

CAPITULO IV. TEORIAS DE FALLA DE LOS MATERIALES

1. DISEÑO POR RESISTENCIA ESTÁTICA

1.1. Introducción

En el campo es común ver piezas, partes, mecanismos o elementos de máquinas que fallaron estando en servicio, debido a la presencia de cargas estáticas o cargas con variación en el tiempo (dinámicas) que indican la necesidad de tener un amplio conocimiento de los principios que rigen el diseño de las máquinas agrícolas para lograr su mejor desempeño. Lo ideal para el proyectista es poder contar con los resultados de los ensayos de resistencia del material particular elegido para el diseño. Si sobre la pieza van a actuar cargas de flexión o de torsión o cargas combinadas de flexión y torsión, se requieren los resultados de los ensayos en esas mismas condiciones de carga, además de las condiciones de tratamiento térmico, temperatura de trabajo, acabado superficial, tamaño, etc. Debido al costo de los ensayos, es frecuente que los Ingenieros para realizar sus diseños utilicen los valores de resistencia publicados en los catálogos para los diferentes materiales o el apéndice de los libros que tratan sobre el tema, siempre y cuando la falla del mecanismo no ponga en peligro la vida humana o cuando el volumen de producción lo justifique. Como regla general cuando sobre la pieza sólo actúan cargas estáticas, y el material es dúctil no se necesita considerar la concentración del esfuerzo en el análisis o diseño. Si el material es frágil o se comporta como tal, se hace necesario calcular el valor del factor de concentración del esfuerzo K_t .

Las teorías de falla han sido formuladas por los investigadores para carga estática y materiales isotrópicos, no teniendo en cuenta otras condiciones de carga como impacto, fatiga, deslizamiento y pandeo.

1.2. Teoría del esfuerzo normal máximo (teoría de Rankine): establece que la falla se produce cuando uno de los tres esfuerzos principales es igual a la resistencia. Si la fluencia fuera el criterio de falla y $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ (esfuerzos principales para cualquier estado de esfuerzo), entonces:

$$\sigma_1 = S_t \text{ o } \sigma_3 = -S_c \quad (4.1.)$$

Donde: S_t = Resistencia de fluencia a la tensión
 S_c = Resistencia de fluencia a la compresión.

En el caso de materiales frágiles la falla ocurriría si:

$$\sigma_1 = S_{ut} \quad \text{o} \quad \sigma_3 = -S_{uc}$$

Donde: S_{ut} y S_{uc} son las resistencias últimas a la tensión y compresión, respectivamente. Hay seguridad cuando $\sigma_1 < (S_y/n)$ (4.2)

Esta teoría ha sido encontrada válida tanto para materiales dúctiles como frágiles. Teniendo en cuenta los estados de esfuerzo σ_1 y σ_2 y las resistencias (S_{ut} y S_{uc}), la Figura 22, muestra la gráfica de la hipótesis de falla del esfuerzo normal máximo, donde la falla ocurre fuera del cuadro del diagrama de esfuerzos

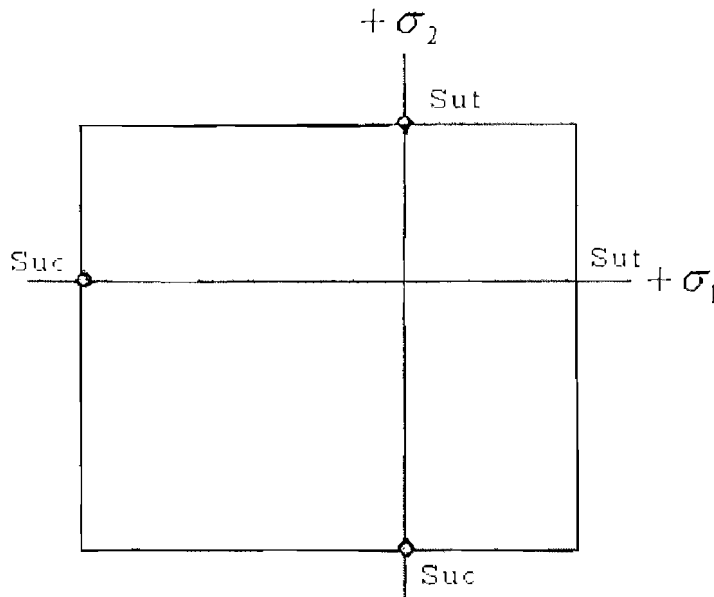


Figura 22. Diagrama de esfuerzo para falla en la teoría del esfuerzo normal máximo.

1.3. Teoría del esfuerzo cortante máximo (Coulomb)

En materiales dúctiles predice que la fluencia ocurrirá siempre que:

$$\tau_{\max} \geq \frac{S_v}{2} \quad \text{o} \quad \sigma_1 - \sigma_3 \geq S_v; \quad \text{siendo:} \quad \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$

Los esfuerzos cortantes principales son:

$$\tau_{\frac{1}{2}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}, \quad \tau_{\frac{2}{3}} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}, \quad \tau_{\frac{1}{3}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}, \quad \text{En el caso de } \sigma_3 = 0$$

$$\tau_{\frac{1}{2}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}, \quad \tau_{\frac{2}{3}} = \frac{\sigma_2}{2}, \quad \tau_{\frac{1}{3}} = \frac{\sigma_1}{2} \quad (4.3)$$

Como $\tau_{m\acute{a}x}$ no puede superar $S_y/2n$, el \u00e1rea queda allí limitada (Figura 23) por $\sigma_1 < (S_y/n)$, y $\sigma_2 < (S_y/n)$, similar a lo mostrado con la teor\u00eda del esfuerzo normal m\u00e1ximo.

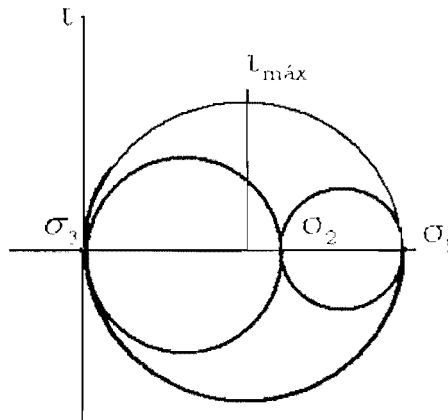


Figura 23. Hip\u00f3tesis del esfuerzo cortante m\u00e1ximo

Adem\u00e1s establece que la resistencia de fluencia al cortante est\u00e1 dada por: $S_{sy} = 0.50 S_y$. Hay seguridad cuando:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right)^2} < \frac{S_g}{2n} S_y \quad (4.4)$$

Las rectas de frontera ser\u00e1n: $\sigma_2 = \sigma_1 + \frac{S_y}{n}$ y $\sigma_2 = \sigma_1 - \frac{S_y}{n}$ (4.5)

1.4. Teor\u00eda de la fricci\u00f3n interna (Coulomb-Mohr)

No todos los materiales tienen los valores de la resistencia a la tensi\u00f3n iguales a sus valores de resistencia a la compresi\u00f3n. Cuando los valores de estas resistencias no son iguales es usada una variante de la teor\u00eda de Mohr conocida como la teor\u00eda de la fricci\u00f3n interna que establece:

$$\frac{\sigma_1}{S_t} - \frac{\sigma_3}{S_c} = 1 \quad \sigma_1 \leq 0, \quad \sigma_3 \leq 0 \quad (4.6)$$

Siempre que $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ y las resistencias se consideren como cantidades positivas. Para estados de esfuerzo biaxiales, la falla se predice mediante: $\sigma_1 = S_t$, $\sigma_1 > 0$; $\sigma_3 = -S_c$, $\sigma_3 < 0$ (4.7).

En las ecuaciones 4.6 y 4.7, se puede utilizar tambi\u00e9n las resistencias a la fluencia (S_y) o la resistencia \u00faltima (S_u). En la figura 24, se muestra la hip\u00f3tesis de la teor\u00eda de la fricci\u00f3n interna, para un estado

de esfuerzo biaxial.

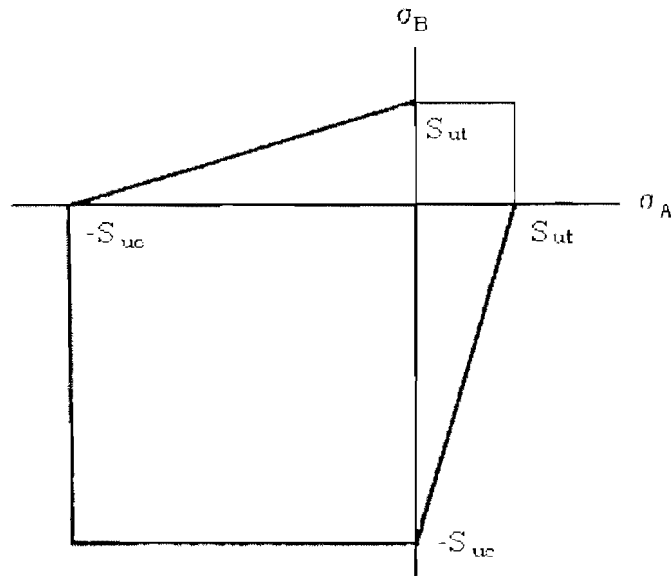


Figura 24. Gráfica de la fricción interna para hipótesis de falla Coulomb-Mohr.

1.5. Teoría de la energía de distorsión (Hencky-vonMises)

Conocida también con el nombre de teoría de la energía de cortante o teoría de vonMises-Hencky o teoría del esfuerzo cortante octaédrico, establece que para el estado de esfuerzo completo el esfuerzo efectivo o esfuerzo de vonMises (σ') puede ser calculado como:

$$\sigma' = \left[\frac{[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]}{2} \right]^{1/2} \quad (4.8)$$

y se prevé ocurrirá la fluencia cuando $\sigma' \geq S_y$. Para el estado de esfuerzo biaxial, σ' se reduce a:

$$\sigma' = (\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2)^{1/2} \quad (4.9)$$

Si σ_x , σ_y y τ_{xy} son obtenidos, entonces:

$$\sigma' = (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x\sigma_y + 3\tau_{xy}^2)^{1/2} \quad (4.10)$$

Si solamente σ_x y τ_{xy} están presentes, entonces:

$$\sigma = (\sigma_1^2 + 3\tau_{xy}^2)^{1/2} \quad (4.11)$$

Hay seguridad cuando: $\sigma = \frac{S_y}{n} > \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_2 - \sigma_1)^2 + (\sigma_1 - \sigma_1)^2 + (\sigma_1 - \sigma_1)^2]^{1/2}$ (4.12)

Para casos de torsión pura: $\sigma_2 = \sigma_1$ y $\tau = \sigma_1$, en consecuencia: $S_y = 0.577 S_y$. La ecuación (4.12) en un sistema referenciado representa el interior de un volumen que encierra el espacio en el que no se producirá el fallo de la pieza (Figura 25), que en el caso de un estado biaxial viene dada por una elipse.

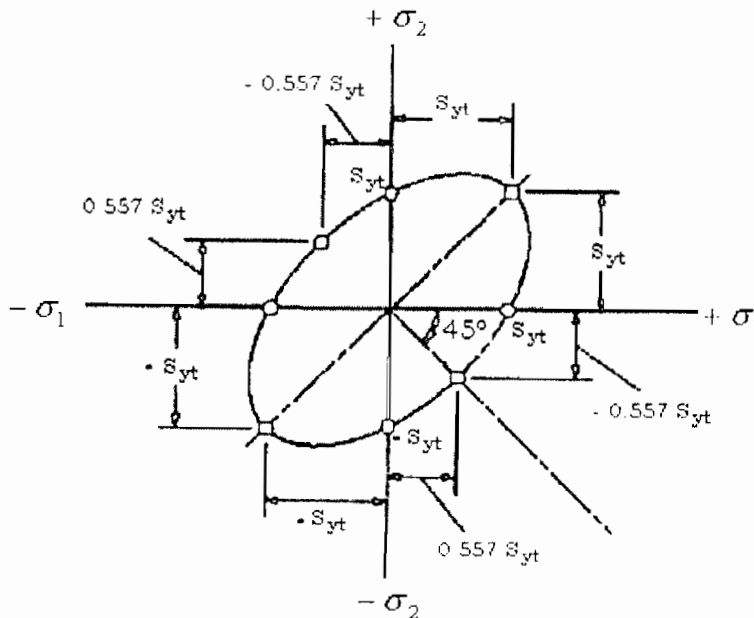


Figura 25. Diagrama de la energía de distorsión para estado biaxial.

1.6. Caso de materiales dúctiles

1. Para el caso del diseño de piezas que no requieren de mucha precisión se puede emplear la teoría del esfuerzo cortante máximo (TECM). Así mismo, cuando se sabe que los factores de seguridad han de ser altos o cuando se quiera una estimación rápida del tamaño de una pieza. Esta teoría es fácil y rápida de aplicar.
2. La teoría de la energía de distorsión (T.E.D.D.), es usada en el caso de rediseño de piezas, o cuando se investiga el origen de la falla real de un elemento mecánico o cuando los márgenes de seguridad son estrechos. Es una teoría precisa y segura.

1.7. Caso de materiales frágiles

Estos materiales se caracterizan porque no tienen resistencia de fluencia, la resistencia a la compresión (S_c) muchas veces es mayor que la resistencia a la tensión (S_t) y la resistencia última a la torsión (S_{su}) es aproximadamente igual a la resistencia a la tensión (S_t). La teoría del esfuerzo normal máximo (TENM) y la teoría de Coulomb-Mohr resultan aceptables para los fines de diseño.

2. FALLA POR FATIGA

2.1. Introducción

Hay cargas que ocurren en los mecanismos o elementos de máquinas que producen esfuerzos que se llaman repetidos, alternantes o fluctuantes y que son conocidas como cargas de fatiga. Bajo esta condición de fatiga, se encuentra que con un esfuerzo máximo menor que la resistencia a la tracción y aún por debajo del esfuerzo de fluencia se puede presentar fractura después de un determinado número de ciclos de esfuerzo. La característica más notable de estas fallas ha sido que los esfuerzos se repitieron muchas veces. La falla se denomina FALLA POR FATIGA.

Por lo general una falla por fatiga tiene lugar por una generación y propagación de grietas, hasta cuando se tiene una condición crítica de fractura súbita de la sección residual resistente. La grieta generalmente se desarrolla en un punto de discontinuidad en el material, tal como un cambio en la sección transversal, un cuñero o chavetero, un orificio y en los sitios de mayores esfuerzos, los que frecuentemente se encuentran en la superficie. Frecuentemente en una fractura por fatiga se observa una zona de suave propagación de grietas con unas marcas ondulares conocidas como marcas de playa y una zona áspera de fractura súbita final. Una falla por fatiga es repentina y total y por tanto peligrosa, por eso el diseño contra este tipo de fallas es más complejo y sólo es explicado en forma parcial. La teoría más exacta conocida para explicar la naturaleza de la falla por fatiga se conoce como: "Teoría de la duración hasta la deformación". Su aplicación requiere de varias idealizaciones lo que conlleva a incertidumbres en los resultados.

La fatiga se aborda de diferentes formas de acuerdo con la aplicación:

Diseño para una vida infinita: esto es mantener el esfuerzo por debajo del límite de aguante o resistencia a la fatiga o aquel esfuerzo por debajo del cual no sucede la falla. Para ciertas aplicaciones, los ciclos se acumulan con tal rapidez que este resulta el único enfoque posible. Un diente de un engranaje atraviesa por un ciclo cada vez que entre en contacto con otro engranaje. Si gira a 4000 rpm, cada diente pasará por casi un cuarto de millón durante cada hora de aplicación.

Diseño para una vida segura: tomando las precauciones de diseño de tal forma que la falla de un componente específico no ocasiona una catástrofe. Después de la falla, puede reemplazarse el componente. En este enfoque se calcula una vida que causará que un pequeño porcentaje de las piezas empiecen a presentar grietas (por ejemplo una de cada 10.000).

Diseño tolerante al daño: supone que las piezas recién fabricadas ya pueden tener grietas. La vida de diseño se basa entonces en la vida de crecimiento de la grieta más grande que pudiera pasar inadvertida durante la inspección

2.2. Curva de fatiga S-N (resistencia a la fatiga- ciclos de esfuerzo)

Frecuentemente en ensayos de fatiga se determina experimentalmente el número de ciclos de esfuerzo (vida de fatiga) correspondiente a un determinado nivel de esfuerzo cíclico bajo ciertas condiciones de ensayo. Los resultados se grafican, obteniendo un diagrama llamado S-N. Figura 26. El empleo de papel logarítmico destaca el recodo o ángulo de la curva. Estos diagramas (S-N) pueden ser obtenidos tanto para pruebas de ensayos con probetas o para un elemento mecánico en particular.

En el caso de los aceros se presenta el quiebre y más allá de ese punto no ocurrirá falla. La resistencia correspondiente al quiebre se denomina límite de resistencia a la fatiga (S_c). Los metales no féreos y sus aleaciones no tienen límite de resistencia a la fatiga. Entre $N=1$ hasta $N=10^3$ se clasifica como: Fatiga de ciclo bajo. La fatiga de ciclo alto es la falla correspondiente a $N > 10^3$ ciclos. En el caso de los aceros la región de duración finita y la región de duración infinita se localiza entre 10^6 y 10^7 ciclos. El estudio de la falla por fatiga permite escoger el método o métodos a emplear para aumentar la resistencia.

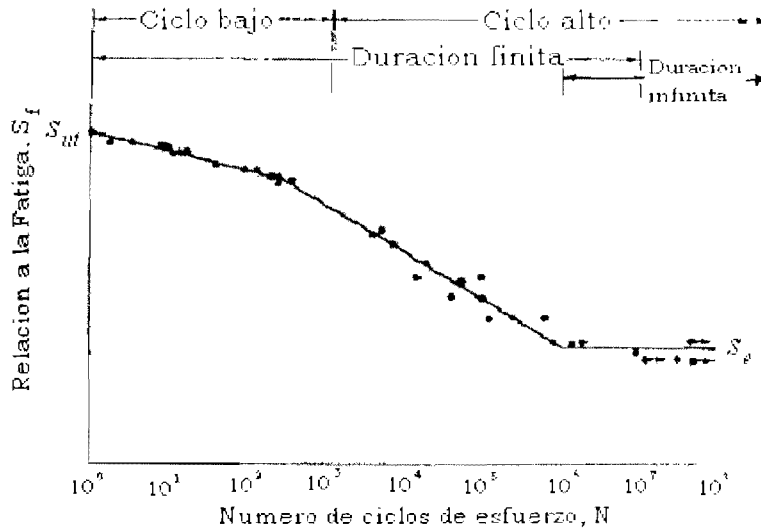


Figura 26. Diagrama S-N para un acero como resultado de pruebas de fatiga axial con inversión completa.

2.3. Limite de fatiga o limite de resistencia a la fatiga

Mischke, analizando muchos datos de pruebas reales concluyó que el limite de resistencia a la fatiga estaba relacionado en realidad con la resistencia a la tensión. En el caso de aceros, la relación es:

$$S'e = \left\{ \begin{array}{ll} 0.504 Sut & Sut \leq 200 \text{kpsi (1400 MPa)} \\ 100 \text{kpsi} & Sut > 200 \text{kpsi} \\ 700 \text{MPa} & Sut > 1400 \text{MPa} \end{array} \right\} \quad (4.13)$$

Sut → Resistencia última a la tensión

S'e → Limite de resistencia a la fatiga para una probeta de vejiga de rotación

Se → Limite de resistencia a la fatiga de un elemento de máquina particular.

2.4. Resistencia a la fatiga:

En el diagrama S - N (Figura) en la región de fatiga de ciclos bajos hasta $N = 10^3$ la ecuación de la recta: $Sf = aN^b$, que puede escribirse: $\log Sf = \log a + b \log N$ (4.14)

Esta recta cortará 10^6 ciclos en Se y 10^3 ciclos en $0.9 Sut$. Sustituyendo estos valores en 4.14, tenemos:

$$a = \frac{(0.9S_{ut})^2}{S_e} \quad ; \quad b = -\frac{1}{3} \log\left(\frac{S_{ut}}{S_e}\right) \quad (4.15)$$

Si se tiene un esfuerzo completamente invertido σ_a , el número de ciclos de duración N correspondiente puede determinarse de la ecuación (4.14), sustituyendo σ_u por S_f : $N = \left(\frac{\sigma_a}{a}\right)^{\frac{1}{b}}$ (4.16)

La constante a depende de las unidades que se usen. Las unidades MPa (N/mm^2) o kpsi son las más adecuadas para estas ecuaciones.

2.5. Factores que modifican el límite de resistencia a la fatiga

Marín, ha propuesto una serie de condiciones que afectan o modifican el límite de fatiga (S_y) de un elemento mecánico, y ha propuesto la ecuación: (4.17)

$S_e =$	k_a	k_b	k_c	k_d	k_e	S'_e
Límite de fatiga del elemento en estudio	Factor de superficie	Factor de tamaño	Factor de carga	Factor de temperatura	Factor de efectos diversos	Límite de fatiga de la muestra de viga rotatoria

Cuando no se dispone de ensayos de resistencia a la fatiga las estimaciones se hacen aplicando los factores de Marín, como sigue:

- Factor de Superficie (k_a).

La superficie de la probeta de la viga rotatoria es perfectamente pulida. Los factores de modificación dependen de la calidad del acabado y de la resistencia a la tensión. Una fórmula propuesta para diversos acabados:

$K_a = a S_{ut}^b$ (4.18); en donde S_{ut} = Resistencia última a la tensión y a y b depende del acabado superficial como lo muestra la tabla 4.1.

Tabla 4.1 Parámetros a y b para el cálculo del factor de superficie.

Acabado superficial	a		B
	Mpa	kpsi	
Esmerilado	1.58	1.34	-0.086
Maquinado o estirado en frío	4.45	2.67	-0.0265
Laminado en caliente	56.1	14.5	-0.0719

Como sale de forja	2.71	39.8	0.095
--------------------	------	------	-------

- Factor de tamaño (k_b). Para carga axial no existe el efecto de tamaño, o sea que $k_b = 1$. En el caso de flexión y torsión:

$$k_b \left\{ \begin{array}{ll} \left(\frac{d}{0.3} \right)^{-0.107} & 0.11 \leq d \leq 2 \text{ pulg} \\ \left(\frac{d}{7.62} \right)^{-0.107} & 2.79 \leq d \leq 51 \text{ mm} \end{array} \right\} \quad (4.19)$$

Para tamaños mayores se varía de 0.60 a 0.75 en flexión y torsión.

Cuando se utilizan secciones no circulares se utilizan el método de la dimensión efectiva (d_e), que se obtiene al igualar el volumen del material sometido a esfuerzo igual o superior a 95% del esfuerzo máximo con el mismo volumen en la probeta de viga rotatoria. Dependiendo de la sección se tienen diferentes diámetros equivalentes:

- Para una sección redonda, con flexión rotativa o torsión: $d_e = d$
- Para una sección redonda, con flexión no rotativa: $d_e = 0.37d$.
- Para una sección rectangular, con flexión no rotativa: $d_e = 0.808 (bh)^{1/2}$

- Factor de carga (k_c).

$$k_c = \begin{cases} 0.923 & \text{carga axial} & S_{ut} \leq 220 \text{ kpsi (1520MPa)} \\ 1 & \text{carga axial} & S_{ut} > 220 \text{ kpsi (1520 MPa)} \\ 1 & \text{flexión} & \\ 0.577 & \text{torsión y cortante} & \end{cases}$$

- Factor de Temperatura (k_d). Es siempre importante investigar la relación entre la temperatura de operación y la temperatura debido a que la resistencia de fluencia disminuye con rapidez con la temperatura. Cuando se conoce el límite de resistencia a la fatiga de una viga rotatoria a la temperatura del lugar de trabajo (S_{RT}), se calcule $k_d = S_T/S_{RT}$, en donde $S_T =$ Resistencia a la tensión a la temperatura de operación. Las piezas que funcionan a temperaturas elevadas pueden fallar por fluencia o por fatiga, o debido a una combinación de ambas. Además, se puede dar lugar a la corrosión durante el funcionamiento a elevada

temperatura, originando una disminución en la resistencia a la fatiga del material.

- Factor de efectos diversos (k_e). Se debe tener en cuenta que hay otros factores que reducen el límite de resistencia a la fatiga o lo mejoran.

Hay operaciones como el graneado con perdigones, martillado y laminado en frío, que originan esfuerzos de compresión en la superficie de la pieza y ayudan en gran medida a mejorar el límite de resistencia a la fatiga (S_e), si el material no es trabajado en exceso.

Corrosión. Se espera que máquinas que funcionan en ambientes corrosivos, ocurra una disminución del límite de resistencia a la fatiga (S_e). El problema no es sencillo, pues la corrosión y los esfuerzos repetidos se producen en forma simultánea. El problema del diseñador es intentar minimizar los factores que afectan la duración a la fatiga.

Los recubrimientos metálicos, como los procesos de cromado, niquelado o camizado reducen el (S_e) hasta en un 50%. El galvanizado (revestimiento con zinc) no afecta la resistencia a la fatiga.

Concentración del esfuerzo. En fatiga este factor es dado por la ecuación:

$$k_f = 1 + q (k_t - 1) \quad (4.20)$$

q : sensibilidad de la muesca o sensibilidad a irregularidades (para aceros entre 0 y 1; siendo 0.75 un valor comúnmente utilizado).

k_t : factor de concentración de esfuerzo.

Como factor de reducción de la resistencia a la fatiga, se utiliza el enfoque: $k_e = 1 / 1k_f$ (4.21).

2.6. Esfuerzos fluctuantes

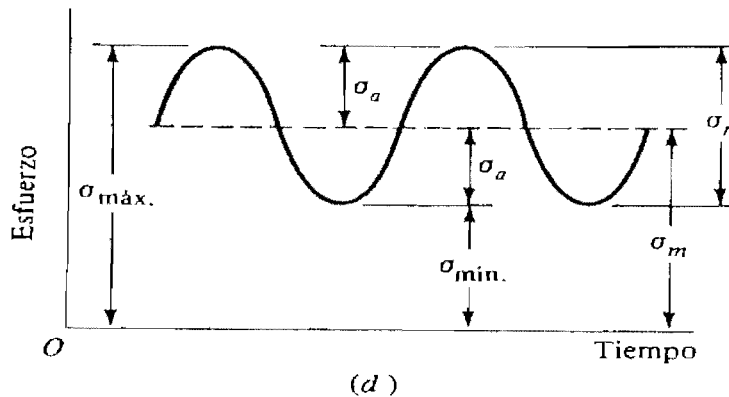


Figura 27. Esfuerzo fluctuante senoidal

En general un esfuerzo fluctuante uniaxial de fatiga de amplitud constante varía con el tiempo como lo muestra la figura 27.

- Ciclo de esfuerzo: el segmento más pequeño de la función esfuerzo - tiempo el cual se repite periódicamente.
- Esfuerzo máximo ($\sigma_{\text{máx}}$): esfuerzo algebraico mayor en un ciclo de esfuerzo. Un esfuerzo de tensión se considera positivo y una de compresión negativo.
- Esfuerzo mínimo ($\sigma_{\text{mín}}$): esfuerzo algebraico menor en un ciclo de esfuerzo.
- Esfuerzo medio (σ_m): promedio algebraico del esfuerzo máximo y el esfuerzo mínimo en un ciclo de esfuerzo.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\text{máx}} + \sigma_{\text{mín}}}{2} \quad (4.22)$$

- Amplitud del esfuerzo (σ_a): mitad de la diferencia algebraica en el esfuerzo máximo y el esfuerzo mínimo en un ciclo de

$$\text{esfuerzo. } \sigma_a = \frac{\sigma_{\text{máx}} - \sigma_{\text{mín}}}{2} \quad (4.23)$$

- Intervalo de esfuerzo (σ_r): diferencia algebraica entre el esfuerzo máximo y el esfuerzo mínimo en un ciclo de esfuerzo. $\sigma_r = \sigma_{\text{máx}} - \sigma_{\text{mín}}$.
- Relación de esfuerzo (R): Relación algebraica entre el esfuerzo mínimo y el esfuerzo máximo. $R = \sigma_{\text{mín}} / \sigma_{\text{máx}}$.
- Cuando $\sigma_m = 0$, el esfuerzo es de fatiga alterno puro o de inversión completa y de tracción pulsante cuando $\sigma_{\text{mín}} = 0$ y $\sigma_{\text{máx}} = \sigma_r$

- Vida de fatiga (N): Número de ciclos de esfuerzo o de deformación requerido para causar una falla por fatiga, sea por fractura o por crecimiento de una grieta.

2.7. Resistencia a la fatiga en el caso de cargas variables

Primordialmente la resistencia a la fatiga en laboratorio se establece para ciclo de esfuerzo alterno puro, esto es esfuerzo medio igual a cero ($\sigma_m = 0$). En la práctica se encuentran aplicaciones en las cuales se tiene presente un esfuerzo medio superpuesto al esfuerzo alterno. En la Figura , se presentan cuatro criterios de falla: de Goodman modificado, de Soderberg, de fluencia y de Gerber. Así mismo, en el eje de esfuerzos medio se muestra el punto de resistencia a la fluencia a la fluencia a la tensión (S_{yt}) y de la resistencia última a la tensión (S_{ut})

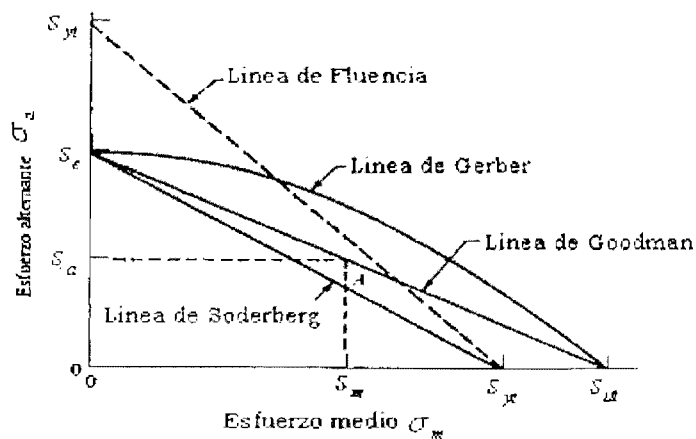


Figura 28. Diagrama de fatiga para cuatro criterios de falla

Se ha encontrado experimentalmente que al aumentar un esfuerzo medio de tracción, disminuye la resistencia a la fatiga en términos de la amplitud de esfuerzos.

Varias relaciones se han propuesto para estimar la resistencia a la fatiga correspondiente a un determinado esfuerzo medio con base en la resistencia a la fatiga para esfuerzo medio igual a cero para un mismo número de ciclos de vida. En la figura..... cuatro criterios de falla, pueden expresarse en forma de ecuaciones, que para el caso de las teorías lineales es una recta en forma de intersecciones, o sea: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

Estas ecuaciones son:

Relación de Solderberg:

$$\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_{yt}} = 1 \quad \left| \quad \frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{yt}} = \frac{1}{n} \right.$$

Relación de Goodman:

$$\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_{ut}} = 1 \quad \left| \quad \frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n} \right.$$

Relación de la línea de fluencia:

$$\frac{S_a}{S_{yt}} + \frac{S_m}{S_{yt}} = 1 \quad \left| \quad \frac{n_{oa} \sigma_a}{S_{yt}} + \frac{\sigma_m}{S_{yt}} = \frac{1}{n} \quad \frac{n_{ia} \sigma_a}{S_{yt}} + \frac{\sigma_m}{S_{yt}} = \frac{1}{n} \right.$$

Relación de Gerber:

$$\frac{S_a}{S_e} + \left(\frac{S_m}{S_{ut}} \right)^2 = 1 \quad \left| \quad \frac{n \sigma_a}{S_e} + \left(\frac{n \sigma_m}{S_{ut}} \right)^2 = 1 \right.$$

MODELO 1. Una varilla ha sido construida de latón amarillo duro UNS C27000, con una resistencia de fluencia de 310 MPa. Para cada estado de esfuerzo que se indica, evalúe el factor de seguridad mediante la teoría del esfuerzo normal máximo (TENM), la teoría del esfuerzo cortante máximo (TECM) y la teoría de la energía de distorsión (TEDD).

- a) $\sigma_x = 70 \text{ MPa}$, $\sigma_y = 30 \text{ MPa}$
- b) $\sigma_x = 70 \text{ MPa}$, $\tau_{xy} = 30 \text{ MPa}$ (s.r)
- c) $\sigma_x = -10 \text{ MPa}$, $\sigma_y = -60 \text{ MPa}$, $\tau_{xy} = 30 \text{ MPa}$ (s.c.r)
- d) $\sigma_x = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_y = 20 \text{ MPa}$, $\tau_{xy} = 40 \text{ MPa}$ (s.r)

a) $\sigma_{m\acute{a}x} = 70 \text{ MPa}$ y $\tau_{m\acute{a}x} = 35 \text{ MPa}$

$$\sigma' = [(70)^2 - (70)(30) + (30)^2]^{1/2} = 60.8 \text{ MPa}$$

TENM: $n = 310/70 = 4.43$

TECM: $n = (310/2)/35 = 4.43$

TEDD: $n = 310/60.8 = 5.1$

b) $\sigma' = 81.1 \text{ MPa}$, $\sigma^2 = 11.1 \text{ MPa}$, $\sigma_{m\acute{a}x} = 81.1 \text{ MPa}$ y $\tau_{m\acute{a}x} = 46.1 \text{ MPa}$

$$\sigma' = [81.1)^2 - (81.1)(-11.1) + (-11.1)^2]^{1/2}$$

$$\sigma' = 87.2 \text{ MPa}$$

$$\text{TENM: } n = 310/81.1 = 3.82$$

$$\text{TECM: } n = (310/2)/46.1 = 3.36$$

$$\text{TEDD: } n = 310/87.2 = 3.55$$

c) $\sigma' = 4.1 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = -74.1 \text{ MPa}$, $\sigma_{\text{m}\acute{\text{a}}\text{x}} = -74.1 \text{ MPa}$ y

$$\tau_{\text{m}\acute{\text{a}}\text{x}} = 39.1 \text{ MPa}$$

$$\sigma' = [(4.1)^2 - (4.1)(-74.1) + (-74.1)^2]^{1/2}$$

$$\sigma' = 76.2 \text{ MPa}$$

$$\text{TENM: } n = 310/74.1 = 4.18$$

$$\text{TECM: } n = (310/2)/39.1 = 3.96$$

$$\text{TEDD: } n = 310/76.2 = 4.07$$

d) $\sigma' = 77.7 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = -7.7 \text{ MPa}$, $\sigma_{\text{m}\acute{\text{a}}\text{x}} = 77.7 \text{ MPa}$ y $\tau_{\text{m}\acute{\text{a}}\text{x}} = 42.7 \text{ MPa}$

$$\sigma' = [(77.7)^2 - (77.7)(-7.7) + (-7.7)^2]^{1/2}$$

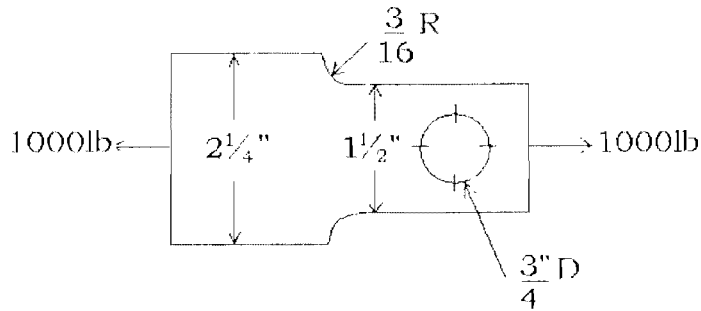
$$\sigma' = 81.8 \text{ MPa}$$

$$\text{TENM: } n = 310/77.7 = 3.99$$

$$\text{TECM: } n = (310/2)/4.27 = 3.63$$

$$\text{TEDD: } n = 310/81.8 = 3.79$$

MODELO 2. La barra mostrada en la figura fue construida en acero UNS G10350 estirado en frio ($S_y = 67000 \text{ psi}$, $S_u = 80.000 \text{ psi}$), de $\frac{1}{4}$ de pulgada de espesor. La carga axial que se indica se invierte por completo alternativamente. Si se quiere vida infinita calcular el factor de seguridad con el cual está trabjando la barra.



Se tiene:

- ❖ Esfuerzos completamente alternos.
- ❖ Carga simple
- ❖ Sección transversal no circular
- ❖ Vida infinita

Se presentan dos puntos críticos: cambio de sección y en el agujero.

1. Cambio de sección:

Se trata de esfuerzos completamente alternos σ_a

$$\sigma_a = \frac{1000\text{lb}}{(1.5")(0.25")} = 2667\text{psi}$$

Límite de resistencia a la fatiga (S_e):

$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e S'_e$

➤ k_a : Factor de superficie

$$k_a = a S_{ut}^b \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Tabla 4-1: estirado en frío} \\ a = 2.67 \text{ kpsi} \\ b = -0.265 \\ S_{ut} = 80 \text{ kpsi} \end{array} \right.$$

$$k_a = a S_{ut}^b = 0.845$$

➤ k_b = Factor de tamaño: para carga axial no existe el efecto de tamaño y se considera $k_b=1$

➤ k_c = Factor de carga. Carga axial con $S_{ut} \leq 220 \text{ kpsi}$, $k_c = 0.923$

- k_d = Factor de temperatura. No se dice nada
- k_e = Factor de efectos diversos. Anexo 2 (barra rectangular sometida a tensión simple):

$$\frac{D}{d} = \frac{2.25''}{1.5''} = 1.5 ; \quad \frac{r}{d} = \frac{3/16''}{1.5''} = 0.125$$

$$k_t = 1.95$$

$$k_f = 1 + q (K_t - 1) = 1 + 0.75(1.95 - 1)$$

$$k_f = 1.713$$

$$k_e = \frac{1}{k_f} = \frac{1}{1.779}$$

$$k_e = 0.583$$

Por lo tanto :

$$S_e = 0.845 \times 0.923 \times 0.9 \times 0.583 \times S'_e$$

$$S'_e = 0.504 S_{ut}, \text{ si } S_{ut} \leq 200 \text{ kpsi}$$

$$S'_e = 0.504 \times 80 \times 10^3 \text{ psi} = 40320 \text{ psi}$$

$$\text{Entonces: } S_e = 16500 \text{ psi}$$

Por lo tanto: $n = \frac{16500}{2667} = 6.18$ (factor de seguridad para el cambio de sección).

2. En el agujero

$$\sigma_a = \frac{F}{A} = \frac{1000 \text{ lb}}{(1.5'')(0.25'') - (0.75'')(0.25'')} = 5333 \text{ psi}$$

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e S'_e$$

- k_a : $k_a = 0.845$ (estirado en frío)

- $k_b = 1$ (carga axial: utilizando el concepto que no existe el efecto de tamaño).

- $k_c = 0.923$ (carga axial con $S_{ut} \leq 220 \text{ psi}$)

- $k_d = 1$ (no se dice nada)

- k_e : $\frac{d}{w} = \frac{0.75}{1.5} = 0.5 ; k_t = 2.18$

$$k_f = 1 + q (K_t - 1) = 1 + 0.75 (2.18 - 1)$$

$$k_f = 1.885$$

$$k_e = 0.53$$

$S_e = 0.845 \times 0.923 \times 0.53 \times 40320 \text{ psi} = 16666 \text{ psi}$, por lo tanto:

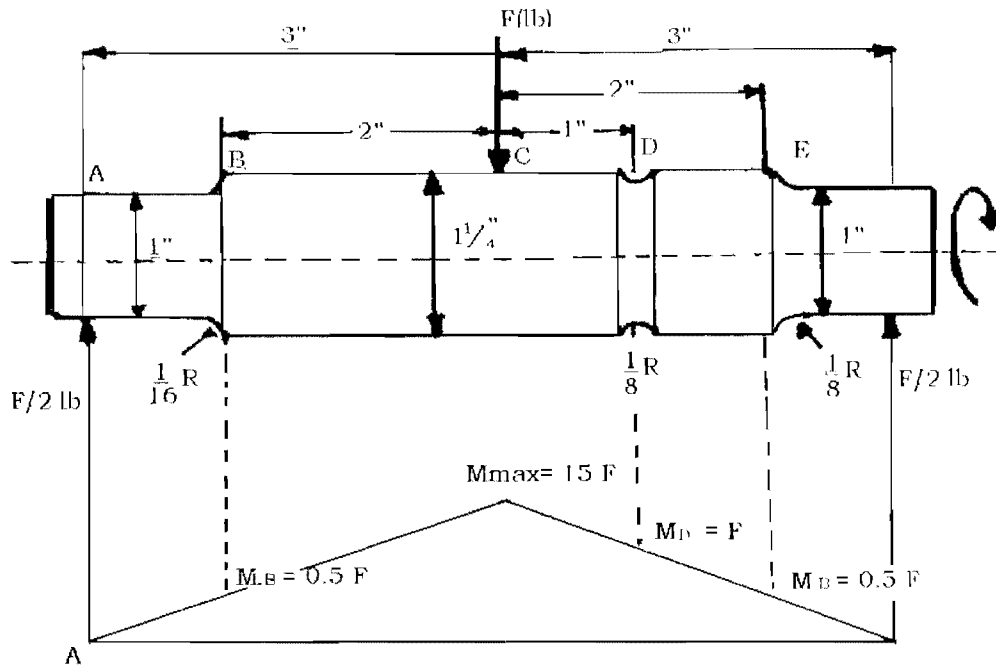
$$n = \frac{16666 \text{ psi}}{5333 \text{ psi}}$$

$n = 3.12$, que es el factor de seguridad con la cual trabaja la barra.

MODELO 3. El eje mostrado en la figura rota a alta velocidad mientras la carga que actúa sobre éste permanece estática. El eje es maquinado a partir de un acero AISI 1040 ($S_u = 90.000 \text{ psi}$, $S_y = 60.000 \text{ psi}$). Si la fuerza F es lo suficientemente grande para producir falla por fatiga, donde ocurrirá esa falla y cual deberá ser el valor de F para evitarla.

Se trata de un eje con carga simple, esfuerzos completamente alternos y con sección transversal circular. Si no se considera el efecto de las fuerzas cortantes, la única carga presente sobre el eje es el momento flector, cuyo diagrama se muestra en la parte inferior de la figura.

La sección crítica del eje será aquella donde la relación S_e/σ_a sea menor. Las posibles secciones críticas o donde probablemente ocurra una falla son las secciones B, C, D y E.



Sección B:

$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e (0.504 S_{ut})$

▪ $k_a = 2.70 \text{ psi } (90 \text{ k psi})^{-0.265} = 0.82$ (Tabla 4.1 para un eje maquinado)

▪ $k_b = \left(\frac{d}{0.3} \right)^{-0.1133} = 0.87$; para $d = 1.0$ pulg.

▪ $k_c = 1.0$ (flexión)

▪ $k_d = 1.0$ (no se dice nada)

▪ k_e : = tratándose de carga simple es preferible tomar el factor modificativo por concentración de esfuerzos como reductor de resistencia y no como amplificador de esfuerzos.

$\frac{D}{d} = \frac{1.25}{1} = 1.25$; $\frac{r}{d} = \frac{0.0625}{1} = 0.0625$; $\rightarrow k_t = 1.9$ (Anexo 2)

$k_f = 1 + 0.75(1.9 - 1) = 1.675$, para $q = 0.75$; $k_e = \frac{1}{k_f} = 0.6$

$S_e = 0.82 \times 0.87 \times 0.6 \times 0.504 \times 90 \times 10^3 \text{ psi} = 19416 \text{ psi}$

$$\sigma_a = \frac{M}{Z} = \frac{0.5Fx32}{\pi(1'')^3} = 5.09F$$

$$n = \frac{Se}{\sigma_a} = 38146/F$$

Sección por C:

$$k_a = 0.82$$

$$k_b = 0.85$$

$$k_c = k_d = 1.0$$

$$k_d = 1.0$$

$$k_e = 1.0$$

Entonces:

$$Se = 0.82 \times 0.85 \times 0.504 \times 90 \times 10^3 \text{psi} = 31616 \text{psi}$$

$$\sigma_a = \frac{1.5Fx32}{\pi(1.25')^3} = 7.82F$$

$$n = \frac{Se}{\sigma_a} = \frac{31616}{7.82F} = 4043/F$$

Sección por D:

$$k_a = 0.82$$

$$k_b = \left(\frac{d}{0.3} \right)^{-0.1133} = \left(\frac{1}{0.3} \right)^{-0.1133} = 0.87$$

$$k_c = k_d = 1.0$$

$$\frac{D}{d} = \frac{1.25''}{1''} = 1.25; \frac{r}{d} = \frac{0.125''}{1''} = 0.125; k_f = 1.7 \text{ (Anexo 2)}$$

$$k_f = 1 + 0.75(1.7 - 1) = 1.525$$

$$k_e = 0.66$$

$$Se = 0.82 \times 0.87 \times 0.66 \times 0.504 \times 90 \times 10^3 \text{psi} = 21357 \text{psi}$$

$$\sigma_a = \frac{32(F)}{\pi(1.0')^3} = 10.18F$$

$$n = \frac{21357}{10.18F} = 2098/F$$

Sección por E:

$$k_a = 0.82$$

$$k_b = \left(\frac{1.25}{0.3} \right)^{-0.1133} = 0.85$$

$$k_c = K_d = 1.0$$

$$k_e: \frac{D}{d} = \frac{1.25}{1} = 1.25; \frac{r}{d} = \frac{0.125}{1} = 0.125, (\text{Anexo 2}) \Rightarrow k_f = 1.54$$

$$k_f = 1 + 0.75(1.54-1) = 1.405; \quad k_e = 0.71$$

$$S_e = 0.82 \times 0.85 \times 0.71 \times 0.504 \times 90 \times 10^3 \text{psi} = 22447 \text{psi}$$

$$n = \frac{S_e}{\sigma_a}; \quad \sigma_a = \frac{32 \times 0.5F}{\pi(1)^3} = 5.09F$$

$$n = \frac{22447}{5.09F} = 4410/F$$

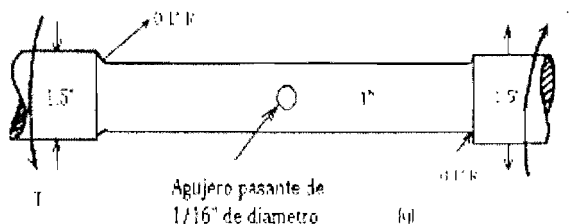
El análisis anterior muestra que si el eje fallara por fatiga, ocurriría por la sección D. La carga máxima que se puede aplicar para que no ocurra falla por fatiga sería:

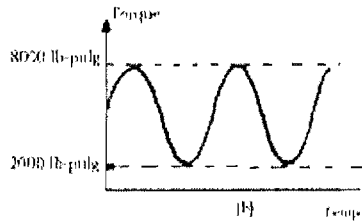
$$\sigma_a \leq S_e$$

$$10.18 F \leq 21357$$

$$F \leq 2098 \text{ lb}$$

MODELO 4. El eje mostrado en la figura (a) es sometido a la fluctuación de torque indicada en la figura (b). El material del eje es acero con $S_y = 135 \text{ kpsi}$ y $S_u = 152 \text{ kpsi}$. La superficie del eje es acabada por rectificado comercial. Determinar el factor de seguridad con el cual trabaja el eje si requiere vida de 50×10^3 ciclos.





Se trata de carga simple con esfuerzos alternos y medios y vida finita. Aunque el problema es de vida finita, esta se puede determinar como si el problema fuera de vida infinita. Se debe determinar primero la sección crítica.

Cambios de sección:

Se: $k_a k_b k_c k_d k_e = 0.504 \times 152000 \text{ psi}$

$k_a = 1.34 (152)^{-0.085} = 0.874$ (esmerilado)

$k_b = \left(\frac{1''}{0.3}\right)^{-0.1133} = 0.872$

$k_c = 0.577$ (torsión)

$k_d = 1.0$ (no se dice nada)

$k_e : \frac{D}{d} = \frac{1.5''}{1''} = 1.5 ; \quad r = \frac{0.1''}{1''} = 0.1; \text{ Figura A-15-8} \rightarrow k_f = 1.45 ;$

$q = 0.75$

$k_f = 1 + 0.75 (1.45 - 1) = 1.34$

$k_e = 0.746$

Se = $0.874 \times 0.872 \times 0.577 \times 0.746 \times 0.504 \times 152000 \text{ psi}$

❖ Se = 25131 psi

Las cargas serían:

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{T_{\text{máx}} \times d/2}{\frac{\pi d^4}{32}} = \frac{16 \times 8000 (\text{lb-pulg})}{\pi (1'')^3} = 40744 \text{ psi}$$

$$\tau_{\text{mín}} = \frac{T_{\text{mín}} \times 16}{\pi (1'')^3} = \frac{16 \times 2000 (\text{lb-pulg})}{\pi (1'')^3} = 10186 \text{ psi}$$

Por lo tanto: $\tau_m = \frac{\tau_{\text{máx}} + \tau_{\text{mín}}}{2} = 25465 \text{ psi}$

$$\tau_a = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{2} = 15279 \text{ psi}$$

Para vida infinita y utilizando la relación de Goodman

modificada: $\frac{1}{n} = \frac{\tau_a}{S_e} + \frac{\tau_m}{S_{ut}}$

$$\frac{1}{n} = \frac{15279 \text{ psi}}{23245 \text{ psi}} + \frac{25465 \text{ psi}}{152000 \text{ psi}} \implies n = 1.21$$

En el agujero:

- $k_a = 0.874$ (rectificación comercial para todo el material)
- $k_b = 0.872$ (también $d = 1''$)
- $k_c = 0.577$ (eje sometido a fluctuaciones del torque)
- $k_d = 1.0$ (no se dice nada)
- $k_e: \frac{a}{d} = \frac{0.0625''}{1''} = 0.0625$; $\frac{d}{D} = 0$ (barra maciza)

$$k_{ts} = 1.74. \text{ (Anexo 2)}$$

$$\text{Para } r = \frac{0.0625''}{2} = 0.03'' \text{ , } q = 0.75$$

$$k_f = 1 + 0.75(1.74 - 1) = 1.555$$

$$k_e = 0.64$$

Entonces: $S_e = 0.874 \times 0.872 \times 0.577 \times 0.64 \times 0.504 \times 152 \text{ kpsi}$

$$S_e = 21560 \text{ psi}$$

Cálculo de cargas:

$$\tau_{\max} = \frac{T D / 2}{J_{\text{neto}}} = \frac{8.000 \text{ lb-pulg} \times 0.5 \text{ pulg} \times 32}{\pi \times 0.94 [(1'')^4 - 0]} = 43344 \text{ psi}$$

$$\tau_{\max} = \frac{T r}{J_{\text{neto}}}$$

$$J_{\text{neto}} = \pi A (D^4 - d^4) / 32; \text{ entonces } \tau_{\max} = \frac{8000 \cdot 0.5}{\pi \cdot 0.94 [(1'')^4 - 0]} = 43344 \text{ psi}$$

$$\tau_{\min} = \frac{2000 \text{ lb-pulg} \times 0.5 \text{ pulg}}{0.09 \text{ pulg}^4} = 10836 \text{ psi}$$

$$\text{Por lo tanto: } T_m = \frac{43344 \text{ psi} + 10836 \text{ psi}}{2} = 27090 \text{ psi}$$



$$T_a = 16254 \text{ psi}$$

Para vida infinita:

$$\frac{1}{n} = \frac{16254}{19674} + \frac{27090}{152000}$$

$n = 1.0$, lo que muestra que la sección crítica es el agujero.

Vida finita para el agujero:

$$S_f = aN^b \implies a = \frac{(0.9S_{ut})^2}{S_e} = \frac{[0.9(152.000)]^2}{19674 \text{ psi}} \text{ psi}^2 = 951.2 \text{ psi}$$

$$b = -\frac{1}{3} \log \frac{0.9S_{ut}}{S_e} = -0.28$$

$$S_f = 951.2 (50.000)^{-0.28} = 45.98 \text{ kpsi}$$

$$\text{Así: } \frac{1}{n} = \frac{T_a}{S_f} + \frac{T_m}{S_u}$$

$$\frac{1}{n} = \frac{16254}{45980} + \frac{27090}{152.000}$$

$$n = 1.9 \longleftarrow$$

PROBLEMAS

1. Una barra laminada en caliente tiene una resistencia de fluencia mínima en tensión y en compresión de 44 Kpsi. Determine los factores de seguridad de cada teoría de falla aplicable, en relación con los estados de esfuerzo dados.

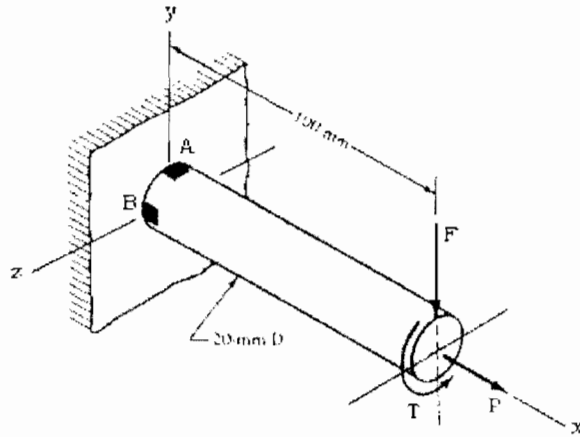
- $\sigma_x = 10 \text{ kpsi}$, $\sigma_y = -5 \text{ kpsi}$
- $\sigma_x = 12 \text{ kpsi}$, $\tau_{xy} = 3 \text{ kpsi}$ (s.c.r)
- $\sigma_x = 4 \text{ kpsi}$, $\sigma_y = -9 \text{ kpsi}$, $\tau_{xy} = 1 \text{ kpsi}$ (s.r.)
- $\sigma_x = 9 \text{ kpsi}$, $\sigma_y = 4 \text{ kpsi}$, $\tau_{xy} = 1 \text{ kpsi}$ (s.r)
- $\sigma_x = 15 \text{ kpsi}$, $\tau_{xy} = 5 \text{ kpsi}$ (s.c.r.)

2. Una barra tiene una resistencia a la fluencia $S_y = 390 \text{ MPa}$. Determine los factores de seguridad de cada teoría de falla aplicable para:

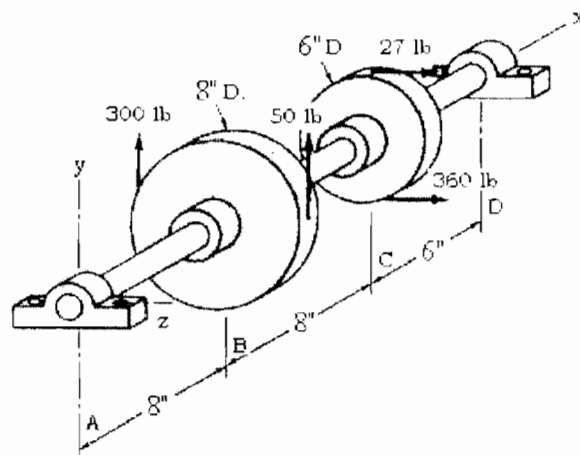
- $\sigma_y = 80 \text{ MPa}$, $\tau_{xy} = 120 \text{ MPa}$ (s.c.r.)

- b) $\sigma_x = 180 \text{ MPa}$, $\sigma_y = 180 \text{ MPa}$
- c) $\sigma_x = 140 \text{ MPa}$, $\tau_{xy} = 80 \text{ MPa}$ (s.r.)
- d) $\tau_{xy} = 150 \text{ MPa}$

3. Determine los factores de seguridad, con base en la teoría de la Energía de distorsión (TEDD), para los elementos de esfuerzo en A y B mostrados en la barra de la figura. La barra es de acero AISI1006 estirado en frío y en ella actúan las cargas $F = 0.60 \text{ kN}$, $P = 7.5 \text{ kN}$ y $T = 35 \text{ N}\cdot\text{m}$



4. La figura muestra un eje de transmisión apoyado en los cojinetes A y D con poleas en B y en C. Las tensiones en las bandas son mostradas en la figura y representan las fuerzas que actúan sobre las poleas. El material del eje es un hierro fundido ASTM de grado 25. Si $n = 2.8$, ¿qué diámetro debe tener el eje?



5. Si se vuelve a diseñar el eje del problemas anterior, reduciendo a la mitad su longitud y se conservan las demás especificaciones, cuál es el diámetro del nuevo eje.

CAPITULO V. EJES DE TRANSMISION

1. INTRODUCCION

Los ejes, árboles y husos son elementos que se usan indistintamente en las máquinas y pueden estar sometidos a cargas de tensión, compresión, flexión y torsión o a una combinación de ellas.

Los ejes o flechas se encuentran en todo tipo de maquinaria y equipo mecánico. La mayoría de ellos están sometidos a cargas variables de flexión y torsión combinadas con secciones críticas de concentración de esfuerzos, consistiendo su diseño en un problema de carga por fatiga. La velocidad de trabajo normal de un eje no debe ser cercana a una velocidad crítica, pues se generarían grandes variaciones. La geometría de un eje, es por lo general un eje escalonado en donde las poleas, cojinetes y engranajes se deben posicionar con precisión y se tiene que prever que allí se presentarán cargas de empuje.

Se debe tener en cuenta que un análisis de esfuerzos en un punto específico de un eje se hace sólo mediante la geometría del eje en ese punto sin requerirse la geometría de todo el eje; por lo general, en el diseño de ejes se localizan las áreas críticas y se dimensionan cumpliendo los requisitos de resistencia. Calcular un eje es determinar, conocido el material, el diámetro adecuado teniendo en cuenta los análisis de esfuerzo y deformación y las teorías de falla aplicables.

2. DEFINICIONES

Eje móvil o simplemente eje: es un elemento rotatorio generalmente de sección transversal circular cuya función es transmitir movimiento y potencia. Permite la rotación de dispositivos como, engranajes, poleas, volantes, manivelas, ruedas, etc.

Eje fijo: es un elemento estático (no rotatorio) que no transmite movimientos y que se utiliza para sostener piezas rotatorias como ruedas, poleas, rodillos y otros elementos.

Arbol: sometido primordialmente a torsión generalmente transmiten potencia con poleas, engranajes, levas o cadenas y por tanto se ven afectados también por la flexión. El árbol de levas y el cardán son ejemplos típicos.

Husillo: un eje móvil corto y delgado, que sostiene directamente una herramienta para realizar trabajo, como el caso de los husos portabrocas en un taladro o un torno o el husillo que soporta la fresa en una fresadora.

Siempre que sea posible los engranajes y las poleas deben mantenerse cerca de los cojinetes de soporte, con el fin de reducir el movimiento flexionante y por lo tanto reducir la flecha o deflexión y el esfuerzo por flexión.

Los ejes móviles, por lo general, se acoplan a los elementos giratorios mediante el ensamble, chaveta - chavetero, el cual consta de una cuña o chaveta que entra tanto en el eje como en la pieza a acopiar. Otros casos donde el problema es transmitir momento de torsión, se puede usar: tornillos de fijación (opresores o prisionero) pasadores, conectores rasurados.

3. DISEÑO PARA CARGAS ESTATICAS

Cuando las cargas son estáticas la determinación de las dimensiones de un eje es un problema mucho mas simple que cuando las cargas son dinámicas. Los esfuerzos en la superficie de un eje redondo macizo de diámetro d , que se somete a cargas de flexión, axiales y de torsión son:

Esfuerzo de flexión

(Las componentes de σ_x pueden ser + o - según el punto escogido para el análisis)

$$\sigma_x = \frac{32M}{\pi d^3} + \frac{4F}{\pi d^2} \quad (5.1)$$

Esfuerzo de torsión:

$$\tau_{xy} = \frac{16T}{\pi d^3} \quad (5.2)$$

Utilizando el círculo de Mohr puede demostrarse que los dos esfuerzos principales no nulos son:

$$\sigma_A, \sigma_B = \frac{\sigma_x}{2} \pm \left[\left(\frac{\sigma_x}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2} \quad (5.3)$$

Estos esfuerzos pueden combinarse para obtener el esfuerzo cortante máximo $\tau_{\text{máx}}$ y el esfuerzo de von Mises σ' , obteniendo:

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{\sigma_A - \sigma_B}{2} = \left[\left(\frac{\sigma_x}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2} \quad (5.4)$$

$$\sigma' = (\sigma_A^2 - \sigma_A \sigma_B + \sigma_B^2)^{1/2} = (\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2)^{1/2} \quad (5.5)$$

Reemplazando (5.1) y (5.2) en (5.3) y (5.5):

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{2}{\pi d^3} \left[(8M + Fd)^2 + (8T)^2 \right]^{1/2} \quad (5.6)$$

$$\sigma' = \frac{4}{\pi d^3} \left[(8M + Fd)^2 + 48T^2 \right]^{1/2} \quad (5.7)$$

Con (5.6) y (5.7) se puede hallar $\tau_{\text{máx}}$ o σ' cuando se da d o determinar d cuando se conoce el valor permisible de $\tau_{\text{máx}}$ o σ' .

Si el análisis o diseño se hace con base la teoría del esfuerzo cortante máximo, entonces:

$\tau_{\text{adm}} = \frac{S_{sy}}{n} = \frac{S_y}{2n}$; Con (5.6) y (5.7) se puede determinar n si se conoce d o hallar d si se conoce n .

Si el diseño se hace por la teoría de la energía de distorsión, el esfuerzo von Mises admisible: $\sigma'_{\text{adm}} = S_y/n$

En muchos casos la componente axial es nula o tan pequeña que puede ser despreciada.

- Teoría del esfuerzo cortante máximo (T.E.C.M.)

$$d = \left[\frac{32n}{\pi S_y} (M^2 + T^2)^{1/2} \right]^{1/3} \quad (5.8), \text{ si se establece } n$$

$$\frac{1}{n} = \frac{32}{\pi d^3 S_y} (M^2 + T^2)^{1/2} \quad (5.9), \text{ si se conoce } d$$

- **Teoría de la energía de distorsión (T.E.D.D.)**

$$d = \left[\frac{16n}{\pi S_y} (4M^2 + 3T^2)^{1/2} \right]^{1/3} \quad (5.10), \text{ si se asume } n$$

$$\frac{1}{n} = \frac{16}{\pi d^3 S_y} (4M^2 + 3T^2)^{1/2} \quad (5.11), \text{ si se conoce } d$$

4. DISEÑO POR FATIGA

En cualquier eje rotatorio cargado con momentos estacionarios de flexión y torsión actuarán esfuerzos por flexión completamente invertidos, permaneciendo estable el esfuerzo torsional. Esos esfuerzos se expresan:

$$\text{Esfuerzo alternante: } \sigma_{xa} = \frac{32M_a}{\pi d^3} \quad (5.12)$$

y esfuerzo medio o esfuerzo estable:

$$\tau_{xym} = \frac{16T_m}{\pi d^3} \quad (5.13)$$

Si se considera S_e como el límite de resistencia a la fatiga completamente corregido y n es el factor de seguridad:

$$\frac{S_e}{n} = \sigma_{xa} = \frac{32M_a}{\pi d^3} \quad (5.14)$$

Si utilizamos el criterio de George Sines que establece que τ_m no afecta el límite de fatiga a la flexión:

$$d = \left(\frac{32M_a n}{\pi S_e} \right)^{1/3} \quad (5.15)$$

Estos dos componentes de esfuerzo se pueden manipular utilizando el círculo de Mohr para cada una de ellas y aplicando la teoría del esfuerzo cortante o la teoría de la energía de distorsión con el fin de obtener valores equivalentes de σ_a y τ_m . Con estos valores puede seleccionarse una de las relaciones de falla que se muestra en el

Diagrama de fatiga (Teorías de falla bien conocidos: Línea Soderberg, línea Goodman, Curva Gerber, Curva Elíptica del código ASME, Curva de Bagci).

Con la teoría del esfuerzo cortante máximo (T.E.C.M) se pronostica el daño y con la teoría de la energía de distorsión (T.E.D.D.) se predice la resistencia.

Si se utiliza la T.E.C.M, las componentes a usar en el diagrama son:

$$\sigma_a = 2\tau_a \quad \text{y} \quad \sigma_m = 2\tau_m \quad (5.16)$$

Si se emplea la T.E.D.D. , los valores son:

$$\sigma_a = \sigma_{xa} \quad \text{y} \quad \sigma_m = \sqrt{3} \tau_{xym} \quad (5.17)$$

En ejes de transmisión es común que se encuentren sometido a una combinación de torsión constante y flexión alternante, se utilizan las siguientes expresiones:

$$n = \frac{\pi d^3}{16 \sqrt{\left(\frac{T}{S_{sy}}\right)^2 + \left(\frac{M}{S_{se}}\right)^2}} \quad (5.18)$$

Si se requiere diseñar d:

$$d = \left\{ \frac{16n}{\pi} \left[\left(\frac{T}{S_{sy}}\right)^2 + \left(\frac{M}{S_{se}}\right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3} \quad (5.19)$$

Para la T.E.C.M. donde $S_{sy} = 0.5 S_y$ y $S_{se} = 0.5 S_e$

$$d = \left\{ \frac{32n}{\pi} \left[\left(\frac{T}{S_y}\right)^2 + \left(\frac{M}{S_e}\right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3} \quad (5.20)$$

Si se emplea la T.E.D.D. $S_{sy} = 0.577 S_y$ y $S_{se} = 0.577 S_e$

$$d = \left\{ \frac{48n}{\pi} \left[\left(\frac{T}{S_y}\right)^2 + \left(\frac{M}{S_e}\right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3} \quad (5.21)$$

Para el caso general en que los esfuerzos por flexión y por torsión contienen una componente constante y una variable se aplica la T.E.C.M:

$$d = \left\{ \frac{32n}{\pi} \left[\left(\frac{T_a}{S_e} + \frac{T_m}{S_y} \right)^2 + \left(\frac{M_n}{S_e} + \frac{T_m}{S_y} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{3/4} \quad (5.22)$$

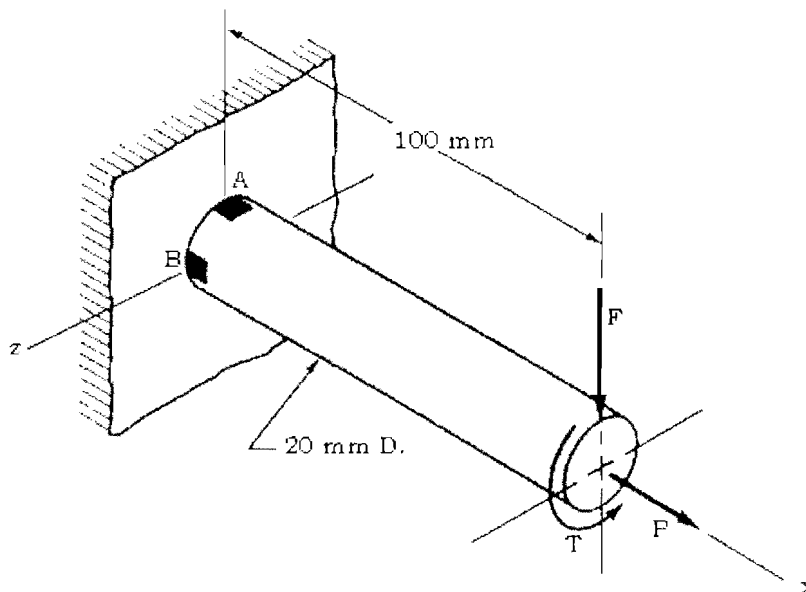
5. FORMULAS BASICAS DE LAS TEORIAS DE RESISTENCIA A LA FATIGA

TEORIA	FORMULA BASICA
Soderberg	$\frac{n\sigma_a}{S_e} + \frac{n\sigma_m}{S_y} = 1$ (a)
Goodman	$\frac{n\sigma_a}{S_e} + \frac{n\sigma_m}{S_{ut}} = 1$ (b)
Gerber	$\frac{n\sigma_a}{S_e} + \left(\frac{n\sigma_m}{S_{ut}} \right)^2 = 1$ (c)
Elíptica ASME	$\left(\frac{n\sigma_a}{S_e} \right)^2 + \left(\frac{n\sigma_m}{S_y} \right)^2 = 1$ (d)
Bagci	$\frac{n\sigma_a}{S_e} + \left(\frac{n\sigma_m}{S_y} \right)^4 = 1$ (e)
Fluencia (Langer)	$\frac{n}{S_y} (\sigma_a + \sigma_m) = 1$ (f)

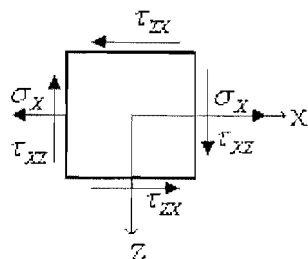
- (a) Considera la posibilidad de falla por fluencia, por lo tanto la Ec (f) no requiere ser usada.
- (b) No considera fluencia plástica, por lo tanto si se emplea este enfoque se usa (b) y (f)
- (c) Cuando ha de realizarse análisis de confiabilidad, se usa (c) y (f)
- (d) Se aplica sola. Pero se acostumbra comprobar la posibilidad de fluencia plástica en la Ec (f)
- (e) Se aplica sola.

MODELO 1.

Determinar los factores de seguridad para los elementos de esfuerzo en A y B del eje empotrado que se muestra en la figura, utilizando la teoría de la energía de distorsión. Este eje fue construido de acero UNS G10060 estirado en frío y en el actúan las siguientes cargas: $F = 0.55\text{KN}$, $P = 8.0\text{ KN}$ y $T = 30\text{ N.m}$.



Elemento A:



$$\sigma_x = \frac{M}{Z} + \frac{P}{A} \left\{ \begin{array}{l} Z = \frac{\pi d^3}{32} = 7.85 \times 10^{-7} \text{ m}^3 \\ A = \frac{\pi d^2}{4} = 3.14 \times 10^{-9} \text{ m}^2 \\ J = \frac{\pi d^4}{32} = 1.57 \times 10^{-8} \text{ m}^4 \end{array} \right.$$

$$\sigma_x = \frac{0.55\text{kN}(0.1\text{m})}{7.85 \times 10^{-7} \text{ m}^3} + \frac{8\text{kN}}{3.14 \times 10^{-9} \text{ m}^2}$$

$$\tau_{xz} = \frac{\tau_r}{J} = \frac{0.55\text{kN}(0.1\text{m})}{1.57 \times 10^{-8} \text{ m}^4} = 19.1 \text{ MPa(sr)}$$

En el círculo de Mohr: $\sigma_1 = 99.2\text{MPa}$ y $\sigma_2 = -3.68\text{MPa}$

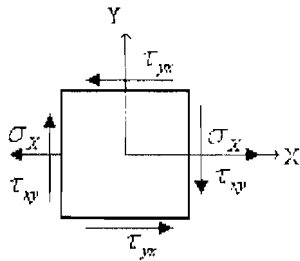
Utilizando la T.E.D.D. con $S_y = 280\text{MPa}$

$$= \sigma' \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2} = \sqrt{(99.2)^2 - (99.2)(-3.68) + (-3.68)^2} = 100.98\text{MPa}$$

$$n = \frac{S_y}{\sigma_1} = \frac{280 \text{ MPa}}{100.98 \text{ MPa}} = 2.8$$

Si se utiliza $S_{ut} = 330 \text{ MPa}$, $n = 3.27$

Elemento B:



$$\sigma_x = \frac{P}{A} = \frac{8.0 \text{ kN}}{3.14 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 25.48 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = \frac{Tr}{J} + \frac{4V}{3A} = \frac{30 \text{ N.m}(0.01 \text{ m})}{1.57 \times 10^{-8} \text{ m}^4} + \frac{4}{3} \frac{(0.55) \text{ kN}}{3.14 \times 10^{-4} \text{ m}^2}$$

$$\tau_{xy} = 2144 \text{ MPa (s.r)}$$

En el círculo de Mohr: $\sigma_1 = 37.68 \text{ MPa}$ y $\sigma_2 = -12.2 \text{ MPa}$

Utilizando la T.E.D.D. con $S_y = 280 \text{ MPa}$

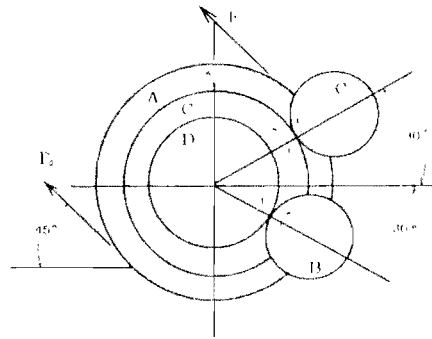
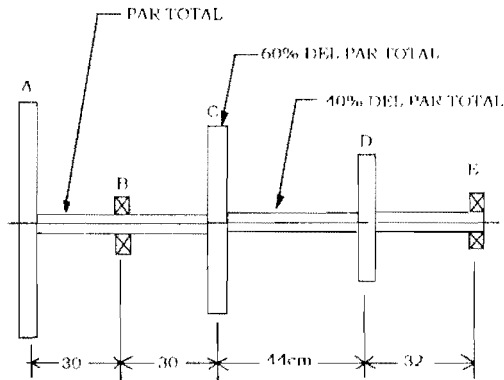
$$\sigma_1 = \sqrt{(37.68)^2 - (37.68)(-12.2) + (12.2)^2} = 45.03 \text{ MPa}$$

$$N = S_y / \sigma_1 = 6.22$$

Con $S_{ut} = 330 \text{ MPa}$ se obtiene $n = 7.33$

MODELO 2. Cálculo de un eje mediante el código asme

Un eje recibe una potencia de 36 HP a 400 RPM mediante una polea a de 50 cm de diámetro, desde arriba según un ángulo de 45° como lo indica la figura. El 60% de la potencia lo transmite por medio de un engranaje C de 40 cm de diámetro y el 40% restante mediante otro engranaje D de 30 cm de diámetro. Ambos engranajes tienen ángulo de presión 20°. En B y E existen rodamientos. El eje debe ser fabricado con un acero recocido de resistencia: $S_y = 3.000 \text{ kg/cm}^2$ y $S_u = 4.000 \text{ kg/cm}^2$, con chavetero en cada rueda dentada y polea. Determinar el diámetro del eje a la resistencia mecánica, aplicando el código ASME y usando $k_f = 1.5$ y $k_t = 1.5$



- Cálculo de los momentos de torsión

$$T_A = \frac{72574,65 \times 36 \text{HP}}{400 \text{RPM}} = 6531,71 \text{ kg cm}$$

$$T_C = \frac{72574,65 \times 0,6 \times 36 \text{HP}}{400 \text{RPM}} = 3919,03 \text{ kg cm}$$

$$T_D = \frac{72574,65 \times 0,4 \times 36 \text{HP}}{400 \text{RPM}} = 2612,68 \text{ kg cm}$$

- Cálculo de las fuerzas de flexión y de los momentos flectores

Se supone para la correa que la fuerza de flexión es igual a dos veces la fuerza impulsora neta, o sea:

$$F_A = 2F = \frac{2 \times 6531,71 \text{kgcm}}{25 \text{cm}} = 522,53 \text{kg}$$

$$F_C = \frac{T_C}{R_C} = \frac{3919,03 \text{kgcm}}{29 \text{cm}} = 195,95 \text{kg}$$

$$N_C = F_C \times \text{tg} 20^\circ = 71,32 \text{kg}$$

$$F_D = \frac{T_D}{R_D} = 174,17 \text{kg}$$

$$N_D = F_D \times \text{tg} 20^\circ = 63,39 \text{kg}$$

En una transmisión por correas, la fuerza de tracción en el ramal

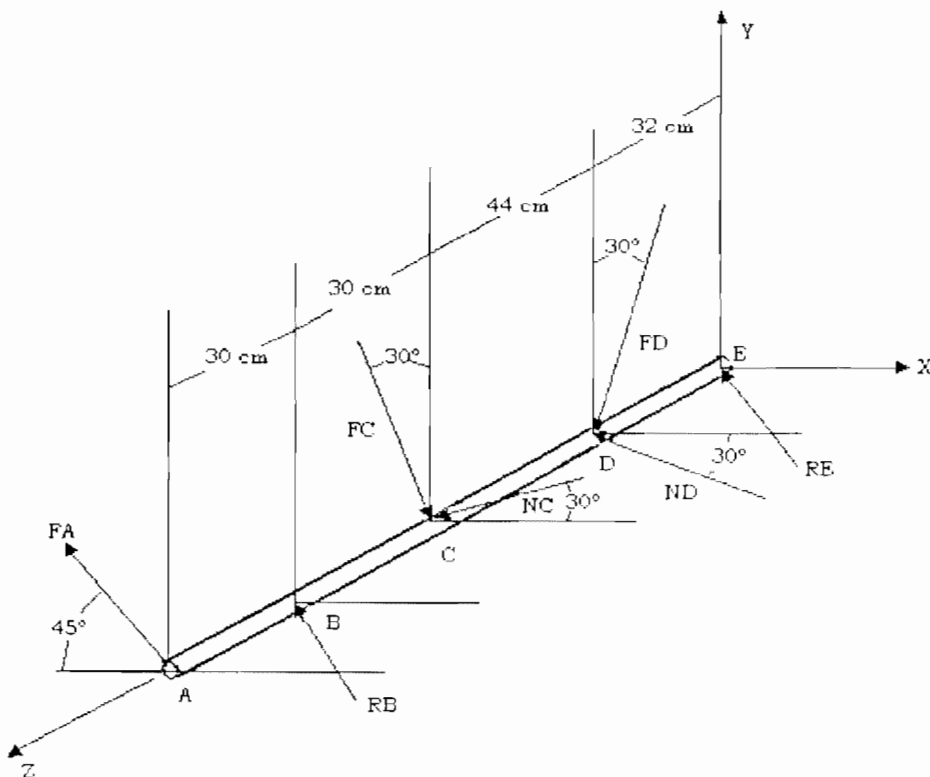
tirante F1 es mayor que la fuerza de tracción en el ramal flojo F2, por lo tanto el sentido de giro de la polca y de los engranajes es como se muestra en la figura.

A continuación se muestra en tres dimensiones las cargas de flexión sobre el eje, siendo R_B y R_E las fuerzas de reacción en los cojinetes. Las fuerzas en el plano vertical YZ, están dadas por:

$$A_y = F_A \text{sen}45^\circ = 369.48 \text{ kg}$$

$$C_y = -F_c \text{cos}30^\circ - N_c \text{sen}30^\circ = 205.35 \text{ kg}$$

$$D_y = -F_D \text{cos}30^\circ + N_D \text{sen}30^\circ = -119.14 \text{ kg}$$



Para hallar las componentes B_y y E_y , se toman momentos con respecto al punto E, así:

$$\sum M_{E, \perp} = 0$$

$$369.48 \text{ kg} (30 \text{ cm} + 30 \text{ cm} + 44 \text{ cm} + 32 \text{ cm}) + B_y (30 \text{ cm} + 44 \text{ cm} + 32 \text{ cm}) - 205.35 \text{ kg} (44 \text{ cm} + 32 \text{ cm}) - 119.14 \text{ kg} (32 \text{ cm}) = 0$$

Despejando: $B_y = -290.85 \text{ kg}$

Sumatoria de fuerza en el eje Y: $\sum F_y \uparrow + = 0$

$$369.48 \text{ kg} - 290.85 \text{ kg} - 205.35 \text{ kg} - 119.14 \text{ kg} + E_y = 0$$

$$E_y = 245.86 \text{ kg.}$$

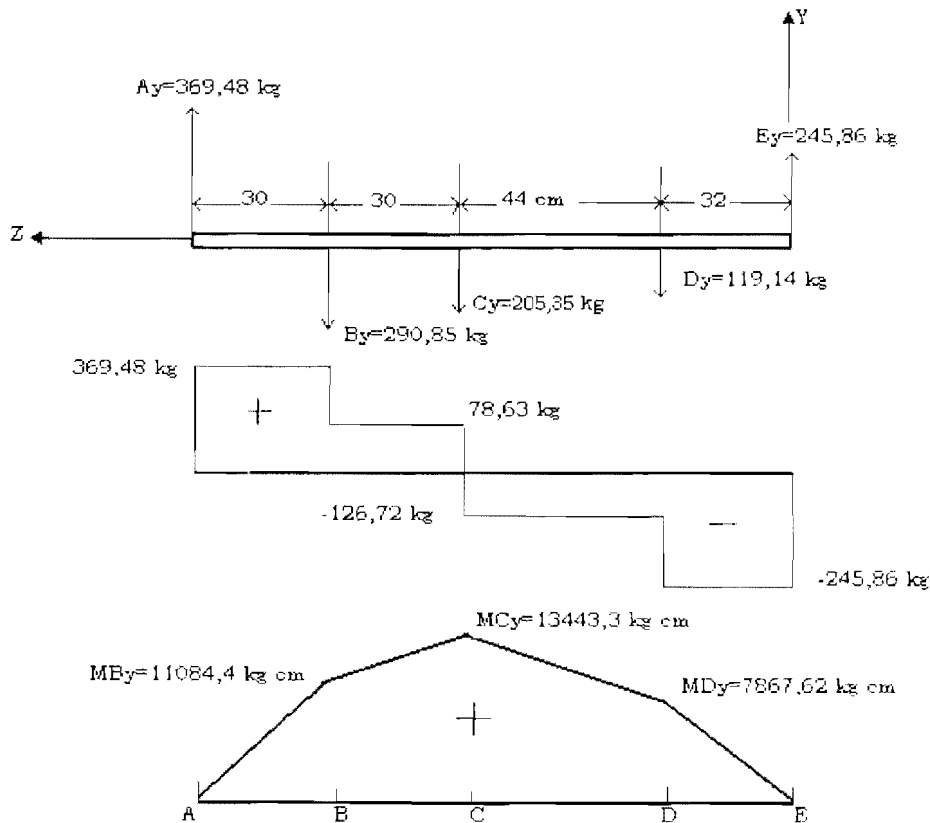
El diagrama de fuerzas cortantes y momentos flexionantes en el plano yz, es como se muestra, de tal manera que: $M_{By} = 11084.4 \text{ kgcm}$, $M_{Cy} = 13443.3 \text{ kgcm}$ y $M_{Dy} = 7867.62 \text{ kgcm}$.

Las fuerzas en el plano horizontal xz, están dada por:

$$A_x = -F_A \cos 45^\circ = -369.48 \text{ kg}$$

$$C_x = F_C \cdot \text{sen} 30^\circ - N_C \cdot \text{cos} 30^\circ = 36,21 \text{ kg}$$

$$D_x = -F_D \cdot \text{sen} 30^\circ - N_D \cdot \text{cos} 30^\circ = -141,98 \text{ kg}$$



Calculo de Bx y Ex:

$$\sum M_{E \uparrow} = 0$$

$$-369.48 \text{ kg} (30 \text{ cm} + 30 \text{ cm} + 44 \text{ cm} + 32 \text{ cm}) + B_x (30 \text{ cm} + 44 \text{ cm} + 32 \text{ cm}) + 36.21 \text{ kg} (44 \text{ cm} + 32 \text{ cm}) - 141.98 \text{ kg} (32 \text{ cm}) = 0$$

Despejando: $E_x = 490.94 \text{ kg}$.

$$\sum F_X \uparrow = 0$$

$$-369.48 \text{ kg} + 490.94 \text{ kg} + 36.21 \text{ kg} - 141.98 \text{ kg} + E_x = 0$$
$$E_x = 15.69 \text{ kg}.$$

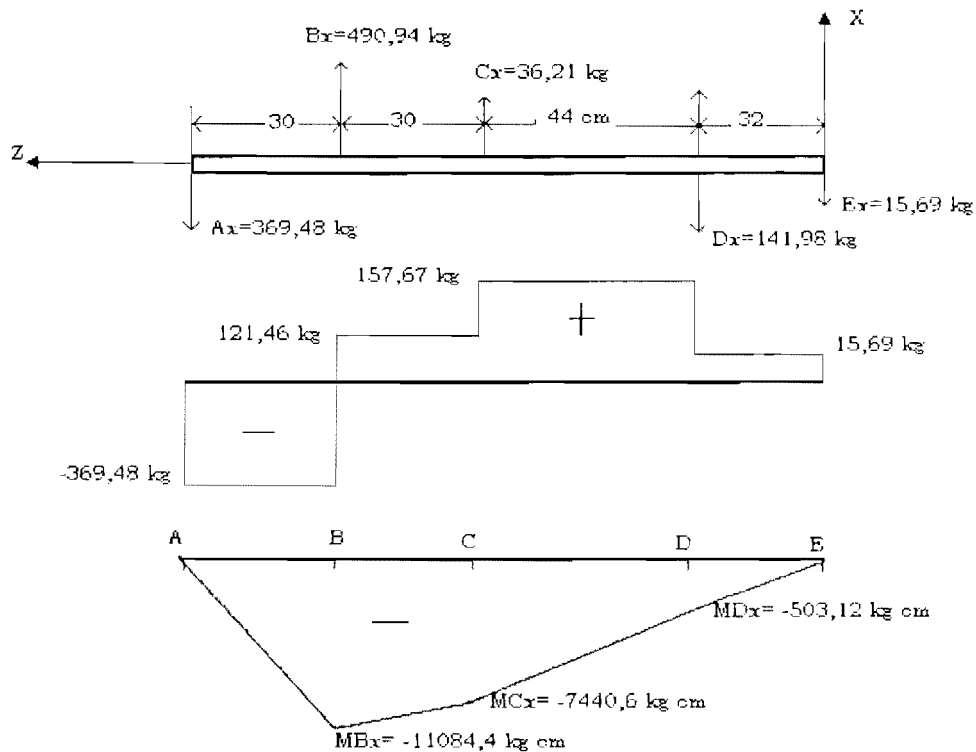
Los respectivos diagramas de fuerzas cortantes y momentos flexionantes se muestran en la figura, por lo que: $M_{Bx} = 11064,4 \text{ kgcm}$, $M_{Cx} = 7440,6 \text{ kgcm}$ y $M_{Dx} = 503,12 \text{ kgcm}$. Los momentos de flexión resultantes en los puntos B, C y D se calculan así:

$$M_B = \sqrt{(M_{Bx})^2 + (M_{By})^2} = 15675,7 \text{ kgcm}$$

$$M_C = \sqrt{(M_{Cx})^2 + (M_{Cy})^2} = 15365,05 \text{ kgcm}$$

$$M_D = \sqrt{(M_{Dx})^2 + (M_{Dy})^2} = 7883,69 \text{ kgcm}$$

El punto crítico está en B, ya que en él ocurre el máximo momento de flexión. Se calcula entonces, el diámetro correspondiente al punto B y éste será el diámetro proyectado para todo el eje.



Según el código ASME, el esfuerzo cortante permisible de diseño, S_s , es el menor entre los dos valores siguientes:

$$S_s = 0.30 \times S_y = 0.30 \times 3000 \text{ kg/cm}^2 = 900 \text{ kg/cm}^2 \quad . \quad \text{ó}$$

$$S_s = 0.18 \times S_u = 0.18 \times 4000 \text{ kg/cm}^2 = 720 \text{ kg/cm}^2.$$

Como existen cuñeros en el eje, entonces:

$$S_s = 0.75 \times 720 \text{ kg/cm}^2 = 540 \text{ kg/cm}^2$$

Utilizando la formula recomendada por el código ASME, se calcula el diámetro para el punto B así:

$$d_B^3 = \frac{16}{\pi S_s} \sqrt{(k_f M_B)^2 + (k_t T_B)^2}$$

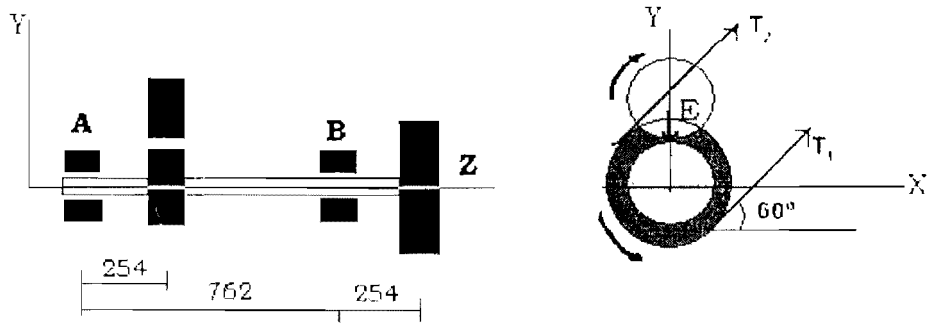
$$d_B^3 = \frac{16}{\pi 540} \sqrt{(1.5 \times 15675,7)^2 + (1.5 \times 6531,7)^2}$$

$d_B = 6,21 \text{ cm}$, que es el diámetro proyectado para todo el eje.

PROBLEMAS

1. Un eje circular macizo transmite una potencia de 20kw, girando a 300 rpm, de forma que se puede considerar la acción exterior constante. Su longitud es de 1m y el material seleccionado tiene una resistencia a la fluencia $S_y = 460 \text{ N/mm}^2$ y módulo de rigidez transversal $G = 8 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$. Calcular el diámetro adecuado del eje considerando un coeficiente de seguridad $n = 2$. Resuelva el problema aplicando tres teorías de falla: Normal máxima, cortante máximo y energía de distorsión (Mises).
2. Un eje circular hueco de acero tiene una longitud de 50 mm y debe transmitir un par torsor de 5000 N.m. Las tensiones tangenciales no deben superar losMPa. El diámetro inferior es la mitad del exterior. Calcular el diámetro exterior y el ángulo torsionado por el eje.
3. Una barra de sección circular empotrada por un extremo soporta una carga P en el otro extremo, donde también tiene aplicado un par torsor T . La barra está fabricada con material dúctil de resistencia fluencia $S_y = 340 \text{ MPa}$. La fuerza P aplicada en el extremo libre es de 2000N y el par torsor de 110 Nm. La barra tiene una longitud de 130 mm y el coeficiente de seguridad es de 2. Calcular el diámetro mínimo para evitar la fluencia, utilizando la teoría del esfuerzo cortante máximo y la teoría de la energía de distorsión. Despreciar la tensión tangencial debida al esfuerzo cortante.
4. Un árbol rotativo está hecho con un tubo de acero AISI 1018 estirado en frío de 42 x 4 mm y tiene un agujero de 6 mm de diámetro taladrado en la dirección transversal de lado a lado. Calcular el factor de seguridad que protege contra fallas por fatiga y estática cuando el árbol se somete a un par de torsión completamente invertido de 120 N.m en fase con un momento flexionante completamente invertido de 150 N.m.
5. Un eje voladizo de acero y sección circular, está sometido a una carga que varía de $-F$ a $3F$. Determinar la carga máxima que puede soportar el elemento para una vida indefinida usando un coeficiente de seguridad de 2. Un modelo fotoelástico indica que el factor de concentración de tensiones $K_c = 1,32$, y la sensibilidad a la entalla para un radio de $1/8$ " con este material es $q = 0,9$. Hacer el análisis en el cambio de sección.
Usar: $S_u = 551.2 \text{ MPa}$, $S_y = 468.5 \text{ MPa}$, $D = 1/4$ pulgada, $d = 0.5$ pulgada y $S_e = 250 \text{ MPa}$

6.



Un eje de una máquina gira a 600 rpm y está soportado por los cojinetes A y B separados entre sí 762 mm, como muestra la figura. Se suministran al eje 15 kW mediante una polea de 457 mm de diámetro, localizada 254 mm a la derecha del cojinete B. La potencia se transmite desde el eje mediante un engranaje cilíndrico de 203 mm de diámetro localizado 254 mm a la derecha del cojinete A. La correa conductora forma un ángulo de 60° con la horizontal. La polea pesa 91 kg para proporcionar efecto de volante de inercia. La relación de las tensiones entre los ramales de la correa es 3: 1. Los dientes del engranaje poseen un ángulo de presión de 20° y se acopla con otro engranaje localizado en la vertical del eje. Si el material seleccionado para el eje tiene una resistencia de rotura $S_u = 483$ MPa y un límite de fluencia de $S_y = 31$ MPa, determinar el diámetro necesario del eje. Considerar un coeficiente de seguridad es de 2.

CAPITULO VI. VIBRACIONES MECANICAS

1. INTRODUCCION

El análisis de la vibración y el control de las vibraciones son aspectos importantes e integrales del proceso de diseño de cada máquina. Establecer un modelo matemático apropiado, su análisis, interpretación de las soluciones e incorporación de esos resultados en el diseño, prueba, evaluación y mantenimiento y averías se requiere un buen conocimiento de los principios de vibración.

El estudio de las vibraciones se refiere a los movimientos oscilatorios de los cuerpos y a las fuerzas asociadas con ellos. Los sistemas de ingeniería que poseen masa y elasticidad están capacitados para tener movimiento relativo. En general la vibración es una forma de energía disipada y en muchos casos inconveniente. Esto es particularmente cierto en la mayoría de las máquinas, debido a que las vibraciones producen ruidos, afectan las diferentes partes y se transmiten fuerzas y movimientos indeseables.

Hay dos clases de vibraciones, libres y forzadas. La vibración libre ocurre cuando un sistema oscila bajo la acción de fuerzas inherentes al propio sistema, esto es no existen fuerzas externas aplicadas y vibrará a una o más de sus frecuencias naturales. La vibración forzada tiene lugar bajo la excitación de fuerzas externas, que cuando es oscilatoria, el sistema es obligado a vibrar a la frecuencia de excitación. Si esta coincide con una de las frecuencias naturales del sistema, se presenta una situación de resonancia generándose oscilaciones peligrosamente grandes. En la práctica, la energía que posee el sistema se pierde gradualmente, al vencer las resistencias internas y externas al movimiento y el cuerpo, finalmente queda en reposo. La vibración así producida se dice que es amortiguada.

2. SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD

2.1 Vibración libre

Un sistema de un grado de libertad es mostrado en la figura 29. Consiste de una masa m conectada por un resorte de rigidez k y un amortiguador con coeficiente de amortiguamiento c .

La rigidez k es definida como la fuerza del resorte por unidad de deflexión y el coeficiente de amortiguamiento viscoso c es la fuerza suministrada por el amortiguador opuesta al movimiento por unidad de velocidad. Si la masa tiene un desplazamiento inicial vibraría alrededor de su posición de equilibrio. Le ecuación del movimiento es dada por:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (6.1)$$

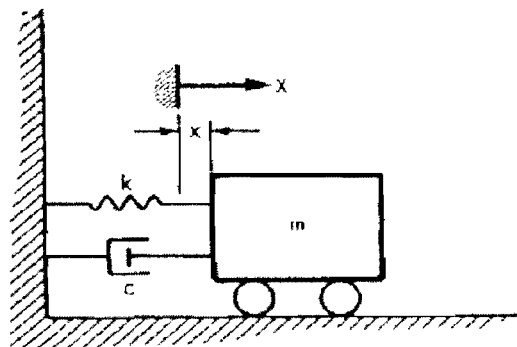


Figura 29. Representación de un sistema de un grado de libertad.

Donde x es medida desde la posición de equilibrio y los puntos sobre las variables representan las derivadas con respecto al tiempo. Sustituyendo una solución de la forma $x = e^{st}$ en la ecuación (6.1), se obtiene la ecuación característica:

$$ms^2 + cs + k = 0 \quad (6.2)$$

Las dos raíces de la ecuación característica son:

$$S = \zeta\omega_n \pm i\omega_n (1-\zeta^2)^{1/2} \quad (6.3)$$

Donde $\omega_n = (k/m)^{1/2}$ es la frecuencia natural no amortiguada

$\zeta = c/C_c$, relación de amortiguamiento

$c_c = 2 m\omega_n$ es el coeficiente de amortiguamiento crítico

$$i = \sqrt{-1}$$

Dependiendo de los valores de ζ , se presentan cuatro casos:

a) Sistema no amortiguado ($\zeta = 0$). En ese caso, las dos raíces de la ecuación son:

$$s = \pm i\omega_n = \pm i(k/m)^{1/2} \quad (6.4)$$

La solución correspondiente es:

$$x = A\cos\omega_n t + B\sin\omega_n t \quad (6.5)$$

Donde A y B son constantes arbitrarias que dependen de las condiciones iniciales del movimiento. Si el desplazamiento inicial es de x_0 y la velocidad inicial es v_0 , por sustitución de estos valores en la ecuación (6.5), es posible resolver las constantes A y B . Por lo tanto, la solución es:

$$x = x_0 \cos \omega_n t + \frac{v_0}{\omega_n} \sin \omega_n t \quad (6.6)$$

Siendo ω_n la frecuencia natural del sistema en radianes por segundo (rad/s). La frecuencia natural es $f_n = \omega_n / 2\pi$ (6.7)

Donde f_n se expresa en ciclos por segundo o hertz (Hz). El período de una oscilación es $p = 1/f_n = 2\pi/\omega_n$ (6.8)

La solución dada en la ecuación (6.6), puede también ser expresada en la forma $x = X \cos(\omega_n t - \theta)$ (6.9)

Donde:

$$X = \left[x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega_n} \right)^2 \right]^{1/2}; \quad \theta = \tan^{-1} \frac{v_0}{\omega_n x_0} \quad 6.10$$

El movimiento es armónico con un ángulo de fase θ como en la ecuación (6.9) y gráficamente mostrado en la figura 30.

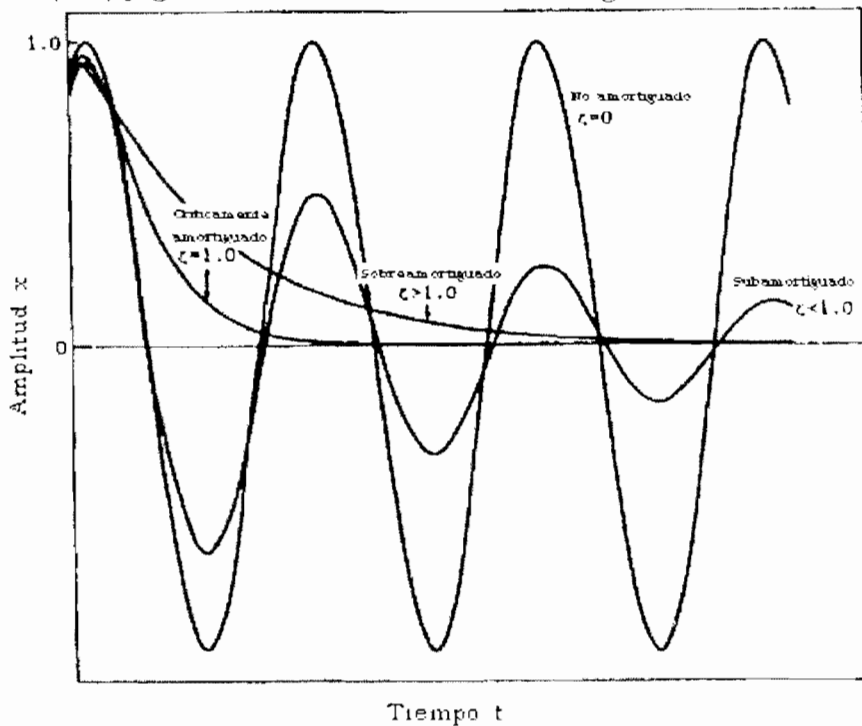


Figura 30. Vibración libre de un sistema de un grado de libertad para diferentes valores de amortiguamiento.

- b) Sistema subamortiguado ($0 < \zeta < 1$). Cuando el sistema de amortiguamiento es menor que el amortiguamiento crítico la solución es:

$$x = [\exp(-\zeta\omega_n t)](A \cos \omega_d t + B \text{sen} \omega_d t) \quad (6.11)$$

$$\text{Donde: } \omega_d = \omega_n (1 - \zeta^2)^{1/2} \quad (6.12)$$

ω_d = frecuencia natural amortiguada y A y B son constantes arbitrarias que dependen de las condiciones iniciales. Para una amplitud inicial x_0 y velocidad inicial v_0 :

$$x = [\exp(-\zeta\omega_n t)] \left(x_0 \cos \omega_d t + \left(\frac{\zeta\omega_n x_0 + v_0}{\omega_d} \text{sen} \omega_d t \right) \right) \quad (6.13)$$

Puede ser expresada en la forma:

$$x = [\exp(-\zeta\omega_n t)] X \cos(\omega_d t - \theta) \quad (6.14)$$

$$X = \left[x_0^2 + \left(\frac{\zeta\omega_n x_0 + v_0}{\omega_d} \right)^2 \right]^{1/2} \quad \text{y} \quad \theta = \tan^{-1} \frac{\zeta\omega_n x_0 + v_0}{\omega_d}$$

En la figura 31 se muestra un sistema subamortiguado donde las oscilaciones caen exponencialmente.

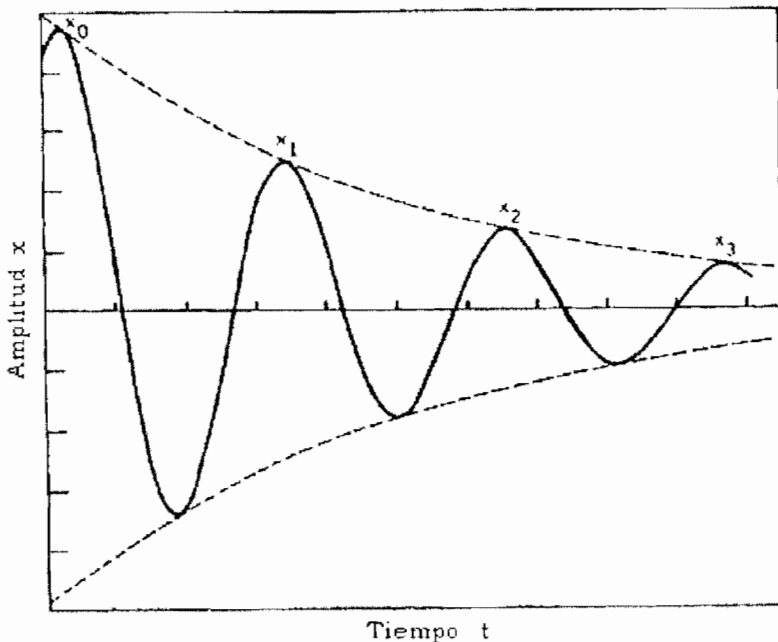


Figura 31. Vibración libre de un sistema de un grado de libertad subamortiguado

En la figura 31 las amplitudes máximas sucesivas ocurren en forma periódica y son marcadas con X_0, X_1, X_2, \dots . La relación de la máxima amplitud para n ciclos de oscilación puede ser obtenida de la ecuación (6.13), como:

$$\frac{X_n}{X_0} = \exp(-n\delta) \quad (6.15)$$

Donde $\delta = 2\pi \zeta / (1 - \zeta^2)^{1/2}$ es conocido como decremento logarítmico y corresponde a la relación entre dos amplitudes sucesivas cualesquiera en la figura 31 para valores pequeños de amortiguamiento, esto es: $\zeta \ll 1$, el decremento logarítmico puede ser aproximado a:

$$\delta \cong 2\pi\zeta \quad (6.16)$$

Usando la ecuación (6.14), se encuentra;

$$\frac{X_n}{X_0} = \exp(-2\pi n\zeta) = 1 - 2\pi\zeta \quad (6.17)$$

Usando este principio se mide experimentalmente el amortiguamiento viscoso en un sistema. El sistema en reposo es alterado con impacto generando una velocidad inicial al sistema y colocándolo en vibración libre. Usando la ecuación (6.17) la relación de amortiguamiento (ζ) puede ser evaluada. En la Figura 32, se muestra la variación de las amplitudes de vibración libre para cinco ciclos de oscilación con respecto a la relación de amortiguamiento.

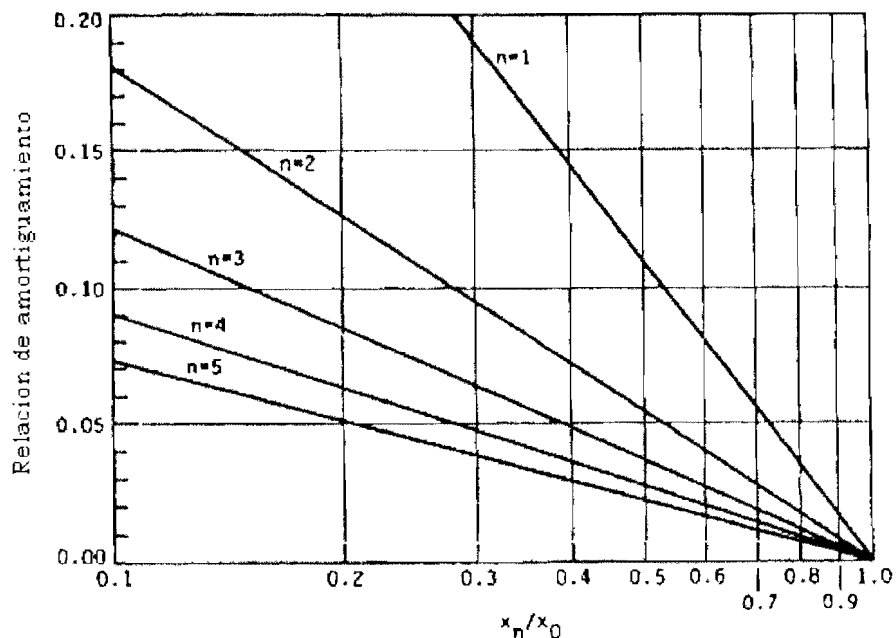


Figura 32. Variación de la relación de amplitudes con la relación de amortiguamiento.

c) Sistema críticamente amortiguado ($\zeta = 1$). Las raíces de la ecuación característica dada por la ecuación (6.3) son cantidades reales iguales y negativas. Aquí el sistema no presenta un movimiento oscilatorio. La solución es de la forma $X = (A + Bt) \exp(-\omega_n t)$ (6.18)

La solución para las dos condiciones iniciales será

$$x = [x_0 + (v_0 + x_0 \omega_n t)] \exp(-\omega_n t) \quad (6.19)$$

El movimiento es mostrado en la Figura 30, en donde en un corto tiempo la curva entra en reposo.

d) Sistema sobreamortiguado ($\zeta > 1$). Cuando la relación de amortiguamiento es mayor que la unidad, hay dos raíces negativas distintas para la ecuación característica (6.3). El movimiento

$$x = \exp(-\zeta \omega_n t) [A \exp(\omega_n t \sqrt{\zeta^2 - 1}) + B \exp(-\omega_n t \sqrt{\zeta^2 - 1})] \quad (6.20)$$

Donde: $A = \frac{1}{2} \left(x_0 + \frac{v_0 + \zeta \omega_n x_0}{\omega_n} \right)$; $B = \frac{1}{2} \left(\frac{x_0 + \zeta \omega_n x_0}{\omega_n} \right)$ y $\omega_0 = \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}$

En la Figura 30, se muestra el sistema subamortiguado y los otros tres sistemas estudiados.

Si la masa es suspendida por un resorte y amortiguada como lo muestra la Figura 33, el resorte podría alargarse una cantidad δ_{st} con respecto a la posición de equilibrio.

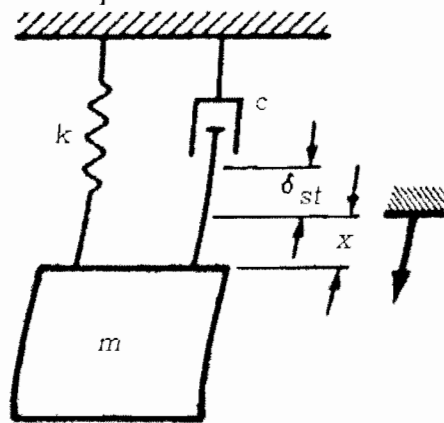


Figura 33. Modelo de un sistema de un grado de libertad mostrando la deflexión estática debido al peso.

En este caso la ecuación del movimiento es:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + k(x + \delta_{st}) = mg \quad (6.21)$$

Desde que la fuerza en el resorte debido al equilibrio estático es igual al peso, esto es: $k\delta_{st} = W = mg$, la ecuación del movimiento se reduce a:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (6.22)$$

Esta ecuación es la misma ecuación (6.1) y tiene una solución similar. Con la ecuación (6.21) y conociendo que $\omega_n = (k/m)^{1/2}$, la frecuencia natural puede ser obtenida por:

$$\omega_n = (g/\delta_{st})^{1/2} \quad (6.23)$$

Un valor aproximado de la frecuencia natural fundamental de cualquier sistema mecánico complejo puede reducirse a un sistema de un solo grado de libertad. Por ejemplo, un eje soportando varios discos o ruedas puede ser reducido a un sistema de un solo grado de libertad, juntando las masas de todos los discos en el centro y obteniendo la rigidez equivalente del eje utilizando la teoría de flexión simple.

2.2 Sistemas torsionales

Los ejes rotando transmitiendo torque pueden experimentar vibraciones torsionales si el torque no es uniforme, como es el caso de los cigüeñales de los motores. En los ejes rotando por engranajes, el torque transmitido puede fluctuar debido a errores en el montaje de los engranajes, o errores en el contorno o perfil de los dientes, resultando en vibraciones torsionales de los ejes engranados.

Un sistema torsional de un grado de libertad es mostrado en la Figura 34. Este tiene un eje de masa despreciable, de rigidez torsional k , un amortiguador con coeficiente de amortiguamiento c y un disco con momento polar de inercia J .

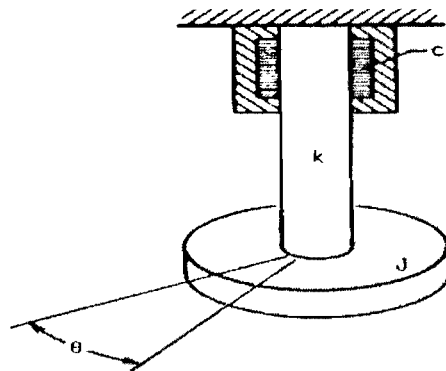


Figura 34. Representación de un sistema torsional de un grado de libertad.

La rigidez torsional es definida como el torque resistente del eje por unidad de ángulo y al coeficiente de amortiguación es el torque resistente del amortiguador por unidad de velocidad angular. El amortiguamiento puede ser aplicado externamente o puede ser inherente a la estructura amortiguada. La ecuación del movimiento del sistema en torsión es dada por:

$$J\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + k\theta = 0 \quad (6.24)$$

La solución de esta ecuación es de la misma forma que la ecuación (6.1), excepto que J reemplaza a m y k y c se refieren a rigidez torsional y coeficiente de amortiguamiento torsional respectivamente.

2.3 Vibración Forzada

- Sistema excitado en la masa. Un sistema excitado por una fuerza armónica $F_0 \text{sen} \omega t$ actuando sobre la masa es mostrado en la Figura 35.

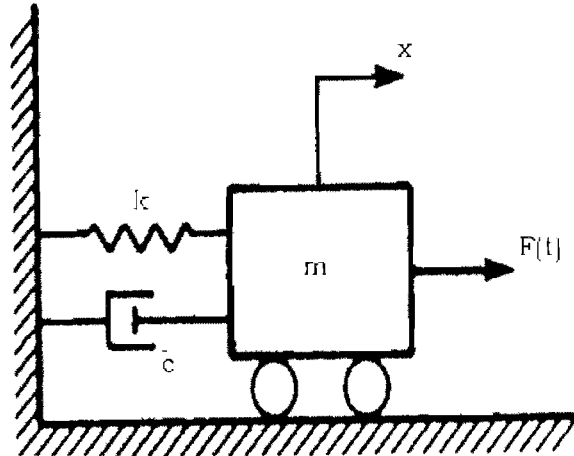


Figura 35. Fuerza oscilante $F(t)$ aplicada a la masa.

La ecuación del movimiento es:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \text{sen} \omega t \quad (6.25)$$

La solución particular es una oscilación estacionaria de la misma frecuencia ω de la excitación. Se puede suponer que la solución puede ser escrita en la forma:

$$x_s = X \text{sen}(\omega t - \theta) \quad (6.26)$$

En donde x es la amplitud de la vibración y θ es la fase del desplazamiento con respecto a la fuerza excitatriz:

Sustituyendo en la ecuación (6.26), se encuentra:

$$x_s = \frac{\left(\frac{F_0}{k}\right) \text{sen}(\omega t - \theta)}{\left[\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^{1/2}} \quad (6.27)$$

Usando la parte complementaria de la solución de la ecuación (6.20), la solución completa sería:

$$x = x_s + \exp(-\zeta\omega_n t) \left[A \exp(\omega_n t \sqrt{\zeta^2 - 1}) + B \exp(-\omega_n t \sqrt{\zeta^2 - 1}) \right] \quad (6.28)$$

Si el sistema es no amortiguado, la respuesta se obtiene sustituyendo $c = 0$ en la ecuación (6.28). Cuando el sistema es no amortiguado, si la frecuencia de excitación coincide con la frecuencia natural del sistema, $\omega/\omega_n = 1.0$, la respuesta del sistema podría ser infinita. Si el sistema es amortiguado, la parte complementaria de la solución decae exponencialmente y podría ser inexistente después de unos pocos ciclos de oscilación. Las expresiones adimensionales de amplitud y fase es obtenida de la ecuación (6.27) como:

$$\frac{x}{F_0/k} = \left[\left(\frac{1 - \omega^2}{\omega_n^2} \right)^2 + \left(\frac{2\zeta\omega}{\omega_n} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (6.29)$$

Y la fase entre la respuesta y la fuerza:

$$\theta = \tan^{-1} \frac{2\zeta\omega/\omega_n}{1 - \omega^2/\omega_n^2} \quad (6.30)$$

Cuando la frecuencia ω coincide con la frecuencia natural de amortiguamiento ω_d , la amplitud es dada por:

$$\frac{X_{\max}}{F_0/k} = \frac{1}{\zeta(4 - 3\zeta^2)^{1/2}} \quad (6.31)$$

La máxima respuesta o resonancia ocurre cuando $\omega = \omega_n(1 - 2\zeta^2)^{1/2}$ y es:

$$\frac{X_{\max}}{F_0/k} = \frac{1}{2\zeta(1 - \zeta^2)^{1/2}} \quad (6.32)$$

Para estructuras con bajo amortiguamiento, ω_d es aproximadamente igual ω_n , y la amplitud máxima sería:

$$\frac{X_{\max}}{F_0/k} = \frac{1}{2\zeta} \quad (6.33)$$

La ecuación (6.29) y (6.30) indican que la amplitud adimensional Xk/F_0 y la fase θ son funciones solamente de la razón de frecuencias ω/ω_n y



del factor de amortiguación ζ y puede ser representados como en la Figura 36.

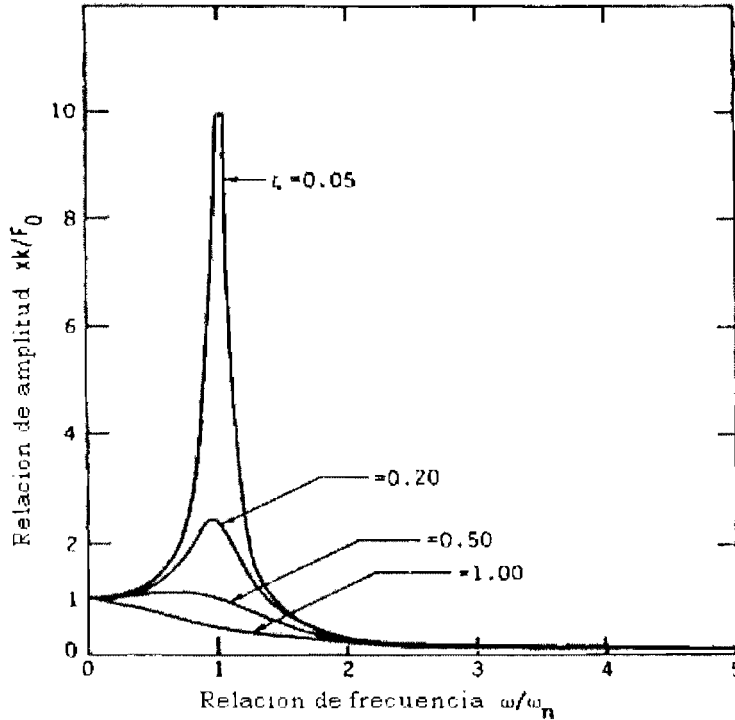


Figura 36. Relación entre la razón de frecuencias y la amplitud y ángulo de fase debido a una fuerza oscilante.

Estas curvas muestran que el factor de amortiguación tiene gran influencia sobre la amplitud y el ángulo de fase, en la región de frecuencias próxima a resonancia.

La velocidad y la aceleración son obtenidas por diferenciación de la amplitud con respecto al tiempo dada por la ecuación (6.27).

$$\text{Velocidad: } \frac{\dot{x}_s}{F_0 \omega_n / k} = \frac{\omega / \omega_n}{\left[\left(1 - \omega^2 / \omega_n^2 \right)^2 + \left(2\zeta \omega / \omega_n \right)^2 \right]^{1/2}} \quad (6.34)$$

$$\text{Aceleración: } \frac{\ddot{x}_s}{F_0 \omega_n / k} = \frac{\left(\omega / \omega_n \right)^2}{\left[\left(1 - \omega^2 / \omega_n^2 \right)^2 + \left(2\zeta \omega / \omega_n \right)^2 \right]^{1/2}} \quad (6.35)$$

Las Figuras 37 y 38 muestran las curvas correspondientes a las ecuaciones (6.34) y (6.35).

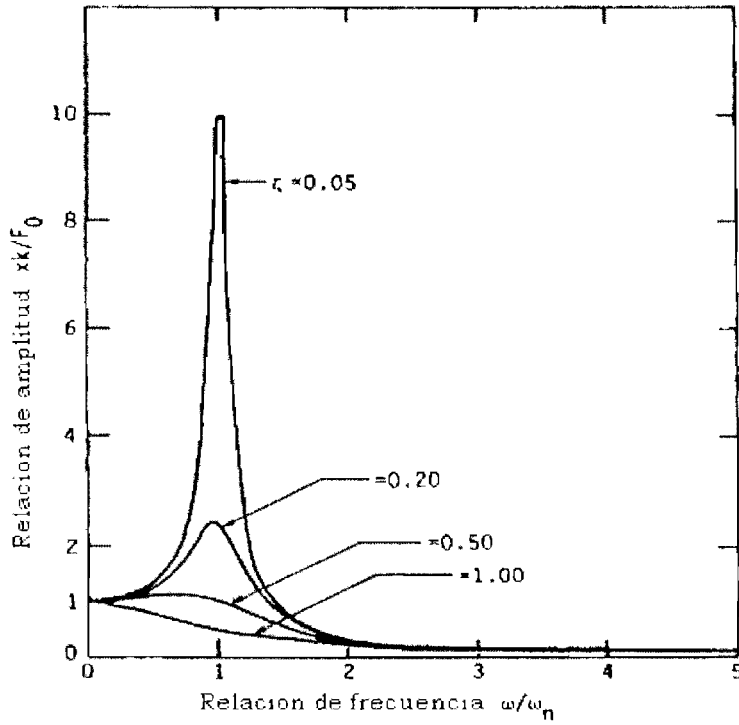


Figura 37. Respuesta frecuencia-velocidad

- Transmisibilidad. La fuerza F_T transmitida a la base, por un sistema sometido a una excitación armónica externa es:

$$F_T = c \dot{x} + kx \quad (6.36)$$

Sustituyendo la respuesta del sistema de la ecuación (6.27) en la ecuación (6.36), se obtiene:

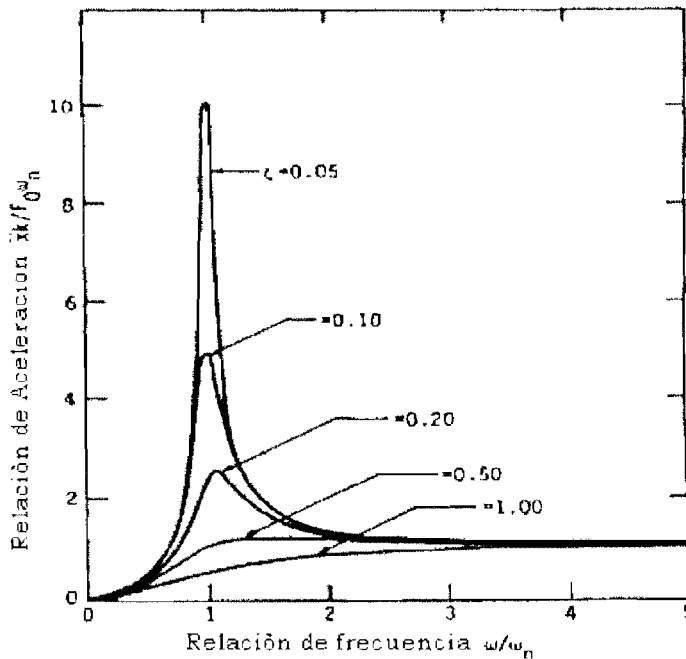


Figura 38. Respuesta frecuencia-aceleración

$$\frac{F_T}{F_0} = T \sin(\omega t - \theta) \quad (6.37)$$

La magnitud adimensional de la fuerza transmitida T es dada por:

$$T = \left[\frac{1 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \right]^{1/2} \quad (6.38)$$

El ángulo de fase entre F_T y F_0 , se calcula por:

$$\theta = \tan^{-1} \frac{2\zeta \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} + 4\zeta^2 \frac{\omega^2}{\omega_n^2}} \quad (6.39)$$

La transmisibilidad T versus la relación de frecuencias es mostrada en la Figura 39.

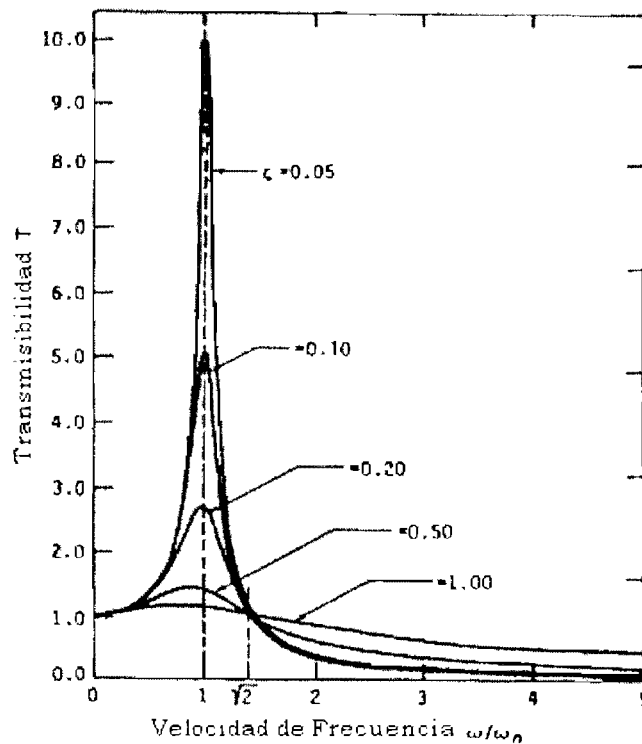


Figura 39. Gráfica para la transmisibilidad

Para bajas relaciones de frecuencias la transmisibilidad tiende a la unidad, mostrando que la fuerza aplicada es directamente transmitida a la base. La transmisibilidad es muy alta en la vecindad de la frecuencia

natural del sistema y para altas frecuencias de excitación la fuerza transmitida decrece considerablemente. La variación del ángulo de fase entre la fuerza transmitida y la fuerza aplicada se muestra en la Figura 40.

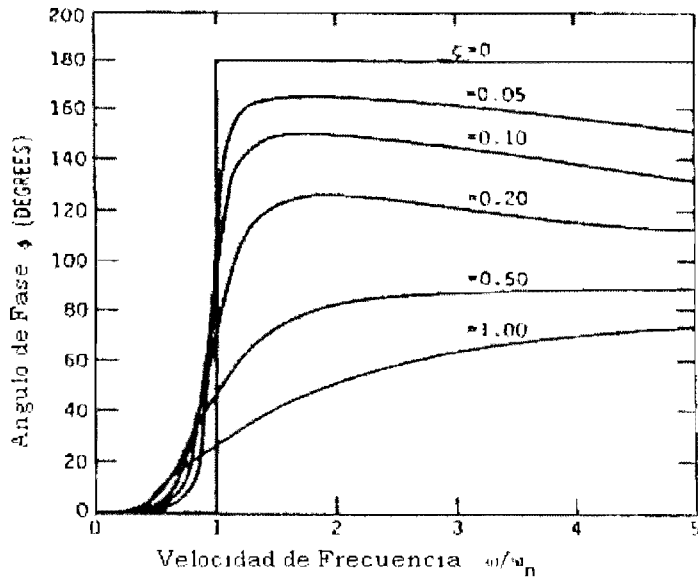


Figura 40. Angulo de fase entre las fuerzas transmitida y aplicada.

- Desbalance rotatorio. Cuando las máquinas con desbalances rotatorio son montadas sobre soportes elásticos, constituyen una fuente común de excitación vibratoria. Si la frecuencia natural del sistema coincide con la frecuencia de rotación de la máquina desbalanceada, resultan severas vibraciones en la máquina y en la estructura de soporte. En la Figura 41, se considera una máquina de masa M , cuyo desbalance está representado por una masa m con excentricidad e que rota a la velocidad angular ω . Si x representa el desplazamiento de la masa no rotante ($M-m$) y x_m el desplazamiento de la masa m relativo a la masa de la máquina M , la ecuación del movimiento es entonces:

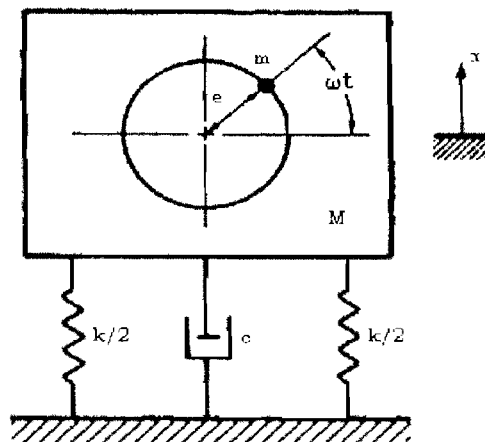


Figura 41. Sistema dinámico sujeto a una excitación desbalanceada.

$$(M - m)\ddot{x} + m(\ddot{x} + \ddot{x}_m) + c\dot{x} + kx = 0 \quad (6.40)$$

El desplazamiento de m relativo a la máquina es:

$$x_m = e \operatorname{sen} \omega t \quad (6.41)$$

(6.41) en (6.40):

$$M\ddot{x} + c\dot{x} + kx = m\omega^2 \operatorname{sen} \omega t \quad (6.42)$$

Esta ecuación es similar a la (6.25), donde la fuerza F_0 es reemplazada por $m\omega^2$. La solución es similar a la ecuación (6.27) que en forma adimensional quedaría:

$$\frac{x}{e} \frac{M}{m} = \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 \operatorname{sen}(\omega t - \theta)}{\left[\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^{1/2}} \quad (6.43)$$

$$\text{Y el ángulo de fase: } \operatorname{Tan} \theta = \frac{2\zeta \omega / \omega_n}{1 - \left(\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)} \quad (6.44)$$

La solución completa quedaría:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} = & \exp^{-\zeta \omega_n t} \left\{ A \exp\left[\left(\zeta^2 - 1\right)^{1/2} \omega_n t\right] + B \exp\left[-\left(\zeta^2 - 1\right)^{1/2} \omega_n t\right] \right\} \\ & + \frac{m e \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 \operatorname{sen}(\omega t - \theta)}{\left[m \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\zeta \omega / \omega_n\right)^2\right]^{1/2}} \end{aligned} \quad (6.45)$$

- **Movimiento del soporte.** Cuando un sistema es excitado en la base, como lo muestra la Figura 42, con un desplazamiento $u(t) = v_0 \operatorname{sen} \omega t$,

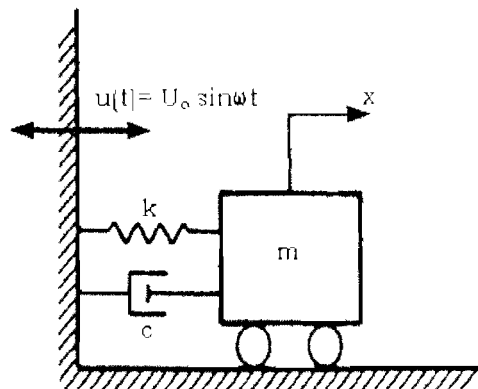


Figura 42. Sistema excitado en el soporte.

la ecuación del movimiento puede ser escrita como:

$$m\ddot{x} + c(\dot{x} - \dot{u}) + k(x - u) = 0 \quad (6.46)$$

Esta ecuación puede ser escrita en la forma:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = cu_0 \omega \cos \omega t + ku_0 \sin \omega t = F_0 \sin(\omega t + \phi) \quad (6.47)$$

$$\text{Donde: } F_0 = u_0 (k^2 + c^2 \omega^2)^{1/2} \quad (6.48)$$

$$y \quad \phi = \tan^{-1} \frac{k}{c\omega} \quad (6.49)$$

La solución de la ecuación (6.47) es similar a la ecuación (6.25), excepto por el ángulo de fase ϕ .

- Resonancia, sistema de banda ancha y factor Q. Un sistema vibrando se dice que entra en resonancia cuando la respuesta es máxima. Las respuestas al desplazamiento y la aceleración son máximas cuando $\omega = \omega_n (1 - 2\zeta^2)^{1/2}$ (6.50)

$$\text{Mientras la respuesta a la velocidad es máxima cuando } \omega = \omega_n \quad (6.51)$$

En el caso de un sistema no amortiguado, la respuesta es máxima cuando $\omega = \omega_n$, siendo ω_n la frecuencia de vibración libre del sistema. Para un sistema amortiguado, la frecuencia natural de amortiguamiento es dada por: $\omega_d = \omega_n (1 - \zeta^2)^{1/2}$ (6.52)

En muchos sistemas mecánicos, el amortecimiento es pequeño y la frecuencia de resonancia y la frecuencia natural de amortecimiento pueden considerarse aproximadamente las mismas.

Cuando el sistema desprecia el amortiguamiento, la respuesta de frecuencia tiene un agudo pico en resonancia; pero si el amortiguamiento es grande la respuesta cerca de la resonancia es grande como se muestra en la Figura 43. Una parte de la curva para un valor específico de amortiguamiento es mostrado en la Figura 43.

El factor Q es definido como:

$$Q = 1/2\zeta = R_{\text{máx}} \quad (6.53)$$

Esto equivale a la respuesta máxima en sistemas físicos con bajo amortiguamiento. La banda ancha es definida como el ancho de la curva de respuesta medida en los puntos de la curva en donde la respuesta es $R_{\text{máx}} \sqrt{2}$. Para sistemas físicos con $\zeta < 0.1$, la banda ancha puede calcularse aproximadamente por $\Delta\omega = 2\zeta\omega_n = \omega_n/Q$ (6.54)

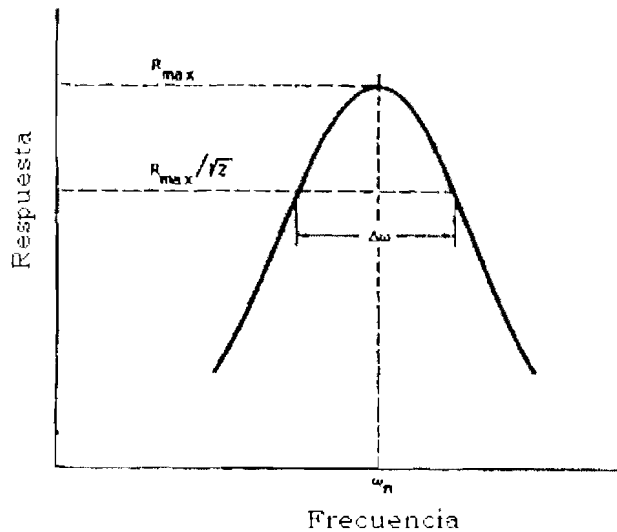


Figura 43. Resonancia, banda ancha y factor Q.

- Sistemas torsionales con vibración forzada. En el sistema torsional de la Figura 34, si el disco está sujeto a un torque externo sinusoidal, la ecuación del movimiento puede ser escrita como:

$$J\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + k\theta = T_0 \sin\omega_0 t \quad (6.55)$$

Esta ecuación tiene la misma forma de la ecuación (6.25) y la solución puede ser obtenida reemplazando m por J y F_0 por T_0 y usando los coeficientes de rigidez torsional y amortecimiento torsional por k y c , respectivamente.

3. SISTEMA CON VARIOS GRADOS DE LIBERTAD

El sistema de modelo de un solo grado de libertad no describe suficientemente el comportamiento vibracional. Cuando se requiere información sobre altas frecuencias naturales del sistema, es necesario modelarlo como un sistema de varios grados de libertad. Antes de analizar un sistema de varios grados de libertad, se presenta primero el sistema de dos grados de libertad con el fin de que sirva de base al estudio del comportamiento de sistemas de varios grados de libertad.

3.1 Sistema con dos grados de libertad.

- Vibración libre. El sistema mostrado en la Figura 44, consiste en dos masas m_1 y m_2 , con coeficientes de rigidez k_1 y k_2 , y coeficientes de amortiguamiento c_1 y c_2 .

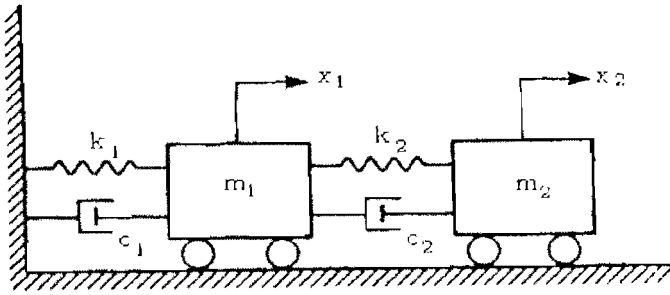


Figura 44. Sistema de dos grados de libertad.

Las ecuaciones del movimiento son:

$$\left. \begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2) \dot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - c_2 \dot{x}_2 - k_2 x_2 &= 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 + k_2 x_2 - c_2 \dot{x}_1 - k_2 x_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.56)$$

Asumiendo una solución del tipo $x_1 = Ae^{st}$ y $x_2 = Be^{st}$ (6.57)

(6.57) en (6.56):

$$\left. \begin{aligned} [m_1 s^2 + (c_1 + c_2)s + k_1 + k_2]A - (c_2 s + k_2)B &= 0 \\ -(k_2 + c_2 s)A + (m_2 s^2 + k_2)B &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.58)$$

De las ecuaciones (6.58) se obtiene la ecuación de la frecuencia:

$$[m_1 s^2 + (c_1 + c_2)s + k_1 + k_2](m_2 s^2 + k_2) - (c_2 s + k_2)^2 = 0 \quad (6.59)$$

La ecuación (6.59) representa un polinomio de cuarto grado, con cuatro raíces; siendo la solución completa cuatro constantes que deben ser determinadas con las cuatro condiciones iniciales x_1, x_2, \dot{x}_1 y \dot{x}_2

- **Vibración forzada.** Cuando un sistema auxiliar amortecido masa-resorte es sumado a un sistema principal para reducir la vibración del principal, el sistema secundario o auxiliar es conocido como un sistema principal y solamente se considera la fuerza $P \sin \omega t$ actuando sobre la masa primaria m . Con referencia a la Figura 44. las ecuaciones del movimiento son:

$$\left. \begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2) \dot{x}_1 - c_2 \dot{x}_2 - k_2 x_2 &= P \sin \omega t \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 + k_2 x_2 - c_2 \dot{x}_1 - k_2 x_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.60)$$

Asumiendo una solución del tipo:

$$\left. \begin{aligned} \frac{x_1}{P/k_1} &= A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t \\ \frac{x_2}{P/k_1} &= A_3 \cos \omega t + A_4 \sin \omega t \end{aligned} \right\} \quad (6.61)$$

(6.61) en (6.60), se encuentran las A_i :

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{\omega_1^2 [2D_1 \omega \zeta_2 \omega_2 - D_2 (\omega_2^2 - \omega^2)]}{D_1^2 + D_2^2} \\ A_2 &= \frac{\omega_1^2 [D_1 (\omega_2^2 - \omega^2) + 2D_2 \omega \zeta_2 \omega_2]}{D_1^2 + D_2^2} \\ A_3 &= \frac{\omega_1^2 (2D_1 \omega \zeta_2 \omega_2 - D_2 \omega_2^2)}{D_1^2 + D_2^2} \\ A_4 &= \frac{\omega_1^3 (D_1 \omega_2^2 + 2D_2 \omega \zeta_2 \omega_2)}{D_1^2 + D_2^2} \end{aligned} \right\} \quad (6.62)$$

Donde:

$$D_1 = (\omega^2 - \omega_2^2)(\omega^2 - \omega_1^2 - \mu \omega_2^2) - 4\omega^2 \zeta_2 \omega (\zeta_1 \omega_1 + \mu \zeta_2 \omega_2) - \mu (\omega_2^4 - 4\omega_2 \zeta_2^2 \omega_2^2) \quad (6.63)$$

$$D_2 = 2\omega \left[(\omega_2^2 - \omega^2)(\zeta_1 \omega_1 + \mu \zeta_2 \omega_2) + \zeta_2 \omega_2 (\omega_1^2 - \omega^2 + \mu \omega_2^2 + 2\mu \zeta_2 \omega_2^3) \right]$$

$$\omega_1^2 = k_1/m_1 \quad ; \quad \omega_2^2 = k_2/m_2 \quad ; \quad \zeta_1 = c_1/2m_1\omega_1 \quad ; \quad \zeta_2 = c_2/2m_2\omega_2 \quad \text{y} \quad \mu = m_2/m_1 \quad (6.64)$$

Las respuestas también pueden ser escritas de la forma:

$$x_1 = B_1 \sin(\omega t - \theta_1) \quad \text{y} \quad x_2 = B_2 \sin(\omega t - \theta_2) \quad (6.65)$$

Donde:

$$B_1 = (A_1^2 + A_2^2)^{1/2} \quad \text{y} \quad B_2 = (A_3^2 + A_4^2)^{1/2} \quad (6.66)$$

$$\tan \theta_1 = -A_1/A_2 \quad \text{y} \quad \tan \theta_2 = -A_3/A_4$$

3.2 Sistemas con varios grados de libertad. En muchas aplicaciones es necesario conocer los varios modos del sistema vibrando y evaluar la respuesta de la vibración. Cuando el sistema estructural es complejo, puede ser modelado como un sistema discreto de varios grados de

libertad, concentrando su masa y propiedades de rigidez en un número de sitios o estaciones sobre la estructura.

El número de grados de libertad de una estructura es el número de coordenadas independientes que se requieren para describir su movimiento o la configuración de la estructura. En un modelo de masa amortecida, si el movimiento es considerado en una sola dirección, el número de grados de libertad es igual al número de masas; y si el movimiento es en el plano, el número de grados de libertad sería igual a dos veces el número de masas amortecidas.

- Método de Holzer. Cuando un sistema torsional no amortiguado, consistente de varios discos conectados por ejes que vibran libremente en una de sus frecuencias naturales, no se requiere de una fuerza, momento o torque externo para mantener la vibración. En el método de Holzer, esta situación es usada para calcular las frecuencias naturales y modos naturales del sistema vibrando. La Figura 45, muestra un sistema torsional con varios discos conectados por ejes.

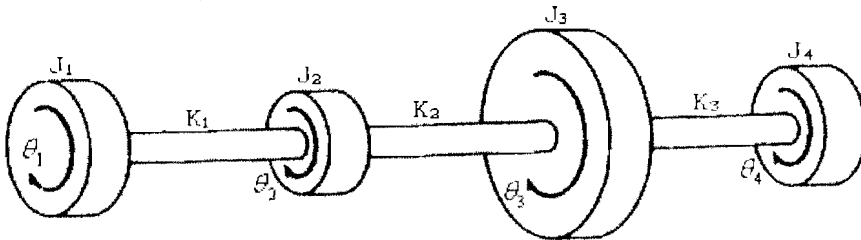


Figura 45. Sistema torsional con cuatro grados de libertad.

Holzer propuso un método de cálculo suponiendo una frecuencia y empezando con una amplitud unitaria en un extremo del sistema y calculando progresivamente el torque y el desplazamiento angular en el otro extremo. Las frecuencias que resulten en torque externo cero o condiciones de borde compatibles en el otro extremo, son las frecuencias naturales del sistema. El método puede aplicarse a cualquier sistema de parámetros concentrados, sistemas lineales, masa-resorte, vigas resorte, etc.

Para una frecuencia ω y $\theta_1 = 1$, el torque inercial correspondiente al primer disco en la Figura 45 es:

$$T_1 = -J_1 \ddot{\theta}_1 = J_1 \omega^2 \theta_1 \quad (6.67)$$

Este torque es transmitido al disco 2 a través del eje 1; por lo tanto:

$$T_1 = J_1 \omega^2 \theta_1 = k_1 (\theta_1 - \theta_2) \quad (6.68)$$

El torque inicial del segundo disco sería $J_2\omega^2 \theta_2$ y la suma del torque inercial del disco 1 y disco 2 es transmitida al disco 3 a través del eje 2, la cual da:

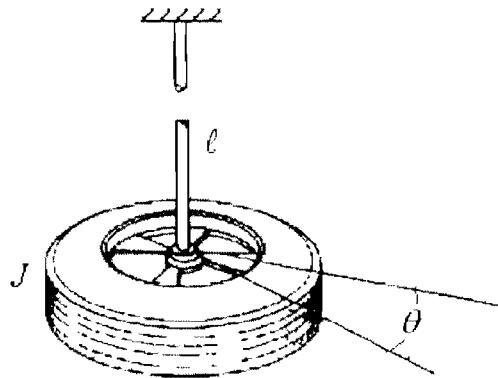
$$J_1\omega^2\theta_1 + J_2\omega^2\theta_2 = k_2(\theta_2 - \theta_3) \quad (6.69)$$

Continuando con este proceso, se ve que el torque al final es el torque inercial combinado de todos los discos, siendo el torque resultante en el extremo mas alejado:

$$T = \sum_{i=1}^n J_i\omega^2\theta_i \quad (6.70)$$

Donde n es el número total de discos. Si el disco es libre en el extremo, el torque total T podría desaparecer. Repitiendo los cálculos para otros valores de ω , las frecuencias naturales se encuentran cuando $T = 0$

MODELO 1. Una rueda de automóvil y su llanta están suspendidas de una barra de acero de 0,50 cm de diámetro y 2 m de longitud, como se muestra en la Figura. Cuando a la rueda se le da un desplazamiento angular y se la suelta, realiza 10 oscilaciones en 30,2 segundos. Halle el momento polar de inercia de la rueda y de la llanta.



La ecuación de movimiento correspondiente a la ecuación de Newton es

$J\ddot{\theta} = -k\theta$, en donde J es momento polar de inercia, k es la rigidez rotacional y θ el ángulo de rotación en radianes. La frecuencia natural de oscilación es:

$$\omega_n = 2\pi \frac{10}{30,2} = 2,081 \text{ rad/s}$$

La rigidez torsional de la barra está dada por la expresión $k = GI_p/\ell$ en donde $I_p = \pi d^4/32$ es el momento polar de inercia de la sección transversal de la barra, ℓ = longitud y $G = 80 \times 10^9 \text{ N/m}^2$

$$I_p = \frac{\pi}{32} (0,5 \times 10^{-2})^4 = (0,006136) 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$k = \frac{(80)(10^9)(0,006136)(10^{-8})}{2} = 2,455 \text{ Nm/rad}$$

Sustituyendo en la ecuación de la frecuencia natural:

$$J = \frac{k}{\omega_n^2} = \frac{2,455}{2,081^2} = 0,567 \text{ kgm}^2$$

MODELO 2. Los datos siguientes están dados para un sistema vibratorio con amortiguamiento viscoso: $w = 10 \text{ lb}$, $k = 30 \text{ lb/pulg}$ y $c = 0,12 \text{ lb/pulg por segundo}$. Determine el decremento logarítmico y la razón de dos amplitudes sucesivas cualesquiera.

La frecuencia no amortiguada del sistema será:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{30 \times 386}{10}} = 34 \text{ rad/s}$$

El coeficiente de amortiguamiento crítico c_c y el factor de amortiguamiento ζ son:

$$c_c = 2m\omega_n = 2 \times \frac{10}{386} \times 34,0 = 1,76 \text{ lb/pul por segundo}$$

$$\zeta = \frac{c}{c_c} = \frac{0,12}{1,76} = 0,0681$$

El decremento logarítmico

$$\delta = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{2\pi(0,0681)}{\sqrt{1-0,0681^2}} = 0,429$$

La razón de la amplitud de dos ciclos consecutivos es:

$$\frac{x_1}{x_2} = e^{\delta} = e^{0,429} = 1,54$$

MODELO 3. Una máquina de 100 kg de masa está soportada por resortes con rigidez total de 700 kN/m y tiene un elemento rotatorio no balanceado que se traduce en una fuerza perturbadora de 350 N a una velocidad de 3.000 rpm. Suponiendo un factor de amortiguamiento de $\zeta = 0,20$, determine (a) su amplitud de movimiento debida al desbalance, (b) la trasmisibilidad y (c) la fuerza transmitida.

La deflexión estática del sistema es:

$$\frac{100(9,81)}{700 \times (10^3)} = 1,401 \text{ mm}$$

La frecuencia natural sería:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{9,81}{1,401(10^3)}} = 13,32 \text{ Hz}$$

(a) La amplitud de la vibración de la ecuación 6.35:

$$X = \frac{\left(\frac{350}{700 \times (10^3)}\right)}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{50}{13,32}\right)^2\right]^2 + \left[2(0,20) \frac{50}{13,32}\right]^2}}$$

$$= 0,0379 \text{ mm}$$

(b) La transmisibilidad de la ecuación (6.38) es:

$$T = \frac{\sqrt{1 + \left(2(0,20) \frac{50}{13,32}\right)^2}}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{50}{13,32}\right)^2\right]^2 + \left[2(0,20) \frac{50}{13,32}\right]^2}} = 0,137$$

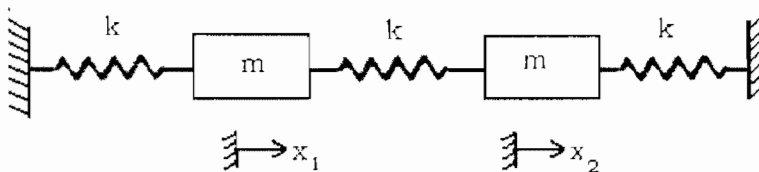
(c) La fuerza transmitida sería: $F_T = 350(0.137) = 47.9 \text{ N}$

MODELO 4. Si las masas y constantes de resorte del sistema de la Figura son iguales a m y k respectivamente, los modos normales serán:

$$\omega_1^2 = \frac{k}{m}, \quad \omega_2^2 = \frac{3k}{m} \quad \text{y} \quad \frac{A_1}{A_2} = 1, \quad \frac{A_1}{A_2} = -1$$

Determine la vibración libre del sistema cuando las condiciones iniciales son:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(0) &= 5 & x_2(0) &= 0 \\ \dot{x}_1(0) &= 0 & x_2(0) &= 0 \end{aligned}$$



Cualquier vibración libre puede considerarse como la superposición de sus modos normales. Así, los dos desplazamientos se pueden escribir como:

$$x_1 = A \sin(\omega_1 t + \psi_1) - B \sin(\omega_2 t + \psi_2)$$

$$x_2 = A \sin(\omega_1 t + \psi_1) + B \sin(\omega_2 t + \psi_2)$$

Los primeros términos de la derecha corresponden al primer modo normal a la frecuencia ω_1 . Su razón de amplitudes es también $A_1/A_2 = A/A = 1$, que es la primera forma modal. Los segundos oscilan a ω_2 con razón de amplitudes $B_1/B_2 = -B/B = -1$, de acuerdo con el segundo modo normal de vibración. Las fases ψ_1 y ψ_2 simplemente permiten la libertad de desplazar el origen de los tiempos y no alterar el carácter de modos normales. Las constantes A , B , ψ_1 y ψ_2 satisfacen las cuatro condiciones iniciales, que pueden escogerse arbitrariamente.

Haciendo $t = 0$ y $x_1(0) = 5$, $x_2(0) = 0$, se obtiene:

$$5 = A \operatorname{sen} \psi_1 - B \operatorname{sen} \psi_2$$

$$0 = A \operatorname{sen} \psi_1 + B \operatorname{sen} \psi_2$$

Reagrupando: $A \operatorname{sen} \psi_1 = 2,5$

$$B \operatorname{sen} \psi_2 = -2,5$$

Diferenciando las ecuaciones de desplazamiento para la velocidad y haciendo $t = 0$, se obtiene:

$$0 = \omega_1 A \cos \psi_1 = \omega_2 B \cos \psi_2$$

$$0 = \omega_1 A \cos \psi_1 = \omega_2 B \cos \psi_2$$

Por lo tanto:

$$\begin{array}{ll} \cos \psi_1 = 0 & \text{o} \quad \psi_1 = 90^\circ \\ \cos \psi_2 = 0 & \text{o} \quad \psi_2 = 90^\circ \end{array}$$

La solución es entonces:

$$x_1 = 2,5 \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t + 2,5 \cos \sqrt{\frac{3k}{m}} t$$

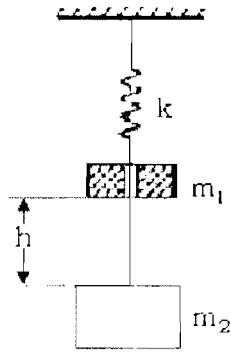
$$x_2 = 2,5 \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t - 2,5 \cos \sqrt{\frac{3k}{m}} t$$

Que en forma matricial:

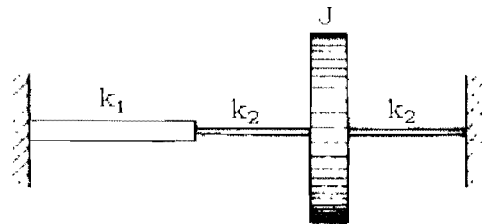
$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = 2,5 \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \end{Bmatrix} \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t - 2,5 \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \end{Bmatrix} \cos \sqrt{\frac{3k}{m}} t$$

PROBLEMAS

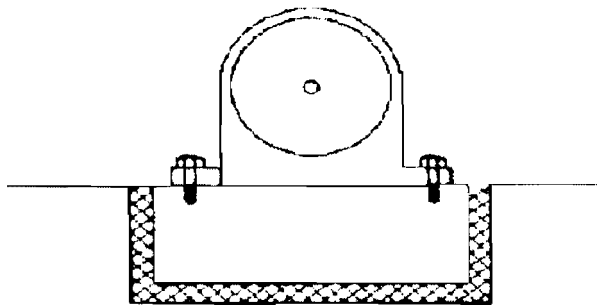
1. Una masa m_1 cuelga de un resorte k (N/m) y está en equilibrio estático. Una segunda masa m_2 cae desde una altura h y se une a m_1 sin rebote, como muestra la Figura. Determine el movimiento subsiguiente.



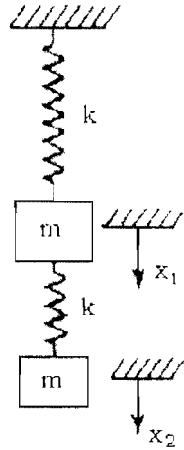
2. Determine la rigidez rotacional efectiva del eje de la Figura y calcule su período natural.



3. Un motor eléctrico de 68 kg de masa está montado en un bloque aislante de 1.200 kg y, la frecuencia natural de todo el sistema es de 160 cpm, con un factor de amortiguamiento de 0.10. Si hay un desbalance en el motor que origina una fuerza $F = 100 \sin 31,4t$, determine la amplitud de vibración del bloque y la fuerza transmitida al piso.



4. Escriba las ecuaciones de movimiento para el sistema mostrado en la Figura y determine sus frecuencias naturales y formas modales.



5. Determine las frecuencias naturales y los modos normales del sistema mostrado en la Figura cuando:

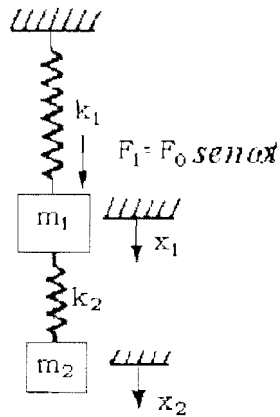
$$gm_1 = 3,86 \text{ lb}$$

$$gm_2 = 1,93 \text{ lb}$$

$$k_1 = 20 \text{ lb/pulg}$$

$$k_2 = 10 \text{ lb/pulg}$$

Cuando se excita con $F_1 = F_0 \text{ sen } \omega t$, determine las ecuaciones para las amplitudes y grafíquelas contra ω/ω_{11} .



CAPITULO VII. TRENES DE ENGRANAJES

1. INTRODUCCIÓN

Los engranajes son órganos mecánicos que sirven para transmitir potencia o movimiento entre dos o más árboles, sin deslizamiento y poca vibración, mediante el engrane entre dientes y flancos de las ruedas dentadas. La combinación de varios engranajes dentro de una misma transmisión se conoce como trenes de engranajes.

El empleo de trenes de engranajes, es decir la transmisión de potencia a través no de un par de ruedas sino de varias, se hace necesario en muchas ocasiones, sobre todo en la maquinaria de elevación, arrastre y transporte. Tres casos típicos son:

- Quando la relación de transmisión es demasiado elevada para una transmisión elemental o directa. Relaciones del orden de 1/50 sólo puede resolverse con un tren de engranajes.
- Quando la distancia entre el eje motor y el eje accionado es demasiado elevada para una transmisión elemental.
- Quando dicha relación de transmisión es una fracción irreducible de gran número de cifras en el numerador o denominador o es inconmensurable.

Según la posición de los árboles, los engranajes se clasifican en:

- Árboles paralelos }

Engranajes cilindricos exteriores	}	Dentado directo
Engranajes cilindricos interiores		o
Cremallera - piñón		Dentado helicoidal

- Árboles que se interceptan }

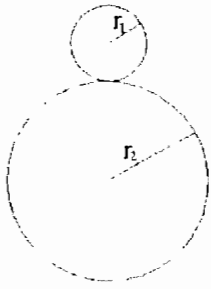
Engranaje cónico dentado recto y oblicuo
Engranaje cónico dentado curvo (zerol)
Engranaje cónico dentado en espiral.

- Árboles que se cruzan }

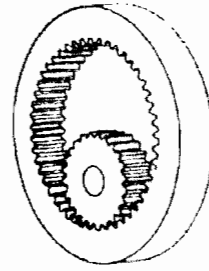
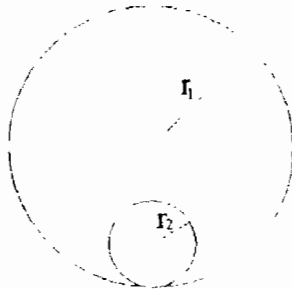
Engranajes helicoidales
Rueda - tornillo si fin
Engranajes hipoidales

En la Figura 46 se presentan los diferentes tipos de engranajes, y en la Tabla 6 - 1 sus aplicaciones, ventajas y desventajas,

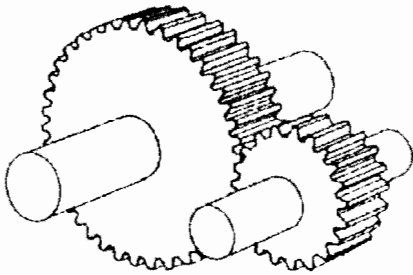
Engrane externo



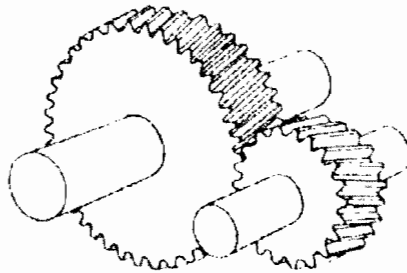
Engrane interno



Cilíndricos de dientes rectos



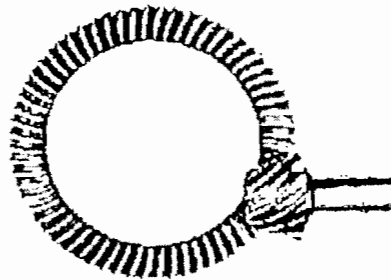
Cilíndricos de dientes helicoidales



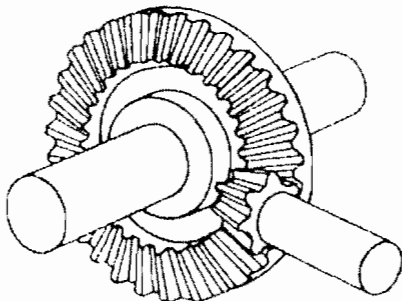
Engranajes de tornillo sinfín



Hipoidales



Engranajes cónicos



Engranajes cremallera

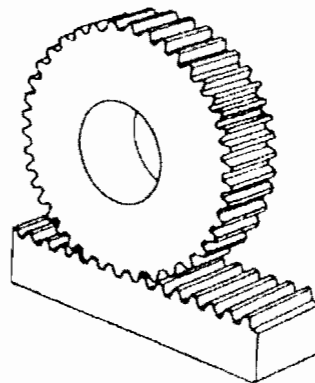


Figura 46. Tipos de engranajes



Tabla 6- 1 Características de los engranajes

TIPO	APLICACIONES	VENTAJAS	DESVENTAJAS
Recto Exterior	Ejes paralelos Velocidades moderadas	- Costo moderado - Empuje axial NO	Relación de contacto pequeña
Recto Interior	- Ejes paralelos - Velocidades moderadas - Igual sentido de rotación	-Pequeña distancia entre ejes -Relación de contacto grande -Empuje axial NO	- Montaje exigente - Costoso
Helicoidal	- Ejes paralelos Velocidades altas	-Funcionamiento silencioso - Alta capacidad de carga	Empuje axial - Montaje cuidadoso
Espina pescado (Herringbone)	- Ejes paralelos - Velocidades altas - Servicio pesado	-No empuje axial -Relación de contacto grande - Capacidad de carga alta	- Muy costoso

En los engranajes internos, la relación de velocidades relativas de giro es positiva e inversamente proporcional a los radios y en los engranajes externos la relación de velocidades relativas es negativa e igualmente inversamente proporcional a los radios.

La relación de velocidades de un par de engranajes es inversamente proporcional al número de dientes e inversamente proporcional al diámetro de paso. Las ecuaciones para cada engranaje en el tren simple son:

$$n_1 = \frac{N_2}{N_3} n_2 ; n_4 = \frac{N_3}{N_4} n_3 ; n_5 = \frac{N_4}{N_5} n_4 \quad (7.1)$$

Donde n se da en revoluciones por minuto y N = número de dientes. Estas ecuaciones pueden cambiarse para encontrar la razón de velocidad entre el primero y el último engranaje:

$$n_5 = \frac{N_4}{N_5} \frac{N_3}{N_4} \frac{N_2}{N_3} n_2 \quad (7.2)$$

En la figura 47 (a), se presenta un tren de engranaje simple, en la cual hay solamente un engranaje por cada eje y en la figura 47 (b) se muestra un tren de engranajes compuesto en la cual dos o más engranajes pueden rotar alrededor de un simple eje.

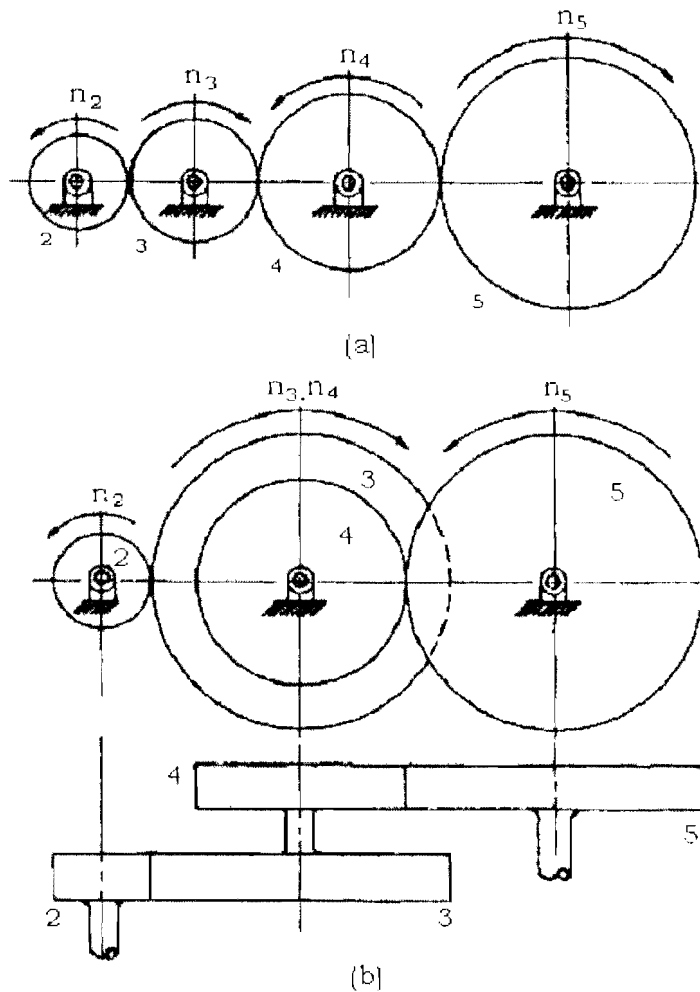


Figura 47. a) Tren de engranaje simple. b) tren de engranaje compuesto

Se nota que el número de dientes en el numerador corresponden a los engranes impulsores y el número de dientes en el denominador a los engranajes impulsados. Los engranajes 3 y 4 son a la vez impulsores e impulsados. Cuando esto sucede, el número de dientes asociados con este engranaje se cancelará en la función del tren de engranes. Tal engranaje se conoce como engrane intermedio o engranaje loco debido a que el número de dientes se cancelan. Los engranes intermedios no afectan la magnitud de la relación entre la entrada y la salida, pero si cambian las direcciones de rotación, como lo muestran las flechas en las figuras. Los engranajes intermedios también pueden producir un ahorro de espacio y de dinero. En la figura 48, el tren simple mostrado en la figura 47 se presenta repetido. El trazado punteado señala un par de engranajes con la misma distancia entre centros que los engranajes 2 y 5, teniendo la misma relación entrada – salida que el tren simple.

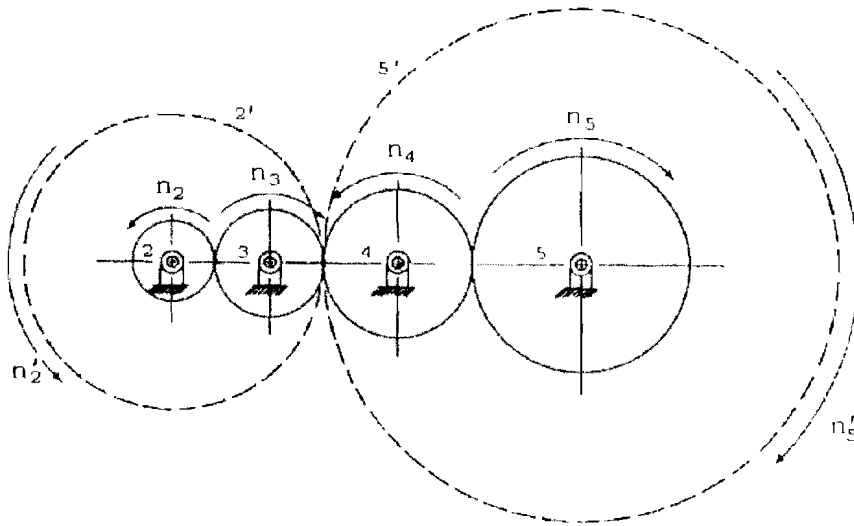


Figura 48. Los engranajes 2' y 5' reemplazarían a los otros engranes (2,3,4 y 5)

La ecuación (7.2), pueden ser simplificada como:

$$n_5 = -\frac{N_2}{N_3} n_2 \quad (7.3)$$

Donde el signo menos es introducido para indicar que ambos engranajes giran en sentido contrario.

En general, la formula de la relación de velocidades de un tren de engranajes será:

$$\frac{n_{\text{último}}}{n_{\text{primero}}} = \frac{\text{productos de los números de dientes impulsores}}{\text{productos de los números de dientes impulsados}} = \text{tren } e \quad (7.4)$$

En el tren de engranajes compuesto de la figura 47 (b), la relación de velocidades para los pares de engranajes impulsor e impulsado serán:

$$n_3 = \frac{N_2}{N_3} n_2 \quad \text{y} \quad n_5 = \frac{N_4}{N_5} n_4 \quad \text{y} \quad (7.5)$$

$n_3 = n_4$ por estar en el mismo eje. Combinando las ecuaciones (7.5), se encuentra:

$$n_5 = \frac{N_2 N_4}{N_3 N_5} n_2 \quad (7.6)$$

Lo importante aquí que se debe destacar es que el número de dientes de todos los engranajes constituyen un engrane con un par compuesto que son requeridos para determinar la relación de velocidades a través del sistema. Los trenes de engranajes compuestos tienen una ventaja sobre los trenes de engranajes siendo simple siempre que el cambio en velocidad sea grande. Por ejemplo, si una reducción 12/1 es requerida,

$$n_7 = \frac{\text{Número de filetes del sinfín}}{N_7} n_6 \quad (7.9)$$

Reuniendo las ecuaciones (7.7), (7.8) y (7.9), se encuentra:

$$n_7 = \frac{N_6}{N_7} \frac{N_4}{N_5} \frac{N_2}{N_3} n_2 \quad (7.10)$$

Donde N_6 = número de filetes del tornillo sinfín. La dirección del engranaje 7 es mostrada en la figura, teniendo en cuenta la dirección asignada al tornillo sinfín.

3. DISEÑO DE LOS TRENES DE ENGRANAJES

Un aspecto importante al definir un tren de engranajes es deducir el número de pares necesarios y el número de dientes de cada par para satisfacer una cierta relación de transmisión necesaria del tren:

$$i = \omega \text{ inicial} / \omega \text{ final}$$

Como norma general se tiene que la relación de transmisión en cada par de engranajes que componen el tren no debe ser superior a 7 y el número máximo de dientes no debe ser superior a 127. Se pueden presentar los siguientes casos:

- a) La relación a conseguir es menor a 7, entonces la solución es inmediata con una sola pareja de engranajes si $i = 5$, $i = 100/20$, por lo tanto se utilizaría un par de engranajes de forma que uno de ellos tuviese 100 dientes y el otro 20.
- b) La relación esperada es menor a 7, pero para conseguirlo con un solo par es necesario utilizar engranajes con un número de dientes superior a 127. Por ejemplo si se desea un $i = 6.93$, para conseguirlo con un solo par de engranajes se necesitaría un engranaje $N_1 = 693$ dientes y $N_2 = 100$ dientes, siendo en número de dientes $N_1 = 693$ excesivo. Es necesario descomponer el número de dientes en factores más pequeños que 127, empleando varias parejas de engranajes:

$$i = \frac{693}{100} = \frac{21}{10} \cdot \frac{33}{10}$$

Se utilizaría dos parejas de engranajes la primera con $N_1 = 21$, $N_2 = 10$ y la segunda con $N_3 = 33$ y $N_4 = 10$.

Si el número de dientes es superior a 127 y no se puede descomponer en factores hay que utilizar el método de aproximación con fracciones reducidas, pues resulta imposible que cumplan las condiciones deseables de funcionamiento.

El método se basa en ir separando la parte entera de la parte decimal. La parte decimal se expresa en forma de fracción con numerador la unidad volviendo a descomponer el denominador en parte entera y decimal. Si en cada descomposición se elimina el decimal del denominador, se obtiene para cada interacción aproximaciones más exactas a la relación deseada.

$$\text{Por ejemplo con } i = 6.55 = \frac{655}{100} = \frac{5(131)}{100} = \frac{5}{10} \cdot \frac{131}{10}$$

Se procede de la siguiente manera:

- Primera aproximación:

$$i = 6.55 = 6 + 0.55 = 6 + \frac{55}{100} = 6 + \frac{1}{\frac{100}{55}} = 6 + \frac{1}{1 + \frac{45}{55}}$$

Si se elimina la parte decimal del denominador $\left(\frac{45}{55}\right)$ se obtiene $i=7 = 70/10$

- Segunda aproximación:

$$i = 6 + \frac{1}{1 + \frac{45}{55}} = 6 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{55}{45}}} = 6 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{10}{45}}}$$

Si se elimina la parte decimal del último denominador $\left(\frac{10}{45}\right)$ se obtiene

$$\text{una relación } i = \frac{13}{2} = 6.5 = \frac{65}{10}$$

- Tercera aproximación:

$$i = 6 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{10}{45}}} = 6 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4 + \frac{5}{10}}}}} = 6 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4 + \frac{1}{2}}}}$$

Si se elimina la parte decimal del último denominador (1/2), se obtiene una relación $i = \frac{59}{9} = 6.555$, que es la última aproximación posible.

c) En el caso que se requieran relaciones de transmisión superiores a 7, se pueden aplicar los casos anteriores, teniendo en cuenta que si en la descomposición resulta un número demasiado pequeño de

dientes se multiplique numerador y denominador por un factor que fije el número de dientes en el intervalo deseado.

Si $i = 217$, entonces:

$$i = 31(7) = \frac{31(2)}{10} \cdot \frac{7(10)}{2(6)} \cdot \frac{6(15)}{15} = \left(\frac{62}{10}\right)\left(\frac{70}{12}\right)\left(\frac{90}{15}\right)$$

Se resuelve con tres parejas de engranajes en los que la relación de transmisión de cada par es menor a 7.

d) Si la relación de transmisión en el tren de engranajes es un número irracional, necesariamente se debe recurrir a la aproximación.

4. TRENES DE ENGRANAJES PLANETARIOS

En las secciones anteriores se analizaron los trenes de engranajes que tienen sus ejes paralelos y fijos en el espacio. Si se permite que los ejes de uno o más de los engranajes en un tren se muevan mientras permanecen paralelos, se presenta una categoría más versátil de trenes conocida como trenes de engranajes planetarios, trenes que se mantienen unidos por un brazo llamado “portador de planetas”.

Los engranajes planetarios o epicicloidales se componen de ruedas dentadas cilíndricas o cónicas conocidos como planetarios o satélites que pueden girar alrededor de un engranaje central llamado solar a engranaje sol gracias a que sus centros están conectados por el brazo portador o puente (Figura 50)

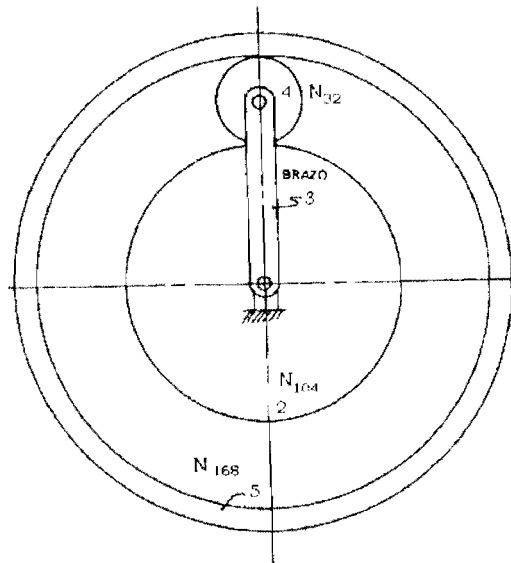


Figura 50. Tren de engranajes planetarios

Para analizar las relaciones de velocidad entre los engranes que tocan dichos engranes planetarios, se requiere modificar la fórmula del tren

de engranajes, ecuación (7.4). Básicamente la modificación requerida implica analizar el tren de engranajes como si el brazo estuviera fijo en el espacio. Así, se estaría viendo el movimiento relativo de los engranes con respecto al portador de planetas. Esto puede requerir que el observador imagine que algunos de los engranes que están en realidad fijos, sean capaces de girar. Dado que el tren de engranaje planetario se comporta como un tren de engranes de eje fijo al verlo desde el portador de planetas, la fórmula de la ecuación (7.4) puede escribirse como:

$$Tren e = - \frac{n \text{ último relativo al brazo}}{n \text{ primero relativo al brazo}} = \frac{n_{\text{último}} - n_{\text{brazo}}}{n_{\text{primero}} - n_{\text{brazo}}} = \frac{n_L - n_A}{n_F - n_A} \quad (7.11)$$

Donde: n_F = rpm del primer engrane en el tren planetario

n_L = rpm del último engrane en el tren planetario

n_A = rpm del brazo

Aquí nuevamente el tren e se construye como:

$$Tren e = \frac{\text{Producto de los números de dientes impulsores}}{\text{Producto de los números de dientes impulsados}}$$

Se asigna un signo “+ o - ” a la función del tren de engranes dependiendo de si el último engrane en el tren se mueve con el mismo sentido o en sentido opuesto que el primero.

Los trenes de engranes planetarios son especialmente bien adaptados para aplicaciones que requieren trenes compactos con altos niveles de reducción de velocidad y que requieren poco espacio. Además, al poseer mayor número de dientes en contacto facilita la transmisión de grandes esfuerzos.

Si se desprecia la fricción en un tren de engranajes, las energías de entrada y salida del tren deben ser iguales. Esto significa que:

$$T_{\text{último}} n_{\text{último}} = T_{\text{primero}} n_{\text{primero}} \quad (7.12)$$

Esta ecuación (7.12) proporciona una manera de calcular el par de salida de un tren de engranajes si se conoce el par de entrada.

Los engranajes planetarios o epicíclicos se clasifican en:

- Trenes simples o de un puente: compuesto de dos ruedas dentadas engranadas entre sí o a través de ruedas intermedias, conectadas con un puente alineado con el engranaje solar, algunos ejemplos se muestran en la figura 51.

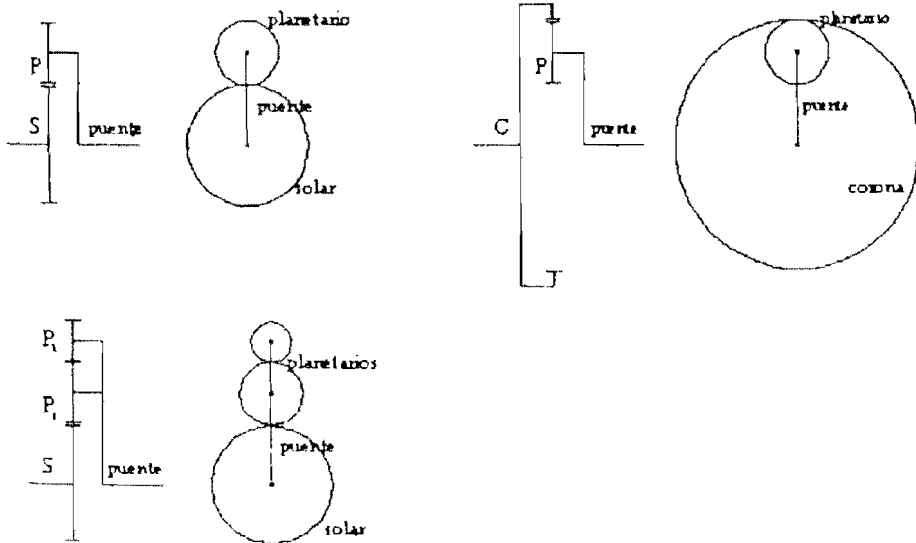


Figura 51. Trenes planetarios simples.

- Trenes compuestos o de varios puentes. La suma de varios trenes simples genera el tren compuesto, en donde el número de puentes indica directamente el número de trenes simples. En la figura 52 se indica la forma como se genera un tren compuesto.

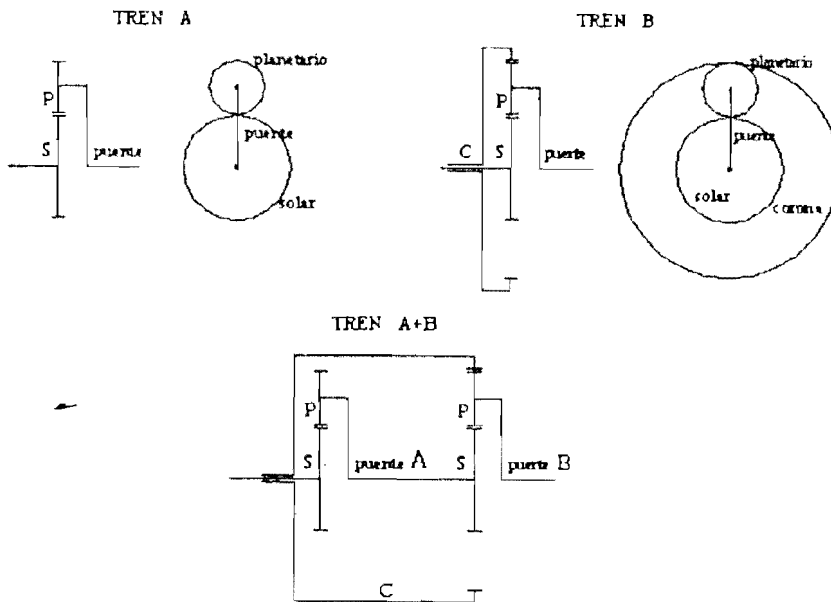


Figura 52. Trenes planetarios compuestos

Los trenes de engranajes planetarios simples son mecanismos inusuales porque tienen dos grados de libertad, es decir, para movimiento restringido debe tener dos entradas; sin embargo, les permite actuar como mecanismos diferenciales, ya que pueden recibir dos velocidades de giro independientes en dos de sus engranajes. Por lo

tanto, el número de grados de libertad para un tren compuesto será igual a $(2 \times \text{número de trenes simples}) - \text{uniones entre ellos}$. Cuando el número de grados de libertad se reduce a 1 ubicando diferentes ligaduras entre los engranajes, la relación de transmisión va cambiando para cada conjunto, lo que convierte al tren planetario en una apropiada caja de velocidades compacta. Así por ejemplo un tren simple que tiene dos grados de libertad, ofrece al menos dos relaciones de transmisión, mientras que un tren compuesto de 2 trenes simples unidos proporciona inicialmente $(2 \times 2) - 1 = 3$ grados de libertad, que permitirían fácilmente hasta 15 tipos de relación de transmisión.

5. TREN DE ENGRANAJES DIFERENCIAL

Se trata de un tren epicicloidal de ejes intermedios no paralelos, sino concurrentes, es decir lo que se conoce como un tren esférico. Se utiliza en máquinas donde el movimiento y la potencia se transmite de un eje primario a semiejes secundarios perpendiculares que giran a la misma velocidad pero pueden sufrir cambios o alteraciones de conformidad con las reacciones encontradas en su movimiento.

Los diferenciales más comunes están formados por engranajes cónicos y los más sencillos se componen de un piñón de ataque y una corona solidaria con la caja de satélites, donde se acoplan dos engranes cónicos unidos a la caja y otros dos unidos a los semipalieres.

El mecanismo diferencial es realmente un tren planetario en el que la caja actúa de puente moviendo dos engranajes cónicos que actúan como planetarios que son los que transmiten el movimiento a otros dos engranajes cónicos que actúan de solar alineados con los semipalieres. El diferencial sencillo corresponde a un tren de engranajes planetarios exterior, en donde los satélites y planetarios son piñones cónicos con ejes perpendiculares, como lo muestra la figura 53.

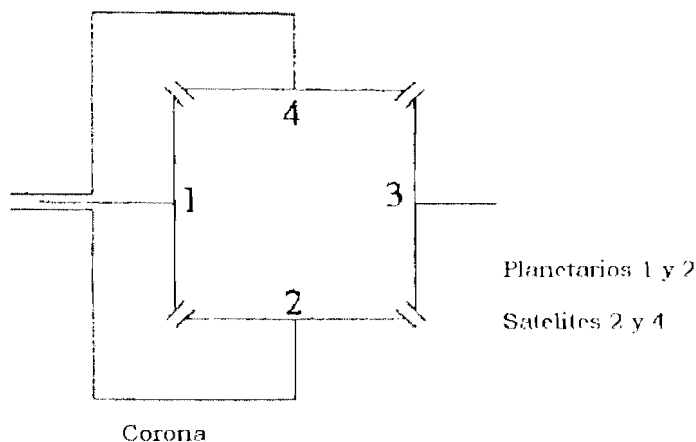


Figura 53. Tren diferencial simple.

$$(n_1 - n_{\text{corona}}) r_1 = n_2 r_2 = - (n_3 - n_{\text{corona}}) r_3$$

Como $r_1 = r_2$, se encuentra:

$$n_{\text{corona}} = \frac{n_1 + n_3}{2} \quad (7.13)$$

$$\frac{n_1 - n_{\text{corona}}}{n_2} = \frac{r_2}{r_1} \quad (7.14)$$

$$\frac{n_3 - n_{\text{corona}}}{n_2} = -\frac{r_2}{r_3} \quad (7.15)$$

Cuando $n_1 = n_3$, entonces $n_1 = n_3 = n_{\text{corona}}$ y la marcha de ambos semiejes es igual a la del chasis. Se ve además que las velocidades pueden ser distintas sin que se altere la marcha del chasis y por lo tanto, la del piñón que lo acciona. Este dispositivo tiene una aplicación clásica en los ejes traseros de los tractores y automóviles, constituyendo lo que se llama el grupo diferencial por la posibilidad de que las ruedas traseras puedan girar a la misma o diferente velocidad, según las necesidades de transitar en recta o curva, respectivamente.

Los diferenciales dobles utilizados en los tractores de cadena, tienen en su caja doble número de satélites y 4 solares, de tamaños distintos.

MODELO 1.

En la figura 50, el engrane Sol es la entrada y se impulsa en el sentido de las manecillas del reloj a 100 rpm. El engrane corona se mantiene estacionario por estar sujeto al bastidor. Calcule las rpm y el sentido de rotación del brazo.

Sea $n_F = n_2 = 100$ rpm y $n_L = n_5 = 0$

Liberando el engranaje 5 y manteniendo el brazo estacionario, se tiene:

$$\text{Tren } e = - \left(\frac{20}{30} \right) \left(\frac{30}{80} \right) = -0.25$$

En la ecuación (7.11): $-0.25 = \frac{0 - n_A}{(-100) - n_A}$

$$n_A = 20 \text{ rpm}$$

La velocidad angular del engrane relativa al brazo en rpm corresponde a: $n_{23} = n_2 - n_3$

La velocidad del engrane 4 relativa al brazo en rpm corresponde a:

$$n_{43} = n_4 - n_3$$

Por lo tanto:

$$\frac{n_{43}}{n_{23}} = \frac{n_4 - n_3}{n_2 - n_3}$$

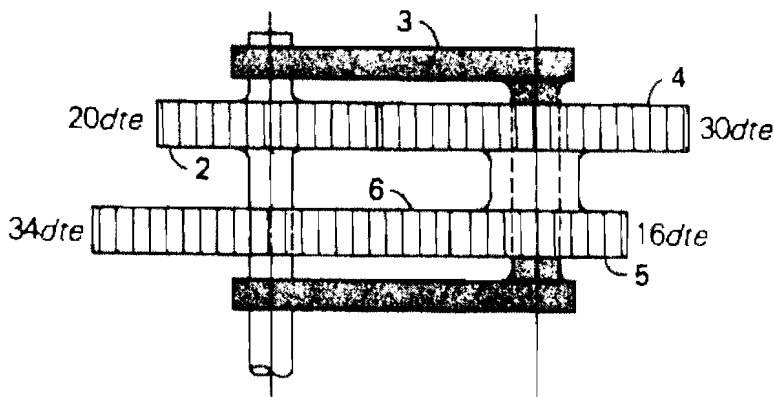
Pero $\frac{n_{43}}{n_{23}} = -\frac{20}{30} = -\frac{2}{3}$

Sustituyendo los valores, se obtiene:

$$-\frac{2}{3} = \frac{n_4 - (-20)}{(-100) - (-20)} \Rightarrow n_4 = 33.33 \text{ rpm}$$

MODELO 2.

La figura muestra un tren planetario revertido. El engranaje 2 es movido por su eje y a 250 rpm. en dirección horario. Los engranajes 4 y 5 son planetarios articulados pero de libre giro sobre su eje que es transportado por el brazo planetario. Hallar la velocidad y dirección de rotación del brazo. El engranaje 6 es estacionario.



Para este tipo de problemas, debemos decidir, cual vamos a designar como primer y último engranajes. Como las velocidades de rotación de los engranajes 2 y 6 son dadas, cual quiera de los dos engranajes puede ser utilizado como el primero. Esto no altera el resultado, pero una vez escogido el engranaje, no puede ser cambiado.

Escojamos como primero el engranaje 2, y el engranaje 6 como último.

Sabemos que:

$$E = \frac{n_l - n_A}{n_f - n_A}$$

n_l : R.P.M. del último engranaje

n_f : R.P.m del primer engranaje

n_A : R.P.m del brazo

También
$$E = \frac{\text{Producto del número de dientes impulsores}}{\text{Producto del número de dientes impulsados}}$$

$n_f = n_2 = -250$ RPM siendo el sentido antihorario pos:
 $n_L = n_6 = 0$ (estacionario).

$$E = \frac{N_2 \times N_5}{N_4 \times N_6} = \frac{20 \times 16}{30 \times 34}$$

$$E = \frac{16}{51}$$

Entonces tenemos que: $\frac{16}{51} = E = \frac{n_f - n_A}{n_f - n_A}$

Reemplazando por sus equivalentes tenemos:

$$\frac{16}{51} = \frac{0 - n_A}{-250 \text{ RPM} - n_A}$$

$$(-250 \text{ RPM} - n_A) 16 = -51 n_A$$

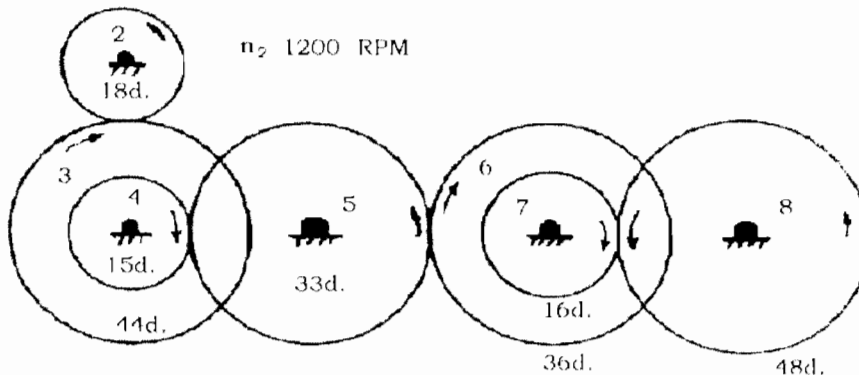
$$16 \times 250 \text{ RPM} = (51 - 16) n_A$$

$$n_A = \frac{16 \times 250}{35} = 114 \text{ RPM en sentido antihorario.}$$

$$n_A = 114 \text{ RPM}$$

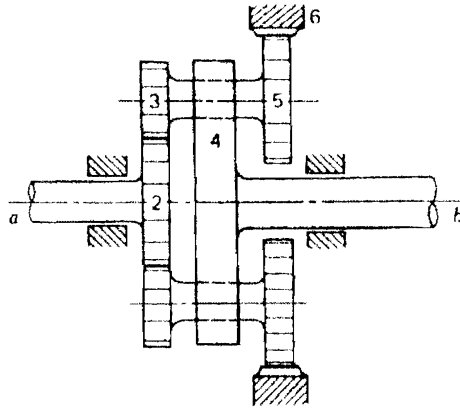
PROBLEMAS

1. Hallar la velocidad y direccion del engranaje 8 en la figura. Cual es el valor del tren E? n_8 ?



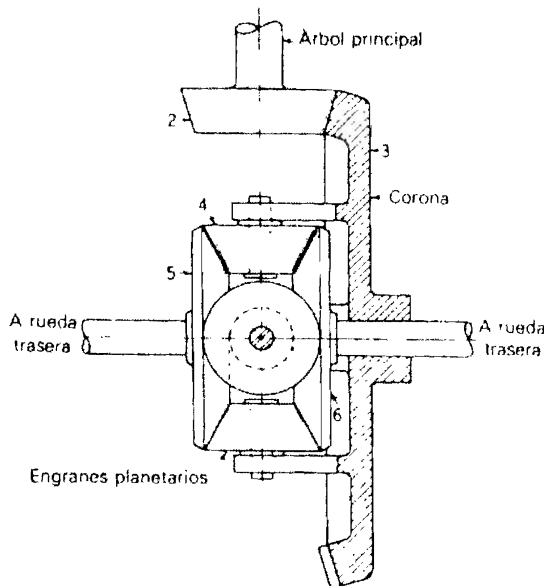
2. Los números de dientes de los engranajes que se indican en la figura son: $N_2 = 20$, $N_3 = 18$, $N_5 = 20$ y $N_6 = 58$. El 6 es un engrane inferior estacionario. El brazo 4 está conectado al eje de salida b. El

engrane 2 es impulsado a 330 rpm (s.r) por el eje de entrada a. Determinense la velocidad y el sentido de rotación del eje de salida b.



3. Los números de dientes de los elementos del engranaje diferencial de automóvil ilustrado en la figura, son $N_2 = 17$, $N_3 = 54$, $N_4 = 11$, $N_5 = 16$, $N_6 = 16$. El eje principal de transmisión gira a 1 200 rpm. ¿Cuál será la velocidad de la rueda derecha del auto si éste se levanta con gato en este lado y la rueda izquierda permanece fija, apoyada en la superficie del camino?
4. Un automóvil que utiliza el diferencial mostrado en la figura, da vuelta o vira a la derecha a una velocidad de 48 kph en una curva de 24 m de radio. Considérense los mismos números de dientes que en el problema 14-23. Las llantas o neumáticos son de 15 pulg de diámetro, y se tiene una distancia de 150 cm (60 pulg) como ancho de rodada o distancia entre ruedas del vehículo.

- a) Calcúlese la velocidad de cada rueda trasera.
- b) ¿Cuál será la velocidad del engrane anular o corona del diferencial?



CAPITULO VIII. CALCULO DE CORREAS Y CADENAS

1. CORREAS O BANDAS DE TRANSMISIÓN

1.1 Introducción

Entre los medios de transmisión convencionales, las correas o bandas constituyen un sistema de transmisión flexible, simple y económico, que las hacen recomendable y ventajosa en muchas aplicaciones industriales. Las correas se pueden utilizar para transmitir potencia entre dos ejes paralelos o cruzados a cierta distancia, cuando no se necesita mantener una relación de velocidades exacta entre los dos ejes. En la mayor parte de las transmisiones por correas la pérdida de potencia debida a desligamiento y arrastre son de un 3 a un 5 por ciento.

Sus principales ventajas son:

- Funcionamiento silencioso.
- Absorben bien los efectos vibratorios y pulsatorios generados por el funcionamiento irregular bien sea de la máquina matriz o de la máquina receptora.
- No requiere lubricación, por lo tanto su mantenimiento es mínimo.
- Facilidad de instalación
- Facilidad de adoptar distancias entre ejes dentro de ciertos rangos.
- Se puede transmitir desde potencias bajas hasta potencias de gran consideración.
- Pueden ser utilizadas para transmitir movimiento a ejes paralelos, a ejes que se cruzan y a ejes que se interceptan.
- Buena adaptabilidad a la aplicación individual.
- Se puede emplear hasta para relaciones de velocidad de ocho y en casos especiales superar este valor.
- Si la selección de la correa y el montaje son adecuados, se puede alcanzar una eficiencia del 96 a 98%.

Inconvenientes de las correas:

- o Implica mayores dimensiones constructivas
- o Puede producirse resbalamiento, siendo más notable en el caso de correas planas.
- o Debido al tensionamiento necesario ocasiona flexión al eje
- o Sufren variaciones por efecto de la temperatura y la humedad.
- o Con el trabajo sufren alargamiento que de no tensionarlas, la potencia disminuiría considerablemente.
- o El coeficiente de fricción se altera con el uso, la humedad, el polvo y otros factores.
- o En algunos casos es imposible la transmisión de potencia sincrónica.

El diseño de una correa implica la selección de la correa adecuada (material, longitud, sección etc.) para transmitir una determinada potencia en ciertas condiciones de espacio y funcionamiento.

Los cálculos de las correas se dificultan cuando se quiere tener en cuenta todos los efectos que afectan su funcionamiento. La carga de una correa es dinámica y posee las siguientes características:

- Está continuamente tensada y flectada cuando pasa por las poleas. Debido a esto, la porción no tensada vibra continuamente cometiéndose cada sección a fatiga.
- El resbalamiento produce fuerzas de cizalladura aumentando el desgaste.
- Absorbe las vibraciones de torsión de los ejes.

Para el cálculo de las correas o bandas de transmisión se utilizan métodos simplificados. Actualmente los fabricantes suministran la información en ábacos y tablas para la selección de las bandas, detallando claramente sus características.

Los elementos altamente flexibles no tienen duración infinita. Cuando se utilizan es necesario establecer un programa de inspecciones para prevenir el desgaste, el envejecimiento y la pérdida de elasticidad. Los elementos deben reemplazarse a la primera señal de deterioro.

1.2. Clasificación

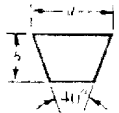
Las correas se pueden clasificar según la sección transversal, la disposición del montaje y la manera de efectuar el tensado, el material y el empalme.

a) Según la sección transversal

- Correas redondas: son normalmente usadas para cargos relativamente livianas tipo máquinas de coser. Sin embargo, también hay correas redondas más grandes usadas en diversos equipos agrícolas. Se encuentran en un intervalo de tamaño entre $1/8$ y $3/4$ de pulgada de diámetro. Para su buen funcionamiento requiere de poleas ranuradas conocidas también como roldadas o garruchas.
- Correas planas: requieren poleas con abultamiento central o poleas abombadas. Sus aplicaciones más comunes son en transmisión donde se requiere transmitir potencia a cierta distancia y la posición relativa entre los ejes puede soportar pequeñas variaciones. Su espacio varía entre 0.75 a 5 mm (0.03 a 0.20 pulgadas). Son usadas en ciertas transportadoras, molinos, aventadoras, ventiladores, trilladoras, etc.

- Correas trapezoidales o en V: requieren de poleas ranuradas o con garganta y son actualmente las más utilizadas. La acción de cuña de la correa contra los lados de la ranura de la polea conlleva a un amarre más eficaz de la misma, ya que eleva la fuerza de presión normal en la superficie de apoyo. Las dimensiones de la sección transversal de las bandas en V (o trapeciales) han sido estandarizadas por los fabricantes, con cada sección designada por una letra del alfabeto (A,B,C,D y E) para tamaños con dimensiones en pulgadas. La tabla 8.1 lista, las dimensiones, diámetros mínimos de la polea y el intervalo de potencia para cada una de las secciones designadas con letra.

TABLA 8.1 Secciones de bandas en V estándares.



SECCIÓN	ANCHO a , in	ESPESOR b , in	MINIMO DIÁMETRO DE POLEA, in	POTENCIAS PARA UNA O MAS BANDAS, hp
A	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{16}$	3.0	1-10
B	$\frac{3}{8}$	$\frac{7}{64}$	5.4	1-25
C	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{16}$	9.0	15-100
D	$1\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	13.0	50-250
E	$1\frac{1}{2}$	1	21.6	100 o mayor

Para especificar una banda en V, se proporciona la letra de sección de la banda, seguida por la circunferencia interna en pulgadas (Tabla 8,2). Una banda C85, es una banda de sección C que tiene una circunferencia interna de 85 pulgadas.

Tabla 8.2. Circunferencias internas para correas en V estándares.

SECCIÓN	CIRCUNFERENCIA, in
A	26, 31, 33, 35, 38, 42, 46, 48, 51, 53, 55, 57, 60, 62, 64, 66, 68, 71, 75, 78, 80, 85, 90, 96, 105, 112, 120, 128
B	35, 38, 42, 46, 48, 51, 53, 55, 57, 60, 62, 64, 65, 66, 68, 71, 75, 78, 79, 81, 83, 85, 90, 93, 97, 100, 103, 105, 112, 120, 128, 131, 136, 144, 158, 173, 180, 195, 210, 240, 270, 300
C	51, 60, 68, 75, 81, 85, 90, 96, 105, 112, 120, 128, 136, 144, 158, 162, 173, 180, 195, 210, 240, 270, 300, 330, 360, 390, 420
D	120, 128, 144, 158, 162, 173, 180, 195, 210, 240, 270, 300, 330, 360, 390, 420, 480, 540, 600, 660
E	180, 195, 210, 240, 270, 300, 330, 360, 390, 420, 480, 540, 600, 660

- Correas en V con banda de amarre: Son correas en V que han sido vulcanizadas permanentemente a una banda de amarre. Funciona como un conjunto de correas múltiple. Esto minimiza los problemas que pueden presentarse para la transmisión de elevadas potencias como salirse de su lugar o golpearse una contra la otra.

- Correas en V apostilladas: poseen una banda con ranuras en dientes de sierra. Al igual que las correas planas o redondas dependen de la fricción para transmitir la potencia. Comparada con las anteriores, su ventaja radica en el aumento de la superficie de contacto.
- Correas reguladoras, dentadas o de sincronización: son correas planas con dientes en su parte interior que entran en ranuras axiales formadas en dirección axial en la periferia de las poleas con llanta estriada. Este tipo de banda no se estira o desliza y en consecuencia, transmite potencia según una relación de velocidad angular constante. El dentado de la polea debe estar alineado con el de la correa. En el interior de la correa se colocan cables o refuerzos de alambre de acero entrelazados en forma de espiral para resistir la carga de tensión y mejorar su resistencia.
- Correas eslabonadas: está formada por eslabones que facilitan el ensamble y permite tener longitudes variables. No son recomendables para altas velocidades.

b) Según la disposición del montaje

- Transmisión abierta (directa o no inversora): las poleas giran en el mismo sentido. En el caso de un mecanismo con banda plana la tensión en la misma es tal que es risible la flojedad o colgadura cuando la banda está en movimiento.
- Transmisión cruzada o inversora: las poleas giran en sentido opuesto. Las caras o lados de la correa hacen contacto con las poleas, de modo que estas transmisiones no pueden emplearse con correas en V o de sincronización.

c) Según la manera como se hace el tensado: puede ser mediante carriles tensores mediante polea tensora, por tensado automático o pivotando ligeramente la base del motor.

d) Según el material

- Correas de cuero (su uso es cada vez más limitado)
- Correas de caucho, reforzados con elementos sintéticos vegetales o metálicos que le proporcionan resistencia a la tensión.
- Correas de textiles
- Correas plásticas
- Correas tipo cintas metálicas

e) Según el empalme

Se encuentran correas engrapadas, pegadas, cosidas y las correas enterizas o sin fin que son las más durables y con marcha más uniforme

1.3. Cálculo de transmisión por bandas en V.

- Datos Necesarios para el cálculo

- P : Potencia a transmitir
- N : RPM de la polea menor
- N : RPM de la polea mayor

Además, las condiciones de funcionamiento y tipo de máquina accionada (tipo de motor, horas diarias de servicio y puntas de cargas o cargas máximas - arranque o máxima de funcionamiento - expresadas como 7% del momento de torsión de régimen).

- Relación de transmisión (k): está dada como $k = \frac{N}{n}$ (8.1)
- Potencia nominal o corregida. La potencia transmisible por correa, que señala el fabricante en sus tablas, está para condiciones de carga constante, pero en la práctica no se da esa condición y es necesario corregir la potencia P_c en un factor C_c (Tabla 8.3) que tenga en cuenta las condiciones de trabajo.

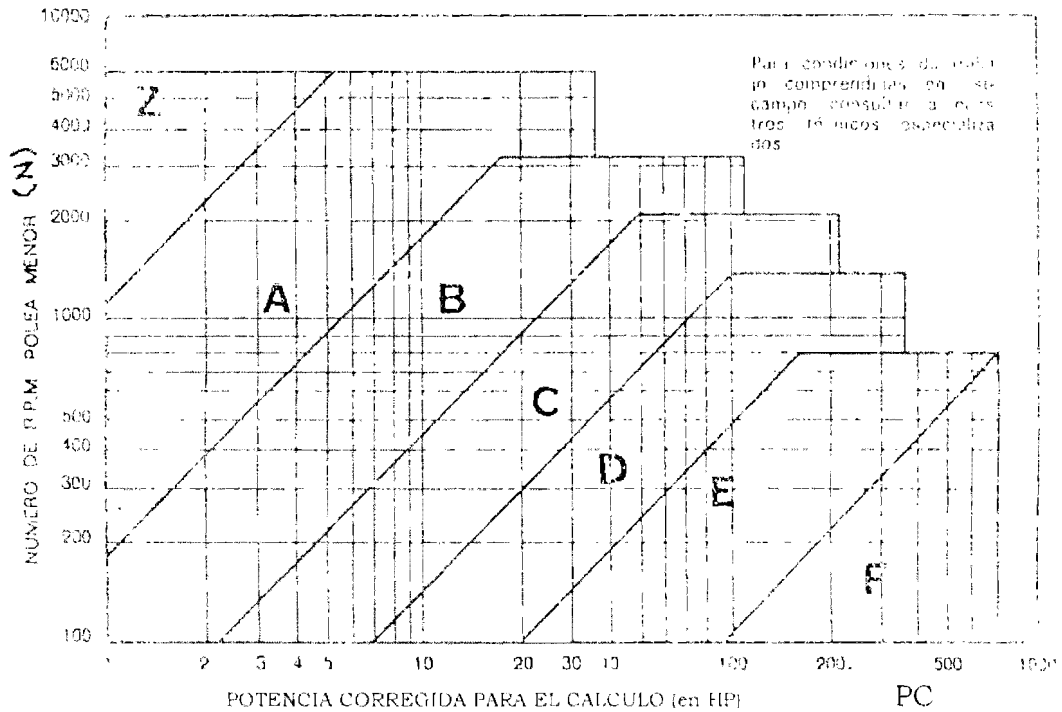
$$\begin{array}{l} \text{Potencia corregida} \\ \text{o proyectada} \end{array} \quad \Bigg| \quad P_c = P \cdot C_c \quad (8.2)$$

TABLA 8.3 Factores de servicio C_c .

Tipo de servicio	Condiciones de trabajo	Motor eléctrico	Motor de explosión	
			n.cil 4	n.cil 4
Ligero	Servicio intermitente - funcionamiento ≤ 6 horas diarias ninguna punta de carga	1	1.1	1.2
Normal	Funcionamiento de $6 \div 16$ horas día - puntas de carga o puesta en marcha $\leq 150\%$ del trabajo a plena carga	1.2	1.3	1.4
Pesado	Punta de carga o puesta en marcha $\leq 250\%$ del trabajo a plena carga - servicio $16 \div 24$ horas día	1.4	1.5	1.6
Muy pesado	Puntas de carga $> 250\%$ del trabajo a plena carga - funcionamiento continuo.	1.6	1.8	2

- Sección de la banda

Redetermina como una función de la potencia corregida y el régimen de giro establecido, mediante el siguiente gráfico:



- Elección de los diámetros primitivos d y D de las poleas

El diámetro primitivo d de las poleas menores se elige de acuerdo con la tabla 8.4, que fija los diámetros primitivos mínimos en función del ángulo β de las gargantas, y con la tabla 8.5 que fija los diámetros primitivos para cada sección de bandas.

Tabla 8.4 Diámetros primitivos mínimos en función del ángulo de las gargantas. (Para polea menor).

Z	A	B	C	D	E	F	Angulo de gargantas
≥ 90	≥ 125	≥ 200	≥ 300	≥ 500	≥ 630	≥ 750	38°
-	-	-	de 200 a 280	de 355 a 475	de 500 a 600	de 670 a 710	36°
de 50 a 80	de 75 a 118	-	-	-	-	-	34°

Nota: para diámetros primitivos inferiores a los indicados pueden tolerarse ángulos β de gargantas de 34° . Para estas transmisiones de carácter excepcional consultar a nuestros técnicos.

Tabla 8.5 Diámetro primitivos

SECCIONES					
Z	A	B	C	D	E
50 --	75 --	125 -	200 + +	355 + +	500 + +
53 --	80 --	132 +	212 -	375 +	530 +
56 --	85 -	140 + +	224 + +	400 - +	560 + +
60 +	90 + +	150 +	236 +	425 +	600 +
63 + +	95 --	160 + +	250 + +	450 + +	630 + +
67 +	100 - +	170 +	265 +	475 + +	670 +
71 + +	106 +	180 + +	280 + +	500 + +	710 + +
75 +	112 + +	190 --	300 +	530 -	750 --
80 +	118 +	200 - +	315 + +	560 +	800 + +
90 +	125 + +	224 +	355 +	600 -	900 +
100 + +	132 +	250 + +	375 -	630 + +	1000 + +
112 +	140 +	280 -	400 + +	710 -	1120 +
125 - +	150 +	300 +	450 +	750 -	1250 + +
140 +	160 + +	315 + +	500 + +	800 - +	1400 +
150 +	170 +	355 +	530 -	900 +	1500 +
160 - +	180 + +	375 +	560 +	1000 + +	1600 + +
180 +	190 --	400 + +	600 +	1050 +	1800 +
200 + +	200 -- +	450 +	630 + +	1100 +	1900 +
224 +	224 + +	500 -- +	710 +	1200 + +	2000 + +
250 +	250 + +	530 -	750 +	1400 +	2250 +
	280 +	560 -	800 + +	1500 +	2500 -- +
	300 -	600 +	900 +	1600 +	
	315 + +	630 - +	1000 + +	1800 +	
	355 +	710 +	1120 +	2000 + +	
	400 + +	750 +	1250 + +		
	450 +	800 + +	1400 --		
	500 + +	900 +	1600 - +		
	560 +	1000 + +			
	630 + +	1120 --			
	800 --				
	1000 + +				

-- no recomendados

+ recomendados

+ + especialmente recomendados

El diámetro primitivo de la polea mayor D, se determina como:

$$D = k.d \tag{8.3}$$

Si D estuviera ya fijado: $d = D/k$ (8.4)

Distancia entre ejes (I): cuando la distancia I entre ejes no está establecida previamente por exigencias de la instalación, puede elegirse con el siguiente criterio:

Para $1 \leq k < 3$, $I \geq \frac{(k+1).d}{2} + d$ (8.5)

Para $k \geq 3$, $I \geq D$ (8.6)

Longitud primitiva de la correa (L): la longitud primitiva teórica L se calcula:

$$L = 2I + 1.57 (D + d) + \frac{(D - d)^2}{4I} \quad (8.7)$$

Con este valor L se calculado se elige la L' comercial más aproximada al mismo.

Si $L' \neq L$ se variará la distancia I entre ejes establecida con (8.5) o (8.6) disminuyendo o aumentando la mitad de la diferencia $L - L'$.

La distancia entre ejes corregida I_c será:

$$I_c = I \pm \frac{L - L'}{2} \quad (8.8)$$

Determinación del arco de contacto (θ). El arco de contacto de la correa sobre la polea menor se puede determinar así:

$$\theta = 180 - 57.3 \frac{D - d}{I_c} \text{ grados} \quad (8.9)$$

Potencia transmisible por correa. La potencia clasificada o prestación base P_b , es la potencia en HP que transmite la correa en condiciones hipotéticas de trabajo a saber:

a) $k = 1$, $D = d$ y $\theta = 180$

b) Longitud primitiva estandar: (A 66 - B90 - C144 - D240 - E285 marca Pirelli; A68 - B90 - C144 - D240 - E285 marca Gates).

Por las tablas de prestaciones (tablas 8.6) para prestaciones de las correas Oleostatic Pirelli a partir del régimen de giro y del diámetro primitivo de la polea menor se obtiene la potencia de diseño para la que está indicada este tipo de correa y condiciones de trabajo.

Algunos fabricantes especifican una potencia adicional o prestación diferencia P_d por el hecho de que en las condiciones reales $k \neq 1$. Dan valores de $P_b = f(N, d)$ y de $P_d = f(N, k)$.

Otros fabricantes en la potencia clasificado incluyendo la potencia adicional (en el d equivalente). Según k se da un factor que aplicado a d se obtiene el d equivalente, y dan valores de $P_b = f(v, d \text{ equivalentes})$.

La prestación real P_a para condiciones de trabajo será:

$$P_a = (P_b + P_d) \cdot C_0 \cdot C_L \quad (\text{en HP}) \quad (8.10)$$

Donde: C_0 : factor de corrección para $\theta < 180^\circ$ (Tabla 8.7)
 C_L : factor de corrección por longitud, que varía según el

tipo de banda (Tabla 8.8)

Tabla 8.7. Factores de corrección C_{θ} para arcos de contacto inferiores a 180° .

Arco de contacto sobre la polea menor	180	175	170	165	160	155	150	145	140	135	130	125	120	115	110	105	100	90
Transmisión trap./trap	1	0,97	0,98	0,96	0,95	0,93	0,92	0,90	0,89	0,87	0,86	0,84	0,82	0,80	0,78	0,76	0,74	0,69
Transmisión trap./plana	0,75	0,76	0,77	0,79	0,80	0,81	0,82	0,83	0,84	0,85	0,86	0,84	0,82	0,80	0,78	0,76	0,74	0,69

Tabla 8.8 Factores de corrección C_L en función de tipo correa.

	16	24	28	35	42	48	55	56	75	81	90	105	128	144	180	240	330	420	540	720	
Z	0,80	0,83	0,86	0,92	0,95	0,98	1,00														
A		0,82	0,87	0,90	0,93	0,95	1,00	1,02	1,04	1,06	1,10	1,14	1,17	1,23							
B			0,81	0,85	0,88	0,90	0,94	0,97	0,98	1,00	1,04	1,08	1,11	1,16	1,22	1,28					
C					0,80	0,84	0,87	0,87	0,91	0,94	0,98	1,00	1,05	1,11	1,19	1,24					
D											0,87	0,93	0,94	1,00	1,07	1,12	1,18	1,24			
E														0,91	0,96	1,03	1,09	1,14	1,21		
F																0,87	0,97	1,03	1,06	1,09	

La velocidad tangencial de la correa puede calcularse como:

$$V = \pi \cdot \frac{N}{60} \cdot \frac{d}{1000} \quad ; \quad V = \frac{0.052N \cdot d}{1000} \text{ m/s} \quad (8.11)$$

La fuerza que transmite la banda puede calcularse como la relación entre la potencia de diseño y la velocidad tangencial de la banda.

Determinación del número de bandas (Q). Se determina por la relación entre la potencia corregida y las prestaciones de la correa afectados por

los coeficientes de minoración: $Q = \frac{P_c}{P_a}$ (8.12)

Cuyo valor debe aproximarse al número entero inmediatamente superior, para el número requerido de correas

2. TRANSMISIÓN DE POTENCIA POR CADENAS.

2.1. Introducción

Al igual que las correas, las cadenas se utilizan ampliamente para transmitir potencia entre ejes paralelos. La transmisión por cadenas tiene como ventajas importantes. a) No patinan y pueden operar a temperaturas más altas que las correas. b) Se adapta a distancias grandes o pequeñas entre centros y c) Una cadena puede ser montada

para accionar más de una unidad. Es importante que los ejes estén bien alineados, especialmente para cadenas de alta velocidad y para cadenas anchas. Las transmisiones por cadenas adecuadamente seleccionadas e instaladas, operan a alta eficiencia y con bajo costo de mantenimiento. Si la cadena está bien lubricada y alineada el rendimiento mecánico es muy alto, alrededor de 98%.

2.2. Velocidad de la cadena: como una cadena se mueve con un engranaje, su acción puede compararse con la de una banda que se mueve sin resbalamiento con un prisma. Asumiendo que el prisma motor, o engranaje, rota uniformemente, es evidente que la velocidad de la cadena varía desde un valor mínimo, como lo indicado por la línea continua en la figura 54 (a) y (b), hasta un valor máximo, como se muestra con la línea punteada. A causa de esta variación en la velocidad de la cadena, el engranaje conducido no rotará uniformemente a menos que éste tenga el mismo número de dientes que el engranaje motriz. Mediante el aumento del número de dientes el engranaje, se reducirá la variación en la velocidad de la cadena.

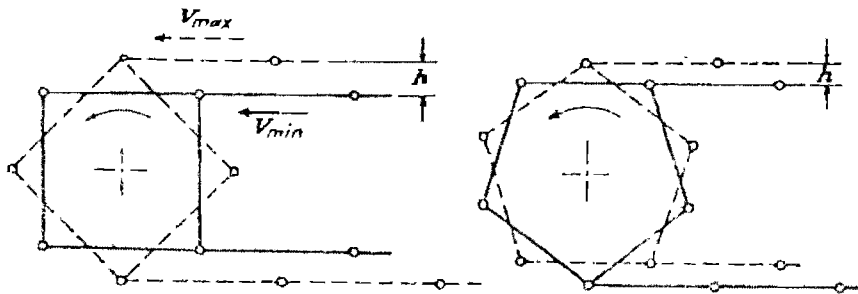


Figura 54.

(a) Variación de la velocidad de la cadena para un engranaje de 4 dientes rotando uniformemente.

(b) elevación y caída de la cadena sobre un engranaje de 5 dientes

Para un engranaje con 11 dientes, la variación en la velocidad de la cadena es de un 47% para uno de 17 dientes es 1.67% y para uno de 24 dientes es menor de 1%. Así, si el mínimo número de dientes en el engranaje menor es 17 o preferiblemente 24 dientes, la transmisión debería operar uniformemente.

La velocidad promedio de la cadena es igual a la longitud de cadena conducida por el engranaje en la unidad de tiempo:

$$V = \frac{P.T.N}{12} \quad (8.13)$$

Donde: V = velocidad de cadena, en pies/min.
 p = paso de la cadena, en pulgadas
 T = número de dientes del engranaje
 N = velocidad del engranaje, en RPM

Aunque existe una tendencia hacia las más altas velocidades en la cadena para aplicaciones ordinarias, las velocidades económicas son del orden de 2500 pies/min. (12.7m/s, para cadenas de rodillos, y 4000 pies/min. (20.3 m/s) para cadenas silenciosas. Ambos tipos de cadenas han sido operadas satisfactoriamente hasta 6500 pies/mm. (33 m/s).

La relación de velocidad para una transmisión simple normalmente no debe ser mayor que 10: 1. Si se requiere una relación mayor, deben usarse dos transmisiones en serie; es decir, una transmisión hacia un eje intermedio y otra desde el eje intermedio hacia el eje conducido. Usualmente es deseable usar pasos pequeños en una transmisión por cadena, para prevenir la vibración en la cadena; sin embargo, los pasos demasiado pequeños pueden aumentar innecesariamente el costo inicial.

Como una ayuda para seleccionar el paso, en la práctica se ha utilizado con buenos resultados, la siguiente expresión empírica:

$$p \leq \left(\frac{900}{N} \right)^{2/3} \quad (8.14)$$

Donde: p = paso, en pulgadas
 N = velocidad del engranaje menor, en RPM

2.3. Número de dientes del engranaje: El número de dientes más deseable depende de varias consideraciones. Como muestra la figura 55, el ángulo a través del cual un eslabón apoya su pasador cuando engrana con el piñón, es igual a 180° dividido por el número de dientes del mismo. Así, con un número de dientes pequeño, el ángulo de rotación será grande y el desgaste del pasador será más rápido. Esta consideración requiere un mínimo de 17 o preferiblemente 24 dientes para obtener una carga uniforme en la cadena. Finalmente, para un paso particular de cadena, el tamaño del engranaje y por consiguiente la velocidad de la cadena aumenta con el número de dientes. Esto significa que la carga sobre la cadena requerida para transmisión de una potencia dada, será menor con un engranaje grande, y de aquí que puede usarse una cadena más pequeña. Existe sin embargo, un límite para la velocidad de la cadena, a causa de los efectos dinámicos y las dificultades de lubricación.



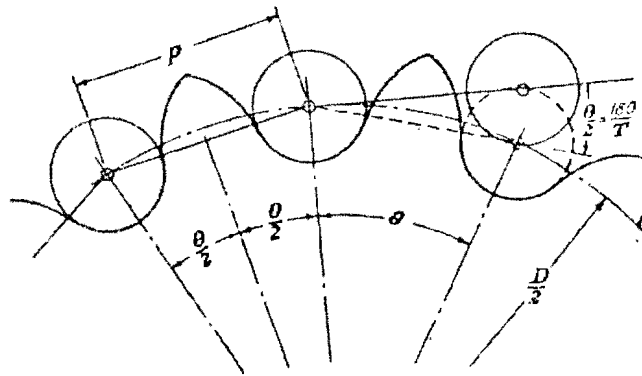


Figura 55. Engranaje de la cadena y los dientes del piñón

La discusión anterior indica que desde el punto de vista de operación, es deseable un alto número de dientes. Sin embargo, el costo de engranajes grandes, las limitaciones de espacio, y las consideraciones de lubricación, generalmente hacen favorable un número pequeño de dientes. De aquí, que el número de dientes especificado representa un compromiso. El número mínimo de dientes se encuentra tabulado para varios tipos de cadenas.

Es usualmente preferible usar un número impar de dientes en tal forma que el desgaste se distribuya uniformemente sobre los dientes. Esto es particularmente deseable para transmisiones expuestas o parcialmente lubricadas. Al reemplazar una cadena vieja, si el engranaje tiene número impar de dientes se observa desgaste uniforme de los mismos, mientras que un engranaje de número par de dientes muestra dientes alternos con mayor desgaste que los intermedios.

Para determinar el diámetro primitivo D de un engranaje, puede utilizarse la geometría de la figura 55.

$$\text{sen} \frac{\theta}{2} = \frac{p/2}{D/2}$$

$$D = \frac{p}{\text{sen}(\theta/2)} = \frac{p}{\text{sen}(180/T)} \quad (8.15)$$

2.4. Potencia de diseño: La vida útil de una transmisión por cadenas es usualmente delimitada por la aparición de fallas por desgaste en las articulaciones. El desgaste puede ser agravado por cargas de impacto debidas a variaciones de velocidad causadas por la unidad motriz, el equipo movido, o ambos. El desgaste en las articulaciones aumenta el paso de la cadena y el eslabón no engrana adecuadamente en los dientes, con lo cual, al girar, causa un incremento de las cargas dinámicas sobre las articulaciones. Cuando esto ocurre, la rata de

desgaste se aumenta y la vida útil de la cadena se aproxima a su fin. Para tener en cuenta las cargas de impacto y las horas diarias de uso, la potencia transmitida debe multiplicarse por un factor de servicio, para obtener la potencia de diseño. (Tabla 8.9).

Tabla 8.9 Factores de servicio para transmisiones por cadena

Tipo de Carga	Cad. de Rodillos, hr/día		Cadena de dientes Invertidos, hr/día	
	10	24	10	24
Carga uniforme, condic. promedio.	1.0	1.2	1.0 - 1.2	1.3 - 1.5
Impacto moderado	1.2	1.4	1.3 - 1.5	1.6 - 1.8
Impacto fuerte	1.4	1.7	1.6 - 2.0	2.0 - 2.5

2.5. Cadenas de bloque: estas cadenas son usadas principalmente para aplicaciones de transporte. La cadena es relativamente ruidosa y el desgaste es rápido, debido al impacto entre los bloques y el engranaje. (figura 56)

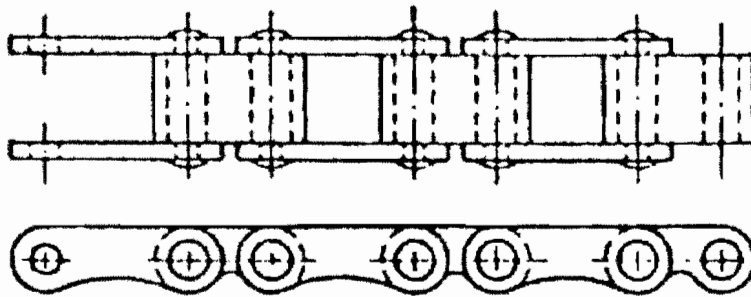


Figura 56. Cadena de bloques.

2.6. Cadenas de Rodillos: sus pines, bujes y rodillos generalmente están fabricados en aleaciones de acero, endurecidas. Las cadenas son fuertes y durable, y dan excelente servicio si son adecuadamente seleccionadas, instaladas y lubricadas.

Las cadenas de rodillos han sido establecidas por la ANSI en cuanto a tamaños. La figura 57 muestra la nomenclatura. El paso es la distancia lineal entre centros de dos rodillos. El ancho es el espacio inferior entre las placas de eslabón. Estas cadenas se fabrican con simples, dobles, triples y cuádruples torones.

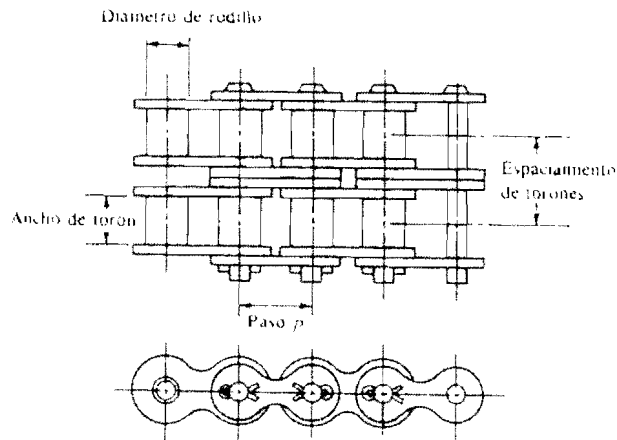


Figura 57 parte de una cadena de rodillos con dos torones.

Las cadenas de rodillos se fabrican con pasos estándar como lo indica la Tabla 8-10. En el número de cadena, el dígito de las unidades indica: el 5, cadena de buje sin rodillo. El 1, cadena de bajo peso, y el 0, indica una cadena de proporciones comunes con rodillo. El dígito o dígitos de la izquierda indican el número de 1/8' del paso. La máxima velocidad recomendada en el engranaje menor, se indica en la Tabla 8.10, para diferentes números de dientes del mismo.

La ecuación (8.16) expresa la potencia (de clasificación) nominal recomendada para una cadena de rodillos de hilera única. Las potencias nominales son basadas en un factor de servicio unitario. Dividiendo la HP/hilera, dada por la ecuación, entre la potencia de diseño (la cual incluye factor de servicio), se obtiene el número de hileras de la cadena. Las cadenas de rodillos pueden constar de uno, dos o más hileras, pero máximo ancho usual es 4 hileras.

En la ecuación (8.16), el primer término del corchete depende de la presión de apoyo permisible en los pines y bujes para limitar la rata de desgaste en estos puntos.

El ángulo de rotación de los eslabones y mediante el cual ellos apoyan en el engranaje, afecta el desgaste y es tomado en cuenta mediante la función de θ , mientras la tensión centrífuga es considerada mediante el término $V^{1.41}$.

$$\text{HP/hilera} = p^2 \left[\frac{V}{23.7} - (1 + 25 \text{ vers } \theta) \frac{V^{1.41}}{1057} \right] \quad (8.16)$$

Donde: P = paso de la cadena, pulgadas
V = velocidad tangencial de cadena = pTN/12, pies/min.
T = número de dientes de engranaje menor
N = RPM del engranaje menor
 $\theta = 180/T$
vers $\theta = 1 - \cos\theta$

Tabla 8.10 Máximas RPM recomendadas en engranajes para cadena de rodillos.

Cadena No.	25	35	41	40	50	60	80	100	120	140	160	180	200	240
Paso	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{4}$	1	1 1/4	1 1/2	1 3/4	2	2 1/2	2 1/2	3
Dientes	Rpm													
11	4,310	2,260	1,020	1,690	1,220	920	580	415	325	235	200	165	145	110
12	1,960	2,590	1,170	1,910	1,400	1,050	670	475	375	270	230	190	165	125
13	5,540	2,900	1,310	2,180	1,570	1,180	750	535	415	305	260	215	185	140
14	6,070	3,170	1,430	2,380	1,720	1,290	820	585	455	335	280	235	205	155
15	6,530	3,420	1,540	2,560	1,850	1,390	880	630	490	360	305	255	220	165
16	6,940	3,630	1,630	2,720	1,960	1,480	935	670	520	380	325	270	235	175
17	7,290	3,810	1,720	2,860	2,060	1,550	985	700	550	400	340	285	245	185
18	7,590	3,970	1,790	2,980	2,150	1,610	1,020	730	570	415	355	295	255	195
19	7,840	4,100	1,850	3,080	2,220	1,670	1,060	755	590	430	365	305	265	200
20	8,050	4,210	1,890	3,160	2,280	1,720	1,090	775	605	440	375	315	270	205
21	8,230	4,300	1,940	3,230	2,330	1,750	1,110	790	620	450	385	320	280	210
22	8,370	4,380	1,970	3,290	2,370	1,780	1,130	805	630	460	390	325	280	215
23	8,480	4,430	2,000	3,330	2,400	1,800	1,150	815	640	465	395	330	285	215
24	8,560	4,480	2,020	3,360	2,420	1,820	1,160	825	645	470	400	330	290	220
25	8,610	4,510	2,030	3,380	2,440	1,830	1,160	830	650	475	400	335	290	220
30	8,580	4,490	2,020	3,370	2,430	1,830	1,160	825	645	470	400	335	290	220
35	8,200	4,290	1,930	3,220	2,320	1,740	1,110	790	615	450	380	320	275	210
40	7,580	3,970	1,780	2,970	2,140	1,610	1,020	730	570	415	355	295	255	195
45	6,820	3,570	1,600	2,670	1,930	1,450	920	655	515	375	320	265	230	175
50	5,950	3,110	1,400	2,330	1,680	1,270	805	575	450	325	275	230	200	150
55	5,010	2,620	1,180	1,970	1,420	1,070	675	480	375	275	235	195	170	125
60	4,020	2,100	950	1,580	1,140	860	545	390	305	220	185	155	135	100

Debe consultarse la información de los fabricantes.

2.7. Cadenas de dientes invertidos o silenciosa, es hecha de eslabones traslapados unidos mediante pines en el tipo de cadena Reynolds, o mediante juntas de balancín en la cadena Morse (Figura 58). Dado que

la carga sobre el pin o el balancín es casi uniformemente distribuida en su longitud, prácticamente se elimina la flexión de los pines, y es por ello que puede usarse una conexión pequeña. Por consiguiente, la conexión será tan flexible que los eslabones de la cadena se acomodaran por si mismos a pequeñas inexactitudes en los dientes de los engranajes, y es poco común que se rompan los pines. Así el ancho de una cadena silenciosa no es tan estrictamente limitado como en una cadena de rodillos, y se han llegado a usar cadenas silenciosas de más de 0.30m de ancho.

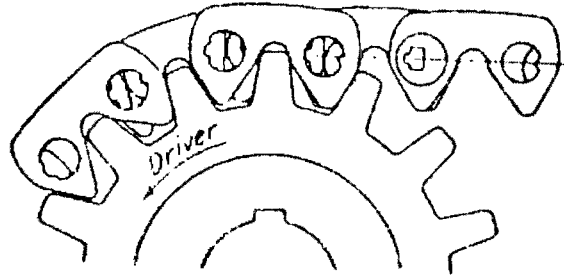


Figura 58. Cadena silenciosa (Morse).

Las cadenas de dientes invertidos se fabrican en pasos estándar, como indica la Tabla 8.11. En el número de la cadena, SC refiere "cadena silenciosa" y los dígitos indican el número de 1/8" del paso. La tabla da la máxima velocidad recomendada de engranaje menor para diferentes pasos y números de dientes del mismo. Para mejores resultados, el engranaje pequeño deberá tener por lo menos 21 dientes.

La ecuación 8.17 da la potencia nominal recomendada para cadenas silenciosas, en HP/pulg. de ancho. El valor computado puede dividirse por la potencia de diseño para obtener el ancho de cadena requerido. El rango de anchos de la cadena debe ser entre p y $10 p$, pero preferiblemente $2 p$ y $6 p$. Los anchos varían con incrementos de $\frac{1}{4}$ "; y los máximos anchos estándar se dan en la Tabla 8.11

$$H_p/\text{pulg de ancho } 2 = \frac{pV}{53} \left[1 - \frac{V}{425(T-8)} \right] \quad (8.17)$$

Donde la potencia es la misma que en la ecuación (8.16).

Cadena No	SC3	SC4	SC5	SC6	SC8	SC10	SC12	SC16
Paso (pulg.)	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{4}$	1	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{3}{4}$	2
Ancho máx.	4"	7"	8"	10"	14"	20"	24"	30"
Número de dientes	Rpta							
17	4,000	3,500	2,500	2,000	1,200			
19	5,000	3,500	2,500	2,000	1,500	1,200	1,000	700
21	6,000	3,500	3,000	2,500	1,800	1,200	1,000	700
23	6,000	4,000	3,000	2,500	1,800	1,800	1,200	800
25	6,000	4,000	3,500	2,500	1,800	1,800	1,200	900
27	6,000	4,000	3,500	2,500	2,000	1,800	1,200	900
29	6,000	4,000	3,500	2,500	2,000	1,800	1,200	900
31	6,000	4,000	3,500	2,500	2,000	1,800	1,200	900
33	6,000	4,000	3,500	2,500	2,000	1,800	1,200	900
35	6,000	4,000	3,500	2,500	2,000	1,800	1,200	900
37	6,000	3,500	3,000	2,500	1,800	1,200	1,000	800
40	5,000	3,500	2,500	2,500	1,500	1,200	900	800
45	4,000	3,000	2,000	2,000	1,500	1,000	900	700
50	3,500	2,500	2,000	1,800	1,200	1,000	800	600

En la ecuación 8.17, el primer término depende de la presión de apoyo permisible en los pines, y el último término incluye el efecto de tensión centrífuga y también, el número de dientes en el engranaje pequeño, el cual es relativo al ángulo de rotación de los eslabones.

2.8. Máximo taladro de engranaje: en engranajes menores, es necesario determinar si el número de dientes y el paso seleccionado, resultará en un engranaje suficientemente grande, tal que su perforación axial de el tamaño adecuado al eje requerido. Sobre esta base, puede usarse las relaciones siguientes para determinar el número mínimo de dientes que pueden usarse con un paso dado, para un engranaje de perforación axial d.

Engranaje para cadena de rodillos:

$$T \text{ min} = \frac{4d}{P} + 5 \quad \text{para pasos hasta } 1'' \quad (8.18)$$

$$T \text{ min} = \frac{4d}{P} + \quad \text{para pasos } 1^{1/4} \text{ a } 2^{1/2} \quad (8.19)$$

Engranaje para cadena silenciosa:

$$T \text{ min} = \frac{4d}{P} + 6 \quad \text{para pasos hasta } 2'' \quad (8.20)$$

2.9. Longitud de la cadena: la ecuación siguiente puede usarse para determinar la longitud aproximada de una cadena:

$$L = \frac{T_1 + T_2}{2} + \frac{2C}{P} + \frac{p(T_1 - T_2)^2}{39.5C} \quad (8.21)$$

Donde: L = longitud de la cadena, eslabones

T_1, T_2 = número de dientes de los engranajes o ruedas catalina

C = distancia entre centros, pulg.

P = paso, pulg.

La longitud en eslabones debe usarse como un número par, a menos que se quiera usar un eslabón excéntrico. La ventaja de estos eslabones es que el ajuste de la distancia entre ejes puede estar en unidades de un eslabón en lugar de un par de eslabones.

La distancia interes para engranajes no debe ser inferior a la suma de los diámetros de los engranajes.

La experiencia ha mostrado que la distancia entre centros mas deseable oscila de 30 a 50 eslabones de cadena. Una distancia entre centros equivalente a 30 eslabones puede considerarse como un máximo admisible.

Si se requiere una longitud exacta de cadena, para una distancia interejes o combinación de engranajes específica, puede usarse la ecuación siguiente:

$$L = \frac{T_1 + T_2}{2} + \frac{2C \cos \alpha}{d} + \frac{d(T_1 + T_2)}{180} \quad (8.22)$$

Donde, la notación es idéntica que en la ecuación 8.21; α es el ángulo entre la línea de centros y la tangente a los círculos de paso de los engranajes.

$$\text{Sen} \alpha = \frac{D_1 - D_2}{2C} \quad (8.23)$$

2.10. Ajuste para tensión de la cadena: debe disponerse de medios para ajustar la distancia entre centros, y asegurar la tensión adecuada de la cadena cuando el mecanismo está instalado. Debe haber una pequeña holgura en la cadena, pero debe cuidarse del exceso para evitar que la cadena se desgrane. En algunos casos puede ser necesario usar pequeños engranajes tensores, o zapatas instaladas en el tramo flojo de la cadena para tensionarla.

2.11. Protección y Lubricación de Cadenas: los mecanismos de cadenas deben cubrirse para suministrar adecuada lubricación, guardar del

polvo y suciedades a la cadena y engranajes, y garantizar la seguridad del operario. La carcasa debe ser de fácil instalación y remoción para inspección y lubricación.

Excepto una muy baja velocidad, la cadena no debe moverse a través del aceite.

Una cadena de alta velocidad moviéndose a través del aceite, causa una agitación excesiva que eleva la temperatura del aceite y que puede crear alta presión que puede producir el rompimiento de la carcasa.

MODELO 1.

Para transmitir una potencia de 5 kW desde el eje de un motor de explosión de 6 cilindros, con puntas de carga que no superan el 250% del trabajo a plena carga y que gira a 3000rev/min a otro eje paralelo situado a 400 mm se quiere emplear correas trapezoidales. Además sabemos que:

- La relación de transmisión es 1.5
- El diámetro mínimo admisible de la polea menor es 125 mm.
- El coeficiente para obtener la potencia corregida según el tipo de servicio

Calcular:

- 1-Tipo de sección de la corre trapezoidal (A,B,C...)
- 2-Diámetro de la poleas
- 3-Longitud de las correas y ángulos de contacto aproximados
- 4-Factores de corrección C_v y C_L
- 5-Prestaciones base y adicional de la sección elegida
- 6-Número de correas a instalar

1) Tipo de sección

El coeficiente para hallar la potencia corregida se obtiene de la tabla "Condiciones de trabajo", sabiendo que el tipo de servicio es "Pesado" y que el motor tiene más de 4 cilindros (datos enunciado). Así se obtiene un coeficiente de 1.5. (Tabla 8.3)

$$\text{Potencia corregida (CV)} = 1.5 \cdot \frac{\text{ICV}}{0.736\text{kW}} = 10.19\text{CV}$$

Entrando en el gráfico "Elección de la sección de la correa" con el valor de la potencia corregida y el régimen de giro, obtenemos el tipo de sección. En este caso corresponde al tipo

2) Diámetro de las poleas:

Diámetro menor: 125 mm

Diámetro mayor: 125.1.5 187.5 mm

3) Longitud de las correas:

La longitud aproximada de las correas puede determinarse con la expresión:

$$L = \pi \cdot (R+r) + 2 \cdot \sqrt{(R-r)^2 + c^2}$$

Donde: L: longitud de la correa
R : Radio de la polea mayor
r : Radio de la polea menor
c: Distancia entre centros

Sustituyendo para nuestro caso tenemos:

$$L = \pi \left(\frac{187.5 + 125}{2} \right) + 2 \sqrt{\left(\frac{187.5 - 125}{2} \right)^2 + 400^2} = 1293 \text{ mm}$$

Ángulos de contacto

$$\alpha = 2 \left(\arccos \frac{R-r}{c} \right) = 2 * \arccos \frac{187.5 - 125}{(2)(400)} = 171.04^\circ$$

$$\gamma = 360 - \alpha = 360 - 171.04 = 188.96^\circ$$

4) Factores de corrección C_0 y C_L

A partir del ángulo de contacto menor (171.04°) se obtiene el coeficiente C_0 de la tabla 8.7, resulta ser 0.98

A partir de la longitud de la correa en cm se obtiene el factor de corrección C_L de la tabla correspondiente, que resulta ser 1.14 (tabla 8.8)

5) Prestaciones base y adicional

De la tabla correspondiente a la sección tipo A se obtiene

1- A partir del régimen de giro de la polea menor (3000rev/min) y del diámetro primitivo de la polea menor se obtiene la prestación base que resulta ser de 4.60 CV (Tabla 8.6)

2- A partir del régimen de giro (3000rev/min) y de la relación de

transmisión (1.5) se obtiene la prestación adicional, que resulta ser 0.46 CV (Tabla 8.6)

6) Número de correas a instalar

$$(P_{\text{base}} + P_{\text{adicional}})(C_1)(C_2)n \geq \text{Potencia}_{\text{corregida}}$$

$$n \geq \frac{\text{Potencia}_{\text{corregida}}}{(P_{\text{base}} + P_{\text{adicional}})(C_1)(C_2)} = \frac{10.19}{(4.6+0.46)(0.98)(1.14)} = 1.77$$

Por tanto, son necesarias dos correas trapezoidales del tipo A para transmitir la potencia requerida en las condiciones de funcionamiento y tipo de servicio indicadas.

MODELO 2. Selección de cadena de rodillos y cadena silenciosa. Seleccionar una transmisión por cadena para conectar un motor de inducción de 1150 rpm a una bomba centrífuga clasificada a 1000 GPM contra una cabeza de 30 pies a 572 rpm de la bomba. La eficiencia de la bomba. La eficiencia de la bomba es 63% y la eficiencia de la transmisión puede asumirse como 98%. El fluido bombeado es agua y el trabajo es de 24 horas/día.

• Selección cadena de rodillos:

$$\text{HP transmitida} = \frac{1000 \text{ GPM} (8.33 \text{ Lb/Gal}) 30 \text{ pies}}{33000 \frac{\text{LB-PIE}}{\text{MIN}} / 1\text{HP}(0.63)(0.98)} = 12.2 \text{ HP}$$

Selección de un motor de 15HP.

$$\text{HP de diseño} = 12.2 * 1.2 = 14.6 \text{HP}$$

$$\text{Paso } P \leq \left(\frac{900}{N} \right)^{2/3} = \left(\frac{900}{1150} \right)^{2/3} = 0.85''$$

$$P \leq 0.85''$$

De la tabla 8.10 asumir paso $\frac{3}{4}''$

Asumir 21 dientes en el engranaje menor.

El diámetro del eje del motor es $1\frac{7}{8}''$

De la ecuación (8.18):

$$T_{\min} = \frac{4d}{p} + 5 = \frac{4(1.875)}{0.75} + 5 = 15$$

Por consiguiente, asumir 21 dientes es satisfactorio para la perforación del engranaje menor.

De la ecuación (8.13) la velocidad de la cadena es:

$$V = \frac{pTN}{12} = \frac{0.75(21)(1.150)}{12} = 1510 \text{ pies/min}$$

El ángulo de rotación de eslabón es:

$$\theta = \frac{180^\circ}{T} = \frac{180^\circ}{21} = 8.5^\circ$$

$$\text{vers } \theta = 1 - \cos \theta = 1 - 0.989 = 0.011$$

$$\begin{aligned} \text{HP/hilera} &= p^2 \left(\frac{V}{23.7} - (1 + 25 \text{vers } \theta) \frac{V^{1.41}}{1057} \right) \\ &= (0.75)^2 * \left(\frac{1510}{23.7} - (1 + 25 * 0.011) * \frac{1510^{1.41}}{1057} \right) \\ &= 0.563 * \left((63.7 - 1.275 * \frac{30360}{1057}) \right) \\ &= 15.3 \text{ HP} \end{aligned}$$

$$\text{Numero de hileras} = \frac{\text{HP diseño}}{\text{HP/hilera}} = \frac{14.6}{15.3} = 0.955$$

Usar 1 hilera de cadena No. 60

Diámetros de engranajes:

$$\text{Engr. Menor : } D_1 = \frac{p}{\text{sen}(180^\circ/T_1)} = \frac{0.75}{\text{sen}(180/21)} = 5.07''$$

$$\text{Engr. Mayor : } T_2 = \frac{1150}{575} * 21 = 42$$

$$D_2 = \frac{p}{\text{sen}(180^\circ/T_2)} = \frac{0.75}{\text{sen}(180/42)} = 10.05''$$

Mínima distancia entre centros:

$$C = D_1 + D_2 = 10.05 + 5.07 = 15.12''$$

Usar 16".

Longitud de la cadena:

$$L = \frac{T_1 + T_2}{2} + \frac{2C}{p} + \frac{p(T_2 - T_1)^2}{39.5C}$$
$$= \frac{21 + 42}{2} + \frac{2 * 16}{0.75} + \frac{0.75 * (42 - 21)^2}{39.5 * 16}$$

= 31.5 + 42.7 + 0.525 = 74.7 eslabones. Usar 76 eslabones.

- Selección cadena silenciosa: La potencia de diseño, el número de dientes asumido, el paso y la velocidad de la cadena, son los mismos que para la cadena de rodillos.

$$HP/pulg. = \frac{pV}{53} \left(1 - \frac{V}{425(T \cdot 8)} \right)^3$$
$$= \frac{0.75 * 1510}{53} \left(1 - \frac{1510}{425 * (21 \cdot 8)} \right)^3$$
$$= 15.6$$

Ancho de cadena = $\frac{14.6}{15.6} = 0.935''$. Usar cadena de 1" de ancho.

Los diámetros de engranajes y la longitud de cadena son las mismas que para la cadena de rodillos.

Tabla 8.6 - Prestaciones de las Correas Trapeciales CLEOSTATIC PINELLI Sección Z

Veloc. lin. m/seg	N Rev.	PRESTACION BASE													Prestaciones adicio. para relaciones de transm. de									
		Diámetros primitivos de la poma menor													1.52	1.66	1.82	1.99	2.27	2.67	3.19	3.84	4.57	5.39
		40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
200	0.64	0.05	0.05	0.10	0.12	0.12	0.15	0.16	0.18	0.20	0.21	0.23	0.25	0.28	0.30	0.33	0.35	0.39	0.42	0.45	0.51	0.55	0.60	0.65
400	0.07	0.11	0.16	0.19	0.24	0.29	0.33	0.38	0.42	0.47	0.51	0.56	0.60	0.64	0.73	0.80	0.87	0.94	1.02	1.10	1.18	1.26	1.34	1.42
600	0.10	0.15	0.19	0.24	0.29	0.33	0.38	0.42	0.47	0.51	0.56	0.60	0.64	0.73	0.80	0.87	0.94	1.02	1.10	1.18	1.26	1.34	1.42	1.50
800	0.12	0.18	0.24	0.30	0.36	0.42	0.48	0.54	0.60	0.65	0.71	0.77	0.83	0.91	1.00	1.08	1.16	1.24	1.32	1.40	1.48	1.56	1.64	1.72
900	0.13	0.21	0.28	0.35	0.42	0.48	0.56	0.62	0.69	0.75	0.82	0.89	0.95	1.03	1.11	1.19	1.27	1.35	1.43	1.51	1.59	1.67	1.75	1.83
1000	0.14	0.21	0.28	0.35	0.43	0.51	0.58	0.65	0.72	0.79	0.85	0.93	1.01	1.10	1.18	1.26	1.34	1.42	1.50	1.58	1.66	1.74	1.82	1.90
1500	0.15	0.24	0.32	0.40	0.49	0.57	0.65	0.74	0.82	0.90	0.98	1.06	1.14	1.23	1.32	1.40	1.48	1.56	1.64	1.72	1.80	1.88	1.96	2.04
1700	0.15	0.24	0.33	0.42	0.50	0.59	0.67	0.76	0.84	0.92	1.00	1.08	1.16	1.25	1.33	1.41	1.49	1.57	1.65	1.73	1.81	1.89	1.97	2.05
1800	0.17	0.27	0.37	0.47	0.57	0.66	0.76	0.86	0.95	1.05	1.14	1.23	1.31	1.40	1.49	1.57	1.65	1.73	1.81	1.89	1.97	2.05	2.13	2.21
1875	0.17	0.27	0.37	0.47	0.57	0.66	0.76	0.86	0.95	1.05	1.14	1.23	1.31	1.40	1.49	1.57	1.65	1.73	1.81	1.89	1.97	2.05	2.13	2.21
1500	0.18	0.29	0.41	0.52	0.63	0.74	0.85	0.95	1.06	1.16	1.26	1.36	1.45	1.54	1.63	1.72	1.81	1.90	1.99	2.08	2.17	2.26	2.35	2.44
1700	0.19	0.31	0.43	0.55	0.67	0.79	0.91	1.02	1.14	1.25	1.36	1.47	1.57	1.67	1.77	1.87	1.96	2.05	2.14	2.23	2.32	2.41	2.50	2.59
1800	0.19	0.31	0.43	0.55	0.67	0.79	0.91	1.02	1.14	1.25	1.36	1.47	1.57	1.67	1.77	1.87	1.96	2.05	2.14	2.23	2.32	2.41	2.50	2.59
2000	0.20	0.34	0.47	0.61	0.74	0.88	1.01	1.14	1.26	1.38	1.51	1.61	1.72	1.82	1.92	2.01	2.11	2.20	2.29	2.38	2.47	2.56	2.65	2.74
2200	0.20	0.36	0.51	0.65	0.80	0.94	1.08	1.22	1.36	1.50	1.63	1.76	1.89	2.01	2.13	2.25	2.37	2.49	2.61	2.72	2.83	2.94	3.05	3.16
2300	0.21	0.37	0.53	0.69	0.85	1.00	1.16	1.30	1.45	1.60	1.74	1.88	2.01	2.15	2.29	2.42	2.55	2.68	2.80	2.92	3.04	3.16	3.28	3.40
2400	0.21	0.37	0.53	0.69	0.85	1.00	1.16	1.30	1.45	1.60	1.74	1.88	2.01	2.15	2.29	2.42	2.55	2.68	2.80	2.92	3.04	3.16	3.28	3.40
2600	0.22	0.39	0.56	0.73	0.90	1.06	1.22	1.38	1.54	1.69	1.84	1.99	2.13	2.28	2.42	2.55	2.68	2.80	2.92	3.04	3.16	3.28	3.40	3.52
2800	0.22	0.41	0.58	0.77	0.95	1.12	1.29	1.46	1.62	1.78	1.94	2.09	2.24	2.37	2.50	2.63	2.75	2.87	2.99	3.11	3.23	3.35	3.47	3.59
2850	0.22	0.41	0.59	0.78	0.96	1.13	1.31	1.48	1.64	1.81	1.96	2.12	2.27	2.41	2.54	2.67	2.79	2.91	3.03	3.15	3.27	3.39	3.51	3.63
3000	0.22	0.42	0.61	0.81	1.01	1.21	1.41	1.60	1.77	1.94	2.11	2.27	2.43	2.58	2.72	2.85	2.98	3.11	3.23	3.35	3.47	3.59	3.71	3.83
3200	0.22	0.45	0.64	0.84	1.04	1.24	1.44	1.62	1.79	1.97	2.14	2.31	2.47	2.62	2.76	2.89	3.02	3.14	3.26	3.38	3.50	3.62	3.74	3.86
3300	0.22	0.45	0.64	0.84	1.04	1.24	1.44	1.62	1.79	1.97	2.14	2.31	2.47	2.62	2.76	2.89	3.02	3.14	3.26	3.38	3.50	3.62	3.74	3.86
3400	0.22	0.45	0.64	0.84	1.04	1.24	1.44	1.62	1.79	1.97	2.14	2.31	2.47	2.62	2.76	2.89	3.02	3.14	3.26	3.38	3.50	3.62	3.74	3.86
3500	0.22	0.45	0.64	0.84	1.04	1.24	1.44	1.62	1.79	1.97	2.14	2.31	2.47	2.62	2.76	2.89	3.02	3.14	3.26	3.38	3.50	3.62	3.74	3.86
3600	0.22	0.45	0.64	0.84	1.04	1.24	1.44	1.62	1.79	1.97	2.14	2.31	2.47	2.62	2.76	2.89	3.02	3.14	3.26	3.38	3.50	3.62	3.74	3.86
3700	0.22	0.45	0.64	0.84	1.04	1.24	1.44	1.62	1.79	1.97	2.14	2.31	2.47	2.62	2.76	2.89	3.02	3.14	3.26	3.38	3.50	3.62	3.74	3.86
3800	0.22	0.45	0.64	0.84	1.04	1.24	1.44	1.62	1.79	1.97	2.14	2.31	2.47	2.62	2.76	2.89	3.02	3.14	3.26	3.38	3.50	3.62	3.74	3.86
3900	0.22	0.45	0.64	0.84	1.04	1.24	1.44	1.62	1.79	1.97	2.14	2.31	2.47	2.62	2.76	2.89	3.02	3.14	3.26	3.38	3.50	3.62	3.74	3.86
4000	0.22	0.45	0.64	0.84	1.04	1.24	1.44	1.62	1.79	1.97	2.14	2.31	2.47	2.62	2.76	2.89	3.02	3.14	3.26	3.38	3.50	3.62	3.74	3.86
4200	0.21	0.47	0.65	0.84	1.03	1.22	1.41	1.59	1.77	1.94	2.11	2.27	2.43	2.58	2.71	2.83	2.95	3.07	3.19	3.30	3.41	3.52	3.63	3.74
4300	0.21	0.47	0.65	0.84	1.03	1.22	1.41	1.59	1.77	1.94	2.11	2.27	2.43	2.58	2.71	2.83	2.95	3.07	3.19	3.30	3.41	3.52	3.63	3.74
4400	0.21	0.47	0.65	0.84	1.03	1.22	1.41	1.59	1.77	1.94	2.11	2.27	2.43	2.58	2.71	2.83	2.95	3.07	3.19	3.30	3.41	3.52	3.63	3.74
4500	0.21	0.47	0.65	0.84	1.03	1.22	1.41	1.59	1.77	1.94	2.11	2.27	2.43	2.58	2.71	2.83	2.95	3.07	3.19	3.30	3.41	3.52	3.63	3.74
4600	0.21	0.47	0.65	0.84	1.03	1.22	1.41	1.59	1.77	1.94	2.11	2.27	2.43	2.58	2.71	2.83	2.95	3.07	3.19	3.30	3.41	3.52	3.63	3.74
4700	0.21	0.47	0.65	0.84	1.03	1.22	1.41	1.59	1.77	1.94	2.11	2.27	2.43	2.58	2.71	2.83	2.95	3.07	3.19	3.30	3.41	3.52	3.63	3.74
4800	0.21	0.47	0.65	0.84	1.03	1.22	1.41	1.59	1.77	1.94	2.11	2.27	2.43	2.58	2.71	2.83	2.95	3.07	3.19	3.30	3.41	3.52	3.63	3.74
4900	0.21	0.47	0.65	0.84	1.03	1.22	1.41	1.59	1.77	1.94	2.11	2.27	2.43	2.58	2.71	2.83	2.95	3.07	3.19	3.30	3.41	3.52	3.63	3.74
5000	0.21	0.47	0.65	0.84	1.03	1.22	1.41	1.59	1.77	1.94	2.11	2.27	2.43	2.58	2.71	2.83	2.95	3.07	3.19	3.30	3.41	3.52	3.63	3.74
5100	0.21	0.47	0.65	0.84	1.03	1.22	1.41	1.59	1.77	1.94	2.11	2.27	2.43	2.58	2.71	2.83	2.95	3.07	3.19	3.30	3.41	3.52	3.63	3.74
5200	0.21	0.47	0.65	0.84	1.03	1.22	1.41	1.59	1.77	1.94	2.11	2.27	2.43	2.58	2.71	2.83	2.95	3.07	3.19	3.30	3.41	3.52	3.63	3.74
5300	0.21	0.47	0.65	0.84	1.03	1.22	1.41	1.59	1.77	1.94	2.11	2.27	2.43	2.58	2.71	2.83	2.95	3.07	3.19	3.30	3.41	3.52	3.63	3.74
5400	0.21	0.47	0.65	0.84	1.03	1.22	1.41	1.59	1.77	1.94	2.11	2.27	2.43	2.58	2.71	2.83	2.95	3.07	3.19	3.30	3.41	3.52	3.63	3.74
5500	0.21	0.47	0.65	0.84	1.03	1.22	1.41	1.59	1.77	1.94	2.11	2.27	2.43	2.58	2.71	2.83	2.95	3.07	3.19	3.30	3.41	3.52	3.63	3.74
5600	0.21	0.47	0.65	0.84	1.03	1.22	1.41	1.59	1.77	1.94	2.11	2.27	2.43	2.58	2.71	2.83	2.95	3.07	3.19	3.30	3.41	3.52	3.63	3.74
5700	0.21	0.47	0.65	0.84	1.03	1.22	1.41	1.59	1.77	1.94	2.11	2.27	2.43	2.58	2.71	2.83	2.95	3.07	3.19	3.30	3.41	3.52	3.63	3.74
5800	0.21	0.47	0.65	0.84	1.03	1.22	1.41	1.59	1.77	1.94	2.11	2.27	2.43	2.58	2.71	2.83	2.95	3.07	3.19	3.30	3.41	3.52	3.63	3.74
5900	0.21	0.47	0.65	0.84	1.03	1.22	1.41	1.59	1.77	1.94	2.11	2.27	2.43	2.58	2.71	2.83	2.95	3.07	3.19	3.30	3.41	3.52	3.63	3.74
6000	0.21	0.47	0.65	0.84	1.03	1.22	1.41	1.59	1.77	1.94	2.11	2.27	2.43	2.58	2.71	2.83	2.95	3.07	3.19	3.30	3.41	3.52	3.63	3.74

NOTA: Para valores de transmisión inferiores a 1.02 la prestación será de 0.50

Tabla 8.6 (continuación). — Prestaciones de las Correas Trapeciales OLEOSTATIC PIRELLI Sección C

Velocidad, m/sec	PRESTACIONES BASE																Prestaciones adicio- nales, relaciones de transm. de 1 a 2									
	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300	320										
5	117	125	133	141	149	157	165	173	181	189	197	205	212	220	228	236	244	252	260	268	276	284	292	300	308	315
600	257	265	274	282	290	298	306	314	322	330	338	346	354	362	370	378	386	394	402	410	418	426	434	442	450	458
700	281	289	297	305	313	321	329	337	345	353	361	369	377	385	393	401	409	417	425	433	441	449	457	465	473	481
800	305	313	321	329	337	345	353	361	369	377	385	393	401	409	417	425	433	441	449	457	465	473	481	489	497	505
900	329	337	345	353	361	369	377	385	393	401	409	417	425	433	441	449	457	465	473	481	489	497	505	513	521	529
1000	353	361	369	377	385	393	401	409	417	425	433	441	449	457	465	473	481	489	497	505	513	521	529	537	545	553
1100	377	385	393	401	409	417	425	433	441	449	457	465	473	481	489	497	505	513	521	529	537	545	553	561	569	577
1200	401	409	417	425	433	441	449	457	465	473	481	489	497	505	513	521	529	537	545	553	561	569	577	585	593	601
1300	425	433	441	449	457	465	473	481	489	497	505	513	521	529	537	545	553	561	569	577	585	593	601	609	617	625
1400	449	457	465	473	481	489	497	505	513	521	529	537	545	553	561	569	577	585	593	601	609	617	625	633	641	649
1500	473	481	489	497	505	513	521	529	537	545	553	561	569	577	585	593	601	609	617	625	633	641	649	657	665	673
1600	497	505	513	521	529	537	545	553	561	569	577	585	593	601	609	617	625	633	641	649	657	665	673	681	689	697
1700	521	529	537	545	553	561	569	577	585	593	601	609	617	625	633	641	649	657	665	673	681	689	697	705	713	721
1800	545	553	561	569	577	585	593	601	609	617	625	633	641	649	657	665	673	681	689	697	705	713	721	729	737	745
1900	569	577	585	593	601	609	617	625	633	641	649	657	665	673	681	689	697	705	713	721	729	737	745	753	761	769
2000	593	601	609	617	625	633	641	649	657	665	673	681	689	697	705	713	721	729	737	745	753	761	769	777	785	793
2100	617	625	633	641	649	657	665	673	681	689	697	705	713	721	729	737	745	753	761	769	777	785	793	801	809	817
2200	641	649	657	665	673	681	689	697	705	713	721	729	737	745	753	761	769	777	785	793	801	809	817	825	833	841
2300	665	673	681	689	697	705	713	721	729	737	745	753	761	769	777	785	793	801	809	817	825	833	841	849	857	865
2400	689	697	705	713	721	729	737	745	753	761	769	777	785	793	801	809	817	825	833	841	849	857	865	873	881	889
2500	713	721	729	737	745	753	761	769	777	785	793	801	809	817	825	833	841	849	857	865	873	881	889	897	905	913
2600	737	745	753	761	769	777	785	793	801	809	817	825	833	841	849	857	865	873	881	889	897	905	913	921	929	937
2700	761	769	777	785	793	801	809	817	825	833	841	849	857	865	873	881	889	897	905	913	921	929	937	945	953	961
2800	785	793	801	809	817	825	833	841	849	857	865	873	881	889	897	905	913	921	929	937	945	953	961	969	977	985
2900	809	817	825	833	841	849	857	865	873	881	889	897	905	913	921	929	937	945	953	961	969	977	985	993	1001	1009
3000	833	841	849	857	865	873	881	889	897	905	913	921	929	937	945	953	961	969	977	985	993	1001	1009	1017	1025	1033
3100	857	865	873	881	889	897	905	913	921	929	937	945	953	961	969	977	985	993	1001	1009	1017	1025	1033	1041	1049	1057
3200	881	889	897	905	913	921	929	937	945	953	961	969	977	985	993	1001	1009	1017	1025	1033	1041	1049	1057	1065	1073	1081

Para tab. trans. misales, ver todas en la parte superior de las páginas 81 y 82 de la sección 8.6.1.

NOTA: Para valores de transmisión diferentes a los de la tabla, ver las páginas 81 y 82.

Sección D

Tabla 86 (continuación). — Prestaciones de las Correas Trepadoras QUOSIANG PIRELLI

Velocidad m/seg	P. Hg %	Distancias promedio de 3 Pirellas										Prestaciones relativas para relaciones de 100 gr de																
		200	220	240	260	280	300	320	340	360	380	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380							
200	3.42	3.80	4.17	4.53	4.90	5.27	5.62	5.99	6.36	6.72	7.08	7.44	7.80	8.17	8.53	8.89	9.22	9.53	9.85	10.15	1.10	1.18	1.27	1.35	1.43	1.50	1.55	1.59
300	4.54	5.03	5.51	6.12	6.66	7.19	7.71	8.25	8.75	9.27	9.79	10.30	10.81	11.33	11.83	12.34	12.85	13.35	13.85	14.35	1.50	1.71	1.86	2.00	2.14	2.28	2.41	2.52
400	5.29	6.17	6.95	7.82	8.80	9.57	10.24	10.90	11.55	12.22	12.88	13.53	14.18	14.83	15.48	16.13	16.78	17.42	18.06	18.70	1.50	1.87	2.06	2.27	2.46	2.64	2.81	2.97
500	6.19	7.12	7.95	8.77	9.59	10.41	11.22	12.03	12.82	13.62	14.42	15.20	16.00	16.78	17.56	18.34	19.12	19.90	20.67	21.44	1.50	1.91	2.14	2.34	2.51	2.68	2.84	2.99
575	6.80	7.74	8.67	9.60	10.51	11.42	12.31	13.19	14.07	14.94	15.81	16.67	17.53	18.39	19.24	20.09	20.93	21.77	22.60	23.42	1.50	1.92	2.17	2.39	2.58	2.74	2.90	3.05
650	6.76	7.93	8.90	9.85	10.80	11.75	12.68	13.60	14.51	15.41	16.31	17.20	18.09	18.97	19.85	20.72	21.59	22.45	23.30	24.15	1.50	1.92	2.18	2.41	2.61	2.78	2.94	3.10
725	7.45	8.84	9.59	10.89	11.75	12.60	13.64	14.57	15.50	16.41	17.32	18.22	19.11	20.00	20.88	21.76	22.63	23.50	24.36	25.22	1.50	1.93	2.20	2.44	2.65	2.82	2.99	3.15
800	7.20	8.65	9.69	10.75	11.75	12.80	13.85	14.85	15.84	16.81	17.78	18.75	19.71	20.67	21.62	22.57	23.51	24.45	25.38	26.31	1.50	1.94	2.22	2.47	2.69	2.87	3.04	3.20
875	7.71	9.14	10.24	11.53	12.71	13.88	15.01	16.13	17.23	18.32	19.40	20.47	21.54	22.60	23.66	24.71	25.76	26.80	27.83	28.86	1.50	1.95	2.24	2.50	2.73	2.92	3.10	3.27
950	8.22	9.54	10.75	12.14	13.41	14.67	15.93	17.13	18.34	19.54	20.74	21.93	23.12	24.31	25.49	26.67	27.84	29.01	30.18	31.34	1.50	1.97	2.27	2.54	2.78	2.98	3.17	3.35
950	8.22	9.54	10.75	12.14	13.41	14.67	15.93	17.13	18.34	19.54	20.74	21.93	23.12	24.31	25.49	26.67	27.84	29.01	30.18	31.34	1.50	1.97	2.27	2.54	2.78	2.98	3.17	3.35
950	8.22	9.54	10.75	12.14	13.41	14.67	15.93	17.13	18.34	19.54	20.74	21.93	23.12	24.31	25.49	26.67	27.84	29.01	30.18	31.34	1.50	1.97	2.27	2.54	2.78	2.98	3.17	3.35
1000	8.72	9.69	11.04	12.37	13.69	14.99	16.27	17.53	18.78	20.02	21.25	22.47	23.68	24.88	26.08	27.27	28.45	29.63	30.80	31.97	1.50	1.98	2.29	2.57	2.82	3.03	3.22	3.40
1000	8.72	9.69	11.04	12.37	13.69	14.99	16.27	17.53	18.78	20.02	21.25	22.47	23.68	24.88	26.08	27.27	28.45	29.63	30.80	31.97	1.50	1.98	2.29	2.57	2.82	3.03	3.22	3.40
1000	8.72	9.69	11.04	12.37	13.69	14.99	16.27	17.53	18.78	20.02	21.25	22.47	23.68	24.88	26.08	27.27	28.45	29.63	30.80	31.97	1.50	1.98	2.29	2.57	2.82	3.03	3.22	3.40
1100	8.40	9.00	11.00	12.82	14.24	15.63	17.00	18.31	19.64	20.91	22.16	23.37	24.55	25.72	26.89	28.05	29.20	30.35	31.50	32.64	1.50	1.97	2.26	2.55	2.81	3.07	3.32	3.57
1100	8.40	9.00	11.00	12.82	14.24	15.63	17.00	18.31	19.64	20.91	22.16	23.37	24.55	25.72	26.89	28.05	29.20	30.35	31.50	32.64	1.50	1.97	2.26	2.55	2.81	3.07	3.32	3.57
1100	8.40	9.00	11.00	12.82	14.24	15.63	17.00	18.31	19.64	20.91	22.16	23.37	24.55	25.72	26.89	28.05	29.20	30.35	31.50	32.64	1.50	1.97	2.26	2.55	2.81	3.07	3.32	3.57
1200	8.29	9.06	11.29	12.82	14.35	15.79	17.19	18.57	19.94	21.31	22.67	24.02	25.36	26.69	28.01	29.32	30.63	31.93	33.22	34.51	1.50	1.97	2.27	2.57	2.83	3.09	3.34	3.59
1200	8.29	9.06	11.29	12.82	14.35	15.79	17.19	18.57	19.94	21.31	22.67	24.02	25.36	26.69	28.01	29.32	30.63	31.93	33.22	34.51	1.50	1.97	2.27	2.57	2.83	3.09	3.34	3.59
1200	8.29	9.06	11.29	12.82	14.35	15.79	17.19	18.57	19.94	21.31	22.67	24.02	25.36	26.69	28.01	29.32	30.63	31.93	33.22	34.51	1.50	1.97	2.27	2.57	2.83	3.09	3.34	3.59
1300	8.05	9.54	11.32	12.95	14.58	16.11	17.61	19.10	20.58	22.05	23.51	24.96	26.41	27.85	29.28	30.71	32.13	33.54	34.95	36.35	1.50	1.97	2.28	2.59	2.85	3.11	3.37	3.62
1300	8.05	9.54	11.32	12.95	14.58	16.11	17.61	19.10	20.58	22.05	23.51	24.96	26.41	27.85	29.28	30.71	32.13	33.54	34.95	36.35	1.50	1.97	2.28	2.59	2.85	3.11	3.37	3.62
1300	8.05	9.54	11.32	12.95	14.58	16.11	17.61	19.10	20.58	22.05	23.51	24.96	26.41	27.85	29.28	30.71	32.13	33.54	34.95	36.35	1.50	1.97	2.28	2.59	2.85	3.11	3.37	3.62
1400	8.55	9.49	11.00	12.69	14.33	15.75	17.14	18.51	19.87	21.22	22.56	23.89	25.21	26.52	27.83	29.13	30.42	31.70	32.97	34.24	1.50	1.97	2.28	2.59	2.85	3.11	3.37	3.62
1400	8.55	9.49	11.00	12.69	14.33	15.75	17.14	18.51	19.87	21.22	22.56	23.89	25.21	26.52	27.83	29.13	30.42	31.70	32.97	34.24	1.50	1.97	2.28	2.59	2.85	3.11	3.37	3.62
1400	8.55	9.49	11.00	12.69	14.33	15.75	17.14	18.51	19.87	21.22	22.56	23.89	25.21	26.52	27.83	29.13	30.42	31.70	32.97	34.24	1.50	1.97	2.28	2.59	2.85	3.11	3.37	3.62
1500	8.29	9.06	11.29	12.82	14.35	15.79	17.19	18.57	19.94	21.31	22.67	24.02	25.36	26.69	28.01	29.32	30.63	31.93	33.22	34.51	1.50	1.97	2.27	2.57	2.83	3.09	3.34	3.59
1500	8.29	9.06	11.29	12.82	14.35	15.79	17.19	18.57	19.94	21.31	22.67	24.02	25.36	26.69	28.01	29.32	30.63	31.93	33.22	34.51	1.50	1.97	2.27	2.57	2.83	3.09	3.34	3.59
1500	8.29	9.06	11.29	12.82	14.35	15.79	17.19	18.57	19.94	21.31	22.67	24.02	25.36	26.69	28.01	29.32	30.63	31.93	33.22	34.51	1.50	1.97	2.27	2.57	2.83	3.09	3.34	3.59
1600	8.05	9.54	11.32	12.95	14.58	16.11	17.61	19.10	20.58	22.05	23.51	24.96	26.41	27.85	29.28	30.71	32.13	33.54	34.95	36.35	1.50	1.97	2.28	2.59	2.85	3.11	3.37	3.62
1600	8.05	9.54	11.32	12.95	14.58	16.11	17.61	19.10	20.58	22.05	23.51	24.96	26.41	27.85	29.28	30.71	32.13	33.54	34.95	36.35	1.50	1.97	2.28	2.59	2.85	3.11	3.37	3.62
1600	8.05	9.54	11.32	12.95	14.58	16.11	17.61	19.10	20.58	22.05	23.51	24.96	26.41	27.85	29.28	30.71	32.13	33.54	34.95	36.35	1.50	1.97	2.28	2.59	2.85	3.11	3.37	3.62
1700	8.29	9.06	11.29	12.82	14.35	15.79	17.19	18.57	19.94	21.31	22.67	24.02	25.36	26.69	28.01	29.32	30.63	31.93	33.22	34.51	1.50	1.97	2.27	2.57	2.83	3.09	3.34	3.59
1700	8.29	9.06	11.29	12.82	14.35	15.79	17.19	18.57	19.94	21.31	22.67	24.02	25.36	26.69	28.01	29.32	30.63	31.93	33.22	34.51	1.50	1.97	2.27	2.57	2.83	3.09	3.34	3.59
1700	8.29	9.06	11.29	12.82	14.35	15.79	17.19	18.57	19.94	21.31	22.67	24.02	25.36	26.69	28.01	29.32	30.63	31.93	33.22	34.51	1.50	1.97	2.27	2.57	2.83	3.09	3.34	3.59
1800	8.05	9.54	11.32	12.95	14.58	16.11	17.61	19.10	20.58	22.05	23.51	24.96	26.41	27.85	29.28	30.71	32.13	33.54	34.95	36.35	1.50	1.97	2.28	2.59	2.85	3.11	3.37	3.62
1800	8.05	9.54	11.32	12.95	14.58	16.11	17.61	19.10	20.58	22.05	23.51	24.96	26.41	27.85	29.28	30.71	32.13	33.54	34.95	36.35	1.50	1.97	2.28	2.59	2.85	3.11	3.37	3.62
1800	8.05	9.54	11.32	12.95	14.58</																							

Tabla 8.6 (continuación). — Prestaciones de las Correas Trapeziales OLEOSTATIC PAPILL

Sección F

Velocidad (ft/min)	Velocidad (m/s)	PRESTACIONES (kg)											Prestaciones de diseño para velocidades de rotación de 175, 225, 275, 325, 375, 425, 475, 525, 575, 625, 675, 725, 775, 825, 875, 925, 975, 1025																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																	
		600	700	750	780	800	820	840	860	880	900	920		940																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																
10	200	29.01	20.57	20.12	20.67	20.21	20.74	20.28	20.81	20.34	20.87	20.40	20.93	20.46	20.99	20.52	21.05	20.58	21.11	20.64	21.17	20.70	21.23	20.76	21.29	20.82	21.35	20.88	21.41	20.94	21.47	20.99	21.53	21.06	21.59	21.12	21.65	21.18	21.71	21.24	21.77	21.30	21.83	21.36	21.89	21.42	21.95	21.48	22.01	21.54	22.07	21.60	22.13	21.66	22.19	21.72	22.25	21.78	22.31	21.84	22.37	21.90	22.43	21.96	22.49	22.02	22.55	22.08	22.61	22.14	22.67	22.20	22.73	22.26	22.79	22.32	22.85	22.38	22.91	22.44	22.97	22.50	23.03	22.56	23.09	22.62	23.15	22.68	23.21	22.74	23.27	22.78	23.33	22.84	23.39	22.90	23.45	22.96	23.51	23.02	23.57	23.08	23.63	23.14	23.69	23.20	23.75	23.26	23.81	23.32	23.87	23.38	23.93	23.44	23.99	23.50	24.05	23.56	24.11	23.62	24.17	23.68	24.23	23.74	24.29	23.80	24.35	23.86	24.41	23.92	24.47	23.98	24.53	24.04	24.59	24.10	24.65	24.16	24.71	24.22	24.77	24.28	24.83	24.34	24.89	24.40	24.95	24.46	25.01	24.52	25.07	24.58	25.13	24.64	25.19	24.70	25.25	24.76	25.31	24.82	25.37	24.88	25.43	24.94	25.49	25.00	25.55	25.06	25.61	25.12	25.67	25.18	25.73	25.24	25.79	25.30	25.85	25.36	25.91	25.42	25.97	25.48	26.03	25.54	26.09	25.60	26.15	25.66	26.21	25.72	26.27	25.78	26.33	25.84	26.39	25.90	26.45	25.96	26.51	26.02	26.57	26.08	26.63	26.14	26.69	26.20	26.75	26.26	26.81	26.32	26.87	26.38	26.93	26.44	26.99	26.50	27.05	26.56	27.11	26.62	27.17	26.68	27.23	26.74	27.29	26.80	27.35	26.86	27.41	26.92	27.47	26.98	27.53	27.04	27.59	27.10	27.65	27.16	27.71	27.22	27.77	27.28	27.83	27.34	27.89	27.40	27.95	27.46	28.01	27.52	28.07	27.58	28.13	27.64	28.19	27.70	28.25	27.76	28.31	27.82	28.37	27.88	28.43	27.94	28.49	28.00	28.55	28.06	28.61	28.12	28.67	28.18	28.73	28.24	28.79	28.30	28.85	28.36	28.91	28.42	28.97	28.48	29.03	28.54	29.09	28.60	29.15	28.66	29.21	28.72	29.27	28.78	29.33	28.84	29.39	28.90	29.45	28.96	29.51	29.02	29.57	29.08	29.63	29.14	29.69	29.20	29.75	29.26	29.81	29.32	29.87	29.38	29.93	29.44	29.99	29.50	30.05	29.56	30.11	29.62	30.17	29.68	30.23	29.74	30.29	29.80	30.35	29.86	30.41	29.92	30.47	29.98	30.53	30.04	30.59	30.10	30.65	30.16	30.71	30.22	30.77	30.28	30.83	30.34	30.89	30.40	30.95	30.46	31.01	30.52	31.07	30.58	31.13	30.64	31.19	30.70	31.25	30.76	31.31	30.82	31.37	30.88	31.43	30.94	31.49	31.00	31.55	31.06	31.61	31.12	31.67	31.18	31.73	31.24	31.79	31.30	31.85	31.36	31.91	31.42	31.97	31.48	32.03	31.54	32.09	31.60	32.15	31.66	32.21	31.72	32.27	31.78	32.33	31.84	32.39	31.90	32.45	31.96	32.51	32.02	32.57	32.08	32.63	32.14	32.69	32.20	32.75	32.26	32.81	32.32	32.87	32.38	32.93	32.44	32.99	32.50	33.05	32.56	33.11	32.62	33.17	32.68	33.23	32.74	33.29	32.80	33.35	32.86	33.41	32.92	33.47	32.98	33.53	33.04	33.59	33.10	33.65	33.16	33.71	33.22	33.77	33.28	33.83	33.34	33.89	33.40	33.95	33.46	34.01	33.52	34.07	33.58	34.13	33.64	34.19	33.70	34.25	33.76	34.31	33.82	34.37	33.88	34.43	33.94	34.49	34.00	34.55	34.06	34.61	34.12	34.67	34.18	34.73	34.24	34.79	34.30	34.85	34.36	34.91	34.42	34.97	34.48	35.03	34.54	35.09	34.60	35.15	34.66	35.21	34.72	35.27	34.78	35.33	34.84	35.39	34.90	35.45	34.96	35.51	35.00	35.57	35.06	35.63	35.12	35.69	35.18	35.75	35.24	35.81	35.30	35.87	35.36	35.93	35.42	35.99	35.48	36.05	35.54	36.11	35.60	36.17	35.66	36.23	35.72	36.29	35.78	36.35	35.84	36.41	35.90	36.47	35.96	36.53	36.02	36.59	36.08	36.65	36.14	36.71	36.20	36.77	36.26	36.83	36.32	36.89	36.38	36.95	36.44	37.01	36.50	37.07	36.56	37.13	36.62	37.19	36.68	37.25	36.74	37.31	36.80	37.37	36.86	37.43	36.92	37.49	36.98	37.55	37.04	37.61	37.10	37.67	37.16	37.73	37.22	37.79	37.28	37.85	37.34	37.91	37.40	37.97	37.46	38.03	37.52	38.09	37.58	38.15	37.64	38.21	37.70	38.27	37.76	38.33	37.82	38.39	37.88	38.45	37.94	38.51	38.00	38.57	38.06	38.63	38.12	38.69	38.18	38.75	38.24	38.81	38.30	38.87	38.36	38.93	38.42	38.99	38.48	39.05	38.54	39.11	38.60	39.17	38.66	39.23	38.72	39.29	38.78	39.35	38.84	39.41	38.90	39.47	38.96	39.53	39.02	39.59	39.08	39.65	39.14	39.71	39.20	39.77	39.26	39.83	39.32	39.89	39.38	39.95	39.44	40.01	39.50	40.07	39.56	40.13	39.62	40.19	39.68	40.25	39.74	40.31	39.80	40.37	39.86	40.43	39.92	40.49	39.98	40.55	40.04	40.61	40.10	40.67	40.16	40.73	40.22	40.79	40.28	40.85	40.34	40.91	40.40	40.97	40.46	41.03	40.52	41.09	40.58	41.15	40.64	41.21	40.70	41.27	40.76	41.33	40.82	41.39	40.88	41.45	40.94	41.51	41.00	41.57	41.06	41.63	41.12	41.69	41.18	41.75	41.24	41.81	41.30	41.87	41.36	41.93	41.42	41.99	41.48	42.05	41.54	42.11	41.60	42.17	41.66	42.23	41.72	42.29	41.78	42.35	41.84	42.41	41.90	42.47	41.96	42.53	42.02	42.59	42.08	42.65	42.14	42.71	42.20	42.77	42.26	42.83	42.32	42.89	42.38	42.95	42.44	43.01	42.50	43.07	42.56	43.13	42.62	43.19	42.68	43.25	42.74	43.31	42.80	43.37	42.86	43.43	42.92	43.49	42.98	43.55	43.04	43.61	43.10	43.67	43.16	43.73	43.22	43.79	43.28	43.85	43.34	43.91	43.40	43.97	43.46	44.03	43.52	44.09	43.58	44.15	43.64	44.21	43.70	44.27	43.76	44.33	43.82	44.39	43.88	44.45	43.94	44.51	44.00	44.57	44.06	44.63	44.12	44.69	44.18	44.75	44.24	44.81	44.30	44.87	44.36	44.93	44.42	44.99	44.48	45.05	44.54	45.11	44.60	45.17	44.66	45.23	44.72	45.29	44.78	45.35	44.84	45.41	44.90	45.47	44.96	45.53	45.04	45.59	45.10	45.65	45.16	45.71	45.22	45.77	45.28	45.83	45.34	45.89	45.40	45.95	45.46	46.01	45.52	46.07	45.58	46.13	45.64	46.19	45.70	46.25	45.76	46.31	45.82	46.37	45.88	46.43	45.94	46.49	46.00	46.55	46.06	46.61	46.12	46.67	46.18	46.73	46.24	46.79	46.30	46.85	46.36	46.91	46.42	46.97	46.48	47.03	46.54	47.09	46.60	47.15	46.66	47.21	46.72	47.27	46.78	47.33	46.84	47.39	46.90	47.45	46.96	47.51	47.04	47.57	47.10	47.63	47.16	47.69	47.22	47.75	47.28	47.81	47.34	47.87	47.40	47.93	47.46	47.99	47.52	48.05	47.58	48.11	47.64	48.17	47.70	48.23	47.76	48.29	47.82	48.35	47.88	48.41	47.94	48.47	48.00	48.53	48.06	48.59	48.12	48.65	48.18	48.71	48.24	48.77	48.30	48.83	48.36	48.89	48.42	48.95	48.48	49.01	48.54	49.07	48.60	49.13	48.66	49.19	48.72	49.25	48.78	49.31	48.84	49.37	48.90	49.43	48.96	49.49	49.02	49.55	49.08	49.61	49.14	49.67	49.20	49.73	49.26	49.79	49.32	49.85	49.38	49.91	49.44	49.97	49.50	50.03	49.56	50.09	49.62	50.15	49.68	50.21	49.74	50.27	49.80	50.33	49.86	50.39	49.92	50.45	49.98	50.51	50.04	50.57	50.10	50.63	50.16	50.69	50.22	50.75	50.28	50.81	50.34	50.87	50.40	50.93	50.46	50.99	50.52	51.05	50.58	51.11	50.64	51.17	50.70	51.23	50.76	51.29	50.82	51.35	50.88	51.41	50.94	51.47	51.00	51.53	51.06	51.59	51.12	51.65	51.18	51.71	51.24	51.77	51.30	51.83	51.36	51.89	51.42	51.95	51.48	52.01	51.54	52.07	51.60	52.13	51.66	52.19	51.72	52.25	51.78	52.31	51.84	52.37	51.90	52.43	51.96	52.49	52.02	52.55	52.08	52.61	52.14	52.67	52.20	52.73	52.26	52.79	52.32	52.85	52.38	52.91	52.44	52.97	52.50	53.03	52.56	53.09	52.62</

PROBLEMAS

1. Se tiene una despulpadora de cate de dos chorros que debe ser movida por un motor eléctrico adecuado, se debe diseñar la transmisión en forma completa teniendo presente las siguientes condiciones:

- a). Distancia máxima entre ejes: 1m.
- b). Distancia mínima entre ejes: 0.37m.
- c). La potencia del motor y las rpm del motor y La despulpadora debe ser reales.
- d). Las horas de trabajo por hora y los picos de carga deben asumirse en forma real.
- e). Debe hacerse un grafico en donde se establezcan claramente condiciones de la transmisión tales como:
 - * Base para el motor.
 - * Sistema de sujeción del motor a la base.
 - * Distancia entre centros, etc.
- f). Costo del sistema completo.

2. Se requiere instalar un trapiche para una explotación panelera con, las siguientes características:

- a). Dias de molienda por semana: 4.
- b). Horas de molienda por dia: 16 (Máximo)
- c). Carga de panela por dia: 12 (promedio)
- d). Motor de combustión interna Diesel. No hay energía eléctrica.
- e). Distancia entre ejes: máxima 2.8m, mínima no hay limites.

Con base a lo anterior y asumiendo los datos que faltan en la forma más real posible, usted debe diseñar una transmisión para ese trapiche y su motor; en forma completa que incluya mínimo:

- * Tipo de transmisión.
- * Costos.
- * Normas mínimas de funcionamiento y mantenimiento.
- * Esquema claro con datos con medidas y distribución general del sistema, motor, trapiche, transmisión, etc.

3. Seleccionar una transmisión por banda en V, para un motor

eléctrico de 25hp, 1452rpm con 18 horas diarias de funcionamiento y puntas de carga de 250%, el cual accionara una maquina a 800rpm.

NOTA 1: Debe utilizar dos (2) sistemas de selección diferentes.

4. Dos bandas trapeziales en V. B85 se emplean en una transmisión compuesta de una polea impulsora de 5,4pulgadas que giran a 1200 rpm y una polea impulsada de 16pulgadas. Determine la capacidad o potencia del mecanismo con base en un factor de servicio de 1.25 y en la distancia entre centros.
5. Una cadena de rodillos No. 40 con cuatro torones transmite potencia desde una rueda catarina de 21 dientes, que gira a 1200 rpm. La relación de velocidades es de 4:1.
 - a). Calcule la potencia nominal en hp. de este mecanismo de transmisión.
 - b). Evalúe la tensión de la cadena.
 - c). Cual es el factor de seguridad de la cadena con base en La resistencia mínima a la tensión?.
 - d). Cual debe ser la longitud de la cadena si la distancia entre centros será de 20pulgadas?.
 - e). Estime el valor del esfuerzo cortante hertziano máximo que se tiene en un rodillo; considere que el radio de curvatura de la rueda en el punto de contacto es muy grande y que un diente toma la carga total.
6. Un piñón de 21 dientes tiene un paso diametral de 7 dientes/pulgada, gira a 1150 rpm e impulsa a un engranaje a 690 rpm. Determinese el numero de dientes del engrane mayor y la distancia teórica entre centros.
7. Un piñón de 19 dientes tiene un modulo de 2,5mm y gira a una velocidad de 1740 rpm. El engrane impulsado ha de operar aproximadamente a 470 rpm. Determinese el paso circular, el número de dientes de la rueda y la distancia teórica entre centros.
8. Un engranaje de dos elementos tiene un paso circular de 2 1/4 pulgada y una relación de velocidad de 3. El piñón es de 18 dientes. Calcúlese el número de dientes del elemento impulsado, el paso diametral y la distancia teórica entre centros.
9. Los engranajes indicados en la parte de la figura son de paso diametral 3 y ángulo de presión 20; están en el mismo plano. El piñón gira en sentido contrario al reloj (s.c.r.) a 600 rpm y transmite 25hp, a través del engrane libre, al de 28 dientes en el eje c.

Calcúlese la reacción resultante del eje sobre el citado engrane loco o libre de 36 dientes.

10. Una banda plana tiene 6pulgadas de ancho, $9/32$ pulgadas de espesor y transmite 15hp. Los ejes conectados son paralelos y están en un plano horizontal a una distancia de 8pies. La polea impulsora tiene 6pulgadas de diámetro y gira a 1750 rpm, de tal modo que el lado colgante (o flojo) de la banda queda en la parte superior. La polea impulsada tiene 18pulgadas de diámetro. El peso del material de la banda es de 0,035 libras/pulgada a la 3:

a).Determine la tensión en los lados tirante y colgante de la banda si el coeficiente de fricción es de 0,30.

b).Que tensiones resultarían si las condiciones adversas hicieran que el coeficiente de fricción disminuyera a 0,20? Ocurriría deslizamiento en la banda de transmisión?.

c).Calcule la longitud de la banda.

11. Una banda plana, provista de núcleo de nylon con envolvente de elastomero, mide 200mm de ancho y transmite 60 kva a una velocidad de 25 m/s. La banda tiene una masa de 2 kg/m este elemento de transmisión se utiliza en disposición cruzada para conectar una polea impulsora de 300mm de diámetro a una polea impulsada de 900mm de diámetro con una separación entre eje, de 6m.

a).Calcule la longitud de la banda y los ángulos de contacto.

b).Obtenga las tensiones en la banda con base en un coeficiente de fricción de 0.38.

12. Una transmisión de banda plana consta de dos poleas de hierro colado de 4pies de diámetro, que distan 16pies. Determine un tipo y tamaño de banda satisfactorios para transmitir 60hp con una velocidad de polea de 380 rpm. Utilice un factor de servicio de 140.

13. Una banda plana hecha de poliamida de tipo A—3 tiene 1 pulgadas de ancho, y conecta una polea impulsora de hierro colado de 16pulgadas, con una polea impulsada de 36pulgadas, en configuración usual o abierta; la distancia entre centros es de 15pies si la velocidad de la banda es de 3600 pies/minuto. Que potencia máxima se puede transmitir? utilice $K_s=1.3$. Cuales son las tensiones resultantes en la banda?.

14. Se seleccionará una banda trapezoidal para suministrar potencia a la transmisión motriz de un tractor. Se utilizará un motor de C.I de un solo cilindro y 5hp cuando mucho 60% de la potencia del motor será

transmitida por la banda. La polea impulsora tiene un diámetro de 6.2pulgadas, y la polea impulsada, de 12pulgadas. La velocidad del motor se controla mediante un regulador a un máximo de 3100 rpm. Se empleará un sistema de polea tensora, que hace que los ángulos de contacto sean de 180 y 135. Seleccione una banda apropiada y especifique la mediar, te la designación estándar.