.4}$$

Estado Plano de Deformaciónn se describe por la Ecuación (2.2).

El proceso de experimentación arroja valores de fuerza de reacción (P) y profundidad de indentación (h). Para obtener a partir de ellos un módulo de Young (E) se puede emplear las siguientes ecuaciones.

Para un indentador cilíndrico de punta plana se aplica la siguiente ecuación:

$$P = \frac{2haE}{(1 - v^2)} \tag{2.5}$$

Donde a es el radio del indentador que estará en contacto; y v es el módulo de Poisson, para el caso de cauchos y siliconas puede asumirse como 0.4 [89].

Para el caso del indentador cilíndrico de punta esférica se emplearon las siguientes ecuaciones:

$$P = \frac{4}{3} E^* a^{1/2} h^{3/2} \tag{2.6}$$

Donde E^*es un módulo combinado entre el material del indentador y la muestra, está dado por:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{(1 - v^2)}{E} + \frac{(1 - v'^2)}{E'} \tag{2.7}$$

El material del indentador que se utilizó en el experimento es acero inoxidable 304 para el que se suponen v'=0.33 y E'=7.4x10^{10}Pa [89].

Las ecuaciones (2.5) y (2.6) permiten encontrar los valores del módulo de *Young*.

- Comportamiento Hiperelástico

Para describir los materiales que presentan comportamiento elástico bajo grandes deformaciones, se emplean modelos de hiperelasticidad. Estos constituyen la base de modelos de materiales complejos, incluyendo fenómenos como la viscoelasticidad y el daño tisular [31].

La ecuación constitutiva para un material hiperelástico se deriva de una función analítica de la densidad de energía de deformación (W) con respecto al tensor de

gradiente de deformación (F_{ij}). La energía de deformación se puede definir en términos de los invariantes (I_1, I_2, I_3) del Tensor de Deformación de Cauchy-Green Izquierdo (B), los invariantes alternativos ($\bar{I}_1, \bar{I}_2, J$) de B, o en términos de los principales *stretches* ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$), como se muestra en la ecuación (2.8)

$$W(F) = U(I_1, I_2, I_3) = \bar{U}(\bar{I}_1, \bar{I}_2, J) = \tilde{U}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \tag{2.8}$$

Además, W está relacionada con el tensor de esfuerzos de Cauchy (σ_{ij}) para modelar el comportamiento de un material hiperelástico (Ecuación (2.20)).

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{J} F_{ik} \frac{\partial W}{\partial F_{kj}} \tag{2.9}$$

Se puede relacionar el esfuerzo σ_{ij} con la función de Energía de deformación definida en términos de ($\bar{I}_1, \bar{I}_2, J$) de la siguiente manera:

$$\sigma_{ij} = \frac{2}{J}\left[\frac{1}{J^{2/3}}\left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{I}_1} + I_1 \frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{I}_2}\right) B_{ij} - \left(\bar{I}_1 \frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{I}_1} + 2\bar{I}_2 \frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{I}_2}\right)\frac{\delta_{ij}}{3} - \frac{1}{J^{4/3}} \frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{I}_2} B_{ik} B_{kj}\right] + \frac{\partial \bar{U}}{\partial J} \delta_{ij} \tag{2.10}$$

Dependiendo de la complejidad de la función de Energía de deformación W, diferentes características como la no linealidad y la anisotropía pueden ser incluidas en el modelo [82]. Algunas de las formas más representativas de la densidad de energía de deformación, que están incluidas en el *software* comercial Abaqus, se describen a continuación:

Polinomio de Energía de Deformación

$$\bar{U} = \sum_{i+j=1}^{N} C_{ij}(I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j + \sum_{i=1}^{N} \frac{K_i}{2}(J-1)^{2i} \tag{2.11}$$

Donde C_{ij} y K_i son parámetros del material dependientes de la temperatura. El módulo de cizallamiento inicial (μ_0), el módulo de Young (E_0) y el módulo de comprensibilidad (K_0) vienen dados por:

$$\mu_0 = 2(C_{10} + C_{01}) \qquad E_0 = 6(C_{10} + C_{01}) \qquad K_0 = 2K_1 \tag{2.12}$$

Polinomio reducido de EnergíaPotencial de Deformación: corresponde a la forma polinomial para $j = 0$, como se muestra por la Ecuación (2.13).

$$U = \sum_{i=1}^{N} C_{i0}(\bar{I}_1 - 3)^i + \sum_{i=1}^{N} \frac{K_i}{2}(J-1)^{2i} \tag{2.13}$$

Donde los módulos iniciales de cizallamiento, Young y compresibilidad son dados por:

$$\mu_0 = 2C_{10} \qquad E_0 = 6C_{10} \qquad K_0 = K_1 \tag{2.14}$$

Forma Ogden: toma en cuenta el efecto de la deformación por endurecimiento y ha sido ampliamente utilizado en el modelado de cauchos y tejidos blandos [27].

$$\tilde{U} = \sum_{I=1}^{N} \frac{2\mu_i}{\alpha_i^2}\left(\bar{\lambda}_1^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_2^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_3^{\alpha_i} - 3\right) + \sum_{I=1}^{N} \frac{K_i}{2}(J-1)^{2i} \tag{2.15}$$

Donde $\bar{\lambda}_i = J^{-1/3}\lambda_i$ y μ_i, α_i y K_i son parámetros del material dependientes de la temperatura. El módulo de cizallamiento, el módulo de Young y el módulo de comprensibilidad iniciales para la forma de Ogden están dados por:

$$\mu_0 = \sum_{i=1}^{N} \mu_i \qquad E_0 = 3\sum_{i=1}^{N} \mu_i \qquad K_0 = K_1 \tag{2.16}$$

Para opciones especiales de μ_i y α_i, también se puede obtener formas de Mooney-Rivlin y Neo-Hookean no lineales de la función de densidad de energía de deformación.

Sólido Neo-Hookean: se deriva de la forma polinomial con $N = 1$ y elecciones apropiadas de C_{ij}o de la forma de Ogden con $N = 1$ y $\alpha_1 = 2$.

$$\bar{U} = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + \frac{K_1}{2}(J-1)^2 \tag{2.17}$$

El módulo de cizalladura inicial es $\mu_0 = 2C_{10}$, y el módulo de Young inicial es $\mu_0 = 6C_{10}$.

Sólido Mooney-Rivlin: Esta forma puede ser derivada de la forma Ogden con $N = 2$ y $\alpha_1 = 2$ y $\alpha_2 = -2$

$$\bar{U} = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + C_{01}(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{D_1}(J-1)^2 \tag{2.18}$$

Donde C_{10}, C_{01} y D_1son parámetros del material dependientes de la temperatura, y se definen a continuación

$$\mu_1 = 2C_{10} \qquad \mu_2 = 2C_{01} \qquad \mu_0 = \mu_1 + \mu_2 \qquad E_0 = 3\mu_0 \qquad K_0 = K_1 = \frac{2}{D_1} \tag{2.19}$$

2.3 Formulación del Método de Elementos Finitos

Se desarrolló un modelo numérico estático axisimétrico, en el que se simula el contacto entre un cuerpo rígido y uno deformable isotrópico. El modelo representa las condiciones experimentales del ensayo de indentación en sus condiciones de frontera y consta de una malla de elementos planos 2D cuadrados, que según la librería de Abaqus corresponde al elemento CAX4R.

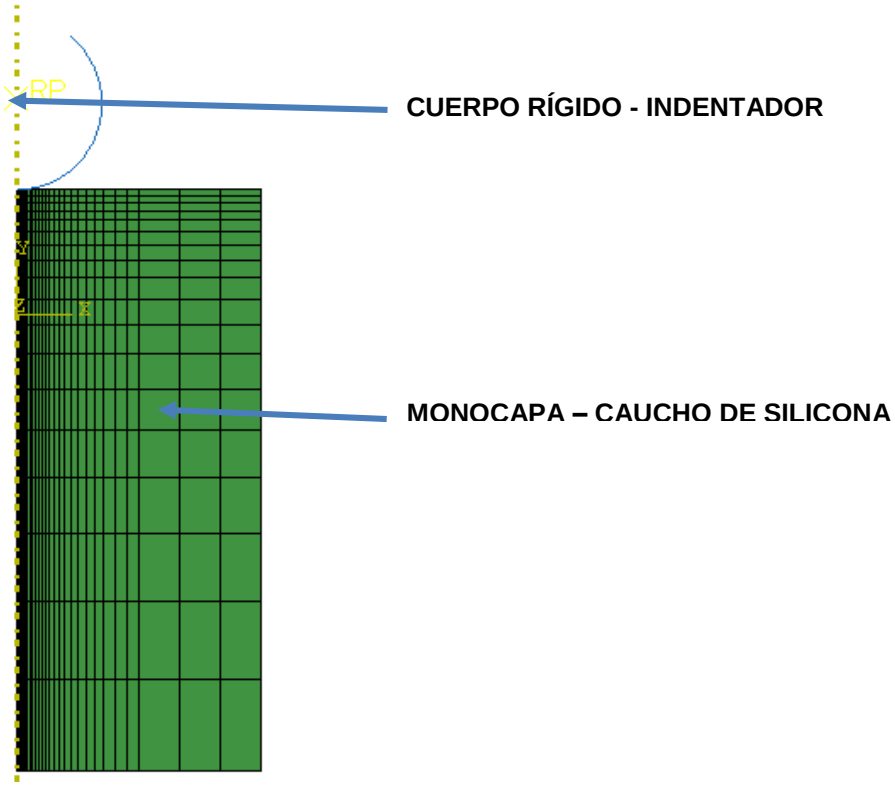
2.3.1 Experimento 1: caucho elástico lineal

Posterior a un análisis de convergencia para el modelo numérico estático, lineal y elástico se decidió trabajar con una malla construida con 1064 elementos, CAX4R. En la Figura 2-6 se muestra una malla un poco más densa hacia el centro del modelo (lateral izquierdo) y la parte superior o de contacto. Se simplificó la geometría, asumiendo que no era una muestra cúbica sino cilíndrica, para realizar el modelo axisimétrico, lo que no tiene grandes implicaciones al asumir que para tan baja indentación, teniendo en cuenta el radio del indentador, la superficie del espécimen se considera infinita y el volumen del modelo es equivalente al de la probeta real.

El coeficiente de fricción ($\boldsymbol{\mu}$) entre el indentador de acero inoxidable y la muestra de caucho de silicona fue medido en un equipo capaz de medir simultáneamente fuerzas tangenciales y normales, desplazando el indentador en los ejes normal y transveral para obtener el valor de la fuerza de reacción y hacer uso de la siguiente la Ecuación (2.20).

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{\boldsymbol{F_{tangencial}}}{\boldsymbol{F_{normal}}} \tag{2.20}$$

Figura 2-6: Malla y geometría indentación sobre caucho elástico lineal

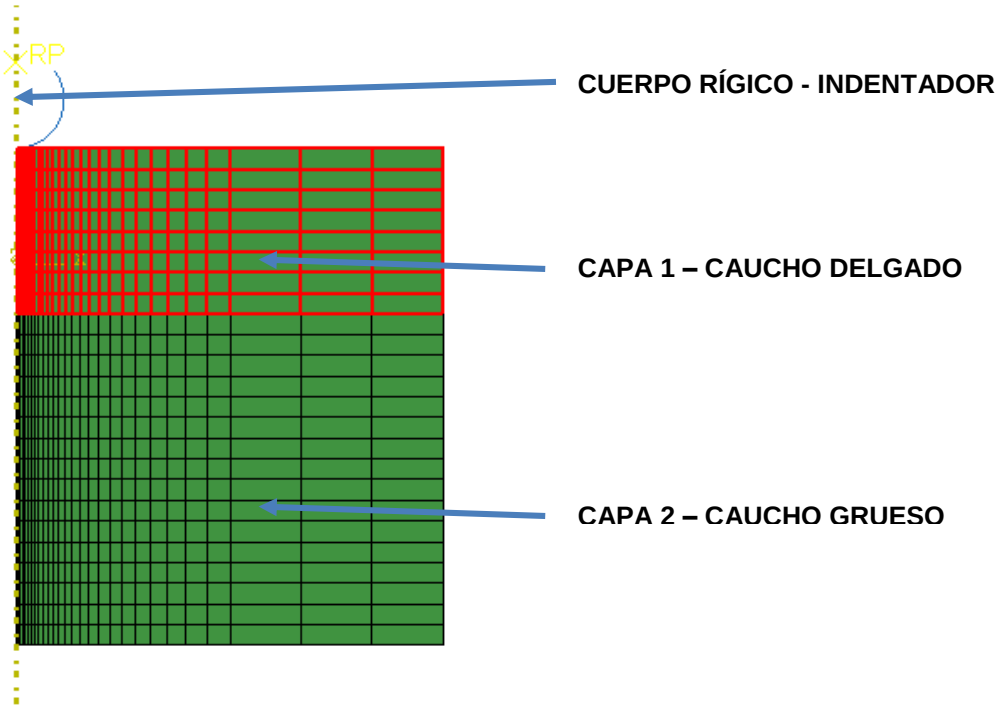


2.3.2 Experimento 2: caucho elástico no lineal en configuración multicapa

El modelo numérico para el experimento 2, es estático axisimétrico, simula el mismo contacto entre un cuerpo rígido y uno deformable isotrópico, no-lineal e hiperelástico (Mooney-Rivlin). El modelo representa las condiciones experimentales en sus condiciones de frontera. La malla consta de elementos planos 2D cuadrados, CAX4R, divididos en *sets* diferentes para indicar que los elementos de la parte superior corresponden a la primera capa de caucho en contacto con el cuerpo rígido y la segunda está en contacto con la mesa del equipo de experimentación. En la Figura 2-7 se muestra un ejemplo de la respectiva malla, en la cual se definen las condiciones de borde, considerando un coeficiente de fricción entre el cuerpo rígido (RP) en contacto con la capa 1, ésta a su vez sobre la capa 2 que tiene una restricción de movimiento en su base. El modelo no implica definir contacto, dado que se genera una única malla dividida en dos *sets* que permite asignar a cada uno de ellos propiedades mecánicas

diferentes, intrínsecamente se obliga a un vínculo nodo a nodo en la interfaz entre los dos *sets*.

Figura 2-7: Malla y geometría indentación caucho elástico no lineal en configuración multicapa



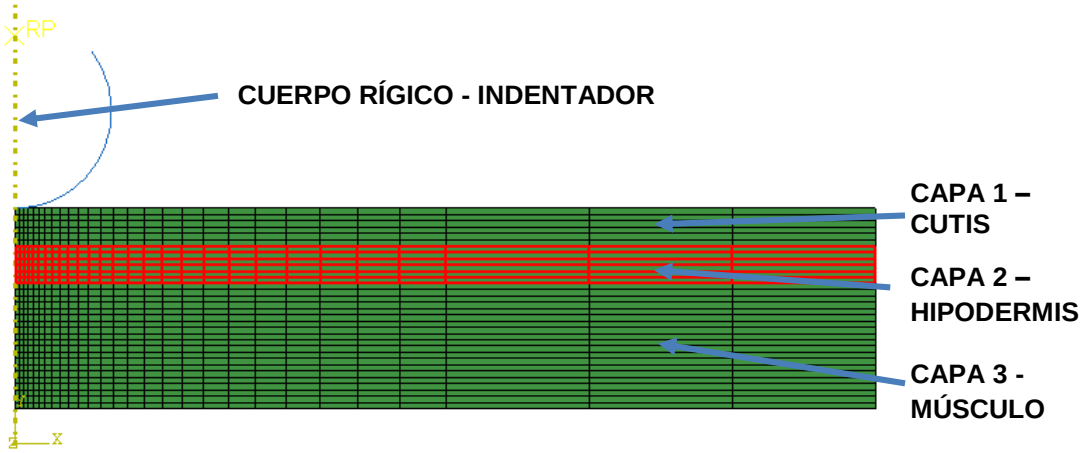
2.3.3 Experimento 3: piel elástica no lineal en configuración multicapa

Finalmente, el modelo de la piel representado en la Figura 2-8, es estático axisimétrico y simula el mismo contacto entre un cuerpo rígido y uno deformable isotrópico, no-lineal e hiperelástico (Mooney-Rivlin). El modelo representa las condiciones experimentales en sus condiciones de frontera. La malla consta de los mismos elementos planos 2D cuadrados de 0.2mm de alto, CAX4R, divididos en tres *sets* diferentes para indicar que los elementos de la parte superior corresponden a la primera capa de la piel en contacto con el cuerpo rígido, la cutis; la segunda o capa intermedia, corresponde a la hipodermis; y la tercera y última capa, el músculo, en teoría está en contacto con el hueso y su espesor es más de dos veces las primeras capas para garantizar que no hay incidencia de su espesor sobre la respuesta mecánica de la configuración y que es

posible restringir el desplazamiento vertical en la base de la capa. No se define ningún tipo de contacto entre las capas, como se especificó para el caso anterior, el modelo no implica establecer contacto, dado que se genera una única malla dividida en tres *sets* que permite asignar a cada uno de ellos propiedades mecánicas diferentes, intrínsecamente se obliga a un vínculo nodo a nodo en la interfaz entre cada par de *sets*.

Los espesores de cada una de las capas de la piel, tomados de la literatura y medidos para una población masculina, son: 1.2mm para la cutis (dermis y epidermis), 1.2mm para la hipodermis [45] y 4mm para el músculo. Se asume para el músculo un comportamiento hiperelástico representado por la ecuación constitutiva de coeficientes C_{10}= 4.25kPa, C_{11}=0, D_1=2.36MPa^{-1} correspondiente al modelo de Mooney-Rivlin y usada por Portnoy et al. [90] para músculo flácido.

Figura 2-8: Malla y geometría indentación piel elástica no lineal en configuración multicapa



2.4 Algoritmo Inverso para el Método de los Elementos Finitos

El proceso se lleva a cabo siguiendo la rutina planteada en la Figura 1-6, en la que debe correrse los modelos en *Abaqus 6.11.1* y comparar los resultados de las curvas fuerza-desplazamiento en Matlab® para proponer propiedades mecánicas óptimas.

2.4.1 Experimento 1: caucho elástico lineal

Para realizar este procedimiento, se asume un módulo de Young inicial que caracterice aproximadamente al caucho de silicona y se desarrolla un modelo numérico en el *software* comercial Abaqus, en el que se repliquen las condiciones de frontera del experimento. Luego se implementa un algoritmo de optimización en Matlab® que encuentra las diferencias (error) entre las curvas de la medición experimental y el resultado del modelo numérico y propone un nuevo valor de módulo de Young para minimizar el error entre ellas.

El algoritmo de *Levenberg–Marquardt* es un método iterativo de optimización aplicado para minimizar funciones generalmente no lineales [91], el algoritmo interpola entre el algoritmo de Gauss-Newton y el método de descenso de gradiente, lo que hace que la solución sea más robusta y posible de alcanzar. La ecuación de ajuste lineal o no lineal que emplea el algoritmo es de tipo:

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{m}\boldsymbol{h}^{\boldsymbol{k}} \tag{2.21}$$

Donde $\boldsymbol{P}$ es la fuerza de reacción del material y $\boldsymbol{h}$ la profundidad o distancia de indentación, valores conocidos a partir de la curva de datos experimentales y de la curva resultante de Abaqus. $\boldsymbol{m}$ y $\boldsymbol{k}$ son constantes halladas en Matlab® para cada una de las curvas empleando el algoritmo de *Levenberg-Marquardt,* y comparadas en el mismo *software*. Cuando el error entre la curva real (experimental) y la computacional es superior al 5% se proponen nuevos valores para las propiedades mecánicas del material que debe ser ingresada a Abaqus para obtener una nueva curva de fuerza-desplazamiento. Cuando el error es inferior al 2.5%, se asume que las propiedades mecánicas ingresadas para obtener la última curva de resultados corresponden a la descripción del comportamiento mecánico del material.

2.4.2 Experimento 2: caucho elástico no lineal en configuración multicapa

Se emplea el mismo algoritmo de *Levenberg-Marquardt,* con la respectiva ecuación de ajuste y comparación (Ecuación (2.21)). Para iterar el procedimiento se emplean diferentes condiciones del material, se simula el comportamiento del caucho con 6% de catalizador con la formulación incompresible e hiperelástica mediante dos parámetros

de Mooney Rivlin (c_{10}, c_{01}) descrita por la función de energía de la Ecuación (2.18), y para el caucho con 15 % de catalizador, el cual presenta un comportamiento elástico lineal se asigna un módulo de Young.

Las constantes c_{10} y c_{01} del caucho de silicona con 6% de catalizador se definen usando la siguiente ecuación de aproximación para el módulo de Young E [13].

$$E \cong 6 \cdot (c_{10} + c_{01}) \tag{2.22}$$

Con

$$c_{01} \cong 0.25 c_{10} \tag{2.23}$$

Los valores que inician la comparación corresponden a las propiedades encontradas para los cauchos individualmente haciendo uso del método propuesto en el numeral anterior, obteniéndose un módulo de 0.456MPa para el caucho de silicona con 15% de catalizador y comportamiento lineal; y los coeficientes para la ecuación de Mooney Rivlin c_{10}=0.069, c_{01}=0.018 y D_1=5x10^4 para el caucho con el 6% de catalizador.

La iteración recalcula el módulo de Young para el caso del caucho con comportamiento lineal y el módulo de Young de la Ecuación (2.22), en el que relaciona los coeficientes c_{10} y c_{01}, para el caucho no lineal, para este último se mantiene el coeficiente D_1 de la ecuación de Mooney Rivlin en un valor fijo de 5x10^4. Mediante la comparación y minimización del error entre los coeficientes $\boldsymbol{m}$ y $\boldsymbol{k}$, se van variando sólo las propiedades del caucho que está en contacto con el indentador, permitiendo que las curvas se acerquen hasta obtener un error inferior al 2.5%.

2.4.3 Experimento 3: piel elástica no lineal en configuración multicapa

Para el caso de la piel, la propiedad del músculo es conocida y como en el numeral anterior, debe iterarse dos valores de módulo equivalente, E_c para la cutis y E_h para la hipodermis, representadas bajo el modelo hiperelástico de Mooney Rivlin (Ecuación (2.18)), estos valores se modifican mediante la comparación de $\boldsymbol{m}$ (ver Ecuación (2.21)). Puesto que se ha visto una relación entre D_1 y la concavidad de la curva analítica, se varían los valores de D_c para la cutis y D_h para la hipodermis de acuerdo a la comparación del valor de $\boldsymbol{k}$ de ambas curvas.

Adicional a estos parámetros de comparación, es sabido que la cutis es más rígida que la hipodermis [15], por lo que se hace uso de la relación:

$$E_c > E_h \tag{2.24}$$

El proceso iterativo permite que las curvas resultantes de Abaqus vayan acercándose a la curva experimental hasta obtener un error entre los coeficientes de la ecuación de ajuste de *Levenberg-Marquardt* inferior al 5%.

3. Resultados y discusión

3.1 Experimento 1: caucho elástico lineal

A partir de los valores de fuerza desplazamiento arrojados por el sistema de adquisición del texturómetro, se encontraron los módulos de Young para cada una de las corridas experimentales.

3.1.1 Diseño del experimento

A continuación en la Tabla 3-1 se presenta la matriz de diseño del experimento y los respectivos valores de módulo elástico longitudinal encontrados analíticamente mediante las ecuaciones (2.5) y (2.6) según el caso.

Tabla 3-1: Matriz de diseño factorial de los aspectos que inciden en la determinación del módulo Young de un caucho elástico lineal.

Orden de corrida	Geometría Indentador	Diámetro Indentador [mm]	Velocidad [um/s]	Módulo de elasticidad [MPa]
1	plano	10	130	0.33
2	plano	10	180	0.37
3	plano	5	45	0.33
4	esférico	5	25	0.37
5	plano	5	130	0.34
6	esférico	5	5	0.33
7	esférico	5	45	0.38
8	esférico	10	45	0.42
9	plano	10	25	0.36
10	plano	5	25	0.36
11	plano	10	80	0.34
12	esférico	10	130	0.23
13	plano	5	80	0.36
14	esférico	5	130	0.36
15	plano	5	5	0.37

Tabla 3-1: (continuación)

Orden de corrida	Geometría Indentador	Diámetro Indentador [mm]	Velocidad [um/s]	Módulo elástico [MPa]
16	esférico	10	5	0.36
17	plano	5	180	0.35
18	esférico	5	80	0.35
19	Esférico	10	80	0.34
20	Esférico	5	80	0.35
21	plano	5	130	0.32
22	plano	10	45	0.38
23	plano	5	5	0.36
24	plano	10	25	0.37
25	plano	5	180	0.36
26	plano	10	180	0.36
27	esférico	5	180	0.38
28	esférico	5	45	0.40
29	plano	10	130	0.37
30	plano	10	5	0.39
31	plano	10	5	0.37
32	plano	10	80	0.36
33	esférico	5	180	0.33
34	plano	10	45	0.38
35	esférico	5	5	0.36
36	esférico	10	25	0.04
37	esférico	10	25	0.29
38	esférico	10	5	0.41
39	esférico	10	130	0.40
40	esférico	10	80	0.32
41	esférico	5	130	0.37
42	plano	5	45	0.37
43	esférico	10	45	0.40
44	plano	5	25	0.34
45	esférico	5	25	0.27
46	plano	5	80	0.37
47	esférico	10	180	0.39
48	esférico	10	180	0.40

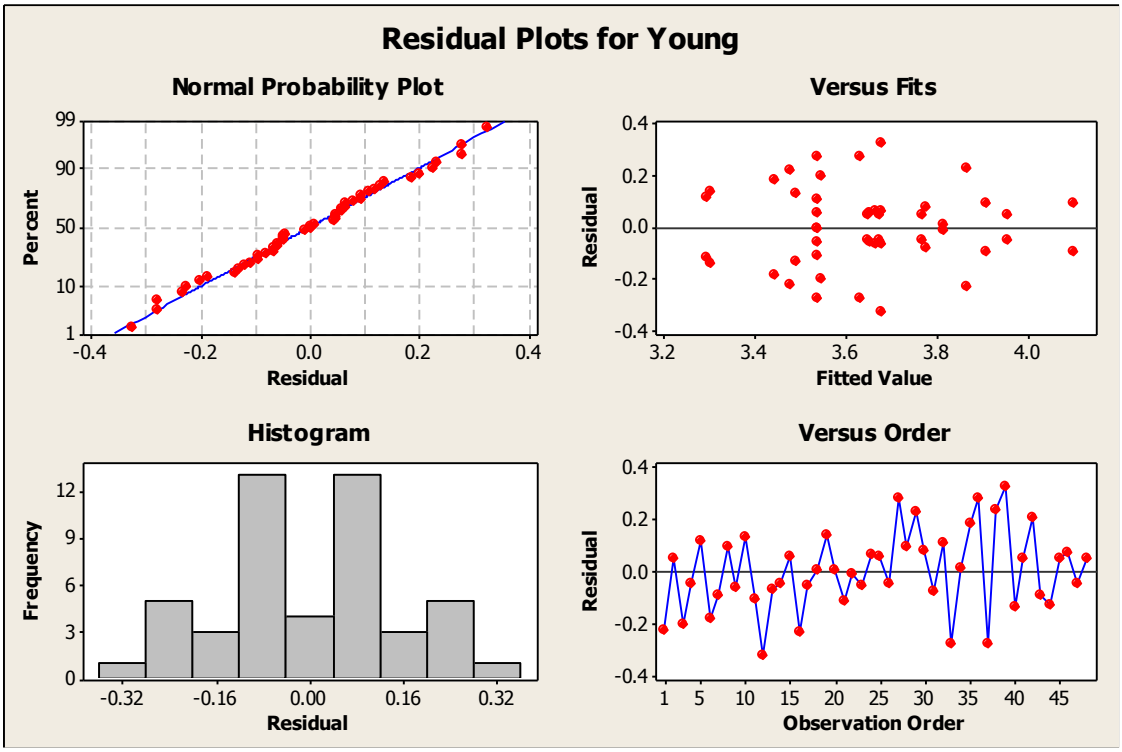
Del ANOVA realizado con Minitab® versión 16, mostrado en la Figura 3-1, se puede observar que ninguno de los efectos principales son significativos, ya que el *p-value* es mayor que 0.05 al igual que los efectos de sus respectivas interacciones dobles.

Figura 3-1: ANOVA para el módulo de Young

```
Análisis de varianza para MÓDULO DE YOUNG, utilizando SC ajustada
para pruebas

Fuente              GL   SC Sec.   SC Ajust.   CM Ajust.       F      P
Geometría            1   0.13542     0.13542     0.13542    2.93  0.100
Diámetro             1   0.15841     0.15841     0.15841    3.43  0.077
Velocidad            5   0.56848     0.56848     0.11370    2.46  0.062
Geometría*Diámetro   1   0.00030     0.00030     0.00030    0.01  0.936
Geometría*Velocidad  5   0.39790     0.39790     0.07958    1.72  0.168
Diámetro*Velocidad   5   0.32303     0.32303     0.06461    1.40  0.261
Geometría*Diámetro*  5   0.16391     0.16391     0.03278    0.71  0.623
  Velocidad
Error               24   1.10992     1.10992     0.04625
Total               47   2.85737

S = 0.215051   R-Sq = 61.16%
```

Para que estas conclusiones sean válidas es necesario comprobar los supuestos de aleatoriedad del experimento, vaianzas iguales y distribución normal de los residuos.

Figura 3-2: Gráfica de verificación de supuestos factores que afectan la determinación del módulo de Young del caucho elástico lineal

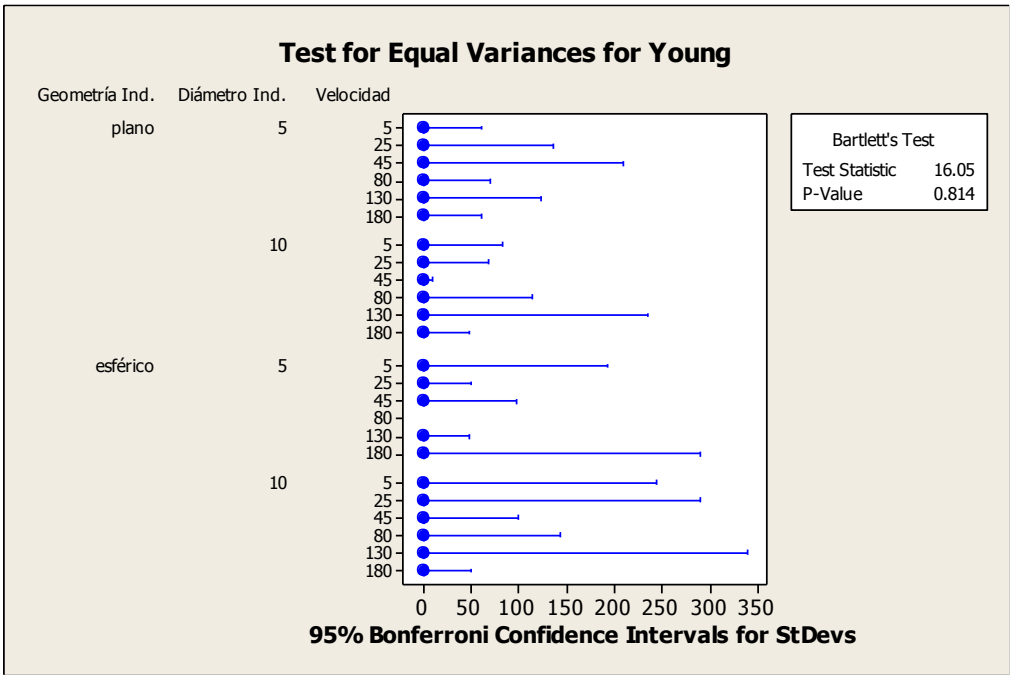


El gráfico de normalidad, muestra una alineación buena de los puntos alrededor de la línea recta lo cual indica que el supuesto de normalidad para los errores puede ser razonable, y

se corrobora con el test de Ryan-Joyner que con un valor p de 0.996 lleva a no rechazar la normalidad de los errores.

De la gráfica anterior, también se puede observar que no hay ninguna tendencia de los datos, y no se detecta ninguna correlación entre ellos, por lo cual el supuesto de independencia es válido.

Figura 3-3: Prueba de Varianzas iguales experimento sobre caucho lineal



Una apreciación global del gráfico de los residuales contra los valores predichos no muestra evidencia contundente en contra del supuesto de varianza constante para los errores, lo que se corrobora con la prueba de Bartlett, en la que se obtiene un valor p de 0,814, lo que lleva a no rechazar la varianza constante de los residuos.

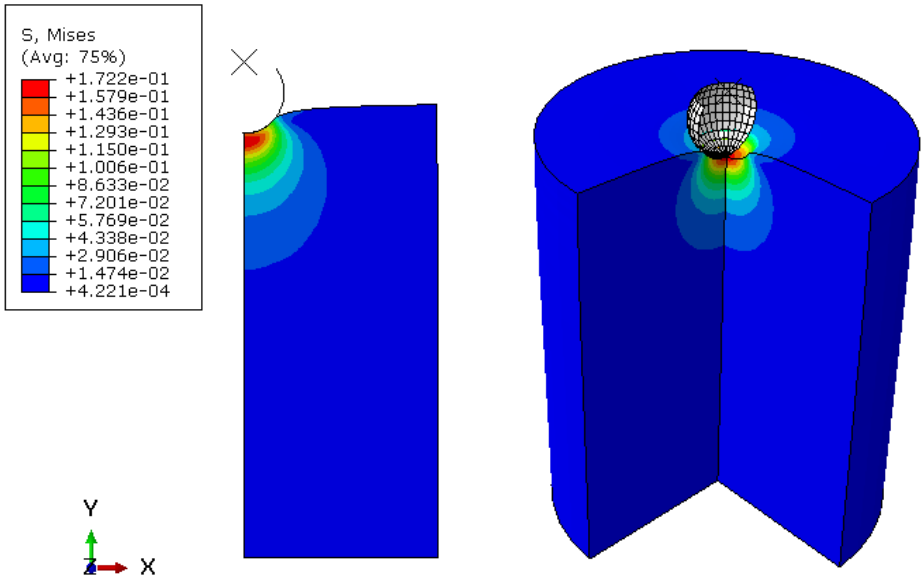
No hay incidencia de ninguno de los factores sobre la respuesta, es decir, no hay ningún efecto significativo resultante de la variación en la geometría o el diámetro del indentador, ni tampoco como respuesta al cambio en la velocidad de indentación. Las medias son estadísticamente iguales, obteniéndose una media del módulo de Young de 0.36MPa.

3.1.2 Modelo numérico

El coeficiente de fricción que se obtuvo de dos corridas experimentales en un equipo que permite medir fuerzas tangenciales y normales, empleando la Ecuación (2.20) es de 0.21 para la primera y 0.19 para la segunda. De ahí puede considerarse un promedio de 0.2.

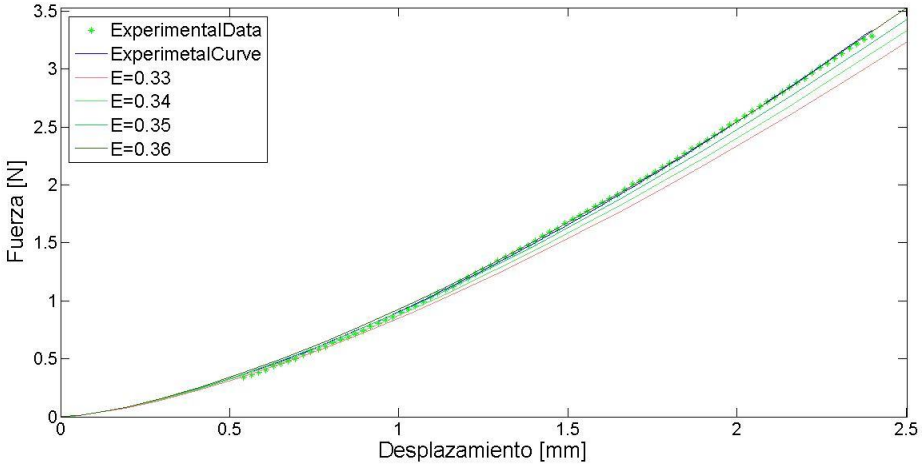
En la Figura 3-4 se muestra un resultado típico del modelo numérico. La sumatoria de las fuerzas de reacción de cada uno de los nodos de la base de la muestra en un instante de tiempo en el que se realiza la indentación completa; es comparada con las curvas de fuerza-tiempo obtenidas experimentalmente. La comparación final realizada en Matlab®, es mostrada en la Figura 3-5, en ella se visualiza el cambio iterado de los módulos de Young en el modelo computacional para minimizar el error con la curva experimental, iniciando con un valor de 0.33MPa que aparece por debajo de la curva experimental (*Experimental Curve*), hasta llegar a 0.36MPa, cuya curva resultante del modelo en Abaqus se superpone a la experimental.

Figura 3-4: Esfuerzo equivalente de von Mises (MPa), E =0.36MPa, ν=0.33, profundidad de indentación 2.5 mm



Para obtener una convergencia del 95% entre las curvas, mediante comparación de las constantes m y k, se empleó un módulo elástico de 0.36 en el análisis inverso mediante el MEF.

Figura 3-5: Comparación de curvas experimento 1 en Matlab



Dado que no se encontró en la literatura ningún valor de módulo elástico para el caucho de silicona con estas características se comparó el valor encontrado analítica y numéricamente con el resultado de un ensayo de compresión que arrojó un módulo de Young de 0.38MPa, al comparar este valor con 0.36MPa encontrado en el análisis inverso y 0.36MPa como resultado analítico mediante las Ecuaciones (2.5),(2.6) y (2.7); puede considerarse que no hay diferencias estadísticamente significativas, por lo que pueden emplearse cualquiera de los dos métodos para hallar el módulo de Young en materiales elásticos lineales. La validación del método permite su posterior uso en materiales que describen comportamiento no lineal y en configuración multicapa, para los que difícilmente se obtienen soluciones analíticas debido a la complejidad de las ecuaciones.

3.2 Experimento 2: caucho elástico no lineal en configuración multicapa

3.2.1 Diseño del experimento

En el experimento ejecutado sobre los cauchos en configuración multicapa, realizado aleatoriamente de acuerdo a la matriz de diseño de la Tabla 3-2, en la que hay 8 tratamientos con 2 réplicas para un total de 24 corridas experimentales, se empleó como

variable respuesta la fuerza de reacción resultante de los datos experimentales a una profundidad de indentación de 4mm, que se traduce en respuesta mecánica.

Tabla 3-2: Matriz de diseño factorial de los aspectos que inciden en la determinación del comportamiento mecánico del caucho elástico no lineal en configuración multicapa

Orden de corrida	Material	Espesor	Fuerza de reacción [g]
1	6/15	G/G	778,113
2	6/15	G/G	776,863
3	6/15	D/D	873,918
4	6/15	D/G	790,505
5	15/6	G/G	684,591
6	15/6	D/D	779,832
7	15/6	G/G	689,69
8	6/15	D/D	850,45
9	15/6	D/D	790,326
10	6/15	G/G	787,095
11	15/6	D/G	727,657
12	15/6	D/G	727,705
13	6/15	G/D	819,649
14	6/15	D/G	784,668
15	15/6	D/G	735,878
16	15/6	G/D	699,93
17	15/6	D/D	775,31
18	15/6	G/D	696,157
19	6/15	G/D	813,422
20	6/15	D/D	822,915
21	15/6	G/D	694,447
22	6/15	G/D	815,11
23	6/15	D/G	784,537
24	15/6	G/G	678,736

Para la tabla anterior, se tienen las siguientes indicaciones: 6/15, representa que el caucho con el 6% de catalizador está ubicado sobre el caucho con el 15% del catalizador y para 15/6 es el caso contrario; G/G indica que ambos cauchos son de 16mm de espesor, G/D quiere decir que el caucho grueso, de 16 mm, está sobre el caucho delgado de 8mm y D/G muestra lo contrario; finalmente D/D significa que ambos cauchos son delgados, de 8mm de espesor cada uno.

Del ANOVA realizado con Minitab® versión 16, mostrado en la Figura 3-6, se puede observar que ambos efectos principales son significativos, ya que el *p-value* es menor que 0.05 al igual que los efectos de su respectiva interacción doble.

Figura 3-6: ANOVA para fuerza reactiva a 4mm de profundidad del caucho de silicona en configuración multicapa

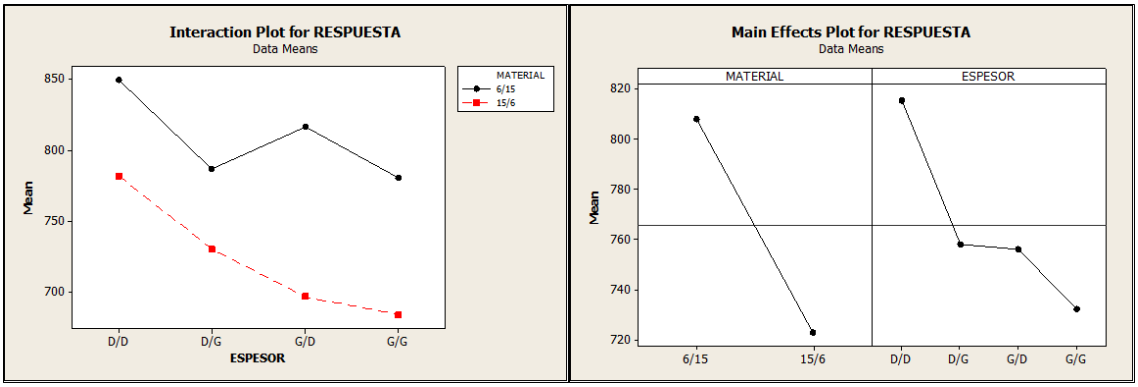
Modelo lineal general: RESPUESTA vs. MATERIAL. ESPESOR

```
Factor    Tipo  Niveles  Valores
MATERIAL  fijo        2  6/15. 15/6
ESPESOR   fijo        4  D/D. D/G. G/D. G/G


Análisis de varianza para RESPUESTA, utilizando SC ajustada para
pruebas

Fuente            GL  SC Sec.  SC Ajust.  CM Ajust.       F      P
MATERIAL           1  43094,2    43094,2    43094,2  418,13  0,000
ESPESOR            3  22287,9    22287,9     7429,3   72,08  0,000
MATERIAL*ESPESOR   3   3668,3     3668,3     1222,8   11,86  0,000
Error             16   1649,0     1649,0      103,1
Total             23  70699,4


S = 10,1520   R-cuad. = 97,67%   R-cuad.(ajustado) = 96,65%
```

En la Figura 3-7 se evidencia el cambio que produce en la respuesta mecánica la configuración de las capas, siendo posible asumir el efecto sobre la media de la fuerza de reacción dependiendo del espesor y el orden de los materiales a indentar. Puede verse que se obtienen valores de fuerza de reacción más altos (o rigidez del multicapa), bajo la configuración del caucho de 6% sobre el del 15% de catalizador, asimismo se visualiza que la rigidez aumenta cuando la capa superior o amabas capas son delgadas. Adicionalmente, se identifica que la respuesta mecánica del conjunto multicapa depende en gran medida del espesor de cada una de las capas y se resalta la importancia de identificar si la rigidez del caucho que se encuentra en la superficie es mayor o menor que

el que se encuentra en la base, la precisión de estos dos factores en el modelo numérico permitirá obtener ecuaciones constitutivas confiables mediante el análisis del MEF inverso.

Figura 3-7: Gráfica de incidencia de los efectos principales y su intereacción sobre la respuesta mecánica del caucho no lineal en configuración multicapa



3.2.2 Modelo numérico

El análisis inverso de los elementos finitos permite obtener los valores de las ecuaciones constitutivas bajo el modelo de Mooney Rivlin para el caucho con el 6% de catalizador y un modelo elástico lineal para el caucho de silicona con en 15% de catalizador. En la Tabla 3-3 aparecen los coeficientes de la ecuación constitutiva.

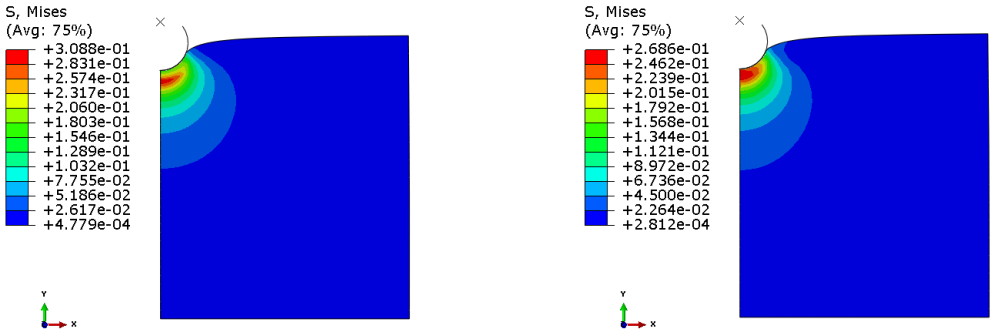
Tabla 3-3: Coeficientes de la ecuación constitutiva bajo el modelo hiperelástico de Mooney Rivlin con un D_1=5x10^4 para el caucho de silicona con 6% de catalizador y módulo de elasticidad para el caucho de silicona con 15% de catalizador, en configuración multicapa

Configuración Multicapa		6% de catalizador		15% de catalizador
		C_{10}	C_{01}	E
Individuales		0.0690	0.0180	0.456
6/15	G/G	0.0591	0.0148	0.4560
	G/D	0.0593	0.0148	0.4560
	D/G	0.0561	0.0140	0.4560
	D/D	0.0596	0.0149	0.4560
15/6	G/G	0.0690	0.0180	0.3850
	G/D	0.0690	0.0180	0.3970
	D/G	0.0690	0.0180	0.4050
	D/D	0.0690	0.0180	0.4340

Teniendo en cuenta que se mantienen fijos los valores iniciales de las propiedades del caucho base o capa 2, no se encuentran evidencias estadísticamente significativas que impidan reportar las medias de los módulos de elasticidad (E) 0.44MPa para el caucho con comportamiento no lineal (6% de catalizador) y 0.40MPa para el caucho con comportamiento lineal (15% de catalizador). Un ANOVA simple arroja una desviación estándar agrupada de 0,027 e indica que el análisis inverso del método del MEF es completamente aplicable a configuraciones multicapa.

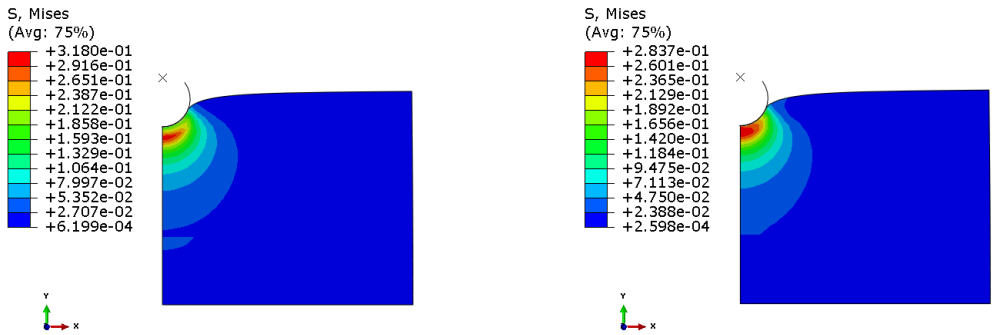
En la Figura 3-8 se muestran los respectivos esfuerzos para cada una de las configuraciones multicapa, en ellas se evidencia el cambio del patrón de distribución de esfuerzos sobre la junta entre la capa1 y la capa 2, siendo inferiores sobre las capas más rígidas correspondientes al caucho de silicona de 6% de catalizador.

Figura 3-8: Esfuerzo equivalente de von Mises (MPa) para cada configuración y comportamiento mecánico determinado mediante análisis del MEF inverso a una profundidad de indentación 4 mm



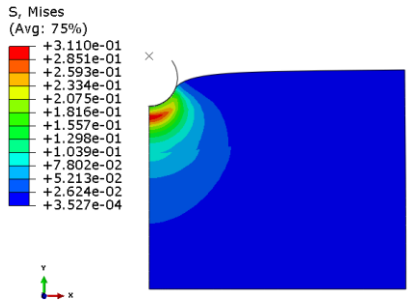
a. 6% grueso sobre 15% grueso

b. 15% grueso sobre 6% grueso

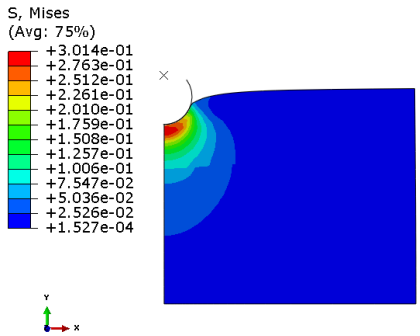


c. 6% grueso sobre 15% delgado

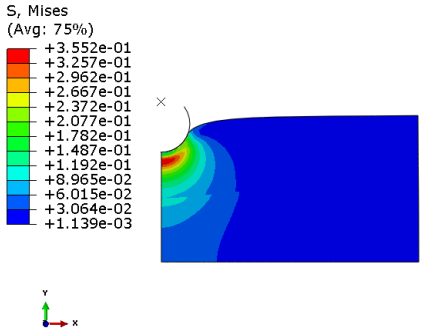
d. 15% grueso sobre 6% delgado



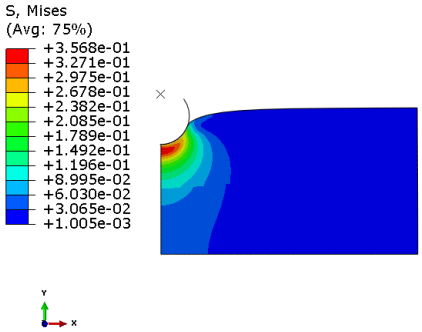
e. 6% delgado sobre 15% grueso



f. 15% delgado sobre 6% grueso



g. 6% delgado sobre 15% delgado



h. 15% delgado sobre 6% delgado

Habiendo probado el método de análisis inverso del MEF sobre caucho elástico lineal y no lineal en configuración multicapa, e identificada la incidencia del espesor de las capas y el orden de los materiales sobre la respuesta mecánica del conjunto, puede establecerse el método como confiable para establecer ecuaciones constitutivas de tejidos blandos tipo multicapa.

3.3 Experimento 3: piel elástica no lineal en configuración multicapa

3.3.1 Diseño de los experimentos

Uno de los diseños preliminares que se realizó permitió conocer el efecto de la humedad sobre la respuesta mecánica de la piel, representada en la fuerza de reacción a 4mm de indentación. La matriz de diseño del experimento y los resultados aparecen en la Tabla 3-4, donde los valores de humedad son medidos usando un corneómetro, que identifica coeficientes de *moist, oil, rough*, en contacto directo con la superficie de la piel, y el cual

reportó para la condición normal *moist* = -4, *oil* = -4, *rough* = -4 del individuo, para la alteración de humedad de manera *moist* = -2, *oil* = -2, *rough* = -2 y para la humedad generada naturalmente *moist* = 0, *oil* = 1, *rough* = 0, lo que garantiza que la humedad de la piel ha sido alterada por ambos métodos.

Tabla 3-4: Matriz de diseño experimento para determinar si la humedad (sudor) de la piel incide en su respuesta mecánica

Humedad	Fuerza [g]
normal	15.3955
normal	12.0986
normal	10.1179
artificial	10.8262
artificial	12.2386
artificial	13.8957
natural	7.65183
natural	4.13199
natural	13.852

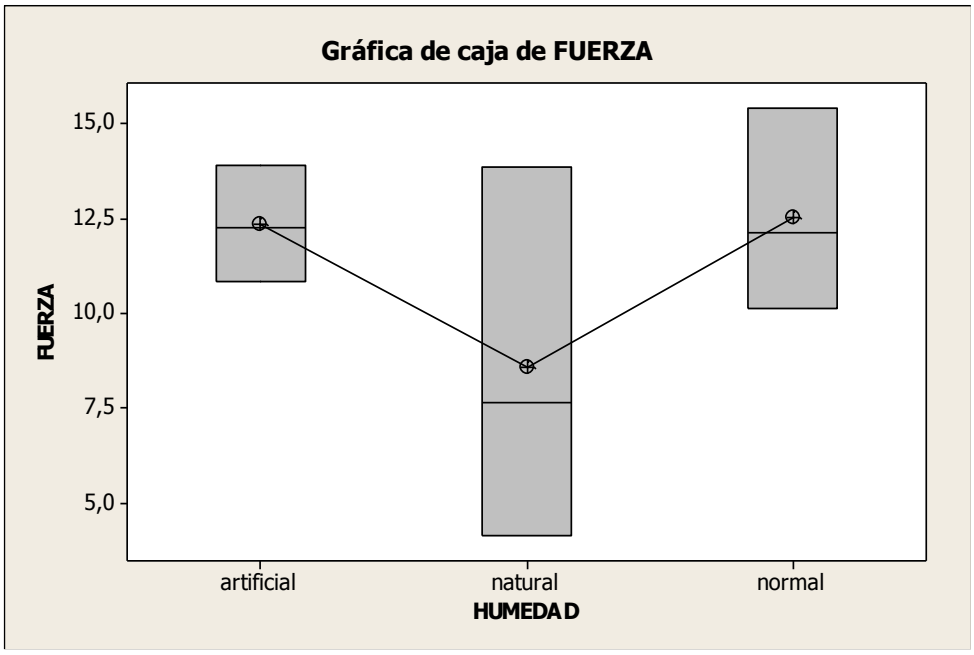
Del ANOVA de la Figura 3-9, puede concluirse que la humedad de la piel no afecta su respuesta mecánica, dado que el *p-value* es superior a 0.05. La gráfica de caja de fuerza (Figura 3-10) muestra el evidente traslape de las medias basados en la desviación estándar agrupada, lo cual indica que no hay evidencia de una participación estadísticamente significativa del sudor dado de manera natural o artificial sobre la respuesta mecánica de la piel de la región ventral del antebrazo.

Figura 3-9: ANOVA del experimento para determinar si la humedad (sudor) de la piel incide en su respuesta mecánica

ANOVA unidireccional: FUERZA vs. HUMEDAD

```
Fuente   GL    SC    CM     F      P
HUMEDAD   2  30,2  15,1  1,35  0,329
Error     6  67,4  11,2
Total     8  97,6

S = 3,351   R-cuad. = 30,97%   R-cuad.(ajustado) = 7,97%


                                  ICs de 95% individuales para la media
                                  basados en Desv.Est. agrupada
Nivel       N   Media  Desv.Est.  ---------+---------+---------+---------+
artificial  3  12,320      1,536            (------------*-------------)
natural     3   8,545      4,921  (------------*-------------)
normal      3  12,537      2,666            (-------------*------------)
                                  ---------+---------+---------+---------+
                                         7,0      10,5      14,0      17,5

Desv.Est. agrupada = 3,351
```

Figura 3-10: Gráfica de caja de fuerza reactiva a 4mm de indentación sobre la piel

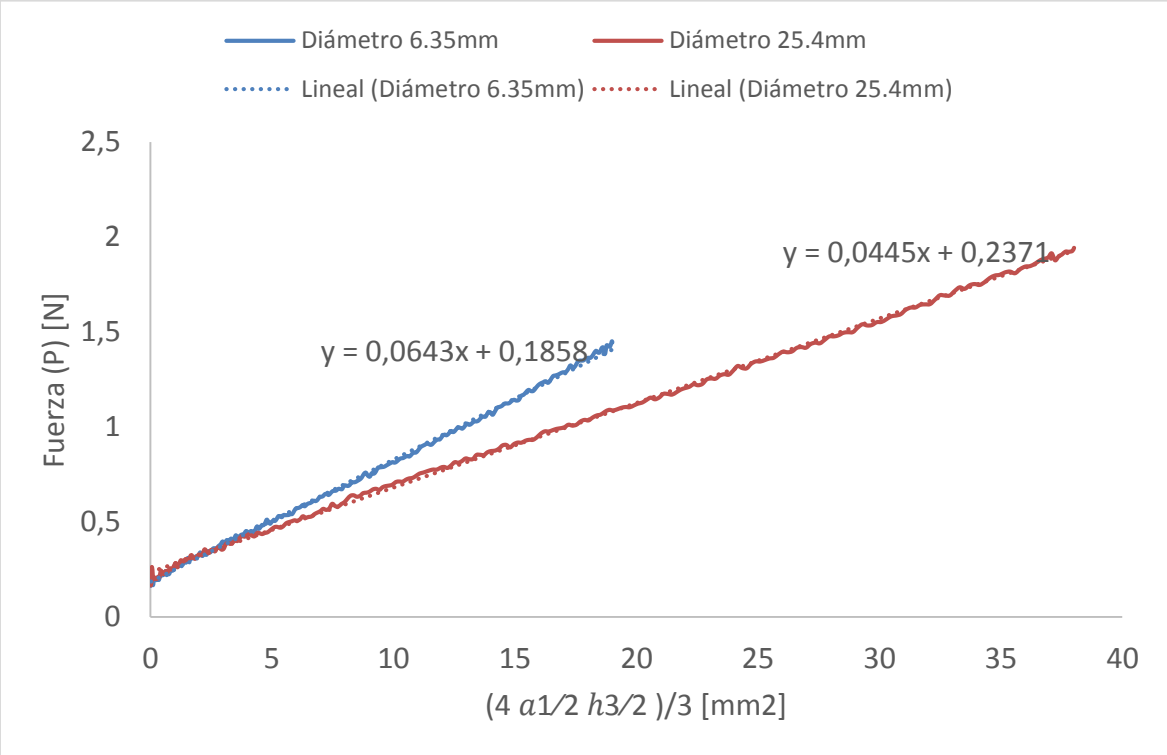


Para que estas conclusiones se puedan considerar como válidas se comprobaron los supuestos de distribución normal de la respuesta con el test de Anderson-Darling, que con un *p value* de 0.873 lleva a no rechazar la normalidad de los errores; el supuesto de varianzas iguales se corroboró con la prueba de Bartlett, en la que se obtiene un *p value*

de 0,467; y aleatoriedad en la toma de datos se probó al no evidenciar ninguna tendencia de los datos, ni correlación entre ellos, por lo cual el supuesto de independencia es válido.

Como parte de otro experimento preliminar, en el que se desea evaluar la incidencia del tamaño del indentador sobre la respuesta mecánica de la piel, se determinó el módulo de Young para el conjunto multicapa cutis-hipodermis-músculo, pese al comportamiento elástico no lineal que se asumirá más adelante para la piel, se graficaron de acuerdo a la Ecuación (2.5) los valores de P vs. $4/3\, a^{1/2} h^{3/2}$, para determinar si el comportamiento es lo suficientemente lineal para obtener un valor de E^* como pendiente de la función. Un ejemplo de las gráficas se presenta en la Figura 3-11, en la que aparece la respectiva ecuación de la línea de tendencia lineal para ambos diámetros.

Figura 3-11: Gráfica representativa de E^* para la piel con indentadores de dos tamaños: 25.4mm de diámetro y 6.35mm de diámetro.



En la Tabla 3-5 se muestra la respectiva matriz para determinar la incidencia del diámetro del indentador sobre la respuesta mecánica del tejido multicapa. Para obtener los valores de módulo de Young mediante la Ecuación (2.6), se asumieron como propiedades del

indentador que se utilizó en el experimento de acero inoxidable 304 para el que se suponen ν'=0.33 y E'=7.4x10^{10}Pa, el valor de ν del conjunto multicapa se asumió como 0.3.

El ANOVA Balanceado de la Figura 3-12, indica que no hay ningún efecto significativo (*p value* > 0.05) de los factores evaluados sobre el módulo de Young del tejido multicapa, cuyo valor medio es de 0.05MPa. El experimento presenta una confiabilidad con un R^2 de 74.95%, hay distribución normal de los residuos y aleatoriedad que permiten confirmar el resultado estadístico aunque no se haya realizado ninguna réplica.

Tabla 3-5: Matriz de diseño del experimento para determinar si la velocidad de indentación, el diámetro y temperatura del indentador incide en la respuesta mecánica de la piel (Módulo de Young)

Diámetro indentador [mm]	Temperatura aprox. Indentador [°C]	Velocidad indentación [mm/s]	Módulo de elasticidad [MPa]
25.4	15	0.1	0.0420
6.35	15	0.1	0.0466
25.4	25	0.1	0.0446
6.35	25	0.1	0.0530
6.35	25	3	0.0659
25.4	15	3	0.0445
6.35	15	3	0.0643
25.4	25	3	0.0388

Figura 3-12: ANOVA Balanceado del experimento para determinar si la interacción temperatura-diámetro-velocidad del indentador incide en la respuesta mecánica de la piel

ANOVA: Módulo vs. Temperatura. Tamaño. Velocidad

Factor	Tipo	Niveles	Valores
Temperatura	aleatorio	2	cálido. frío
Tamaño	aleatorio	2	G. P
Velocidad	fijo	2	lento. rápido

Análisis de varianza de Módulo

Fuente	GL	SC	CM	F	P
Temperatura	1	0,00000300	0,00000300	0,07	0,810
Tamaño	1	0,00044850	0,00044850	9,86	0,035
Velocidad	1	0,00009316	0,00009316	2,05	0,226
Error	4	0,00018203	0,00004551		
Total	7	0,00072670			

S = 0,00674602 R-cuad. = 74,95% R-cuad.(ajustado) = 56,16%

El análisis del multicapa de los experimentos para determinar la incidencia del tamaño del indentador, consideró una profundidad de indentación lo suficientemente amplia para percibir respuesta mecánica de la capa del músculo, la respuesta conjunta del multicapa a esta profundidad de indetación (5mm), permite establecer un módulo de Young, por tanto la reacción del conjunto puede definirse como elástica lineal con una media del módulo de Young de 0.05MPa.

Luego de haber identificado mediante ensayos preliminares que no hay incidencia de los factores diámetro del indentador y humedad de la piel sobre la respuesta mecánica del tejido blando tipo multicapa, a continuación se presenta de manera detallada el diseño de experimentos final para determinar los factores que afectan el comportamiento mecánico de la piel considerada como un tejido multicapa. Se plantea un diseño de parcelas que debe ejecutarse mediante un diseño fraccionado con dos réplicas de las parcelas completas con un solo bloque, obteniéndose un total de 64 corridas. El orden de las corridas y la fuerza de reacción medida a 3mm de indentación como variable respuesta, se presentan en la Tabla 3-6.

Tabla 3-6: Matriz de diseño del experimento para determinar los factores experimentales que afectan la obtención de la ecuación constitutiva de la piel

Parcela Completa	A: Temperatura Ambiente[HTC]	B: Velocidad indentación	C: Temperatura indentador	D: Presión bomba	E: Actividad muscular	Fuerza de reacción [g]
3	-1	-1	-1	-1	-1	5.60529
1	-1	-1	-1	-1	1	3.27922
1	-1	1	1	-1	-1	7.40668
1	-1	-1	-1	-1	-1	9.89451
3	-1	1	-1	-1	-1	9.48352
1	-1	-1	1	-1	-1	2.71957
1	-1	1	-1	1	1	1.97628
1	-1	1	1	1	-1	13.4317
3	-1	1	1	1	1	10.9876
1	-1	1	1	1	1	7.96633
3	-1	1	1	-1	1	27.4624
1	-1	1	-1	1	-1	11.2587
3	-1	1	1	1	-1	16.2912
3	-1	1	-1	-1	1	17.2225
3	-1	1	1	-1	-1	27.4974
3	-1	1	-1	1	1	18.4555
1	-1	1	-1	-1	-1	16.2387
1	-1	-1	1	1	1	20.2
3	-1	-1	1	1	-1	27.5018
1	-1	-1	-1	1	1	14.1225
1	-1	-1	-1	1	-1	19.5573
1	-1	-1	1	-1	1	13.1431
1	-1	1	-1	-1	1	22.7884
1	-1	-1	1	1	-1	42.8835
1	-1	1	1	-1	1	13.3399
3	-1	-1	-1	1	1	27.7641
3	-1	1	-1	1	-1	42.525
3	-1	-1	-1	-1	1	12.0719
3	-1	-1	1	1	1	11.7046

Tabla 3-6 (continuación)

Parcela Completa	A: Temperatura Ambiente[HTC]	B: Velocidad indentación	C: Temperatura indentador	D: Presión bomba	E: Actividad muscular	Fuerza de reacción [g]
3	-1	-1	1	-1	-1	14.7434
3	-1	-1	-1	1	-1	27.4624
3	-1	-1	1	-1	1	23.8115
4	1	1	1	1	1	42.2233
4	1	1	-1	-1	1	30.6804
2	1	-1	-1	1	-1	25.2457
2	1	1	-1	-1	-1	23.418
4	1	-1	-1	-1	1	20.5323
4	1	1	1	1	1	56.1972
2	1	-1	-1	-1	1	16.3568
4	1	1	1	-1	-1	24.3144
2	1	-1	1	1	1	47.1465
4	1	-1	-1	1	1	32.39
2	1	1	1	1	-1	41.2002
2	1	-1	1	1	-1	18.2981
2	1	1	1	-1	-1	18.8184
4	1	-1	-1	1	-1	34.9653
2	1	-1	-1	1	1	28.5905
2	1	-1	-1	-1	-1	16.9689
4	1	1	-1	-1	-1	11.1362
4	1	-1	1	-1	1	9.72837
2	1	1	-1	1	1	24.8696
2	1	-1	1	-1	1	13.0819
4	1	1	1	1	-1	22.8846
2	1	-1	1	-1	-1	31.3713
4	1	-1	1	1	1	28.6342
2	1	1	-1	-1	1	42.2758
2	1	1	-1	1	-1	33.2382
4	1	1	-1	1	-1	29.6311
4	1	1	1	-1	1	6.83828
4	1	-1	-1	-1	-1	22.1195

Tabla 3-6 (continuación)

Parcela Completa	A: Temperatura Ambiente[HTC]	B: Velocidad indentación	C: Temperatura indentador	D: Presión bomba	E: Actividad muscular	Fuerza de reacción [g]
4	1	-1	1	-1	-1	39.1015
4	1	-1	1	1	-1	38.3451
2	1	1	1	-1	1	29.7535
4	1	1	-1	1	1	16.5535

(-1) Nivel Bajo
(+1) Nivel Alto

A: Temperatura ambiente. Nivel Bajo: 18°C Nivel Alto: 29°C
B: Velocidad de indentación. Nivel Bajo: 0.3mm/s Nivel Alto: 3.0mm/s
C:Temperatura del indentador. Nivel Bajo: 14-17°C Nivel Alto: 23-26°C (ambiente)
D: Presión de la bomba. Nivel bajo: 0mmHg Nivel Alto:20mmHg
E: Activación muscular. Nivel bajo: mano relajada Nivel Alto: mano empuñando

Así el modelo estadístico en unidades codificadas [-1,1] del experimento con interacciones hasta de tercer orden es:

$$y_{ijk} = C_0 + \sum C_i x_i + \sum\sum C_{ij} x_i x_j + \sum\sum\sum C_{ijk} x_i x_j x_k + \gamma_k + \varepsilon \begin{cases} i,j,k = A,B,C,D,E,F,G \\ i \neq j \neq k \\ l = 1,2 \end{cases} \quad (3.1)$$

Donde los C_i corresponden a los coeficientes estimados de los efectos individuales, C_{ij} corresponden a los coeficientes estimados de los efectos de interacciones dobles, C_{ijk} corresponden a los coeficientes estimados de los efectos de interacciones triples, y las $x_{i,j,k}$ corresponden al nivel codificado entre [-1,1] del factor.

Luego de recabar los datos se obtiene el siguiente Análisis de varianza con la ayuda de Minitab 16:

Figura 3-13: ANOVA para determinar factores experimentales que afectan la obtención de la ecuación constitutiva que representa las propiedades mecánicas de la piel

Ajuste factorial de gráfica dividida: Respuesta versus A[HTC]. B. C. D. E

Análisis de varianza para Respuesta (unidades codificadas)

Fuente	GL	SC Sec.	SC Ajust.	CM Ajust.	F	P
A[HTC]	1	1765,18	1791,53	1791,53	9,36	0,095
Error de PC	2	314,92	375,90	187,95	2,49	0,100
B	1	5,63	7,46	7,46	0,10	0,755
C	1	101,04	107,94	107,94	1,43	0,241
D	1	989,80	1007,16	1007,16	13,35	0,001
E	1	16,81	14,56	14,56	0,19	0,664
A[HTC]*B	1	30,12	33,20	33,20	0,44	0,512
A[HTC]*C	1	22,90	25,49	25,49	0,34	0,565
A[HTC]*D	1	93,49	98,27	98,27	1,30	0,263
A[HTC]*E	1	63,91	67,62	67,62	0,90	0,351
B*C	1	38,53	35,59	35,59	0,47	0,498
B*D	1	257,91	249,18	249,18	3,30	0,079
B*E	1	89,73	94,61	94,61	1,25	0,272
C*D	1	19,23	21,44	21,44	0,28	0,598
C*E	1	3,47	2,60	2,60	0,03	0,854
D*E	1	89,51	84,50	84,50	1,12	0,298
A[HTC]*B*C	1	47,54	51,12	51,12	0,68	0,417
A[HTC]*B*D	1	227,32	234,12	234,12	3,10	0,088
A[HTC]*C*D	1	251,25	257,36	257,36	3,41	0,075
A[HTC]*B*E	1	89,68	92,98	92,98	1,23	0,276
A[HTC]*C*E	1	3,65	3,01	3,01	0,04	0,843
A[HTC]*D*E	1	504,46	510,34	510,34	6,76	0,014
B*C*D	1	73,57	75,52	75,52	1,00	0,325
B*C*E	1	71,92	73,56	73,56	0,97	0,331
B*D*E	1	121,27	118,67	118,67	1,57	0,220
C*D*E	1	326,67	329,61	329,61	4,37	0,045
A[HTC]*B*C*D	1	223,96	225,48	225,48	2,99	0,094
A[HTC]*B*C*E	1	2,44	2,59	2,59	0,03	0,854
A[HTC]*B*D*E	1	112,91	111,43	111,43	1,48	0,234
A[HTC]*C*D*E	1	558,50	559,47	559,47	7,41	0,011
B*C*D*E	1	238,97	238,62	238,62	3,16	0,086
A[HTC]*B*C*D*E	1	30,48	30,48	30,48	0,40	0,530
Error de PD	30	2263,88	2263,88	75,46		
Falta de ajuste	29	2166,24	2166,24	74,70	0,77	0,738
Error puro	1	97,63	97,63	97,63		
Total	63	9050,67				

Figura 3-14: Gráfica normal de efectos estandarizados para factores que afectan la respuesta mecánica de la piel

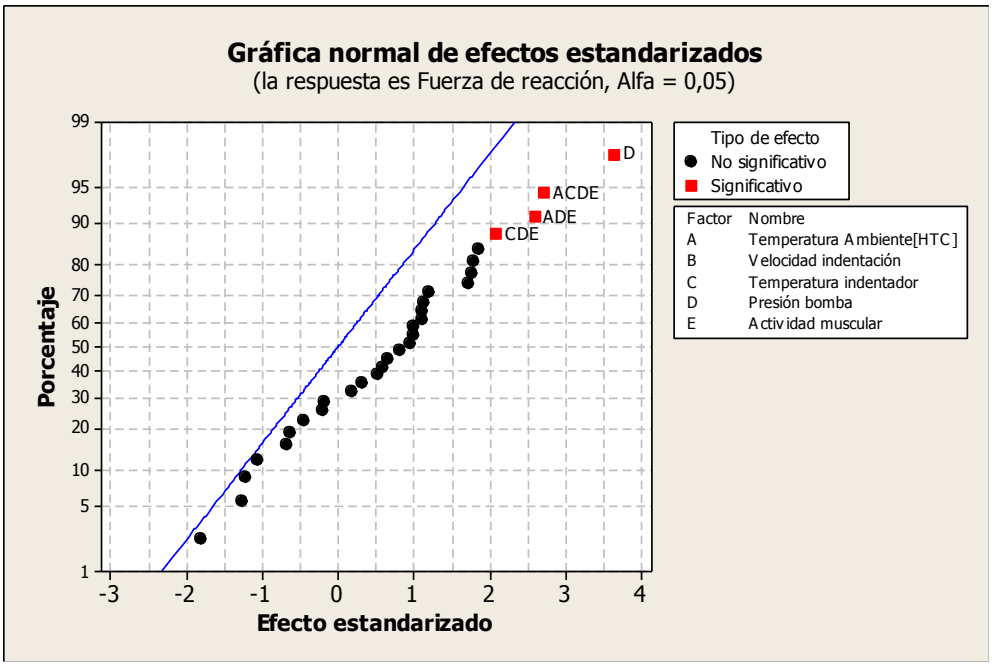
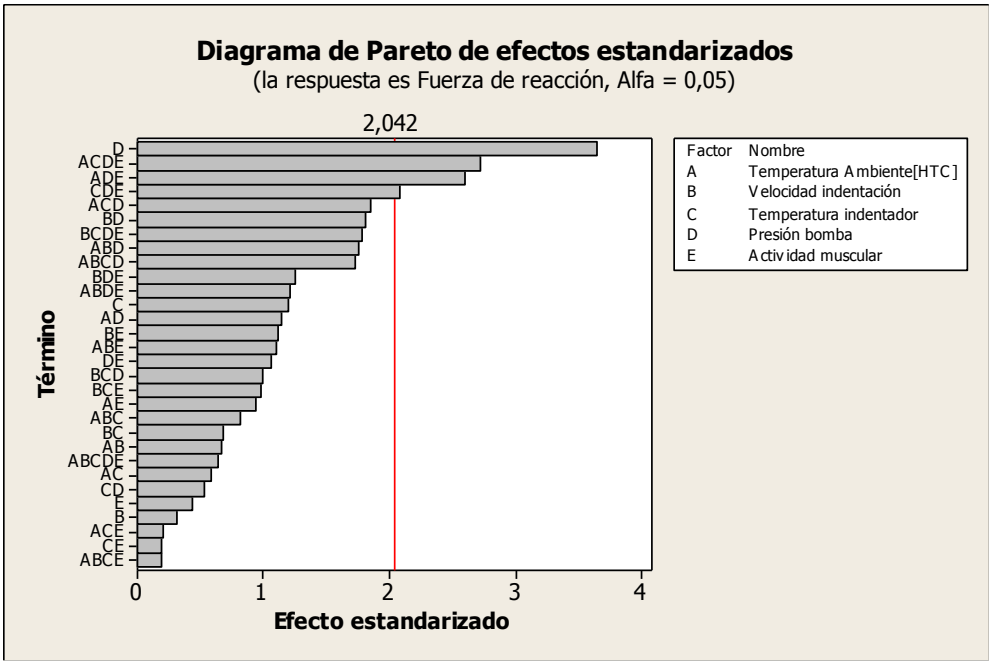


Figura 3-15: Diagrama de Pareto de efectos estandarizados para factores que afectan la respuesta mecánica de la piel



De la tabla Anova presentada en la Figura 3-13 se observa que el factor D (Presión de la bomba) y las interacciones ADE (Temperatura ambiente - Presión de la bomba - Actividad Muscular), CDE (Temperatura del indentador - Presión de la bomba - Actividad Muscualar) y ACDE resultan significativas ya que presentan un valor p menor al nivel de significancia (0.05). La gráfica de efectos normales absolutos permite identificar visualmente los efectos importantes y comparar la magnitud relativa de los diversos efectos.

A continuación se ilustran los coeficientes estimados, en los cuales se observa que las magnitudes más grandes corresponden a los factores significativos, y además se observa que el modelo explica el 84.86% de los datos:

Figura 3-16: Efectos y coeficientes estimados para la fuerza de reacción de la piel a 3mm de indentación

Efectos y coeficientes estimados para Respuesta (unidades codificadas)

Término	Efecto	Coef	EE del coef.	T	P
Constante		**22,196**	**1,731**	**12,82**	**0,007**
A[HTC]	10,593	5,296	1,731	3,06	0,095
B	0,684	0,342	1,087	0,31	0,755
C	2,600	1,300	1,087	1,20	0,241
D	**7,942**	**3,971**	**1,087**	**3,65**	**0,001**
E	-0,955	-0,477	1,087	-0,44	0,664
A[HTC]*B	1,442	0,721	1,087	0,66	0,512
A[HTC]*C	1,264	0,632	1,087	0,58	0,565
A[HTC]*D	2,481	1,240	1,087	1,14	0,263
A[HTC]*E	2,058	1,029	1,087	0,95	0,351
B*C	-1,493	-0,746	1,087	-0,69	0,498
B*D	-3,950	-1,975	1,087	-1,82	0,079
B*E	2,434	1,217	1,087	1,12	0,272
C*D	1,159	0,579	1,087	0,53	0,598
C*E	-0,404	-0,202	1,087	-0,19	0,854
D*E	-2,300	-1,150	1,087	-1,06	0,298
A[HTC]*B*C	1,789	0,895	1,087	0,82	0,417
A[HTC]*B*D	3,829	1,915	1,087	1,76	0,088
A[HTC]*C*D	4,015	2,007	1,087	1,85	0,075
A[HTC]*B*E	2,413	1,207	1,087	1,11	0,276
A[HTC]*C*E	-0,434	-0,217	1,087	-0,20	0,843
A[HTC]*D*E	**5,654**	**2,827**	**1,087**	**2,60**	**0,014**
B*C*D	2,175	1,087	1,087	1,00	0,325
B*C*E	2,146	1,073	1,087	0,99	0,331
B*D*E	-2,726	-1,363	1,087	-1,25	0,220
C*D*E	**4,544**	**2,272**	**1,087**	**2,09**	**0,045**
A[HTC]*B*C*D	3,758	1,879	1,087	1,73	0,094
A[HTC]*B*C*E	0,403	0,201	1,087	0,19	0,854
A[HTC]*B*D*E	-2,642	-1,321	1,087	-1,22	0,234
A[HTC]*C*D*E	**5,919**	**2,960**	**1,087**	**2,72**	**0,011**
B*C*D*E	3,866	1,933	1,087	1,78	0,086
A[HTC]*B*C*D*E	-1,382	-0,691	1,087	-0,64	0,530

S = 8,68692 R-cuad.(PD) = 67,52%
D(PC) = 2,69395 R-cuad.(PC) = 84,86%

Para que estas conclusiones sean válidas se comprobaron los supuestos de distribución normal de la respuesta, se corroboró con el test de Ryan-Joyner que con un valor p de 0.100 lleva a no rechazar la normalidad de los errores; el supuesto de varianzas iguales

se corroboró con la prueba de Bartlett, en la que se obtiene un valor p de 0,981, lo que lleva a no rechazar la varianza constante de los residuos; y aleatoriedad en la toma de datos se probó al no evidenciar ninguna tendencia de los datos, ni correlación entre ellos, por lo cual el supuesto de independencia es válido.

3.3.2 Modelos numéricos

El análisis inverso de los elementos finitos permite obtener los valores de las ecuaciones constitutivas bajo el modelo de Mooney Rivlin (Ecuación (2.18)) para el cutis y la hipodermis. En la Tabla 3-7 aparecen los coeficientes de la ecuación constitutiva y los respectivos valores del módulo de elasticidad hallado mediante la Ecuación (2.22), siendo E_c para la cutis y E_h para la hipodermis. Se presenta un valor para cada uno de los casos que resultaron estadísticamente significativos en el diseño del experimento, considerándose que los demás tratamientos tendrán comportamientos similares por tratarse de réplicas.

Dada la dificultad para encontrar el módulo de compresibilidad para cada una de las capas de la piel en la literatura, mediante análisis preliminares y partiendo de un módulo de compresibilidad K para ambas capas (cutis e hipodermis) de 1MPa [92], se iteró hasta obtener una relación eficiente con un valor de 0.001MPa. Se proponen valores de C_{10} y C_{01} a partir de este módulo de compresibilidad equivalente a un D_1 =2000 que se mantuvo fijo durante el proceso de análisis inverso mediante el método de los elementos finitos. En el Anexo A se muestran las respectivas curvas de comparación en Matlab.

Tabla 3-7: Coeficientes de la ecuación constitutiva bajo el modelo hiperelástico de Mooney Rivlin que representa la piel bajo determinadas condiciones experimentales

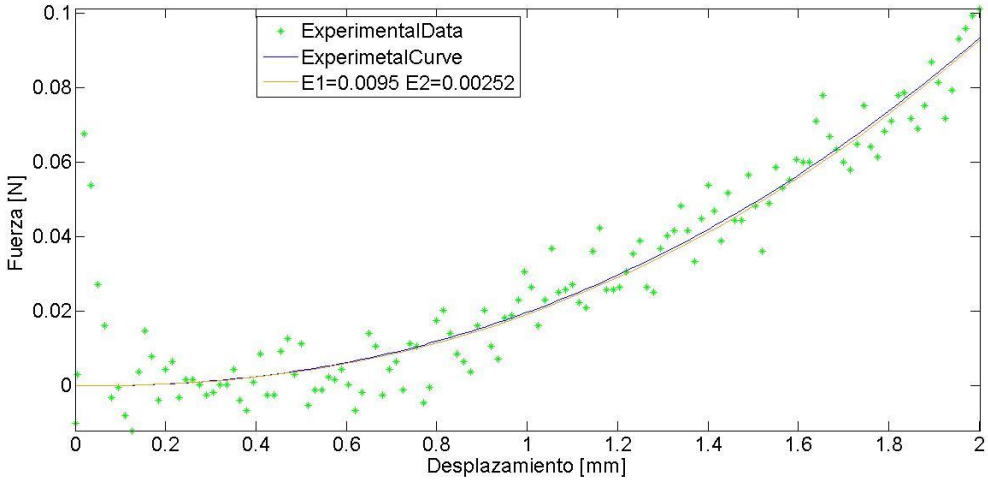
	Cutis			Hipodermis			
[A,C,D,E]	C_{10}[MPa]	C_{01}[MPa]	E_c [Mpa]	C_{10}[MPa]	C_{01}[MPa]	E_h [Mpa]	E_c/E_h
[-1-1-1-1]	4.54E-04	1.13E-04	3.40E-03	1.42E-04	3.56E-05	1.07E-03	3.19
[-1-1-1+1]	4.11E-04	1.03E-04	3.08E-03	6.67E-05	1.67E-05	5.00E-04	6.16
[-1-1+1-1]	3.14E-04	7.85E-05	2.36E-03	2.00E-04	5.00E-05	1.50E-03	1.57
[-1-1+1+1]	6.41E-04	1.60E-04	4.81E-03	5.68E-04	1.42E-04	4.26E-03	1.13
[-1+1-1-1]	4.40E-03	1.10E-03	3.30E-02	4.50E-05	1.13E-05	3.38E-04	97.69
[-1+1-1+1]	3.39E-04	8.47E-05	2.54E-03	1.17E-04	2.93E-05	8.80E-04	2.89
[-1+1+1-1]	2.15E-02	5.38E-03	1.62E-01	5.29E-05	1.32E-05	3.96E-04	407.51
[-1+1+1+1]	4.95E-05	1.24E-05	3.72E-04	7.90E-03	1.97E-03	5.92E-02	0.01
[+1-1-1-1]	6.66E-03	1.66E-03	4.99E-02	6.05E-05	1.51E-05	4.54E-04	110.03
[+1-1-1+1]	5.60E-02	1.40E-02	4.20E-01	5.74E-05	1.43E-05	4.30E-04	976.29
[+1-1+1-1]	5.60E-05	1.40E-05	4.20E-04	4.18E-03	1.04E-03	3.13E-02	0.01
[+1-1+1+1]	7.05E-04	1.76E-04	5.29E-03	5.57E-04	1.39E-04	4.18E-03	1.26
[+1+1-1-1]	1.27E-03	3.17E-04	9.50E-03	3.36E-04	8.40E-05	2.52E-03	3.77
[+1+1-1+1]	1.72E-02	4.30E-03	1.29E-01	5.92E-05	1.48E-05	4.44E-04	290.49
[+1+1+1-1]	3.31E-03	8.27E-04	2.48E-02	4.00E-04	1.00E-04	3.00E-03	8.27
[+1+1+1+1]	9.33E-04	2.33E-04	7.00E-03	4.88E-04	1.22E-04	3.66E-03	1.912519

La relación entre E_c y E_h permite determinar el cambio en la concavidad de la curva experimental, para valores $E_c/E_h < 1$ la curva crece considerablemente entre los valores de 1mm y 2mm, siendo el mismo módulo de compresibilidad para ambos casos, se obtiene valores de módulo de elasticidad mayores para la hipodermis que para la cutis. En el caso contrario en que los valores de la relación entre E_c y E_h son muy grandes, la pendiente del conjunto es lo suficientemente alta como para que el módulo de elasticidad de la cutis esté en un orden de magnitud de 100kPa en comparación con un orden de magnitud de 0.1kPa para la hipodermis. En la Figura 3-17 se muestra un ejemplo para cada uno de estos casos extremos.

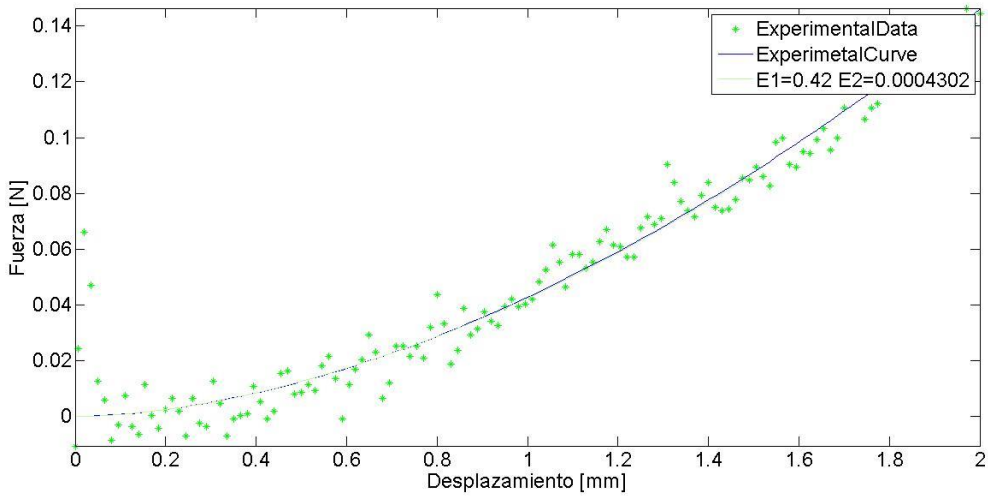
En la Figura 3-17 aunque no es posible identificar un comportamiento individual de las capas, la curva permite identificar una pendiente inicial (antes de 1mm) asociada al comportamiento mecánico de la primera capa y una pendiente final (entre 1mm y 2mm) asociada a la respuesta mecánica de la segunda capa. Así, mientras menos marcado sea el cambio de pendiente de la curva alrededor de 1mm mayor será la relación entre módulos

de elasticidad. Los cambios bruscos de pendiente y las relaciones de $E_c/E_h \leq 1$, contrarían la literatura puesto que se estaría afirmando que la hipodermis es más rígida que la cutis e indican que hay un error en la estimación de los espesores de la piel para el individuo correspondiente a la parcela, como es el caso de los niveles de los factores [-1+1+1+1] y [+1-1+1-1].

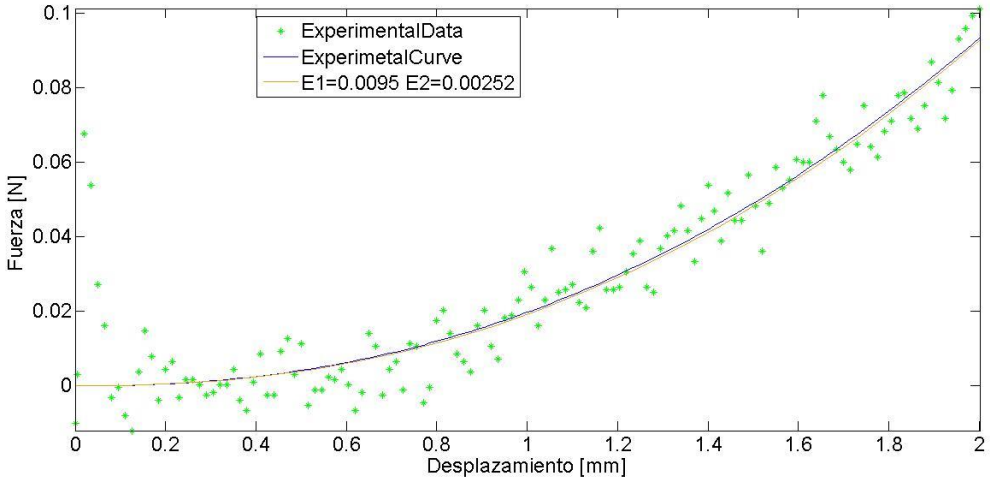
Figura 3-17: Curva de comparación curvas experimentales y computacionales a. $E_c/E_h < 1$, b. $E_c/E_h \gg 1$, c. $E_c/E_h > 1$



a.



b.

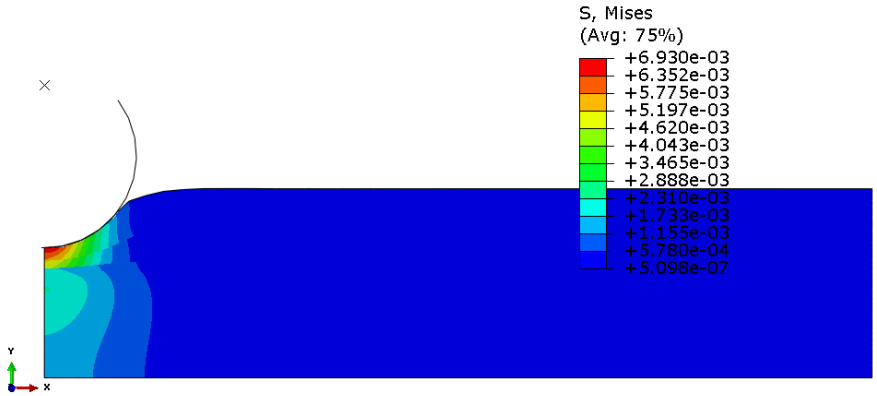


c.

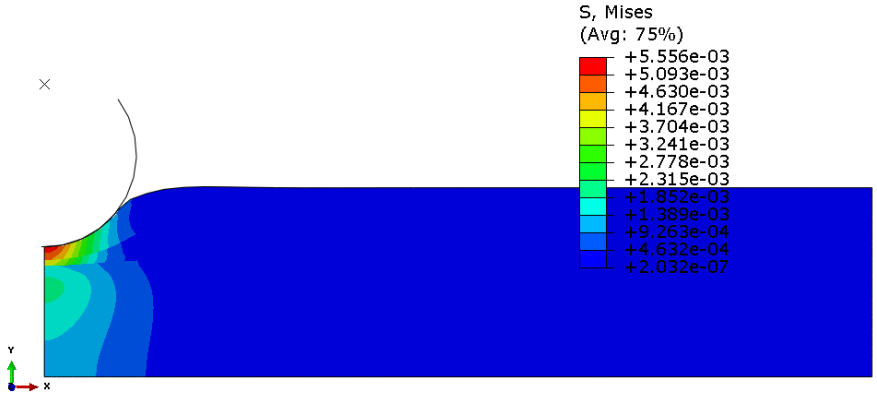
Los valores hallados para el módulo elástico de la cutis varían entre 0.372kPa y 420kPa, mientras que el módulo elástico de la hipodermis se encontró entre 0.338kPa y 59.2kPa. Aunque tal como se presentó en el capítulo 1, no es posible hablar de un único valor reportado en la literatura para estas propiedades, pero los valores hallados en esta tesis poseen el mismo orden de magnitud de los reportados por otros autores [11], [15], [45], [51], [55], [59], , y especialmente con aquellos que han usado la técnica de indentación como modo de experimentación [15], [16], [51]. Sin embargo es notorio que el amplio rango obtenido como respuesta tanto para la cutis como para hipodermis refleja la gran influencia que tienen los factores experimentales sobre la misma.

En la Figura 3-18 se muestran los respectivos esfuerzos para cada una de las combinaciones de factores experimentales en configuración multicapa. En las gráficas puede apreciarse una distribución de esfuerzos elevada para las capas más rígidas, en la mayoría de los casos para el músculo y la cutis. A excepción de las Figura 3-18 h y k, en las que se determina un módulo de elasticidad mayor para la hipodermis que para la cutis

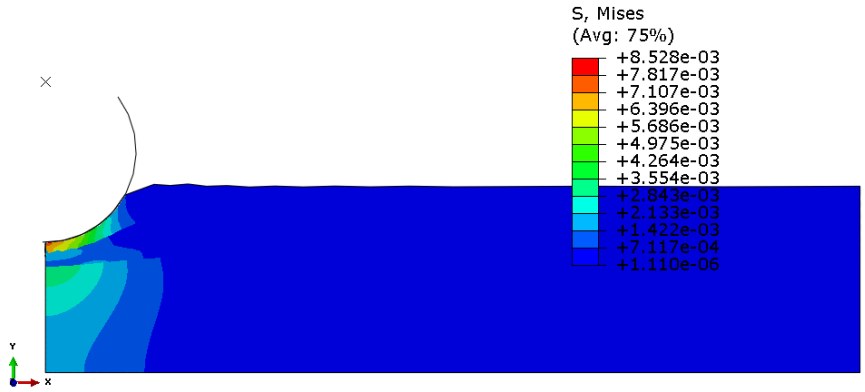
Figura 3-18: a. Esfuerzo equivalente de von Mises (MPa) correspondiente a los niveles alto (+1) y bajo (-1) de los factores A: Temperatura ambiente, C: temperatura del indentador, D: presión de la bomba y E: actividad muscular.



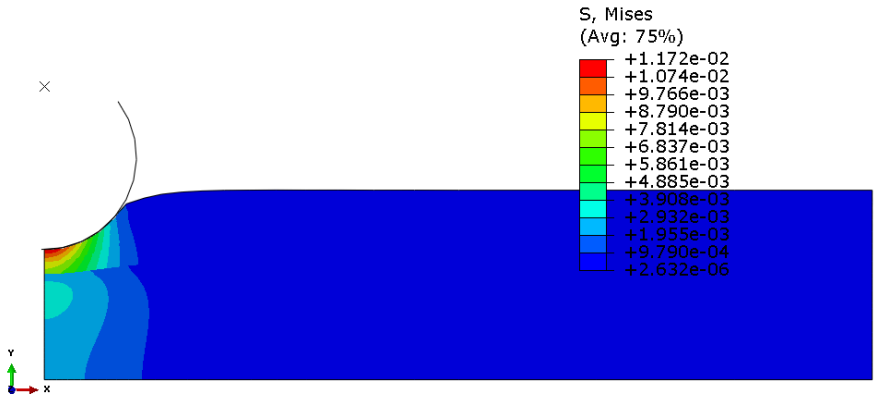
a. [A,C,D,E] = [-1-1-1-1]



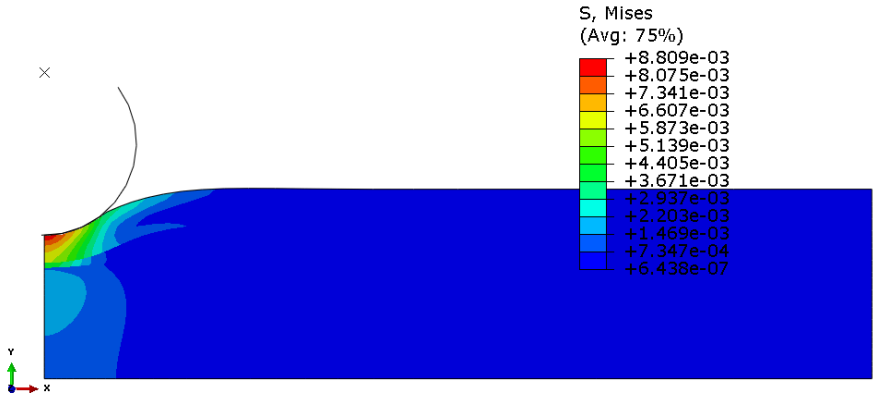
b. [A,C,D,E] = [-1-1-1+1]



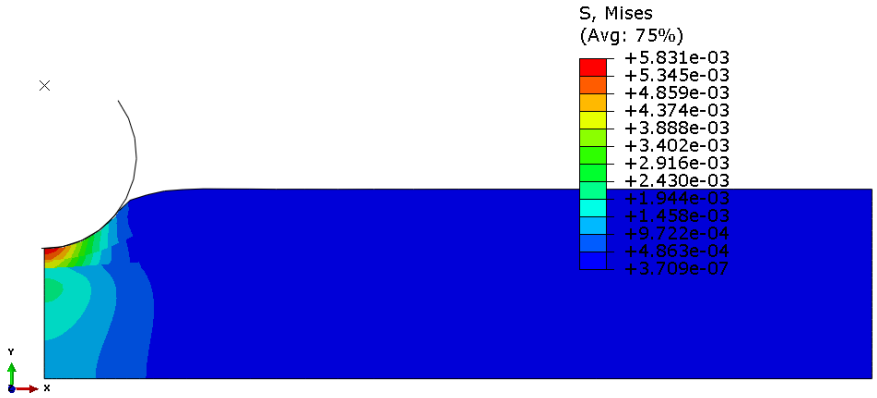
c. [A,C,D,E] = [-1-1+1-1]



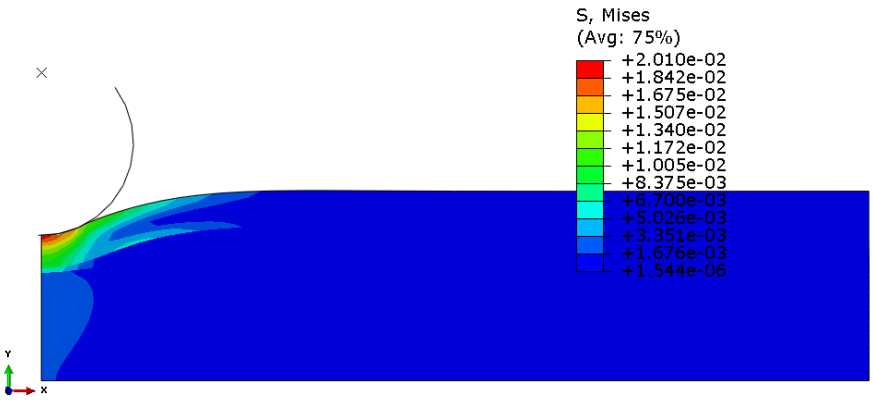
d. [A,C,D,E] = [-1-1+1+1]



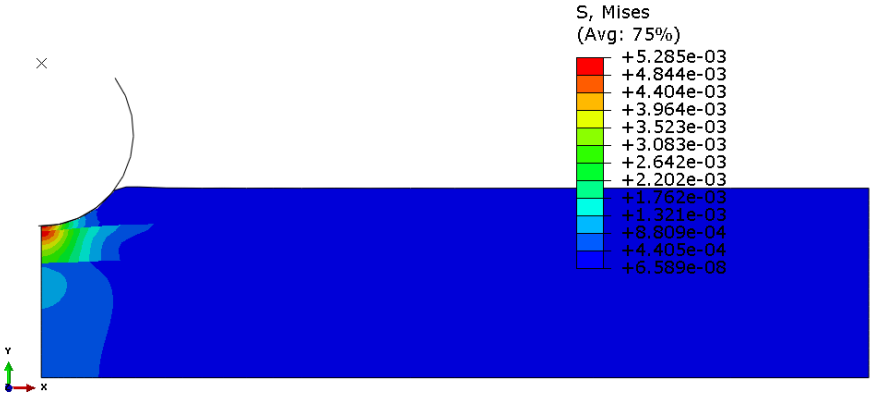
e. [A,C,D,E] = [-1+1-1-1]



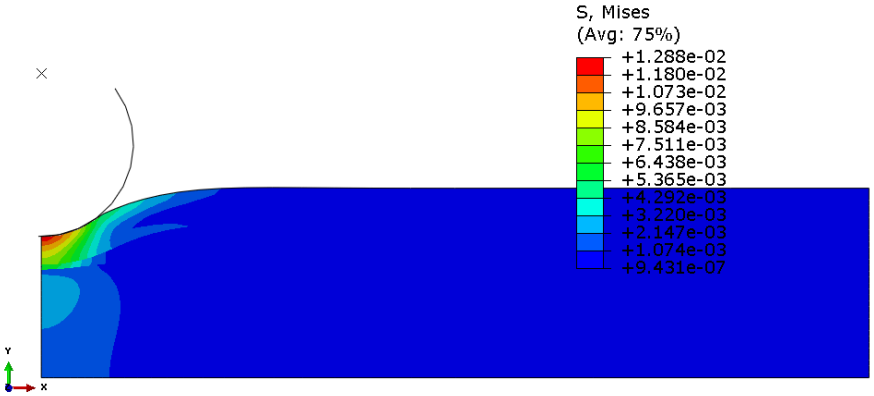
f. [A,C,D,E] = [-1+1-1+1]



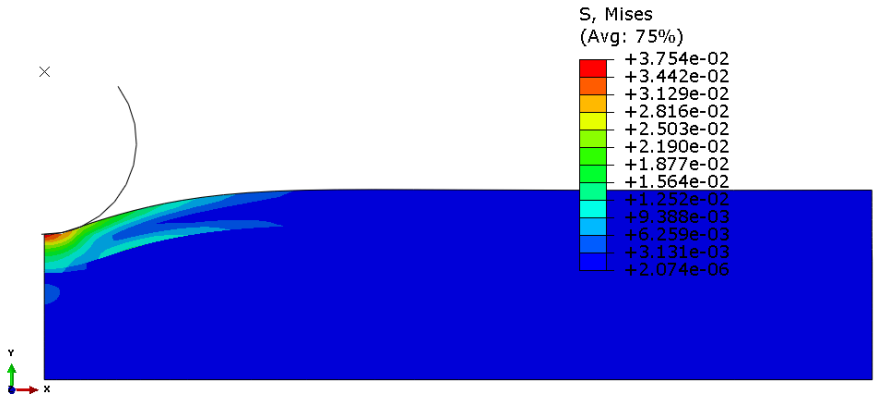
g. [A,C,D,E] = [-1+1+1-1]



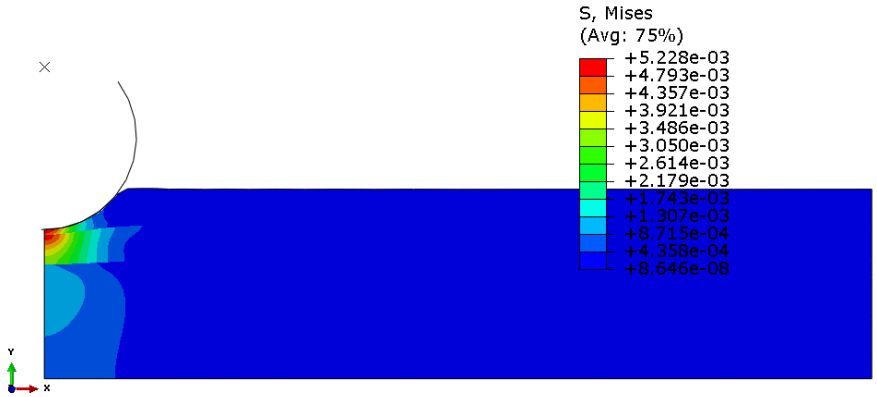
h. [A,C,D,E] = [-1+1+1+1]



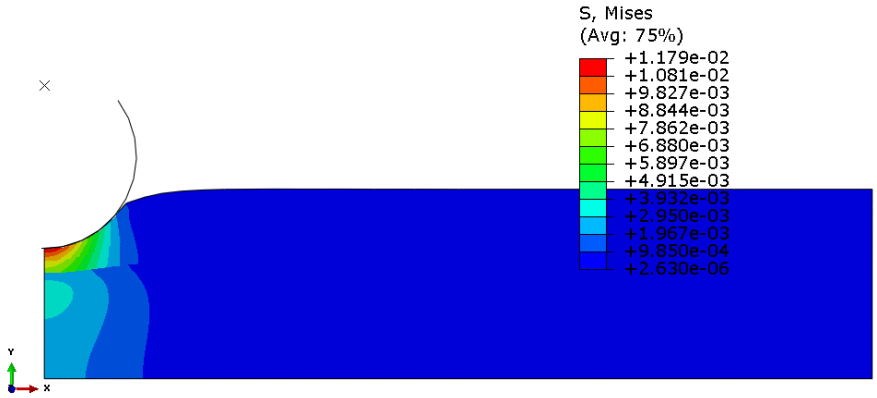
i. [A,C,D,E] = [+1-1-1-1]



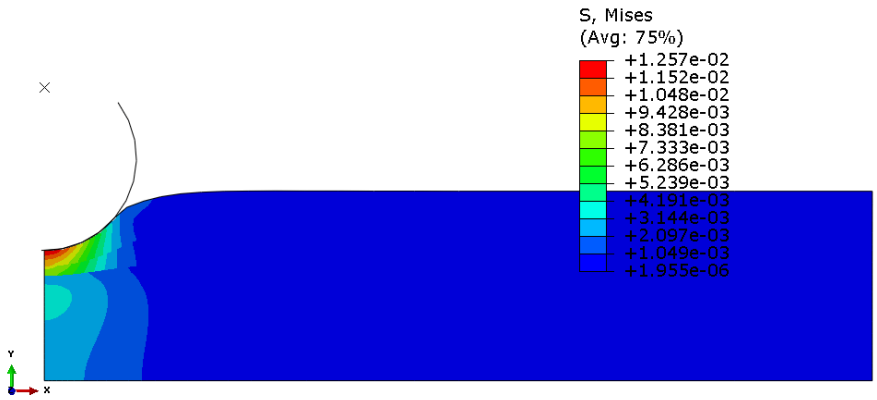
j. [A,C,D,E] = [+1-1-1+1]



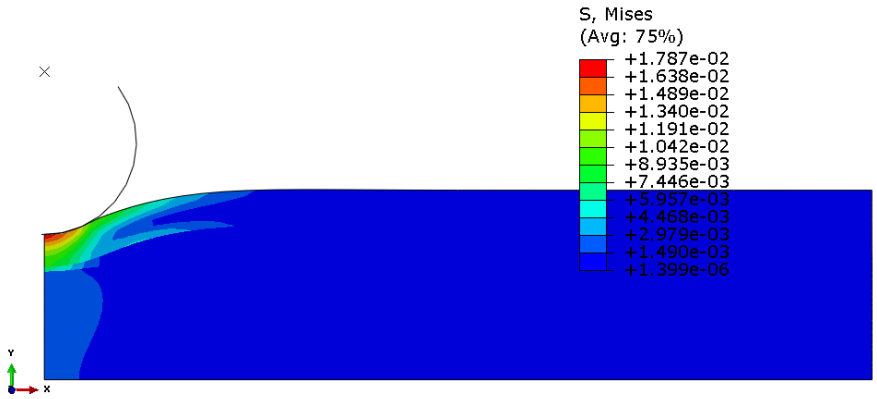
k. [A,C,D,E] = [+1-1+1-1]



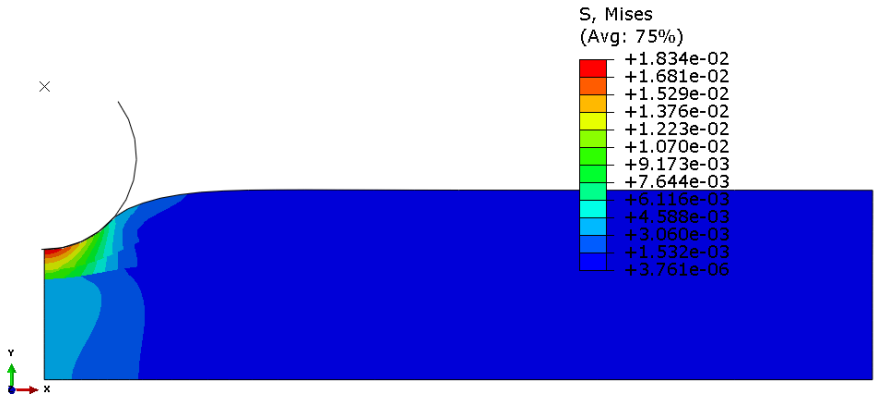
l. [A,C,D,E] = [+1-1+1+1]



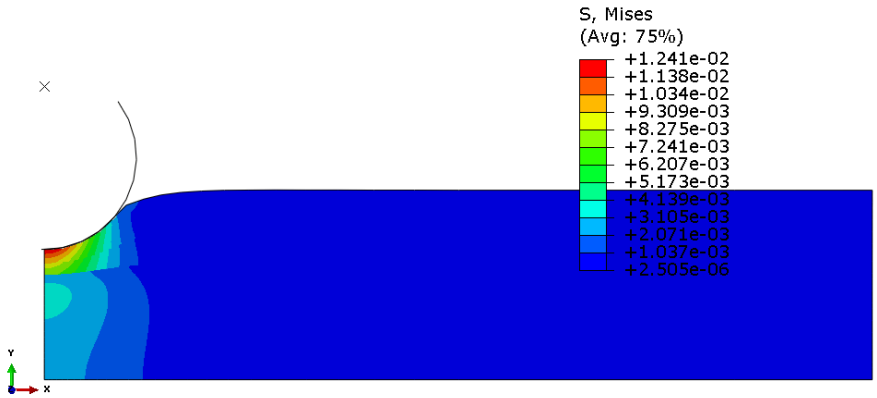
m. [A,C,D,E] = [+1+1-1-1]



n. [A,C,D,E] = [+1+1-1+1]



p. [A,C,D,E] = [+1+1+1-1]



q. [A,C,D,E] = [+1+1+1+1]

Como se vio en el experimento del caucho en configuración multicapa, el espesor de las capas es estadísticamente significativo y la precisión de las ecuaciones constitutivas depende de ese factor. En la experimentación asociada al tejido blando como multicapa, cada parcela representa un individuo diferente, haciendo que la evaluación de los factores experimentales usando la fuerza de reacción como respuesta, no dependa de las condiciones morfofisiológicas de los individuos. Mientras que en el caso de los modelos numéricos, dada la dificultad de conocer los espesores propios de cada una de las capas consideradas (cutis e hipodermis), las ecuaciones constitutivas obtenidas dependen en gran medida de los espesores definidos como fijos en los modelos.

.

4. Conclusiones

Establecer los factores experimentales que afectan la ecuación constitutiva mejorará las investigaciones realizadas alrededor de la determinación del comportamiento mecánico de tejidos blandos, ya que permitirá tener en cuenta los efectos de los factores experimentales y sus respectivas interacciones en el momento de hacer uso de las ecuaciones constitutivas en el desarrollo de modelos numéricos.

La revisión sistemática de literatura permitió establecer que no hay un resultado único en la respuesta mecánica de los tejidos blandos y mucho menos una única ecuación constitutiva que lo describa. En este trabajo está situación se corrobora, puesto que dependiendo de las condiciones experimentales variarán los coeficientes de las ecuaciones constitutivas.

El proceso gradual de experimentación desarrollado en esta investigación permitió establecer que los ensayos de indentación son versátiles y entregan resultados confiables que permiten validaciones mediante modelos de elementos finitos, útiles para establecer las propiedades mecánicas de tejidos blandos.

Luego de la revisión bibliográfica es posible concluir que las siguientes condiciones experimentales han sido tenidas en cuenta por los diferentes autores, aunque no todas de una manera simultánea: espécimen (humano, animal, *phanton*), región del cuerpo,método de sujeción de la muestra y obtención de probetas, técnica experimental, escala experimental, velocidades de carga, tipo de contacto con la muestra, método de ensayo (*in vivo, in vitro, ex vivo*), características de la población (edad, género, color y tipo de piel, pigmentación, hábitos alimenticios y de tabaco, vascularización, presencia de enfermedades, etc), humedad y temperatura del ambiente.

Después de establecer todas las condidiones experimentales que afectan la respuesta mecánica y que han sido estudiados por los diferentes autores, mediante tres diseños de experimentos fue posible identificar:

- Experimento 1: Caucho de silicona elástico lineal, aquí se logra identificar que la velocidad de indentación, el diámetro y la geometría del indentador, no tienen incidencia sobre la respuesta mecánica del material.
- Experimento 2: Caucho de silicona elástico no lineal en configuración multicapa, permite identificar que el espesor de las capas y el orden en el que se presentan tiene fuerte incidencia en la respuesta mecánica.
- Experimento 3: tejido blando tipo multicapa, luego de tener acotadas las variables definitivas a tener en cuenta en la experimentación, después de haber depurado de los experimentos preliminares el diámetro del indentador y la humedad de la piel, se corrió un experimento que estableció que el factor experimental D y las interacciones ADE, CDE y ACDE tienen influencia sobre la respuesta mecánica del tejido blando, siendo A: temperatura ambiente, C: temperatura del indentador, D: presión de la bomba, E:actividad muscular.

El análisis inverso del comportamiento mecánico mediante el método de los elementos finitos presenta resultados adecuados para el caso de materiales elástico lineales, elástico no lineales en configuración multicapa y tejidos blandos tipo multicapa, paro los cuales se obtuvieron las respectivas ecuaciones constitutivas.

Se obtuvieron 16 ecuaciones constitutivas que representan el comportamiento mecánico del tejido blando multicapa, cutis e hipodermis, dependiendo de los factores experimentales que inciden en su respuesta mecánica, obteniéndose una ecuación para cada combinación de factores.

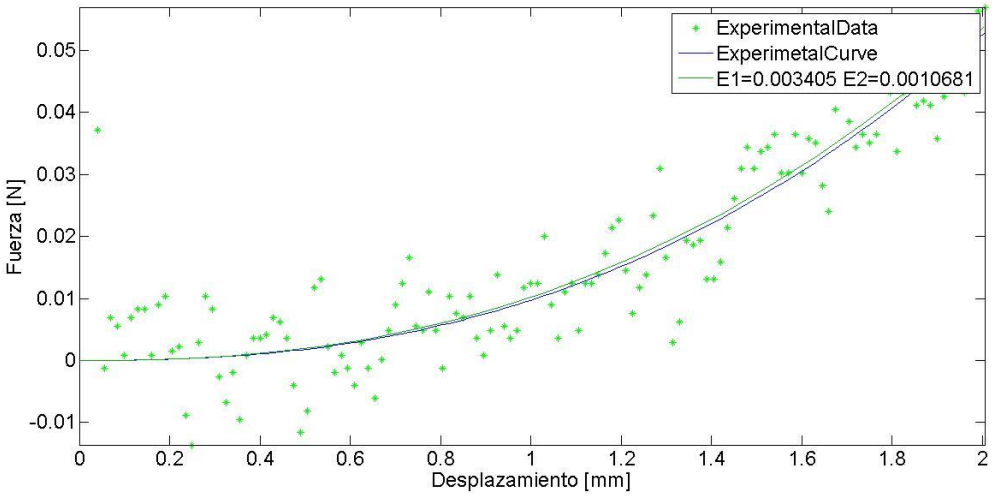
5. Trabajo Futuro

Con la intención de plantear ecuaciones constitutivas cada vez mas cercanas a la realidad se propone agregar factores experimentales relacionados con la población como género, raza, edad, vascularización, hábitos de tabaco o alimentación y valor real del espesor de cada una de las capas de la piel. Como se ha establecido [23] apoyándose en imágenes de resonancia magnética durante pruebas de indentación y aspiración, el espesor de las capas varía debida a la deformación del conjunto, por lo que sería de utilidad conocer los espesores antes y después del ensayo para tener este parámetro como comparación y validación del modelo numérico.

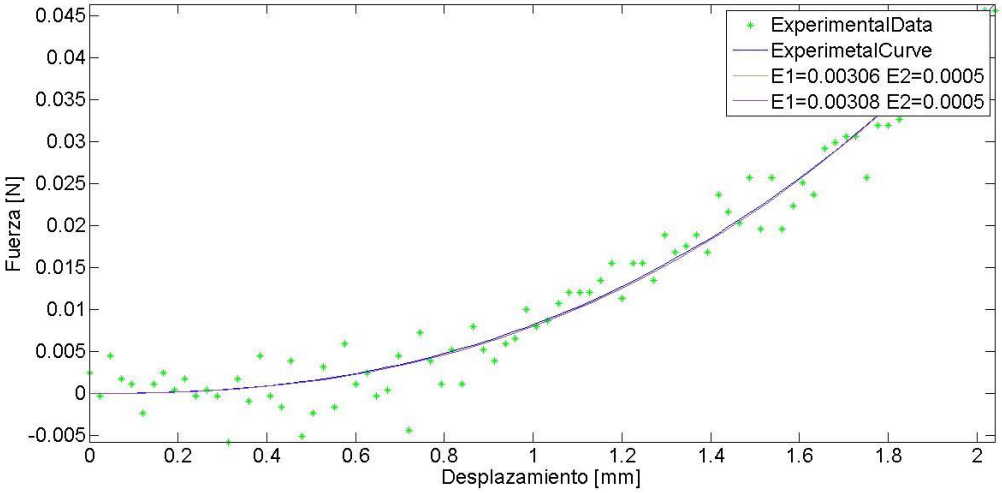
Para mejorar el modelo numérico del MEF, se propone agregar la capa de la epidermis o el estrato córneo como independiente, dado que sus propiedades mecánicas son considerablemente mayores a las de la dermis y la hipodermis, aumentar el espesor del músculo para minimizar efectos de esfuerzo sobre él; convertir el modelo a explícito o dinámico para mejorar la respuesta y visualización cuando las propiedades entre las capas difieren en más de cinco veces las unas de las otras; y emplear otras formas de ecuaciones que describan comportamientos no lineales.

Como meta última está proponer un modelo de respuesta conjunta en el que las propiedades de cada capa sean constantes, pero la respuesta mecánica del conjunto esté en función del espesor de cada una de las capas. Así conociéndose las propiedades y el espesor de las capas, se puede predecir el comportamiento conjunto de la piel para su posterior uso en modelos numéricos o predicción de patologías y/o eficacia de tratamientos.

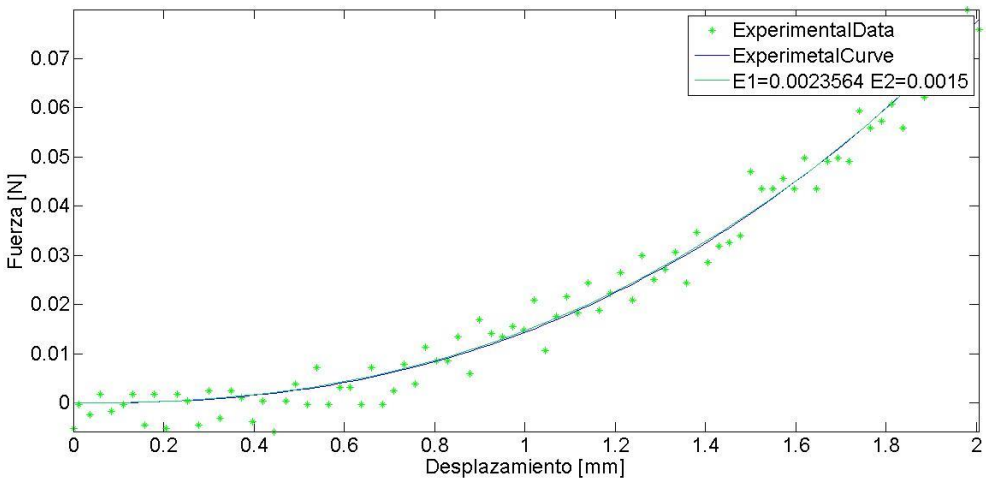
A. Anexo: Gráficas de comparación datos experimentales y computacionales en MATLAB



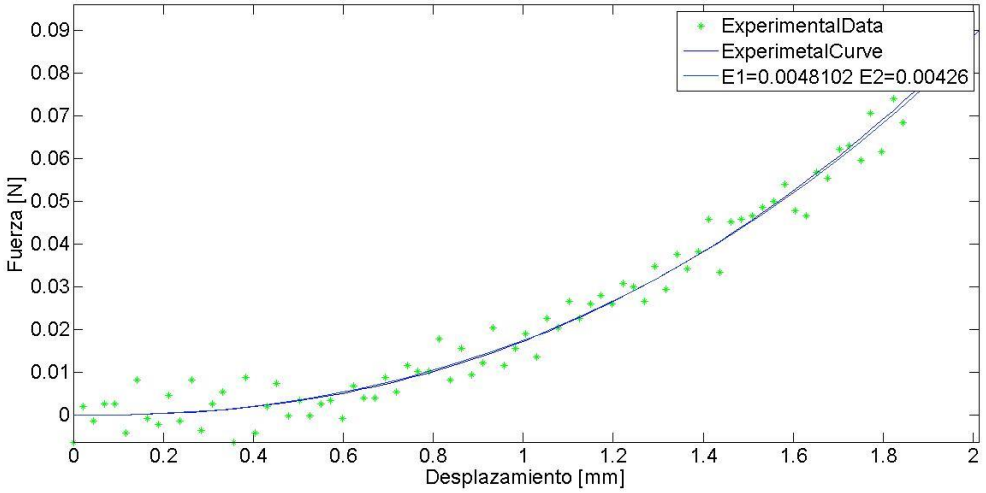
a. [A,C,D,E] = [-1-1-1-1]



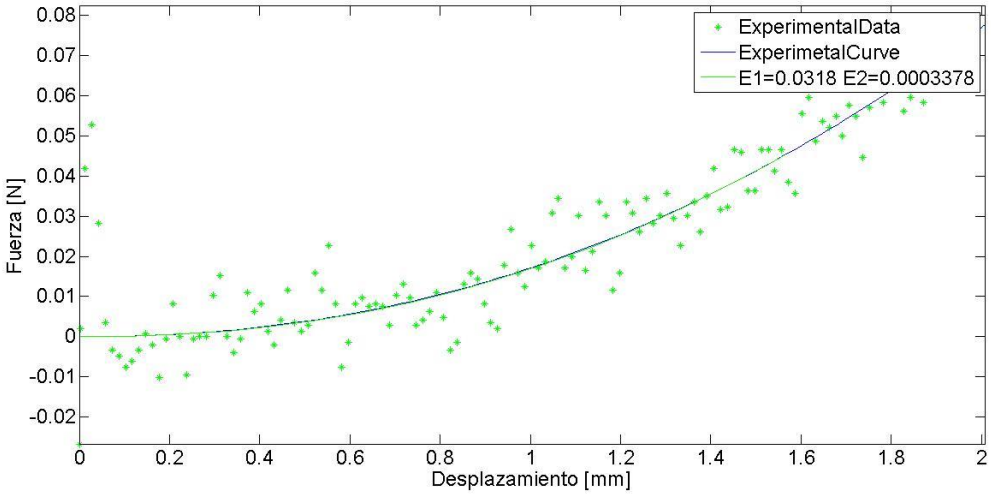
b. [A,C,D,E] = [-1-1-1+1]



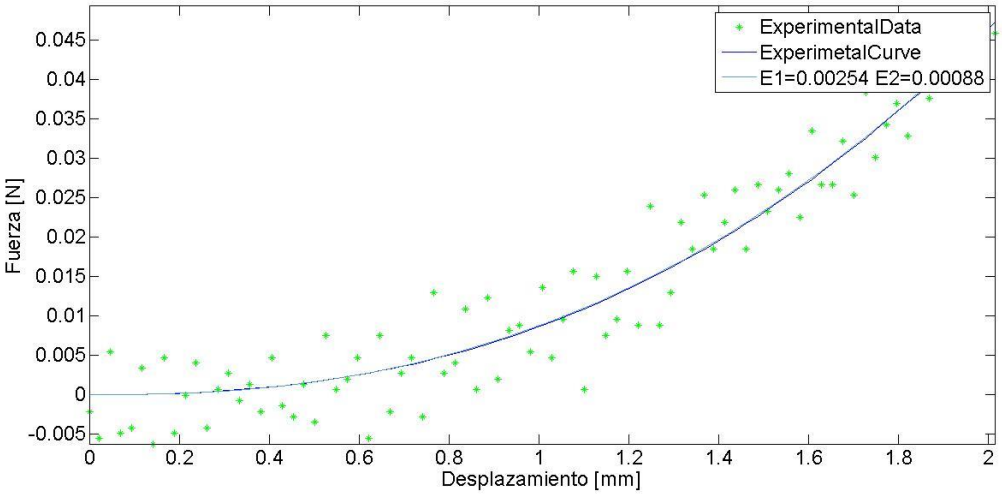
c. [A,C,D,E] = [-1-1+1-1]



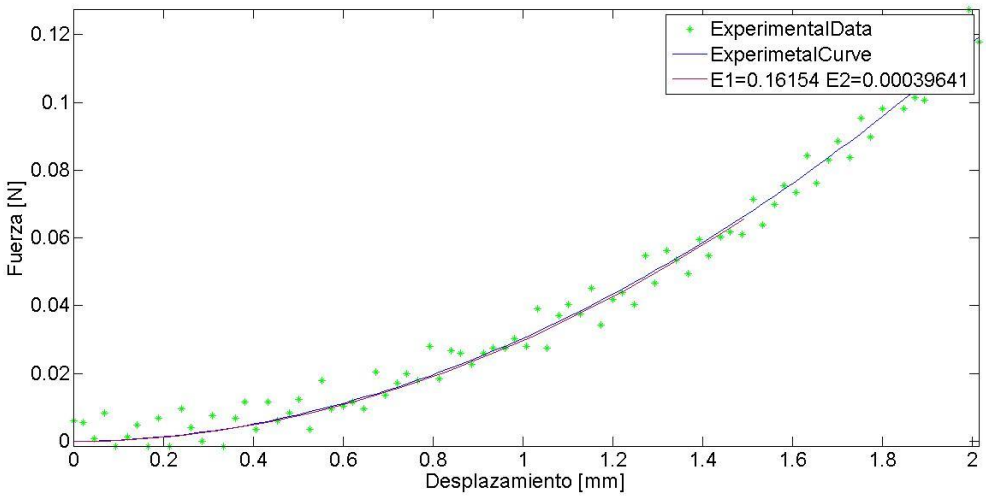
d. [A,C,D,E] = [-1-1+1+1]



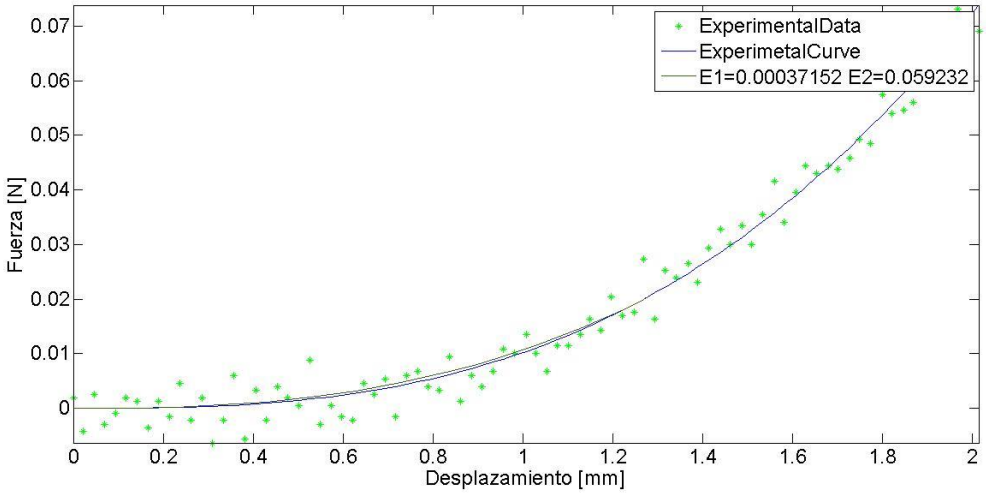
e. [A,C,D,E] = [-1+1-1-1]



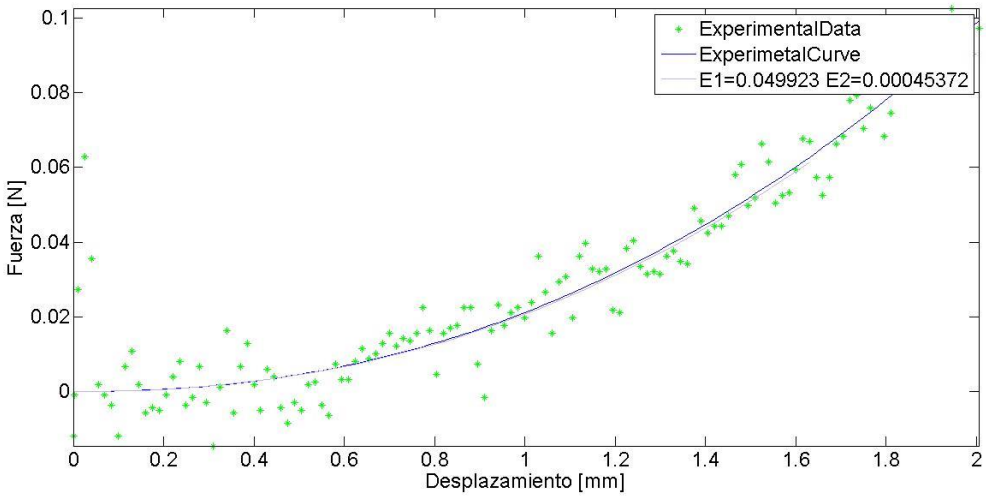
f. [A,C,D,E] = [-1+1-1+1]



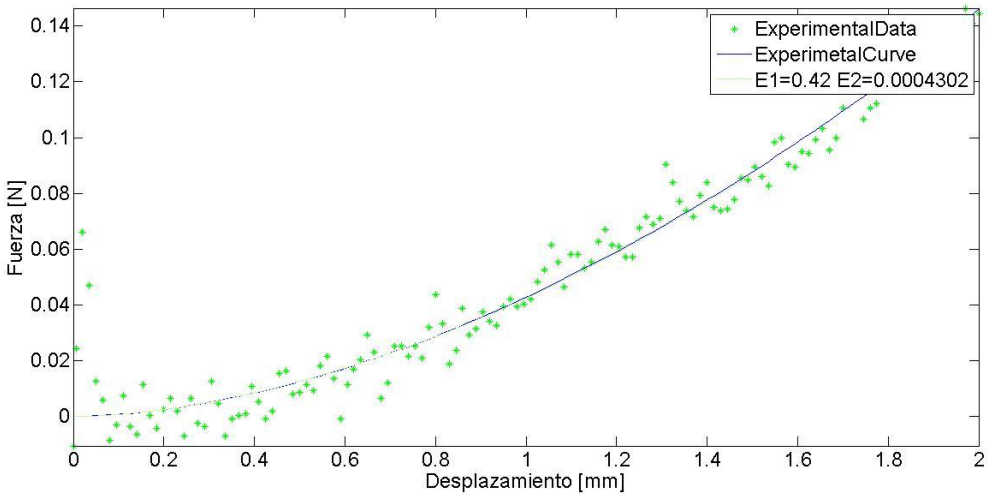
g. [A,C,D,E] = [-1+1+1-1]



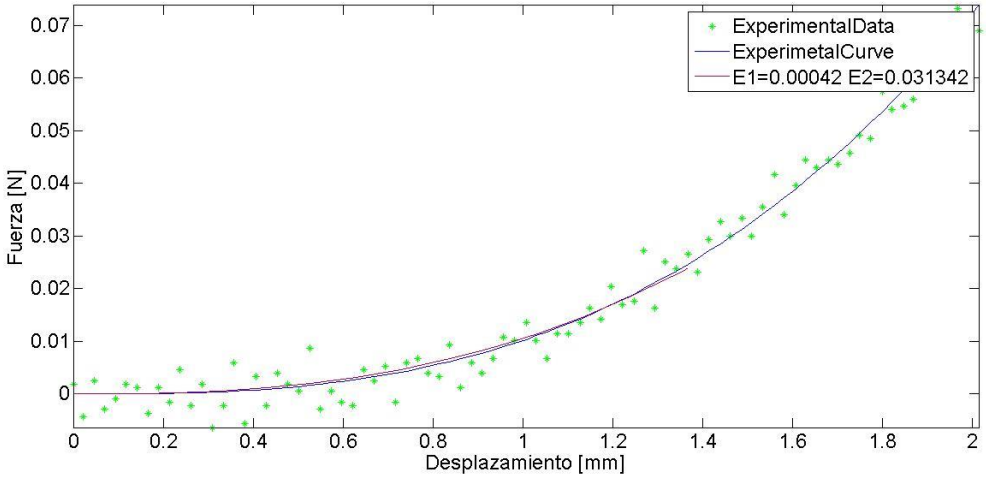
h. [A,C,D,E] = [-1+1+1+1]



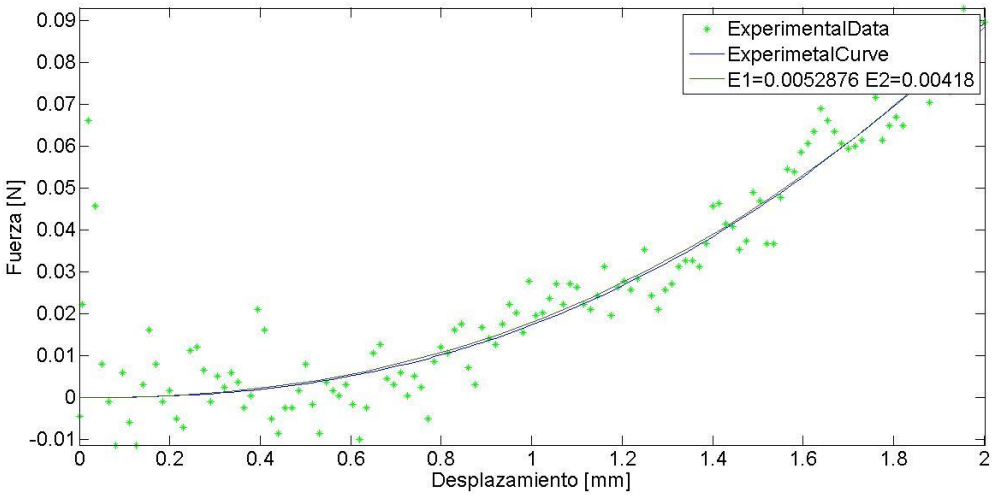
i. [A,C,D,E] = [+1-1-1-1]



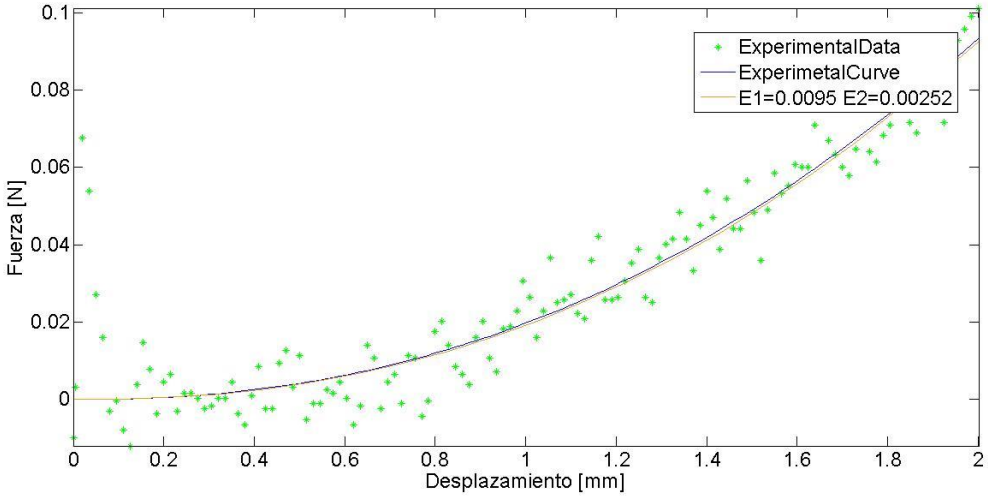
j. [A,C,D,E] = [+1-1-1+1]



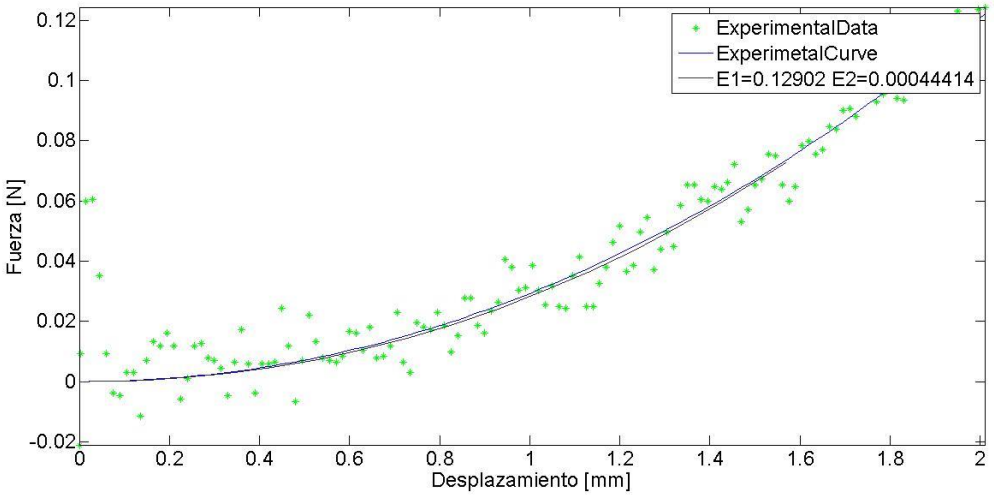
k. [A,C,D,E] = [+1-1+1-1]



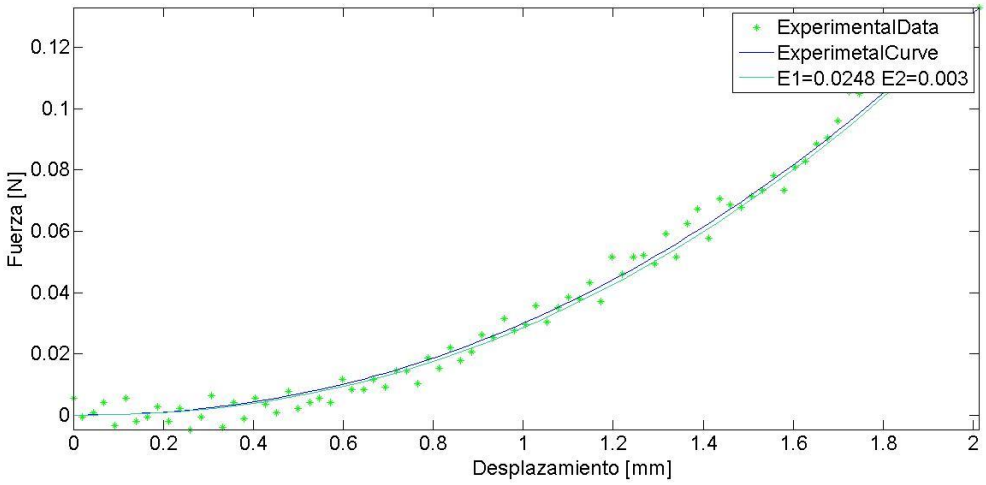
l. [A,C,D,E] = [+1-1+1+1]



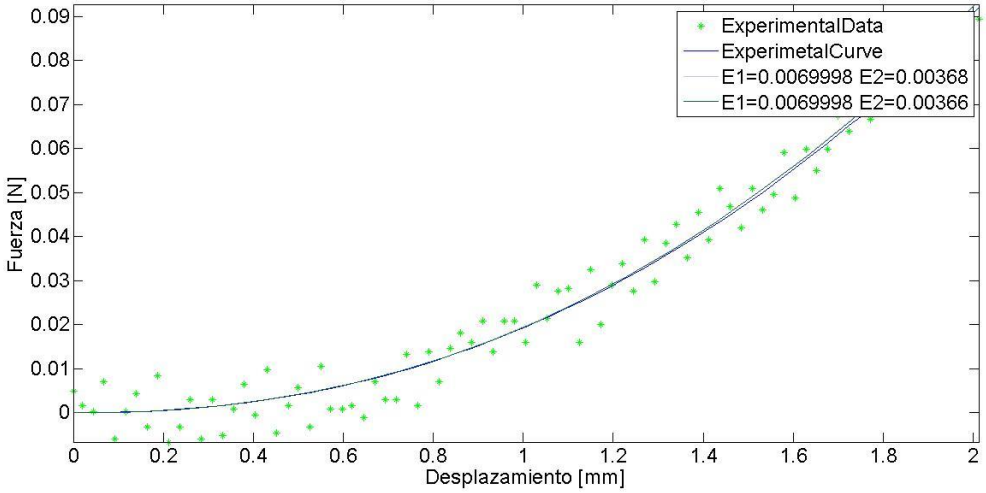
m. [A,C,D,E] = [+1+1-1-1]



n. [A,C,D,E] = [+1+1-1+1]



p. [A,C,D,E] = [+1+1+1-1]



q. [A,C,D,E] = [+1+1+1+1]

Bibliografía

[1] J.-M. Schwartz, M. Denninger, D. Rancourt, C. Moisan, y D. Laurendeau, «Modelling liver tissue properties using a non-linear visco-elastic model for surgery simulation», *Medical Image Analysis*, vol. 9, n.º 2, pp. 103-112, abr. 2005.

[2] F. . Carter, T. . Frank, P. . Davies, D. McLean, y A. Cuschieri, «Measurements and modelling of the compliance of human and porcine organs», *Medical Image Analysis*, vol. 5, n.º 4, pp. 231-236, dic. 2001.

[3] P. A. Forbes, D. S. Cronin, y Y. C. Deng, «Multi-scale human body model to predict side impact thoracic trauma», *International Journal of Crashworthiness*, vol. 11, n.º 3, pp. 203-216, 2006.

[4] M. A. Meyers y K. K. Chawla, *Mechanical behavior of materials*. Cambridge University Press, 2009.

[5] M. Van Loocke, C. G. Lyons, y C. K. Simms, «Viscoelastic properties of passive skeletal muscle in compression: Stress-relaxation behaviour and constitutive modelling», *Journal of Biomechanics*, vol. 41, n.º 7, pp. 1555-1566, 2008.

[6] «Elastografía: palpando con ultrasonidos», *PARADIGMedical*. [En línea]. Disponible en: https://paradigmedical.wordpress.com/2010/08/17/elastografia-palpando-con-ultrasonidos/. [Accedido: 19-mar-2013].

[7] Raúl Goncalves, *Introducción al Análisis de Esfuerzos*. Caracas, Venezuela, 2002.

[8] C. Truesdell, W. Noll, y S. S. Antman, *The non-linear field theories of mechanics*. Springer, 2004.

[9] R. W. Ogden, *Non-linear elastic deformations*. Courier Dover Publications, 1997.

[10] W. M. Saltzman, *Biomedical engineering: bridging medicine and technology*. Cambridge University Press, 2009.

[11] F. M. Hendriks, D. Brokken, J. T. W. M. Van Eemeren, C. W. J. Oomens, F. P. T. Baaijens, y J. B. a. M. Horsten, «A numerical-experimental method to characterize the non-linear mechanical behaviour of human skin», *Skin Research and Technology*, vol. 9, n.º 3, pp. 274–283, 2003.

[12] F.M. Hendriks, D. Brokken, y C.W.J. Oomens, «Mechanical Properties of Different Layers of Human Skin», *mate*.

[13] H. Schmidt, F. Heuer, U. Simon, A. Kettler, A. Rohlmann, L. Claes, y H.-J. Wilke, «Application of a new calibration method for a three-dimensional finite element model of a human lumbar annulus fibrosus», *Clinical Biomechanics*, vol. 21, n.º 4, pp. 337-344, may 2006.

[14] L. Chen, Y. Du, F. Yin, y J. Li, «Mechanical properties of (Ti, Al)N monolayer and TiN/(Ti, Al)N multilayer coatings», *International Journal of Refractory Metals and Hard Materials*, vol. 25, n.º 1, pp. 72-76, ene. 2007.

[15] C. Pailler-Mattei, S. Bec, y H. Zahouani, «In vivo measurements of the elastic mechanical properties of human skin by indentation tests», *Medical Engineering & Physics*, vol. 30, n.º 5, pp. 599-606, jun. 2008.

[16] J. Su, H. Zou, y T. Guo, «The Study of Mechanical Properties on Soft Tissue of Human Forearm In Vivo», 2009, pp. 1-4.
[17] A. Samani y D. Plewes, «A method to measure the hyperelastic parameters of ex vivo breast tissue samples», *Physics in Medicine and Biology*, vol. 49, n.º 18, pp. 4395-4405, 2004.
[18] J. J. O'Hagan y A. Samani, «Measurement of the hyperelastic properties of tissue slices with tumour inclusion», *Physics in Medicine and Biology*, vol. 53, pp. 7087-7106, dic. 2008.
[19] T. Kaster, I. Sack, y A. Samani, «Measurement of the hyperelastic properties of ex vivo brain tissue slices», *Journal of Biomechanics*, vol. 44, n.º 6, pp. 1158-1163, abr. 2011.
[20] Martin Kauer, «Inverse finite element characterization of soft tissues with aspiration experiments», SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY, Zürich, 2001.
[21] M. Kohandel, S. Sivaloganathan, G. Tenti, y J. M. Drake, «The constitutive properties of the brain parenchyma: Part 1. Strain energy approach», *Medical Engineering & Physics*, vol. 28, n.º 5, pp. 449-454, jun. 2006.
[22] M. Farshad, M. Barbezat, P. Flüeler, F. Schmidlin, P. Graber, y P. Niederer, «Material characterization of the pig kidney in relation with the biomechanical analysis of renal trauma», *J Biomech*, vol. 32, n.º 4, pp. 417-425, abr. 1999.
[23] P. Jordan, S. Socrate, T. E. Zickler, y R. D. Howe, «Constitutive modeling of porcine liver in indentation using 3D ultrasound imaging», *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, vol. 2, n.º 2, pp. 192-201, abr. 2009.
[24] A. M. Okamura, C. Simone, y M. D. O'Leary, «Force modeling for needle insertion into soft tissue», *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 51, n.º 10, pp. 1707-1716, 2004.
[25] A. Delalleau, G. Josse, J.-M. Lagarde, H. Zahouani, y J.-M. Bergheau, «Characterization of the mechanical properties of skin by inverse analysis combined with the indentation test», *Journal of Biomechanics*, vol. 39, n.º 9, pp. 1603-1610, 2006.
[26] R. C. Hibbeler, *Mecánica de materiales*. Pearson Educación, 2006.
[27] J. . Wu, W. Herzog, y M. Epstein, «Evaluation of the finite element software ABAQUS for biomechanical modelling of biphasic tissues», *Journal of Biomechanics*, vol. 31, n.º 2, pp. 165-169, may 1997.
[28] D. B. Plewes, J. Bishop, A. Samani, y J. Sciarretta, «Visualization and quantification of breast cancer biomechanical properties with magnetic resonance elastography», *Phys. Med. Biol.*, vol. 45, n.º 6, pp. 1591-1610, 2000.
[29] E. Tönük y M. B. Silver-Thorn, «Nonlinear viscoelastic material property estimation of lower extremity residual limb tissues», *J Biomech Eng*, vol. 126, n.º 2, pp. 289-300, abr. 2004.
[30] A. F. Bower, *Applied Mechanics of Solids*. CRC Press, 2011.
[31] E. Mesa Múnera, «Characterization of brain tissue phantom using an indentation device and inverse finite element parameter estimation algorithm», masters, Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín, 2011.
[32] M. Viceconti, C. Zannoni, y L. Pierotti, «TRI2SOLID: an application of reverse engineering methods to the creation of CAD models of bone segments», *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, vol. 56, pp. 211-220, jun. 1998.
[33] M. Viceconti, «CT data sets surface extraction for biomechanical modeling of long bones», *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, vol. 59, pp. 159-166, jun. 1999.

[34] K. Sangpradit, H. Liu, L. D. Seneviratne, y K. Althoefer, «Tissue identification using inverse Finite Element analysis of rolling indentation», en *IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2009. ICRA '09*, 2009, pp. 1250-1255.
[35] M. Kauer, V. Vuskovic, J. Dual, G. Szekely, y M. Bajka, «Inverse finite element characterization of soft tissues», *Med Image Anal*, vol. 6, n.º 3, pp. 275-287, sep. 2002.
[36] J. M. Pereira, J. M. Mansour, y B. R. Davis, «Dynamic measurement of the viscoelastic properties of skin», *Journal of Biomechanics*, vol. 24, n.º 2, pp. 157-162, 1991.
[37] J. C. Barbenel y J. H. Evans, «The Time-Dependent Mechanical Properties of Skin», *J Investig Dermatol*, vol. 69, n.º 3, pp. 318-320, sep. 1977.
[38] «Nucleus Medical Media: Medical Video, Animation & Illustration». [En línea]. Disponible en: http://catalog.nucleusinc.com/nucleusindex.php. [Accedido: 13-jun-2013].
[39] F. M. Hendriks, D. Brokken, C. W. J. Oomens, D. L. Bader, y F. P. T. Baaijens, «The relative contributions of different skin layers to the mechanical behavior of human skin in vivo using suction experiments», *Medical Engineering & Physics*, vol. 28, n.º 3, pp. 259-266, abr. 2006.
[40] Hendriks, FM (Falke), Baaijens, FPT (Frank), Bader, DL (Dan), Oomens, CWJ (Cees), y Technische Universiteit Eindhoven, «Mechanical behaviour of human epidermal and dermal layers in vivo», Technische Universiteit Eindhoven, 2005.
[41] R. Drake, A. W. Vogl, y A. W. M. Mitchell, *Gray's Anatomy for Students*. Elsevier Health Sciences, 2009.
[42] T. Burns, S. Breathnach, N. Cox, y C. Griffiths, *Rook's Textbook of Dermatology, 4 Volume Set*. John Wiley & Sons, 2010.
[43] B. Finlay, «Scanning electron microscopy of the human dermis under uni-axial strain», *Biomed Eng*, vol. 4, n.º 7, pp. 322-327, jul. 1969.
[44] H. Oxlund, J. Manschot, y A. Viidik, «The role of elastin in the mechanical properties of skin», *Journal of Biomechanics*, vol. 21, n.º 3, pp. 213-218, 1988.
[45] J. F. M. Manschot y A. J. M. Brakkee, «The measurement and modelling of the mechanical properties of human skin in vivo—II. The model», *Journal of Biomechanics*, vol. 19, n.º 7, pp. 517-521, 1986.
[46] H. Zhong y T. Peters, «A real time hyperelastic tissue model», *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, vol. 10, pp. 185-193, jun. 2007.
[47] S. Portnoy, I. Siev-Ner, N. Shabshin, A. Kristal, Z. Yizhar, y A. Gefen, «Patient-specific analyses of deep tissue loads post transtibial amputation in residual limbs of multiple prosthetic users», *Journal of Biomechanics*, vol. 42, n.º 16, pp. 2686-2693, dic. 2009.
[48] G. F. Javier, «Medida y caracterización de las propiedades mecánicas tisulares y su aplicación a la medicina guiada por imágenes», *Vector plus: miscelánea científico - cultural*, n.º 28, pp. 38-48, 2006.
[49] S. P. DiMaio y S. E. Salcudean, «Needle insertion modeling and simulation», *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 19, n.º 5, pp. 864-875, 2003.
[50] J. Kim y M. A. Srinivasan, «Characterization of Viscoelastic Soft Tissue Properties from In Vivo Animal Experiments and Inverse FE Parameter Estimation», en *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention – MICCAI 2005*, J. S. Duncan y G. Gerig, Eds. Springer Berlin Heidelberg, 2005, pp. 599-606.
[51] D. L. Bader y P. Bowker, «Mechanical characteristics of skin and underlying tissues in vivo», *Biomaterials*, vol. 4, n.º 4, pp. 305-308, oct. 1983.
[52] J. D. Westwood, *Medicine Meets Virtual Reality 02/10: Digital Upgrades, Applying Moore's Law to Health*. IOS Press, 2002.

[53] K. Miller y K. Chinzei, «Mechanical properties of brain tissue in tension», *Journal of Biomechanics*, vol. 35, n.º 4, pp. 483-490, abr. 2002.
[54] T. Sugihara, T. Ohura, K. Homma, y H. H. Igawa, «The extensibility in human skin: variation according to age and site», *British Journal of Plastic Surgery*, vol. 44, n.º 6, pp. 418-422, 1991.
[55] S. Diridollou, F. Patat, F. Gens, L. Vaillant, D. Black, J. M. Lagarde, Y. Gall, y M. Berson, «In vivo model of the mechanical properties of the human skin under suction», *Skin Research and Technology*, vol. 6, n.º 4, pp. 214–221, 2000.
[56] Barel, A., Courage, W., y Clarys, P., «Suction method for measurement of skin mechanical properties: the Cutometer. In: Serup, J. and Jemec, G.B.E. (eds.)», en *Handbook of Non-Invasive Methods and the skin*, Boca Raton: CRC Press., 1995.
[57] J. Leven, D. Burschka, R. Kumar, G. Zhang, S. Blumenkranz, X. (Donald) Dai, M. Awad, G. D. Hager, M. Marohn, M. Choti, C. Hasser, y R. H. Taylor, «DaVinci Canvas: A Telerobotic Surgical System with Integrated, Robot-Assisted, Laparoscopic Ultrasound Capability», en *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention – MICCAI 2005*, J. S. Duncan y G. Gerig, Eds. Springer Berlin Heidelberg, 2005, pp. 811-818.
[58] M. Kaneko, C. Toya, y M. Okajima, «Active Strobe Imager for Visualizing Dynamic Behavior of Tumors», en *2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2007, pp. 3009-3014.
[59] P. G. Agache, C. Monneur, J. L. Leveque, y J. D. Rigal, «Mechanical properties and Young's modulus of human skin in vivo», *Arch Dermatol Res*, vol. 269, n.º 3, pp. 221-232, dic. 1980.
[60] R. Sanders, «Torsional elasticity of human skin in vivo», *Pflugers Arch.*, vol. 342, n.º 3, pp. 255-260, sep. 1973.
[61] H. Saraf, K. T. Ramesh, A. M. Lennon, A. C. Merkle, y J. C. Roberts, «Mechanical properties of soft human tissues under dynamic loading», *Journal of Biomechanics*, vol. 40, n.º 9, pp. 1960-1967, 2007.
[62] S. Nicolle, M. Lounis, y R. Willinger, «Shear Properties of Brain Tissue over a Frequency Range Relevant for Automotive Impact Situations: New Experimental Results», *Stapp Car Crash J*, vol. 48, pp. 239-258, nov. 2004.
[63] J. L. Leveque, J. de Rigal, P. G. Agache, y C. Monneur, «Influence of ageing on the in vivo extensibility of human skin at a low stress», *Arch Dermatol Res*, vol. 269, n.º 2, pp. 127-135, nov. 1980.
[64] Gniadecka, M. y Serup, J., «Suction chamber method for measurement of skin mechanical properties: The Dermaflex. In: Serup, J. and Jemec, G.B.E.», en *Handbook of Non-Invasive Methods and the skin*, Boca Raton: CRC Press.
[65] M. B. Silver-Thorn, «In vivo indentation of lower extremity limb soft tissues», *IEEE Transactions on Rehabilitation Engineering*, vol. 7, n.º 3, pp. 268-277, 1999.
[66] A. F. T. Mak, G. H. W. Liu, y S. Y. Lee, «Biomechanical assessment of below-knee residual limb tissue», *Journal of Rehabilitation Research and Development*, vol. 31, n.º 3, pp. 188-198, 1994.
[67] M. P. Ottensmeyer, A. E. Kerdok, R. D. Howe, y S. L. Dawson, «The Effects of Testing Environment on the Viscoelastic Properties of Soft Tissues», en *Medical Simulation*, S. Cotin y D. Metaxas, Eds. Springer Berlin Heidelberg, 2004, pp. 9-18.
[68] M. Hrapko, J. A. W. van Dommelen, G. W. M. Peters, y J. S. H. M. Wismans, «The Influence of Test Conditions on Characterization of the Mechanical Properties of Brain

Tissue», *Journal of Biomechanical Engineering*, vol. 130, n.º 3, pp. 031003-10, jun-2008.
[69] G. L. Wilkes, I. A. Brown, y R. H. Wildnauer, «The biomechanical properties of skin», *CRC Crit Rev Bioeng*, vol. 1, n.º 4, pp. 453-495, ago. 1973.
[70] J. De Rigal y J.-L. Leveque, «In vivo measurement of the stratum corneum elasticity», *Bioengineering and the skin*, vol. 1, n.º 1, pp. 13-23.
[71] F. Yc, «Biorheology of soft tissues.», *Biorheology*, vol. 10, n.º 2, pp. 139-155, jun. 1973.
[72] Y. Lanir y Y. C. Fung, «Two-dimensional mechanical properties of rabbit skin—II. Experimental results», *Journal of Biomechanics*, vol. 7, n.º 2, pp. 171-182, mar. 1974.
[73] P. Tong y Y.-C. Fung, «The stress-strain relationship for the skin», *Journal of Biomechanics*, vol. 9, n.º 10, pp. 649-657, 1976.
[74] A. Pe, T. Jg, E. Rf, R. Gj, y E. Mt, «Finite deformation theory for in vivo human skin.», *J Bioeng*, vol. 1, n.º 3, pp. 239-249, ago. 1977.
[75] D. R. Veronda y R. A. Westmann, «Mechanical characterization of skin—Finite deformations», *Journal of Biomechanics*, vol. 3, n.º 1, pp. 111-124, ene. 1970.
[76] Y. Lanir, «A structural theory for the homogeneous biaxial stress-strain relationships in flat collagenous tissues», *Journal of Biomechanics*, vol. 12, n.º 6, pp. 423-436, 1979.
[77] Wijn, P., «The alinear viscoelastic properties of human skin in vivo for small deformations», ph.D. thesis, Catholic University of Nijmegen, 1980.
[78] C. W. J. Oomens, D. H. van Campen, y H. J. Grootenboer, «A mixture approach to the mechanics of skin», *Journal of Biomechanics*, vol. 20, n.º 9, pp. 877-885, 1987.
[79] W. F. Larrabee y J. A. Galt, «A finite element model of skin deformation. III. The finite element model», *The Laryngoscope*, vol. 96, n.º 4, pp. 413–419, 1986.
[80] W. F. Larrabee y D. Sutton, «A finite element model of skin deformation. II. An experimental model of skin deformation», *The Laryngoscope*, vol. 96, n.º 4, pp. 406–412, 1986.
[81] K. Sd, W. B, T. Cw, y L. Hb, «Nonlinear, three-dimensional finite-element model of skin biomechanics.», *J Otolaryngol*, vol. 27, n.º 3, pp. 153-160, jun. 1998.
[82] J. E. Bischoff, E. M. Arruda, y K. Grosh, «Finite element modeling of human skin using an isotropic, nonlinear elastic constitutive model», *Journal of Biomechanics*, vol. 33, n.º 6, pp. 645-652, jun. 2000.
[83] E. M. Arruda y M. C. Boyce, «A three-dimensional constitutive model for the large stretch behavior of rubber elastic materials», *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 41, n.º 2, pp. 389-412, feb. 1993.
[84] R. MEIJER, L. F. A. DOUVEN, y C. W. J. OOMENS, «Characterisation of Anisotropic and Non-linear Behaviour of Human Skin In Vivo», *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, vol. 2, n.º 1, pp. 13-27, 1999.
[85] Y. Lanir, «Constitutive equations for fibrous connective tissues», *Journal of Biomechanics*, vol. 16, n.º 1, pp. 1-12, 1983.
[86] «Stable Micro Systems Ltd | Texture Analysers for Texture Analysis», *Manual TA.XTplus*. [En línea]. Disponible en: http://www.stablemicrosystems.com/. [Accedido: 14-jun-2013].
[87] D. C. Montgomery, *Design and Analysis of Experiments*. John Wiley & Sons, 2008.
[88] Y. Fung, *Biomechanics: Mechanical Properties of Living Tissues*. Springer-Verlag, 1993.
[89] W. D. Callister y D. G. Rethwisch, *Fundamentals of Materials Science and Engineering: An Integrated Approach*. John Wiley & Sons, 2012.

[90] S. Portnoy, I. Siev-Ner, Z. Yizhar, A. Kristal, N. Shabshin, y A. Gefen, «Surgical and Morphological Factors that Affect Internal Mechanical Loads in Soft Tissues of the Transtibial Residuum», *Ann Biomed Eng*, vol. 37, n.º 12, pp. 2583-2605, dic. 2009.

[91] Henri Gavin, «The Levenberg-Marquardt method for nonlinear least squares curve-fi tting problems.», *Duke University*, n.º Department of Civil and Environmental Engineering, 28-sep-2011.

[92] R. B. Groves, S. A. Coulman, J. C. Birchall, y S. L. Evans, «Quantifying the mechanical properties of human skin to optimise future microneedle device design», *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, vol. 15, n.º 1, pp. 73-82, 2012.