UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Desarrollo de un OVA para trabajar con las profesoras de grado primero del colegio Cafam, características y propiedades de figuras geométricas, usando GeoGebra

John Edison Castro De Los Ríos

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias, Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales
Bogotá, Colombia
2019

Desarrollo de un OVA para trabajar con las profesoras de grado primero del colegio Cafam, características y propiedades de figuras geométricas, usando GeoGebra

John Edison Castro De Los Ríos

Tesis o trabajo de grado presentada(o) como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director(a):
Doctor Claudio Rodríguez Beltrán

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias, Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales
Bogotá, Colombia
2019

Resumen

La presente investigación tuvo como objetivo principal diseñar un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA) para trabajar con las profesoras de grado primero del colegio Cafam, características y propiedades de figuras tridimensionales y bidimensionales usando GeoGebra. Para alcanzarlo, se realizaron 4 fases en el marco de la investigación-acción: fundamentación teórica, indagación de saberes previos, planeación y construcción del OVA e implementación y evaluación. Se hicieron análisis cualitativos y cuantitativos de los datos recolectados en la indagación de saberes previos y en la evaluación. Se usó el software eXeLearning para la construcción del OVA, que estaba constituido por 5 actividades interactivas con GeoGebra (algunas incluyen tutoriales en vídeo), un banco de objetos y relaciones geométricas básicas con ejemplos dinámicos hechos en GeoGebra, unos enlaces web de actividades para niños en GeoGebra y de vídeos introductorios a otras geometrías. La recolección de datos y la implementación del OVA se hicieron virtualmente, en una sala de sistemas del colegio Cafam, con las 6 profesoras de grado primero en el año 2019. Como principales resultados se resalta la percepción positiva de las profesoras hacía el OVA y hacía GeoGebra, en su primer contacto con éste importante software de matemáticas dinámicas, además del conocimiento generado a través de la revisión de los objetos y relaciones geométricas.
Palabras clave: Geometría, Objeto Virtual de Aprendizaje, Didáctica, Recursos Educativos Abiertos, Enseñanza Multimedia, Aprendizaje en Línea, Aprovechamiento de Recursos.

Abstract

The main objective of this research project was design a Virtual Learning Object (VLO) to first grade teachers at Cafam school about three-dimensional and two-dimensional figures characteristics and properties using Geogebra. To reach that goal, 4 phases were developed based on investigation-action research method: theoretical foundation, previous knowledge inquiry, VLO planning and construction and, implementation and evaluation. Previous knowledge and evaluation collected data were analyzed through qualitative and quantitative methods. VLO design used the eXeLearning software which includes 5 interactive activities with Geogebra (some of them include video tutorials), an objects and basic geometric relations bank with dynamic examples made by Geogebra, some kids activities links and other geometries introductory videos. The data collection and VLO implementation were done virtually with the 6 first grade teachers at Cafam school technology classroom during 2019. Among main results, it is highlighted the positive teachers perception to VLO and GeoGebra as an important software in math teaching, besides the generated knowledge through objects and geometric relations revision. **Keywords: Geometry, Virtual Learning Object, Didactic, Open Educational Resources, Multimedia Instruction, Electronic Learning, Resources Development.**

Contenido

Resumen v

Lista de figuras IX

Lista de tablas XI

Introducción 1

1 Planteamiento del problema 3

2 Objetivos 5
2.1 General 5
2.2 Especificos 5

3 Justificación 6

4 Antecedentes 8
4.1 Locales 9
4.2 Nacionales 11
4.3 Internacionales 13

5 Marco teórico 16
5.1 Acerca de la geometría 16
5.1.1 La primera era de la geometría 16
5.1.2 Renacimiento de la geometría 18
5.1.3 Las geometrías no euclidianas 20
5.1.4 Objetos y relaciones geométricas 21
5.2 Enseñanza-aprendizaje de la geometría en Colombia 33
5.2.1 ¿Qué enseñar en geometría de grado primero? 33
5.2.2 ¿Cómo enseñar geometría? 35
5.2.3 Geometría activa y geometría dinámica 36
5.2.4 Software de geometría dinámica 37
5.3 E-learning 41
5.3.1 Objetos virtuales de aprendizaje 42

6 Marco metodólogico **44**
6.1 Población 44
6.2 Enfoque de investigación 44
6.3 Desarrollo metodológico 45
6.3.1 Fase 1 - Fundamentación teórica 47
6.3.2 Fase 2 - Indagación saberes previos 47
6.3.3 Fase 3 - Planeación y construcción OVA 56
6.3.4 Fase 4 – Implementación y evaluación 60

7 Análisis y resultados **64**
7.1 Fase 1 - Fundamentación teórica 64
7.2 Fase 2 - Indagación saberes previos 65
7.2.1 Encuesta 66
7.2.2 Cuestionario 73
7.3 Fase 3 - Planeación y construcción OVA 82
7.3.1 Enlace web OVA 91
7.4 Fase 4 – Evaluación 92
7.4.1 Encuesta 92
7.4.2 Cuestionario 97

8 Conclusiones **102**

Bibliografía **105**

Lista de Figuras

5-1 Dibujo de Icosaedro truncado de Da Vinci 19
5-2 Prismas 33
5-3 Pirámides 33
5-4 Impresión de pantalla de la interfaz de aplicación Cabri Express 38
5-5 Impresión de pantalla de la interfaz de Regla y Compás 38
5-6 Impresión de pantalla de la interfaz de Sketchpad 38
5-7 Interfaz GeoGebra Clásico 6 online 39
5-8 Paralelo aplicación Geometría integrada en GeoGebra Clásico 6 y la aplicación por separado 40

6-1 Fases metodología 45
6-2 Fundamentación teórica 47
6-3 Impresión de pantalla de la interfaz de eXelearning 56
6-4 Niveles de páginas en eXelearning 59

7-1 Respuestas item 1 78
7-2 Respuestas item 2 78
7-3 Respuestas item 3 79
7-4 Respuestas item 4 79
7-5 Respuestas item 5 80
7-6 Respuestas item 6 80
7-7 Respuestas item 7 81
7-8 Respuestas item 8 81
7-9 Respuestas item 9 81
7-10 Respuestas item 10 82
7-11 Pagína de inicio OVA 83
7-12 Actividades OVA 83
7-13 Actividad de ambientación OVA 84
7-14 Actividad 1 84
7-15 Objetos y relaciones actividad 1 85
7-16 Actividad 2 85
7-17 Pregunta actividad 2 86
7-18 Actividad 3 86
7-19 Punto 1 actividad 3 87

7-20 Complemento punto 1 actividad 3 87
7-21 Punto 2 actividad 4 88
7-22 Complemento punto 2 actividad 4 88
7-23 Ubicación recursos opcionales OVA 89
7-24 Ejemplo recursos opcionales OVA 89
7-25 Organización objetos y relaciones geométricas 90
7-26 Ejemplo objetos y relaciones geométricas 90
7-27 Ejemplo botones secuenciación actividades 91
7-28 Ejemplo botones secuenciación eXeLearning 91
7-29 Respuestas item 1 cuestionario evaluación 98
7-30 Respuestas item 2 cuestionario evaluación 98
7-31 Respuestas item 3 cuestionario evaluación 99
7-32 Respuestas item 4 cuestionario evaluación 99
7-33 Respuestas item 5 cuestionario evaluación 100
7-34 Respuestas item 6 cuestionario evaluación 100
7-35 Respuestas item 7 cuestionario evaluación 101

Lista de Tablas

4-1 Información general antecedentes. 8
4-1 Información general antecedentes (continuación). 9

5-1 Contribuyentes al desarrollo de la geometría. 17
5-2 Términos geométricos. 21
5-2 Términos geométricos (continuación). 22
5-2 Términos geométricos (continuación). 23
5-2 Términos geométricos (continuación). 24
5-2 Términos geométricos (continuación). 25
5-2 Términos geométricos (continuación). 26
5-2 Términos geométricos (continuación). 27
5-2 Términos geométricos (continuación). 28
5-2 Términos geométricos (continuación). 29
5-2 Términos geométricos (continuación). 30
5-2 Términos geométricos (continuación). 31
5-2 Términos geométricos (continuación). 32
5-2 Términos geométricos (continuación). 33

6-1 Actividades metodología. 46
6-2 Preguntas encuesta fase 1. 48
6-2 Preguntas encuesta fase 1 (continuación). 49
6-3 Items cuestionario fase 1. 51
6-3 Items cuestionario fase 1 (continuación). 52
6-3 Items cuestionario fase 1 (continuación). 53
6-3 Items cuestionario fase 1 (continuación). 54
6-3 Items cuestionario fase 1 (continuación). 55
6-4 Criterios caracterización Objetos de Aprendizaje. 57
6-5 Preguntas encuesta fase 4. 61
6-6 Preguntas cuestionario fase 4. 62
6-6 Preguntas cuestionario fase 4 (continuación). 63

7-1 Cantidad de recursos encontrados 64
7-2 Respuestas categoría 1 encuesta. 66
7-3 Respuestas categoría 2 encuesta. 67

7-4 Respuestas categoría 3 encuesta. 67
7-5 Respuestas categoría 4 encuesta. 68
7-6 Respuestas categoría 5 encuesta. 68
7-7 Respuestas categoría 6 encuesta. 69
7-8 Respuestas categoría 7 encuesta. 69
7-9 Respuestas categoría 8 encuesta. 70
7-10 Respuestas categoría 9 encuesta. 71
7-11 Respuestas categoría 10 encuesta. 72
7-12 Codificación respuestas cuestionario. 73
7-12 Codificación respuestas cuestionario (continuación). 74
7-12 Codificación respuestas cuestionario (continuación). 75
7-12 Codificación respuestas cuestionario (continuación). 76
7-12 Codificación respuestas cuestionario (continuación). 77
7-13 Frecuencia valores de las variables. 77
7-14 Respuestas categoría 1 encuesta de evaluación. 92
7-15 Respuestas categoría 2 encuesta fase 4. 93
7-16 Respuestas categoría 3 encuesta fase 4. 93
7-17 Respuestas categoría 4 encuesta fase 4. 94
7-18 Respuestas categoría 5 encuesta fase 4. 95
7-19 Respuestas categoría 6 encuesta fase 4. 95
7-20 Respuestas categoría 7 encuesta fase 4. 96
7-21 Frecuencia niveles cuestionario de evaluación. 97

Introducción

En el marco de la importancia generalizada que se le otorga actualmente en educación al uso efectivo de las nuevas tecnologías y la complejidad que caracteriza un proceso de tal magnitud, este estudio interviene, en la medida de sus posibilidades, a través del desarrollo de un recurso virtual para trabajar con profesoras de grado primero, del colegio Cafam, características y propiedades de figuras geométricas básicas, usando el software de geometría dinámica GeoGebra.

Investigaciones y recursos dan cuenta de procesos formativos presenciales y virtuales en este campo, sin embargo, aún hay desconocimiento de herramientas para el trabajo con nuevas tecnologías, como lo es GeoGebra, por parte de profesores que enseñan matemáticas en grados iniciales.

Al desarrollar el estudio:

- Se realizó una selección de aspectos teóricos de la geometría, de la didáctica de la geometría, de e-learning y del software GeoGebra.
- Se identificaron concepciones de profesores acerca del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en grado primero.
- Se diseñó el recurso virtual, estructurando los contenidos y las actividades.
- Se evaluó la implementación del recurso virtual.

Con el desarrollo del presente estudio, se propició una primera experiencia de las profesoras con el software GeoGebra, a través de la interacción con potentes ejemplos dinámicos elaborados en este software, además, de la exploración y el reconocimiento de algunas de sus herramientas.

Aunque, el impacto directo del OVA es menor (debido a la cantidad reducida de profesoras involucradas y la limitante de tiempo para la implementación del OVA), hay posibilidad que dicho impacto aumente, ya que el OVA está publicado en la web y puede ser retomado por la profesoras o utilizado por población en general.

El estudio se desarrolló bajo la metodología de investigación-acción, se realizó una fase inicial de fundamentación teórica; se continuó con una fase de indagación de saberes previos de las profesoras, a partir de entrevistas y cuestionarios; en la siguiente fase se diseñó el OVA; en la última fase fue implementado y evaluado.

Las profesoras se reunieron durante la jornada laboral para la implementación de los cuestionarios, las entrevistas y el OVA, bajo la gestión del colegio Cafam. Los enlaces web de los cuestionarios, las entrevistas y el OVA, se enviaron al correo electrónico de cada profesora. Entonces, no hubo contacto directo con las profesoras durante el proceso de intervención.

Este estudio permite a las profesoras involucradas, el reconocimiento de la herramienta GeoGebra, la cual se ha consolidado entre las prácticas docentes para la enseñanza de las matemáticas en sus diferentes niveles y ramas a nivel mundial, como lo concluyen múltiples investigaciones, entre éstas las realizadas por Conde (2013); Dikovic (2009); Riaño (2013); Ruiz (2012). Entonces, este estudio se constituye en un peldaño de las largas escaleras que optimizan el uso de nuevas tecnologías en la enseñanza de la geometría en grados iniciales, correspondiente al conocimiento que se requiere por parte de los profesores de herramientas tecnológicas útiles, posibilitando que la decisión de usar o no este tipo de herramientas se tome de manera consciente y por razones didácticas.

El estudio se puede replicar o aplicar parcialmente en poblaciones con condiciones similares, inclusive en procesos de formación docente, teniendo en cuenta el uso creciente del e-learning en procesos de formación. Además, puede ser tenido en cuenta para investigaciones posteriores en esta área.

En el capítulo 1 se plantea el problema de investigación. En el capítulo 2 se encuentran los objetivos perseguidos, tanto el general como los específicos. En el capítulo 3 se justifica el proceso de investigación. El capítulo 4 resume los antecedentes locales, nacionales e internacionales tenidos en cuenta en el proceso. En el capítulo 5 se exponen las principales teorías en que se enmarcó el proceso. En el capítulo 6 se relatan las acciones llevadas a cabo en las 4 fases del desarrollo metodológico, las herramientas tecnológicas utilizadas y los instrumentos de recolección de datos (se incluyen las preguntas de las encuestas y cuestionarios de saberes previos y de evaluación). El capítulo 7 presenta los resultados de cada fase y los análisis cualitativos y cuantitativos de los datos recolectados, en este capítulo se muestran las actividades del OVA y otros contenidos, además del enlace web (7.3.1) para ingresar al OVA. En el último capítulo se enuncian las conclusiones.

1 Planteamiento del problema

En el Colegio Cafam existen dos figuras en la labor docente: docente programador y docente ejecutante.

- El docente programador debe diseñar para la asignatura de determinado grado: el plan de estudios, las guías de aprendizaje enmarcadas en la Unidad de Formación Cafam, las evaluaciones de control y las evaluaciones bimestrales.
- El docente ejecutante pone en práctica lo planeado en las guías de aprendizaje y evalúa según lo establecido en el plan de estudios, apoyándose de las evaluaciones de control y las evaluaciones bimestrales.

Cada curso de grado primero (en el año 2019 hay 6 cursos de grado primero), cuenta con una directora de grupo, quien desempeña en su curso la labor de docente ejecutante de matemáticas, ciencias naturales, castellano, sociales, ética y religión. Una de las directoras de grupo es integrante del área de matemáticas y desempeña la labor de docente programadora de matemáticas para grado primero.

Desde el año 2015 se inició un proyecto de innovación en las programaciones de matemáticas para grado primero, segundo y tercero. La principal intención de este proyecto era privilegiar el trabajo con material concreto para dotar de significado el aprendizaje del sistema de numeración decimal y articular los pensamientos matemáticos en proyectos de aula u otros dispositivos didácticos integradores.

En el proceso de planeación, ejecución y evaluación del proyecto de innovación, se evidenciaron necesidades de las docentes programadoras y ejecutantes en relación a conceptos de las matemáticas en general o aspectos de su didáctica. Esta investigación se orienta a una de las carencias identificadas, que es relativa al pensamiento espacial y en particular trata acerca del reconocimiento y aplicación de las características y propiedades de figuras tridimensionales y bidimensionales. Esta carencia se puede sustentar desde los desempeños de los estudiantes en las pruebas, la práctica curricular y las inquietudes de las docentes:

- En los resultados de la prueba Saber de matemáticas de tercero (2016) el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES) plantea que el 64 % de los estudiantes del colegio Cafam no establece conjeturas que requieran de las nociones de

paralelismo y perpendicularidad en figuras planas; el 45 % no ordena objetos bidimensionales y tridimensionales de acuerdo con atributos medibles y el 19 % no relaciona objetos tridimensionales con sus respectivas vistas. Aunque, estos resultados corresponden a la prueba de grado tercero, son tenidos en cuenta para los grados primero, segundo y tercero, porque evalúan el ciclo compuesto por estos tres grados.

- Al iniciar el año 2017, se llevaron a cabo reuniones entre los profesores programadores de matemáticas de los grados primero, segundo y tercero, para ajustar la coherencia vertical de los aprendizajes que se pretenden en cada grado y retroalimentar los resultados de las pruebas Saber tercero 2016. En estos encuentros, las profesoras programadoras de grado primero manifestaron algunas dudas relacionadas con conocimientos geométricos y la didáctica de los mismos, además, afirmaron que desconocían tipos de software de geometría dinámica, como el GeoGebra.

- De otra parte, el primer reto en la puesta en escena del proyecto, surgió del conocimiento insuficiente por parte de las docentes programadoras y ejecutantes, de los marcos teóricos y orientaciones específicas de los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias del Ministerio de Educación Nacional (MEN (1998, 2006)); fue necesario entonces acompañar (con docentes licenciados en matemáticas) a las profesoras programadoras y ejecutantes de grado primero. Cabe resaltar que este acompañamiento priorizó el sistema de numeración decimal y las operaciones aritméticas, pero el trabajo con el pensamiento espacial fue mínimo.

Se requería en consecuencia, lograr que las profesoras de matemáticas de primero se apropiaran de conceptos básicos de geometría y su didáctica que les permitieran desarrollar en sus estudiantes las competencias requeridas desde los estándares del ciclo teniendo en cuenta que son fundamentales para el avance a través de los diferentes grados.

De la problemática descrita anteriormente surgió la siguiente pregunta: ¿Cuál podría ser una estrategia didáctica que permita a las profesoras de grado primero, del colegio Cafam comprender y usar las características y propiedades de figuras geométricas tridimensionales y bidimensionales haciendo uso del software GeoGebra?

Dada la poca disponibilidad para encuentros presenciales con las profesoras, para aportar a la problemática mencionada y responder la pregunta anterior, se diseñó un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA), aprovechando la importancia de las TIC en los procesos de enseñanza-aprendizaje (Mañas, 2013). El OVA incluyó elementos conceptuales básicos de geometría y enseñó a las docentes a usar GeoGebra, pues este software se utilizó en las actividades que se desarrollaron en el proceso de intervención, debido a la pertinencia comprobada de su uso en la enseñanza-aprendizaje de la geometría escolar (Ruiz, 2012).

2 Objetivos

2.1. General

Diseñar un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA) para trabajar con las profesoras de grado primero del colegio Cafam, características y propiedades de figuras tridimensionales y bidimensionales usando GeoGebra.

2.2. Especificos

- Seleccionar aspectos teóricos de la geometría y su didáctica pertinentes al OVA y al uso de GeoGebra.
- Determinar los saberes de las profesoras de grado primero del colegio Cafam acerca de características y propiedades de figuras tridimensionales y bidimensionales.
- Estructurar contenidos y actividades a incluir en el OVA.
- Evaluar la implementación del OVA con las profesoras de grado primero del colegio Cafam.

3 Justificación

Camargo (2011), se refiere a los estudios de Piaget e Inhelder (1967) acerca de la habilidad de los niños para representar el espacio. A partir de estos estudios, Piaget e Inhelder concluyen que los niños desde temprana edad desarrollan una percepción del espacio circundante, pero no desarrollan simultáneamente una conceptualización del espacio, que sea suficiente para construir representaciones mentales. También, Camargo hace alusión a la hipótesis de la primacía topológica que plantearon Piaget e Inhelder y que sustentaron con los resultados de sus experimentos.

En esta hipótesis, Piaget e Inhelder (1967) consideran una organización progresiva de las ideas geométricas bajo un orden definido, más ligado a la lógica que a la historia, argumentando que los niños en primer lugar diferencian los objetos a partir de las propiedades topológicas (cerradura, continuidad, conectividad, entre otros), posteriormente estarían en capacidad de diferenciar los objetos usando las propiedades proyectivas (propiedades de caras o lados, como rectiliniealidad o curvilinealidad) y por último los podrían diferenciar atendiendo a las propiedades euclideas (paralelismo o perpendicularidad de lado, congruencia de lados o ángulos, entre otras) (Camargo, 2011).

Camargo (2011) también resalta, entre otros estudios, los de Martin (1976), Geerslin y Shar (1979), que nacieron a partir de los planteamientos de Piaget e Inhelder y que desvirtúan el orden estricto de la hipótesis de la primacía topológica, pero reconocen la importancia de los estudios realizados por estos autores. Entonces, Camargo concluye lo útil que resulta ser para la didáctica de la geometría, propiciar experiencias para los estudiantes en las que se desarrollen a la vez y coordinadamente los tres tipos de relaciones establecidos en la hipótesis: topológicas, proyectivas y euclideas.

El uso de material concreto y la exploración de las propiedades geométricas en objetos de la realidad cumplen un papel importante en el desarrollo de las relaciones enunciadas:"El entorno natural siempre ha sido fuente de estudio e inspiración de la actividad humana. Los orígenes de la geometría hay que buscarlos en las situaciones y problemas del entorno ..."(Alsina, Burgués y Fortuny, 1995, p. 29).

A su vez, el software GeoGebra puede complementar el desarrollo de los tres tipos de relaciones, agregando numerosos beneficios, por ejemplo, los mencionados por Orozco (2017):

representación y exploración de objetos geométricos manteniendo sus propiedades; facilidad de conocer, utilizar o modificar recursos producidos a nivel mundial para diferentes grados o estudios superiores; posibilidad de uso expositivo o uso interactivo; motivación generada por el uso de dispositivos tecnológicos; entre otros.

Entonces, es importante que los profesores de geometría conozcan un software como GeoGebra, tanto por los beneficios de su uso en procesos de formación, como por el auge de las TIC en la educación ratificado por el MEN (2014) en sus planteamientos.

Por otro lado, Area y Adell (2009) se refieren en un sentido amplio al e-learning como "...algún tipo de proceso de enseñanza-aprendizaje realizado con ordenadores conectados a Internet y otras nuevas tecnologías móviles de telecomunicaciones"(p. 3), y proponen aportes del e-learning en la mejora e innovación de la enseñanza, entre los cuales se encuentra: "Extender y facilitar el acceso a la formación a colectivos e individuos que no pueden acceder a la modalidad presencial"(p.3).

En este sentido, es pertinente el uso de un componente del e-learning como lo es el OVA, para dar a conocer el software GeoGebra a las profesoras de grado primero del Colegio Cafam, teniendo en cuenta la dificultad de encuentros presenciales, las limitaciones de tiempo para el trabajo con las profesoras y la interconectividad con los ambientes virtuales que ofrece GeoGebra.

El uso de GeoGebra en el OVA y su publicación en Internet, permiten la exploración dinámica de ejemplos hechos en GeoGebra, facilitan la divulgación y consulta posterior del OVA, además de admitir conexiones con otros recursos en línea: recursos de GeoGebra, vídeos de Youtube, entre otros.

De este modo, se favorece a las profesoras porque, por un lado recuerdan objetos geométricos, explorándolos de manera dinámica e interactiva, mientras por otro lado se aproximan a un software con beneficios comprobados en la enseñanza de la geometría, adquiriendo elementos para decidir si lo usan o no desde el reconocimiento del mismo. Así las cosas, se favorece a los estudiantes, al contar con profesoras que tienen mayor experiencia con los objetos geométricos recordados en el OVA y con importantes recursos didácticos, como lo es GeoGebra. Por lo tanto, se podría mejorar los aprendizajes y en consecuencia los resultados de pruebas externas.

Este estudio puede ser tenido en cuenta como referente de nuevas investigaciones en este campo. Además, el OVA diseñado puede ser visitado por la comunidad en general para consulta y exploración de los objetos geométricos que se repasan y ejemplifican en éste, debido a que se encuentra publicado en Internet.

4 Antecedentes

A continuación, se hace una descripción de los antecedentes más relevantes tenidos en cuenta en este proyecto, a nivel local (Bogotá), nacional e internacional; se resumen los objetivos y la metodología de cada antecedente, además de la contribución respecto al presente proyecto. La Tabla **4-1** muestra información general de los antecedentes más relevantes:

Tabla 4-1: Información general antecedentes.

Nivel	Título	Autor(es)	Año
Local	El uso de los OVAs como estrategia de enseñanza-aprendizaje bajo un esquema de educación bimodal	Luis Fajardo, Miguel Sotelo y Francy Moreno	2012
	Elaboración de un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA), que integre el origami como facilitador de la enseñanza de los sólidos en Geometría	Ana Rodriguez	2014
	Caracterización de objetos de aprendizaje en los procesos de enseñanza en la Universidad Nacional de Colombia: Una exploración pedagógica en la Dirección Nacional de Innovación Académica - DNIA	Diana López	2017
Nacional	Diseño de Objetos Virtuales de Aprendizaje (OVAS) utilizando el software Geométrico GeoGebra para facilitar el aprendizaje de formulaciones Financieras, de Costos, y de Presupuestos	Diana Gaviria	2013
	Impacto motivacional en el aprendizaje de geometría usando el software Geogebra	Jorge Riaño	2013

Tabla 4-1: Información general antecedentes (continuación).

Nivel	Título	Autor(es)	Año
	Valoración de Objetos Virtuales de Aprendizaje (OVA) para la enseñanza de las matemáticas. Un instrumento para profesores	Mónica Triana y Juan Ceballos	2016
	Estrategia didáctica mediada por TIC para el desarrollo del pensamiento geométrico espacial en estudiantes de grado noveno de la institución educativa San Fernando de Amagá Antioquia	Claudia Agudelo, Lina Alcaraz y Marjory Vargas	2018
Internacional	Análisis del desarrollo de competencias geométricas y didácticas mediante el software de geometría dinámica GeoGebra en la formación inicial del profesorado de primaria	Natalia Ruiz	2012
	Experiencias de la superación del maestro primario para utilizar GeoGebra	María Fuentes y Jorge González	2016
	Objetos de Aprendizaje con eXeLearning y GeoGebra para la definición y representación geométrica de operaciones con vectores y sus aplicaciones	Claudia Orozco	2017

Fuente. Elaboración propia.

4.1. Locales

Los antecedentes tenidos en cuenta a nivel local están relacionados con la utilización de OVA en procesos de enseñanza-aprendizaje.

El primer antecedente, titulado "El uso de los OVAs como estrategia de enseñanza-aprendizaje bajo un esquema de educación bimodal", realizado por Luis Fajardo, Miguel Sotelo y Francy Moreno, tuvo como objetivo compartir, lo que ellos consideraron, estrategias necesarias para que un OVA potencie el aprendizaje.

Su principal aporte al presente proyecto, fue el conjunto de sugerencias acerca de los aspectos relevantes para la elaboración de un OVA, las cuales establecieron a partir de un proceso estadístico implementado en estudiantes de la Fundación Universitaria Konrad Lorenz, que debían usar habitualmente OVA, en el marco de los entornos virtuales que se ha propuesto potenciar esta universidad (Fajardo, Sotelo, y Moreno, 2012).

Otro antecedente fue: "Elaboración de un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA), que integre el origami como facilitador de la enseñanza de los sólidos en Geometría", tesis elaborada por Ana Rodríguez para optar al título de magíster en enseñanza de las ciencias exactas y naturales en la Universidad Nacional de Colombia. En este trabajo, se diseñó un OVA para desarrollar conceptos en torno a los sólidos, haciendo uso de la técnica del origami, con la intención de mejorar la comprensión de los mismos a través de la elaboración de diferentes figuras.

Para la estructuración del OVA, se realizó en primer lugar una revisión histórica y conceptual, porteriormente, se utilizó el software eXeLearning para construirlo. El OVA contiene información textual, enlaces a sitios web y a videos acerca de la historia de la geometría y del origami, los poliedros, simbología del origami, origami modular, entre otros aspectos de la geometría o del origami, además, actividades de ejercitación y de evaluación (Rodríguez, 2014).

Esta tesis se constituyó en un referente de la presente investigación, al tener en común la utilización de eXeLearning para la construcción de un OVA relacionado con conceptos básicos de la geometría.

El último antecedente a nivel local, fue el trabajo realizado por Diana López para optar al título de magíster en educación en la Universidad Nacional: "Caracterización de objetos de aprendizaje en los procesos de enseñanza en la Universidad Nacional de Colombia: Una exploración pedagógica en la Dirección Nacional de Innovación Académica - DNIA".

El principal objetivo de este trabajo fue establecer la caracterización pedagógica de los objetos de aprendizaje producidos por profesores de la Universidad Nacional, dando cuenta de los conceptos pedagógicos, usos y posibilidades didácticas de los mismos, para incentivar el uso de las nuevas tecnologías e innovaciones académicas en la educación superior. Para alcanzar este objetivo, toman como muestra 10 de las 53 propuestas de objetos de aprendizaje aceptadas por la por la DNIA entre el 2013 y el 2014. Esta investigación es cualitativa de tipo descriptiva, se realizó en tres etapas, la revisión de fuentes, la determinación de los instrumentos y estrategias para la recopilación de la información y la interpretación de los resultados.

El propósito de López (2017) en torno a los OVA es facilitar la "...definición de los contenidos, actividades y dimensiones en la construcción e implementación de dichos recursos en las prácticas educativas"(p. 17). En efecto, fue de gran magnitud la contribución de su estudio en el diseño del OVA concerniente a la presente investigación, además, para la evaluación de éste, se tuvo en cuenta de manera especial la determinación y uso de instrumentos para recopilar información acerca de las características de los OVA que realizó López.

4.2. Nacionales

A nivel nacional se encontró una gran variedad de artículos científicos que proponen la utilización de OVA o del software de geometría dinámica GeoGebra en procesos de enseñanza aprendizaje, de los cuales se seleccionaron 4 como antecedentes por su pertinencia.

En orden cronológico, se sitúa en el primer lugar de los antecedente nacionales, el informe de la pasantía titulada "Diseño de Objetos Virtuales de Aprendizaje (OVAS) utilizando el software Geométrico GeoGebra para facilitar el aprendizaje de formulaciones Financieras, de Costos, y de Presupuestos", realizada por Diana Gaviria en el marco de la maestría en contabilidad de la Universidad de Medellín

Esta pasantía tuvo como objetivo el diseño de cinco OVA, basados en el uso del software GeoGebra como herramienta, que facilite la interpretación de conceptos, su comprensión y la toma de decisiones en torno a las formulaciones del área contable. Para lograrlo, construyó los OVA a través de Applets de GeoGebra, en los cuales se modelaban las fórmulas financieras, de costos y de presupuestos, abriendo la posibilidad de simular situaciones del área contable variando sus parámetros. Como consecuencia de variar los parámetros, varían las gráficas correspondientes a la fórmula en cuestión,"dando pie a las diferentes interpretaciones, análisis de la información y conceptos de dichas fórmulas y que ayuden a la toma de decisiones en la profesión contable de una forma más interpretativa"(Gaviria, 2013, p. 1).

La contribución de esta pasantía, se basó en la relación y uso mancomunado que hizo de los OVA y GeoGebra en procesos de enseñanza. Ya que ejemplificó usos del software que permiten la exploración dinámica por parte de los estudiantes, abriendo las posibilidades a una interacción que podría mejorar la comprensión.

El segundo antecedente nacional fue la tesis que realizó Jorge Riaño para obtener el grado de maestría en educación con acentuación en procesos de enseñanza aprendizaje, el cual tituló: "Impacto motivacional en el aprendizaje de geometría usando el software Geogebra".

Riaño se planteó como objetivo en su tesis determinar el impacto motivacional al utilizar el

software GeoGebra en el aprendizaje de la geometría. La población objeto de estudio fueron 124 estudiantes de grado séptimo de una institución educativa, que estaban distribuidos en tres cursos. Se utilizo el software en las clases de geometría de dos de los cursos, mientras que en el tercer curso no se utilizó software. Se recolectaron datos de los tres cursos por medio de observaciones, cuestionarios y entrevistas en relación con el objetivo de la tesis para establecer las conclusiones (Riaño, 2013).

El principal aporte de esta tesis al presente trabajo, fue la reflexión en torno al aspecto motivacional de los estudiantes cuando emplean herramientas como GeoGebra en las clases de geometría, ya que se concluyó que hay una mejora en dicho aspecto, además que se reforzó la importancia de integrar la motivación entre los ingredientes de un proceso de aprendizaje para optimizarlo.

Otro trabajo tenido en cuenta como antecedente fue la tesis para optar al título de magíster en educación matemática en la Universidad de Medellín, realizado por Mónica Triana y Juan Ceballos, el nombre de esta tesis es "Valoración de Objetos Virtuales de Aprendizaje (OVA) para la enseñanza de las matemáticas. Un instrumento para profesores"

El objetivo de la tesis de Triana y Ceballos (2016) fue "Establecer un conjunto de características de un instrumento didáctico-conceptual a través del cual el profesor pueda valorar el uso de OVA en la enseñanza de las matemáticas"(p.20). Para alcanzarlo realizaron una revisión de la literatura relacionada con la valoración de OVA. Argumentando que los instrumentos encontrados no profundizan en aspectos propios de la enseñanza de las matemáticas, diseñaron un instrumento de valoración de OVA, partiendo de instrumentos ya elaborados y de aportes de profesores de matemáticas escolares en diferentes niveles, el instrumento que construyeron lo titularon "Valoración de Objetos Virtuales de Aprendizaje (OVA) para la enseñanza de los números fraccionarios".

La contribución de esta tesis, se fundamentó en los ejemplos de instrumentos de valoración de OVA que en ésta se encuentran y en el proceso de construcción del instrumento de valoración realizado.

El último antecedente tenido en cuenta en el contexto nacional se titula "Estrategia didáctica mediada por TIC para el desarrollo del pensamiento geométrico espacial en estudiantes de grado noveno de la institución educativa San Fernando de Amagá Antioquia", esta tesis fue realizada por Claudia Agudelo, Lina Alcaraz y Marjory Vargas para optar por el título de magíster en educación en la Universidad Pontificia Bolivariana.

Con el objetivo de desarrollar una estrategia didáctica haciendo uso de recursos digitales para potenciar el pensamiento geométrico espacial en estudiantes de grado noveno de una

institución de Amagá Antioquia, las autoras realizaron una revisión de las prácticas de los docentes de matemáticas en básica secundaria en esta institución, posteriormente diseñaron una página web para usarla como estrategia didáctica en pro del pensamiento geométrico espacial de los estudiantes, "...que fue nombrada como Geo Tic, donde el docente y el estudiante tendrán la posibilidad de dinamizar sus aprendizajes, los cuales incluyen vídeos, cuestionarios, pruebas de conocimiento en línea"(Agudelo, Alcaraz, y Vargas, 2018, p. 87).

Esta tesis sirvió de referente, pues se realizó una página web para trabajar conceptos de geometría, aprovechando el potencial de las TIC para la exploración dinámica y para hacer uso de otros recursos virtuales a través de enlaces, dos ventajas ofrecidas por las TIC que también se pretendieron aprovechar en el presente trabajo.

4.3. Internacionales

A nivel internacional se tuvieron en cuenta tres antecedentes:

La tesis doctoral elaborada por Natalia Ruiz y titulada"Análisis del desarrollo de competencias geométricas y didácticas mediante el software de geometría dinámica GeoGebra en la formación inicial del profesorado de primaria", fue uno de los antecedentes tenidos en cuenta a nivel internacional.

En su tesis, Ruiz se propuso identificar la manera cómo interviene el software GeoGebra en el desarrollo de competencias geométricas y didácticas en la formación inicial de profesores de primaria. Para tal fin, realizó un diseño experimental de tipo cualitativo y cuantitativo, que se aplicó en estudiantes de segundo curso del Grado de Magisterio de Educación Primaria de la Universidad Autónoma de Madrid (en total son 4 cursos de 1 año para obtener el título), en el marco de la asignatura "Matemáticas y su Didáctica II", se eligieron para la investigación dos de los seis grupos en los cuales están distribuidos los estudiantes de esta asignatura. Uno de los grupos se estableció como el grupo control y el otro como el grupo experimental, integrados por 49 estudiantes y 51 estudiantes, respectivamente. En ambos grupos se inició con un pretest, después se implemento un taller de resolución de problemas de geometría que el grupo experimental resolvió usando GeoGebra, mientras el grupo control lo hizo con lápiz y papel, por último se aplicó un postest de competencias geométricas a ambos grupos para el análisis cuantitativo, entre tanto, se hizo el análisis cualitativo a partir de un estudio de casos ocurridos durante la resolución de los problemas geométricos usando GeoGebra (Ruiz, 2012).

Esta tesis se consolidó como un antecedente de gran importancia para el presente trabajo, gracias a que se implementó GeoGebra con profesores en formación y se obtuvo mayor mejora en el grupo que uso el software con respecto al grupo que utilizo solamente lápiz y papel.

Lo que respaldó la decisión del presente proyecto de utilizar GeoGebra en vías de mejores resultados, además que aportó un marco de referencia relacionado con el uso de este software en procesos de formación de profesores de primaria.

El segundo antecedente en el ámbito internacional que se tuvo en cuenta fue:"Experiencias de la superación del maestro primario para utilizar GeoGebra". Esta investigación, que se realizó en Cuba por María Fuentes y Jorge González, presentó los resultados que obtuvieron los autores al impartir un curso de superación de maestros, entendida la superación como desarrollo, actualización, adaptabilidad a las necesidades de la sociedad, entre otros rasgos de avance hacia un nivel superior. El curso tenía el propósito de capacitar a 15 maestros de primaria con mas de 10 años en ejercicio, pero que no tenían experiencia en GeoGebra, para que lo utilizaran con sus estudiantes en sus clases.

Con el objetivo de exponer los resultados del curso, Fuentes y González (2016) aplicaron una metodología de sistematización de experiencias y usaron los métodos de observación, entrevista grupal y aplicación de formatos PNI (positivo, negativo o interesante). La entrevista grupal se realizó al inicio del curso, mientras que el método de observación y los formatos PNI se implementaron en cada una de las cinco clases que realizaron con los profesores, en las cuales les enseñaron a utilizar herramientas básicas de GeoGebra.

Este antecedente le sirvió de ejemplo y referente al presente trabajo, porque en ambos se pretendió dar a conocer, a profesores de primaria en ejercicio, el software de geometría dinámica GeoGebra.

El último antecedente correspondió a la tesis doctoral elaboraba por Claudia Orozco y titulada "Objetos de Aprendizaje con eXeLearning y GeoGebra para la definición y representación geométrica de operaciones con vectores y sus aplicaciones", en la Universidad de Salamanca.

Orozco (2017) se propuso crear OVA para la enseñanza de la definición, operaciones y aplicaciones de vectores reales geométricos. Además de valorar la calidad de los mismos, en cuanto al enfoque pedagógico y el diseño técnico. Utilizó una metodología cuantitativa no experimental de tipo exploratorio. Una población de 30 expertos en educación que eran estudiantes del "Programa de PosGraduación en enseñanza de las Ciencias y Educación Matemática", de la Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), Campina Grande, Brasil, valoraron los OVA previo a su implementación, que se realizó posteriormente con 13 estudiantes de la misma universidad, pero de los grados de Matemáticas y Física. En primer lugar, Orozco presentó los OVA a los expertos y aplicó un cuestionario de valoración, posteriormente implementó los OVA y por último aplicó una entrevista a los estudiantes sobre el tema y sobre la experiencia en GeoGebra.
Este antecedente aportó argumentos y referencias que sustentaron y motivaron la decisión

que se tomó en el presente trabajo de utilizar eXeLearning, además que orientó la elaboración del OVA con eXeLearning para sacar provecho a las potencialidades de GeoGebra.

5 Marco teórico

En este capítulo se esbozan concepciones teóricas relacionadas con el presente trabajo clasificadas en las categorías geometría, enseñanza-aprendizaje de la geometría en Colombia y e-learning. Estas concepciones fueron seleccionadas por aspectos didácticos o contextuales, pero no se asumen como únicas ni suficientes, en este sentido Duch (1998) apunta "Cuando definimos algo, tomamos posición, limitamos y nos auto limitamos, nos comprometemos ideológicamente, lo que significa que, más o menos conscientemente, excluimos, ponemos entre paréntesis otras perspectivas, valencias y posibilidades de aquello que nos proponemos definir"(p. 128). Por lo tanto, se reconoce la importancia y complementariedad de considerar diferentes concepciones en el ámbito científico. Las concepciones que se enuncian a continuación corresponden a una de las miradas que se puede llegar a tener de sus correspondientes objetos de estudio.

5.1. Acerca de la geometría

A continuación se presenta una breve revisión de la historia de la geometría y las definiciones geométricas que se tuvieron en cuenta para determinar el contenido del OVA.

5.1.1. La primera era de la geometría

La geometría fue bautizada de tal manera, porque su origen partió de la necesidad que tuvo la humanidad de mejorar la medición de terrenos, pues etimológicamente, la palabra geometría significa medida de la tierra. Se cree que los egipcios dieron los primeros pasos en este camino, ya que en algunos museos hay papiros de 2000 años a.C, en los que se registran curiosas fórmulas, aunque erróneas, para calcular áreas de figuras planas, una aproximación al número π (pi), entre otros hallazgos . La enseñanza de la geometría era limitada para una minoría de la jerarquizada sociedad egipcia (Alsina, Fortuni, y Pérez, 1997).

Los registros consiguientes corresponden a los babilonios, quienes en tablillas de arcilla dejaron evidencia de un uso de la geometría inclinado hacia el arte y la arquitectura, pero con poca profundidad en lo técnico o matemático de la geometría. Usaron figuras geométricas

para adornar templos y palacios (Cardona, Cardozo, López, Posada, y Ramírez, 1996).

Desde el aporte de los griegos se empezó a considerar la geometría como ciencia, pues fueron ellos quienes dieron inicio a procesos de racionalización abstractos y globales, que no se habían dado antes debido al predominio práctico que tenía la geometría (Castiblanco, Urquina, Camargo, y Acosta, 2004). En la tabla **5-1** se registran en orden cronológico los aportes que destaca Cardona (1996) por su relevancia en el desarrollo de la geometría:

Tabla 5-1: Contribuyentes al desarrollo de la geometría.

Siglo	**Científico(s)**	**Aporte**
VII-VI a.C.	Thales de Mileto	Fundador de la escuela matemática y filosófica Jónica. Posiblemente, fue el primero en abordar de forma organizada el estudio de la geometría. Se le atribuyen teoremas sencillos que se consideran importantes en los primeros pasos de la geometría como ciencia.
VI a.C.	Pitágoras	Discípulo de Thales, también fundó una escuela filosófica y una sociedad secreta para dar a conocer sus doctrinas. Entre su escuela y él se comparten los créditos por algunas construcciones geométricas y la demostración de teoremas, los cuales se usaban previamente, pero no se habían probado.
V a.C.	Enópides de Chio Hipócrates de Chio	Resolvieron problemas sobre construcciones geométricas. Hipócrates escribió el primer texto griego de matemáticas.
V a.C.	Antífono Brisón	Trataron de hallar el área del círculo, usaron como método agotar la diferencia entre un polígono inscrito o circunscrito y el círculo, lo que actualmente se conoce como "método de exhaución o agotamiento".
IV-III a.C.	Platón	Fundador de la escuela de Atenas. Se le considera como el primero que intentó establecer definiciones iniciales para distinguir la geometría elemental de la superior. Considerando elemental como aquella geometría que utiliza el compás, la regla y otros instrumentos de dibujo para resolver problemas, mientras que la superior resuelve problemas que requieren de un proceso lógico.

Fuente. Elaboración a partir de Cardona et al. (1996).

Hacía el año 300 a.C. Euclides recopiló de manera sistemática en el libro I de Los Elementos, importantes aportes al conocimiento geométrico que hicieron estos grandes pensadores. Fue tal la magnitud del trabajo de Euclides, que pasados 2000 años de su producción sigue siendo influyente. A pesar que ha tenido contradictores con argumentos válidos (Khayan, Ivanovic, Poincare, Gauss, Bolyai, Lobachevski, entre otros (García, 2016)), se mantiene el respaldo de especialistas en el ámbito de la geometría, por ejemplo, Vasco (1991) afirma que: "Tampoco se debe descartar el trabajo de sistematización de conceptos y de resultados que llevó a cabo tan brillantemente Euclides. Ese trabajo es un monumento de la cultura, apenas comparable con las pirámides de Egipto, las sinfonías de Beethoven o la obra de Picasso"(p.12).

La importancia del libro I de los Elementos, se debe a la sistematización de los conocimientos de la geometría plana y se potencia por el método axiomático y deductivo que utiliza Euclides, que se ha convertido en el predilecto de la mayoría de matemáticos para sus demostraciones (Tejada, 2003). Alsina et al. (1995) ratifican esa importancia al manifestar que "Las traducciones del griego al latin de los Elementos desempeñara un papel esencial en la difusión del conocimiento geométrico en Europa y tendrá una trascendencia notable en posibilitar el Renacimiento como transformación cultural y social"(p.25).

Sin embargo, es limitado el desarrollo de la geometría del espacio que se hace en los Elementos, pues hasta el año 300 a.C. se había estudiado poco al respecto. Arquimedes (287 - 212 a.C.), estudió sólidos, principalmente a la esfera y al cilindro, además planteó un sistema para encontrar el valor del número Π. Posteriormente, Apolonio de Pérgamo, quien fue profesor de Alejandría hacía el año 250 a.C. estudia casi por completo las secciones cónicas (Cardona et al., 1996).

Fueron pocos los avances desde esa era, sólo hasta el siglo XVI d.C. se dieron nuevos progresos en este campo, aparecieron nuevas geometrías y las geometrías no euclidianas, que han cobrado importancia y potenciado el nacimiento o crecimiento de otras geometrías, inclusive la euclidiana : "Muchos de los resultados más interesantes de la geometría euclidiana se trabajaron durante los siglos XIX y XX. Por ejemplo, los teoremas de Morley, Miquel, Feuerbach, Steiner, entre otros (De Villiers, 1999)"(Castiblanco et al., 2004, p.6).

5.1.2. Renacimiento de la geometría

Con la llegada del renacimiento surgen nuevas e importantes geometrías: la analítica, la descriptiva y la proyectiva.

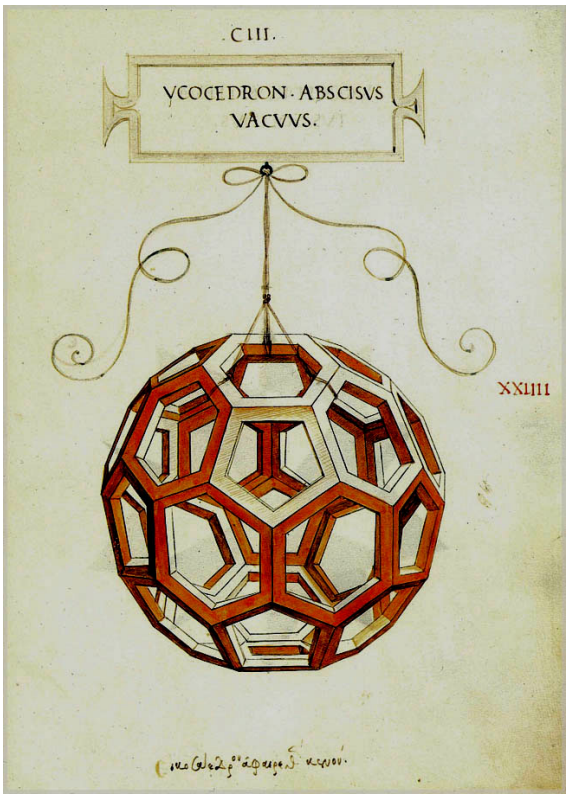
La Geometría analítica, que nació gracias a los aportes de Rene Descartes (1.596-1.650 d.C.), relacionó el álgebra y la geometría que se conocían hasta el momento, abriendo las puertas

a la creación posterior del cálculo infinitesimal (Fernández, 2018).

Fernández (2018) con respecto a la geometría descriptiva, enuncia que fue expuesta inicialmente por Gaspar Mongue (1746-1818), quien ideó un "método para representar en dos dimensiones cuerpos de tres, y proporcionar un medio de reconocer la forma de los cuerpos mediante una descripción exacta de sus elementos constituyentes y de sus posiciones respectivas"(p.42), conocido hoy en día como Sistema Diédrico. Sus aportes se consideran como las bases del dibujo técnico actual.

La geometría proyectiva, que dió sus primeros pasos entre los años 200 y 400 d.C. a partir de los estudios de Menelao sobre triángulos esféricos, de Ptolomeo acerca de proyecciones para la escritura de cartas geográficas, de Diofanto y Pappus, entre otros, también se revive en el renacimiento a través de los artistas y arquitectos de la época, "...quienes en su búsqueda de una fundamentación matemática para la teoría de perspectiva (representación bidimensional de objetos tridimensionales), trabajaron sobre conceptos geométricos como secciones y proyecciones: Piero Della Francesca (1410-1492); Leone Battista Alberti (1404-1472); Leonardo Da Vinci (1452-1519) y Alberto Durero (1471-1528)"(Gysin y Fernández, 2015, p. 2). La figura **5-1** es un ejemplo de la teoría perspectiva.

Figura 5-1: Dibujo de Icosaedro truncado de Da Vinci



Fuente. Extremiana, Hernández, y Rivas (2001)

5.1.3. Las geometrías no euclidianas

La principal diferencia entre las geometrías no euclidianas y la geometría que plasmó Euclides en los Elementos, se fundamenta en que dichas geometrías no comparten el quinto postulado planteado por Euclides en el libro I: Si una recta que corte a otras dos, forma con éstas ángulos interiores del mismo lado de ella que sumados sean menores que dos rectos, las dos rectas, si se prolongan indefinidamente, se cortarán del lado en que dicha suma sea menor que dos rectos.

Tejada (2003) expone que los primeros avances en este camino se dieron por la intención de importantes matemáticos de probar o simplificar dicho postulado: Ptolomeo (S, II a.c.); Proclus (412-485); Nadir-al-din-al-Tusi (1201-1274); Saccheri (1667-1733); Lambert (1728-1777); D'Alembert (1717-1783); Lagrange (1736-1813); Legendre (1752-1833); Playfair (1748-1819); Laplace (1749-1827); Farkas Bolyai (1775-1856); Wachter (1792-1818); Schweikart (1780-1859); Taurinus (1794-1874). Los curiosos resultados obtenidos, propiciaron estudios que gracias a sus importantes hallazgos, posicionan como protagonistas del descubrimiento de las geometrías no euclidianas a: Juan Bolyai (1802-1860); Nikolai Lobachebsky (1793-1856); Friedrich Gauss (1777-1855) y Bernhard Riemann (1826-1856).

Gauss, Lobachebsky y Bolyai, trabajando por separado, obtienen los resultados que dieron origen a la geometría lobachebskiana o hiperbólica. En la cual se comparten los planteamientos de Euclides, excepto el postulado cinco y los teoremas que dependen de éste, ya que en esta geometría la distancia entre las paralelas disminuye a medida que se les prolonga (la palabra paralelas es sustituida por Lobachebsky por la frase "rectas que no se encuentran por mucho que se les prolongue"), la suma de los ángulos de un triángulo es menor que dos rectos, entre otras contradicciones a los planteamientos de Euclides, pero con el mismo valor lógico, como logró demostrar (Cardona et al., 1996).

Riemann fue el creador de la geometría riemanniana o elíptica. Esta geometría, al igual que la lobachebskiana, comparte algunos de los planteamientos de Euclides, pero contradice otros. Tejada (2003) afirma que en la geometría riemanniana las rectas no se pueden extender indefinidamente, la suma de los ángulos del triángulo es mayor a dos rectos y por un punto exterior a una recta no pasan paralelas a la recta dada, en contravía con el quinto postulado de Euclides. La geometría riemanniana cobró importancia gracias a su aporte en la realización de experimentos y a la consolidación de teorías, como la de la relatividad de Einstein.

> El desarrollo de estas dos geometrías: lobachebskiana y riemanniana, además de permitir el abordaje de problemas, la experimentación y la estructuración de teorías que no era posible desde la geometría euclidiana, sirvió para notar la

importancia de delimitar el conocimiento, por encima de universalizarlo. El desarrollo de las geometrías no euclidianas motivó un debate filosófico acerca de las fuentes de certeza del conocimiento. Después de haber creido que las matemáticas trataban de "verdades absolutas" en relación con el mundo real, los matemáticos se dieron cuenta que las matemáticas tratan de "verdades convencionales" que pueden o no, tener aplicaciones en el mundo real. (Castiblanco et al., 2004)

5.1.4. Objetos y relaciones geométricas

Para la estructuración del OVA, se determinó un conjunto de términos geométricos que de acuerdo a los planteamientos del MEN (1998 y 2006), se infiere que deben ser dominados por profesores de geometría de cualquier nivel.
Se consultaron principalmente tres libros para establecer las definiciones o planteamientos acerca de los objetos y relaciones geométricas: una traducción de "Los Elementos de Euclides"(Simson, 1774), "Geometría y su didáctica para maestros"de Godino y Ruiz (2003) y "Geometría Básica"de la Universidad Pontificia Bolivariana (UPB) (Cardona et al., 1996). En la tabla **5-2** se registran las definiciones o planteamientos textuales de cada término geométrico encontradas en los textos:

Tabla 5-2: Términos geométricos.

Término	**Traducción Euclides**	**Godino**	**Cardona (UPB)**
Punto	Es lo que no tiene partes, o lo que no tiene magnitud.	El punto, como objeto o figura geométrica, se considera que no tiene dimensiones y se usa para indicar una posición en el espacio.	Concepto indefinible.(...) Aunque podemos representar el término como la minúscula huella de un alfiler sobre un papel, o como un granito de arena, evidentemente esto no es un punto, si fuera posible dividir la marca o el grano de arena... sucesivamente en forma indefinida, todavía no tendríamos un punto, sin embargo, nos acercaríamos a una condición que la mayoría de nosotros asigna al concepto punto. Denotaremos los puntos mediante letras mayúsculas.

Tabla 5-2: Términos geométricos (continuación).

Término	**Traducción Euclides**	**Godino**	**Cardona (UPB)**
línea o curva plana	Línea es una longitud sin latitud.	Una curva plana se puede describir de manera intuitiva e informal como el conjunto de puntos que un lápiz traza al ser desplazado por el plano sin ser levantado.	No lo define.
Recta	Es la que se extiende igualmente entre sus puntos	Se considera que las rectas son ilimitadas por ambos extremos, así como que no tienen ningún espesor, lo que hace imposible "representar"las rectas. (...) Se dice que son conjuntos de puntos.	Concepto indefinible. Estamos familiarizados con las rectas, pero nadie ha visto una, ...un hilo tenso nos da idea de una línea recta, pero la recta se extiende sin fin en ambos sentidos, lo cual indicamos por medio de flechas... la reconocemos como un conjunto de puntos.
Superficie o plano	Superficie: es lo que solamente tiene longitud, y latitud.	Plano: figura geométrica que suele ser evocada por una hoja de papel apoyada sobre una mesa, la propia superficie de una mesa, la pizarra, etc. Se le atribuyen unas características ideales que no tienen tales objetos perceptibles, como no tener límites en ninguna dirección, ni tampoco ningún espesor. Se dice que son conjuntos de puntos.	Plano: concepto indefinible. La tabla de una mesa o tablero nos proporciona la idea de un plano. Podemos pensar en el plano como un conjunto infinito de puntos que forman una superficie que no tiene espesor, pero que tiene largo y ancho.

Tabla 5-2: Términos geométricos (continuación).

Término	**Traducción Euclides**	**Godino**	**Cardona (UPB)**
Sólido	Un sólido es aquello que tiene longitud, latitud y grueso.	Cualquier superficie sin agujeros y que encierra una región hueca -su interior- se dice que es una superficie cerrada simple. La unión de todos los puntos de una superficie cerrada simple y todos los puntos de su interior forman una figura espacial llamada un sólido.	Figura geométrica cuyos puntos no están todos en un plano.
Semirrecta	No lo define	Todo punto P divide a una recta que lo contiene en dos subconjuntos formados por los puntos que están situados a un mismo lado respecto de P. Estos subconjuntos se dice que son semirrectas o rayos de extremo P.	Es cada una de las partes en que queda dividida una recta por un punto que está sobre ella.
Segmento de recta	No lo define	Conjunto de puntos comprendidos entre dos puntos, que se dice son los extremos del segmento.	Conjunto formado por dos puntos de una recta y todos los puntos situados entre ellos. Los dos puntos en cuestión se llaman extremos del segmento. Dados dos puntos A y B el segmento que los tiene por extremos se denota $\overline{AB}$ o $\overline{BA}$.

Tabla 5-2: Términos geométricos (continuación).

Término	**Traducción Euclides**	**Godino**	**Cardona (UPB)**
Ángulo	Un ángulo plano rectilíneo es la inclinación de dos rectas una a otra, que se encuentran mutuamente en un plano y no están en línea recta.	Un ángulo se puede considerar como la intersección de dos semiplanos cerrados, obtenidos a partir de dos rectas incidentes. Ambas semirrectas son los lados del ángulo y el punto de concurrencia es el vértice. También se usa la palabra ángulo para designar a la figura geométrica formada solamente por el conjunto de los lados y el vértice. El ángulo formado por las semirrectas AB y AC; se suele designar como ángulo $\angle BAC$ o $\angle CAB$. La medida de un ángulo $\angle A$ la indicaremos por m($\angle A$).	Es la unión de dos semirrectas que poseen el mismo origen. Las semirrectas se llaman lados del ángulo y el punto en común se llama vértice. Para denotarlas se utilizan los símbolos $\widehat{\ }$ o $\angle$. Emplearemos distintas formas para denotar los ángulos, veamos: Utilizando tres letras mayúsculas (que son los nombres de tres puntos, uno es el vértice y cada uno de los otros dos corresponde a un lado del ángulo), en el centro de las tres se escribe el vértice, así: $\angle DEF$ o $\widehat{DEF}$. Mediante una sola letra mayúscula en el vértice si es evidente de que ángulo trata: $\angle O$ o $\widehat{O}$. O con una letra minúscula, una letra griega o un número, así: $\angle a$ o $\widehat{a}$, $\angle \alpha$ o $\widehat{\alpha}$, $\angle 1$ o $\widehat{1}$.
Polígonos o figuras rectilíneas	Figuras rectilíneas: son aquellas figuras que están comprendidas por líneas rectas. Una figura es lo que está comprendido por cualquier límite o límites.	Una curva simple que está formada por segmentos unidos por sus extremos... y si dicha curva es cerrada se dice que es un polígono: a los segmentos que la forman se llaman lados y a los extremos de esos segmentos, vértices.	Conjunto de puntos del plano formado por la unión de n (n≥3) segmentos que cumplen: a. Cada extremo de un segmento es extremo exactamente de otro. b. No hay dos segmentos con un mismo extremo que sean colineales. c. Dos segmentos que se intercepten lo hacen en un extremo, que son los vértices del polígono. Los segmentos se llaman lados del polígono.

Tabla 5-2: Términos geométricos (continuación).

Término	**Traducción Euclides**	**Godino**	**Cardona (UPB)**
Poliedro	No lo define	Un poliedro es el sólido delimitado por una superficie cerrada simple formada por regiones poligonales planas. Cada región poligonal se dice que es una cara del poliedro, y los vértices y lados de las regiones poligonales se dicen que son los vértices y lados del poliedro.	Es un sólido cuya superficie está formada por un número finito de regiones poligonales, de modo que cada uno de sus lados lo es exactamente de dos regiones poligonales, las cuales nunca son coplanares. Las regiones poligonales que integran el poliedro son sus caras y sus aristas y vértices son los lados y vértices de dichas regiones.
Rectas paralelas	Si un segmento al incidir sobre dos rectas hace los ángulos alternos iguales entre sí, o el ángulo externo igual al interno y opuesto del mismo lado, o los dos internos del mismo lado iguales a dos ángulos rectos, las rectas serán paralelas entre sí.	Dos rectas contenidas en el plano que no tienen ningún punto en común se dice que son paralelas.	Dos rectas son paralelas si y sólo si son coplanares y no tienen puntos comunes, es decir no se cortan.
Rectas secantes	No las define.	Dos rectas contenidas en el plano que tienen un punto en común se dice que son concurrentes.	Dos rectas son secantes si no son paralelas, es decir si tienen algún punto en común.

Tabla 5-2: Términos geométricos (continuación).

Término	**Traducción Euclides**	**Godino**	**Cardona (UPB)**
Rectas perpendiculares	Cuando una línea recta que está sobre otra hace que los ángulos adyacentes sean iguales, la recta que está sobre la otra se llama perpendicular a la otra recta.	No las define.	Dos rectas son perpendiculares, normales u ortogonales si se intersecan formando un ángulo recto, para indicar que $\overleftrightarrow{m}$ es perpendicular a $\overleftrightarrow{n}$ escribimos $\overleftrightarrow{m} \perp \overleftrightarrow{n}$. Las semirrectas y los segmentos son perpendiculares si se interceptan y las rectas que los contienen son perpendiculares.
Ángulos congruentes	No los define.	Suele describirse de manera informal como "que tienen el mismo tamaño".	Dos ángulos, Alpha y Beta, son congruentes si y sólo si tienen igual medida. $\angle\alpha \cong \angle\beta$)
Segmentos congruentes	No los define.	Suele describirse de manera informal como "que tienen el mismo tamaño".	Dos segmentos son congruentes si tienen igual medida.
Polígonos congruentes	No los define.	Suele describirse de manera informal como "que tienen el mismo tamaño y la misma forma".	Dos figuras geométricas son congruentes cuando tienen la misma forma y el mismo tamaño.
Polígonos semejantes	Figuras rectilíneas semejantes son las que tienen los ángulos iguales uno a uno y proporcionales los lados que comprenden los ángulos iguales.	La noción informal de figuras semejantes como las que tienen la misma forma puede ser precisada utilizando las transformaciones del plano que se conocen como homotecias y semejanzas.	Dos polígonos son semejantes si existe una correspondencia de sus vértices para la cual los ángulos correspondientes son congruentes y los lados correspondientes son proporcionales.

Tabla 5-2: Términos geométricos (continuación).

Término	**Traducción Euclides**	**Godino**	**Cardona (UPB)**
Poliedros semejantes	Son las comprendidas por planos semejantes iguales en número.	Dos figuras F y G se dice que son semejantes, lo que se escribe $F \sim G$, si y sólo si, existe una transformación de semejanza que transforma una figura en la otra. Una transformación es de semejanza si y sólo si es una secuencia de homotecias (transformaciones de tamaño) y movimientos rígidos.	En términos usuales dos figuras geométricas son semejantes, si tienen exactamente la misma forma, pero no necesariamente el mismo tamaño. Cuando dos figuras geométricas son semejantes, una es un "modelo" a escala de la otra.
Círculo	Círculo es una figura plana contenida por una sola línea llamada circunferencia.	No lo define.	No lo define.
Circunferencia	Línea que contiene al círculo. Todas las rectas dibujadas que caen sobre ella desde un punto de los que están dentro de la figura son iguales entre sí.	La circunferencia es una curva cerrada, convexa, tal que la distancia de cualquiera de sus puntos a otro fijo es constante.	Conjunto de puntos del plano que están a la misma distancia (equidistan) de un punto fijo llamado centro.
Centro del círculo	Punto que está dentro de la figura, de tal modo que todas las rectas dibujadas desde éste y que caen sobre la circunferencia son iguales entre sí.	Punto fijo que tiene una distancia constante a cualquier punto de la circunferencia.	Punto fijo que está a la misma distancia de todos los puntos de la circunferencia.

Tabla 5-2: Términos geométricos (continuación).

Término	**Traducción Euclides**	**Godino**	**Cardona (UPB)**
Radio	No lo define	Distancia constante desde un punto fijo llamado centro a cualquier punto de la circunferencia.	Todo segmento con extremos sobre el centro y cualquier punto de la circunferencia es un radio.
Diámetro	Es una recta cualquiera que pasa por el centro y que acaba en ambas direcciones en la circunferencia del círculo; (...) divide el círculo en dos partes iguales.	un diámetro es cualquier segmento que une dos puntos de la circunferencia pasando por el centro.	Un diámetro es cada uno de los segmentos de recta que tienen por extremos dos puntos de la circunferencia y pasan por el centro.
Ángulo recto	Cuando una línea recta que está sobre otra hace que los ángulos contiguos (adyacentes) sean iguales, cada uno de los ángulos es recto.	m($\angle C$) = 90°	El que tiene una medida igual a 90°.
Ángulo agudo	Un ángulo agudo es un ángulo menor que un ángulo recto.	$0 < m(\angle B) < 90^o$	El que mide más de 0° y menos de 90°.
Ángulo obtuso	Un ángulo obtuso es un ángulo mayor que un ángulo recto.	$90^o < m(\angle D) < 180^o$	El que mide más de 90° y menos de 180°.

Tabla 5-2: Términos geométricos (continuación).

Término	**Traducción Euclides**	**Godino**	**Cardona (UPB)**
Triángulo	Son las figuras rectilíneas comprendidas por tres rectas.	Es un polígono de tres lados, es decir, una porción de plano limitada por tres segmentos unidos, dos a dos, por sus extremos. Los tres segmentos que limitan el triángulo se denominan lados, y los extremos de los lados, vértices.	Dados tres puntos cualesquiera no colineales A, B y C se llama triángulo ABC, escrito $\triangle ACB$, al conjunto de puntos formados por la unión de los segmentos $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$. Los lados del triángulo determinan tres ángulos $\angle ABC$, $\angle BAC$ y $\angle ACB$ llamados ángulos del triángulo.
Cuadrilátero	Son las figuras rectilíneas comprendidas por cuatro lados.	Un cuadrilátero es un polígono que tiene cuatro lados. Los cuadriláteros tienen distintas formas, pero todos ellos tienen cuatro vértices y dos diagonales. En todos los cuadriláteros la suma de los ángulos interiores es igual a 360°.	Polígono de cuatro lados. Dos lados o dos ángulos no consecutivos del cuadrilátero se dice que son opuestos.
Pentágono	No lo define.	Es un polígono que tiene cinco lados.	Polígono de cinco lados.
Hexágono	No lo define.	Es un polígono que tiene seis lados.	Polígono de seis lados.
Heptágono	No lo define.	No lo define.	Polígono de siete lados.
Octágono	No lo define.	No lo define.	Polígono de ocho lados.
Eneágono	No lo define.	No lo define.	Polígono de nueve lados.
Decágono	No lo define.	No lo define.	Polígono de diez lados.
Polígonos equiláteros	No lo define.	Polígono que tiene todos sus lados iguales.	Si sus lados son congruentes.

Tabla 5-2: Términos geométricos (continuación).

Término	**Traducción Euclides**	**Godino**	**Cardona (UPB)**
Polígonos equiángulos	No lo define.	Polígono cuyos ángulos interiores son todos congruentes.	Si sus ángulos son congruentes.
Polígonos regulares	No lo define.	Polígono que tiene sus lados y sus ángulos iguales.	Si es equilátero y equiángulo. Solo existe un polígono regular de cada n lados.
Polígonos irregulares	No lo define.	No lo define	El que no es regular
Triángulo equilátero	Es el que tiene todos sus lados iguales.	Son los que tienen sus 3 lados iguales.	Es aquel triángulo que tiene los lados congruentes.
Triángulo isósceles	Es el que tiene solamente dos lados iguales.	Son los que tienen dos lados iguales.	Es aquel triángulo que tiene solo dos lados congruentes.
Triángulo escaleno	Es el que tiene los tres lados desiguales.	Son los que sus 3 son lados desiguales.	Es aquel triángulo que no tiene ningún par de lados congruentes.
Triángulo rectángulo	Es el que tiene un ángulo recto.	Son los que tienen un ángulo recto (90°).	Tiene un ángulo recto. Los lados que determinan el ángulo recto se llaman catetos y el lado opuesto al ángulo recto se llama hipotenusa.
Triángulo obtusángulo	Es el que tiene un ángulo obtuso.	Son los que tienen un ángulo obtuso.	Triángulo que tiene un ángulo obtuso.
Triángulo acutángulo	Es el que tiene los tres ángulos agudos.	Son los que tienen sus 3 ángulos agudos.	Es el que tiene los tres ángulos agudos.
Paralelogramo	Aunque Euclides los utiliza en algunas proposiciones no los define directamente.	Los paralelogramos son los cuadriláteros que tienen paralelos los dos pares de lados opuestos.	Cuadrilátero con los dos pares de lados opuestos paralelos... Cualquiera de los lados puede ser tomado como la base. Una altura es el segmento cuya medida es la distancia de la base al lado opuesto.

Tabla 5-2: Términos geométricos (continuación).

Término	**Traducción Euclides**	**Godino**	**Cardona (UPB)**
Cuadrado	Es el cuadrilátero que tiene todos los lados iguales y los ángulos rectos.	Se llama cuadrado al paralelogramo que tiene sus cuatros ángulos y sus cuatro lados congruentes.	Paralelogramo equilátero y equiángulo (regular).
Rectángulo	Es el cuadrilátero que tiene los cuatro ángulos rectos, pero no todos los lados iguales.	Se llama rectángulo al paralelogramo que tiene sus cuatro ángulos rectos.	Paralelogramo equiángulo.
Rombo	Es el que tiene todos los lados iguales, pero no los ángulos rectos.	Se llama rombo al paralelogramo que tiene sus cuatro lados congruentes.	Paralelogramo equilátero.
Romboide	El que tiene los lados y los ángulos opuestos iguales, pero sin ser equilátero, ni rectángulo.	No lo define	Paralelogramo cuyos lados consecutivos no son congruentes.
Trapecio	Cualquier cuadrilátero que no sea cuadrado, rectángulo, rombo o romboide.	Se llama trapecio al cuadrilátero que tiene únicamente dos lados opuestos paralelos.	Cuadrilátero con únicamente un par de lados paralelos.
Trapezoide	No lo define	Es el cuadrilátero que no tiene ningún par de lados paralelos.	Cuadriláteros donde ningún par de lados son paralelos.
Poliedro regular	No lo define	Un poliedro con las siguientes características: la superficie es convexa, las caras son regiones poligonales regulares congruentes y concurren el mismo número de caras en cada vértice.	Un poliedro convexo cuyas caras son regiones poligonales regulares y congruentes y que concurren en igual número en cada vértice es un poliedro regular.

Tabla 5-2: Términos geométricos (continuación).

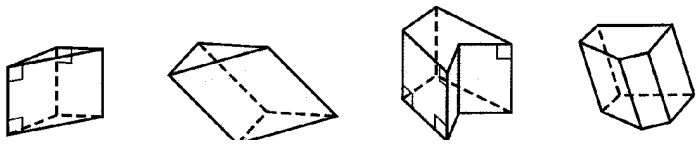
Término	**Traducción Euclides**	**Godino**	**Cardona (UPB)**
Prismas	Es una figura sólida comprendida por planos dos de los cuales, los opuestos, son iguales, semejantes y paralelos, mientras que los demás planos son paralelogramos.	No los define, los representa gráficamente. Ver figura **5-2**	Poliedro con dos caras paralelas congruentes llamadas las bases. El resto de las caras son paralelogramos y se denominan caras laterales. Si las caras laterales son perpendiculares a las bases se dice que el prisma es recto.
Pirámides	Es una figura sólida comprendida por planos, construida desde un plano a un punto.	No los define, los representa gráficamente. Ver figura **5-3**	Una pirámide es un poliedro, una de cuyas caras es un polígono convexo de cualquier número de lados, y las demás caras son triángulos con un vértice común. Las caras triangulares se llaman caras laterales, la otra es la base de la pirámide.
Paralelepípedo	Es la figura sólida contenida por seis figuras cuadriláteras, en que cada dos opuestas son paralelas.	No lo define.	Es un prisma cuyas bases son paralelogramos. Si además el prisma es recto, el paralelepípedo es rectangular.
Cubo o hexaedro regular	Es la figura sólida contenida por seis cuadrados iguales.	No lo define.	Es un paralelepípedo rectangular cuyas caras son todas congruentes.
Tetraedro regular	Es la figura sólida contenida por cuatro triángulos iguales, y equiláteros.	No lo define.	El cual está formado por 4 triángulos equiláteros.
Octaedro regular	Es la figura sólida contenida por ocho triángulos iguales, y equiláteros.	No lo define.	Con 8 caras que son triángulos equiláteros.

Tabla 5-2: Términos geométricos (continuación).

Término	Traducción Euclides	Godino	Cardona (UPB)
Dodecaedro regular	Un dodecaedro es la figura sólida comprendida por doce pentágonos iguales equiláteros y equiángulos.	No lo define.	Tiene doce caras que son pentágonos regulares.
Icosaedro regular	Un icosaedro es la figura sólida comprendida por veinte triángulos iguales y equiláteros.	No lo define.	Formado por 20 caras que son triángulos equiláteros.

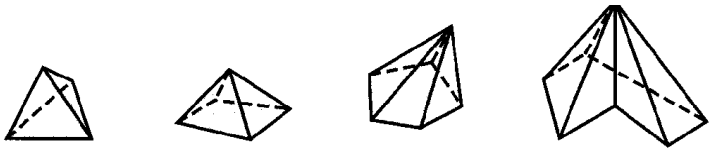
Fuente. Elaboración a partir de Cardona et al. (1996); Godino y Ruiz (2003); Simson (1774).

Figura 5-2: Prismas



Fuente. Godino y Ruiz (2003). .

Figura 5-3: Pirámides



Fuente. Godino y Ruiz (2003). .

5.2. Enseñanza-aprendizaje de la geometría en Colombia

5.2.1. ¿Qué enseñar en geometría de grado primero?

El MEN (2006) propone los siguientes Estándares Básicos de Competencia para el ciclo primero a tercero, relacionados con la geometría:

- Diferencio atributos y propiedades de objetos tridimensionales.
- Dibujo y describo cuerpos o fi guras tridimensionales en distintas posiciones y tamaños.
- Reconozco nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos y su condición relativa con respecto a diferentes sistemas de referencia.
- Represento el espacio circundante para establecer relaciones espaciales.
- Reconozco y aplico traslaciones y giros sobre una figura.
- Reconozco y valoro simetrías en distintos aspectos del arte y el diseño.
- Reconozco congruencia y semejanza entre figuras (ampliar, reducir).
- Realizo construcciones y diseños utilizando cuerpos y figuras geométricas tridimensionales y dibujos o figuras geométricas bidimensionales.
- Desarrollo habilidades para relacionar dirección, distancia y posición en el espacio.
- Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa) y, en los eventos, su duración.
- Realizo y describo procesos de medición con patrones arbitrarios y algunos estandarizados, de acuerdo al contexto.

Además, el MEN (2016) plantea los siguientes Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) y evidencias de aprendizaje para grado primero, relacionados con la geometría:

DBA 4: Reconoce y compara atributos que pueden ser medidos en objetos y eventos (longitud, duración, rapidez, masa, peso, capacidad, cantidad de elementos de una colección, entre otros).

Evidencias de aprendizaje:

- Identifica atributos que se pueden medir en los objetos.
- Diferencia atributos medibles (longitud, masa, capacidad, duración, cantidad de elementos de una colección), en términos de los instrumentos y las unidades utilizadas para medirlos.

DBA 5: Realiza medición de longitudes, capacidades, peso, masa, entre otros, para ello utiliza instrumentos y unidades no estandarizadas y estandarizadas.

Evidencias de aprendizaje:

- Mide longitudes con diferentes instrumentos y expresa el resultado en unidades estandarizadas o no estandarizadas comunes.
- Compara objetos a partir de su longitud, masa, capacidad y duración de eventos.

DBA 6: Compara objetos del entorno y establece semejanzas y diferencias empleando características geométricas de las formas bidimensionales y tridimensionales (Curvo o recto, abierto o cerrado, plano o sólido, número de lados, número de caras, entre otros).

Evidencias de aprendizaje:

- Crea, compone y descompone formas bidimensionales y tridimensionales, para ello utiliza plastilina, papel, palitos, cajas, etc.
- Describe de forma verbal las cualidades y propiedades de un objeto relativas a su forma.
- Agrupa objetos de su entorno de acuerdo con las semejanzas y las diferencias en la forma y en el tamaño y explica el criterio que utiliza. Por ejemplo, si el objeto es redondo, si tiene puntas, entre otras características.
- Identifica objetos a partir de las descripciones verbales que hacen de sus características geométricas.

5.2.2. ¿Cómo enseñar geometría?

Debido al potencial que la geometría euclidiana ha mostrado a lo largo de la historia y al reposicionamiento que viene teniendo su enseñanza (después de haber sido relegada durante algunos años), se le ha otorgado un lugar privilegiado en el contexto colombiano por el MEN.

> La geometría euclidiana es un campo muy fértil para el cultivo de la abstracción, la generalización, la definición, la axiomatización y, ante todo, de la deducción formal a partir de axiomas, por tener una articulación óptima entre lo intuitivo y lo formal, lo concreto y lo abstracto y lo cotidiano y lo académico. (MEN, 2006, p. 57)

Reafirma el MEN su intención de que el aprendizaje de la geometría, además de desarrollar pensamiento espacial, potencie el desarrollo de pensamiento lógico, como ya lo había planteado en los lineamientos curriculares (MEN, 1998), al postular a la geometría euclidiana como una herramienta que posibilita múltiples desarrollos, "el pensamiento espacial y el métrico encuentran en la geometría euclidiana un lugar privilegiado –aunque no exclusivo– para el desarrollo del pensamiento lógico y éste, a su vez, potencia y refina los dos primeros"(MEN, 2006, p. 63).

Los planteamiento del MEN (1998) están permeados por los estudios de Piaget acerca del aprendizaje de la geometría, de este modo proponen la construcción de los sistemas geométricos por parte de los estudiantes, como un proceso cognitivo de interacciones, que parten de lo intuitivo o sensorio-motor para llegar a lo conceptual o abstracto. Lo intuitivo relacionado con la capacidad de actuar en el espacio (manipulación de objetos del entorno, localización de objetos o lugares, desplazamientos, medición, cálculos espaciales, entre otros), mientras que lo abstracto está relacionado con la capacidad de representar mentalmente el espacio (reflexión y razonamiento sobre propiedades geométricas desde lo abstracto, predicción de resultados de manipulaciones mentales, entre otros). En este sentido, sugieren que la enseñanza de la geometría favorezca estas interacciones y postulan el enfoque de la geometría activa para lograr que los estudiantes actúen y argumenten sobre el espacio utilizando modelos, figuras, expresiones del lenguaje cotidiano, gestos y movimientos corporales.

5.2.3. Geometría activa y geometría dinámica

La geometría activa posiciona al aprendiz como ser de relaciones y le asigna un papel protagónico en las interacciones que posibilitan su aprendizaje. Además de propiciar el desarrollo de competencias para desenvolverse de mejor manera en su realidad, pues "La geometría activa se constituye en una herramienta de exploración y de representación del espacio"(MEN, 2006, p. 63).

Desde la renovación curricular de 1984, la cual hizo pública en los "Marcos generales de los programas curriculares", el MEN propone a la geometría activa como uno de los enfoques de los programas de matemáticas. Al respecto, años después uno de los exponentes de la renovación curricular apunta.

> La propuesta de la geometría activa invita a estudiar y aprender geometría con los grandes maestros, Tales y Pitágoras, la escuela de Atenas y la de Alejandría; con los críticos de Euclides, desde Proclo y Clavius a Hilbert y Bourbaki; y con los geómetras no euclidianos, como Saccheri, Lambert, Gauss, Lobatchevsky, Bolyai, Riemann, Beltrami y Poincaré. Pero invita a estudiarla como un ejercicio activo del propio cuerpo, de la imaginación y del dibujo. Y a no dejar perder nunca el aspecto activo y dinámico para llenar el tablero de más y más figuras muertas y de símbolos estáticos. Eso no sería geometría: sería el cadáver de la geometría. (Vasco, 1991, p. 11)

En esa dirección apuntan los programas de geometría dinámica, porque sacan a los estudiantes de las representaciones estáticas con lápiz y papel, para permitirles manipularlas y a partir de la exploración realizada crear argumentos geométricos con mayor nivel de profundización y/o formalización (Sandoval, 2009). Entonces, la geometría dinámica hace parte de las herramientas que potencian a la geometría activa.

5.2.4. Software de geometría dinámica

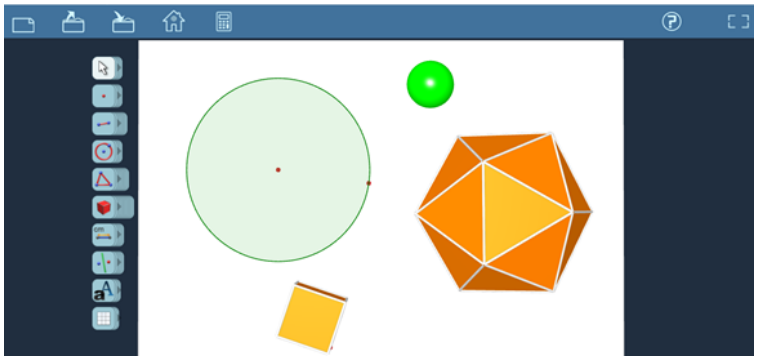
Los software de geometría dinámica (SGD) son editores gráficos con los que se pueden dibujar diagramas geométricos en las pantallas de los dispositivos electrónicos, además, permiten arrastrar los elementos del diagrama a lo largo y ancho de la pantalla, con el valor agregado de que "el diagrama se redibuja de manera continua conservando intactas las relaciones geométricas que hayan sido declaradas en su construcción, así como todas las propiedades geométricas implícitas en ella"(Castiblanco et al., 2004, p. 19).

En distintos países se le ha dado un lugar importante al uso de SGD y se han realizado múltiples estudios relacionados con su utilidad en procesos de enseñanza aprendizaje, por mencionar algunos: en Estados Unidos (Olive, 2000), en Argentina (Iturbe et al., 2013; Scaglia y Götte, 2008), en Cuba (Fuentes y González, 2016; Salgado et al., 2018), en Singapur (Ingham, 2001), en Japón (Hirono y Takahashi, 2011), en España (Ruiz, 2012), entre muchos otros países e investigadores en el contexto educativo y en diferentes áreas o niveles.

Alsina (2000), resalta la utilidad de este tipo de software y sugiere integrarlo en todos los laboratorios geométricos. Ruiz y Sáenz (2013) a partir del uso de SGD que han dado en varios cursos de docencia en geometría y su didáctica en la Universidad Autónoma de Madrid y citando otros estudios (Carrillo y Llamas, 2005; Laborde y Capponi, 1994; Laborde, 2001; Murillo y Fortuny, 2003), manifiestan su convencimiento de que introducirlos de manera habitual en las clases puede beneficiar la adquisición de competencias geométricas en los alumnos, agregando argumentos válidos, entre los cuales se resaltan dos, el primero relacionado con la posibilidad de realizar construcciones bajo el conocimiento de las propiedades geométricas y las relaciones entre los distintos elementos de las figuras y el segundo relacionado con el "arrastre" de los objetos por la pantalla, lo que permite una mejora en la producción de generalizaciones y la comprobación de propiedades, en comparación con los métodos tradicionales. En el contexto colombiano se propone que "El trabajo con la geometría activa puede complementarse con distintos programas de computación que permiten representaciones y manipulaciones que eran imposibles con el dibujo tradicional"(MEN, 2006, p. 62).

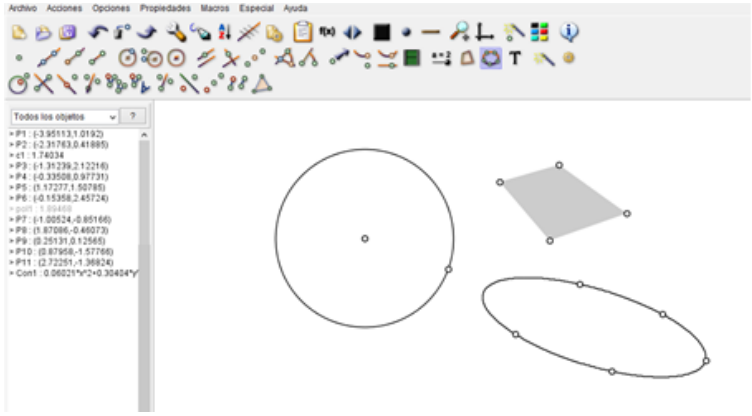
Existen diferentes tipos de software que permiten trabajar la geometría de manera dinámica: Cabri Geometry, Regla y Compás, Sketchpad, GeoGebra, entre otros. Cabri Geometry tiene una aplicación gratuita con limitaciones llamada Cabri Express, la versión completa requiere licencia. Las figuras **5-4**, **5-5** y **5-6** muestran la interfaz de Cabri Express, Regla y Compás y Sketchpad, respectivamente.

Figura 5-4: Impresión de pantalla de la interfaz de aplicación Cabri Express



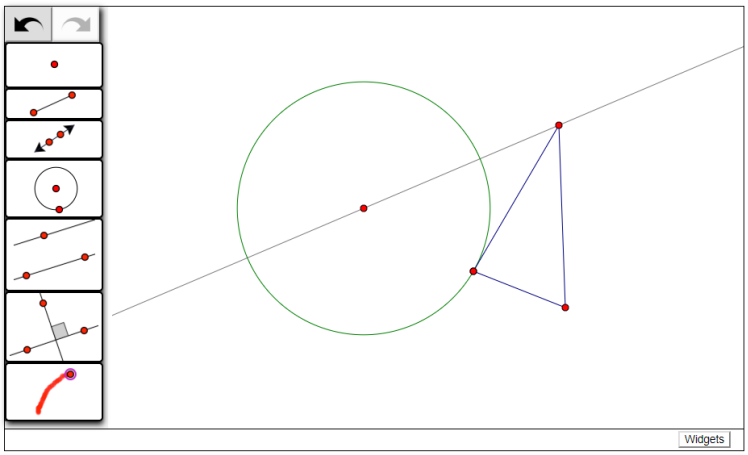
Fuente. Elaboración propia.

Figura 5-5: Impresión de pantalla de la interfaz de Regla y Compás



Fuente. Elaboración propia.

Figura 5-6: Impresión de pantalla de la interfaz de Sketchpad



Fuente. Elaboración propia.

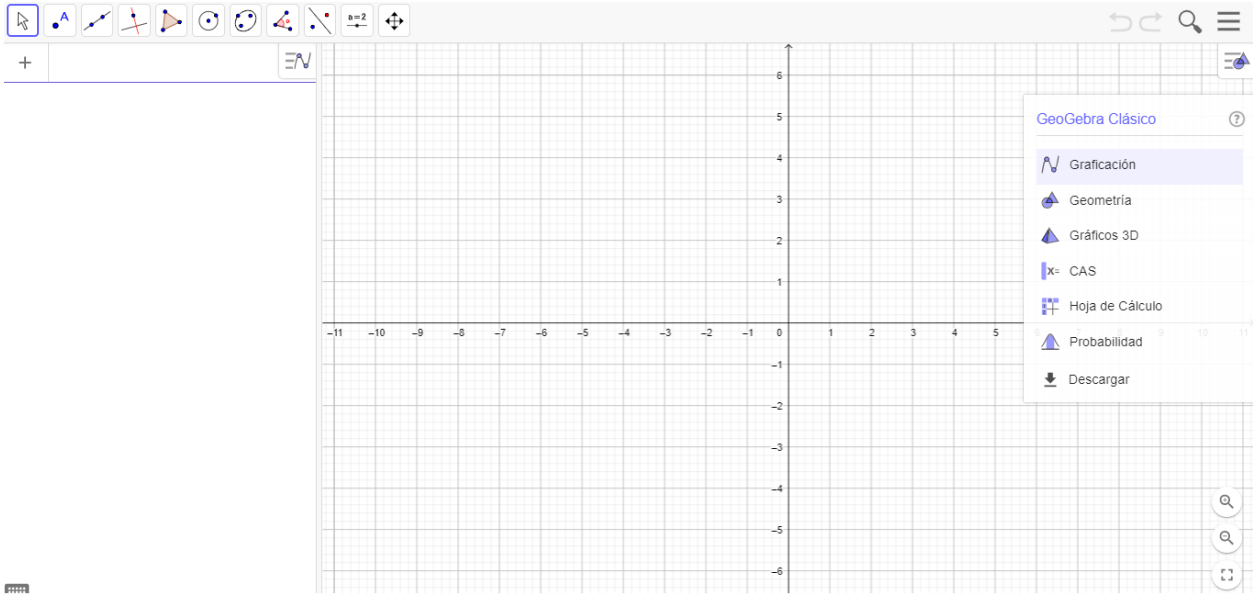
A continuación se presentan aspectos relevantes del software utilizado en este trabajo:

GeoGebra

El software de matemáticas GeoGebra fue desarrollado por Markus Hohenwarter en la Universidad Johannes Kepler de Linz, Austria. En la página web de GeoGebra (`https://www.geogebra.org`) se precisa lo siguiente: "GeoGebra es un software de matemáticas para todo nivel educativo. Reúne dinámicamente geometría, álgebra, estadística y cálculo en registros gráficos, de análisis y de organización en hojas de cálculo."

Es un software gratuito y de fácil acceso. Desde la página mencionada, se puede usar online o se puede descargar el instalador para diferentes plataformas (iOS, Android, Windows, Mac, Chromebook y Linux) de la versión clásica más reciente "GeoGebra Clásico 6", esta versión es un paquete integrado de aplicaciones matemáticas que mantiene la esencia en la manera de organizar las herramientas que tenía la primera versión de GeoGebra, las aplicaciones que integra el paquete son: "Graficación", "Geometría", "Gráficos 3D", "CAS (Computer Algebra System)", " Hoja de Cálculo", "Probabilidad". La figura **5-7** muestra la interfaz online de GeoGebra Clásico 6.

Figura 5-7: Interfaz GeoGebra Clásico 6 online

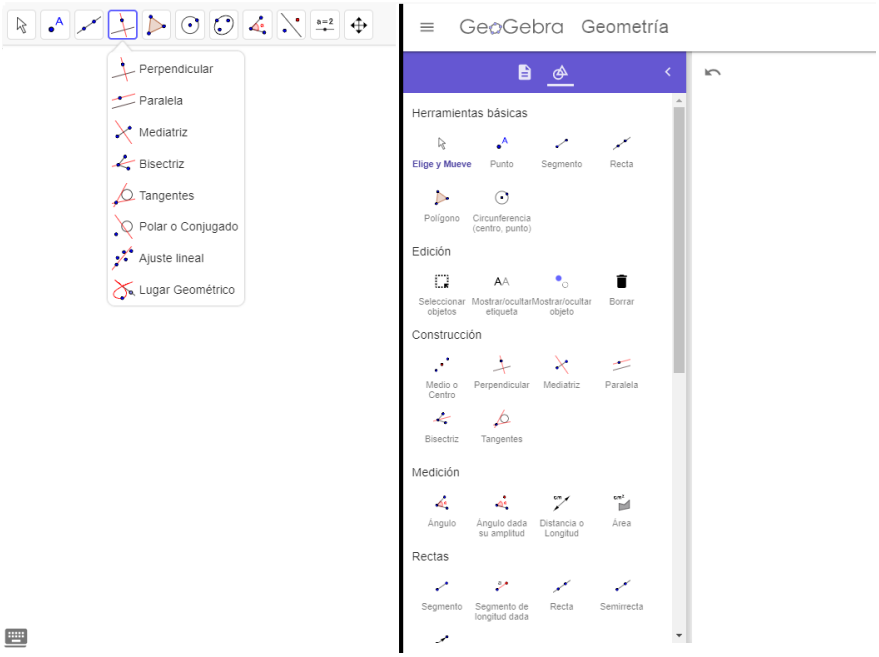


Fuente. Elaboración propia.

También, es posible usar online o descargar por separado las aplicaciones: "Calculadora gráfica", "Graficador 3D", "Geometría". La aplicación "Realidad Aumentada"no se puede usar online y solo se puede instalar en la plataforma iOS. La interfaz de cada aplicación cambia

con respecto a la versión clásica, específicamente en la organización de las herramientas, como se muestra en la figura **5-8**:

Figura 5-8: Paralelo aplicación Geometría integrada en GeoGebra Clásico 6 y la aplicación por separado



Fuente. Elaboración propia.

En la página se puede crear una cuenta para diseñar actividades y guardarlas. Los dibujos hechos en las aplicaciones online se pueden guardar en la cuenta o en el dispositivo que se esté usando, los dibujos hechos en la versión instalable se pueden guardar en el dispositivo y estos archivos se pueden cargar en la cuenta de la página. Los archivos y actividades alojados en la página se pueden mantener privados o publicarlos a un grupo específico o a la comunidad en general, además de que permite compartirlos en código html o enlace URL. Entonces, GeoGebra ofrece una multiplicidad de alternativas que potencian la divulgación y utilización de recursos en Internet, ampliando el abanico de beneficios gracias a la interconectividad mundial de Internet y a la utilidad que tiene en la creación de recursos interactivos, como lo son los OVA.

GeoGebra se encuentra disponible en la gran mayoría de idiomas y cuenta con millones de usuarios en todo el mundo. En la página se registran 16 distinciones que reconocen su aporte a la innovación en la educación en ciencias, tecnología, ingeniería y matemática (STEM: Science Technology Engineering and Mathematics).

En un estudio realizado por Conde (2013), citando a otros autores, hace alusión a las si-

guientes ventajas del uso de GeoGebra en procesos de enseñanza-aprendizaje:

- Individualización y autonomía del trabajo del alumnado.
- Motivación del alumnado.
- Facilidad de evaluación.
- Investigación.
- Metalingüística.
- Innovación.

En Colombia, varias universidades de Cali se unieron para crear el Instituto GeoGebra Cali en 2015, proyecto que concretaron en 2016. Ya realizaron cuatro seminarios relacionados con el uso de GeoGebra en procesos de enseñanza-aprendizaje, en los que se han presentado parte de los numerosos estudios llevados a cabo en el país en relación con este tema, algunos ejemplos de esos numerosos estudios son los realizados por Gaviria (2013), Riaño (2013), Ruíz (2018), Dávila (2018), J. Martínez (2013).

5.3. E-learning

Se comparte la definición de e-learning de Martínez (2005) (citado en E. Martínez (2008)):

> Una enseñanza apoyada en las tecnologías de la información y la comunicación donde no es necesario el encuentro físico entre profesores y alumnos y cuyo objetivo es posibilitar un aprendizaje flexible (a cualquier hora y cualquier lugar), interactivo (con comunicaciones síncronas y asíncronas) y centrado en el alumno. (p. 62)

Las definiciones que se comparten son varias, debido a que cada una presenta algunos de los múltiples aspectos de relevancia que es pertinente mencionar. Con la intención de generalizar estos importantes aspectos en una sola definición, Sangrá, Vlachopoulos, Cabrera, y Bravo (2011, p. 36), realizan un proceso investigativo a partir del cual establecen una definición inclusiva de e-learning: "Una modalidad de enseñanza y aprendizaje, que puede representar todo o una parte del modelo educativo en el que se aplica, que explota los medios y dispositivos electrónicos para facilitar el acceso, la evolución y la mejora de la calidad de la educación y la formación"(p.36).

E. Martínez (2008), Area y Adell (2009) hacen alusión a numerosas ventajas del e-learnig, entre las cuales se destacan: facilidad de acceso a la formación y actualización del personal

de empresas, creación de hábitos de uso de nuevas tecnologías, generación de una cultura de Internet, ampliación de oferta de universidades a personas que no pueden asistir a cursos presenciales, acceso en cualquier momento y cualquier lugar, acceso a amplia oferta formativa superando barreras geográficas, comunicación ágil, alumno como sujeto activo y protagonista del proceso formativo, personalización del aprendizaje de acuerdo a contenidos y ritmos, entornos colaborativos y dinámicos , entre otros. En cuanto a las desventajas principales menciona: la dificultad de acceso a Internet que aún tiene parte de la sociedad y la resistencia de cierta parte de la comunidad educativa, basada en falta de confianza, en la predisposición negativa hacía el cambio, en la creencia que la enseñanza virtual imita las clases presenciales en vez de aprovechar las herramientas disponibles para dar un papel activo al alumno, además, que es un proceso individualista por la supuesta falta de contacto humano, desconociendo que el contacto a través de las nuevas tecnologías puede llegar a ser más productivo y humano que el de clases presenciales.

Area y Adell (2009) identifican tres modelos formativos que utilizan e-learning, caracterizados por un uso generalizado de Internet y un uso de aulas virtuales directamente proporcional al grado de presencialidad: Modelo de enseñanza presencial con apoyo de Internet, modelo semipresencial o de blended learning y modelo a distancia o de educación online.

En la página del Ministerio de las TIC de Colombia (`https://mintic.gov.co`) presentan la siguiente definición:

> E-Learning (aprendizaje electrónico): Educación a distancia completamente virtualizada a través de los nuevos canales electrónicos (las nuevas redes de comunicación, en especial Internet), utilizando para ello herramientas o aplicaciones de hipertexto (correo electrónico, páginas web, foros de discusión, mensajería instantánea, plataformas de formación -que aúnan varios de los anteriores ejemplos de aplicaciones-, etc.) como soporte de los procesos de enseñanza-aprendizaje. (MinTIC, 2019)

Según un informe reciente del Online Business School citado en el diario La República (Montes, 2019), Colombia es el segundo país que más avanza en e-learning en América Latina, solamente superado por Brasil.

5.3.1. Objetos virtuales de aprendizaje

Los OVA, se constituyen en un recurso educativo digital que ha tomado fuerza en los últimos años por sus aportes a metodologías presenciales o semi presenciales. Se han convertido en herramientas para evitar la deserción estudiantil gracias a su fácil acceso (Pascuas, Jaramillo,

y Verástegui, 2015).

En el glosario de la página del MEN de Colombia (`https://www.mineducacion.gov.co`) se registra la siguiente definición: "Es un recurso digital que puede ser reutilizado en diferentes contextos educativos. Pueden ser cursos, cuadros, fotografías, películas, vídeos y documentos que posean claros objetivos educacionales, entre otros"(MEN, s.f. a).

En 2005 se realizó el Primer Concurso Nacional de Objetos de Aprendizaje, con la intención de fortalecer el Banco de Objetos de Aprendizaje y ponerlo a disposición de toda la comunidad educativa en el Portal Educativo Nacional Colombia Aprende. Posteriormente, se empleó una estrategia orientada a la creación de bancos de OVA locales en diferentes instituciones del país.

Actualmente, numerosas instituciones, en su mayoría universidades, cuentan con su propio banco de OVA, mientras que el MEN pone a disposición de la comunidad, en la página de Colombia Aprende, el banco denominado Contenidos para Aprender (`https://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/agenda/noticias/contenidos-para-aprender`), que mantiene en alimentación constante y en el que organizan una importante cantidad de objetos digitales de aprendizaje, por nivel (básica primaria, básica secundaria y media), grado, asignatura y DBA (derecho básico de aprendizaje). Usando la herramienta "Buscar"se puede consultar también por tema.

Los elementos estructurales de los Objetos de Aprendizaje que propone el MEN (s.f. b), resaltando que el valor pedagógico de los objetos se hace presente según la disponibilidad de éstos, son:

- Objetivos: Expresan de manera explícita lo que el estudiante va a aprender.
- Contenidos: Se refiere a los tipos de conocimiento y sus múltiples formas de representarlos, pueden ser: definiciones, explicaciones, artículos, vídeos, entrevistas, lecturas, opiniones, incluyendo enlaces a otros objetos, fuentes, referencias, etc.
- Actividades de aprendizaje: Que guían al estudiante para alcanzar los objetivos propuestos.
- Elementos de contextualización: Que permiten reutilizar el objeto en otros escenarios, como por ejemplo los textos de introducción, el tipo de licenciamiento y los créditos del objeto.

6 Marco metodólogico

6.1. Población

Para el año 2019, en el colegio Cafam se conformaron 6 cursos de grado primero, cada curso con una directora de grupo, las directoras de grupo de estos cursos conforman la población objetivo de esta investigación. Cada una de ellas enseña las asignaturas de matemáticas, ciencias naturales, castellano, sociales, ética y religión, en el curso que dirige. En la asignatura de matemáticas se trabajan los 5 pensamientos planteados por el MEN (2006): numérico, métrico, espacial, variacional y aleatorio, por tanto, es en esta asignatura en la que se enseñan los aspectos que atañen a la geometría.

Todas son licenciadas en pedagogía infantil o en educación preescolar, una de ellas también es magíster en educación. Tienen una amplia experiencia como profesoras. En la sesión 7.2 se amplía esta información.

6.2. Enfoque de investigación

"La finalidad de la investigación-acción es comprender y resolver problemáticas específicas de una colectividad vinculadas a un ambiente"(Hernández, Fernández, y Baptista, 2014, p.496). Latorre (s.f.) lo ratifica al afirmar que "La investigación-acción se puede considerar como un término genérico que hace referencia a una amplia gama de estrategias realizadas para mejorar el sistema educativo y social"(p. 1). Sandin (2003), también se refiere al propósito esencial de la investigación-acción: "es propiciar el cambio social, transformar la realidad (social, educativa, económica, administrativa, etc.) y que las personas tomen conciencia de su papel en ese proceso de transformación. Por ello, implica la total colaboración de los participantes"(citado por Hernández et al., 2014, p.496)

La presente investigación se encuentra en el marco descrito, pues pretende aportar a la mejora dentro de un contexto educativo, por medio de diferentes estrategias de investigación, involucrando directamente a las profesoras participantes. Por lo tanto, es de tipo investigación acción.

Antes de inicio de siglo se agruparon las distintas metodologías investigativas en dos enfoques, el cualitativo y el cuantitativo. Una de las bondades del primero es que permite comprender la manera como los participantes perciben aspectos asociados a la investigación, mientras que el segundo tiene un mayor respaldo de la estadística, al otorgar un punto de vista basado en conteos y magnitudes (Hernández et al., 2014).

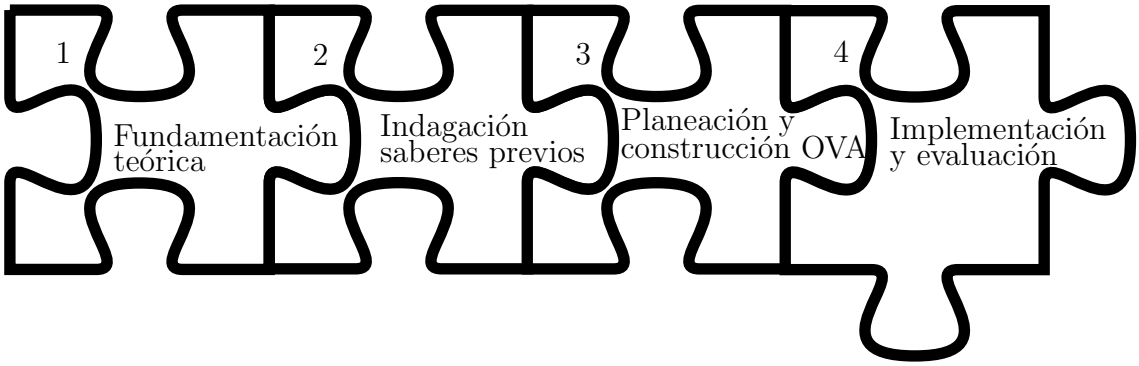
Trabajar estos enfoques en la investigación educativa por separado conlleva a limitaciones, por eso es generalizado y promovido el uso que se da en la actualidad de ambos complementándose (García, 2009). Esta alternativa es presentada por Hernández et al. (2014) como enfoque mixto, también la justifican en función de la complementariedad de los enfoques cualitativos y cuantitativos que generan una perspectiva más amplia y profunda.

Aprovechado las bondades del enfoque mixto, se realizaron análisis cuantitativos y cualitativos, a partir de cuestionarios y encuestas que se aplicaron a las profesoras previas al diseño del OVA y posteriores a la implementación del mismo.

6.3. Desarrollo metodológico

Teniendo en cuenta la complejidad del objetivo de esta investigación, diseñar un OVA para trabajar con las profesoras de grado primero del colegio Cafam, características y propiedades de figuras tridimensionales y bidimensionales usando GeoGebra, se estructuró el proceso de investigación en cuatro fases secuenciales que se enuncian en la figura **6-1**:

Figura 6-1: Fases metodología



Fuente. Elaboración propia.

En la tabla **6-1** se enuncian las principales actividades realizadas en cada etapa de las cuatro fases:

Tabla 6-1: Actividades metodología.

Fase	Etapa	Actividad
Fase 1: Fundamentación teórica	Revisión documental	Revisión bibliográfica en la Biblioteca Luis Ángel Arango, Biblioteca Universidad Nacional y bases de datos aliadas con la Universidad Nacional.
Fase 2: Indagación saberes previos	Encuestas	Diseño y aplicación de encuestas y análisis cualitativo de los datos recogidos.
	Cuestionario	Diseño y aplicación del cuestionario cuantitativo y análisis de los datos recogidos
Fase 3: Planeación y construcción OVA	Actividades del OVA	Estructuración de las actividades del OVA para las profesoras.
	Marco conceptual geométrico del OVA	Consolidación de un marco conceptual geométrico.
	Recursos para el OVA	Diseño y selecciones de recursos virtuales para el OVA.
Fase 4: Implementación y evaluación OVA	Implementación OVA	Implementación de las actividades del OVA.
	Encuesta de evaluación	Diseño y aplicación de encuestas para evaluar el OVA y análisis cualitativo de los datos recogidos.
	Cuestionario evaluación	Diseño y aplicación de cuestionarios para evaluar el OVA y análisis cuantitativo de los datos recogidos.
	Publicación de la investigación	Escritura del trabajo final y consolidación del documento para su publicación.

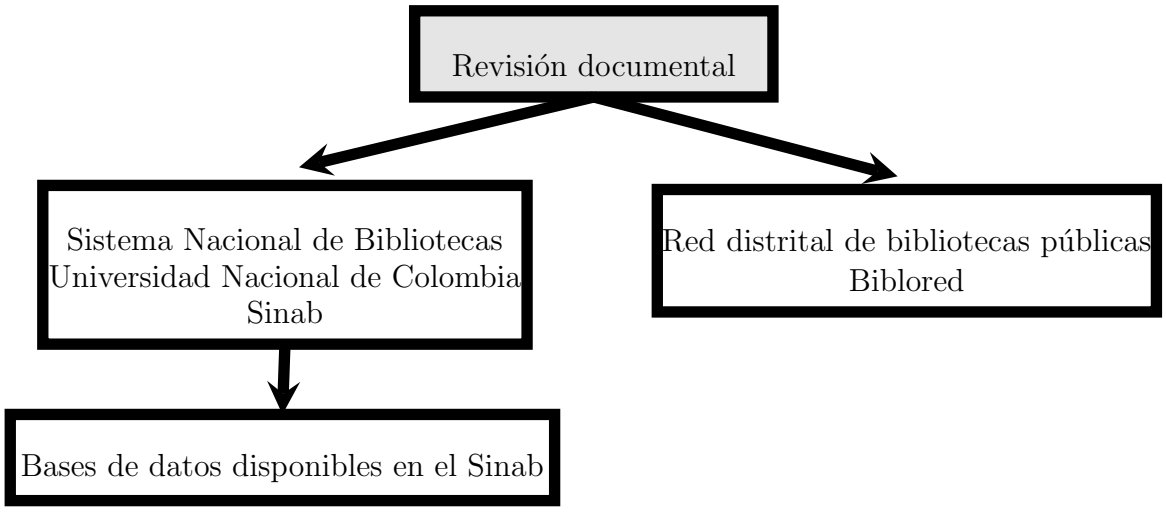
En las fases 2, 3 y 4 se requirió la participación de las profesoras, ésta participación se dio de modo virtual. Para ello, se reunieron en tres momentos específicos en una sala de sistemas del colegio durante la jornada laboral, cada profesora accedió y realizó lo solicitado por medio de un computador del colegio, los cuales cuentan con acceso a Internet. Se contó con la gestión y acompañamiento presencial del jefe de área de matemáticas del colegio Cafam en cada uno de los tres momentos. Para el acceso a las encuestas, cuestionarios y al OVA, se envío enlace web al correo de las profesoras.

6.3.1. Fase 1 - Fundamentación teórica

La primera fase se realizó con el objetivo de seleccionar aspectos teóricos de la geometría y su didáctica pertinentes al OVA y al uso de GeoGebra. Para tal fin, se profundizó en la epistemología de la geometría, la didáctica de la geometría, la geometría dinámica, GeoGebra, e-learning y OVA, a través de una revisión documental.

La revisión documental se llevó a cabo por medio de una rigurosa búsqueda bibliográfica en el Sistema Nacional de Bibliotecas de la Universidad Nacional de Colombia (Sinab), en las bases de datos que tienen convenio con esta universidad, en la red distrital de bibliotecas públicas Biblored y en la biblioteca Luis Ángel Arango , como muestra la figura **6-2**.

Figura 6-2: Fundamentación teórica



Fuente. Elaboración propia.

6.3.2. Fase 2 - Indagación saberes previos

En esta fase, con el objetivo de determinar saberes y posturas de las profesoras de grado primero del colegio Cafam en relación con la enseñanza de características y propiedades de figuras tridimensionales y bidimensionales y los SGD, se recolectaron datos usando las técnicas de encuesta y de cuestionario.

La encuesta y el cuestionario se crearon atendiendo las sugerencias de Hernández et al. (2014) para la costrucción de preguntas y cuestionarios. Además, se diseñaron virtualmente utilizando la herramienta Survey Monkey (`https://es.surveymonkey.com/`), la cual posibilita el envío a través de correo electrónico o la generación de un enlace web para ingresar desde cualquier dispositivo con Internet.

Encuesta

En la encuesta se generó un cuestionario con preguntas abiertas para indagar por las nociones que las profesoras tenían de la epistemología de la geometría, la didáctica de la geometría y la geometría dinámica en relación con la enseñanza-aprendizaje de la geometría.

Se determinaron categorías para cada pregunta relacionadas con los tópicos a indagar. En la tabla **6-2** se muestran las categorías y preguntas:

Tabla 6-2: Preguntas encuesta fase 1.

Categoría	Pregunta
1. Formación y experiencia profesoras	1. Responda cada una de las siguientes preguntas: ▪ ¿Cuál es su formación académica profesional? ▪ ¿Hace cuánto tiempo es profesora? ▪ ¿Hace cuánto tiempo enseña en grado primero? ▪ ¿Hace cuánto tiempo enseña geometría? ▪ ¿Cuál es su asignatura preferida?
2. Campo de estudio de la geometría	2. ¿Qué estudia la geometría?
3. Campo de acción cotidiano de la geometría	3. Escriba actividades cotidianas en las que la geometría es útil.
4. Profesiones que requieren geometría	4. Escriba grupos de personas o profesiones para los cuáles es necesario aprender geometría.
5. Formación en didáctica de la geometría	5. ¿Ha recibido algún tipo de formación para enseñar geometría en grado primero? Si respondió que sí, indique qué formación recibió y dónde.
6. Experiencia exitosa enseñando geometría en grado primero	6. Relate una actividad para enseñar geometría en grado primero que le haya sido exitosa.
7. Conocimiento SGD	7. ¿Conoce software didáctico para la enseñanza de la geometría? Si respondió que sí, nombre cada software que conoce y resuma la experiencia que ha tenido con cada uno (en caso de haberlos usado para enseñar geometría, incluirlo en el resumen)

Tabla 6-2: Preguntas encuesta fase 1 (continuación).

Categoría	Pregunta
8. Didáctica de la geometría grado primero	8. ¿Cómo considera que se debe enseñar geometría en grado primero?
9. Importancia geometría grado primero para el desarrollo general y matemático del niño	9. ¿Por qué considera usted que es importante enseñar geometría en grado primero?, desde los siguientes puntos de vista: ▪ Desarrollo del niño ▪ Relación con el aprendizaje de las matemáticas.
10. Uso SGD en grado primero	10.¿Qué opina acerca del uso de software didáctico para la enseñanza de la geometría en grado primero?

Fuente. Elaboración propia.

La pregunta 1, que estaba compuesta a su vez por cinco preguntas, tenía la intención de conocer aspectos relacionados con la formación y experiencia de las profesoras en la enseñanza, en la enseñanza de la geometría y en la enseñanza en grado primero, además, la asignatura con la que tienen mayor afinidad.

Con la pregunta 2 se pretendía conocer posturas de las profesoras con asociadas a la epistemología o la didáctica de la geometría.

A través de la pregunta 3, se indagaba también por aspectos de la geometría ligados a su epistemología o a su didáctica.

Se buscaba con la pregunta 4, conocer elementos relacionados con la formación de las profesoras y sus saberes en epistemología y didáctica de la geometría.

La pregunta 5 se dirigió directamente a la formación en didáctica de la geometría para grado primero recibida por las profesoras.

La intención de la pregunta 6 era conocer elementos vinculados con la experiencia de las profesoras en la enseñanza de la geometría en grado y sus posturas acerca de la didáctica de la geometría para este grado.

Identificar los software de geometría dinámica conocidos por las profesores, la formación y experiencia que hayan tenido con éstos, era lo que se pretendía con la pregunta 7.

Desde la pregunta 8, se quería conocer concepciones de las profesoras acerca de la didáctica de la geometría en grado primero.

Con la pregunta 9 se buscaba reconocer posturas de las profesoras acerca de los aportes del aprendizaje de la geometría en grado primero para el desarrollo del niño y de su pensamiento matemático, por lo tanto, esta pregunta podría indicar elementos de la didáctica en general y de la didáctica especifica de la geometría conocidos por las profesoras.

La última pregunta indagaba por las posturas de las profesoras respecto al uso de SGD en grado primero. A su vez, esta pregunta posibilitaba conocer la formación o experiencia de las profesoras en la campo de la geometría dinámica.

Cuestionario

Se generó un cuestionario con preguntas cerradas para identificar saberes de las profesoras acerca de la enseñanza de características y propiedades de figuras geométricas bidimensionales y tridimensionales con estudiantes de grado primero. En la mayoría de preguntas, se agregó la opción de respuestas "Otra (especifique)", con la intención de recopilar saberes de la profesoras que no estén incluidos en las demás opciones de respuesta.

Las preguntas del cuestionario (items) se crearon a partir de la fundamentación teórica, teniendo en cuenta que se pudieran codificar de acuerdo al grado de afinidad con las propuestas del MEN (1998; 2006; Castiblanco et al., 2004) y los referentes teóricos que apuntan en esa misma dirección (Alsina, 2000; Alsina et al., 1995, 1997; Godino y Ruiz, 2003; Vasco, 1991). En la tabla **6-3** se registran las variables a evaluar y los correspondientes items:

Tabla 6-3: Items cuestionario fase 1.

Variable	Item
Aporte del aprendizaje de las figuras geométricas	1. ¿Qué aporta el aprendizaje de las propiedades y características de las figuras geométricas? (Seleccione solamente una opción de respuesta) a. Avance en el aprendizaje de los conocimientos geométricos que propone el Ministerio de Educación Nacional para aprobar la primaria. b. Preparación para comprender y describir el mundo. c. Desarrollo de competencias que permiten identificar, clasificar, comprender y describir las figuras geométricas. d. Desarrollo de competencias que permiten razonar acerca de las figuras geométricas y resolver problemas de las matemáticas, de otras ciencias y de la vida real relacionados con dichas figuras. e. Otra (especifique)
Elementos considerados al planear una clase	2. Cuando planeas una clase para la enseñanza de un concepto geométrico tienes en cuenta: (Seleccione una o más opciones de respuesta) ▪ Historia. ▪ Aplicaciones y usos en la vida real. ▪ Material didáctico a partir del cual se pueda abordar. ▪ Software didáctico a partir del cual se pueda abordar. ▪ Errores comunes en su aprendizaje. ▪ Problemas de las matemáticas u otras ciencias que se pueden resolver utilizando el concepto.

Tabla 6-3: Items cuestionario fase 1 (continuación).

Variable	Item
Inicio enseñanza concepto geométrico	3. ¿Cómo inicias la enseñanza de un concepto geométrico? (Seleccione solamente una opción de respuesta) a. Usa material didáctico concreto para que los estudiantes exploren y se aproximen al concepto. b. Explica las definiciones y las propiedades. c. Presenta usos y aplicaciones del concepto en el contexto cercano del estudiante o en contextos científicos. d. Usa software didáctico. e. Otra (especifique)
Tipos de figuras que enseña	4. ¿Qué figuras geométricas enseñas en grado primero? (Seleccione una o más opciones de respuesta) ▪ Bidimensionales ▪ Tridimensionales ▪ Otra (especifique)
Clasificaciones de figuras que enseña	5. ¿Cómo clasifica las figuras geométricas en la enseñanza de la geometría en grado primero? (Seleccione una o más opciones de respuesta) ▪ Por la cantidad de lados ▪ Bidimensionales y tridimensionales ▪ Las que ruedan y las que no ruedan ▪ Otra (especifique)

Tabla 6-3: Items cuestionario fase 1 (continuación).

Variable	Item
Tipos de actividades enseñanza de geometría	6. ¿Qué tipo de actividades para la enseñanza de la geometría le propone a los estudiantes de grado primero? (Seleccione una o más opciones de respuesta) ▪ Manipulación de figuras geométricas tridimensionales para clasificarlas de acuerdo con sus propiedades o características. ▪ Clasificación de figuras geométricas para colorearlas o decorarlas. ▪ Clasificación de figuras tomadas de imágenes y objetos de diferentes contextos (sistema solar, salón de clase, casa, parque, ruta escolar, durante las vacaciones, centro comercial, deportes, etc.). ▪ Realizar dibujos utilizando las figuras geométricas vistas en clase. ▪ Juegos. ▪ Actividades de emparejamiento de figuras con su definición o con figuras del mismo tipo. ▪ Otra (especifique)

Tabla 6-3: Items cuestionario fase 1 (continuación).

Variable	Item
Enseñanza de definiciones	7. ¿Cómo enseña las definiciones de las figuras geométricas en grado primero? (Seleccione solamente una opción de respuesta) a. Les presenta la definición, luego les presenta ejemplos. Por último, hacen ejercicios de clasificación. b. Les presenta ejemplos de las figuras geométricas tomados de gráficos o de objetos del contexto cercano, luego hacen ejercicios de clasificación. Por último, reconstruye la definición con los aportes de los estudiantes. c. Les presenta las figuras en diferentes contextos (sistema solar, salón de clase, casa, parque, ruta escolar, durante las vacaciones, centro comercial, deportes u otros), luego reconstruye la definición con los aportes de los estudiantes. Por último, hacen ejercicios de clasificación. d. Les presenta las figuras en diferentes contextos (sistema solar, salón de clase, casa, parque, ruta escolar, durante las vacaciones, centro comercial, deportes u otros), luego hacen ejercicios de clasificación. Por último, reconstruye la definición con los aportes de los estudiantes. e. Otra (especifique)
Aspectos que enseña de las figuras	8. ¿Qué aspectos enseña de las figuras geométricas? (Seleccione una o más opciones de respuesta) ▪ Usos y aplicaciones en contextos cercanos. ▪ Usos y aplicaciones en contextos científicos. ▪ Características y propiedades. ▪ Medidas: longitud de los lados, amplitud de los ángulos. ▪ Vistas. ▪ Otra (especifique)

Tabla 6-3: Items cuestionario fase 1 (continuación).

Variable	Item
Utilización SGD	9. ¿Cuál es su postura frente a la utilización de software didáctico en la enseñanza de la geometría en grado primero? (Seleccione solamente una opción de respuesta) a. Obstaculiza el proceso de enseñanza. b. Es irrelevante. c. Se complementa con otras actividades optimizando el proceso de enseñanza. d. Es una herramienta que por sí sola permite el proceso de enseñanza. e. Otra (especifique)
Tipos de actividades enseñanza características y propiedades de figuras	10. ¿Qué tipo de actividades realiza para enseñar características y propiedades de las figuras geométricas? (Seleccione una o más opciones de respuesta) ▪ No enseño características y propiedades en grado primero. ▪ Actividades manipulativas, recortes, dobleces, decoración. ▪ Características y propiedades. ▪ Juegos. ▪ Medición con patrones arbitrarios. ▪ Presentación o elaboración de construcciones geométricas. ▪ Vistas de las figuras geométricas en y desde diferentes posiciones. ▪ Otra (especifique)

Fuente. Elaboración propia.

Tanto la encuesta como el cuestionario fueron autoadministrados "significa que el cuestionario se proporciona directamente a los participantes, quienes lo contestan. No hay intermediarios y las respuestas las marcan ellos."(Hernández et al., 2014, p. 233). La forma de autoadministración fue por medio de enlace enviado al correo electrónico, que dirigía de manera directa a las profesoras para responder cada instrumento en la plataforma Survey

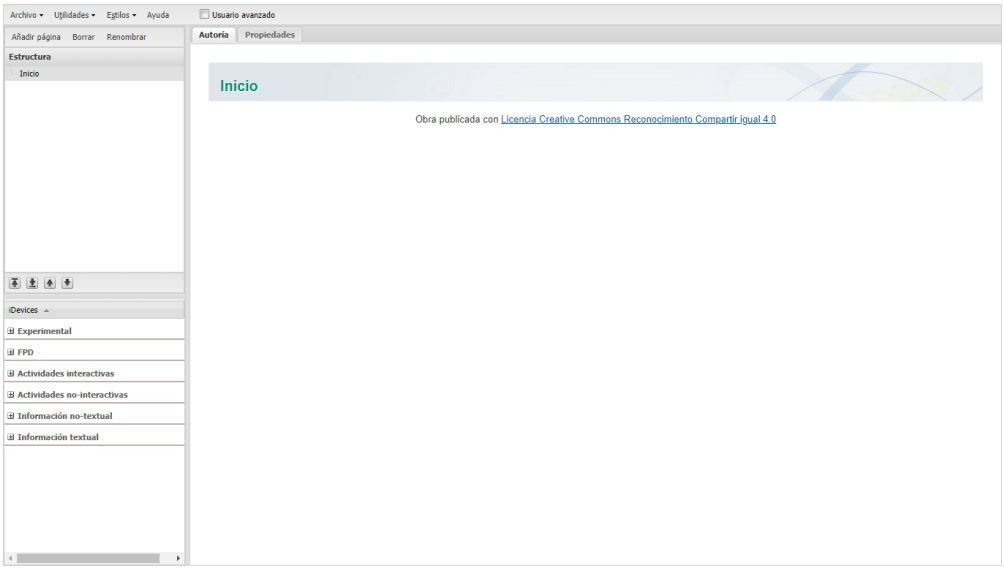
Monkey, para lo que el colegio Cafam autorizó la solicitud y propició el espacio en que las profesoras contestaron los instrumentos durante 30 minutos de la jornada laboral, además, de disponer de una sala de sistemas de la institución.

6.3.3. Fase 3 - Planeación y construcción OVA

En esta fase se planearon y construyeron los elementos constitutivos del OVA. En cada momento de la planeación se contemplo la limitante de tiempo, pues solo se contaba con dos horas de la jornada laboral de las profesoras para que trabajaran en el OVA.

Se seleccionó el software eXeLearning para la construcción del OVA, teniendo en cuenta sus características especiales para el desarrollo de recursos educativos digitales (Orozco, 2017; Rodríguez, 2014). En la página de eXeLearning (`http://exelearning.net/`) se afirma que es un programa de uso sencillo, libre y abierto para la creación de contenidos educativos, con el que es posible catalogar los contenidos y publicarlos en diferentes formatos (sitio web navegable y adaptable a diferentes dispositivos, página HTML única, entre otros), además, que se puede elegir entre diferentes diseños o crear un diseño propio.

Figura 6-3: Impresión de pantalla de la interfaz de eXelearning



Fuente. Elaboración propia.

Se diseñó el OVA considerando los planteamientos de los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias del MEN y los criterios de López (2017) para la caracterización pedagógica de los objetos de aprendizaje:

- Contextualización

- Objetivos didácticos
- Metodología
- Contenidos
- Actividades
- Recursos
- Secuenciación

En la tabla **6-4** se resumen aspectos relacionados con la definición y características que menciona López (2017) de cada criterio:

Tabla 6-4: Criterios caracterización Objetos de Aprendizaje.

Criterio	Aspectos
Contextualización	Aspectos generales de identificación del Objeto de Aprendizaje: información básica, introducción al tema, instrucciones de uso.
Objetivos didácticos	Acciones a alcanzar con propósitos de enseñanza o aprendizaje que desarrollen y utilicen capacidades y competencias. Se pueden referir a conceptos, procedimientos o actitudes.
Metodología	Estrategias de enseñanza que facilitan comprensión. Relacionadas con el estilo de enseñanza evidenciado en el Objeto de Aprendizaje y con las orientaciones que se dan en el mismo y que fomentan la autogestión.
Contenidos	Organizan y distribuyen los temas de forma coherente y precisa para articular la información relevante. Pueden ser declarativos, procedimentales o actitudinales.
Actividades	Ejercicios para afianzar conceptos que requieren acción por parte del estudiante y complementan el desarrollo de los contenidos. Pueden ser de memorización, de aplicación y de solución de problemas.
Recursos de apoyo	Materiales complementarios al contenido que agregan información importante. Se puede presentar en los formatos: textual, sonoro, visual, audiovisual o mixto.
Secuenciación	Orden de navegación al contenido, acorde con la intención del docente en la relevancia o encadenamiento de los temas y significancia en el aprendizaje. Se relaciona con la articulación y jerarquización de contenidos y la organización psicológica del conocimiento que facilita la generación de aprendizaje significativo.

Fuente. Elaboración a partir de López (2017).

A continuación, se relatan las acciones principales llevadas a cabo para el desarrollo del OVA con respecto a cada criterio planteado por López (2017).

Contextualización

Se determinó el nombre del OVA procurando la completes y claridad del mismo. La introducción al tema se realizó de manera breve y resaltando la doble vía de los posibles aprendizajes. Las instrucciones fueron puestas a prueba con otros profesores y ajustadas con la intención de mejorar su asertividad.

Objetivos didácticos

El objetivo general del OVA estaba determinado desde la estructuración del presente proyecto de investigación: trabajar con las profesoras de grado primero del colegio Cafam, características y propiedades de figuras tridimensionales y bidimensionales usando GeoGebra. A partir de la fundamentación teórica y los resultados de la fase de indagación de saberes previos se determinaron los objetivos específicos del OVA.

Metodología

La metodología se enmarca en el enfoque de la geometría activa, por lo tanto se priorizó el rol interactivo de los participantes, sacando provecho de los recursos que ofrece eXeLearning, los applets de GeoGebra y la posibilidad de incrustar en el OVA la vista gráfica de GeoGebra o cualquiera de las aplicaciones disponibles para uso en línea.
Este enfoque causó que la secuenciación de las actividades se estructurara bajo el siguiente orden: actividades de ambientación, de activación de saberes previos, de profundización y de evaluación.

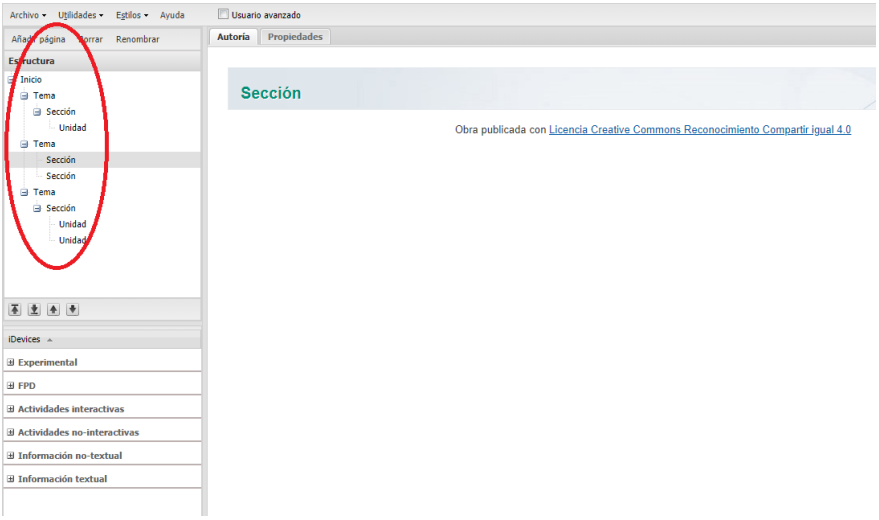
Contenidos

Se establecieron los contenidos del OVA para dar alcance a los objetivos propuestos, después se clasificaron los diferentes contenidos en las categorías obligatoria y opcional, porque el tiempo para implementar el OVA era limitado. Los contenidos obligatorios se organizaron en las actividades para las profesoras. Los contenidos opcionales, que requerían acceso autónomo dedicando tiempo adicional a las dos horas autorizadas, se organizaron en secciones diferentes del OVA.

La fase de fundamentación teórica produjo la fuente prima para la estructuración de los contenidos, esencialmente de las definiciones de los objetos y relaciones geométricas que se

presentan en el OVA. La utilización de eXeLearning favoreció la organización de los contenidos, gracias la posibilidad de clasificarlos en páginas de diferente nivel como se muestra en la gráfica **6-4**

Figura 6-4: Niveles de páginas en eXelearning



Fuente. Elaboración propia.

Actividades

Se diseñaron actividades de memorización, de aplicación y de solución de problemas, para que las profesoras de manera interactiva, dentro del enfoque de la geometría activa, tuvieran que realizar procesos geométricos de visualización y de generalización, a la par que hacían la exploración de los objetos y relaciones geométricas en el software GeoGebra, obteniendo los primeros conocimientos de este software.

Recursos de apoyo

Los recursos de apoyo para los contenidos obligatorios fueron creados por el autor, entre tanto, los recursos de los contenidos opcionales fueron tomados de diferentes fuentes tras un proceso minucioso de selección.

Entre los recursos creados por el autor se encuentran: tutoriales en vídeo, applets de GeoGebra, dibujos de figuras geométricas en GeoGebra, animaciones en GeoGebra. Para la producción y edición de estos recursos se utilizaron los software: GeoGebra, Screencast-O-Matic (herramienta gratuita para realizar videotutoriales grabando el escritorio) y Adobe Premiere Pro (software para la edición de vídeos). Los archivos creados en GeoGebra se pu-

blicaron en el repositorio de recursos de su página web y los vídeos se publicaron en YouTube.

Los recursos que se tomaron de otras fuentes fueron: actividades de GeoGebra (tomadas del repositorio de su página web), vídeos expositivos y un ciclo de talleres de la Universidad de Cantabria.

Secuenciación

Pensando en posibles consultas autónomas al OVA por parte de las profesoras después de su implementación, se realizaron dos secuenciaciones:

1. Secuenciación para la implementación del OVA: para lograr esta secuenciación se utilizaron las actividades para las profesoras como eje organizador.
2. Secuenciación para posteriores consultas al OVA: se utilizó el orden secuencial que brinda eXeLearning para facilitar la exploración a través del OVA.

6.3.4. Fase 4 – Implementación y evaluación

Se destinaron dos sesiones de 60 minutos para la implementación del OVA, cada sesión se realizó en días diferentes de la misma semana. El colegio Cafam dispuso el tiempo y el espacio para que las profesoras, reunidas en una sala de sistemas y acompañadas por el jefe de área de matemáticas del colegio, desarrollaran las actividades del OVA. A cada profesora se le envió el enlace del OVA para ingresar desde un computador y trabajar de manera individual siguiendo la secuencialidad de las actividades.

Con la intención de evaluar la implementación del OVA con las profesoras de grado primero del colegio Cafam, al igual que en la fase de indagación de saberes previos, se usaron las técnicas de encuesta y de cuestionario, además, se utilizó la misma plataforma para la elaboración y administración de los instrumentos, los cuales las profesoras respondieron en un espacio de 20 minutos, justo al terminar la segunda sesión de la implementación del OVA:

Encuesta

Por medio de un cuestionario con preguntas abiertas suministrado a las profesoras, se consultaron aspectos relacionados con la calidad, beneficios y aspectos a mejorar del OVA, además, la percepción generada en su primer contacto con GeoGebra y aspectos relacionados con el uso de GeoGebra en la enseñanza de la geometría en grado primero. En la tabla **6-5** se mencionan las correspondientes categorías y preguntas:

Tabla 6-5: Preguntas encuesta fase 4.

Categoría	Pregunta
1. Elemento(s) interesante(s) del OVA	1. ¿Qué le llamó la atención del OVA?
2. Percepción de GeoGebra	2. ¿Qué opinión le genera el software GeoGebra?
3. Percepción aporte OVA	3. ¿En qué medida el OVA le aportó a su conocimiento profesional?
4. Tipo de uso GeoGebra en primero	4. ¿De qué manera considera que GeoGebra se podría utilizar en la enseñanza de la geometría en grado primero: expositiva, interactiva o de ninguna manera?
5. Dificultades uso GeoGebra en primero	5. ¿Qué dificultades cree que puede generar la utilización de GeoGebra en las clases de geometría con estudiantes de grado primero?
6. Contenido interesante del OVA	6. ¿En qué contenido del OVA profundizó o le gustaría hacerlo?
7. Sugerencia ajustes OVA	7. ¿Qué le modificaría, quitaría o agregaría al OVA?

Fuente. Elaboración propia.

La preguntas 1 estaban direccionadas a conocer aspectos del OVA que les hayan parecido sobresalientes a las profesoras.

La pregunta 2 apunta a la percepción que le generó a las profesoras el software GeoGebra en su primera experiencia con éste.

Las pregunta 3 indagó por la percepción de las profesoras respecto al aporte hecho por el OVA a su dimensión profesional.

A través de la pregunta 4 se pretendía conocer la postura de las profesoras acerca de la posibilidad de utilizar GeoGebra en la enseñanza de geometría en grado primero.

Con la pregunta 5 se quería identificar, desde la experiencia de las profesoras en la enseñanza en grado primero, las dificultades que pudieran anticipar del uso de GeoGebra en la enseñanza de la geometría en dicho grado.

Por medio de la pregunta 6 se buscaba identificar si el OVA generó en las profesoras acciones o motivación en pro del aprendizaje autónomo.

La pregunta 7 cuestionaba a las profesoras por sus sugerencias para ajustes al OVA.

Cuestionario

Se consolidó un cuestionario con 7 items que ubicaban a las profesoras en una escala de niveles de 1 a 5

- **Nivel 1**: Muy bajo
- **Nivel 2**: Bajo
- **Nivel 3**: Medio
- **Nivel 4**: Alto
- **Nivel 5**: Muy alto

Cada profesora debía seleccionar una opción por item, para evaluar aspectos del OVA relacionados con los criterios que plantea López (2017): contextualización, objetivos didácticos, metodología, contenidos, actividades, recursos y secuenciación. Debido al limitado tiempo disponible para la implementación del cuestionario con las profesoras, fue obligatorio seleccionar algunos aspectos para evaluar.

En la tabla **6-6** se mencionan las variables evaluadas con sus correspondientes items:

Tabla 6-6: Preguntas cuestionario fase 4.

Variable	Item
Instrucciones	1. Claridad instrucciones del OVA.
Objetivos didácticos	2. Presentación del objetivo del OVA y pertinencia de lo propuesto a través del OVA para alcanzarlo.
Metodología generadora de aprendizaje autónomo	3. La metodología del OVA genera acciones de aprendizaje autónomo en torno a alguno de los aspectos abordados: figuras geométricas, GeoGebra, actividades para estudiantes con GeoGebra, otros software, entre otros.
Contenidos	4. Los contenidos del OVA articulan la información, organizando y distribuyendo los temas de manera coherente y precisa.
Actividades	5. Las actividades del OVA son interactivas y afianzan los temas para complementar los contenidos.
Calidad recursos de apoyo	6. Calidad de los recursos de apoyo del OVA (ejemplos hechos en GeoGebra y vídeos).

Tabla 6-6: Preguntas cuestionario fase 4 (continuación).

Variable	Item
Secuencialidad	7. El orden en que se presentan los diferentes contenidos del OVA facilitan la comprensión y posibilitan el aprendizaje de manera progresiva.

Fuente. Elaboración propia.

7 Análisis y resultados

7.1. Fase 1 - Fundamentación teórica

En la revisión documental, se encontraron numerosas e importantes fuentes bibliográficas estrictamente ligadas a los diferentes tópicos que se indagaron, tanto en el Sinab como en las bases de datos con las que tiene convenio la Universidad Nacional. Cabe apuntar, que la literatura en inglés que se encontró relacionada con e-learning, OVA y GeoGebra, supera significativamente la encontrada en español.

En cuanto a los hallazgos en la consulta del catalogo físico de las 4 bibliotecas principales de Biblored y de la biblioteca Luis Ángel Arango, considerando que son las bibliotecas a las que tienen acceso las personas que no están vinculadas a alguna institución, se elaboró la tabla **7-1**:

Tabla 7-1: Cantidad de recursos encontrados

Tópico / Biblioteca	Geometría	Didáctica geometría	Geometría dinámica	E-learning	OVA	GeoGebra
Virgilio Barco	23	3	1	7	0	2
Julio Mario Santo Domingo	17	6	1	6	0	2
Tintal	31	5	1	7	0	2
Tunal	29	6	1	7	0	1
Luis Ángel Arango	246	67	19	30	2	4

Fuente. Elaboración propia.

Se resaltan los siguientes aspectos:

- Se encontraron pocos recursos relacionados directamente con los tópicos revisados en

las 5 principales bibliotecas de acceso público.

- Muy poca o nula presencia en Biblored de recursos relacionados con geometría dinámica, con OVA y con GeoGebra.
- Muy poca o nula presencia de recursos en la biblioteca Luis Ángel Arango con respecto a OVA o GeoGebra.
- La mayoría de los 246 recursos de geometría encontrados en la biblioteca Luis Ángel Arango se enfocan en la geometría proyectiva, en la descriptiva o en la analítica, principalmente en esta última. En detrimento de la cantidad de textos que se enfocan en la geometría básica.
- Los 2 recursos relacionados con GeoGebra que se encontraron en las diferentes bibliotecas de Biblored son los mismos, excepto en la biblioteca Tunal que solo se cuenta 1 uno de estos 2 recursos. Ambos recursos son libros impresos. Entre tanto, de los 4 recursos encontrados en la biblioteca Luis Ángel Arango en relación con GeoGebra, 2 son libros impresos y los otros dos son monografías.
- De los 2 recursos encontrados en la biblioteca Luis Ángel Arango en relación con OVA, 1 es libro impreso y el otro es una monografía.
- Los recursos que se encontraron asociados con e-learning son en su gran mayoría libros impresos. Una parte importante de estos recursos fueron elaborados en el exterior, algunos son traducciones mientras que otros están en inglés.

En cuanto a los recursos virtuales que se pueden consultar o descargar desde Internet, a través de diferentes bases de datos de libre acceso y repositorios de universidades nacionales e internacionales, se encuentra multiplicidad de recursos en relación con los diferentes tópicos, que en su mayoría corresponden a artículos de revistas o tesís de pregrado, maestría o doctorado.

7.2. Fase 2 - Indagación saberes previos

A partir de la implementación de las técnicas de encuesta y cuestionario planeadas para esta fase, se obtuvieron las respuestas de las profesoras que quedaron almacenadas en la plataforma virtual Survey Monkey.

Con las respuestas como insumo, se realizó un análisis cualitativo para la encuesta y un análisis cuantitativo para el cuestionario, en ambos se tuvieron en cuenta sugerencias de Hernández et al. (2014); Monje (2011) al respecto. A continuación se presenta cada análisis:

7.2.1. Encuesta

Los datos que se recolectaron con la encuesta se analizaron cualitativamente siguiendo varios de los propósitos que enuncian Hernández et al.: "explorar los datos, (...), descubrir los conceptos, categorías, temas y patrones presentes en los datos, así como sus vínculos, a fin de otorgarles sentido, interpretarlos y explicarlos en función del planteamiento del problema, (...), vincular los resultados con el conocimiento disponible"(2014, p. 418).

En las siguientes tablas se consignan las respuestas de las profesoras clasificadas en las correspondientes categorías de análisis, después de cada tabla se presenta el resumen conclusivo de las respuestas en relación con la categoría respectiva.

La tabla **7-2** reúne las respuestas correspondientes a la primera categoría de análisis:

Tabla 7-2: Respuestas categoría 1 encuesta.

Categoría de análisis	**Encuestada 1**	**Encuestada 2**	**Encuestada 3**	**Encuestada 4**	**Encuestada 5**	**Encuestada 6**
1. Formación y experiencia profesoras	Formación académica profesional:					
	Licenciatura en Educación Infantil.	Pregrado.	Licenciada en educación preescolar.	Magíster en Ciencias de la Educación.	Licenciatura en Pedagogía Infantil.	Licenciada en educación preescolar
	Tiempo de experiencia enseñando:					
	9 años.	8 años.	12 años.	28 años.	11 años.	14 años.
	Tiempo de experiencia enseñando en grado primero:					
	5 años.	3 años.	3 años.	12 años.	4 años.	Ninguno.
	Tiempo de experiencia enseñando geometría:					
	6 años.	6 años.	12 años.	12 años.	4 años.	Ninguno.
	Asignatura preferida:					
	Matemáticas.	Sociales.	Castellano.	Matemáticas y castellano	Ciencias.	Ciencias.

Fuente. Elaboración propia.

Resumen conclusivo categoría 1: las profesoras en su mayoría son licenciadas en preescolar o en pedagogía infantil, tienen una importante experiencia enseñando, mínimo 8 años. En grado primero llevan enseñando mínimo 3 años, a excepción de una profesora que no tiene experiencia ni enseñando en grado primero ni enseñando geometría, las demás acumulan mínimo 4 años enseñando geometría, cabe destacar que dos profesoras tienen 12 años de experiencia en la enseñanza de la geometría. Las asignaturas preferidas en el grupo de profesoras son ciencias, matemáticas, castellano y sociales.

La tabla **7-3** reúne las respuestas correspondientes a la segunda categoría de análisis:

Tabla 7-3: Respuestas categoría 2 encuesta.

Categoría de análisis	Encuestada 1	Encuestada 2	Encuestada 3	Encuestada 4	Encuestada 5	Encuestada 6
2. Campo de estudio geometría	Estudia el espacio que ocupa un cuerpo en un lugar, su volumen, peso.	Las formas de los objetos del entorno en diferentes dimensiones.	Los cuerpos y sus características.	Figuras geométricas, sólidos, figuras planas, tamaños, formas.	Estudia las formas, los ángulos, las medidas de los objetos.	Extensiones formas de medirlas, lineas, ángulos, planos, formas planas y solidas.

Fuente. Elaboración propia.

Resumen conclusivo categoría 2: la gran mayoría considera que la geometría estudia la forma de objetos en distintas dimensiones, la mitad del grupo también menciona la medición en relación con dichos objetos geométricos, entre tanto una profesora se refiere exclusivamente a la medición de los objetos.

La tabla **7-4** reúne las respuestas correspondientes a la tercera categoría de análisis:

Tabla 7-4: Respuestas categoría 3 encuesta.

Categoría de análisis	Encuestada 1	Encuestada 2	Encuestada 3	Encuestada 4	Encuestada 5	Encuestada 6
3. Campo de acción cotidiano geometría	Distinción de objetos dentro de un espacio, realización de filas, organización de espacios, escritura.	Para el reconocimiento de las características físicas, en términos de forma, volumen, tamaño dimensión de un lugar o un objeto.	En el patronaje de vestuario, el empaque de productos, la construcción de estructuras etc.	Elaboración de dibujos, manualidades, manejo de cuaderno, esquema corporal.	En elaboración de planos, dibujos, ropa, manualidades.	Para medir, organizar, armar.

Fuente. Elaboración propia.

Resumen conclusivo categoría 3: las construcciones o representaciones geométricas asociadas al dibujo, al ensamblaje en tareas de armado o manualidades o a la elaboración de planos, son mencionadas por cuatro profesoras, mientras las otras dos referencian el reconocimiento de objetos. Entre otros aspectos expresados, se destacan los siguientes por su relación

con elementos de orden: realización de filas, empaque de productos, manejo de espacios de escritura en el cuaderno, esquema corporal y vestuario. Dos profesoras agregan la medición.

La tabla **7-5** reúne las respuestas correspondientes a la cuarta categoría de análisis:

Tabla 7-5: Respuestas categoría 4 encuesta.

Categoría de análisis	Encuestada 1	Encuestada 2	Encuestada 3	Encuestada 4	Encuestada 5	Encuestada 6
4. Campo de acción profesional geometría	Todas.	Arquitecto, diseñador, ingeniero y en general, aquellas profesiones que requieran el estudio de las matemáticas.	Diseñadores, ingenieros, arquitectos entre otros.	La geometría es indispensable en todas áreas, unas mas que otras, pero es necesaria.	Docentes, arquitectos, ingenieros, cirujanos plásticos, artistas, diseñadores de modas o gráficos, odontólogos.	Es necesario que todos la apliquen en diferentes actividades de la cotidianidad.

Fuente. Elaboración propia.

Resumen conclusivo categoría 4: la mitad de las profesoras considera que la geometría se requiere en todas las profesiones, aunque una de ellas aclara que en cada profesión interviene en diferente medida y otra afirma se requieren en actividades cotidianas. La demás profesoras coinciden en las siguientes profesiones: diseñador, arquitecto e ingeniero. Una de las profesoras también hace alusión a la cirugía plástica, la docencia, la odontología y el arte.

La tabla **7-6** reúne las respuestas correspondientes a la quinta categoría de análisis:

Tabla 7-6: Respuestas categoría 5 encuesta.

Categoría de análisis	Encuestada 1	Encuestada 2	Encuestada 3	Encuestada 4	Encuestada 5	Encuestada 6
5. Formación en didáctica geometría	Ninguna	Ninguna.	Ninguna.	Ninguna.	Ninguna.	Ninguna.

Fuente. Elaboración propia.

Resumen conclusivo categoría 5: las profesoras no han recibido formación en didáctica

de la geometría.

La tabla **7-7** reúne las respuestas correspondientes a la sexta categoría de análisis:

Tabla 7-7: Respuestas categoría 6 encuesta.

Categoría de análisis	Encuestada 1	Encuestada 2	Encuestada 3	Encuestada 4	Encuestada 5	Encuestada 6
6. Experiencia exitosa enseñando geometría	Medición arbitraria por parte de los estudiantes de un mismo espacio y al comparar las medidas llegaron a conclusiones importantes. El aprendizaje fue una experiencia significativa y trascendió a otros espacios.	Reconocer, dentro del espacio inmediato, las formas de los objetos al relacionarlos con las figuras y sólidos geométricos.	Explorar elementos del entorno y describir sus características, luego hacer relación de estos con figuras geométricas.	Se entrega a los estudiantes sólidos geométricos y ellos construyen o arman figuras permitiendo que desarrollen su creatividad e imaginación.	Se elaboraron los sólidos de figuras en 3D en cartulina y así los niños se apropiaron más facilmente del tema y los nombres de las figuras.	Para medir espacios utilizando partes del cuerpo(pie-mano)se vuelve lúdico y los niños lo disfrutan.

Fuente. Elaboración propia.

Resumen conclusivo categoría 6: Dos profesoras relatan experiencias relacionadas con el uso de instrumentos arbitrarios para medir. Los relatos de otras dos profesoras coinciden en experiencias de exploración o reconocimiento de objetos del contexto por parte de los estudiantes al relacionar las formas de los objetos con figuras geométricas. Las dos profesoras restantes rememoran experiencias de configuración de figuras geométricas, una de ellas se refiere al ensamblaje de sólidos geométricos para componer figuras creativas, mientras la otra se refiere a la elaboración de sólidos geométricos a partir de su desarrollo plano.

La tabla **7-8** reúne las respuestas correspondientes a la séptima categoría de análisis:

Tabla 7-8: Respuestas categoría 7 encuesta.

Categoría de análisis	Encuestada 1	Encuestada 2	Encuestada 3	Encuestada 4	Encuestada 5	Encuestada 6

7. Conocimiento SGD	Ninguno	Ninguno	Ninguno	Ninguno	Ninguno	Ninguno

Fuente. Elaboración propia.

Resumen conclusivo categoría 7: las profesoras no conocen ningún software de geometría dinámica.

La tabla **7-9** reúne las respuestas correspondientes a la octava categoría de análisis:

Tabla 7-9: Respuestas categoría 8 encuesta.

Categoría de análisis	Encuestada 1	Encuestada 2	Encuestada 3	Encuestada 4	Encuestada 5	Encuestada 6
8. Didáctica geometría grado primero	Se debe evidenciar que la geometría trasciende el espacio de la clase y se puede emplear en sus juegos y en actividades extracurriculares. Es importante también que sea práctica.	de forma practica y significativa.	De manera lúdida acercando al niño a su entorno y permitiendo que explore y afiance sus conocimientos a partir de la observación y la experimentación.	La enseñanza de la geometría, es involucrando al estudiante las actividades para que su aprendizaje sea realmente significativo.	Desde actividades donde ellos puedan jugar con figuras, forma, medidas y no sólo llenando una hoja con información plana.	Con material concreto, utilizando el cuerpo ya que ayuda a desarrollar su esquema corporal en esta edad.

Fuente. Elaboración propia.

Resumen conclusivo categoría 8: todas las profesoras resaltan la importancia que tiene en la enseñanza de geometría en grado primero implementar actividades que involucren a los estudiantes. La mitad de ellas adhiere el requisito lúdico. Entre tanto, dos profesoras tienen en cuenta el uso del contexto y una de ellas agrega el uso del cuerpo mientras desarrollan su esquema corporal. También, se observa que dos respuestas involucraron el aprendizaje significativo.

La tabla **7-10** reúne las respuestas correspondientes a la novena categoría de análisis:

Tabla 7-10: Respuestas categoría 9 encuesta.

Categoría de análisis	Encuestada 1	Encuestada 2	Encuestada 3	Encuestada 4	Encuestada 5	Encuestada 6
9. Importancia geometría grado primero para el desarrollo general y matemático del niño	Desarrollo general:					
	Ayuda a mejorar procesos de lateralidad, organización, manejo de espacio en el cuaderno, consciencia de el espacio personal y discriminación de objetos.	El reconocimiento de las características de los objetos que los rodean.	Es una manera de que él niño comprenda el mundo a partir del reconocimiento de su entorno y la similitud que este tiene con su desarrollo y evolución.	Reconocimiento de su cuerpo y ubicación espacial, identificar lo que le rodea.	Relacionar formas y medidas en su cotidianidad, ayudando a procesos de habilidades de pensamiento claves para sus estudios.	Fortalece el esquema corporal.
	Desarrollo matemático:					
	Ayuda a clasificar según color, forma, cantidad, refuerza nociones espaciales y direccionalidad.	La geometría es una de las dimensiones en el desarrollo del pensamiento lógico matemático.		Ayudan a desarrollar un pensamiento mas complejo, análisis y ser críticos, creativo, buscando varias soluciones.	Relacionar formas de pensamiento que los lleven a asociar la geometría con temas específicos de las matemáticas.	Aprenden a aplicar las matemáticas en su cotidianidad.

Fuente. Elaboración propia.

Resumen conclusivo categoría 9: en cuanto a la importancia del aprendizaje de la geometría para el desarrollo general del niño, la mayoría de las profesoras consideran que aporta a procesos de reconocimiento del entorno, en lo que corresponde a las características de los objetos y del espacio, mientras una profesora agrega el reconocimiento del cuerpo y de la ubicación espacial. También, se encuentra entre las consideraciones de las profesores que el aprendizaje de la geometría aporta al esquema corporal, la lateralidad, la organización, entre otros. Solamente una profesora hace alusión a que la relación de las formas y las medidas cotidianas ayuda a desarrollar habilidades de pensamiento útiles para el aprendizaje.
Con respecto al aporte del aprendizaje de la geometría para el desarrollo matemático, tres profesoras mencionan que desarrolla pensamientos asociados a lo matemático: lógico, crítico, analítico. Por otro lado, se afirma en dos respuestas que la geometría es una herramienta para tareas matemáticas y en otra respuesta se habla de su aporte para la aplicación de las

matemáticas en lo cotidiano.

La tabla **7-11** reúne las respuestas correspondientes a la décima categoría de análisis:

Tabla 7-11: Respuestas categoría 10 encuesta.

Categoría de análisis	Encuestada 1	Encuestada 2	Encuestada 3	Encuestada 4	Encuestada 5	Encuestada 6
10. Uso SGD grado primero	En el momento en el que estamos de usos de las TIC'S y en el que los estudiantes son llamados a utilizarlas aún más, es un método muy efectivo para acercarse a el aprendizaje de las mismas.	Sería una buena manera de aprender haciendo uso de las tics.	Es ideal ya que los niños aprender con mayor facilidad cuando se utiliza como herramienta de aprendizaje sus centros de interés. Sin lugar a dudas la tecnología es un medio que capta con facilidad la atención y disposición de los niños(as).	No lo he usado.	Pienso que cualquier acercamiento al uso de la Tecnología con los niños es válido, ellos están inmersos en estas nuevas formas de aprendizaje y contribuiría mucho a su aprendizaje.	Se vuelve una herramienta didáctica para el estudiante sin embargo no hay que dejar a un lado lo vivencial.

Fuente. Elaboración propia.

Resumen conclusivo categoría 10: la mayoría de las profesoras aprueban el uso del software didáctico en la enseñanza de geometría en grado primero, lo argumentan enumerando algunos beneficios que sustentan la pertinencia, promulgada actualmente, del uso las TIC en procesos de enseñanza. Una de las profesoras reconoce que es una herramienta didáctica, pero aclara que se debe mantener el aspecto vivencial.

Con base en las respuestas de las profesoras se resaltan los siguientes aspectos:

- Conciben la geometría más como herramienta para tareas cotidianas y para reconocer, describir y analizar el espacio y los objetos bidimensionales y tridimensionales que en este se encuentran, que como herramienta para el desarrollo de procesos y habilidades propias del pensamiento lógico.

- A pesar que las profesoras tienen una amplía experiencia enseñando y que actualmente enseñan geometría, en lo que la mayoría también cuenta con una importante experiencia, no han recibido formación para enseñar geometría, ni conocen SGD, siendo recursos que se han consolidado y que propone el MEN.
- De manera generalizada creen en la importancia que tiene el papel activo del estudiante en el aprendizaje de la geometría, como lo propone el enfoque de la geometría activa.
- Hay una disposición positiva hacía la integración de los SGD entre los recursos para enseñar geometría en grado primero.

7.2.2. Cuestionario

Se realizó un análisis cuantitativo de los datos recolectados mediante el cuestionario correspondiente a la fase de indagación de saberes previos. Por lo tanto, fue necesario codificar los datos en el marco de las orientaciones de Hernández et al. (2014).

Para codificar los datos, se estableció una escala de 1 a 5, en la que se le otorgó 5 a las respuestas que se consideraron más cercanas a los planteamientos del MEN (1998, 2006) con respecto a la enseñanza-aprendizaje de la geometría en grado primero, y 1 a las respuestas consideradas de menor cercanía:

Menor cercanía				Mayor cercanía
1	2	3	4	5

La escala se ajustó a las respuestas de todas las variables como se muestra en la tabla **7-12**:

Tabla 7-12: Codificación respuestas cuestionario.

Variable	Valor	Opciones marcadas
Aporte del aprendizaje de las figuras geométricas	5	Desarrollo de competencias que permiten razonar acerca de las figuras geométricas y resolver problemas de las matemáticas, de otras ciencias y de la vida real relacionados con dichas figuras.
	4	Desarrollo de competencias que permiten identificar, clasificar, comprender y describir las figuras geométricas.
	2	Preparación para comprender y describir el mundo.
	1	Avance en el aprendizaje de los conocimientos geométricos que propone el Ministerio de Educación Nacional para aprobar la primaria.
Elementos considerados al planear una clase	5	Sí marcó 6 opciones incluida la opción software o marcó 5 opciones sin incluir esa opción.
	4	Sí marcó 5 opciones incluida la opción software o marcó 4 opciones sin incluir esa opción.

Tabla 7-12: Codificación respuestas cuestionario (continuación).

Variable	Valor	Opciones marcadas
	3	Sí marcó 4 opciones incluida la opción software o marcó 3 opciones sin incluir esa opción.
	2	Sí marcó 3 opciones incluida la opción software o marcó 2 opciones sin incluir esa opción.
	1	Sí marcó 2 opciones incluida la opción software o marcó 1 opción diferente a esta última.
	Opciones: ▪ Historia. ▪ Aplicaciones y usos en la vida real. ▪ Material didáctico a partir del cual se pueda abordar. ▪ Software didáctico a partir del cual se pueda abordar. ▪ Errores comunes en su aprendizaje. ▪ Problemas de las matemáticas u otras ciencias que se pueden resolver utilizando el concepto.	
Inicio enseñanza concepto geométrico	5	Usa material didáctico concreto para que los estudiantes exploren y se aproximen al concepto.
	4	Presenta usos y aplicaciones del concepto en el contexto cercano del estudiante o en contextos científicos.
	2	Usa software didáctico.
	1	Explica las definiciones y las propiedades.
Tipos de figuras que enseña	5	Sí marcó las 2 opciones
	3	Sí marcó 1 opción.
	Opciones: ▪ Bidimensionales ▪ Tridimensionales	
Clasificaciones de figuras que enseña	5	Sí marcó las 3 opciones
	3	Sí marcó 2 opciones.
	1	Sí marcó 1 opción.

Tabla 7-12: Codificación respuestas cuestionario (continuación).

Variable	Valor	Opciones marcadas
	Opciones: ▪ Por la cantidad de lados ▪ Bidimensionales y tridimensionales ▪ Las que ruedan y las que no ruedan	
Tipos de actividades enseñanza de geometría	5	Sí marcó 5 o 6 opciones.
	4	Sí marcó 4 opciones.
	3	Sí marcó 3 opciones.
	2	Sí marcó 2 opciones.
	1	Sí marcó 1 opción.
	Opciones: ▪ Manipulación de figuras geométricas tridimensionales para clasificarlas de acuerdo con sus propiedades o características. ▪ Clasificación de figuras geométricas para colorearlas o decorarlas. ▪ Clasificación de figuras tomadas de imágenes y objetos de diferentes contextos (sistema solar, salón de clase, casa, parque, ruta escolar, durante las vacaciones, centro comercial, deportes, etc.). ▪ Realizar dibujos utilizando las figuras geométricas vistas en clase. ▪ Juegos. ▪ Actividades de emparejamiento de figuras con su definición o con figuras del mismo tipo.	
Enseñanza de definiciones	5	Les presenta las figuras en diferentes contextos (sistema solar, salón de clase, casa, parque, ruta escolar, durante las vacaciones, centro comercial, deportes u otros), luego hacen ejercicios de clasificación. Por último, reconstruye la definición con los aportes de los estudiantes.

Tabla 7-12: Codificación respuestas cuestionario (continuación).

Variable	Valor	Opciones marcadas
	4	Les presenta ejemplos de las figuras geométricas tomados de gráficos o de objetos del contexto cercano, luego hacen ejercicios de clasificación. Por último, reconstruye la definición con los aportes de los estudiantes.
	3	Les presenta las figuras en diferentes contextos (sistema solar, salón de clase, casa, parque, ruta escolar, durante las vacaciones, centro comercial, deportes u otros), luego reconstruye la definición con los aportes de los estudiantes. Por último, hacen ejercicios de clasificación.
	1	Les presenta la definición, luego les presenta ejemplos. Por último, hacen ejercicios de clasificación.
Aspectos que enseña de las figuras	5	Sí marcó 5 opciones.
	4	Sí marcó 4 opciones.
	3	Sí marcó 3 opciones.
	2	Sí marcó 2 opciones.
	1	Sí marcó 1 opción.
	Opciones: ▪ Usos y aplicaciones en contextos cercanos. ▪ Usos y aplicaciones en contextos científicos. ▪ Características y propiedades. ▪ Medidas: longitud de los lados, amplitud de los ángulos. ▪ Vistas.	
Utilización SGD	5	Se complementa con otras actividades optimizando el proceso de enseñanza.
	3	Es irrelevante.
	2	Obstaculiza el proceso de enseñanza.
	1	Es una herramienta que por sí sola permite el proceso de enseñanza.
Tipos de actividades enseñanza características y propiedades de figuras	5	Sí marcó 5 opciones.
	4	Sí marcó 4 opciones.
	3	Sí marcó 3 opciones.
	2	Sí marcó 2 opciones.

Tabla 7-12: Codificación respuestas cuestionario (continuación).

Variable	Valor	Opciones marcadas
	1	Sí marcó 1 opción.
	Opciones: ▪ Actividades manipulativas, recortes, dobleces, decoración. ▪ Juegos. ▪ Medición con patrones arbitrarios. ▪ Presentación o elaboración de construcciones geométricas. ▪ Vistas de las figuras geométricas en y desde diferentes posiciones.	

Fuente. Elaboración propia.

Se procedió a calcular la frecuencia de los distintos valores en cada variable, esta información se muestra en la **7-13**

Tabla 7-13: Frecuencia valores de las variables.

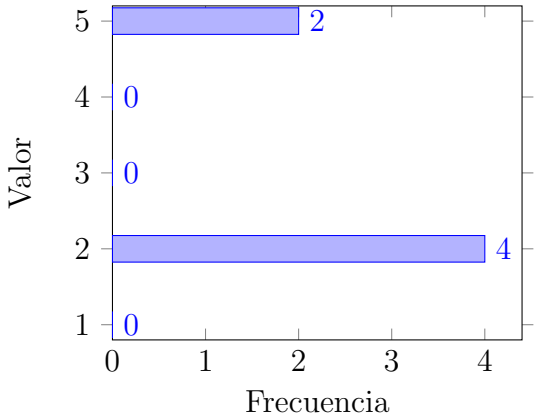
Variable \ Valor	1	2	3	4	5
Aporte del aprendizaje de las figuras geométricas	0	4	0	0	2
Elementos considerados al planear una clase	1	3	2	0	0
Inicio enseñanza concepto geométrico	0	0	0	0	6
Tipos de figuras que enseña	0	0	3	0	3
Clasificaciones de figuras que enseña	4	0	1	0	1
Tipos de actividades enseñanza de geometría	2	2	1	0	1
Enseñanza de definiciones	0	0	3	1	2
Aspectos que enseña de las figuras	3	2	1	0	0
Utilización SGD	2	0	0	0	4
Tipos de actividades enseñanza características y propiedades de figuras	2	1	0	3	0

Fuente. Elaboración propia.

La variable **aporte del aprendizaje de las figuras geométricas** tiene un valor promedio

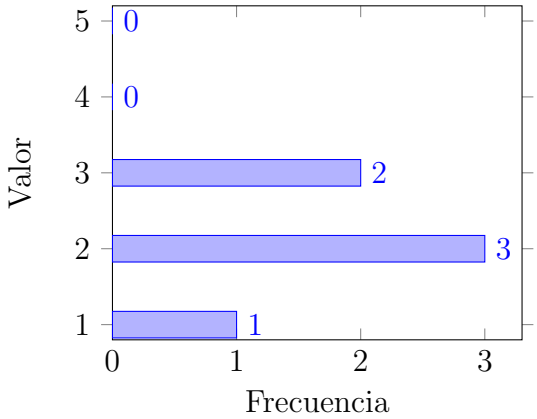
de 3 y el valor que más veces se repitió fue el 2, la figura **7-1** representa los resultados de esta variable.

Figura 7-1: Respuestas item 1



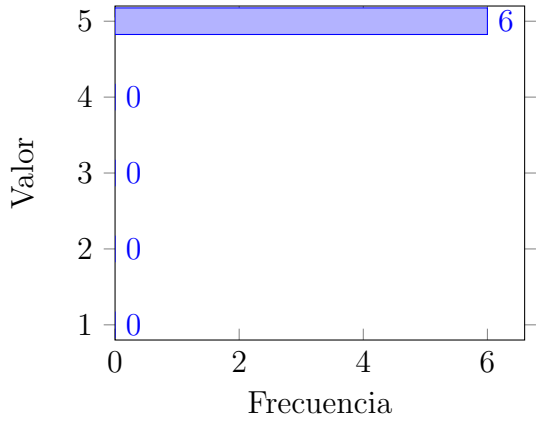
La variable **elementos considerados al planear una clase** tiene un valor promedio de 2.2 y el valor que más veces se repitió fue el 2, la figura **7-2** representa los resultados de esta variable.

Figura 7-2: Respuestas item 2



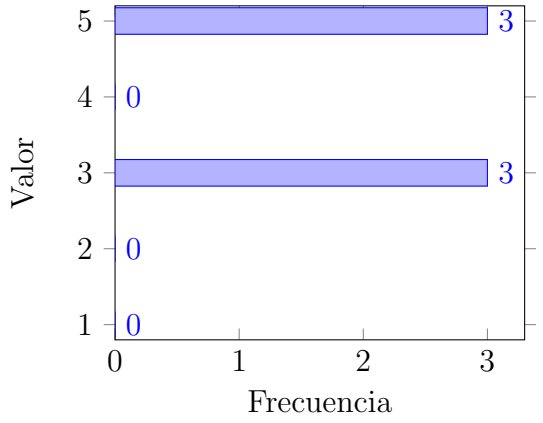
La variable **inicio enseñanza concepto geométrico** tiene un valor promedio de 5, porque el valor 5 se repitió las 6 veces, la figura **7-3** representa los resultados de esta variable.

Figura 7-3: Respuestas item 3



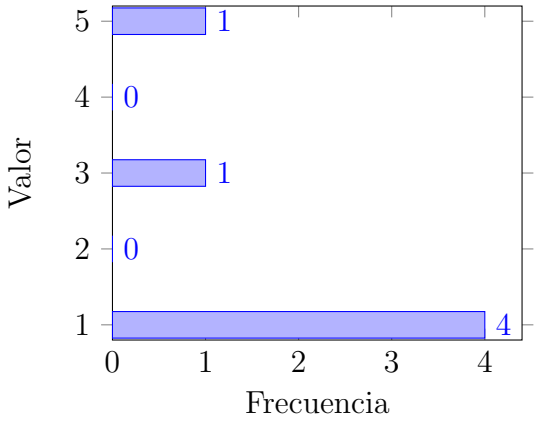
La variable **tipos de figuras que enseña** tiene un valor promedio de 4 y los valores que más veces se repitieron fueron el 3 y el 5, la figura **7-4** representa los resultados de esta variable.

Figura 7-4: Respuestas item 4



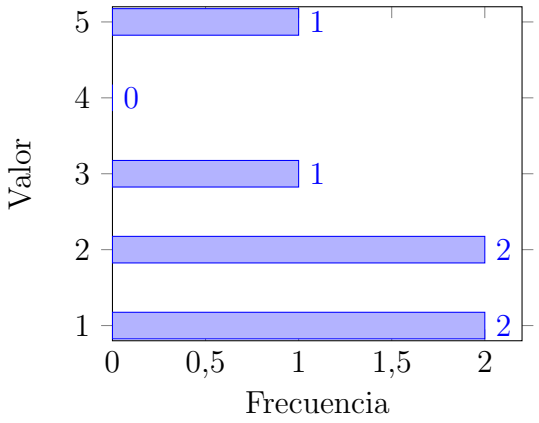
La variable **Clasificaciones de figuras que enseña** tiene un valor promedio de 2 y el valor que más veces se repitió fue el 1, la figura **7-5** representa los resultados de esta variable.

Figura 7-5: Respuestas item 5



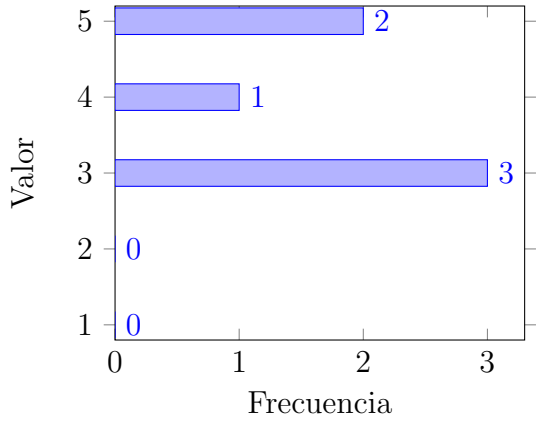
La variable **tipos de actividades enseñanza de geometría** tiene un valor promedio de 2.3 y los valores que más veces se repitieron fueron el 1 y el 2, la figura **7-6** representa los resultados de esta variable.

Figura 7-6: Respuestas item 6



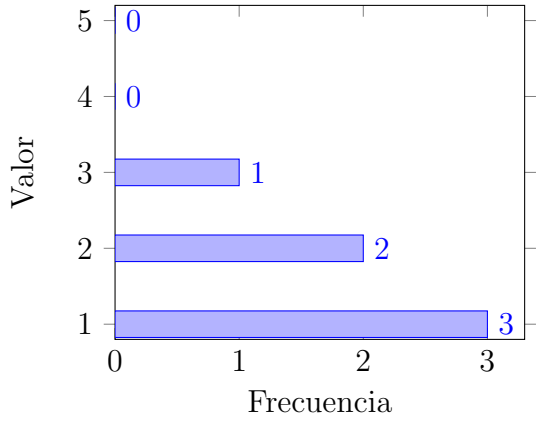
La variable **enseñanza de definiciones** tiene un valor promedio de 3.8 y el valor que más veces se repitió fue el 3, la figura **7-7** representa los resultados de esta variable.

Figura 7-7: Respuestas item 7



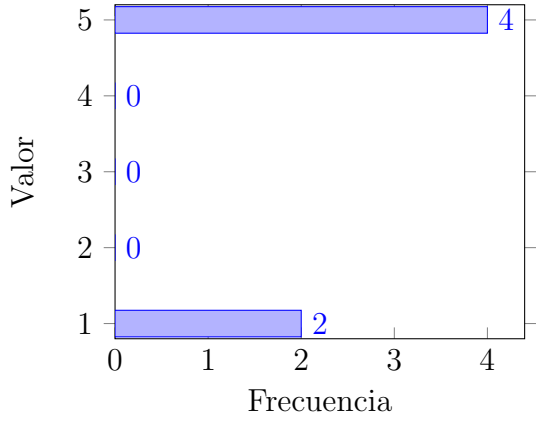
La variable **aspectos que enseña de las figuras** tiene un valor promedio de 1.7 y el valor que más veces se repitió fue el 1, la figura **7-8** representa los resultados de esta variable.

Figura 7-8: Respuestas item 8



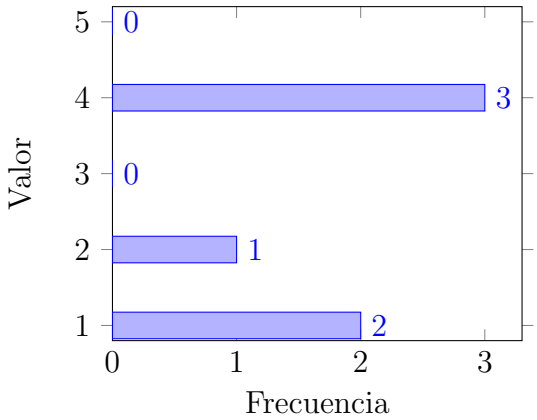
La variable **utilización SGD** tiene un valor promedio de 3.7 y el valor que más veces se repitió fue el 5, la figura **7-9** representa los resultados de esta variable.

Figura 7-9: Respuestas item 9



La variable **tipos de actividades enseñanza características y propiedades de figuras** tiene un valor promedio de 2.7 y el valor que más veces se repitió fue el 4, la figura **7-10** representa los resultados de esta variable.

Figura 7-10: Respuestas item 10



Los promedios y los valores que más veces se repitieron en cada variable, evidencian que las profesoras requieren un mayor conocimiento de los planteamientos teóricos correspondientes, que posibilite la integración total , no parcial, de las propuestas didácticas para la enseñanza de la geometría planteadas por las autoridades en educación en el contexto nacional (MEN).

7.3. Fase 3 - Planeación y construcción OVA

Los resultados obtenidos en las fase de planeación y construcción, se dan a conocer de acuerdo a aspectos que fueron relevantes en este proceso:

Contextualización

El nombre y la introducción se mencionan en la página de inicio del OVA como se muestra en la **7-11**. Las instrucciones se pueden observar en las actividades que se muestran en la metodología.

La figura **7-11** muestra la página de inicio del OVA.

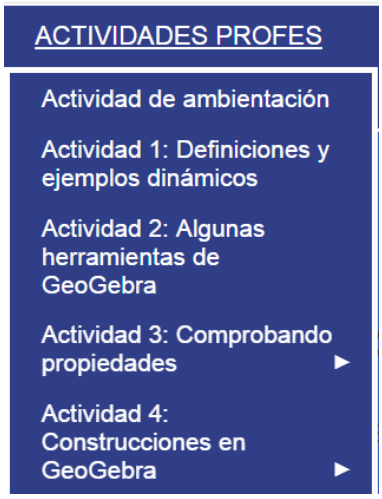
Figura 7-11: Pagína de inicio OVA

Fuente. Elaboración propia.

Actividades

Se alojaron las 5 actividades interactivas en el OVA, como se presenta en la figura **7-12**:

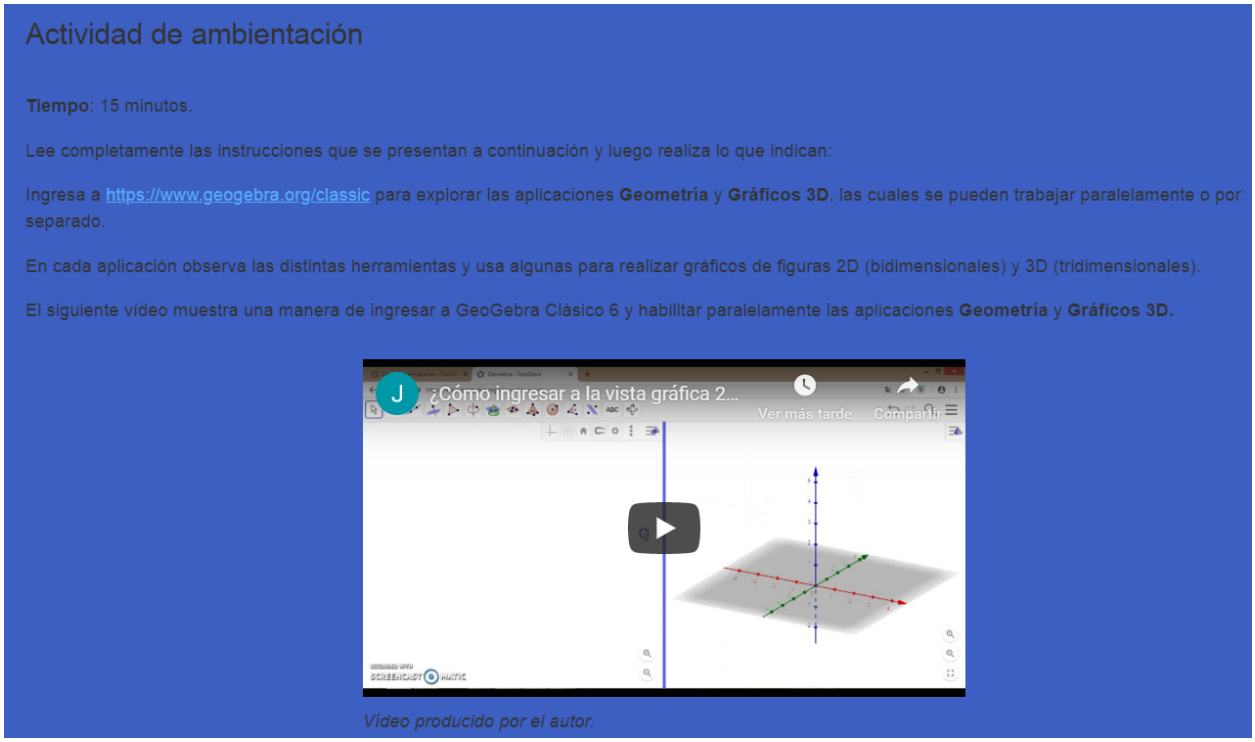
Figura 7-12: Actividades OVA



Fuente. Elaboración propia.

Con la actividad de ambientación se pretendía un primer acercamiento de las profesoras con el software GeoGebra. En la figura **7-13** se muestra esta actividad del OVA:

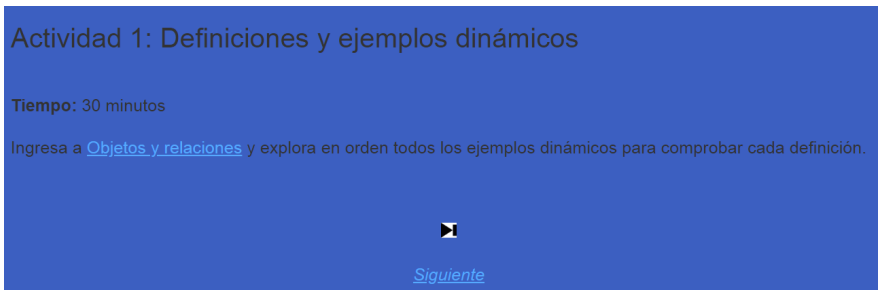
Figura 7-13: Actividad de ambientación OVA



Fuente. Elaboración propia.

La actividad 1 (figura **7-14**) ejemplificaba objetos y relaciones geométricas usando GeoGebra, para permitir la manipulación dinámica de los ejemplos, de modo que las profesoras recordaran los objetos y las relaciones a la vez que continuaban la familiarización con GeoGebra e identificaban un elemento importante de este tipo de software, el arrastre:

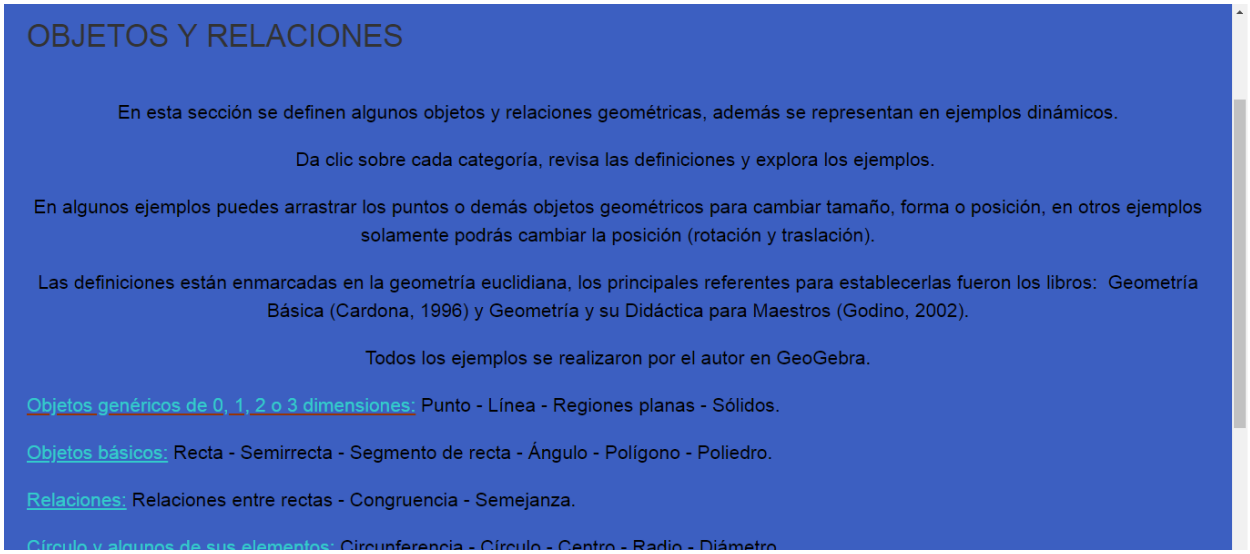
Figura 7-14: Actividad 1



Fuente. Elaboración propia.

Después de la instrucción inicial, avanzaban a la página que se muestra en la figura **7-15**:

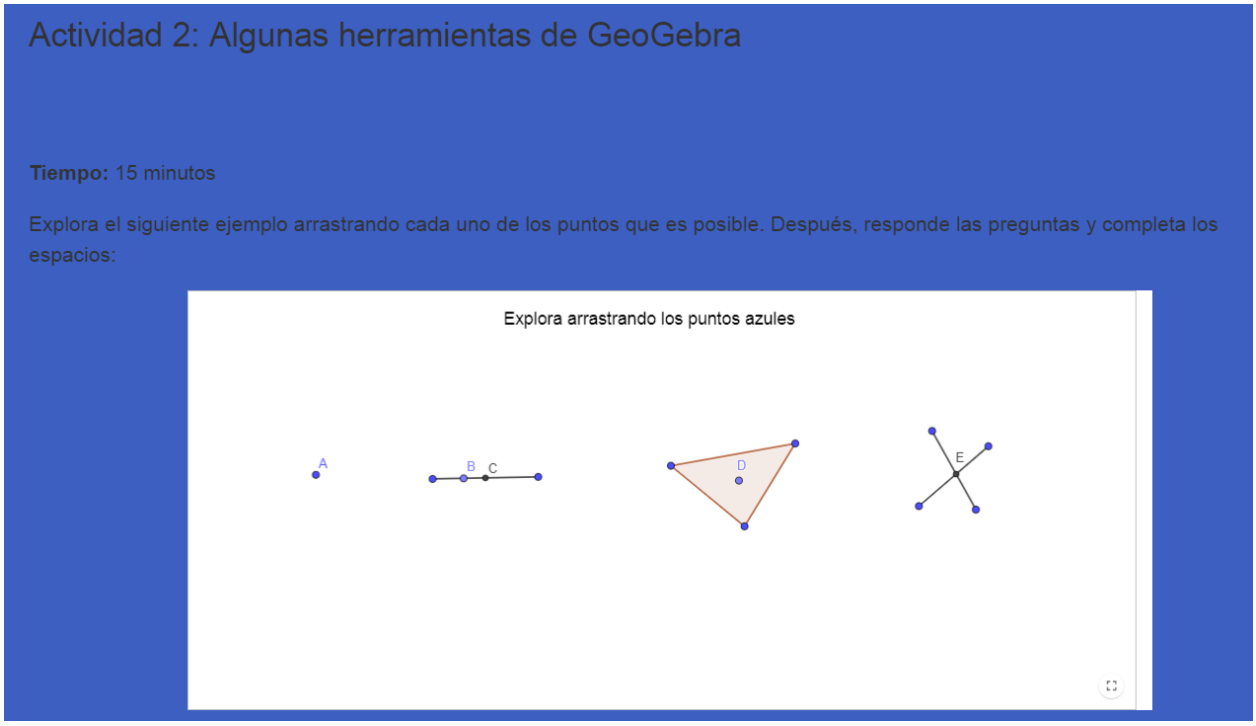
Figura 7-15: Objetos y relaciones actividad 1



Fuente. Elaboración propia.

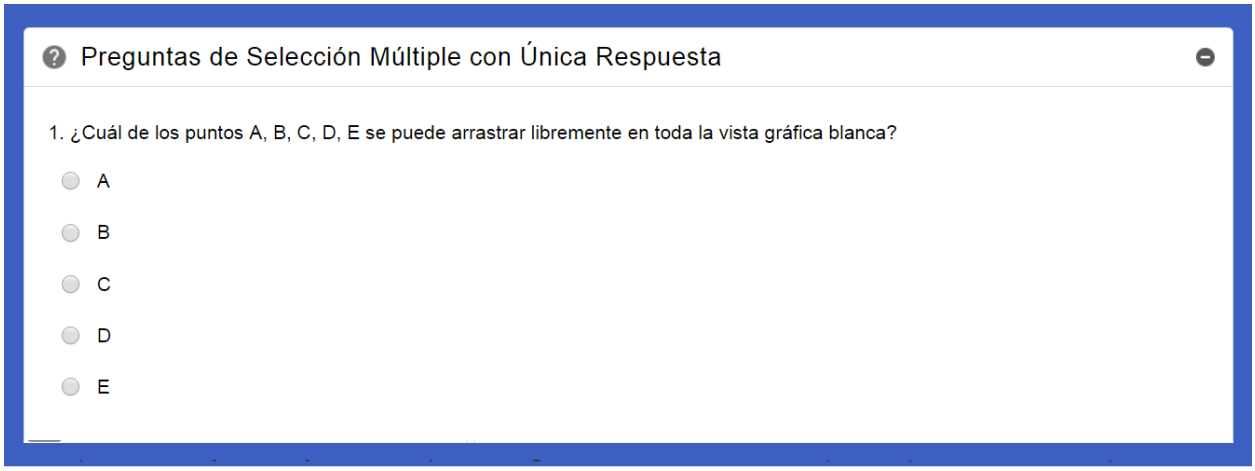
La actividad 2 buscaba que las profesoras conocieran y diferenciaran algunas herramientas de GeoGebra en relación con las propiedades y relaciones geométricas que se pueden establecer al utilizarlas, en las figuras **7-16** y **7-17** se muestra la instrucción general de la actividad 2 y una de las preguntas que se debe responder:

Figura 7-16: Actividad 2



Fuente. Elaboración propia.

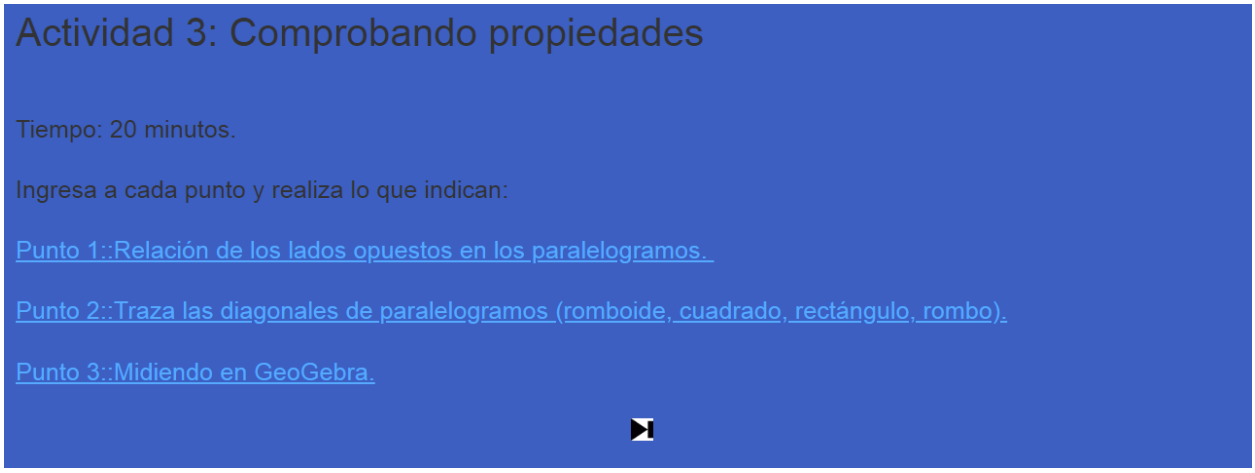
Figura 7-17: Pregunta actividad 2



Fuente. Elaboración propia.

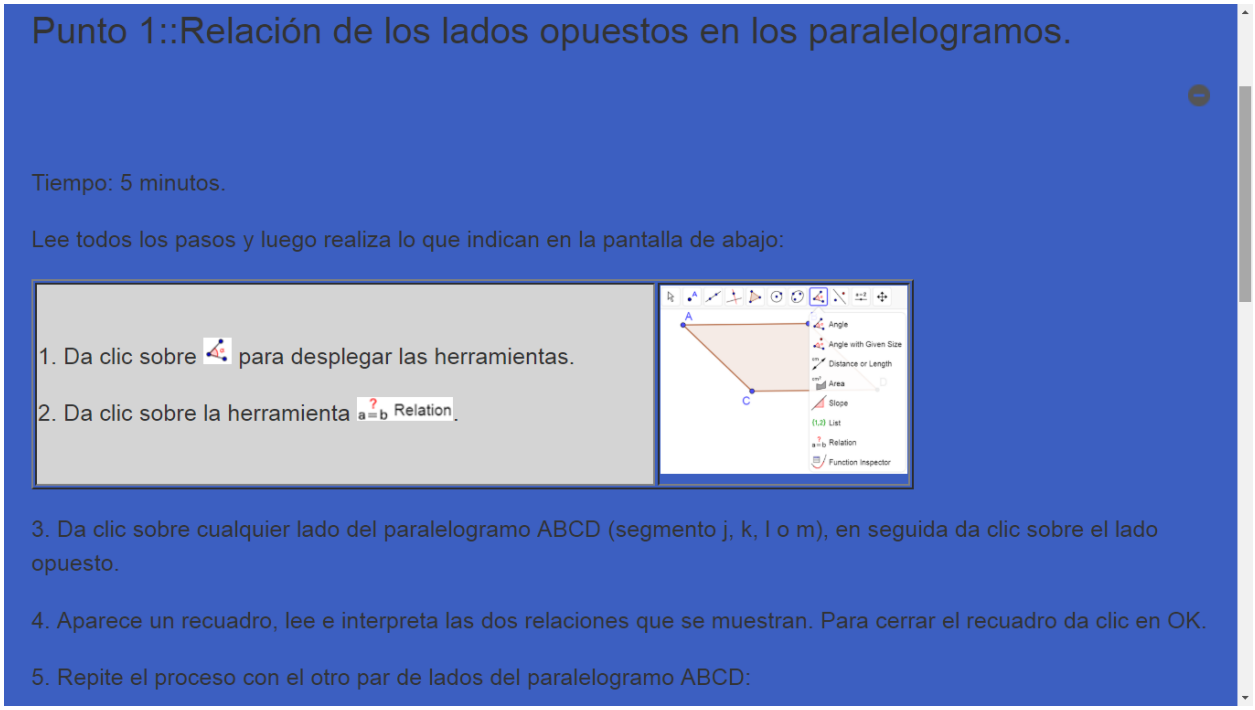
La actividad 3 apuntaba a la determinación por parte de las profesoras de propiedades de figuras geométricas a partir de su manipulación usando GeoGebra. Se muestra la instrucción general de la actividad 3 y uno de los puntos que se deben realizar en las figuras **7-18**, **7-19** y **7-20**:

Figura 7-18: Actividad 3



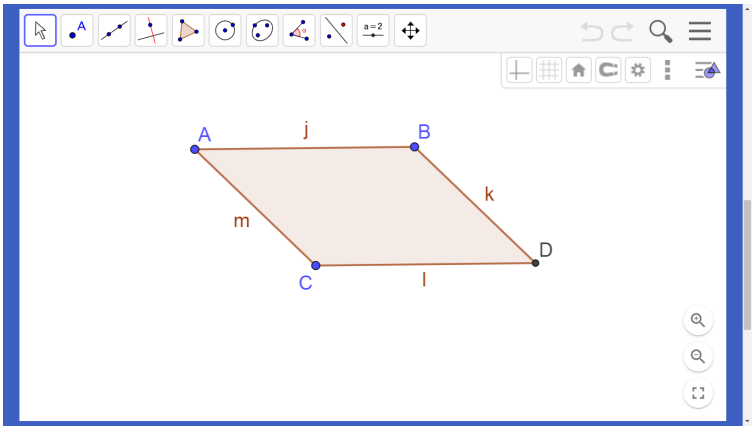
Fuente. Elaboración propia.

Figura 7-19: Punto 1 actividad 3



Fuente. Elaboración propia.

Figura 7-20: Complemento punto 1 actividad 3



Fuente. Elaboración propia.

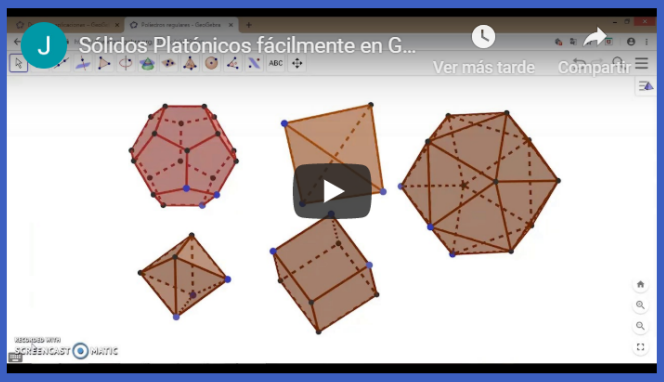
En la actividad 4 se ejemplifican a través de vídeos, construcciones bidimensionales y tridimensionales en GeoGebra, para que las profesoras repliquen parte de las construcciones, logrando así mayor práctica con GeoGebra mientras ejercitan características y propiedades de objetos y relaciones geométricas. Las figuras **7-21** y **7-22** muestran 1 de los puntos de la actividad 4:

Figura 7-21: Punto 2 actividad 4

Punto 2::Construcción en Vista Gráfica 3D GeoGebra

Tiempo: 20 minutos

Observa atentamente el siguiente vídeo, en el que se explica la realización de los poliedros regulares en GeoGebra.



Vídeo producido por el autor.

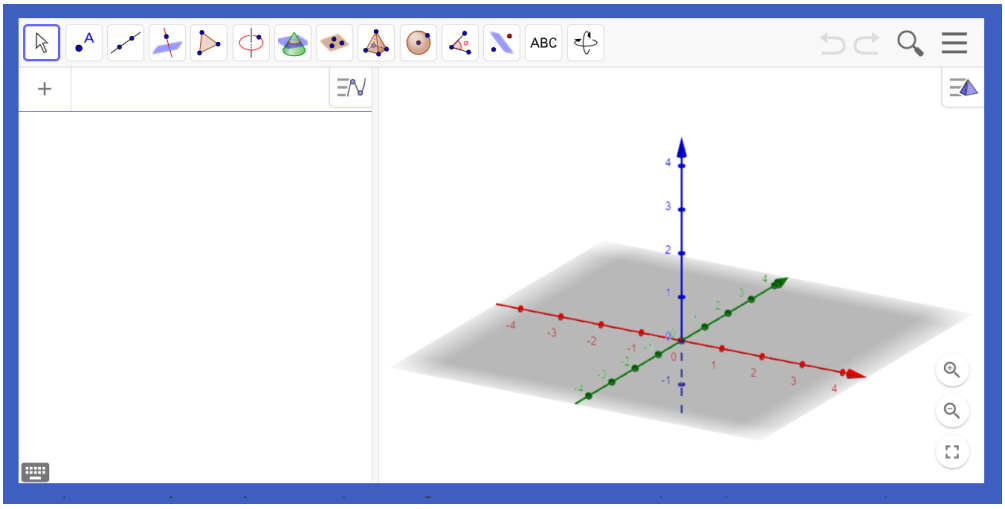
En la pantalla de abajo, construye uno de los poliedros regulares. Al escribir el nombre del poliedro que vas a construir te aparecen varias opciones, puedes seleccionar cualquier opción y reemplazar lo que está escrito entre el paréntesis digitando el nombre de los dos puntos separados por una coma, como se muestra en el vídeo.

Después de construir el poliedro, da clic sobre para desplegar las herramientas, selecciona la herramienta Net, enseguida da clic sobre el poliedro y aparecerá el desarrollo plano.

Puedes animar el desarrollo plano dando clic sobre el que aparece cuando lo haces. También puedes cambiar la velocidad de la animación.

Fuente. Elaboración propia.

Figura 7-22: Complemento punto 2 actividad 4

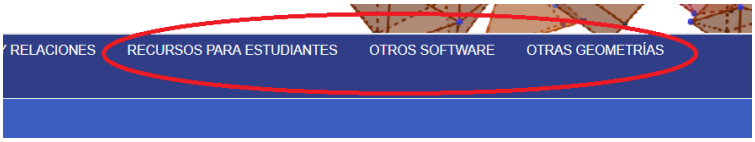


Fuente. Elaboración propia.

Contenidos

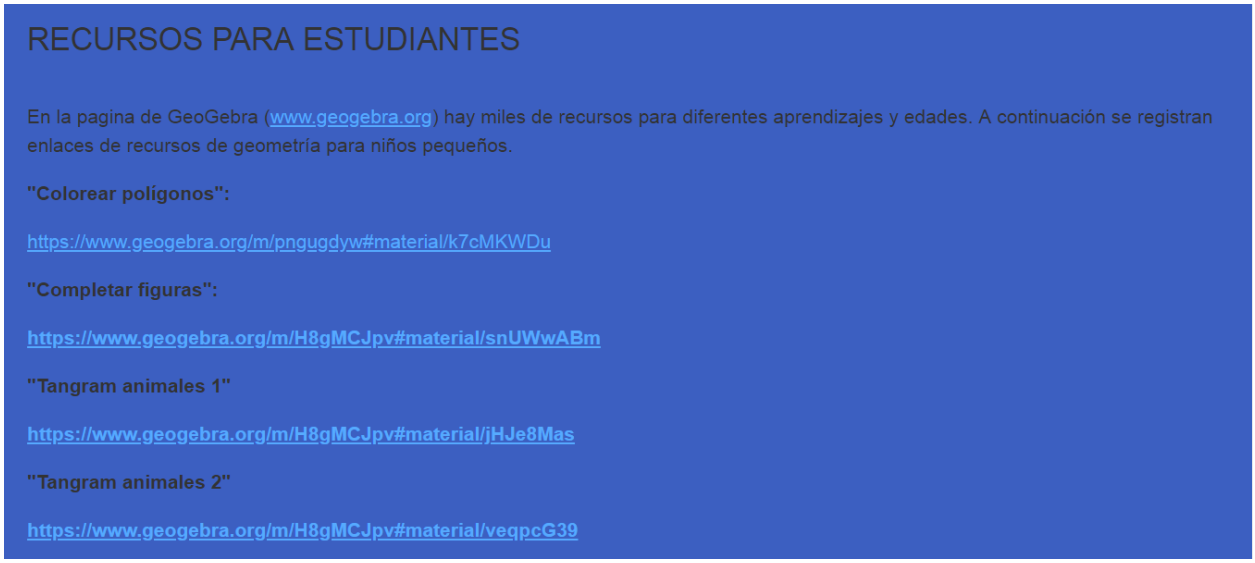
Los contenidos obligatorios del OVA fueron las actividades para profesoras que se ejemplificaron en la sesión anterior. En cuanto a los contenidos opcionales, las figuras **7-23** y **7-24** muestran su ubicación en el OVA y un ejemplo:

Figura 7-23: Ubicación recursos opcionales OVA



Fuente. Elaboración propia.

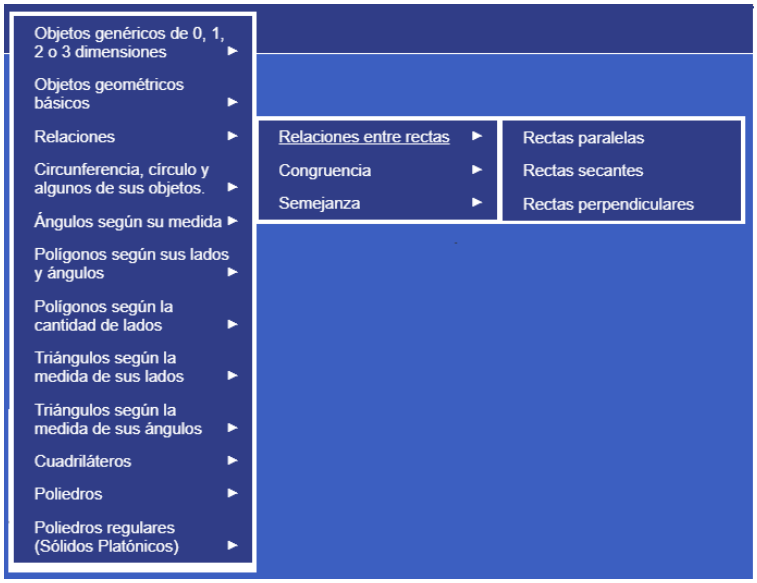
Figura 7-24: Ejemplo recursos opcionales OVA



Fuente. Elaboración propia.

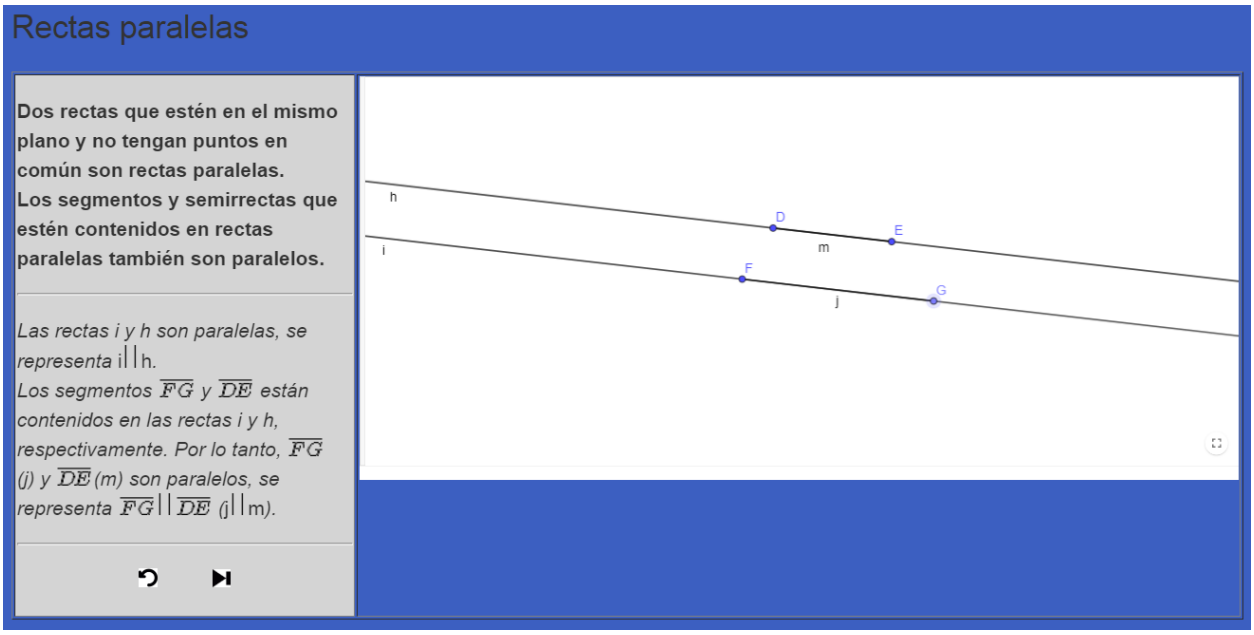
La organización y estructuración de los contenidos constituidos por los objetos y relaciones geométricas, se realizó como se ejemplifica en las figuras **7-25** y **7-26**:

Figura 7-25: Organización objetos y relaciones geométricas



Fuente. Elaboración propia.

Figura 7-26: Ejemplo objetos y relaciones geométricas



Fuente. Elaboración propia.

Recursos de apoyo

Se realizaron 3 vídeos que se publicaron en YouTube y se utilizaron en diferentes contenidos del OVA (ejemplos de su presencia en el OVA en las figuras **7-11** y **7-13**), además de 58

archivos de GeoGebra para ejemplos de los objetos y relaciones geométricas que se presentan en el OVA (ejemplo en la figura **7-26**).

Los vídeos y recursos de GeoGebra que se tomaron de otras fuentes, se alojaron en los recursos opcionales a través de enlaces web, como se muestra en la figura **7-24**.

Secuenciación

Para seguir la secuenciación de las actividades, se generaron los botones hipervínculo que permiten avanzar y regresar dentro del orden establecido para la implementación del OVA, se muestran en la figura **7-27**:

Figura 7-27: Ejemplo botones secuenciación actividades

Fuente. Elaboración propia.

Los botones que dispone eXeLearning para avanzar y regresar dentro del orden establecido por la plataforma, que es diferente al orden de las actividades, se ejemplifican en la figura **7-28**:

Figura 7-28: Ejemplo botones secuenciación eXeLearning

Fuente. Elaboración propia.

7.3.1. Enlace web OVA

A través del siguiente enlace se puede acceder al OVA desde distintos dispositivos electrónicos con acceso a internet: Tablet, Smart Phone y computadores:

Enlace: `https://u8k56a1zdfyjcjnry1zohw-on.drv.tw/Figuras%20geom%C3%A9tricas%20b%C3%A1sicas%20con%20GeoGebra%20para%20profesores/`

7.4. Fase 4 – Evaluación

A continuación se presentan los resultados de la evaluación realizada a través de la encuesta y del cuestionario.

7.4.1. Encuesta

El análisis cualitativo que se realizó a partir de los datos recolectados con la encuesta de evaluación del OVA, tenía entre sus propósitos la descripción de la experiencia de las profesoras con el OVA desde su propia óptica, además, el reconocimiento de la percepción generada por GeoGebra en relación con su utilización en la enseñanza de la geometría en grado primero.

Debido a que no se obtuvieron las respuestas de una de las profesoras por inconvenientes tecnológicos, fue obligatorio prescindir de éstas para el análisis. Entonces, el análisis se realizó a partir de las respuestas de 5 profesoras.
Las tablas que se presentan a continuación registran las respuestas de las 5 profesoras, clasificadas según las categorías de análisis, posterior a cada tabla se presenta el resumen conclusivo de las respuestas en relación con la categoría correspondiente.

La tabla **7-14** reúne las respuestas correspondientes a la primera categoría de análisis:

Tabla 7-14: Respuestas categoría 1 encuesta de evaluación.

Categoría de análisis	Encuestada 1	Encuestada 2	Encuestada 3	Encuestada 4	Encuestada 5
1. Elemento(s) interesante(s) del OVA	El uso de la herramienta tecnológica que es muy hábil y acorde para lograr un aprendizaje significativo de geometría.	Poder interactuar con la aplicación.	El hecho de que sea una herramienta digital.	La facilidad para medición de las diferentes figuras.	Los ejercicios desde geogebra.

Fuente. Elaboración propia.

Resumen conclusivo categoría 1: Dos profesoras destacan del OVA, que es una herramienta tecnológica. Una profesora destaca el aspecto interactivo, mientras que las otras dos hacen alusión a la conexión del OVA con GeoGebra, una desde las actividades en general y la otra desde las actividades de medición.

La tabla **7-15** reúne las respuestas correspondientes a la segunda categoría de análisis:

Tabla 7-15: Respuestas categoría 2 encuesta fase 4.

Categoría de análisis	Encuestada 1	Encuestada 2	Encuestada 3	Encuestada 4	Encuestada 5
2. Percepción de GeoGebra	Las indicaciones son claras y precisas, lo que permiten crear elementos cotidianos comprendiendo aspectos geométricos de una manera clara y concreta.	Despierta interés, motiva y se va aprendiendo.	Es una buena herramienta de trabajo en clase.	Es una herramienta facilitadora para el aprendizaje.	Amplia los conocimientos que se tienen acerca de la geometría y que eran desconocidos para mi.

Fuente. Elaboración propia.

Resumen conclusivo categoría 2: La gran mayoría de las profesoras responde que GeoGebra es una herramienta para el aprendizaje de la geometría, entre los argumentos que presentan se encuentra el aspecto motivacional y la posibilidad que brinda GeoGebra de construir objetos geométricos a partir de sus propiedades o características, las cuales se conservan al manipular los objetos. Una profesora lo contempla también como herramienta para usar en las clases.

La tabla **7-16** reúne las respuestas correspondientes a la tercera categoría de análisis:

Tabla 7-16: Respuestas categoría 3 encuesta fase 4.

Categoría de análisis	Encuestada 1	Encuestada 2	Encuestada 3	Encuestada 4	Encuestada 5
3. Percepción aporte OVA	En gran manera; ya que fortaleció mis conocimientos geométricos y tecnológicos, brindándome la oportunidad de usarlos con mis estudiantes, haciendo así una extención del conocimiento.	Poder multiplicar el nuevo conocimiento en los estudiantes, además en la vida diaria, es decir; aplicar metacognición.	Me permitió recordar varios conceptos que había olvidado.	Rememorar conocimientos que no se tenían en práctica.	Realmente considero que aunque la información de la OVA es bastante amplia y completa, no me aporta mucho para el ejercicio profesional, pues abarca conceptos que nunca he utilizado con los grados en los que he trabajado.

Fuente. Elaboración propia.

Resumen conclusivo categoría 3: Dos profesoras manifiestan que el OVA les permitió recordar conceptos que habían olvidado o que no practicaban. Otras dos profesoras se refieren a la adquisición o fortalecimiento de nuevo conocimiento que es posible usar con sus estudiantes. La profesora restante, responde que el aporte no es importante, porque el OVA aborda conceptos que no ha utilizado en su práctica docente.

La tabla **7-17** reúne las respuestas correspondientes a la cuarto categoría de análisis:

Tabla 7-17: Respuestas categoría 4 encuesta fase 4.

Categoría de análisis	Encuestada 1	Encuestada 2	Encuestada 3	Encuestada 4	Encuestada 5
4. Tipo de uso GeoGebra en primero	Interactiva, porque ampliando mi postura anterior, aunque considero que es demasiado amplio para la edad de los niños, sí podrían explorarlo para que tengan un acercamiento a este para grados posteriores.	Interactiva	Interactiva, porque permite un trabajo interactivo y motivador para los niños, además es interactivo.	Expositiva e interactiva,porque la idea es que los estudiantes tengan aprendizaje significativo, es decir; que se involucren y sean ellos mismos constructos de su propio conocimiento	Interactiva, porque los niños de este grado son muy visuales y la experimentación a partir de alternativas cotidianas plasmadas o construida por ellos mismos les permiten aprender significativamente.

Fuente. Elaboración propia.

Resumen conclusivo categoría 4: Todas las profesoras responden que GeoGebra se puede usar en grado primero de manera interactiva, la mayoría argumenta que así se lograría un aprendizaje significativo, gracias a la motivación que genera y la exploración que posibilita GeoGebra, sin embargo, una de las profesoras menciona que se debe usar a modo de acercamiento para grados superiores, porque es muy amplio para la edad de los niños de grado primero. Una de las profesoras agrega, que también se puede trabajar de manera expositiva.

La tabla **7-18** reúne las respuestas correspondientes a la quinta categoría de análisis:

Tabla 7-18: Respuestas categoría 5 encuesta fase 4.

Categoría de análisis	Encuestada 1	Encuestada 2	Encuestada 3	Encuestada 4	Encuestada 5
5. Dificultades uso GeoGebra en primero	No creo que se encuentre una dificultad, solo se debe tener en cuenta hacer un proceso de anticipación y construcción previa del tema.	La dificultad podría ser la falta de la herramienta tecnológica para cada estudiante.	La dificultad sería la facilidad de acceso a la herramienta dentro del aula, teniendo en cuenta el número de niños.	Su desarrollo motriz fino.	Los niños aún son muy concretos, requieren de manipular objetos para conocer una figura. Su conocimiento sobre tantos conceptos que tiene geogebra es avanzado para ellos.

Fuente. Elaboración propia.

Resumen conclusivo categoría 5: Dos profesoras consideran que la dificultad principal es la disposición de la herramienta para cada estudiante, debido a la cantidad de estudiantes por curso. Otras dos profesoras hacen alusión a aspectos del desarrollo de los niños, como lo son el desarrollo motriz fino y el pensamiento concreto. La otra profesora no cree que haya dificultad si se hace un proceso de construcción del concepto antes de usar el software.

La tabla **7-19** reúne las respuestas correspondientes a la sexta categoría de análisis:

Tabla 7-19: Respuestas categoría 6 encuesta fase 4.

Categoría de análisis	Encuestada 1	Encuestada 2	Encuestada 3	Encuestada 4	Encuestada 5
6. Contenido interesante del OVA	En la parte del uso de la GeoGebra.	Sólidos geométricos.	En los tipos de ángulos, la medición de los mismos. Las diferentes formas de sólidos, entre otras.	Medición de volúmenes.	Ángulos.

Fuente. Elaboración propia.

Resumen conclusivo categoría 6: Entre las respuestas se nombran dos veces los sólidos geométricos, los ángulos y la medición, esta última la relacionan en una de las respuestas

con ángulos y en la otra con volúmenes. Una de las profesoras se refiere al uso de GeoGebra.

La tabla **7-20** reúne las respuestas correspondientes a la séptima categoría de análisis:

Tabla 7-20: Respuestas categoría 7 encuesta fase 4.

Categoría de análisis	Encuestada 1	Encuestada 2	Encuestada 3	Encuestada 4	Encuestada 5
7. Sugerencia ajustes OVA	No le modificaría nada, me parece una excelente herramienta.		Aun no puedo dar una respuesta hasta no conocer con mas profundidad.	Para dar respuesta a esta pregunta de una manera más asertiva requeriría conocerla mejor, sin embargo lo que conocí, me pareció muy útil y funcional dentro del proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas.	Si es para niños de grado primero, ejercicios llamativos para ellos, colorido, con sonidos donde puedan construir un robot, un dinosaurio, algo llamativo para ellos.

Fuente. Elaboración propia.

Resumen conclusivo categoría 7: Una profesora no responde. Otra manifiesta que no le haría modificaciones por que considera que es una excelente herramienta. Las otras tres profesoras al parecer se confundieron, pues dos de ellas dirigen sus respuestas hacía GeoGebra y no hacía el OVA, entre tanto, la otra profesora relaciona el uso del OVA con los niños de grado primero, olvidando que el OVA va dirigido a profesores.

A partir de las respuestas de las 5 profesoras se infiere:

- El OVA y GeoGebra generaron interés en las profesoras porque son recursos tecnológicos.
- El OVA les permitió recordar y conocer objetos y relaciones geométricas, las cuales con necesarias en la enseñanza de la geometría.
- A través del acercamiento que posibilitó el OVA entre las profesoras y GeoGebra, se consolidó en ellas una percepción positiva acerca de GeoGebra, basada en lo útil que

les pareció para la enseñanza de la geometría gracias a sus componentes motivacional e interactivo.

- Las profesoras profundizaron o les gustaría profundizar en contenidos del OVA relacionados con el uso de herramientas de GeoGebra, ratificando el interés que les despertó este software.
- Las profesoras aprobaron el uso de GeoGebra en la enseñanza de la geometría en grado primero, siendo conscientes que debe ser un uso cuidadoso, acorde al desarrollo del niño y complementario con otros recursos.
- En el colegio Cafam, debido a la cantidad de estudiantes por salón y la disponibilidad de equipos para que los niños de grado primero utilicen GeoGebra, se dificulta su uso en este grado.

7.4.2. Cuestionario

A partir de los datos recolectados con el cuestionario de evaluación del OVA se realizó el análisis cuantitativo.

En la tabla **7-21** se muestra la frecuencia de todos los niveles en cada uno de los items:

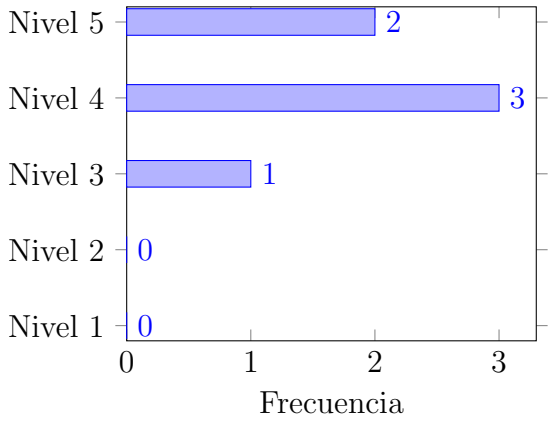
Tabla 7-21: Frecuencia niveles cuestionario de evaluación.

Nivel / Item	1 (Muy bajo)	2 (Bajo)	3 (Medio)	4 (Alto)	5 (Muy alto)
1	0	0	1	3	2
2	0	0	1	2	3
3	0	0	0	3	3
4	0	0	0	2	4
5	0	0	0	2	4
6	0	0	1	2	3
7	0	0	0	2	4

Fuente. Elaboración propia.

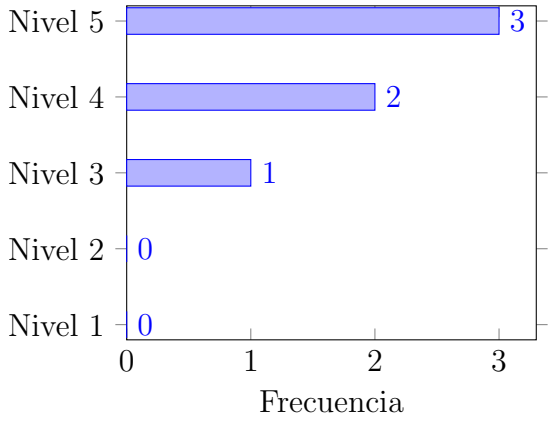
La variable **Instrucciones** tiene un promedio de 4.2 y el nivel que más veces se repitió fue el 4, la figura **7-29** representa los resultados de esta variable.

Figura 7-29: Respuestas item 1 cuestionario evaluación



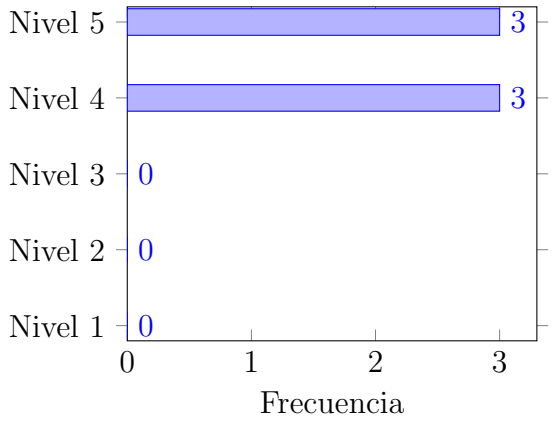
La variable **Objetivos didácticos** tiene un promedio de 4.3 y el nivel que más veces se repitió fue el 5, la figura **7-30** representa los resultados de esta variable.

Figura 7-30: Respuestas item 2 cuestionario evaluación



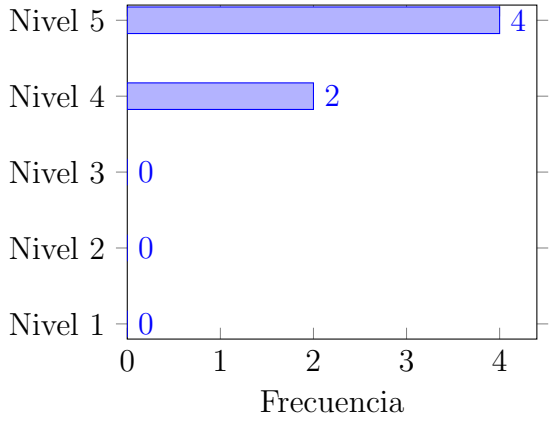
La variable **Metodología generadora de aprendizaje autónomo** tiene un promedio de 4.5 y los niveles que más veces se repitieron fueron el 4 y el 5, la figura **7-31** representa los resultados de esta variable.

Figura 7-31: Respuestas item 3 cuestionario evaluación



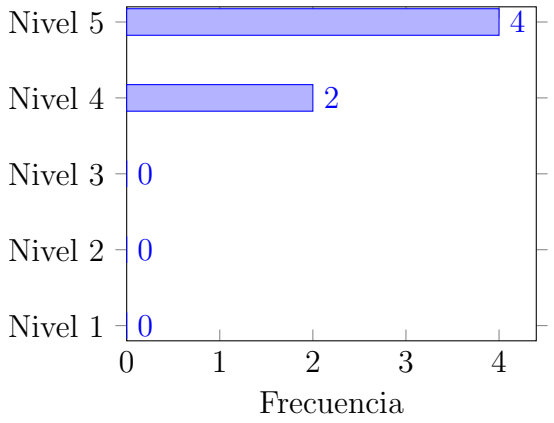
La variable **Contenidos** tiene un promedio de 4.7 y el nivel que más veces se repitió fue el 5, la figura **7-32** representa los resultados de esta variable.

Figura 7-32: Respuestas item 4 cuestionario evaluación



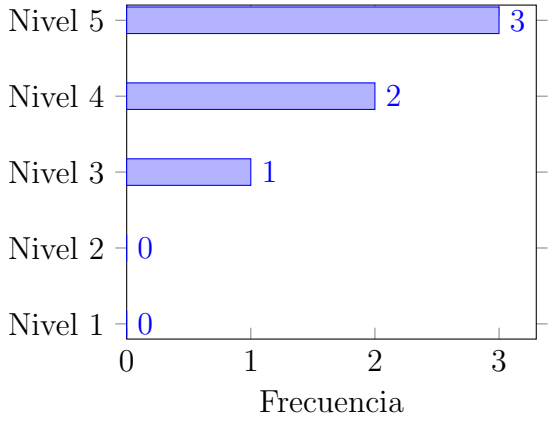
La variable **Actividades** tiene un promedio de 4.7 y el nivel que más veces se repitió fue el 5, la figura **7-33** representa los resultados de esta variable.

Figura 7-33: Respuestas item 5 cuestionario evaluación



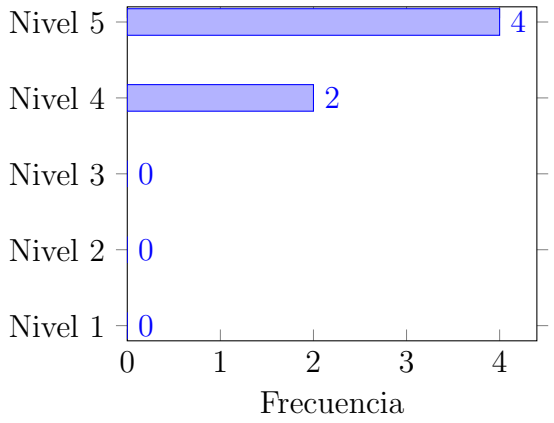
La variable **Calidad recursos de apoyo** tiene promedio de 4.3 y el nivel que más veces se repitió fue el 5, la figura **7-34** representa los resultados de esta variable.

Figura 7-34: Respuestas item 6 cuestionario evaluación



La variable **Secuencialidad** tiene un promedio de 4.7 y el nivel que más veces se repitió fue el 5, la figura **7-35** representa los resultados de esta variable.

Figura 7-35: Respuestas item 7 cuestionario evaluación



A partir de los promedios (todos mayores a 4, que corresponde al nivel alto) y los niveles que más se repitieron en cada variable (en la mayoría el nivel más repetido fue 5), se puede concluir que los aspectos del OVA evaluados con el cuestionario se encuentran entre los niveles alto y muy alto. Evidencian estos resultados que los elementos del OVA que se evaluaron, fueron aprobados de buena manera por las profesoras, pero que son susceptibles de mejora.

8 Conclusiones

Los estudios publicados acerca de geometría o su didáctica son muy numerosos, al igual que los relacionados con GeoGebra, mientras los relacionados con OVA se encuentran en menor cantidad. El MEN ha publicado orientaciones pedagógicas y estudios en relación con los tópicos mencionados. Además, investigadores consolidados en el ámbito de la geometría y su didáctica, han aportado a la literatura respectiva de manera significativa, al poner a disposición de la comunidad académica, los resultados de sus investigaciones, generalmente a través de libros. Entre tanto, son pocos los libros encontrados con respecto a OVA o GeoGebra, se encuentran principalmente artículos de revista, tesis de maestría o doctorado, quizás por la relativa juventud de esos recursos didácticos tecnológicos.

El MEN, además de las publicaciones mencionadas, ha puesto a disposición de la comunidad educativa el repositorio de OVA "Contenidos para Aprender", pero el desconocimiento de las profesoras de grado primero del colegio Cafam al respecto es generalizado. Entonces, el seguimiento de las sugerencias didácticas y el aprovechamiento de los recursos propuestos por el MEN no se está propiciando por en esta población por desconocimiento, evidenciando falencias en la divulgación por parte del MEN.

En los catálogos físicos de las bibliotecas públicas, es insignificante la cantidad de recursos que se encuentran en relación con OVA o GeoGebra. Mientras que en bases de datos o bibliotecas virtuales de acceso público, se encuentra una gran cantidad de estudios al respecto, pero que requieren una selección detallada de acuerdo a su calidad y pertinencia, ya que algunos no reúnen las condiciones para ser contemplados como referentes en estudios científicos.

Las profesoras vinculadas a la presente investigación tienen más de 8 años de experiencia enseñando, el promedio de experiencia del grupo de profesoras es cercano a 14 años. A través de esa experiencia han estructurado saberes valiosos, que se manifiestan en sus conocimientos de la geometría y su didáctica. Sin embargo, hay conocimientos teóricos que las profesoras requieren consolidar para potenciar el conocimiento empírico con que cuentan.

En las universidades donde las profesoras estudiaron la carrera profesional de preescolar o pedagogía infantil, según manifestaron en la encuesta de saberes previos, no recibieron formación en didáctica de la geometría, a pesar de ser una formación importante para desempeñarse en colegios como Cafam, pues deben enseñar geometría. Por lo tanto, se hace necesario un proceso de formación en didáctica de la geometría. El trabajo realizado con el OVA abona en este proceso.

Al establecer los contenidos y las actividades del OVA, fueron útiles las alternativas de interconectividad e interacción que ofrece el software eXeLearning, principalmente por los siguientes tres aspectos:

1. La opción de incrustar recursos de Internet en eXeLearnig a través del enlace web, lo que permite hacer uso de páginas o vídeos alojados en la web desde el OVA, sin necesidad de visitar otras páginas.

2. Los recursos para las actividades que brinda eXeLearning, al ser un software pensado para la creación de recursos educativos. Lo que posibilitó configurar, entre otras cosas, que las profesoras conocieran de inmediato, si sus respuestas eran acertadas o erradas. En caso de haberse equivocado podían consultar las respuestas correctas.

3. La gran interconectividad entre eXeLearning y GeoGebra. Tanto así, que inicialmente se había proyectado el uso de gráficos hechos en GeoGebra, para los ejemplos de los objetos y las relaciones geométricas, pero en el proceso de construcción del OVA, al conocer la alternativa que permitía incrustar en eXeLearning los archivos construidos en GeoGebra por medio de diferentes opciones (código html, actividades de GeoGebra o applet), se optó por ésta, porque significaba una mayor interactividad, al pasar de ejemplos estáticos ofrecidos por los gráficos, a potentes ejemplos dinámicos, gracias a la posibilidad de arrastre de GeoGebra. En consecuencia, se resalta la compatibilidad entre estos dos software para la realización de este tipo de recursos y se considera que su uso mancomunado potenció el OVA.

El uso de las diferentes alternativas que se mencionan, la diagramación del OVA y su publicación, representaron retos importantes asociados con la tecnología, que conllevaron tiempo adicional de trabajo en el diseño y construcción del OVA, tiempo que posteriormente fue justificado, al generar mayor interés en las profesoras gracias a la interacción que permite GeoGebra.

En detrimento de las ventajas antes descritas, se presentó una desventaja propia de las TIC, no quedaron registradas las respuestas de una profesora a la encuesta de evaluación en la

plataforma Survey Monkey, por lo que se perdieron datos valiosos. También, se ratifica por parte de las profesoras otra desventaja de la integración de las TIC en procesos de enseñanza -aprendizaje: la infraestructura y disposición de las herramientas tecnológicas es insuficiente en relación con la cantidad de estudiantes para llevar a cabo experiencias de aula que integren el uso interactivo de las TIC.

Considerando en primer lugar, que todo el proceso de intervención con las profesoras se realizó a través de Internet (desde la encuesta y cuestionario de saberes previos, pasando por la implementación del OVA hasta la evaluación del mismo); en segundo lugar, que el OVA logró generar interés en las profesoras por la interacción con una herramienta tecnológica y en tercer lugar, que dicha interacción tiene consecuencias positivas en el aprendizaje y aprovechamiento del tiempo destinado para procesos de formación docente, se sugiere implementar entre las estrategias de formación docente, actividades o dispositivos didácticos virtuales, como lo son los OVA, pues el tiempo para estos procesos de formación es limitado y conseguir un interés generalizado es complejo.

El OVA tuvo buena acogida entre las profesoras y propició una experiencia amena con GeoGebra. A través del OVA se trabajaron propiedades y características de las figuras bidimensionales y tridimensionales usando GeoGebra, a la vez que se dieron a conocer diferentes aplicaciones, usos, herramientas, entre otros elementos de este software, evidenciando su pertinencia en la enseñanza y aprendizaje de la geometría.

Las actividades para las profesoras incluidas en el OVA, priorizaron el abordaje de elementos básicos y generales de la enseñanza de la geometría en grados iniciales (de grado primero a tercero), dejando de lado las actividades y situaciones particulares para la enseñanza de la geometría en grado primero, debido a que se contaba con poco tiempo para trabajar con las profesoras. Por lo tanto, se recomienda complementar el trabajo realizado, propiciando en el colectivo de profesoras, experiencias relacionadas con los aprendizajes particulares de grado primero. Además, se tendrá en cuenta este elemento para el diseño de posteriores recursos didácticos dirigidos al trabajo con profesores(as) de un grado específico.

Bibliografía

Agudelo, C., Alcaraz, L., y Vargas, M. (2018). *Estrategia didáctica mediada por TIC para el desarrollo del pensamiento geométrico espacial en estudiantes de grado noveno de la institución educativa San Fernando de Amagá Antioquia* (Tesis de Maestría). Universidad Pontificia Bolivariana.

Alsina, C. (2000). *Geometría y realidad.* (Recuperado de: `http://claudialsina.com/geometria-y-realidad`)

Alsina, C., Burgués, C., y Fortuny, J. (1995). *Invitación a la Didáctica de la Geometría.* Madrid: Colección: Matemáticas: Cultura y Aprendizaje, Vol. 12, Sintesis.

Alsina, C., Fortuni, J., y Pérez, R. (1997). *¿Por Qué Geometría? Propuestas Didácticas Para la ESO.* Madrid: Síntesis.

Area, M., y Adell, J. (2009). *E-Learning: enseñar y aprender en espacios virtuales.* Málaga.

Camargo, L. (2011). El legado de Piaget a la didáctica de la Geometría. *Revista colombiana de educación*, *60*, 41-60.

Cardona, O., Cardozo, C., López, G., Posada, R., y Ramírez, E. (1996). *Geometría Básica.* Medellín: Universidad Pontificia Bolivariana.

Castiblanco, A., Urquina, H., Camargo, L., y Acosta, M. (2004). *Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales.* Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. Enlace Editores Ltda.

Conde, R. (2013). *Idoneidad del uso del software Geogebra para la mejora del proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en cuarto de E.S.O.* (Tesis de Maestría). Universidad Internacional de la Rioja.

Dikovic, L. (2009). Applications GeoGebra into Teaching Some Topics of Mathematics at the College Level. *Computer Science and Information Systems*, *6*, 191-203.

Duch, L. (1998). *Mito, interpretación y cultura : aproximación a la logomítica.* Barcelona: Herder.

Dávila, W. (2018). *Desarrollo de Pensamiento Variacional en Estudiantes de Secundaria, mediado por GeoGebra* (Tesis de Maestría). Universidad Nacional de Colombia.

Extremiana, J., Hernández, L., y Rivas, M. (2001). *Poliedros.* (Recuperado de: `https://www.unirioja.es/cu/luhernan/Divul/POLIEDROS/Poliedros.html`)

Fajardo, L., Sotelo, M., y Moreno, F. (2012). *El uso de los OVAs como estrategia de enseñanza-aprendizaje bajo un esquema de educación bimodal* (Inf. Téc.). Fundación Universitaria Konrad Lorenz. (Recuperado de: `http://www.konradlorenz.edu.co/images/pdf/2012_07_26_ponencia_teledu_texto.pdf`)

Fernández, E. (2018). La geometría para la vida y la enseñanza. *Aibi Revista De Investigación, Administración E Ingeniería*, *6*(1), 36-65.

Fuentes, M., y González, J. (2016). Experiencias de la superación del maestro primario para utilizar el GeoGebra. *Revista Ra Ximhai*, *12*(5), 113-128.

García, A. (2009). La investigación-acción en la enseñanza de la Física: un escenario idóneo para la formación y desarrollo profesional del profesorado. *Latin-American Journal of Physics Education*, *3*(2), 388-394.

García, A. (2016). Las Teorías No Euclidianas y su influencia en la filosofía de las ciencias del siglo XX. *Journal of Education and Science*, *1*(1), 21-27.

Gaviria, D. (2013). *Diseño de Objetos Virtuales de Aprendizaje (OVAS) utilizando el software Geométrico GeoGebra para facilitar el aprendizaje de formulaciones Financieras, de Costos, y de Presupuestos.*

Godino, J., y Ruiz, F. (2003). *Geometría y su didáctica para maestros.* Granada: Universidad de Granada.

Gysin, L., y Fernández, G. (2015). Una propuesta para enseñar geometría proyectiva en la formación de profesores de matemática. *Revista de educación matemática.*

Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, L. (2014). *Metodología de la investigación: Roberto Hernández Sampieri, Carlos Fernández Collado y Pilar Baptista Lucio (6a. ed.).* México D.F.: McGraw-Hill.

Hirono, N., y Takahashi, T. (2011). *On the Effective Use of GeoGebraCAS in Mathematics Education.*

Ingham, J. (2001). *The use of Graphmatica to facilitate students‘ achievement and understanding of functions and graphs of functions* (Master‘s thesis). Nanyang Technological University.

Iturbe, A., Ruiz, M., Pistonesi, M., y Fanitini, S. (2013). Uso del Geogebra en la enseñanza de la geometría en carreras de Diseño. *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo*, *2*(2), 93-101.

Latorre, A. (s.f.). *La Investigación Acción. Conocer y cambiar la práctica educativa.*

López, D. (2017). *Caracterización de objetos de aprendizaje en los procesos de enseñanza en la Universidad Nacional de Colombia: Una exploración pedagógica en la Dirección Nacional de Innovación Académica - DNI* (Tesis de Maestría). Universidad Nacional de Colombia.

Mañas, J. (2013). *Utilización de las TIC en el Aula. GeoGebra Y Wiris* (Tesis de Maestría). Universidad de Almería.

Martínez, E. (2008). E-learning: un análisis desde el punto de vista del alumno. *Revista Iboeroamericana de Educación a Distancia*, *11*(2), 151-168.

Martínez, J. (2013). *Apropiación del concepto de función usando el software Geogebra* (Tesis de Maestría). Universidad Nacional de Colombia.

MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares para el Área de Matemáticas.* Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.* Bogotá: Autor.

MEN. (2014). *Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales.* Bogotá.

MEN. (2016). *Derechos Básico de Aprendizaje Matemáticas.* Bogotá: Autor.

MEN. (s.f. a). *Objetos Virtuales de Aprendizaje.* (Recuperado de: `https://www.mineducacion.gov.co/1759/w3-propertyvalue-55247.html`)

MEN. (s.f. b). *Elementos estructurales de un Objeto de Aprendizaje.* (Recuperado de: `http://colombiaaprende.edu.co/html/directivos/1598/article-172369.html`)

MinTIC. (2019). *Objetos Virtuales de Aprendizaje.* (Recuperado de: `https://www.mintic.gov.co/portal/604/w3-propertyvalue-1051.html`)

Monje, C. (2011). *Metodología de la investigación cuantitativa y cualitativa: guía didáctica.* Neiva: Universidad Surcolombiana.

Montes, S. (2019). Colombia es el segundo que más avanza en e-learning en América Latina. *La República.* (Recuperado de: `https://www.larepublica.co/internet-economy/colombia-es-el-segundo-que-mas-avanza-en-e-learning-en-america-latina-2837584`)

Olive, J. (2000). *Implications of Using Dynamic Geometry Technology for Teaching and Learning.*

Orozco, C. (2017). *Objetos de Aprendizaje con eXeLearning y GeoGebra para la definición y representación geométrica de operaciones con vectores y sus aplicaciones* (Tesis de Doctorado). Universidad de Salamanca, Salamanca.

Pascuas, Y., Jaramillo, C., y Verástegui, F. (2015). Desarrollo de objetos virtuales de aprendizaje como estrategia para fomentar la permanencia estudiantil en la educación superior. *Revista Escuela De Administración De Negocios*(79), 116-129.

Riaño, J. (2013). *Impacto motivacional en el aprendizaje de geometría usando el software Geogebra* (Tesis de Maestría). Corporacion Universitaria Minuto de Dios.

Rodríguez, A. (2014). *Elaboración de un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA), que integre el origami como facilitador de la enseñanza de los sólidos en Geometría* (Tesis de Maestría). Universidad Nacional de Colombia.

Ruiz, N. (2012). *Influencia del Software de Geometría Dinámica Geogebra en la Formación Inicial del Profesorado de Primaria* (Tesis de Maestría). Universidad de Madrid.

Ruiz, N., y Sáenz, C. (2013). *Influencia de Geogebra en la adquisición de competencias geométricas y didácticas.*

Ruíz, J. (2018). *La integración de GeoGebra en el desarrollo del carácter intelectual* (Tesis de Maestría). Universidad Externado de Colombia.

Salgado, A., Ibáñez, M., Rigual, S., Lastayo, L., y Pérez, C. (2018). Matemática dinámica asistida por computadoras, en la carrera "Sistemas de Información en Salud", con el uso del asistente GeoGebra. *Revista Cubana de Informática Médica*, *10*(1), 60-67.

Sandoval, I. (2009). La geometría dinámica como una herramienta de mediación entre el conocimiento perceptivo y el geométrico. *Revista Educación matemática*, *21*(1), 5-27.

Sangrá, A., Vlachopoulos, D., Cabrera, N., y Bravo, S. (2011). *Hacía una definición inclusiva*

del e-learning. Barcelona: eLearn Center UOC.

Scaglia, S., y Götte, M. (2008). Una propuesta de capacitación docente basada en el uso de un software de geometría dinámica. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*(1), 35-50.

Simson, R. (1774). *Los seis primeros libros, y el undecimo, y duodecimo de los elementos de Euclides - Traducidos de nuevo sobre la version latina de Federico Comandino conforme a la fiel, y correctisima edición de ella publicada modernamente.* Madrid: D. Joachin Ibarra.

Tejada, D. (2003). Grandes pensadores matemáticos, físicos y químicos. En (p. 143-159). Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín.

Triana, M., y Ceballos, J. (2016). *Valoración de Objetos Virtuales de Aprendizaje (OVA) para la enseñanza de las matemáticas. Un instrumento para profesores* (Tesis de Maestría). Universidad de Medellín.

Vasco, C. (1991). Geometría activa y Geometría de las transformaciones. *Revista Integración*, *9*(1), 7-12.