Diseño de una estrategia metodológica a partir del aprendizaje cooperativo que contribuya al fortalecimiento de las competencias en el desarrollo del pensamiento numérico de los estudiantes del grado sexto de la institución educativa el Pinal

Claudia Cecilia Castañeda Ceballos

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Medellín, Colombia
2015

Diseño de una estrategia metodológica a partir del aprendizaje cooperativo que contribuya al fortalecimiento de las competencias en el desarrollo del pensamiento numérico de los estudiantes del grado sexto de la institución educativa el Pinal

Trabajo final de maestría presentado como requisito parcial para optar al título de:

Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director

Jair Arturo Gómez Gómez

MSc en Tecnología y Educación

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Medellín, Colombia

2015

"Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo"

Benjamín Franklin

Agradecimientos

A esa Energía Divina y poderosa por ofrecerme tantas cosas lindas y llenarme de motivos para seguir adelante

A mi profesor y director, Jair A. Gómez por su acompañamiento, sus enseñanzas y valiosos aportes

A mis compañeras y amigas, María Victoria y Paola Shirley por permitirme caminar junto e ellas en este trajinar de la maestría

A mi pareja, por su paciente espera, apoyo, dedicación y amor

Resumen

Las fracciones es uno de los contenidos en matemática con mayor dificultad para su enseñanza y aprendizaje. El resultado de varias investigaciones afirma que el aprendizaje cooperativo es más efectivo en tareas complejas. Este trabajo presenta una propuesta de enseñanza de las fracciones mediada por las dinámicas del aprendizaje cooperativo con el propósito de fortalecer las competencias matemáticas en el desarrollo del pensamiento numérico. La experiencia fue desarrollada con 35 estudiantes del grado sexto-3 de la Institución educativa el Pinal.

La estrategia metodológica consiste en el diseño y aplicación de una secuencia de actividades dinamizadas por un trabajo cooperativo, enmarcado dentro de un enfoque constructivista y bajo la premisa de la interdependencia positiva. De acuerdo al análisis del proceso, y a los resultados de las pruebas aplicadas, la estrategia metodológica propuesta contribuye con el fortalecimiento de las competencias matemáticas en el desarrollo del pensamiento numérico en el ámbito de las fracciones.

Palabras claves: AC, interdependencia positiva, competencias matemáticas, pensamiento numérico, fracciones, constructivismo

Abstract

One of the topics in Mathematics that causes people the most trouble be it either in teaching or learning is Fractions. The results of some research projects have shown that cooperative learning is more effective when students have to complete

a number of complex tasks. This research presents an exercise on how to teach fractions through cooperative learning with the aim of strengthening mathematical competencies as students develop numerical thinking. This experience was implemented with 35 students from grade 6^{th} 3, at the Institucion Educativa EL Pinal, located in Medellin, Colombia.

The main methodological strategy used consists of the designing and application of a sequence of activities mediated by a cooperative task framed within a constructivist perspective and under the premise of a positive interdependence. According to the analysis of the process and the results gotten from the tests applied, the methodological proposal contributes to the strengthening of mathematical competencies in the development of numerical thinking within the context of fractions.

Key words: cooperative learning, positive interdependence, mathematical competencies, numerical thinking, fractions, constructivism

Contenido

Agradecimientos ..... *V*

Resumen ..... *VII*

Contenido ..... *IX*

Lista de figuras ..... *XII*

Lista de tablas ..... *XIII*

Introducción *15*

1. Aspectos Preliminares *17*

1.1 Selección y delimitación del tema **17**

1.2 Planteamiento del Problema **17**

1.2.1 Antecedentes **17**

1.2.2 Descripción del problema **24**

1.2.3 Formulación de la pregunta **26**

1.3 Justificación **26**

1.4 Objetivos **28**

1.4.1 Objetivo General **28**

1.4.2 Objetivos Específicos **28**

2. Marco Referencial *30*

2.1 Marco Teórico **30**

2.2 Marco Conceptual-Disciplinar **42**

2.3 Marco Legal 46

2.4 Marco Espacial 51

3. Diseño metodológico: Investigación aplicada 53

3.1 Paradigma Crítico-Social 53

3.2 Tipo de Investigación 54

3.3 Método 54

3.4 Instrumento de recolección de información 55

3.5 Población y Muestra 56

3.6 Delimitación y Alcance 56

3.7 Cronograma 57

4. Trabajo Final 59

4.1 Caracterización 59

4.1.1 Rastreo bibliográfico 59

4.1.2 Prueba diagnóstica 60

4.1.3 Análisis de los resultados de la prueba diagnóstica 61

4.2 Estructuración de la Estrategia Metodológica 73

4.2.1 Descripción de la Estrategia Metodológica 73

4.2.2 Estructura general de la estrategia metodológica 75

4.2.3 Metodología de trabajo en clase 76

4.3 Intervención de la estrategia metodológica 79

4.4 Análisis de los resultados durante la intervención 79

4.4.1 Análisis de resultados en los significados de la fracción 80

4.4.2 Análisis de resultados de algunas propiedades de las fracciones 86

4.4.3 Análisis de resultados de las operaciones básicas con fracciones 88

4.5 Evaluación de los efectos de la intervención de la estrategia metodológica 91

5. Conclusiones y Recomendaciones..... 95

5.1 Conclusiones.....95

5.2 Recomendaciones.....97

Referencias..... 99

Lista de figuras

Figura 1 Procedimiento para la solución de un problema de repartos *65*
Figura 2 Procedimientos para la solución de un problema de la fracción como operador *68*
Figura 3 Respuesta de un estudiante al problema 6 de la prueba diagnóstica *69*
Figura 4 Procedimiento de un estudiante para la solución del problema 7ª de la prueba diagnóstica *70*
Figura 5 Análisis grafico resultados del pre-test *72*
Figura 6 Respuesta para un problema del significado de la fracción como razón *82*
Figura 7 Procedimiento para la solución de un problema de repartos *83*
Figura 8 Solución de un problema a partir de la gráfica *84*
Figura 9 Solución de un problema de multiplicación de fracciones *84*
Figura 10 Solución del problema de Salomé a partir de la gráfica *85*
Figura 11 Planteamiento de una ecuación para la solución del problema de Salomé *85*
Figura 12 Otra forma de resolver el problema de Salomé *86*
Figura 13 Solución del problema 17 del taller de operaciones básicas *91*
Figura 14 Comparación de las respuestas correctas prueba pre y pos-test *92*

Lista de tablas

Tabla 2-1 Marco Legal *46*
Tabla 3-1 Planificación de actividades *57*
Tabla 3-2 Cronograma de actividades *58*
Tabla 4-1 Errores cometidos por los estudiantes. Relación parte-todo *63*
Tabla 5 Análisis de resultados por contenidos *72*
Tabla 6 Contenidos a desarrollar en la estrategia metodológica *73*
Tabla 7 Estándares relacionados *74*
Tabla 8 Análisis de resultados prueba post-test| *92*

Introducción

Son muchos los factores que pueden influir en el bajo nivel de desempeño de nuestros estudiantes en matemáticas, pero sin lugar a dudas, la ausencia de buenas estrategias de enseñanza en el aula es una de las causas principales. En consecuencia, el propósito de la propuesta de trabajo final es diseñar una estrategia metodológica para la enseñanza de los racionales positivos, que en adelante llamaremos fracciones, mediante el aprendizaje cooperativo con el objetivo de contribuir al desarrollo del pensamiento numérico y por consiguiente fortalecer las competencias matemáticas. Se trata entonces, de tener en cuenta resultados de investigaciones en aprendizaje cooperativo y en la enseñanza y aprendizaje de las fracciones para el diseño de situaciones de enseñanza, que de forma dinámica motive y promueva en los estudiantes mejores aprendizajes.

Un estudio realizado por la OCDE a partir de los resultados de la prueba Pisa del año 2012, confirma la relación directa entre el grado de ansiedad que provoca las matemáticas y los niveles de desempeño en las mismas. Lo cotidiano en nuestras aulas es que la mayoría de estudiantes manifiesten preocupación, estrés, e inseguridad frente a ellas ocasionando desmotivación y bajo rendimiento. Mejorar el rendimiento académico de los estudiantes en matemáticas, ciencias y castellano se convirtió en política de estado, pues, en el contexto de una nueva sociedad de conocimiento, la educación se presenta como motor importante para el desarrollo de nuestra sociedad.

El trabajo final está estructurado en cinco capítulos de la siguiente manera: el primero presenta el tema de la profundización, los objetivos, la justificación y un breve análisis documental de las diferentes líneas de investigación en aprendizaje cooperativo, pensamiento numérico y la enseñanza de las fracciones.

El segundo capítulo propone algunos conceptos básicos en los que se fundamenta el trabajo de profundización tanto a nivel de las ciencias en general como a nivel disciplinar; se definen conceptos claves para el desarrollo de la propuesta, tales como: didáctica, metodología, aprendizaje cooperativo, pensamiento numérico, sistema numérico, fracciones; se hace una breve descripción de las teorías que lo fundamentan; además, propone los contextos internacionales, nacionales, regionales e institucionales y presenta las normas legales en los que se desarrolla la propuesta de trabajo final.

El capítulo tres describe el proceso metodológico que se debe seguir para el desarrollo de la propuesta; en el capítulo cuatro, de acuerdo con los capítulos anteriores y con base en el análisis detallado de los resultados obtenidos se desarrolla y sistematiza la propuesta; finalmente, en el último capítulo se presentan las conclusiones del trabajo final de maestría, dando algunos aportes y recomendaciones para futuros estudios en la misma línea.

1. Aspectos Preliminares

1.1 Selección y delimitación del tema

El aprendizaje cooperativo es un estilo de aprendizaje que ha venido ganando terreno en el ámbito educativo, es un conjunto de técnicas y estrategias para intervenir en el aula de una forma dinámica y participativa, contribuyendo de manera eficaz al desarrollo cognitivo de los estudiantes, por lo tanto, el tema de este trabajo final se establece: la enseñanza de las fracciones para el fortalecimiento de las competencias matemáticas en el desarrollo del pensamiento numérico

1.2 Planteamiento del Problema

1.2.1 Antecedentes

A partir de los tres ejes en los que se fundamenta el trabajo final: aprendizaje cooperativo, pensamiento numérico y las fracciones; los antecedentes presentados deben estar orientados a:

- Identificar las estrategias de aprendizaje cooperativo más efectivas para trabajar con niños de sexto grado en el área de matemáticas
- Conocer los aspectos y situaciones en la enseñanza de las matemáticas que contribuyen de manera especial en el fortalecimiento del pensamiento numérico.
- Identificar las dificultades que enfrentan tanto los docentes como los estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las fracciones

Aprendizaje cooperativo (AC)

El AC se fundamenta inicialmente en las teorías constructivistas de Piaget y Vigotsky. Para Piaget, (1975) el aprendizaje es una acción individual, pero es necesario las relaciones sociales para desarrollar la autonomía, superar el individualismo y por lo tanto propender al desarrollo del ser humano; Vigotsky (1930) considera que el aprendizaje es una actividad social mediada por el lenguaje, por lo tanto, la cooperación entre iguales favorece el aprendizaje.

A nivel nacional la documentación que se encuentra está orientada al análisis de la influencia de la aplicación de esta metodología en el logro académico y en el fortalecimiento de las habilidades sociales de los estudiantes, por ejemplo, Vega (2010) realiza una investigación con estudiantes de cuarto de primaria y concluye que el AC favorece el logro académico pero que no se observaron efectos sobre las habilidades sociales.

Alarcón, (2004) también realiza una investigación sobre los beneficios académicos e interpersonales cuando se aplica una técnica del AC en el área de matemáticas en el grado octavo El autor afirma que los estudiantes desarrollaron más habilidades para comunicarse, mejores relaciones interpersonales pero aclara que los resultados de esta experiencia pedagógica no se puede generalizar en cualquier contexto pues las condiciones académicas y sociales de los estudiantes que participaron en la prueba son muy específicas, son estudiantes de alto nivel académico y con acceso a buenos recursos económicos y buena formación en valores.

Vega, Vidal & García (2013) investigan en la misma línea con estudiantes de la básica primaria y secundaria, pero esta vez teniendo en cuenta el estilo cognitivo de los estudiantes, aunque los hallazgos no son concluyentes, estos autores afirman que sus estudios aportan conocimientos importantes sobre los efectos favorables del AC en estudiantes con diferentes estilos de aprendizaje.

Con respecto al área de matemáticas estos mismos autores, en sus investigaciones confirman que sus hallazgos son consistentes con las investigaciones realizadas a nivel internacional por Hall et al (1998), Peklaj (2003) y Lavasani & Candan (2011), en las cuales muestran estadísticamente los efectos significativos del AC en esta área.

Otro estudio es el de Tangarife, (2012) utiliza el AC y la resolución de problemas como estrategias para la enseñanza de la trigonometría, afirmando que estas estrategias mejoran los procesos de aprendizaje en el aula.

Con respecto a las investigaciones en el ámbito internacional, el AC tiene una larga historia, por ejemplo, J. Dewey -según Ovejero (1990) citado por Pujolás (2002)- pone de manifiesto que a través de los procesos de cooperación en el aula, se observan tanto los aspectos sociales implicados en el proceso de enseñanza y aprendizaje como la incidencia que tiene la escuela en la preparación de los estudiantes en la vida democrática.

Sagredo y Verdia (2007) en su trabajo de maestría, hacen un recuento de algunos grupos de investigación sobre el AC: En EE.UU con los hermanos Johnson y Johnson en la Universidad de Minnesota en 1995, otra con Aronson en la Universidad de Santa Cruz en 1978 y la investigación de Slavin en la Johns Hopkins University en 1977. En Israel, a cargo de Sharan y Lazarowits en la Universidad de Tel-Avid en 1976. Se destaca el trabajo del grupo Minnesota-Johnson, Maruyana, Johnson, Nelson y Skon, (1981); Johnson, Johnson, Deweerdt, Lyons y Zaidman, (1983); Johnson, Johnson y Maruyana, (1983) - el cual consistió en la revisión de todos los estudios desde 1924 hasta 1981 para comparar la eficacia sobre el rendimiento y la productividad de los métodos cooperativos, competitivos e individualistas.

Slavin (1999), en su libro “Teoría, Investigación y Práctica” escribe sobre los fundamentos teóricos para que el AC sea efectivo en nuestras aulas, además, nos brinda información esencial sobre las técnicas más empleadas.

Gavilán (2004), En su libro “Algebra en secundario. Trabajo cooperativo en matemáticas” describe una propuesta metodológica de AC en el área de matemáticas, aplicando los contenidos curriculares del algebra y atendiendo a la educación en valores y a la diversidad de los estudiantes

Ferreiro (2007), enumera todos los aspectos esenciales del AC, afirma que es una estrategia innovadora para contribuir con el desarrollo cognitivo, social y afectivo de los estudiantes; considera estos aspectos importantes para la formación de sus actitudes y valores sociales.

Gavilán y Alario, (2010) hacen un completo análisis sobre lo que es el AC, cuál es su fundamentación teórica y los elementos que lo integran; analizan las diferentes técnicas de aplicación; describen cómo aplicarlo en el aula y cómo se deben estructurar los grupos.

Fracciones

Son numerosos los estudios e investigaciones a nivel local, nacional e internacional relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones; éstos se pueden clasificar en varias líneas de investigación orientadas a: propuestas didácticas para su enseñanza y aprendizaje; los diferentes significados asociados a la noción de fracción que tienen tanto los docentes como los estudiantes; las dificultades que tienen los docentes en su enseñanza y los estudiantes en su aprendizaje, entre otras.

Entre las investigaciones internacionales tenemos a Di Pego, (2012) quien realiza un estudio de corte cualitativo con 433 estudiantes donde compara los aprendizajes esperados a nivel curricular en el nivel primario con los desempeños alcanzados por los estudiantes en el primer año del secundario, igualmente, pretende conocer el pensamiento matemático que ha desarrollado el estudiante a partir del análisis de los errores cometidos por los estudiantes en el desarrollo de las actividades y por último, establece relaciones entre estas actividades

escolares y los aprendizajes logrados por los estudiantes. Concluye que más del 50% de los estudiantes que participaron en la investigación no alcanzaron los aprendizajes esperados y afirma que existen unas “lagunas de aprendizaje que debieron construirse en 4° año”

Continuando con autores internacionales tenemos el estudio doctoral de Perara y Valdemoros (2007), en el cual desarrollan una propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en los significados de medida, cociente intuitivo y nociones de operador multiplicativo. La experiencia la realizaron con niños de 9 años de edad, diseñando actividades vinculadas a la vida cotidiana de los estudiantes de una forma lúdica, atendiendo a los fundamentos del constructivismo. Su estudio se apoya en propuestas teóricas de investigaciones realizadas por Freudenthal (1983), Goffre (2000), Streefland (1991) y Kieren (1993).

También encontramos a Valdemoros y Ruiz, (2008) quienes demuestran a partir de un estudio de caso con un profesor de sexto grado de educación primaria con 14 años de práctica docente, las dificultades que tuvo en la enseñanza de las fracciones antes de incorporarse a un proyecto dedicado al estudio de la enseñanza y aprendizaje de estos números en el marco de una maestría orientada al fortalecimiento de las prácticas docentes.

Quispe, (2011) orienta su tesis en tres aspectos principales: la comprensión de los diferentes significados de la fracción, las operaciones básicas y algunas propiedades de los números racionales positivos, la investigación está dirigida a determinar el tipo de relaciones que se generan entre estos aspectos, sugieren que en el diseño de situaciones de aprendizaje se propongan actividades que relacionen estos tres aspectos. Caracterizó el tipo de interferencia que tienen los estudiantes en la comprensión de los significados de la fracción, es decir, identifica claramente cuales significados interfieren en la comprensión de los demás significados.

García, (2011) hace una investigación de corte cualitativo con 36 estudiantes entre los 12 y 15 años de edad en la que analizan cuales son “los significados asociados a la noción de fracción” que tienen los estudiantes, esto lo hace a partir de la solución de un problema de reparto que según el modelo de Kieren (1988) citado por la autora está estrechamente relacionados con la noción de medida, cociente y operador.

Castañeda, (2010) Realiza una investigación de diseño cuasi-experimental con 70 niños entre los 11 y 12 años de edad distribuidos en dos grupos: experimental y de control. El propósito del estudio fue demostrar que con la aplicación de la estrategia de AC “TAI” en el grupo experimental se mejoran los desempeños de los estudiantes en números fraccionarios.

A nivel nacional se encontraron igualmente muchos estudios, entre los cuales tenemos a Morales, (2014) quien hace un estudio de corte cualitativo, aplicado a un grupo de estudiantes en el cual a partir de la resolución de situaciones problemas con racionales y su argumentación, consigue identificar, clasificar y categorizar los errores cometidos por los estudiantes para luego identificar cuáles son las posibles dificultades asociados a esos errores.

Martínez, Toledo, Pastor y Guerrero, (2011) en un estudio de caso de corte cualitativo con 6 estudiantes entre los 11 y 13 años de edad, proponen la enseñanza de la suma de fracciones en el contexto del significado como medida, no desde la parte mecánica algorítmica sino apoyada desde el análisis de una representación gráfica para dotar de significado a ese proceso logarítmico.

A nivel local se encuentran también muchas investigaciones como la de Hoyos, (2015) que mediante un proyecto de aula diseña y aplica una propuesta didáctica para niños de cuarto grado, con el fin de contribuir al aprendizaje significativo de las fracciones apoyado en la teoría de David Ausubel, la cual articula con en la teoría de la enseñanza para la comprensión de David Perskins.

A partir del diseño de situaciones problemas y apoyados en la teoría de Gerard Vergnaud sobre los Campos Conceptuales, Hincapié, (2011) propone fortalecer las prácticas de 23 docentes de la básica primaria en la comprensión conceptual de los diferentes significados de la fracción.

Jiménez, Mejía, Higuita, López, Munera, Valencia y Correa, (2004) desde la resolución de situaciones problemas en el contexto de las fracciones, pretenden propiciar en el estudiante la construcción de relaciones numéricas para fortalecer los procesos de pensamiento numérico. Este trabajo de investigación se realizó con 129 estudiantes de quinto de primaria con edades entre los 10 y 12 años.

Pensamiento Numérico

El campo de investigación en este aspecto es muy extenso, abarca infinidad de temas y situaciones que están orientadas más que todo a los procesos cognitivos de los estudiantes.

El proyecto final se fundamenta en 4 libros que guían y desarrollan los procesos curriculares en matemáticas a nivel nacional y local. En ellos se precisan los fundamentos teóricos, prácticos y los constructos que son clave en la educación matemática para el desarrollo del pensamiento numérico en los niños, estos libros son:

- Lineamientos curriculares de matemáticas, MEN (1998)
- Estándares básicos de Competencias matemáticas. Potenciar el pensamiento matemático: ¡Un reto escolar! MEN (sin fecha)
- Desarrollo de Competencias en matemáticas en la educación básica y media del departamento de Antioquia. Módulo I. Pensamiento numérico y sistema numérico. Gobernación de Antioquia (2008)
- Interpretación e implementación de los estándares básicos de matemáticas. Gobernación de Antioquia (2005)

A nivel internacional, tengo en cuenta el artículo “Pensamiento Numérico y Educación matemática” escrito por Martínez, (sin fecha) en el que reflexiona sobre tres ideas que son fundamentales y además se complementan entre sí: sentido numérico, elementos de la educación matemática directamente relacionados con el pensamiento numérico y la importancia de la teoría de números para potenciar el pensamiento numérico.

1.2.2 Descripción del problema

Son tres aspectos estrechamente relacionados que se deben tener presentes como hilo conductor en el desarrollo del trabajo final: El bajo nivel de desempeño de los estudiantes en el área de matemáticas, la desmotivación y apatía que expresan con respecto a su estudio y las relaciones interpersonales que se generan al interior de las aulas.

Analizando los resultados de las pruebas realizadas en matemáticas, a nivel nacional, con las pruebas saber aplicadas en el 2013 para los grados quinto y noveno y las pruebas internacionales, con las pruebas pisa, señalan el bajo nivel de desempeño de los estudiantes en esta área. Comparando los resultados de las pruebas institucionales con respecto a las nacionales en los cinco procesos generales que contemplan los lineamientos curriculares, tenemos que somos débiles en razonamiento, argumentación, planteamientos y resolución de problemas y hay fortalezas en la comunicación, representación y modelación. Del mismo modo, analizando las pruebas internacionales, nuestros estudiantes solo son capaces de resolver problemas rutinarios, es decir, donde requieren una inferencia directa para la aplicación de algoritmos básicos.

Diferentes diagnósticos realizados a nivel institucional, municipal y nacional han arrojado los mismos resultados con respecto al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Hay un bajo rendimiento académico que muchas veces son causa de la reprobación del grado, de la deserción y fracaso escolar.

Las metodologías utilizadas por la mayoría de los docentes son inadecuadas, generalmente se hace énfasis en la solución de problemas descontextualizados y de una forma mecánica y repetitiva, además, no hay articulación entre las áreas del plan de estudios y los proyectos institucionales.

Con respecto a la I. E el Pinal, el análisis de los resultados obtenidos en la promoción de los estudiantes en los últimos cuatro años de los grados sextos arrojan cifras preocupantes: hay una deserción aproximada del 5% de los estudiantes y alrededor del 16% no se promueven al grado séptimo. Se concluye entonces, que una de las problemáticas principales que se debe atender es el fracaso escolar. El concepto de fracaso escolar que aquí considero es el de Rodríguez. (1986) citado por Díaz (2003), quien lo considera como la situación en la que el estudiante no alcanza los niveles de desempeño esperados, según sus capacidades, de tal modo que se altera su personalidad influyendo esto en los demás aspectos de su vida.

Son múltiples las variables que influyen de modo determinante en el fracaso escolar; estas se pueden agrupar en*:* entorno familiar como el nivel económico, nivel de alfabetización de los padres y situaciones de conflicto que vive en su hogar*;* personales como las dificultades neurosicológicas: déficit de atención, la motivación y el auto- concepto; entorno social como situaciones de violencia que vive en su barrio y entorno institucional como la metodología inadecuada del docente en el aula.

Pero hay dos variables que inciden de forma directa en el fracaso escolar y son constante preocupación de docentes y padres de familia: la primera es una crisis de carácter social, son los problemas de convivencia -con todo lo que esto implica- que poco a poco transgrede las paredes de la escuela e inexorablemente se está instalando en nuestras aulas y va creciendo de manera alarmante; la escuela está reflejando lo que ocurre fuera de ella: en la familia, en el barrio o en la sociedad. La segunda, es de tipo académico y tiene que ver con el bajo rendimiento en la mayoría de las áreas del plan de estudio y en particular en el

área de matemáticas, situación que se presenta, a mi modo de ver, por la falta de motivación de los estudiantes*.*

Con respecto a la motivación de los estudiantes, también son múltiples los factores que la producen, pero, las que más influyen y las que se pueden modificar son las inadecuadas metodologías del docente en el aula y las interacciones sociales entre los compañeros.

1.2.3 Formulación de la pregunta

Con la intención de mejorar mi práctica docente y de propiciar en los estudiantes mejores niveles de desempeño en el área de matemáticas y particularmente en el pensamiento numérico, el trabajo final está orientado hacia una fundamentación conceptual y práctica sobre el AC para la enseñanza de las fracciones, el planteamiento del problema es: ¿Qué estrategias metodológicas orientadas desde el AC y en el contexto de las fracciones, contribuyen al fortalecimiento de las competencias matemáticas en el desarrollo del pensamiento numérico de los estudiantes?

1.3 Justificación

De acuerdo a la descripción del problema planteado, niveles de desempeño bajos en el área de matemáticas; desmotivación y apatía que presentan los niños del grado sexto de nuestra institución que en parte ocasiona la no promoción y deserción escolar; algunas prácticas inadecuadas para la enseñanza de los contenidos matemáticos que emplean los docentes y las pocas estrategias que muestran los estudiantes para mejorar las relaciones interpersonales en el aula, me llevaron a plantear el AC como una alternativa importante para mitigar los problemas presentados.

Con respecto al nivel de desempeño de los estudiantes en matemáticas el trabajo estará orientado a fortalecer el pensamiento numérico con el estudio de los

racionales positivos, las fracciones. Se escoge este tema porque de acuerdo a mi experiencia como docente en la básica secundaria y media, la de los compañeros en la básica primaria y la de muchos investigadores a nivel nacional e internacional, es el tema con mayor dificultad para la enseñanza y mayor dificultad para el aprendizaje; además, es un tema que sirve de base para la comprensión de temas más avanzados tanto en aritmética como en algebra.

A pesar de que existen muchas investigaciones que describen las ventajas de implementar estrategias de AC, hay un desconocimiento por parte del docente en la aplicación de las herramientas y técnicas que le pueden permitir la construcción de nuevas formas de interacción en el aula, más continuas y permanentes.

Mediante el análisis y fundamentación teórica y práctica del AC se pretende diseñar una estrategia metodológica que ayude al docente a transformar sus prácticas pedagógicas en el aula con el objetivo inicial de motivar al estudiante, pues, un estudiante fuertemente motivado utiliza todo su esfuerzo y personalidad para alcanzar una meta determinada.

En el diseño de la estrategia metodológica que se propone, el eje conceptual es el pensamiento numérico, el cual se fortalecerá con el estudio de las fracciones, por lo tanto, se debe hacer énfasis en las relaciones numéricas, pues, se pretende que el estudiante con la dinámica del AC, al compartir y debatir diferentes estrategias para la solución de problemas, aprendan a tratar las fracciones de manera más consciente, trascender el concepto de una aritmética mecánica y repetitiva que no aporta al aprendizaje significativo.

Respecto a las competencias, de acuerdo con el MEN, se espera que el estudiante con el AC adquiera además de contenidos, un conjunto de destrezas, actitudes, habilidades cognitivas, sociales, afectivas y psicomotoras para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos nuevos y retadores.

De acuerdo al resultado de las investigaciones realizadas a nivel nacional e internacional sobre los efectos del AC en el mejoramiento de los niveles de desempeño de los estudiantes en cuanto al logro académico y las relaciones interpersonales; al diagnóstico de cómo viven los estudiantes las matemáticas; a los resultados de las pruebas y a la problemática que presentan los estudiantes de los grados sextos de nuestra institución en los cuatro tres años, me llevaron a plantear el AC como una estrategia que se debe utilizar para fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, además, de brindarles los mecanismos adecuados para la mejor solución de los conflictos que se presentan en el aula.

Estoy convencida que con un buen ambiente de aprendizaje en el aula, tendremos estudiantes más motivados, con mejores niveles de desempeño; disminuyendo así el índice de reprobación y, por lo tanto, el índice de fracaso escolar.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo General

Diseñar una estrategia metodológica mediante el aprendizaje cooperativo que contribuya al fortalecimiento de las competencias matemáticas en el desarrollo del pensamiento numérico de los estudiantes del grado sexto de la institución educativa el Pinal.

1.4.2 Objetivos Específicos

- Identificar mediante una caracterización estrategias metodológicas para la enseñanza de las fracciones, el desarrollo del pensamiento numérico, y la aplicación del aprendizaje cooperativo

- Determinar a través de una prueba diagnóstica el nivel de desempeño que tienen los estudiantes en la comprensión, significado, uso, relaciones y operaciones de las fracciones.
- Diseñar a partir de la revisión documental y del análisis obtenido en la prueba diagnóstica, una estrategia metodológica mediada por el aprendizaje cooperativo
- Intervenir la práctica docente aplicando la estrategia metodológica propuesta, evidenciando el nivel de desempeño en el desarrollo del pensamiento numérico en el contexto de las fracciones
- Evaluar el nivel de desempeño que alcanzan los estudiantes del grado sexto en el desarrollo del pensamiento numérico con la intervención de la estrategia metodológica propuesta

2. Marco Referencial

Para diseñar una estrategia metodológica a través del AC que contribuya al fortalecimiento del pensamiento numérico en los estudiantes del grado sexto con el estudio de las fracciones, es necesario sistematizar los fundamentos teóricos más relevante que van a definir el rumbo que tomará este proyecto.

En este capítulo se definen conceptos relacionados con estrategias metodológicas, didáctica, aprendizaje, enseñanza, competencias matemáticas; pensamiento numérico y significados de las fracciones. Se concretan los aportes que desde el AC hace posible el aprendizaje significativo de los procesos matemáticos; Se definen las técnicas y métodos del AC que son más apropiados para el desarrollo eficaz de una clase de matemáticas, y además, se relacionan algunas teorías que fundamentan tanto el AC como la enseñanza y aprendizaje de las fracciones.

2.1 Marco Teórico

La experiencia docente señala que en toda actividad educativa siempre requiere de una teoría y una práctica, no necesariamente en ese orden. La literatura enseña que las bases teóricas de esa teoría se pueden encontrar en la pedagogía y las bases teóricas de esa práctica en la didáctica. El concepto de didáctica fue evolucionando a través del tiempo desde “un arte” de enseñar hasta “una ciencia” que trata de investigar sobre cómo enseñar mejor.

Para Camilloni y Feeney (2007) “La didáctica es la disciplina que estudia la enseñanza para describirla, explicarlas, fundamentar y enunciar normas que contribuyan con la resolución de problemas referentes a la educación”, Camilloni afirma que las relaciones existentes entre los docentes y su saber didáctico, es la preocupación de la didáctica en las últimas décadas, que, la formación didáctica debe desarrollar en ellos la capacidad de transformar el discurso didáctico en un proyecto y una práctica pedagógica.

Desde mi punto de vista y teniendo en cuenta conceptos de diferentes autores, se puede definir la didáctica como una relación dialógica entre el docente y el estudiante, por lo tanto, una construcción dialéctica entre la enseñanza y el aprendizaje. La didáctica entonces, tiene que ver con el análisis que se debe hacer cuando se planea una clase, este análisis se refiere a la lectura que se hace al estudiante y a su entorno para definir sus intereses, ritmos y estilos de aprendizaje y con base en esto, definir qué le vamos a enseñar, para qué, cómo, cuándo y dónde lo vamos a hacer; buscar los métodos, estrategias y técnicas adecuadas para crear situaciones de aprendizaje más efectivas que le permitan el desarrollo y fortalecimiento de sus capacidades.

La didáctica se divide en Didáctica general, Didáctica específica y Didáctica diferencial. La didáctica general la definen como un conjunto común de conocimientos que se pueden aplicar de manera general a todas las disciplinas, individuos y contextos, tiene que ver con las teorías de aprendizaje, procesos cognitivos y el diseño curricular. La didáctica específica la definen como un conjunto de conocimientos, métodos y procedimientos que funciona para cada área del conocimiento y la didáctica diferencial está relacionado con las características y evolución del individuo. Sería muy interesante hacer un análisis sobre cuáles son los límites de sus campos de acción, en qué punto se encuentran o cuáles son sus diferencias, pero este estudio está por fuera del objetivo de éste proyecto.

Los diferentes cambios producidos en la sociedad en las últimas décadas a nivel científico, tecnológico, económico y social, hizo que las didácticas específicas se fueran consolidando como áreas independientes de conocimiento ocasionando a la didáctica general una constante contextualización de sus fundamentos teóricos.

La didáctica ya sea general o específica tiene varias categorías que la conforman, como objetivos, método, contenido, forma, metodología, evaluación, entre otros. Teniendo en cuenta que el trabajo final es el diseño de una estrategia metodológica, el interés en este punto es analizar la categoría "metodología", para tener más bases teóricas y responder a la pregunta ¿cómo enseñar?

Existen diversos métodos para la enseñanza, interesa resaltar en este trabajo aquellos orientados al desarrollo de competencias, es decir, los métodos centrados en los estudiantes.

De acuerdo a Fernández (2006) la enseñanza puede variar entre dos extremos, la centrada en el docente, donde el aprendizaje es de memoria, reproductivo y superfluo; y la centrada en el estudiante, donde el aprendizaje es significativo y por competencias. La enseñanza por competencias son modelos vinculados al socio-constructivismo los cuales forma estudiantes con buen pensamiento crítico, activo, autónomo, cooperativo y responsable.

La misma autora recopila en una tabla algunos método activos; en ella describe cada uno, indica las ventajas, ejemplos, hace recomendaciones e indica el papel que asume el docente y el estudiante. Los métodos de enseñanza centrados en el estudiante son:

- Aprendizaje cooperativo
- Aprendizaje orientado por proyectos
- Aprendizaje basado en problemas
- Exposición/lección magistral

- Estudio de caso
- Modelación y juegos

La decisión de cual método utilizar depende de diferentes variables como: los objetivos trazados, la concepción que tiene el docente sobre el aprendizaje, número y características de los estudiantes, espacios, cómo se dará la información, entre otros.

La definición más completa y clara sobre la metodología se encuentra en el diccionario pedagógico AMEI-WAECE la definen como un conjunto de criterios y decisiones que organizan de forma global la acción didáctica en el aula, determinando el papel que juega el docente, los estudiantes, la utilización de recursos y materiales educativos, las actividades que se utilizan para aprender, la utilización del tiempo y del espacio, los agrupamientos de estudiantes, la secuencia de los contenidos y los tipos de actividades, entre otros.

Una estrategia metodológica se puede definir como el conjunto de procesos que se activan para que el estudiante adquiera determinados aprendizajes. De acuerdo al método de enseñanza elegido se definen las estrategias metodológicas a utilizar.

En general, los elementos que se deben tener en cuenta en una estrategia metodológica son: motivación, conocimientos previos, objetivos, orientación a la tarea, presentación de contenidos, evaluación formativa; debe fomentar la participación, el aprendizaje activo y la cooperación

Con respecto a las teorías del aprendizaje, una de las preocupaciones del d||docente siempre ha sido cómo planear la enseñanza para que el estudiante obtenga mejores aprendizajes, teniendo en cuenta la diversidad de estudiantes que tenemos en nuestras aulas, sus historias de vida, sus intereses, sus ritmos y estilos de aprendizaje.

Existen varias teorías desde la sicopedagogía, la sicología cognitiva y la epistemología que intentan explicar cuál es el proceso para que el estudiante

obtenga mejores aprendizajes y cómo construyen los conocimientos científicos. Desde mi experiencia, estas teorías se quedan un poco cortas, porque, el aprendizaje es un proceso interno que depende de muchos factores como: sicológicos, familiares, sociales, afectivos, salud, ambiente escolar, entre otros; y además, en el aula se viven relaciones y fenómenos particulares que van modificando al sujeto. Todas estas situaciones son causa de reflexión y debate eterno del docente sobre cómo adecuar la enseñanza a las características y naturaleza del aprendizaje de los estudiantes a partir de la pertinencia o no de una teoría.

> Relacionado con este aspecto Freudenthal escribe: "…la gente aprende a partir de la observación de procesos de aprendizaje…pero aprender a observar estos procesos de aprendizaje es uno de los problemas fundamentales en la educación matemática…el comprender como aprende la gente….resolvería el problema de cómo enseñar a aprender, a fin de construir una teoría del aprendizaje basada en la evidencia en lugar de estar basada en ideas preconcebidas" Freudenthal, (2001 p 13)

Las teorías de aprendizaje tienen sus bases fundamentadas en los aportes que hacen la psicología y la ciencia cognitiva sobre los procesos internos que se llevan a cabo cuando el ser humano aprende. Cada teoría concibe al hombre de manera diferente y están sustentadas desde puntos de vista epistemológicos, sicológicos, sociológicos también diferentes, debido a las concepciones deferentes que tienen los profesionales de la educación. Cada cambio de paradigmas en la educación provoca enfoques de aprendizajes diferentes.

El trabajo final se fundamenta más que todo en el enfoque constructivista, existen una gran cantidad de autores que tratan de exponer sus ideas acerca de lo que es el constructivismo, unos desde un enfoque epistemológico, es decir, con base en la relación sujeto-objeto; otros, afirman que el constructivismo es sólo otra forma de conceptuar el aprendizaje; además, el fundamento filosófico, epistemológico, psicológico y pedagógico del constructivismo son muy diferentes,

por lo tanto, existen diferentes formas de entender el constructivismo. Para Carretero:

> "el constructivismo es la idea que mantiene que el individuo -tanto en los aspectos cognitivos y sociales del comportamiento como en los afectivos- no es un mero producto del ambiente ni un resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción entre esos dos factores. El conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del ser humano. La persona realiza dicha construcción con los esquemas que ya posee, es decir, con lo que ya construyó en su relación con el medio que lo rodea". Carretero (1993 p 25)

Por otro lado, Pozo (1996) afirma que el "aprendizaje constructivista se refiere a aquel aprendizaje que no solo recodifica la realidad, sino que la organiza profunda y deliberadamente, o reescribe las propias representaciones del sujeto, a través de la reflexión consciente"

Los principales representantes del constructivismo que fundamentan mi propuesta de trabajo son:

Piaget y su aporte sobre la epistemología genética (desarrollo genético de la inteligencia)

Describe cuatro etapas para el desarrollo cognitivo – sensomotor, pre-operacional, operaciones concretas y operaciones formales, afirma que el desarrollo intelectual está muy relacionado con el desarrollo biológico

Lev Vigotsky y su teoría sociocultural

De acuerdo a Ferreyra, (2007) se le atribuye a Vigotsky la teoría del constructivismo social en la cual describe la influencia del contexto social y cultural en el conocimiento. De acuerdo a Vygotsky, "los procesos psicológicos superiores como la comunicación, lenguajes y el razonamiento se adquieren primero en un proceso social y luego se internalizan". Para Carretero, (1997) este aporte es uno de las construcciones más esenciales de Vigotsky.

Otro concepto importante de la teoría de Vigostky que se presenta en el trabajo de AC el de "zona de desarrollo, que D`Amore, Fandiño y Marazzani, (2004) lo explican de la siguiente manera:

- "**Nivel efectivo de desarrollo**": es la competencia adquirida en un determinado momento del desarrollo cognitivo, por ejemplo, es la capacidad que adquiere un estudiante para resolver sin ayuda un determinado problema. Una actividad didáctica no tiene sentido en este nivel porque sólo se pueden afirmar los conocimientos ya adquiridos
- "**Nivel potencial de desarrollo**": Son las competencias que potencialmente un individuo puede adquirir, por ejemplo, cuando el estudiante resuelve un problema con el acompañamiento de un adulto o un compañero más capaz. En este nivel tampoco se pueden realizar actividades para construir conocimiento, debido, a que no tiene la competencia necesaria para entender lo que se le está proponiendo.

De acuerdo a estas definiciones, sólo se puede construir conocimiento entre estos dos niveles de desarrollo, a esta zona se le llama "zona de desarrollo próximo" concepto de gran importancia porque es donde ocurre eficazmente una situación de enseñanza y aprendizaje. Esta teoría cambia definitivamente el rol del docente y del estudiante, pues, el primero se convierte en un puente para que el estudiante construya aprendizajes cada vez más complejos

David Ausubel y su teoría sobre el aprendizaje significativo

Según Moreira, (1993) "El aprendizaje significativo es el proceso por el cual una nuevo conocimiento se relaciona de manera no arbitraria y sustantiva con la estructura cognitiva de la persona que aprende" para Ausubel (1953) citado por Moreira, (1993) "El aprendizaje significativo es el mecanismo humano, por excelencia, para adquirir y almacenar la inmensa cantidad de ideas e informaciones representadas en cualquier campo del conocimiento"

Uno de los conceptos claves del aprendizaje significativo se refiere a la estructura cognitiva, ésta tiene que ver con la forma cómo están organizados las ideas o conceptos en nuestra mente, para Ausubel “hay dos tipos de procesos que dan lugar a los cuatro tipos de aprendizaje que sustentan su teoría, el primer proceso que se debe definir es la diferencia entre los aprendizajes por recepción y los aprendizajes por descubrimiento**;** el segundo se refiere a los aprendizajes significativos en oposición a los aprendizajes mecánicos”.

Gérard Vergnaud y la teoría de los campos conceptuales

Vergnaud, (1990) afirma que su teoría es cognitivista y aporta un marco teórico y principios básicos para el aprendizaje de competencias complejas, la define como:

> “un campo conceptual está constituido, desde un punto de vista práctico, por el conjunto de situaciones en cuyo dominio progresivo juega un papel muy importante una gran variedad de conceptos y procedimientos en estrecha conexión. Desde un punto de vista teórico, un campo conceptual está constituido por el conjunto de conceptos y teoremas que contribuyen al dominio progresivo de esas situaciones. Vergnaud, (1997, p 9), citado por Zapata, Vasco y Lasprilla, (2007, p 101)

Con respecto a la enseñanza de la noción de fracción y sus estructuras aditivas y multiplicativas Zapata, Vasco y Lasprilla (2007) afirman que esta teoría, de forma coherente y organizada permite observar la compleja estructura conceptual de las fracciones, y además, es una herramienta indispensable para el diseño de las situaciones que permitan una firme conceptualización

Moreira, (2012) escribe que el aprendizaje significativo desde la teoría de los campos conceptuales se explicaría en términos de progresividad y complejidad, el sujeto mientras más situaciones domina, en niveles crecientes de complejidad, mas conceptualiza y si conceptualiza domina más situaciones. Puntualiza 10 aspectos principales de la teoría, entre los cuales resalto los siguientes: La

conceptualización es el eje del desarrollo cognitivo; los conceptos cobran sentido cuando el sujeto es capaz de desarrollar diferentes esquemas en las diferentes situaciones en las que el concepto se presenta; se deben proponer las situaciones en niveles de complejidad progresivo y enmarcadas dentro de un campo conceptual; se aprende significativamente, sólo cuando el conocimiento tiene sentido para el sujeto; el dominio de un campo conceptual es un proceso lento con rupturas y continuidades.

De acuerdo a los aportes teóricos de estos autores y a las definiciones sobre el constructivismo, coinciden en la descripción de los siguientes aspectos: El sujeto construye de forma activa sólo cuando interactúa con el objeto de aprendizaje; el conocimiento adquiere significado sólo cuando está relacionado con los conocimientos previos y proviene de una gran cantidad de variadas situaciones que pongan en juego las características de dicho conocimiento; tanto el contexto social como el cultural influyen en la construcción del conocimiento; aprender implica participar de forma activa, crítica y reflexiva.

Planear una clase de forma constructivista produce cambios en las formas de relación que se manejan en el aula y en los roles que desempeña tanto el docente como el estudiante. Un estudiante constructivista es autónomo, activo, constructor de su propio conocimiento, creativo, crítico y capaz de interactuar con los demás. Un docente constructivista actúa como agente que facilita, orienta y dinamiza el proceso de enseñanza y aprendizaje, es crítico y reflexivo, capaz de reevaluar su propio proceso de enseñanza con el objetivo de propiciar en los estudiantes sus propios aprendizajes.

El AC es la práctica que le da sentido a la teoría del constructivismo, aunque no es un tema nuevo, si es una metodología innovadora que puede cambiar -como lo apunta el constructivismo- las prácticas pedagógica en el aula

Aprendizaje Cooperativo

El término cooperación se refiere al trabajo con iguales para alcanzar metas propuestas. El AC se da en una situación de interacción cooperativa en el medio, según Deutsch (1962) citado por López (2009) es una situación educativa en la que una persona alcanza su objetivo siempre y cuando las otras también alcancen los suyos, así mismo, Rué (1998) citado por López (2009) considera que para propiciar una situación educativa de carácter positivo en las personas, es necesario que éstas puedan activar y conducir procesos comunicativos entre pares.

Según Johnson, Johnson & Holubec, (1999) el AC es una estrategia metodológica de pequeños grupos de alumnos para aprovechar al máximo la interacción entre ellos con el fin de maximizar el aprendizaje de todos. De igual manera, Slavin y Calderón (2000) citados por Ferreiro y Calderón, (2003) consideran que el aprendizaje se da entre alumnos o iguales y parte de la premisa de que el mejor maestro de un niño es otro niño, en la misma línea Díaz y Hernández, (2002) refuerza la definición argumentando que son estrategias dinámicas y participativas que motivan al estudiante, contribuyen al fortalecimiento de actitudes positivas, habilidades y destrezas, además, hacen más fácil el aprendizaje; finalmente Pujolás, (2008) asegura que el AC se le debe enseñar a los alumnos tan sistemáticamente como se les enseña los contenidos curriculares.

Es necesario establecer las diferencias entre el trabajo cooperativo y el colaborativo dado que muchos autores tienden a darle significados iguales, Correa, (2000) concreta que el primero está altamente estructurado por el docente y el segundo la responsabilidad del aprendizaje recae principalmente en el estudiante. Además, cada estudiante en el AC se responsabiliza por la solución de una parte del problema y posteriormente se ponen en común los resultados. Se recomienda un trabajo cooperativo para los niños y un trabajo colaborativo orientado a los adultos con experiencias de trabajos grupales.

Teorías que le aportan al AC

Con respecto al conductismo**,** los equipos de AC siempre esperan recompensas cuando culmina su actividad; necesitan ser incentivados por participar en un esfuerzo grupal. De acuerdo al aprendizaje significativo de Ausubel, el AC promueve el aprendizaje significativo porque en el desarrollo de las actividades en grupos, hay diálogos, explicaciones mutuas, discusiones y confrontaciones, en este proceso los estudiantes van modificando los contenidos hasta lograr adecuarlos al nivel de comprensión de cada estudiante, logrando de esta manera un procesamiento cognitivo que los lleva a un nivel más alto de comprensión.

De acuerdo a la teoría genética de Piaget La interacción social implica un desarrollo de las estructuras intelectuales superiores (razonamiento, memoria, creatividad, etc.), en el AC los grupos heterogéneos generan conflictos socio-cognitivos esto conlleva a la reestructuración de los aprendizajes, las habilidades sociales y la comunicación. Cuando en los equipos existe una interdependencia positiva se producen interacciones sociales eficaces, de modo que el estudiante aprende en esa interacción con el grupo, ya que se actúa en la zona de desarrollo próximo de su compañero para maximizar la posibilidad de aprendizaje.

El concepto que más ha influido en el AC es la teoría de la interdependencia social, según Johnson y Johnson, (1997) esta noción tiene sus inicios en el año 1900 con Kurt Koffka, quien propuso que los grupos son entes dinámicos con interdependencias entre sus miembros las cuales son susceptible de cambiar. Varios autores han ido redefiniendo esta teoría en el transcurso del tiempo, finalmente la teoría plantea “que la forma como se estructura la interdependencia social determina cómo es que los miembros interactúan; lo que a su vez, determinará los resultados”, Johnson y Johnson, (1974, 1989).

Las interdependencias que se pueden generar en el grupo pueden ser: positivas, negativas o ausencia de interdependencia. La interdependencia positiva es el que

promueve la cooperación del grupo, hace que los individuos se animen y faciliten el trabajo de los demás, es de acuerdo a los hermanos Johnson

> “la percepción de que uno está vinculado con otros de tal manera que uno no puede tener éxito si es que los demás no lo tienen (y viceversa); y que los beneficios del trabajo de los compañeros de grupo benefician a uno mismo de la misma manera como el trabajo propio beneficia al grupo” Johnson y Johnson, (1992, p 11)

Existen numerosas investigaciones en diferentes líneas del aprendizaje cooperativo, entre otras: Influencia en el rendimiento académico, influencias en el desarrollo de habilidades sociales, comparación de diferentes técnicas del AC, factores que inciden en los efectos del AC, procesos cognitivos en el AC, etc.

Los autores de AC que más aportaron con sus investigaciones a esta propuesta de trabajo final son: Johnson y Johnson (1999), Ferreiro, (2003); Gavilán, (2009); Slavin, (1999); Pujolás, (2004); Barriga & Hernández (2002). Con base en estos trabajos, algunos elementos básicos que se deben tener en cuenta para estructurar el AC con mayor eficacia son: Los equipos deben ser heterogéneos; se debe generar una interdependencia positiva; la responsabilidad también debe ser individual; los materiales utilizados deben generar un procesamiento cognitivo de la información y planear las actividades que fortalezcan las habilidades comunicativas.

Igualmente, estos autores señalan que algunas ventajas del AC son: contribuir al desarrollo cognitivo; rebajar los índices de violencia en el aula**;** mejorar el rendimiento académico**;** aumentar la motivación hacia el aprendizaje escolar**;** favorecer el desarrollo socio-afectivo**;** contribuir a mejorar las relaciones interculturales**;** permitir adecuar los contenidos a nivel de los alumnos**;** fortalecer la autonomía, la interacción y reducir la ansiedad.

Existen varios métodos de AC para aplicar en el aula sugeridos por estos autores, el método elegido depende del objetivo que se pretende alcanzar, de la

estructuración del equipo, del tiempo disponible y del área o tema que se quiere tratar.

Los métodos elegidos para el desarrollo de la estrategia metodológica fueron adaptaciones que hice a las versiones originales de:

- Robert Slavin: Rompecabezas II
- Torneo de juegos por equipo
- Claudia Castañeda: Explícalo tú
- Pujolás: Uno para todos
- Aguilar y Tobón: Lápices al centro
- Celso Antunes: El archipiélago
- La escalera Claudia Castañeda

La explicación y procedimiento de cada uno de estos métodos se puede observar en el anexo B

2.2 Marco Conceptual-Disciplinar

Davidson (1990), citado por Serrano, González y Herrero (2008) considera que el éxito en el desarrollo de habilidades matemáticas al aplicar estrategias de AC depende de la experiencia del docente con grupos pequeños favoreciendo en todo caso la interdependencia positiva.

Estas habilidades matemáticas a las que se refiere Davidson se pueden comparar con competencias matemáticas, entendiendo como competencia a algo que sólo se puede observar en la acción, algo que el estudiante puede hacer con lo que aprende, por lo tanto, la metodología aplicada en el proceso de enseñanza y aprendizaje debe ser activa y práctica, como lo ratifica Díaz (2005) “diseñar situaciones de aprendizaje en las cuales el estudiante tenga la

oportunidad de enfrentarse a problemas reales no sólo para adquirir y desarrollar conocimientos, habilidades y actitudes sino para demostrar el nivel de consolidación de las competencias adquiridas".

Un estudiante es competente en matemáticas cuando domina los cinco procesos generales de la actividad matemática, MEN (1998), es decir, cuando: es capaz de formular y resolver problemas; matematiza o modela una situación problema para encontrar sus posibles soluciones; razona y comunica utilizando también el lenguaje propio de las matemáticas los resultados obtenidos; compara y ejercita procedimientos.

El Ministerio de Educación Nacional de acuerdo con argumentos relacionados con el devenir histórico de las matemáticas, propone en sus Lineamientos curriculares cinco pensamientos para el estudio de las matemáticas: El pensamiento numérico, el pensamiento geométrico, el pensamiento métrico, el pensamiento variacional y el pensamiento aleatorio.

El interés de esta propuesta final es que, mediante la aplicación de métodos específicos de AC y con un material potencialmente significativo, el estudiante fortalezca estas competencias matemáticas al ir desarrollando su pensamiento numérico, que según Mcintosh, (1992), citado por el MEN (1998) lo define como el sentido y habilidad que tiene una persona para usar los números y sus operaciones en formas flexibles con el propósito de hacer juicios matemáticos.

Castro, (2008) después de hacer un análisis semántico de pensamiento y de número concluye que el pensamiento numérico es todo lo que la mente puede hacer con los números y afirma que mientras más acciones complejas realice el sujeto con los números, mayor será el desarrollo de ese pensamiento numérico. Explica, que el pensamiento numérico está directamente relacionado con otros constructos que lo fortalecen, como el pensamiento relacional, el pensamiento cuantitativo flexible y el sentido numérico. El primero tiene que ver con la conexión de ideas para sacar conclusiones; el segundo está relacionado con la habilidad de decidir por la situación cuantitativa que sea más apropiada; y el

tercer constructo se refiere a la manera especial de pensar en los números, no algorítmica sino, con una gran comprensión de su naturaleza y de las operaciones que se pueden realizar entre ellos.

Los Lineamientos Curriculares Nacionales, para el desarrollo del pensamiento numérico, sugieren centrar la atención en la comprensión, representación, el uso, el sentido y significado de los números, sus relaciones y operaciones dentro de cada sistema numérico". Se denomina sistema numérico al conjunto en el cual están definidas la adición y la multiplicación y además, que cumpla con la propiedad distributiva de la multiplicación sobre la adición; entre estos conjuntos están los naturales, enteros, racionales, reales y complejos.

El estudio de los diferentes sistemas, se debe hacer separados en el tiempo y de acuerdo a niveles formales de complejidad lógica creciente. En esta propuesta se desarrolla actividades con respecto al sistema de los racionales positivos en su representación fraccional y está enmarcada en los estándares básicos de matemáticas del grado sexto sugeridos por el MEN.

En la literatura, la definición de número racional coinciden en que es una estructura algebraica donde la fracción $a/b \in Q$ y $a, b \in \mathbb{Z}$, cuando $b \neq 0$. Esta definición por sí sola no expresa la comprensión total del número racional, es necesario analizar los diferentes significados que tienen las fracciones que según Freudenthal, (1983) citado por Morales, (2014) es el recurso fenomenológico o representación del número racional.

Para Kieren, (1988) citado por Morales, (2014) los números que se pueden expresar como razón o cociente de dos números enteros, son los números racionales, entre estos están las fracciones, porcentajes, y los decimales finitos y periódicos.

Valdemoros y Perara (2007), Valdemoros (1933), Fandiño (2005) entre otros, reconocen que uno de los investigadores que más ha contribuido al análisis y

construcción de los diferentes significados de la fracción es Thomás Kieren, quien inicia sus investigaciones hacia los años setenta con el objetivo de establecer el origen de estos números, encuentra cinco constructos intuitivos diferentes: medida, cociente, operador multiplicativo y razón; el otro constructo, la relación parte- todo, afirma el autor, es la base para la construcción de los demás significados y, además, se encuentra implícito en cada uno de ellos.

Esta polisemia es la razón para que la comprensión de las fracciones como campo conceptual sea complejo, varias investigaciones coinciden en que es uno de los contenidos de mayor dificultad tanto para la enseñanza como el aprendizaje, por esto, se encuentran diversos estudios sobre propuestas didácticas para su enseñanza.

Un estudio importante para resaltar es el de Freudenthal, (1983) citado por Ledezma y Valdemoros, (2008) el cual desarrolla una propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones desde el concepto de área y longitud, los cuales considera medio principal para visualizar la magnitud. Propone una secuencia de actividades para la enseñanza de la aritmética de las fracciones, iniciando con la relación parte todo, continúa con el significado de medida y finaliza con el significado de operador. Sugiere que para su enseñanza se utilicen materiales manipulables y afirma que el aprendizaje significativo que realice el estudiante depende de la variedad didáctica con la que el docente aborde la enseñanza.

Otro aporte importante de Freudenthal citado por Wenceslao, (2011) es proponer la enseñanza no desde el concepto mismo, sino desde el fenómeno que ayude al estudiante a constituir el objeto mental que está siendo materializado por el concepto de número racional.

Para el diseño de la estrategia metodológica se tiene en cuenta la clasificación de Kieren, (1976) citado por Valdemoros y Perara (2007), Morales (2014) y García (2011). Con respecto a las estructuras aditivas y multiplicativas de las fracciones me oriento en el trabajo realizado por Zapata, Vasco, Lasprilla, (2007). La definición de estos conceptos se pueden observar en los anexos relacionados.

2.3 Marco Legal

La siguiente tabla muestra los puntos en común y más importantes de la normatividad colombiana con respecto a la educación que aportan al desarrollo de este trabajo final

Tabla 2-1 Marco Legal

Ley norma o decreto	Artículo y texto de la norma	Comentario
Constitución Política (1991)	Art 67. "La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura"	La educación es un derecho enajenable de la persona. Busca formarlo en el respeto a los derechos humanos, a la paz y a la democracia, a la recreación para el mejoramiento cultural científico y tecnológico. Es gratuita y obligatoria hasta los 15. El estado, la familia y la sociedad son los responsables de la educación. El estado, vela por el cumplimiento de su sus objetivos, formación moral, intelectual y física
Ley General de Educación 115 de 1994 sustentada en el artículo 67 de la C.N	Art.5: "Fines de la educación. De conformidad con el artículo 67 de la Constitución Política de Colombia, la educación se desarrollará atendiendo a los siguientes fines: (…) 9. El desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico y tecnológico nacional, orientado con prioridad al mejoramiento cultural y de la calidad de la vida de la población, a la participación en la búsqueda de alternativas de solución a los problemas y al progreso social y económico del país".	La enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a través de metodologías centradas en el estudiante para el fortalecimiento de competencias, formará ciudadanos con el conocimiento y actitudes necesarias para asumir el reto que propone los fines de la educación
	Art. 20: "Los objetivos generales de la educación básica b. Desarrollar las habilidades comunicativas para leer, comprender, escribir, escuchar,	

	hablar y expresarse correctamente c. Hablar y profundizar en el razonamiento lógico y analítico para la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, la tecnología y de la vida cotidiana”	El aprendizaje cooperativo como estrategia metodológica para la enseñanza de las matemáticas contribuye al logro de los objetivos generales y específicos trazados para educación básica.
	Art. 22: “Los objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de secundaria c. El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjunto de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana”.	
	Art. 23: Áreas obligatorias y fundamentales. Se indica que para el logro de los objetivos de la educación básica se establecen áreas obligatorias y fundamentales del conocimiento y de la formación que necesariamente se tendrán que ofrecer de acuerdo con el currículo y el Proyecto Educativo Institucional. Los grupos de áreas obligatorias y fundamentales que comprenderán un mínimo del 80% del plan de estudios, son los siguientes:. (…..). 8. Matemáticas	Para cumplir con los fines propuestos en la ley, se deben alcanzar primero los objetivos de la educación básica que se establecen a partir de la planeación curricular de las áreas obligatorias y fundamentales entre las cuales se encuentra matemáticas.
	Art. 76: Concepto de currículo. Currículo es el conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías, y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local, incluyendo también los recursos humanos, académicos y físicos para poner en práctica las políticas y llevar a cabo el proyecto educativo institucional.	
	Art. 77: autonomía escolar. Dentro de los límites fijados por la presente ley y el proyecto educativo institucional, las instituciones de educación formal gozan de autonomía para organizar las áreas	Con estos artículos se crean las disposiciones legales para que las instituciones educativas se transformen y estructuren el que

	fundamentales de conocimientos definidas para cada nivel, introducir asignaturas optativas dentro de las áreas establecidas en la ley, adaptar algunas áreas a las necesidades y características regionales, adoptar métodos de enseñanza y organizar actividades formativas, culturales y deportivas, dentro de los lineamientos que establezca el Ministerio de Educación Nacional. Art. 78. Regulación del currículo. El Ministerio de Educación Nacional diseñará los lineamientos generales de los procesos curriculares y, en la educación formal establecerá los indicadores de logros para cada grado de los niveles educativos, tal como lo fija el artículo 148 de la presente ley	hacer académico, orientados por los lineamientos curriculares, los estándares básicos de competencias y los indicadores de logros.
Decreto 1860 DE 1994	Art. 14: Contenido del proyecto educativo institucional. Todo establecimiento educativo debe elaborar y poner en práctica, con la participación de la comunidad educativa, un proyecto educativo institucional que exprese la forma como se ha decidido alcanzar los fines de la educación definidos por la ley, teniendo en cuenta las condiciones sociales, económicas y culturales de su medio	El decreto reglamenta parcialmente la ley 115 en aspectos pedagógicos, didácticos y organizativos a partir de las área fundamentales y obligatorias
Decreto 1290 de 2009	Art. 3: Son propósitos de la evaluación de los estudiantes en el ámbito institucional: 1. Identificar las características personales, intereses, ritmos de desarrollo y estilos de aprendizaje del estudiante para valorar sus avances 2. Proporcionar información básica para consolidar o reorientar los procesos educativos relacionados con el desarrollo integral del estudiante. 3. Suministrar información que permita implementar estrategias para apoyar que presenten debilidades y desempeños	Propósito de la evaluación institucional de los estudiantes: Implementar estrategias pedagógicas para apoyar a los estudiantes que presenten debilidades y desempeños superiores

	superiores en su proceso formativo (…)	

- Contexto Internacional

La educación encierra un tesoro" es un informe que la comisión internacional da a la UNESCO en el año 1996 sobre la educación para el siglo XXI, presidida por Jacques Delors. En el capítulo cuatro: "Los cuatro pilares de la educación" realizan un análisis sobre la educación para la vida y la educación para adquirir conocimientos, concluyen que la educación debe estructurarse en torno a cuatro aprendizajes fundamentales: aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a ser y aprender a convivir. En el capítulo cinco, hacen un valioso aporte sobre la diferencia entre la educación para la vida y la educación básica, afirman, que la primera se realiza desde la infancia hasta el fin de nuestra existencia, va más allá de la capacitación profesional, y "representa la clave para entrar al siglo XXI"

La Unesco (1996) adelantó un estudio acerca de la formación inicial y permanente de los docentes como promotor de calidad de primer orden en el sistema educativo y una de las conclusiones fue que no es posible hablar de calidad de la educación si no se atiende al desarrollo profesional del docente.

La Unicef (2008) publicó un manual de capacitación de docentes "Escuela Nueva amiga de los niños y las niñas" como apoyo didáctico en la labor docente, una de las actividades del módulo es el trabajo en equipo para definir conceptos previos sobre trabajo cooperativo.

- Contexto Nacional

La Fundación compartir es una entidad de carácter privado y según reza el lema, una organización sin ánimo de lucro que a través de la construcción de viviendas de interés social, apoyo a los pequeños empresarios y visión educativa promueve y desarrolla programas sociales con el propósito de mejorar la calidad de vida de los colombianos con menos oportunidades económicas. Esta fundación comprometida con la educación colombiana, y convencidos que con la excelencia docente se mejora la calidad educativa, reúne un grupo de cinco investigadores para que a partir de un análisis comparativo con los países de mejores desempeños educativos realice una propuesta viable de reforma educativa. El estudio demuestra que los principales aspectos que influyen en la baja calidad educativa son: pésima formación docente, baja remuneración y pérdida de prestigio de este oficio en la sociedad; para mejorar estos aspectos proponen trabajar en cinco ejes: incentivar a los mejores estudiantes y profesionales para que se vinculen al sector educativo; revisión de requisitos y procesos de acreditación de alta calidad a los programas de licenciatura; mejorar la evaluación docente; mayor remuneración y reconocimiento; y la formación en servicio. En Febrero del 2014 el Presidente santos acoge este estudio como política de estado y anuncia que para el 2025 Colombia estará entre los países con mejor calidad educativa con respecto a América Latina

- Contexto Regional

A nivel regional, Antioquia también tiene una fundación privada sin ánimo de lucro que propone y promueve iniciativas para la construcción de una mejor región y nación. La fundación Proantioquia tiene tres líneas principales de desarrollo: Educación, competitividad y buen gobierno y fortalecimiento institucional. Con respecto a la línea educativa, Proantioquia promueve la participación del sector empresarial para apoyar el diseño de estrategias que contribuyan con el mejoramiento de la calidad educativa, mediante el fortalecimiento de instituciones

escolares y de competencias en los profesionales, para esto, gestiona alianzas con la gobernación de Antioquia, Alcaldía de Medellín, universidades, empresas privadas, entre otras, con el fin de premiar y hacer un reconocimiento público a los docentes e instituciones educativas que con esfuerzo y dedicación logran desarrollar en sus estudiantes mejores niveles de desempeños tanto cognoscitivos como socio-afectivos para formar el ciudadano la sociedad requiere.

2.4 Marco Espacial

La institución Educativa el Pinal está ubicada en el Municipio de Medellín, en el barrio el Pinal de la comuna 8, la cual está integrada por los barrios: Villa hermosa, la mansión, San miguel, la ladera batallón Girardot, Llanaditas, Los mangos, Enciso, 13 de Noviembre, La libertad, Villa tina, San Antonio, Las estancias, Villa Turbay, La sierra y Villa Liliam.

La cantidad de habitantes de la comuna 8 según el último censo realizado en el año 2005 es de 134.292, de los cuales el 81,48% pertenecen al estrato 1 y 2 y el 18.42% al estrato 3. En el barrio el Pinal hay aproximadamente 5.256 personas en el nivel 1 del sisben, 10.429 en el nivel 2 y 1.272 en el nivel 3, estos datos muestran que la pobreza es un factor crítico de la población.

De acuerdo a un informe del periódico el tiempo en noviembre del 2012, la comuna 8 es la segunda comuna con mayor índice de desplazamiento debido a la violencia producida por el conflicto armado en algunos sectores de la comuna.

A pesar de la situación de pobreza y violencia que rodea el barrio el Pinal, ha tenido un gran desarrollo debido a que las administraciones municipales han tratado de prestarle atención a los asuntos más urgentes como la seguridad, la educación, la salud, la recreación y el deporte. De acuerdo al diagnóstico realizado para la construcción del PEI se concluye que la presencia de la iglesia en el barrio ha sido fundamental para liderar los procesos de formación y educación en valores humanos y espirituales.

En una entrevista realiza por el tiempo.com en el año 2013 al vicepresidente de la Junta de Acción comunal Alex Mejía, expresa: “Muchos creen que porque estamos en la comuna 8 vivimos en un medio de enfrentamientos y delincuencia. Podemos decir con tranquilidad que este es uno de los pocos sectores que aun estando en una de las laderas de Medellín, todavía estamos en paz”.

3. Diseño metodológico: Investigación aplicada

El capítulo trata de los fundamentos y procedimientos metodológicos que se emplearon en la realización de este trabajo de profundización que consistió en el diseño de una estrategia metodológica para la enseñanza de las fracciones, idea que surge a partir de la situación problemática planteada, la cual se desea intervenir y mejorar. El paradigma investigativo, el tipo de investigación; el método; y los mecanismos de recolección de la información que se utilizan, se definen y explican en función del problema planteado y los objetivos a alcanzar.

3.1 Paradigma Crítico-Social

Atendiendo a los lineamientos del programa de la maestría en profundización el trabajo final se enmarca dentro de la investigación aplicada y sustentada en el paradigma Crítico-Social. A partir de una reflexión crítica a mi práctica docente, de un análisis y comprensión de la realidad de mis estudiantes, de un reconocimiento que las transformaciones sociales se gestan desde las aulas; se pretende, con la intervención en mi práctica docente de la estrategia metodológica propuesta, mejorar los procesos cognitivos de los estudiantes y contribuir al fortalecimiento de estrategias para la resolución de conflictos, aspectos esenciales para formar ciudadanos autónomos, responsables y participativos.

3.2 Tipo de Investigación

El trabajo final por su naturaleza de investigación aplicada y bajo el paradigma Crítico-Social, se sustenta también en el modelo de investigación-acción-educativa, pues, a partir de un proceso reflexivo de observación y análisis de las realidades vividas en el aula, del diagnóstico y planteamiento de la situación problema; se establecieron y priorizaron las necesidades pedagógicas, metodológicas y didácticas que orientaron la estructuración de este trabajo final con propósito de impactar primero mi práctica docente para luego lograr en los estudiantes mejores desempeños en el área de matemáticas. Este papel que asume el docente como investigador en la acción misma, hace que sus estudiantes se vuelvan sujetos activos, responsables de su propio proceso de aprendizaje.

3.3 Método

Pérez, (1994) define el método, dentro de un proceso establecido con anterioridad, como un conjunto de operaciones y actividades que se realizan de manera organizada para conocer y actuar sobre la realidad; atendiendo a este concepto, el método que nos permite responder al problema planteado: ¿Qué estrategias metodológicas orientadas desde el AC y en el contexto de las fracciones, contribuyen al fortalecimiento de las competencias matemáticas en el desarrollo del pensamiento numérico de los estudiantes? Es la adopción de los principios del método crítico social, porque nos ofrece pautas para comprender tanto nuestras prácticas educativas como las situaciones en las que éstas tienen lugar, con el objetivo de transformarlas, cambiarlas y mejorarlas; para ello, Elliot, (1993) citado por Moreira (2002) afirma que es necesario tener en cuenta la relación simultánea entre los procesos y los productos para la mejora de dichas prácticas.

En este proceso de reflexión, me propuse indagar sobre otras estrategias de enseñanza de la matemática que permitieran mejorar mi práctica docente y por ende mejorar los aprendizajes de los estudiantes, lo que me llevó al estudio de los principios de AC y a las teorías constructivistas, y en tal sentido, inicié un proceso de liberación de las prácticas tradicionales para la enseñanza de las matemáticas.

3.4 Instrumento de recolección de información

Por las características del paradigma crítico social, y la naturaleza del trabajo final, basado en un trabajo de campo, es necesario hacer uso de diversas fuentes de datos, Yin (1989) citado por Martínez, (2006) sugiere la triangulación, que consiste en validar las relaciones existentes entre los datos obtenidos a través de diferentes fuentes, como un recurso para la calidad de la investigación.

Siguiendo la recomendación anterior, las fuentes primarias que se utilizaran en el trabajo final son: Diagnósticos, observaciones de aula (observación participante), notas de campo, talleres y como fuentes secundarias utilizaremos: recopilación y organización de escritos de autores enfocados en la aplicación efectiva de técnicas de AC; fotos y videos. De igual forma, se debe aplicar diferentes instrumentos de recolección de información, en nuestro caso serán: cuestionarios, y las pautas de la observación, es oportuno aclarar en este punto que los instrumentos de recolección de datos puede cambiar en cualquier momento del estudio de acuerdo a las situaciones presentadas

Con respecto al registro, clasificación análisis e interpretación de los datos recolectados, este trabajo utilizará el método descrito por Martínez, (2006) para el análisis de la información del paradigma cualitativo, según el mismo autor, hay cuatro etapas principales: categorización de la información, en ella se dan nombres, se clasifican y se identifican patrones, es decir, a partir del análisis de la información recolectada se deben encontrar puntos que sean importantes tener en cuenta en nuestro estudio; en la etapa de la estructuración se relacionan las

categorías que se crearon y se representan las relaciones que existen entre estas categorías, es decir, dar cuenta del fenómeno que se está analizando a través de organizadores gráficos; la etapa de la contrastación, es la comparación de los resultados del fenómeno estudiado con los estudios presentados en el marco referencial con el propósito de mejorar nuestros resultados atendiendo a los aportes de los autores relacionados; en la etapa de la teorización, se interpreta la representación de las relaciones de la fase de estructuración, en otras palabras, después de la categorización y de tener estructuradas esas categorías, se enlazan con la teoría relacionada en el marco referencial para sacar las conclusiones finales del trabajo.

Es necesario aclarar que aunque generalmente las fases se presenten en el orden: categorización, estructuración, contrastación y teorización, no necesariamente se dan en forma lineal, cualquiera de ellas puede aparecer en cualquier momento del estudio de acuerdo a las situaciones o necesidades que se vayan presentando.

3.5 Población y Muestra

La población de estudio está constituida por una muestra no probabilística de 35 niños del grado sexto de la Institución educativa el Pinal, cede central jornada de diurna.

3.6 Delimitación y Alcance

El alcance del proyecto final es el diseño e intervención de una estrategia metodológica para la enseñanza de las fracciones mediada por el AC que contribuya al fortalecimiento de las competencias matemáticas en el desarrollo del pensamiento numérico. Se trata del diseño de una secuencia de actividades teóricas y prácticas que en el marco de la dinámica del AC contribuyen al

aprendizaje significativo de las fracciones, además, de proporcionarle al niño mejores estrategias para el manejo y resolución de los conflictos.

La estrategia metodológica se intervendrá en el grado sexto-3 en un periodo de 6 semanas en el área de matemáticas.

3.7 Cronograma

Tabla 3-1 Planificación de actividades

FASE	OBJETIVOS	ACTIVIDADES
Fase 1: Caracterización	Identificar y caracterizar estrategias metodológicas para la enseñanza de las fracciones, el desarrollo del pensamiento numérico y la aplicación del AC que contribuyan al fortalecimiento de las competencias matemáticas en los estudiantes Determinar a través de una prueba diagnóstica el nivel de desempeño que tienen los estudiantes en la comprensión, significado, uso, relaciones y operaciones de los racionales positivos en su representación fraccional.	1.1. Revisión y análisis documental sobre fundamentos teóricos y técnicas del AC que contribuyan al desarrollo de competencias matemáticas 1.2. Revisión y análisis de los documentos guías nacionales departamentales, municipales e institucionales basados en los estándares para la enseñanza y aprendizaje de sistemas numéricos y el desarrollo del pensamiento numérico 1.3. Análisis documental sobre estrategias metodológicas para la enseñanza de las fracciones en el grado sexto 1.4. Aplicación y análisis de los resultados de una prueba diagnóstica para determinar los conocimientos previos de los estudiantes
Fase 2: Estructuración de la estrategia metodológica	Diseñar a partir del análisis de los resultados de la prueba diagnóstica, un conjunto de actividades teóricas, prácticas y lúdicas para los equipos cooperativos, que contribuyan al fortalecimiento del pensamiento numérico de los estudiantes	2.1 Diseño y construcción de actividades para la motivación y estructuración de los equipos 2.2 Diseño y construcción de materiales y actividades para el trabajo en equipo 2.3 Selección de las técnicas de equipo para el desarrollo de las actividades propuestas

Fase 3: Intervención en el aula	Intervenir la práctica docente aplicando la estrategia metodológica propuesta	3.1. Intervención de la estrategia metodológica para el desarrollo del pensamiento numérico en la enseñanza y aprendizaje de las fracciones a través del AC
Fase 4: Evaluación	Evaluar el nivel de desempeño que alcanzan los estudiantes del grado sexto en el desarrollo del pensamiento numérico con la implementación de la estrategia metodológica propuesta.	4.1. Aplicación de actividades para evaluar el desempeño de los estudiantes durante la ejecución de la estrategia metodológica propuesta 4.2. Aplicación de actividades para evaluar el desempeño de los estudiantes al finalizar la intervención de la estrategia metodológica propuesta. 4.3. Análisis de los resultados obtenidos con la intervención de la estrategia metodológica en los estudiantes de del grado sexto de la Institución educativa el Pinal
Fase 5: Conclusiones y recomendaciones		

Tabla 3-2 Cronograma de actividades

ACTIVIDADES	SEMANAS															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Actividad 1.1																
Actividad 1.2																
Actividad 1.3																
Actividad 1.4																
Actividad 2.1																
Actividad 2.2																
Actividad 2.3																
Actividad 3.1																
Actividad 4.1																
Actividad 4.2																
Actividad 4.3																

4. Trabajo Final

El desarrollo del trabajo de maestría se llevó a cabo en una secuencia de cinco fases relacionadas entre sí: Caracterización, diseño, intervención en el aula, evaluación y por último conclusiones y recomendaciones. Las fases tienen y cumplen unos objetivos, que son los objetivos del trabajo final; y describen las diferentes actividades que se llevaron a cabo para el cumplimiento de los objetivos, las cuales están relacionadas en el cronograma de actividades.

4.1 Caracterización

4.1.1 Rastreo bibliográfico

El primer objetivo de esta fase es la identificación y caracterización de las estrategias metodológicas implementadas para: la enseñanza de las fracciones, el desarrollo del pensamiento numérico y la aplicación del AC

Para cumplir con el objetivo se hizo un rastreo bibliográfico que inicia con información sobre AC: fundamentación teórica; influencia en el logro académico y habilidades sociales; métodos y aplicación en el aula. Luego, el rastreo bibliográfico se enfoca en los aspectos que se deben tener en cuenta para contribuir con el desarrollo del pensamiento numérico en los estudiantes, los documentos propuestos por el MEN, la gobernación de Antioquia y la alcandía de Medellín fueron claves para el desarrollo de este trabajo.

Se continúa el rastreo bibliográfico orientado a la búsqueda de todas aquellas teorías de enfoque constructivistas que fundamentaron el diseño de la estrategia

metodológica. Finalmente, se hizo un rastreo bibliográfico referente a la enseñanza y aprendizaje de las fracciones orientado más que todo a la caracterización de los errores y dificultades que enfrentan tanto los docentes como los estudiantes.

4.1.2 Prueba diagnóstica

El objetivo de ésta etapa fue el determinar a través de una prueba diagnóstica el nivel de desempeño que tienen los estudiantes en la comprensión, significado, uso, relaciones y operaciones de las fracciones.

Para cumplir con el objetivo fue necesario obtener información mediante la aplicación de un test.

Según los lineamientos curriculares son diferentes los aspectos que indican si un estudiante está desarrollando pensamiento numérico, para tal fin, en esta prueba se tuvo en cuenta los siguientes cuatro aspectos:

- Comprensión de los diferentes significados de la fracción en su interpretación y representación
- Comprensión de la relación entre el contexto de un problema y las operaciones que se deben aplicar para solucionarlo
- Comprensión de algunas propiedades elementales de los números racionales.
- Utilización de diferentes estrategias para la solución de un problema.

El test se estructura con 8 ítems de tal manera que se pueda evaluar cada uno de los aspectos anteriores distribuidos de la siguiente manera:

- 5 ítems en las cuales se indaga por la comprensión que tienen los estudiantes sobre el significado de la fracción como: relación parte-todo, cociente, medida, operador y razón.

- Un ítem en cual se indaga por el uso de las operaciones matemáticas básicas para su solución
- Un ítem con el que se pretende evaluar el conocimiento que tienen los estudiantes sobre algunas propiedades elementales de los números racionales como: equivalencia, densidad y relaciones de orden.

Con los ítems planteados se recoge información sobre: sus conocimientos, errores y dificultades más frecuentes, además, se puede determinar las estrategias que utilizan los estudiantes en la solución de problemas relacionados con las fracciones. El tipo de pregunta utilizada es abierta, pues, de esta forma se recoge información más precisa sobre los procesos y procedimientos empleados por los estudiantes.

El test se aplica a 32 estudiantes del grado sexto -3, se les explica el objetivo de la investigación y la importancia de la colaboración en este proceso, se hace una motivación previa, se informa que la participación es de carácter voluntario pero se debe asumir con responsabilidad.

4.1.3 Análisis de los resultados de la prueba diagnóstica

Para la corrección de la prueba de acuerdo a su objetivo, se procedió al análisis de cada uno de los ítems en relación con las respuestas dadas en cada aspecto. El análisis es de tipo cualitativo debido a que los aspectos a considerar tienen este carácter.

A continuación se hace un detalle de los resultados obtenidos a partir del análisis de las respuestas dadas por los estudiantes en cada ítem. Ver anexo A

Ítem No.1

Esta pregunta pretende determinar cuánto saben los estudiantes sobre el significado de la fracción con relación a las partes y el todo, aunque este conocimiento por sí solo no ayuda al fortalecimiento del pensamiento numérico

en los estudiantes, está presente en todos los significados y es punto de partida para la construcción de los otros significados que tiene la fracción.

.De acuerdo con los resultados, se tiene que el 37,5% de los estudiantes que son 12, contestan correctamente esta pregunta, lo que significa que comprenden la mayoría de los atributos que caracterizan la relación parte todo, es decir,

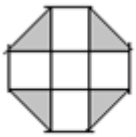
- Comprenden que las partes deben ser congruentes
- Las partes que conforman el todo lo deben de cubrir completamente
- las partes que conforman el todo se pueden dividir nuevamente

Relacionan la congruencia de las partes sombreadas con la cantidad de área, empleando para su solución conceptos como la rotación, traslación, la reflexión y además, tienen buen nivel de simbolización.

El 53,1% de los estudiantes tienen dificultades en establecer correctamente relaciones entre las partes y el todo, es decir, no comprenden la mayoría de los atributos que caracterizan este constructo, además, se les observó ciertas dificultades con respecto al concepto de área en sí mismo y su significado relacionado a las fracciones. En la prueba, cuando se les sugería que cambiaran la palabra “área” por partes “sombreadas”, “pintada” o “tomadas” procedían a resolver la situación.

Analizando cada una de las respuestas dadas por estos estudiantes con respecto a la figura 1E, se puede analizar los errores más comunes. Observe la tabla 4-1

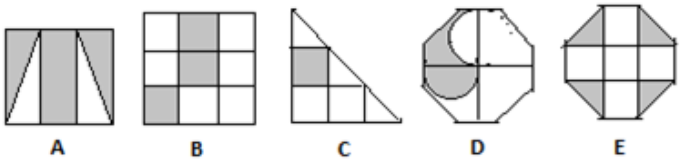
Tabla 3-1 Errores cometidos por los estudiantes. Relación parte-todo

Figura 1E	No. De estudiantes	Respuesta
 E	9	$\frac{4}{9}$
	4	$\frac{9}{4}$
	4	$\frac{2}{5}$
	2	$\frac{2}{9}$

Se tiene que los errores más comunes son:

- Con la respuesta $\frac{4}{9}$, se evidencia que los estudiantes privilegian el conteo, es decir, se fijan en cuantas partes está dividida la unidad y cuantas están sombreadas, sin tener en cuenta el atributo de que las partes deben tener el mismo tamaño
- Con respecto a la respuesta $\frac{9}{4}$, se puede observar que además de privilegiar el conteo de las partes, tienen dificultad en la representación numérica de las fracciones.
- La respuesta $\frac{2}{5}$ indica que el estudiante le da un significado de razón a la relación parte-todo: “2 cuadros sombreados por 5 sin sombrear”
- Con la respuesta $\frac{2}{9}$ prima el conteo de las partes

Es importante destacar, que un alto porcentaje de estudiantes sólo tiene en cuenta la congruencia de las partes cuando la división del todo es en partes de la misma forma, o cuando se trata de representaciones más familiares, por ejemplo, 26 de 31 estudiantes respondieron correctamente la situación de la figura B, mientras 3 de 31 estudiantes respondieron correctamente la figura C

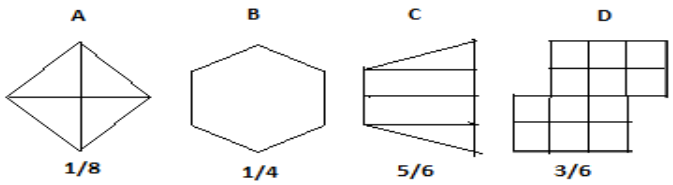


El 9,4 % de los estudiantes, es decir, un promedio de 2 estudiantes no responden la pregunta.

Ítem No. 2

Con esta pregunta se deseaba analizar la consistencia en las respuestas de la pregunta No.1 que tienen los estudiantes cuando son ellos los que tienen que decidir cómo dividir el todo y cuantas partes toman, se concluye que:

- Cuando la figura o la fracción es común para ellos, no tienen mayores dificultades para dar una respuesta correcta, por ejemplo, en las figuras A y B, el 70,3% de los estudiantes dividieron la figura en partes congruentes y sombrearon el área correspondiente.



- Cuando la figura en la que va a representar la fracción no es familiar o tiene divisiones previas, el estudiante se confunde, como en el caso de las figuras C y D, en la cual sólo el 29,7% responden correctamente. En estas figuras, los estudiantes no tuvieron en cuenta que aunque el todo ya está dividido se puede realizar una nueva división.

Efectuando el promedio de los porcentajes en las respuestas, se tiene entonces que hay un 50% de respuestas correctas, 37. 5% de respuestas incorrectas y el 12.5% no respondieron la pregunta.

Se concluye entonces que para el significado de la fracción como relación parte-todo (ítem 1 y 2) el 43,75% de los estudiantes tiene clara esta interpretación, el 45,3% aún no tienen clara esta interpretación y el 10,95% no respondieron las preguntas. Si bien este significado de la fracción es el que más se hace énfasis en la educación primaria, la mayoría de los estudiantes aun no logran entenderla.

Ítem No.3

Con esta pregunta se pretende saber cómo es el desempeño de los estudiantes con respecto al significado de la fracción como cociente, se trata entonces, de analizar como relaciona el estudiante el numerador y el denominador en el caso en que se debe partir y luego repartir, teniendo en cuenta las condiciones planteadas en el problema: a cada uno le debe tocar la misma cantidad y no debe sobrar nada.

De acuerdo con los resultados el 46,9% de los estudiantes (15), cumplieron con la condición de dividir y repartir, pero sólo 4 estudiantes expresan correctamente la fracción de pizza que a cada niño le corresponde, que en este caso son $\frac{3}{4}$. Nueve estudiantes dividen cada pizza en 4 partes iguales y señalan que a cada niño le corresponde 3 “pedacitos”, como se observa en la figura 1.

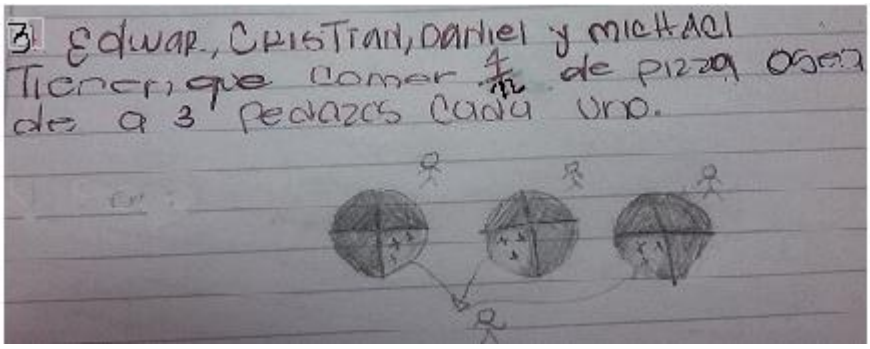


Figura 1 Procedimiento para la solución de un problema de repartos

Dos estudiantes dividen dos pizzas a la mitad y la otra en 4 partes iguales, a partir de la gráfica concluye que a cada niño le corresponde media pizza más un cuarto de la otra pizza.

El 43,7% de los estudiantes (14) realizan las divisiones sin tener en cuenta la congruencia de las partes y el 9,4% no responden la pregunta. Esto indica que más de la mitad de los estudiantes no comprenden el significado de la fracción como cociente porque no son capaces de explicar a través de símbolos o gráficas una partición y un reparto equitativo.

Ítem No. 4

Con la pregunta se pretende evaluar las estrategias que utiliza el estudiante cuando se quiera medir la longitud de la barra con una unidad de medida que no está incluida un número entero de veces. Por cuestiones de tiempo se les entrega a los estudiantes el acto de medición ya finalizado, por cuanto, la unidad de medida y la barra se les presenta a los estudiantes con las divisiones de los segmentos realizados, para que, visualmente realicen el recuento de segmentos de la unidad y la barra a medir.

Sólo dos estudiantes, que representan el 6, 25% responden correctamente la pregunta, uno afirma que mide $\frac{12}{5}$ y el otro escribe: “Dos unidades enteras más dos cuadritos de la unidad de medida”.

El 53,1% de los estudiantes responden de forma incorrecta: once responden que mide dos unidades enteras pero sin tener en cuenta la fracción restante; 4 responden que mide 12 centímetros y dos afirman que mide 12 “cuadritos”. El 40,65% no responden la pregunta.

Este resultado indica que los estudiantes no comprenden el significado de la fracción cómo medida, pues, a partir de una representación gráfica lineal no son capaces de comunicar mediante un lenguaje verbal o a través de una

representación simbólica las relaciones cuantitativas entre dos cantidades de una magnitud.

Ítem No.5

Con este problema se pretende analizar si los estudiantes comprenden el significado de la fracción como operador, es decir, si entienden que la fracción puede actuar sobre un todo modificándolo. En este problema se le plantea al estudiante encontrar el todo a partir de sus partes y se desea verificar el procedimiento utilizado para hallar la fracción de un número.

De acuerdo a los resultados el 43,75% (14) de los estudiantes responden correctamente, 10 de estos estudiantes a partir de graficar $\frac{2}{3}$ concluyen que "cada cuadrito equivale a 3 km" y responden correctamente cada pregunta, igualmente, estos estudiantes hallan correctamente los minutos correspondiente a "dos quintos de hora". Cuatro estudiantes a pesar de utilizar procedimientos incorrectos llegan a una respuesta correcta; Tres estudiantes de éstos, sin justificación alguna dividen un rectángulo en 9 partes iguales y concluyen que cada cuadrito corresponde a $\frac{1}{3}$ de km, sólo un estudiante concluye que cada cuadrito vale un kilómetro, cuando le pregunté por qué divide la unidad en 9 partes su explicación verbal fue que "de la única manera que dos tercios fueran 6 km es que la unidad sean 9 cuadritos, porque $\frac{2}{3}$ de 9 es 6", le dije que lo explicara por escrito, la figura 2 muestra el procedimiento del estudiante:

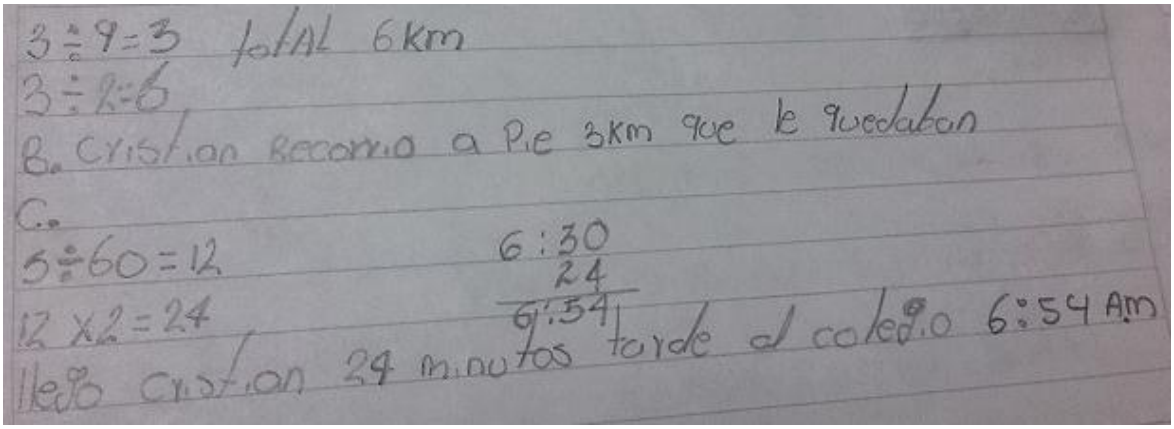


Figura 2 Procedimientos para la solución de un problema de la fracción como operador

Con respecto a los minutos correspondientes a “dos quintos de hora” el procedimiento de los 4 estudiantes fue como el anterior. Este error se observa frecuentemente en algunos estudiantes.

El 12,5% de los estudiantes responden cada pregunta de forma incorrecta sin realizar gráficas ni procedimientos.

El 43,75% de los estudiantes (14) no responden la pregunta

Con lo anterior se puede concluir que la mayoría de los estudiantes (56,25%) no comprenden el significado de la fracción como operador.

Ítem No.6

Con este problema se pretende saber si los estudiantes comprenden el significado de la fracción como una razón, es decir, si comprenden la fracción como la comparación dos cantidades.

El 31,25% de los estudiantes (10) responden correctamente las preguntas. Con respecto a la cantidad de sal, que es una fracción, 8 estudiantes expresaron que necesitan $2\frac{1}{2}$ cucharas de sal y dos estudiantes que necesitan $\frac{5}{2}$ cucharadas de sal.

El 18,75% de los estudiantes (6) responden correctamente cuando los ingredientes se refieren sólo a números enteros.

El 28,12% de los estudiantes (9) responden de forma incorrecta realizando operaciones equivocadas o sin razonamiento alguno, como por ejemplo:

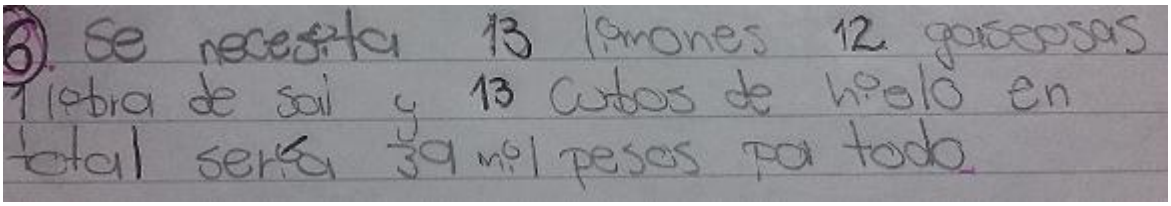


Figura 3 Respuesta de un estudiante al problema 6 de la prueba diagnóstica

El 21, 88% de los estudiantes (7) no responden la pregunta.

Ningún estudiante expresó la respuesta en términos de razón, pues todos afirmaron que en ninguno de sus últimos grados le enseñaron este concepto.

Ítem No. 7

Con este problema se pretende evaluar los siguientes aspectos:

- Estrategias que utilizan los estudiantes para resolver este problema
- Reconocimiento del tipo de operación que se debe aplicar para encontrar un resultado
- Apropiación de los procedimientos para realizar las operaciones básicas: suma, resta, división y multiplicación.

Se plantearon las preguntas para que el estudiante pueda expresar el resultado de manera pictórica apoyada en la representación gráfica que realizaron, o siguiendo los algoritmos respectivos.

A pesar de que el porcentaje promedio de estudiantes que comprenden el significado parte- todo es del 50% (16), para la solución de este problema sólo el 15,6% (5) de los estudiantes lograron relacionar $1\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, y\ \frac{1}{8}$ representando en una misma grafica dichas fracciones.

Con respecto a la pregunta del literal **a**, de estos 5 estudiantes, sólo 2 realizaron la suma correctamente, y los otros tres hallaron la cantidad de vasos realizando un conteo a partir de sus gráficas. Para las demás respuestas, los mismo cinco estudiantes identificaron cuales operaciones matemáticas se deben utilizar para hallar una respuesta correcta pero ninguno fue capaz de plantearla. Llegaron a los resultados pedidos a partir del análisis de sus gráficas.

El 51.13% de los estudiantes (17) responden de forma incorrecta este punto, de éstos, 7 realizan gráficas correctas pero al parecer no comprendieron la relación entre las situaciones planteadas por el problema y sus referentes gráficos, como se observa en la siguiente figura:

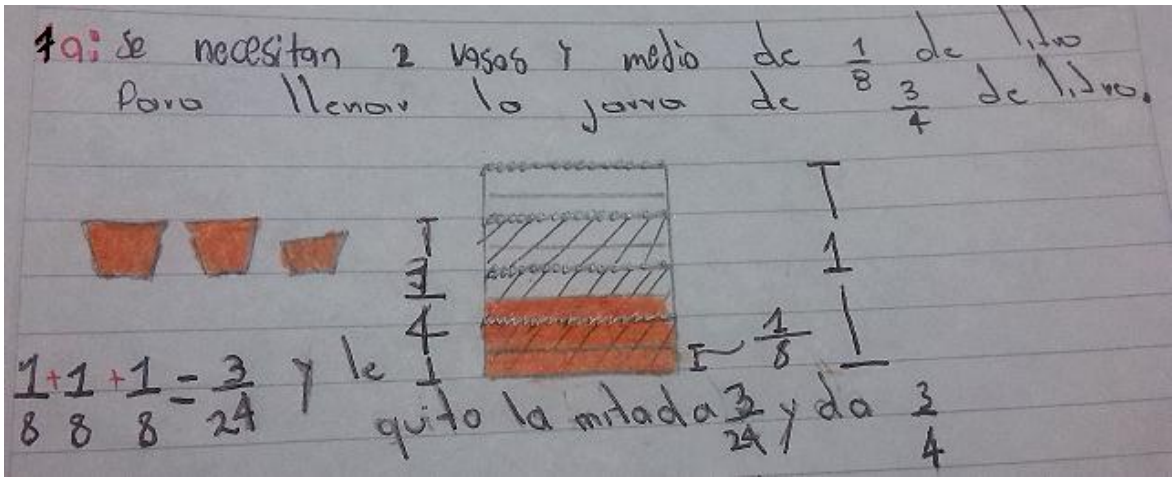


Figura 4 Procedimiento de un estudiante para la solución del problema 7ª de la prueba diagnóstica

No plantearon correctamente la suma de la fracción $\frac{1}{8}$, los que la plantearon, resolvieron como si se tratara de números entero. Para los literales b y c ninguno identifica el tipo de operación ni responden correctamente las otras preguntas planteadas.

El 31,25% de los estudiantes (10) no responden este punto.

De acuerdo a estos resultados obtenidos y a los aspectos a evaluar en este punto, se concluye que los estudiantes tienen falencias en implementar estrategias para resolver este problema, no son capaces de identificar en un problema qué tipo de operaciones matemáticas deben utilizar para resolverlo y tampoco cuáles son los algoritmos empleados para resolver correctamente una suma, resta, división o multiplicación de fraccionarios.

Ítem No 8

Con esta pregunta se pretende evaluar que saben los estudiantes sobre algunas propiedades elementales de los números racionales. Se eligieron estas propiedades entre muchas que hay porque que en los grados quinto y sexto le hacen mayor énfasis.

- Con respecto a la pregunta que es una fracción, el 56.25% (18) responden de forma incorrecta y el 43,75% no responden
- Con respecto a la pregunta qué son fracciones equivalentes, 5 estudiantes (16,63%) responden “Son las que representan la misma porción de unidad” pero sin justificación, 6 estudiantes (18,75%) responden de forma incorrecta y 21 estudiantes (65,63%) no responden
- Con respecto a hallar una fracción entre dos fracciones dadas, ningún estudiante responde esta pregunta
- Con respecto a demostrar cual fracción es mayor, dos estudiantes responden “con una multiplicación en cruz” sin más justificación y 30 estudiantes (93,75%) no responden la pregunta.

En general, un promedio del 75,78% de los estudiantes no responde esta pregunta, el 21,36% responde una o dos preguntas parcialmente y el 2,86% responde de manera incorrecta. Esto demuestra el poco conocimiento que tiene el estudiante sobre estas propiedades de los números racionales.

La tabla 5 relaciona el porcentaje de repuesta de los estudiantes de acuerdo a los aspectos analizados

Tabla 4 Análisis de resultados por contenidos

Tipo de respuesta	Relación Parte-todo	Cociente	Medida	Operador	Razón	Operaciones Básicas		Propiedades	
Correcta			50	46,9	6,25	43,75	59.3	15,6	21,36
Incorrecta			37,5	43,7	12,5	12,5	31,3	51,13	2,86
No responde			12,5	9,4	40,65	43,75	9.4	31,25	75,78

La figura 5 relaciona el porcentaje de respuesta de los estudiantes de acuerdo a los aspectos analizados

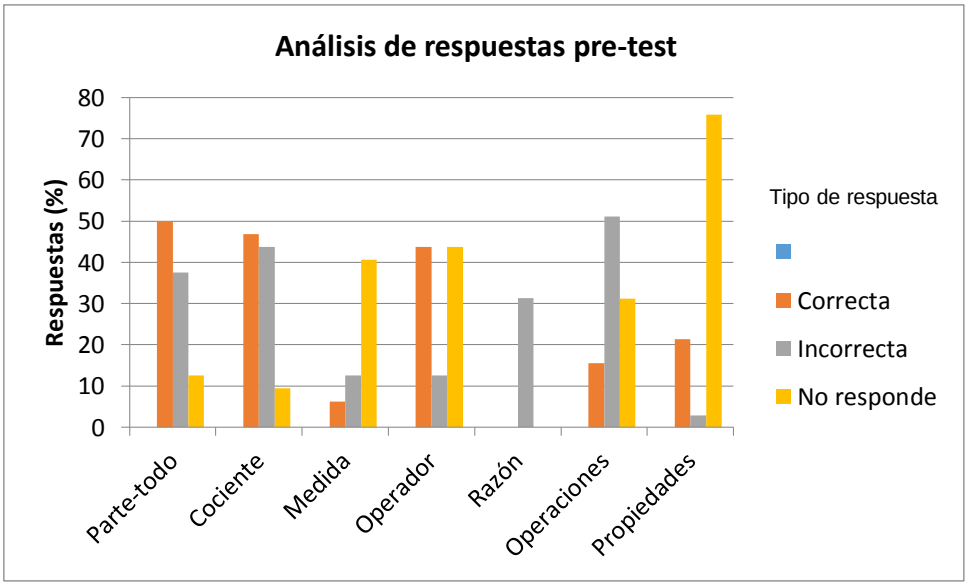


Figura 5 Análisis grafico resultados del pre-test

El análisis de estos resultados indica que entre el 43 y el 50 por ciento de los estudiantes tienen alguna noción sobre el significado de la fracción en el contexto de la relación parte-todo, cociente y operador multiplicativo, pero se observan

muchas falencias en la comprensión del significado de la fracción en el contexto de las medidas y las razones; en el manejo de operaciones básicas y reconocimiento de algunas de sus propiedades

4.2 Estructuración de la Estrategia Metodológica

El objetivo de esta fase es el diseño de una estrategia metodológica mediada por el AC a partir de la revisión documental y del análisis obtenido en la prueba diagnóstica.

4.2.1 Descripción de la Estrategia Metodológica

- Objetivo

Fortalecer las competencias matemáticas en el desarrollo del pensamiento numérico mediante el aprendizaje cooperativo con la enseñanza de las fracciones.

- Contenido

El contenido que se desarrolla en la estrategia metodológica se muestra en la tabla 6, agrupados de acuerdo a las sesiones que se estructuraron

Tabla 5 Contenidos a desarrollar en la estrategia metodológica

SESIÓN 1	SESIÓN 2	SESIÓN 3	SESIÓN 4	SESIÓN 5
Motivación y estructuración de los equipos	**Significado de las fracciones**	**Algunas propiedades**	**Operaciones básicas**	**Verificación de aprendizajes**
Juegos y dinámicas para motivar el trabajo en equipo Lecturas para reflexionar sobre la interacción social Estructuración de los equipos	Relación parte todo Medida Cociente Razón Operador	Equivalencia Relaciones de orden Concepto de densidad	Adiciones y sustracciones con igual denominador Adiciones y sustracciones con diferente denominador Multiplicaciones Divisiones	Evaluación

Con respecto a la sesión 3, fue necesario incluir los temas: números primos, descomposición en factores primos y criterios de divisibilidad, porque se observó en los estudiantes falencias en el manejo de estos temas.

- Aprendizajes esperados
  - Comprendo los diferentes significados de las fracciones y entiendo cómo y cuándo las uso
  - Identifico propiedades de las fracciones y las aplico en la argumentación o solución de problemas
  - Identifico y comprendo la operación matemática que se utiliza para la solución de un problema y aplico su algoritmo correctamente
  - Comunico los resultados de un problema argumentando los procedimientos utilizados para su solución

- Estándares relacionados

La tabla 7 muestra los estándares básicos para el grado sexto sugeridos por el Ministerio de Educación Nacional y que están relacionados en la estrategia metodológica

Tabla 6 Estándares relacionados

PENSAMIENTO NUMÉRICO
Utiliza números racionales, en notación fraccionaria en contextos de medidas, cocientes, razones y proporciones
Justifica la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de las respuestas obtenidas
Justifica procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones.
Resuelve y formula problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en diferentes contextos con dominios numéricos
PENSAMIENTO ESPACIAL
Predice y compara los resultados de aplicar transformaciones (traslaciones, rotaciones y reflexiones) y homotecias sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte
Resuelve y formula problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y

congruencia usando representaciones visuales
PENSAMIENTO MÉTRICO
Identifica relaciones entre unidades para medir diferentes magnitudes
Resuelve y formula problemas que requieran técnicas de estimación
PENSAMIENTO VARIACIONAL
Utiliza métodos informales (ensayo y error, complementación) en la solución de ecuaciones

Establecido los objetivos, contenidos y desempeños esperados de la estrategia metodológica se procede al diseño de las actividades, parte de éstas fueron extraídas de algunos libros de enseñanza de matemáticas, de los textos de lineamientos curriculares nacionales y departamentales; de trabajos de investigación; y de la web 2.0

4.2.2 Estructura general de la estrategia metodológica

Para la enseñanza de las fracciones, la estrategia propuesta tiene la siguiente estructura general:

- Sesión 1. Motivación y estructuración de los equipos (4 horas)
- Sesión 2. Significado de las fracciones (6 horas)
- Sesión 3. Algunas propiedades de las fracciones (3 horas)
- Sesión 4. Operaciones básicas con fracciones (6 horas)
- Sesión 5. Evaluación. Post- test (2 horas)

Cada una de las sesiones 2,3 y 4 están estructuradas en 4 momentos, así:

- Momento 1: Activación de los conocimientos previos
- Momento 2: Presentación de los contenidos
- Momento 3: Procesamiento de la información
- Momento 4: Recapitulación y cierre

En la estrategia metodológica se propone un taller por cada contenido desarrollado, en total son 55 problemas para resolver distribuidos de la siguiente manera:

- 20 en la sesión 2: el significado de las fracciones, 5 por cada significado
- 15 en la sesión 3: algunas propiedades, 5 por cada propiedad
- 20 en la sesión 4: operaciones básicas, 5 por cada operación

Además, se proponen 12 situaciones entre ejercicios y problemas para la activación de conocimientos previos.

Cada taller indica la sesión, el momento, el tema, objetivos, tiempo estimado, aprendizajes esperados y el desarrollo de la actividad.

4.2.3 Metodología de trabajo en clase

Todas las actividades de la estrategia metodológica son desarrolladas de forma cooperativa, es decir, los equipos: coordinan las tareas; resuelven problemas en los cuales se debe confrontar puntos de vista y llegar a acuerdos comparando, analizando y estableciendo relaciones; evalúan al compañero; y, resuelven los conflictos que surjan entre los integrantes del equipo. Las diferentes técnicas de AC utilizadas en la estrategia metodológica propuesta se describen en el anexo B.

En este trabajo, se llama **equipo base** al conformado desde el inicio de la intervención y que se mantiene igual hasta su finalización, se formó inicialmente de acuerdo a la empatía entre compañeros, con la condición que cada equipo acogiera un estudiante con buen desempeño en matemáticas y otro con desempeño bajo. Se estructuraron 7 equipos con 5 integrantes cada uno.

El **equipo de expertos** se forma con un integrante de cada equipo base, tienen temas comunes para su estudio, se reúne al inicio de cada sesión para la

activación de los conocimientos previos y planear una estrategia de enseñanza dirigida a los compañeros del equipo base.

En general, la metodología que se siguió para el desarrollo de las sesiones fue la siguiente:

1. Se organiza el aula con los equipos de trabajo de manera tal que haya una separación entre ellos y permita un recorrido para hacer las observaciones respectivas.

2. Se aclaran dudas de las sesiones o momentos anteriores, se comenta el trabajo del día, los tiempos respectivos, la metodología a seguir, objetivos y aprendizajes esperados.

3. Se entrega el material respectivo y se procede a iniciar el trabajo.

La metodología utilizada para el desarrollo de las sesiones 2,3 y 4 es la siguiente:

Momento1, activación de los conocimientos previos, se pretende que el estudiante mediante la manipulación directa de materiales o solución de situaciones concretas, trate de construir conocimiento a partir de los que ya posee con la ayuda de sus compañeros del *equipo de expertos*

Momento 2. Presentación de los contenidos. Este momento se desarrolla en tres partes: en la primera, activados los conocimientos previos, se entrega a cada estudiante el tema con la definición y ejemplos que explican el concepto y se hace inicialmente una lectura de forma individual; en la segunda parte, se convoca nuevamente una reunión de expertos en cada tema; se aclaran dudas, resuelven el problema propuesto y se diseña un plan de enseñanza para los compañeros del equipo base. En la tercera parte, el equipo base se reúne e inicia la explicación del tema correspondiente y la solución de los problemas propuestos. Estos problemas tienen diferentes niveles de complejidad: algunos sencillos para que apliquen lo aprendido y otros con un nivel de complejidad un poco mayor para observar los procesos, habilidades y destrezas que van adquiriendo los estudiantes en la medida que se realiza la intervención. Se

propone un problema o ejercicio para el equipo base, otro para resolverlo de forma individual y 3 problemas para resolver con el equipo base.

Momento 3. Procesamiento de la información. Para este momento los integrantes del equipo base ya deben haber explicado y entendido el tema correspondiente, además, tener desarrollados los problemas propuestos. Con esta preparación de los equipos se inicia la competencia entre ellos para asimilar mejor lo aprendido a través de diferentes estrategias de aprendizaje cooperativo.

Momento 4. Recapitulación y cierre. Se continúa con la competencia entre los equipos. Con preguntas, problemas o ejercicios, para responder de forma individual ya sea por escrito u oral, se hace una recapitulación de lo visto en la sesión. Es importante construir una tabla con el puntaje que se va adjudicando a cada equipo de acuerdo las respuestas dadas.

Con respecto a la sesión 1, se divide en dos partes: motivación al grupo clase y estructuración de los equipos. Para la motivación se hacen dinámicas y juegos que los preparen para la cooperación; también desarrollan algunas actividades de lectura y análisis sobre la necesidad de los otros para el desarrollo del hombre. Con respecto a la estructuración de los equipos, se formaron equipos heterogéneos con cinco integrantes cada uno, se hace entrega de un cuaderno para desarrollar todas las actividades propuestas y se firma un contrato cooperativo en el cual se comprometen al desarrollo de las actividades con responsabilidad.

En la presentación de los contenidos de las sesiones 3 y 4 se utiliza como recurso de aprendizaje de la web 2.0 el blog de Luisa María Arias Prada “Jugando y aprendiendo”. Es una herramienta para el aprendizaje de las fracciones de forma interactiva.

4.3 Intervención de la estrategia metodológica

El objetivo de esta fase fue intervenir la práctica docente aplicando la estrategia metodológica propuesta para evidenciar el nivel de desempeño en el desarrollo del pensamiento numérico bajo el contexto de las fracciones.

En el documento adjunto “Estrategia metodológica para la enseñanza de las fracciones”, producto final del trabajo de maestría, se puede observar la secuencia de actividades propuestas. Con su intervención se pretende inicialmente ayudar a la comprensión del concepto de las fracciones, tratando de completar la formación de los estudiantes en este contenido, corrigiendo algunos de los errores más habituales y así, finalmente contribuir con el fortalecimiento de las competencias matemáticas en este desarrollo del pensamiento numérico

Para la intervención de la estrategia metodológica se eligió el grado sexto-3 de la institución educativa el Pinal, las edades de los estudiantes están entre los 10 y 12 años, se aplica en el horario correspondiente a la jornada escolar y en las clases de matemáticas. El lapso de tiempo utilizado fue desde el 19 de octubre hasta el 20 de noviembre del año en curso, un total de 5 semanas con una intensidad de 5 horas semanales.

4.4 Análisis de los resultados durante la intervención

La dinámica que surge en el aula durante el trabajo cooperativo, como los debates, discusiones, diálogos, explicaciones entre pares, confrontaciones entre los compañeros de equipo o entre los equipos; y con la formulación de preguntas elaboradas por la docente, permite que el estudiante comprenda mejor el concepto que está construyendo y por lo tanto, un mejor desarrollo de los problemas propuestos.

Conforme a lo anterior, el análisis que se hace de los resultados en la solución de los problemas no se presentará pregunta a pregunta sino de forma general, agrupados de acuerdo al significado de las fracciones, propiedades y operaciones

básicas; atendiendo más que todo a los procedimientos que siguen los equipos en la solución, identificando logros, dificultades y errores cometidos.

Es importante anotar que los errores y las dificultades fueron observados tanto por el docente como por los mismos compañeros de equipo, tratando de intervenir inmediatamente para corregir el error o ayudarlo en la dificultad, pero de tal manera que sea él mismo quien comprenda aquello que estaba mal.

Se analizan los resultados de las actividades, problemas o ejercicios propuestos en la activación de conocimientos porque es necesario saber que parte del conocimiento tienen el estudiante para compararlo con los desempeños alcanzados al finalizar cada sesión.

4.4.1 Análisis de resultados en los significados de la fracción

- **Activación de los conocimientos previos**

Con respecto al significado de la fracción como relación parte todo se observa que los estudiantes en general recordaron fácilmente conceptos como fracción unidad, fracción propia e impropia, pero se observa alguna dificultad en identificar una fracción entera porque no reconocen fácilmente los múltiplos de un número; relacionaron adecuadamente el símbolo con la gráfica y tienen claro el concepto de congruencia entre las partes, pero se observa alguna dificultad al dividir en partes iguales un círculo o un triángulo rectángulo.

Con respecto al significado de la fracción como cociente, se observa que en general entienden el concepto de congruencia entre las partes e identifican la fracción que le corresponde a cada una de las ocho personas cuando se reparte una naranja: afirman que a cada persona le toca de a un octavo; cuando se reparten dos naranjas: afirman que le corresponde a cada una de a un cuarto; pero hay un poco de dificultad al repartir tres naranjas entre las ocho personas, afirman que a cada una le corresponde un cuarto más un octavo. También tienen

dificultades al responder qué fracción de naranja recibe en total cada persona, después de analizar un rato concluyeron que para responder era necesario partir las naranjas en octavos y luego sumar, por lo tanto concluyeron que cada persona recibe tres cuartos.

En la actividad del significado de la fracción como medida se observaron las siguientes dificultades:

- No sabían que hacer para que las partes recortadas quedaran del mismo tamaño
- La medición con la regla era incorrecta
- Algunos no sabían cómo señalar un decimal en la regla
- dificultades cuando la unidad de medida no está contenida un número de veces enteras en la otra parte que se va a medir

Con respecto al significado de la fracción como operador, solucionaron el primer punto por conteo directo. En el segundo punto afirman que no se puede solucionar justificando que cuando Paola pide cinco cuartos, se divide el conjunto en cuatro partes iguales, pero no alcanza para tomar cinco. Cuando Paola pide dos octavos o tres quintos, no se puede dividir el conjunto de las 12 bolitas en ocho o cinco partes iguales. Los estudiantes no se dieron cuenta que $\frac{2}{8}$ se podía simplificar.

La actividad con mayor dificultad para resolver fue la del significado de la fracción como razón, después de varios intentos y al ver que no tenían un plan de solución les pregunté ¿qué cantidad de cada ingrediente se necesita para preparar cuatro pancakes? Analizaron y resolvieron la pregunta que les formulé, luego, presentaron la información que muestra en la figura 6.

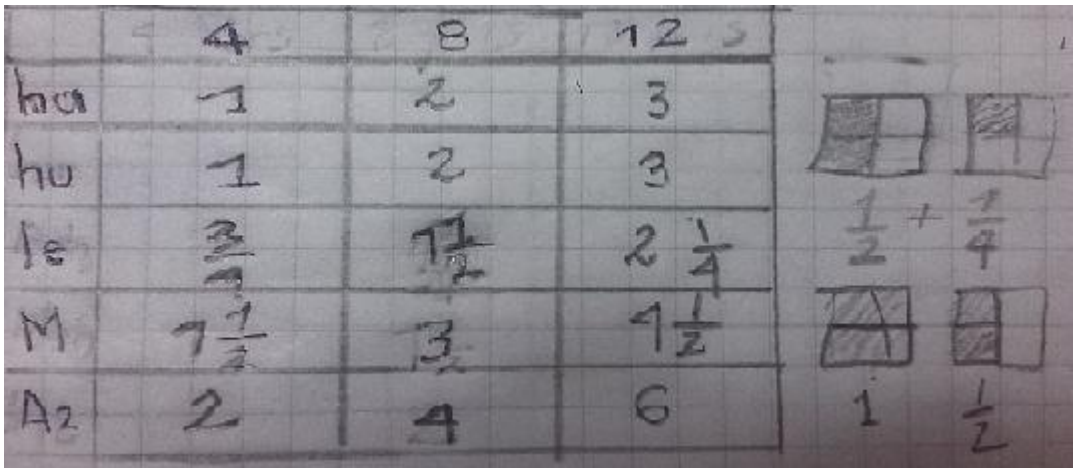


Figura 6 Respuesta para un problema del significado de la fracción como razón

- **Procesamiento de la información**

Se analizaron 5 problemas por cada significado, para un total de 20 problemas

Significado de la fracción como relación parte-todo. Al inicio del trabajo en equipo se observaron errores como: confundir el numerador con el denominador y no tener en cuenta la congruencia de las partes. Las dificultades se observaron en el desarrollo de los ítems 2e y 3e en los cuales para hallar la fracción pedida se debía dividir nuevamente la unidad; y en el ítem 4b en donde se pedía hallar la unidad a partir de una de sus partes.

En la medida que se desarrollaban las actividades propuestas en medio del dialogo, la confrontación y la aclaración de dudas por parte de sus compañeros de equipo y el docente, se fue observando el alcance del objetivo propuesto y los aprendizajes esperados para esta actividad.

Significado de la fracción como cociente. En general, los estudiantes comprendieron que la misma fracción indica cómo se debe hacer la división y la repartición.

Con respecto al problema de las pizzas (ver documento adjunto página 26) los equipos tuvieron dificultad en dar respuesta a la segunda parte. De acuerdo a las condiciones del problema, todos los equipos concluyeron que: si hay dos pizzas para repartir entre 4, entonces, a cada uno le toca de a media pizza; al preguntarles ¿cuánto debe dar cada uno? sólo tres equipos de siete respondieron correctamente y lo hicieron de la siguiente manera: “Como son dos pizzas para repartirlas entre 4, a cada uno le toca la mitad de una pizza. Como cada uno tiene dos tercio de pizza, se debe dividir cada tercio a la mitad, la pizza quedaría dividida en sextos, entonces, cada niño debe dar un sextos y se queda con tres sextos” (explicación verbal del equipo acero matemático). La segunda parte de la figura 7 explica la situación descrita.

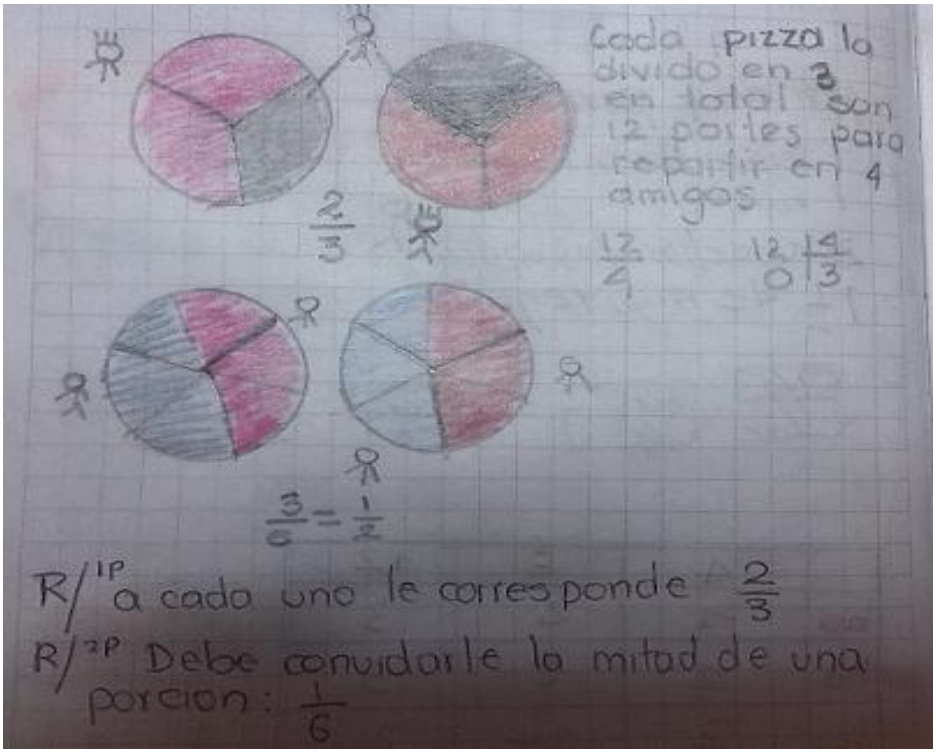


Figura 7 Procedimiento para la solución de un problema de repartos

Es interesante destacar los diferentes razonamientos que realizan los equipos para resolver el mismo problema, por ejemplo, el problema 5 de la página 27 del documento adjunto:

- Cuatro equipos resolvieron el problema de forma pictórica así:

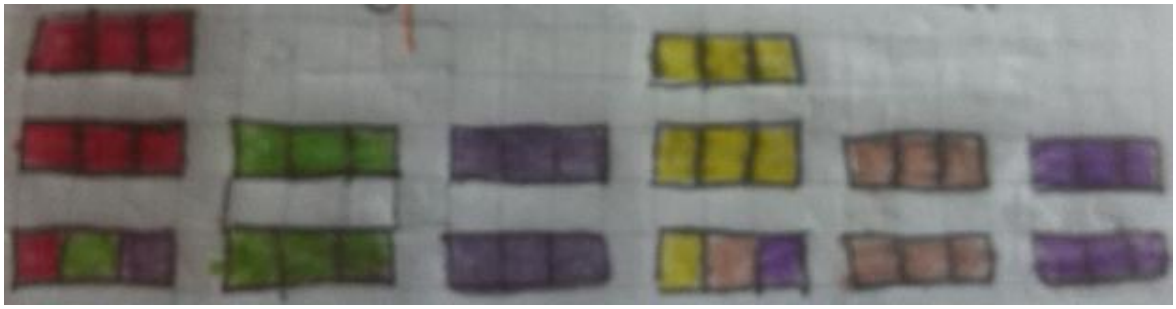


Figura 8 Solución de un problema a partir de la gráfica

- Tres equipos lo resuelven de la siguiente manera:

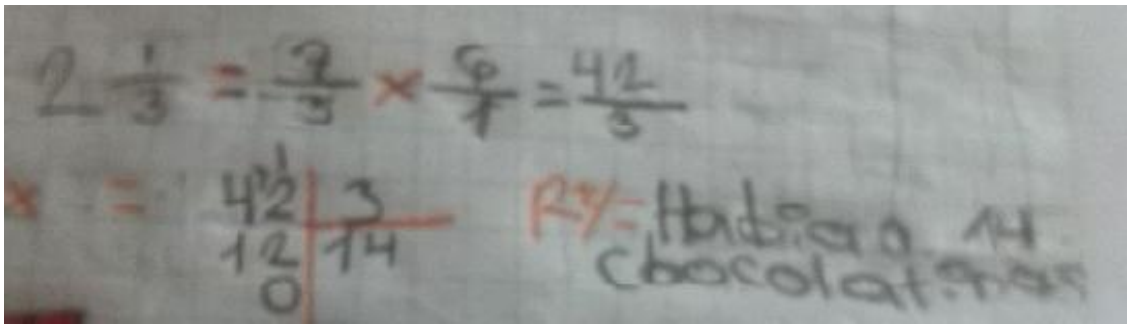


Figura 9 Solución de un problema de multiplicación de fracciones

Significado de la fracción como medida. Los equipos comprendieron en general el significado de la fracción como medida, sólo se observaron algunas dificultades en la interpretación de la expresión: “qué parte es”, cuando se les cambia la expresión por: “cuantas veces está contenida” Los equipos proceden a solucionar el problema.

Significado de la fracción como operador. Los estudiantes comprendieron el algoritmo para resolver los problemas relacionados a la fracción de un número. Se debe estar atento a la corrección de errores que eventualmente comenten algunos estudiantes, ejemplo:

$\frac{1}{4}$ de 1200 → 4÷1200 = 300→300x1=300

Se observaron algunas dificultades con respecto al problema como el de Salomé (página 32 del documento adjunto) en el que debían hallar el todo a partir de las partes, planteando una "ecuación para su solución". Después de aclarar dudas, los equipos, procedieron a resolver de la siguiente manera:

- Cuatro equipos realizan la gráfica y a partir de ella obtienen el resultado

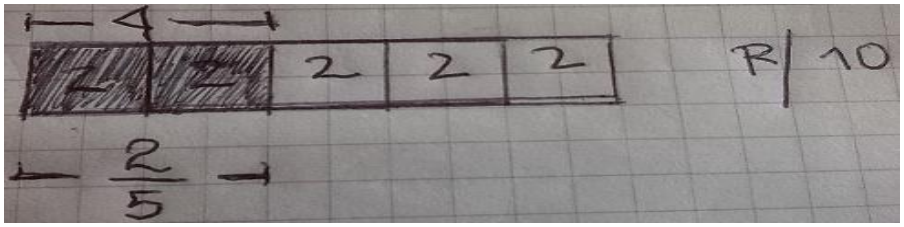


Figura 10 Solución del problema de Salomé a partir de la gráfica

- Dos equipos lo resuelven planteando una ecuación como ésta:

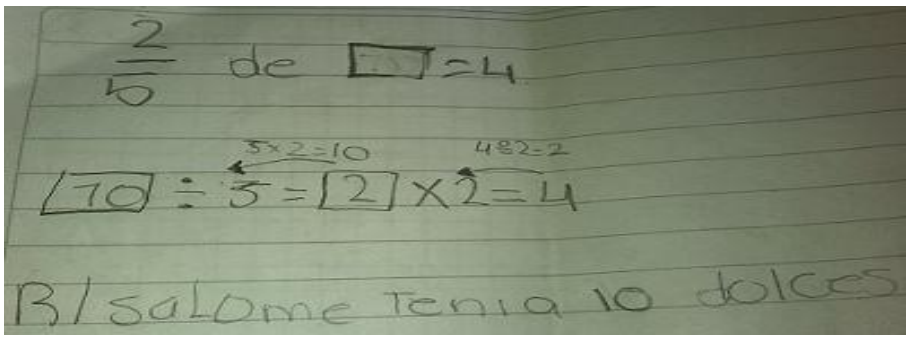


Figura 11 Planteamiento de una ecuación para la solución del problema de Salomé

- Un equipo razona de la siguiente manera

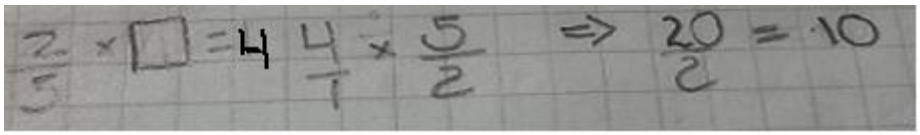


Figura 12 Otra forma de resolver el problema de Salomé

Significado de la fracción como razón. Los estudiantes comprendieron que el significado de la fracción como razón es la comparación de dos cantidades. Con respecto al punto 1 (página 35 documento adjunto) se observó un poco de dificultad en su solución porque, las cantidades que debían comparar eran fracciones. Después de discutir posibles soluciones, un equipo sugirió graficar las fracciones y desde allí hacer las comparaciones, llegando a la conclusión que por cada cuarto de harina se necesitaba un quinto de azúcar.

También se observa dificultades en los puntos 2 y 5 (página 36 del documento adjunto) donde se debía simplificar las fracciones para hallar la razón pedida, algunos no recordaban los criterios de divisibilidad y otros no recordaban el logaritmo de la división. Los demás puntos los resolvieron sin dificultad

4.4.2 Análisis de resultados de algunas propiedades de las fracciones

- **Activación de conocimientos previos**

Con respecto al concepto de equivalencia el equipo de expertos concluye que $\frac{3}{5}$ es equivalente a $\frac{6}{10}$ porque las gráficas representan la misma porción de unidad.

El equipo de expertos en la relación de orden solamente sabe comparar dos fracciones cuando tienen el mismo denominador e identifican cuando una fracción es mayor o menor que la unidad, pero no saben cómo comparar fracciones con diferente denominador.

Con respecto a la densidad de las fracciones el equipo de expertos afirman que entre $\frac{2}{4}$ y $\frac{3}{4}$ no existen fracciones intermedias, porque entre los números 2 y 3 no hay más números; entre $\frac{2}{5}$ y $\frac{4}{5}$ se encuentra $\frac{3}{5}$ y no saben cómo hallar una fracción entre dos fracciones con diferente denominador.

- **Procesamiento de la información**

Los equipos resolvieron 5 ejercicios por cada propiedad vista. Después de las explicaciones entre los compañeros, confrontaciones, diálogos y aclaraciones de dudas por parte de la docente, los estudiantes comprendieron los procedimientos que deben seguir para comparar, ordenar, hallar una fracción entre dos dadas y encontrar fracciones equivalentes. Comprendieron la importancia de saber hallar el mínimo común múltiplo de los denominadores de un conjunto de fracciones para la solución de éstos ejercicios.

Es importante anotar que los equipos de expertos encargados en estudiar el contenido de números primos, los criterios de divisibilidad y la descomposición en factores primos por el método corto construyeron varios carteles indicando: qué son los números primos y escribieron los números primos hasta el 20; cuales son los criterios de divisibilidad del 2, 3, 4, 5, 6; cuales son los pasos que se debe seguir para transformar un conjunto de fracciones heterogéneas en fracciones homogéneas y equivalentes.

Estos carteles los pegaron en diferentes partes del aula de clases y en los espacios de la institución donde se suelen reunir, además, la mayoría de los estudiantes le tomaron foto debido a la importancia del tema para desarrollar los problemas propuestos en esta actividad y adelantarse al contenido de suma y resta de fracciones.

4.4.3 Análisis de resultados de las operaciones básicas con fracciones

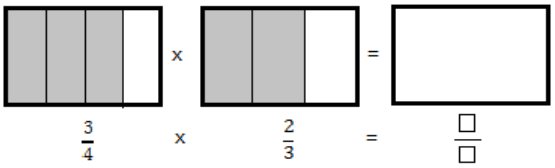
- **Activación de conocimientos previos**

Con respecto a la suma de fracciones homogéneas el equipo de expertos no tuvo ninguna dificultad en resolver el problema: $\frac{1}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$ y en concluir que falta por comer $\frac{5}{8}$.

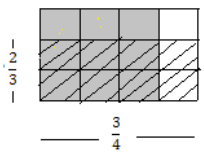
Cuando les dije que expresaran matemáticamente de donde resultó la fracción $\frac{5}{8}$. No identificaron que la unidad se puede expresar como $\frac{8}{8}$. Luego de la aclaración presentaron la resta: $\frac{8}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$.

El grupo de expertos realizó el procedimiento para convertir las fracciones dadas en fracciones homogéneas y equivalentes y presentaron la suma de manera correcta. El equipo no identifica a simple vista el mínimo común múltiplo de 2 y 3, por lo tanto, realizaron el procedimiento completo de descomposición.

Con respecto a la multiplicación de fracciones se observan algunas dificultades para solucionar el problema propuesto. Presentan una gráfica como ésta:



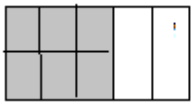
Pero no saben qué más hacer. Sugerí que representaran las fracciones en un mismo rectángulo, una con divisiones verticales y la otra de forma horizontal; que observen la gráfica resultante y lean nuevamente la pregunta del problema. Luego de algunos debates presentan la siguiente solución:



La fracción que representa la parte pintada con respecto al pliego completo es $\frac{6}{10}$.

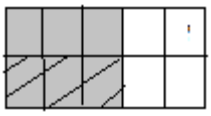
El equipo comprendió que la fracción $\frac{6}{10}$ resulta de multiplicar los denominadores entre sí y los numeradores entre sí.

El equipo de expertos en división realiza la gráfica siguiente:



Pero igual que el grupo anterior, no saben qué más hacer.

Después de confrontarlo con algunas preguntas, presentan la siguiente solución:



A partir de la gráfica concluyen que a cada parte le corresponde $\frac{3}{10}$. Pero no fueron capaces de resolver la operación $\frac{3}{5} \div 2$

- **Procesamiento de la información**

Los equipos base resolvieron el taller de 20 problemas en donde para su solución debían utilizar las operaciones básicas entre fracciones. Para el análisis de los resultados en las respuestas se tuvo en cuenta el cuaderno del equipo y las respuestas dadas por los estudiantes de forma individual y en equipo.

Se observaron los siguientes errores en algunos estudiantes:

1. La suma o resta se hacía siguiendo la linealidad de los números naturales

2. Al hallar el mínimo común múltiplo, se limitaban en amplificar el denominador para obtener un denominador común sin tener en cuenta el numerador.

3. Para multiplicar o dividir dos fracciones hallaban un denominador común

4. Realizaban operaciones sin comprender el problema

5. Confundían los procedimientos para multiplicar y dividir fracciones

Igualmente se observaron las siguientes dificultades:

1. En la comprensión del problema

2. En la identificación del tipo de operación que se debe realizar para hallar la solución

3. Comprender el logaritmo utilizado para convertir un conjunto de fracciones heterogéneas en fracciones homogéneas y equivalentes a las fracciones dadas.

4. Dificultad en reconocer si el resultado de un problema es lógico o no.

5. Relacionar el resultado obtenido con la pregunta del problema

En general, en el desarrollo de estos problemas se observó más dificultad de solución en aquellos que se debía usar la división para obtener un resultado, no por la aplicación del algoritmo, sino por establecer el tipo de operación a emplear.

También se observa dificultad en la solución del problema 7, no identificaban que operación debían hacer con la información del peso de la caja. Con respecto al problema 19, la dificultad se presenta en el manejo de la conversión entre minutos y segundos.

Es interesante anotar la polémica que generó la solución del problema 17, en donde debían de hallar la cantidad de litros de leche comprados a partir de la leche que sobró La estrategia utilizada por los equipos para su solución fue la de ensayo y error, utilizaron sólo gráficas para su solución. La figura 13 muestra el procedimiento utilizado por un equipo.

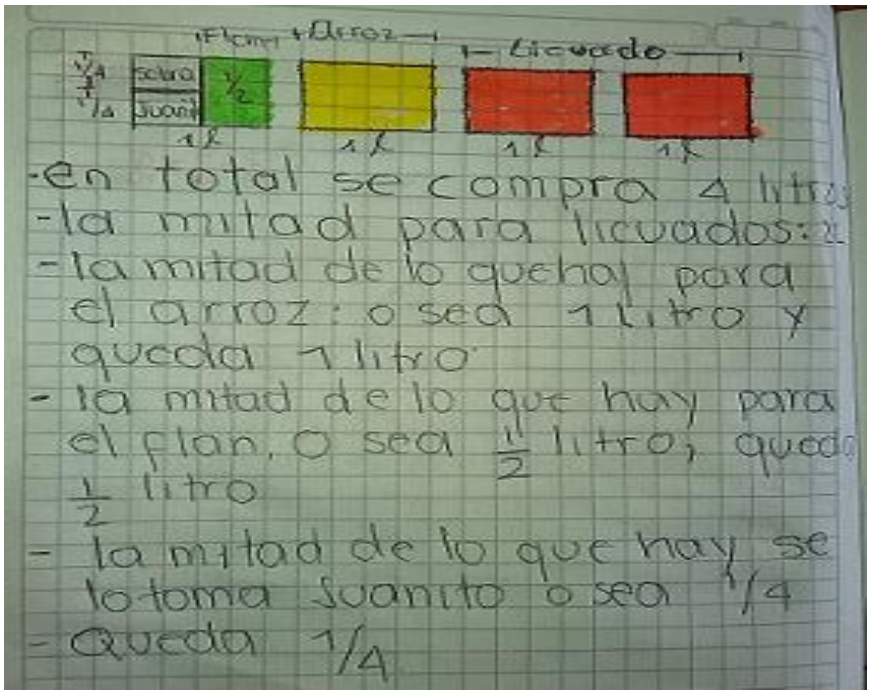


Figura 13 Solución del problema 17 del taller de operaciones básicas

4.5 Evaluación de los efectos de la intervención de la estrategia metodológica

El objetivo de la fase fue evaluar el nivel de desempeño que alcanzan los estudiantes del grado sexto en el desarrollo del pensamiento numérico con la implementación de la estrategia metodológica propuesta.

Análisis del post-test

Debido a que el post-test aplicado es el mismo pre-test descrito anteriormente, se presentan los resultados obtenidos de una manera comparativa a partir de las respuestas dadas por los estudiantes, pues, el objetivo es valorar los efectos de la intervención, es decir, su desempeño en las actividades desarrolladas, procedimientos utilizados en la resolución de problemas y cuáles los errores cometidos.

La prueba se aplica a 35 estudiantes del grado 6-3, de forma individual, el tiempo promedio para la solución fue de 2 horas. Los estudiantes sabían que al finalizar la intervención se haría una prueba final, pero no sabían que se aplicaría la misma prueba. La tabla 8 muestra la comparación entre los resultados del pre-test y del post-test

Tabla 7 Análisis de resultados prueba post-test|

Tipo de respuesta	Relación Parte-todo		Cociente		Medida		Operador		Razón		Operaciones Básicas		Propiedades	
	Pre-test	Post-test	Pre-test	Post-test	Pre-test	Post-test	Pre-test	Post-test	Pre-test	Post-test	Pre-test	Post-test	Pre-test	Post-test
Correcta	50	91	46,	97	6,2	88.4	43,7	80	59.3	80	15,6	83	21,3	83
Incorrecta	37,5	9	43,7	3	12,5	8.6	12,5	11.4	31,3	20	51,1	14	2,8	3
No responde	12,5	0	9,4	0	40,6	3	43,7	3	9.4	0	31,2	3	75,7	14

En la figura 14 se hace la comparación entre las respuestas correctas de los estudiantes en el pre y pos test

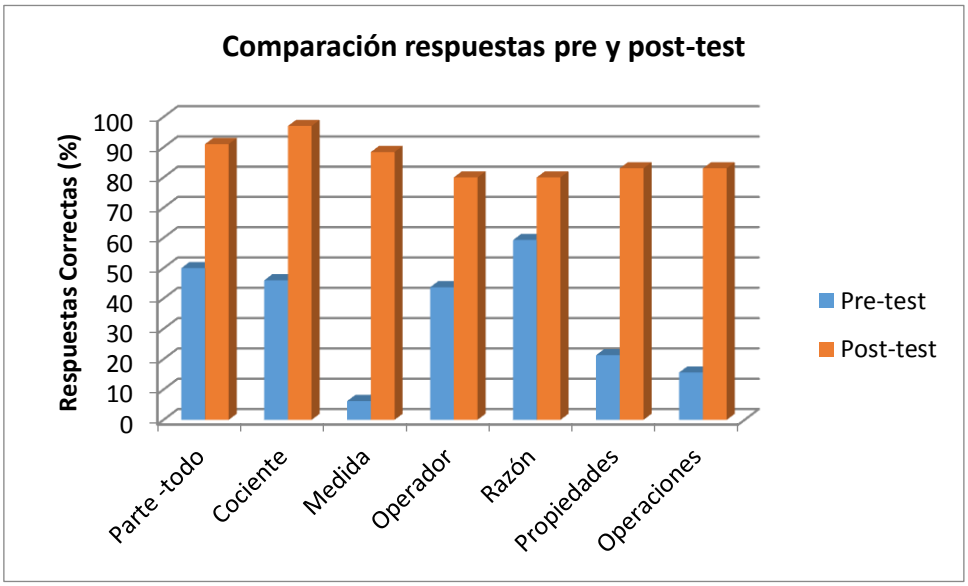


Figura 14 Comparación de las respuestas correctas prueba pre y pos-test

De acuerdo al análisis de los resultados del post-test se puede afirmar que los estudiantes mejoraron significativamente su nivel de desempeño en:

Comprensión y uso de los diferentes significados de la fracción

El 91% de los estudiantes comprenden la mayoría de los constructos que identifican el significado de la fracción como relación parte todo: división del todo en partes congruentes; vieron las partes como un todo que se podía dividir; identificaron el todo a partir de una de las partes y relacionaron los conceptos de fracción y área a partir de la congruencia de las partes utilizando los conceptos de movimientos en el plano.

El 97% de los estudiantes evaluados hacen repartos equitativos, identifican el significado del numerador y el numerador en una situación de repartos y la representan gráficamente.

El 88.4% de los estudiantes comprenden el proceso de medición cuando la unidad de medida no está contenida un número de veces exacta en lo que se desea medir

El 80% de los estudiantes aplican procedimientos correctos para hallar la fracción de un número, además, plantean una ecuación y la resuelven cuando se necesita hallar el valor del todo conociendo la fracción y el valor de una parte. Igualmente, el 80% de los estudiantes encuentran la relación entre dos cantidades a partir de tablas o pictogramas.

Operaciones básicas entre fracciones

El 83% identifican el tipo de operación en el contexto de un problema para su solución; comprenden y aplican el logaritmo de la suma, resta, multiplicación y división de las operaciones básicas entre fracciones.

Propiedades de las fracciones

El 83% de los estudiantes comprenden las relaciones de equivalencia entre dos números; comprenden el concepto de densidad de las fracciones y aplica el

concepto de equivalencia para hallar una fracción entre dos fracciones dadas, organiza un conjunto de fracciones dadas aplicando el método del mínimo común múltiplo

5. Conclusiones y Recomendaciones

5.1 Conclusiones

De acuerdo al análisis documental y al proceso de intervención de la estrategia metodológica se concluye que:

- Las metodologías que se deben implementar en el aula son aquellas centradas en el estudiante, que sean dinámicas y participativas, en donde la participación y control del docente cada vez sea menor, transformando su rol en un orientador o guía.
- Se deben elegir aquellas estrategias cooperativas dinámicas que motiven al estudiante a la participación y lo lleven a asumir con responsabilidad su propio aprendizaje.
- El estudiante comprende un poco mejor el concepto de fracción cuando tiene contacto con la mayoría de sus significados.

El análisis de los resultados de la prueba diagnóstica permite concluir que los estudiantes tienen desempeños bajos en los siguientes aspectos:

- Comprensión de los diferentes significados de la fracción en su interpretación y representación
- Comprensión de la relación entre el contexto de un problema y las operaciones que se deben aplicar para solucionarlo

- Comprensión de algunas propiedades elementales de los números racionales.
- Utilización de diferentes estrategias para la solución de un problema.

El objetivo principal del trabajo final de "Diseñar una estrategia metodológica mediada por el aprendizaje cooperativo que contribuya con el fortalecimiento de las competencias en el desarrollo del pensamiento numérico bajo el contexto de las fracciones" se alcanzó, pues, el análisis de las respuestas dadas por los estudiantes en la prueba final después de la intervención de la estrategia metodológica, permite afirmar que mejoraron significativamente sus desempeños en los mismos cuatro aspectos analizados en la prueba diagnóstica.

Como se sabe, la competencia adquirida por los estudiantes sólo se puede determinar a través de sus desempeños, es decir, en la acción que hace con lo que aprende, a su vez, los desempeños se pueden determinar a partir del desarrollo de problemas prácticos y este reto que surge para desarrollar el problema primero que los demás equipos, genera un ambiente en la dinámica del aprendizaje cooperativo que los motiva, los hace razonar mejor, activan la memoria y potencia la creatividad, por lo tanto, mejoran los niveles de desempeño.

Con el proceso de intervención de la estrategia metodológica y a través de las discusiones, confrontaciones, explicaciones y acuerdos, se contribuyó con el fortalecimiento del pensamiento numérico, ya que se observa a los estudiantes un poco más hábiles para usar las fracciones, comprenden mejor sus diferentes significados y propiedades, operan con mayor facilidad y relacionan mejor las ideas para resolver problemas.

No es fácil implementar el aprendizaje cooperativo en niños, por el ruido que se genera, el manejo del tiempo en las tareas de equipo, los ritmos de aprendizaje tan diferentes; porque quieren cambiar de equipo cada vez que tienen dificultades

con los compañeros; pero, esto se resuelve con el tiempo mientras se va generando una cultura de cooperación en el aula.

La sana competencia entre equipos por ganar una recompensa ya sea en puntos positivos, nota para el período, tiempo libre o dulces motiva a los estudiantes a trabajar con más responsabilidad y a ser más solidarios con sus compañeros.

5.2 Recomendaciones

Con la implementación del aprendizaje cooperativo surgen en el aula nuevas y mejores formas de relación, es interesante que este trabajo cooperativo también involucre al cuerpo docente de la institución educativa para que juntos se construyan estrategias de aprendizaje cooperativo pero con carácter interdisciplinario.

Es importante y fundamental el concepto de activación de los conocimientos previos en los estudiantes como una nueva forma de inicio de sesión, pero se recomienda en lo posible, que la activación de estos conocimientos se realice con material que el estudiante pueda manipular, pues, de esta forma facilita mejor la adquisición del nuevo conocimiento.

Para que el aprendizaje cooperativo sea realmente efectivo, es importante preparar y motivar con anticipación al grupo clase, desarrollando actividades que los haga reflexionar sobre la necesidad de la interacción social para mejorar tanto sus aprendizajes como sus relaciones interpersonales.

Cuando se implementa el aprendizaje cooperativo con niños se genera mucho ruido en el aula, por lo tanto se deben implementar estrategias para que los estudiantes moderen el volumen de su voz y aprendan a participar de forma ordenada.

Es muy importante la organización del aula cuando se implementa el aprendizaje cooperativo: los equipos deben organizarse de forma tal que sus integrantes se puedan mirar cara a cara; entre los equipos se debe dejar un espacio de manera

que no haya interferencias en sus actividades y la docente pueda pasar de forma cómoda entre ellos.

El elogio, el reconocimiento y las recompensas por su esfuerzo grupal son aspectos necesarios e importantes para mantener la cohesión, la motivación y la orientación al logro del equipo cooperativo.

Referencias

Alarcón, Jacqueline (2004). Estudio sobre los beneficios académicos e interpersonales de una técnica del aprendizaje cooperativo en alumnos de octavo grado en la clase de matemáticas. Revista EMA, 9(2), 106.128

Alario, R., & Gavilán, P. (2010). Aprendizaje cooperativo. Una metodología con futuro. Principios y aplicaciones. Ed. CCs, Madrid

Antunes, C. (1975). Técnicas pedagógicas de la dinámica de equipo. Buenos Aires. Kapelusz

Arias, L. (29 de marzo de 2010). Jugando y Aprendiendo. Recurso para sexto de primaria. Recuperado de https://luisamariaarias.wordpress.com/matematicas/tema-6/. 26 de Junio de 2015

Carretero, M. (1993). Desarrollo cognitivo y procesamiento de la información. .

Carretero, M. (1997). ¿Qué es el constructivismo? Desarrollo cognitivo y aprendizaje. Constructivismo y educación. Progreso. México (p 39-71)

Castañeda, L. (2010).Estrategia de aprendizaje cooperativo "TAI" para mejorar el desempeño escolar en números fraccionarios con niños de sexto grado (tesis maestría).Universidad Pedagógica Nacional. México

Castro, E. (2008). Pensamiento numérico y educación matemática. Conferencia en XIV Jornadas de investigación en el aula de matemáticas. (pp. 23-32), Granada.

Correa, L. M. Z. (2000). Aprendizaje colaborativo: una nueva forma de Diálogo Interpersonal y en Red. Contexto Educativo, 28.

D'Amore, B., Fandiño, I., & Marazzani, I. (2003). Ejercicios anticipados" y "zona de desarrollo próximo": comportamiento estratégico y lenguaje

comunicativo en actividad de resolución de problemas. Épsilon, 57, 357-378.

De Camilloni A. y otros (2007). El saber didáctico. Editorial Paidós 1a ed., Buenos Aires

De Di Pego, V. P. (2012). Las fracciones:¿ problema de aprendizaje o problemas de la enseñanza? *Pilquen-Sección Psicopedagogía*, (8), 6.

Delors, J. (1996) La educación encierra un tesoro. Informe a la UNESCO de la Comisión Internacional sobre la educación para el siglo XXI. Madrid: Santillana/UNESCO

Díaz, A. L. (2003). Factores personales, familiares y académicos que afectan al fracaso escolar en la Educación Secundaria. Electronic journal of research in educational psychology, 1(1), 43-66.

Díaz, B. y Hernández .R (2002). "Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista."2ª. ed.) México: McGraw Hill

Ferreiro, R & Calderón, (2003) M. El ABC del aprendizaje cooperativo. El Hombre y la Máquina (p. 20-21).

Ferreiro, R. (2003). Estrategias didácticas del aprendizaje cooperativo. Una nueva forma de enseñar y aprender: el constructivismo social. México: Trillas.

Ferreiro, R. (2007). Una visión de conjunto a una de las alternativas educativas más impactante de los últimos años: El aprendizaje cooperativo. Revista Electrónica de Investigación Educativa, 9(2), 1-9. Colección: Cuestiones de educación

Ferreyra, M. F. (2007). Implementación y Evaluación de un Modelo Didáctico, Basado en Enfoques Constructivistas, Para la Enseñanza de Estadística en el Nivel Superior (Doctoral dissertation, Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Baja California, Ensenada, México).

Freudenthal, H. (2001). Problemas fundamentales en la educación matemática. Contactos Volumen 42, (p. 11-22)

García, R (2011) Los significados asociados a la noción de fracción en la escuela secundaria. Acta latinoamericana de matemática educativa volumen 24 p 41

Gavilán P.B. (2004). Algebra en secundaria: trabajo cooperativo en matemáticas (Vol. 54). Narcea Ediciones.

Gavilán, P. (2009). “Aprendizaje Cooperativo. Papel del conflicto socio-cognitivo en el desarrollo intelectual. Consecuencias pedagógicas”. Revista española de pedagogía, 242. Madrid, Instituto Europeo de Iniciativas Educativas, pp. 131-148.

Gobernación de Antioquia. Secretaría de Educación para la Cultura (2005) Interpretación e implementación de los estándares básicos de matemáticas. Medellín: Digital Express Ltda

González, R., Herrero M., y Serrano, J. (2008) Aprendizaje Cooperativo en matemáticas: Un estudio intracontenido. Anales de Psicología, volumen (24, núm. 2, diciembre), (p. 253-261) Universidad de Murcia. Murcia, España

Hincapié, C. (2011). Construyendo el concepto de fracción y sus diferentes San Andrés de Girardota. (Tesis de Maestría). Colombia.

Hoyos, J. (2015). Diseño y aplicación de una propuesta didáctica para favorecer el aprendizaje significativo de educativa José Asunción Silva. (Tesis de maestría) Universidad Nacional. Colombia.

Jiménez, Mejía, Higuita, López, Múnera, Valencia & Correa. Movilización del pensamiento numérico desde el contexto de las fracciones. (Tesis para obtener título de licenciado). Universidad de Antioquia. Colombia.

Johnson, D. W., Johnson, R. T., & Holubec, E. J. (1999). El Aprendizaje Cooperativo en el aula. Barcelona: Paidós

Laboratorio de innovación educativa Cooperativa de Enseñanza (2009). Qué – por qué – para qué – cómo: Aprendizaje cooperativo. Sociedad Cooperativa Madrileña. Colegio Ártica

López, M. (2009). Efectos del aprendizaje cooperativo en las habilidades sociales, la educación intercultural y la violencia escolar: un estudio bibliométrico de 1997 a 2007. Universidad de Alicante

March, A. F. (2006). Metodologías activas para la formación de competencias. Educatio siglo XXI, *24*.

Martínez, M. (2006). La investigación cualitativa: síntesis conceptual. Revista de investigación *en psicología*, *9*(1), 123-146.

Martínez, Toledo, Pastor & Guerrero (2011). Propuesta para la enseñanza de la suma de fracciones desde representación gráfica. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Volumen (24), (p.633-650)

Ministerio de Educación Nacional (1998). Lineamientos Curriculares Matemáticas. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio

Ministerio de Educación Nacional. Estándares básicos de Competencias matemáticas. Potenciar el pensamiento matemático: ¡Un reto escolar! (s.f) Ministerio de Educación Nacional

Morales, R. (2014) Dificultades y errores en la solución de problemas con números racionales. (Tesis maestría). Universidad Autónoma de Manizales. Colombia

Moreira, M. (2012). Aprendizaje significativo, campos conceptuales y pedagogía de la autonomía: implicaciones para la enseñanza. Revista/Meaningful Learning Review. V2(1), pp. 44-65

Moreira, M. A. (1993). Aprendizaje significativo: Un concepto subyacente. Recuperado de http://www. if. ufrgs. br/~ moreira/apsigsubesp.

Moreira, M. A. (2002). Investigación en educación en ciencias: métodos cualitativos. *Texto de apoyo*, *14*.

Perara, P. Valdemoros, M (2007). Propuesta Didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria. Investigación en Educación matemática XI (p. 209-218)

Pérez, G. (1994). Investigación cualitativa. Retos e interrogantes. I. métodos. Vol. II.

Pozo, J. I. (1996). No es oro todo lo que reluce ni se construye (igual) todo lo que se aprende: contra el reduccionismo constructivista. *Anuario de psicología/The UB Journal of psychology*, (69), 127-140.

Pozo, J. I. (1996). Aprendices y maestros: la nueva cultura del aprendizaje. Alianza Editorial.

Pujolás, M. (2008) 9 ideas Claves. El aprendizaje Cooperativo. Barcelona: Editorial GRAO

Pujolàs, M. P. (2002). Algunas propuestas para organizar de forma cooperativa el aprendizaje en el aula. Zaragoza

Pujolàs, P. (2008). El Aprendizaje Cooperativo como recurso y como contenido. Aula de innovación educativa, 170, 37-41.

Quispe, W. (2011). La Comprensión de los Significados del Número Racional Positivo y su Relación con sus Operaciones Básicas y Propiedades Elementales (Tesis doctorado). Universidad Nacional de Educación. Perú

Sagredo, M., & Verdia, D. (2007). El Aprendizaje Cooperativo: diseño de una unidad didáctica y observaciones sobre su aplicación práctica en un grupo de estudiantes griegos. Memoria de máster.[En línea]. Biblioteca Virtual, (8).

Slavin, R. (1999). AC: teoría, investigación y práctica. Argentina. Aique grupo editor S.A.

Slavin, R., & Johnson, T. (1999). Aprendizaje cooperativo*:* teoría, investigación y práctica. Buenos Aires: Aique.

Tangarife, B. (2012) Solución de problemas y trabajo cooperativo: Una estrategia didáctica a desarrollar en trigonometría (Doctoral dissertation). Universidad Nacional. Colombia

Torres, R. M. Formación docente (1996) Clave de la reforma educativa, en: Nuevas formas de aprender y enseñar, UNESCO-OREALC, Santiago

UNICEF, honduras (2008). Escuela nueva amigos de las niñas y los niños. Hacia la transformación educativa. Primera edición. Recuperado de http://www.unicef.org/honduras/escuelanuevamiga.pdf

Valdemoros y Ruiz (2008). Reconocimiento de algunas dificultades en la práctica docente sobre la enseñanza de las fracciones. Acta Latinoamericana de matemática (21), (p. 616)

Valdemoros, M. E., & Ruiz, E. F. (2008). El caso de Lucina para el estudio de las fracciones en la escuela de adultos. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, *11*(1), 127-157.

Vega, M. (2010). Implementación de un programa de aprendizaje cooperativo y su impacto en el rendimiento académico y las habilidades sociales de un grupo de estudiantes de 4° de primaria. Tesis de maestría inédita. Bogotá: Universidad pedagógica nacional.

Vega, M., Vidal, D., & García, M. (2013). Avances acerca de los efectos del aprendizaje cooperativo sobre el logro académico y las habilidades sociales en relación con el estilo cognitivo. Revista Colombiana de Educación. Volumen 64

Vergnaud, G. (1990). La teoría de los campos conceptuales. Recherches en didactique des mathématiques, 10(2), 3.

Zapata, Vasco & Lasprilla (2007). Pensamiento Numérico y Sistema Numérico. Medellín: Prensa libre.

ANEXO A. PRE-TEST Y POST-TEST

INSTITUCION EDUCATIVA EL PINAL

PRUEBA DIAGNÓSTICA

ASUNTO: PRUEBA DIAGNÓSTICA TRABJO FINAL DE MAESTRÍA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

TÍTULO: DISEÑO DE UNA ESTRATEGIA METODOLÓGICA A TRAVÉS DEL AC QUE CONTRIBUYA AL FORTALECIMIENTO DE LAS COMPETENCIAS DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO EN LOS ESTUDIANTES DEL GRADO SEXTO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA EL PINAL

Objetivo: Identificar el nivel de desempeño que tienen los estudiantes en la comprensión, uso, significado, relaciones y operaciones de las fracciones

Fecha : Septiembre 28 de 2015

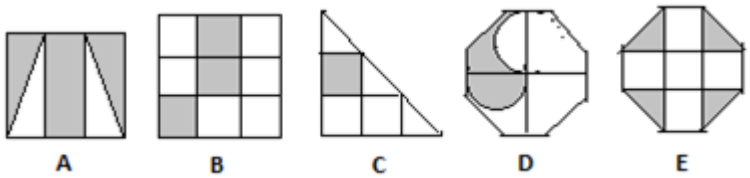
Responsable: Claudia Cecilia Castañeda Ceballos

Consentimiento de aplicación: Los datos aquí obtenidos serán utilizados sólo con fines académicos en el marco del Trabajo final de maestría.

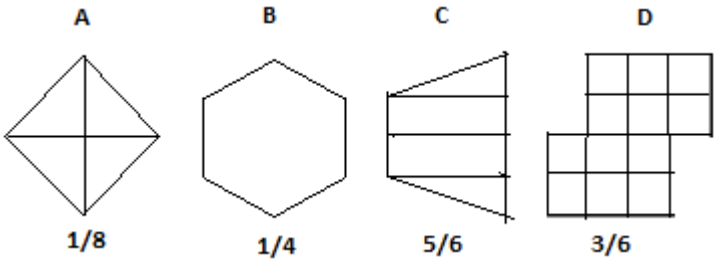
INSTRUCCIONES

- **Trata de explicar en forma amplia tus respuestas.**
- **Puedes realizar los dibujos que consideres adecuados en cada caso.**
- **Más que la respuesta correcta interesa tu forma de analizar y resolver cada situación.**

1. Para cada figura escribe de forma numérica y en palabras, qué parte de área representa la región sombreada.



2. Para cada figura sombrea la parte de área correspondiente a la fracción indicada



3. Para celebrar el cumpleaños de Edwar, su mamá compra 3 pizzas pequeñas para repartirlas entre su hijo y tres compañeros: Cristian, Daniel y Michael, de tal forma que a cada una de las cuatro personas le toque la misma cantidad y que no sobre nada. ¿Qué fracción de pizza le corresponde a cada persona?

4. Utilizando esta unidad de medida: →

   ¿Cuánto medirá esta barra completa?: →

5. Cristian viaja en bicicleta todos los días desde su casa al colegio. Ayer llegó tarde al colegio porque cuando llevaba 6 km recorridos que equivalen a los dos tercios de la distancia total, tuvo un pequeño accidente y por lo tanto recorrió a pie el trayecto que le faltaba para llegar al colegio.

   a. ¿Cuál es la distancia que hay desde la casa de Cristián al colegio?
   b. ¿Cuántos kilómetros recorrió Cristian a pié?

c. El coordinador del colegio le llama la atención a Cristian por llegar dos quinto de hora tarde. ¿Cuántos minutos llegó tarde? Si la entrada al colegio es a las 6:30 a.m ¿a qué horas llegó al colegio?

6. En la fiesta de la antioqueñidad del colegio, los estudiantes de sexto prepararon “michepool” para vender. La bebida perfecta se debe preparar de la siguiente manera: para un vaso de gaseosa de 12 onzas se necesitan: 2 limones, $\frac{1}{2}$ cucharada pequeña de sal y dos cubos de hielo. ¿Qué cantidad de cada ingrediente se necesita para preparar 5 vasos de “michepool”?

7. La caja con jugo de naranja que se muestra en la gráfica tiene una capacidad de un litro y medio y está llena. La jarra tiene una capacidad de tres cuartos de litro y se desea llenar con jugo de naranja utilizando un vaso con capacidad de un octavo de litro.

a. ¿Qué suma debes realizar con las fracciones $\frac{1}{8}$ para saber la cantidad de vasos que necesitas para llenar completamente la jarra? ¿Cuántos vasos necesitas?
b. ¿Qué ***operación matemática*** debes realizar para saber qué cantidad de jugo de naranja queda en la caja si se llena completamente la jarra? Resuelve la operación. ¿Qué cantidad de jugo queda en la caja?
c. ¿Qué ***operación matemática*** debes de realizar si necesitas saber para cuantas personas alcanza la caja de jugo, si cada persona recibe un vaso como el de la gráfica? ¿Para cuantas personas alcanzará?

8. Con tus propias palabras y gráficamente indica:

   a. ¿Qué es una fracción?
   b. ¿Qué son fracciones equivalentes?
   c. Halla una fracción que se encuentre entre $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{4}$, luego grafícalas en una misma recta numérica
   d. ¿Cómo puedes demostrar que $\frac{2}{3}$ $es\ mayor\ que$ $\frac{3}{5}$?

ANEXO B. ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE COOPERATIVO

A continuación se explican los procedimientos de las estrategias de aprendizaje cooperativo que se utilizan en la estrategia metodológica. Las estrategias: Rompecabezas II, Lápices al centro y uno para todos fueron tomados del documento "Qué-por qué- para qué-cómo: Aprendizaje cooperativo", elaborado por el Laboratorio de innovación educativa cooperativa de enseñanza, (2009). Es un material que recopila, fundamenta, estructura, propone y da pautas para la implementación del aprendizaje cooperativo en el aula.

La estrategia el archipiélago fue tomada del libro "técnicas pedagógicas de la dinámica de grupo" de Celso Antunes; las estrategias: explícalo tú, la escalera y el ahorcado, son dinámicas adaptadas por la autora de este trabajo final, a partir de los juegos que suelen jugar los niños cuando en clase se les da unos minutos de descanso.

Rompecabezas II

Se hace una variación en el punto 6.

(Robert Slavin a partir de Aronson)

1. Los alumnos se agrupan en equipos heterogéneos en función de sexo, rendimiento, capacidades, etnia, etc.

2. A cada equipo se le asigna el mismo tema o conjunto de contenidos.

3. El tema se divide en sus diferentes partes o aspectos. Estas partes se reparten al azar entre los integrantes de cada equipo, de modo que cada uno de ellos se convierte en "experto" en uno de dichos apartados, haciéndose responsable del desarrollo del mismo.

4. Tras haber trabajado en su parte del tema, los expertos de todos los equipos en un aspecto concreto se reúnen para contrastar y poner en común su parte del tema.

5. Los expertos vuelven a sus grupos y exponen a sus compañeros los contenidos que han trabajado.

6. Cuando todos dominan el tema, el profesor realiza una prueba individual, que se evaluará con los métodos: explícalo tú o el archipiélago

7. Se suman los puntos por superación individual de todos los integrantes del grupo y se promedian, dando como resultado la calificación grupal.

8. Se reparten las recompensas de grupo.

Lápices al centro

(Nadia Aguilar y María Jesús Talión)

1. Se entrega a cada equipo una hoja con tantas preguntas o ejercicios como integrantes tenga. Cada integrante se hace cargo de una.

2. Los lápices se colocan al centro de la mesa para indicar que sólo se debe hablar y escuchar y no se puede escribir. Cada uno de los estudiantes lee en voz alta su problema, pregunta o ejercicio. Se asegura que todo el grupo exprese su opinión y se comprueba que todos comprendan la respuesta acordada.

3. Cuando todos tengan claro lo que hay que hacer, cada integrante coge su lápiz y procede a resolver el problema, ejercicio o pregunta. En estos momentos no se puede hablar, sólo escribir.

4. A continuación, se vuelven a colocar los lápices en el centro de la mesa, y se procede del mismo modo, pero dirigido por otro alumno.

Uno para todos

(Pujolás)

1. Los alumnos trabajan sobre una serie de ejercicios dentro de sus grupos, asegurándose que todos realizan correctamente la tarea.

2. Una vez finalizado el tiempo, el profesor recoge al azar el cuaderno de ejercicios de un miembro del equipo, lo corrige, y la calificación obtenida es la misma para todos los miembros del equipo.
3. De este modo, evalúa la producción de uno (un alumno) para todos (el conjunto del equipo).

Explícalo tú

(Claudia Castañeda)

1. El equipo-base se reúne, sacan sus apuntes y problemas resueltos

2. La docente escribe en el tablero cual problema de los resueltos van a considerar, el tiempo a emplear y el puntaje que se va a adjudicar.

3. El equipo explica mutuamente el procedimiento para resolver el problema y comprueba que todos hayan comprendido su solución.

4. Terminado el tiempo acordado, la docente señala un equipo cualquiera para que decida qué integrante de otro equipo diferente explique el procedimiento para la solución del problema.

5. Si el estudiante elegido no responde correctamente, el equipo de éste integrante elige un nuevo participante de otro equipo diferente. Si se continua con la misma situación de **no** respuesta correcta, se sigue el mismo procedimiento hasta que se hayan nombrado todos los equipos o hasta que respondan correctamente.

6. Cuando no hay respuesta correcta por parte de los equipos, la docente explica la solución del problema y se inicia una nueva ronda con otro problema.

Nota: Esta estrategia cooperativa es interesante porque los equipos normalmente eligen al estudiante que ven muy regular en matemáticas, por lo tanto, cada equipo se dedica a preparar mejor a éste estudiante.

El archipiélago

(Celso Antunes)

1. Se reúne el equipo de base y se enumera del 1 al 5 de acuerdo al orden en que van a representar al equipo

2. Se hacen acuerdos sobre las normas del juego, del puntaje por cada pregunta acertada, de las sanciones por incumplir por las normas y del tiempo empleado para resolver cada problema.

3. Cuando la docente indique, el primer representante de cada equipo se ubicará en el siguiente grupo llevando consigo lápiz y una hoja, la hoja debe estar marcada con el nombre del equipo

4. El profesor indica cual problema se va a resolver y el tiempo que tienen para resolverlo.

5. Rodeado por los estudiantes de otro equipo, lejos de la influencia de sus compañeros de equipo, el estudiante procede a resolver el problema. Terminado el tiempo acordado y con la indicación del docente, los estudiantes vuelven a sus equipos respectivos, pero dejando la hoja firmada con su nombre en el equipo que lo recibió

6. Los equipos con la explicación de la docente califica el problema y le asigna el puntaje acordado

7. Se vuelve a iniciar el proceso para el segundo representante, que vuelve a pasar al mismo equipo del primero. Cada integrante debe participar en el proceso de acuerdo al turno que le corresponda.

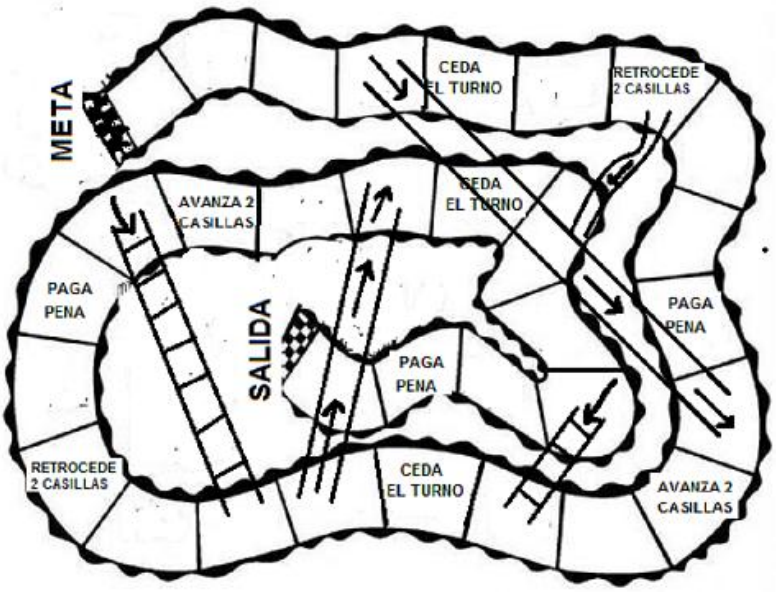
8. Finalmente, cada equipo anuncia el puntaje final del equipo al que acogió.

9. La docente debe recoger las hojas de trabajo para verificar que los procedimientos y puntaje asignados sean correctos.

La escalera

(Claudia Castañeda)

1. Se dibuja con previa anticipación el juego “la escalera” como se muestra a continuación.



2. Cada estudiante se enumera de acuerdo a la cantidad de integrantes del equipo. En este caso del 1 al 5.

3. Se entrega una copia con los problemas a resolver

4. Se da inicio de la competencia. La docente indica el problema a resolver y lo lee en voz alta e informa qué tiempo se tomarán en la solución y el puntaje que se asignará por respuesta correcta

5. Transcurrido el tiempo indicado, se cierran las deliberaciones

6. La docente enuncia en voz alta un número del 1 al 5. Inmediatamente sale al frente los estudiantes designados con el número pedido.

7. La docente pregunta a los participantes cual es el resultado y procedimiento para la solución del problema. Con una repuesta correcta, el integrante lanza el

dado para avanzar en la pista, con una respuesta incorrecta se queda en el punto de partida.

8. Se hace el mismo procedimiento para las siguientes rondas.

Nota:

- Con una respuesta correcta se gana el derecho a: lanzar el dado para avanzar; subir por la escalera; no pagar la pena o no ceder el terno.
- Con una respuesta incorrecta no puede avanzar; se desliza, se cede el turno o se paga pena.

Por ejemplo, en la primera ronda dos equipos quedaron así:

- El equipo A en la casilla de una escalera para subir
- El equipo B en una casilla de ceda el turno, una casilla para descender o una casilla con una pena.

Si el equipo A resuelve bien el siguiente problema sube por la escalera; si lo resuelve mal se queda en la misma casilla. Si el equipo B resuelva bien el siguiente problema lanza el dado para continuar. Si resuelve mal el problema, desciende por el deslizador, cede el turno o pagar la pena, de acuerdo a lo que corresponda. Gana el equipo que haya avanzado más en la escalera

.**El ahorcado**

1. Se organizan equipos de 4 a 5

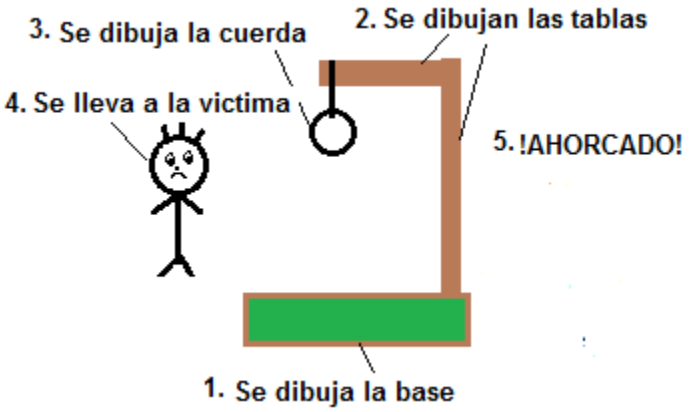
2. A cada equipo se le entrega un taller con 20 problemas para resolver

3. Acordado el tiempo y los problemas de la primera ronda, se inicia la dinámica con las siguientes condiciones:

- Se deben colaborar entre todos los equipos

- El grupo clase sólo tiene oportunidad para hacer tres preguntas relacionadas con el taller, por lo tanto, los equipos se deben poner de acuerdo para saber cuándo y cómo hacen las preguntas
- Todos los estudiantes deben estar desarrollando la actividad

4. Agotado el tiempo, la docente recoge un cuaderno por equipo, revisa los procedimientos y resultados de cada equipo. Por cada problema incorrecto, se dibuja en el tablero una parte del ahorcado. Como se muestra en la figura



Cada ronda sigue el mismo procedimiento: se indica el tiempo, los 4 problemas a resolver y se recuerdan las condiciones. Si el grupo se equivoca en la solución de 5 problemas se ahorca