



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

**Proyecto de aula a partir de la Geometría
Activa y la Resolución de Problemas para
vincular la proporcionalidad directa y la
 semejanza**

William Alberto Jaramillo Vargas

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Medellín, Colombia

2018

Proyecto de aula a partir de la Geometría Activa y la Resolución de Problemas para vincular la proporcionalidad directa y la semejanza

William Alberto Jaramillo Vargas

Trabajo final de maestría presentado como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Directora:

Doctora Luz Stella Mejía Aristizábal

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Medellín, Colombia

2018

Este trabajo está dedicado a Dios, a mis padres María Ofelia Vargas y José Alberto Jaramillo por su amor y apoyo incondicional en toda mi formación, a todos aquellos profesores y maestros que

*con sus enseñanzas han aportado a mi
quehacer docente.*

Agradecimientos

Quiero agradecer por su inmensa ayuda y sus valiosos aportes a mí directora de trabajo de grado Luz Stella Mejía Aristizábal, a la Unidad Educativa San Marcos, en especial al coordinador Luis Fernando Escobar y a los estudiantes de del grado 7° que su disposición y buena voluntad permitieron la construcción de este trabajo. A mis compañeras de maestría Eudys Ballesteros, Nora Barrera y Saray Ruiz comenzamos y terminamos esta maestría juntos, gracias por sus aportes, amistad y compañía.

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo general diseñar un proyecto de aula bajo el enfoque de la geometría activa y la resolución de problemas, que permita hacer explícitas las relaciones existentes entre semejanza y proporcionalidad directa. El proyecto se aplicó a 35 estudiantes de séptimo grado de la Unidad Educativa San Marcos. Para ello se diseñó una unidad didáctica, en el marco de enseñanza para la comprensión compuesta de 5 actividades o desempeños de comprensión.

El análisis de los resultados da cuenta de que los estudiantes logran las metas de comprensión, cuando hacen uso de los conceptos en la explicación de situaciones contextuales, varían proporcionalmente las medidas de los diferentes elementos en figuras semejantes, forman razones y proporciones directamente relacionadas, encuentran términos conocidos y utilizan bien el concepto de escala. Aunque todavía manejan un lenguaje cotidiano a la hora de dar explicaciones a las situaciones y preguntas planteadas.

Palabras clave: Semejanza, proporcionalidad directa, resolución de problemas, Geometría Activa, Enseñanza para la Comprensión, proyecto de aula.

Abstract

The present work has, as a general objective, to design a classroom project under the approach of the active geometry and the resolution of problems. It allows to make explicit the existing relations between similarity and direct proportionality. This project was applied to 35 seventh grade students of the Unidad Educativa San Marcos. For this reason, a didactic unit was designed, within the teaching framework for the comprehension, composed of 5 activities or comprehension performances.

The analysis of the results shows that the students achieve comprehension goals, when they make use of concepts in the explanation of contextual situations. The measurements of the different elements in similar figures vary proportionally, they form directly related ratios and proportions, find known terms and make good use of the concept of scale. However, the students are still using a daily language in order to give explanations to situations and answer questions previously raised.

Key words: Similarity, direct proportionality, resolution of problems, active geometry, teaching framework for the comprehension, classroom project.

Contenido

Agradecimientos.....	VII
Resumen.....	VIII
Abstract.....	IX
Contenido	X
Lista de figuras.....	XII
Lista de tablas.....	XIII
Introducción.....	15
1. CAPÍTULO I: DISEÑO TEÓRICO.....	17
1.1 Planteamiento del problema.....	17
1.1.1 Descripción del Problema	17
1.1.2 Formulación de la Pregunta.....	19
1.2 Justificación.....	19
1.3 Objetivos.....	21
1.3.1 Objetivo General:.....	21
1.3.2 Objetivos Específicos:	21
2. CAPÍTULO II: MARCO REFERENCIAL	23
2.1 Referente de Antecedentes	23
2.2 Referente Teórico.....	25
2.3 Referente Conceptual -Disciplinar	28
2.4 Referente Legal o Normativo.....	30
2.5 Referente Espacial.....	32
3. CAPÍTULO III: DISEÑO METODOLÓGICO.....	34
3.1 Cronograma.	36

4. CAPÍTULO IV: SISTEMATIZACIÓN DE LA INTERVENCIÓN.....	39
4.1 Resultados y análisis Actividad Diagnóstica	39
4.2 Análisis de los resultados de la intervención del proyecto	52
4.3 Conclusiones y recomendaciones.....	67
4.3.1 Conclusiones.....	67
4.3.2 Recomendaciones.....	69
Referencias	71
Anexos	73
Anexo A. Consentimiento informado.....	73
Anexo B. Actividad Diagnóstica	74
Anexo C. Proyecto de aula	78

Lista de figuras

Figura 1. Resultados Actividad diagnóstica pregunta 1	40
Figura 2 . Resultados Actividad diagnóstica pregunta 2	41
Figura 3. Resultados Actividad diagnóstica pregunta 3	42
Figura 4. Resultados Actividad diagnóstica pregunta 4	43
Figura 5. Resultados Actividad diagnóstica pregunta 5	44
Figura 6 . Resultados Actividad diagnóstica pregunta 6	46
Figura 7. Resultados Actividad diagnóstica pregunta 7	47
Figura 8. Resultados Actividad diagnóstica pregunta 8	48
Figura 9. Resultados Actividad diagnóstica pregunta 9	50
Figura 10 Resultados Actividad diagnóstica pregunta 10.....	51
Figura 11. Mapa a escala de la mesa tenis. Elaborada por estudiantes.....	54
Figura 12. Representaciones a escala de la cancha de futbol, realizada por estudiantes	56
Figura 13. Medidas reales, a escala y plano de la cancha, realizada por estudiantes.....	57
Figura 14. Interpretación y aplicación de escala, utilizando la proporcionalidad directa, realizada por estudiantes	59
Figura 15. Medición de edificio 1. Creación propia en Paint	60
Figura 16. Respuestas de estudiantes a preguntas de utilización del Teodolito	60
Figura 17. Procedimientos utilizados por tres equipos de estudiantes para encontrar medidas faltantes	62
Figura 18. Planos a escala del colegio realizados por los estudiantes	64
Figura 19. Una de las cartas de estudiantes escritas al rector explicando lo que se hizo	65

Lista de tablas

Tabla 2.4-1 Normograma	32
Tabla 3.1-1 Planeación de actividades	36
Tabla 3.1-2 Cronograma de actividades.....	37

Introducción

En el grado séptimo dos de los temas a trabajar son la proporcionalidad y semejanza, el MEN plantea en los lineamientos y estándares la enseñanza de estos desde una forma contextual y relacionada, al buscar en libros textos de este grado, se observa que la semejanza se trabaja desde la parte geométrica enfocada en los criterios de semejanza de triángulos y la proporcionalidad desde la parte de la aritmética centrada en la regla de tres, pero no hay un vínculo formal entre ellas, por eso el propósito fundamental de este trabajo es diseñar un proyecto de aula que logre hacer evidente relaciones existentes entre la semejanza y la proporcionalidad directa, partiendo de una situación contextualizada en el entorno de los estudiantes del grado 7° de la Unidad Educativa San Marcos ubicada en el municipio de envigado.

Cuando el estudiante vivencia el conocimiento y es participe de su construcción o de su análisis es más enriquecedor para su formación y se facilita la comprensión, por estos motivos se eligen como marco teórico el constructivismo y en especial la teoría de la Enseñanza para la Comprensión de Perkins, desde el ámbito disciplinar se siguen las ideas del doctor Carlos Eduardo Vasco y su propuesta de la Geometría Activa cuya premisa fundamental es que la geometría no se enseñe solo en el tablero sino utilizando el espacio y con la participación activa de los estudiantes, se sigue también uno de los cinco procesos generales en matemáticas contemplados en los estándares y los lineamientos curriculares que es La formulación, tratamiento y resolución de problemas, al igual que se encuentran esbozados, los conceptos que se deben tener en cuenta en la enseñanza de la proporcionalidad y la semejanza.

Teniendo en cuenta estos elementos y una actividad diagnóstica realizada a los estudiantes del grado 7° se diseña y estructura el proyecto de aula, este proyecto parte de una situación problema contextualizada en el entorno de los estudiantes y a partir de ahí se diseñan una serie de actividades teórico-prácticas donde los estudiantes interactúan constantemente con sus compañeros y utilizan para resolverlas los espacios institucionales como las mesas de tenis, el aula eco temática, las canchas, los árboles e instrumentos de medición.

Después realizar la intervención del proyecto, se contrastan los resultados obtenidos en la actividad diagnóstica y las actividades realizadas, se hace un análisis de lo encontrado presentando conclusiones y recomendaciones, por último se exponen las referencias que guiaron la construcción de este trabajo.

1.CAPÍTULO I: DISEÑO TEÓRICO

ASPECTOS PRELIMINARES

Este primer capítulo consta de los aspectos preliminares de la propuesta, que son el planteamiento y descripción del problema, la pregunta de investigación, la justificación, el objetivo general y los específicos.

1.1 Planteamiento del problema

1.1.1 Descripción del Problema

Si se mira alrededor, el lugar donde se vive, se trabaja, los medios de transporte que se utilizan, todo son construcciones geométricas, para lograr edificarlas se tuvo que pasar por unos procesos donde la vinculación de la proporcionalidad y la semejanza estuvieron presentes en las maquetas o planos que se hicieron antes de comenzar la construcción y que permitieron tener claras las dimensiones, medidas y cantidad de materiales a utilizar para que la estructura quede de una forma armónica y resistente, estas dos temáticas están presentes también en la astronomía, se puede representar el sistema solar a escala y en la geografía se utiliza en los mapas para calcular distancias entre países o ciudades.

Lo anterior es solo una pequeña muestra de las muchas aplicaciones prácticas que tienen la proporcionalidad y la semejanza en nuestras vidas. Estas dos temáticas se deben

enseñar en la educación secundaria y según los estándares básicos planteados por el MEN, los grados donde se enfatizan estos contenidos y están plenamente relacionados son en séptimo y noveno, además si se indaga en varias fuentes como en libro VI de los elementos de Euclides citado por (Quintero, Molavoque, & Guacaneme, 2012) el concepto de proporcionalidad está presente en la definición de figuras rectilíneas semejantes.

Al hacer un contraste entre lo anterior y la forma como se abordan estas temáticas en el grado séptimo vemos que la proporcionalidad se enseña desde el componente de aritmética y la semejanza de figuras desde el componente de geometría, pero en ocasiones se desarrollan de manera aisladas dentro de cada componente y no se establece una relación entre ellas, esto puede ser ocasionado por varios factores, por ejemplo que el profesor que orienta aritmética no es el mismo de geometría y al desarrollar sus contenidos no establecen comunicación para trabajar en conjunto, o así sea el mismo profesor que oriente los dos componentes las temáticas se abordan en periodos diferentes.

La proporcionalidad se enseña haciendo énfasis en todas las variantes de regla de tres y en geometría la semejanza de polígonos se reduce a explicar los criterios de semejanza de triángulos y a resolver triángulos en el tablero de manera descontextualizada con la aritmética y el entorno social, también algunos textos escolares hacen solo un tratamiento aritmético de la proporcionalidad y un tratamiento geométrico de la semejanza.

Esto ocasiona que cuando a los estudiantes se les propone ejercicios o actividades que vinculan las dos temáticas les cuesta resolverlas pues no son capaces de hacer explícitas la relación entre ambos conceptos ya que se les ha enseñado de manera separada.

Estas dos temáticas ya sean enseñadas por separado o buscando la relación entre ellas, se enseñan dentro del aula de clase, lo cual favorece poco al desarrollo del Pensamiento Espacial que desde los Lineamientos Curriculares MEN (1998) y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas planteados por el MEN (2006) se define como la relación entre el espacio físico y el espacio geométrico permitiendo que los estudiantes hagan representaciones y transformaciones mentales de estos espacios, interactúen con sus propiedades y comiencen a conceptualizar sobre ellos.

Por lo tanto para lograr un buen desarrollo del pensamiento geométrico, el MEN y Vasco (2006) recomienda que el Pensamiento Espacial y los Sistemas Geométricos se trabaje a partir de la *Geometría Activa* donde el estudiante no sea un observador pasivo de lo que el profesor explica en el tablero, sino que se involucre activamente en su aprendizaje interactuando con su alrededor, con el espacio físico en el que habita y que desde un lenguaje cotidiano se pueda pasar a un lenguaje formal con conceptos y definiciones. La geometría activa está en concordancia con uno de los procesos generales de la actividad matemática que es La formulación, el tratamiento y la resolución de los problemas, pues uno de los primeros pasos para que los estudiantes aprendan a resolver problemas es plantearles una situación problemáticas contextualizada a su entorno.

1.1.2 Formulación de la Pregunta

¿Qué actividades contextualizadas dentro de un proyecto de aula se pueden diseñar para que los estudiantes logren evidenciar y entender las relaciones existentes entre la semejanza y la proporcionalidad directa?

1.2 Justificación

Esta propuesta cobra importancia en la medida en que la proporcionalidad y la semejanza no son temas exclusivos del grado 7°, en el PIA (Plan integral de área, 2017) de la Unidad Educativa San Marcos están también planteados para el grado 8° y 9° con aplicaciones que entrelazan ambas temáticas, también los Estándares Curriculares al terminar el grado 9° en lo referido al pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos se encuentran los siguientes estándares:

- Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales).
- Aplico y justifico criterios de congruencias y semejanza entre triángulos en la resolución y formulación de problemas. MEN (2016, pág 86)

Por tal motivo al ser trabajados de forma relacionada desde el grado 7° permite afianzar las propiedades y características de ambos temas, ayuda una mejor comprensión y un mejor desempeño de los estudiantes en los otros grados facilitando la resolución y el planteamiento de problemas en dichos grados.

Por otro lado, el proyecto de aula que se realice servirá como recurso educativo para la institución y los profesores de matemáticas que trabajan en ella, beneficiando su labor docente y porque no para otros docentes en otras instituciones educativas.

El MEN (2006) plantea que uno de los cinco procesos básicos de la actividad matemática es *la formulación, tratamiento y resolución de problemas*, que es de gran importancia pues las situaciones problemas se pueden abordar desde el contexto y el espacio que habitan los estudiantes haciendo de las matemáticas algo más significativas para ellos. Este trabajo está enfocado diseñar una serie de actividades contextualizadas dentro de un proyecto de aula basada en la geometría activa y la resolución de problemas para vincular la semejanza y la proporcionalidad por lo tanto como se plantea en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas:

La formulación, el tratamiento y la resolución de los problemas suscitados por una situación problema permiten desarrollar una actitud mental perseverante e inquisitiva, desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas. MEN (2006, pág. 52)

Podemos ver qué actividades planteadas de esta forma traen múltiples beneficios para los estudiantes como el desarrollo del pensamiento matemático, y la habilidad para enfrentarse a situaciones donde tenga que analizar, representar, actuar y tomar decisiones para encontrar respuestas y soluciones a problemas.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo General:

Diseñar un proyecto de aula con el enfoque de la geometría activa y basado en la resolución de problemas que permita hacer explícitas para los estudiantes del grado 7° las relaciones existentes entre semejanza y proporcionalidad directa.

1.3.2 Objetivos Específicos:

- Identificar las ideas previas o dificultades que tienen los estudiantes acerca de la semejanza y la proporcionalidad a través de una prueba diagnóstica.
- Analizar los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica a la luz de la Enseñanza para la Comprensión, la Resolución de Problemas y la Geometría Activa para orientar el diseño de las actividades.
- Elaborar un proyecto de aula con actividades problémicas que relacionen la semejanza y la proporcionalidad y que tengan más de una forma de solucionarse.
- Intervenir la forma cómo se enseña semejanza y proporcionalidad directa en el grado 7° por medio de un proyecto de aula que vincule ambas temáticas.
- Evaluar la incidencia del proyecto de aula tomando como referente el trabajo y resultados obtenidos por los estudiantes antes, durante y después de la intervención.

2.CAPÍTULO II: MARCO REFERENCIAL

2.1 Antecedentes

A continuación se presenta los diferentes trabajos de grado y/o artículos de revista a nivel local, nacional e internacional que se relacionan con esta propuesta específicamente en los temas de semejanza y proporcionalidad directa , cabe anotar que los hallazgos encontrados en la mayoría de los trabajos dan cuenta de los temas como la proporcionalidad desde un tratamiento aritmético o a la semejanza desde un tratamiento geométrico pero sin vincular ambas, solo dos documentos hacen una relación entre ambos temas pero no profundizan en ella.

A nivel local, Jaramillo (2012) realiza la investigación: *La proporcionalidad y el desarrollo del pensamiento matemático*. Este trabajo es una experiencia de aula centrada en los procesos de enseñanza aprendizaje del concepto de proporcionalidad, la mayoría de actividades se tratan aritméticamente, si bien hay algunas actividades geométricas no establece la relación entre ambas.

Ceballos (2012) por su parte desarrolla: *Una propuesta didáctica para la enseñanza de la proporcionalidad en el grado octavo de la Institución Educativa María Josefa Marulanda del municipio de La Ceja*. En este trabajo utiliza una serie de secuencias didácticas la mayoría con recursos Web para trabajar el concepto de proporcionalidad, solo hay una referencia a la proporcionalidad geométrica en una actividad utilizando el teodolito, pero lo hecho con este instrumento se modela en geogebra para explicar escalas.

Rios (2013), en su trabajo: *La enseñanza de la proporcionalidad directa desde la Metodología ABP*, diseña una propuesta de la enseñanza de la proporcionalidad directa en el grado sexto, planteando una serie de actividades desde lo aritmético y solo una sola actividad desde lo geométrico a partir del teorema de Tales.

A nivel nacional, Escudero (2005) llevó a cabo el estudio: *Un análisis del tratamiento de la semejanza en los documentos oficiales y textos escolares de matemáticas en la segunda mitad del siglo XX*. Este artículo centra su atención en analizar los documentos curriculares y libros de matemáticas en los últimos 50 años en el país para establecer la relación entre semejanza y teorema de Tales y como muchas veces se le pone trabas a su enseñanza.

Quintero, Molavoque, & Guacaneme (2012), presentan un artículo sobre: *Diferencia entre Semejanza y Proporcionalidad Geométrica desde una Perspectiva Histórica*, en este muestran el tratamiento de la semejanza y la proporcionalidad en los libros VI y VII de Los Elementos de Euclides, es un artículo muy interesante pues muestra como utilizan estos dos conceptos en los Elementos a demás al final establecen las diferencias y relaciones entre los dos conceptos, al igual que la definiciones de ellos.

De la misma manera Cárdenas (2013) presenta un trabajo sobre: *Las relaciones de semejanza y congruencia en geometría plana, una propuesta didáctica para la educación básica*. El objetivo de este trabajo es el diseño de guías didácticas, para enseñar mejor la semejanza y congruencia en geometría en los diferentes ciclos de la educación básica, toman como referencia los estándares, los lineamientos en matemáticas y el modelo de Van Hiele.

A nivel internacional, se encontraron algunos trabajos como el de Luengo (1990) sobre: *Proporcionalidad geométrica y semejanza*. Es un libro que hace inicialmente un recuento sobre el currículo y como se enseña matemáticas en España. Seguidamente hace un tratamiento teórico de la proporcionalidad geométrica y la semejanza, además explica diferentes formas para ser enseñados, sugerencias metodológicas, al igual que una serie de actividades planteadas desde diferentes áreas del saber y aspectos de la vida cotidiana.

En la revista *Novedades Educativas* de Argentina, en el volumen 18, N° 195 de marzo de 2007, en el dossier, se encuentran 5 artículos relacionados con la enseñanza de la geometría: Todos los artículos abordan la geometría en la escuela desde el contexto. El primer artículo pretende contestar las preguntas el cuándo, el para qué, el qué y el cómo de la geometría en la escuela. Los otros artículos presentan actividades para los estudiantes a partir de lo cotidiano, el contexto y la resolución de problemas donde se involucran situaciones de proporcionalidad.

2.2 Referente Teórico.

A través del tiempo ha ido cambiando la concepción de cómo aprenden los niños y jóvenes y también la de cómo se dan los procesos de enseñanza, en un mundo globalizado, en constante cambio, donde los estudiantes están continuamente socializando con sus pares, donde se busca que la educación sea contextualizada y significativa, que no sea solo un aprendizaje de contenidos inoperantes sino que sea competente socialmente, surgen nuevos paradigmas y teorías que aportan a los retos de la educación actual. De manera global esta propuesta se apoya en el Constructivismo Social de Vigotsky y se centra en la Teoría de la Enseñanza para la Comprensión de Perkins.

El constructivismo social si bien tiene muchas vertientes, en esta propuesta se toma como referente la perspectiva Vigotsky , precursor de éste, quien concibe que el conocimiento llega al sujeto de dos formas, la primera socialmente en el plano interindividual y luego intraindividual, es decir, primero se aprende en un contexto social de interacción con otros, con el medio y con el objeto del conocimiento, mediado por el lenguaje para luego ese conocimiento ser interiorizado por el sujeto.

Cubero (2005) Sintetiza tres elementos que son básicos para un constructivismo social: una epistemología relativista, los sujetos como agentes activos del conocimiento y el conocimiento como constructo socio-histórico. Estos tres elementos hacen un gran aporte a esta propuesta de trabajo de grado.

El primer elemento hace referencia a la naturaleza del conocimiento, el mundo no se concibe como absoluto y externo sino que considera que la realidad se va formando en la interacción del hombre con el mundo y depende de las acciones y conductas que este realice.

El segundo y tercer elemento donde el sujeto forma parte activa de su formación y el conocimiento es producto de una construcción social e histórica, se evidencian en esta propuesta pues la estrategia de proyecto de aula que aquí se plantea se aleja de la forma tradicional en la que algunos profesores suelen transmitir una serie de contenidos a los estudiantes de una manera pasiva, dan clases teóricas donde el estudiante es solo un receptor de contenidos y debe interiorizar el objeto de conocimiento exactamente como se transmite.

Para el paradigma constructivista la postura donde no hay un esfuerzo por aprender no es válida, si bien el sujeto no tiene que construir por sí mismo todo su conocimiento si puede participar activamente en él, esta es una propuesta donde los estudiantes se deberán enfrentar bajo la guía del profesor a una situación problemática donde reflexionarán, descubrirán, propondrán soluciones a dicha situación relacionadas con la semejanza y la proporcionalidad, participando de manera activa en éstas a través de una interacción grupal e individual.

No solo el constructivismo hace parte esencial de este trabajo, pues al querer vincular la semejanza y la proporcionalidad a través de la resolución de problemas se busca que los estudiantes a partir del conocimiento que poseen y a través de una serie de actividades guiadas comprendan las similitudes y diferencias entre estos dos conceptos y que los logren utilizar en forma acertada para solucionar retos planteados desde la cotidianidad.

Un estudiante puede resolver con habilidad un ejercicio de proporcionalidad en aritmética o saberse muy bien los criterios de semejanza de triángulos en geometría, pero tener habilidad para resolver ejercicios matemáticos y aprenderse las definiciones de los conceptos no es garantía de que comprenda lo que sabe o lo que hace, por tal razón la Teoría de la Enseñanza para la Comprensión (EPC) de David Perkins contribuye

significativamente a esta propuesta en la medida que nos da elementos sólidos y una guía de cómo enfocar lo que se enseña para que se logre la comprensión.

Siguiendo esta línea el marco conceptual de la EPC está cimentado en cuatro pilares fundamentales como lo expone Stone (1999) que son: Tópico generativo, metas de comprensión, desempeños de comprensión y evaluación diagnóstica continua.

Los tópicos o temas generativos propenden por que se vincule lo que se enseña en el currículo escolar con los contextos en que conviven los estudiantes además que despierte el interés en estudiantes y docentes por aprender o enseñar alguna temática, pero como los temas a enseñar pueden ser amplios o tener muchas vertientes, por ejemplo, la proporcionalidad se puede enseñar solo desde la aritmética o vinculándola con la geometría a través de la semejanza, se deben tener unas metas claras, que pueden ser en forma de pregunta que encaminen a los estudiantes hacia lo que se quiere lograr.

Si los tópicos abarcan varias temáticas, se extienden por un largo tiempo o no solo se enseñan en un grado como es el caso de la proporcionalidad y la semejanza que se plantea según los Lineamientos de Matemáticas para el grado 7° y 9° es necesario tener un hilo conductor que encause y encadenen todo los tópicos que se van a abordar.

Las metas de comprensión no se pueden quedar en solo metas, se deben hacer reales, los estudiantes demuestran que comprenden cuando a través de sus desempeños van avanzando hacia las metas trazadas, el maestro no se puede apartar de lo que sus estudiantes hacen, debe estar presente guiándolos, formulando nuevas preguntas que posibiliten la reflexión sobre los desempeños alcanzados, los que se están realizando, a los que se quiere llegar, como es el desempeño de un grupo de trabajo en relación con los otros, que errores y aciertos se han tenido, como se puede mejorar, por eso la evaluación debe ser diagnóstica y continua.

2.3 Referente Conceptual -Disciplinar

El acercamiento de los estudiantes a las matemáticas, a través de situaciones problemáticas procedentes de la vida diaria, de las matemáticas y de las otras ciencias es el contexto más propicio para poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamiento y para contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas. MEN (1998, pág. 24)

Uno de los cinco procesos generales en matemáticas contemplados en los estándares y los lineamientos curriculares es *La formulación, tratamiento y resolución de problemas*, el anterior párrafo nos deja ver el peso de las situaciones problémicas en la educación matemática, no quiere decir que los otros cuatro procesos (la modelación, la comunicación, el razonamiento, y la formulación, comparación y ejercitación de procedimientos) no estén presentes en el desarrollo de esta propuesta, sí lo están, pero nuestro eje articulador es la resolución de problemas, y en la medida que un estudiante se enfrente a una situación problémica va necesitar de los otros procesos generales para tratar de encontrar la solución.

Siguiendo los lineamientos curriculares y la propuesta de Alan Schoenfeld para la resolución de problemas lo primero que tenemos que tener en cuenta son los *sistemas de creencias* tanto de los estudiantes como los profesores, pues estos obstaculizan o ayudan a la solución del problema, la visión que los estudiantes o el profesor tengan de una situación problémica determina el tiempo, el esfuerzo y la dedicación a la hora de resolverlo, otro aspecto que se debe tener en cuenta son *los recursos* que los estudiantes tienen, esto no es más que los conocimientos matemáticos con que el estudiante cuenta para enfrentarse a alguna situación problémica, pues el estudiante puede estar muy motivado a la solución de éste pero si no cuenta con los conocimientos matemáticos necesarios para resolverlo se le va hacer muy difícil.

Es de suma importancia contemplar también como se menciona en MEN (1998) las estrategias cognoscitivas y estrategias metacognitivas, la primera está relacionada como abordar el problema, por ejemplo descomponerlo en partes, hacer un diagrama o un dibujo, buscar relaciones con situaciones que ya se conocen, entre otras y la segunda a las estrategias que aplica un estudiante para controlar o monitorear su trabajo, por ejemplo si el camino que eligió es el correcto o por el contrario tiene que devolverse y empezar de nuevo, estos elementos son valiosos en esta propuesta pues son los que van a guiar la construcción de las actividades en el proyecto de aula y realmente aporten a solucionar la pregunta de investigación.

En esta misma línea este trabajo tiene que ver con los temas de semejanza y proporcionalidad que están enmarcados desde los estándares en educación matemática desde *El pensamiento espacial y los sistemas geométricos*, antes de abordar cualquier problema referido a estos dos temas es necesario que los estudiantes tengan unos recursos o conocimientos matemáticos claros para que les posibiliten un buen desempeño en el desarrollo de las actividades planteadas, estos conceptos que el estudiante debe comprender son: magnitud, cantidad de magnitud, razón, proporcionalidad de magnitudes, polígonos, elementos de un polígono, semejanza de figuras geométricas, entre otros conceptos básicos de geometría.

Siguiendo con la propuesta y la guía de los lineamientos curriculares y del Doctor Carlos Eduardo Vasco, la enseñanza de la geometría no puede ser pasiva dentro del aula de clase, pues si se enseña de manera pasiva favorece poco al desarrollo del Pensamiento Espacial que desde los Lineamientos Curriculares MEN (1998) (como se había mencionado anteriormente en la sesión 1.1 en la descripción del problema) se define como la relación entre el espacio físico y el espacio geométrico permitiendo que los estudiantes hagan representaciones y transformaciones mentales de estos espacios, interactúen con sus propiedades y comiencen a conceptualizar sobre ellos.

Para que se pueda dar esta relación entre el espacio físico y geométrico y propiciar el desarrollo del pensamiento espacial lo más conveniente según Vasco (2006) es seguir

el enfoque de la geometría activa y así se quiere hacer en este trabajo con estudiantes del grado 7°, donde sea primordial la actividad del alumno por encima de la observación pasiva, no solo es que vean si un triángulo es semejante a otro en el tablero o si dos segmentos son proporcionales, es que los construyan, los encuentren en su entorno cotidiano, en la arquitectura y los espacios del colegio, que activen su aprendizaje interactuando con el espacio que los rodea.

Todo lo anterior referido a la teórico y disciplinar va estar condensando en un proyecto de aula pues como dice Gonzales (2001) el proyecto de aula permite relacionar el conocimiento cotidiano con el de la escuela, además es una propuesta didáctica con una secuencia de actividades basada en la resolución de problemas.

2.4 Referente Legal o Normativo

NORMOGRAMA		
Ley, norma o decreto	Texto de la norma	Contexto de la norma
(UNESCO, 2011)	Promover el derecho a la educación. “...promover el uso de material didáctico y planes de estudios pertinentes y actualizados y proporcionar pasarelas entre los diversos niveles y contextos educativos”.	En esta propuesta se quiere generar nuevo material y herramientas educativas que contribuyan a una mejor educación contextualizada en matemáticas.
LEY GENERAL DE EDUCACIÓN (MEN, 1994)	Artículo 22. Objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de secundaria. Numeral c. El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas (...) así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana.	Está propuesta contribuye a los objetivos de la educación básica abordando temáticas como la semejanza y la proporcionalidad a partir del contexto de los estudiantes y la solución de situaciones problémicas
PLAN DE DESARROLLO	“La educación no se queda contenida en un solo espacio, discurre por todos los ámbitos de la	La escuela debe formar sujetos críticos y propositivos ante las

DE ANTIOQUIA (2016-2019)	sociedad y de la vida. Las escuelas (...) No son lugares para la repetición, sino espacios para la inspiración. La formación es cada vez menos un acto solitario y cada vez más acciones solidarias” Programa de Gobierno “ Pensando en Grande ”	problemáticas sociales, esto se logra con la integración de los contenidos y las competencias a circunstancias sociales.
ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS	<p>De sexto a séptimo</p> <p>Pensamiento espacial y sistemas geométricos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales. • Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos. <p>Pensamiento métrico y sistemas de medidas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resuelvo y formulo problemas que involucren factores escalares (diseño de maquetas, mapas). <p>Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Analizo las propiedades de correlación positiva (...) de proporcionalidad directa y de proporcionalidad inversa en contextos aritméticos y geométricos. <p>De octavo a noveno</p> <p>Pensamiento espacial y sistemas geométricos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Conjeturo y verifico propiedades de congruencias y semejanzas entre figuras bidimensionales y entre objetos tridimensionales en la solución de problemas. • Aplico y justifico criterios de congruencias y semejanza entre triángulos en la resolución y formulación de problemas. 	Se puede observar que todos los estándares aquí mencionados tienen aspectos en común con respecto a cómo debe ser enseñados la semejanza y la proporcionalidad y que estos temas no son propios de un solo grado de escolaridad sino que permean y están presentes en otros grados de la educación secundaria, estos estándares guían esta propuesta de trabajo de grado pues conciben la relación entre las dos temáticas a trabajar, plantea que se aborden juntas contextualizadas no solo desde la aritmética sino también desde la geometría, además donde los estudiantes tienen una participación activa en la construcción de su conocimiento.

Proyecto educativo institucional. (PEI 2017)	El modelo de clase desarrollado en la Unidad Educativa San Marcos (UNESAM) demanda la intervención y participación de los estudiantes durante los procesos de clase(...)quienes con la orientación del maestro discuten en torno a una situación problematizadora	Esta propuesta es acorde al modelo de clase que se realiza en UNESAM, ya que el colegio fomenta la participación activa de los estudiantes, orientando los procesos de clase desde cada área y al iniciar cada periodo con una pregunta problematizadora.
--	---	---

Tabla 2.4-1 Normograma

2.5 Referente Espacial

Este trabajo de grado se realiza en la Unidad Educativa San Marcos (UNESAM), institución educativa de carácter privado con 53 años de experiencia (1964-2017), que brinda educación en los niveles de Preescolar, Básica Primaria, Básica Secundaria y Media. La institución se encuentra ubicada en la zona sur del área metropolitana en el Municipio de Envigado en la calle 31 A sur #43 A-92.

Es una institución perteneciente a la arquidiócesis de Antioquia por lo que la formación de los estudiantes se fundamenta en los principios y valores católicos. Dentro de su Misión esta formar integralmente a niños y jóvenes a través de valores y virtudes católicos y en su Visión quiere para el año 2020 ser una institución educativa con reconocimiento social, en el Área Metropolitana, por liderar una propuesta integral en valores y competencias ciudadanas en niños y jóvenes.

El modelo pedagógico del colegio es el enfoque problémico, donde al inicio de cada periodo en todas las áreas se plantea una pregunta problematizadora que será el detonante para el aprendizaje, donde el estudiante participa de manera permanente en la construcción del conocimiento.

Dentro de la población estudiantil el 65.3% de estudiantes es residente en Envigado, en un menor porcentaje, el resto de los estudiantes se encuentran ubicados en los municipios aledaños tales como: Sabaneta, Itagüí, Medellín. El 41.1% de las familias San marquistas se encuentran ubicadas en el estrato 3, el 32 % están ubicados en el estrato 4, el 12.4% están ubicados en el estrato 5, aproximadamente el 2% se encuentran ubicadas en el 6, el 2.9% se encuentran en el estrato 2. El colegio frente a los resultados de las Pruebas Saber 11°, ha obtenido desde el 2014 la máxima categoría A+.

3. CAPÍTULO III: DISEÑO METODOLÓGICO

La investigación acción- educativa enmarcada dentro del paradigma critico social propende por una reflexión personal de la práctica docente, para lograr mejoras en ésta, como expresa Bausela (2002) el profesor se convierte en investigador “con el fin de optimizar los procesos de enseñanza-aprendizaje” (p.1).

En la Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales que tiene un carácter de profundización se busca mejorar la práctica del quehacer docente, por ende en esta propuesta de trabajo de grado se sigue el enfoque de la I-A-E y busca a través de un proyecto de aula mejorar la enseñanza de la proporcionalidad directa y la semejanza vinculando ambas temáticas.

El método empleado con el fin de dar cumplimiento a los objetivos específicos de la propuesta son las fases o ciclos de la I-A-E propuestas por Sandin citado en Hernández, Fernández & Baptista (2006) que son descubrir y diagnosticar el problema, formulación de un plan de acción para resolverlo, efectuar y evaluar el plan de acción y por ultimo hacer una retroalimentación de los resultados.

Después de culminar la primera fase donde se formula el problema de investigación, el objetivo general y los específicos, teniendo en cuenta la forma como se aborda los temas de proporcionalidad y semejanza en los estándares básicos de competencias en matemáticas, algunos libros-texto y la enseñanza de estos en la Unidad Educativa San Marcos y apoyado en la teoría de la Enseñanza para la Comprensión, la Geometría Activa y la Resolución de Problemas, se plantean actividades para dar cumplimiento a los objetivos específicos, estas actividades son: primero una prueba diagnóstica a los estudiantes para conocer las ideas previas y si logran diferenciar o no los

conceptos de proporcionalidad y semejanza, con base a los resultados obtenidos y a luz de las teorías antes mencionadas se diseñan una serie de actividades enmarcadas dentro de un proyecto de aula.

En una tercera fase con el proyecto de aula elaborado se interviene la práctica docente; durante la intervención se recogen datos de fuentes directas y secundarias para llegar a la última fase que es analizar los resultados obtenidos y poder formular conclusiones y recomendaciones.

Entre las fuentes primarias se comienza con una actividad diagnóstica para conocer las concepciones de los estudiantes sobre la semejanza y la proporcionalidad, este pre-test será una guía para crear las actividades del proyecto de aula, durante la intervención se harán entrevistas semiestructuradas, y las soluciones por escrito que los estudiantes den a cada producto también serán tomadas en cuenta, así como la observación directa en el desarrollo de las actividades.

En las fuentes secundarias se grabará el desarrollo de algunas actividades para mirar la dinámica y la forma como abordan los problemas, además del estudio de documentación como los libros textos utilizados en la institución para abordar el tema y los estándares básicos en matemáticas.

Para poder llevar a cabo esta propuesta se seleccionó del grado séptimo de la Unidad Educativa San Marcos, el grupo 7°D. Se busca con la aplicación de este proyecto de aula que los estudiantes logren comprender los conceptos de semejanza y proporcionalidad directa, la relación entre ambas temáticas, así como la aplicabilidad en situaciones reales, también se espera que en los grados 8° y 9° donde se retoman estos temas los estudiantes que interactuaron con el proyecto, lleven una idea clara de lo que son y cómo se utiliza. Este se convierte también en un recurso educativo para profesores de los grados 7°, 8° y 9° de la institución y se tiene la expectativa que sea utilizado por otras instituciones a nivel local.

3.1 Cronograma.

Tabla 3.1-1 Planeación de actividades

Fase	Objetivos	Actividades
Fase 1: Caracterización	<p>Identificar las ideas previas o dificultades que tienen los estudiantes acerca de la semejanza y la proporcionalidad a través de una prueba diagnóstica.</p> <p>Analizar los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica a la luz de la Enseñanza para la Comprensión, la Resolución de Problemas y la Geometría Activa para orientar el diseño de las actividades.</p>	<p>1.1 Elaboración y aplicación de una actividad diagnóstica para conocer las ideas previas o dificultades que tiene los estudiantes en relación con los conceptos de semejanza y proporcionalidad directa.</p> <p>1.2 A la luz de los marcos de referencia analizar los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica con el fin de orientar el diseño del proyecto de aula.</p>
Fase 2: Diseño	Elaborar un proyecto de aula con actividades problémicas que relacionen la semejanza y la proporcionalidad y que tengan más de una forma de solucionarse.	<p>2.1 Diseño de actividades contextualizadas que vinculen la proporcionalidad directa y la semejanza partiendo de la resolución de problemas y la geometría activa.</p> <p>2.2 Estructuración del proyecto de aula siguiendo los pilares de la teoría EPC</p>
Fase 3: Intervención de la práctica docente	Intervenir la forma cómo se enseña semejanza y proporcionalidad directa en el grado 7° por medio de un proyecto de aula que vincule ambas temáticas.	3.1 Intervención en la práctica docente del grado 7° a través del proyecto de aula
Fase 4: Análisis y evaluación	Evaluar la incidencia del proyecto de aula tomando como referente el trabajo y	4.1 Análisis de los resultados de la prueba diagnóstica, los resultados de cada actividad del proyecto de aula,

4. CAPÍTULO IV: SISTEMATIZACIÓN DE LA INTERVENCIÓN

4.1 Resultados y análisis actividad diagnóstica

La actividad se aplicó a 35 estudiantes del grupo 7°D consta de 10 preguntas de selección múltiple con única respuesta, organizadas de tal manera que respondan a los temas o conceptos fundamentales en los cuales se basa este proyecto.

A continuación se presenta cada pregunta con la opción de respuesta correcta subrayada y un análisis estadístico de los resultados teniendo en cuenta la cantidad de estudiantes que acertaron o fallaron en cada ítem.

Las dos primeras preguntas buscan evidenciar la comprensión del concepto de razón entre segmentos en los estudiantes.

Pregunta uno: La cancha de baloncesto del colegio UNESAM tiene unas medidas que están a razón de 2 metros de ancho por cada tres de largo.

Esto significa que:

- A. La cancha mide 3 metros de largo y 2 de ancho
- B. Por cada tres metros que tiene la cancha de ancho, tiene dos metros de largo.
- C. Por cada 3 metros que tiene de largo, tiene 2 metros de ancho.
- D. El ancho es el triple que el largo.

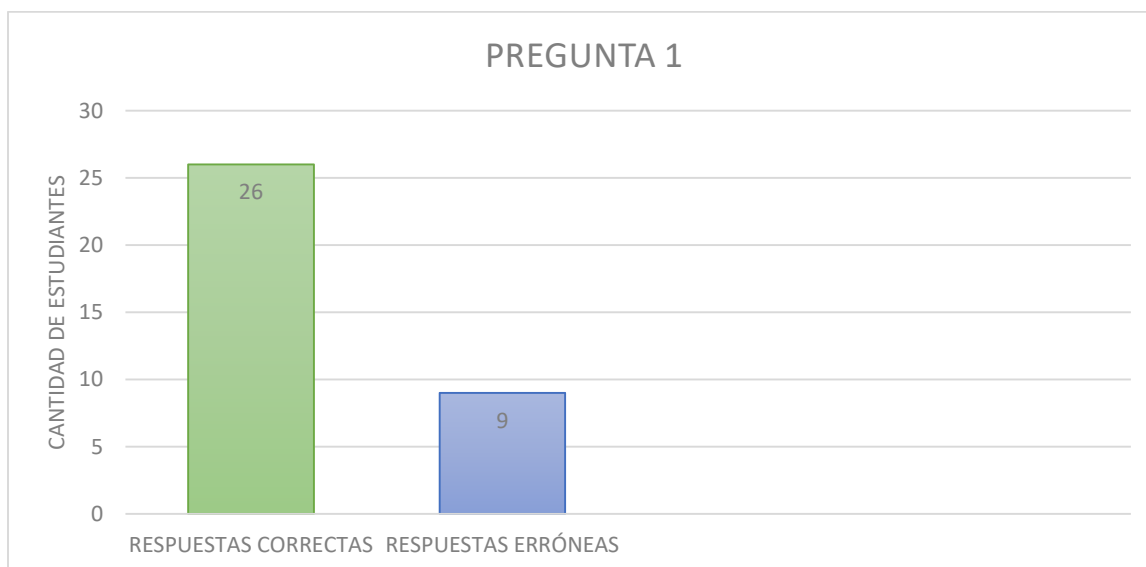


Figura 1. Resultados Actividad diagnóstica pregunta 1

Con un porcentaje del 74.2% se evidencia que los estudiantes comprenden el termino razón como una comparación entre dos magnitudes, el porcentaje de perdida (25.8%) en esta pregunta fue por hacer una lectura rápida y no hacer un análisis de la forma en cómo se daban las opciones de respuesta, pues en la pregunta se habla que las medidas de la cancha están a razón de 2 metros de ancho por cada tres de largo y en las opciones de respuesta, la opción correcta era la **C** "Por cada 3 metros que tiene de largo, tiene 2 metros de ancho." La mayoría de los que la perdieron marcaron la opción **B** "Por cada tres metros que tiene la cancha de ancho, tiene dos metros de largo" al hacer una lectura rápida no se detuvieron analizar los números que acompañaban las medidas del largo y ancho solo se fijaron en la razón $\frac{2}{3}$ sin identificar cual le correspondía al ancho y cual al largo.

Pregunta dos: Con la información anterior una posible medida para la cancha (ancho x largo) sería:

- A. (15mx21m)
- B. (14mx21m)
- C. (9mx27m)
- D. (14mx28m)

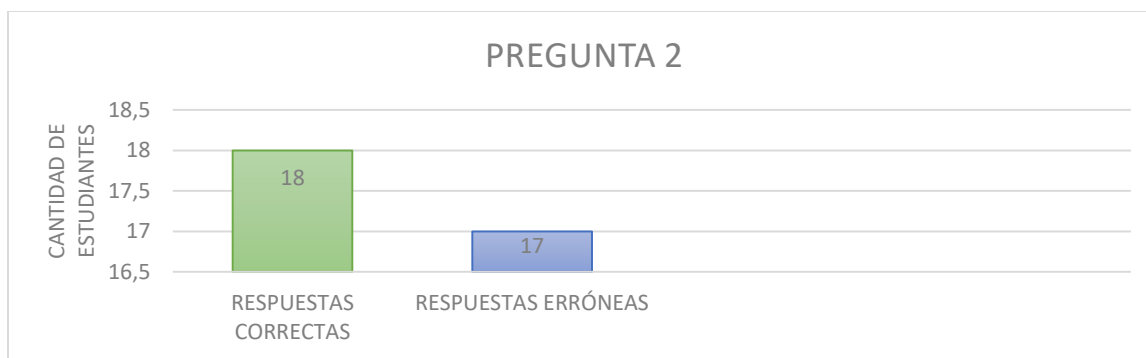


Figura 2 . Resultados Actividad diagnóstica pregunta 2

El porcentaje entre el número de estudiantes que respondió correctamente (51%) y el que respondió incorrectamente (49%) fue muy similar, solo una diferencia de una respuesta, una de las dificultades que presentaron los estudiantes fue que no sabían cómo interpretar las opciones de respuesta y contrastarla con la razón $\frac{2}{3}$, otra dificultad fue que al intentar simplificar $\frac{14}{21}$, observaron que no se podía simplificar por dos o por tres y no intentaron simplificar por 7, los estudiantes que acertaron esta pregunta hicieron bien la simplificación o a través de tanteo complicaron la razón $\frac{2}{3}$ hasta obtener $\frac{14}{21}$. Esto significa que falta más dominio por parte de los estudiantes al complicar o simplificar fracciones.

Las preguntas de la 3 a la 5 indagaban por el conocimiento que tenían los estudiantes de lo que es una proporción y el encontrar términos desconocidos en proporciones.

Pregunta tres:Cuál de las siguientes razones forma una proporción con $\frac{10}{6}$

- A. $\frac{5}{2}$
- B. $\frac{30}{12}$
- C. $\frac{15}{17}$
- D. $\frac{25}{15}$

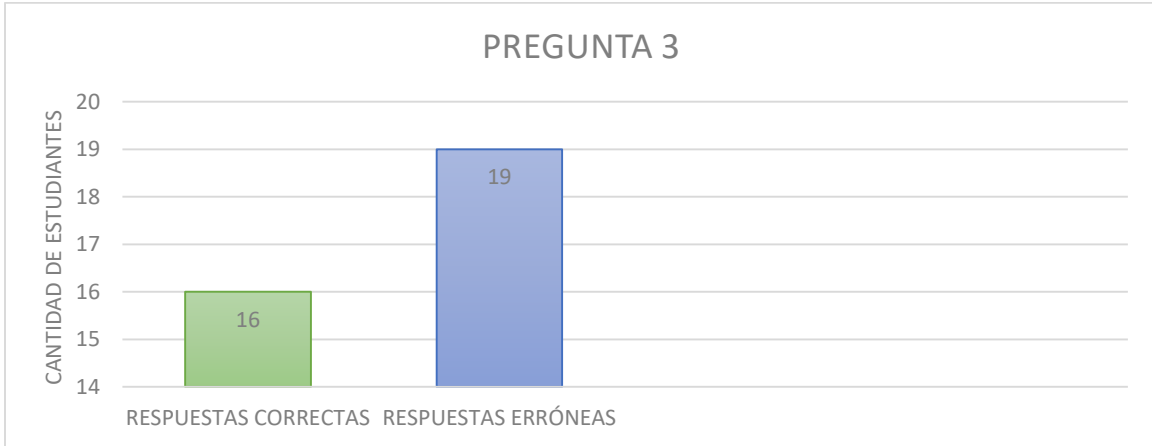


Figura 3. Resultados Actividad diagnóstica pregunta 3

Se evidencia con el porcentaje de pérdida del 54.2% que la mayoría de los estudiantes no comprenden cuando se les pide formar una proporción con dos razones que están separadas, un 45.8% acertó y lo hicieron simplificando la fracción inicial y simplificando las opciones de respuesta hasta obtener dos simplificaciones iguales, lo que deja ver que algunos estudiantes comprenden que para que haya una proporción se debe dar una equivalencia entre razones, pero les falta claridad en este concepto.

Pregunta 4: El valor de x en la proporción es:

$$\frac{13}{24} = \frac{x}{72}$$

- A. 39
- B. 3
- C. 26
- D. 52

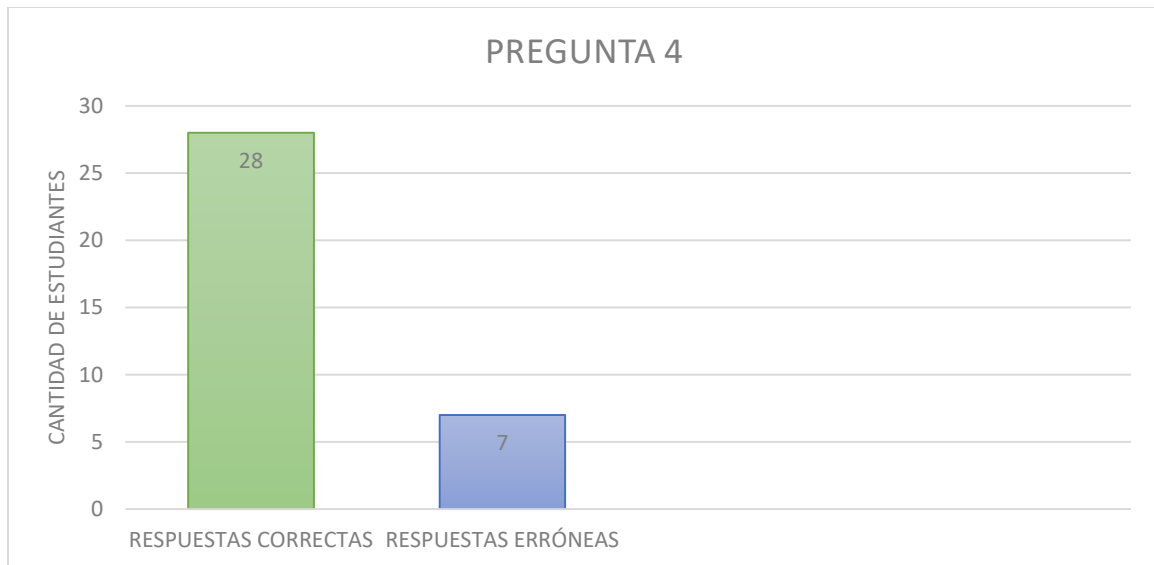


Figura 4. Resultados Actividad diagnóstica pregunta 4

Con un 80% se muestra que la mayoría de los estudiantes comprenden la propiedad fundamental de las proporciones “el producto de los extremos es igual al producto de los medios” también tienen un buen manejo de despeje de ecuaciones temas que ya se habían trabajado en clase, 5 estudiantes cometieron errores al tratar de despejar la x en la proporción y 2 estudiantes no respondieron la pregunta.

Pregunta 5: Cierta año uno de cada cuatro estudiantes obtuvo su título de profesional, si ese año hubo una población universitaria de 350.000. La cantidad de estudiantes que obtuvieron su título profesional es:

- A. 87.500
- B. 1.400.000
- C. 26250
- D. $\frac{1}{4}$

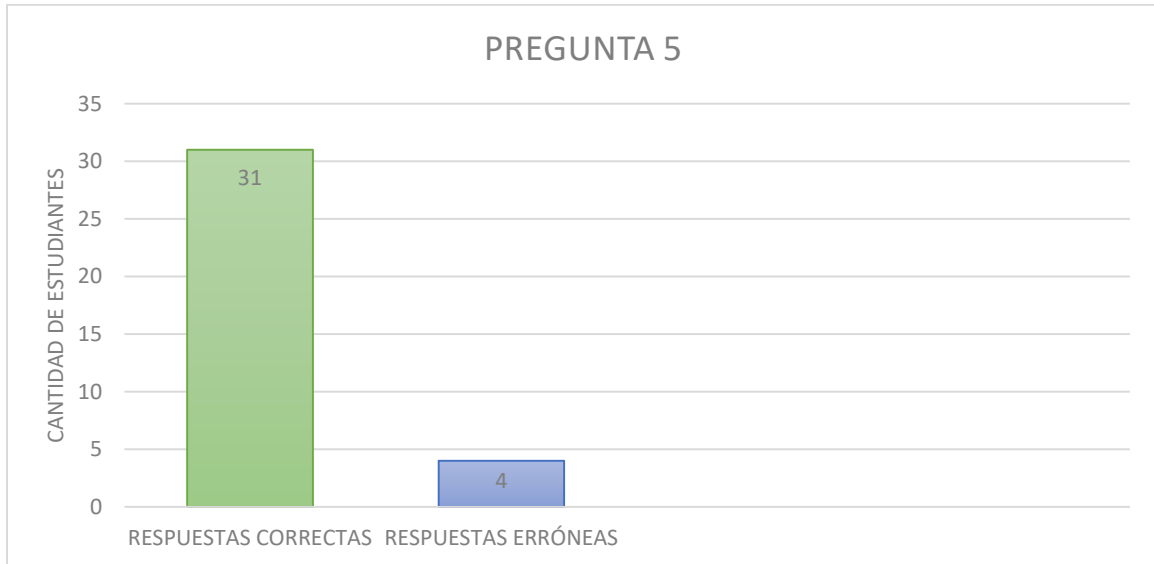


Figura 5. Resultados Actividad diagnóstica pregunta 5

La pregunta 5 es una situación en contexto que se resolvía aplicando la propiedad fundamental de las proporciones con un 89% se evidencia que la mayoría de los estudiantes resuelven problemas donde se involucra la propiedad fundamental o lo hicieron a través de regla de tres simple directa. Solo 4 (11%) estudiantes no lograron responder acertadamente por interpretar mal la información del enunciado o por falta de comprensión de la pregunta.

Las preguntas 6 y 7 buscaban poner de manifiesto la comprensión de semejanza de rectángulos y triángulos respectivamente.

Pregunta 6: De la siguiente imagen se puede afirmar que:

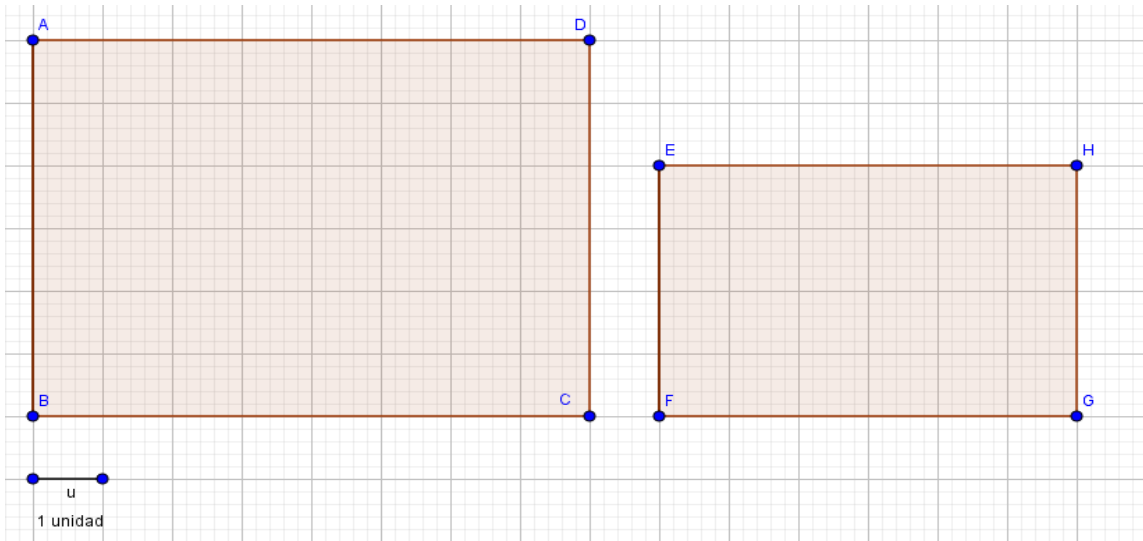


Ilustración. Rectángulos, creación propia en GeoGebra

- A. Los dos rectángulos son semejantes porque tienen la misma forma
- B. Los dos rectángulos no son semejantes porque sus ángulos son iguales.
- C. Los dos rectángulos son semejantes porque las medidas de los lados correspondientes forman una proporción.
- D. Los dos rectángulos no son semejantes porque las medidas de sus lados correspondientes no forman una proporción.

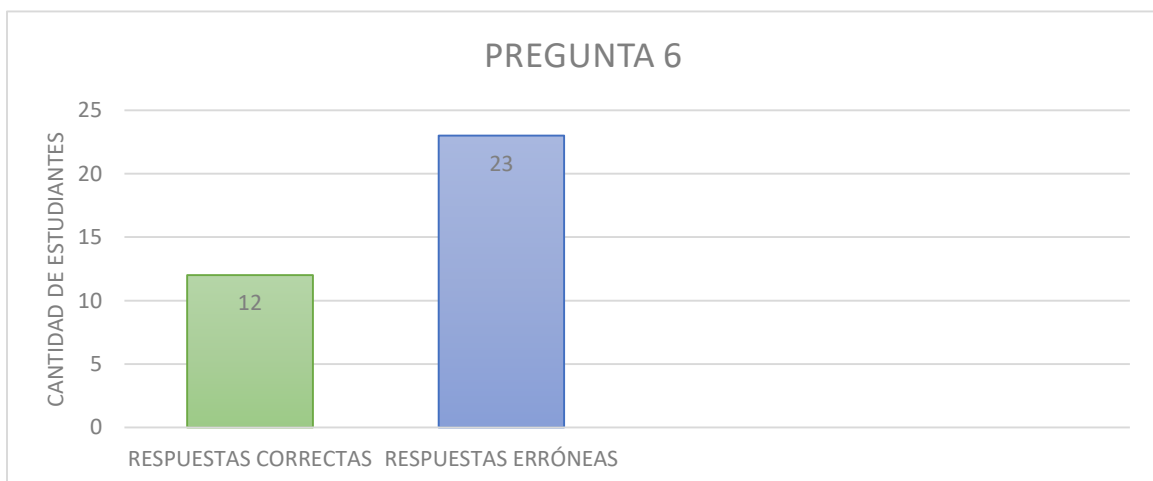


Figura 6 . Resultados Actividad diagnóstica pregunta 6

Un 65.7% contestó erróneamente a la pregunta de semejanza de rectángulos, el tema de semejanza no se ha abordado en clase el grado 7° y tampoco se hizo en el grado 6°, parte del 34.3% que contestó bien analizó las opciones de respuesta que se le presentaron y trataron de establecer una proporción entre los lados, como no lo lograron marcaron la opción D.

Pregunta 7: De los triángulos de la imagen se puede afirmar que:

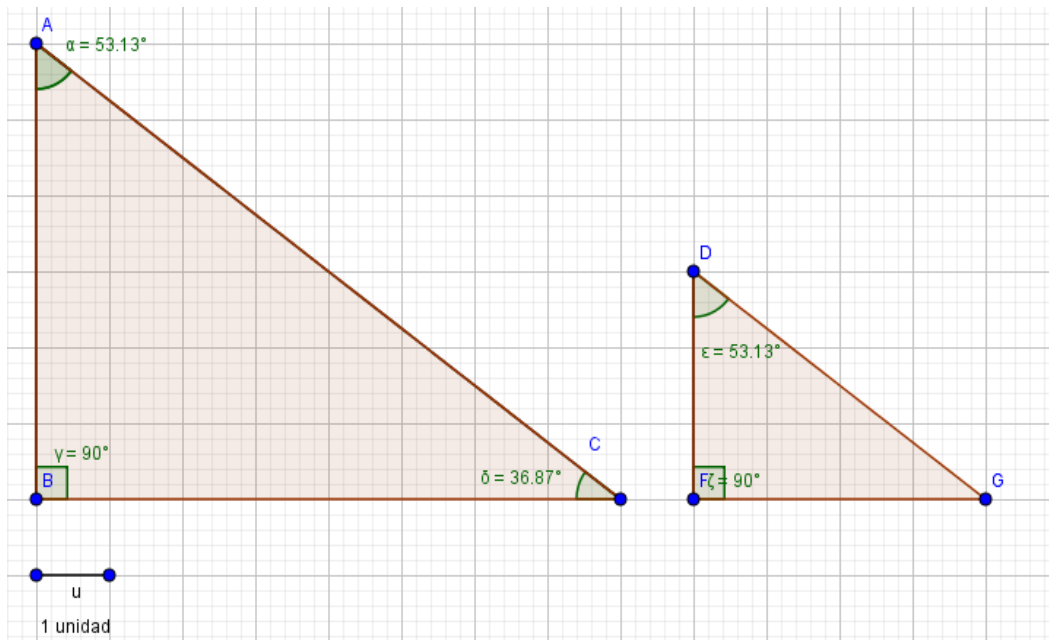


Ilustración. Triángulos rectángulos, creación propia en GeoGebra

- A. Son semejantes porque son rectángulos.
- B. No son semejantes porque tienen ángulos iguales
- C. Son semejantes porque sus ángulos homólogos tienen la misma medida y lados correspondientes son proporcionales.
- D. No son semejantes porque sus lados correspondientes no forman una proporción.

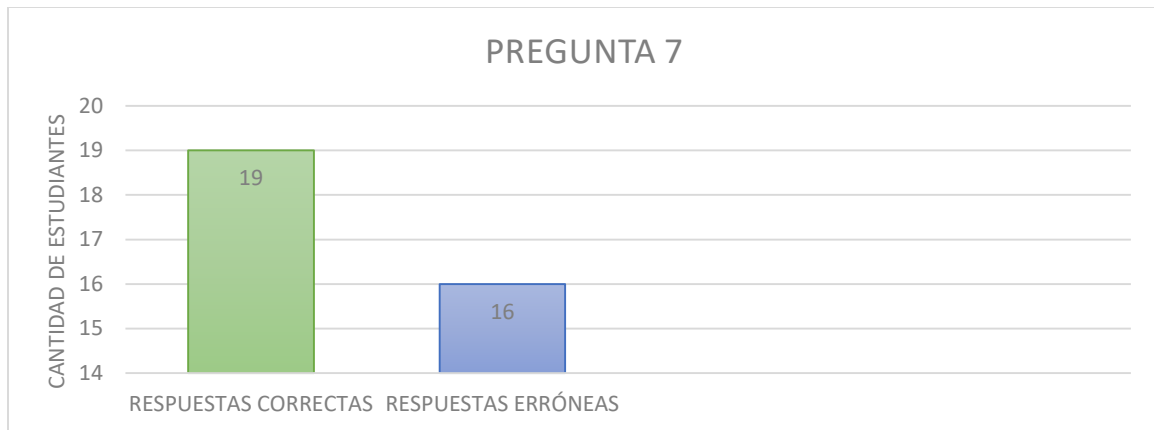
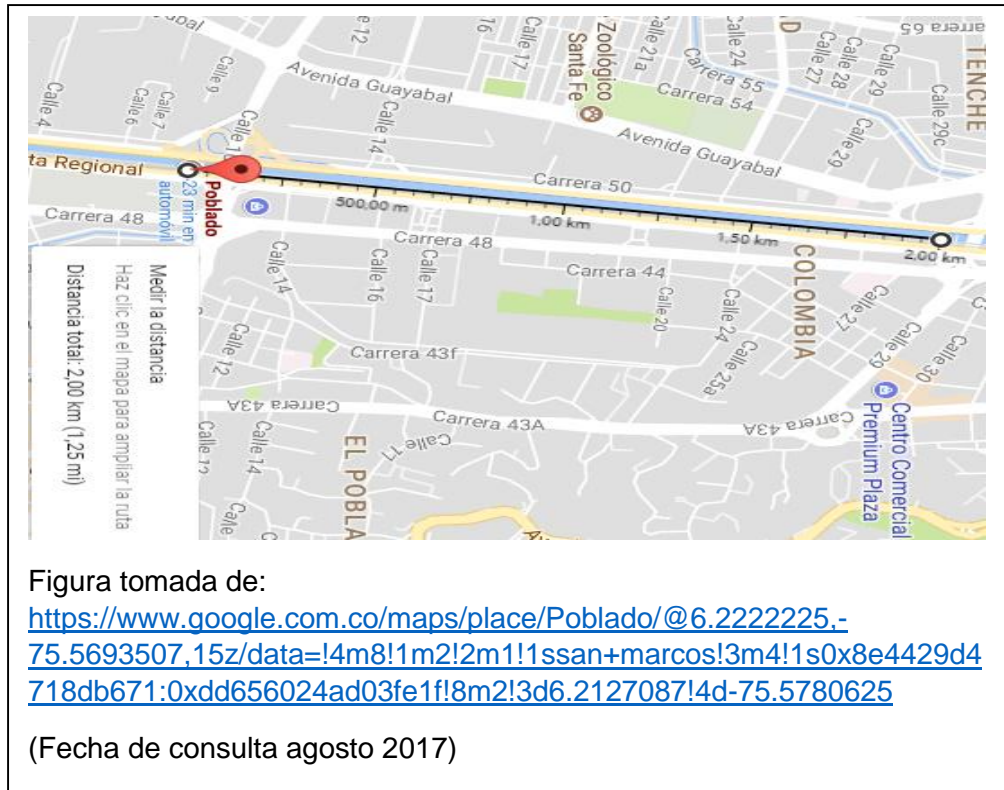


Figura 7. Resultados Actividad diagnóstica pregunta 7

Aunque el 54.2% respondió correctamente a esta pregunta, la diferencia con los que respondieron incorrectamente 45.8% es solo 3 estudiantes, los alumnos no conocen los criterios de semejanza de triángulos, e hicieron el mismo análisis que en la anterior pregunta trataron de establecer una proporción entre los lados del triángulo, hay estudiantes que de estas dos preguntas deducen que la proporcionalidad tienen que ver con la semejanza pero todavía no saben cómo, porque no comprenden totalmente lo que indica que dos figuras sean semejantes.

Pregunta 8: En la siguiente imagen tomada de *google maps* se ve que la distancia entre la estación Industriales y Poblado es de 2 km.



Si se quiere hacer un mapa a una escala de 1 cm:100000 cm, la distancia en el mapa entre las estaciones sería de:

- A. 20 cm
- B. 2 cm
- C. 200 cm
- D. 2 m.

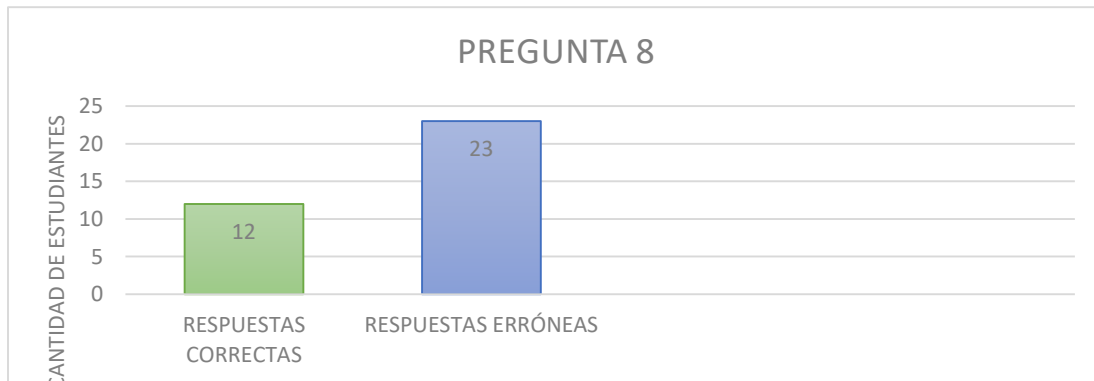


Figura 8. Resultados Actividad diagnóstica pregunta 8

Esta pregunta buscaba indagar sobre una aplicación de la proporcionalidad directa que es la escala y que se usará en las actividades finales de este proyecto, el 65.7% de los estudiantes se equivocó en esta pregunta porque no supieron cómo abordarla, el 34.7% que respondió bien hizo una conversión de km a cm y logró dar con la respuesta correcta.

Las preguntas 9 y 10 son aplicaciones donde se busca relacionar la semejanza y la proporcionalidad, son similares a las que se van aplicar al finalizar el proyecto.

Pregunta 9: En la imagen se representa el nuevo bloque de inglés del colegio, si se sabe que a cierta hora del día, el edificio proyecta una sombra de 6.5 m y a la misma hora un palo de 4.5 m proyecta una sombra de 0.9 metros, la altura del bloque es:



- A. 32.5 m
- B. 30.5 m
- C. 28 m
- D. 31 m

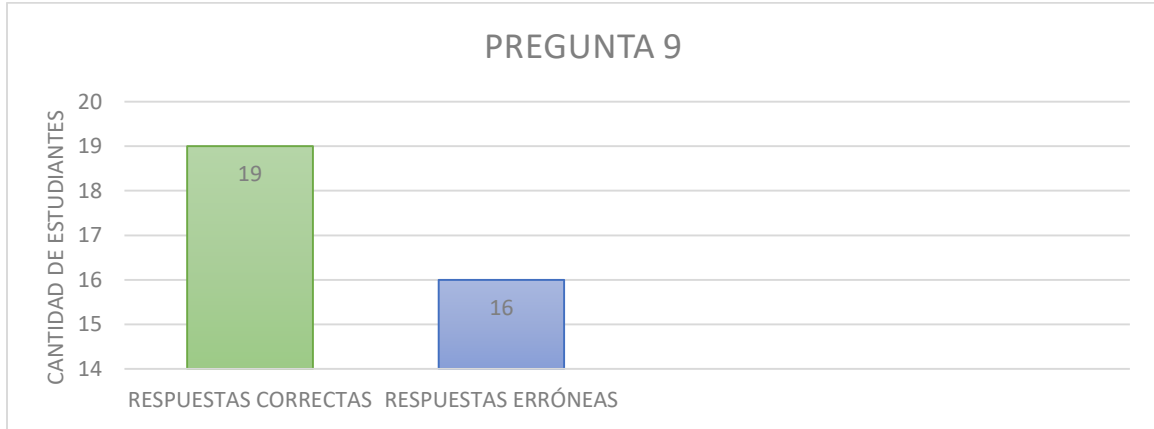


Figura 9. Resultados Actividad diagnóstica pregunta 9

Esta pregunta es una aplicación de la semejanza de triángulos, el 54.2% la respondió bien, no porque conocieran la semejanza de triángulos sino porque aplicaron una regla de tres para resolverlo, llegaron a la respuesta por un procedimiento válido pero sin la comprensión del concepto. Del 45.8% (16 estudiantes) 11 estudiantes contestaron mal y 5 estudiantes no marcaron ninguna opción de respuesta porque no sabían cómo hacerla.

Pregunta 10: En la siguiente imagen se observa a un hombre acostado mirando un árbol, el hombre forma un triángulo rectángulo con un poste ubicado perpendicularmente a sus pies, se sabe que el poste tiene la misma medida que hay desde los pies hasta los ojos del hombre (es decir se forma un triángulo rectángulo isósceles). Si la medida del poste es de 1.65 m y la medida entre el poste y la base del árbol es 5.35 m, se puede afirmar que la medida del árbol es:

- A. 6 m
- B. 5.35 m
- C. 7 m
- D. 3.7 m

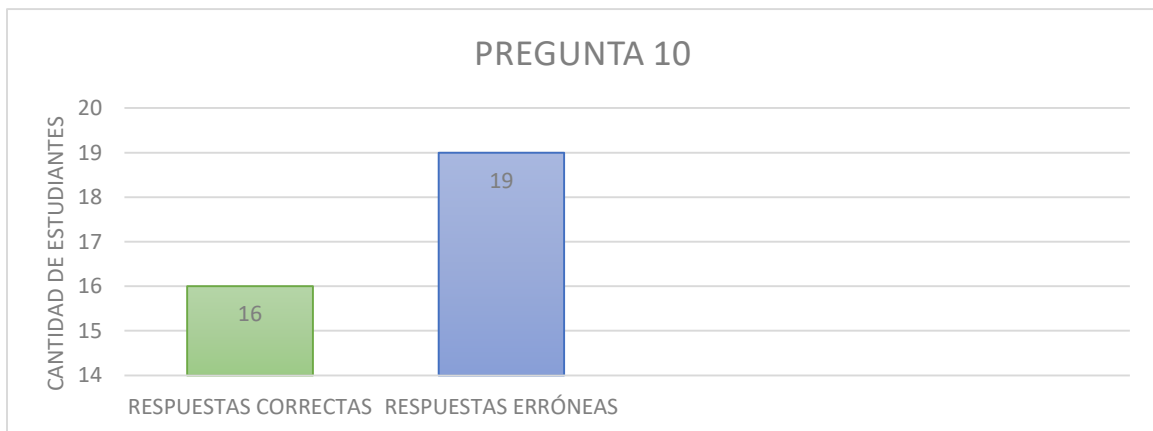
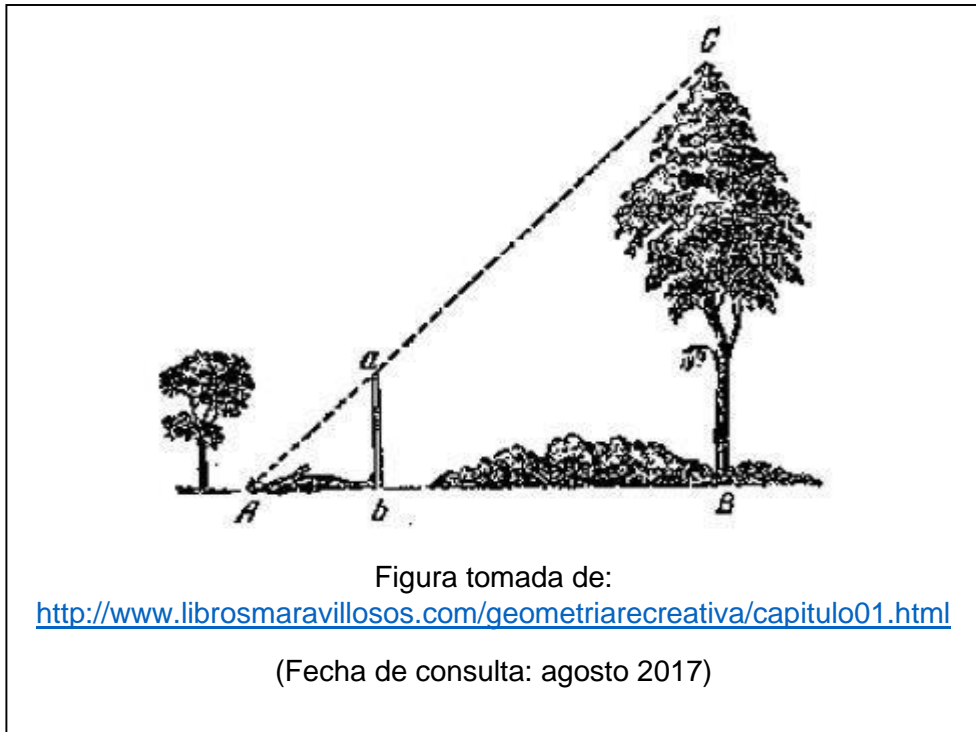


Figura 10 Resultados Actividad diagnóstica pregunta 10

Esta última pregunta es una aplicación de la semejanza entre triángulos rectángulos isósceles la mayoría de los estudiantes respondieron incorrectamente con un 54.2% porque no sabían cómo hacerla o como relacionar los triángulos de la imagen, un 45.8% acertó en la respuesta pues comprendieron que los dos triángulos eran isósceles y si conocían la distancia del hombre a la base del árbol esa misma sería la altura del árbol.

Como conclusión final se evidencia a través de la prueba diagnóstica que los estudiantes no comprenden bien los conceptos de semejanza y proporcionalidad, identifican el concepto de razón pero cuando se les da una razón y se le pide que encuentren una que sea proporcional a ella no lo saben hacer, manejan bien la propiedad fundamental de las proporciones para encontrar términos desconocidos en una proporción.

No comprenden a cabalidad el concepto de semejanza de rectángulos y triángulos y no saben cuál es su relación con la proporción directa, resuelven muchos ejercicios de manera intuitiva aplicando regla de tres simple, si bien es un procedimiento válido lo utilizan sin comprender los conceptos que hay inmersos en los ejercicios como la escala o la semejanza.

Por esta razón este proyecto de aula va encaminado a que no solo comprendan los conceptos de proporción directa y semejanza, sino también la relación que hay entre ellos y sus aplicaciones a muchas situaciones de la vida cotidiana.

4.2 Análisis de los resultados de la intervención del proyecto

Después de hacer el análisis de la actividad diagnóstica se diseñaron las actividades que conforman el proyecto de aula, tomando como punto de partida una situación problema inicial contextualizada que fue motivante para ellos, cada actividad del proyecto inicia con una meta de comprensión y se finaliza con un desempeño de comprensión, lo cual les permitía a los estudiante tener claro el objetivo del trabajo y desarrollar la guía para alcanzarlo. En total fueron cinco actividades:

En la primera se abordaron los conceptos de razón y proporción de segmentos de recta, en la segunda la semejanza de rectángulos que se desarrolló en tres sesiones de clase, en la tercera la semejanza de triángulos, en la cuarta titulada “La importancia de la escala” se hizo un trabajo teórico práctico con medidas de mesas de tenis y la cancha del colegio y la quinta actividad llamada “Midiendo el colegio” como actividad evaluativa que recoge lo trabajado en las anteriores guías y que trata de dar solución a la situación

problema inicial. Todas las actividades a excepción de la prueba diagnóstica fueron realizadas en parejas o tríos, por lo que se seleccionan 10 grupos para hacer este análisis.

Para el análisis de la información se tuvo en cuenta los datos obtenidos en la cuarta y quinta actividad, pues en estas se recogían los conceptos trabajados en las actividades anteriores. Con el análisis pretende evidenciar, sí los estudiantes lograron o no comprender los conceptos de proporcionalidad y semejanza y aplicarlos en una situación contextual.

Específicamente, en la actividad 4. *La importancia de la escala*, se comenzó explicando que es la escala y como se utiliza, seguidamente los estudiantes debían responder dos preguntas con relación a la distancia a escala entre dos estaciones del metro, -muy similar a la pregunta 8 de la actividad diagnóstica-. Al respecto, se encontró que 7 de las 10 parejas de estudiantes contestaron correctamente la primer pregunta, las restantes tres parejas plantearon bien el proceso para encontrar la escala pero tuvieron dificultades al realizar los cálculos.

La segunda pregunta la contestaron correctamente todas las parejas, en esta se solicitaba que construyeran un plano a escala de 1/10 de una de las mesas de tenis del colegio, las medidas ya las tenía, pues fueron producto de la actividad 1. El 80% de las parejas construyó bien la mesa de tenis a escala, unos con más detalles que otros pero haciendo un buen uso del concepto de escala y la semejanza de rectángulos.

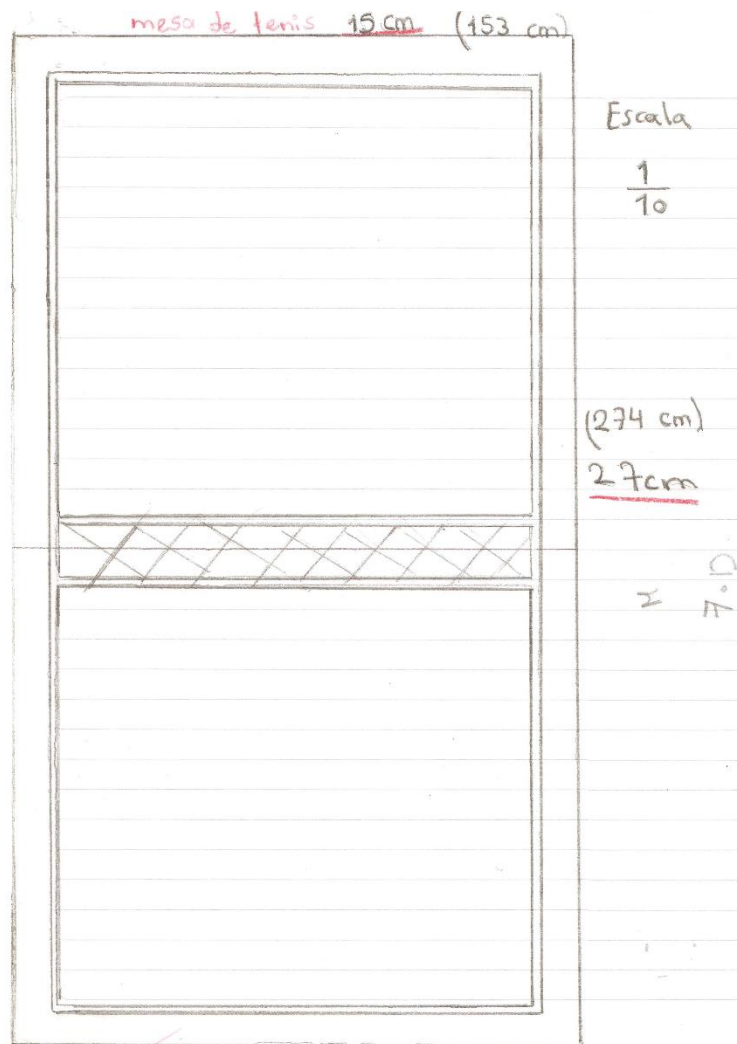


Figura 11. Mapa a escala de la mesa tenis. Elaborada por estudiantes

Por último se les formuló una pregunta abierta: *¿con lo que llevas hasta el momento, qué parte de la situación problema inicial podrías responder? Si ya sabes que parte puedes responder preséntale a tu profesor una propuesta.*

Algunos estudiantes respondieron de inmediato que podían construir los planos a escala de la cancha de fútbol, otros tuvieron que retomar y leer el problema inicial para dar respuesta a la pregunta.

Posteriormente, los estudiantes se reunieron en los grupos y se les presenta la información sobre *¿cómo deben presentar el plano?*, se les dice que debe ser: lo más detallado posible, construido como una vista aérea, además, que cada pareja está en

libertad de escoger la escala que consideren más conveniente. A parte del plano deben presentar un cuadro o una tabla donde muestren las medidas reales, la escala que utilizaron y las medidas a escala.

Dada la instrucción cada pareja toma las medidas de la cancha de futbol, dependiendo del instrumento (flexometro o metro) que trajeron, (esto agiliza o dificulta la medida, pues algunos tienen cintas métricas de modistería que miden 150 cm y otros flexometros de 3 m o 5m), si bien todas las medidas fueron diferentes debido a los instrumentos que utilizaron o errores de medición, las medidas en promedio fueron 52 m para el ancho y 77 m para el largo, también se tomaron las medidas de las porterías y las macetas (jardineras) que hay alrededor.

Después de tener las medidas cada equipo discute como realizar los planos, algunos toman la misma escala que se utilizó para la mesa de tenis (1/10) y al momento de comenzar a construir los planos se dieron cuenta que la escala elegida no era la indicada, pues se salía de la hoja de trabajo. A la mayoría de los estudiantes, les paso que las escalas que eligieron no permitían hacer la cancha a escala en la hoja de block tamaño carta, dos parejas no cambiaron sus medidas y optaron por pegar varias hojas, las demás parejas en diálogo con sus compañeros y ensayando diferentes escalas, encontraron la apropiada para el trabajo.

Fue una discusión interesante porque les permitió darse cuenta que una escala muy pequeña arrojaba medidas muy grandes que se salían de la hoja y con una escala muy grande les daba medidas muy pequeñas que no permitían evidenciar detalles como las porterías.

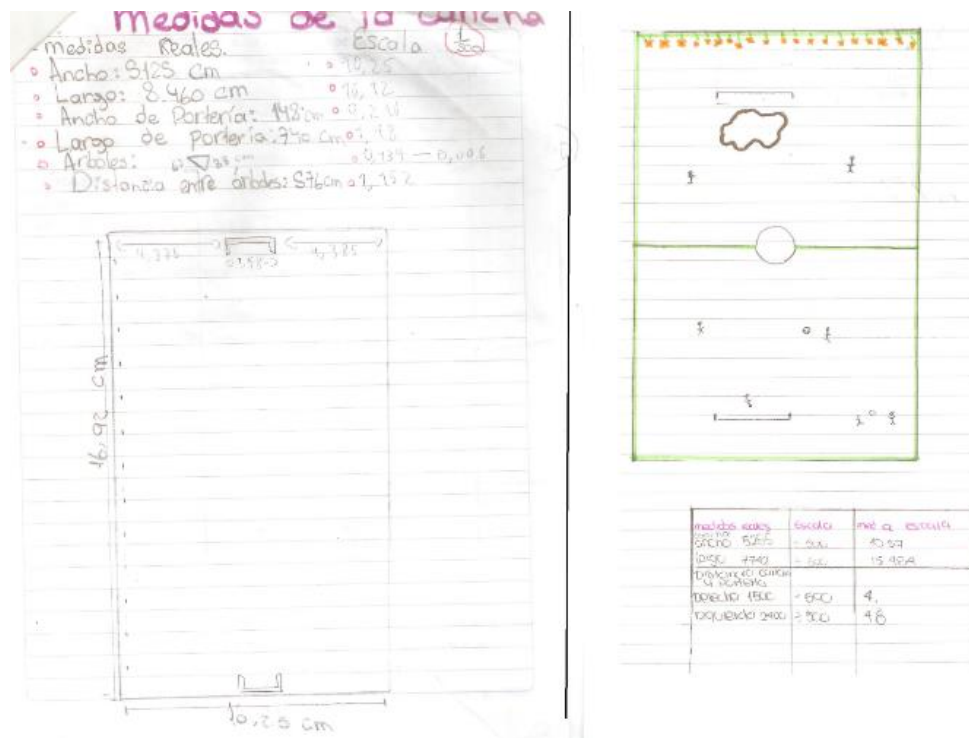


Figura 12. Representaciones a escala de la cancha de futbol, realizada por estudiantes

La discusión frente a la escala adecuada y los cálculos de las medidas les permitió entender más la relación entre proporcionalidad directa y semejanza, observaron que al cambiar una medida la otra debía cambiar en igual proporción porque estaban relacionadas, una pareja propuso hacer la cancha y las porterías con escalas diferentes, un estudiante responde que “no se puede hacer con escalas diferentes porque altera todo el trabajo y el dibujo no sería semejante a la cancha de verdad” (E. 1), los otros estudiantes estuvieron de acuerdo con esta afirmación e hicieron su plano en una sola escala.

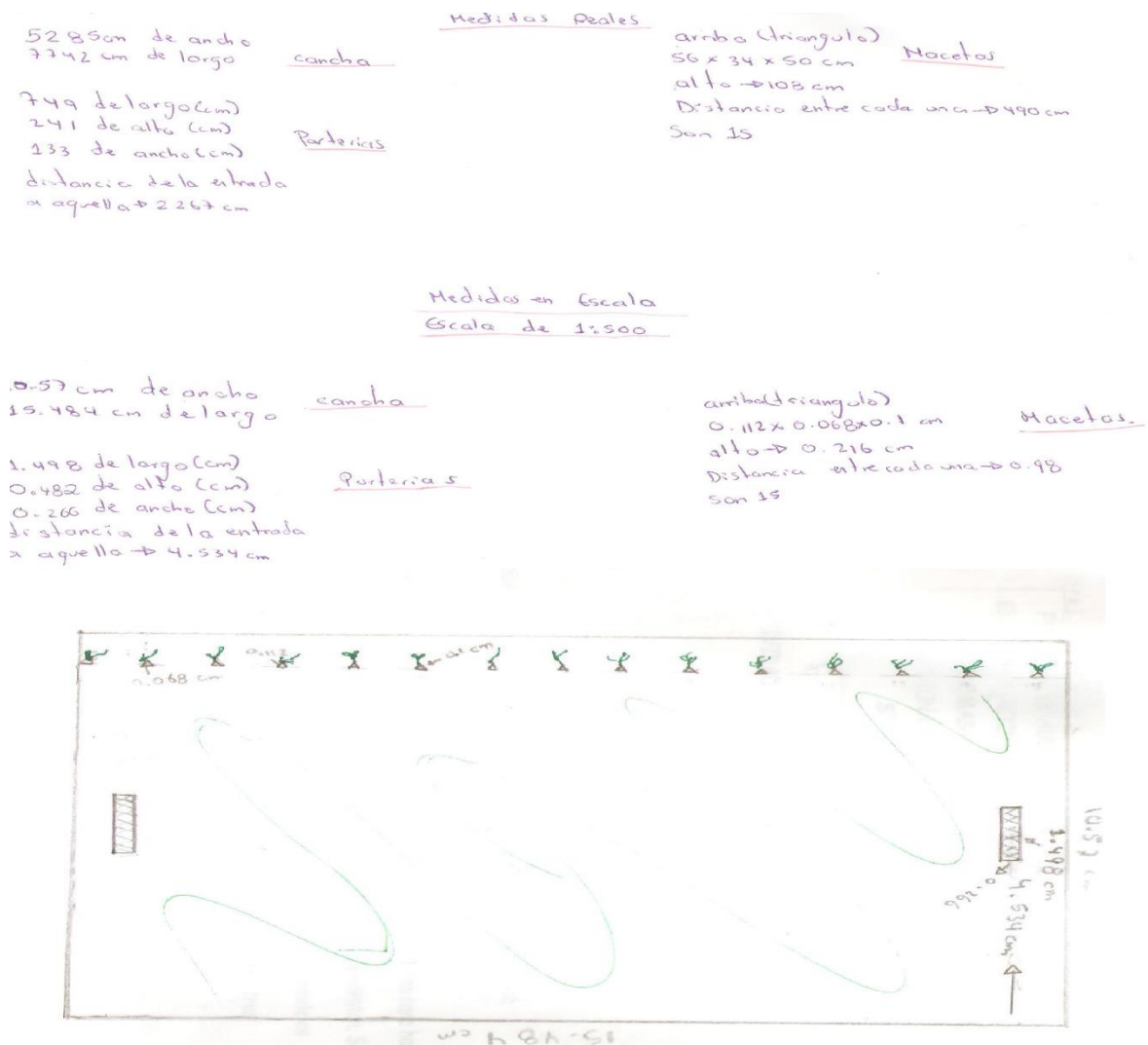


Figura 13. Medidas reales, a escala y plano de la cancha, realizada por estudiantes

Del análisis de la actividad 4, se puede ver el avance que tuvieron los estudiantes pues en la prueba diagnóstica el 65.7% contestó erróneamente las preguntas de semejanza de rectángulos y de la escala. Ahora, en esta actividad el 90% de las parejas de estudiantes, construyeron el plano de la cancha de fútbol a escala, unos con más detalles que otros pero las dimensiones del largo y ancho en el dibujo son proporcionales a las medidas reales tomadas por ellos.

(Perkins & Blythe, 1994) Expresan que la comprensión es más que mostrar una habilidad, es reflexionar sobre el conocimiento y llevarlo más allá de lo aprendido, como generalizar y aplicarlo a otras situaciones, hacer analogías, dar nuevos ejemplos y exponer evidencias.

Se puede apreciar que los estudiantes avanzan en la comprensión pues a partir de una pregunta abierta y los conocimientos adquiridos en las actividades anteriores son capaces de utilizar ese conocimiento para dar solución a parte del problema inicial como lo es la construcción de los planos de la cancha, es decir lo aprendido midiendo y haciendo a escala las mesas de tenis lo aplican a otras situaciones, además de ello exponen evidencias de como lo hicieron y generan discusiones de estrategias a utilizar para tomar las medidas y para construir los planos, como se mencionó anteriormente la escala de las mesas de tenis no era la adecuada para hacer los planos de la cancha por lo que tuvieron que reflexionar y analizar como aumentaban o disminuían las medidas para poder realizar los planos en una hoja de block.

2. Con lo que llevas hasta el momento ¿qué parte de la situación problema inicial podrías responder? Podemos medir la cancha su ancho, largo, los arcos y los círculos

3. Si ya sabes que parte puedes responder preséntale a tu profesor una propuesta.

Escala $\frac{1}{10}$
 10 m = 1 cm
 Cada centímetro en el dibujo son 10 m de la vida real

Cancha
 ancho = 53.13 cm
 largo = 76.55 cm
 Arcos:
 ancho = 2.50 cm
 largo = 7.50 cm

Medida real	Medida escala
Cancha	$5,300 \times \frac{1}{300} = 17.6 \text{ cm}$
- Ancho = 53,00 m = 5,300 cm	
- largo = 76,00 m = 7,600 cm	$7,600 \times \frac{1}{300} = 25.3 \text{ cm}$
Arcos	
- largo = 2,50 = 250 cm	$250 \times \frac{1}{300} = 0.8 \text{ cm}$
- Ancho = 7,50 = 750 cm	$750 \times \frac{1}{300} = 2.5 \text{ cm}$

Figura 14. Interpretación y aplicación de escala, utilizando la proporcionalidad directa, realizada por estudiantes

La última actividad titulada *Midiendo el colegio* se realizó en 5 sesiones de clase de una hora cada una, esta actividad consistía en dados diferentes métodos de medición de alturas, lograr elaborar unos bosquejos de planos de dos bloques y un árbol de la institución.

Lo primero que se hace es entregar una guía por equipo, deben de buscar en internet como hizo Tales de Mileto para medir las pirámides de Egipto y si es posible utilizar este mismo método en el colegio, todos los grupos respondieron afirmativamente que si podían utilizar este método para calcular alturas en la institución, lamentablemente por las condiciones climáticas presentadas durante las semanas de aplicación (del 23 de octubre al 3 de noviembre 2017) no se pudo hacer las mediciones porque se necesitaba el sol y la nubosidad en las horas de la mañana no lo permitió.

Seguidamente se le presentan a los estudiantes tres métodos diferentes para medir alturas (ver anexo C) los tres métodos utilizan proporcionalidad y semejanza, dos de ellos utilizan semejanza de triángulos y el último semejanza de rectángulos, de cada uno se realizan varias preguntas al igual que deben registrar los datos obtenidos de cada medida en una tabla.

Del primer método que era con un simple palo (ver figura 15), ocurrieron dos sucesos que vale la pena mencionar, primero se tuvo que modificar y cambiar el palo por un lapicero o color, porque éste era demasiado grande (50 cm) para cubrir las distancias que se pedían, fueron los mismos estudiantes que se dieron cuenta de este error, pues no lograban encontrar una distancia adecuada para realizar las mediciones, ellos se percataron que si querían utilizar el palo para realizar los cálculos debían recorrer una distancia mayor y el espacio del colegio no lo permitía, por lo que la mejor forma era reducir la medida del palo, algunos equipos lograron partir el palo y utilizar una parte y otros lo cambiaron por un lapicero o color.

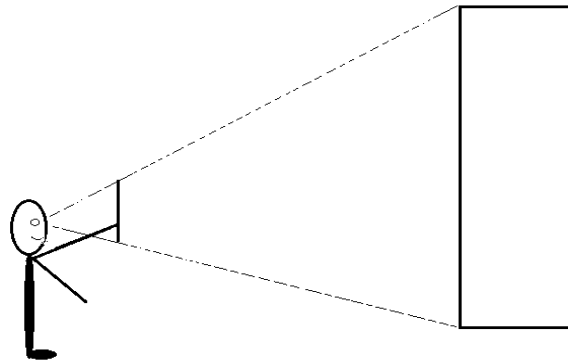


Figura 15. Medición de edificio 1. Creación propia en Paint

Este hecho sirvió para que los estudiantes percibieran como variaba la visión que se tenía de las edificaciones al alejarse o al acercarse, lo cual les fue útil en la implementación de los otros métodos, el otro suceso fue que al preguntar que si en este método se presentaba alguna proporcionalidad o semejanza 9 de los 10 equipos dijeron que no, cuando sí se daba una semejanza de triángulos, esto pudo ocurrir porque los triángulos que se formaban eran imaginarios y no físicos.

Caso contrario ocurrió con el método del Teodolito que en su construcción se usa un triángulo físico (escuadra de 45°) y lograron establecer con mayor facilidad la semejanza y las proporciones que se formaban al utilizarlo para medir. Al comparar este método que se base en triángulos rectángulos isósceles con la pregunta 10 de la actividad diagnóstica se puede observar un gran avance, pues en la actividad diagnóstica el 54.2 % respondieron mal a esta pregunta donde se indagaba por semejanza y proporcionalidad en triángulos rectángulos isósceles y en la actividad final todos los equipos utilizaron bien este método y lograron calcular las medidas que se requerían.

¿Por qué hay dos distancias marcadas con la letra D en el dibujo? ¿De dónde sale esto?

Esto se da debido a que la escuadra tiene un ángulo de 45° por lo tanto en un triángulo rectángulo con ángulos internos de 45° sus catetos deben medir lo mismo

¿Por qué se puede afirmar que $H=D+H_0$?

Porque la altura del edificio se debe medir desde el suelo y con el teodolito solo nos da cuanto mide el edificio hasta la altura de los ojos

Figura 16. Respuestas de estudiantes a preguntas de utilización del Teodolito

El tercer método que los estudiantes realizaron fue tomar una foto a las edificaciones y el árbol en la que se apreciara también uno de sus compañeros, a continuación se pedía que llenaran una tabla donde registrarán la altura del estudiante, la altura del bloque y el estudiante en la foto y se les preguntaba que con estos tres datos como encontrar la altura real del edificio, 7 de los 10 grupos respondieron que a través de una regla de tres, otro grupo responde que “sabía la medida de mi compañero y la de la foto así que dividirla altura de mi compañero por la de la foto y después multiplicar eso por la foto del edificio” (E2) y dos equipos no respondieron nada.

Al contrastar los cálculos realizados en el tercer método con las preguntas 4 y 5 donde se indagaba por la aplicación de la propiedad fundamental de las proporciones se ve que se sigue manteniendo un porcentaje favorable pues en la actividad diagnóstica contestaron correctamente la pregunta 4 un 80% y un 89% la pregunta 5, en este método el 80% de los equipos responde bien a las preguntas y realizan bien los cálculos ya sea que se formule por regla de tres o por propiedad fundamental de las proporciones.

	BLOQUE 3	BLOQUE 4	ARBOL
h	1,67 m	1,67 m	
hf	9,02 cm	1,06 cm	
Hf	9 cm	11,3 cm	
H	14,73 m		

h= altura de tu amigo H= Altura del edificio o Árbol
hf=altura de tu amigo en la foto Hf= altura del edificio en la foto.

¿Cómo lograste encontrar H conociendo los otros datos? Describe el proceso

Busca en internet que otros métodos existen para calcular alturas utilizando la proporcionalidad y la semejanza preséntale a tu profesor uno de esos métodos y calcula las alturas pedidas.

Bloque 3
 $\frac{H}{h} = \frac{Hf}{hf} \rightarrow \frac{H}{1,67} = \frac{9}{9,02} \rightarrow H = \frac{167 \times 9}{9,02} = 1473,5 \text{ cm}$

Bloque 4
 $\frac{H}{h} = \frac{Hf}{hf} \rightarrow \frac{H}{1,67} = \frac{11,3}{1,06} \rightarrow H = \frac{167 \times 11,3}{1,06} = 1780,2 \text{ cm}$

Para el ancho se usó el método de la fotografía, teniendo en cuenta que en vez de la altura, tomamos es el dato del ancho, al aplicar proporcionalidad el valor encontrado será el equivalente al ancho.

A: Ancho del edificio
 Af: Ancho del edificio en la foto
 h: altura del compañero
 hf: altura del compañero en la foto

$\frac{A}{Af} = \frac{h}{hf} \rightarrow \frac{A}{14,9} = \frac{11,448}{2} \rightarrow A = 11,448 \text{ cm}$

Real 156 X
 Foto 0.7 6.6

$X = \frac{156 \times 6.6}{0.7} = \frac{1029.6}{0.7} = 1470.857143 \text{ cm}$

Bloque 4 (cm)
 Persona edificio
 Real 156 X
 Foto 1.5 11.7

$X = \frac{156 \times 11.7}{1.5} = \frac{1825.2}{1.5} = 1216.8 \text{ cm}$

Arbol-pino (cm)
 Persona arbol
 Real 156 X
 Foto 0.7 10.3

$X = \frac{156 \times 10.3}{0.7} = \frac{1606.8}{0.7} = 2295.4285$

Figura 17. Procedimientos utilizados por tres equipos de estudiantes para encontrar medidas faltantes

Al finalizar de aplicar los tres métodos se les pedía que buscaran en internet uno más que utilizara la semejanza y la proporcionalidad, lo explicaran e hicieran nuevamente los cálculos con este método, solo lograron consultarlo y explicarlo, no se pudo aplicar debido a que demandaba más tiempo y por las diferentes actividades programadas en el colegio para finalizar el año escolar no se contaba con el tiempo necesario para hacerlo.

Para finalizar esta actividad se retomaba el problema inicial de construcción de planos del colegio, los estudiantes se dieron cuenta que lo que al principio del proyecto les

parecía imposible o muy difícil ahora tenían todos los elementos para lograr hacer los planos, el 90% de los equipos lograron hacer unos bosquejos de planos de una vista frontal de los bloques 3 y 4 del colegio además de uno de los pinos, 5 parejas optaron por hacer tres planos diferentes uno para cada objeto, 4 por hacerlo todo en un mismo plano, y un equipo los construyo pero no a escala.

En la realización de estos planos no tuvieron mayores dificultades pues ya contaban con la experiencia y lo aprendido en la actividad número 4 que era construir la cancha a escala, lo cual le sirvió para elegir unas buenas medidas y que los dibujos quedaran proporcionales, dos de los grupos cayeron en la cuenta que necesitaban las medidas del ancho de las edificaciones para realizar la construcción, por lo que se los comunicaron a sus compañeros y salieron nuevamente a tomar estas medidas, uno de los equipos no tomo las medidas del ancho si no que las calculó utilizando proporcionalidad directa de las fotografías tomadas.

Para la construcción de dichos planos tenían que escoger las medidas encontradas en uno de los métodos propuestos y justificar porque habían elegido este método, 5 equipos eligieron el método del teodolito, 4 el de la fotografía y solo una el del palo.

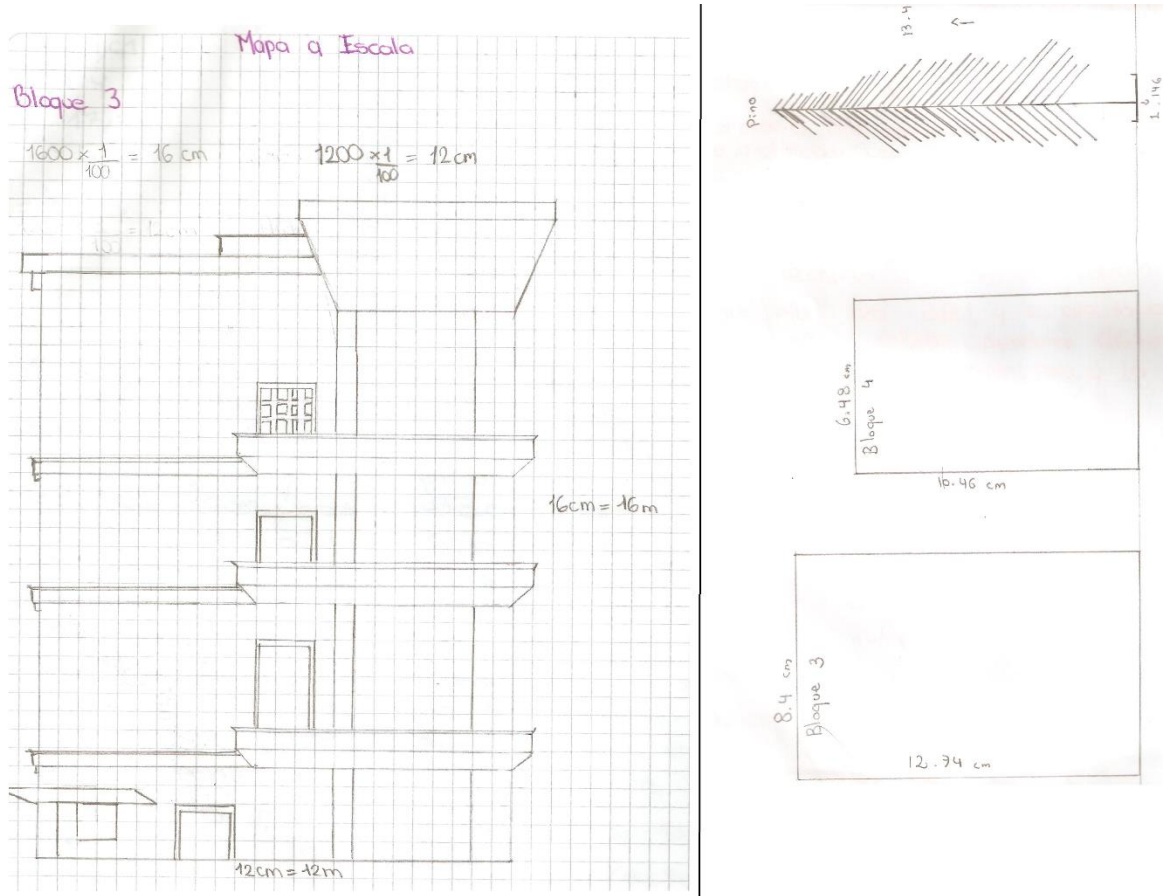


Figura 18. Planos a escala del colegio realizados por los estudiantes

A parte de los planos los estudiantes debían escribir una carta al rector del colegio contándole que método utilizaron para construir los planos además tratando de convencerlo porque no debía contratar una empresa de ingenieros para realizar los planos del colegio, algunos de los argumentos que los estudiantes dieron fueron:

Tomados textualmente de las cartas escritas:

“estas medidas fueron tomadas con el método de la fotografía, el cual nos pareció el método más fácil, exacto y efectivo. Estas medidas fueron evaluadas varias veces y con diferentes métodos, y esta fue la mejor aproximación. Ya no habría necesidad de contratar a la empresa de ingenieros ya hicimos su trabajo”

“para hacer los planos del colegio utilizamos el método del teodolito ya que nos pareció el más exacto debido a que consideramos que al mirar a la cima del edificio en un ángulo de 45 grados”

“completando la información anterior, llenos de satisfacción podemos informarle que con el método del teodolito hemos medido exitosamente las estructuras anteriormente mencionadas, este método es el mejor ya que nos permite medir con exactitud armando un instrumento sencillo y sus materiales son simples y comunes”

“la presente es para comunicarle el cual consideramos el mejor método para descubrir las medidas de los bloques, como de los pinos. En nuestra propuesta creemos que el método de la foto es el más exacto, porque nos parece más simple y más eficiente, debido a que es solamente dividir la altura de mi compañero en la foto y la vida real y el resultados es cuantas veces esta su medida en el edificio”

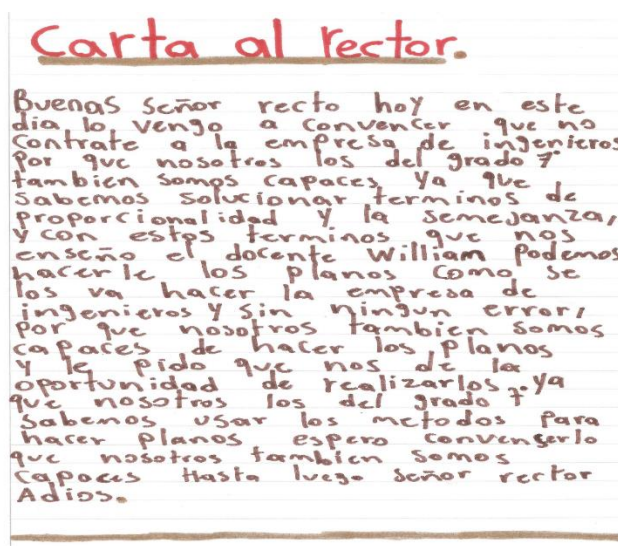


Figura 19. Una de las cartas de estudiantes escritas al rector explicando lo que se hizo

Como se expresó anteriormente los estudiantes no presentaron mayores dificultades tanto en la toma de las medidas de las edificaciones como en la construcción de los planos pues se contaba con las experiencias de las actividades anteriores, en estas actividades se evidencia la comprensión de la semejanza y la proporcionalidad directa pues los estudiantes no solo a través de sus palabras orales y escritas las cuales todavía son en un lenguaje común y no un lenguaje formal demuestran que entienden los conceptos sino que lo hacen a través de hechos como plasmar los planos a escala de parte del colegio.

Que un estudiante sea capaz de hacer una nueva representación del colegio que va más allá de un simple dibujo, pues este dibujo tiene unas características específicas, su construcción no es simplemente tomar una hoja de papel y hacer la ilustración, sino que antes es necesario contar con las medidas reales de las edificaciones, que para tomar esas medidas se debe recurrir a diferentes métodos, luego compararlos y tomar una decisión cual es el más exacto y porque y después de elegir el método es necesario hacer un proceso para reducir las dimensiones de tal forma que si el alto disminuye cierta cantidad de unidades el ancho también lo haga en la misma proporción dan cuenta de un proceso de comprensión.

Este proceso de comprensión no solo se ilustra en los resultados satisfactorios al contrastar porcentualmente las respuestas dadas por los estudiantes en la prueba diagnóstica y las dadas en las actividades del proyecto de aula, sino también en la abstracción y la generalización que hacen los estudiantes al pasar de medir y comparar segmentos de recta en una hoja y establecer razones y proporciones entre ellos a hacerlo con objetos reales como la cancha, edificios o árboles.

Para terminar uno de los cuatro pilares de la Teoría de la Enseñanza para la Comprensión es la evaluación continua por eso antes de comenzar a realizar una nueva actividad del proyecto se les pedía a los estudiantes que hablaran de lo que se hizo en la anterior, que aciertos o errores se tuvieron, esta retroalimentación permitía mayor claridad de lo que se realizó y lo que se iba hacer, no solo es dar una nota numérica a los estudiantes de un producto terminado, es una valoración cualitativa de los procesos que les permita mejorar y cualificar su trabajo, por eso cuando un grupo producto del dialogo y la reflexión llegaban a un conclusión, como que un mismo plano no puede tener diferentes escalas de medida porque no sería proporcional o que para cierta actividad se necesitaban medidas que no se habían tomado se compartía la información con los compañeros, porque no se trata de una competencia a ver quién lo hace mejor sino de que todos logren avanzar en los procesos y cumplir los objetivos trazados.

4.3 Conclusiones y recomendaciones.

La elaboración de un proyecto de aula para vincular la semejanza y la proporcionalidad directa y hacer explícitas relaciones entre estas dos temáticas, partió de una actividad diagnóstica cuyos resultados permitieron elaborar las actividades del proyecto teniendo en cuenta la teoría de la enseñanza para la comprensión, la resolución de problemas y la geometría activa. Realizada la intervención de éste con estudiantes del grado séptimo de la Unidad Educativa San Marcos y habiendo hecho un análisis de las respuestas y construcciones hechas por los estudiantes en las actividades planteadas se llegan a las siguientes conclusiones:

4.3.1 Conclusiones

Con la realización de la actividad diagnóstica de entrada se pudo evidenciar las inexactitudes que tenían los estudiantes al identificar figuras semejantes o proporcionalidades entre elementos de dichas figuras, si bien tienen un buen manejo operativo de la propiedad fundamental de las proporciones y la regla de tres, no comprenden realmente el significado de estas y en situaciones contextualizadas donde se abordan estas temáticas utilizan métodos o procedimientos intuitivos para tratar de solucionarlas.

El análisis de los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica se convirtieron en un gran insumo para elaborar las actividades del proyecto de aula, estas actividades fueron diseñadas con base a la Teoría de la Enseñanza para la Comprensión, la Resolución de Problemas y el enfoque de la Geometría Activa.

Las actividades diseñadas seguían una secuencia partiendo de los conceptos de razón y proporcionalidad entre segmentos de recta, siguiendo con razón y proporción entre rectángulos, triángulos, semejanza, escalas y aplicaciones, estas actividades fueron propuestas para que los estudiantes tuvieran un rol protagónico en su aprendizaje y se favoreciera la comprensión de los temas aquí abordados.

Es muy importante conocer a profundidad los conceptos o temáticas que se van a desarrollar, para esto se debe contar con un buen material de apoyo para la construcción de las actividades, así mismo conocer las ideas previas y que conocimientos tienen los estudiantes para saber cómo diseñar las actividades.

Durante la intervención mejoro la motivación de los estudiantes, aunque al principio la situación problema que se les planteo sobre la construcción de los planos del colegio causo temor en algunos y desconfianza en otros, cada actividad que se realizaba les brindaba herramientas para solucionarla, de lo cual ellos se fueron percatando por lo cual a medida que se avanzaba en las actividades se veía más motivación y empeño por hacer las cosas bien.

Esta relación entre Geometría Activa, Resolución de Problemas y EPC fue novedosa para ellos. Las discusiones en mesa redonda, la realización de figuras en las baldosas del salón y la medición haciendo uso de espacios institucionales como la cancha de futbol o las mesas de tenis posibilitaron mostrar una cara más amena de las matemáticas y fortalecieron la responsabilidad y el trabajo colaborativo.

Durante la aplicación de las cinco actividades propuestas se hizo una evaluación continua en todo el proceso, se retroalimentaba cada actividad en un diálogo permanente con los estudiantes, para hacer el análisis se tomaron las actividades número cuatro y cinco pues estas incluían lo trabajado en las actividades anteriores.

Del análisis de las actividades cuatro y cinco del proyecto de aula se evidencia que el propósito fundamental del trabajo que era diseñar un proyecto de aula con el enfoque de la geometría activa y basado en la resolución de problemas que permita hacer explícitas para los estudiantes del grado 7° las relaciones existentes entre semejanza y proporcionalidad directa se cumplió, lo cual se manifiesta en las respuestas que dieron los estudiantes en estas actividades así como el ser capaces de dar solución a la situación problema inicial y construir en su gran mayoría de una manera acertada unos bosquejos a escala de los planos de la institución.

Que cada actividad desarrollada tuviera una meta y un desempeño de comprensión facilitó que los estudiantes conocieran el objetivo de cada actividad y aunaban sus esfuerzos para cumplirlo, el contraste que se hizo entre la prueba diagnóstica y el análisis de los resultados muestran que los estudiantes avanzaron satisfactoriamente en su proceso de comprensión, aunque todavía falta más formalización en lenguaje matemático pues en su forma de hablar y de escribir lo hacen todavía de una manera muy cotidiana.

Igualmente el que el trabajo se lleve a cabo en parejas o tríos permitió que algunos estudiantes mostraran de manera positiva liderazgo y ayudaran a sus compañeros en su proceso formativo.

4.3.2 Recomendaciones

Este trabajo deja un camino recorrido para el que quiera seguir trabajando la semejanza y la proporcionalidad, porque muestra otra forma de enseñarlos sin necesidad de utilizar lo tradicional tiza y tablero, ¿por qué dibujar en el tablero un edificio con medidas inventadas? si se tiene la posibilidad de trabajar con un edificio real y medidas reales que hacen más significativo y motivante el trabajo para los estudiantes.

En algunas actividades como en la medición de algunas imágenes diseñadas en programas graficadores se tuvieron contratiempos porque las medidas se vieron alteradas

cuando se imprimieron y en otra, un instrumento utilizado para realizarla no era el adecuado, si bien estos contratiempos se solucionaron satisfactoriamente, es recomendable que quien diseñe las actividades primero las resuelva o aplique el mismo para corregir los errores que se puedan presentar.

Si se van hacer actividades que implique el manejo de instrumentos como regla, compás y transportador es necesario ilustrar a los estudiantes sobre los errores de medición que se pueden cometer y que un triángulo que en teoría debe ser equilátero al momento de construirlo se pueden errar en algunos milímetros.

Es recomendable antes de establecer fechas para la intervención de un trabajo de grado en una institución, contar con un calendario de actividades institucionales, organizar un buen cronograma y así evitar que se cruce la implementación del proyecto con alguna actividad institucional.

La realización de clases con metodologías fuera de las tradicionales, como vivenciar la geometría en el contexto fuera de las aulas de clase, presentar situaciones problemas, hacer las actividades siguiendo un hilo conductor, teniendo presentes las metas y los desempeños de comprensión, abordar temas a través de un proyecto de aula, donde los estudiantes trabajen mancomunadamente contribuyen positivamente en el aprendizaje de los conocimientos en cualquier área del saber y mejora las relaciones sociales.

La semejanza y proporcionalidad están presentes en muchos aspectos cotidianos y se abordan en diferentes grados tanto en primaria como en secundaria, haciendo énfasis en los grados 7°, 8° y 9° por lo que sería bueno darle continuidad a este proyecto para los otros grados y diseñar actividades de la misma forma para el teorema de Tales.

Si bien se tomaron objetos reales y en tres dimensiones para hacer este trabajo, los planos construidos por los estudiantes fueron en dos dimensiones, queda abierta la posibilidad de seguir trabajando estas temáticas y que las construcciones que se hagan sean maquetas en tres dimensiones.

Referencias

- Caleño, M. M. (2014). *Apropiación de los criterios de semejanza a partir de los conceptos de proporcionalidad y congruencia de triángulos utilizando el software Geogebra y algunas aplicaciones Applet en la web*. Manizales: Trabajo de grado maestría.
- Cárdenas Cuesta, D. P. (2013). *Las relaciones de semejanza y congruencia en geometría plana, una propuesta didáctica para la educación básica*. Bogotá: Trabajo de grado maestría.
- Ceballos Espinosa, E. (2012). *Una propuesta didáctica para la enseñanza de la proporcionalidad en el grado octavo de la Institución Educativa María Josefa Marulanda del municipio de La Ceja*. Medellín: Trabajo de grado maestría.
- Cubero Pérez, R. (2005). Elementos Básicos para un Constructivismo Social. *Avances en Psicología Latinoamericana*, 23, 43-61.
- De Guzmán, M. (s.f.). *Enseñanza de las ciencias y la Matemática*. Obtenido de Organización de Estados Iberoamericanos.
- Escudero Pérez, I. (2005). Un análisis del tratamiento de la semejanza en los documentos oficiales y textos escolares de matemáticas en la segunda mitad del siglo XX. *Revista de investigación y Experiencias Didácticas*, 23(03), 379-392.
- Ferreiro Gravie, R. (2003). *Estrategias didácticas del aprendizaje cooperativo : el constructivismo social : una nueva forma de enseñar y aprender*. México: Trillas.
- Gómez Cedeño, M. (2011). *Pensamiento geométrico y métrico en las pruebas nacionales*. Bogotá: Trabajo de grado Maestría.
- González Agudelo, E. M. (2001). El proyecto de aula o acerca de la formación en investigación. *Anuario de la asociación de profesores de la universidad de antioquia*, 69-74.
- Jaramillo Vélez, L. M. (2012). *La proporcionalidad y el desarrollo del pensamiento matemático*. Medellín : Trabajo de Maestría.
- Lucio, R. (1989). Educación y pedagogía, enseñanza y didáctica: diferencias y relaciones. *Revista de la Universidad de la Salle*, 35-45.

- Luengo Gonzalez, R. (1990). *Proporcionalidad geométrica y semejanza*. España: Sintesis.
- MEN. (1994). *LEY GENERAL DE EDUCACIÓN (LEY 115)*.
- MEN. (1998). *Lineamientos Curriculaes Matemáticas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanía*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Perkins, D., & Blythe, T. (1994). Ante todo la Comprensión. *Educational Leadership*, 4-7.
- Quintero, A. L., Molavoque, M. J., & Guacaneme, E. A. (2012). Diferencia entre Semejanza y Proporcionalidad Geométrica desde una Perspectiva Histórica. *Revista de Ciencias Universidad del Valle*, 75-85.
- Rios Pardo, J. C. (2013). *La enseñanza de la proporcionalidad directa desde la Metodología ABP*. Medellín: Trabajo de Maestría.
- Stone Wiske, M. (1999). *La enseñanza para la Comprensión*. Buenos Aires: Paidós.
- Tamayo Valencia, L. A. (2017). Tendencias de la pedagogía en Colombia. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, 65-76.
- UNESCO. (2011). *LA UNESCO Y LA EDUCACIÓN*. París.
- Vasco Uribe, C. E. (2006). *Didáctica de las matemáticas Artículos selectos*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

Anexos

Anexo A. Consentimiento informado

Consentimiento informado

Unidad educativa San Marcos.

Universidad Nacional de Colombia -Sede Medellín

Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Septiembre 2017.

Padres de familia del grupo 7° D cordial saludo.

El profesor **William Alberto Jaramillo Vargas** como parte de sus estudios de maestría, está aplicando su trabajo de grado en la institución titulado: **Proyecto de aula a partir de la geometría activa y la resolución de problemas para vincular la proporcionalidad directa y la semejanza.**

Este trabajo consiste en una serie de actividades teórico prácticas que se desarrollan dentro de los procesos de clase por lo cual se evalúa normalmente como las otras actividades propuestas.

Para la realización de este trabajo se requiere recoger evidencias, las cuales son:

- Registro de actividades en hojas y guías de trabajo.
- Registro audiovisual de los estudiantes realizando las guías de trabajo.
- Entrevistas semi-estructuradas (audio de respuestas a preguntas formuladas de manera verbal o escrita)

La información recolectada solo será utilizada con fines académicos en el marco del trabajo final de maestría, publicaciones en revistas de divulgación científicas o eventos académicos respetando siempre la privacidad de los estudiantes.

En ningún momento se utilizarán los nombres de los estudiantes.

Yo _____ padre de familia del estudiante: _____ recibí la información del trabajo

de grado del profesor por lo cual:

Autorizo para que se recojan datos audiovisuales del trabajo realizado por mi hijo(a)

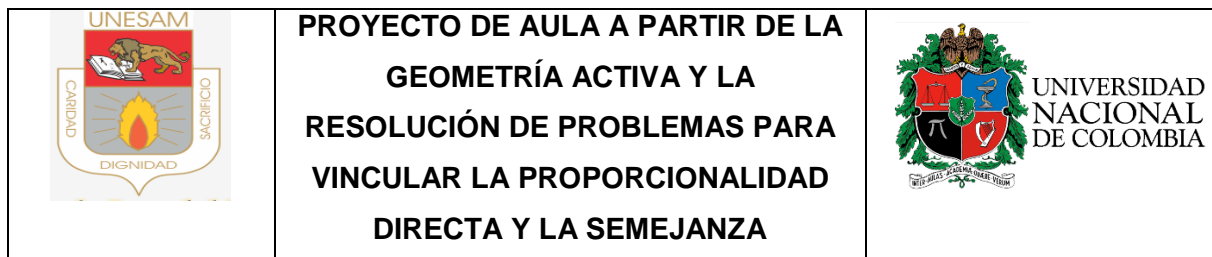
Firma:

Cedula:

No Autorizo para que se recojan datos audiovisuales del trabajo realizado por mi hijo(a)

Firma:

Cedula



Anexo B. Actividad Diagnóstica

Nombre del estudiante:

ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA GRADO 7°

Objetivo: Identificar las ideas previas o dificultades que tienen los estudiantes acerca de la semejanza y la proporcionalidad.

Esta prueba consta de 10 ítems de selección múltiple sobre los temas de proporcionalidad directa y semejanza, elige la opción que consideres correcta. Cada ítem tiene un valor de 0.5.

- La cancha de baloncesto del colegio UNESAM tiene unas medidas que están a razón de 2 metros de ancho por cada tres de largo.
Esto significa que:
 - La cancha mide 3 metros de largo y 2 de ancho
 - Por cada tres metros que tiene la cancha de ancho, tiene dos metros de largo.
 - Por cada 3 metros que tiene de largo, tiene 2 metros de ancho.
 - El ancho es el triple que el largo.
- Con la información anterior una posible medida para la cancha (ancho x largo) sería:
 - (15mx21m)
 - (14mx21m)
 - (9mx27m)
 - (14mx28m)
- Cuál de las siguientes razones forma una proporción con $\frac{10}{6}$
 - $\frac{5}{2}$
 - $\frac{30}{12}$
 - $\frac{15}{17}$
 - $\frac{25}{15}$

4. El valor de x en la proporción es:

$$\frac{13}{24} = \frac{x}{72}$$

- A. 39
- B. 3
- C. 26
- D. 52

población universitaria de 350.000. La cantidad de estudiantes que obtuvieron su título profesional es:

- A. 87.500
- B. 1.400.000
- C. 26250
- D. $\frac{1}{4}$

5. Cierta año uno de cada cuatro estudiantes obtuvo su título de profesional, si ese año hubo una

6. De la siguiente imagen se puede afirmar que:

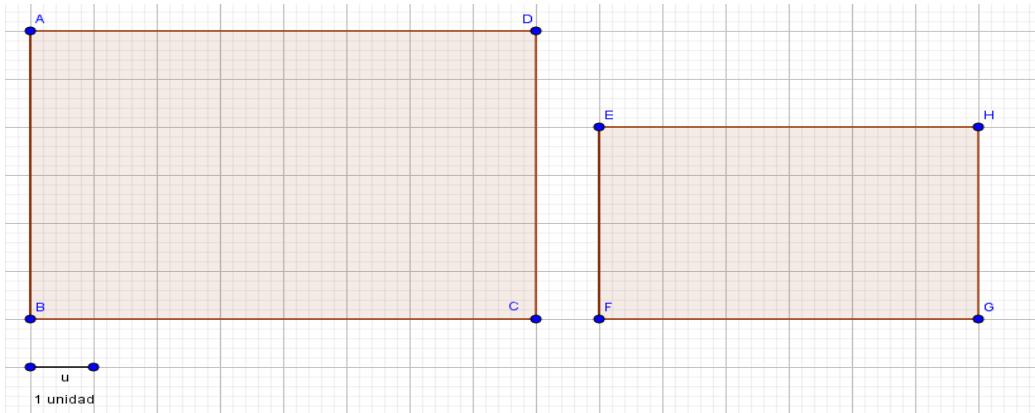


Ilustración. Rectángulos, creación propia en GeoGebra

- A. Los dos rectángulos son semejantes porque tienen la misma forma
 - B. Los dos rectángulos no son semejantes porque sus ángulos son iguales.
 - C. Los dos rectángulos son semejantes porque las medidas de los lados correspondientes forman una proporción.
 - D. Los dos rectángulos no son semejantes porque las medidas de sus lados correspondientes no forman una proporción.
7. De los triángulos de la imagen se puede afirmar que:

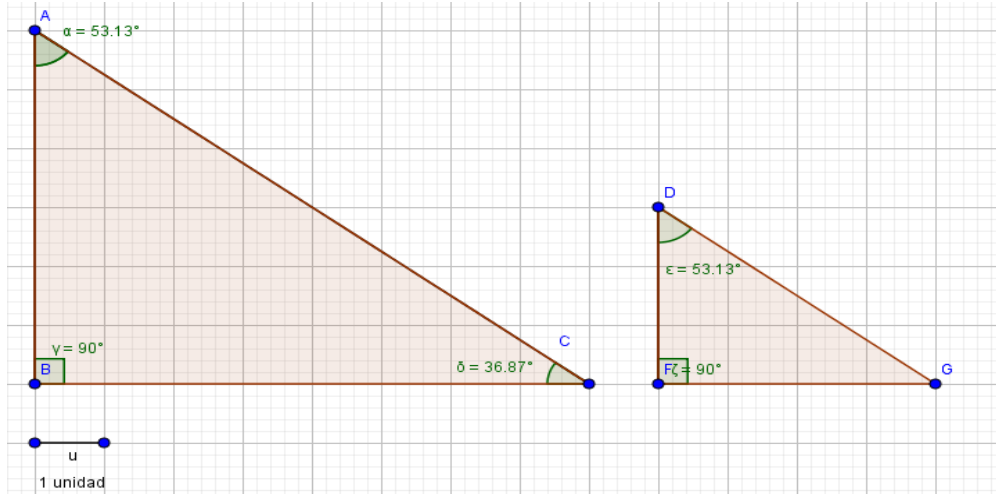


Ilustración. Triángulos rectángulos, creación propia en GeoGebra

- A. Son semejantes porque son rectángulos.
 - B. No son semejantes porque tienen ángulos iguales
 - C. Son semejantes porque sus ángulos homólogos tienen la misma medida y lados correspondientes son proporcionales.
 - D. No son semejantes porque sus lados correspondientes no forman una proporción.
8. En la siguiente imagen tomada de google maps se ve que la distancia entre la estación Industriales y Poblado es de 2 km.

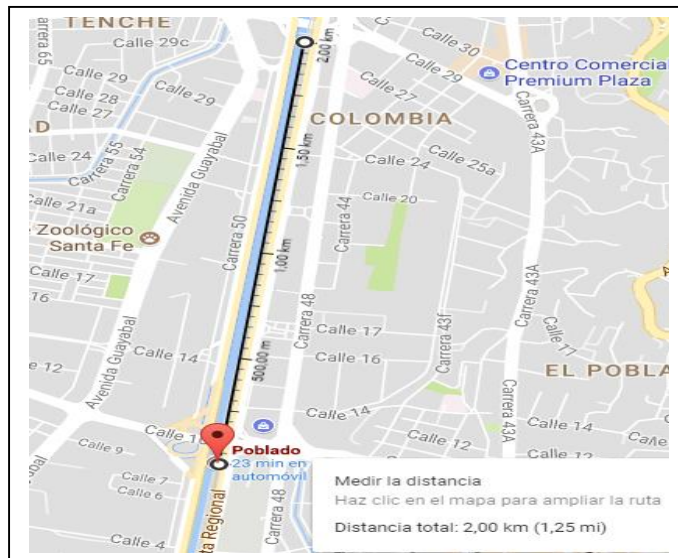
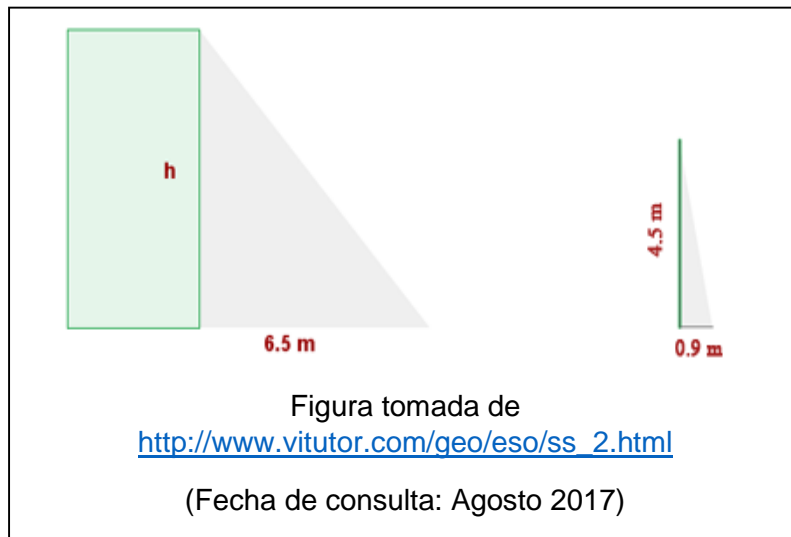


Figura tomada de: <https://www.google.com.co/maps/place/Poblado/@6.2222225,-75.5693507,15z/data=!4m8!1m2!2m1!1ssan+marcos!3m4!1s0x8e4429d4718db671:0xdd656024ad03fe1f!8m2!3d6.2127087!4d-75.5780625>

(Fecha de consulta agosto 2017)

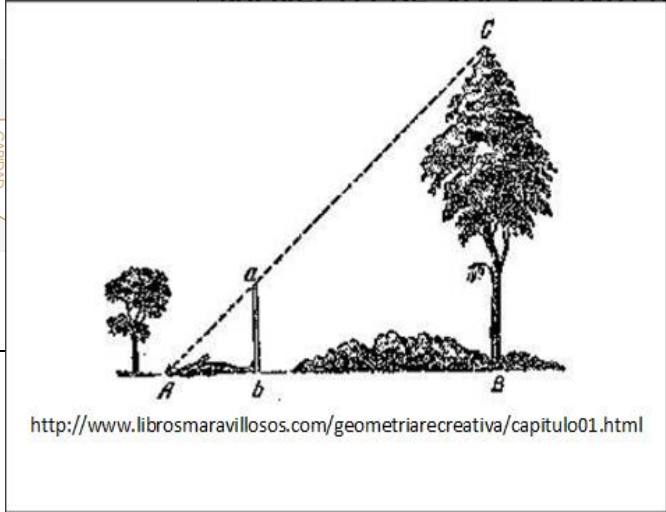

Si se quiere hacer un mapa a una escala de 1 cm:100000 cm, la distancia en el mapa entre las estaciones sería de:

- A. 20 cm
 - B. 2 cm
 - C. 200 cm
 - D. 2 m.
9. En la imagen se representa el nuevo bloque de inglés del colegio, si se sabe que a cierta hora del día, el edificio proyecta una sombra de 6.5 m y a la misma hora un palo de 4.5 m proyecta una sombra de 0.9 metros, la altura del bloque es:



- A. 32.5 m
- B. 30.5 m
- C. 28 m
- D. 31 m

10. En la siguiente imagen

CANTIDAD	 <p>http://www.librosmaravillosos.com/geometriarecreativa/capitulo01.html</p>	 <p>UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA</p>
----------	--	---

se observa a un hombre acostado mirando un árbol, el hombre forma un triángulo rectángulo con un poste ubicado

perpendicularmente a sus pies, se sabe que el poste tiene la misma medida que hay desde los pies hasta los ojos del hombre (es decir se forma un triángulo rectángulo isósceles). Si la medida del poste es de 1.65 m y la medida entre el poste y la base del árbol es 5.35 m, se puede afirmar que la medida del árbol es:

Figura tomada de <http://www.librosmaravillosos.com/geometriarecreativa/capitulo01.html>

(Fecha de consulta: agosto 2017)

- A. 6 m
- B. 5.35 m
- C. 7 m
- D. 3.7

Anexo C. Proyecto de aula

SITUACIÓN PROBLEMA

Nombre del estudiante: _____

En la Unidad Educativa San Marcos debido a una inundación gran parte de los planos del colegio han quedado inservibles, por lo que se quiere volver a realizar los planos a escala de los bloques 3, 4 y la cancha de futbol, además se quiere saber cuál es la altura de los dos pinos que están en el bloque 4, el rector quiere contratar una empresa de ingenieros para que se encargue de los nuevos planos a lo que el profesor de matemáticas responde que sus alumnos de 7° grado se pueden encargar de esto sin ningún problema.

El profesor explica que a través de diferentes métodos geométricos y aritméticos se pueden conocer las medidas de los bloques, los árboles y la cancha; solo es cuestión de enseñar a sus estudiantes lo relacionado a la proporcionalidad y semejanza y se puede lograr.

El rector quiere que se le presente una propuesta con los diferentes métodos para lograr esto, cuales son los más exactos y unos bosquejos de los nuevos planos del colegio.

Para poder cumplir con los requisitos que el rector propone primero los estudiantes deben seguir un hilo conductor (una especie de camino) que los lleve a la meta, para esto el profesor diseña una serie de actividades para responder a la enseñanza de los siguientes temas:

Razón - Proporcionalidad de segmentos - semejanza de rectángulos - semejanza de triángulos - escalas - aplicaciones de la proporcionalidad y semejanza - construcción de los planos del colegio.

ACTIVIDAD 1. RAZONES Y PROPORCIONES DE SEGMENTOS

Meta de comprensión: Identificar los conceptos de razón y proporción en relación con segmentos de recta.

Materiales:

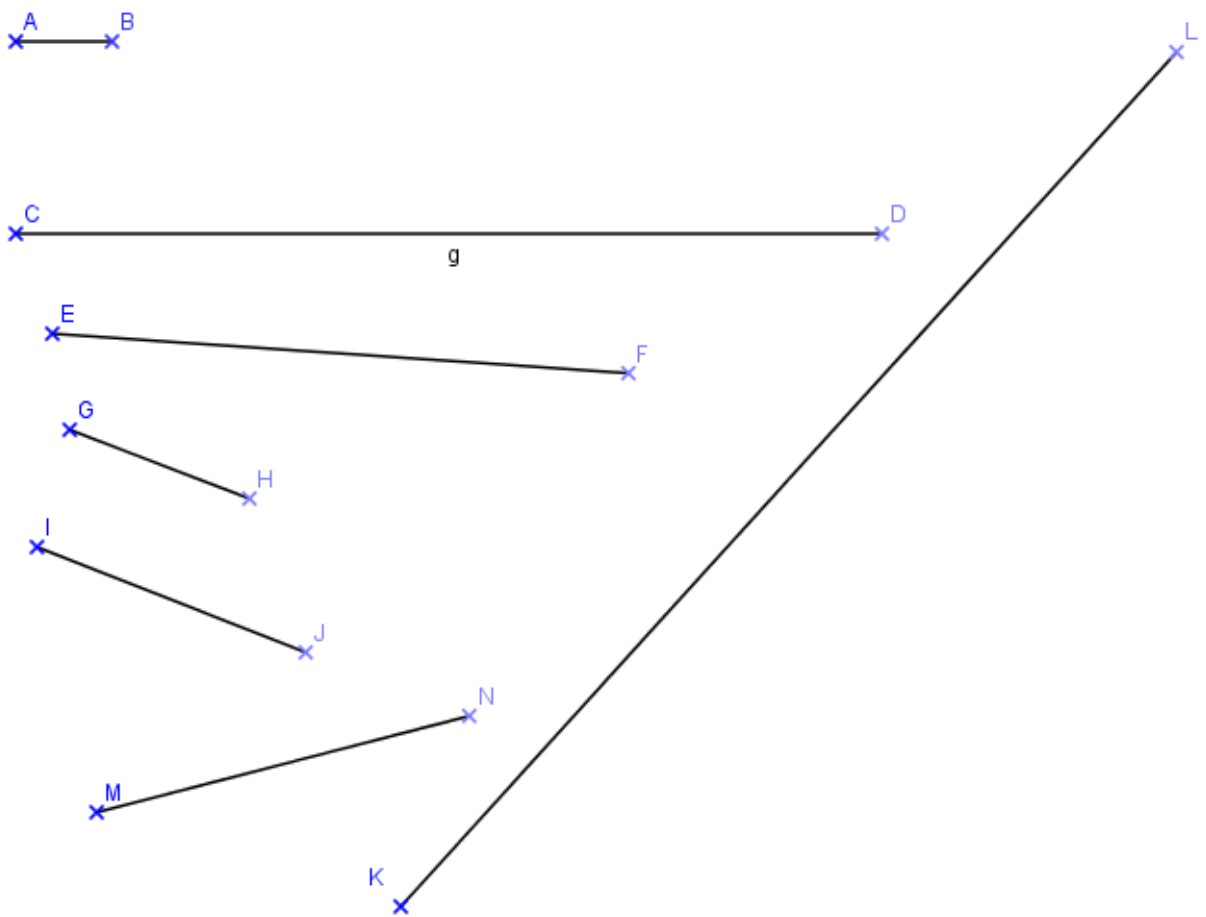
1. Hoja de trabajo (guía)
2. Lápiz

3. Regla

4. Hilo o pita.

5. Metro (flexometro)

Responde las preguntas según la imagen.

**Ilustración. Segmentos creación propia en GeoGebra**

1. Si se considera que el segmento \overline{AB} tiene por medida 1 unidad. Determina la medida de los demás segmentos, explica que método usaste para encontrarlas:

2. Los segmentos se pueden comparar a través de razones (divisiones) por ejemplo la medida del segmento \overline{EF} sobre la medida del segmento \overline{IJ} .

2.1. ¿Cuánto te da esta razón? $\frac{\overline{EF}}{\overline{IJ}} =$

2.2. ¿Cómo interpretas el número que te dio en el resultado anterior?

2.3. ¿Cuál es la razón entre \overline{IJ} y \overline{KL} ? ¿Qué significado tiene el resultado?

2.4. ¿Qué diferencia existe entre $\frac{\overline{IJ}}{\overline{KL}}$ y $\frac{\overline{KL}}{\overline{IJ}}$?

“La razón matemática, por lo tanto, es un vínculo entre dos magnitudes que son comparables entre sí. Se trata de aquello que resulta cuando una de las magnitudes o cantidades se divide o se resta por otra. Las razones, por lo tanto, pueden expresarse como fracciones o como números decimales.”

Tomado de <http://definicion.de/razon-matematica/>

(Fecha de consulta septiembre 2017)

3. Encuentra las siguientes razones (simplifica las fracciones si es posible):

- $\frac{\overline{CD}}{\overline{EF}} =$

- $\frac{\overline{MN}}{\overline{KL}} =$

- $\frac{\overline{CD}}{\overline{KL}} =$

- $\frac{\overline{IJ}}{\overline{CD}} =$

- $\frac{\overline{GH}}{\overline{MN}} =$

- $\frac{\overline{CD}}{\overline{MN}} =$

- $\frac{\overline{EF}}{\overline{KL}} =$

- $\frac{\overline{IJ}}{\overline{MN}} =$

- $\frac{\overline{KL}}{\overline{MN}} =$

3.1 ¿Qué observas en los resultados?

Una proporción es una igualdad entre dos razones, es decir una proporción se obtiene cuando hay dos razones equivalentes.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad b \text{ y } d \neq 0$$

a y d reciben el nombre de extremos

b y c el nombre de medios

4. Del ítem número 3 ¿Cuáles razones forman una proporción?

ACTIVIDAD EVALUATIVA:

Desempeño de comprensión: Aplico los conceptos de razón y proporción de segmentos en situaciones reales.

Responde las siguientes preguntas con base a las actividades realizadas anteriormente.

1. ¿Cuál es la razón entre distancia del laboratorio de física al de química (medido de puerta a puerta) y la distancia entre el bloque 1 y el de idiomas?

2. ¿Cuál es la razón entre el ancho y el largo de una de las mesas de tenis?

3. ¿Cuál es la razón entre el ancho y el largo de una de las mesas del aula ecotemática? (mide tanto las mesas grandes como pequeñas)

4. ¿Se puede establecer alguna proporción entre las razones anteriores?
Sí, no ¿Por qué?

5. Elige una de las razones anteriores y crea otra para formar una proporción.

ACTIVIDAD 2. SEMEJANZA DE RECTÁNGULOS.

Meta de Comprensión: Deducir el concepto de semejanza de rectángulos a través de actividades guiadas.

Materiales:

1. Hoja cuadriculada o milimetrada
2. Lápiz, colores
3. Regla o escuadra.
4. Tizas.

Después de terminar la discusión propuesta por el profesor sobre las características de los rectángulos realizar la siguiente actividad.

1. Los estudiantes en hojas deberán dibujar estos rectángulos en centímetros en la misma posición que se representaron en el suelo del salón.
2. Con los rectángulos dibujados y de manera individual se pide que traten de formar parejas entre rectángulos utilizando el criterio que quieran. ¿es posible formar parejas con todos? ¿si, no, por qué?

3. Explica que criterio utilizaste para formar las parejas:

4. Completa la siguiente tabla.

RECTÁNGULO	A.	B.	C.	D.	E.	F.	G.
<i>LADO MAYOR</i>			6				
<i>LADO MENOR</i>	2						
$\frac{\text{LADO MAYOR}}{\text{LADO MENOR}}$		2				$10/8=1.25$	

5. ¿Qué conclusiones puedes extraer de la anterior tabla?

6. ¿Crees que las parejas que formaste anteriormente están bien formadas?
¿Por qué?

7. Si no estuvieron bien formadas tus parejas vuelve y fórmalas de acuerdo a la tabla.

Rectángulo A. forma pareja con el rectángulo ____

Rectángulo ____ forma pareja con el rectángulo ____

Rectángulo ____ forma pareja con el rectángulo ____

Rectángulo ____ forma pareja con el rectángulo ____

8. ¿Se pueden formar proporciones entre las medidas de los lados de los rectángulos? ¿Por qué?
-
-

Dos rectángulos son semejantes si se puede establecer una relación de proporcionalidad entre sus lados.

Las parejas que formaste en el ítems 7 corresponden a rectángulos semejantes.

ACTIVIDAD EVALUATIVA.

Desempeño de comprensión: Resuelvo actividades donde uso de manera acertada la semejanza de rectángulos.

Materiales:

1. $\frac{1}{4}$ de Cartulina
2. Tijeras
3. Regla o escuadra
4. Lápiz, colores
5. 2 hojas milimetradas

6. En cartulina dibuja los siguientes rectángulos, pon las medidas de sus lados en el interior, luego recórtalos.
 - A. 3x2 cm
 - B. 12x8 cm
 - C. 3.5x2.5 cm
 - D. 7.5x5 cm
 - E. 7x5 cm
 - F. 9x6 cm
 - G. 17.5x12.5 cm
 - H. 14x 10 cm

7. Establece cuales de los anteriores rectángulos son semejantes entre si y explica que criterio utilizaste para determinar la semejanza. ¿Cuál es su razón de semejanza?

8. Recorta un rectángulo de medidas 9.6x12.6 cm, construye y recorta un rectángulo semejante a este si su razón de semejanza es $\frac{1}{3}$.

9. Construye un rectángulo en cartulina que sea semejante al tablero del salón. ¿Cómo lo hiciste? ¿Cuál es la razón de semejanza?

ACTIVIDAD 3. SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS (Primera sesión 40 minutos)

Meta de comprensión: Comprender el concepto de semejanza de triángulos a través de actividades guiadas

Materiales:

1. Rectángulos de la actividad anterior.
 2. Tijeras.
 3. transportador
-
1. Corta por una de sus diagonales los rectángulos que hiciese en cartulina para la actividad número 2 obteniendo una pareja de triángulos.
 2. Deja los triángulos separados en los mismos grupos que formaste con los rectángulos.
 3. Busca una forma de medir o comparar los ángulos en los triángulos ¿Cómo lo hiciste?

¿Qué resultados obtuviste?

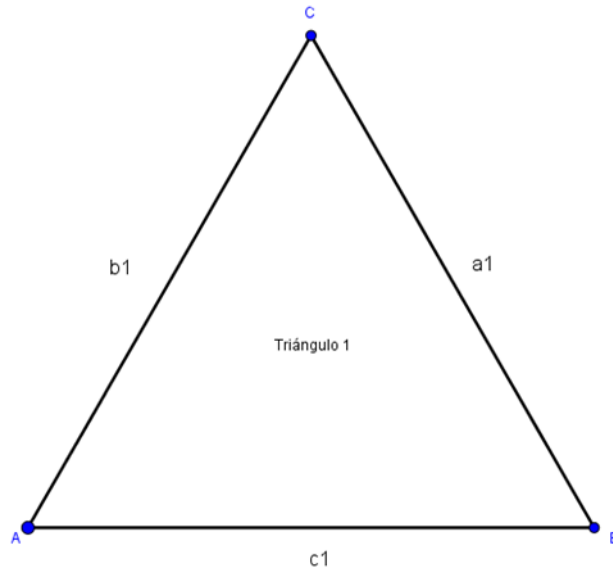
4. Se puede decir que los triángulos obtenidos en cada grupo son semejantes ¿si, no, por qué? _____

Segunda sesión: (40 minutos)

Materiales:

1. Regla, compás, transportador
 2. Hojas de block blancas
 3. Lápiz o colores.
1. ¿Recuerdas cómo se construye un triángulo con regla y compás? Si no lo recuerdas te recomiendo ver el siguiente video :
<https://www.youtube.com/watch?v=IyYkFAwreeU>
 2. Construye cuatro triángulos equiláteros, uno de medida 8 cm de lado, otro de medida 5 cm, uno más de 4 cm y el último de la medida que quieras.
 3. Mide los ángulos en cada triángulo y escribe lo que observas.

4. Marca cada triángulo como se ve en la imagen y según el orden en que los construiste.



Ilustracion. Triángulo equilátero creación propia en GeoGebra

5. Escribe las razones entre las medidas de a_1 y a_2 , b_1 y b_2 , c_1 y c_2 .

¿Qué observas?

6. ¿Se puede decir que las medidas de los lados de estos triángulos son proporcionales? _____

7. Has el mismo proceso que en el ítem 5 con los triángulos número 1 y 3.

8. ¿Se puede decir que las medidas de los lados de estos triángulos son proporcionales? _____

-
-
9. Todos los triángulos de esta actividad son semejantes. Con tus propias palabras y teniendo en cuenta los resultados anteriores intenta decir porque son semejantes estos triángulos.

Tercera sesión (90 minutos)

Desempeño de comprensión: Resuelvo actividades donde uso de manera acertada la semejanza de triángulos.

Materiales

1. Regla
2. Compas
3. Transportador
4. 3 hojas de block blancas.

1. Construye con regla y compás los siguientes triángulos

Triángulo 1: $\overline{AB} = 4 \text{ cm}$, $\overline{BC} = 3 \text{ cm}$, $\overline{CA} = 2 \text{ cm}$ **Triángulo 2:** $\overline{AB} = 12 \text{ cm}$, $\overline{BC} = 9 \text{ cm}$, $\overline{CA} = 6 \text{ cm}$

2. ¿Consideras que estos triángulos son semejantes?
-
-

3. ¿Cuánto miden los ángulos de cada triangulo?

—
—
4. ¿Cuál es la razón entre sus lados homólogos?

5. ¿Sus lados son proporcionales? Sí, no ¿Por qué?

6. Escribe cuales son las dos condiciones que se necesitan para que dos triángulos sean semejantes. _____

7. Dado un triángulo con medidas $\overline{AB} = 5$ cm, $\overline{BC} = 7$ cm, $\overline{CA} = 4$ cm, escribe las medidas de otro triangulo que sea semejante al dado.

¿Cómo lo

hiciste? _____

-
8. Si los lados de un triángulo tienen por medidas $\overline{AB} = 6$ cm, $\overline{BC} = 12$ cm, $\overline{CA} = 9$ cm encontrar las medidas de un triángulo semejante, si la razón de semejanza entre los dos es $2/3$

9. ¿Hay alguna estructura en el colegio que tenga forma triangular?
¿Cuál? _____
—
10. ¿Podrías encontrar sus medidas fácilmente? _____
11. En una hoja construye un triángulo semejante al de la estructura encontrada.

ACTIVIDAD 4. LA IMPORTANCIA DE LA ESCALA

MATERIALES:

Flexometro

Dos hojas de block

Meta de comprensión: interpretar el concepto de escala en la elaboración de mapas.

Una de las aplicaciones de la proporcionalidad directa es la escala, la cual se utiliza para hacer mapas, maquetas, planos que sean proporcionales a los objetos reales que

se representan. Se utiliza en arquitectura, ingeniería, cartografía, astronomía entre otras áreas del saber, donde es importante conocer la relación entre un objeto real y su representación en dos o tres dimensiones.

$$\text{Escala} = \frac{\text{distancia en el mapa}}{\text{distancia en la realidad}}$$

Por ejemplo si la distancia entre las estaciones del metro, Poblado e Industriales es de 2 km y se quiere hacer una representación a escala en un mapa de 1 cm: 100000 cm o lo que es lo mismo $\frac{1}{100000}$ lo que se está diciendo es que, cada centímetro que se representa en el mapa equivale a cien mil centímetros de la distancia real.

Si se convierte 2 km a cm se obtiene $2\text{ km} \times \frac{1000\text{ m}}{1\text{ km}} \times \frac{100\text{ cm}}{1\text{ m}} = 200.000\text{ cm}$

2 km equivalen a 200.000 cm y se tenía que 1cm en el mapa equivale a 100.000 cm en la realidad, $200.000 \times \frac{1}{100.000} = 2\text{ cm}$ entonces la distancia entre las dos estaciones en el mapa sería de 2 cm

1. ¿Cuál sería la distancia entre las dos estaciones en un mapa que este hecho en una escala de 1:5000?

2. ¿Y si la escala es de $\frac{1}{25.000}$?



ACTIVIDAD EVALUATIVA

Desempeño de comprensión: Aplico el concepto de escala con objetos y lugares del colegio.

1. Con las medidas que tenías de la actividad 1 de las mesas de tenis, has un dibujo a escala 1:10.
2. Con lo que llevas hasta el momento ¿qué parte de la situación problema inicial podrías responder? _____

3. Si ya sabes que parte puedes responder preséntale a tu profesor una propuesta.

ACTIVIDAD 5. MIDIENDO EL COLEGIO

Meta de comprensión: Calcular de manera aproximada la altura de un pino y los bloques 3 y 4 del colegio.



Fotografía del bloque 4. Unidad Educativa San Marcos

1. Busca en internet quien era Tales de Mileto, y explica con tus propias palabras cómo logró medir la altura de las pirámides de Egipto?

2. ¿Puedes utilizar ese mismo método para calcular alturas en el colegio? ¿Cómo lo harías?

A continuación se presentan una serie de métodos que utilizan la semejanza y la proporcionalidad para el cálculo de distancias, unos son muy antiguos otros son más modernos, pero han funcionado a lo largo de la historia para conocer medidas que están en lugares inaccesibles o difícil de llegar. Utilízalos para calcular las distancias pedidas en la situación problema, luego explica ¿cuál de todos te parece el más acertado y por qué? construye los planos del colegio para presentarle la propuesta al rector.

1. UN SIMPLE PALO:

Materiales:

- Un palo (de escoba) de 50 cm
- Flexometro
- Lápiz y papel

Con el palo de madera 50 cm ubícate frente al bloque o el árbol al que quieres calcular su altura, extiende el brazo y coloca el palo de forma vertical, acércate o aléjate del objeto hasta que logres observar la base del árbol o el edificio en la base del palo y la cima del objeto en la parte superior del palo, es decir debes lograr cubrir el objeto con el palo, (esto se debe hacer siempre con un ojo cerrado, ver imagen).

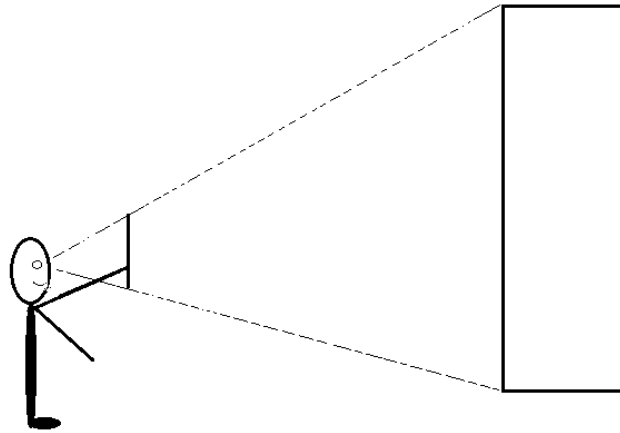


Ilustración. Medición de edificio 1. Creación propia en Paint

En esta posición pídele a un compañero que se pare junto al árbol o edificio, gira el palo hasta que quede en posición horizontal y que uno de sus extremos este alineado con la base del objeto a medir, ahora dile a tu compañero que se desplace lentamente hacia un costado hasta que logres verlo alineado con el otro extremo del palo, dile que se detenga y mide la distancia que hay entre el edificio o árbol y tu amigo, esta será la altura de dicho objeto (ver imagen).

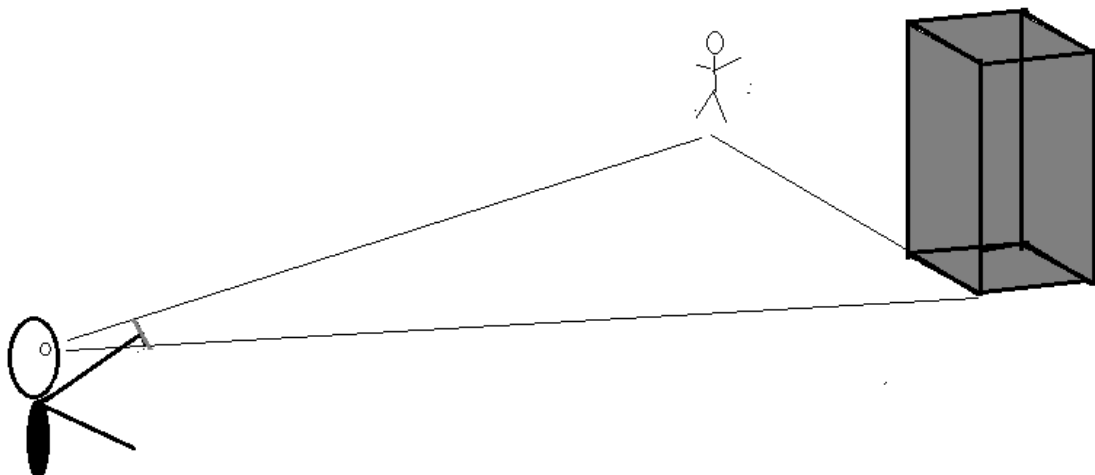


Ilustración Medición de edificio 2. Creación propia en Paint

Después de realizar la actividad explica porque esa distancia es igual a la altura del objeto.

¿Se puede establecer alguna proporcionalidad o semejanza? Si no ¿Por qué?

Utilizando este método completa la tabla con la altura (H) de cada lugar.

	BLOQUE 3	BLOQUE 4	ÁRBOL (PINO BLOQUE 4)
H			

2. UN INSTRUMENTO MUY ANTIGUO, EL TEODOLITO.

Materiales:

- Escuadra de 45° o (triángulo en cartón paja)
- Cinta transparente
- Pitillo (de gaseosa)
- Hilo
- Un pequeño trozo de plastilina, borrador o piedra.
- flexometro

Teniendo como base una escuadra de 45° sujeta con cinta en uno de sus vértices un hilo un poco mayor que la longitud de uno de sus lados, en el otro extremo del hilo sujeta algo de peso puede ser una pequeña bola de plastilina, un borrador o una piedra. Sobre la hipotenusa del triángulo pega un pitillo (pajilla) para beber (Ver imagen)

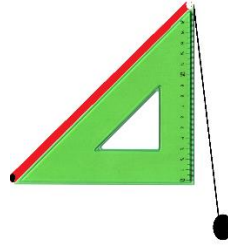


Ilustración. Teodolito, creación propia en Paint

Si no cuentas con una escuadra de 45° puedes construir un triángulo similar sobre cartón paja.

Describe todas las características que tiene la escuadra (triángulo) respecto a sus lados y ángulos.

Lo que acabas de construir es un modelo casero de Teodolito, instrumento muy antiguo que permite calcular alturas. Con el teodolito construido ubícate frente al objeto que deseas medir, lleva el teodolito hasta la altura de tus ojos y acércate o aléjate del objeto hasta que logres ver su cima a través del pitillo, es importante que cuando mires a través del pitillo el hilo que cuelga de la regla debe estar sobre un lado del triángulo, este hilo con el peso funciona como plomada, es decir garantiza que siempre la regla esté en forma perpendicular y que tus cálculos sean más exactos, por eso un compañero siempre debe estar pendiente que el hilo esté sobre el lado del triángulo, no sujetes el hilo con tus dedos (ver imagen).

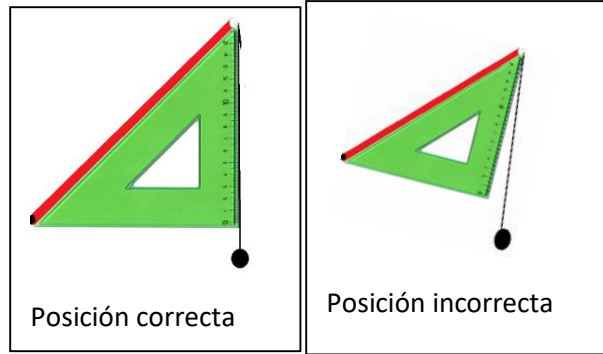


Ilustración.

Teodolito,

creación propia en Paint

Estando en la posición que muestra el dibujo

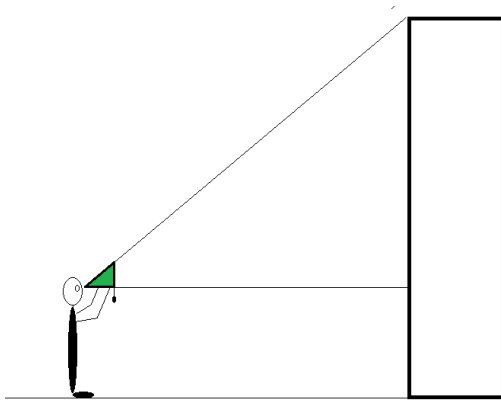


Ilustración Medición de edificio 3. Creación propia en Paint

¿Cómo utilizando este teodolito se puede conocer la altura del edificio? ¿Se te ocurre algo?

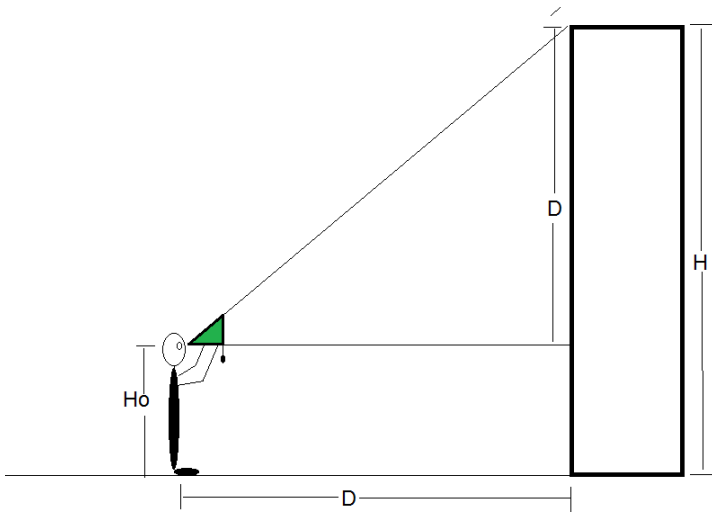


Ilustración Medición de edificio 4. Creación propia en Paint

Ho= Altura desde el suelo hasta los ojos del observador

H= altura del edificio o árbol

D= distancia desde los pies del observador hasta la base del edificio.

¿Por qué hay dos distancias marcadas con la letra D en el dibujo? ¿De dónde sale esto?

¿Por qué se puede afirmar que $H=D+H_o$?

Registra tus resultados

	BLOQUE 3	BLOQUE 4	ÁRBOL (PINO BLOQUE 4)
Ho			
D			
H			

3. LA FOTOGRAFÍA.

Materiales.

Cámara o celular

Regla.

Pide a uno de tus compañeros que se pare al lado del bloque 3, lo más recto posible y contra la pared, toma una fotografía que cubra todo el bloque (ubica la cámara de forma paralela al edificio es decir sin inclinar la cámara hacia adelante o hacia atrás) imprime tu foto.

Repite el procedimiento para los bloques 4 y el árbol

Cuando tengas tu foto de forma física mide la altura de compañero y el edificio en tus fotos, completa el siguiente cuadro.

h= altura de tu amigo

H= Altura del edificio o Árbol

hf=altura de tu amigo en la foto

Hf= altura del edificio en la foto.

	BLOQUE 3	BLOQUE 4	ARBOL
h			
hf			
Hf			
H			

¿Cómo lograste encontrar H conociendo los otros datos? Describe el proceso

Busca en internet que otros métodos existen para calcular alturas utilizando la proporcionalidad y la semejanza preséntale a tu profesor uno de esos métodos y calcula las alturas pedidas.

ACTIVIDAD EVALUATIVA.

Materiales:

Hojas de block

Regla, lápiz, colores.

Desempeño de comprensión: Aplico los conceptos de escala, semejanza y proporcionalidad en la construcción de un plano de parte del colegio.

1. Compara los métodos que utilizaste y determina cual crees que es el más exacto y porque

2. Construye y presenta un plano a escala de los bloques y el árbol desde una vista frontal y la cancha de futbol desde una vista superior.

En el plano debe estar especificado la escala que se utilizó, al igual de la evidencia de los procesos matemáticos para lograr construirlo.

3. Junto con el plano escribe una carta al rector con buenos argumentos y convéncelo de que los planos están bien hechos y que no necesita contratar la empresa de ingenieros.