UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Una interpretación semántica de la lectura y comprensión de los problemas de matemáticas en las pruebas externas nacionales en el grado quinto

Oscar Yesid Huertas Torres

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Maestría en Enseñanza de Ciencias Exactas y Naturales

Bogotá, Colombia

2014

Una interpretación semántica de la lectura y comprensión de los problemas de matemáticas en las pruebas externas nacionales en el grado quinto

Oscar Yesid Huertas Torres

Informe de proyecto presentado como requisito para optar al título de:

Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Directora:

Myriam Margarita Acevedo Caicedo
Magister en Matemática. Profesora Pensionada, Universidad Nacional de Colombia

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Maestría en Enseñanza de Ciencias Exactas y Naturales

Bogotá, Colombia

2014

“Vigila por si me coges enseñándole y explicándole en lugar de interrogarle por sus propios pareceres”. (Diálogos de Platón).

Agradecimientos

Primero que todo me gustaría agradecerle a Dios por permitirme escribir estas palabras, por bendecirme, por guiar cada uno de mis pasos y por poder finalizar esta maestría.

A mi madre por su apoyo incondicional, por su cálida sonrisa, por la motivación constante que me ha permitido ser una persona de bien, pero más que nada por el verdadero amor que me ha obsequiado.

A mi padre por la perseverancia y constancia que lo caracterizan y que me ha infundido siempre, por sus sabios consejos y por ser mi ejemplo a seguir.

A mi maestra Myriam Margarita Acevedo Caicedo, porque gracias a su sabiduría, a su acompañamiento y paciencia, logre ordenar mis ideas para llevar a cabo este proyecto.

Y finalmente a mi compañera y a mi hijo Jacobo que me han tenido paciencia por el tiempo que he dejado de compartir con ellos, debido a las largas jornadas de trabajo. Gracias porque son mi mayor motivación e inspiración en este proceso.

Resumen

Con el propósito de enriquecer las prácticas de evaluación de los docentes y mejorar los niveles de desempeño de los niños y niñas del quinto grado, en la prueba Saber de Matemáticas, en dos instituciones oficiales del Departamento de Cundinamarca, este trabajo parte de un análisis de los referentes teóricos, que orientan las pruebas. Desde este marco y a través del estudio de las características y estructura de los instrumentos aplicados previamente por el MEN, se diseñó e implementó una prueba a estudiantes y docentes, para identificar errores, obstáculos y dificultades, relacionados con el dominio de aspectos conceptuales y procedimentales y con la estructura sintáctica y semántica de los enunciados propuestos. En este trabajo se presenta un análisis de los ítems por niveles de competencia, por pensamientos por componentes y por complejidad de la estructura lingüística de los enunciados.

Una vez identificadas y categorizadas las dificultades y reconocidas posibles causas de los bajos desempeños, en un trabajo colaborativo con los docentes de básica primaria de las dos instituciones, se propusieron, entre otras estrategias, cambios en el diseño y desarrollo curricular del grado, profundización en dominios tradicionalmente ignorados, cambios en prácticas de evaluación, nuevos énfasis en contextos y tipo de problemas a trabajar en el aula.

Palabras clave: Evaluación, interpretación, Pruebas Saber, competencia, dificultades, problema, semántica.

Abstract

In order to reward the evaluation practices of teachers and improve the performance levels of the children of the fifth degree, in the test “Saber” in mathematics, in two Department Institutions of Cundinamarca this work is based on an analysis of the theoretical references which guide the evidence. From this framework and through the study of the characteristics and structure of the instruments used previously by the MEN, A test was designed and implemented to the students and teachers in order to identify mistakes, obstacles and difficulties, related to the domain of conceptual and procedural aspects and with the syntactic and semantics structure of proposed statements. This work presents an analysis of the items by competition levels, by thoughts by components and complexity of the linguistic structure of the statements.

Once the difficulties were identified and categorized and possible causes of low performance were recognized, in a collaborative work with the teachers of basic primary of two institutions, they proposed, among other strategies: changes in the design and curriculum development of the degree, deepening in domains traditionally ignored, changes in evaluation practices, new emphasis on contexts and kind of problems to work in the classroom.

Keywords: Evaluation, interpretation, test “Saber”, competence, difficulties, problem, semantics.

Contenido

Pág.

Resumen .... **IX**

Lista de figuras .... **XIII**

Lista de tablas .... **XIV**

Introducción **15**

1 Marco Teórico **19**
- 1.1 Pruebas Saber, Lineamientos y Estándares 19
- 1.2 Pensamientos Matemáticos 21
  - 1.2.1 Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos 21
  - 1.2.2 Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos 34
  - 1.2.3 Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos 38
  - 1.2.4 Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas 42
  - 1.2.5 Pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos 45

2 Aspectos Epistemológicos **51**
- 2.1 ¿Cómo ha evolucionado el concepto de evaluación en matemáticas? 51
- 2.2 Carácter de la Evaluación en Colombia 52
- 2.3 Las pruebas Saber – Inicios 55

3 Aspectos Didácticos **59**
- 3.1 ¿Qué se evalúa en la pruebas Saber? 59
- 3.2 ¿Qué se evalúa en las pruebas Pisa? 61
- 3.3 Estructura y Complejidad de los Problemas 62
- 3.4 Resolución de Problemas y Modelos Cognitivos 64

4 Propuesta Didáctica **67**
- 4.1 Descripción de la Metodología 67

5 Aplicación, Análisis y Presentación de los Resultados **73**
- 5.1 Preguntas propuestas por los docentes (Actividad 1) 73
- 5.2 La Prueba Diagnóstica (Actividad 2) 75
  - 5.2.1 Categorías de Análisis: 76
  - 5.2.2 La prueba Diagnóstica. Niveles de Competencia 98
  - 5.2.3 La prueba Diagnóstica. Pensamientos 99
  - 5.2.4 La prueba Diagnóstica. Componentes 100
  - 5.2.5 La prueba Diagnóstica. Análisis Lingüístico 101

5.3 Reflexiones de los docentes (Actividad 3) 101
5.3.1 Síntesis de los Foros de Discusión 102
5.3.2 Reflexiones y comentarios de los docentes 105
5.3.3 Reflexiones de los niños y niñas 107

Conclusiones y Recomendaciones 109
Conclusiones 109
De carácter general 109
Relativas a los Componentes. Pensamientos 110
Recomendaciones 111

A. Anexo: Prueba Diagnóstica 113

B. Anexo: Insumos para Actividad 2- Componentes Pruebas Saber [12] 123

C. Anexo: Estándares básicos para las Pruebas Saber [13] 129

D. Anexo: Foros de discusión 131

Bibliografía 149

Lista de figuras

Pág.

Figura 1-1: Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos. 22
Figura 1-2: Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos. 34
Figura 1-3: Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos. 39
Figura 1-4: Pensamiento Métrico y Sistemas Medidas. 42
Figura 1-5: Pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos. 46
Figura 3-1: Estructura de Algunos Problemas Multiplicativos Simples [36]. 64
Figura 3-2: Modelo de Comprensión [42]. 65
Figura 4-1: Rejilla de categorización. 68
Figura 4-2: Foros de discusión. 70

Lista de tablas

Pág.

Tabla 2-1: Antecedentes de las pruebas Saber [12]. 57
Tabla 3-1: Tipo de Problemas [36].. 63
Tabla 4-1: Distribución Preguntas prueba Diagnóstica. 69
Tabla 4-2: Algunas Características de la Población. 69
Tabla 5-1: Niveles en matemáticas [10]. 76
Tabla 5-2: Promedio Respuestas por Niveles Estudiantes. 98
Tabla 5-3: Promedio Respuestas por Niveles Docentes... 98
Tabla 5-4: Respuestas por Pensamientos Matemáticos – Estudiantes....................... 99
Tabla 5-5: Respuestas por Pensamientos Matemáticos – Docentes. 100
Tabla 5-6: Respuestas por Componentes Matemáticos – Estudiantes. 100
Tabla 5-7: Respuestas por Componentes Matemáticos – Docentes......................... 100

Introducción

El ICFES cumpliendo las disposiciones del Ministerio de Educación Nacional (MEN), evalúa desde el año 1991 las competencias de los estudiantes de Básica y Media, de todo el país, en diferentes áreas del conocimiento (Saber). En particular en el área de matemáticas indaga por la habilidad de comprender, hacer y usar la matemática escolar en diversidad de contextos a través del planteamiento y resolución de situaciones problema de diferentes niveles de complejidad. Estos problemas exigen al evaluado dar sentido y significado al enunciado (información, condiciones, pregunta) en contextos que requieren la aplicación de conceptos y estructuras matemáticas.

Los componentes y procesos que se evalúan en las pruebas están estrechamente relacionados con los Lineamientos y Estándares propuestos por el MEN para todas las instituciones escolares del país y sin embargo por diversos factores, entre ellos, el tipo de prácticas curriculares y de evaluación, que privilegian los docentes; un grupo muy importante de estudiantes, de todos los grados, en particular, del quinto grado, presentan niveles muy bajos de desempeño, en los diferentes dominios evaluados.

En el marco de esta problemática y con la intención de aportar con el trabajo a las instituciones, surgió la siguiente pregunta:

¿Qué tipo de estrategia permite fortalecer las prácticas de evaluación en el aula y potenciar los niveles de desempeño de los niños y niñas del grado 5 en las pruebas externas?

Para responder esta pregunta partimos del análisis de los referentes teóricos, que orientan las pruebas, tanto a nivel nacional como internacional, desde este marco y con el estudio de las características y estructura de instrumentos aplicados previamente por el MEN, se procedió a diseñar y aplicar una prueba diagnóstica a estudiantes y docentes, para identificar errores, obstáculos y dificultades relacionados con aspectos conceptuales y procedimentales de los diferentes dominios (pensamientos) y con la estructura sintáctica y semántica de los enunciados propuestos.

Una vez identificadas, analizadas, categorizadas estas dificultades y reconocidas algunas posibles causas de los bajos desempeños de los niños y niñas en las pruebas, con la participación del grupo de docentes de básica primaria de dos instituciones Educativas Oficiales del Departamento de Cundinamarca, se discutieron estrategias a implementar en las aulas para que los estudiantes, de estas instituciones, avancen en su comprensión de la matemática básica y mejoren sus niveles de logro en las pruebas.

El trabajo se estructuró en cinco capítulos, descritos a continuación:

En el capítulo 1 se describen y analizan los estándares Básicos de Competencias matemáticas de los ciclos (I, II), utilizando la organización en ejes temáticos, de cada uno de los pensamientos, propuesta en el libro: *Interpretación e Implementación de los estándares básicos de matemáticas de la Secretaria de Educación para la Cultura de la Gobernación de Antioquia (2005)*.

El capítulo 2 presenta una breve síntesis de la evolución del concepto de evaluación en matemáticas, hace un recorrido histórico por los marcos que han orientado la evaluación en Colombia y concluye con una revisión de los antecedentes de las pruebas Saber.

En el capítulo 3 se discuten aspectos didácticos relacionados con el marco teórico de las pruebas Saber, precisando el objeto de evaluación y las competencias matemáticas que evalúa la prueba y con la intención de contrastar con otras pruebas externas se hace referencia al objeto de evaluación de las pruebas Pisa en matemáticas. Como el contexto de evaluación en las pruebas es el planteamiento y resolución de problemas se incluyen además en este capítulo elementos relativos a la estructura y complejidad de los problemas y se revisan algunos modelos cognitivos de resolución de problemas.

El capítulo 4 describe la metodología empleada en el desarrollo del trabajo con estudiantes y docentes, las actividades propuestas, los instrumentos, los talleres, la plataforma virtual creada y los foros de discusión.

En el capítulo 5 se presenta un análisis por categorías (niveles de competencias, pensamientos, componentes y estructura lingüística) de los resultados de la aplicación de la prueba diagnóstica. Además, se discuten allí algunos problemas relativos a la formación de los docentes, evidenciados a lo largo del proceso y se presentan sugerencias orientadas a mejorar las prácticas docentes y los desempeños de los estudiantes en el área. Para finalizar aparece una síntesis de las participaciones docentes en los foros de discusión y algunas reflexiones de los niños y niñas, respecto a las pruebas.

La parte final de este trabajo incluye, conclusiones, recomendaciones y referencias bibliográficas.

1 Marco Teórico

Con la intención de identificar y caracterizar algunas de las dificultades que evidencian los niños y niñas de quinto grado en la interpretación de los enunciados de los problemas de matemáticas de las pruebas externas Saber quinto, se describen y analizan en este capítulo estándares Básicos de Competencias matemáticas de los ciclos (I, II), marco conceptual de referencia de estas pruebas. Se utilizó en este análisis la organización en ejes temáticos, de cada uno de los pensamientos, propuesta en el libro: *Interpretación e Implementación de los estándares básicos de matemáticas de la Secretaria de Educación para la Cultura de la Gobernación de Antioquia (2005).*

1.1 Pruebas Saber, Lineamientos y Estándares

A nivel nacional en la actualidad y desde el año 2000 se empezaron a valorar competencias básicas y retroalimentar a las instituciones en la aplicación en los diferentes niveles de la educación básica, media y superior las pruebas Saber. En lo que respecta a la educación básica y media, estas pruebas tienen como marco de referencia los documentos curriculares del MEN.

Al respecto, en la Guía de Lectura e Interpretación Resultados Mayo Octubre 2012 (ICFES) se cita el marco teórico de las pruebas de matemáticas para describir el objeto de evaluación de éstas en los siguientes términos:

Las pruebas de matemáticas adoptan la perspectiva integradora de los Lineamientos curriculares y Estándares básicos de competencias respecto a los conocimientos, procesos y contextos e indagan por: formas de proceder (las competencias) y por los aspectos conceptuales y estructurales de las matemáticas (los componentes).

Los componentes, aclaran en la guía, son los pensamientos, a los que hacen referencia los documentos curriculares: Numérico y sistemas numéricos, espacial y sistemas geométricos, métrico y sistemas de medida, variacional y sistemas algebraicos y aleatorio y sistemas de datos. Estos componentes en las pruebas se organizan en tres ejes, que se caracterizan a continuación:

- **Pensamiento Numérico Variacional**

Relacionado con la comprensión de los números y sus propiedades, el significado y uso de las estructuras aditiva y multiplicativa en diferentes contextos, el reconocimiento de regularidades y patrones, la identificación de variables y la descripción de fenómenos de cambio y dependencia.

- **Pensamiento Geométrico Métrico**

Relativo a la comprensión de: las características y propiedades de las figuras geométricas tri y bidimensionales, de las relaciones entre ellas y de sus transformaciones y a la comprensión y uso de los conceptos de magnitud, patrón y unidad de medida.

- **Pensamiento Aleatorio**

Relacionado con la comprensión e interpretación de datos y la formulación de inferencias y argumentos utilizando medidas de tendencia central y de dispersión.

Y las competencias que se evalúan en las pruebas y que se mencionan en la cita, corresponden a los procesos trasversales de los que hablan los documentos curriculares y se describen en los siguientes términos:

- **Comunicación y representación**

Capacidad de interpretar y usar diferentes tipos de representación propios de las matemáticas.

- **Modelación, planteamiento y resolución de problemas**

Capacidad de formular problemas en términos matemáticos, de desarrollar y aplicar diferentes estrategias para solucionarlos, y de justificar la elección de métodos e instrumentos determinados para resolverlos.

- **Razonamiento y argumentación**

Capacidad de comprender y justificar estrategias y procedimientos gracias a los cuales se llega a una determinada solución de un problema.

A pesar de existir coherencia entre el marco de las pruebas, los documentos curriculares y los instrumentos aplicados, el carácter masivo de éstas, las limitaciones de un instrumento cerrado, aplicado en una sesión corta y el hecho de que muchos de los logros esperados, solamente se pueden valorar en el aula mediante estrategias distintas a pruebas de papel y lápiz, han incidido sobre los bajos desempeños de los evaluados. Además, dado que una prueba o batería de pruebas no permite evaluar todos los componentes y procesos, que según las orientaciones curriculares de los Lineamientos y Estándares Básicos de Competencias matemáticas del MEN, deberían desarrollar los estudiantes de estos niveles, las propuestas didácticas y las prácticas de evaluación en las aulas de matemáticas deben replantearse en los diferentes niveles de la básica y media.

En esta dirección y con el propósito de enriquecer las competencias matemáticas de los niños y niñas del quinto grado, objetivo fundamental de este trabajo, se estructuró un marco disciplinar que fundamenta las pruebas y actividades que se experimentaron en las aulas.

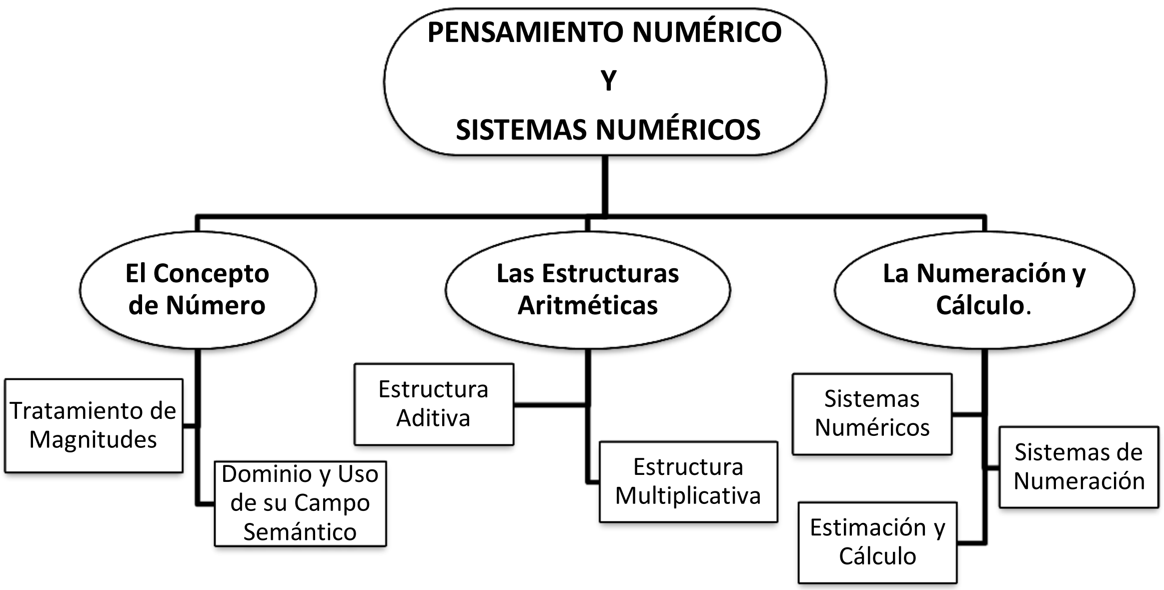
Para construir este marco se seleccionaron los Estándares Básicos de matemáticas de los ciclos: I (1° a 3°) y II (4° a 5°) y se utilizó la organización en ejes temáticos, de cada uno de los pensamientos, propuesta en el libro [24] citado anteriormente*, c*omo una directriz para el desarrollo de los procesos curriculares en matemáticas.

1.2 Pensamientos Matemáticos

1.2.1 Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos

Los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas, plantean, como se mencionó en un aparte anterior, que este pensamiento está relacionado con: la comprensión de los números y de la numeración, el significado del número, la apreciación del carácter y estructura del sistema de numeración, el significado de las operaciones en contextos diversos, la comprensión de sus propiedades, de su efecto y de las relaciones entre ellas; el uso de los números y las operaciones en diferentes situaciones, el uso de estrategias y representaciones diversas, el análisis y verificación de soluciones, la identificación de patrones y el uso de propiedades y algoritmos en la resolución de problemas. Los aspectos mencionados en esta descripción se refieren esencialmente a tres tópicos: los números, el sistema de numeración y las operaciones y es por ello que pueden organizarse en los tres ejes propuestos en el libro antes citado: **Concepto de número, Estructuras aritméticas y Numeración y cálculo.**

Figura 1-1: Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos.



<u>Concepto de número</u>

Este eje se centra en la comprensión del uso y de los significados de los números y de la numeración, en la apreciación de cantidad y orden de magnitud, en el establecimiento de relaciones entre números y entre diferentes representaciones del mismo número, en la expresión y representación más adecuada de un número. Más específicamente, se relaciona en el nivel de la básica primaria, con el manejo y uso de los números naturales y racionales positivos en notación fraccionaria y decimal (en el caso del quinto grado en un ámbito numérico más amplio que en los grados anteriores).

Es importante enfatizar que para construir el concepto de número natural se requiere interiorizar la noción de cantidad y el conteo de unidades discretas mientras que para aproximarse al significado del racional se requiere de la medida de magnitudes y de las cantidades continuas.

La mayoría de niños y niñas que llegan a quinto grado recitan números, aunque no comprenden su representación; no interpretan el sentido y significado de las operaciones ni las relaciones que se establecen entre ellos. Lo anterior permite concluir que en la básica primaria no se ha avanzado en la construcción del concepto de número natural y menos aún en la de número racional.

La construcción del concepto de número está relacionada, como se mencionó en los apartes anteriores, con el uso y sentido de los números, con el tener una idea adecuada de las cantidades y el orden de magnitud, con poder establecer relaciones entre números y entre diferentes representaciones del mismo número y expresarlos y representarlos de la forma más adecuada. Para ello, se requiere proponer desde el inicio del proceso múltiples situaciones en las que los niños y niñas tengan que contar, medir, comparar, estimar, clasificar u ordenar según distintos criterios y en contextos variados. Es decir, se refiere a que el niño y la niña tengan una imagen mental de la cantidad que representa un número que la sepan manipular y se familiaricen con ella.
Desde pre-escolar se debe trabajar en la construcción de saberes pre-numéricos, clasificar, ordenar, entre otros, como paso previo a iniciar formalmente la construcción del concepto de número natural a través de actividades de conteo.

En este sentido en el libro [24] se reitera un planteamiento ya mencionado respecto al proceso de construcción del concepto de número, se afirma que este proceso está asociado, fundamentalmente con dos aspectos: el uso, sentido y significado de los números y la construcción de los sistemas numéricos.

En lo relativo a los significados del número mencionan y describen:

• **Número como cardinal:** cuando el número describe la cantidad de elementos de una magnitud discreta (por ejemplo, la cantidad de objetos en una colección de lapiceros).

• **Número como medidor:** si el número describe la cantidad de unidades de medida que contiene una magnitud continúa (por ejemplo, el volumen de agua consumido por una familia durante el mes).

• Número como ordinal: si describe la posición relativa de un elemento en un conjunto discreto y totalmente ordenado (por ejemplo, la posición del número 5, dentro de la secuencia de todos los números naturales indica que éste es mayor que el 4, pero menor que el 6).

• **Número como código:** si se utiliza para distinguir clases de elementos (por ejemplo, en los números de teléfono, en los códigos de barras de los artículos, etc.).

Si se analizan los estándares del ciclo II se podría asumir que en lo relativo al concepto y significado de número natural, se avanzó en el ciclo I, pues para el segundo se proponen estándares que suponen niveles superiores de apropiación, entre otros:

i. *Interpretar las fracciones en diferentes contextos: Situaciones de medición, razones y proporciones.*
ii. *Identificar y usar medidas relativas en distintos contextos.*
iii. *Analizar y explicar las distintas representaciones de un mismo número (naturales, fracciones, decimales, porcentajes).*
iv. *Utilizar la notación decimal para expresar fracciones en diferentes contextos y relaciono estas dos notaciones con la de porcentajes.*

¿A qué hacen referencia estos estándares?
Estos estándares sugieren que al terminar el quinto grado el estudiante debe estar en capacidad de representar, describir e interpretar números naturales y fracciones en diferentes contextos, privilegiando situaciones de medición, relación parte todo, cociente y razón. Utilizar además, la notación decimal para expresar fracciones en diferentes contextos y relacionar estas dos notaciones con la de porcentaje.
En particular para que un estudiante construya la noción de fracción y posteriormente entienda el concepto de número racional se requiere que reconozca e interprete significados de la fracción como: parte-todo, cociente, razón, operador, medidor porcentaje, probabilidad, tasa.

Significados que se pueden caracterizar así:

• **Parte–todo:** La fracción indica la relación entre el número de partes y el número total de partes Un **todo** (continuo o discreto), se divide en partes **congruentes**.

• **Cociente:** La fracción se asocia a la división de un número natural por otro (división indicada, reparto).

• **Medida:** Indica la división de una unidad de medida en subunidades iguales. Tiene su origen en la necesidad de medir cantidades de magnitudes, que, siendo conmensurables, no corresponden a un múltiplo entero de la unidad de medida.

• **Razón:** La fracción es un índice comparativo entre dos cantidades de una magnitud $^{a}/_{b}$, se refiere a la comparación bidireccional entre los valores a y b, siendo esencial el orden en el que se citan las magnitudes comparadas.

• **Operador:** La fracción se interpreta como transformación, actúa sobre una cantidad inicial y la modifica, esta modificación se efectúa mediante división y multiplicación. Puede darse el caso de que sea estrictamente aritmético (sobre números) o sobre objetos. $^{a}/_{b}$, en este caso, es el número que modifica un valor particular de una magnitud n , multiplicándolo por a y dividiéndolo por b. Los porcentajes, por ejemplo, son un caso particular de fracción como operador.

Usualmente en el aula de matemáticas se trabaja, el significado parte-todo en contextos continuos (magnitudes), dejando de lado otros significados y contextos, esto origina errores y dificultades de los estudiantes para interpretar y resolver problemas de aplicación.

En lo que respecta al estándar (iv) se espera que los estudiantes reconozcan, interpreten y usen la representación decimal de las fracciones.

Al respecto en el capítulo 4, de [27], los autores resaltan que la mayor dificultad en el proceso de enseñanza de los números decimales en los niños, es la relación entre las fracciones y su escritura decimal. El niño debe comprender que en ambos casos el número representado es el mismo y lo que cambia es la forma de representarlo.
Para los niños al principio será más fácil entender la idea de fracción que su expresión decimal, pues requiere interpretar, representar y relacionar las fracciones decimales con la noción de décimas, centésimas, milésimas.

Algunos conflictos y errores que presentan los niños en el aprendizaje de los números decimales, se mencionan también en el texto antes citado, entre ellos, lectura y escritura por incomprensión del valor posicional, problemas con el cero (ignoran significado), ausencia de unidades de un orden determinado, interpretación del decimal como fracción, orden y operaciones.

<u>Estructuras aritméticas.</u>

Este eje se relaciona con las operaciones básicas en los distintos universos numéricos y abarca comprensión de: sentido y significado de la adición y la multiplicación, los algoritmos y las propiedades. El énfasis en este eje es el planteamiento y resolución de problemas de aplicación que permitan modelar las operaciones inicialmente en contextos familiares para el estudiante. En el caso de la estructura aditiva por ejemplo, los problemas de tipo aditivo son aquellos cuya solución exige adiciones o sustracciones, que describen: situaciones dinámicas, referidas a transformaciones (ganó, pierdo) que implican un cambio en el tiempo, o situaciones estáticas que abordan relaciones que no obedecen a cambios en las cantidades con respecto al tiempo (más que, menos que). (Vergnaud, 1991).

De los estándares del ciclo II correspondientes a este eje se puede destacar:

i. *<u>Resolver y formular problemas aditivos de composición, transformación, comparación e igualación.</u>*

¿A qué hace referencia este estándar?

Al planteamiento y análisis de situaciones que den sentido, en principio a la adición y sustracción de números naturales. Estas situaciones se clasifican atendiendo al ***papel (variable) que juegan los números que*** **intervienen en ellas** y pueden ser de***:***

• ***Composición o Combinación:*** Las partes se unen para formar un todo y el todo se puede descomponer en sus partes.

Ejemplo: En una finca hay en total 13 animales. Hay 9 vacas y los otros son caballos. ¿Cuántos caballos hay en la finca?

• **T*ransformación:*** Cuando un número expresa la variación que ha sufrido un estado. En esta situación se tiene una cantidad que se refiere al estado inicial de un objeto o colección de objetos y una cantidad que indica el estado final del objeto o de la colección.

Ejemplo: Carlos tiene 7 caramelos. Regala 3 a su hermana. ¿Cuántos caramelos le quedan?

• ***Comparación:*** Cuando el número indica la diferencia que existe entre dos estados que se comparan entre sí. En esta categoría se ubica la situación que compara una primera y una segunda cantidad, posteriormente compara la segunda con una tercera cantidad y finalmente indaga por establecer la comparación entre la primera y la tercera cantidad.

Ejemplo: Pedro tiene 8 caramelos más que María. María tiene 3 más que Juan. ¿Quién tiene más, Pedro o Juan? ¿Cuántos más?

• **Igualación:** El propósito de esta situación es igualar dos cantidades dadas modificando una de ellas, bien sea produciendo un aumento o una disminución de la misma.

Ejemplo: María tiene 9 lápices de colores, si Carlos pierde 3, tendrá el mismo número de lápices que María. ¿Cuántos lápices tiene Carlos?

Inicialmente se construyen estas operaciones como un medio de evitar los recuentos o procesos de medida en situaciones parcialmente cuantificadas. Si, por ejemplo, se contaron 20 objetos por un lado y 35 por otro, y nos preguntan ¿cuántos hay en total?, podemos decir que hay 55 objetos en total, sin necesidad de efectuar ningún nuevo recuento, gracias a que "sabemos sumar" y si nos preguntan qué diferencia hay entre las dos colecciones de objetos, podemos decir que se diferencian en 15 objetos, sin necesidad de nuevos recuentos, gracias a que "sabemos restar".

Aunque los problemas aditivos, se resuelven utilizando sumas, restas o una combinación de estas operaciones, no todos tienen la misma estructura. Las relaciones que se deben establecer para la solución son diferentes de unos problemas a otros, como se ilustró en los ejemplos anteriores.

Aclaremos este comentario con cuatro problemas, con las mismas cantidades y el mismo contexto, el nivel de dificultad para los niños puede ser diferente, la dificultad podría estar relacionada con la estructura de los enunciados y la manera como relacionan los datos.

<u>Problemas 1</u>*:* Diego tiene 5 monedas y Luis tiene 3 monedas. Entre los dos tienen 8 monedas.

<u>Problemas 2</u>*:* Diego tiene 5 monedas y Luis le regala 3 monedas. Ahora Diego tiene 8 monedas.

Problemas 3: Diego tiene 5 monedas y Luis tiene 3 monedas. Luis tiene 2 monedas menos que Diego.

Problemas 4: Diego tiene 5 monedas y Luis tiene 3 monedas. A Luis le hacen falta 2 monedas para tener la misma cantidad que Diego.

• En el *primer problema* todas las cantidades representan el tamaño de una colección. Así el 5 es la cantidad de monedas que tiene Diego, el 3 la cantidad de monedas que tiene Luis y el 8 la cantidad de monedas que tienen entre los dos. Es decir, que el significado de estas tres cantidades es el mismo, en el sentido de que el número 8 representa reunir colecciones. Este es un **problema de Composición.**

• En el *segundo problema* los números 5 y 8 representa la cantidad de monedas de Diego en dos momentos diferentes, mientras que el 3 representa la cantidad de monedas que le regalaron, es decir, esta cantidad conecta los momentos representados por los números 5 y 8. Este es un **problema de Transformación.**

• En el *tercer problema* las cantidades 5 y 3 representan los tamaños de las colecciones de monedas de Diego y de Luis. Sin embargo, el número 2 no representa una cantidad, en el sentido de las anteriores, este número representa la diferencia entre las cantidades 5 y 3. El número 2 significa la comparación entre las cantidades 5 y 3. Este es un **problema de Comparación.**

• En el *cuarto problema*, los números 5, 3 y 2 representan los tamaños de las colecciones, pero el número 2 en este caso, representa una colección inexistente. Es decir, la cantidad faltante para hacer iguales las colecciones representadas por los números 5 y 3, el número 2 hace posible igualar colecciones. Este es un **problema de Igualación.**

Otro de los estándares del ciclo II de este eje es:

i. *Usar diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.*

¿A qué hace referencia este estándar?

En lo que respecta a la estructura multiplicativa (la aditiva se describió en el párrafo anterior) este estándar supone que el estudiante interprete, plantee y resuelva problemas multiplicativos y para ello es necesario que esté familiarizado con situaciones que se puedan modelar con una multiplicación, una división o una combinación de ellas, es decir, que haya construido significados para la llamada estructura multiplicativa, caracterizada en las siguientes citas:

> *La multiplicación no se puede entender como una manera rápida de sumar repetidamente, sino que es una operación que requiere pensamiento de alto orden, que el niño construye a partir de su habilidad para pensar aditivamente. En esta medida, describe la diferencia entre la multiplicación y la adición en términos de la diferencia en los niveles de abstracción y del número de relaciones de inclusión que un niño puede realizar simultáneamente. (Piaget ,1987)*

> *El estudio de las relaciones multiplicativas muestra, pues, que existen varios tipos de multiplicaciones y de divisiones, o más bien, varias clases de problemas, en los cuales, la solución necesita de una multiplicación o de una división. La distinción de estas diferentes clases y de su análisis se debe abordar cuidadosamente, con el fin de ayudar al niño a reconocer la estructura de los problemas, y a encontrar el procedimiento que conducirá a su solución. No hay que subestimar la dificultad de algunas nociones, como las de razón, proporción, fracción y función, las cuales requieren de precauciones didácticas importantes, más allá de la enseñanza elemental. Deben abordarse, sin embargo, desde la enseñanza elemental. (Vergnaud, 1981)*

En el capítulo 4 de [7] se menciona la estructura multiplicativa como una de las más ricas de las matemáticas, se habla del nivel que debe tener el niño en el uso y dominio de los números para poder comenzar a trabajar el producto y la división; ya que la adición y sustracción se estudian simultáneamente a la adquisición del concepto de número mientras que las operaciones del producto y la división dependen del dominio previo de los números y su simbolización.

El libro propone posibles modelos para estudiar la multiplicación y la división entre ellos:

• **Modelos de recuento:** En los que se utiliza la recta numérica.

• **Modelos cardinales:** Que utiliza el contexto cardinal para representar uno o los dos factores. Entre los más utilizados están: La unión reiterada de conjuntos finitos, la distribución de objetos en un esquema rectangular, la representación mediante producto cartesiano de las combinaciones de los elementos de dos conjuntos, la representación en un diagrama de flechas.

• **Modelos combinatorios:** Entre las representaciones más comunes tenemos: el diagrama de árbol y el diagrama de circuitos.

• **Modelos con medida:** Proponen utilizar las regletas de Cuisenaire que proporcionan un modelo adecuado del número como longitud.

• **Modelos numéricos:** Se considera un contexto estrictamente simbólico y los números aparecen únicamente simbolizados.

• **Modelos de razón aritmética:** En ellos hay que realizar la comparación de dos conjuntos, o dos cantidades, en términos de *"cuantas veces más"*.

• **Modelos funcionales:** Se trata en aquellos casos en los que el producto aparece con carácter de función u operador.

Vergnaud (1988) en su análisis de los problemas que se modelan con multiplicaciones y divisiones propone clasificarlos, de acuerdo a su estructura, en diferentes categorías:

• **Proporcionalidad Simple o Isomorfismo de Medida:** En este tipo de problemas interviene una proporción o relación multiplicativa entre dos espacios de medida, distintos.

Ejemplo: Laura tiene 6 cubetas de huevos, con 30 huevos en cada cubeta. ¿Cuántos huevos tiene Laura?

• **Comparación Multiplicativa:** Son problemas multiplicativos con una estructura similar a la anterior, existe una comparación multiplicativa entre dos espacios de medida, pero ambos espacios de medidas están definidos a partir de la misma magnitud, y como consecuencia de ello la comparación está definida mediante un escalar.

Ejemplo: Camila tiene 9 mil pesos y Pedro 3 veces el dinero que tiene Camila. ¿Cuánto dinero tiene Pedro?

Ejemplo: Si Carlos tiene 12 manzanas y Pablo tiene 3 manzanas, ¿Cuántas veces tiene Carlos las manzanas que tiene Pablo?

• **Producto Cartesiano o Producto de Medidas:** Estos problemas se caracterizan por la existencia de un producto cartesiano entre dos espacios de medida, en un tercer espacio de medida.
Los problemas en los que aparecen áreas, volúmenes y otros conceptos físicos son de esta categoría, al igual que los problemas multiplicativos combinatorios.
Ejemplo: Paola tiene 4 pantalones y 3 blusas. ¿De cuántas formas distintas se puede vestir Paola?

Con respecto a la introducción de la división, en [7] se plantea que el proceso de aprendizaje de la división debe ir simultáneo con el de la multiplicación. Comentan que se evidencian mayores dificultades en el doble papel que puede representar el divisor como: número de partes en las que se divide la cantidad inicial o como cantidad fija que sirve para ir formando las diferentes partes en las que se divide la cantidad total. También mencionan como dificultad de la división la mecanización de su algoritmo y el paso a conceptos más elaborados como son: la fracción, razón y número racional que más adelante estudiara el niño.

Numeración y cálculo.
Este eje temático se relaciona con los estándares que se orientan a la apropiación por parte de los estudiantes de las diferentes técnicas de cálculo, estimación y su avance en la comprensión del sistema de numeración decimal, de sus características y de los principios aditivo y posicional que rigen la lectura y la escritura de números.

Un estándar del ciclo II correspondiente a este eje que se puede destacar es:

i. *Resolver y formular problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.*

¿A qué hace referencia este estándar?
Este estándar plantea que se deben plantear, analizar y resolver problemas en contextos matemáticos o no matemáticos, donde se usen propiedades, relaciones aditivas y multiplicativas de los números (paridad e imparidad, divisor, múltiplo, primo, compuesto etc), además de propiedades de la adición y la multiplicación (conmutativa, asociativa, distributiva, etc).

El análisis de estos problemas no solamente permitirá adentrarse en la estructura de los sistemas numéricos, elemento que le permitirá posteriormente avanzar en procesos de generalización, sino que potenciará la comprensión de los algoritmos y el uso de estrategias de estimación y redondeo.

Otro de los estándares propuestos para el ciclo II de este eje es:

i. *Justificar el valor de posición en el sistema de numeración decimal en relación con el conteo recurrente de unidades.*

Estándar que se relaciona con la comprensión de las propiedades que caracterizan nuestro sistema de numeración: ser aditivo y posicional, esta última relacionada con el valor de las cifras de un número de acuerdo a su posición y la interpretación de unidades de órdenes diferentes.

Para argumentar acerca del valor posicional de una cifra de un número, el estudiante debe entender que cada cifra de un número, expresado en un sistema posicional, tiene un valor relativo. Por ejemplo, en el número 3231, escrito en el sistema decimal el 3 en la posición de las unidades de mil equivale a 3000 unidades y el 3 en la posición de las decenas equivale a 30 unidades y esto requiere contar y comparar unidades de órdenes diferentes, aparte de ello, exige comprender que con sólo 10 dígitos se puede escribir cualquier número, es decir, asumir que este es un sistema de base 10.

Si no se avanza desde los primeros niveles en la comprensión de las propiedades del sistema, en particular la posicional, los problemas serán más álgidos cuando se va a trabajar posteriormente en la expansión decimal de las fracciones y persistirán desde luego en el análisis de las expansiones decimales de números racionales y reales. Aparte de ello se evidenciaran desde los inicios, problemas para escribir numerales, componer y descomponer números y para dar significado y aplicar algoritmos de las operaciones.

Al respecto en [27], se plantea que la comprensión que tienen los niños del valor posicional es muy precaria, incluso cuando llevan ya mucho tiempo escribiendo números de varias cifras. Los autores argumentan que la noción del valor posicional se va construyendo lentamente y que los niños aprenden a escribir números sin ser enteramente conscientes del valor que representa cada cifra. Los niños saben por ejemplo que cuarenta y dos se escribe con un cuatro y un dos porque el número empieza por la sílaba "cua", son las similitudes de los sonidos las que permiten escribir y leer correctamente números de dos cifras, más que una correcta interpretación del número en términos de decenas y unidades.

Mencionan además errores más frecuentes en la escritura de los números como: invertir el orden de las cifras**,** incorporar la potencia de la base (tres mil doscientos veintitrés se escribiría como 300020023) y suprimir o añadir ceros**.** Por ejemplo, mil cuatro puede aparecer escrito como 104 o como 10004.

Otro de los estándares del eje de numeración y cálculo en el ciclo II es:

i. *Identificar, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.*

En primer lugar cuando se habla de contextos en los documentos del MEN, se aclara que estos tienen que ver con los ambientes que rodean al estudiante y que dan sentido a las matemáticas que aprende, (Ramos y Font, 2006) tipifican y describen posibles contextos de aplicación de la matemática en el aula.

• **Real:** Aplicación al entorno sociocultural que rodea al estudiante. Por ejemplo, calcular con anticipación la distancia que recorre el estudiante para llegar a la escuela, teniendo en cuenta los diferentes medios disponibles para determinarla, las opciones de rutas, etc.

• Simulado: Representación de la realidad que reproduce parte de sus características por ejemplo, cuando los estudiantes simulan situaciones de compra-venta para resolver un problema aritmético.

• Evocado: Situaciones o problemas matemáticos propuestos por el profesor en el aula, que permiten imaginar un marco o situación donde se da este hecho. Por ejemplo, Pablo fue a la tienda compro 8 dulces y se comió 2 y se indaga por la cantidad de dulces que le quedan.

• **Intramatemático:** Situaciones al interior de la matemática misma. Por ejemplo, cuando se propone buscar una expresión matemática que exprese el área de un polígono.

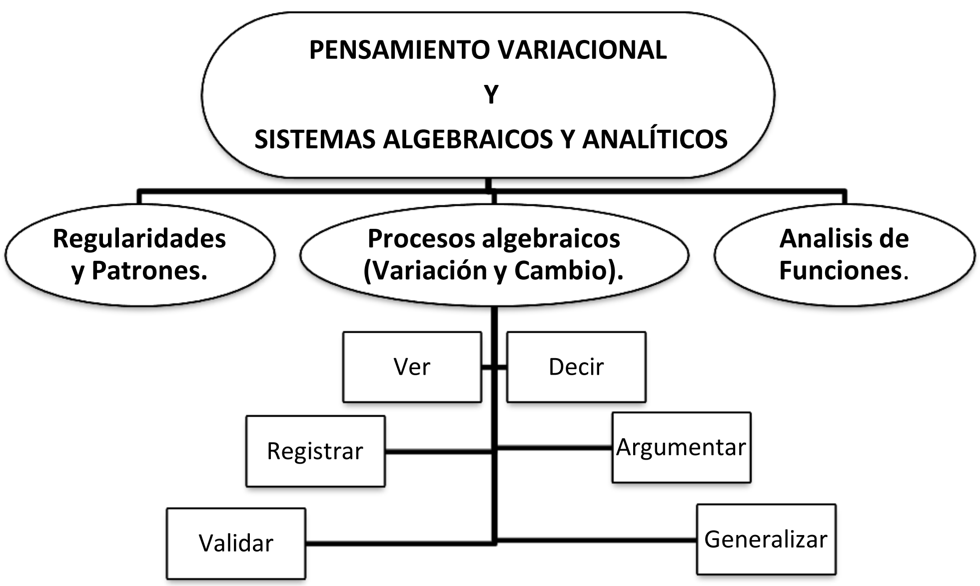
El estándar se refiere entonces al desarrollo de competencias que permitan al estudiante analizar los cálculos, estrategias de solución, resultados obtenidos en un contexto de aplicación determinado. En el contexto real ilustrado por ejemplo existen diferentes caminos para resolver el problema, es válido aproximar y estimar, no se busca una respuesta numérica fría, se busca que la solución tenga sentido; en las simulaciones cuando reproducen características de un contexto real podrían admitir el mismo tipo de análisis, pero en la práctica se privilegian los contextos intramatemáticos o evocados que no dan lugar a este tipo de análisis.

1.2.2 Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos

El tipo de experiencias que tienen los niños con la aritmética es importante para la comprensión progresiva del álgebra, ya que las primeras experiencias con el razonamiento algebraico se corresponden con la aritmética generalizada. (Godino y Font ,2003)

Los Estándares Básicos plantean que este pensamiento se relaciona con la descripción, caracterización y modelación de fenómenos de variación y cambio, que parte del reconocimiento de regularidades y culmina con el análisis de las funciones. Es por ello que resulta completamente pertinente la organización de este pensamiento en tres ejes**:** **Patrones y regularidades, Procesos algebraicos y Funciones**, propuesta en el libro [24] citado previamente.

Figura 1-2: Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos.



Patrones y regularidades.

De los estándares propuestos para desarrollar este eje en los grados cuarto y quinto (ciclo II) se pueden resaltar:

i. Describir e interpretar variaciones representadas en gráficos.
ii. Predecir patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica.

¿A qué hacen referencia estos estándares?

Estos estándares se refieren al reconocimiento y descripción de regularidades y patrones de variación y cambio que permitan aproximaciones intuitivas a procesos de generalización y posibiliten diferenciar éstos patrones en diferentes formas de representación.

Con respecto al logro de los estándares mencionados los estudiantes pueden presentar dificultad para identificar la regularidad y/o el patrón en una secuencia numérica, geométrica o gráfica, cuando se propone sin realizar previamente un proceso adecuado. Diversidad de situaciones propuestas desde los niveles de preescolar que presentan secuencias de figuras u objetos que siguen un determinado orden o regularidad e indagan por predicciones sobre el tipo de objeto o figura que ocupará un lugar dado de la secuencia, con secuencias construidas con materiales simples como botones, bloques lógicos, cubos encajables, palillos, formas geométricas, etc., sería un buen inicio para abordar esta temática.

Según [26] hay aspectos del razonamiento algebraico que pueden empezar a construir los niños de los niveles básicos, algunos de ellos ya mencionados en los estándares anteriores:

• Existen patrones o regularidades en situaciones físicas, geométricas y numéricas, que se presentan de manera natural en las matemáticas. Pueden ser reconocidos, ampliados, o generalizados y el mismo patrón se puede encontrar en muchas formas diferentes.

• Es posible expresar patrones y generalizaciones en lenguaje natural o gráfico pero es más eficiente expresarlas simbólicamente, aspecto que podría introducir significados iniciales para las variables.

• La noción de función como relación o regla se puede expresar en contextos reales mediante gráficas, fórmulas, tablas o enunciados.

Procesos algebraicos.

En este eje se puede mencionar el estándar:

i. Construir ecuaciones e inecuaciones aritméticas como representación de las relaciones entre datos numéricos.

Este estándar se orienta en este nivel a enriquecer el significado de la igualdad, avanzando desde su interpretación inicial como una instrucción para operar, a su significado como equivalencia entre expresiones numéricas y además a introducir ecuación.

En consecuencia para lograrlo se debe dar significado al signo y entender los dos miembros de la igualdad como dos maneras de designar al mismo objeto, o dos escrituras diferentes del mismo, en la igualdad $4+5=3+6$, $4+5\ y\ 3+6$ son dos formas diferentes de escribir el mismo número 9.

Es importante observar que el mismo signo se utiliza para diferentes significados de la igualdad dependiendo de la naturaleza de los elementos que intervienen en ella y que el estudiante se introduce desde niveles iniciales en esta complejidad, sin diferenciarlos, esto se puede analizar revisando las caracterizaciones que se describen a continuación:

• ***Identidad:*** En la igualdad aparecen variables y es válida para cualesquiera valores que tomen las variables (la propiedad conmutativa $\mathrm{a}+\mathrm{b}=\mathrm{b}+\mathrm{a}$ para cualesquiera *a* y *b* en los naturales).

Este significado se introduce prematuramente en los niveles básicos, asumiendo erróneamente que con solo repetir e instrumentalizar el enunciado, el estudiante puede interpretar su validez universal (letras como variables).

• ***Ecuación:*** En la igualdad aparecen variables, pero es verdadera sólo para ciertos valores de estas (por ejemplo $\mathrm{a}+3\ =7$). Acá el niño debe reconocer la ecuación como una ***igualdad*** de números naturales en la que aparece una incógnita cuyo valor se desea averiguar, representando estas cantidades desconocidas mediante letras.

Algunos de los problemas que tienen que resolver los estudiantes a este nivel consisten en hallar un número desconocido que cumpla ciertas condiciones. La formulación de esta pregunta suele hacerse en lenguaje natural pero como en el caso anterior sin un proceso adecuado se representa en lenguaje simbólico, sin dar significado (modelos concretos, balanza por ejemplo), situación que conduce a aprender de memoria supuestas reglas para transformar la ecuación.

• ***Fórmula:*** La igualdad se usa para expresar una relación de dependencia entre dos o más variables. Los niños de primaria se encuentran por ejemplo con expresiones como $A = l^2$, donde l, es la longitud del lado del cuadrado. A partir de esta fórmula el estudiante debe calcular el área de cualquier cuadrado conociendo la longitud del lado.

Funciones.

El concepto de función es una de las principales ideas de las matemáticas. Por ello se considera que es necesario, y posible, iniciar su utilización y estudio en el tercer ciclo de primaria, formando parte de la nueva visión del razonamiento algebraico, en lugar de retrasarla a los niveles de secundaria. Pero el estudio de las funciones deberá centrarse en indagar relaciones en contextos significativos para los alumnos y usando diversos métodos de representación para analizar dichas relaciones. Se debe descartar el énfasis en notaciones, terminologías como rango y dominio, y graficaciones sin ningún propósito. (Godino y Font ,2003)

Respecto a este eje se pueden citar para el ciclo II los siguientes estándares:

i. Analizar y explicar relaciones de dependencia en situaciones económicas, sociales y de las ciencias naturales.
ii. Representar y relacionar patrones numéricos con tablas y reglas verbales.

El énfasis en estos estándares se ubica en el análisis y representación verbal y tabular de situaciones simples de variación. Respecto a las formas de representación a este nivel como se plantea en [26] se deben privilegiar inicialmente dibujos o iconos que se parezcan a los objetos o a la situación que queremos representar y posteriormente lenguaje natural o símbolos convencionales que no tengan ningún parecido con el objeto representado.

La utilización de representaciones icónicas permite introducir en la educación primaria un tipo de razonamiento que se puede calificar de algebraico, pre-algebraico o casi-algebraico, y que *no sería posible realizar en el caso de haber optado por una representación completamente simbólica.* (Godino y Font ,2003)

1.2.3 Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos

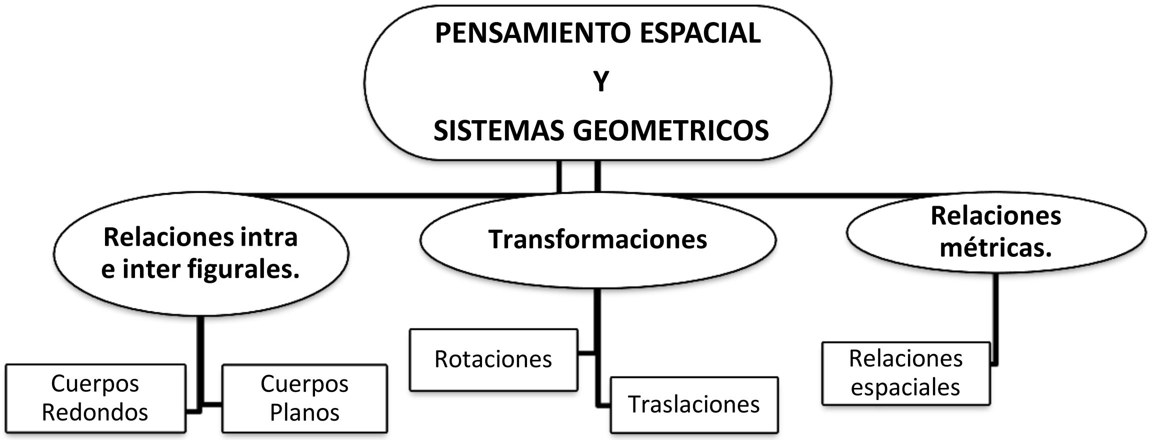
En el documento de Lineamientos curriculares de matemáticas se plantea respecto a este pensamiento:

Los énfasis en el hacer matemático escolar estarían en aspectos como: el desarrollo de la percepción espacial y de las intuiciones sobre las figuras bi y tridimensionales, la comprensión y uso de las propiedades de las figuras y las interrelaciones entre ellas, así como del efecto que ejercen sobre ellas las diferentes transformaciones, el reconocimiento de propiedades, relaciones e invariantes a partir de la observación de regularidades que conduzcan al establecimiento de conjeturas y generalizaciones, el análisis y resolución de situaciones problemas que propicien diferentes miradas desde lo analítico, desde lo sintético y lo transformacional. (MEN, 1998)

Para Howard Gardner en su teoría de las inteligencias múltiples el pensamiento espacial es esencial para desarrollar el pensamiento científico, pues permite representar y manipular información relativa a situaciones y fenómenos y resolver problemas.

Así mismo, en los Estándares Básicos de Competencias retomando el marco de los Lineamientos se plantea que en este pensamiento el estudiante de la básica primaria debe reconocer, examinar y analizar las propiedades y relaciones de las figuras bi y tridimensionales, describir y aplicar transformaciones y movimientos rígidos y usarlas para reconocer relaciones de congruencia y semejanza. Deberá además, diferenciar y usar las nociones de perímetro, área y volumen de figuras geométricas básicas. Partiendo del análisis de estas orientaciones en el libro [24] se organiza este pensamiento en tres ejes**: Relaciones intra e interfigurales, Transformaciones y Relaciones métricas.**

Figura 1-3: Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos.



<u>Relaciones intra e interfigúrales.</u>

Un estándar relacionado con este eje que se incluye en el ciclo II es:

i. <u>Identificar y justificar relaciones de Congruencia y semejanza entre figuras.</u>

El énfasis de este estándar se ubica en el reconocimiento y descripción de propiedades que son dejadas invariantes al efectuar transformaciones sobre objetos y figuras. Inicialmente este análisis se propone en actividades de comparación y construcción de figuras (con materiales concretos, tangrams, geoplanos), motivando a reconocer semejanzas y diferencias, en la forma y en el tamaño, para inducir posteriormente procesos de clasificación de acuerdo a invariantes y buscar que el estudiante explique su criterio de selección.

Para orientar la construcción de las figuras se pueden utilizar entre otras, las estrategias: describir características, dar un modelo, dar instrucciones sobre propiedades o medidas.

En el libro [30] se plantea la importancia de profundizar en el estudio de las figuras planas y las relaciones entre ellas, de forma intuitiva y descriptiva, valiéndose del dibujo e incluyendo construcciones y actividades de plegado.

Y en [25] se plantea respecto a este estándar que en los primeros años el niño razona sobre la relación de semejanza de manera estrictamente visual y posiblemente no sea preciso. En un siguiente nivel, los estudiantes pueden comenzar a hacer medidas de ángulos, longitudes de lados, calcular áreas y volúmenes (de los sólidos) que sean semejantes. De esta manera se pueden encontrar relaciones entre formas semejantes. Por ejemplo, en actividades de ampliación o reducción sobre una cuadrícula pueden darse cuenta que los ángulos correspondientes de figuras semejantes son congruentes, pero que las medidas de los lados correspondientes varían de manera proporcional, destacan en este punto que el estudio de la semejanza de figuras está estrechamente relacionado con el razonamiento proporcional.

Y otro estándar relativo a este eje es:

i. Construir objetos tridimensionales a partir de representaciones bidimensionales y realizar el proceso contrario en contextos de arte, diseño y arquitectura.

Este estándar se orienta a la exploración activa del espacio tridimensional y la representación de cuerpos y sólidos, el reconocimiento de vistas y desarrollo planos. El dibujo en perspectiva por ejemplo, puede usarse para reconocer desarrollos y construir modelos.

La importancia de trabajar este estándar desde niveles iniciales, se resalta en la siguiente cita:

> *A pesar de que vivimos en un mundo tridimensional, la mayor parte de las experiencias matemáticas que proporcionamos a nuestros niños son bidimensionales. Nos valemos de libros bidimensionales para presentar las matemáticas a los niños, libros que contienen figuras bidimensionales de objetos tridimensionales. A no dudar, tal uso de dibujos de objetos le supone al niño una dificultad adicional en el proceso de comprensión. Es empero, necesario que los niños aprendan a habérselas con las representaciones bidimensionales de su mundo. En nuestro mundo moderno, la información seguirá estando diseminada por libros y figuras, posiblemente en figuras en movimiento, como en la televisión, pero que seguirán siendo representaciones bidimensionales del mundo real. (Linda Dickson y otros, 1991)*

Transformaciones.

i. Identificar ángulos como giros, aberturas e inclinaciones en situaciones estáticas y dinámicas.
ii. Hacer conjeturas y verificar los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños.

En estos estándares se propone que el estudiante reconozca y analice las transformaciones geométricas a través de una exploración activa del plano.

Se sugiere iniciar el estudio de las transformaciones con actividades concretas de plegado y giros corporales que pueden servir para que los estudiantes reconozcan regularidades y propiedades que permanecen invariantes, logrando proponer y verificar predicciones relativas al efecto de las transformaciones.

Al respecto en el capítulo 2 de [25] se plantea que una buena estrategia para iniciar el estudio de las transformaciones es el juego, actividades de psicomotricidad para familiarizar a los estudiantes de primaria con los giros y las simetrías. Es importante, comentan, que los niños vean la simetría en los objetos que les rodean o en dibujos o fotografías de objetos que tengan simetrías, y que dibujen o construyan formas simétricas.

Relaciones métricas.

i. Utilizar sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales.

Este estándar se orienta al reconocimiento de sistemas simples de coordenadas, que parte de la ubicación relativa del estudiante respecto a un objeto (a la derecha, a la izquierda, arriba, abajo, lejos, cerca), para pasar posteriormente a identificar la ubicación relativa de objetos respecto a un punto (origen), hasta llegar a determinar localización en un sistema simple (cuadrícula, calles, carreras) con una unidad especificada. Todo lo anterior como fundamento para trabajar en niveles posteriores sistemas de coordenadas cartesianas.

Al respecto en el artículo “Plano cartesiano” del profesor (Zacarías, 2009) se plantea que para iniciar el trabajo de ubicación y asignación de coordenadas el estudiante debe tener clara la relación de orden de los números para decidir si un punto se ubica a la derecha o a la izquierda (arriba o abajo) de otro, según sea mayor o menor la coordenada.

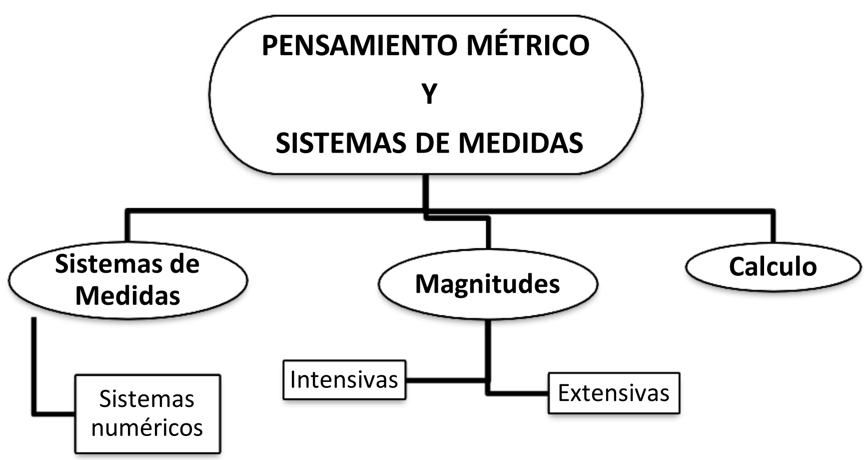
Para formalizar esta relación de orden, los niños deberán empezar a ubicar los números naturales ordenadamente sobre una recta horizontal, la dirección de ubicación dependerá inicialmente del observador, posteriormente se introduce la convención que los conduce a independizarse del observador y ubicarlos de izquierda a derecha; el niño deberá llegar a entender en este proceso, a este nivel que el punto escogido, siempre representa un número natural y recíprocamente, un número natural ocupa siempre un punto y solo, un punto sobre la recta. Posteriormente se puede utilizar esta forma de representación de los números naturales para enriquecer la comprensión de la relación de orden.

Para (Greenes,1979) el trabajo con los sistemas de coordenadas se debería iniciar con un eje vertical, que resulta de ubicarse, mirando hacia arriba y hacia abajo; para posteriormente introducir las relaciones de orientación horizontal. La noción de orientación horizontal, según Greenes tarda más en desarrollarse que la orientación vertical, por la relativa facilidad del movimiento del propio cuerpo sobre un plano horizontal.

1.2.4 Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas

Los Estándares Básicos plantean que los conceptos y procedimientos de este pensamiento hacen referencia a la comprensión de las magnitudes y las cantidades, su medición y el uso flexible de los sistemas métricos o de medida en diferentes situaciones. Más específicamente hacen referencia a la construcción de conceptos de cada magnitud, comprensión de procesos de conservación, selección de unidades e instrumentos, estimación y cálculo o asignación numérica. El libro [24], clasifica estos aspectos en tres ejes**: Sistemas de Medidas, Magnitudes y Cálculo.**

Figura 1-4: Pensamiento Métrico y Sistemas Medidas.



Sistemas de medidas.

i. Diferenciar atributos mensurables de los objetos y eventos (longitud, superficie, volumen, capacidad, masa-peso, tiempo, y amplitud angular) en diversas situaciones.

¿A qué hace referencia este estándar?

Una de las primeras aproximaciones que se debe hacer para el proceso de medición de superficies es la presentación de actividades que conlleven a la noción de recubrimiento por repetición de una unidad, para luego realizar otro tipo de situaciones que permitan captar la naturaleza continua y aproximativa de la medida. (MEN, 1998)

El estándar se relaciona con el reconocimiento y caracterización de magnitudes (atributos mensurables) y supone la comprensión de las nociones de cada una de ellas como se menciona en la cita.

El conocimiento que tenga el docente respecto a las dificultades y errores que se pueden presentar en el proceso de enseñanza aprendizaje de las magnitudes, en particular, las relacionadas con la diferenciación de estas, puede orientar nuevas prácticas y énfasis.

Unas de las dificultades que evidencian los estudiantes se discuten en [20], como por ejemplo: se habla que en algunos casos los niños al calcular el área y el perímetro de una figura le asignan el mayor dato de los valores al área; pero por lo general cuando se trabaja con el rectángulo los niños calculan correctamente el área y perímetro, sin embargo para paralelogramos (no rectángulos) los niños al pedirles que determinan el perímetro, asignan este valor como área. Algunos estudiantes asumen que si dos figuras tienen igual área deberán tener igual perímetro.

En el estudio de Hart (citado por en [20]), referente a las dificultades respecto al área, tales como: complejidad de la figura, ausencia de cuadrícula, tamaño de la unidad y conteo de fracciones de la unidad.

Como discusión se rescata que la medida del área es bastante más compleja que el simple uso de fórmulas. Es importante trabajar a fondo la noción de área por recubrimiento de diferentes tipos de superficies planas (regulares e irregulares), hacer conteo de unidades y como último paso llegar al uso comprensivo de las formulas. Las tareas de recubrimiento de figuras planas con otras semejantes a ellas ayudan en la comprensión del significado de las formulas y este recubrimiento además posibilita el paso de las estructuras aditiva a la multiplicativa.

Para [20] la percepción del área puede desarrollarse a partir de la idea de recubrimiento de superficies con diferentes tipos de formas: cuadradas, circulares, rectangulares para observar y discutir las piezas que mejor cubren las figuras, así como las regiones o figuras que son más fáciles de cubrir.

Magnitudes.

i. Seleccionar unidades, tanto convencionales como estandarizadas, apropiadas para diferentes mediciones.
ii. Utilizar diferentes procedimientos de cálculo para hallar la medida de superficies y volúmenes.

Estos estándares se refieren a la competencia que debería tener un estudiante para decidir el tipo de unidades a utilizar, de acuerdo a la magnitud que requiere medir o estimar (longitud – unidades lineales, área –unidades cuadradas, volumen –unidades cúbicas), el reconocimiento y uso de diferentes procedimientos para resolver problemas de medición, por ejemplo para determinar el área de una región plana es posible subdividirla en regiones simples, determinar su área y sumar; para determinar la capacidad de un recipiente es posible hacer trasvasado, determinar dimensiones, comparar, etc.

La percepción del volumen de un cuerpo es más compleja que la precepción de área, el área puede captarse en su globalidad a través del sentido de la vista mientras que para percibir el volumen se deben elaborar representaciones mentales del objeto.

También en [20] se propone que para lograr la percepción del volumen se deberían proponer entre otras, actividades de manipulación de sólidos, trasvasado, comparación de volúmenes y capacidades llenado de recipientes con diferentes tipos de objetos, visualización espacial, análisis de representación de objetos tridimensionales

Cálculo.

i. Reconocer el significado y el sentido de las magnitudes en situaciones aditivas y multiplicativas.

ii. Reconocer y usar la proporcionalidad para resolver problemas de medición (de alturas, cálculo del tamaño de grupos grandes....).

¿A qué hacen referencia estos estándares?
Estos estándares en el caso de la medición enfatizan en que el estudiante se apropie de la acción de medir. Use diferentes sistemas de medida, reconociendo sus unidades y patrones, en situaciones aditivas y multiplicativas matemáticas de la vida cotidiana.
Posiblemente se debería introducir al niño en el proceso de medición utilizando unidades más próximas a los niños, como: lo que le cabe en la palma de la mano, lo que cabe en la boca, botellas vacías, cajas, tazas, vasos de plástico, etc.

Con referencia a este estándar según (Lee, 2000), el aprendizaje de la medición evoluciona (o debería evolucionar) en tres etapas:

• **Comparación básica directa**, las unidades de medición son irrelevantes en esta etapa (1 a 3 años) (etapa maternal), por ejemplo: “yo soy más grande que Andrea”, o “mi hermana es más alta que mamá”, “el jardín está más frío que la casa”.

• **Comparación indirecta** (3 a 6 años) (etapa preescolar), inicia la medición con unidades informales, arbitrarias, no-convencionales o no-normalizadas, por ejemplo: aprender a conocer el largo del salón de clase en pasos o pisadas, irse a dormir cuando termine el programa de TV.

• **Expresión de ideas con mediciones** (6 a 11 años) (educación primaria), empiezan a reconocer que es lo importante respecto a una información relativa a magnitudes y medidas y a entender lo que otros dicen con mediciones, empiezan a demandar mayor exactitud utilizando instrumentos convencionales y unidades de medición convencionales o normalizadas.

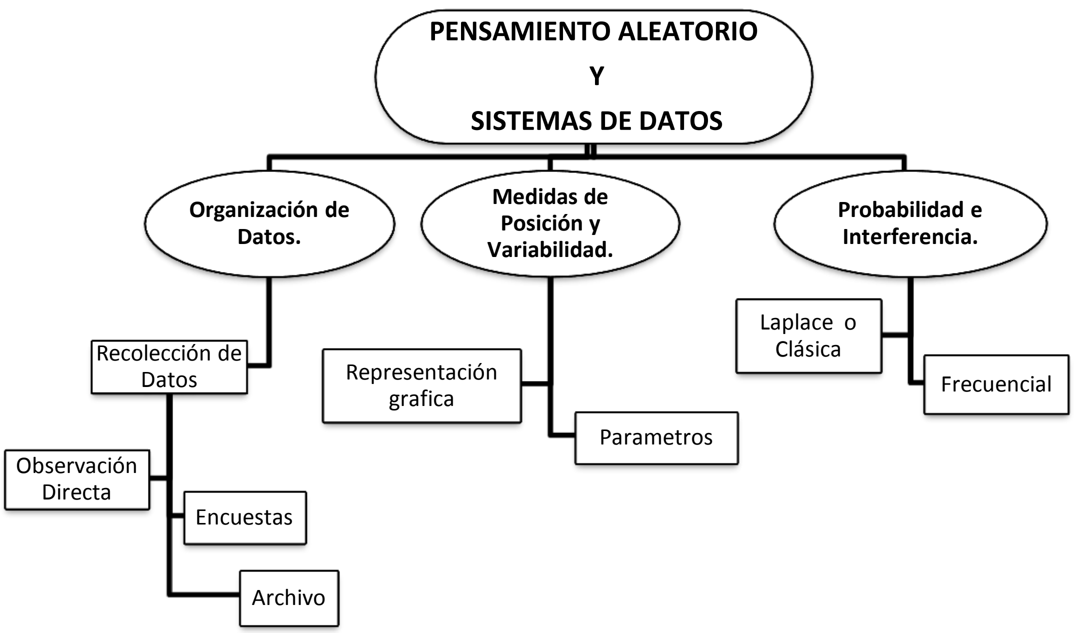
1.2.5 Pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos

La estadística aporta a la formación matemática algo importante y único: el razonamiento a partir de datos empíricos inciertos. Este tipo de pensamiento estadístico debería ser parte del equipamiento mental de todo ciudadano inteligente. (En los Marcos Teóricos de Pisa, 2003)

Los estándares de este pensamiento tienen como finalidad central que los estudiantes lleguen a comprender y apreciar el papel de los modelos aleatorios y de la estadística en situaciones próximas a su entorno, conociendo diferentes campos de aplicación y el modo en que estos han contribuido a su desarrollo. En los primeros grados de la básica proponen los Estándares, es fundamental la exploración, representación, lectura e interpretación de datos en contextos y el análisis cualitativo de regularidades, tendencias, tipos de crecimiento y una aproximación intuitiva a la probabilidad. En [24] se propone organizar este pensamiento en tres ejes**: Organización de Datos, Medidas de posición y Variabilidad y Probabilidad e Inferencia.**

Los programas de enseñanza de todas las etapas deberían capacitar a todos los estudiantes para formular preguntas que puedan abordarse con datos y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas; seleccionar y utilizar los métodos estadísticos apropiados para analizar los datos; desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos; comprender y aplicar conceptos básicos de probabilidad. (NCTM, 2000)

Figura 1-5: Pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos.



<u>Organización de datos.</u>

i. *<u>Representar datos usando tablas y gráficas (de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).</u>*

ii. <u>Interpretar información presentada en tablas y gráficas (de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).</u>

iii. *Comparar diferentes representaciones del mismo conjunto de datos.*

¿A qué hacen referencia estos estándares?
A este nivel, estos estándares se refieren al conocimiento y uso de diferentes formas de representación de un conjunto de datos, a la interpretación, comparación y análisis de información estadística relacionada con contextos próximos y a la resolución de problemas que requieren del uso de las diferentes formas de representación.

Desde etapas iniciales es de suma importancia potenciar el razonamiento estadístico de los estudiantes a través del análisis crítico, de información presentada en medios de comunicación accesibles a este nivel; como herramienta valiosa para conocer y analizar mejor la realidad.

En [3] se comenta que uno de los retos de la enseñanza de la estadística está en la conexión entre la escuela y la vida cotidiana, que se podría llevar a cabo aprovechando la presencia de datos de todo tipo en los medios de comunicación. Indica la conveniencia de ampliar la enseñanza con algunos gráficos presentados con frecuencia en la prensa y por otro lado el aprovechar la gran cantidad de información estadística disponible en Internet, como la que parece en redes sociales que incrementa las oportunidades de encontrar y descargar gran variedad de datos estadísticos sobre diversos temas de actualidad.

Además, le da especial importancia a la lectura e interpretación de tablas y gráficos, sugiriendo que los estudiantes deberían poder leer críticamente las tablas y gráficos estadísticos que encuentra en la prensa, Internet, medios de comunicación y no sólo la lectura literal de la tabla o gráfico, sino identificar las tendencias, variabilidad y posible asociación de los datos.

Es importante mencionar que para llegar a interpretar críticamente la información estadística desde sus diferentes formas de representación sería pertinente avanzar secuencialmente en los niveles de lectura de las tablas y gráficos estadísticos propuestos por (Curcio, 1989), a saber:

• **Leer entre los datos:** Lectura literal del gráfico o tabla sin interpretar la información contenida en el mismo.

• **Leer dentro de los datos:** Interpretación e integración de los datos de la tabla o gráfica

• **Leer más allá de los datos**: Realizar predicciones e inferencias a partir de los datos sobre informaciones que no se reflejan directamente en el gráfico o tabla.

Medidas de posición y variabilidad.

Los nuevos diseños curriculares incorporan la enseñanza de la estadística en la escuela primaria y secundaria enfatizando el enfoque exploratorio y el trabajo de los alumnos con proyectos interdisciplinares abiertos. Para afrontar con éxito esta propuesta, el profesor debe ser consciente de la complejidad de los conceptos estadísticos, incluso los "elementales" cuyo significado debe construirse progresivamente. Como ejemplo, analizamos los componentes del significado de las medidas de posición central y describimos las dificultades en su comprensión, que, respecto a estos componentes se han puesto de manifiesto en las investigaciones en educación estadística. (Batanero, 2000).

Para este ciclo se cita el estándar:

i. Comparar y describir la distribución de un conjunto de datos.

Al terminar el ciclo el estudiante debería estar en capacidad de describir las características típicas de un conjunto de datos e interpretar y usar las medidas de tendencia central como ayuda para resumir la información en un sólo número.

En referencia a este estándar en el artículo [4], se plantea que los conceptos estadísticos, incluso los más sencillos como la media, mediana y moda tienen un significado complejo y por tanto sería necesario un periodo extenso de su enseñanza a lo largo de la educación.

Además, se menciona que en la escuela primaria los currículos proponen que se enseñe a los estudiantes la definición de la media, mediana y moda en el caso más simple, empleando una notación sencilla, se ejemplifica limitando el cálculo de las medidas de tendencia central a conjuntos sencillos de datos y no se plantean situaciones en que estas medidas puedan diferenciarse claramente e interpretar su significado y pertinencia para un tipo o distribución de datos.

Probabilidad e inferencia.

Un estándar del ciclo II correspondiente a este eje es:

i. Hacer conjeturas y poner a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos.

Este estándar tiene la intención de introducir a los estudiantes en la exploración de la probabilidad de ocurrencia de eventos aleatorios, en situaciones de juego o contextos próximos. Es decir contextos que involucren al estudiante en el análisis de situaciones que impliquen aleatoriedad.

En [28], mencionan diferente fenómenos aleatorios que están presentes en nuestro entorno, y que se pueden aprovechar para desarrollar el estándar citado. Algunos de ellos: características heredadas como: sexo, color del pelo, color de los ojos, peso al nacer, etc., fenómenos meteorológicos como: la duración, la intensidad y extensión de las lluvias, las tormentas, las temperaturas, la intensidad y dirección del viento, etc.; número de hijos, tipo de trabajo, las creencias o aficiones; juegos de azar, información suministrada en los medios de comunicación, elecciones, censos y encuestas elaboradas para toma de decisiones, población, datos demográficos, entre otros.

2 Aspectos Epistemológicos

En este capítulo se presenta una breve síntesis de la evolución del concepto de evaluación en matemáticas, haciendo un recorrido histórico por los marcos que han orientado la evaluación en Colombia y concluyendo con una revisión de los antecedentes de las pruebas Saber.

2.1 ¿Cómo ha evolucionado el concepto de evaluación en matemáticas?

Con la intención de precisar y caracterizar la concepción que orienta los sistemas nacionales e internacionales de evaluación en el área de matemáticas, en este capítulo, se describen sintéticamente algunos momentos de la evolución de esta concepción, en relación con la naturaleza misma de la matemática y su incidencia en la percepción del error y en el papel que desempeña el docente en el proceso; aspectos analizados con detalle en [22].

En los inicios del siglo XX, la Matemática era considerada como una ciencia deductiva y reguladora social. Y desde esta concepción se prioriza entonces evaluar habilidades cognitivas para ejercer control social y fomentar la competitividad. El profesor evalúa al alumno y el error se relaciona desde luego con la falta de capacidad cognitiva.

Para el periodo comprendido entre 1940 y 1970 la Matemática se concibe, como una ciencia teórica y de aplicación, básicamente deductiva. Se evalúan entonces las habilidades mentales, para mejorar personalmente. El profesor y el estudiante se transforman en objetos de evaluación y el error se refiere a la falta de adquisición de conocimiento.

En la década de los ochenta, la Matemática se asume como una disciplina positivista, cuyo cuerpo conceptual puede ser construido inductivamente. Se evalúa entonces, para identificar errores, determinar vacíos y apoyar transformaciones en la política educativa y curricular. El profesor, el estudiante y el proceso son importantes en la evaluación. El error se considera relacionado con el reconocimiento de distintas habilidades de los aprendices.

A finales de los noventa e inicios del siglo XXI la Matemática se concibe como abierta al descubrimiento, base de la modelización, inductiva-deductiva con potencial heurístico. Se propone evaluar prioritariamente el proceso de enseñanza-aprendizaje para diagnosticarlo, regularlo y mejorarlo. El profesor, el estudiante y el proceso son valorados globalmente. Hay errores de diversos tipos, reflejo de un modelo de estudiante y de profesor.

> *Podemos afirmar que el significado de la evaluación ha evolucionado desde los juicios sobre los estudiantes a partir de medidas de logros a un interés por proporcionar información para apoyar una política y programa de toma de decisiones. (Romberg, 1989)*

2.2 Carácter de la Evaluación en Colombia

Un recorrido histórico por algunos de los lineamientos y decretos publicados por el ministerio de educación Nacional (MEN), permite evidenciar cambios importantes en la concepción de currículo, que derivan desde luego en nuevas concepciones respecto a la evaluación.

Iniciemos el recorrido en 1963. En este año en Colombia se promulgó el decreto 1710, que establecía los programas para primaria, proponiendo en su diseño objetivos generales y objetivos específicos conductuales y en la misma dirección se orientó el decreto 080 de 1974 relativo a la secundaria. La evaluación en consecuencia se centraba en indagar por los objetivos mencionados.

En 1976, se expidió el decreto Ley 088 que buscaba separar los aspectos administrativos y académicos del Ministerio de Educación Nacional (MEN), promoviendo tres estrategias de mejoramiento cualitativo de la educación, en la búsqueda de mejorar la calidad de la educación: La capacitación del magisterio, la disponibilidad de medios educativos y la renovación curricular. En cuanto al carácter de la evaluación, en esta época se dieron los primeros pasos en relación con la cualitativa y se estableció la promoción automática de un grado a otro como mecanismo de promoción en básica primaria. Se determinaron además como funciones de la División de Evaluación del Rendimiento Escolar:

a) Evaluar, por medio de los Centros Experimentales Pilotos, los programas curriculares particulares de las diferentes regiones y el rendimiento interno y externo del sistema educativo.

b) Rendir informes semestrales sobre los resultados de las evaluaciones y sobre el estado de ejecución de los programas y proyectos experimentales del Ministerio.

Para el año 1978 se nombró como asesor del Ministerio al doctor Carlos E. Vasco para trabajar con un grupo de profesionales del MEN en la transformación de las matemáticas escolares. Se propuso entonces la llamada: Renovación curricular, fundamentada en un marco teórico global que orientó la revisión y diseño de los programas de los nueve grados de la educación básica.

> *La renovación curricular propuso acercarse a las distintas regiones de las matemáticas, los números, la geometría, las medidas, los datos estadísticos, la misma lógica y los conjuntos desde una perspectiva sistémica que los comprendiera como totalidades estructuradas, con sus elementos, sus operaciones y sus relaciones. (MEN, 1998)*

Una década después, en 1994 se expide la Ley General de Educación, ley 115 que origina cambios radicales en la concepción misma de educación que orientaba hasta entonces las políticas curriculares y de evaluación. Se genera a partir de allí un análisis crítico de los desarrollos pedagógicos de los decenios anteriores, en particular de la Renovación curricular en el área de matemáticas, el "Enfoque de Sistemas". Así mismo se hace referencia a la evaluación del aprendizaje, anotando que se deben establecer objetivos por niveles, grados y áreas y se plantea la necesidad de establecer criterios de evaluación y de administración con base en el Proyecto Educativo Institucional como se menciona en [33].

En este mismo año se expide el Decreto 1860 que habla del deber ser de la evaluación en ese momento (continua, integral, cualitativa) y que será expresada en informes descriptivos que identifiquen los logros y dificultades de los estudiantes permitiendo apreciar el avance y proponiendo las acciones necesarias para continuar adecuadamente el proceso educativo.

Para el año 1998, concluye la etapa de construcción de la primera propuesta de Lineamientos de matemáticas. Este documento retoma avances de la Renovación Curricular y plantea que en el proceso de enseñanza se deben relacionar contenidos de aprendizaje con diversas áreas y contextos con el fin de desarrollar competencias que les permitan a los estudiantes aplicar sus conocimientos fuera del ámbito escolar, donde deben tomar decisiones, enfrentarse y adaptarse a situaciones nuevas. En cuanto a la evaluación educativa, ésta se considera como un juicio, en el que se comparan propósitos y deseos con la realidad que ofrecen los procesos; debe ser, comentan, más una reflexión, que un instrumento de medición para poner etiquetas a los individuos.

En 2001 se expide la Ley 715 que otorgó facultades al gobierno nacional para establecer las normas técnicas curriculares y pedagógicas requeridas en los niveles de educación preescolar, básica y media, teniendo en cuenta la autonomía de las instituciones educativas y las especificidades regionales mencionado en [33].

En los antecedentes de [19] se evidencia que desde la expedición del Decreto 230 de 2002, al Ministerio llegaron múltiples solicitudes para su reforma en las que se manifestaba el inconformismo básicamente con la asignación del porcentaje mínimo de promoción que según sus detractores generó mediocridad, facilismo y desinterés en los educandos. En este decreto se concibe la evaluación de los estudiantes como continua e integral, y orientada a:

- Valorar el alcance y la obtención de logros, competencias y conocimientos por parte de los educandos.
- Determinar la promoción o no de los educandos en cada grado de la educación básica y media.
- Diseñar e implementar estrategias para apoyar a los educandos que tengan dificultades en sus estudios,
- Suministrar información que contribuya a la autoevaluación académica de la institución y a la actualización permanente de su plan de estudios.

Después de una consulta nacional realizada en el año 2007 para la formulación del Plan Decenal de Educación 2006-2016, se convocó a la comunidad educativa para elaborar propuestas orientadas al mejoramiento de las condiciones de calidad en la prestación del

servicio público educativo; arrojando como resultado la obligación de revisar la evaluación de los aprendizajes de nuestros educandos.
El 2008, fue declarado por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) como el año de la Evaluación, bajo el lema “Evaluar es valorar”. Se abrieron distintos escenarios para discutir, opinar, compartir experiencias y presentar propuestas alrededor de los procesos de evaluación en el aula. Como resultado de este proceso el Ministerio expidió el Decreto 1290 de 2009 y promovió discusiones en la comunidad educativa sobre el tema.

En este mismo año, el MEN publicó un documento en el que hace referencia al deber ser de la evaluación en el aula, en los términos siguientes:

- Formativa, motivadora, orientadora, más que sancionatoria.
- El docente debería utilizar diferentes técnicas de evaluación y hacer triangulación de la información, para emitir juicios y valoraciones contextualizadas.
- Centrada en la forma como el estudiante aprende, sin descuidar la calidad de lo que aprende.
- Transparente y continua.
- Debe convocar de manera responsable a todas las partes en un sentido democrático y fomentar la autoevaluación en ellas.

2.3 Las pruebas Saber – Inicios

En Colombia, se inicia la medición de la calidad de la educación básica (primaria y secundaria) en 1975 con la creación del Programa Nacional de Mejoramiento Cualitativo de la Educación; pero es hasta la década de los ochenta que se realizan los primeros intentos de evaluar el rendimiento académico de los estudiantes con el propósito de estudiar las diferencias entre la Escuela Nueva y la escuela rural tradicional.

Con ayuda del Sistema Nacional de Evaluación de la Calidad de la Educación (SNEE) y con el fin de realizar en el país la primera evaluación de la calidad educativa se comenzaron a aplicar desde 1991 pruebas de logro en las áreas de matemáticas, ciencias y lenguaje a una muestra de estudiantes de los grados 3°, 5°, 7° y 9° de educación básica (Pruebas Saber). En los años 1994 y 1997 se volvieron a aplicar las pruebas Saber, preservando características conceptuales, metodológicas y logísticas, pero el carácter muestral de estas primeras pruebas impedía obtener resultados a un nivel importante para la toma de decisiones dentro del sistema.

En la década siguiente con la expedición de la Ley 715 en 2001 mencionada anteriormente la evaluación se transforma en protagonista, convirtiéndola en una política de Estado, a diferencia de años anteriores en donde dependía de decisiones administrativas, provenientes del Ministerio de Educación y del ICFES. Esta Ley presentó cambios primordialmente en dos aspectos: en el carácter censal que debieron asumir estas pruebas y en la periodicidad con que deben llevarse a cabo, volviendo obligatorio para el sistema educativo realizar evaluaciones de calidad cada tres años y es este último aspecto la regularidad de la evaluación, que hace posible concretar el concepto de mejoramiento y el concepto de seguimiento como política educativa.

También para la década de los 90 algunas ciudades empezaron a adelantar proyectos propios relacionados en la evaluación censal de la calidad; se evidenció la utilidad de las evaluaciones censales para proveer a las instituciones educativas de información clara y confiable sobre la educación que ofrecen a sus estudiantes. Es por esto que la evaluación censal tomó fuerza como herramienta para medir el desempeño del sistema educativo colombiano en materia de aprendizajes de los estudiantes.

En el año 2007, el ICFES, asesorado por el Educational Testing Service (ETS), trabajó en el diseño de la nueva aplicación a partir de la experiencia adquirida, buscando realizar un diseño no para una aplicación específica, sino para un conjunto de aplicaciones de forma que se garantice la medición de la evolución de los resultados por 12 años (cinco aplicaciones a partir de 2009) para asegurar, la continuidad durante el ciclo 2009-2021 de todos los elementos que resulten indispensables para permitir las comparaciones en el tiempo y de paso introducir modificaciones de acuerdo con las posibilidades, las prioridades y los intereses futuros.

A continuación se describen algunas variaciones en el desarrollo y gestión de la prueba que han orientado la configuración de las actuales Pruebas Saber 3°, 5° y 9°, mencionadas en los antecedentes de las pruebas, en la página del ICFES y que están alineadas con los estándares curriculares.

Tabla 2-1: Antecedentes de las pruebas Saber [12].

Año	Cambio de Estrategia	¿Qué grados fueron evaluados?
1991	Primera aplicación de la prueba SABER en 13 departamentos del país.	Se aplicó a determinados grados y únicamente en algunas áreas del conocimiento.
1993-1995	Se implementó a nivel nacional y regional.	Se aplicó a determinados grados y únicamente en algunas áreas del conocimiento.
1997-1999	Se implementó en una muestra representativa a nivel nacional y de algunos municipios.	Se aplicó a determinados grados de la muestra y únicamente en algunas áreas del conocimiento.
2001	Con la Ley 715 de 2001 estableció que esta evaluación tiene carácter obligatorio y censal, y debe realizarse cada tres años.	Se aplicó a determinados grados de la muestra y únicamente en algunas áreas del conocimiento.
2002-2003	Por primera vez se implementó en ambos calendarios A y B de todos los establecimientos educativos oficiales y privados del país.	Estudiantes de los grados 5º y 9º.
2005-2006 2009	Segunda participación de todos los establecimientos educativos oficiales y privados del país para calendarios A y B.	Estudiantes de los grados 5º y 9º.
2012	Se incluye la evaluación del grado tercero y participan todos los establecimientos educativos oficiales y privados del país para calendarios A y B.	Estudiantes de los grados 3°,5º y 9º

3 Aspectos Didácticos

Las pruebas externas que se aplican en la actualidad se fundamentan en nuevas concepciones acerca de la matemática y la educación matemática, se esperaría entonces que los docentes modificaran sus concepciones respecto a la naturaleza de la evaluación y replantearán sus prácticas en el aula. Pero el trabajo, en la mayoría de los casos, se ha orientado a entrenar a los estudiantes para responder correctamente las pruebas, sin profundizar en el análisis de la propuesta teórica que subyace a las pruebas, que llevaría a privilegiar el trabajo con situaciones diversas que permitan dar significado a los conceptos y estructuras, profundizar en su interpretación y aplicarlos en el planteamiento y resolución de problemas en diferentes contextos.

Es por ello, que como fundamento para estructurar los talleres propuestos a los docentes y las pruebas aplicadas a los estudiantes de quinto grado, se analizan e interpretan en este capítulo los marcos generales de la evaluación de matemáticas de las pruebas externas y algunos elementos relativos a los niveles de complejidad de los problemas propuestos en los instrumentos de evaluación, con la intención de plasmar en los talleres e instrumentos la concepción que subyace a las pruebas.

3.1 ¿Qué se evalúa en la pruebas Saber?

La prueba Saber, según [16] mide lo alcanzado frente a lo que se espera lograr en el planteamiento y resolución de problemas. Pero dado que el planteamiento y resolución de problemas involucra procesos cognitivos como: asociación, abstracción, comprensión, manipulación, razonamiento, análisis, síntesis y generalización, la prueba indaga por estos procesos. Aparte de ello para resolver los problemas que se plantean en las pruebas el estudiante debe estar en capacidad de integrar: el conocimiento matemático (conceptos y procedimientos), la comunicación (lectura y escritura del lenguaje matemático) y las situaciones problema (de sentido matemático).

Más precisamente el objeto de evaluación de las pruebas Saber, como se reitera en diferentes publicaciones es la competencia matemática, entendida como la habilidad para plantear y resolver problemas en diferentes contextos aplicando razonamiento matemático, lo que implica usar procesos de pensamiento, formas de representación, fórmulas, estructuras, modelos…etc.

Al respecto en [12] se plantea que la prueba evalúa competencias matemáticas en: Razonamiento y argumentación, comunicación, representación y modelación, planteamiento y resolución de problemas, caracterizadas así:

• **Razonamiento y argumentación:** Relativa a la capacidad de explicar**,** justificar estrategias y procedimientos, formular hipótesis, hacer conjeturas, proponer ejemplos y contraejemplos, probar y estructurar argumentos, generalizar propiedades y relaciones, identificar patrones y expresarlos matemáticamente, plantear preguntas, reconocer distintos tipos de razonamiento y distinguir y evaluar cadenas de argumentos.

• **Comunicación, representación y modelación**: Relacionada con la capacidad del estudiante para expresar ideas, interpretar, usar diferentes tipos de representación, describir relaciones matemáticas, situaciones o problemas usando el lenguaje escrito, concreto, pictórico, gráfico y algebraico. Interpretar y transformar expresiones que contengan símbolos y fórmulas, utilizar variables y describir cadenas de argumentos orales y escritos, traducir, interpretar y distinguir entre diferentes tipos de representación, interpretar lenguaje formal y simbólico y traducir de lenguaje natural al simbólico formal y viceversa.

• **Planteamiento y resolución de problemas:** Capacidad para formular problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas, desarrollar, aplicar diferentes estrategias y justificar la elección de métodos e instrumentos para la solución de problemas, justificar la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de una respuesta obtenida; verificar e interpretar resultados a la luz del problema original y generalizar soluciones y estrategias para dar solución a nuevas situaciones problema.

Teniendo en cuenta los Estándares básicos de competencias para el grupo de grados cuarto-quinto, en el grado quinto la prueba Saber de matemáticas evalúa específicamente los desempeños que se describen en el Anexo C.

3.2 ¿Qué se evalúa en las pruebas Pisa?

En el marco teórico de las pruebas Pisa citado en [39] se plantea que el objetivo fundamental del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas es desarrollar la competencia matemática de los estudiantes para usar el conocimiento matemático en la solución de problemas de diferentes dominios y contextos, como se expresa en la siguiente cita:

PISA destaca las matemáticas como herramientas, susceptibles de una pluralidad de significados según el contexto de uso y según su modo de representación. Las ideas, estructuras y conceptos matemáticos se han generado y constituido como herramientas para organizar los fenómenos de los mundos natural, social y mental. Procesos tales como pensar y razonar mediante conceptos matemáticos, argumentar y justificar, usar el lenguaje simbólico y formal para abstraer relaciones e inferir resultados se sustentan en la consideración funcional de los contenidos matemáticos. (OCDE, 2003)

Las tareas de evaluación propuestas en las pruebas se centran en actividades de modelación y resolución de problemas, es decir privilegian el hacer matemáticas. Actividad que exige: abordar un problema situado en la realidad, modelarlo matemáticamente simplificando situación real, hacer suposiciones, generalizar, formalizar, resolver el problema e interpretar y validar la solución de acuerdo a la situación inicial.

En síntesis el objeto de evaluación de las pruebas Pisa es la competencia. Caracterizada en los siguientes términos:

Competencia matemática es una capacidad del individuo para identificar y entender la función que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios fundados y utilizar y relacionarse con las matemáticas de forma que se puedan satisfacer las necesidades de la vida de los individuos como ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos. (Pisa. 2006)

3.3 Estructura y Complejidad de los Problemas

Los seres humanos difieren de los objetos inanimados en su capacidad de construir y compartir significados a través del lenguaje. (Sandin, 2003)

Los términos sintaxis y semántica no solamente son propios del estudio de un idioma (el español por ejemplo), pues dado que cualquier disciplina, en particular las matemáticas, tiene un lenguaje propio, es posible referirse a la sintaxis y la semántica de este lenguaje.

En cualquier enunciado o proposición matemática, en particular la que describe una situación o problema es posible hablar del componente sintáctico y éste cuando hacemos referencia al enunciado de un problema, tiene que ver con el código, el sistema de signos, reglas de formación y reglas de notación que configuran las formas de representación acordadas por la comunidad académica, mientras que en el lenguaje (español) lo sintáctico en la producción escrita de los estudiantes hace referencia a la organización del texto en términos de su coherencia y cohesión.

Con respecto al componente semántico en una producción hace referencia a lo que se dice en el texto, al sentido de éste en términos de su significado. En un enunciado matemático lo semántico hace referencia a la interpretación de lo sintáctico, que adquiere significado en las relaciones que se establecen entre determinados conceptos matemáticos y que configuran una estructura matemática.

En consecuencia en cualquier prueba de matemáticas, en particular en las Saber, los aspectos sintáctico y semántico inherentes a un determinado enunciado están relacionados con el nivel de complejidad de la pregunta, se ha evidenciado que inciden sobre los desempeños de los niños y niñas. Lo anterior dado que estos enunciados, exigen a los estudiantes analizar e interpretar para proceder luego a plantear y resolver un problema. Se enfrentan a situaciones o contextos en los que deben usar conceptos y estructuras matemáticas para dar sentido al enunciado (información, condiciones, pregunta) en el marco de sus referentes matemáticos.

Una posible causa de las dificultades que presentan los estudiantes se relaciona con la comprensión de las diferencias entre lenguaje común y matemático. Al respecto en [38] en el artículo lenguaje y pensamiento matemático de Jesús Hernando Pérez se plantea una ambivalencia entre el lenguaje común y el pensamiento matemático. Por un lado se repelen, comenta el autor, el pensamiento matemático debe recurrir al uso de símbolos especiales no utilizados en el lenguaje común para evitar “enredar” la explicación de las teorías matemáticas. Y por otro, se atraen. Para Chomsky por ejemplo, los números se utilizan para contar y este saber es accesible a cualquier persona porque el ser humano ha podido representarlos con un lenguaje, que es formal, pero recoge las características más importantes de cualquier lenguaje común.

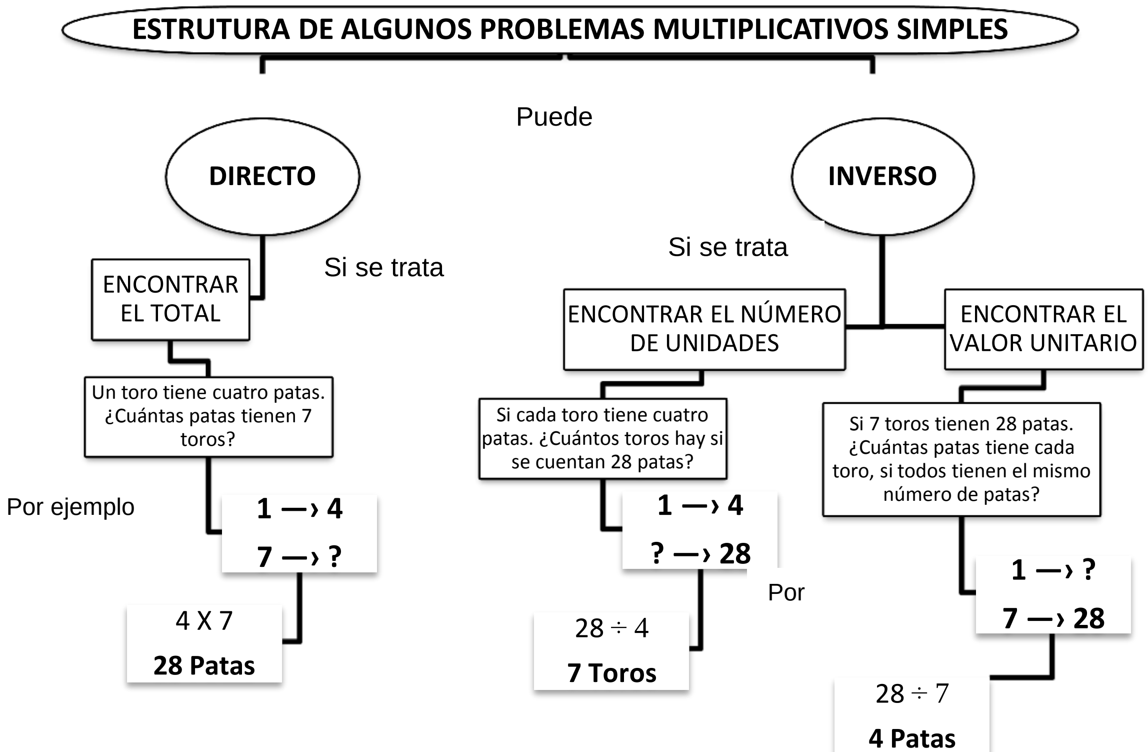
Con respecto a la estructura lingüística de un problema, diferentes investigadores han estudiado los niveles de complejidad que se derivan de esta estructura, especialmente en los enunciados aritméticos. Un artículo, relacionado con este aspecto, pertinente en este trabajo es “Estrategias de mediación pedagógica para el desarrollo del pensamiento matemático” de Martha Cecilia Mosquera, que se ubica en [36] en el que se analiza la estructura lingüística de los problemas multiplicativos simples en matemáticas.

En los problemas de encontrar el total se presentan dos tipos de enunciados con la información y una pregunta, en los de encontrar el valor unitario tres tipos de enunciados para la información y una pregunta y en los de encontrar el número de unidades dos tipos de enunciados para presentar la información y una pregunta. En el siguiente cuadro, tomado del artículo se precisa esta tipología.

Tabla 3-1: Tipo de Problemas [36].

Tipo de Problema	**Estructura**
Pregunta Final	I_1I_2P
Pregunta al Principio	$I_1I_2I_3P$
Pregunta en el Medio	I_1I_2P

Figura 3-1: Estructura de Algunos Problemas Multiplicativos Simples [36].



En cuanto a la redacción del problema y su relación con el nivel de abstracción del problema, se plantea en el artículo que el problema puede ser: concreto si la redacción está muy ligada a una situación particular, o abstracto si a pesar de referirse a una situación particular la redacción se desliga de ella.

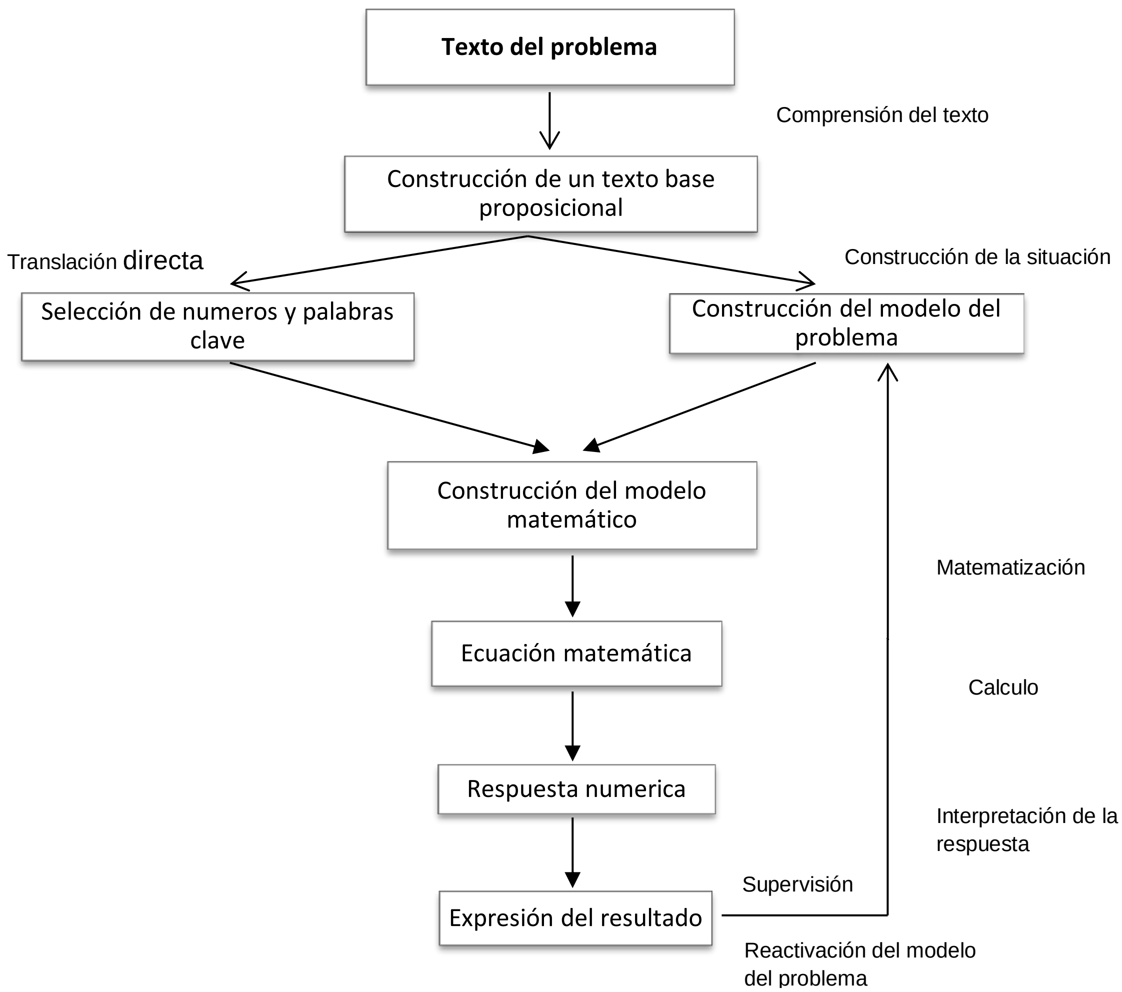
3.4 Resolución de Problemas y Modelos Cognitivos

Otro tipo de investigación relacionada con el planteamiento y resolución de problemas es la relativa a los modelos cognitivos que se evidencian en un proceso de resolución, investigación que puede ser útil en el trabajo de aula.

En el artículo [42] se presenta una revisión de los modelos cognitivos de resolución de problemas que incluyen la comprensión situacional como parte del proceso de resolución.

Para el caso de los problemas aritméticos, se plantea el modelo que se ilustra en el siguiente cuadro a partir de la necesidad de crear una representación mental de la situación del problema.

Figura 3-2: Modelo de Comprensión [42].



En este modelo cognitivo, el proceso de resolución se realiza en varios pasos: comprensión e interpretación del enunciado, texto del problema; representación cualitativa de la estructura temporal y funcional de las acciones y situaciones que se describen en el problema; construcción de una representación de la estructura matemática del problema (el “modelo del problema”); reducción del problema a su esencia matemática abstracta, en forma de ecuación matemática y por último, se genera una respuesta volviendo a la situación inicial para dar significado a la solución.

Derivadas de investigaciones como la anterior surgen propuestas metodológicas que pueden ayudar al docente a orientar a los estudiantes en el proceso de resolución de problemas.

Un ejemplo se presenta en (Tomado de cols., 1993), donde se proponen la siguiente secuencia:

- Reescritura del problema de manera que sea más comprensible.
- Representación lingüística del problema. Articular el enunciado del problema en función de lo que se conoce y no se conoce.
- Representación figurativa del problema.
- Razonamiento (planificación de la solución). Operar con la estructura parte-todo del problema mediante preguntas clave.
- Revisión/evaluación/supervisión (ayudas metacognitivas), se revisa, evalúa y supervisa la aplicación de las ayudas anteriores.

4 Propuesta Didáctica

Para aportar a la solución de la problemática evidenciada en el proyecto, dificultades de los estudiantes de quinto grado en la lectura e interpretación de los problemas de matemáticas, en las pruebas externas Nacionales, fue necesario, describir de manera más precisa las características de estas dificultades, indagando con los estudiantes y docentes acerca de sus prácticas. En este capítulo se presenta una descripción de la metodología que se empleó para dar solución al problema planteado, retomando el marco disciplinar propuesto y los referentes de evaluación en matemáticas que se presentaron en los capítulos anteriores.

4.1 Descripción de la Metodología

El trabajo de caracterización e indagación se desarrolló con la participación de docentes de básica primaria y de estudiantes de quinto grado de dos Instituciones Educativas Oficiales del departamento de Cundinamarca, que presentaron las pruebas Diagnósticas y las Saber 2013.

Se realizaron las siguientes actividades:

Actividad 1

1 Inicialmente se propuso a los docentes diseñar una pregunta de matemáticas (Tipo Saber) para Quinto grado de una de las componentes consideradas en el marco de las pruebas (numérico-variacional, geométrico-métrico y aleatorio). Para el diseño se tomaron como modelo los cuadernillos de las pruebas Saber y diagnosticas del 2013, pero se advirtió a los docentes que las propuestas de situaciones se deberían contextualizar en el entorno próximo de los estudiantes y no limitarse a una copia de enunciados o condiciones del modelo.

La intención de esta actividad era construir un instrumento que permitiera indagar más a fondo sobre los niveles de interpretación y análisis de los estudiantes de grado quinto.

2 Una vez valoradas las preguntas, propuestas en la fase anterior, se identificaron en ellas, diversas dificultades (ver capítulo 5) y se socializaron con los docentes.

Actividad 2

Se realizó el taller "Pruebas Saber" con los docentes de la básica primaria de cada institución educativa. La actividad se adaptó usando ejemplos del documento del Icfes [12] y consistía en:

1. Entrega a los docentes de preguntas de los diferentes pensamientos, previamente seleccionadas y solicitud de categorizarlas teniendo en cuenta el pensamiento, la competencia, la componente, la afirmación y el nivel de complejidad. Aparte de ello se les solicitaba identificar la clave y describir los conceptos y procedimientos que debía aplicar un estudiante para resolverla. Se usó para ello la siguiente rejilla y el anexo B.

   Figura 4-1: Rejilla de categorización.

Pensamiento	
Competencia	
Componente	
Afirmación	
Respuesta correcta (Clave)	
¿Qué conceptos y procedimientos debe aplicar el estudiante?	

   Terminada este fase de taller se aclararon las dudas que surgieron, se retroalimentó e ilustró.

2. Como segunda parte de esta actividad se pidió a los docentes construir preguntas con características previamente establecidas, relativas a la categorización antes mencionada.

3 Posteriormente se procede a estructurar un instrumento de prueba adaptando algunos aportes de los docentes (ver anexo A) y teniendo en cuenta los Estándares Básicos de matemáticas de los ciclos: I (1° a 3°) y II (4° a 5°) y los niveles teóricos de complejidad de cada uno de los ítems a incluir.

4 El instrumento elaborado consta de 27 preguntas que indagan por los diferentes pensamientos, distribuidas en cada uno de ellos como se muestra en la tabla.

Tabla 4-1: Distribución Preguntas prueba Diagnóstica.

Pensamiento Matemático	# de Preguntas
Pensamiento Numérico Y Sistemas Numéricos	9
Pensamiento Variacional Y Sistemas Algebraicos Y Analíticos	4
Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos	5
Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas	4
Pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos	5
Total	**27**

La prueba se aplicó a 94 niños/niñas de quinto grado y a 25 docentes de básica primaria de dos instituciones Educativas Departamentales. Algunas características de esta población se muestran en las siguientes tablas.

Tabla 4-2: Algunas Características de la Población.

Edad	# de Niños
9 Años	2
10 Años	36
11 Años	25
12 Años	18
13 Años	6
14 Años	4
15 Años	3
Total	**94**

Grado en el que enseña	# de Docentes
Preescolar	2
Transición	4
1	4
2	4
3	3
4	4
5	4
Total	**25**

Formación Docente	# de Docentes
Licenciado/a en Básica	20
Contadora Publica	1
Licenciada en Artes Plásticas	1
Licenciada en Ciencias Sociales	1
Licenciada en Educación Pre-Escolar	2
Total	**25**

Actividad 3

Se crea un curso en línea “Espacio de ayuda 2014” en CourseSites para Plataforma Virtual Blackboard. Es una plataforma virtual con un software sencillo de utilizar y cuenta con una interfaz gráfica amigable con el usuario. Es gratuita e interactiva y esto permite publicar y actualizar materiales del curso, interactuar con los docentes, fomenta colaboración entre pares académicos y facilita utilización de los servicios de comunicación de internet como el correo, los foros, el chat entre otros.

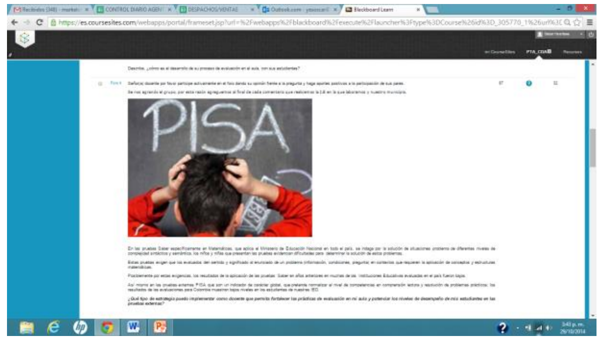
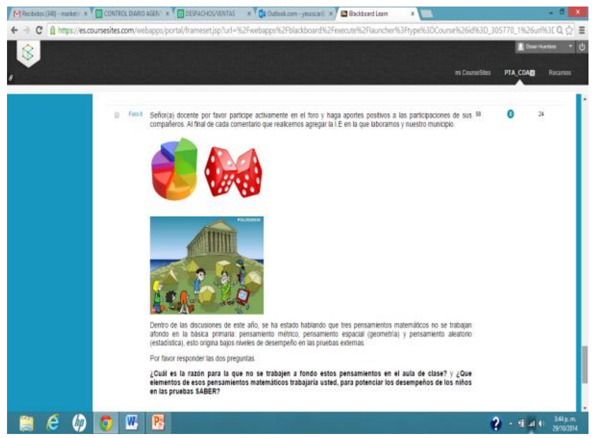
1. Para este proyecto, tuvieron acceso a la plataforma los docentes de básica primaria de las dos Instituciones Educativas, que conforman la comunidad de aprendizaje. En la plataforma tienen a su disposición los documentos soporte del proyecto y se pueden incluir actividades y foros de discusión necesarios para resolver una situación problema propuesta.
   A través de la plataforma virtual se fomentó el debate y la discusión entre pares académicos. Creando foros de discusión pertinentes a la situación problema, con la intención que el docente participará activamente, planteando su opinión acerca de la pregunta y aportando sobre las intervenciones de sus pares.

Foros de discusión propuestos:

Figura 4-2: Foros de discusión.

Foro: Describa su proceso de evaluación en el aula de matemáticas	

Figura 4-2: (Continuación)

Foro: ¿Qué tipo de estrategia puedo implementar en el aula que permita fortalecer mis prácticas de evaluación y potenciar los niveles de desempeño de mis estudiantes en las pruebas externas?	
Foro: En las discusiones de este año, se ha estado hablando que tres pensamientos que no se trabajan a fondo en la básica primaria: pensamiento métrico, pensamiento espacial (geometría) y pensamiento aleatorio (estadística) y esto origina bajos niveles de desempeño de los estudiantes en las pruebas externas. ¿Cuál es la razón por la que no se trabajan a fondo estos pensamientos en el aula de clase? y ¿Qué aspectos de esos pensamientos trabajaría usted, para potenciar los desempeños de los niños en las pruebas Saber?	

2. Se indaga con los niños y niñas de quinto grado, acerca de: ¿Qué son las pruebas Saber?

5 Aplicación, Análisis y Presentación de los Resultados

En este capítulo se presenta el análisis de los resultados obtenidos por 94 estudiantes de grado quinto de dos Instituciones Educativas Oficiales del departamento de Cundinamarca en la prueba diagnóstica (Anexo A).

Además se discuten algunas dificultades evidenciadas en el grupo de los 25 docentes participantes, en la elaboración de las preguntas propuestas y del mismo modo se caracterizan algunas debilidades respecto al conocimiento matemático escolar, en relación con el análisis de algunos ítems de la prueba, incluyendo sugerencias orientadas a mejorar prácticas docentes y desempeños de los estudiantes en el área.

5.1 Preguntas propuestas por los docentes (Actividad 1)

A continuación se presentan algunos de los problemas propuestos los docentes para el grado quinto y se comentan brevemente dificultades y carencias de éstos.

Ejemplo 1:

En el puerto pesquero ofrecen la siguiente promoción

Con un billete de $50.000 ¿Cuántas yuntas de Nicuro de la promoción se pueden comprar sin que sobre dinero?

A. 3
B. 4
C. 5
D. 2

Con la intención de contextualizar la pregunta en el entorno próximo del estudiante, se incluyen términos (regionalismos), “yunta”, que complejizan innecesariamente el problema, desde el manejo del lenguaje, no aporta nada a la estructura matemática que se está modelando pero distrae la atención a un punto que no es relevante en la solución, no todos los niños conocen el término. Una alternativa sería aclarar el significado del término en una viñeta. Aparte de lo anterior las opciones del ítem son erróneas, no corresponden al problema planteado.

Ejemplo 2:

En la navidad doña Olga decora las cuadras del barrio, gasta 5 días en colocar los festones decorativos.

Doña Olga decora dos cuadras con nueve metros de festones. Si todas las cuadras tienen la misma longitud, es correcto afirmar que ella.

A. decora 6 cuadras con 54 metros

B. decora 3 cuadras con 20 metros

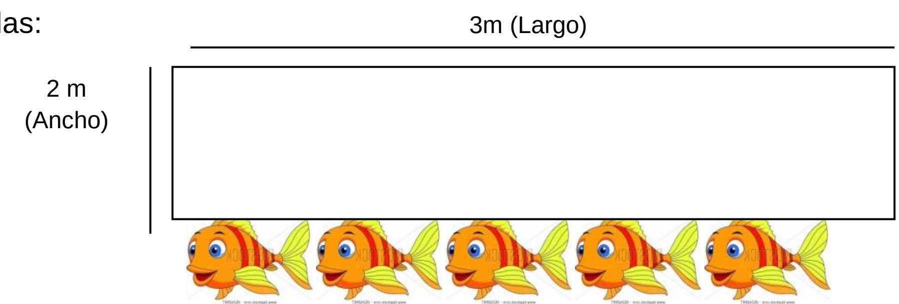
C. decora 5 cuadras con 36 metros

D. decora 20 cuadras con 20 metros

En este caso la pregunta propuesta, intenta indagar por el esquema de proporcionalidad directa, en un contexto completamente forzado, para modelar la variación proporcional. Se incluye además información "gasta 5 días" que no se utiliza y distrae, la imagen actúa como distractor y no da información pero lo más preocupante es que ninguna de las opciones propuesta es correcta, aparte de ser seleccionadas sin ningún criterio respecto al nivel de interpretación del enunciado.

Ejemplo 3:

El salón de clases del grado tercero de la escuela de tres esquinas tiene las siguientes medidas:



Si en una canasta hay pescados de 20 centímetros de largo cada uno y quisiéramos medir el salón de clases con los pescados ¿Cuántos pescados se necesitarían para cubrir las medidas totales del largo y ancho del salón?

A. 30 pescados de largo y 20 pescados de ancho
B. 15 pescados de largo y 12 pescados de ancho
C. 18 pescados de largo y 16 pescados de ancho
D. 14 pescados de largo y 12 pescados de ancho

Aparentemente esta situación está indagando sobre el uso de patrones para medir una longitud, pero como utiliza metros y centímetros realmente la intención es operar y realizar conversiones. Lo más álgido de esta propuesta está en la ausencia total de significado del enunciado, (qué significado tiene en un proceso real de medición, tomar pescados cómo patrón de medida, además todos miden 20cm). Los datos no son para nada reales, se simula un contexto completamente absurdo en el aula. La impresión que queda en los estudiantes es que las matemáticas son tan irrelevantes y absurdas que no es importante conocerlas.

Además de las dificultades ya mencionadas se evidenció en este taller que algunos docentes se limitaron a entregar adaptaciones de preguntas de las pruebas Saber ya aplicadas; cambiando solamente algunos datos, sin tener en cuenta como incidía este cambio en la estructura e intencionalidad de la pregunta. Otra tendencia observada es el utilizar textos muy densos para los enunciados de las preguntas, no se entiende la intencionalidad de este tipo de textos, pues complejizan lingüísticamente la pregunta y finalmente no relacionan la estructura matemática con el contexto.

5.2 La Prueba Diagnóstica (Actividad 2)

El análisis de los resultados de la prueba aplicada tanto a los niños y niñas de quinto grado, como a los docentes, pretende, como ya se comentó en un aparte anterior, aportar elementos que permitan identificar y caracterizar algunas de las dificultades, con el fin de enriquecer las practicas pedagógicas y las propuestas de evaluación en las aulas de clases.

Por esta razón, los problemas que se propusieron en la prueba no se centraron en la evaluación de destrezas para operar, o en evocación de procedimientos y algoritmos; sino en valorar hasta qué punto los estudiantes han integrado a su hacer el conocimiento matemático y son capaces de utilizarlo en situaciones que se requieran (concepto de competencia que orienta las pruebas Saber).

5.2.1 Categorías de Análisis:

Para categorizar los problemas planteados en la prueba diagnóstica, se tomaron como referencia los niveles de competencia que se proponen en [10].

Niveles	Competencias
Uno	Reconocer, distinguir y describir objetos matemáticos: atributos, propiedades y operaciones.
Dos	Usar conocimientos y procedimientos para contrastar, clasificar y conjeturar resultados matemáticos y establecer relaciones entre diferentes representaciones.
Tres	Construir modelos, hacer generalizaciones, argumentar e inventar y resolver problemas.

Tabla 5-1: Niveles en matemáticas [10].

Nivel de Competencia	Desempeño Evaluado
I. RECONOCIMIENTO Y DISTINCIÓN	Reconocer figuras geométricas y atributos medibles: identificar los efectos de transformaciones.
	Reconocer, leer y distinguir diferentes representaciones y usos del número en contextos con significado.
II. INTERPRETACIÓN	Interpretar y describir información gráfica.
	Expresar patrones de variación y establecer relaciones de proporcionalidad: resolver problemas de estructura aditiva o multiplicativa.
	Interpretar y analizar fenómenos aleatorios: hacer arreglos y combinaciones.
	Resolver situaciones problemáticas que requieren la utilización de propiedades métricas, geométricas o aritméticas.
	Dar significado a información numérica y traducir entre diferentes representaciones.
III. PRODUCCIÓN	Transformar expresiones numéricas o métricas relativas a situaciones problemáticas.
	Resolver problemas geométricos o numéricos usando argumentaciones deductivas e inductivas.
	Identificar patrones o regularidades. Hacer generalizaciones.

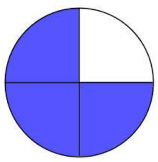
A continuación se presentan los resultados obtenidos en los desempeños en la prueba diagnóstica aplicada a niños y niñas de Quinto grado y a los docentes.

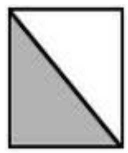
Resultados Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos

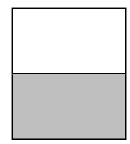
NIVEL I

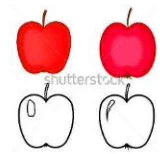
En cuál de las siguientes figuras **NO** se representa correctamente la fracción $\frac{1}{2}$

Opciones de respuesta


A. ✓

B.


C.


D.


Porcentaje de respuestas por opción

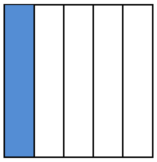
Grado Quinto		Profesores	
A.	**58,5%**	A.	**68,0%**
B.	5,3%	B.	4,0%
C.	8,5%	C.	4,0%
D.	26,6%	D.	20,0%
Ns/Nr.	1,1%	Ns/Nr.	4,0%

La pregunta indaga por el reconocimiento de diferentes representaciones de una fracción y por ello se podría ubicar en el Nivel I, antes referenciado. Sin embargo por hacer referencia a dos tipos de contextos de la fracción, el discreto y el continuo, exige interpretar la información gráfica y diferenciar en cada caso el todo, unidad (región o conjunto), aspecto que la pudo complejizar. Nótese que el distractor que más atrajo después de la clave, tanto para estudiantes como para docentes fue el D, se consideró que esta no puede ser una representación correcta. De otra parte el enunciado incluye la negación de una proposición y este hecho le asigna un mayor nivel de complejidad lógica. El 58.5 % de los estudiantes y el 68% de los docentes respondieron correctamente la pregunta cuando el esperado para los últimos era desde luego del 100%.

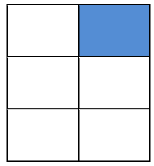
NIVEL II

.En cuál de las siguientes figuras se representa correctamente la suma : $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

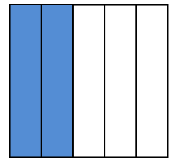
A.



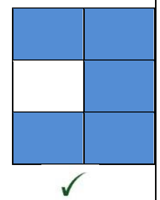
B.



C.



D.



Porcentaje de respuestas por opción

Grado Quinto		**Profesores**	
A.	12,8%	A.	8,0%
B.	14,9%	B.	4,0%
C.	**51,1%**	C.	20,0%
D.	19,1%	D.	**64,0%**
Ns/Nr.	2,1%	Ns/Nr.	4,0%

Esta pregunta además de indagar por el reconocimiento de una modelación de la adición entre fracciones, exige previamente dar significado a esta operación, conocer el algoritmo para adicionar fracciones, para traducir de la representación numérica a la gráfica y por ello resultó de especial complejidad para los estudiantes (solamente el 19% la respondió correctamente), la C para ellos actuó como clave (suman numeradores). Respecto a los profesores es importante anotar que un 20% presentan el mismo error que los estudiantes.

NIVEL II

Un vendedor de líchigo, ofrece por las calles, la siguiente oferta

Fruta/Verdura	Tomate	Mora	Papa	Cebolla
Precio por Libra	$1.200	$2.100	$500	$1.800

Observa la información del aviso y de la tabla y resuelve el siguiente problema.
Una persona compra una libra de mora, tres libras de papa y dos libras de cebolla; paga con un billete de $10.000, ¿Cuánto dinero le devuelve el vendedor?

Opciones de respuesta			
A. $1.900			
B. $2.800 ✓			
C. $7.200			
D. $7.900			
Porcentaje de respuestas por opción			
Grado Quinto		**Profesores**	
A.	9,6%	A.	0,0%
B.	**50,0%**	B.	**52,0%**
C.	28,7%	C.	44,0%
D.	8,5%	D.	0,0%
Ns/Nr.	3,2%	Ns/Nr.	4,0%

A pesar de ser un problema cotidiano, la resolución de problemas multiplicativos reviste gran dificultad en los estudiantes, como se evidencia en este caso, apenas el 50% de los estudiantes seleccionaron la respuesta correcta.

Los estudiantes y en mayor proporción los docentes se orientaron a escoger erradamente la opción C, posiblemente porque esta opción resuelve el problema operatorio planteado en su primer momento, pero se evidencia que el niño/niña y sorpresivamente los docentes no entienden completamente la pregunta, por un error de lectura, debido a no interpretar un enunciado que requiera dos operaciones en diferentes momentos, para el caso se asume cuánto dinero gastó, pero no cuánto dinero le quedo. Se nota aumento en el grado de dificultad del problema cuando se requiere combinar operaciones y realizar varios procesos en una misma situación.

NIVEL II

¿Cuántas libras de tomate de la promoción se pueden comprar con $10.000?			
Opciones de respuesta			
A. 25 libras.			
B. 20 libras.			
C. 15 libras.			
D. 10 libras. ✓			
Porcentaje de respuestas por opción			
Grado Quinto		**Profesores**	
A.	6,4%	A.	0,0%
B.	16,0%	B.	4,0%
C.	6,4%	C.	4,0%
D.	**67,0%**	D.	**88,0%**
Ns/Nr.	4,3%	Ns/Nr.	4,0%

Este problema que requiere de la información del contexto anterior, e indaga por un esquema de proporcionalidad simple, presenta una dificultad adicional, identificar y utilizar información del gráfico. Posiblemente el 37% de los estudiantes que eligieron respuestas diferentes a la clave D lo hicieron al confundir la información del precio del valor de libra propuesto en la tabla con la información de la promoción.

NIVEL II

Nairo Quintana se proclamó, este año, campeón de la competencia ciclística más importante de Italia (El Giro), es el primer colombiano que gana la prestigiosa prueba, en sus más de cien años de historia. El corredor se impuso tras 21 etapas de carrera y 3.445 kilómetros de recorrido sobre su compatriota Rigoberto Urán, con una ventaja de 2 horas y 58 minutos. El podio lo completó el italiano Fabio Aru quien empleó en el recorrido 4 horas y 4 minutos más que el campeón.

En la siguiente tabla se registra el número aproximado de kilómetros que debieron recorrer los ciclistas en las últimas 5 etapas de la competencia.

Etapa	**17ª etapa**	**18ª etapa**	**19ª etapa**	**20ª etapa**	**21ª etapa**
Kilómetros recorridos	208 Km.	171 Km.	27 Km.	167 Km.	172 Km.

¿Cuántos kilómetros en total, recorrieron los ciclistas en las 16 etapas anteriores?

Opciones de respuesta

A. 2300
B. 2700 ✓
C. 3300
D. 3700

Porcentaje de respuestas por opción

	Grado Quinto		**Profesores**
A.	10,6%	A.	8,0%
B.	**37,2%**	B.	**56,0%**
C.	27,7%	C.	0,0%
D.	17,0%	D.	8,0%
Ns/Nr.	7,4%	Ns/Nr.	28,0%

Cabe anotar que en la elaboración de la pregunta se maneja una situación actual conocida por un grupo importante de los estudiantes, pero se complejizo el enunciado con el lenguaje, utilizando tecnicismos como la palabra "Podio" y presentando además información tabulada y gráfica.

Este problema modela la estructura aditiva; para resolverlo se deben efectuar adiciones y sustracciones, aparentemente nada complicado para el niño/niña. Pero casi un 63% de los niños/niñas y un 44% de los docentes no entendieron el enunciado, se estima que aumento el grado de dificultad por la complejidad sintáctica del lenguaje utilizado, más que por la estructura matemática que exige modelar.

NIVEL II

La diferencia de tiempo entre Urán y Aru fue aproximadamente de:				
Opciones de respuesta A. una hora. ✓ B. una hora y 30 minutos. C. dos horas D. dos horas y 30 minutos.				
Porcentaje de respuestas por opción				
Grado Quinto			**Profesores**	
A.	6,4%		A.	20,0%
B.	24,5%		B.	12,0%
C.	30,9%		C.	28,0%
D.	**36,2%**		D.	**36,0%**
Ns/Nr.	2,1%		Ns/Nr.	4,0%

La solución de este ítem requiere manejar la estructura aditiva, la pregunta se complejiza por el manejo que tiene que hacer el evaluado del sistema sexagesimal. Posiblemente el niño y la niña usan el sistema decimal, pero no comprenden aún las unidades y conversiones en el sexagesimal. Cabe anotar que al utilizar la palabra "aproximación" en el enunciado del problema aumento el grado de dificultad, ya que el niño está acostumbrado en el aula a trabajar datos exactos en los problemas planteados por su docente y no aproximaciones.

Cerca de un 94% de los estudiantes y 80% de los docentes optaron por respuestas diferentes a la clave A.

NIVEL I

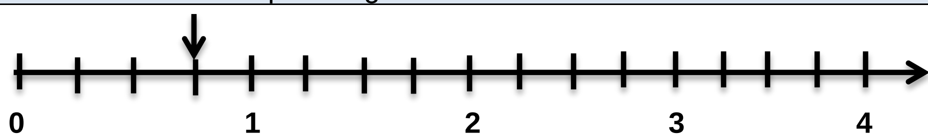
¿Qué posiciones ocuparon estos 3 ciclistas en la competencia?
Opciones de respuesta A. Primero: Nairo Quintana, Segundo: Rigoberto Urán, Tercero: Fabio Aru. ✓ B. Primero: Rigoberto Urán, Segundo: Nairo Quintana, Tercero: Fabio Aru. C. Primero: Fabio Aru, Segundo: Nairo Quintana, Tercero: Rigoberto Urán. D. Primero: Nairo Quintana, Segundo: Fabio Aru, Tercero: Rigoberto Urán.

Porcentaje de respuestas por opción	
Grado Quinto	**Profesores**
A. **71,3%**	A. **92%**
B. 9,6%	B. 0%
C. 10,6%	C. 8%
D. 8,5%	D. 0%

Para dar solución a este ítem se requería que los niños y niñas comprendieran la relación de orden que se establece, por las posiciones ocupadas y relacionar los números ordinales con éstas, en un contexto conocido. A casi un 29% de los estudiantes se les dificultó reconocer e interpretar el uso de números ordinales en esta situación.

NIVEL I

Observa los números naturales que se han ubicado en la siguiente recta numérica. Cada unidad se dividió en partes iguales.



¿A cuál de las siguientes fracciones corresponde el punto señalado?

Opciones de respuesta

A. $1/2$
B. $3/4$ ✓
C. $1/4$
D. $4/3$

Porcentaje de respuestas por opción			
Grado Quinto		**Profesores**	
A.	29,8%	A.	0,0%
B.	18,1%	B.	**64,0%**
C.	**42,6%**	C.	20,0%
D.	6,4%	D.	12,0%
Ns/Nr.	3,2%	Ns/Nr.	4,0%

Para este ítem se requiere que el niño reconozca e interprete la representación de la fracción en el modelo de recta numérica, se evidencia que un 82% de los estudiantes y 36% de los docentes presentan dificultades en pasar de la representación numérica a la recta. Aparte de ello el 42% de los estudiantes y el 20% de los docentes comprendieron que la unidad está dividida en 4 partes iguales, pero no entienden el origen como punto de referencia para ubicar, asumen entonces que el punto señalado corresponde a la fracción $^1/_4$. Es importante resaltar que el modelo de recta numérica resulta más difícil que la representación de la fracción por áreas mostrada en un ítem anterior.

NIVEL II

Don Pedro, destinó este mes \$ 700.000 para pagar los gastos de su casa. Si gasto $\frac{1}{2}$ de esta cantidad en el arriendo y $\frac{1}{5}$ de la cantidad que le sobró para pagar los servicios públicos. ¿Cuánto dinero le quedo para pagar otros gastos?
Opciones de respuesta A. \$ 70.000 B. \$120.000 C. \$210.000 D. \$280.000 ✓

Porcentaje de respuestas por opción

Grado Quinto		Profesores	
A.	**34,0%**	A.	36,0%
B.	20,2%	B.	0,0%
C.	14,9%	C.	8,0%
D.	13,8%	D.	**44,0%**
Ns/Nr.	17,0%	Ns/Nr.	12,0%

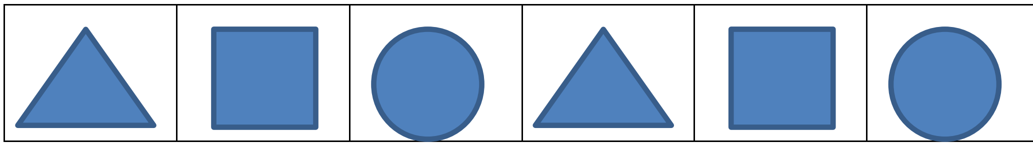
Esta pregunta presentó gran dificultad para los niños y niñas, apenas un 14% de los estudiantes, al igual que solamente el 44 % de los docentes seleccionaron la opción correcta.

La solución de este ítem requiere dar significado a la fracción como un operador $\left(\frac{1}{2}(700000)\ldots\ldots\right)$ y modelar la estructura aditiva (resolver un problema combinado). El problema tenía por ello un grado alto de dificultad y posiblemente si los estudiantes y los docentes se limitaron a operar fracciones, multiplicar con algoritmos correctos o incorrectos, no pudieron llegar a la solución. Nótese que el 56% de los docentes no obtuvo la solución correcta, al igual que los estudiantes se inclinaron por elegir una opción que incluía cifras similares a uno de los datos del problema.

Resultados Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos

NIVEL III

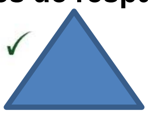
Observe la secuencia de figuras

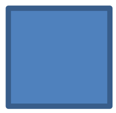


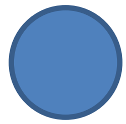
?

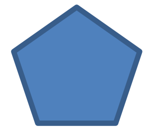
La figura que sigue en la secuencia es:

Opciones de respuesta

A. ✓ 

B. 

C. 

D. 

Porcentaje de respuestas por opción

Grado Quinto		**Profesores**	
A.	**70,2%**	A.	**88,0%**
B.	3,2%	B.	0,0%
C.	1,1%	C.	0,0%
D.	25,5%	D.	4,0%
Ns/Nr.	0,0%	Ns/Nr.	8,0%

En este problema se presenta una secuencia de figuras. Para identificar el término que sigue se requiere tener en cuenta las variables forma y posición. Un 70% de los niños/niñas seleccionaron la respuesta correcta, pero es importante anotar que existe un porcentaje de los docentes evaluados, que no reconoció este sencillo patrón. El trabajo con los patrones es común desde los niveles de preescolar y posiblemente por ello hay un grado alto de logro.

.**NIVEL II**

LAMINAS Copa América **Chile 2015**

Santiago, compró en la tienda 20 sobres de láminas por **$7.000 pesos.** Sabiendo que todos los sobres contienen el mismo número de láminas. Completa la tabla.

No. de sobres	**1**		**10**	**20**
Precio $		$1.400		$7.000

¿Cuánto dinero necesita Santiago para comprar 15 sobres?

Opciones de respuesta

A. $2.800
B. $3.500
C. $5.250 ✓
D. $6.500

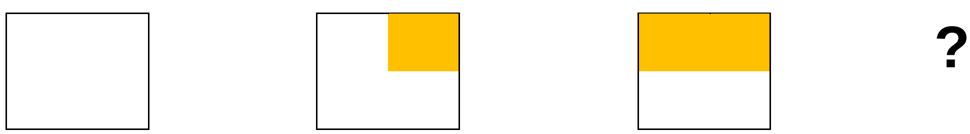
Porcentaje de respuestas por opción

Grado Quinto		Profesores	
A.	9,6%	A.	0,0%
B.	16,0%	B.	0,0%
C.	**36,2%**	C.	**56,0%**
D.	24,5%	D.	4,0%
Ns/Nr.	13,8%	Ns/Nr.	40,0%

Este ítem modela la estructura multiplicativa, requería en primer lugar completar la información numérica de la tabla a través de un esquema de proporcionalidad directa, luego, leer e interpretar la información para identificar un patrón de variación; en este caso, entre la cantidad de sobres y el precio unitario de cada sobre. Apenas un 36,2% de los estudiantes escogió la respuesta correcta. La elección de las opciones B y D probablemente esté ligada a un error operatorio. Se resalta que el 40% de los docentes no respondió esta pregunta.

NIVEL III

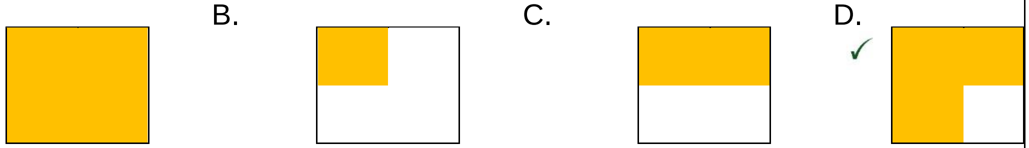
Observe la secuencia



La figura que sigue en la secuencia es:

Opciones de respuesta

A. B. C. D. ✓



Porcentaje de respuestas por opción

Grado Quinto		Profesores	
A.	27,7%	A.	8,0%
B.	8,5%	B.	8,0%
C.	7,4%	C.	0,0%
D.	**56,4%**	D.	**76,0%**
Ns/Nr.	0,0%	Ns/Nr.	8,0%

Al igual que en un ítem anterior, se requiere continuar la secuencia de figuras teniendo en cuenta variables como color, posición y tamaño. Un 56% de los niños y niñas seleccionaron la respuesta correcta esto evidencia que al aumentar el número de variables en la secuencia aumenta el grado de dificultad del problema.

NIVEL II

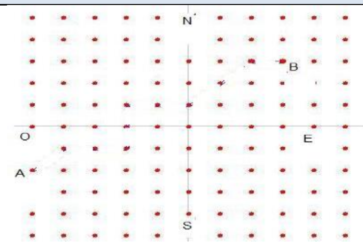
En la igualdad:			
$\boxdot\ +85 = 105$			
El número que debe ir en el recuadro es:			
Opciones de respuesta A. 10 B. 15 C. 20 ✓ D. 25			
Porcentaje de respuestas por opción			
Grado Quinto		**Profesores**	
A.	4,3%	A.	0,0%
B.	8,5%	B.	4,0%
C.	**75,5%**	C.	**92,0%**
D.	10,6%	D.	0,0%
Ns/Nr.	1,1%	Ns/Nr.	4,0%

En este ítem se propone un problema de cambio creciente con una sentencia numérica abierta, requiere dar significado a la variable como incógnita. Resulto sencillo para los niños y niñas, un 75% seleccionaron la clave. Nótese que a este nivel el estudiante puede abordar la situación sin problema, pero cuando se introducen prematuramente variables explícitas y procedimientos mecánicos para resolver una ecuación lineal sin comprender el significado de la igualdad el estudiante no puede interpretar la situación y generan obstáculos para trabajar con el álgebra en niveles superiores.

Resultados Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos

NIVEL I

El siguiente grafico de puntos representa un plano con la ubicación de la alcaldía de Puerto Salgar **(A)** y la iglesia del pueblo **(B)**. **La distancia entre dos puntos de la cuadrícula representa una cuadra.**



Para llegar del punto **(A)** al punto **(B)**, debo avanzar :

Opciones de respuesta

A. 5 cuadras hacia arriba y 5 cuadras a la derecha.
B. 8 cuadras a la derecha y 5 cuadras hacia abajo.
C. 8 cuadras a la derecha y 5 cuadras hacia arriba. ✓
D. 8 cuadras hacia abajo y 8 cuadras a la derecha.

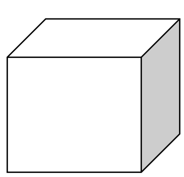
Porcentaje de respuestas por opción

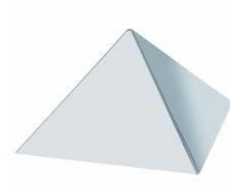
Grado Quinto		**Profesores**	
A.	26,6%	A.	0,0%
B.	21,3%	B.	0,0%
C.	**42,6%**	C.	**96,0%**
D.	5,3%	D.	0,0%
Ns/Nr.	4,3%	Ns/Nr.	4,0%

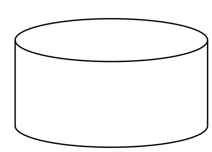
En este problema es posible que los estudiantes que optaron por seleccionar las opciones A y B tengan dificultades para interpretar y usar la información gráfica habilidades de comunicación, particularmente relacionadas con localizar, leer e interpretar información geométrica presentada a través de instrucciones escritas. Aparte de lo anterior, la interpretación de las convenciones y la ubicación espacial (lateralidad, arriba, abajo, derecha, izquierda) no se ha trabajado sistemáticamente a este nivel.

NIVEL I

Observa los siguientes sólidos


Cubo


Pirámide


Cilindro

¿Cuántas caras tiene el cubo?			
Opciones de respuesta			
A. 3			
B. 4			
C. 5			
D. 6 ✓			
Porcentaje de respuestas por opción			
Grado Quinto		**Profesores**	
A.	27,7%	A.	4,0%
B.	10,6%	B.	4,0%
C.	18,1%	C.	0,0%
D.	**43,6%**	D.	**92,0%**

En este problema se señala la importancia de trabajar desde los niveles iniciales los estándares de pensamiento espacial, en este caso en particular, los relativos al reconocimiento de características y propiedades de los sólidos, desarrollo de pensamiento visual, representación e imaginación espacial. Nótese que casi un 57% de los estudiantes presentan dificultades en percepción espacial (figura-fondo), debido a que no se ha desarrollado la capacidad de leer representaciones bidimensionales de objetos tridimensionales.

NIVEL I

La pirámide tiene:			
Opciones de respuesta			
A. Cuatro caras triangulares y una cara rectangular. ✓			
B. Cuatro caras rectangulares y una cara triangular.			
C. Todas sus caras son triangulares.			
D. Todas sus caras son rectangulares.			
Porcentaje de respuestas por opción			
Grado Quinto		**Profesores**	
A.	39,4%	A.	**64,0%**
B.	8,5%	B.	0,0%
C.	**50,0%**	C.	28,0%
D.	2,1%	D.	4,0%
Ns/Nr.	0,0%	Ns/Nr.	4,0%

En este ítem la habilidad de visualizar objetos en el espacio y captar sus relaciones se ve comprometida, casi un 60% de los estudiantes y aún más preocupante un 36% de los docentes presentan dificultades para obtener información espacial dada una figura. Posiblemente en contraste con éste, el desempeño mejor del ítem anterior, puede estar relacionado con la familiaridad que tienen con el cubo (no con la pirámide) y es posible que allí algunos no utilizaron la imagen y se limitaron a evocar un discurso repetido en el aula. Otro aspecto que complejizó este ítem puede estar relacionado con el reconocimiento de la forma de las caras a partir de un modelo espacial, esto requiere pasar de lo tridimensional a lo bidimensional.

NIVEL I

¿Cuántos vértices tiene la pirámide?			
Opciones de respuesta A. 2 B. 3 C. 4 D. 5 ✓			
Porcentaje de respuestas por opción			
Grado Quinto		**Profesores**	
A.	11,7%	A.	0,0%
B.	11,7%	B.	12,0%
C.	36,2%	C.	32,0%
D.	**40,4%**	D.	**52,0%**
Ns/Nr.	0,0%	Ns/Nr.	4,0%

En este caso se evidencia que cerca del 60% de los estudiantes y 48% de los docentes no entienden el concepto "vértice". Debido a dos situaciones, el evaluado vuelve a carecer de percepción espacial y se distorsiona el sentido geométrico del concepto al confundirlo con otras definiciones como son (lados/caras y aristas). Al respecto es importante comentar que a pesar que los estándares proponen analizar, elementos, características y propiedades de los sólidos en el primer grupo de grados (1 a 3) en la práctica este trabajo no se realiza.

NIVEL I

La base del cilindro tiene forma de:
Opciones de respuesta A. Cuadrado. B. Rectángulo. C. Círculo. ✓ D. Pentágono.

Porcentaje de respuestas por opción			
Grado Quinto		**Profesores**	
A.	1,1%	A.	0,0%
B.	9,6%	B.	0,0%
C.	**86,2%**	C.	**88,0%**
D.	3,2%	D.	0,0%
Ns/Nr.	0,0%	Ns/Nr.	12,0%

En este ítem en contraste con los anteriores, el 86% de los niños y niñas, selecciona la opción correcta, evidencian para este caso particular, habilidad en interpretar y comunicar información geométrica.

Resultados Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas

NIVEL II

La familia Rojas compró una casa en la vereda de Colorados en el municipio de Puerto Salgar. Planean instalar puertas y ventanas de aluminio.

75 cm

1,25 m

Aproximadamente, ¿cuántos metros de aluminio se necesitan para hacer una ventana como la que se muestra en la figura?

Opciones de respuesta

A. 1 metro.
B. 2 metros.
C. 3 metros.
D. 4 metros. ✓

Porcentaje de respuestas por opción			
Grado Quinto		**Profesores**	
A.	9,6%	A.	0,0%
B.	**41,5%**	B.	40,0%
C.	8,5%	C.	4,0%
D.	36,2%	D.	**52,0%**
Ns/Nr.	4,3%	Ns/Nr.	4,0%

En este problema se indaga por uno de los conceptos de pensamiento métrico, que resultan más complejos para los estudiantes de básica, el concepto de perímetro. Interpretar este concepto implica, no sólo reconocer y diferenciar el borde de la figura, sino comprender sus propiedades geométricas. Precisamente en este caso un grupo importante de los estudiantes reconocen las dimensiones del rectángulo, pero olvidan que la figura tiene cuatro lados, pares de lados opuestos congruentes y seleccionan la opción B. El problema involucraba además una conversión de unidades, factor que posiblemente aumentó el grado de dificultad, apenas un 36% de los estudiantes seleccionó la opción correcta y solamente el 52% de los docentes optaron por la D.

NIVEL II

Si para el marco de una de las puertas, de forma rectangular, se usaron 6 metros de aluminio. ¿Cuáles de las siguientes medidas pueden corresponder a esa puerta?

Opciones de respuesta

A. 1 metro y 6 metros.
B. 2 metros y 4 metros.
C. 1 metro y 2 metros. ✓
D. 3 metros y 3 metros.

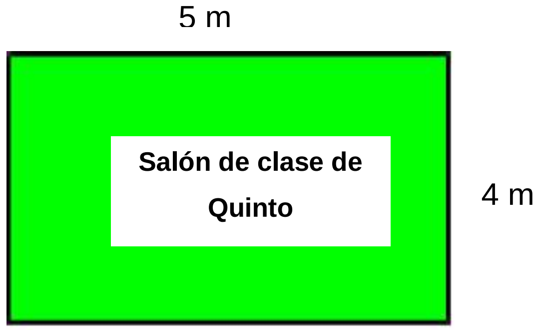
Porcentaje de respuestas por opción

Grado Quinto		Profesores	
A.	28,7%	A.	8,0%
B.	**43,6%**	B.	**60,0%**
C.	7,4%	C.	28,0%
D.	13,8%	D.	0,0%
Ns/Nr.	6,4%	Ns/Nr.	4,0%

El problema aparte de indagar por el concepto de perímetro que como se comentó en el ítem anterior resulta complejo, se sale del formato típico: dadas las dimensiones hallar el perímetro; para proponer un análisis de opciones que requiere descomposición aditiva además de la interpretación de la situación. Este tipo de situación no aparece en los textos y muchísimo menos en la práctica de aula. Es por esto posiblemente que solo fue contestado correctamente por el 7,4% de los estudiantes y el 28% de los docentes. Algunos confunden área con perímetro y seleccionan la opción A, dos números que multiplicados den 6, sin pensar en la incoherencia de la opción en el contexto (una puerta de 1m por 6m). Otros se limitan a buscar dos números que sumados den 6. Los resultados indican que no se comprendió el enunciado. Adicionalmente se cree que el recurso grafico habría facilitado la comprensión de la pregunta.

NIVEL III

Se va a embaldosar el piso del salón de clase de quinto grado de la escuela de Tres Esquinas, si las baldosas miden 50 cm de ancho y 50 cm de largo.



¿Cuántas baldosas se deberán comprar?

Opciones de respuesta

A. 9 baldosas.
B. 16 baldosas.
C. 20 baldosas.
D. 80 baldosas. ✓

Porcentaje de respuestas por opción

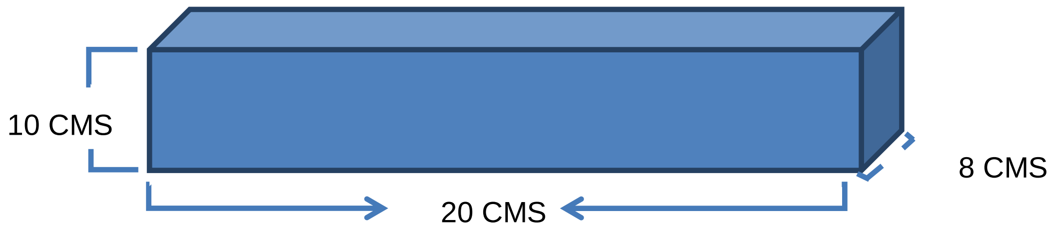
Grado Quinto		Profesores	
A.	23,4%	A.	4,0%
B.	10,6%	B.	0,0%
C.	**37,2%**	C.	44,0%
D.	23,4%	D.	**48,0%**
Ns/Nr.	5,3%	Ns/Nr.	4,0%

Este problema resultó difícil para los estudiantes, la selección de las opciones se dispersa entre las cuatro opciones, apenas un 23% de los estudiantes y un 48% de los docentes respondieron correctamente.

El objetivo del ítem era indagar por la noción de área por recubrimiento, pero posiblemente el problema se complejizo al involucrar elementos con diferentes unidades de medida que exigían conversión, además podemos observar que el distractor C fue el más elegido debido a que el estudiante y docente reduce el problema a aplicar la fórmula para hallar el área de un rectángulo. Como en problemas anteriores se limitan a operar sin comprender el concepto, ni interpretar las condiciones del enunciado.

NIVEL III

Rita decoró una caja de regalo como la que se muestra en la figura colocando en todos los bordes cinta azul.



¿Cuánta cinta gasto Rita para decorar la caja?

Opciones de respuesta

A. 140 cm
B. 160 cm
C. 142 cm
D. 152 cm ✓

Porcentaje de respuestas por opción

Grado Quinto		Profesores	
A.	**28,7%**	A.	0,0%
B.	24,5%	B.	28,0%
C.	9,6%	C.	0,0%
D.	26,6%	D.	**64,0%**
Ns/Nr.	10,6%	Ns/Nr.	8,0%

En este ítem se buscaba que el niño y el docente plantearan una posible estrategia de solución, haciendo una representación mental (cálculo rápido) de la suma de los lados hallando el perímetro de la caja, además el problema requería desarrollo en el niño/niña de percepción espacial. Naturalmente si al pensar en perímetro de una figura plana resultó complejo, el reconocer todos los bordes de la caja, imaginar las diferentes vistas, implica un nivel superior de análisis. Solamente un 26,6% de los estudiantes y un 64% seleccionaron la opción correcta.

Resultados Pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos

NIVEL II

El profe de matemáticas, guardó en una bolsa, pelotas de pimpón de colores. Guardo 2 amarillas, 3 rojas, 4 azules, 5 verdes y 7 naranjas. Si un niño, sin mirar, saca una pelota de esta bolsa. Es **menos probable** que esta sea de color:

Opciones de respuesta

A. Rojo.
B. Verde.
C. Amarillo. ✓
D. Naranja.

Porcentaje de respuestas por opción			
Grado Quinto		**Profesores**	
A.	9,6%	A.	0,0%
B.	13,8%	B.	0,0%
C.	31,9%	C.	**84,0%**
D.	**39,4%**	D.	8,0%
Ns/Nr.	5,3%	Ns/Nr.	8,0%

Respecto a este experimento aleatorio, los niños pueden comparar y reconocer que hay menos pelotas amarillas que los otros colores. Sin embargo, cuando se les plantea el experimento aleatorio y se pregunta por el menos probable los niños y niñas dicen que hay menos posibilidad que salgan pelotas naranja con un 39,4%, no se comprende la referencia a la probabilidad o simplemente se selecciona el número mayor o el último color mencionado, puede ser que el dominio perceptivo es el de mayor cantidad de pelotas consideradas.

NIVEL II

¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota roja de esta bolsa?

Opciones de respuesta

A. $\frac{2}{21}$

B. $\frac{3}{21}$ ✓

C. $\frac{5}{21}$

D. $\frac{7}{21}$

Porcentaje de respuestas por opción			
Grado Quinto		**Profesores**	
A.	23,4%	A.	12,0%
B.	**34,0%**	B.	**72,0%**
C.	13,8%	C.	4,0%
D.	22,3%	D.	8,0%
Ns/Nr.	6,4%	Ns/Nr.	4,0%

Este ítem indagaba por la interpretación de la probabilidad de eventos simples como una razón (fracción), aparte de la complejidad de analizar el experimento aleatorio, el relacionar esta con una fracción que no se ha trabajado con profundidad ocasionó dificultades. Lo anterior se relaciona con el escaso tiempo destinado en la escuela para trabajar el pensamiento aleatorio en particular la noción de probabilidad. En este caso un

66% de los estudiantes seleccionó cualquier opción. El niño/niña como no ha trabajado previamente el concepto de razón, no puede comparar el cardinal de un subconjunto (el de las pelotas rojas) con el cardinal del conjunto (total de pelotas).

NIVEL II

La siguiente tabla muestra el número de votos obtenidos por los estudiantes del grado quinto en la elección del monitor.

Candidatos	**Número de votos**
Salomé	10
Jorge	15
Daniela	5
Laura	20

¿Quién debe ser el representante de este curso según los resultados de la votación?

Opciones de respuesta

A. Salomé
B. Daniela
C. Jorge
D. Laura. ✓

Porcentaje de respuestas por opción

Grado Quinto		**Profesores**	
A.	3,2%	A.	0,0%
B.	2,1%	B.	0,0%
C.	5,3%	C.	0,0%
D.	**85,1%**	D.	**100,0%**
Ns/Nr.	4,3%	Ns/Nr.	0,0%

Este ítem explora la capacidad del estudiante para procesar la información suministrada en la tabla, a través de la lectura entre datos, y requiere de la habilidad para comparar cantidades. Solamente a un 15% de los niños y niñas se les dificultó comparar y ordenar las frecuencias.

NIVEL II

Se realizó una encuesta a algunas personas de Puerto Salgar acerca de su pescado favorito. En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos.

Clases de pescado	Numero de personas
Bagre	36
Boca chico	18
Mojarra	31
Nicuro	45
Cachama	13
Capaz	10
Blanquillo	21

¿A cuántas personas en total se les hizo esta encuesta?

Opciones de respuesta

A. 56
B. 100
C. 174 ✓
D. 210

Porcentaje de respuestas por opción

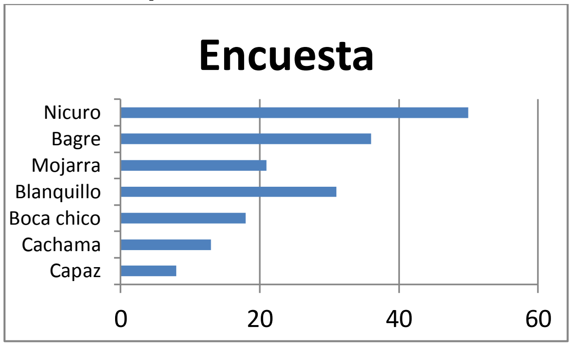
Grado Quinto		Profesores	
A.	10,6%	A.	0,0%
B.	7,4%	B.	0,0%
C.	**70,2%**	C.	**96,0%**
D.	9,6%	D.	4,0%
Ns/Nr.	2,1%	Ns/Nr.	0,0%

Con este problema se pretendía identificar la lectura e interpretación de datos puestos en una tabla, aparte de modelar la estructura aditiva, a un 30% de los estudiantes evaluados se le dificultó interpretar la pregunta o usar información contenida en tablas.

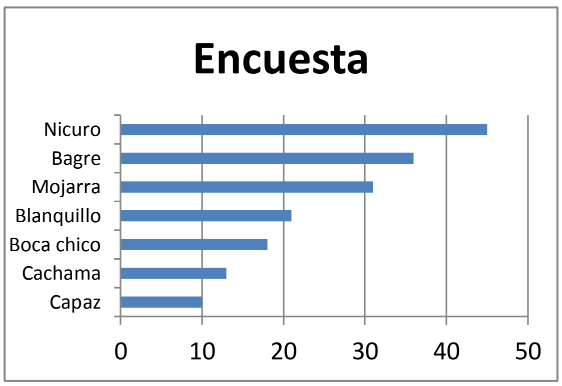
NIVEL II

¿Cuál de los siguientes diagramas de barras representa correctamente la información de la tabla anterior?

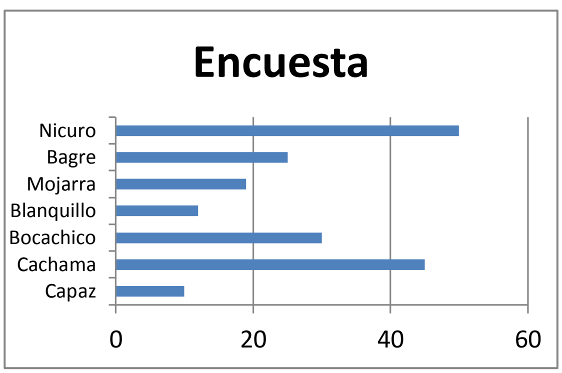
Opciones de respuesta



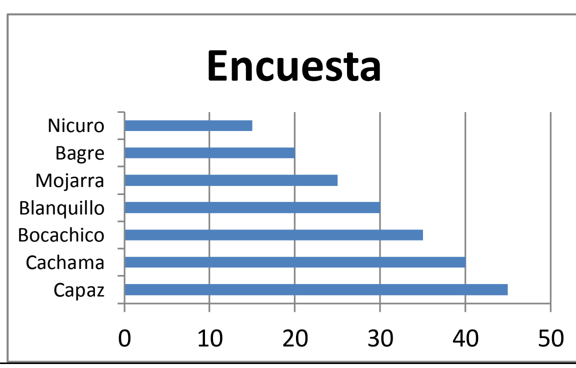
A.



B.



C.



D.

Porcentaje de respuestas por opción			
Grado Quinto		**Profesores**	
A.	19,1%	A.	0,0%
B.	**59,6%**	B.	**88,0%**
C.	9,6%	C.	0,0%
D.	5,3%	D.	0,0%
Ns/Nr.	6,4%	Ns/Nr.	12,0%

En este ítem un 40% de los niños y niñas no respondieron correctamente la pregunta, que requería traducir entre dos formas de representación de la información: la tabular y la gráfica, llevar los datos de una tabla a una gráfica, traducir información contenida de la tabla. Aparte de lo anterior requiere comparar y ordenar frecuencias presentadas en la tabla.

5.2.2 La prueba Diagnóstica. Niveles de Competencia

Al analizar los resultados de la prueba, en cada nivel de competencia, se concluye que en todos los casos, los resultados logrados están muy por debajo de los esperados, tanto en los estudiantes evaluados como en el grupo de docentes, como se puede apreciar en los siguientes cuadros.

Tabla 5-2: Promedio Respuestas por Niveles Estudiantes.

Nivel	Logrado	Esperado	Diferencia
Nivel 1	51,3%	80%	-28,7%
Nivel 2	46,3%	80%	-33,7%
Nivel 3	36,6%	80%	-43,4%

Tabla 5-3: Promedio Respuestas por Niveles Docentes.

Nivel	Logrado	Esperado	Diferencia
Nivel 1	78%	100%	-22%
Nivel 2	70,9%	100%	-29,1%
Nivel 3	59,2%	100%	-40,8%

Más específicamente de la información anterior se concluye que:

• N**ivel 1**: El 51,3% del total de los estudiantes y el 78% del total de docentes, que presentaron la prueba diagnóstica resuelven problemas de rutina que involucran reconocimiento, distinción y descripción de objetos matemáticos: atributos, propiedades y operaciones. Más concretamente de acuerdo a los ítems de la prueba son capaces de reconocer figuras geométricas y atributos medibles (longitud y área) y reconocer, leer y distinguir diferentes representaciones y usos del número en contextos.

• N**ivel 2:** El 46,30% y el 70,9% de estudiantes y docentes, respectivamente, resuelven problemas de rutina que requieren usar conocimientos y procedimientos para contrastar, clasificar y conjeturar resultados matemáticos y establecer relaciones entre diferentes representaciones. Logran específicamente, en los ítems de la prueba, interpretar y describir información gráfica, expresar patrones de variación y establecer relaciones de proporcionalidad (resolver problemas de estructura aditiva o multiplicativa). Interpretar y analizar fenómenos aleatorios simples, resolver situaciones problemáticas que requieren la utilización de propiedades métricas, geométricas o aritméticas; dar significado a información numérica y traducir entre diferentes representaciones.

• **Nivel 3**: El 36,6% y el 59,2% de estudiantes y docentes, respectivamente, resuelven, en el contexto de la prueba, problemas que requieran construir modelos, hacer generalizaciones, argumentar e inventar y resolver problemas. De manera más explícita, diríamos que están en capacidad de transformar expresiones numéricas o métricas relativas a situaciones problemáticas, resolver problemas geométricos o numéricos e identificar patrones y regularidades.

5.2.3 La prueba Diagnóstica. Pensamientos

Tabla 5-4: Respuestas por Pensamientos Matemáticos – Estudiantes.

Pensamientos Matemáticos	Logrado	Esperado	Diferencia
-Pensamiento Numérico Y Sistemas Numéricos	42,3%	80%	-37,7%
-Pensamiento Variacional Y Sistemas Algebraicos Y Analíticos	59,6%	80%	-20,4%
-Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos	50,4%	80%	-29,6%
-Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas	23,4%	80%	-56,6%
-Pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos	56,2%	80%	-23,8%

Tabla 5-5: Respuestas por Pensamientos Matemáticos – Docentes.

Pensamientos Matemáticos	Logrado	Esperado	Diferencia
-Pensamiento Numérico Y Sistemas Numéricos	64,8%	100%	-35,2%
-Pensamiento Variacional Y Sistemas Algebraicos Y Analíticos	78%	100%	-22%
-Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos	78,4%	100%	-21,6%
-Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas	48%	100%	-52%
-Pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos	88%	100%	-12%

Los porcentajes logrados para cada pensamiento son muy bajos en comparación con los esperados tanto en los estudiantes como en los docentes. Es preocupante por ejemplo que en el pensamiento numérico, que se asume el más trabajado en el aula, los estudiantes alcanzan aproximadamente la mitad de lo esperado y en el pensamiento métrico están muy lejos del porcentaje esperado. Todo esto tiene desde luego relación con los énfasis en las prácticas de aula y el tipo de problemas y situaciones que se plantean.

5.2.4 La prueba Diagnóstica. Componentes

Tabla 5-6: Respuestas por Componentes Matemáticos – Estudiantes.

Componente	Logrado	Esperado	Diferencia
Numérico variacional	51%	80%	-29%
Geométrico-métrico	36,9%	80%	-43,1%
Aleatorio	56,2%	80%	-23,8%

Tabla 5-7: Respuestas por Componentes Matemáticos – Docentes.

Componente	Logrado	Esperado	Diferencia
Numérico variacional	71,4%	100%	-28,6%
Geométrico-métrico	63,2%	100%	-36,8%
Aleatorio	88%	100%	-12%

En el **componente Geométrico-Métrico** encontramos el porcentaje más bajo de logro tanto para estudiantes como para docentes, lo que significa que se tienen grandes dificultades en este dominio, en cuanto al desarrollo del pensamiento visual, el análisis abstracto de figuras y formas en el plano y en el espacio, habilidades claves para la solución de problemas relacionados no solamente con las matemáticas sino también con todas las demás áreas del aprendizaje.

5.2.5 La prueba Diagnóstica. Análisis Lingüístico

Con respecto al lenguaje, el análisis de la prueba permitió reconocer, tanto en los estudiantes, como en los docentes, dificultades relacionadas con la comprensión del enunciado de la situación problema, muy posiblemente motivadas por la complejidad lingüística (lenguaje natural) del texto o por la complejidad del lenguaje matemático, sentido y significado del enunciado (lectura matemática) de los enunciados.

Respecto a la complejidad lingüística, algunos evaluados no lograron abordar correctamente el problema, cuando el enunciado incluía términos o expresiones desconocidas que podrían ser catalogadas como: tecnicismos o regionalismos. O cuando el texto presentaba una estructura muy elaborada complejidad sintáctica (oraciones compuestas, más de una condición, tipo de pregunta, extensión del texto…etc.). Lo anterior posiblemente aumentó el nivel de dificultad de algunos problemas que desde la estructura matemática se consideraban simples.

En cuanto al lenguaje matemático (lectura matemática) los problemas propuestos exigían dar sentido a un enunciado dentro de referentes matemáticos. Los niños y niñas (y algunos docentes) evidenciaron dificultades, que se mencionaron ya en el análisis de las preguntas, relacionadas especialmente con: interpretación de información gráfica, traducción entre diferentes formas de representación o lenguaje (tabular, gráfica, simbólica), lectura de representaciones, relación e interpretación de datos, entre otras. Y aparte de lo anterior se evidenció dificultad para asumir la complejidad lógica de los enunciados: conectivos, condiciones, relaciones, estructura de la pregunta…etc.

5.3 Reflexiones de los docentes (Actividad 3)

Como se mencionó en el capítulo anterior se creó una plataforma virtual, con la finalidad de compartir contenidos formativos relacionados al proyecto y fomentar el debate entre pares académicos consolidando así una comunidad de aprendizaje.

En la plataforma se crearon foros de discusión, para que el grupo de docentes participará activamente, planteando su punto de vista respecto a la pregunta propuesta y comentará sobre los aportes de sus pares.

5.3.1 Síntesis de los Foros de Discusión

En los foros se presentaron planteamientos y estrategias que servirán para mejorar las prácticas de evaluación en el aula, de esta comunidad de aprendizaje. A continuación se presenta una síntesis de algunas de las intervenciones.

• **Foro 1:** (Ver Anexo D)

Describa, ¿Cómo es el desarrollo de su proceso de evaluación en el aula?

Los comentarios de los profesores respecto a esta pregunta se remiten a aspectos generales que se derivan de las políticas del MEN sobre el carácter de la evaluación y no hacen referencia específica a la evaluación en matemáticas.

La mayoría se centran en el deber ser de la evaluación en el aula, plantean que debería ser un proceso continuo, permanente, integral, acumulativo, participativo, flexible, cualitativo, orientador, formativo, sistemático, motivador, activo e interpretativo. Uno de los propósitos de la evaluación, es según los profesores, reconocer las dificultades de cada estudiante, teniendo en cuenta el ritmo, el proceso y los estilos de aprendizaje.

Se refieren también a tipos de evaluación que se deberían considerar, entre ellos, la diagnóstica para identificar pre-saberes y reconocer fortalezas y debilidades y la continua para valorar avances y generar espacios de reflexión.

Resaltan además la importancia de utilizar diferentes estrategias y/o metodologías en el momento de la evaluación entre ellas: el trabajo individual y el colaborativo, el planteamiento y resolución de problemas el diario vivir.

• **Foro 2:** (Ver Anexo D)

¿Qué tipo de estrategia puedo implementar como docente, que permita fortalecer las prácticas de evaluación en mi aula y potenciar los niveles de desempeño de mis estudiantes en las pruebas externas?

Debido a la estructura de la pregunta, los docentes propusieron estrategias de dos tipos: unas orientadas a mejorar los niveles de desempeño en las pruebas Saber y otras a dinamizar la evaluación en el aula.

Estrategias para mejorar los niveles de desempeño. Un gran número de docentes proponen como estrategia para mejorar desempeños en las pruebas externas, potenciar las competencias lectoras, buscando fortalecer comprensión de enunciados expresados en lenguaje natural o simbólico, imágenes, dibujos, expresiones y gráficos, entre otros. Implementar la lectura crítica y potenciar el dominio de un vocabulario más amplio, que según lo docentes, enriquece los resultados en las pruebas, porque el estudiante no está en capacidad de resolver una situación problemática cuando no entiende el enunciado o el contenido por desconocer el significado de algunos términos.

También se mencionan propuestas que tocan otros aspectos entre las más relevantes se tienen:

• Planteo de problemas relativos a la vida cotidiana de los estudiantes, manejar el contexto donde se desenvuelve el niño.

• Prácticas con los cuadernillos de las pruebas Saber anteriores con el fin de aplicarlas a nuestros estudiantes como simulacros y así familiarizarse con este tipo de pruebas.

• Diseñar pruebas acordes a la edad de los estudiantes, manejando la estructura y dinámica de las pruebas saber, buscando medir, no cuanto saben los niños-as sino como aplican los conocimientos que tienen, en la solución de problemas.

Estrategias para fortalecer las prácticas de evaluación en el aula según los docentes:

• Desarrollar el trabajo cooperativo y colaborativo.

• La activación de conocimientos previos que le permite al estudiante realizar un aprendizaje por asociación.

• Motivar a los estudiantes en el reconocimiento de sus propias capacidades mediante la autoevaluación.
• Involucrar a los educandos en la autorreflexión, y el compartir su aprendizaje.
• Retroalimentación de los temas y procesos.
• Trabajar constantemente resolución de problemas en los que se desarrollen proceso de cognición y metacognición.
• Desarrollar ejercicios de activación de la atención, concentración y memoria, aplicándolos a la vida cotidiana para así adquirir un aprendizaje significativo.
• La generación de situaciones problema, que lleven al estudiante a dar soluciones mediante sus experiencias y conocimiento previos.
• Cuestionamientos continuos y aleatorios sobre los temas discutidos en el aula, que exijan al estudiante evocar y mantener activo los conocimientos adquiridos.

Se comentaron además factores asociados a los desempeños de los estudiantes y las prácticas de evaluación relativos a la formación docente tanto básica como continuada y a las características de los grupos escolares (grupos numerosos, por ejemplo).

• **Foro 3:** (Ver Anexo D)
En las discusiones de este año, se ha hablado que tres pensamientos matemáticos que no se trabajan a fondo en la básica primaria: pensamiento métrico, pensamiento espacial (geometría) y pensamiento aleatorio (estadística), esto origina bajos niveles de desempeño en las pruebas externas.

¿Cuál es la razón para la que no se trabajen a fondo estos pensamientos en el aula de clase?

Las razones con que argumentaron los docentes, respecto al trabajo con estos pensamientos, se sintetizan a continuación:

• Se privilegia el trabajo con el pensamiento numérico, buscando que los niños y niñas se apropien esencialmente de las cuatro operaciones básicas.
• Falta de formación docente.
• Métodos tradicionales de enseñanza.

• Tiempo e intensidad horaria no permiten que se desarrollen completamente, se trabajan estos temas pero hasta fin de año.
• No se dispone de material didáctico.
• En las escuelas de modalidad multigrado, no se dispone de tiempo para trabajarlos.

¿Qué elementos de esos pensamientos matemáticos trabajaría usted, para potenciar los desempeños de los niños en las pruebas SABER?

En esta pregunta los docentes no mencionan elementos, aspectos o temas específicos, se centran en mencionar aspectos relacionados con el diseño y desarrollo curricular y estrategias para mejorar, algunas de estas son:
• Aprovechar los contenidos de las otras áreas que tengan relación con dichos pensamientos y trabajarlos desde éstas.
• Enseñar desde el inicio del año escolar, estos pensamientos, (geometría y estadística), separados de la aritmética.
• Replantear los planes de estudio.
• El pensamiento aleatorio, se puede abordar con un espíritu de exploración, de investigación o con juegos de azar para motivar al niño.
• Incluir elementos reales, que permitan hacer más concretas las ideas que estos pensamientos tienen.
• Trabajar con situaciones problema.
• Usar TIC´s, en la enseñanza de las matemáticas.
• Realizar actividades teniendo en cuenta el material de las pruebas Saber.
• Realizar talleres que refuercen están falencias en los estudiantes.

5.3.2 Reflexiones y comentarios de los docentes

Las reflexiones de algunos de los docentes, enfatizan en la necesidad de cambiar prácticas y hábitos de trabajo en el aula. Ilustramos unos planteamientos relativos.

Una docente comenta: ***“Mi compromiso ahora es tratar de mejorar estas clases y buscar ayuda en otros docentes o en libros”.***

Es consciente de las carencias en su formación, una de las tareas que tiene el MEN para incidir en el cambio de las prácticas pedagógicas de los docentes.

Otro propone: ***“Permitamos que los pensamientos matemáticos nos cautiven, para que estos a su vez cautiven a niños y niñas”***. El docente hace alusión a enamóranos de las matemáticas y logran así que nuestros estudiantes se enamoren de las matemáticas. Es innegable que la motivación juega un papel clave en el proceso de enseñanza-aprendizaje, un niño motivado puede avanzar de manera significativa en sus niveles de aprendizaje.

Otra docente comenta: ***“La tradición nos había llevado a creer que los seres solucionaban sus problemas de su diario vivir con cuatro operaciones y unas cuantas medidas”.*** La docente reconoce que hay otros dominios (pensamientos) de la matemática, que no se habían incluido en la práctica escolar, de ello se infiere que para resolver diversidad de problemas es preciso trabajar estos dominios, y de paso permitir a los niños y niñas mejorar sus desempeños en las pruebas externas y usar la matemática en diversidad de contextos.

Respecto a los fines de la evaluación se plantea: ***“Se evalúa para formar y no para rajar”***, enfatiza aquí la docente, en la importancia de proponer una evaluación flexible, que identifique “evaluar” con “calificar”, ya que la “nota” hace que la escuela sea selectiva y clasificatoria, perdiéndose el ideal de *equidad dentro del aula,* donde no cabría la evaluación sancionatoria o la amenaza.

Y propone más adelante, ***“Las estrategias para evaluar no solo apuntan a los conocimientos sino a los desempeños”*** .La evaluación en el aula no se puede reducir a los contenidos debe hacer énfasis en los procesos énfasis que permite reconocer los obstáculos y dificultades de nuestros estudiantes.

En esta reflexión***, “La evaluación debe estar inmersa en cada uno de los aspectos que se desarrollen en un proceso de aprendizaje”.*** El docente motiva a que la evaluación se vuelva un mecanismo de orientación y formación y que se transforme en un proceso permanente, medio para comprender y promover el aprendizaje en el aula.

5.3.3 Reflexiones de los niños y niñas

Con la intención de saber que tan cercanas son las pruebas externas a los niños y niñas de quinto grado, se les preguntó: **¿Qué son las pruebas Saber?**

Estas son algunas de las respuestas que dieron los niños/niñas:

• Las pruebas saber son las más importantes, porque en ellas comprueban lo que hemos aprendido.
• Son unas hojas que nos dan para responder con unos óvalos y pintamos el óvalo correcto bien relleno.
• Ni idea.
• Son evaluaciones que evalúan al estudiante en su rendimiento y comportamiento en las áreas estudiadas.
• Son pruebas que lo ayudan a uno a que conozca más las materias importantes.
• Es una evaluación en donde se aplica: español, Matemáticas, Ciencias Naturales, Ciencias Sociales y Competencias Ciudadanas.
• Son preguntas muy chéveres.
• Son unas evaluaciones que nos hacen para saber cuánto hemos aprendido en nuestros años escolares.
• Son donde a nosotros nos pasan un libro y una hoja.
• Una evaluación que la manda el Ministerio de Educación.
• Las pruebas Saber son una clase de evaluaciones para los niños de los colegios.
• Las pruebas son para que preste atención en todo el año.
• Las pruebas Saber son evaluaciones que le hacen todas las escuelas para saber cómo estamos en educación.
• Para aprender y aplicar los deberes de menores de edad.

Conclusiones y Recomendaciones

Conclusiones

De carácter general

• El análisis del marco teórico y los instrumentos de la prueba Saber de Matemáticas; la revisión de los referentes curriculares del MEN y la experiencia de trabajo con los docentes y estudiantes de quinto de primaria, permitió ratificar, un planteamiento que se había expresado inicialmente: en una prueba masiva y cerrada, con un número limitado de ítems, es imposible evaluar las competencias básicas de los estudiantes; éstas solamente se pueden valorar, a lo largo del proceso de enseñanza aprendizaje, mediante estrategias distintas a pruebas de papel y lápiz.

• El objeto de evaluación de las pruebas externas: la competencia, entendida, como la comprensión y uso con significado de la matemática escolar en diversidad de contextos; no es realmente objeto de evaluación en el aula, ésta, enfatiza en los contenidos y no en los procesos. Además, las prácticas usuales de aula, no potencian el desarrollo de competencias. Todo lo anterior incide desde luego en los bajos desempeños de los niños y niñas del quinto grado en las pruebas. En consecuencia, si queremos mejorar los desempeños de los estudiantes es urgente replantear las prácticas pedagógicas y de evaluación en las aulas de clase.

• Sin embargo se evidencia en las instituciones educativas que las pruebas externas han empezado a impactar la concepción de los docentes respecto a la evaluación, pero, dedican su esfuerzo a ¨entrenar¨ a los estudiantes para responderlas, olvidando que los niños y niñas deberían estar enfrentando en el aula situaciones o contextos en los que tengan que usar conceptos y estructuras matemáticas, que les permitan dar sentido a la matemática e interpretar los enunciados de los problema.

• El análisis de la prueba diagnóstica permitió reconocer, en los estudiantes evaluados y en los docentes, dificultades en la comprensión de los enunciados, originadas en: la complejidad del lenguaje natural utilizado y la estructura de los textos, la complejidad del lenguaje matemático (símbolos, relaciones, estructuras) o por el sentido y significado del enunciado (lectura matemática) de los enunciados.

• La plataforma virtual en coursesites by Blackboard complementó el trabajo, a través de los foros de discusión se fomentó el debate y la discusión entre pares académicos consolidando una comunidad de aprendizaje, se logró además que los docentes tomaran confianza en el uso de las herramientas tecnológicas.

Relativas a los Componentes. Pensamientos

• El análisis de los desempeños de los estudiantes en los ítems de pensamiento numérico, permite concluir que la mayoría evidencian dificultades para interpretar y usar diferentes significados y formas de representación de los números, en especial, cuando deben trabajar con fracciones, resuelven mecánicamente operaciones, conocen un algoritmo pero no dan significado al resultado en un contexto. Se podría inferir que en la básica primaria no se ha trabajado con profundidad el concepto y significado de número y operación, realmente el trabajo se ha centrado en los aspectos algorítmicos y procedimentales.

• Con respecto al Pensamiento Variacional y los Sistemas analíticos, algunos estudiantes de quinto grado, evidencian dificultades para reconocer una regularidad y/o el patrón en una secuencia numérica, geométrica o gráfica, cuando se propone sin realizar previamente un proceso adecuado, dado que se debería iniciar en los niveles de preescolar, con secuencias de figuras u objetos que siguen un determinado orden o regularidad y se indaga por predicciones sobre el tipo de objeto o figura que ocupará un lugar dado de la secuencia. En cuanto a la introducción del significado de la variable como incógnita se observó que los estudiantes están en capacidad de interpretarla cuando se presentan los enunciados en lenguaje natural pero, origina dificultades si se introduce prematuramente el lenguaje simbólico, sin dar significado (modelos concretos, balanza por ejemplo), aprender de memoria supuestas reglas para transformar la ecuación.

• En la prueba diagnóstica en el componente Geométrico-Métrico se presentaron los desempeños más bajos, entre otros, se evidenciaron problemas en el reconocimiento y análisis abstracto de figuras y formas en el plano y en el espacio, en el reconocimiento y aplicación de las propiedades métricas, habilidades claves para la solución de problemas de otros dominios de la matemáticas y de otras disciplinas. Es por ello, que en las discusiones de trabajo con los docentes de básica primaria, se insistió continuamente, sobre la importancia de profundizar en el estudio de las figuras, sus propiedades y relaciones y desarrollar el pensamiento visual y las habilidades de razonamiento geométrico de los estudiantes. Se sugirieron además estrategias didácticas y énfasis a trabajar en el aula.

• De acuerdo con los documentos curriculares (Lineamientos y estándares básicos), se supone que un niño o niña al finalizar quinto grado debería estar en capacidad de describir las características típicas de un conjunto de datos e interpretar y usar las medidas de tendencia central, pero desde el análisis de los resultados de las pruebas y las discusiones con los docentes se concluye que el componente de Pensamiento Aleatorio, no se trabaja usualmente en las aulas o se presenta ocasionalmente y sin profundidad. Al respecto se reitera a los docentes la necesidad de proponer desde los primeros grados de la básica, la exploración, la representación, lectura e interpretación de datos en contextos y el análisis cualitativo de regularidades, tendencias, tipos de crecimiento y una aproximación intuitiva a la probabilidad. Y esta discusión impacto en algunos de los planteamientos y sugerencias que se presentaron en los foros.

Recomendaciones

• Se sugiere a los docentes considerar los instrumentos de las pruebas externas, como un insumo para reorientar algunas de sus prácticas y enriquecer el diseño y el desarrollo curricular, pero no para reducir el trabajo en clase a resolver preguntas modelo o reiterar temas puntuales de las pruebas, pues de esta forma no podrán desarrollar las competencias de los estudiantes.

• Se sugiere al MEN retomar una discusión, que surgió desde las primeras aplicaciones de las pruebas externas en el país, y que presenta como sugerencia, uno de los docentes participantes en el foro, diseñar pruebas regionales y no nacionales, que tomen en cuenta el entorno de los estudiantes.

Investigaciones nacionales e internacionales han planteado que uno de los componentes fundamentales de la formación profesional de los docentes, es el conocimiento disciplinar (en este caso la matemática básica), por la incidencia que la calidad de esta formación tiene en el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Es por esto, que se hace necesario que el MEN continúe apoyando programas de formación continuada, situada, para los docentes de básica primaria, de Instituciones Educativas Oficiales, que les permitan profundizar en la comprensión de los conceptos y estructuras de todos los dominios de la matemática básica y de esta manera impactar en la formación matemática de los niños y niñas.

A. Anexo: Prueba Diagnóstica

PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS

Nairo Quintana se proclamó, este año, campeón de la competencia ciclística más importante de Italia (El Giro), es el primer colombiano que gana la prestigiosa prueba, en sus más de cien años de historia. El corredor se impuso tras 21 etapas de carrera y 3.445 kilómetros de recorrido sobre su compatriota Rigoberto Urán, con una ventaja de 2 horas y 58 minutos. El podio lo completó el italiano Fabio Aru quien empleó en el recorrido 4 horas y 4 minutos más que el campeón.

1. ¿Qué posiciones ocuparon estos 3 ciclistas en la competencia?

A. Primero: Nairo Quintana, Segundo: Rigoberto Urán, Tercero: Fabio Aru.
B. Primero: Rigoberto Urán, Segundo: Nairo Quintana, Tercero: Fabio Aru.
C. Primero: Fabio Aru, Segundo: Nairo Quintana, Tercero: Rigoberto Urán.
D. Primero: Nairo Quintana, Segundo: Fabio Aru, Tercero: Rigoberto Urán.

2. La diferencia de tiempo entre Urán y Aru fue aproximadamente de:

A. una hora.
B. una hora y 30 minutos.
C. dos horas
D. dos horas y 30 minutos.

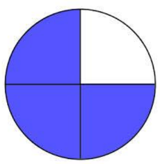
En la siguiente tabla se registra el número aproximado de kilómetros que debieron recorrer los ciclistas en las últimas 5 etapas de la competencia.

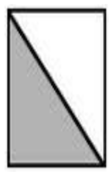
Etapa	17ª etapa	18ª etapa	19ª etapa	20ª etapa	21ª etapa
Kilómetros recorridos	208 Km.	171 Km.	27 Km.	167 Km.	172 Km.

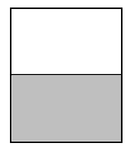
3. ¿Cuántos kilómetros en total, recorrieron los ciclistas en las 16 etapas anteriores?

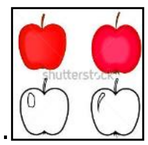
A. 2300
B. 2700
C. 3300
D. 3700

4. En cuál de las siguientes figuras **NO** se representa correctamente la fracción $\frac{1}{2}$

A. 

B. 

C. 

D. 

Un vendedor de líchigo, ofrece por las calles, la siguiente oferta

Fruta/Verdura	Tomate	Mora	Papa	Cebolla
Precio por Libra	$1.200	$2.100	$500	$1.800

Observa la información del aviso y de la tabla y resuelve los siguientes problemas.

5. ¿Cuántas libras de tomate de la promoción se pueden comprar con $10.000?

A. 25 libras.
B. 20 libras.
C. 15 libras.
D. 10 libras.

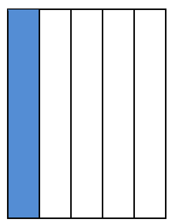
6. Una persona compra una libra de mora, tres libras de papa y dos libras de cebolla; paga con un billete de $10.000, ¿Cuánto dinero le devuelve el vendedor?

A. $1.900
B. $2.800
C. $7.200
D. $7.900

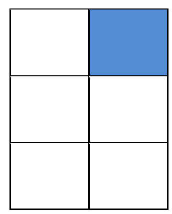
7. En cuál de las siguiente figuras se represente correctamente la suma de las fracciones :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

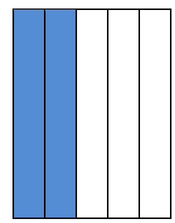
A.



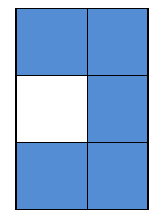
B.



C.



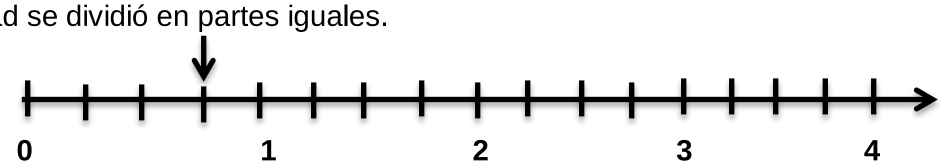
D.



8. Don Pedro, destinó este mes $ 700.000 para pagar los gastos de su casa. Si gasto $\frac{1}{2}$ de esta cantidad en el arriendo y $\frac{1}{5}$ de la cantidad que le sobró para pagar los servicios públicos. ¿Cuánto dinero le quedo para pagar otros gastos?

A. $ 70.000
B. $120.000
C. $210.000
D. $280.000

Observa los números naturales que se han ubicado en la siguiente recta numérica. Cada unidad se dividió en partes iguales.



9. ¿A cuál de las siguientes fracciones corresponde el punto señalado?

A. $1/2$
B. $3/4$
C. $1/4$
D. $4/3$

PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS

En la igualdad:

$$\boxdot \ +85 = 105$$

10. El número que debe ir en el recuadro es:

A. 10
B. 15
C. 20
D. 25

LAMINAS Copa América **Chile 2015**

Santiago, compró en la tienda 20 sobres de láminas por **$7.000 pesos.**

Sabiendo que todos los sobres contienen el mismo número de láminas.

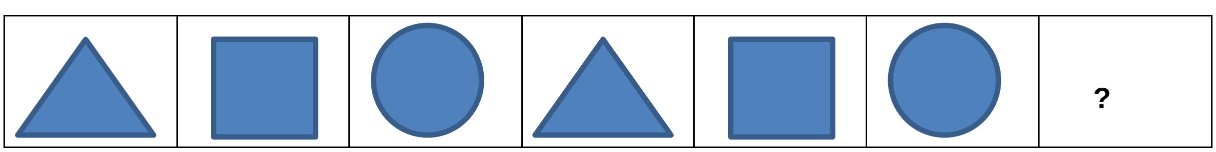
Completa la tabla.

No. de sobres	**1**		**10**	**20**
Precio $		$1.400		$7.000

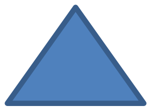
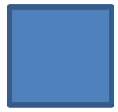
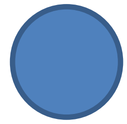
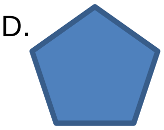
11. ¿Cuánto dinero necesita Santiago para comprar 15 sobres?

A. $2.800
B. $3500
C. $5.250
D. $6.500

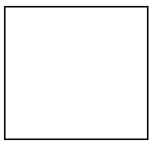
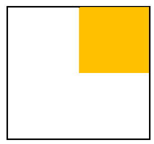
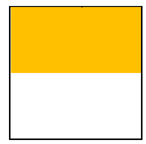
Observe la secuencia de figuras



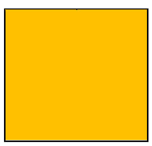
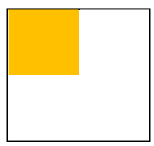
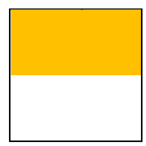
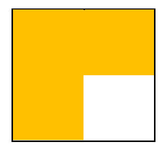
12. La figura que sigue en la secuencia es:

A.  B.  C.  D. 

Observe la secuencia

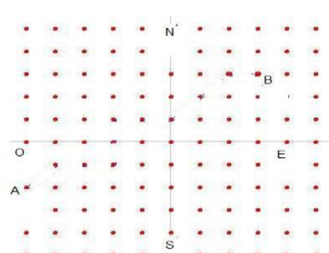
   …

13. La figura que sigue en la secuencia es:

A.  B.  C.  D. 

PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS

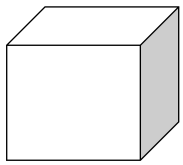
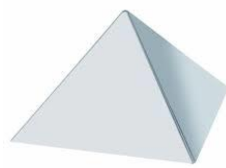
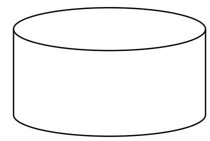
El siguiente grafico de puntos representa un plano con la ubicación de la alcaldía de Puerto Salgar **(A)** y la iglesia del pueblo **(B)**. **La distancia entre dos puntos representa una cuadra.**



14. Para llegar del punto **(A)** al punto **(B)**, debo avanzar :

A. 5 cuadras hacia arriba y 5 cuadras a la derecha.
B. 8 cuadras a la derecha y 5 cuadras hacia abajo.
C. 8 cuadras a la derecha y 5 cuadras hacia arriba.
D. 8 cuadras hacia abajo y 8 cuadras a la derecha.

Observa los siguientes sólidos

 Cubo	 Pirámide	 Cilindro

15. ¿Cuántas caras tiene el cubo?

A. 3
B. 4
C. 5
D. 6

16. La pirámide tiene:

A. Cuatro caras triangulares y una cara rectangular.
B. Cuatro caras rectangulares y una cara triangular.
C. Todas sus caras son triangulares.
D. Todas sus caras son rectangulares.

17. ¿Cuántos vértices tiene la pirámide?

A. 2
B. 3
C. 4
D. 5

18. La base del cilindro tiene forma de:

A. Cuadrado.
B. Rectángulo.
C. Círculo.
D. Pentágono.

PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS

La familia Rojas compró una casa en la vereda de Colorados en el municipio de Puerto Salgar y van a instalar puertas y ventanas de aluminio.

19. Aproximadamente, ¿cuántos metros de aluminio se necesitan para hacer una ventana como la que se muestra en la figura?

75 cm

1,25 m

A.1 metro.
B. 2 metros.
C. 3 metros.
D. 4 metros.

Si para el marco de una de las puertas, de forma rectangular, se usaron 6 metros de aluminio.

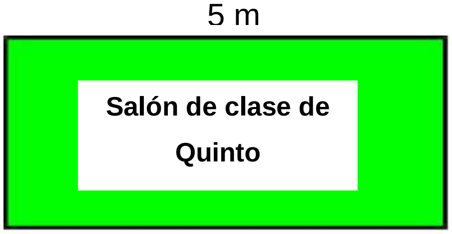
20. ¿Cuáles de las siguientes medidas pueden corresponder a esa puerta?

A. 1 metro y 6 metros.
B. 2 metros y 4 metros.
C. 1 metro y 2 metros.
D. 3 metros y 3 metros.

Se va a embaldosar el piso del salón de clase de quinto grado de la escuela de Tres Esquinas, si las baldosas miden 50 cm de ancho y 50 cm de largo.

21. ¿Cuántas baldosas se deberán comprar?

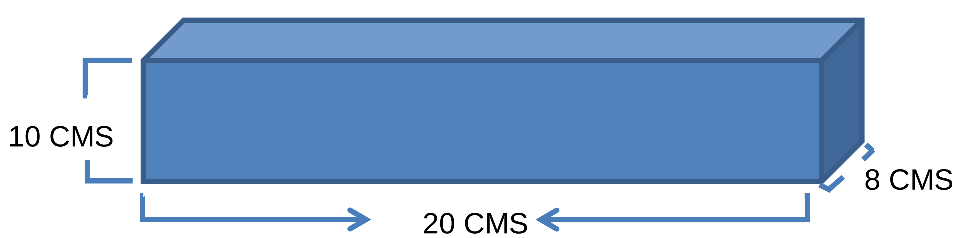
5 m



4 m

A. 9 baldosas.
B. 16 baldosas.
C. 20 baldosas.
D. 80 baldosas.

Rita decoró una caja de regalo como la que se muestra en la figura colocando en todos los bordes cinta azul.



22. ¿Cuánta cinta gasto Rita para decorar la caja?
A. 140 cm
B. 160 cm
C. 142 cm
D. 152 cm

PENSAMIENTO ALEATORIO Y SISTEMAS DE DATOS

El profe de matemáticas, guardó en una bolsa, pelotas de pimpón de colores. Guardo 2 amarillas, 3 rojas, 4 azules, 5 verdes y 7 naranjas.

23. Si un niño, sin mirar, saca una pelota de esta bolsa. Es **menos probable** que esta sea de color:
A. Rojo.
B. Verde.
C. Amarillo.
D. Naranja.

24. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota roja de esta bolsa?
A. $\frac{2}{21}$
B. $\frac{3}{21}$
C. $\frac{5}{21}$
D. $\frac{7}{21}$

La siguiente tabla muestra el número de votos obtenidos por los estudiantes del grado quinto en la elección del monitor.

Candidatos	Número de votos
Salomé	10
Jorge	15
Daniela	5
Laura	20

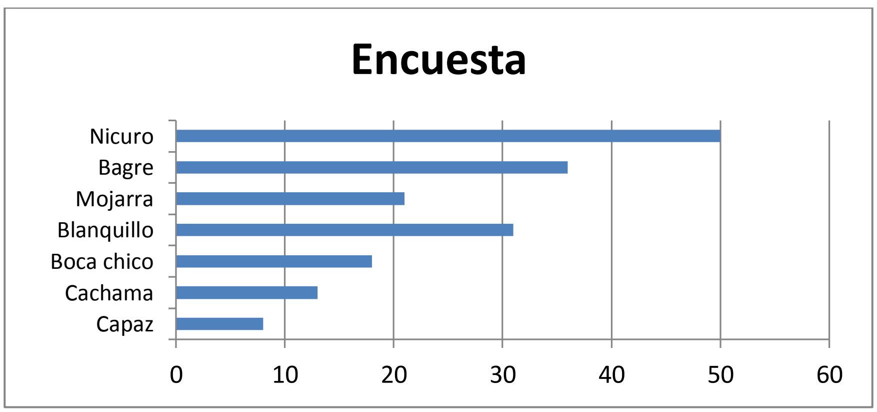
25. ¿Quién debe ser el representante de este curso según los resultados de la votación?
A. Salomé
B. Daniela
C. Jorge
D. Laura

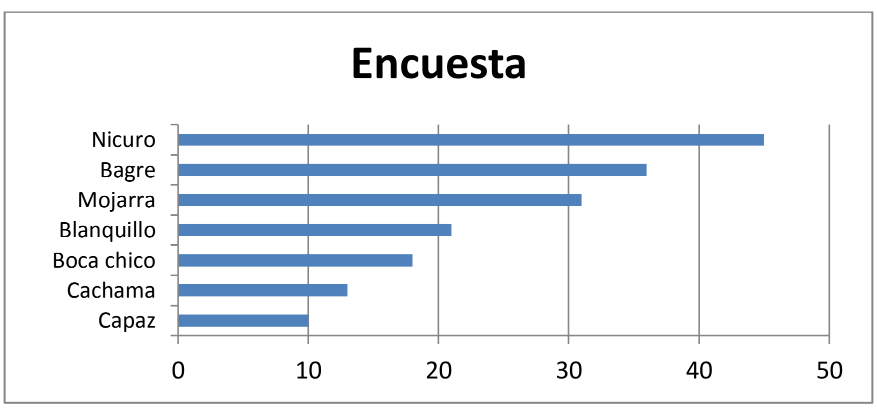
Se realizó una encuesta a algunas personas de Puerto Salgar acerca de su pescado favorito. En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos.

Clases de pescado	Numero de personas
Bagre	36
Boca chico	18
Mojarra	31
Nicuro	45
Cachama	13
Capaz	10
Blanquillo	21

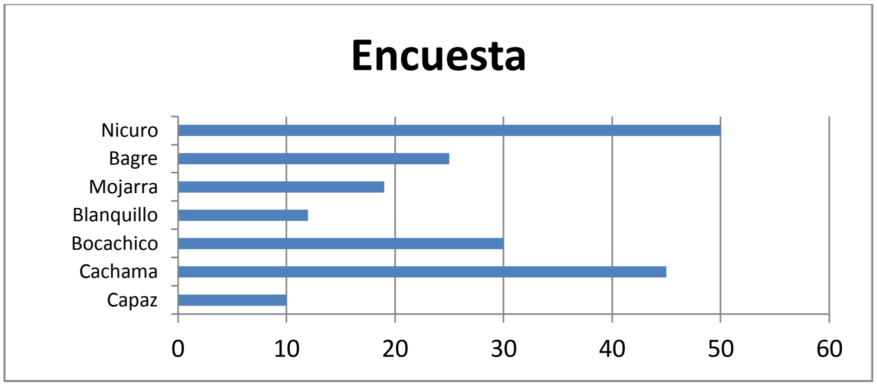
26. ¿A cuántas personas en total se les hizo esta encuesta?
A. 56
B. 100
C. 174
D. 210

27. ¿Cuál de los siguientes diagramas de barras representa correctamente la información de la tabla anterior?

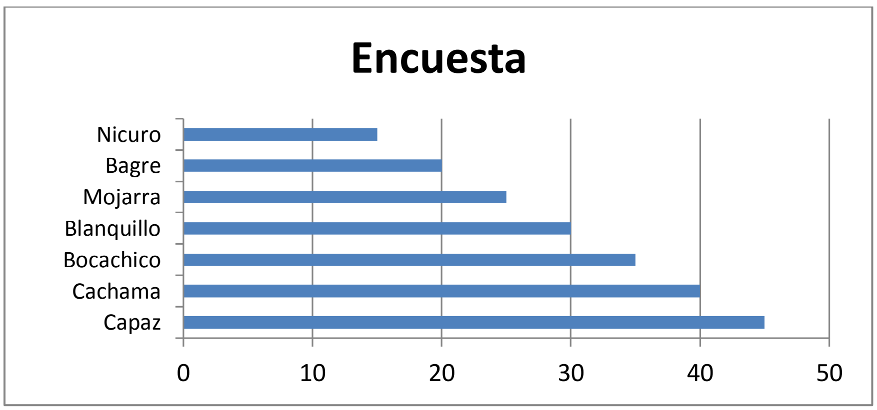
A. 

B. 

C.


Encuesta
Nicuro
Bagre
Mojarra
Blanquillo
Bocachico
Cachama
Capaz
0
10
20
30
40
50
60

D.


Encuesta
Nicuro
Bagre
Mojarra
Blanquillo
Bocachico
Cachama
Capaz
0
10
20
30
40
50

B. Anexo: Insumos para Actividad 2- Componentes Pruebas Saber [12]

Competencias

La prueba evalúa competencias matemáticas de comunicación, modelación, razonamiento, planteamiento y resolución de problemas, elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. En la construcción de las pruebas estas competencias se reagruparon así: el razonamiento y la argumentación; la comunicación, la representación y la modelación; y el planteamiento y resolución de problemas. En estas últimas quedan inmersas, la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.

• **Razonamiento y argumentación:** "esta competencia está relacionada con la capacidad para" dar cuenta del cómo y del porqué de los caminos que se siguen para llegar a conclusiones, justificar estrategias y procedimientos puestos en acción en el tratamiento de situaciones problema, formular hipótesis, hacer conjeturas, explorar ejemplos y contraejemplos, probar y estructurar argumentos, generalizar propiedades y relaciones, identificar patrones y expresarlos matemáticamente y plantear preguntas, reconocer distintos tipos de razonamiento y distinguir y evaluar cadenas de argumentos.

• **Comunicación, representación y modelación:** están referidas, entre otros aspectos, a la capacidad del estudiante para expresar ideas, interpretar, usar diferentes tipos de representación, describir relaciones matemáticas, describir situaciones o problemas usando el lenguaje escrito, concreto, pictórico, gráfico y algebraico, manipular expresiones que contengan símbolos y fórmulas, utilizar variables y describir cadenas de argumentos orales y escritas, traducir, interpretar y distinguir entre diferentes tipos de representaciones, interpretar lenguaje formal y simbólico así como traducir de lenguaje natural al simbólico formal y viceversa.

• **Planteamiento y resolución de problemas:** se relacionan, entre otros, con la capacidad para formular problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas, desarrollar, aplicar diferentes estrategias y justificar la elección de métodos e instrumentos para la solución de problemas, justificar la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de una respuesta obtenida, verificar e interpretar resultados a la luz del problema original y generalizar soluciones y estrategias para dar solución a nuevas situaciones problema.

Componentes

Para estructurar la prueba se reorganizaron los cinco pensamientos descritos en los lineamientos curriculares y en los estándares básicos de competencias, en tres componentes el numérico-variacional, el geométrico-métrico y el aleatorio. Esta división no pretende separar las matemáticas en áreas sin relación por el contrario, proporcionan un esquema de clasificación útil que describe el espectro total de los ejes matemáticos propuestos en los estándares. A veces no resulta tan claro clasificar los ítems en una sola categoría de componente, pero al hacerlo se acerca al objetivo de asegurar que los conocimientos y habilidades matemáticas importantes se miden de una manera balanceada.

• **Numérico variacional**: corresponde a aspectos asociados a los números y la numeración, su significado y la estructura del sistema de numeración; las operaciones, sus propiedades, su efecto y las relaciones entre ellas; el reconocimiento de regularidades y patrones, la identificación de variables, la descripción de fenómenos de cambio y dependencia; conceptos y procedimientos asociados a la variación directa, a la proporcionalidad, a la variación lineal en contextos aritméticos y geométricos el lenguaje simbólico (algebraico), a la variación inversa y el concepto de función.

• **Geométrico-métrico:** está relacionado con la construcción y manipulación de representaciones de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos y sus transformaciones; más específicamente, con la comprensión del espacio, el análisis abstracto de figuras y formas en el plano y en el espacio a través de la observación de patrones y regularidades, el razonamiento geométrico y la solución de problemas de medición, la descripción y estimación de magnitudes (longitud, área, volumen, capacidad, masa, etc.), transformaciones de figuras representadas en el plano o en el espacio, la selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos, el uso de unidades, los conceptos de perímetro, área y volumen.

• **Aleatorio:** corresponde a la representación, lectura e interpretación de datos en contexto; el análisis de diversas formas de representación de información numérica, el análisis cualitativo de regularidades, de tendencias, y la formulación de inferencias y argumentos usando medidas de tendencia central y de dispersión; y por el reconocimiento, descripción y análisis de eventos aleatorios.

Afirmaciones

Las tablas contienen las afirmaciones elaboradas para cada competencia y componente evaluados en la prueba, para el ciclo de 4o. a 5o. grado. Vale la pena recordar que las afirmaciones son los enunciados acerca de los conocimientos, capacidades y habilidades de los estudiantes, y a partir de ellas se establecen las evidencias y se construyen las preguntas.

Tabla 1. Competencia: comunicación, representación y modelación

Componente	Afirmación: El estudiante...
Numérico variacional	1. Reconoce significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización, entre otros). 2. Reconoce diferentes representaciones de un mismo número. 3. Describe e interpreta propiedades y relaciones de los números y sus operaciones. 4. Traduce relaciones numéricas expresadas gráfica y simbólicamente.
Geométrico-métrico	1. Establece relaciones entre los atributos mensurables de un objeto o evento y sus respectivas magnitudes. 2. Identifica unidades tanto estandarizadas como no convencionales apropiadas para diferentes mediciones y establece relaciones entre ellas. 3. Utiliza sistemas de coordenadas para especificar localizaciones.
Aleatorio	1. Clasifica y organiza la presentación de datos. 2. Interpreta cualitativamente datos relativos a situaciones del entorno escolar. 3. Representa un conjunto de datos e interpreta representaciones gráficas de un conjunto de datos. 4. Hace traducciones entre diferentes representaciones. 5. Expresa el grado de probabilidad de un suceso.

Tabla 2. Competencia: razonamiento y argumentación

Componente	Afirmación: El estudiante...
Numérico variacional	1. Reconoce patrones numéricos. 2. Justifica propiedades y relaciones numéricas usando ejemplos y contraejemplos. 3. Reconoce y genera equivalencias entre expresiones numéricas. 4. Analiza relaciones de dependencia en diferentes situaciones. 5. Usa y justifica propiedades (aditiva y posicional del sistema de numeración decimal).

Tabla 2. **(Continuación)**

Componente	Afirmación: El estudiante...
Geométrico-métrico	1. Compara y clasifica objetos tridimensionales y figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes. 2. Reconoce nociones de paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos. 3. Hace conjeturas y verifica los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano. 4. Describe y argumenta acerca del perímetro y del área de un conjunto de figuras planas cuando una de las magnitudes se fija. 5. Relaciona objetos tridimensionales y sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos. 6. Construye y descompone figuras planas y sólidos a partir de condiciones dadas. 7. Identifica y justifica relaciones de semejanza y congruencia entre figuras.
Aleatorio	1. Compara datos presentados en diferentes representaciones. 2. Hace arreglos condicionados o no condicionados. 3. Hace conjeturas acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos.

Tabla 3. Competencia: planteamiento y resolución de problemas

Componente	Afirmación: El estudiante...
Numérico variacional	1. Resuelve y formula problemas aditivos de transformación, comparación, combinación e igualación. 2. Resuelve y formula problemas multiplicativos de adición repetida, factor multiplicante, razón y producto cartesiano. 3. Resuelve y formula problemas de proporcionalidad directa e inversa. 4. Resuelve y formula problemas que requieren el uso de la fracción como parte de un todo, como cociente y como razón.
Geométrico-métrico	1. Utiliza diferentes procedimientos de cálculo para hallar la medida de superficies y volúmenes. 2. Reconoce el uso de las magnitudes y de las dimensiones de las unidades respectivas en situaciones aditivas y multiplicativas. 3. Utiliza relaciones y propiedades geométricas para resolver problemas de medición. 4. Usa y construye modelos geométricos para solucionar problemas.
Aleatorio	1. Resuelve problemas que requieren representar datos relativos al entorno usando una o diferentes representaciones. 2. Resuelve problemas que requieren encontrar y/o dar significado al promedio de un conjunto de datos. 3. Resuelve situaciones que requieren calcular la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de eventos.

Pensamientos Matemáticos

- Pensamiento Numérico Y Sistemas Numéricos
- Pensamiento Variacional Y Sistemas Algebraicos Y Analíticos
- Pensamiento Espacial Y Sistemas Geométricos
- Pensamiento Métrico Y Sistemas De Medidas
- Pensamiento Aleatorio Y Sistemas De Datos

EJEMPLO 1:

3. Observa los saltos que da la rana.

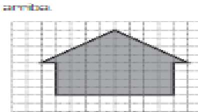
¿Cuántos metros avanza la rana en cada salto?

A. 3 metros.
B. 4 metros.
C. 10 metros.
D. 13 metros.

Competencia	Razonamiento y argumentación
Componente	Numérico – variacional
Afirmación	Establecer conjeturas acerca de regularidades en contextos geométricos y numéricos.
Respuesta correcta	**A**
Para responder acertadamente este tipo de preguntas, el estudiante debe identificar el cambio entre los términos de una secuencia dada. En este caso, debe observar la secuencia numérica dada por los metros que se indican debajo de cada rana e identificar que en cada salto la rana avanza 3 metros.	
Nivel	Avanzado

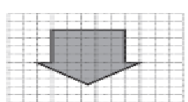
EJEMPLO 2:

4. Esta es una flecha que indica hacia arriba.

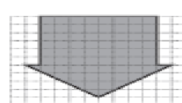


¿Cómo se verá esta flecha si ahora indica hacia abajo?

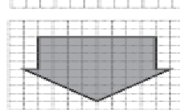
A.



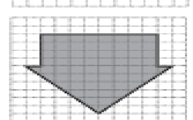
B.



C.



D.



Competencia	Comunicación, representación y modelación
Componente	Geométrico – métrico
Afirmación	Describir características de figuras que son semejantes o congruentes entre sí.
Respuesta correcta	**C**
Para responder acertadamente este tipo de preguntas, el estudiante debe reconocer criterios visuales de congruencia para comprender la relación de igualdad entre las nociones de tamaño y forma de las figuras. En este caso, debe identificar la figura que es igual en forma y tamaño a la del enunciado, por tanto, debe elegir aquella que tiene las mismas dimensiones.	
Nivel	Satisfactorio

C. Anexo: Estándares básicos para las Pruebas Saber [13]

Estándares básicos de competencias evaluados específicamente por las pruebas Saber para quinto grado:

	Comunicación, representación y modelación	Razonamiento y argumentación	Planteamiento y resolución de problemas
Componente Numérico- variacional	-Reconoce significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización, entre otros). -Reconoce diferentes representaciones de un mismo número. -Describe e interpreta propiedades y relaciones de los números y sus operaciones. -Traduce relaciones numéricas expresadas gráfica y simbólicamente.	-Reconoce patrones numéricos. -Justifica propiedades y relaciones numéricas usando ejemplos y contraejemplos. -Reconoce y genera equivalencias entre expresiones numéricas. -Analiza relaciones de dependencia en diferentes situaciones. -Usa y justifica propiedades (aditiva y posicional del sistema de numeración decimal).	-Resuelve y formula problemas aditivos de transformación, comparación, combinación e igualación. -Resuelve y formula problemas multiplicativos de adición repetida, factor multiplicante, razón y producto cartesiano. -Resuelve y formula problemas de proporcionalidad directa e inversa. -Resuelve y formula problemas que requieren el uso de la fracción como parte de un todo, como cociente y como razón.

Anexo C(Continuación)

	Comunicación, representación y modelación	**Razonamiento y argumentación**	**Planteamiento y resolución de problemas**
Componente Geométrico – Métrico	-Establece relaciones entre los atributos mensurables de un objeto o evento y sus respectivas magnitudes. -Identifica unidades tanto estandarizadas como no convencionales apropiadas para diferentes mediciones y establece relaciones entre ellas. -Utiliza sistemas de coordenadas para especificar localizaciones.	-Compara y clasifica objetos tridimensionales y figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes. -Reconoce nociones de paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos. -Hace conjeturas y verifica los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano. -Describe y argumenta acerca del perímetro y el área de un conjunto de figuras planas cuando una de las magnitudes se fija. Relaciona objetos tridimensionales y sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos. -Construye y descompone figuras planas y sólidos a partir de condiciones dadas. -Identifica y justifica relaciones de semejanza y congruencia entre figuras.	-Utiliza diferentes procedimientos de cálculo para hallar la medida de superficies y volúmenes. -Reconoce el uso de las magnitudes y de las dimensiones de las unidades respectivas en situaciones aditivas y multiplicativas. -Utiliza relaciones y propiedades geométricas para resolver problemas de medición. -Usa y construye modelos geométricos para solucionar problemas.
Componente Aleatorio	-Clasifica y organiza la presentación de datos. -Interpreta cualitativamente datos relativos a situaciones del entorno escolar. -Representa un conjunto de datos e interpreta representaciones gráficas de un conjunto de datos. -Hace traducciones entre diferentes representaciones. -Expresa el grado de probabilidad de un suceso.	-Compara datos presentados en diferentes representaciones. -Hace arreglos condicionados o no condicionados. -Hace conjeturas acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos.	-Resuelve problemas que requieren representar datos relativos al entorno usando una o diferentes representaciones. -Resuelve problemas que requieren encontrar y/o dar significado al promedio de un conjunto de datos. -Resuelve situaciones que requieren calcular la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de eventos.

D. Anexo: Foros de discusión

Foro 1: Describa*, ¿Cómo es el desarrollo de su proceso de evaluación en el aula?*

• "Mi proceso de evaluación lo trato de llevar de manera continua, buscando determinar cuáles son las fallas que se han presentado, para aplicar los correctivos de mejoramiento no solo en el alumno sino también en la labor docente. Es importante tener en cuenta que nuestros niños son heterogéneos y que su aprendizaje en cada uno es diferente. El proceso de enseñanza-aprendizaje apunta a cumplir unas metas u objetivos preestablecidos, por lo cual las estrategias y/o metodologías deben estar a la orden del día para responder a las necesidades de nuestros estudiantes".

• "El desarrollo de las evaluaciones en mi aula de clase, las elaboro de acuerdo al análisis que se realiza en el trascurso del proceso de las clases a cada estudiante, con el fin de identificar las capacidades de aprendizaje de cada alumno; esta evaluaciones deben de ser continuas y permanentes".

• "Trabajo con el grado preescolar y la evaluación la voy realizando a lo largo de cada tema, tratando que sea flexible, dinámica y funcional; respetando el ritmo de aprendizaje de cada uno, lo cual me va orientando si los temas están claros o hace falta continuar refuerzos en todo el grupo o sólo en algunos estudiantes. Con los resultados diarios aprovecho la hora en que los padres recogen a los niños y les voy haciendo las recomendaciones para los refuerzos en casa".

• "La evaluación en el aula del grado preescolar la realizo como un proceso integral, permanente, participativo y cualitativo de análisis y observación del desarrollo del niño y su aprendizaje, que me permite conocer su estado en cada una de las dimensiones, destacando los logros obtenidos, los alcances significativos y las deficiencias presentadas como medio para reorientar dicho proceso y superar todas las circunstancias que interfieran dicho aprendizaje".

• "Mi experiencia como docente me ha enseñado que a la hora de evaluar debo tener en cuenta las capacidades cognoscitivas de mis estudiantes ya que no hay homogeneidad en el aula y esto no hace equitativa la prueba para desarrollarla a todos por igual. Aunque Las exigencias del MEN plantean el desarrollo de pruebas estandarizadas para todos los alumnos, tengan capacidad o no para realizarla. Cuando evaluó realizo inicialmente una evaluación diagnostica para conocer el nivel de conocimiento que poseen mis estudiantes, luego realizo una evaluación formativa durante el proceso de enseñanza aprendizaje para realizar los ajustes necesarios y al final de cada periodo realizo una evaluación sumaria donde evaluó todo el proceso de enseñanza. Los resultados de esto son los insumos fundamentales para tomar decisiones, fijar compromisos con los estudiantes y padres de familia y determinar acciones que garanticen el avance en un proceso de mejoramiento coherente y pertinente. Es importante conocer las fortalezas y debilidades de cada estudiante para así reafirmar esos conocimientos que sabemos aún no están claros".

• "La evaluación en el aula con mis estudiantes, está basada en un gran porcentaje en la observación, pues considero que es un factor determinante en el proceso de adquisición del aprendizaje de los niños. Otro factor que considero importante es el interés por parte de los chicos, si lo hay creo que es la mejor evaluación".

• "La evaluación en mi aula en el grado Transición se da paulatina y progresivamente, en la medida en que se van conociendo las actitudes, habilidades, conocimientos que traen de sus casas y necesidades de mis alumnos, primero tengo muy en cuenta la confianza, la seguridad que ellos van adquiriendo en el aula, no sólo con sus compañeros, sino conmigo como docente, además de la empatía e interés por las actividades que se van realizando, es decir, la evaluación se hace de forma continua, integral, y muy personal, cuando buscas conocer e identificar claramente los alcances, la participación y competencias por parte de los educandos.

Me gusta diseñar evaluaciones, con dibujos, empelo muchos textos escritos, aunque no sepan leer, y me gusta evaluarlos en el tablero, sin mencionarles que tienen evaluación, para que se sientan tranquilos. Además valoro mucho la oralidad y expresión de los niños.

Para los niños con dificultades, pues implementar otras estrategias que sirvan de apoyo, me gusta hacer muchas recomendaciones a los padres de los niños con dificultades, hablar con ellos, buscar como la raíz del problema y darles una orientación quizás acertada, como generar esos espacios de reflexión y tomar las medidas necesarias para mejorar el proceso.
Estos avances se registran en cuatro informes de evaluación o boletines descriptivos teniendo en cuenta las dimensiones del desarrollo, establecidos por la ley".

• "Se inicia con una evaluación diagnóstica para situarse en la realidad de los estudiantes. Debe ser continua y atendiendo a varios instrumentos, teniendo en cuenta todos los esfuerzos realizados por el estudiante durante el proceso. Se evalúa su parte reflexiva en su desempeño, sus habilidades, destrezas y actitudes, utilizando diferentes estrategias, evitando la memorización pero sí, que procese el conocimiento y lo sepa utilizar y aplicar para desarrollar más sus capacidades. Se evalúa pasos, procesos para la vida, de manera las destrezas y la creatividad sirvan para resolver los problemas del diario vivir. Se evalúa en grupo para medir su empatía, organización, comunicación, colaboración y conozcan su identidad. Se evalúa individual para observar aciertos y desaciertos y dar pautas para la continuación del proceso y desarrollar estrategias de refuerzo para unos y de ampliación para otros .Se evalúa para formar y no para rajar de manera que el estudiante se apersone de sus dificultades y se dé cuenta que es la forma de progresar y alcanzar los objetivos. Se evalúa para tomar decisiones de promoción".

• "Para evaluar necesitamos identificar las características personales e intereses , a pesar de los diferentes ritmos de desarrollo y los estilos de aprendizajes para valorar sus avances y así poderse realizar de distintas maneras, ya que es un proceso continuo, integral, acumulativa, participativa, flexible, cualitativa, orientadora, cooperativa, formativa, sistemática, indirecta, activa, interpretativa, científica y retroalimentadora".

"Pienso que hacer una prueba diagnóstica nos sirve como preámbulo para conocer las fortalezas y debilidades de cada uno de nuestros estudiantes y así desarrollar las actividades que sean necesarias para darles apoyo y nivelarlos antes de las tan nombradas PRUEBAS DE ESTADO, realizar varias actividades nos lleva a que el niño tenga una mejor trayectoria de conocimiento y experiencia para una buena preparación, claro está que sería excelente que el Estado preparara dichas pruebas por regiones no a nivel nacional y que tomara en cuenta el entorno de cada educando ajustándolas a la realidad".

• "La forma en que se evalúa siempre ha sido un tema de constante discusión y polémica, por eso me parece muy pertinente el tema del foro. Desde mi perspectiva como docente y desde mi experticia generada a través de los años, soy consciente que la evaluación debe estar inmersa en cada uno de los aspectos que se desarrollen en un proceso de aprendizaje. La evaluación se debe dar, desde aspectos que generen intereses en los niños y niñas. Cuando tengo este conocimiento ya estoy empezando a evaluar, así puedo generar unos objetivos, los cuales deben ser verificables y medibles para que sean coherentes y consecuentes con que quiero que logren los niños -as.
Evalúo permitiendo que los niños y niñas tengan el espacio de reconocer así mismos sus potencialidades y dificultades, a la vez reconocerlas también en sus compañeros-as. Por qué la evaluación no es simplemente la asignación de una nota a través de una prueba escrita, esta solo hace parte de todo un proceso que se debe vivenciar diariamente.
Me gusta que la evaluación sea formativa, motivadora que oriente y despierte el interés de reconocer las dificultades para así convertirlas en fortalezas. Además también me gusta enfocar particularidades, formas de trabajo individual y formas de trabajo colaborativo porque puedo reconocer capacidad de dar puntos de vista, respetar puntos de vista, resolución de problemas, llegar acuerdos, manejo de valores, desempeños de rolles funcionales... Lo anterior lo evidencio desde la observación directa, las actividades desarrolladas, la capacidad para preguntar y emitir juicios y la capacidad de participar cuando de concertar se trata. Finalmente verifico si logré los objetivos propuestos. Posdata: La imagen de la presentación no pasa la evaluación. "No atiende las particularidades de su grupo".

Foro 2:

En las pruebas Saber de Matemáticas, que aplica el MEN, en todo el país, se indaga por la solución de situaciones problema de diferentes niveles de complejidad sintáctica y semántica, los niños y niñas que presentan las pruebas evidencian dificultades para determinar la solución de estos problemas.
Estas pruebas exigen que los evaluados den sentido y significado al enunciado de un problema (información, condiciones, pregunta) en contextos que requieren la aplicación de conceptos y estructuras matemáticas.

Posiblemente por estas exigencias, los resultados de la aplicación de las pruebas Saber en años anteriores en muchas de las Instituciones Educativas evaluadas en el país fueron bajos.

Así mismo en las pruebas internacionales PISA, indicador de los niveles de competencia de los estudiantes a nivel global, en comprensión lectora y resolución de problemas prácticos; los resultados en Colombia muestran bajos niveles de desempeño de los estudiantes de nuestras IED.

¿Qué tipo de estrategia puedo implementar como docente que permita fortalecer las prácticas de evaluación en mi aula y potenciar los niveles de desempeño de mis estudiantes en las pruebas externas?

• "Se deben trabajar casos que suceden en la vida cotidiana de los estudiantes, y compararlos con los de otros contextos porque las pruebas están diseñadas para muchos de ellos. El trabajo de vocabulario enriquece los resultados en las pruebas, porque el estudiante tiene la capacidad de resolver una situación problemática pero no entiende el enunciado o el contenido de ellas por desconocer el significado de algunos términos".

• "Como estrategias para fortalecer las prácticas de evaluación en el aula es importante utilizar situaciones de la vida real, teniendo en cuenta el contexto donde se desenvuelve el niño. Igualmente, es favorable la realización de prácticas con los cuadernillos de las pruebas Saber, porque le permiten al estudiante fortalecer la comprensión lectora y la solución de problemas".

• "Considero que a los estudiantes desde el preescolar se les debe potenciar las competencias lectoras: cómo interpretar, argumentar y proponer, haciendo uso de imágenes, lenguaje no verbal, entre otras; siempre relacionándolo con su entorno y comparando otros contextos".

• "Para fortalecer las prácticas de evaluación en mi aula y a la vez que estas potencialicen los niveles de desempeños de mis estudiantes en las pruebas externas debo entender que las pruebas saber no miden cuanto saben los niños-as sino como aplican los conocimientos que tienen en la solución de problemas.
Resumido. Lo que deben saber y saber hacer con lo que aprenden.

Así entiendo que las estrategias para evaluar no solo apuntan a los conocimientos sino a los desempeños.

Por eso estoy convencida que la evaluación es permanente y constante durante todo el proceso, se debe desarrollar estrategias que ayuden a:

-Consolidar ambientes propicios.

-Desarrollar el trabajo cooperativo y colaborativo.

-Implementar la lectura semántica y crítica.

-Desarrollar actividades y trabajos utilizando textos contextualizados y significativos.

-Trabajar constantemente en la resolución de problemas en los que se desarrollen proceso de cognición y metacognición.

-Diseñar pruebas manejando la estructura y dinámica de las pruebas saber.

Independiente mente cada docente tiene sus propias estrategias en los procesos de evaluación.

Personalmente me surgen las siguientes preguntas:

¿Estará nuestro sistema educativo estructurado para alcanzar las exigencias de las pruebas globales?

¿Quiénes son los responsables de estos bajos niveles los maestros por su forma de evaluar o el mismo sistema educativo?

¿Realmente si se apoya la investigación en nuestras instituciones o solo se dan pañitos de agua tibia? Por qué los países asiáticos que son los que están a la delantera de estas pruebas, registran buen número de patentes de investigación".

• "Se deben reforzar los procesos semánticos y sintácticos, que son base de comprensión y comunicación. No trabajándolos en forma aislada o separada sino con propósitos de elaborar, comprender y comunicar un texto. Nuestros estudiantes manejan un vocabulario limitado, ese es, con el que interactúan en su medio, por tanto hay que enriquecerlo, trabajando asociaciones. Con un todo, se tendrán las herramientas para relacionar, entrelazar palabras y oraciones, y crear textos con sentido y realizar una lectura crítica y reflexiva, interactuando entre lo que lee y sabe. Este trabajo debe hacerse desde los inicios y gradualmente se irá fortaleciendo para que la práctica vaya produciendo, un cambio de conducta.

La evaluación debe ser permanente práctica y contextualizada para determinar el desarrollo de las competencias básicas.

Sería bueno que todas las regiones del país disfrutaran de los mismos beneficios en cuanto a capacitación y formación de educadores. A veces pienso que Colombia no debe tener estándares generales, pues es un país con marcadas diferencias étnicas, culturales y económicas entre otras. ¿Será que están bien diseñados para ajustarlos a las diferentes regiones? Habrá que analizarlo más a fondo. ¿Por qué, la educación privada tiene privilegios que les permiten tener una educación de calidad?
No podemos competir ni siquiera entre nosotros, por las grandes diferencias, que diríamos con otros países que invierten muchísimo dinero en educación y donde, ésta es, la prioridad para formar personas potencialmente competentes. Eso no quiere decir que no nos esforcemos, en buscar prácticos caminos y en ser lo más ético posible, para alcanzar mejores resultados".

• "De acuerdo al tipo de estrategia que puedo implementar es de análisis de textos, retroalimentación de los temas y procesos, implementación de las evaluaciones tipo icfes; que ayuden a mejorar a los estudiantes a ampliar conceptos, reflexionar sobre las preguntas y respuestas para fortalecer sus conocimientos.

Corregir las evaluaciones con nuestros estudiantes, observación constante de los avances y dificultades, retomar temas en los cuales presentan falencias; realmente todas estas estrategias y muchas actividades más se realizan en las aulas; pero sigo con el concepto que mientras falte compromiso y responsabilidad de los acudientes (algunos) ,y de algunos estudiantes, es difícil lograr metas y objetivos que nos proponemos con los diferentes planes de aulas; en todas las instituciones públicas del país".

• "Las estrategias que estamos implementando en nuestra institución para mejorar los niveles de desempeño y las pruebas desde el grado preescolar son las siguientes:
- Desarrollamos un plan lector con el objetivo de aprender a hablar, escuchar, leer, escribir, analizar y sintetizar libros y documentos. Con el fin de mejorar sus argumentos y respuestas.
- Las evaluaciones las realizamos continuamente estilo ICFES, para este año ya se están teniendo en cuenta las preguntas reflexivas.
- En mi salón de clase me preocupo mucho y le colaboro las veces que sea posible a cada niño que tenga una dificultad en un aprendizaje, me apoyo en la familia para que me colabore en los refuerzos en casa y continuamente lo evalúo con diferentes metodologías.

- Otra estrategia es mantener afianzando los conocimientos ya adquiridos, teniendo en cuenta que a los niños se les olvida muy fácil los contenidos.
- Al momento de evaluar tengo muy en cuenta las características personales de cada niño, es decir si el niño es muy inteligente le exijo más, pero si el niño presenta dificultades de aprendizaje entonces le ayudo en la evaluación explicándole porque debe ser esta respuesta y no otra".

• "Son muchas las estrategias que se pueden implementar para mejorar el desempeño de los estudiantes en las pruebas externas, pero con seguridad puedo afirmar que se hace necesario la práctica de la lectura como una obligación y diversión, y no la lectura como la unión de unos signos llamados letras si no la lectura desde la parte interpretativa teniendo en cuenta la entretención del autor del texto leído.

El análisis de diferentes clases de textos que motiven al educando a pensar, cuestionar, reflexionar plantear y solucionar. La utilización de imágenes o dibujos que se relacionen con el contexto de los estudiantes y desde este surjan situaciones que lo lleven al análisis y reflexión para encontrar una solución acertada. El manejo de un vocabulario muy amplio".

• "Algunas estrategias para fortalecer las prácticas de evaluación en el aula son:
- Ofrecer a los estudiantes retroalimentación descriptiva de manera regular.
- Enseñar a los estudiantes a autoevaluarse y que establezcan metas.
- Involucrar a los educandos en la autorreflexión, y el compartir su aprendizaje: autoevaluación y coevaluación".

• "Implementaría las siguientes estrategias:
- Ayudar al niño a jugar con la imaginación a partir de lecturas e imágenes para que cree sus propias historias.

- Motivar a los estudiantes en el reconocimiento de sus propias capacidades mediante la autoevaluación, despertando así un mayor sentido de responsabilidad de su propio desempeño, brindándole obviamente, las oportunidades para mejorar y alcanzar los logros satisfactoriamente.

- Analizar los factores de la realidad social que inciden en el desarrollo integral de cada estudiante para aumentar sus fortalezas y disminuir sus dificultades”.

• “Las estrategias que empleo desde el nivel Preescolar para fortalecer las prácticas de evaluación tanto en el aula como las otras pruebas son motivar a los educandos con la lectura, si se tiene presente diariamente este hábito, convertiremos a estos pequeños en lectores y escritores en potencia, una estrategia empleada es el Plan Lector . Otra estrategia considero importante que puedan vivenciar, sacar sus propias conclusiones, interactuar por ejemplo por medio de experimentos, de explorar cada clase, con distintos rincones como el de ciencia, arte, música, y en la realidad la infraestructura física de las instituciones públicas no cuenta con todas estos espacios tan indispensables para poderlas ejecutar, y solo se hace medianamente, en la medida de lo que se tiene, otra estrategia es familiarizar a los educandos aplicando evaluaciones que les permita analizar, comparar, que les de la opción de escoger, de seleccionar, evaluaciones acordes a su edad...pero para ejecutar todo esto que como docente se planea y a veces el tiempo no nos permite cumplir...sería ideal, genial, espectacular que la docente del nivel Preescolar contara con una docente auxiliar, porque en verdad la intención del docente es hacer mil cosas, pero con grupos tan grandes, es difícil lograrlo....entonces me atrevo a concluir que para esperar mejores resultados en las pruebas, a nivel nacional e internacional muchos factores en la educación se deben cambiar”.

• “Las clases interactivas son un gran resultado ya que a los educandos se encaminan rápido y les gusta interactuar con la tecnología, desde el año pasado vengo implementando esta metodología con muy buenos resultados en las clases y el buen desempeño que hemos tenido. Así mismo lograr aterrizar al estudiante a su propio medio”.

• “Nosotros como docentes empleamos un sin número de estrategias que conllevan al engrandecimiento de los saberes de los estudiantes, pero sin lugar a dudas a mi manera de ver, la estrategia que considero más importante o fundamental es la lectura, esta lleva al niño a desarrollar la imaginación, a ampliar conocimientos, conceptos, apropiarse de vocabulario para así expresar su forma de ver las cosas, convertirse en un personaje crítico de sí y de quienes los rodean.
La lectura en todas sus facetas: Letras o simbología, imágenes, dibujos, expresiones y gráficos, entre otros.

No dejando de lado la expresión artística, pues es un complemento de la lectura pues a través de ella llegan los niños a ser más sensibles y a manifestar emociones y afectos más libremente”.

• “Teniendo en cuenta que las pruebas externas pretenden evaluar la capacidad de análisis de los estudiantes, e implementado dentro de mi aula de clases, la lectura y a su vez talleres de comprensión, donde los estudiantes al final deben desarrollar un promedio de 10 preguntas de selección múltiple con única respuesta (a, b, c, d), esto con el fin de que ellos se familiaricen con este tipo de pruebas y cuando sea el momento de presentarlas no sientan temor, de esta forma considero que ellos estarán preparados y conocerán sobre el tema. Esta estrategia me permite visualizar la capacidad de interpretación de mis estudiantes, y detectar falencias que hallan al interior del aula”.

• “Creo que la mejor forma para optimizar los resultados en las pruebas, sería bueno trabajarlas constantemente en el aula ayudando nos con los cuadernillos que se envían cada vez a las instituciones y lograr que el alumno se familiarice con dichas pruebas, generalmente el ser humano crea temor frente a lo nuevo o desconocido pero si se trabaja constantemente, pasa de ser algo desconocido a ser algo habitual. Si tenemos en cuenta que estas pruebas no las van a cambiar”.

• “Una de las estrategias que propongo es la generación de “situaciones problema” para que los niños pongan en ejercicio su experiencia, y confiabilidad en el momento de avanzar hacia la solución de situaciones más complejas; otra estrategia es la activación de conocimientos previos que le permite al estudiante realizar un aprendizaje por asociación”.

• “Las estrategias puedo implementar como docente que permita fortalecer las prácticas de evaluación en mi aula, son:

- La solución de problemas, que lleve al estudiante a dar soluciones a los problemas mediante sus experiencias y conocimiento previos.
- Cuestionamientos aleatorios sobre los temas vistos, que lleve al estudiante a recordar y mantener activo sus conocimientos adquiridos; además como docentes nos ayuda a valorar el nivel de desempeño de nuestros estudiantes.

- Y por último la observación, con ella el docente puede advertir los conocimientos, las habilidades, las actitudes y los valores que poseen los alumnos y como los utilizan en una situación determinada.
Cabe resaltar que el diseñar una estrategia requiere alinear las acciones de evaluación para verificar el logro de los aprendizajes esperados y el desarrollo de competencias de cada alumno y del grupo en general".

• "Una de las estrategias que se pueden implementar para fortalecer las prácticas de evaluación es desarrollar ejercicios de activación de la atención, concentración y memoria, aplicándolos a la vida cotidiana para así adquirir un aprendizaje significativo, ya que si hay atención lo que se explica se asimila mucho mejor puesto que dichos aprendizajes se arraigan más a la memoria y se producen asociaciones con otros conocimientos previos, las actividades deben ser llamativas para que centren toda su atención y se deben iniciar pruebas desde el grado primero para que se familiaricen desde temprana edad. Debemos tener muy en cuenta los cuadernillos de las pruebas saber anteriores con el fin de aplicarlas a nuestros estudiantes como simulacros".

• "Teniendo en cuenta que las pruebas saber y las pruebas pisa las establecieron para medir la capacidad del estudiante para resolver situaciones problema. Como docente propongo que se lleve al estudiante más a la realidad de la solución de problemas matemáticos, sino orientarlo también en la solución de sus conflictos a nivel escolar, familiar y social. Si el maestro conoce el ámbito familiar de sus estudiantes puede llegar a dar una solución de sus pequeños problemas, si lo hace con amor y amabilidad a sus educandos".

• "Una estrategia fundamental es la comprensión lectora, pues considero que el niño debe saber interpretar los textos que se le asignan en las diferentes actividades escolares no solo en la asignatura de español, también en la de matemáticas. Por otro lado es fundamental que los temas que se aborden en relación con el contexto y entorno inmediato para que el estudiante este en capacidad de resolverlos. Además la comprensión e interpretación no solo es textual, también hace referencia a las imágenes".

• "Me parece que la utilización de los cuadernillos desde el grado primero son una gran ayuda para que el estudiante se vaya familiarizando con el sistema de evaluación que aplica el gobierno; de igual manera desarrolla muchas habilidades en los educandos. También sería de gran ayuda que un experto en el diseño de estas evaluaciones nos orientaran o mejor nos capacitaran sobre qué se debe tener en cuenta al plantear dichas situaciones".

Foro 3:

Dentro de las discusiones de este año, se ha estado hablando que tres pensamientos matemáticos no se trabajan afondo en la básica primaria: pensamiento métrico, pensamiento espacial (geometría) y pensamiento aleatorio (estadística), esto origina bajos niveles de desempeño en las pruebas externas.

¿Cuál es la razón para la que no se trabajen a fondo estos pensamientos en el aula de clase? y ¿Que elementos de esos pensamientos matemáticos trabajaría usted, para potenciar los desempeños de los niños en las pruebas SABER?

• "Todos los pensamientos no se habían utilizado en matemática porque la tradición nos había llevado a creer que los seres solucionaban sus problemas de su diario vivir con cuatro operaciones y unas cuantas medidas .No veíamos alrededor, dónde nos ubicamos, donde nos movíamos. Es triste que hayan pasado varios años en los que solicitábamos capacitación y no llegaba. Tuvimos que llamar la atención para lograrlo.

Tan importante son todos los pensamientos como todos sus elementos, unos son complemento de otros: Todos nos ubican en el espacio de nuestro entorno, en una realidad con problemas que debemos resolver con comunicación, análisis, razonamiento, modelación, estableciendo relaciones y ejercitándonos para conocer el contexto y todo lo que él implica".

• "Considero que si se trabajan pero no con la profundidad que se debería. La mayoría de los docentes centramos nuestros esfuerzos en la aritmética, procurando que nuestros estudiantes se apropien principalmente de las cuatro operaciones básicas (suma, resta, Multiplicación, división, entre otras). Para mejorar los desempeños de los estudiantes en las pruebas saber considero que se debe hacer énfasis en el pensamiento aleatorio y espacial sin desmeritar la importancia del pensamiento métrico, ya que los niños deben interpretar gráficas para dar respuesta a planteamientos partiendo de una información dada".

• "Los tres pensamientos son importantes en la práctica estudiantil. En años anteriores se trabajaban estos temas a fin de año. En la actualidad se ha modificado la intensidad horaria, además de replantear los planes de estudio. Considero de vital importancia hacer énfasis en el pensamiento espacial y aleatorio para que los niños tengan la capacidad de interpretar diagramas, pictogramas, entre otros".

• "Una de las razones para que no se trabaje estos pensamientos a fondo puede ser que no se les ha dado la importancia que se merecen y casi siempre se empieza por el pensamiento numérico y se deja para después los demás pensamientos, en el horario de matemáticas se deben dejar por lo menos dos horas dedicada a dichos pensamientos y trabajarlas con los proyectos transversales ".

• "Los pensamientos matemáticos no se trabajan a fondo, en mi caso debido a que laboro en escuela multigrado y esto dificulta en parte, ya que se realiza una enseñanza más personalizada y esto requiere de más tiempo".

• "Me atrevo a sugerir que es muy importante enseñar desde el inicio del año escolar estas otras asignaturas (geometría y estadística), trabajándolas por separado de la aritmética. En horarios y cuadernos distintos. En mi caso personal lo he podido comprobar, ya que al realizar diferentes repasos para las pruebas saber de este año, en donde hemos trabajado pruebas de años anteriores, nos hemos dado cuenta que los problemas con operaciones básicas que se plantean son muy sencillos, mientras que la mayoría de preguntas están relacionadas con el manejo de datos estadísticos, medidas, polígonos, sólidos, movimiento de figuras, plano cartesiano, entre otros".

• "Realizo metacognición para hallar la razón por la cual no se trabajan a fondo, todos los pensamientos matemáticos especialmente el pensamiento métrico, el pensamiento espacial y el pensamiento aleatorio es de análisis, historicidad y reconocimiento de los procesos generales de las matemáticas como son de formular y resolver problemas, modelar procesos y fenómenos de la realidad (comunicar, razonar, formular, comparar, ejercitar procedimientos y algoritmos). Dado lo anterior desde mi punto de vista profesional todos los pensamientos los he trabajado y los trabajo….lo que estoy haciendo ahora es resignificando y enriqueciendo poco a poco mis prácticas de trabajo en estos pensamientos.

Es así que he entendido que no son importantes las mediciones y los resultados numéricos de las medidas sino las relaciones entre los objetos involucrados en el espacio y la ubicación y las relaciones del individuo con respeto a este objeto y a este espacio. “Es aquí donde una como maestra de primaria debo crear las estrategias más favorables para que los-as niños-as logren y alcancen a desarrollar procesos con resultados de un buen nivel…. Les cuento que es bastante difícil

Bueno… continuando con el otro pensamiento en cuestión el pensamiento métrico donde me he dado cuenta que tratar de que niño-a entienda, desarrolle y aplique procesos es un poco complicado porque si se les conceptualiza, en un primer instante, se cree que todo está bien, pero… al hacer uso flexible de los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones es donde detecto grandes vacíos y lagunas.

Continuando ahora el turno es para el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos… En mis años de experiencia he percibido que este pensamiento los niños y niñas lo desarrollan con menos dificultad que los anteriores pensamientos, es más podría asegurar que sienten un gusto especial, esto se debe a que este pensamiento tiene una forma diferente para trabajarlo, se puede abordar con un espíritu de exploración, de investigación o de juegos de azar y con él se pueden trabajar estrategias como la exploración de sistemas de datos, la simulación de experimentos, la realización de conteos, la extracción de información desde una tabla de datos…

Concluyo: Permitamos que los pensamientos matemáticos nos cautiven… Para que estos a su vez cautiven a niños y niñas”.

• “Piensos que los diferentes pensamientos matemáticos no se trabajan con tanta profundidad con los estudiantes porque: Los contenidos de la geometría, estadística y pensamiento aleatorio siempre se dejan para los últimos periodos y, el tiempo no permite que se desarrollen en su máximo porcentaje. En las matemáticas siempre se le ha dado más importancia al pensamiento numérico dejando los otros de lado”.

• "Creo que como estrategia para trabajar más profundamente los pensamientos matemáticos a los cuales no se les ha dado la máxima importancia es aprovechando los contenidos de las otras áreas que tengan relación con dichos pensamientos y trabajarlos desde éstas. Se debe tener en cuenta que estos pensamientos deben desarrollarse en todos los periodos del año".

• "Debemos reconocer que estamos en un proceso de cambio y restructuración en nuestro quehacer pedagógico y para ello es necesario darle la importancia que se merece cada uno de estos pensamientos. Es necesario trabajar todos los pensamientos ya que le permiten al estudiante formular y resolver problemas, modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar, razonar, formular, comparar, ejercitar procedimientos y algoritmos que son fundamentales para el éxito en las pruebas saber".

• "Es que algunos docentes le dan más relevancia al pensamiento numérico, dejando a un lado los demás pensamientos (paradigma difícil de romper); la verdad trabajo todos los pensamiento ya que es necesario una sinergia, para lograr el propósito de los procesos generales de la actividad matemática".

• "Estoy de acuerdo con los comentarios de los compañeros, hay algunos factores que no permiten la profundización de estos pensamientos como son: el tiempo, el material de apoyo (Didáctico), pero esto no quiere decir que se implementa en las aulas de clase y no se trabaje, en mi caso he realizado actividades teniendo en cuenta el material de las pruebas saber, también averiguando talleres que refuercen están falencias en los estudiantes".

• "En el aula de clase, con estudiantes de Grado Preescolar, si se trabajan los pensamientos matemáticos, solo que se hace de una forma muy sencilla acordes con los temas incluidos en el plan de estudios y más específicamente en la dimensión cognitiva. Es necesario, trabajar con los niños todos los elementos del pensamiento matemático, intensificando los temas acordes, dedicándoles mayor tiempo, desarrollándolos de una manera integral y lo más importante aprovechando las oportunidades que nos ofrecen los medios tecnológicos, para potenciar los desempeños en las Pruebas Saber".

• "Pienso que la razón por la que no se ve un mejor resultado es debido a que se encontraban ligadas en todo el proceso matemático y no se le había dado la importancia que verdaderamente necesita y creo que a partir de este año que nos hemos propuesto desligarlo, verlas por separado y darle una mayor importancia a cada pensamiento y trabajarlas por separado pretendemos obtener mejores resultados en las pruebas saber".

• "Considero que todos los elementos del pensamiento matemático son indispensables en el aprendizaje significativo de los niños, por tal razón se hace necesario potencializarlos en el aula de clase. Pero siendo sincera con el grado preescolar sólo trabajo el pensamiento espacial y el métrico, reconozco que he dejado de lado el pensamiento aleatorio ya que se me dificulta un poco, de pronto por falta de formación docente. Estas clases son ocasionales, ya que se dificulta su realización por carencia de un auxiliar en preescolar quien facilitaría el verdadero aprendizaje significativo ya que las actividades se podrían realizar en forma individual y no grupal. Mi compromiso ahora es tratar de mejorar estas clases y buscar ayuda en otros docentes o en libros".

• "El pensamiento matemático en el que más se profundiza es la aritmética, a veces olvidamos las infinitas posibilidades de complementar las operaciones matemáticas con otros pensamientos matemáticos como lo son la estadística, la geometría y el pensamiento métrico, por esta razón no profundizamos en esto.

Aunque el pensamiento métrico y el espacial están más desarrollados en la primaría por que con esto se desarrolla la capacidad cognitiva, visual y sistemática. Es importante empezar a dar unas bases estadísticas pues con este pensamiento el estudiante aprende a razonar, a resolver problemas, y a la comunicación. Reforzaría muchísimo los pensamientos métrico y espacial pero daría unas pequeñas bases estadísticas para promover otro tipo de aptitudes. Inexploradas en los estudiantes".

• "Replanteando mi práctica pedagógica con esta pregunta, puedo concluir que lo que pasa es que las matemáticas las trabajo más formalmente (conceptual) que prácticamente (procedimental), se deja de lado, la relación de los niños con su entorno, y lo primordial para ser matemáticamente competente, considero que es la acción y vivencia lúdica-matemática que tengan los niños con los objetos, ya que propiciar el trabajo individual y colectivo a través de la práctica y la manipulación de objetos, permite a los estudiantes que compartan predicciones, conjeturas, se potencie la capacidad de pensar, de analizar, de reflexionar. Y esto realmente se hace en el aula de clase, y se tienen en cuenta los pensamientos matemáticos, pero ¿cómo podemos mejorar esta falencia en la enseñanza de las matemáticas? Pienso que en los primeros grados, que son tan fundamentales, por la capacidad que tienen para percibir y de agrado que demuestran los niños, es fundamental que la docente de aula contara con la presencia y acompañamiento de una docente auxiliar, pero no es fácil una sola docente dictando Pre-matemáticas, pre-lectoescritura, ciencias integradas, , competencias ciudadanas, inglés, educación física, sistemas, aparte que la disciplina del grupo debe ser excelente, porque el bullicio es tildado como falta de dominio de grupo, proyectos, etc., etc., Si queremos ver buenos resultados en las pruebas saber, se deben buscar estrategias no didácticas ni metodológicas, porque los docentes sabemos lo que estamos haciendo, sabemos cómo enseñar las matemáticas, somos muy recursivos, pero el tiempo que demanda cada una de las actividades, las posibles situaciones que se dan en el momento de ejecutarlas con los niños es bastante dispendioso, entonces se recurre a lo más rápido, explicar verbalmente. Lo planteo desde mi grado de Preescolar que manejo. Que tan valioso fuera contar con una docente auxiliar, se harían maravillas con los niños. Pero los docentes somos magos y luchamos porque alcance el tiempo y se logre enseñar muchas cosas.

¿Qué elementos de esos pensamientos matemáticos trabajaría usted, para potenciar los desempeños de los niños en las pruebas SABER?

-El primer elemento, que me parece muy valioso tenerlo en cuenta es el tratamiento y resolución de problemas, las situaciones problema cobran sentido en el quehacer matemático y deben ser claves y aprovechados en las clases, dado en el aula o fuera de ella.

- Incluir elementos o modelos reales, para hacer más comprensible la realidad, que permita volver más concretas las ideas que ellos tienen.

- Utilizar la Comunicación, comunicar las matemáticas con distintos lenguajes o representaciones verbales, escritas, gráficas, gestuales ayudan a mejorar el trabajo colectivo, a darle significado y gusto por las matemáticas.

- Propiciar situaciones de aprendizaje que propicien el razonamiento lógico, escuchar explicaciones, hipótesis, acerca del razonamiento numérico, métrico. Geométrico, espacial y esto se consigue con el juego”.

• “Respondiendo a la pregunta uno, considero existe varias razones, quizás una de ellas es que aún existe en nosotros criterios de enseñanza tradicional, ya que estos pensamientos no eran profundizados en la educación que se impartía en la primaria, pues se enfatizaba mas era en la aritmética como tal y los otros pensamientos no se profundizaban tanto, se esperaba un mayor aprendizaje de estos en la básica secundaria, ahora sé que es un error y se debe fortalecer desde la primaria. Con relación a la pregunta dos, considero necesario trabajar los tres pensamientos matemáticos bien reforzados desde la primaria, ya que cada uno de ellos dimensiona aspectos potenciales para el aprendizaje y el fortalecimiento de las matemáticas en los estudiantes, de esta manera esperamos mejorar a un futuro nuestros resultados en las pruebas saber”.

Bibliografía

[1] Alsina, Claudi., Burgués, Carme., & Fortuny, Josep M. (1997). *Didáctica de la geometría*. España: Editorial Síntesis, S.A.

[2] Alsina, Claudi., Burgués, Carme., & Fortuny, Josep M. (1999). *Materiales para construir la geometría*. España: Editorial Síntesis, S.A.

[3] Batanero, C., Arteaga, P., Cañadas G., & Contreras, J. (2011). Las Tablas y Gráficos Estadísticos como Objetos Culturales. *Revista de Didáctica de las matemáticas Números, 76*, 55–67.

[4] Batanero, C. (2000), Significado y comprensión de las medidas de posición central. *Revista de didáctica de las matemáticas UNO, 25*, 41-58.

[5] Baudilio, Luis. (2008), *La evaluación decretada. A propósito del Decreto 230 de 2002, análisis crítico del proceso de evaluación*. Bogotá: Ediciones SEM.

[6] Camilloni, Alicia., Celamn, Susana., Litwin, Edith., & Palou de, Maté María. (2000). *La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo*. Buenos Aires: Paidós Educador.

[7] Castro, Encarnación., Rico, Luis., & Castro, Enrique. (1996), *Números y operaciones, fundamentos para una aritmética escolar*. España: Editorial Síntesis, S.A.

[8] Cerda, Hugo. (2003), *La nueva evaluación educativa. Desempeños, logros, competencias y estándares de La nueva evaluación educativa*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

[9] Chamorro Plaza, M. (2003). Las dificultades de lectura y comprensión de los problemas matemáticos escolares. *Revista de didáctica de las matemáticas UNO, 33*, 99-119.

[10] Colombia, Alcaldía Mayor de Bogotá, Secretaria de Educación. (2001). *Compendio Resultados, evaluación de competencias básicas en lenguaje, matemáticas y ciencias naturales.*

[11] Colombia, ICFES. (2012). *Guía para la lectura e interpretación de los reportes de resultados institucionales, Pruebas Saber 3˚, 5˚ y 9˚.* Recuperado de file:///C:/Users/Aparta%20Suite/Downloads/Guia%20para%20la%20lectura%20e%20interpretacion%20de%20los%20reportes%20de%20resultados%20institucionales%20Aplicacion%202012%20(2).pdf

[12] Colombia, ICFES. (2014). *Lineamientos para las aplicaciones muestral y censal 2014, Pruebas SABER 3˚, 5˚ y 9˚.* Recuperado de http://www.icfes.gov.co/examenes/component/docman/cat_view/6-saber-3-5-y-9/18-informacion-general/43-guias-y-ejemplos-de-preguntas/37-guias?Itemid=

[13] Colombia, ICFES. (2006). Las competencias de quinto grado que evalúa la prueba de matemáticas para el ICFES. Recuperado de file:///C:/Users/Aparta%20Suite/Downloads/Matem%C3%A1ticas%205%C2%B0-2014%20(3).pdf

[14] Colombia, Ministerio de Educación Nacional. (1998), *Lineamientos Curriculares Para el Área de Matemáticas.* Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-339975_matematicas.pdf

[15] Colombia, Ministerio de Educación Nacional. (2002). *Finalidades y alcances del Decreto 230 del 11 de febrero de 2002.* Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89865_archivo_pdf.pdf

[16] Colombia, Ministerio de Educación Nacional. (2003), *¿Cómo entender las pruebas SABER y qué sigue?* Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-81029_archivo.pdf

[17] Colombia, Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

[18] Colombia, Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Plan Decenal de Educación 2006 – 2016.* Recuperado de http://www.plandecenal.edu.co/html/1726/articles-166057_cartilla.pdf

[19] Colombia, Ministerio de Educación Nacional. (2009). *Fundamentaciones y orientaciones para la implementación del Decreto 1290. Documento No. 11*. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-213769_archivo_pdf_evaluacion.pdf

[20] Del Olmo, María., Moreno, María., & Gil, Francisco. (1993). *Superficie y volumen ¿Algo más que el trabajo con fórmulas?* España: Editorial Síntesis, S.A.

[21] Figel, Ján. (2009, septiembre-octubre). Competencias clave para el aprendizaje permanente, *Al tablero No. 52*. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/article-210023.html

[22] Giménez Rodríguez, Joaquín. (1997). *Evaluación en matemáticas, una integración de perspectivas.* España: Editorial Síntesis, S.A.

[23] Gimeno, Sacristán. (1992), *Comprender y transformar la enseñanza*. Madrid, España: Ediciones Morata.

[24] Gobernación De Antioquia. Secretaria De Educación Para La Cultura (2005), *Interpretación e Implementación de los estándares básicos de matemáticas*. Medellín: Digital Express Ltda.

[25] Godino, J. D., & Ruiz, F. (2003). Geometría y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada.* Recuperado en http://www.ugr.es/local/jgodino/

[26] Godino, J. D., & Font, V. (2003). Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros. *Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada.* Recuperado en http://www.ugr.es/local/jgodino/

[27] Godino, J. D. (2004). Didáctica de las matemáticas para maestros. *Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada.* Recuperado en http://www.ugr.es/local/jgodino/

[28] Godino, J., Batanero, M., & Cañizares, M. (1996). *Azar y probabilidad.* España: Editorial Síntesis, S.A.

[29] Grupo Azarquiel. (1991). *Ideas y actividades para enseñar algebra*. España: Editorial Síntesis, S.A.

[30] Grupo Beta. (1997). *Proporcionalidad geométrica y semejanza.* España: Editorial Síntesis, S.A.

[31] Jurado, Fabio., Acevedo, Miriam., Rodríguez, Enrique., Barriga, Carlos., & Rey Silvia. (2005), *Entre números entre letras: la evaluación. Estudio de caso*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia, Unibiblos.

[32] Lafrancesco, G. (2004). *La evaluación integral y del aprendizaje: Fundamentos y estrategias*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

[33] Lozano, Daniel. El cambio de concepción y de prácticas de evaluación del Aprendizaje: A propósito de los retos de los Sistemas Institucionales de Evaluación. *Ruta Maestra ed: 02 p.33 -39*. Recuperado de http://www.santillana.com.co/websantillana/wp-content/uploads/2014/03/ed2_cambios_sistema_educativo_colombiano.pdf

[34] Martínez, Ángel., Juan, Francisco., & otros. (1989). *Una metodología activa y lúdica de enseñanza de la geometría elemental*. España: Editorial Síntesis, S.A.

[35] Moreno, Paola., Triana, Jina., & Ramírez, Diana. (2009). *Un recorrido histórico sobre concepciones de la evaluación y sus propósitos en el proceso educativo en Colombia. ¿Cómo ha influido en la educación?*, Decimo encuentro de matemática educativa. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia.

[36] Mosquera, Martha Cecilia (2004). *Estrategias de mediación pedagógica para el desarrollo del pensamiento matemático*. Memorias del XX coloquio distrital de matemáticas y estadística. Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá: Departamento de publicaciones Universidad Pedagógica Nacional.

[37] OCDE PISA (2006). *Marco de la evaluación. Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura*. Recuperado de http://www.oecd.org/pisa/39732471.pdf

[38] Pérez, Jesús Hernando (1991). *Lenguaje y pensamiento matemático.* Memorias del II encuentro de geometría y sus aplicaciones. Universidad Pedagógica Nacional,

Universidad de los Andes. Bogotá: Departamento de publicaciones Universidad Pedagógica Nacional.

[39] Rico, Luis. (2006). Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas. *Revista de educación extraordinario, pp. 275-294., Universidad de Granada.*

[40] Sarmiento, Víctor. (2008, Enero-Marzo). Evaluación para los aprendizajes, *Al tablero No. 44*, Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/propertyvalue-37909.html

[41] Vasco, Carlos. (1994), Un nuevo enfoque para la didáctica de las matemáticas, vol. 2, serie Pedagogía y Currículo. Ministerio de Educación Nacional.

[42] Vicente, Santiago., & Orrantia, Josetxu. (2007). *Resolución de problemas y comprensión situacional*. España: Universidad de Salamanca.