

**EL RIESGO DE MERCADO Y SU INCIDENCIA EN LOS PORTAFOLIOS DE
INVERSION DE LAS ECONOMÍAS DOMÉSTICAS, CASO ADQUISICIÓN DE
VIVIENDA Y ACTIVOS FINANCIEROS**

GUSTAVO ADOLFO DIAZ VALENCIA

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
DOCTORADO EN CIENCIAS ECONÓMICAS
BOGOTÁ.D.C.
2011**

**EL RIESGO DE MERCADO Y SU INCIDENCIA EN LOS PORTAFOLIOS DE
INVERSIÓN DE LAS ECONOMÍAS DOMÉSTICAS, CASO ADQUISICIÓN DE
VIVIENDA Y ACTIVOS FINANCIEROS**

**GUSTAVO ADOLFO DIAZ VALENCIA
CÓDIGO 909023**

**Trabajo de grado para optar al título de
Doctor en Ciencias Económicas**

**Director
MANUEL MUÑOZ CONDE
Doctor en Ciencias Económicas**

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
DOCTORADO EN CIENCIAS ECONÓMICAS
BOGOTÁ D.C.
2011**

AGRADECIMIENTOS

El autor expresa sus agradecimientos a:

Doctor Manuel Muñoz Conde, Director de la tesis Universidad Nacional de Colombia.

Doctora Liliana Alejandra Chicaíza, Coordinadora Académica del Doctorado en Ciencias Económicas de la Universidad Nacional.

Doctor Federico Perali, Universidad de Verona.

Doctor José Reyes Bernal, Director de Maestría en Ciencias Económicas Universidad, Universidad Nacional y Santo Tomas.

Profesor Anselmo Vega, Universidad Nacional y Santo Tomás.

Doctora Liliana Blanco, Profesora Facultad de Matemáticas Universidad Nacional.

Doctor Alejandro Vivas, Profesor Universidad Javeriana.

Yadira Luna, amiga y compañera del Doctorado en Ciencias Económicas por su constante apoyo.

Nohora García, amiga y compañera del Doctorado.

Andrés Montaña compañero y amigo Doctorado Universidad Nacional.

FORMATO ÚNICO PARA ENTREGA DE LOS TRABAJOS DE GRADO

TÍTULO EN ESPAÑOL:

El riesgo de mercado y su incidencia en los portafolios de inversión de las economías domésticas, caso adquisición de vivienda.

TÍTULO EN INGLÉS:

Market risk and their impact on the investment portfolios of households, house purchase case

RESUMEN EN ESPAÑOL:

El propósito de la tesis es abordar el problema del riesgo de mercado y su incidencia en el portafolio de inversión (incluyendo la tenencia de vivienda) de las economías domésticas, analizando su relación con el comportamiento de los Hogares frente al riesgo, desde el punto de vista del ingreso y la edad del jefe del Hogar.

Se establecieron las posibles vinculaciones que pueden existir entre el nivel microeconómico (aversión al riesgo) que motivan las decisiones de los inversores y el nivel macroeconómico (riesgo de mercado) que determinan el comportamiento de los mercados, donde se encontró que existe una relación directa entre la aversión al riesgo y una menor volatilidad en el precio de los activos financieros

Para tal efecto, se utilizó el método de media varianza para calcular la participación óptima de los activos que conforman sus portafolios de inversión y la rentabilidad de tener vivienda propia, y ésta se determinó a partir del flujo neto de la casa, el cual se definió como la diferencia entre el ingreso que genera el alquiler de la vivienda y el pago de la cuota hipotecaria, y que no había sido considerado bajo esta perspectiva.

La aversión al riesgo y el riesgo de mercado si son factores que inciden sustancialmente en la toma de decisiones de los agentes al momento de conformar los portafolios de inversión, especialmente en la última década, cuando el sistema financiero ha ofrecido otras alternativas de inversión, pero que siguen siendo desconocidas para muchas personas.

ABSTRACT:

The purpose of the thesis is to investigate the problem of market risk and their impact on the investment portfolio (including home ownership) of households, analyzing their relationship to the behavior of households to risk, from the point of view of income and age of head of household.

Possible links were established that may exist between the micro level (risk aversion) that motivate the decisions of investors and the macro level (market risk) that determine the behavior of markets, where it was found that there is a direct relationship between aversion to risk and less volatility in financial asset prices.

We used the mean-variance method to calculate the optimal participation of the assets that comprise their portfolios and profitability of homeownership, and this was determined from the net flow of the house, which was defined as the difference between the income generated from rental housing and paying the mortgage payment.

The aversion to risk and market risk if they are factors that substantially affect the decision making of agents at the time of forming the portfolios, especially in the last decade, when the financial system has offered alternative investments, but which remain unknown to many people.


DESCRIPTORES O PALABRAS CLAVES:

Riesgo, portafolio, aversión, hogar, vivienda

KEYWORDS:

Risk, portfolio, aversion, home, housing.

FIRMA DEL DIRECTOR:



**Gustavo Adolfo Díaz Valencia
1964.**

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	11
1 ANTECEDENTES TEÓRICOS AL CONCEPTO DE RIESGO DE MERCADO	17
1.1 MODELO DE MARKOWITZ	17
1.2 MODELO DE TOBIN	22
1.3 EL MODELO DE SHARPE	24
1.4 LA VIVIENDA EN LOS PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN DE LAS ECONOMÍAS DOMÉSTICAS	26
1.4.1 Modelo de Gorssman y Laroque	26
1.4.2 Modelo de Flavin y Yamashita	28
2 LA DEMANDA DE VIVIENDA, SUS DETERMINANTES Y SU RENTABILIDAD	33
2.1 DETERMINANTES DEL MERCADO DE VIVIENDA	33
2.2 CONSUMIDORES Y PROPIETARIOS DE VIVIENDA	34
2.3 RENTABILIDAD DE INVERTIR EN VIVIENDA	36
2.4 CRÉDITO RACIONADO EN LA ADQUISICIÓN DE VIVIENDA	38
3 FUNCIÓN DE UTILIDAD DEL PORTAFOLIO DE INVERSIÓN Y SU RELACIÓN CON LA AVERSIÓN AL RIESGO Y CONCEPTO DEL RIESGO DE MERCADO	43
3.1 CONCEPTO DE AVERSIÓN AL RIESGO	43
3.2 FUNCIÓN DE UTILIDAD TIPO EXPO POWER	47
3.3 MODELOS DE PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN BASADOS EN UNA FUNCIÓN EXPONENCIAL PROPUESTOS RECIENTEMENTE	50
3.4 CONCEPTO RIESGO DE MERCADO	52
4 ASPECTOS MACROECONÓMICOS DE LOS DEPOSITOS EN EL SISTEMA FINANCIERO COLOMBIANO Y LA CARTERA HIPOTECARIA	55
5 MODELOS DEL PORTAFOLIO DE INVERSIÓN DE LOS HOGARES	62
5.1 TÉRMINOS DEL MODELO	62
5.1.1 Variante del modelo de media varianza de Harry Markowitz	62
5.1.2 Modelo de utilidad del portafolio tipo Cobb Douglas.	65
5.2 SUPUESTOS	66
5.3 HIPÓTESIS	67
5.3.1 Hipótesis general	67

5.3.2	Hipótesis complementarias	67
5.4	ASPECTOS METODOLÓGICOS	67
5.5	DESARROLLO DEL MODELO	68
5.5.1	Propietarios de la vivienda, pero la pagan al sistema financiero y tienen capacidad de ahorro.	69
5.5.2	Propietarios de la vivienda, pero la pagan al sistema financiero y no tienen capacidad de ahorro	73
5.6	MODELO CON LA FUNCIÓN COBB DOUGLAS	79
5.6.1	Modelo con la función Cobb Douglas incluye ahorro y vivienda	79
5.6.2	Modelo con la función Cobb Douglas incluye consumo y vivienda	82
6	RESULTADOS DEL CÁLCULO DEL PORTAFOLIO COMPUESTO POR ALGUNOS ACTIVOS FINANCIEROS Y ADQUISICIÓN DE VIVIENDA	88
6.1	RESULTADO DEL CÁLCULO DEL PORTAFOLIO PARA HOGARES PROPIETARIOS DE VIVIENDA CON CAPACIDAD DE AHORRO Y TIENEN CRÉDITOS HIPOTECARIOS CON EL SISTEMA FINANCIERO, POR METODO DE MEDIA VARIANZA	88
6.2	RESULTADO DEL CÁLCULO DEL PORTAFOLIO PARA HOGARES PROPIETARIOS DE VIVIENDA SIN CAPACIDAD DE AHORRO Y TIENEN CRÉDITOS HIPOTECARIOS CON EL SISTEMA FINANCIERO, POR METODO DE MEDIA VARIANZA	103
7	CONCLUSIONES Y APORTES	126
7.1	CONCLUSIONES	126
7.2	APORTES	131
8	BIBLIOGRAFÍA	132

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Estructura de la preferencia del riesgo de la función expo-power	49
Tabla 2. Cuadro resumen comparativo de algunos modelos teóricos tomados como referencia	85
Tabla 3. Cuadro comparativo modelo portafolio de inversión propuesto por el autor	86
Tabla 4. Distribución del portafolio por ingresos mensuales en Certificados de Depósito a Término y Vivienda	89
Tabla 5. Distribución del portafolio cdt's y vivienda	91
Tabla 6. Distribución del Portafolio Fondos de pensiones y vivienda por edades	93
Tabla 7. Distribución del Portafolio por Fondos de pensiones y edades	95
Tabla 8. Distribución del Portafolio por ingresos activos Fondo de pensiones y vivienda	97
Tabla 9. Distribución del Portafolio por ingresos activos fondo de pensiones voluntarias y vivienda.	99
Tabla 10. Aversión al riesgo, riesgo de mercado en la inversión de algunas acciones 2009 por distribución de ingresos	101
Tabla 11. Distribución de portafolios por Edades alquiler de la vivienda y algunas acciones rentabilidad al 2009	102
Tabla 12. Resultados del cálculo de la rentabilidad, de la vivienda para grupos de hogares clasificados por edades que no poseen ahorros, tienen créditos en UVR a un plazo 15 años	105
Tabla 13. Resultados del cálculo de la rentabilidad, de la vivienda para grupos de hogares clasificados por edades que no poseen ahorros, tienen créditos en UVR a un plazo 20 años	106
Tabla 14. Resultados del cálculo de la rentabilidad, de la vivienda para hogares que no poseen ahorros créditos en pesos plazo 15 años	108
Tabla 15. Resultados del cálculo de la rentabilidad, de la vivienda para grupos de hogares clasificados por edades que no poseen ahorros, tienen créditos en pesos a un plazo de 20 años	110

Tabla 16. Resultados del cálculo de la rentabilidad, de la vivienda para grupos de hogares clasificados por ingresos que no poseen ahorros, tienen créditos en UVR a un plazo 15 años	112
Tabla 17. Resultados del cálculo de la rentabilidad, de la vivienda para grupos de hogares clasificados por ingresos que no poseen ahorros, tienen créditos en UVR a un plazo 20 años	114
Tabla 18. Resultados del cálculo de la rentabilidad, de la vivienda para grupos de hogares clasificados por ingresos que no poseen ahorros, tienen créditos en pesos a un plazo 15 años	116
Tabla 19. Resultados del cálculo de la rentabilidad, de la vivienda para grupos de hogares clasificados por ingresos que no poseen ahorros, tienen créditos en pesos a un plazo 20 años	118
Tabla 20. Tasas de interés de créditos Hipotecarias y Cdt's 2003 y 2009	120
Tabla 21. Función de Utilidad Cobb Douglas distribución por edades	122
Tabla 22. Función de Utilidad Cobb Douglas distribución por ingresos.	123
Tabla 23. Resultados de la función de utilidad del gasto de los hogares en amortización en vivienda y gastos corrientes por edades e ingresos.	125

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. La frontera eficiente	18
Figura 2. Flujo de fondos de los hogares	36
Figura 3. Demanda de vivienda en Colombia - formación de hogares 2005-2019	41
Figura 4. Interconexión de los distintos riesgos	54
Figura 5. Evolución de los principales depósitos en el sistema financiero en Colombia 1999-2009	55
Figura 6. Participación porcentual de los principales depósitos en el PIB total a precios corrientes	56

INTRODUCCIÓN

Lograr una mayor comprensión de la teoría del riesgo de mercado y su incidencia en las expectativas de inversión de los agentes económicos, se ha convertido en uno de los principales retos de investigación para la Ciencia Económica. De hecho, a través del área financiera y la misma economía se han logrado avances importantes en aspectos como la identificación de aquellos riesgos que se producen cuando los agentes económicos (economías domésticas, empresas y gobierno) invierten sus recursos para la adquisición de activos (inversiones en títulos, depósitos de ahorro, bonos, acciones, así como la compra de vivienda) a la espera de obtener mayores rendimientos; sin embargo, dichas inversiones pueden verse afectadas cuando se enfrentan a un entorno económico lleno de incertidumbre.

Bajo un entorno de mercado incierto los precios de mercado que se pagan por dichas inversiones presentan muchas volatilidades, entre ellas: fluctuaciones en la tasa de interés, la tasa de cambio, la tasa de créditos hipotecarios y el precio de las acciones, las cuales alteran sensiblemente la rentabilidad de los portafolios de inversión. Asimismo, la volatilidad de los mercados financieros, la complejidad y velocidad de las transacciones financieras han hecho que los riesgos sean cada vez más difíciles de identificar, analizar y controlar.

La motivación por desarrollar el tema de riesgo de mercado y su incidencia en los portafolios de inversión de las familias, se centra principalmente en que es un tema nuevo e inexplorado en Colombia, siendo relevante para establecer otros parámetros de investigación, que articulen los principios de la teoría microeconómica del mercado y la demanda, con el entorno económico, caracterizado por un proceso de liberalización financiera, de cambio tecnológico y la proliferación nuevos productos y servicios en los mercados de capitales, los cuales han permitido nuevas posibilidades de inversión a los diferentes agentes económicos (familias, empresas y gobierno). No obstante, la contraparte de este proceso ha sido la presencia de nuevos riesgos lo cual ha hecho imperante identificarlos, medirlos y controlarlos, de tal manera que garanticen a los inversionistas una mayor seguridad.

En consecuencia, una empresa o una familia puede exponer sus inversiones a una serie de riesgos, ya sea porque éstos actúan sólo en condiciones especiales y no se tienen los mecanismos apropiados para su medición y control, o porque sencillamente no existe una percepción clara de los riesgos a los que se encuentran expuestos los inversionistas.

Cuando las economías domésticas participan en el mercado a través de los portafolios de inversión, uno de sus propósitos obtener más rentabilidad, por ello es

importante identificar los mecanismos que permiten alcanzar éste objetivo. Empezaremos analizando cuales son las necesidades básicas de las economías domésticas: alimentos, salud, educación, vivienda, transporte, recreación, vivienda entre otros, y la forma cómo satisfacen estos gastos, cuando una de sus mayores limitantes es el ingreso disponible.

El ingreso disponible se obtiene por diversas fuentes: el salario, las rentas, las herencias, donde gran parte del mismo se destina al consumo, al pago de impuestos y la diferencia se destina al ahorro.

Ahora bien el ahorro constituye la fuente más importante para generar inversión, y es aquí donde surge, la inquietud sobre cómo utilizarlo. El objetivo de cualquier persona es que éste incremente su rentabilidad, bien sea depositándolo a través del sistema financiero, o destinándolo a la compra de algún activo que le garantice un mayor bienestar. Por tal razón, la vivienda es uno de los activos más importantes que determinan el bienestar de las familias y en muchos casos constituye su única fuente de riqueza. Sin embargo, los activos que disponen los agentes no están exentos de riesgo, pues a medida que se quiere obtener mayor rentabilidad, mayor es la exposición a los riesgos.

El objetivo de la presente investigación es analizar la incidencia de los riesgos de mercado y la aversión al riesgo, en los portafolios de inversión de las economías domésticas. Para tal efecto, se contextualizará el tema de riesgos de mercado desde el punto de vista de su incidencia en la tenencia de activos financieros (depósitos de ahorro, certificados de depósito a término, acciones, fondos de pensiones voluntarias) que conforman estos portafolios, incluyendo la adquisición de vivienda.

Entender los determinantes de los riesgos de mercado en los portafolios de inversión es de gran utilidad para explicar el comportamiento de los inversionistas cuando toman decisiones al momento de maximizar su utilidad, por ello se requiere precisar el concepto de riesgo.

Se puede considerar que el tema del riesgo es un problema de índole microeconómico, que ha adoptado la economía financiera, donde se estudia el comportamiento de los individuos en la asignación intertemporal de sus recursos en un entorno incierto, así como el papel de las organizaciones económicas y los mercados institucionalizados en facilitar dichas asignaciones.

Por tanto la microeconomía y la economía financiera, permiten analizar el comportamiento de los individuos cuando se enfrentan al contexto intertemporal en sus decisiones de inversión y su componente de incertidumbre, que en la naturaleza de los mercados de capitales y sus consecuencias para la valoración de activos y riesgos en un mundo de incertidumbre habían sido ignorados.

El interrogante que surge en torno al tema de los portafolios de inversión y su relación con los riesgos es: ¿Cuál es el efecto del riesgo de mercado y la aversión al riesgo, en los portafolios de inversión de las economías domésticas, para el caso de los activos financieros y la compra de vivienda como su principal activo de inversión?

Para tal efecto se establecerán y definirán las posibles vinculaciones que puedan existir entre el nivel microeconómico (aversión al riesgo) que motivan las decisiones de los inversores y el nivel macroeconómico (riesgo de mercado) que determinan el comportamiento de los mercados. Como resultado de la investigación se espera que exista una relación directa entre la aversión al riesgo y una menor volatilidad en el precio de los activos financieros.

Para tal fin, este trabajo propone desarrollar una hipótesis general y cuatro complementarias:

Hipótesis general

El riesgo de mercado y la aversión al riesgo influyen significativamente en la toma de decisiones de las economías domésticas, sobre la proporción de activos (financieros e inmobiliarios) que conforman sus portafolios de inversión y mejoran su utilidad.

Hipótesis complementarias

- Un mayor riesgo de mercado, asociado a un aumento en la volatilidad de la tasa de interés de los activos financieros y un incremento de la aversión al riesgo (IAR) de las economías domésticas, disminuye la proporción de ahorro en activos riesgosos dentro de su portafolio de inversión.
- A menor aversión al riesgo (DAR) y mayor riesgo de mercado cuando aumenta la tasa de interés de los activos financieros riesgosos, los hogares aumentan la proporción de éstos en sus portafolios de inversión.
- Un mayor riesgo de mercado y un incremento de la aversión al riesgo (IAR) aumenta la participación del activo inmobiliario, en la composición del portafolio de inversión de las economías domésticas.
- Un menor riesgo de mercado asociado a una disminución de la tasa de interés de los préstamos hipotecarios y un incremento de la aversión al riesgo de los hogares (IAR), aumenta la rentabilidad de poseer vivienda propia. Si el hogar es averso al riesgo, dada la volatilidad de la tasa de interés del crédito hipotecario entonces la rentabilidad de tener vivienda propia aumenta.

Sobre la base de las hipótesis anteriores, se busca entender los efectos del riesgo del mercado y la aversión al riesgo en la composición de los portafolios de inversión de las economías domésticas, para explicar el comportamiento de los inversionistas cuando toman decisiones al momento de maximizar sus utilidades (elección óptima de portafolios-agente racional y equilibrio walrasiano), por ello, se requiere de una mayor precisión del riesgo. El riesgo financiero es un fenómeno multidimensional, que está relacionado con factores de índole económica de muy diverso tipo pero también con factores políticos y sociales.

Comenzamos por especificar el concepto de riesgo de mercado. Éste se deriva de cambios en el precio de los activos y pasivos financieros (o volatilidades) y se mide a través de cambios en el valor de las posiciones abiertas¹. (Jorion 1999). Asociado al riesgo se encuentra el concepto de volatilidad el cual se define como la desviación estándar (o raíz cuadrada de la varianza) de los rendimientos de un activo o portafolios. Es un indicador fundamental para la cuantificación de riesgos de mercado porque presenta una medida de dispersión con respecto al promedio o media de los mismos en un período determinado.

Asimismo, se entiende por riesgo de mercado como las posibles pérdidas que puedan producirse en los activos financieros que forman parte de la inversión, y que están originadas por movimientos adversos en los precios de mercado; casos particulares de los riesgos de mercado son los riesgos de las tasas de interés y de la tasa de cambio.

Si bien los riesgos de mercado se han analizado en el marco de valoración de activos tanto en empresas como en entidades del sistema financiero, éste trabajo hace énfasis en el segmento de las economías domésticas. Para tal fin se consideraron los siguientes grupos de hogares de acuerdo a la Encuesta de Calidad de Vida elaborada por el DANE para el año 2003:

1. El caso de los propietarios de vivienda que tienen capacidad de ahorro y están pagando el crédito de vivienda a una entidad financiera o una cooperativa.
2. Propietarios de vivienda que está hipotecada al sistema financiero y no tienen capacidad de ahorro.

Para tal efecto, se analizará los riesgos del mercado en los portafolios de inversión principalmente en la adquisición de vivienda, donde se utilizarán modelos de micro simulación a partir del método de media varianza, propuesto inicialmente por Harry Markowitz y ampliado por otros autores como William Sharpe y Merton Miller. Bajo la hipótesis que los precios siguen algún tipo de ley aleatoria, y donde el precio de mercado de los activos en una fecha futura es también una variable aleatoria.

¹ Jorion Philippe (2008) Valor en Riesgo. “El nuevo paradigma para el control del riesgo con derivados”. Limusa. S.A. México.

En las unidades económicas familiares los riesgos de mercado, pueden afectar la rentabilidad de sus portafolios, y el equilibrio en su cartera de valores, condicionando su función de utilidad y presupuesto, al comportamiento que ofrezca el mercado de capitales en un ambiente de incertidumbre.

Cuando el portafolio está compuesto únicamente por la vivienda y está hipotecada al sistema financiero, es importante analizar el efecto que genera la variación de la tasa de interés sobre la amortización del crédito, incrementando de esta manera el riesgo de no pago y la pérdida del inmueble. Por tal razón se calculará una tasa de rentabilidad óptima de tener vivienda propia que involucre la aversión al riesgo del agente y la volatilidad de la tasa de interés del crédito hipotecario; de tal manera que un incremento de la tasa incidirá en una mayor aversión al riesgo del prestatario.

La tesis se desarrollará en seis capítulos. El primero abordará el marco teórico y conceptual, presentando brevemente los temas que antecedieron al concepto de riesgo de mercado, a partir de los trabajos expuestos sobre la teoría del portafolio en autores clásicos como: Harry Markowitz, James Tobin, y William Sharpe entre otros.

Asimismo, éste capítulo presenta un esbozo del tema específico de la vivienda como parte del portafolio, sólo unos pocos documentos incorporan los bienes raíces como un activo. Autores como William N. Goetzmann y Roger Ibbotson (1990) utilizan las estimaciones de regresión de los precios inmobiliarios, y Stephen A. Ross y Randall C. Zisler (1991) calculan los retornos de inversión inmobiliaria de los fondos fiduciarios, para caracterizar su riesgo y el retorno como parte del portafolio de inversión. Sin embargo, se tomará como marco de referencia el modelo desarrollado por Marjorie Flavin y Takashi Yamashita (2002) quienes analizan el concepto de media varianza e incluyen el parámetro de aversión al riesgo, para estimar el portafolio óptimo de los hogares, el cual estima la posibilidad de cambiar vivienda por una de tamaño más grande, frente a la rentabilidad de invertir sus recursos en algunos activos financieros.

También se tendrá en cuenta el modelo propuesto por Joao Cocco (2005), que incorpora la compra de la vivienda, en los portafolios de inversión junto con otros activos utilizando una función de utilidad Cobb-Douglas y el parámetro de aversión al riesgo, para analizar la rentabilidad de tener vivienda propia.

El segundo capítulo describe una función de demanda de vivienda y su relación con los créditos racionados del sistema financiero, con el fin de conocer sus determinantes fundamentales. El análisis de los créditos racionados en la financiación de vivienda fue analizado por Flemming y posteriormente por Aoki y Proudman. Esta información ayuda a entender que variables afectan la compra de vivienda.

El tercer capítulo presenta el marco referencial para analizar la función de utilidad del portafolio de inversión, y su relación con el comportamiento del inversor, a partir del parámetro de aversión al riesgo, cuando ésta es constante (CARA), creciente (IARA) y decreciente (DARA). Asimismo, se presenta de manera general el concepto de riesgo de mercado.

El cuarto capítulo presenta una breve descripción del comportamiento reciente de las principales captaciones en el sistema financiero colombiano, así como la evolución de la cartera hipotecaria durante la última década.

El quinto capítulo expone la tesis central de este trabajo, donde se elabora un modelo de utilidad del portafolio aplicado al caso colombiano, que integra los conceptos de aversión al riesgo y riesgo de mercado, para el caso de los portafolios de inversión de las economías domésticas, a partir de una variante del método de media varianza propuesto originalmente por Harry Markowitz. Este modelo permite analizar, el comportamiento de los inversionistas frente al riesgo de mercado, desde el punto de vista de la distribución del ingreso y por grupos de edades, con el fin de determinar la composición óptima del portafolio y la rentabilidad de tener vivienda propia a partir del comportamiento presentado por las tasas de interés de las principales captaciones en el sistema financiero y las tasas de colocación para los créditos de vivienda.

Para tal fin se tomó en cuenta en la composición de éstos portafolios activos financieros como: cdt's, acciones, fondos de pensiones voluntarias y la adquisición de vivienda. Como evidencia empírica se utilizaron datos de la encuesta de Calidad de Vida del año 2003 elaborada por el DANE para todo el país y se toma como herramienta metodológica una función cuadrática de utilidad que permita maximizar la composición del portafolio. Asimismo se utilizó información estadística suministrada a través de las páginas web de la Superintendencia financiera de Colombia, de la Asociación de Fondos de Inversión (Asofondos) y de la Bolsa de valores de Colombia BVC.

Finalmente en el último capítulo se presentan los resultados de los modelos a partir del cálculo de la composición de los portafolios para los grupos objeto de estudio por edades y por ingresos, a través de método de media varianza, para los diferentes grupos de hogares objeto de estudio de la presente investigación.

1 ANTECEDENTES TEÓRICOS AL CONCEPTO DE RIESGO DE MERCADO

1.1 MODELO DE MARKOWITZ

Como referente teórico del concepto del riesgo de mercado, se encuentran los trabajos de autores clásicos como Harry Markowitz, William Sharpe y James Tobin entre otros.

En primer lugar se presenta, de manera general la teoría básica de la selección de portafolios desarrollada inicialmente por el Premio Nobel Harry Markowitz a comienzos de los años 50. Más adelante fue ampliada por otros economistas, que se introdujeron en el campo de las finanzas y aportaron aspectos importantes para incrementar su desarrollo teórico.

En 1952, Markowitz publica el artículo "Portfolio Selection"², donde centra su atención en la diversificación de carteras, demostrando como un inversor puede reducir el riesgo eligiendo acciones cuyas oscilaciones no sean las mismas.

El primer pilar de su teoría es la relación entre el riesgo y las variables estadísticas, cuya medición es posible, específicamente la varianza histórica de la rentabilidad. El artículo argumenta que los inversores demandan un retorno mayor para inversiones más riesgosas.

Antes de Markowitz, los economistas se enteraron que un portafolio con un mayor número de acciones era menos riesgoso que uno con pocas acciones. Acciones que se desempeñan mal, tienden a estar compensadas por acciones que se desempeñan bien, por lo tanto el retorno del portafolio varía menos que el retorno de un portafolio con un menor número de acciones o de una acción individual.

Markowitz, también demostró que la diversificación de un portafolio no consiste simplemente en el número de acciones que lo componen, sino también en la correlación de los retornos de las acciones que lo conforman.

Si los retornos están fuertemente correlacionados, en efecto, el portafolio no se podrá diversificar, y si la correlación es baja, se podrá diversificar y el riesgo será mucho menor. Un inversionista puede calcular las correlaciones históricas o las covarianzas entre las acciones que conforman el portafolio. Con esta información, Markowitz demostró con la técnica que se conoce con el nombre Análisis de Media-Varianza, la posibilidad de construir una serie de portafolios que sean eficientes.

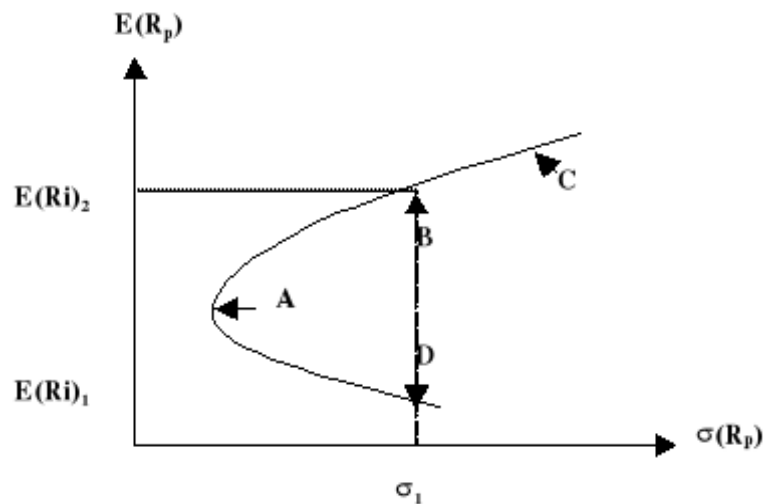
² Markowitz Harry, March 1952 "Portfolio Selection". The Journal of Finance, vol. 7 No.1 pp 77-91

Portafolios eficientes son aquellos que en el pasado obtuvieron el retorno más alto dado un nivel de riesgo.

En la Frontera Eficiente, están situadas las mejores rentabilidades para un riesgo determinado, clasificadas de la forma que a mayor riesgo corresponda una mayor rentabilidad. Según el grado de aversión al riesgo, el inversor se situará de forma razonable en uno u otro punto de la línea de la frontera eficiente. Cualquier otro punto sería irracional.

Dicho de otro modo, en la frontera eficiente están todas aquellas carteras que proporcionan el máximo rendimiento con un riesgo mínimo.

Figura 1. La frontera eficiente



Fuente: Diseño del autor

En la Figura 1, las carteras A, B y C son carteras eficientes puesto que entregan el máximo retorno con un nivel de riesgo mínimo, o análogamente, el menor riesgo para un retorno máximo. La cartera D, entrega para un nivel de riesgo σ_1 , un retorno esperado $E(Ri)_1$ menor que el entregado por la cartera B, la cual posee el mismo nivel de riesgo pero entrega un retorno esperado $E(Ri)_2$ mayor. Por lo tanto la zona superior de la figura (trazo abc) corresponde a la frontera eficiente, donde la cartera A recibe el nombre de *cartera de mínima varianza*.

El proceso de selección de una cartera propuesto por Markowitz, puede ser dividido en dos etapas. La primera etapa comienza con la observación y la experiencia y termina con la expectativa sobre el futuro rendimiento de los activos disponibles. La

segunda etapa comienza con las creencias sobre el futuro comportamiento del valor de los activos y termina con la elección de la cartera³.

En primer lugar, considera que el inversor debería tener en cuenta el descuento máximo previsto, y los retornos de la inversión. La regla de que el inversor debería considerar el rendimiento esperado plantea la hipótesis sobre, el futuro comportamiento de la inversión. Por lo tanto, las relaciones entre creencias y la elección de la cartera van de acuerdo con la "diferencia-en la rentabilidad esperada de los retornos y la media observada".

Un tipo de norma relativa a la elección de la cartera es que el inversor debería maximizar el descuento del valor de los futuros retornos. Dado que el futuro no se conoce con certeza, se debe "esperar" o "anticipar" la tasa de descuento. Las variaciones de ésta tasa se pueden anticipar, para incluir el riesgo. Al dejar de lado las imperfecciones del mercado de la regla anterior, implica que existe una cartera diversificada, lo cual es recomendable para el inversionista.

La hipótesis implica que el inversor coloca sus fondos buscando la seguridad de obtener un mayor valor. Si dos o más activos, tienen el mismo valor, entonces cualquiera de estos o cualquier combinación de estos es tan bueno como cualquier otro.

Hay una regla que implica que el inversor debe diversificar para maximizar la rentabilidad esperada. La norma establece que el inversor debería diversificar sus fondos entre todos los valores para obtener el máximo rendimiento esperado. Esta norma es un caso especial de la rentabilidad esperada y la varianza de los retornos. Asume que hay una cartera que ofrece tanto la máxima rentabilidad esperada y la mínima varianza.

El modelo de Media- Varianza de Markowitz (1952) se define como la optimización simultánea de dos funciones objetivo.

El rendimiento del portafolio está definida como:

$$R = \sum R_i X_i \tag{1.1}$$

Donde R_i representa el rendimiento del activo i , que representa la variable aleatoria y X_i la cantidad del activo i no es una variable aleatoria porque es determinada por el inversionista y N el número de activos.

El valor esperado del portafolio es:

³ Ibíd. pp. 77-91

$$E = \sum_{i=1}^N X_i \mu_i \quad (1.2)$$

La varianza está definida como:

$$V(R) = \sum_{i=1}^N X_i^2 V(X_i) + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \sigma_{ij} \quad (1.3)$$

$$V = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_{ij} X_i X_j \quad (1.4)$$

La covarianza también se puede expresar en términos del coeficiente de correlación como:

$$\sigma_{ij} = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$$

El inversor tiene varias posibilidades de combinar el valor esperado de la rentabilidad E y la varianza V dependiendo de la elección de conjunto de activos que componen el portafolio y van desde $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$. La media-varianza es la regla que permite al inversionista, minimizar la varianza para obtener una mayor rentabilidad del portafolio.

Maximiza la utilidad esperada del portafolio:

$$\text{Max } E(R_p) = \sum_{i=1}^N X_i E(R_i) \quad (1.5)^4$$

Minimiza el riesgo del portafolio:

$$\text{Min } \sigma_p^2 E(R_p) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (1.6)$$

Sujeto a:

$$s. a. \sum_{i=1}^N X_i = 1 \quad (1.7)$$

$X_i \geq 0$ para todo $i = 1, 2, \dots, N$ activos.

De acuerdo con Varian, (1993), Markowitz⁵ observó que en el libro *La teoría del Valor de Invertir* de John Burr Williams, se argumentaba que el valor del capital debería ser el valor presente de sus dividendos (lo que era considerado una teoría nueva). Pero Markowitz vio como esto presentaba un problema, ya que los dividendos futuros no son conocidos con certeza; son variables al azar. Esto lo llevo

⁴Ibíd. pp. 78-80

⁵ Varian Hal, A portfolio Nobel Laureates, Markowitz, Miller and Sharpe. Journal of Economics Perspectives, Volumen 7 Number 1 Winter 1993 pp. 159-169

a ampliar la teoría de Williams Sharpe, ya que para Markowitz el valor de capital debería ser el valor presente “esperado” de su flujo de dividendos.

Markowitz observó, que un inversionista no sólo debe tener en cuenta la rentabilidad esperada más alta, sino también el riesgo que implica esta inversión. Esto lo llevó a examinar el problema de encontrar un portafolio con el máximo retorno esperado a un nivel de riesgo dado. Llevándolo a plantear el problema de minimizar las variaciones de un portafolio tomando como restricción el requerimiento de un retorno esperado. (Markowitz, 1952). Es decir, propuso un problema de programación cuadrática, el cual tenía como condiciones de primer orden el aumento marginal en la varianza de invertir un poco más en un activo dado que debería ser proporcional a su retorno.

Esta variación depende tanto de la varianza del retorno del activo, como de la covarianza del retorno de todos los demás activos del portafolio. Esta se considera como la idea central de la contribución de Markowitz. En 1952 la programación lineal estaba naciendo y la programación cuadrática no estaba definida; sin embargo, Markowitz desarrolló métodos prácticos para determinar la *línea crítica* para solucionar los problemas de optimización, describiendo portafolios eficientes con varianza mínima y rentabilidad alta.

El modelo de Markowitz es la base de la mayoría de los modelos de selección de cartera. Sin embargo, su utilización en la práctica es bastante reducida. El motivo de ello tiene que ver con sus dificultades de cálculo, la inestabilidad de las soluciones que proporciona, los problemas para incluir opiniones de los expertos y la rigidez de la función de riesgo considerada.

Este modelo se fundamenta principalmente en recoger de forma explícita los rasgos fundamentales de lo que en un principio se puede calificar como conducta racional del inversor, consistente en buscar aquella composición de la cartera que haga máxima la rentabilidad para un determinado nivel de riesgo, o bien, un mínimo de riesgo para una rentabilidad dada.

Markowitz centró su atención en la práctica habitual de la diversificación de carteras y mostró como un inversor puede reducir la desviación típica de las rentabilidades de una cartera eligiendo acciones cuyas oscilaciones no sean paralelas. Markowitz continuó con el desarrollo de los principios básicos de la formación de carteras. Estos principios son el fundamento de todo lo que pueda decirse entre riesgo y rentabilidad.

La rentabilidad de cualquier título o cartera, es una variable aleatoria de carácter subjetivo, cuya distribución de probabilidad para el periodo de referencia es conocido por el inversor. El valor medio o esperanza matemática de dicha variable aleatoria se acepta como medida de la rentabilidad de la inversión.

Se acepta como medida del riesgo la dispersión, medida por la varianza o la desviación estándar, de la variable aleatoria que describe la rentabilidad, ya sea de un valor individual o de una cartera.

La conducta del inversor le lleva a preferir aquellas carteras con una mayor rentabilidad y menor riesgo. En la primera etapa se determina el conjunto de Carteras Eficientes cuando proporciona la máxima ganancia para un riesgo (medido por la varianza) dado, o bien, proporciona el mínimo riesgo para un valor dado de ganancia (Esperanza Matemática).

Harry Markowitz (1952-1959) fue el primero que propuso la regla de “valor esperado varianza”. Markowitz define la riqueza inicial, la riqueza final y el rendimiento de un período de tenencia de un valor o de una cartera. El método de Markowitz consiste en la maximización de la utilidad esperada de las riquezas de los inversionistas, seleccionando la mejor combinación entre valor esperado - varianza del rendimiento de los activos. Como el valor de la riqueza es incierto, entonces según Markowitz, el inversionista puede considerar cualquiera de las carteras en forma aleatoria y toma decisiones basadas solamente en el criterio del valor esperado, calculando el rendimiento esperado y la desviación estándar después de seleccionar la óptima. Según la teoría de Markowitz, se debe buscar las carteras eficientes que proporcionan la máxima rentabilidad para un nivel de riesgo dado y al mismo tiempo que soportan el mínimo riesgo para una rentabilidad determinada.

Markowitz construye el conjunto eficiente resolviendo los programas cuadráticos y paramétricos y después elabora un modelo de portafolio óptimo de alta rentabilidad y poco riesgo. Su teoría se basa en la diversificación, es posible conseguir un portafolio muy rentable y con poco riesgo combinando las acciones de alta rentabilidad y de alto riesgo pero con baja correlación o alta correlación negativa entre sí.

1.2 MODELO DE TOBIN

En 1958, Tobin⁶ extiende el análisis del modelo de Markowitz. Se preguntó que sucede si todos los inversores pueden endeudarse o prestar a una misma tasa de interés. La respuesta al interrogante fue que los inversores pueden elegir el mismo portafolio siendo indiferente su actitud hacia el riesgo.

Tobin en su artículo “Liquidity Preference as Behavior Towards Risk”, parte del análisis de la teoría de la preferencia por liquidez, al considerar que las decisiones de los individuos respecto a las cantidades de riqueza a invertir en activos

⁶ Tobin James “Liquidity Preference as Behavior Towards Risk”. “Review of Economics Studies” February 1958, 25 pp. 65-86.

monetarios están dadas y concentra su atención en la asignación de esas cantidades entre: efectivo (caja) y otros activos monetarios alternativos que ofrecen rentabilidad (consolidados).

Dos fuentes de preferencia por liquidez son: la inelasticidad de las expectativas con respecto a la tasa de interés futura y la incertidumbre sobre el futuro de la tasa de interés.

Desde el punto de vista de la inelasticidad de la tasa de interés compara la tasa de interés actual r con la esperada r_e para invertir consolidados, donde los propietarios de estos activos asumen pérdidas o ganancias de capital g según sea la relación entre el cupón previamente fijado de consolidados y la tasa de interés actual, los inversores cuentan con una expectativa definida para cualquier tipo de interés actual, respecto a las ganancias o pérdidas de capital que obtendría de invertir en consolidados. Cuando los agentes invierten una mayor proporción de sus recursos en consolidados (activos financieros rentables) aumenta el rendimiento posible, pero el riesgo será mayor.

En segundo lugar cuando hay incertidumbre respecto a las tasas de interés, la ganancia del inversor también se torna incierta, para tal efecto basa sus acciones en la estimación de su distribución de probabilidad. Sobre esta base, Tobin afirma que el riesgo de la cartera está compuesta por dos activos (caja y compensados) y se mide por la desviación estándar de la media (σ) R que es una medida de dispersión de rendimientos posibles alrededor de un valor medio $\mu(R)$. Por lo tanto, cuando hay incertidumbre una cartera con una mayor desviación estándar permite al inversionista obtener grandes ganancias de capital.

Tobin define el valor medio del rendimiento esperado del activo como la relación r es la tasa de interés actual, la varianza de la tasa de interés σ_R , sobre la ganancia o pérdida de capital g :

$$\mu_R = \frac{r}{\sigma_g} \sigma_R \quad (1.8)$$

$$0 \leq \sigma_R \leq \sigma_G$$

Donde: σ_R Desviación estándar de la tasa de interés

σ_G Variación de la tasa de ganancia.

$$E[R] = \mu R$$

La tasa de ganancia o pérdida del capital g se presenta como la relación entre la tasa de interés del mercado y la tasa de interés esperada:

$$g = \frac{r}{r_e} - 1 \quad (1.9)$$

De este modo la proporción de recursos invertida en consolidados, determina tanto su rendimiento esperado como su riesgo (σ) r .

Finalmente concluye que la teoría de aversión al riesgo proporciona la base para la preferencia por liquidez y para establecer una relación inversa entre la demanda de dinero y la tasa de interés. Esta teoría no depende de la inelasticidad de las expectativas frente a la tasa de interés sino que para desarrollarla basta con el supuesto, de que siempre sea nulo el valor esperado de la ganancia o pérdida del capital resultado de mantener activos que proporcionen mayor interés.

1.3 EL MODELO DE SHARPE

El modelo de mercado de Sharpe (1963) surgió como un caso particular del modelo diagonal⁷ del mismo autor que, a su vez, fue el resultado de un proceso de simplificación que realizó del modelo de Markowitz. Sharpe consideró que el modelo de Markowitz implicaba un difícil proceso de cálculo ante la necesidad de conocer de forma adecuada todas las covarianzas existentes entre cada pareja de títulos.

Para evitar esta complejidad, Sharpe propone relacionar la evolución de la rentabilidad de cada activo financiero con un determinado índice, normalmente macroeconómico. Este fue el denominado modelo diagonal, debido a que la matriz de varianzas y covarianzas sólo presenta valores distintos de cero en la diagonal principal, es decir, en los lugares correspondientes a las varianzas de las rentabilidades de cada título.

Sharpe exploró un acercamiento conocido por estos días como “Modelo de Mercados” o “Modelo de un sólo factor” o “Modelo Diagonal”. Él asume que el retorno sobre cada título es linealmente relacionado con un exponente único, usualmente tomado para ser el retorno sobre algunos exponentes de mercados (por ejemplo un índice de mercado, ahora conocido como coeficiente beta (Shapiro, 1999)).

La motivación de Sharpe para formular este modelo era empírica. Según él, la mayoría de los capitales se mueven juntos a través del tiempo. Por lo tanto, es natural pensar que un sólo factor (o un pequeño número de factores) determina las variaciones en los retornos. Esta relación lineal puede estimarse fácilmente, y los

⁷ El modelo Diagonal propuesto por Sharpe en el contexto de los portafolios accionarios parte del supuesto que el movimiento común en todos los activos se debe a un factor común que es el mercado.

coeficientes obtenidos pueden usarse para construir covarianzas, las cuales, pueden, a su vez, usarse para construir portafolios óptimos.

Sharpe simplificó el cálculo de los portafolios eficientes y dedicó su atención a la teoría de equilibrio de mercado de capitales. Él se preguntó cómo sería si todos los inversionistas se comportaran como optimizadores del portafolio de Markowitz. Ellos pueden tener diferente cantidad de dinero invertida en el mercado de valores, pero cada uno escogería el mismo portafolio de activos de riesgo, se necesitaría analizar la liquidez total invertida en determinados activos, y dividirla por la liquidez total en el mercado de capitales.

Sharpe, decía que, en equilibrio, el portafolio de activos de riesgo individual es simplemente el portafolio de mercado. Esta observación implica que el portafolio de mercado es de eficiente variación, es decir, se apoya en la frontera del conjunto eficiente, y por tanto satisface las condiciones de primer orden de eficiencia, lo cual se convierte en una de las importantes ideas del Modelo de Precios de Activos de Capital (CAPM).

Pero como en todos los modelos, este también tiene sus supuestos, a saber:

- Los inversionistas son aversos al riesgo y maximizan la utilidad de su riqueza al final del período.
- Los inversionistas son tomadores de precios y tienen expectativas homogéneas acerca de los rendimientos de los activos que presentan una curva de distribución normal conjunta.
- Existe un activo libre de riesgo tal que los inversionistas puedan pedir en préstamo o prestar montos limitados a la tasa libre de riesgo.
- Las cantidades de todos los activos riesgosos son fijas.
- Los mercados de activos están libres de fricciones, la información no tiene costo alguno y está al alcance de todos los inversionistas.
- No existen imperfecciones de mercado como impuestos, leyes o restricciones sobre ventas.

Sharpe ⁸determina una función de preferencia del inversionista en términos de una función de distribución de probabilidad. La función de utilidad se compone de dos elementos el valor esperado de la riqueza futura y la desviación estándar, los inversionistas prefieren un alto valor esperado $U = f(E_W, \sigma_W)$ donde E_W indica valor esperado de la riqueza futura y σ_W la desviación estándar. Los inversionistas esperan un alto valor esperado $\frac{\partial U}{\partial E_W} > 0$ y son aversos al riesgo. Es decir si aumenta el valor esperado de la riqueza, incrementa la utilidad del portafolio.

⁸ Sharpe William "Capital Asset Price: A Theory of market under condition of risk" Journal of Finance, September 1964, 19, pp. 425-42.

El modelo de Sharpe considera que el inversionista, elige sus oportunidades de inversión para maximizar su utilidad, y cada inversionista tiene un plan de inversión y la tasa de retorno, la cual está dada como $R = \frac{W_t - W_1}{W_1}$, la riqueza está compuesta por cada activo con su rentabilidad $W_t = W_1 R + W_1$ y está directamente relacionada con la tasa de retorno R . Por lo tanto, la utilidad se define como $U = g(ER_1, \sigma_R)$, la cual depende del valor esperado de la rentabilidad del portafolio y su varianza.

1.4 LA VIVIENDA EN LOS PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN DE LAS ECONOMÍAS DOMÉSTICAS

De la extensa literatura sobre las carteras eficientes, sólo unos pocos documentos incorporan los bienes raíces como un activo. William N. Goetzmann y Roger Ibbotson (1990) y Goetzmann (1993) utilizan las estimaciones de regresión de los precios inmobiliarios, y Stephen A. Ross y Randall C. Zisler (1991) calculan los retornos de inversión inmobiliaria de los fondos fiduciarios, para caracterizar su riesgo y el retorno. La gran mayoría de las familias invierten en bienes raíces mediante la compra de una casa, más que por la compra de acciones en un fondo diversificado. Además, los rendimientos de la inversión en un fondo de bienes raíces y los beneficios de una inversión en la propia residencia reciben un trato fiscal muy diferente. En el análisis de la frontera eficiente que incluyen la vivienda, autores como Ross y Zisler han utilizado los fondos inmobiliarios para caracterizar el riesgo de los bienes inmuebles.

Otros modelos de gran trascendencia que incluyen la tenencia de vivienda en la composición de los portafolios de inversión, fueron desarrollados por Grossman y Laroque Guy y por Marjorie Flavin y Takashi Yamashita, los cuales son importantes como marco de referencia para el desarrollo de ésta investigación.

1.4.1 Modelo de Grossman y Laroque

Grossman y Laroque Guy (1990) analizan un modelo de consumo óptimo y la selección de un portafolio en el cual los servicios de consumo son generados por la tenencia de un bien durable como la vivienda, y a partir de ello se toman decisiones de compra y venta de este activo. Sobre esta base el hogar distribuye su riqueza Q_t , entre los siguientes activos: (K_t) representa la vivienda, (B_t) un activo libre de riesgo y un número de n activos con riesgo (X_t) , cuando estos portafolios se invierten en un mercado imperfecto donde hay costos de transacciones.

El retorno de los activos libres de riesgo está dado por una tasa de interés r_f constante y define una variable b_{it} como el valor del iésimo del activo con riesgo en el tiempo t . Asumiendo $\widehat{db}_{it} = \widehat{b}_{it}(\widehat{\mu}_t d_t + dw_{it})$.

Donde $w_{it} = (w_{1t} + w_{2t}, \dots, w_{nt})$, sigue un n dimensional movimiento browniano y define una matriz de covarianzas Ω , c dado $\hat{b}_t = (\hat{b}_{1t}, \hat{b}_{2t}, \dots, \hat{b}_{nt})$ y la media $\hat{\mu} = (\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2, \dots, \hat{\mu}_n)$

La riqueza total Q_t debe satisfacer lo siguiente:

$$Q_t = K_t + B_t + X_t l^9 \quad (1.10)$$

Donde l es el vector de unos. Dado τ representa el tiempo cuando el consumidor vende la casa y d_t el intervalo de tiempo cuando el consumidor no vende la casa.

Si el consumidor no vende la vivienda, la riqueza se desarrolla como:

$$dQ_t = -\alpha K_t d_t + r_f B_t d_t + X_t (\mu d_t + w_t) \quad (1.11)$$

Se define $db_t = (\hat{\mu} - lr_f) d_t + d_{wt}$ como el vector de exceso de los retornos sobre los activos con riesgo, $\mu = \hat{\mu} - lr_f$ como el vector de la media de los excesos de los retornos, y eliminando B_t de las ecuaciones (1.10) y (1.11), se tiene que:

$$dQ_t = -\alpha K_t d_t + r_f (Q_t - K_t) d_t + X_t db_t \quad (1.12)$$

Donde: $\tau \notin (t, t + d_t)$

Si el consumidor vende la casa en el tiempo τ entonces la ecuación se define como:

$$Q_\tau = Q_t - \lambda K_\tau \quad (1.13)$$

Donde: Q_τ se refiere al nivel de Q antes de la venta de la casa. No hay costos de transacciones en la compra de la vivienda y λK_τ es la pérdida de la venta por la casa de tamaño K_τ .

El objetivo es maximizar la utilidad esperada $V(Q, K)$ de la ecuación (1.10) sin quebrantar la siguiente restricción:

$$Q_t - \lambda K_t \geq 0, \text{ para todo } t. \quad (1.14)$$

Asumen una función de utilidad de la vivienda presentando una aversión relativa al riesgo constante, donde el consumidor elige una media-varianza eficiente del portafolio. Estos autores concluyen que los consumidores tienen los activos riesgosos en la misma proporción, y como compensación de los mercados

⁹ Sanford J. Grossman and Guy Laroque Asset Pricing and Optimal Portfolio Choice in the Presence of Illiquid Durable Consumption Goods. *Econometría*, Vol. 58, No. 1 (Jan, 1990), pp. 25-51

financieros, implica que la suma de sus participaciones debe ser igual al valor de la cartera de mercado, lo cual se obtiene a partir del modelo de fijación de precios de activos de capital.

1.4.2 Modelo de Flavin y Yamashita

Marjorie Flavin y Takashi Yamashita, analizan el problema que enfrenta el portafolio de una familia típica, al suponer que los hogares tienen bienes inmuebles en forma de una casa (en lugar de invertir en un fondo diversificado y alquilar para satisfacer su demanda de servicios de vivienda), debido a las distorsiones fiscales y las operaciones o gastos relacionados con el alquiler.

Los hogares poseen ingresos de trabajo o riqueza humana, y asumen que la riqueza se mantiene sólo en la forma de activos financieros y la vivienda. El hogar puede invertir en cualquiera de los activos financieros de riesgo n , pero no hay una contraparte exenta de riesgo. Además, el hogar puede pedir prestado hasta el valor de la casa en forma de una hipoteca. Los activos financieros se consideran como cantidades positivas.

Al igual que en Sanford J. Grossman y Guy Laroque (1990), el modelo de Yamashita supone que una vez la familia adquiere una casa como un activo importante, posteriormente la puede vender y comprar una casa de nueva. La venta de la vivienda existente, tiene en cuenta un costo proporcional al valor de la casa.

A diferencia de la casa, las tenencias de activos financieros (incluido el hipotecario) no tienen costo de transacciones.

La riqueza total del hogar W_t , está definida como¹⁰:

$$W_t = X_t l + P_t H_t \quad (1.15)$$

Donde $X_t = (1 * n)$ vector de cantidades (bienes de consumo no durable), $l_t = (1 * n)$ es el vector de los activos en riesgo, H_t la cantidad física de la vivienda; mide en pies cuadrados, y P_t el precio por pie cuadrado de la vivienda en relación con el precio del bien no durable. Utilizando el último elemento de X_t para representar a la hipoteca, las limitaciones de la esquina sobre el vector de activos financieros está dado por:

$$-P_t H_t \leq X_{n,t} \text{ restricción sobre el préstamo de la hipoteca.}$$

¹⁰ Flavin Marjorie and Takashi Yamashita. Owner-Occupied Housing and the Composition of the Household Portfolio The American Economic Review, Vol. 92, No. 1 (Mar., 2002), pp. 345-362

$0 \leq X_{i,t} \quad i = 1, \dots, n - 1$ (restricciones no negativas sobre otros activos financieros).

Donde X_{it} es el i ésimo elemento de X_t . El hogar puede pedir prestado sólo en la forma de una hipoteca, si el valor de la casa supera el patrimonio neto.

Después de la declaración de impuestos la tasa de retorno sobre el activo financiero i en el año t se define como R_{it} y la tasa real, después de la declaración de impuestos sobre la vivienda como $R_{H,t}$, en el periodo t , el retorno de los activos es la suma del rendimiento esperado de los activos ($\mu_i, \text{ o } \mu_H$) y de un componente estocástico:

$$R_{i,t} = \mu_i + \varepsilon_{i,t} \quad (1.16)$$

$$R_{H,t} = \mu_H + \varepsilon_{H,t} \quad (1.17)$$

La matriz de covarianza de los retornos se denota por la $(n + 1)$ por $(n + 1)$ matriz. La matriz de covarianza de los retornos se denota por la $(n + 1)$ por $(n + 1)$ matriz Ω .

$$\Omega = E(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{1t})$$

Donde ε_t es el vector $((n + 1) * 1)$ cuando $\varepsilon_t = [\varepsilon_{1,t}, \dots, \varepsilon_{n,t}, \varepsilon_{H,t}]^T$. Tanto el vector de retornos esperados, ($\mu_t = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N]^T$) y la matriz de covarianza de los retornos, Ω , son asumidos con un tiempo invariante. Dividiendo la ecuación (2.4) por W_t determina la participación de cada activo dentro del portafolio.

$$1 = h_t + \ell x_t$$

Donde: $h_t = \frac{P_t H_t}{W_t}$, la participación de la vivienda en la riqueza total y

$$x_t = \frac{X_t}{W_t} \quad (1.18)$$

proporción de bienes de consumo no durable sobre la riqueza total.

El portafolio óptimo se calcula sobre la base que el hogar maximiza una función de media varianza del retorno de sus activos, incluyendo la vivienda.

$$Max_{x_t} \left\{ (x_u \mu_t + h_t \mu_{Ht}) - \frac{A}{2} [x_t, h_t] \Omega [x_t, h_t]^T \right\} \quad (1.19)$$

Sujeto a:

$$1 = h_t + \ell x_t$$

Se adicionan las siguientes restricciones:

$$-h_t \leq X_{n,t} \leq 0 \quad (1.20)$$

(restricción sobre el préstamo hipotecario.

$$0 \leq x_{i,t} \quad i = 1, \dots, n - 1 \text{ (restricción no negativa sobre otros activos financieros)}$$

En esencia, el modelo de hogar pretende maximizar la tenencia de sus activos financieros, donde el valor actual de la variable de estado representa la relación del valor de la vivienda de patrimonio neto h_t . El modelo de decisión de compra de la casa, se toma de Grossman y Laroque (1990) bajo el supuesto de que en cada momento, si la familia considera que la diferencia entre el tamaño actual de la casa y el tamaño óptimo casa es lo suficientemente grande, se justifica el pago de los costos de transacción que implica la adquisición de una nueva compra de vivienda, H_t .¹¹.

Si es óptima para vender la casa de inmediato, el hogar (instantáneamente) paga los costos de las transacciones, vende la antigua casa, y compra una nueva casa. Por lo tanto, la decisión de compra es de origen endógeno y totalmente racional, pero, debido a los costos de las operaciones, es poco frecuente. Por ejemplo, en el modelo estudiado por Grossman y Laroque (1990), una estimación conservadora del costo de las operaciones del 5 por ciento del valor de la casa que se vende implica que el tiempo medio transcurrido para la compra de la casa es de 20 a 30 años.

Para un determinado valor de h_t , la media-varianza y la frontera eficiente disponibles en el hogar puede ser calculado por el valor de la búsqueda de x_t que logra la cartera de varianza mínima para un determinado rendimiento esperado. Así, la media-varianza limitada frontera eficiente a disposición de la familia depende del valor de la variable de estado h_t . y las preferencias del hogar de hacia el riesgo se reflejan en el parámetro A , los valores más altos de A indican un mayor grado de aversión al riesgo.

De las preferencias expresadas la pendiente de la curva de indiferencia del hogar es:

$$\frac{\partial \mu}{\partial \sigma} = A\sigma \quad (1.21)$$

Donde: $\mu = x_t\mu_t + h_t\mu_t$ representa la media total del portafolio.

¹¹ Grossman Sanford J. and Laroque Guy Asset Pricing and Optimal Portfolio Choice in the Presence of Illiquid Durable Consumption Goods. *Econometría*, Vol. 58, No. 1 (Jan, 1990), pp. 25-51

$$\sigma^2 = [x_t, h_t] \Omega [x_t, h_t]^T \quad (1.22)$$

El problema de optimización es resuelto por métodos numéricos, la cartera óptima depende tanto de la variable H_t (cantidad física de la vivienda) y de las preferencias hacia el riesgo A . Para calcular la rentabilidad de la vivienda, se utilizaron los datos del periodo 1968-1992 la PSID. Cada año, la PSID pide a los propietarios cuánto vendería su casa por si la casa se pusieron en el mercado en la fecha de la entrevista, lo cual permite calcular el retorno de la vivienda ocupada en el hogar. El retorno a la vivienda depende del valor de la casa, el valor del flujo de los servicios de alojamiento, así como de los costes de propiedad y mantenimiento.

A falta de observaciones directas sobre el valor del alquiler de la casa y los gastos de mantenimiento, estos componentes se basan en lo siguiente:

$$D_t = (r + d)P_{t-1} + \text{impuesto a la propiedad}^{12}$$

$$COM_t = dP_{t-1} + (1 + \tau)\text{impuesto a la propiedad} \quad (1.23)$$

Donde r es la tasa de interés real, d la tasa de depreciación, y τ es la tasa marginal de impuesto sobre la renta. El valor de alquiler imputado anual (similar a los dividendos en una bolsa de valores), denota D_t , refleja la suposición de que los impuestos a la propiedad pasan a través de los alquileres. A falta de los gastos de mantenimiento y reparaciones, la depreciación física (al tipo d) se refleja en el valor real de la casa (P_t).

Se supone que los propietarios de viviendas gastan en mantenimiento y reparaciones de un valor igual a la amortización anual de la casa. Además del mantenimiento y el pago de reparaciones, el coste de la propiedad y el mantenimiento COM_t incluye el pago de impuestos sobre la propiedad (es decir, el valor neto de la retención en contra de los impuestos sobre la renta).

El verdadero retorno de la vivienda R_{Ht} , es:

¹² En esta ecuación se modela el mercado de alquiler donde muestra el valor que tendría que pagar si alquila el inmueble e indica que la incidencia de los impuestos sobre la propiedad recae en el propietario en forma de menor valor de la propiedad, y no puede ser trasladado a los inquilinos. Dado que los datos de los precios de la vivienda reflejan el valor de mercado de la vivienda, en contraposición con el valor de la casa que se paga en ausencia de un impuesto sobre la propiedad, el hecho de que el propietario "paga" el impuesto en forma de menor el valor de la propiedad, indica que ya está incorporado este valor en el precio de la casa. Esta ecuación es un modelo simple, basado en la condición de beneficio cero, de cómo el dueño establecería el mercado de alquiler de la vivienda.

$$R_{Ht} = \frac{P_t + D_t - cOMT - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

$$P_{Ht} = \frac{P_t + (r+d)P_{t-1} - dP_{t-1} + (1+\tau)\text{impuesto a la propiedad} - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad (1.24)$$

En el cálculo de la rentabilidad real a la vivienda, el valor nominal de la casa y el pago de impuestos de propiedad nominal según lo informado por el demandado se convierten a términos reales utilizando el IPC-U deflactor para obtener el P_t de la propiedad y el impuesto. El tipo de interés a corto plazo r , se supone que se fija un 5 por ciento. En general, la tasa marginal de impuesto sobre la renta τ variará a través del tiempo.

Para el cálculo de la tasa de interés real de la hipoteca después de impuestos se supone que el hogar tiene una hipoteca de tasa fija en el año en que la casa se compra y no refinancia mientras permanezca en la misma casa. Teniendo en cuenta el hecho de que el valor nominal es deducible los pagos de intereses, la tasa de interés real después de impuestos rd_t se define como:

$$rd_t = \frac{1 + (1-\tau)\text{Hipoteca nominal}}{1+\pi} - 1 \quad (1.25)$$

La ecuación anterior (1.25), indica el valor nominal de la hipoteca de tasa fija en la que la hipoteca fue firmada cuando la casa fue comprada en el año t y la Hipoteca s , indica el valor después de impuestos como la tasa de interés real de la hipoteca. En la aplicación de esta ecuación, la hipoteca nominal se mide por el promedio anual de la hipoteca de la casa con tarifas aplicadas por los principales prestamistas en el año s , τ es el tipo impositivo marginal hipotético de 33% y la tasa de inflación π se mide por el índice de Precios al Consumidor IPC-U. El hogar no está vinculado por un plan de amortización, sino que tiene más flexibilidad en la optimización del tamaño de la hipoteca. Por el contrario, el hogar puede aumentar su endeudamiento total de la hipoteca y sacar una segunda hipoteca sin necesidad de refinanciar la hipoteca original.

En este enfoque, la proporción del valor de la vivienda dentro de la riqueza, h_t se trata de manera endógena como una variable de estado, que impone una limitación sobre la media-varianza en el problema de optimización. El valor de h_t varía enormemente durante el ciclo de vida. El modelo concluye que existe una relación entre el ciclo de vida y la composición del portafolio. Si la persona tiene más de 40 años prefiere invertir en bonos y títulos que en la compra de vivienda nueva, caso contrario sucede cuando la persona es joven.

2 LA DEMANDA DE VIVIENDA, SUS DETERMINANTES Y SU RENTABILIDAD

Como parte del marco referencial del estudio del portafolio de las economías domésticas este capítulo analizará brevemente los determinantes de la demanda de vivienda, su rentabilidad y su financiación, donde los prestamistas imponen restricciones que limitan el acceso a los créditos y la tenencia de vivienda propia.

2.1 DETERMINANTES DEL MERCADO DE VIVIENDA

En Colombia Sergio Clavijo (2004) considera que los determinantes fundamentales del mercado de la vivienda en Colombia han sido poco explorados y menos aún sus riesgos desde el punto de vista de la demanda.

Define una función demanda por vivienda de la siguiente manera¹³:

$$H_d = f(y, \mu, E) \quad (2.1)$$

Donde:

H_d : es la demanda por vivienda,

y : es el ingreso real promedio, se podría estimar a partir de la encuesta Nacional de Hogares y la encuesta continúa de hogares del DANE.

μ : Costo real que enfrenta el tenedor de la vivienda.

E : recoge los demás factores que pueden llegar a desplazar la curva de demanda.

El costo de la vivienda considera las siguientes variables:

$$\mu = P_H * (R + \delta - P_{He}/P_H) \quad (2.2)$$

Donde P_H es el precio de la vivienda.

r es la tasa de interés.

δ depreciación (o costo de mantenimiento de la propiedad, incluyendo los impuestos).

¹³ Clavijo Sergio (2004) "La vivienda en Colombia sus determinantes Socioeconómicos y financieros". Banco de la República.

$\frac{P_{He}}{P_H}$ Tasa de valorización esperada de la vivienda. representa la demanda de vivienda en función (lineal) de su precio:

$$H_d = (Y, P_h, r, \delta, \frac{P_{he}}{P_h}, E)$$

Combinando (2.2) en (2.1) se obtiene (2.3), demanda función (lineal) de su precio:

$$H_d = \left(\begin{array}{c} Y, p_h, r, \delta, \frac{P_h^\delta}{P} \\ + \quad - \quad - \quad - \quad + \end{array} \right) (2.3)$$

Vector E : expectativas respecto a ingresos.

proxy sobre variaciones en el *stock* de riqueza de los hogares.

El vector E podría incluir alguna medida sobre expectativas respecto a ingresos futuros, desempleo, variaciones sobre la riqueza de los hogares y riesgos de mercado.

Por lo tanto concluye que la demanda de vivienda depende positivamente del ingreso de los hogares y de la valorización del inmueble y negativamente de la tasa de interés de los créditos hipotecarios, el mantenimiento de la vivienda y el precio.

2.2 CONSUMIDORES Y PROPIETARIOS DE VIVIENDA

La demanda de vivienda, también se asocia con la función de consumo, pues resultan teniendo características similares, lo cual facilita la determinación de las variables que la componen.

La decisión de inversión por parte de las economías familiares podría tomarse de acuerdo a los siguientes aspectos:

- La decisión de “**consumo- ahorro**”, en la cual estos agentes deciden la cantidad óptima de su riqueza actual y la cantidad que debe destinarse a inversión para poder consumir en el futuro.
- La selección de carteras, en la que el individuo decide colocar sus ahorros entre las diversas alternativas que ofrece el conjunto de oportunidades de inversión, principalmente para adquisición de vivienda.
- Los hogares están expuestos a un riesgo que está asociado a las fluctuaciones en los precios de las viviendas, donde el riesgo de bancarrota ocasionaría excesivos costos de monitoreo para los prestamistas, los cuales ajustan la prima

de riesgo sobre la tasa libre de riesgo que cobran a sus prestatarios y es allí cuando observamos el canal de crédito funcionando en la economía.

- Las fluctuaciones de los precios de la vivienda juegan un papel determinante en las condiciones de financiamiento de los hogares.
- El premium sobre la tasa libre de riesgo que las entidades financieras cobran al otorgar créditos para vivienda depende negativamente del nivel de apalancamiento que tengan los hogares.

Cuando el hogar decide comprar vivienda puede presentar dos tipos de comportamiento: el de los propietarios de vivienda y el de los consumidores.

De un lado, los “propietarios” piden prestado para financiar la compra de viviendas a los productores de las mismas. Estos propietarios compran las viviendas y las rentan a los consumidores. El flujo de pagos de renta dentro de los hogares se captura en las Cuentas Nacionales cómo rentas imputadas. Los propietarios financian las compras de vivienda en parte con recursos propios y en parte con crédito de los intermediarios financieros. Al pedir prestado, los propietarios enfrentan un premium de financiamiento causado por asimetrías de información.

De otro lado, los consumidores adquieren bienes y servicios de vivienda. Adicionalmente, los consumidores y los propietarios de vivienda están vinculados a través de una “transferencia” que los propietarios pagan a los consumidores.

Mediante éste supuesto se captura el hecho que algunos consumidores utilizan sus activos en vivienda para financiar consumo. Debido a que este tipo de consumidores gasta toda su renta en el período corriente, se denominan consumidores “rule-of-thumb” en el modelo. Los demás consumidores en la economía no tienen restricciones de acceso a crédito para consumo y por lo tanto “suavizan” su consumo de acuerdo con la hipótesis de renta permanente.

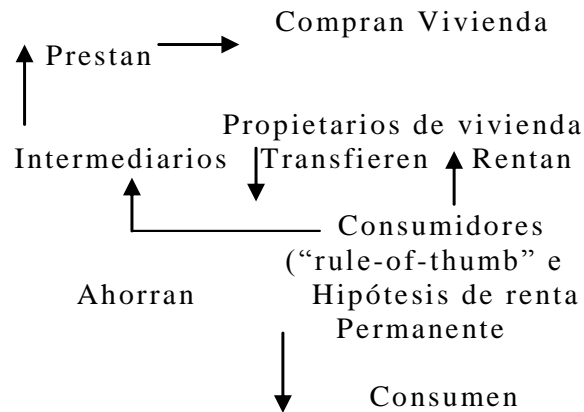
En conclusión, ante cambios en los precios de la vivienda los hogares enfrentan la decisión de aumentar la “transferencia” y por tanto el consumo corriente, o mantenerla constante y aprovechar el mayor valor de su riqueza neta para reducir el premium de financiamiento futuro para inversión en vivienda.

De esta manera y tomando como referencia el modelo de Aoki¹⁴, (2003) se captura de una manera sencilla la idea que en el sector de los hogares algunos individuos ahorran mientras que otros piden prestado, y que este proceso es intermediado a través de un mercado financiero con fricciones de crédito (Figura 2). Para enfatizar

¹⁴ Aoki Aoki, K, Proudman, J y Vlieghe, G (2002) “House price, consumption and monetary policy: a financial accelerator approach”, Banco de Inglaterra - Working Paper No.169.

la idea de que los consumidores y los propietarios de vivienda forman parte del mismo compuesto de hogares, se describe el flujo de fondos del modelo:

Figura 2. Flujo de fondos de los hogares



Fuente: Bernanke, Gertler, and Gilchrist (1999).¹⁵

2.3 RENTABILIDAD DE INVERTIR EN VIVIENDA

Clavijo (2003) de igual manera determina cual puede ser la rentabilidad de poseer vivienda propia, pero se considera el efecto del crédito sobre la misma. Supone que una persona, con un ingreso anual equivalente a Y , solicita un crédito por un valor ρ para comprar vivienda, el costo del crédito para el individuo será¹⁶:

$$\rho(r + \pi) \tag{2.4}$$

donde:

r es la tasa de interés real anual cobrada por el establecimiento de crédito,
 π es la inflación anual.

Este individuo obtendrá unos ingresos por invertir en vivienda, gracias a la valorización del inmueble y al canon de arrendamiento que podrá cobrar mensualmente.

¹⁵ Bernanke, B, Gertler, M, y Gilchrist, S (1999) "The Financial Accelerator in a Quantitative Business Cycle Framework" Handbook of Macroeconomics (North Holland).

¹⁶ Clavijo Sergio. Páginas 150-151

Si se supone que el crédito solicitado equivale al valor de la vivienda, los ingresos obtenidos por quien adquiere la vivienda serán:

$$\rho(\alpha + v - \tau) \quad (2.5)$$

donde:

α representa la tasa anual (equivalente) del retorno proveniente del arrendamiento
 v es la tasa anual de valorización del inmueble,
 τ es la tasa anual del impuesto predial.

En Colombia un individuo puede adquirir vivienda y utilizar una cuenta de ahorro con el fin de obtener beneficios tributarios adicionales, en la porción β de sus ingresos netos. Si este individuo decide maximizar el beneficio obtenido a través de la compra de vivienda, buscará que la exención tributaria compense los costos financieros resultantes del financiamiento hipotecario.

La adquisición de vivienda le significaría un incremento en su ingreso equivalente a:

$$\tau\beta(1 - s)y \quad (2.6)$$

Donde:

τ es la tasa del impuesto de renta aplicable para el individuo,
 β es la cota superior de los ingresos que pueden ser descontados por la compra de vivienda,
 s es la proporción del ingreso aportado a la seguridad social.

Así, la función de ingresos y costos para el individuo sería la siguiente:

$$\tau\beta(1 - s)y + \rho(\alpha + v - \tau) - \rho(r + \pi) \quad (2.7)$$

Dividiendo (2.21) por $\rho = v$, se obtiene la rentabilidad de invertir en vivienda λ :

$$\frac{\tau\beta(1-s)y}{\rho} + (\alpha + v - \tau) - (r + \pi) = \lambda \quad (2.8)$$

La valorización debe cumplir la siguiente igualdad para que la adquisición de vivienda sea un negocio rentable, dados los beneficios y costos señalados anteriormente:

$$\lambda - \frac{\tau\beta(1-s)y}{\rho} - \alpha + \tau + r + \pi = v \quad (2.9)$$

Dado que generalmente el costo de un crédito ($\tau = \rho + \pi$) es mayor al beneficio tributario obtenido, la expresión anterior se puede reorganizar de la siguiente manera,

$$v = \lambda + \tau - \alpha + r + i - \tau\beta(1 - s)y/v \quad (2.10)$$

> 0

La expresión (2.10) muestra los componentes de la valorización requerida para que la adquisición del inmueble tenga una rentabilidad esperada. El último término es el beneficio tributario obtenido por utilizar una cuenta de ahorro y su impacto sobre la valorización requerida es negativo; sin embargo, su nivel está determinado por la relación entre el ingreso del individuo y el monto y costo del préstamo solicitado. Entre mayor sea esta relación, es decir, menor el apalancamiento del individuo, mayor es la rentabilidad de la compra del inmueble y, por lo tanto, menor la valorización requerida.

Así, la rentabilidad de invertir en vivienda depende de varios factores, donde se destaca la valorización del inmueble. Su valor debe ser similar al de la inflación para que sea rentable comprar vivienda bajo este esquema de endeudamiento financiero en valores elevados.

2.4 CRÉDITO RACIONADO EN LA ADQUISICIÓN DE VIVIENDA

El análisis del crédito racionado sobre la demanda de los consumidores es analizado por Flemming¹⁷ (1973) quien sugiere como el consumo corriente está restringido por el ingreso corriente y los préstamos racionados. Así ni los ingresos futuros esperados, ni las tasas de interés real son relevantes. La implicación del consumo agregado es que el ingreso esperado y la tasa de interés real podrían tener efectos débiles en períodos donde altas proporciones de tenedores de vivienda están sujetos a créditos racionados.

La consecuencia más importante al introducir la vivienda en la elección de los consumidores ligados a los créditos restringidos, es que la oferta de vivienda considera un trade off entre el consumo presente y el consumo futuro. Cuando las ganancias anticipadas en vivienda son altas y los consumidores tienen crédito restringido, una reducción en el consumo corriente, permite comprar más vivienda, aumentando el consumo futuro. Por ello, las familias eligen entre comprar vivienda barata, arrendar o solicitar préstamos con altos costos financieros.

Meullbauer (1966)¹⁸ presenta una función consumo de la siguiente forma:

¹⁷ Flemming, J. A. (1973) "The consumption function when capital markets are imperfect" Oxford Economic Papers, Vol. 25, pp. 160-72.

¹⁸ : Meullbauer J (1966) (Mimeo) Nuffield College "Housing credit constraints and transactions costs in the demand for housing".

$$C_1 = C(\phi_1, W) \quad (2.11)$$

Donde ϕ_1 es la pendiente del consumo intertemporal a partir de la inversión en vivienda, y W es la medida de ciclo de vida de la riqueza, incorporando los activos iniciales, el ingreso corriente y el ingreso esperado que se descuenta. La demanda de vivienda bajo crédito racionado puede derivarse directamente de un período a otro período con una restricción presupuestal que incluye gasto en vivienda, consumo corriente, activos iniciales, ingreso corriente y préstamos.

Meullbauer establece una relación entre el consumo corriente actual y la demanda de vivienda, de tal forma que a partir de un menor consumo corriente, se puede aumentar la compra en vivienda. En este proceso los propietarios de vivienda tienen acceso a crédito restringido dado que tienen limitado el valor del préstamo y este se condiciona a la relación con el ingreso. Por lo tanto el valor de la vivienda con crédito restringido tiene la siguiente forma:

$$P_1^h H_1 = A_0(1 + r_0) + (1 + \theta)Y_1 - c_1(\phi, W) - p_1^r H_0 \quad (2.12)$$

Donde:

$P_1^h H_1$: Precio real y cantidad de vivienda.

A_0 : Activo inicial financiado.

r_0 : Tasa de interés del crédito.

$A_0(1 + r_0)$: Valor de la tasa de interés del crédito inicial.

θY_1 : Ingreso real.

y_1 : deuda máxima.

$p_1^r H_0$: Renta pagada por el primer comprador antes de ser propietario al final del primer período.

Por lo tanto la ecuación (2.12) muestra que el valor de la vivienda cuando está financiada presenta un flujo, se define como la diferencia entre el ingreso corriente menos el consumo corriente y el valor del alquiler. Si la persona que adquiere vivienda propia disminuye el consumo corriente tiene mayor posibilidad de adquirir un préstamo, el cual está condicionado al ingreso real o la capacidad de pago de la persona.

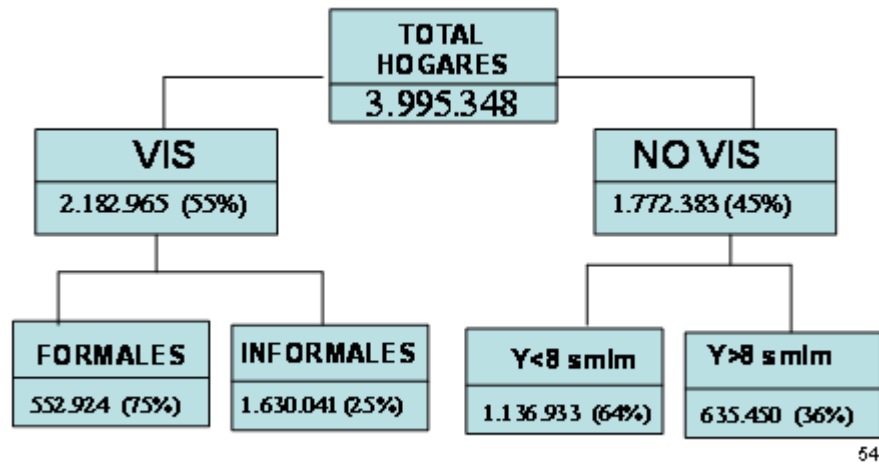
En contraste la demanda de vivienda en ausencia de crédito restringido tiene la siguiente forma:

$$H_1 = H_1(\mu, \frac{1}{1+r}, W) \quad (2.13)$$

Donde μ es una medida del costo de uso de la vivienda, r es la tasa de interés real y W es el ciclo de vida de la riqueza. En la medida que el hogar tenga una mayor disponibilidad de riqueza, la posibilidad de adquirir vivienda propia sin recurrir a la

financiación aumenta, dicha variable aumenta sustancialmente la demanda de vivienda.

Figura 3. Demanda de vivienda en Colombia - formación de hogares 2005-2019



Fuente: DANE Censo 2003.

De acuerdo con cálculos preliminares basados en el Censo 2005, en el sector urbano en Colombia hay:

1. 8.2 millones de hogares.
2. 7.8 millones de viviendas.
3. Es decir un déficit cuantitativo de 400 mil viviendas.
4. De acuerdo con los indicadores de NBI (Necesidades Básicas Insatisfechas), existe un déficit habitacional de, como mínimo, 900 mil viviendas más.

La capacidad de compra de un sector importante de la población es baja por:

1. Baja capacidad de ahorro y endeudamiento
2. En Colombia el 70% de los hogares arrendatarios urbanos dispone de ingresos inferiores a 4 SML, y son mayoritariamente informales.
3. El 70% de los arrendatarios no tienen capacidad de ahorro para reunir el aporte requerido para la cuota inicial.
4. Los hogares con ingresos inferiores a 1 SML no tienen capacidad de endeudamiento para adquirir vivienda (nueva o usada).
5. Los hogares con ingresos entre 1 y 2 SML tienen capacidad de endeudamiento para adquirir una vivienda usada de valor promedio 38 SML.
6. Para los hogares con ingresos superiores a 1 SML, la cuota de amortización supera el valor del arriendo
7. El precio mínimo de una vivienda nueva supera la capacidad de endeudamiento de los hogares con ingresos inferiores a 2 SML

8. Dado que el 77% de los hogares no propietarios devenga ingresos inferiores a cuatro salarios mínimos y el 66,2% de los hogares no propietarios se encuentra dentro del sector informal, la única opción de este grupo de hogares para llegar a ser propietarios, son los programas de subsidio familiar para viviendas de interés social.
9. Según el Departamento Administrativo Nacional de Estadísticas (DANE), el 73% de los hogares colombianos tiene ingresos inferiores a cuatro salarios mínimos, buena parte del cual está en el sector informal; un 17% dispone de ingresos entre cuatro y ocho salarios mínimos, y el 10% restante cuenta con más de ocho salarios mínimos. Estos dos últimos grupos se caracterizan por ser urbanos y con actividad económica formal.

3 FUNCIÓN DE UTILIDAD DEL PORTAFOLIO DE INVERSIÓN Y SU RELACIÓN CON LA AVERSIÓN AL RIESGO Y CONCEPTO DEL RIESGO DE MERCADO

La función de utilidad del portafolio de inversión de las economías domésticas tendrá como referencia conceptual, los términos de aversión al riesgo, riesgo de mercado, volatilidad, media varianza.

3.1 CONCEPTO DE AVERSIÓN AL RIESGO

El concepto de aversión al riesgo ha sido utilizado como una medida que permite analizar el efecto del riesgo sobre el nivel de satisfacción del inversionista.

Christian Gollier (2001) cuando analiza el efecto del riesgo del mercado, sobre el bienestar considera los siguientes factores:

1. El riesgo en sí mismo.
2. El nivel de riqueza W
3. La función de utilidad U

En primer lugar se considera una función de utilidad u del agente i con un nivel de riqueza inicial w_0 cuyo valor esperado está definido como : $Eu(w_0 + \alpha\hat{x})$ y está compuesto por un activo libre de riesgo y uno con riesgo $\alpha\hat{x}$, donde el agente es averso al riesgo, si reemplaza una riqueza incierta por una riqueza cuyo valor esperado incluya un activo ofrezca una rentabilidad segura. En este caso la gráfica de su función de utilidad es cóncava. Si el agente es amante al riesgo es convexa y si es neutral es lineal.

En situación de incertidumbre el problema básico es determinar un portafolio óptimo que contenga un activo libre de riesgo y un activo riesgoso. Por tal razón, el valor del portafolio al final del período puede escribirse como:

$$(W - \alpha)(1 + i) + \alpha(1 + \hat{x}_0) = \alpha(\hat{x}_0 - r) + W(1 + i) = w_0 + \alpha\hat{x} \quad (3.1)$$

donde:

$w_0 = W(1 + i)$ es la riqueza futura libre de riesgo.

$\alpha\hat{x} = \hat{x}_0 - i$ equivale al exceso del retorno del activo con riesgo.

El problema del inversionista es elegir un nivel de α que permita maximizar la función de utilidad esperada.

$$\max V(\alpha) = Eu(w_0 + \alpha \hat{x}) \quad (3.2)$$

Al maximizar la utilidad del portafolio, asumimos la derivada de u , para establecer la condición de primer orden.

La condición de primer orden para este problema es:

$$V'(\alpha^*) = Eu(w_0 + \alpha \hat{x}) = 0 \quad (3.3)$$

Donde α^* es la demanda óptima del activo con riesgo. Este es un problema de maximización, de la variable de decisión, ya que la función objetivo es cóncava, bajo aversión al riesgo. Esta función se presenta cómo:

$$V''(\alpha) = E\hat{x}^2 u''(w_0 + \alpha \hat{x}) \leq 0 \quad (3.4)$$

Como V es cóncava el signo de $V'' = 0$ y determina el signo de α^* por lo tanto:

$$V''(0) = u'(w_0) E\hat{x} \quad (3.5)$$

En consecuencia el valor esperado del activo con riesgo $E\hat{x} = \alpha^*$ tienen el mismo signo, esta es la inversión óptima, para todo activo libre de riesgo si $\hat{x} = 0$.¹⁹ Cuando la expectativa del exceso de retorno del activo con riesgo es positiva, el portafolio óptimo presenta correspondencia una entre el retorno esperado y el riesgo.

Otra forma de expresar la función de utilidad es a través de la forma *Hara* (Aversión al riesgo Absoluta y Armónica)²⁰. Una función de aversión al riesgo es armónica si la riqueza es lineal. Por lo tanto la función de utilidad es lineal respecto a la aversión al riesgo y la riqueza si presenta la siguiente forma:

$$u(z) = \zeta \left(\eta + \frac{z}{\gamma} \right)^{1-\gamma} \quad (3.6)$$

El valor de los parámetros de riesgo ζ, η, γ están definidos con el fin de tener una utilidad creciente y cóncava. La condición de primer orden se reescribe como:

$$E\hat{x} = \left(\eta + \frac{w_0 + \alpha^* \hat{x}}{\gamma} \right)^{-\gamma} = 0 \quad (3.7)$$

¹⁹ Gollier Cristian (2001) "The Economics of risk and time 2001" MIT. Pág. 54

²⁰ Ibíd. Pág.

Al resolver el siguiente problema:

$$E\hat{x} = \left(1 + \frac{\alpha^*\hat{x}}{\gamma}\right)^{-\gamma} = 0 \quad (3.8)$$

Tomando en cuenta que α es la inversión óptima si $\eta + \frac{w_0}{\gamma} = 1$ esta es una función de distribución de \hat{x} y el coeficiente de concavidad γ .

Ahora $\alpha^* = \sigma\left(\eta + \frac{w_0}{\gamma}\right)$ es la solución general.

De hecho:

$$E\hat{x} \left(\eta + \frac{w_0 + \alpha\left(\eta + \frac{w_0}{\gamma}\right)\hat{x}}{\gamma} \right)^{-\gamma} = \left(\eta + \frac{w_0}{\gamma}\right)^{-\gamma} + E\hat{x} \left(1 + \frac{\alpha^*\hat{x}}{\gamma}\right)^{-\gamma} = 0 \quad (3.9)^{21}$$

Así resolviendo la condición de primer orden del valor de w_0 se obtiene la solución óptima para todo los valores de w_0 . Cuando la función de utilidad es HARA hay una relación lineal entre la exposición óptima al riesgo y el nivel de riqueza.

En conclusión un incremento del riesgo reduce la demanda del activo con riesgo.

Es importante mencionar dos casos especiales:

1. Cuando la función de utilidad es CARA (Constante Absoluta de Aversión al riesgo) ($\gamma \rightarrow \infty$), α^* es independiente de la riqueza.
2. Cuando la función de utilidad es CRRA (Constante Relativa de Aversión al Riesgo) ($\eta = 0$), α^* es proporcional a la riqueza, es decir, comparte la riqueza invirtiendo en un activo con riesgo que es una constante independiente de riqueza.²²

Dada la evidencia empírica, ninguna constante relativa de aversión al riesgo, parece ser una hipótesis razonable, por un lado, dado CRRA, la participación óptima de la riqueza invertida en varios activos puede ser independiente de la riqueza. Por otro lado como Kessler y Wolff (1991), muestran que los portafolios de los hogares con baja riqueza, contienen desproporcionadamente una gran parte activos libres de riesgo. Esto sugiere que la aversión relativa al riesgo es decreciente con la riqueza.

En los modelos de utilidad esperada, las preferencias por el riesgo están definidas por las medidas de Arow- Pratt(1964). Estas medidas determinan las preferencias

²¹ Ibíd. Pág. 60.

²² Ibíd. Pág. 58.

por el riesgo a partir del grado de concavidad de la función de utilidad, considerando la primera y la segunda derivada con respecto al argumento de la función, que en los modelos de la Utilidad Esperada representan la riqueza del individuo (w).

Para Pratt (1964) la aversión al riesgo implícita en la función de utilidad parece tener una forma cóncava y ésta se define a medida que representa la aversión al riesgo. Dada una función de utilidad del dinero $u(x)$, ésta función es estrictamente aversa al riesgo, si es estrictamente cóncava y, por ende, la existencia en cada intervalo de al menos un punto, donde $u' < 0$; $A > 0$. la función $A(x) = \frac{-u''(x)}{u'(x)}$ se interpreta como una medida de aversión al riesgo local.²³ Esta función muestra que el riesgo local $A(x)$ es una función decreciente de (x) si y sólo si para cada riesgo, una aversión al riesgo (relativa o absoluta) creciente, decreciente o constante depende de su relación con el incremento de riqueza.

Meyer (1987)²⁴ establece todas las propiedades que permiten aplicar las medidas Arrow-Pratt a un enfoque de utilidad media μ y desviación estándar σ (UDM) $V_\sigma = (\sigma, \mu)$, dado que la variable aleatoria se obtiene de Y_i usando una transformación normal así $X = \frac{Y_i - \mu}{\sigma_i}$ determina que las preferencias hacia el riesgo están definidas como:

$$EU(Y_i) = \int_a^b (u'(u_i) + \sigma_i x) + dF(x) = V(\sigma_i, \mu_i) \quad (3.10)$$

Donde a y b define el intervalo que contiene la variable aleatoria normalizada.

El primer paso es examinar su derivada parcial:

$$V_\sigma(\sigma, \mu) = \int_a^b U'(u + \sigma x) dF(X) \quad (3.11)$$

Así determina que las preferencias hacia el riesgo están explicadas por la desviación estándar:

$$S(\sigma, \mu) = \frac{-V_\sigma(\sigma, \mu)}{V_\mu(\sigma, \mu)} \quad (3.12)$$

Sobre la base anterior Meyer define todas las propiedades que permiten aplicar las medidas Arrow-Pratt a un enfoque de utilidad esperada y momentos basadas en un

²³ Pratt John W. "Risk Aversion in the Small and in the Large". *Econométrica* Vol. 32 (Jan-April 1964), pp. 122-136

²⁴ Meyer Jack. Two-Moment Decision Models and Expected Utility Maximization. *The American Economic Review*, Vol. 77, No. 3 (Jun., 1987), pp. 421-430
Published by: American Economic Association

orden de variables aleatorias, sobre la base de los parámetros como la media y la desviación estándar $V_{\sigma}(\sigma, \mu)$, para determinar la aversión al riesgo A sobre la ecuación antes descrita (Ver Ecuación (3.12))

De otra parte propone un modelo de decisión basado en dos momentos consistentes con la maximización de la utilidad esperada, bajo un enfoque de media y desviación estándar, donde el inversionista asume un rango de alternativas de acuerdo al valor de alguna función definida.

3.2 FUNCIÓN DE UTILIDAD TIPO EXPO POWER

Atanau Saha (1993), propone una nueva función de utilidad flexible a partir de una aversión al riesgo (absoluta o relativa), para analizar su comportamiento de tres maneras: creciente, decreciente y constante dependiendo del valor de unos parámetros (β, α, θ) que representan alternativas de riesgo en función de las preferencias de los individuos.

Una manera sencilla de proponer una función de utilidad es a través del comportamiento de la varianza y la desviación estándar de las variables. Dada $U(w)$ como la función de Utilidad, donde μ es la media del activo y σ la desviación estándar.

La forma de la función de utilidad propuesta por Saha se presenta a través de la siguiente ecuación:²⁵

$$u(w) = \theta - \exp\{-\beta w^{\alpha}\} \quad (3.13)$$

Donde u denota la utilidad, \exp . denota el exponencial y w es la riqueza. Los parámetros de la función de utilidad son:

$$\theta > 1; \alpha \neq 1; \beta \neq 0; \alpha\beta > 0$$

La función de utilidad esperada tiene las siguientes propiedades:

1. La utilidad esperada es única.
2. Los coeficientes de Arrow y Pratt del riesgo absoluto y relativo están dados por :

$$A(W) = \frac{-u''(w)}{u'(w)} = \frac{1-\alpha+\alpha\beta w^{\alpha}}{w} \quad (3.14)$$

²⁵ Saha Atanu Expo Power Utility: A flexible Form for Absolute and Relative Risk Aversion. Nov. 1993
Pág. 906

$$A(W) = \frac{-WU''(W)}{u'(w)} = 1 - \alpha + \alpha\beta w^\alpha \quad (3.15)$$

3. Bajo estas restricciones, la utilidad esperada tiene el siguiente comportamiento:
 - Disminuye la aversión absoluta del riesgo si (DARA) $\alpha < 1$
 - Es Constante la Aversión absoluta del riesgo (CARA) $\alpha = 1$
 - Aumenta la Aversión Absoluta del Riesgo (IARA) si $\alpha > 1$
4. Bajo la restricción la función de la utilidad esperada del parámetro: disminuye la aversión relativa al riesgo (DRRA) si $\beta < 0$ y se incrementa cuando (IRRA) $\beta > 0$
5. La función de utilidad es cuasi cóncava si $w > 0$
6. La condición necesaria de concavidad de la función de utilidad esperada está dada como:

$$\alpha - \alpha\beta w^\alpha - 1 \leq 0 \text{ y la condición suficiente está dada como: } \alpha \leq 1$$

El parámetro θ no juega un papel importante en la caracterización del riesgo o en las decisiones óptimas.

Los parámetros α y β , sin embargo, afectan $A(w)$ en una forma no trivial:

$$\frac{\partial A(w)}{\partial \beta} = \alpha w^{\alpha-1}$$

$$\frac{\partial A(w)}{\partial \alpha} = \frac{[\alpha\beta w^\alpha \log(w) + \beta w^{\alpha-1}]}{w} \quad (3.16)$$

Así un aumento en β incrementa $A(w)$ para todo w y $R(w)$ depende de las magnitudes relativas de w y de los parámetros. Con la excepción de un pequeño valor de w , un cambio en α incrementa la aversión al riesgo.

Sobre el argumento anterior se concluye que:

- La función de utilidad esperada es hasta una única transformación afín y por lo tanto conforme a la representación del axioma de utilidad esperada de Von Neuman Morgerestein.
- La alternativa de cuál es la estructura de riesgo de la función esperada de utilidad y su grado de no linealidad, están plenamente caracterizados por el valor de los parámetros α y β . El valor esperado es parsimonioso y útil en la estimación empírica.

Además, a diferencia de la función de utilidad (HARA)²⁶ (Merton), la función de utilidad esperada, muestra una alternativa de preferencia de riesgo, bajo valores de parámetros finitos: la Utilidad HARA expone CARA sólo cuando se presenta un cierto número de parámetros iguales a $V_\alpha(\alpha, \mu)$ más infinito.

La Tabla No 1 presenta un resumen de las combinaciones de preferencias por riesgos y los correspondientes valores de los parámetros de la utilidad esperada.

Tabla 1. Estructura de la preferencia del riesgo de la función expo-power

	DRRA (Decreciente Relativa)	CRRA (Constante Relativa)	IRRA (Incremental Relativa)
DARA (Decreciente Absoluta)	$\alpha < 0; \beta > 0$	No factible	$0 < \alpha < 1; \beta < 0$
CARA (Constante Absoluta)	No factible	No factible	$\alpha = 1; \beta > 0$
IARA (Incremental)	No factible	No factible	$\alpha > 1; \beta > 0$

Fuente: Saha Atanau. Expo Power Utility: A flexible form Absolute and Relative Risk Aversion. Nov 1993, página 907.

Aunque la utilidad esperada necesita DARA, CARA e IARA, éste cubre solamente IRRA y DRRA, y no la aversión del riesgo constante, CRRA como un caso especial. La función de utilidad puede presentar CARA o DARA pero no ambos.²⁷

En términos generales, Saha (1993) propone una nueva función de utilidad expo-power y su relación con la aversión al riesgo en dos sentidos: Una aversión al riesgo absoluta que puede ser creciente, constante o decreciente dependiendo de los valores de unos parámetros (α, β) y una aversión al riesgo relativa considerando las mismas condiciones.

²⁶ La función de utilidad HARA es $u(w) = \frac{1-\gamma}{\gamma} \left\{ \frac{w}{1-\gamma} + \eta \right\} \eta$ donde η y γ son los parámetros de riesgo.

²⁷ Para toda función de utilidad $u(w)$ se observa que $u(w)' = A(w) + wA(w)'$ si $u(w)$ presenta CARA implica que $A(w)' = 0$ entonces $R(w)' = A(w) \neq 0$ ésta no puede presentar CRRA.

3.3 MODELOS DE PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN BASADOS EN UNA FUNCIÓN EXPONENCIAL PROPUESTOS RECIENTEMENTE

Los siguientes modelos sobre portafolios de inversión se basan en la función exponencial Cobb Douglas expuestos recientemente.

En primer lugar Joao Cocco (2005) propuso un modelo, para explicar la elección de un portafolio en presencia de vivienda propia, donde el inversionista toma decisiones para elegir entre el tamaño de una casa de tamaño propia H_t y otros bienes de consumo no durables C_t .

El modelo propuesto fue el siguiente²⁸:

$$U_1 = E_1 \sum_{1-\gamma}^T \beta^{t-1} \frac{(C_t^{1-\theta} H_t^\theta)^{1-\gamma}}{1-\gamma} + \beta^{t-1} \frac{W_{T+1}^{1-\gamma}}{1-\gamma} \quad (3.17)$$

Donde β es el factor de tiempo discontinuo y γ es el coeficiente relativo de aversión al riesgo, y θ es la medida de preferencia relativa entre vivienda y bienes de consumo no durable.

El inversionista maximiza esta función de utilidad sujeta a un ingreso laboral y a una riqueza futura W_{t+1} . El ingreso se modela como una función determinística de la edad y otras características individuales $f(t, Z_{it})$. Por lo tanto el ingreso laboral del individuo en el período t es una variable exógena y está dada como: $\widehat{Y}_{it} = f(t, Z_{it}) + \widetilde{\mu}_{it}$ para todo $t \leq K$.

El modelo planteado por Cocco, es importante por cuanto estudia la elección de un portafolio entre varios activos, que incluye la vivienda de los propietarios, ésta ha tenido importantes implicaciones para la acumulación de riqueza cuando son considerados otros activos como stocks y bonos “treasury bills”.

Esta función de utilidad es un caso especial de la función Power²⁹:

$$U(c) = \frac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma} \quad (3.18)$$

Donde $0 \leq \gamma < 1$

²⁸ Cocco Joao Portfolio Choice in the presence of Housing (Summer 2005) pp. 535-567.

²⁹ Perali Federico (2000). Applied Economics with special interest on Political Economy, Production Economics, Labour Economics, Household Economics, and Econometrics

En segundo lugar Pelizzon y Weber (2008) plantean un modelo, donde los hogares asumen que la elección de la distribución su riqueza está condicionada a la tenencia de su vivienda. La vivienda forma parte de la riqueza, y éste portafolio se analiza en un modelo estándar de media varianza para un período, o para múltiples períodos. Donde la vivienda no sólo es un bien de inversión sino que también ofrece servicios de consumo. Éste portafolio muestra que si los retornos de los activos financieros y la rentabilidad de la vivienda están correlacionados, el modelo de utilidad intertemporal debe considerar los costos de transacción que implica la adquisición del inmueble.

El resultado es que los inversionistas son eficientes con respecto al riesgo de los activos financieros y eligen un portafolio eficiente de acuerdo a su aversión al riesgo, lo cual implica que las decisiones están afectadas por la necesidad de cubrir algunos riesgos. En particular el inversionista elige una estrategia óptima del portafolio estándar de Markowitz de acuerdo a su aversión al riesgo.

Para Pelizzon la riqueza del hogar está dada como $W_t = P_t H_t + B_t + X_t \ell$. Donde X_t es el vector de cantidades de los activos con riesgo (expresadas en términos de bien de consumo no durable), B_t es el vector de activos riesgosos puede contener cantidades positivas o negativas, P_t precio de la casa por metro cuadrado y H_t , es el número de viviendas adquirida.

El activo óptimo $x_o = \gamma \Sigma^{-1} \mu - h_o \Sigma^{-1} \Gamma_{bp}$

Donde γ se interpreta como un parámetro de aversión al riesgo

$$x_o = \frac{X_o}{W_o} ; h_o = \frac{H_o}{W_o}$$

x_o : es la participación de los activos con riesgo en la riqueza total.

h_o : es la participación de la vivienda en el portafolio.

Zhang (2005) analiza la dinámica entre la adquisición de vivienda y el consumo en la elección del portafolio³⁰ de un inversionista que recibe un ingreso laboral estocástico y se enfrenta al riesgo de la vivienda, las garantías que exigen y los gastos de liquidación.

Rui y Zhang define un modelo exponencial similar a los anteriormente descritos a partir de función de utilidad del portafolio tipo Cobb Douglas de la siguiente manera:

³⁰ Rui Yao and Harold H. Zhang (2005) "Optimal Consumption and Portfolios Choices with Risky housing and Borrowing Constraints". The Review of financial Studies (Spring 2005), pp. 137-239.

$$u(C_t H_t) = \frac{(C_t^{1-\theta} H_t^\theta)^{1-\gamma}}{1-\gamma} \quad (3.19)$$

Donde θ es la medida de relativa importancia de los servicios de la vivienda y γ es el parámetro de riesgo, para determinar el valor del consumo óptimo y los servicios de la vivienda respecto al nivel de aversión al riesgo del hogar dado por el parámetro γ , que determina el valor de la utilidad del portafolio.

3.4 CONCEPTO RIESGO DE MERCADO

La palabra riesgo proviene del latín *risicare* que significa transitar por un sendero peligroso. El riesgo es parte inevitable de los procesos de toma de decisiones en general y de los procesos de inversión en particular. El beneficio que se pueda obtener por cualquier decisión o acción que se adopte, debe asociarse necesariamente con el riesgo inherente a dicha decisión o acción.

El riesgo también puede ser definido en términos generales como la incertidumbre sobre un resultado futuro. Esto se explica en términos de probabilidad, la cual tiene sus raíces en los problemas de distribución justa. La preocupación de la justicia condujo a las nociones de equivalencia entre las expectativas. Y el estudio de las expectativas preparó el escenario para la teoría de la probabilidad.

Los riesgos de cualquier actividad empresarial, individual o gubernamental están ligados al tipo de operaciones y transacciones que se realizan, bajo un entorno incierto. Cada instrumento financiero, cada portafolio de activos o cada balance financiero se encuentra expuesto a diversos riesgos financieros (posibilidad o pérdida o disminución del valor económico) y su rendimiento depende del plazo de maduración de estos portafolios y su exposición a los riesgos que enfrenten en el mercado. En el ámbito económico y financiero, se destacan los riesgos de crédito, de liquidez y de mercado.

Existen diferentes naturalezas de riesgos, los cuales pueden clasificarse en las siguientes categorías:

- **Riesgo de mercado** la pérdida que puede sufrir un inversionista debido a la diferencia en los precios que se registran en el mercado o en los movimientos de los llamados factores de riesgo (tasas de interés, tipos de cambio, precio de las acciones) También se puede definir como la posibilidad de que el valor presente neto de los portafolios se mueva adversamente ante cambios en las variables macroeconómicas que determinan el precio de los instrumentos que componen la cartera de valores. Según Jorion P (1999) el riesgo de mercado se deriva de

cambios en el precio de los activos y pasivos financieros (o volatilidades) y se mide a través de cambios en el valor de las posiciones abiertas³¹.

- **Los riesgos de liquidez**, el cual se refiere a las pérdidas que pueda sufrir una institución al requiere una mayor cantidad de recursos para financiar sus actividades a un costo posiblemente inaceptable.³² El riesgo de liquidez se refiere también, a la imposibilidad de transformar en efectivo un activo o portafolios (imposibilidad de vender un activo en el mercado). Este riesgo se presenta en situaciones de crisis, cuando en los mercados hay únicamente vendedores.³³
- El **riesgo de crédito** el más antiguo y probablemente el más importante que enfrentan las entidades bancarias. Se puede definir como la pérdida potencial producto del incumplimiento de la contraparte en una operación que incluye compromiso o pago.
- El **riesgo legal** se refiere a la pérdida que se sufre en caso de que exista incumplimiento de una contraparte y no se pueda exigir, por la vía jurídica, cumplir con los compromisos de pago. Se refiere a operaciones que tengan algún error de interpretación jurídica o alguna omisión en la documentación.
- **Riesgo operativo:** Es un concepto muy amplio y se asocia con fallas en los sistemas, procedimientos, en los modelos o en las personas que manejan dichos sistemas.³⁴

Los riesgos macroeconómicos mencionados anteriormente pueden tornarse en riesgos sistémicos. M Aglietta, define el riesgo sistémico como: “la eventualidad de que aparezcan estados económicos en los cuales las respuestas racionales de los agentes individuales a los riesgos que perciben lejos de conducir a una mejor distribución de los riesgos por diversificación, aumentan la inseguridad general” (M. Aglietta y P. Moulot 1993). En éstas condiciones, se asiste a fenómenos de contagio o propagación generalizada que llevan al sistema económico al caos.

La dinámica del riesgo sistémico tiene su origen en la incertidumbre en cuanto al ajuste de ciertos precios (tipo de cambio, tasas de interés, precios de los activos) y genera tipos particulares de comportamientos psicológicos que se convierten en factores de inestabilidad creciente y pueden conllevar a una crisis financiera generalizada. Por lo tanto los comportamientos racionales de agentes dotados de toda información necesaria, se vuelven inadecuados en situaciones de incertidumbre.

³¹ Jorion Phillipe (2003) Valor en Riesgo. Limusa S.A. Universidad de California. México D.F. Pág. 36

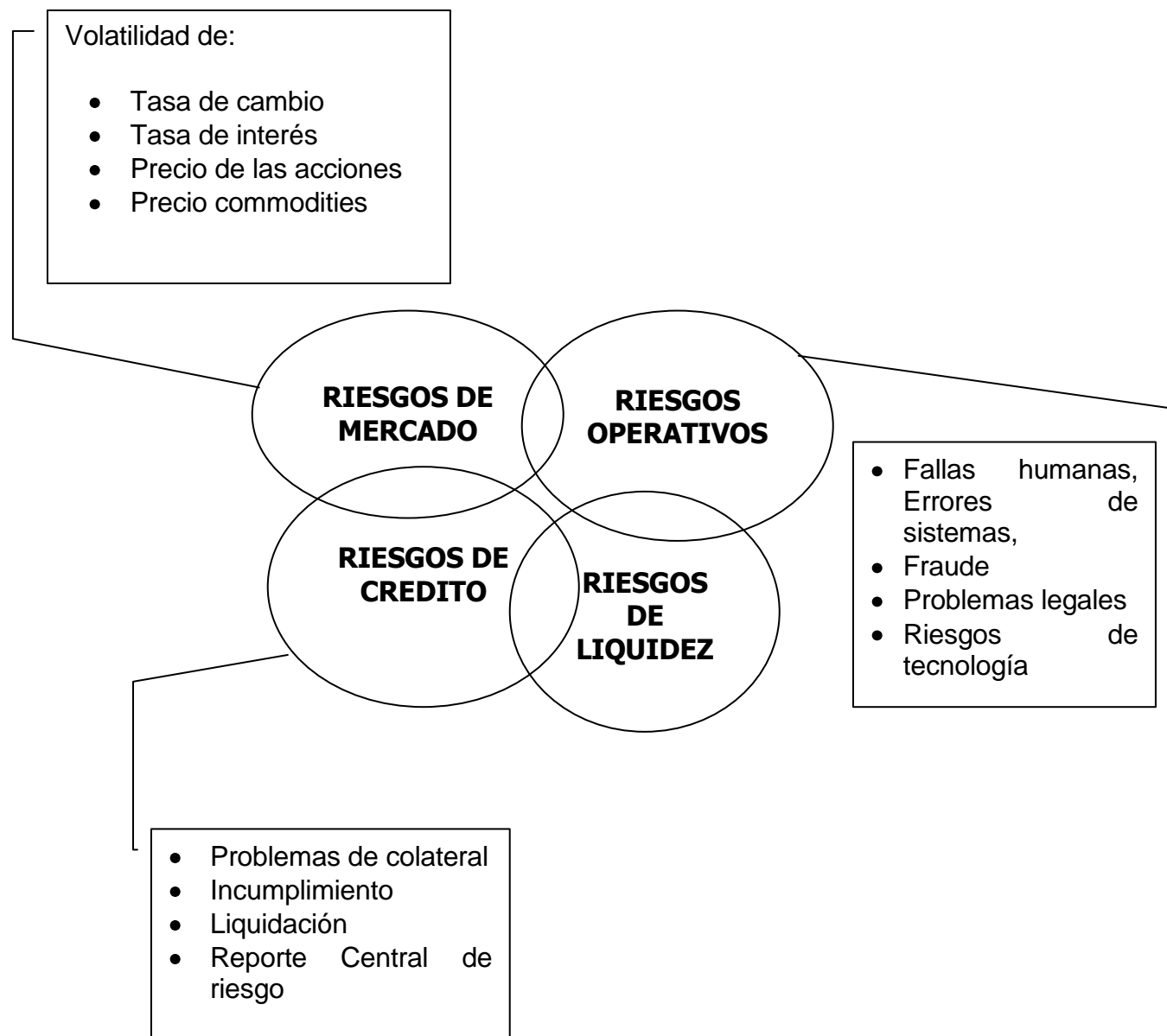
³² Ibíd. Pág. 36

³³ Cornford Andrew “Some recent Innovations in International Finance: Different Faces of Risk Management and Control.” *Journal Of Economic Issues*. Vol. XXX No. 2 June 1996

³⁴ Jorion. Op. Cit. Pág.40.

Figura 4. Interconexión de los distintos riesgos

Factores de riesgo para las economías domésticas

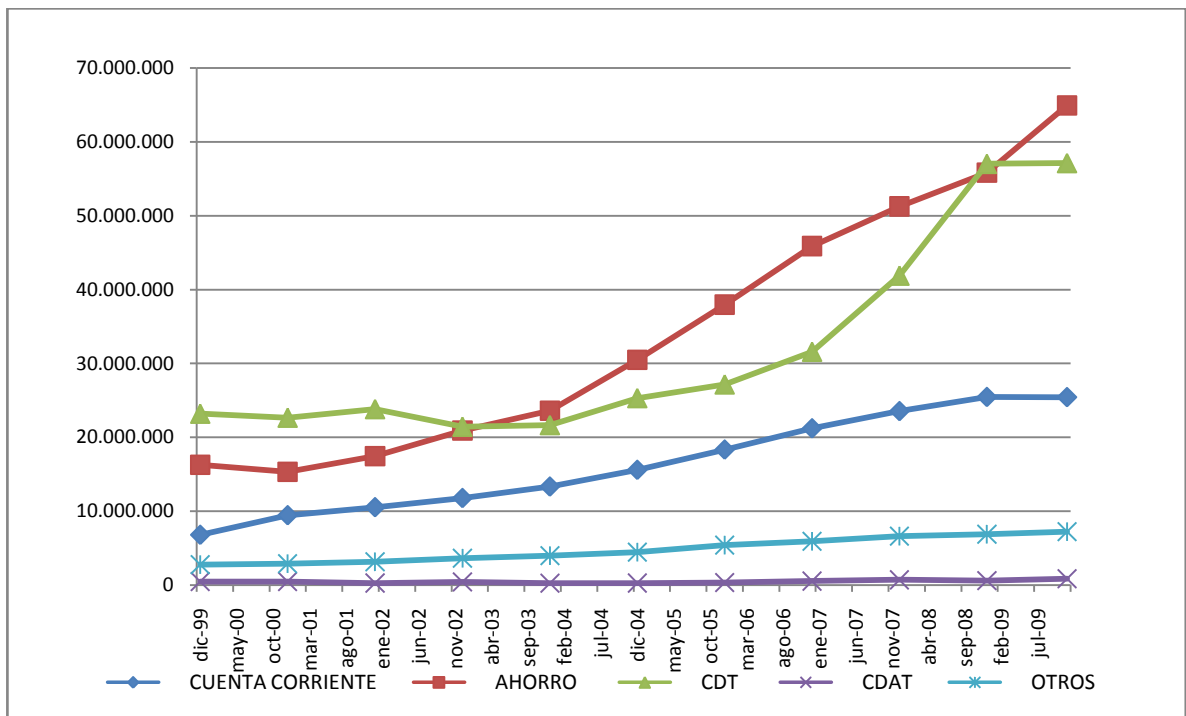


Fuente: elaboración propia

4 ASPECTOS MACROECONÓMICOS DE LOS DEPÓSITOS EN EL SISTEMA FINANCIERO COLOMBIANO Y LA CARTERA HIPOTECARIA

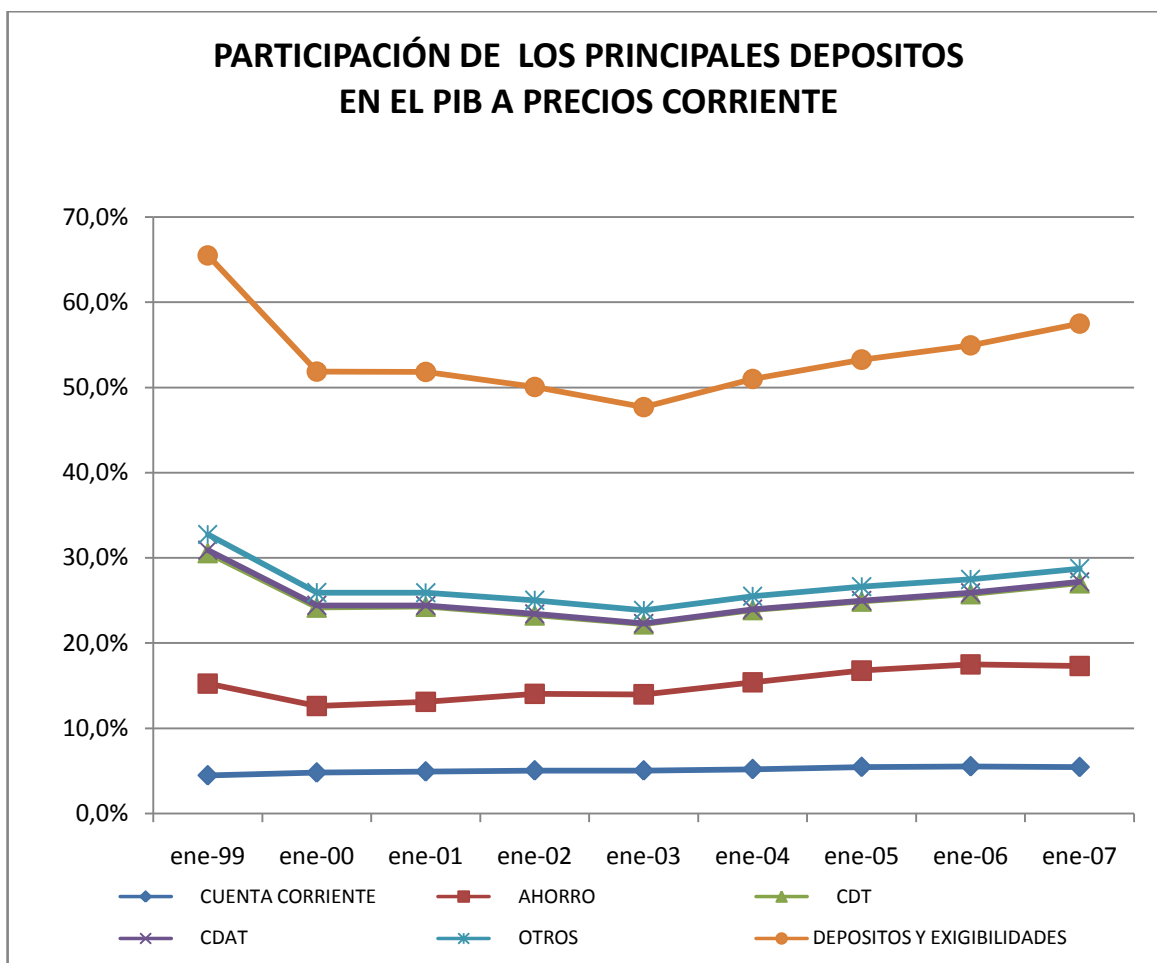
Durante la última década la participación de las cuentas de ahorro en el sistema financiero colombiano se ha incrementado sustancialmente, estos depósitos, corresponden en su mayoría a recursos de personas naturales y en muchos casos al pago de nóminas. Le siguen los Cdt's y en tercer lugar las cuentas corrientes. Los depósitos de ahorro constituyen la principal fuente de riqueza en los activos de muchos hogares, y aunque son menos riesgosos en muchas ocasiones se convierten en depósitos a la vista dada su baja rentabilidad.

Figura 5. Evolución de los principales depósitos en el sistema financiero en Colombia 1999-2009



Fuente: www.asobancaria.com tomado el 4 de abril de 2010

Figura 6. Participación porcentual de los principales depósitos en el PIB total a precios corrientes



Fuente: www.superbancaria.gov.co tomado el 28 de noviembre de 2009

Durante el período analizado los certificados de depósitos a términos son los pasivos sujetos a encaje del sistema financiero, que han tenido la mayor participación en el Producto Interno Bruto 28.7%, seguido por los depósitos de ahorro un 9.7% y por último los Depósitos en Cuentas corrientes los cuales tienen un 5.5% del total del PIB.

En Colombia la capacidad de decisión de los hogares a la hora de invertir sus recursos presentan pocas alternativas, dada la fuerte restricción de los ingresos de las familias; sin embargo, podemos establecer dos grupos basados en una información preliminar suministrada por el sistema financiero.

El primer grupo de activos los cuales constituyen la principal fuente de depósito en el sistema financiero, se distribuyen en cuentas corrientes, CDT, ahorros en pesos y en otras ocasiones en UVR.

Según el informe Asobancaria, a septiembre de 2008,³⁵ 16,5 millones de personas estaban vinculadas a la banca, 6% más frente al mismo lapso de 2007.

Las cuentas de ahorro son el servicio financiero que más se utiliza, por encima de los créditos y las tarjetas. De esta forma, la penetración de los servicios financieros en la población adulta colombiana alcanza el 55 por ciento, desde 41 por ciento dos años atrás.

El principal lazo de los colombianos con la banca, son las cuentas de ahorro. Con este servicio financiero cuentan 15,8 millones de personas, 6 por ciento más que en septiembre del 2007.

De hecho, las cuentas de ahorro son el único vínculo directo con la banca de más de 55 por ciento de las personas.

Esto, teniendo en cuenta que, por ejemplo, las empresas exigen que sus empleados tengan una cuenta para poder depositar los salarios.

Cabe aclarar que también hay niños que figuran como titulares. A septiembre, 717.708 menores tenían una cuenta de ahorros, que representan el 4,5 por ciento. Para poder evaluar la función de utilidad del portafolio, se consideran dos enfoques alternativos: La riqueza de las familias está compuesta por activos financieros y no financieros.

En la Encuesta Nacional de Hogares efectuada por el DANE en el año 2003 el ingreso del hogar colombiano está determinado por los miembros del hogar que ganan el “ingreso” suministrando los factores de producción que ellos poseen en actividades productivas o recibiendo transferencias corrientes. Así el ingreso puede ser percibido como el pago recibido (ingreso salarial, renta, cuenta propia). Las transferencias pueden ser recibidas de varias fuentes (empresas, gobierno, otros hogares, organizaciones no gubernamentales).

Los ingresos de los hogares pueden provenir de la participación en el proceso productivo o de rentas que deriva la propiedad de activos (ingreso primario) o de las transferencias de otras unidades institucionales, como otros hogares, el Estado, etc. (ingresos secundarios). Pueden ser en dinero o en especie y recibirse de manera regular u ocasional.

³⁵ www.asobancaria.com Informe Financiero Trimestral A septiembre de 2008. Tomado Septiembre 7 de 2009.

Los ingresos que analiza este estudio provienen de la Encuesta de Calidad de Vida 2003 y corresponden exclusivamente a los recibidos en dinero, por trabajo principal y secundario (asalariado e independiente), por arriendos, cesantías o intereses a las cesantías, intereses, ayudas de otros hogares o instituciones, y otros, por venta de propiedades.

La unidad de observación son las unidades de gasto, definidas como la persona o grupo de personas, emparentadas, o no, que atiende(n) sus propios gastos, que llevan una vida en común, o sea que toman ciertas medidas comunes para el mantenimiento del hogar y comparten, además del suministro de alimentos, los gastos de vivienda y equipamiento (Cepal, 2001). Así, los pensionistas y los empleados domésticos, que viven en el hogar donde trabajan, forman unidades de gasto independientes, lo cual implica que el número de unidades de gasto sea superior al número de hogares.

Por su parte, la medición del gasto de los hogares, que involucra intercambiar dinero por un bien o un servicio, ha sido mejor entendida para los entrevistados y los entrevistadores que el concepto de ingreso, especialmente en sectores de cuenta propia y empresarios informales. Adicionalmente, la estrecha relación entre las condiciones de vida y el consumo de los hogares ha causado que la medición del gasto sea probablemente de mayor confiabilidad en este tipo de encuestas.

El segundo grupo de activos está conformado por la vivienda. Para muchos inversionistas la vivienda es el activo más importante de sus portafolios. La vivienda difiere de otros activos por las siguientes razones:

1. Es un bien de consumo durable, del cual deriva su propia utilidad.
2. Al compararla con otros activos, tales como bonos, fondos de inversión y acciones, la inversión en vivienda demuestra ser un activo totalmente apalancado y relativamente líquido.³⁶

La importancia de considerar la vivienda como parte del portafolio de las familias, permite analizar las decisiones de inversión entre la vivienda y otros activos financieros.

EVOLUCIÓN MACROECONÓMICA SECTOR VIVIENDA

La actividad de edificaciones comenzó a presentar señales de recuperación a partir del segundo semestre de 2009. Entre otros indicadores, se destaca el aumento de las ventas totales, la disminución en el stock de vivienda y la reactivación del crédito hipotecario. El panorama para 2010 indica que la demanda seguirá aumentando y

³⁶ Rui Yao and Harold H. Zhang. "Optimal consumption and Portfolios Choices with risky housing and Borrowing Constraints" *The Review of financial Studies*. (Spring 2005) pp. 137-239

que los precios inmobiliarios mantendrán una tendencia creciente, si bien su ritmo de aumento será moderado. El programa de incentivos a la demanda liderado por el Gobierno continuará impulsando la demanda residencial en 2010 y 2011 y las tasas de interés en niveles históricamente bajas sostendrán la demanda aún después de la finalización del programa de subsidios. Paralelamente, los incentivos a la oferta de vivienda a través del programa de Macroproyectos seguirán impulsando la construcción de vivienda de interés social.

Factores de demanda

Factores de corto y largo plazo permiten prever una tendencia creciente de la demanda residencial en Colombia. En el corto plazo, la aceleración del crecimiento económico, la mejora en los indicadores de asequibilidad de la vivienda y la política de subsidios a la demanda determinarán un incremento en las ventas de vivienda que deberá extenderse por lo menos hasta comienzos de 2011. En el largo plazo, la demanda residencial estará impulsada por factores demográficos, particularmente por el amplio déficit habitacional existente en el país y la tendencia creciente en la creación de nuevos hogares.

La política monetaria expansiva y el subsidio a la tasa de interés también determinaron un incremento en los índices de asequibilidad de vivienda, con mayor efecto sobre los estratos bajos. En este sentido, en la medida que las tasas de interés y la inflación permanezcan bajas en los próximos trimestres, las mejores condiciones de ingreso permitirán avances adicionales en este indicador, lo cual sería un importante impulso para la demanda en el corto plazo.

Por su parte, los subsidios seguirán estimulando una demanda creciente de vivienda, especialmente en el segmento de interés social (VIS). Esta medida está dirigida a promover la compra de vivienda nueva con valor inferior a 335 salarios mínimos legales vigentes, aproximadamente \$173 millones de 2010. Inicialmente el programa contó con recursos por \$500 mil millones correspondientes a 32.000 créditos. Ante el éxito de la iniciativa, el número de cupos se amplió a 95.000 comprometiendo recursos adicionales por \$350 mil millones. Al mismo tiempo se amplió el plazo para el desarrollo de los proyectos del 31 de junio de 2010 hasta el 31 de diciembre de 2011. Según las cifras del Gobierno, entre abril de 2009 y junio de 2010 se han beneficiado 56.104 familias. De los cupos aprobados, un 62% han sido asignados a la adquisición de Vivienda de Interés Social (VIS) y Vivienda de Interés Prioritario (VIP).

En consecuencia, la participación de la vivienda VIS en el total del mercado aumentó significativamente. Mientras el segmento VIS representó el 43% de las ventas totales de vivienda en 2007, actualmente equivale al 59% y continúa ganando participación en el mercado en la medida que están disponibles más proyectos de este tipo.

En cuanto a factores demográficos, es de esperar que la tendencia de reducción en el tamaño de los hogares e incremento en el número de los mismos se mantenga en los próximos años. Según la Encuesta de Calidad de Vida, entre 2003 y 2008 el número de personas promedio por hogar a nivel nacional pasó de 3,9 a 3,7. Este patrón ha sido más marcado a nivel urbano. En efecto, en el caso de Bogotá, el promedio de personas por hogar se ubica en 3,4. Por tanto, es de esperar que en el largo plazo, en la medida en que el país avance en su proceso de urbanización, los promedios nacionales de personas por hogar se reduzcan aún más.

En este contexto, se estima que la necesidad de vivienda nueva para los próximos años se ubique en 350 mil unidades anuales³⁷. Por su parte, el número de licencias promedio anuales entre 2005 y marzo del 2010 se ubicó en 118 mil. Lo anterior, aunado al déficit de vivienda existente en el país, estimado en 3,8 millones de hogares en 2005, no hace más que corroborar la amplia brecha de demanda que seguirá existiendo en el mediano plazo en Colombia.

Factores de riesgo mercado hipotecario

En cuanto a las perspectivas de corto plazo del sector inmobiliario, es posible identificar dos riesgos principales. De un lado, el programa de cobertura a las tasas de interés para los créditos de vivienda actualmente enfrenta una demanda superior a los subsidios disponibles. En efecto, los cupos disponibles para subsidios se ubican en 95 mil mientras que las solicitudes son de 106,9 mil generando un exceso de demanda de subsidios de 12 mil. En la medida que algunos hogares tendrán que desistir de sus planes de inversión, es presumible que los tiempos de venta de los proyectos se prolonguen y que por lo tanto las constructoras deban incurrir en mayores costos financieros. Estos resultados se pueden ver, sin embargo, alterados en la medida en que el Gobierno entrante ha anunciado una ampliación en los recursos para financiar los subsidios destinados al sector de la vivienda.

Otro factor de riesgo tiene que ver con la mayor dinámica en la demanda de vivienda como negocio de inversión. Históricamente la compra de vivienda para inversión se ha concentrado y ha sido casi exclusiva a los estratos altos. Recientemente esta práctica se ha visto incrementada, generalizándose a los estratos de ingresos medios y aumentando en los segmentos tradicionales. En efecto, mientras que en el último año cerca del 30% de las compras de vivienda se realizaron con perspectivas de inversión, en el pasado éstas habían representado en promedio el 15%. Por lo tanto, se espera un incremento en la colocación de vivienda para la venta y el arriendo que podría competir con los proyectos residenciales próximos a iniciarse. Lo anterior presumiblemente provocará presiones a la baja en los precios del sector inmobiliario. A su vez, el ajuste del

³⁷DNP, Banco de la República, y BBVA Research. (2010). Análisis Económico, junio 2010.

mercado se podría traducir igualmente en la postergación en el inicio de nuevos proyectos, lo cual restaría dinamismo al sector.

5 MODELOS DEL PORTAFOLIO DE INVERSIÓN DE LOS HOGARES

5.1 TÉRMINOS DEL MODELO

El Objetivo es determinar dos clases de modelo para los siguientes grupos:

1. Hogares con capacidad de ahorro y están pagando su vivienda al sistema financiero.
2. Hogares que están pagando la vivienda mediante una hipoteca y no tienen capacidad de ahorro.

5.1.1 Variante del modelo de media varianza de Harry Markowitz

Se toma como referencia la siguiente función de utilidad esperada del portafolio de inversión y su relación con el riesgo de mercado y la aversión al riesgo de los hogares. En los estudios empíricos del riesgo se ha tratado de explicar el comportamiento de los mercados basados en funciones de utilidad que presentan de manera constante la aversión al riesgo A ; sin embargo, en este modelo la aversión al riesgo tiene diferentes niveles puede ser creciente o decreciente.

El modelo para aquellos hogares que tienen crédito de vivienda pero disponen de posibilidad de ahorro es el siguiente:

Este modelo se basa en una variante del modelo de portafolio de inversión Standard de Harry Markowitz a partir del comportamiento de los parámetros de media y varianza de los activos financieros, pues incluye la aversión al riesgo y su incidencia en la composición de los portafolios.

En primer lugar, los hogares eligen una distribución óptima de su riqueza w_0 , entre un activo con tasa de interés libre de riesgo y N activos con riesgo. Las familias son tomadoras de precios de los activos financieros y están sujetas a dos restricciones: una presupuestaria y a N limitaciones no negativas correspondientes a la proporción de riqueza distribuidos en activos riesgosos.

Dado que i_0 es la tasa de interés de los activos con bajo de riesgo, y $z = (Z_1 1 + z_1 2 + \dots z_1 N)$ es el vector de los excesos con retorno de los activos expuestos al riesgo.

Sí $a = (a_1 + a_2, \dots, \dots, a_N)$ es el vector que representa la proporción de de riqueza invertida en los activos con riesgo, entonces el valor de la riqueza al final del período está dada por: $w_1 = w_0(1 + i + a'z)$.

La función de utilidad esperada de w_1 es equivalente a³⁸:

$$E[U(w)] = E(w_1) - \frac{A}{2} var(w_1) \quad (5.1)$$

El modelo define dos parámetros la media y la desviación estándar respectivamente.

$$\mu = E(w_1)$$

$$y \Omega = Var(w_1) \quad (5.2)$$

$$R_t = \mu + i_t$$

Donde $\mu > 0$ es el logaritmo esperado del retorno y i_t es la tasa del retorno que asume una distribución normal dada como $N(0, \sigma^2)$.

A representa el índice de aversión al riesgo. En nivel de aversión aumenta cuando $A > 0$.

La utilidad esperada del portafolio puede ser reescrita como:

$$E[U(a)] = (1 + i_0)w_0 + w_0 \left(a' \mu - \frac{A}{2} a' \Omega a \right) \quad (5.3)$$

Donde $(1 + i_0)w_0$ es la parte del portafolio que incluye un activo libre de riesgo y la otra parte es la composición de activos expuestos al riesgo de mercado, a es el porcentaje de participación de los activos dentro del portafolio, i_0 la tasa de interés de las captaciones, Ω matriz de varianzas y covarianzas del rendimiento de los activos.

El problema de maximización se formaliza como:

$$\max(a \in R + N) \left(a' \mu - \frac{A}{2} a' \Omega a \right) \quad (5.4)$$

El modelo está sujeto a las siguientes restricciones:

$$\sum_{i=1}^N a = 1 \quad (5.5)$$

$$S_t - Amortización_t \geq 0 \quad (5.6)$$

³⁸ Nabcini Raffaele and Pastorello (2008) Sergio Mean-Variance Econometric Analysis Household Portfolios. Università degli Studi di Brescia-Italy.

El ahorro bruto S_t se define como la diferencia entre el ingreso disponible Y_{dt} y el consumo C_t así:

$$S_t = Y_{dt} - C_t \quad (5.7)$$

La riqueza de la familia en el período t , W_t está conformada por:

Riqueza laboral= Salario Yl_t

Riqueza no laboral= Ahorros en el sistema financiero, deudas rentas y transferencias. S_t

Activos reales. Vivienda H_t se considera como un bien de consumo durable que tiene unos costos de transacción.

$$W_t = W_0 + S_t + H_t - M_t \quad (5.8)$$

La condición de primer orden de la ecuación 5.4 es la siguiente:

$$V'(a^*) = E(u) = 0$$

$$0 < a^* < 1$$

El objetivo del modelo es incorporar la vivienda como proporción del valor total del portafolio y estimar los valores óptimos que permitan maximizar su utilidad, tomando como referencia el efecto de la varianza de un activo financiero que puede ser de bajo riesgo o riesgoso y la varianza de la rentabilidad de la vivienda representada por su tasa de alquiler r . A partir de este modelo se puede analizar el comportamiento de los hogares frente al riesgo de mercado y sus decisiones de inversión en la composición del portafolio, frente a las variaciones que presente las tasas de interés.

Modelo Para hogares que no tienen capacidad de ahorro y cuya riqueza está representada por la vivienda

En este modelo el flujo neto de la casa se presenta como la diferencia entre el valor actual de la casa y el valor de la hipoteca:

$$W_t = P_t H_t - M_t \quad (5.9)$$

La familia invierte en su propia vivienda, la cual hipoteca al sistema financiero en el período t esta se define como M_t y cumple la siguiente condición:

$$M_t \leq (1 - m)P_t H_t \forall t \quad (5.10)$$

Se asume que el inversionista puede pedir prestado hasta el valor de la casa menos el pago de la cuota inicial, la cual se representa como una proporción (m) del valor de la casa.

El ingreso disponible del hogar se distribuye entre el gasto corriente y el pago de la hipoteca:

$$Y_t = P_t C_t + i_t m P_t H_t \quad (5.11)$$

i_t : es la tasa de interés de la Hipoteca.

$M_t m P_t H_t$: cantidad de dinero invertido en su propia hipoteca.

A partir de éste modelo, se define una tasa de rentabilidad de tener vivienda propia, a partir de la varianza de la tasa de interés hipotecaria y la aversión al riesgo para analizar el comportamiento de los hogares frente al cambio de los parámetros anteriormente mencionados.

5.1.2 Modelo de utilidad del portafolio tipo Cobb Douglas.

El segundo método de maximización de utilidad toma como referencia el modelo de preferencia tipo power, $U(c) = b_1 c^{b_2}$ con $b_1 > 0$ y $0 \leq b_2 \leq 1$.

El índice de aversión al riesgo será³⁹:

El riesgo absoluto

$$RA = \frac{b_2 - 1}{c} \text{ y el riesgo relativo } RR = 1 - b_2 \quad (5.12)$$

$$\text{la primera derivada sería } R' = \frac{b_2 - 1}{c} \text{ y } R'' = 0 \quad (5.13)$$

La aplicación del modelo power sería la siguiente:

$$U(w)_t = \frac{(S_t^{1-\theta} H_t^\theta)^{1-A}}{1-A} \quad (5.14)$$

Donde A es el coeficiente aversión relativa al riesgo, y θ es es la medida de preferencia entre la vivienda y el ahorro.

El coeficiente de aversión al riesgo tiene unos valores que oscilan entre cero y uno. $0 < A < 1$

³⁹ Perali Federico. (2000) Applied Economics with special interest on Political Economy, Production Economics, Labour Economics, Household Economics, and Econometrics.

La función de utilidad del portafolio está compuesto por dos activos: S_t representa el valor total de los ahorros (Depósitos de ahorros cdt's en el sistema financiero.) Y H_t es el activo que representa el valor total de la vivienda.

La restricción del modelo está dada por el ingreso disponible, el cual se usa en consumo, ahorro y pago de la hipoteca.

$$Yd_t = \bar{C}_t + i_t S_t + i_t M_t \quad (5.15)$$

El efectivo en caja en el período t es:

$$X_t = Yl_t + Y_t \quad (5.16)$$

es decir la suma del ingreso laboral y la riqueza líquida.

5.2 5.2 SUPUESTOS

Supuestos teóricos:

1. Los hogares tienen aversión al riesgo y maximizan la utilidad esperada de su riqueza al final del periodo.
2. Existe un activo libre de riesgo tal que los inversionistas pueden pedir en préstamo o prestar montos ilimitados a la tasa libre de riesgo.
3. Mientras el riesgo de mercado es un concepto que depende del comportamiento del mercado, la actitud frente al riesgo va a depender del hogar en sí y por tanto su aversión al riesgo puede ser distinta para los agentes.
4. La disponibilidad de crédito determina la compra de vivienda, junto con el ingreso, el empleo, y la riqueza.
5. Las familias aceptan los precios de mercado y por tanto tienen un orden de preferencias mediante el cual establece un ranking de las posibles alternativas de elección en sus inversiones, que define su función de utilidad.
6. La riqueza de los hogares como base fundamental de su portafolio está conformada por activos financieros y activos no financieros especialmente los inmobiliarios.
7. Las economías domésticas invierten sus recursos en activos cuyos precios fluctúan en un mercado de capitales con un entorno incierto y en ausencia de arbitraje.

5.3 HIPÓTESIS

5.3.1 Hipótesis general

El riesgo de mercado y la aversión al riesgo influyen significativamente en la toma de decisiones de las economías domésticas, sobre la proporción de activos (financieros e inmobiliarios) que conforman sus portafolios de inversión y mejora su utilidad.

5.3.2 Hipótesis complementarias

Un mayor riesgo de mercado, asociado a un aumento en la volatilidad de la tasa de interés de los activos financieros y un incremento de la aversión al riesgo (IAR) de las economías domésticas, disminuye la proporción de ahorro en activos riesgosos en su portafolio de inversión.

Un mayor riesgo de mercado en los activos financieros riesgosos y un incremento de la aversión al riesgo (IAR) aumentan la participación del activo inmobiliario, en la composición del portafolio de inversión de las economías domésticas.

A menor aversión al riesgo (DAR) y mayor riesgo de mercado cuando aumenta la tasa de interés de los activos financieros riesgosos, los hogares aumentan la proporción de éstos activos en sus portafolios de inversión.

Un menor riesgo de mercado asociado a una disminución de la tasa de interés de los préstamos hipotecarios y un incremento de la aversión al riesgo de los hogares (IAR), aumenta la rentabilidad de poseer vivienda propia. Si el hogar es averso al riesgo, dada la volatilidad de la tasa de interés del crédito hipotecario entonces la rentabilidad de tener vivienda propia aumenta.

5.4 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Se trabajará a partir de la base de datos del DANE, Encuesta de Calidad de Vida, efectuada en el año 2003, tomando como referencia las siguientes variables:

- Ingreso de los hogares.
- vivienda propia (Tenencia y financiación de la vivienda que ocupa el hogar)
- Tipos de vivienda (datos de la vivienda)
- Fuentes de financiación
- Con que entidad tiene préstamo de vivienda.
- Cuanto pagan mensualmente por cuota de financiación
- Cuánto vale la vivienda

- Cuánto pagó de impuesto predial de la vivienda
- Cuánto pagó por impuesto de valorización.
- Susidio recibido
- Cuanto considera que sería el arriendo de esta vivienda.
- Pago mensual de administración y celaduría.
- Cuanto considera que vale esta vivienda
- Dinero por cesantías e intereses.
- Intereses recibidos por inversión en el sistema financiero. (Fuerza de trabajo)
- Ocupación
- Recibe intereses por préstamos a particulares, CDT o dividendos por acciones
- Dinero por venta de propiedades.
- Cuánto considera que vale la vivienda
- Algún miembro de la familia recibió subsidio para la compra o construcción de la vivienda?
- Cuánto ganó el mes pasado en ese empleo?
- Cuales bienes posee en el Hogar (condiciones de vida)

Se estimará un modelo de maximización de utilidad del portafolio tomando como referencia, las siguientes opciones:

El primer modelo basado en la estimación clásica del portafolio óptimo media y varianza de Markowitz, con algunas extensiones y el segundo un basado en una función Cobb Douglas de tipo exponencial.

Se asumirán los siguientes tipos de hogares situaciones:

1. El caso de los propietarios de vivienda que tienen capacidad de ahorro y están pagando el crédito de vivienda a una entidad financiera o una cooperativa.
2. Propietarios de vivienda pero está hipotecada al sistema financiero y no tienen capacidad de ahorro.

5.5 DESARROLLO DEL MODELO

Se desarrollarán los siguientes casos:

1. Los propietarios de vivienda pero la pagan al sistema financiero y tienen capacidad de ahorro. Total Hogares: 383
2. Propietarios de vivienda que no tienen capacidad de ahorro y tienen hipoteca con el sistema financiero. Total Hogares: 317

5.5.1 Propietarios de la vivienda, pero la pagan al sistema financiero y tienen capacidad de ahorro.

El hogar invierte su riqueza en activos con riesgo y en activos financieros libres de riesgo tomando como información la media y la varianza de los precios de estos activos.

Modelo Económico

La riqueza total W_t de los hogares seleccionados de la encuesta se define como la sumatoria del valor total de los ahorros y el valor total de la casa:

$$W_t = S_t + P_t H_t \quad (5.17)$$

Donde S_t es el primer activo y representa la cantidad de Ahorro que posee la familia durante el periodo en que se efectuó la encuesta de calidad de vida (2003). Este ahorro podría depositarse en el sistema financiero a través del cual obtiene una tasa de interés, bien sea en cuentas de ahorro, depósitos a término, bonos u otros activos.

Para el caso analizado el ahorro proviene del Ingreso disponible Y_{dt} es el ingreso una vez descontado los impuestos directos y las contribuciones obligatorias de los hogares menos los gastos corrientes C_t .

Los gastos corrientes C_t se desglosan a partir de: alimentos, bebidas y tabaco, salud, transporte y comunicaciones, recreación, educación bienes y servicios personales y otros pagos.

El ahorro total de los hogares en el período t se define como:

$$S_t = Y_{dt} - C_t - a_t \quad (5.18)$$

$P_t H_t$: corresponde al segundo activo y representa el valor de la vivienda estimado por el hogar, este es un activo no financiero. En este caso los propietarios del inmueble están efectuando los pagos de la hipoteca, con el sistema financiero o con una cooperativa.

La amortización a_t corresponde al valor de la cuota equivalente al mes de la encuesta, la cual incluye el pago a capital y los intereses.

Los rendimientos de ambos activos están dados por:

$$R_{st} = \mu_s + \varepsilon_s \quad (4.16)$$

Rentabilidad del ahorro, invertida en el sistema financiero.

$R_{ht} = \mu_h + \varepsilon_h$ La rentabilidad de la vivienda.

La rentabilidad total esperada del portafolio está definida como:

$\tilde{\mu} = s_t \mu_{st} + h_t \mu_{ht}$ La rentabilidad de la vivienda está definida como:

$$R_{ht} = \frac{\text{Valor del alquiler}}{\text{Valor del inmueble}} \quad (5.19)$$

Otra forma de calcular el retorno de vivienda si el hogar no decide alquilar la vivienda es la siguiente:

$$R_{ht} = \frac{P_t - Gams_{t-1} - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad (5.20)$$

$Gams_{t-1}$ son los gastos de administración y mantenimiento de la vivienda en el período t .

La tasa de interés real después de impuestos que permite calcular la rentabilidad de la vivienda, se define como:

$$rdt = \frac{1 + (1 - \tau)i_s}{1 + \pi_t} \quad (5.21)$$

i_s : la tasa de interés nominal en el periodo s que se paga por adquirir la vivienda está dada en términos de la UVR.

τ : la tasa de impuesto predial, calculada como el porcentaje estimado sobre el valor que los hogares suministraron en la encuesta.

π_t : la tasa de inflación del año t calculada con base en el IPC.

La matriz de covarianzas Ω de los retornos dada como:

$$\Omega = \begin{pmatrix} \sigma_s^2 & \sigma_{sh} \\ \sigma_{hs} & \sigma_h^2 \end{pmatrix} \quad (5.22)$$

Dividiendo la ecuación (5.19) por W_t , se obtiene la participación de los activos en la riqueza de las familias:

$$1 = h_t + s_t \quad (5.23)$$

Donde:

$h_t = \frac{P_t H_t}{W_t}$ es la participación del valor de la vivienda en la riqueza total.

$s_t = \frac{S_t}{W_t}$ Es la participación del ahorro total en la riqueza total.

μ_{st} = Media de la tasa de ahorro en el período t

μ_{ht} = Media de la tasa de alquiler de la vivienda en el período t.

El problema de maximización es⁴⁰:

$$Max_w \left\{ s_t \mu_{st} + h_t \mu_{ht} - \frac{A}{2} [s_t, h_t] \Omega [s_t, h_t]^T \right\} \quad (5.24)$$

Sujeto a:

$$1 = h_t + s_t$$

$s_{it} - a_t \geq 0$ Es una restricción corresponde a un valor positivo del ahorro, donde $i = 1$ hasta $n - 1$, donde n equivale al número de activos.

En esencia el modelo consiste en maximizar la riqueza w sobre los activos de los hogares, condicionado al valor corriente de s_t y h_t . El portafolio óptimo está basado en el supuesto que el hogar maximiza una función de media y varianza de los retornos esperados de los dos activos del portafolio sujeto a unas restricciones.

La maximización de la riqueza depende del valor de s_t y h_t , así como a las restricciones del portafolio y al riesgo que genera la inversión de la vivienda. Dados los valores s_t, h_t la media y la varianza de la frontera eficiente, depende del valor de la variable estado h_t y del grado de aversión al riesgo que asuma el hogar.

La preferencia al riesgo se refleja en el parámetro A que indica el grado de aversión al riesgo, donde $A > 0$. La aversión al riesgo disminuye cuando $A \rightarrow 0$.

Las preferencias están expresadas por la pendiente de la curva de indiferencia del portafolio:

$$A_\sigma = \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \sigma} \quad (5.25)$$

La media total del portafolio se presenta como:

$$\bar{\mu} = s_t \mu_{st} + h_t \mu_{ht} \quad (5.26)$$

La varianza del portafolio se presenta como:

$$\sigma^2 = [s_t, h_t] \Omega [s_t, h_t]^T \quad (5.27)$$

⁴⁰ Marjorie Flavin and Takashi Yamashita, Owner-Occupied Housing and the Composition of the Household Portfolio. The American Economic Review, Vol. 92, No. 1 (Mar., 2002), pp. 345-362

El portafolio óptimo dependerá tanto de las variables de estado s_t y h_t como de la preferencia hacia el riesgo A .

Entre las carteras eficientes el óptimo del portafolio es identificado en el punto de tangencia en el límite de la frontera con la pendiente de la curva de indiferencia. Entonces la pendiente de la curva de indiferencia, es una función que determina el grado de aversión al riesgo del portafolio. Se espera que entre mayor sea la aversión al riesgo, las familias comienzan a pagar sus hipotecas casi inmediatamente. La restricción de que el valor de la hipoteca no puede exceder el valor de la casa, es obligatoria en la cartera óptima. La pendiente de la frontera refleja la combinación entre el riesgo y el retorno que presenten los dos activos.

Dada la estimación de los retornos esperados de los vectores y matrices de covarianza, el modelo predice que los hogares tienen en general tanto la hipoteca y los ahorros. Pero la hipoteca de la vivienda es el activo que predomina en el portafolio de las familias, principalmente en grupos de hogares cuyos jefes son mayores de 40 años.⁴¹

La participación de la vivienda dentro del valor de la riqueza es tratada endógenamente como una variable de estado que impone una restricción sobre el problema de optimización de la media varianza.

La solución óptima del ahorro que minimiza la varianza del portafolio, está dada a partir de la ecuación 5.24 y se define como:

$$s^* = \frac{[\mu_s - \mu_h + (\sigma_h^2 - \sigma_{sh})A]}{A(\sigma_h^2 - 2\sigma_{sh} + \sigma_s^2)} \quad (5.28)$$

El resultado anterior demuestra que el nivel de ahorro óptimo calculado a partir del método de media varianza, depende inversamente del nivel de Aversión al riesgo A y directamente de la diferencia entre la media de la tasa de ahorro tanto de activos financieros y la media del alquiler de la vivienda del conjunto de hogares seleccionados a través de la encuesta de calidad de vida, así como el efecto que genera el producto de la aversión al riesgo de los hogares con la diferencia entre la varianza de la vivienda y la covarianza entre las tasas de interés de los activos financieros y la tasa de alquiler de la vivienda.

⁴¹ Michael Fratantoni (1996) estudio los efectos de la vivienda en riesgo dado el compromiso de pago de la hipoteca combinado con los ingresos laborales inciertos en un modelo de simulación. En su modelo, la proporción de los activos en riesgo en el total de la riqueza es mayor para los hogares jóvenes, que para las personas cerca de la jubilación.

Joao Cocco (1998) también utiliza la simulación para resolver un modelo de ciclo de vida-riesgo con la renta laboral para la óptima explotación de la vivienda y los activos financieros. Él considera que, en comparación con un modelo sin vivienda, la introducción de la vivienda aumenta la proporción de los activos financieros.

Y para la proporción óptima de la rentabilidad de vivienda está dada como:

$$h^* = 1 - s^* \quad (5.29)$$

$$\text{Por lo tanto } s^* + h^* = 1 \quad (5.30)$$

5.5.2 Propietarios de la vivienda, pero la pagan al sistema financiero y no tienen capacidad de ahorro

El siguiente modelo a estimar corresponde al segmento de hogares, que tiene vivienda propia, pero la está pagando y además no tienen capacidad de ahorro. Este grupo presenta una mayor exposición al riesgo por cuanto cualquier incremento en la tasa de interés de los préstamos de vivienda afecta sensiblemente su riqueza. El mayor activo del portafolio es la casa, éste es relativamente ilíquido y con incertidumbre.

El valor de la casa generalmente excede el patrimonio neto del hogar, que se financia a través del sistema financiero con un contrato de hipoteca. Por lo tanto, la vivienda representa el 100% de la riqueza de éste grupo de hogares; sin embargo, un incremento en la tasa de interés del crédito puede incrementar el riesgo en los costos del préstamo, durante los años de financiación y afectar la riqueza de la familia.

Cuando el hogar decide del tipo de hipoteca M que financia la compra de vivienda, es importante considerar el ingreso laboral y el riesgo asociado con éste. El ingreso laboral del capital humano, es un importante activo de estos hogares. Sin embargo, el riesgo moral previene a los inversionistas de tener nuevamente préstamos por la incertidumbre respecto al salario futuro, y por lo tanto aumenta el riesgo cuando se afecta el ingreso de éstos hogares.⁴²

El valor de una hipoteca⁴³ $M(i, H, B, K)$, depende de un vector de las tasas de interés, i , el valor de la propiedad, H , el saldo pendiente, B la edad de los préstamos, K , y algunos otros parámetros. Para éste caso se considera que la hipoteca representa un porcentaje del valor total de la vivienda el cual no debe superar el 70% del valor total.

Para facilitar el análisis consideramos una tasa de interés, i la cual se toma con base en la información que suministran algunas entidades bancarias en Colombia

⁴² Campbeli John Y. and Joao F. Cocco. "Household Risk Management and Optimal Mortgage Choice. The Quarterly Journal of Economics. Vol. 118, No. 4 (Nov., 2003) pp. 1449-1494.

⁴³ Yongheng Deng, John M. Quigley, Robert van Order "Mortgage Terminations, Heterogeneity and the Exercise of Mortgage Options". Econometrica, Vol. 68, No. 2 (Mar., 2000), pp. 278.

aplicadas a sus préstamos hipotecarios, tenemos σ_i que representa la volatilidad de las tasas de interés en el corto plazo, siempre y cuando los créditos se hayan otorgado en un sistema con tasa de interés variable.

Finalmente se define una función de utilidad de tener vivienda (dada como la diferencia entre el valor actual de la casa y el valor actual de la hipoteca), para determinar una tasa de rentabilidad óptima si el propietario decide alquilar el inmueble, relacionada con la varianza de la tasa de interés hipotecaria y la aversión al riesgo, con el fin de analizar el comportamiento de los hogares cuando estos parámetros afectan la rentabilidad de la vivienda.

Modelo económico

Se define la utilidad neta de la casa como la diferencia entre el valor actual del alquiler de la casa y el valor actual de la hipoteca M_t .

El valor actual de la hipoteca esta dado como:

$$M_t = \frac{C_t}{i_t} \left(1 - \frac{1}{(1+i_t)^n} \right) \quad (5.31)$$

El valor actual del alquiler de la casa está dado como:

$$H_t = \frac{\text{Alquiler}_t}{i'_t} \left(1 - \frac{1}{(1+i'_t)^n} \right)$$

Donde:

C_t : equivale al valor de la cuota anual, i_t la tasa de interés nominal y n el número de años estimado para financiar la vivienda.

i_t : tasa de interés de la hipoteca.

i'_t : tasa de interés de un activo de renta fija.

Por lo tanto la utilidad de la casa está definida como

$$W_t = H_t - M_t \quad (5.32)$$

Dividimos esta ecuación por W_t para determinar la proporción de la casa y la hipoteca dentro de la utilidad total.

$$1 = h_t - m_t \quad (5.33)$$

$$h_t = 1 + m_t \quad (5.34)$$

⁴⁴ Rubio Gonzalo y Marín J "Economía Financiera" paginas 50-51.

Donde:

$h_t = \frac{P_t H_t}{W_t}$: representa el valor actual del alquiler de la vivienda sobre el flujo neto de la casa.

$m_t = \frac{M_t}{W_t}$: representa la proporción del valor total de la casa que está hipotecado, sobre el flujo neto de la casa.

μ_{it} : representa el promedio de las tasa de interés del crédito de vivienda durante el periodo t .

μ_{rt} : promedio de la tasa de alquiler estimada por los hogares durante el periodo t .

$$R_{it} = \mu_i - \varepsilon_{it},$$

$$R_{rt} = \mu_r - \varepsilon_{rt}$$

La rentabilidad de la porción de la vivienda pagada con recursos propios está definida como:

$$r_t = \frac{\text{Valor del alquiler de la casa}}{\text{Valor total de la casa}}$$

La porción de la vivienda financiada es decir la tasa de hipoteca está afectada por la tasa de interés nominal, con la cual las entidades financieras financian el valor del crédito hipotecario, está definida como i_t . En este caso se considera sólo el pago de la tasa de interés, dado que el pago a capital es la inversión que efectúan los hogares en la adquisición de vivienda, y es equivalente a su ahorro.

El valor óptimo de la vivienda se basa en el supuesto de que el hogar maximiza el valor de su riqueza, a partir de una función de media varianza, el alquiler de la vivienda y la variación de la tasa de interés. El objetivo es determinar los efectos de la variación de la tasa de interés hipotecaria y la aversión al riesgo sobre la rentabilidad de la vivienda

El portafolio óptimo se basa en el supuesto que las familias maximizan una función de utilidad de tener vivienda propia, a partir de los parámetros de media y varianza del retorno las tasas de interés del crédito de vivienda y del alquiler en su portafolio. El problema de los hogares es:

$$\max U_w \left\{ (\mu_{rt} h_t - \mu_{it} m_t) - \frac{A}{2} [(h_t, m_t) \Omega (h_t, m_t)^T] \right\} \quad (5.35)$$

Para facilitar el cálculo consideramos que:

μ_{rt} media de la tasa de alquiler de la vivienda.

μ_{it} media aritmética de la tasa de interés de la hipoteca $\mu = \frac{i_t - i_{t-1}}{i_{t-1}} * 100$

La matriz de varianzas y covarianzas está definida como: $\Omega = \begin{pmatrix} \sigma_r^2 & \sigma_{ri} \\ \sigma_{ir} & \sigma_i^2 \end{pmatrix}$

Sujeto a:

$$Yd_t = p_{ct}C_t + m_tH_ti_t \quad (5.36)$$

$$1 = h_t - m_t \quad (5.37)$$

Donde:

Yd_t : representa el ingreso disponible en el periodo t

p_{ct} : precio de los bienes de consumo, los cuales se toman como dados y son iguales a 1.

C_t : equivale al consumo o gasto corriente de los hogares en el periodo t.

A : representa el grado de aversión al riesgo. La aversión al riesgo disminuye cuando A tiende a cero.

σ_i^2 : varianza de la tasa de interés y σ_i representa la desviación estándar o la volatilidad

σ_r^2 : varianza de la tasa de alquiler de la casa y σ_r representa la desviación estándar o la volatilidad

Como se puede ver, se trata de un problema de decisión en tiempo discreto, puesto que el agente debe ejecutar una decisión cada vez que vence un pago, y no en otro momento, aunque, el precio de los inmuebles P_t evoluciona de modo continuo.

La restricción (Ver Ecuación (5.36)) describe la distribución del ingreso disponible de los hogares en consumo y pago de intereses de la hipoteca.

P_tH_t : Valor de la vivienda.

m_t Porcentaje de vivienda que está financiada por el sistema financiero en Colombia equivale al 70% del valor total del inmueble. Aplicando el lagrangiano a la función de utilidad de la casa tenemos la siguiente ecuación:

$$\mathcal{L} = h_t\mu_{rt} - m\mu_{it} - \frac{A}{2}[h^2\sigma_r^2 + 2hm\sigma_{ri} + m^2\sigma_i^2] - \lambda(Yd_t - p_{ct}\bar{C}_t - \mu_{it}m_tH_t) \quad (5.38)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & (1 + m_t)\mu_{rt} - i_t m_t - \frac{A}{2} [(1 + m)^2\sigma_r^2 + 2(1 + m)m\sigma_{ri} + m^2\sigma_i^2] \\ & - \lambda(Yd_t - p_t\bar{C}_t - i_t m_t H_t) \end{aligned}$$

La condiciones de primer orden:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m} = & \mu_{rt} - \mu_{it} - \frac{A}{2}[2m\sigma_r^2 + 2\sigma_{ri} + 4m\sigma_{ri} + 2m\sigma_i^2] + \lambda H_t i_t = 0; \\ \lambda = & \left(-\mu_{rt} + \mu_{it} + \frac{A}{2}[2m\sigma_r^2 + 2\sigma_{ri} + 4m\sigma_{ri} + 2m\sigma_i^2] \right) / H_t i_t \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial i} = -m_t + \lambda m_t H_t = 0;$$

$$\lambda = 1/H_t$$

Entonces se calcula el valor óptimo de la rentabilidad de alquilar la vivienda:

$$1/H_t = \left(-\mu_{rt} + \mu_{it} + \frac{A}{2} [2m\sigma_r^2 + 2\sigma_{ri} + 4m\sigma_{ri} + 2m\sigma_i^2] \right) / H_t i_t$$

$$\mu_{it} = -\mu_{rt} + \mu_{it} + \frac{A}{2} [2m\sigma_r^2 + 2\sigma_{ri} + 4m\sigma_{ri} + 2m\sigma_i^2]$$

$$\mu_{rt} = A[m\sigma_r^2 + (1 + 2m)\sigma_{ri} + m\sigma_i^2]$$

$$\mu_{rt} = A[m(\sigma_r^2 + 2\sigma_{ri} + \sigma_i^2) + \sigma_{ri}]$$

$$r_t^* = Am[\sigma_p^2 + \sigma_{ir}] \quad (5.39)$$

La anterior ecuación (Ver Ecuación (5.39)) muestra que la rentabilidad del alquiler de la vivienda depende directamente de la aversión al riesgo, la volatilidad de la tasa de interés del crédito hipotecario, la volatilidad de la tasa de alquiler y la covarianza entre las dos tasas. Un aumento de la aversión y la volatilidad incide sustancialmente en la rentabilidad de la vivienda. Cuando el hogar, disminuye su aversión al riesgo, dado un nivel de volatilidad en la tasa de interés hipotecaria, la rentabilidad de la vivienda disminuye demostrando que preferiría invertir su portafolio en otro tipo de activos más rentables.

La inversión en vivienda es un activo real, es decir, tangible. Es una inversión con poca volatilidad (menores variaciones en el precio del activo), y como consecuencia menos rentable, pero más estable.

La inversión en Bolsa (acciones) es un activo financiero, es decir, intangible. Las acciones presentan una alta volatilidad (sufren fuertes variaciones en el precio del activo, tanto al alza como a la baja) y como consecuencia una mayor rentabilidad a largo plazo.

Una mayor volatilidad de la tasa de interés⁴⁵ afecta sensiblemente el pago de la cuota hipotecaria, incrementando el riesgo de no pago hasta causar la pérdida del

⁴⁵ En Colombia la UVR es la unidad de cuenta que debe utilizarse en los créditos para la financiación de vivienda, por disposición de la Ley 546 de 1999, cuyo valor en pesos se determina exclusivamente con base en la inflación como tope máximo, sin ningún otro elemento ni factor adicional; es decir, corresponde exactamente a la variación del índice de precios al consumidor, IPC certificado por el DANE.

Si la variación en el comportamiento de la inflación es considerable, el valor en pesos de la UVR aumentará de la misma manera; por el contrario, si dicha variación es poca, el aumento del valor en pesos de la UVR será menor. ICAV.

inmueble. En Colombia la Corte Constitucional determinó que la vivienda es un bien merito y por tanto no se debe dejar al mercado la fijación del costo de su financiamiento, ni las condiciones en las cuales se otorgan los cuales los créditos, por lo que sobre el mismo deben existir controles y cobrarse las menores tasas del mercado y menores aún para la vivienda de interés social.

Sin embargo, en Colombia en virtud de los desequilibrios macroeconómicos, el mercado exige una elevada prima por la colocación de los recursos a largo plazo – del orden de los 8 puntos porcentuales-, tasa que en economías desarrolladas no supera los 3 puntos porcentuales. Esta prima incorpora dos elementos de riesgo: el riesgo país, que podría estimarse en cinco puntos porcentuales en promedio en los últimos años, y el riesgo de plazo, que puede ser de los tres puntos porcentuales.

Pero, quizás más complejo aún, es el híbrido que quedó- que opere con reglas del mercado por el lado del pasivo y controlado administrativamente por el lado del activo- no se hizo extensivo a las demás operaciones financieras. Como resultado, dentro del marco de la política de multibanca quedó establecido que el crédito hipotecario no sólo debe competir con las demás actividades que realizan los bancos, sujetas a menores riesgos y restricciones, sino también con la política del gobierno de colocar en el sector financiero títulos de deuda pública más rentables y menos riesgosos que el otorgamiento de crédito hipotecario.

A ese riesgo habría que añadir el riesgo crediticio asociado a la recuperación de la cartera que, en principio, es reducido cuando es fácil y oportuno acceder a las garantías que sirven de respaldo para el otorgamiento del crédito. Sin embargo, éste no es el caso en Colombia. El plazo de un proceso ejecutivo con título hipotecario llegó a demorarse en promedio hasta cinco años –en la actualidad es algo menor-, producto de la enorme congestión judicial y del sinnúmero de demandas en contra del sistema hipotecario por cuenta de la liquidación y reliquidación de los créditos y de la confusión y desconfianza en las normas. Ello, sin siquiera mencionar el sesgo anti acreedor vigente en la legislación colombiana, señalado por varios analistas nacionales e internacionales. Por otra parte, algunos fallos de tribunales y juzgados han llegado a poner en entredicho la forma de liquidación de los créditos, creando una incertidumbre jurídica inconveniente para la estabilidad del sistema.

La desventaja en que quedó el financiamiento hipotecario frente a las demás operaciones financieras se neutralizó en parte con algunas exenciones tributarias transitorias, que incrementan en algo la rentabilidad de la operación y reducen parcialmente los riesgos y sesgos en su contra, pero no los anulan.

Frente a esta situación, las entidades crediticias vienen sustituyendo el negocio hipotecario por otras actividades más rentables y menos riesgosas, de suerte que en la actualidad la participación de la cartera hipotecaria en el activo total de las

antiguas CAV'S se redujo de 83% al inicio de la década del noventa a 41% en el 2004.

5.6 MODELO CON LA FUNCIÓN COBB DOUGLAS

El modelo de media varianza, y aversión al riesgo permite analizar el comportamiento del inversionista en un contexto de equilibrio general y es compatible con los axiomas de elección racional y el proceso estocástico de los retornos de los activos. Sin embargo, se presenta una manera alternativa de analizar la función de utilidad del portafolio a partir de una función exponencial, que combina la participación de los activos del portafolio, con las variables del mercado (tasas de interés) las cuales fluctúan permanentemente y afectan la utilidad del mismo. Este modelo se basa en una simplificación del modelo exponencial Cobb-Douglas y considera la relación de los activos vivienda y ahorro principalmente con la tasa de interés y la aversión al riesgo.

5.6.1 Modelo con la función Cobb Douglas incluye ahorro y vivienda

En éste caso se define un portafolio compuesto por dos activos la tenencia de vivienda y los depósitos de ahorro. Para tal fin, se ha considerado que el valor de la vivienda está dado y que el agente está asumiendo una parte de la misma en forma de hipoteca y desea obtener alguna rentabilidad a través de su alquiler. Asimismo, considera rentable depositar parte de sus recursos en el sistema financiero. Al determinar la utilidad del portafolio se puede contrarrestar el riesgo de mercado que genera la variación de la tasa de interés sobre el pago de la hipoteca, y establecer la relación de cada activo con la tasa de alquiler y el retorno de los depósitos de ahorro.

Sea la siguiente función de Utilidad compuesta por dos activos:

$$U = U(H_t, S_t) \quad (5.40)$$

s. a

$$Yd_t = \bar{C}_t + i'_t S_t + i_t M_t \quad (5.41)$$

El valor total de la vivienda está dada y se define como \bar{H}_t

ρ : es el porcentaje de la casa pagada con recursos propios.

$1 - \rho$: representa el porcentaje del valor total de la casa que está financiada por el banco.

r_t : tasa de alquiler de la vivienda, si el propietario decide alquilarla.

i'_t : Tasa de interés que se paga por los depósitos de ahorro.

i_t : Tasa de interés que se paga por la hipoteca

M_t Valor total de la Hipoteca.

\bar{H}_t : El valor de la casa está dado.

Yd_t Ingreso disponible del hogar en el período t

\bar{C}_t Gasto corriente del Hogar el cual está dado.

Donde θ : es el porcentaje de participación del ingreso dentro del gasto de vivienda representado por el pago de la cuota del crédito.

$1 - \theta$: es la proporción del ingreso dedicada al ahorro.

Definimos el valor de la casa de la siguiente manera:

$$\bar{H}_t = \rho \bar{H}_t + (1 - \rho)(H_t r_t - i_t M_t) \quad (5.42)$$

$$(1 - \rho)\bar{H}_t = (1 - \rho)(H_t r_t - i_t M_t)$$

$\bar{H}_t = H_t r_t - i_t M_t$ Esta ecuación representa el flujo neto de la casa representada como la diferencia entre la tasa de alquiler por el valor de la casa y el pago de la hipoteca, cuando esta diferencia se reduce, el propietario del inmueble corre menor riesgo de pérdida.

$$i_t M_t = +H_t r_t - \bar{H}_t$$

$$Yd_t = \bar{C}_t + i_t' S_t + H_t r_t - \bar{H}_t \quad (5.43)$$

$$Yd_t - \bar{C}_t + \bar{H}_t = i_t' S_t + H_t r_t$$

$D = Yd_t - \bar{C}_t + \bar{H}_t$ Tanto el consumo como el ingreso disponible y el valor de la casa están dados. Se simplifican a través de D.

$$D = i_t' S_t + H_t r_t \quad (5.44)$$

$$\mathcal{L} = U(H, S) - \lambda(S_t i_t' + H_t r_t - D)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial H} = \frac{\partial U}{\partial H} - \lambda r_t = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial S} = \frac{\partial U}{\partial S} - \lambda i_t' = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = S_t i_t' - H_t r_t - D = 0$$

$$\lambda = \frac{\partial U}{\partial H} r; \lambda = \frac{\partial U}{\partial S} i_t' = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial H} r = \frac{\partial U}{\partial S} i_t'$$

$$\frac{\partial U / \partial H}{\partial U / \partial S} = \frac{i'_t}{r}$$

Tomando la función de Utilidad Cobb Douglas

$$\frac{U(H_t^\theta S_t^{1-\theta})^{1-A}}{1-A} \quad (5.45)$$

A representa el parámetro de Aversión al riesgo $0 > A \leq 1$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial H} &= \theta H_t^{\theta-1} S_t^{1-\theta} \\ \frac{\partial U}{\partial S} &= (1-\theta) H_t^\theta S_t^{-\theta} \\ \frac{\partial U / \partial H}{\partial U / \partial S} &= \frac{\theta H_t^{\theta-1} S_t^{1-\theta}}{(1-\theta) H_t^\theta S_t^{-\theta}} \\ \frac{i'_t}{r_t} &= \frac{\theta H_t^{\theta-1} S_t^{1-\theta}}{(1-\theta) H_t^\theta S_t^{-\theta}} \\ \frac{i'_t}{r_t} &= \frac{\theta S_t}{(1-\theta) H_t} \end{aligned}$$

$$s^*_t = \frac{D i'_t (1-\theta)}{[\theta r^2 + (1-\theta) i'_t]} \quad (5.46)$$

Esta función (Ver Ecuación (5.46)) establece que la cantidad óptima de ahorro está influenciada positivamente por la tasa de interés que el mercado ofrece para éste tipo de depósitos y negativamente por la tasa de alquiler al cuadrado, cuando ésta última tasa aumenta, el inversionista disminuye la proporción de recursos en depósitos de ahorro, dadas las participaciones que tiene para utilizar sus recursos para pagar los gastos financieros de la vivienda y el ahorro. Por lo tanto si la tasa de interés de los depósitos de ahorro aumenta, así como la de otro tipo de captaciones, el valor óptimo del ahorro aumenta; por lo tanto, el riesgo de mercado incide positivamente en el valor del ahorro.

Reemplazando la ecuación 5.45 en la 5.44 obtenemos

$$\begin{aligned} D &= i'_t \frac{D i'_t (1-\theta)}{[\theta r^2 + (1-\theta) i'_t]} + H_t r_t \\ H_t^* &= \frac{D \left[1 - \frac{i_t'^2 (1-\theta)}{[\theta r^2 + (1-\theta) i'_t]} \right]}{r_t} \end{aligned}$$

$$H_t^* = \frac{D\theta r_t}{[(\theta r^2 + (1-\theta)i_t'] \quad (5.47)$$

La función anterior (Ver Ecuación (5.47)) establece que la rentabilidad de la vivienda se relaciona directamente con la tasa de alquiler r_t dada la contribución de recursos a los gastos de vivienda θ , pues un aumento en la tasa de alquiler incrementa de manera sensible la rentabilidad de la vivienda y está afectada inversamente por la sumatoria de la tasa de alquiler al cuadrado y la tasa de interés de los depósitos de ahorro por sus participaciones. Es de anotar que la tasa de alquiler está sujeta al comportamiento de la tasa de inflación, en Colombia cerca de 15 millones de personas viven en alquiler.

Por lo tanto la función de utilidad óptima se define como: $U(H_t^*, S_t^*) = \frac{U(H_t^{*\theta} S_t^{*(1-\theta)})^{1-A}}{1-A}$

5.6.2 Modelo con la función Cobb Douglas incluye consumo y vivienda

Otro portafolio está compuesto por una función de utilidad que depende de dos activos los gastos corrientes C_t y los gastos en vivienda H_t .

La función de utilidad del portafolio presenta los siguientes productos:

$$U(H_t, C_t) = \frac{(H_t^\theta C_t^{1-\theta})^{1-A}}{1-A} \quad (5.48)$$

s.a.

$$Yd_t = P_t C_t + i_t M_t \quad (5.49)$$

$$\bar{H}_t = \rho \bar{H}_t + (1 - \rho)(H_t r_t - i_t M_t)$$

$$(1 - \rho)\bar{H}_t = (1 - \rho)(H_t r - i_t M_t)$$

$\bar{H}_t = H_t r - i_t M_t$ Flujo neto de la casa

$$\begin{aligned} i_t M_t &= +H_t r_t - \bar{H}_t \\ \mathcal{L} &= U(rH_t, C_t) - \lambda(P_t C_t + +H_t r_t - \bar{H}_t - Yd_t) \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial H} &= \frac{\partial U}{\partial H} - \lambda r_t = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C} &= \frac{\partial U}{\partial C} - \lambda p = 0 \\ \frac{\frac{\partial U}{\partial H}}{\frac{\partial U}{\partial C}} &= \frac{r}{p} \end{aligned}$$

Donde:

Yd_t : es el ingreso disponible del hogar
 M_t : valor de la hipoteca.
 r_t : es la tasa de alquiler que recibiría al hogar por arrendar el inmueble
 C_t : gasto corriente del hogar.
 A : parámetro de aversión al riesgo. $0 < A \leq 1$
 ρ : es el valor de la casa pagada con recursos propios.
 $1 - \rho$: % del Valor de la casa financiada que está financiada.
 \bar{H}_t : valor de la vivienda el cual está dado.

La función exponencial de utilidad está definida como:⁴⁶

$$U(H_t, C_t) = \frac{U(H_t^\theta C_t^{1-\theta})^{1-A}}{1-A} \quad (5.50)$$

Donde θ : es el porcentaje de participación del ingreso dentro del gasto de vivienda

$1 - \theta$: es la proporción del ingreso dedicada al gasto corriente.

$$C_t > 0 ; H_t > 0$$

La condición de primer orden:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial U}{\partial H} &= \theta H_t^{1-\theta} C_t^{1-\theta} \\
 \frac{\partial U}{\partial C} &= 1 - \theta H_t^{1-\theta} C_t^{-\theta} \\
 \frac{\partial U / \partial H}{\partial U / \partial C} &= \frac{\theta H_t^{1-\theta} C_t^{1-\theta}}{1 - \theta H_t^{1-\theta} C_t^{-\theta}} \\
 \frac{\partial U / \partial H}{\partial U / \partial C} &= \frac{\theta C}{(1 - \theta)H} \\
 \frac{\theta C}{(1 - \theta)H} &= \frac{r}{p}
 \end{aligned}$$

$$C_t^* = \frac{(1-\theta)r_t H_t}{\theta} \quad (5.51)$$

$$\begin{aligned}
 Yd_t &= P_t C_t + i_t M_t \\
 Yd_t &= P_t C_t + H_t r_t - \bar{H}_t \\
 Yd_t + \bar{H}_t &= D
 \end{aligned}$$

⁴⁶ Rui Yao and Harold H. Zhang Source. Optimal Consumption and Portfolio Choices with Risky Housing and Borrowing Constraints. The Review of Financial Studies, Vol. 18, No. 1 (Spring, 2005), pp. 197-239

$$D = P_t C_t + H_t r_t \quad (5.52)$$

$$H_t = \frac{D - P_t C_t}{r_t} \quad (5.53)$$

Reemplazando 5.52 en 5.53 y después de unas manipulaciones algebraicas tenemos que el consumo óptimo se define como:

$$C_t^* = (1 - \theta)D \quad (5.54)$$

El gasto del consumo es una función depende directamente de D y la propensión marginal a consumir.

Reemplazando (5.54) en (5.53) definimos H^*

$$H_t^* = \frac{D\theta}{r_t} \quad (5.55)$$

Esta ecuación indica que el gasto dedicado al pago de la casa depende directamente de D es decir del Ingreso disponible y el valor de la casa, dada la proporción del ingreso destinado a cubrir el pago de la casa (θ), y depende inversamente de la tasa de alquiler r_t , es decir que si el hogar decide alquilar el inmueble se reduce los gastos dedicados al pago de la amortización de la vivienda. La función de utilidad óptima se define como:

$$U(H_t^*, C_t^*) = \frac{U(H_t^{*\theta} C_t^{*(1-\theta)})^{1-A}}{1-A} \quad (5.56)$$

Tabla 2. Cuadro resumen comparativo de algunos modelos teóricos tomados como referencia

Modelo de Harry Markowitz 1952	Modelo de Flavin Marjorie and Takashi Yamashita 2002
<p>El modelo de Media- Varianza de Markowitz (1952) se define como la optimización simultánea de dos funciones objetivo.</p> <p>El rendimiento del portafolio está definida como: $R = \sum R_i X_i$</p> <p>Donde R_i representa el rendimiento del activo i, que representa la variable aleatoria y X_i la cantidad del activo i no es una variable aleatoria porque es determinada por el inversionista y N el número de activos.</p> <p>El valor esperado del portafolio es:</p> $E = \sum_{i=1}^N X_i \mu_i$ <p>La varianza está definida como:</p> $V(R) = \sum_{i=1}^N X_i^2 V(X_i) + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \sigma_{ij}$ $V = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_{ij} X_i X_j \quad (1.4)$ $\text{Max } E(R_p) = \sum_{i=1}^N X_i E(R_i)^{47}$ <p>Minimiza el riesgo del portafolio:</p> $\text{Min} \sigma_p^2 E(R_p) = \sum_{i=1}^N X_i X_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (1.6)$ <p>Sujeto a:</p> $s. a. \sum_{i=1}^N X_i = 1 \quad (1.7)$ $X_i \geq 0 \text{ para todo } i = 1, 2, \dots, N \text{ activos.}$ <p>En su modelo, Markowitz, dice que los inversionistas tienen una conducta racional a la hora de seleccionar su cartera de inversión y por lo tanto siempre buscan obtener la máxima rentabilidad sin tener que asumir un alto nivel de riesgo. Muestra también, como hacer una cartera óptima disminuyendo el riesgo de manera que el rendimiento no se vea afectado.</p>	<p>La riqueza total del hogar W_t, está definida como⁴⁸:</p> $W_t = X_t l + P_t H_t$ <p>Donde $X_t = (1 * n)$ vector de cantidades (bienes de consumo no durable), $l_t = (1 * n)$ es el vector de los activos en riesgo, H_t la cantidad física de la vivienda; mide en pies cuadrados, y P_t el precio por pie cuadrado de la vivienda en relación con el precio del bien no durable.</p> <p>Utilizando el último elemento de X_t para representar a la hipoteca, las limitaciones de la esquina sobre el vector de activos financieros está dado por:</p> <p>$-P_t H_t \leq X_{n,t}$ restricción sobre el préstamo de la hipoteca.</p> <p>$0 \leq X_{i,t} \quad i = 1, \dots, n-1$ (restricciones no negativas sobre otros activos financieros).</p> <p>Donde : $h_t = \frac{P_t H_t}{W_t}$, la participación de la vivienda en la riqueza total y,</p> <p>$x_t = \frac{X_t}{W_t}$ proporción de bienes de consumo no durable sobre la riqueza total</p> <p>El portafolio óptimo se calcula sobre la base que el hogar maximiza una función de media varianza del retorno de sus activos, incluyendo la vivienda.</p> $\text{Max}_{x_t} \left\{ (x_u \mu_t + h_t \mu_{Ht}) - \frac{A}{2} [x_t, h_t] \Omega [x_t, h_t]^T \right\}$ <p>Sujeto a:</p> $1 = h_t + \ell x_t$ <p>Se adicionan las siguientes restricciones:</p> <p>$-h_t \leq X_{n,t} \leq 0$ (restricción sobre el préstamo hipotecario (1.19))</p> <p>$0 \leq x_{i,t} \quad i = 1, \dots, n-1$ (restricción no negativa sobre otros activos financieros)</p> <p>En esencia, el modelo de hogar pretende maximizar la tenencia de sus activos financieros, donde el valor actual de la variable de estado representa la relación del valor de la vivienda de patrimonio neto, h_t.</p>

⁴⁷ Markowitz, Harry March (1952) Portfolio Selection, The Journal of Finance, Vol. 7 No.1 pp 77-91.

Tabla 3. Cuadro comparativo modelo portafolio de inversión propuesto por el autor

El modelo para aquellos hogares que tienen crédito de vivienda pero disponen de posibilidad de ahorro propuesta del autor	
Método media varianza 2 activos ahorro S_t y vivienda H_t	Función utilidad del portafolio, ahorro S_t y vivienda H_t Cobb-Douglas
<p>La riqueza del hogar W_t se distribuye en dos activos: la disponibilidad de ahorro y el valor total de la vivienda.</p> $W_t = S_t + P_t H_t$ <p>$h_t = \frac{P_t H_t}{W_t}$: es la participación de la vivienda en la riqueza total.</p> <p>$s_t = \frac{S_t}{W_t}$ corresponde a la participación del ahorro invertido en activos financieros, en la riqueza durante el período t</p> <p>El problema de maximización se define como:</p> $\text{Max}_w \left\{ s_t \mu_{st} + h_t \mu_{ht} - \frac{A}{2} [s_t, h_t] \Omega [s_t, h_t]^T \right\}$ <p>Sujeto a:</p> $1 = h_t + s_t$ $s_t \geq 0, \quad h_t > 0$ <p>La solución óptima del ahorro en el portafolio está dada como:</p> $s^* = \frac{[\mu_s - \mu_h + (\sigma_h^2 - \sigma_s \sigma_h) A]}{A(\sigma_s - \sigma_h)^2}$ <p>Y para la proporción óptima de la rentabilidad de vivienda está dada como:</p> $h^* = 1 - s^*$ <p>Por lo tanto:</p> $s^* + h^* = 1$ <p>A Representa la Aversión al riesgo y es mayor que cero. Cuando $A \rightarrow 0$ la aversión al riesgo disminuye.</p> <p>El modelo incluye 2 activos del portafolio la tasa de alquiler la vivienda y un activo financiero, con el fin de relacionar el comportamiento de los hogares frente al riesgo y el riesgo del mercado, para determinar la proporción del ahorro optimo para diversos grupos de hogares.</p>	$U = U(H_t, S_t)$ <p style="text-align: center;"><i>s. a</i></p> $Yd_t = \bar{C}_t + i_t S_t + i_t M_t$ $s^*_t = \frac{Di'_t(1 - \theta)}{[\theta r^2 + (1 - \theta) i'_t]}$ <p>Esta función establece que la cantidad optima de ahorro en el periodo $t S^*_t$, está influenciada positivamente por la tasa de interés que el mercado ofrece para éste tipo de depósitos y negativamente por la tasa de alquiler al cuadrado, cuando ésta última tasa aumenta, el inversionista disminuye la proporción de recursos en depósitos de ahorro, dadas las participaciones que tiene para utilizar sus recursos para pagar los gastos financieros de la vivienda y el ahorro. Por lo tanto si la tasa de interés de los depósitos de ahorro aumenta, así como la de otro tipo de captaciones, el valor óptimo del ahorro aumenta; por lo tanto, el riesgo de mercado incide positivamente en el valor del ahorro.</p> $H^*_t = \frac{D\theta r_t}{[(\theta r^2 + (1 - \theta) i'_t)]}$ <p>La función establece que la rentabilidad de la vivienda H^*_t se relaciona directamente con la tasa de alquiler r_t dada la contribución de recursos a los gastos de vivienda θ, pues un aumento en la tasa de alquiler incrementa de manera sensible la rentabilidad de la vivienda y está afectada inversamente por la sumatoria de la tasa de alquiler al cuadrado y la tasa de interés de los depósitos de ahorro por sus participaciones.</p> <p>La función de Utilidad del portafolio que incluye H^* y S^* está dada como:</p> $U(H^*_t, S^*_t) = \frac{U(H^{*\theta} S^{*1-\theta})^{1-A}}{1-A}$ <p>Donde A es la aversión al riesgo está entre $0 > A \leq 1$</p>

⁴⁸ Flavin Marjorie and Takashi Yamashita. Owner-Occupied Housing and the Composition of the Household Portfolio The American Economic Review, Vol. 92, No. 1 (Mar., 2002), pp. 345-362

Propietarios de la vivienda, pero la pagan al sistema financiero y no tienen capacidad de ahorro.	
Modelo rentabilidad de la vivienda basado en el método de media varianza	Utilidad del portafolio gasto de vivienda y consumo corriente a partir de una función Cobb-Douglas
<p>La utilidad de la casa está definida como la diferencia entre el valor actual del alquiler de la casa y el valor actual de la hipoteca M_t</p> $W_t = H_t - M_t$ <p>$h_t = \frac{P_t H_t}{W_t}$: representa el valor actual del alquiler de la vivienda sobre el flujo neto de la casa.</p> <p>$m_t = \frac{M_t}{W_t}$: representa la proporción del valor total de la casa que está hipotecado, sobre el flujo neto de la casa.</p> <p>El problema de los hogares es:</p> $\max U_w \left\{ (\mu_{rt} h_t - \mu_{it} m_t) - \frac{A}{2} [(h_t, m_t) \Omega (h_t, m_t)^T] \right\}$ <p>Para facilitar el cálculo consideramos que:</p> <p>μ_{rt} media de la tasa de alquiler de la vivienda.</p> <p>μ_{it} media aritmética de la tasa de interés de la hipoteca.</p> <p>La matriz de varianzas y covarianzas está definida como: $\Omega = \begin{pmatrix} \sigma_r^2 & \sigma_{ri} \\ \sigma_{ir} & \sigma_i^2 \end{pmatrix}$</p> <p>Sujeto a:</p> $Yd_t = p_{ct} C_t + m_t H_t i_t$ $1 = h_t - m_t$ <p>donde Yd_t representa el ingreso disponible en el periodo t</p> <p>C_t equivale al consumo o gasto corriente de los hogares en el periodo t.</p> <p>A representa el grado de aversión al riesgo y es mayor a cero. La aversión al riesgo disminuye cuando A tiende a cero.</p> <p>σ_i^2 varianza de la tasa de interés y σ_i representa la desviación estándar o la volatilidad</p> <p>σ_r^2 varianza de la tasa de alquiler de la casa y σ_r representa la desviación estándar o la volatilidad. La tasa de alquiler óptima se define como:</p> $r_t^* = Am[\sigma_p^2 + \sigma_{ir}]$	$U(H_t, C_t) = \frac{(H_t^\theta C_t^{1-\theta})^{1-A}}{1-A}$ <p>s.a.</p> $Yd_t = P_t C_t + i_t M_t$ $C_t^* = (1 - \theta)D$ <p>El gasto del consumo es una función depende directamente de D y la propensión marginal a consumir.</p> $H_t^* = \frac{D\theta}{r_t}$ <p>Esta ecuación indica que el gasto dedicado al pago de la casa depende directamente de D es decir del Ingreso disponible y el valor de la casa, dada la proporción del ingreso destinado a cubrir el pago de la casa (θ), y depende inversamente de la tasa de alquiler r_t, es decir que si el hogar decide alquilar el inmueble se reduce los gastos dedicados al pago de la amortización de la vivienda. La función de utilidad óptima está dada como:</p> $U(H_t^*, C_t^*) = \frac{U(H_t^{*\theta} C_t^{*(1-\theta)})^{1-A}}{1-A}$

6 RESULTADOS DEL CÁLCULO DEL PORTAFOLIO COMPUESTO POR ALGUNOS ACTIVOS FINANCIEROS Y ADQUISICIÓN DE VIVIENDA

6.1 RESULTADO DEL CÁLCULO DEL PORTAFOLIO PARA HOGARES PROPIETARIOS DE VIVIENDA CON CAPACIDAD DE AHORRO Y TIENEN CRÉDITOS HIPOTECARIOS CON EL SISTEMA FINANCIERO, POR METODO DE MEDIA VARIANZA

Los grupos de hogares se definieron considerando las siguientes características: un criterio de clasificación de acuerdo a la edad del jefe del hogar y el otro con base en el nivel de ingresos mensuales, para analizar cuál es su comportamiento frente al riesgo y la volatilidad de la tasa de interés sobre los depósitos de ahorro. Desde las Tabla 4 a la Tabla 11, se presentan los resultados de la distribución de los portafolios entre ahorros y adquisición de vivienda.

Tabla 4. Distribución del portafolio por ingresos mensuales en Certificados de Depósito a Término y Vivienda

A=0,005

ACTIVOS	s	h	s	h	s	h	s	h	s	h	s	h
INGRESOS	cdt 90 días 2003		cdt 90 días 2009		cdt 180 2003		cdt 180 2009		cdt 360 días 2003		cdt 360 días 2009	
240.000-999.000	0,10%	99,90%	0,46%	99,54%	1,52%	98,48%	17,61%	82,39%	0,14%	99,86%	0,60%	99,40%
1.000.000-1.999.999	0,04%	99,96%	0,39%	99,61%	0,01%	99,99%	0,46%	99,54%	0,04%	99,96%	0,52%	99,48%
2.000.000-3.071.000	0,02%	99,98%	0,39%	99,61%	0,02%	99,98%	0,49%	99,51%	0,06%	99,94%	0,55%	99,45%
3.100.000-5.999.000	13,19%	86,81%	29,77%	70,23%	15,18%	84,82%	34,18%	65,82%	20,63%	79,37%	36,36%	63,64%
> 6000.000.000	4,50%	95,50%	23,15%	76,85%	5,76%	94,24%	26,71%	73,29%	10,99%	89,01%	28,63%	71,37%

A=0,05

ACTIVOS	s	h	s	h	s	h	s	h	s	h	s	h
INGRESOS	cdt 90 días 2003		cdt 90 días 2009		cdt 180 2003		cdt 180 2009		cdt 360 días 2003		cdt 360 días 2009	
240.000-999.000	0,011%	99,989%	0,05%	99,95%	0,01%	99,99%	0,05%	99,95%	0,01%	99,99%	0,06%	99,94%
1.000.000-1.999.999	0,001%	99,999%	0,04%	99,96%	0,001%	99,999%	0,05%	99,95%	0,004%	99,996%	0,05%	99,95%
2.000.000-3.071.000	0,00%	100,0%	0,04%	100,0%	0,002%	99,998%	0,002%	99,998%	0,01%	99,99%	0,05%	99,95%
3.100.000-5.999.000	1,32%	98,7%	2,98%	97,0%	1,52%	98,48%	3,42%	96,58%	2,06%	97,94%	3,64%	96,36%
> 6000.000.000	0,5%	99,5%	2,3%	97,7%	0,58%	99,42%	2,67%	97,33%	1,10%	98,90%	2,86%	97,14%

A=0,5

ACTIVOS	s	h	s	h	s	h	s	h	s	h	s	h
INGRESOS	cdt 90 días 2003		cdt 90 días 2009		cdt 180 2003		cdt 180 2009		cdt 360 días 2003		cdt 360 días 2009	
240.000-999.000	0,001%	99,999%	0,005%	99,995%	0,001%	99,999%	0,005%	99,995%	0,001%	99,999%	0,006%	99,994%
1.000.000-1.999.999	0,0001%	99,9999%	0,0039%	99,9961%	0,0001%	99,9999%	0,005%	99,995%	0,0004%	99,9996%	0,005%	99,995%
2.000.000-3.071.000	0,000%	100,000%	0,004%	99,996%	0,000%	100,000%	0,005%	99,995%	0,001%	99,999%	0,005%	99,995%
3.100.000-5.999.000	0,13%	99,87%	0,30%	99,70%	0,15%	99,85%	0,34%	99,66%	0,21%	99,79%	0,36%	99,64%
> 6000.000.000	0,23%	99,77%	0,05%	99,95%	0,06%	99,94%	0,27%	99,73%	0,11%	99,89%	0,29%	99,71%

A=1

ACTIVOS	s	h	s	h	s	h	s	h	s	h	s	h
INGRESOS	cdt 90 días 2003		cdt 90 días 2009		cdt 180 2003		cdt 180 2009		cdt 360 días 2003		cdt 360 días 2009	
240.000-999.000	0,000%	100,000%	0,002%	99,998%	0,001%	99,999%	0,003%	99,997%	0,001%	99,999%	0,003%	99,997%
1.000.000-1.999.999	0,00%	100,00%	0,00%	100,00%	0,00%	100,00%	0,00%	100,00%	0,00%	100,00%	0,00%	100,00%
2.000.000-3.071.000	0,00%	100,00%	0,00%	100,00%	0,00%	100,00%	0,00%	100,00%	0,00%	100,00%	0,00%	100,00%
3.100.000-5.999.000	0,07%	99,93%	0,15%	99,85%	0,07%	99,93%	0,08%	99,92%	0,10%	99,90%	0,18%	99,82%
> 6000.000.000	0,02%	99,98%	0,12%	99,88%	0,03%	99,97%	0,13%	99,87%	0,05%	99,95%	0,14%	99,86%

	hogar	cdt-360 2009	cdt 360 2003	cdt-90 2009	CDT-90 2003	cdt 180 2003	cdt 180 '2009
MEDIA	0,75%	7,00%	8,57%	6,14%	7,80%	8,40%	6,80%
SDTAND	0,002421663	0,0205	0,004607167	0,019046425	0,000770281	0,001341625	0,019652148
VARIAZNA	5,86445E-06	0,0004	2,1226E-05	0,000362766	5,93333E-07	1,79996E-06	0,0004
CORELACIÓN		(0,0461)	(0,0461)	0,08743	0,08743	-0,074777606	-0,07477761

Fuente: www.superfinanciera.gov.co . Información tomada el 30 de mayo de 2010. Cálculos del autor.

De acuerdo a los resultados de los cálculos del portafolio de inversión por nivel de ingresos, (Véase (Tabla 4)) se observa que cuando hay menor aversión al riesgo ($A=0,005$) el grupo de hogares cuyo rango de ingresos oscila entre 3,0 - 5,9 millones, tiende a invertir sus ahorros en certificados de depósito a término a 180 y 360 días con la rentabilidad del año 2009 de 6.8% y 7% E.A. respectivamente, éstas tasas presentan una correlación negativa con la tasa de alquiler de la vivienda; sin embargo, la proporción de recursos que el hogar invierte en este tipo de activos no es muy significativa (34,18% para cdt's a 180 días y 36.36% para cdt's a 360 días). Los grupos de hogares cuyos ingresos son superiores a los 6 millones de pesos se inclinan por invertir su portafolio en cdts a 360 días del año 2009, con una participación de éstos activos del 28,63 dentro del portafolio, seguido por los cdts a 180 días, cuando la aversión al riesgo es de 0,005. Para los demás grupos de ingresos con un menor valor de aversión al riesgo la participación de los cdt's no es muy significativa dentro el portafolio y se inclina por obtener rentabilidad para su portafolio, alquilando la vivienda. Este comportamiento, rechaza la hipótesis que afirma: que una menor aversión al riesgo (DAR) y un mayor riesgo de mercado cuando aumenta la tasa de interés de los activos financieros, los hogares aumentan la proporción de éstos activos en sus portafolios de inversión.

Hace unos 15 años probablemente eran una opción de inversión, o debería decir más bien de ahorro para aquellas personas que estaban buscando alternativas conservadoras y relativamente estables. Los cdt's se convirtieron en una de las formas de inversión que muchas personas preferían básicamente porque la oferta de productos un poco más sofisticados en Colombia todavía no existía. Es decir, fuera de los cdt's, de los fondos comunes ordinarios de las fiduciarias, de las cédulas de capitalización y de otros productos de inversión parecidos y en muchos casos obsoletos.

Tabla 5. Distribución del portafolio cdt's y vivienda

A 0,005

EIDADES	cdt 90 días 2003		cdt 90 días 2009		cdt 180 días 2003		cdt 180 días 2009		cdt 360 días 2003		cdt 360 días 2009	
	s	h	s	h	s	h	s	h	s	h	s	h
23-39 años	0,05%	99,95%	0,40%	99,60%	0,06%	99,94%	22,40%	77,60%	0,09%	99,91%	0,57%	99,43%
40-49 años	0,01%	99,99%	0,39%	99,61%	0,01%	99,99%	22,73%	77,27%	0,04%	99,96%	0,54%	99,46%
50-59 años	0,01%	99,99%	0,39%	99,61%	0,02%	99,98%	22,84%	77,16%	0,05%	99,95%	0,54%	99,46%
mayores 60 años	0,22%	99,78%	0,52%	99,48%	0,25%	99,75%	23,26%	76,74%	0,29%	99,71%	0,75%	99,25%

A 0,05

EIDADES	cdt 90 días 2003		cdt 90 días 2009		cdt 180 días 2003		cdt 180 días 2009		cdt 360 días 2003		cdt 360 días 2009	
	s	h	s	h	s	h	s	h	s	h	s	h
23-39 años	0,01%	99,99%	0,04%	99,96%	0,01%	99,99%	2,24%	97,76%	0,01%	99,99%	0,06%	99,94%
40-49 años	0,001%	99,999%	0,039%	99,961%	0,001%	99,999%	2,273%	97,727%	0,004%	99,996%	0,054%	99,946%
50-59 años	0,001%	99,999%	0,039%	99,961%	0,002%	99,998%	2,284%	97,716%	0,005%	100,00%	0,05%	99,95%
mayores 60 años	0,02%	99,98%	0,05%	99,95%	0,02%	99,98%	2,33%	97,67%	0,03%	99,97%	0,08%	99,92%

A 0,5

EIDADES	cdt 90 días 2003		cdt 90 días 2009		cdt 180 días 2003		cdt 180 días 2009		cdt 360 días 2003		cdt 360 días 2009	
	s	h	s	h	s	h	s	h	s	h	s	h
23-39 años	0,001%	99,999%	0,004%	99,996%	0,001%	99,999%	0,22%	99,78%	0,00%	100,00%	0,01%	99,99%
40-49 años	0,000%	100,000%	0,004%	99,996%	0,000%	100,000%	0,23%	99,77%	0,00%	100,00%	0,01%	99,99%
50-59 años	0,000%	100,000%	0,004%	99,996%	0,000%	100,000%	0,00%	100,00%	0,00%	100,00%	0,01%	99,99%
mayores 60 años	0,002%	99,998%	0,005%	99,995%	0,002%	99,998%	0,23%	99,77%	0,00%	100,00%	0,01%	99,99%

A 1,00000

EIDADES	cdt 90 días 2003		cdt 90 días 2009		cdt 180 días 2003		cdt 180 días 2009		cdt 360 días 2003		cdt 360 días 2009	
	s	h	s	h	s	h	s	h	s	h	s	h
23-39 años	0,0003%	99,9997%	0,0020%	99,9980%	0,0003%	99,9997%	0,1122%	99,8878%	0,0005%	99,9995%	0,0029%	99,9971%
40-49 años	0,00005%	99,99995%	0,0019%	99,9981%	0,0001%	99,9999%	0,1137%	99,8863%	0,0002%	99,9998%	0,0027%	99,9973%
50-59 años	0,0001%	99,9999%	0,0020%	99,9980%	0,0001%	99,9999%	0,1143%	99,8857%	0,0002%	99,9998%	0,0027%	99,9973%
mayores 60 años	0,0011%	99,9989%	0,0026%	99,9974%	0,0012%	99,9988%	0,1169%	99,8831%	0,0015%	99,9985%	0,0038%	99,9962%

	ALQUILER	cdt-360 2009	cdt 360 2003	cdt-90 2009	CDT-90 2003	cdt 180 2003	cdt 180 '2009
MEDIA	0,75%	7,00%	8,57%	6,14%	7,80%	8,40%	6,80%
SDTAND	0,002422	0,020486	0,004607	0,019046	0,000770	0,001342	0,019652
VARIAZNA	0,000006	0,000420	0,000021	0,000363	0,000001	0,000002	0,000386
CORRELACIÓN		-0,046114463	-0,04611446	0,087425987	0,08742599	-0,074777606	-0,0747776

Fuente: www.asobancaria.gov.co

Desde el punto de vista de la distribución del portafolio por edades, los resultados demuestran que la preferencia por los cdt's no es relevante a pesar de ser un activo con poco riesgo y con una tasa estable. Sólo se observa alguna participación similar para todos los grupos de edades seleccionados cuando invierte en certificados de depósito a término a 180 días del año 2009 (en promedio el 22% en la composición del portafolio). Por lo tanto por edades, la hipótesis de una menor aversión al riesgo por invertir en un activo financiero no se cumple, en todos los casos los grupos seleccionados por edades prefieren invertir su portafolio en el alquiler de la vivienda. Se puede decir que la edad es indiferente a la rentabilidad que ofrece éstos certificados, a pesar de ser activos cuya rentabilidad es estable y segura. Como son activos fijos su riesgo de mercado es bajo. Nuevamente estos resultados rechazan la hipótesis que afirma: que una menor aversión al riesgo (DAR) y un mayor riesgo de mercado cuando aumenta la tasa de interés de los activos financieros, los hogares aumentan la proporción de éstos activos en sus portafolios de inversión.

Tabla 6. Distribución del Portafolio Fondos de pensiones y vivienda por edades

A=0,005

ACTIVOS	s	h	s	h	s	h	s	h
Edades	CITI COL		Horizonte - BBVA Horizonte		ING		Porvenir - Porvenir	
25-39 años	11,6%	88,4%	3,5%	96,5%	37,9%	62,1%	6,9%	93,1%
40-49 años	4,9%	95,1%	1,6%	98,4%	26,9%	73,1%	3,5%	96,5%
50-59 años	6,0%	94,0%	1,8%	98,2%	28,6%	71,4%	4,0%	96,0%
mayor de 60 años	26,7%	73,3%	12,8%	87,2%	48,2%	51,8%	13,1%	86,9%

A=0,1

ACTIVOS	s	h	s	h	s	h	s	h
Edades	CITI COL		Horizonte - BBVA Horizonte		ING		Porvenir - Porvenir	
25-39 años	0,58%	99,42%	0,17%	99,83%	1,89%	98,11%	0,34%	99,66%
40-49 años	0,25%	99,75%	0,08%	99,92%	1,34%	98,66%	0,17%	99,83%
50-59 años	0,30%	99,70%	0,09%	99,91%	1,43%	98,57%	0,20%	99,80%
mayor de 60 años	13,58%	86,42%	6,58%	93,42%	24,32%	75,68%	6,79%	93,21%

A=0,5

ACTIVOS	s	h	s	h	s	h	s	h
Edades	CITI COL		Horizonte - BBVA Horizonte		ING		Porvenir - Porvenir	
25-39 años	0,12%	99,88%	0,03%	99,97%	0,38%	99,62%	0,07%	99,93%
40-49 años	0,05%	99,95%	0,02%	99,98%	0,27%	99,73%	0,03%	99,97%
50-59 años	0,06%	99,94%	0,02%	99,98%	0,29%	99,71%	0,04%	99,96%
mayor de 60 años	3,07%	96,93%	1,60%	98,40%	5,22%	94,78%	1,72%	98,28%

A=1

ACTIVOS	s	h	s	h	s	h	s	h
Edades	CITI COL		Horizonte - BBVA Horizonte		ING		Porvenir - Porvenir	
25-39 años	0,06%	99,94%	0,02%	99,98%	0,19%	99,81%	0,03%	99,97%
40-49 años	0,02%	99,98%	0,01%	99,99%	0,13%	99,87%	0,02%	99,98%
50-59 años	0,03%	99,97%	0,01%	99,99%	0,14%	99,86%	0,02%	99,98%
mayor de 60 años	1,76%	98,24%	0,97%	99,03%	2,84%	97,16%	1,09%	98,91%

	hogar	CITI COL	Horizonte - BBVA H	ING	Porvenir - Porveni	PROTECCION	Protección - Smurfit	Protección - X.M. S.	Skandia - Multifund
MEDIA	0,923%	20,280%	11,890%	35,030%	10,360%	27,500%	23,630%	13,083%	10,923%
SDTAND	0,0295366	0,0296311	0,025864493	0,0599743	0,037958438	0,125943	0,096439463	0,026864196	0,027247488
VARIAZNA	0,0008724	0,000878	0,000668972	0,0035969	0,001440843	0,0158617	0,00930057	0,000721685	0,000742426
CORRELACION		-0,712294	-0,025190848	-0,3050304	-0,592415283	0,1114755	-0,683746997	-1	0,599214568

Fuente www.asofondos.gov.co información tomada junio 20 de 2010.

Los resultados anteriores relacionados con la distribución entre los Fondos de Pensiones y la vivienda, demuestran que hay una clara relación entre una menor aversión al riesgo, una mayor rentabilidad y un mayor riesgo de mercado, en la composición del portafolio para hogares por grupos de edad, cuyo jefe tiene un promedio de edad mayor a 60 años se observa una tendencia a invertir su portafolio en los fondos ING y Citi Col. Lo interesante es que a mayor edad aumenta la preferencia por invertir en estos fondos frente a la decisión de rentar su vivienda. Una mayor tasa de interés asociada a una mayor volatilidad, es determinante en las decisiones de mejorar la rentabilidad del portafolio (Véase Tabla No 6).

Tabla 7. Distribución del Portafolio por Fondos de pensiones y edades

A=0,005

ACTIVOS	s	h	s	h	s	h	s	h
Edades	PROTECCION		Protección - Smurfit		Protección - X.M. S.A.		Skandia - Multifund	
25-39 años	84,5%	15,5%	63,9%	36,1%	7,7%	92,3%	1,3%	98,7%
40-49 años	83,5%	16,5%	47,2%	52,8%	2,9%	97,1%	1,1%	98,9%
50-59 años	82,3%	17,7%	49,9%	50,1%	3,7%	96,3%	0,9%	99,1%
mayor de 60 años	35,7%	64,3%	45,1%	54,9%	17,3%	82,7%	10,0%	90,0%

A=0,1

ACTIVOS	s	h	s	h	s	h	s	h
Edades	PROTECCION		Protección - Smurfit		Protección - X.M. S.A.		Skandia - Multifund	
25-39 años	4,23%	95,77%	3,20%	96,80%	0,39%	99,61%	0,07%	99,93%
40-49 años	4,17%	95,83%	2,36%	97,64%	0,15%	99,85%	0,05%	99,95%
50-59 años	4,12%	95,88%	2,50%	97,50%	0,19%	99,81%	0,05%	99,95%
mayor de 60 años	18,02%	81,98%	22,91%	77,09%	8,90%	91,10%	5,17%	94,83%

A=0,5

ACTIVOS	s	h	s	h	s	h	s	h
Edades	PROTECCION		Protección - Smurfit		Protección - X.M. S.A.		Skandia - Multifund	
25-39 años	0,85%	99,15%	0,64%	99,36%	0,08%	99,92%	0,01%	99,99%
40-49 años	0,83%	99,17%	0,47%	99,53%	0,03%	99,97%	0,01%	99,99%
50-59 años	0,82%	99,18%	0,50%	99,50%	0,04%	99,96%	0,01%	99,99%
mayor de 60 años	3,90%	96,10%	5,18%	94,82%	2,16%	97,84%	1,26%	98,74%

A=1

ACTIVOS	s	h	s	h	s	h	s	h
Edades	PROTECCION		Protección - Smurfit		Protección - X.M. S.A.		Skandia - Multifund	
25-39 años	0,42%	99,58%	0,32%	99,68%	0,04%	99,96%	0,01%	99,99%
40-49 años	0,42%	99,58%	0,24%	99,76%	0,01%	99,99%	0,01%	99,99%
50-59 años	0,41%	99,59%	0,25%	99,75%	0,02%	99,98%	0,00%	100,00%
mayor de 60 años	2,14%	97,86%	2,96%	97,04%	1,31%	98,69%	0,77%	99,23%

	hogar	CITI COL	Horizonte - BBVA H	ING	Porvenir - Porveni	PROTECCION	Protección - Smurfit	Protección - X.M. S.	Skandia - Multifund
MEDIA	0,923%	20,280%	11,890%	35,030%	10,360%	27,500%	23,630%	13,083%	10,923%
SDTAND	0,0295366	0,0296311	0,025864493	0,0599743	0,037958438	0,125943	0,096439463	0,026864196	0,027247488
VARIAZNA	0,0008724	0,000878	0,000668972	0,0035969	0,001440843	0,0158617	0,00930057	0,000721685	0,000742426
CORRLEACION		-0,712294	-0,025190848	-0,3050304	-0,592415283	0,1114755	-0,683746997	-1	0,599214568

Fuente: www.asofondos.gov.co Información tomada el 30 de junio de 2010.

En el caso de la Inversión en Fondos de pensiones voluntarias como instrumento de ahorro, los cálculos demuestran que por edades, existe una clara relación entre una mayor rentabilidad del fondo y el riesgo de mercado asociado a una menor aversión al riesgo en las decisiones los hogares, principalmente en aquellos grupos de hogares, cuyas edades oscilan entre los 25-59 años. La hipótesis se demuestra claramente, en la preferencia hacia el Fondo de Protección el cual para el año 2009 ofreció la mayor tasa de interés de este mercado, pero asociada a una mayor volatilidad, la cual depende de la rentabilidad del mercado accionario y de los TES. Para el segmento de hogares donde la edad del jefe es mayor de los 60 años las decisiones de inversión hacia este fondo disminuye.

Cuando la aversión al riesgo es mayor, es decir igual a 1 la decisión de todos los hogares se inclinan por la rentabilidad de la casa, sustentada en el alquiler, entonces se demuestra la hipótesis de un mayor riesgo de mercado y una aversión al riesgo de los hogares al considerar el alquiler de la vivienda como el activo que genera más rentabilidad a su portafolio.

Tabla 8. Distribución del Portafolio por ingresos activos Fondo de pensiones y vivienda

A=0,005

ACTIVOS	s	h	s	h	s	h	s	h
INGRESOS	CITI COL		Horizonte - BBVA Horizonte		ING		Porvenir - Porvenir	
240.000-999.000	5,06%	94,94%	1,66%	98,34%	27,18%	72,82%	3,60%	96,40%
1.000.000-1.999.999	2,80%	97,20%	1,18%	98,82%	22,37%	77,63%	2,36%	97,64%
2.000.000-3.071.000	4,07%	95,93%	1,52%	98,48%	25,63%	74,37%	3,09%	96,91%
3.100.000-5.999.000	11,60%	88,40%	5,78%	94,22%	41,17%	58,83%	7,31%	92,69%
> 6000.000.000	3,85%	96,15%	1,51%	98,49%	25,31%	74,69%	2,99%	97,01%

A=0,1

ACTIVOS	s	h	s	h	s	h	s	h
INGRESOS	CITI COL		Horizonte - BBVA Horizonte		ING		Porvenir - Porvenir	
240.000-999.000	0,25%	99,75%	0,08%	99,92%	1,36%	98,64%	0,18%	99,82%
1.000.000-1.999.999	0,14%	99,86%	0,06%	99,94%	1,12%	98,88%	0,12%	99,88%
2.000.000-3.071.000	0,20%	99,80%	0,08%	99,92%	1,28%	98,72%	0,15%	99,85%
3.100.000-5.999.000	5,80%	94,20%	2,89%	97,11%	20,59%	79,41%	3,66%	96,34%
> 6000.000.000	0,19%	99,81%	0,08%	99,92%	1,27%	98,73%	0,15%	99,85%

A=0,5

ACTIVOS	s	h	s	h	s	h	s	h
INGRESOS	CITI COL		Horizonte - BBVA Horizonte		ING		Porvenir - Porvenir	
240.000-999.000	0,05%	99,95%	0,02%	99,98%	0,27%	99,73%	0,04%	99,96%
1.000.000-1.999.999	0,03%	99,97%	0,01%	99,99%	0,22%	99,78%	0,02%	99,98%
2.000.000-3.071.000	0,041%	99,959%	0,015%	99,985%	0,256%	99,744%	0,031%	99,969%
3.100.000-5.999.000	1,161%	98,839%	0,578%	99,422%	4,118%	95,882%	0,732%	99,268%
> 6000.000.000	0,04%	99,96%	0,02%	99,98%	0,25%	99,75%	0,03%	99,97%

A=1

ACTIVOS	s	h	s	h	s	h	s	h
INGRESOS	CITI COL		Horizonte - BBVA Horizonte		ING		Porvenir - Porvenir	
240.000-999.000	0,03%	99,97%	0,01%	99,99%	0,14%	99,86%	0,02%	99,98%
1.000.000-1.999.999	0,01%	99,99%	0,01%	99,99%	0,112%	99,888%	0,01%	99,99%
2.000.000-3.071.000	0,020%	99,980%	0,008%	99,992%	0,128%	99,872%	0,015%	99,985%
3.100.000-5.999.000	0,581%	99,419%	0,289%	99,711%	2,060%	97,940%	0,367%	99,633%
> 6000.000.000	0,02%	99,98%	0,008%	99,992%	0,127%	99,873%	0,015%	99,985%

	hogar	CITI COL	Horizonte - BBVA H	ING	Porvenir - Porveni	PROTECCION	Protección - Smurfit	Protección - X.M. S.	Skandia - Multifund
MEDIA	0,923%	20,280%	11,890%	35,030%	10,360%	27,500%	23,630%	13,083%	10,923%
SDTAND	0,0295366	0,0296311	0,025864493	0,0599743	0,037958438	0,125943	0,096439463	0,026864196	0,027247488
VARIAZNA	0,0008724	0,000878	0,000668972	0,0035969	0,001440843	0,0158617	0,00930057	0,000721685	0,000742426
CORRELACION		-0,712294	-0,025190848	-0,3050304	-0,592415283	0,1114755	-0,683746997	-1	0,599214568

Fuente: www.asofondos.org.co tomado el 24 de junio de 2010.

Tabla 9. Distribución del Portafolio por ingresos activos fondo de pensiones voluntarias y vivienda.

A=0,005

ACTIVOS	s	h	s	h	s	h	s	h
INGRESOS	PROTECCION		Protección - Smurfit		Protección - X.M. S.A.		Skandia - Multifund	
240.000-999.000	83,71%	16,29%	47,77%	52,23%	3,04%	96,96%	1,09%	98,91%
1.000.000-1.999.999	80,96%	19,04%	40,03%	59,97%	1,42%	98,58%	1,21%	98,79%
2.000.000-3.071.000	84,22%	15,78%	44,73%	55,27%	2,29%	97,71%	1,29%	98,71%
3.100.000-5.999.000	67,42%	32,58%	44,17%	55,83%	6,65%	93,35%	5,56%	94,44%
> 6000.000.000	84,53%	15,47%	44,05%	55,95%	2,12%	97,88%	1,36%	98,64%

A=0,1

ACTIVOS	s	h	s	h	s	h	s	h
INGRESOS	PROTECCION		Protección - Smurfit		Protección - X.M. S.A.		Skandia - Multifund	
240.000-999.000	4,19%	95,81%	2,39%	97,61%	0,15%	99,85%	0,05%	99,95%
1.000.000-1.999.999	4,05%	95,95%	2,00%	98,00%	0,07%	99,93%	0,06%	99,94%
2.000.000-3.071.000	4,21%	95,79%	2,24%	97,76%	0,11%	99,89%	0,06%	99,94%
3.100.000-5.999.000	33,71%	66,29%	22,09%	77,91%	3,32%	96,68%	2,78%	97,22%
> 6000.000.000	4,23%	95,77%	2,20%	97,80%	0,11%	99,89%	0,07%	99,93%

A=0,5

ACTIVOS	s	h	s	h	s	h	s	h
INGRESOS	PROTECCION		Protección - Smurfit		Protección - X.M. S.A.		Skandia - Multifund	
240.000-999.000	0,84%	99,16%	0,48%	99,52%	0,03%	99,97%	0,01%	99,99%
1.000.000-1.999.999	0,81%	99,19%	0,40%	99,60%	0,01%	99,99%	0,01%	99,99%
2.000.000-3.071.000	0,842%	99,158%	0,448%	99,552%	0,023%	99,977%	0,013%	99,987%
3.100.000-5.999.000	6,741%	93,259%	4,423%	95,577%	0,665%	99,335%	0,556%	99,444%
> 6000.000.000	0,85%	99,15%	0,44%	99,56%	0,02%	99,98%	0,01%	99,99%

A=1

ACTIVOS	s	h	s	h	s	h	s	h
INGRESOS	PROTECCION		Protección - Smurfit		Protección - X.M. S.A.		Skandia - Multifund	
240.000-999.000	0,42%	99,58%	0,24%	99,76%	0,02%	99,98%	0,01%	99,99%
1.000.000-1.999.999	0,404%	99,596%	0,200%	99,800%	0,007%	99,993%	0,006%	99,994%
2.000.000-3.071.000	0,421%	99,579%	0,224%	99,776%	0,011%	99,989%	0,006%	99,994%
3.100.000-5.999.000	3,370%	96,630%	2,215%	97,785%	0,333%	99,667%	0,278%	99,722%
> 6000.000.000	0,423%	99,577%	0,220%	99,780%	0,011%	99,989%	0,007%	99,993%

	hogar	CITI COL	Horizonte - BBVA H	ING	Porvenir - Porveni	PROTECCION	Protección - Smurfit	Protección - X.M. S.	Skandia - Multifund
MEDIA	0,923%	20,280%	11,890%	35,030%	10,360%	27,500%	23,630%	13,083%	10,923%
SDTAND	0,0295366	0,0296311	0,025864493	0,0599743	0,037958438	0,125943	0,096439463	0,026864196	0,027247488
VARIAZNA	0,0008724	0,000878	0,000668972	0,0035969	0,001440843	0,0158617	0,00930057	0,000721685	0,000742426
CORRLEACION		-0,712294	-0,025190848	-0,3050304	-0,592415283	0,1114755	-0,683746997	-1	0,599214568

Fuente: www.asofondos.org.co tomado junio 30 de 2010

Por nivel de ingresos los resultados corroboran nuevamente la hipótesis de una mayor rentabilidad y una menor aversión de los hogares seleccionados, destacándose los Fondos de pensiones voluntarias Protección e ING, los cuales ofrecieron las mayores rentabilidades del mercado al año 2009.

Se destaca que el grupo de hogares cuyos ingresos superan los 3 millones de pesos, cuando aumenta la aversión al riesgo sigue teniendo cierta preferencia aunque mínima por invertir en el fondo de pensiones que genera mayor rentabilidad. Este grupo de hogares demuestra mejor la hipótesis de invertir el portafolio en activos que generen una mayor rentabilidad, así se presente un aumento en la aversión al riesgo, cuando la tasa de interés registra la mayor volatilidad del mercado.

Tabla 10. Aversión al riesgo, riesgo de mercado en la inversión de algunas acciones 2009 por distribución de ingresos

A=0,2

ACTIVOS	s	h	s	h	s	h	s	h	s	h
INGRESOS	ECOPETROL		ISA		ISAGEN		ÉXITO		ETB	
240.000-999.000	0,691%	99,309%	14,387%	85,613%	0,316%	99,684%	29,748%	70,252%	37,137%	62,863%
1.000.000-1.999.999	0,687%	99,313%	14,348%	85,652%	0,317%	99,683%	29,723%	70,277%	37,110%	62,890%
2.000.000-3.071.000	0,725%	99,275%	14,676%	85,324%	0,299%	99,701%	29,876%	70,124%	36,999%	63,001%
3.100.000-5.999.000	5,013%	94,987%	50,309%	49,691%	2,694%	97,306%	58,224%	41,776%	96,162%	3,838%
> 6000.000.000	4,749%	95,251%	48,769%	51,231%	2,608%	97,392%	57,325%	42,675%	94,966%	5,034%

A=0,5

ACTIVOS	s	h	s	h	s	h	s	h	s	h
INGRESOS	ECOPETROL		ISA		ISAGEN		ÉXITO		ETB	
240.000-999.000	0,28%	99,72%	5,77%	94,23%	0,13%	99,87%	11,92%	88,08%	14,85%	85,15%
1.000.000-1.999.999	0,27%	99,73%	5,74%	94,26%	0,13%	99,87%	11,89%	88,11%	14,84%	85,16%
2.000.000-3.071.000	0,29%	99,71%	5,88%	94,12%	0,12%	99,88%	11,96%	88,04%	14,80%	85,20%
3.100.000-5.999.000	2,02%	97,98%	20,17%	79,83%	1,07%	98,93%	23,33%	76,67%	38,45%	61,55%
> 6000.000.000	1,90%	98,10%	19,52%	80,48%	1,04%	98,96%	22,94%	77,06%	37,98%	62,02%

A=1

ACTIVOS	s	h	s	h	s	h	s	h	s	h
INGRESOS	ECOPETROL		ISA		ISAGEN		ÉXITO		ETB	
240.000-999.000	0,14%	99,86%	2,89%	97,11%	0,06%	99,94%	5,98%	94,02%	7,42%	92,58%
1.000.000-1.999.999	0,14%	99,86%	2,87%	97,13%	0,06%	99,94%	5,94%	94,06%	7,42%	92,58%
2.000.000-3.071.000	0,15%	99,85%	2,94%	97,06%	0,06%	99,94%	5,99%	94,01%	7,40%	92,60%
3.100.000-5.999.000	1,02%	98,98%	10,12%	89,88%	0,53%	99,47%	11,70%	88,30%	19,21%	80,79%
> 6000.000.000	0,95%	99,05%	9,77%	90,23%	0,52%	99,48%	11,48%	88,52%	18,99%	81,01%

	TASA ALQUILER	ECOPETROL 2009	ISA 2009	ISAGEN 2009	ÉXITO	ETB
MEDIA	0,90%	6,96%	32,99%	4,86%	22,52%	48,76%
SDTAND	0,006058114	0,149611163	0,298830435	0,125181286	0,5234363	0,39361204
VARIANZA	0,00003670	0,0223835	0,089299629	0,015670354	0,2739855	0,15493044
CORRELACION		-1	-0,838126889	1	-0,2570581	0,22556983

Fuente: www.bvc.com.co información tomada el mayo 31 de 2010.

Cuando se analiza el caso del portafolio que incluye algunas acciones representativas del mercado colombiano, se demuestra una mayor preferencia hacia acciones más rentables pero a su vez las más volátiles, como son las de Éxito, ETB e ISA tomando como referencia el promedio de rentabilidad año corrido del año 2009. De acuerdo al nivel de ingresos, si los hogares tienen menor aversión al riesgo prefieren invertir parte de su portafolio en este tipo de activos, aunque la mayor preferencia se inclina por el alquiler de la vivienda.

Tabla 11. Distribución de portafolios por Edades alquiler de la vivienda y algunas acciones rentabilidad al 2009

A=0,05

ACTIVOS	s		s		s		s		s	
INGRESOS	ECOPETROL	h	ISA	h	ISAGEN	h	ÉXITO	h	ETB	h
25-39 años	2,94%	97,06%	59,30%	40,70%	1,12%	98,88%	74,53%	25,47%	92,07%	7,93%
40-49 años	2,86%	97,14%	58,34%	41,66%	1,23%	98,77%	74,65%	25,35%	92,67%	7,33%
50-59 años	2,78%	97,22%	57,58%	42,42%	1,29%	98,71%	74,78%	25,22%	92,68%	7,32%
mayor de 60 años	3,27%	96,73%	61,77%	38,23%	1,04%	98,96%	75,57%	24,43%	91,73%	8,27%

A=0,1

ACTIVOS	s		s		s		s		s	
INGRESOS	ECOPETROL	h	ISA	h	ISAGEN	h	ÉXITO	h	ETB	h
25-39 años	1,47%	98,53%	29,66%	70,34%	1,12%	98,88%	59,63%	40,37%	73,65%	26,35%
40-49 años	1,43%	98,57%	29,17%	70,83%	0,61%	99,39%	59,73%	40,27%	74,13%	25,87%
50-59 años	2,89%	97,11%	58,53%	41,47%	1,23%	98,77%	59,83%	40,17%	74,14%	25,86%
mayor de 60 años	1,64%	98,36%	30,90%	69,10%	0,52%	99,48%	60,47%	39,53%	73,38%	26,62%

A=0,5

ACTIVOS	s		s		s		s		s	
INGRESOS	ECOPETROL	h	ISA	h	ISAGEN	h	ÉXITO	h	ETB	h
25-39 años	0,30%	99,70%	5,94%	94,06%	0,11%	99,89%	11,94%	88,06%	14,72%	85,28%
40-49 años	0,29%	99,71%	5,84%	94,16%	0,12%	99,88%	11,95%	88,05%	14,82%	85,18%
50-59 años	0,29%	99,71%	5,86%	94,14%	0,12%	99,88%	11,97%	88,03%	14,82%	85,18%
mayor de 60 años	0,33%	99,67%	6,21%	93,79%	0,10%	99,90%	12,13%	87,87%	14,66%	85,34%

A=1

ACTIVOS	s		s		s		s		s	
INGRESOS	ECOPETROL	h	ISA	h	ISAGEN	h	ÉXITO	h	ETB	h
25-39 años	0,15%	99,85%	2,98%	97,02%	0,06%	99,94%	5,98%	94,02%	7,36%	92,64%
40-49 años	0,14%	99,86%	2,92%	97,08%	0,06%	99,94%	5,98%	94,02%	7,41%	92,59%
50-59 años	0,15%	99,85%	2,93%	97,07%	0,06%	99,94%	5,99%	94,01%	7,41%	92,59%
mayor de 60 años	0,17%	99,83%	3,12%	96,88%	0,05%	99,95%	6,09%	93,91%	7,32%	92,68%

	TASA ALQUILER	ECOPETROL 2009	ISA 2009	ISAGEN 2009	ÉXITO	ETB
MEDIA	0,90%	6,96%	32,99%	4,86%	22,52%	48,76%
SDTAND	0,006058114	0,149611163	0,298830435	0,125181286	0,5234363	0,39361204
VARIANZA	0,00003670	0,0223835	0,089299629	0,015670354	0,2739855	0,15493044
CORRELACION		-1	-0,838126889	1	-0,2570581	0,22556983

Fuente: www.bvc.com.co. Información tomada el mayo 31 de 2010.

Por grupo de edades la balanza se inclina sustancialmente a favor de las acciones de ETB y Éxito. Cuando hay menor aversión al riesgo los hogares prefieren casi en su totalidad invertir su portafolio en la compra de éstas acciones, aun siendo las más volátiles, por tanto la hipótesis demuestra que hay una perfecta relación entre el riesgo de mercado reflejado en una mayor volatilidad de estos activos, asociado a una menor aversión al riesgo de los hogares no afecta las decisiones de inversión.

6.2 RESULTADO DEL CÁLCULO DEL PORTAFOLIO PARA HOGARES PROPIETARIOS DE VIVIENDA SIN CAPACIDAD DE AHORRO Y TIENEN CRÉDITOS HIPOTECARIOS CON EL SISTEMA FINANCIERO, POR METODO DE MEDIA VARIANZA

Estos resultados demuestran la rentabilidad de poseer vivienda cuando los hogares sólo disponen de éste activo como su única fuente de riqueza. El flujo de caja de tener vivienda propia, se presenta a partir de la diferencia entre el alquiler de la misma y el pago de la cuota hipotecaria, cuyos valores son afectados por una tasa de interés de un activo de renta fija como un CDT y por el pago de la cuota de crédito hipotecario cuya tasa se tomo a partir de información suministrada por algunas entidades financieras en Colombia (Davivienda, Las Villas y BBVA), para créditos que se han otorgado bajo la modalidad del sistema UVR (unidad de valor real) diferente de VIS (Vivienda de interés social) y en otros casos se utilizó tasas de interés para créditos liquidados en pesos.

A pesar que la vivienda es un activo que garantiza seguridad y bienestar al hogar, cuando se está pagando al sistema financiero, y existe la posibilidad de su alquiler, los resultados demuestran una baja rentabilidad. Tanto por grupos de edades como por nivel de ingresos mensuales, los cálculos para aquellos hogares que no tienen capacidad de ahorro, demuestran rentabilidad cercana a cero al ser propietario del inmueble y en otros casos una rentabilidad negativa aunque con un valor muy bajo. Esto demuestra el efecto la incidencia del riesgo de mercado reflejado en la volatilidad de la tasa de interés sobre el pago de la cuota hipotecaria, cuyo efecto se contrarresta con la posibilidad de destinar el ingreso que genera la posibilidad de alquilar parte de la casa en inversión de un activo seguro como lo es un CDT (Certificado de Depósito a Término).

Un resultado importante para todos los casos es que a medida que aumenta la aversión al riesgo, ($A=1$) la rentabilidad aumenta, es decir que el hogar valora el inmueble a medida que aumenta su comportamiento frente al riesgo. Caso contrario, si disminuye el nivel de aversión se reduce la rentabilidad. Es decir que los hogares valoran la vivienda, por el riesgo a perder este activo si la tasa de interés del mercado hipotecario sube y se puedan ver enfrentados al impago de la cuota del inmueble.

Por grupo de edades (véase Tabla 12 y Tabla 13) al comparar dos años de referencia 2003 y 2009, se concluye que al disminuir la tasa de interés para créditos otorgados en UVR entre un periodo y otro, la rentabilidad de tener vivienda propia mejora especialmente para los grupos de edad de personas mayores a 50 años en una entidad como Davivienda a pesar que la tasa de interés del CDT disminuye en el último año del análisis. Cuando el ingreso que genera el alquiler de la vivienda se invierte en un CDT de mayor valor para el año 2009, la rentabilidad de tener el inmueble mejora, caso contrario se observa en el año 2003 donde a pesar de que

estos títulos ofrecían una mayor tasa de interés, una tasa de interés más alta para créditos afecta la rentabilidad del inmueble.

Cuando el nivel de aversión al riesgo disminuye la rentabilidad también disminuye, sin embargo, la entidad que garantiza un flujo de caja positivo para el hogar es Davivienda. La ventaja de poseer vivienda propia se verá reflejada a largo plazo cuando los propietarios paguen la totalidad del inmueble.

Al aumentar el plazo, del crédito hipotecario (20 años), con una aversión al riesgo equivalente a la unidad y al disminuir la tasa de interés expresadas en UVR para el año 2009, se observa una mejora en la rentabilidad, principalmente para el grupo de hogares cuyo jefe supera los 50 años, seguido por el grupo cuyas edades oscilan entre los 40-49 años. Se observa una mayor preferencia por las entidades financieras Davivienda y BBVA.

En general la disminución de la tasa de interés en el año 2009, mejoró la rentabilidad de tener vivienda propia para el año 2009. A nivel macroeconómico, este dinamismo de la actividad hipotecaria en Colombia estuvo explicado por las menores tasas de interés de largo plazo, así como por los programas de alivios de tasa de interés hipotecaria adelantados por el Gobierno colombiano. En conjunto, ambos efectos han producido una mayor demanda de crédito en este segmento. Un auge que tuvo su origen en una decisión presidencial. Como parte de su paquete de medidas anticíclicas, el Gobierno tomó dos caminos que impulsaron la compra de vivienda: el aumento de los subsidios a las Cajas de Compensación Familiar con destino a nuevas Viviendas de Interés Prioritario y la cobertura condicionada a la tasa de interés, que cubre hasta cinco puntos porcentuales de las tasas de los créditos hipotecarios. Para mantener el ritmo en los desembolsos de créditos hipotecarios, los bancos han decidido mantener bajo el interés, e incluso lo han reajustado a la baja, dado que la disminución de la tasa de referencia del Banco de la República.

Por lo tanto por grupos de edades, se comprueba claramente la hipótesis de que una mayor aversión al riesgo mejora la rentabilidad de tener el inmueble, siempre y cuando la tasa de interés hipotecaria disminuya. Históricamente la compra de vivienda para inversión se ha concentrado y ha sido casi exclusiva a los estratos altos. Recientemente esta práctica se ha visto incrementada, generalizándose a los estratos de ingresos medios y aumentando en los segmentos tradicionales. En efecto, mientras que en el último año cerca del 30% de las compras de vivienda se realizaron con perspectivas de inversión, en el pasado éstas habían representado en promedio el 15%.

Los resultados de las tablas Tabla 14 y Tabla 15 muestran la rentabilidad de tener vivienda cuando es financiada en pesos, en este caso cuando el plazo del crédito es a quince años, los resultados son positivos pero cercanos a cero, si es solicitado a Davivienda, teniendo en cuenta un valor de aversión al riesgo equivalente a la

unidad. De igual manera los datos calculados para el flujo de la casa mejoran, cuando los hogares invierten sus ingresos de alquiler en un cdt que ofrezca la mayor tasa de interés. Si el plazo de financiación aumenta a veinte años la rentabilidad disminuye.

Tabla 12. Resultados del cálculo de la rentabilidad, de la vivienda para grupos de hogares clasificados por edades que no poseen ahorros, tienen créditos en UVR a un plazo 15 años

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN UVR						
PLAZO 15 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA		BBVA	
A=1	2003	2009	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	13,83%	9,27%	13,42%	11,11%	13,86%	8,15%
cdt 90 días	7,80%	6,14%	7,80%	6,14%	7,80%	6,14%
25-39 años	0,00021%	0,014%	-0,00005%	0,106%	0,00028%	-0,377%
40-49 años	0,00005%	-0,137%	0,00069%	0,003%	0,00008%	0,091%
mas 50 años	0,00008%	0,052%	0,16648%	0,034%	0,00014%	-2,754%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN UVR						
PLAZO 15 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA		BBVA	
A=1	2003	2009	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	13,83%	9,27%	13,42%	11,11%	13,86%	8,15%
cdt 180 días	8,40%	6,80%	8,40%	6,80%	8,40%	6,80%
25-39 años	0,00045%	0,049%	-0,00034%	0,044%	0,00003%	0,070%
40-49 años	-0,00135%	0,027%	-0,00050%	-0,016%	0,00119%	0,122%
mas 50 años	0,00013%	0,081%	0,00667%	0,039%	-0,00005%	0,089%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN UVR						
PLAZO 15 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA		BBVA	
A=1	2003	2009	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	13,83%	9,27%	13,42%	11,11%	13,86%	8,15%
cdt 360 días	8,57%	7,00%	8,57%	7,00%	8,57%	7,00%
25-39 años	0,03696%	-0,202%	0,00577%	0,027%	0,01706%	0,108%
40-49 años	0,03556%	0,045%	0,00351%	0,052%	0,01547%	0,262%
mas 50 años	0,00360%	-0,274%	-0,00073%	0,084%	0,00312%	0,150%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN UVR						
PLAZO 15 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA		BBVA	
A=0,5	2003	2009	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	13,83%	9,27%	13,42%	11,11%	13,86%	8,15%
cdt 90 días	7,80%	6,14%	7,80%	6,14%	7,80%	6,14%
25-39 años	0,00011%	0,007%	-0,00003%	0,053%	0,00014%	-0,188%
40-49 años	0,00002%	-0,068%	0,00035%	0,001%	0,00004%	0,046%
mas 50 años	0,00004%	0,026%	0,08324%	0,017%	0,00007%	-1,377%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN UVR						
PLAZO 15 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA		BBVA	
A=0,5	2003	2009	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	13,83%	9,27%	13,42%	11,11%	13,86%	8,15%
cdt 180 días	8,40%	6,80%	8,40%	6,80%	8,40%	6,80%
25-39 años	0,00022%	0,049%	-0,00017%	0,022%	0,00001%	0,035%
40-49 años	-0,00068%	0,027%	-0,00025%	-0,008%	0,00059%	0,061%
mas 50 años	0,00006%	0,081%	0,00334%	0,020%	-0,00003%	0,045%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN UVR						
PLAZO 15 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA		BBVA	
A=0,5	2003	2009	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	13,83%	9,27%	13,42%	11,11%	13,86%	8,15%
cdt 360 días	8,57%	7,00%	8,57%	7,00%	8,57%	7,00%
25-39 años	0,01848%	-0,101%	0,00289%	0,014%	0,00853%	0,054%
40-49 años	0,01778%	0,022%	0,00176%	0,026%	0,00774%	0,131%
mas 50 años	0,00180%	-0,137%	-0,00037%	0,042%	0,00156%	0,075%

Fuente: www.superfinanciera.gov.co tomado julio 25 de 2010

Tabla 13. Resultados del cálculo de la rentabilidad, de la vivienda para grupos de hogares clasificados por edades que no poseen ahorros, tienen créditos en UVR a un plazo 20 años

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN UVR						
PLAZO 20 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA		BBVA	
A=1	2003	2009	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	13,83%	9,27%	13,42%	11,11%	13,86%	8,15%
cdt 90 días	7,80%	6,14%	7,80%	6,14%	7,80%	6,14%
25-39 años	0,00006%	-1,45533%	0,00050%	0,444%	0,00010%	0,052%
40-49 años	-0,00023%	0,07455%	0,00016%	0,042%	-0,00050%	0,041%
mas 50 años	-0,00012%	0,10499%	0,00001%	0,065%	-0,00024%	0,085%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN UVR						
PLAZO 20 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA		BBVA	
A=1	2003	2009	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	13,83%	9,27%	13,42%	11,11%	13,86%	8,15%
cdt 180 días	8,40%	6,80%	8,40%	6,80%	8,40%	6,80%
25-39 años	0,00067%	0,314%	0,00379%	0,002%	0,00008%	0,025%
40-49 años	-0,00067%	-0,041%	0,00017%	0,120%	-0,00093%	0,196%
mas 50 años	0,00016%	0,461%	0,00037%	-0,032%	-0,00004%	0,031%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN UVR						
PLAZO 20 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA		BBVA	
A=1	2003	2009	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	13,83%	9,27%	13,42%	11,11%	13,86%	8,15%
cdt 360 días	8,57%	7,00%	8,57%	7,00%	8,57%	7,00%
25-39 años	0,00236%	-0,013%	-0,00112%	0,210%	0,00071%	0,059%
40-49 años	0,00094%	0,001%	0,00381%	0,165%	0,00062%	0,096%
mas 50 años	0,00248%	0,003%	0,01178%	0,056%	0,00224%	0,084%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN UVR						
PLAZO 20 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA		BBVA	
A=0,5	2003	2009	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	13,83%	9,27%	13,42%	11,11%	13,86%	8,15%
cdt 90 días	7,80%	6,14%	7,80%	6,14%	7,80%	6,14%
25-39 años	0,00003%	-0,728%	0,00025%	0,222%	0,00005%	0,026%
40-49 años	-0,00011%	0,037%	0,00008%	0,021%	-0,00025%	0,020%
mas 50 años	-0,00006%	0,052%	0,00001%	0,032%	-0,00012%	0,043%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN UVR						
PLAZO 20 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA		BBVA	
A=0,5	2003	2009	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	13,83%	9,27%	13,42%	11,11%	13,86%	8,15%
cdt 180 días	8,40%	6,80%	8,40%	6,80%	8,40%	6,80%
25-39 años	0,00033%	0,157%	0,00190%	0,001%	0,00004%	0,013%
40-49 años	-0,00033%	-0,020%	0,00008%	0,060%	-0,00046%	0,098%
mas 50 años	0,00008%	0,230%	0,00019%	-0,016%	-0,00002%	0,016%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN UVR						
PLAZO 20 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA		BBVA	
A=0,5	2003	2009	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	13,83%	9,27%	13,42%	11,11%	13,86%	8,15%
cdt 360 días	8,57%	7,00%	8,57%	7,00%	8,57%	7,00%
25-39 años	0,00118%	-0,006%	-0,00056%	0,105%	0,00035%	0,030%
40-49 años	0,00047%	0,001%	0,00191%	0,083%	0,00031%	0,048%
mas 50 años	0,00124%	0,002%	0,00589%	0,028%	0,00112%	0,042%

Fuente: www.superfinanciera.gov.co tomado julio 1 de 2010

Tabla 14. Resultados del cálculo de la rentabilidad, de la vivienda para hogares que no poseen ahorros créditos en pesos plazo 15 años

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN PESOS				
PLAZO 15 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA	
A=1	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	16,08%	17,82%	N.A	15,32%
cdt 90 días	7,80%	6,14%	N.A	6,14%
25-39 años	-0,00004%	10,076%	N.A	0,309%
40-49 años	-0,00001%	0,136%	N.A	0,678%
mas 50 años	-0,00001%	-0,243%	N.A	0,473%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN PESOS				
PLAZO 15 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA	
A=1	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	16,08%	17,82%	N.A	15,32%
cdt 180 días	8,40%	6,80%	N.A	6,80%
25-39 años	0,00011%	0,195%	N.A	0,082%
40-49 años	0,00171%	0,192%	N.A	0,083%
mas 50 años	0,00076%	0,037%	N.A	0,096%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN PESOS				
PLAZO 15 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA	
A=1	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	16,08%	17,82%	N.A	15,32%
cdt 90 días	8,54%	7,00%	N.A	7,00%
25-39 años	0,03843%	0,167%	N.A	0,126%
40-49 años	-0,00874%	0,241%	N.A	0,116%
mas 50 años	-0,00419%	0,066%	N.A	0,164%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN PESOS				
PLAZO 15 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA	
A=0,5	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	16,08%	17,82%	N.A	15,32%
cdt 90 días	7,80%	6,14%	N.A	6,14%
25-39 años	-0,00004%	5,038%	N.A	0,154%
40-49 años	-0,00001%	0,068%	N.A	0,339%
mas 50 años	-0,00001%	-0,122%	N.A	0,237%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN PESOS				
PLAZO 15 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA	
A=0,5	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	16,08%	17,82%	N.A	15,32%
cdt 180 días	8,40%	6,80%	N.A	6,80%
25-39 años	0,00006%	0,097%	N.A	0,041%
40-49 años	0,00086%	0,096%	N.A	0,041%
mas 50 años	0,00038%	0,019%	N.A	0,048%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN PESOS				
PLAZO 15 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA	
A=0,5	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	16,08%	17,82%	N.A	15,32%
cdt 90 días	8,54%	7,00%	N.A	7,00%
25-39 años	0,02506%	0,084%	N.A	0,063%
40-49 años	-0,00437%	0,120%	N.A	0,058%
mas 50 años	-0,00210%	0,033%	N.A	0,082%

Fuente: www.superfinanciera.gov.co tomado mayo 31 de 2010.

Tabla 15. Resultados del cálculo de la rentabilidad, de la vivienda para grupos de hogares clasificados por edades que no poseen ahorros, tienen créditos en pesos a un plazo de 20 años

RENTABILIDAD				
ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN PESOS				
PLAZO 20 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA	
A=1	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	16,08%	17,82%	N.A	15,32%
cdt 90 días	7,80%	6,14%	N.A	6,14%
25-39 años	-0,00004%	0,085%	N.A	0,052%
40-49 años	0,00008%	0,103%	N.A	0,095%
mas 50 años	0,00006%	0,471%	N.A	-0,034%
RENTABILIDAD				
ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN PESOS				
PLAZO 20 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA	
A=1	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	16,08%	17,82%	N.A	15,32%
cdt 180 días	7,80%	6,14%	N.A	
25-39 años	0,00007%	0,123%	N.A	0,556%
40-49 años	0,00005%	-0,242%	N.A	0,213%
mas 50 años	0,00006%	-0,843%	N.A	0,056%
RENTABILIDAD				
ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN PESOS				
PLAZO 20 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA	
A=1	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	16,08%	17,82%	N.A	15,32%
cdt 90 días	8,54%	7,00%	N.A	7,00%
25-39 años	0,03922%	0,087%	N.A	-0,013%
40-49 años	0,00163%	0,056%	N.A	0,062%
mas 50 años	0,00201%	0,002%	N.A	0,090%

RENTABILIDAD				
ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN PESOS				
PLAZO 20 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA	
A=0,5	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	16,08%	17,82%	N.A	15,32%
cdt 90 días	7,80%	6,14%	N.A	6,14%
25-39 años	-0,00004%	0,042%	N.A	0,026%
40-49 años	0,00004%	0,051%	N.A	0,047%
mas 50 años	0,00003%	0,236%	N.A	-0,017%
RENTABILIDAD				
ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN PESOS				
PLAZO 20 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA	
A=0,5	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	16,08%	17,82%	N.A	15,32%
cdt 180 días	8,40%	6,80%	N.A	6,80%
25-39 años	0,00003%	0,062%	N.A	0,278%
40-49 años	0,00003%	-0,121%	N.A	0,106%
mas 50 años	0,00003%	-0,421%	N.A	0,028%
RENTABILIDAD				
ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN PESOS				
PLAZO 20 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA	
A=0,5	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	16,08%	17,82%	N.A	15,32%
cdt 90 días	8,54%	7,00%	N.A	7,00%
25-39 años	0,01961%	0,043%	N.A	-0,007%
40-49 años	0,00082%	0,028%	N.A	0,031%
mas 50 años	0,00101%	0,001%	N.A	0,045%

Fuente: www.superfinanciera.gov.co información tomada junio 30 de 2010.

Respecto a los resultados de la rentabilidad de tener vivienda por grupos de ingresos se encuentran los siguientes resultados. En la Tabla 16 y Tabla 17 cuando los jefes de hogar solicitan créditos bajo la modalidad UVR, se observa que cuando las entidades referenciadas disminuyen la tasa de interés en el año 2009, la rentabilidad mejora principalmente para los grupos de hogares cuyos ingresos superan el millón de pesos y sobre todo si el plazo del crédito es a quince años. La hipótesis sobre si la tasa de interés del crédito hipotecario disminuye, es decir que el riesgo de mercado es menor y la aversión al riesgo es igual a uno, la rentabilidad de tener vivienda propia mejora, se cumple para este caso, aunque los niveles siguen siendo cercanos a cero.

La rentabilidad mejora cuando la tasa de interés es más baja, y la volatilidad disminuye especialmente la que ofrece el BBVA, para el año 2009. En el caso del BBVA, su tasa se redujo al 13,5% efectivo anual, pero con el subsidio estatal, esta baja hasta el 8,37%.

La tasa del 13,5% la aplica dicha entidad para compra de vivienda nueva y usada. Por lo tanto el BBVA tiene la cuota por millón más baja del mercado hipotecario en Colombia y con los sistemas de amortización ofrecidos por la entidad y el subsidio del Gobierno, los usuarios tienen un ahorro hasta de 50% en la cuota del crédito. Por lo tanto que la variable ingreso es significativa, debido a que si aumenta el ingreso de los hogares, la rentabilidad de tener vivienda propia mejora, así mismo el aumento del plazo también incide en una mayor rentabilidad.

Cuando los créditos son en pesos y tienen un plazo de quince años (Véase Tabla 18), el comportamiento observado es muy similar al de la rentabilidad de tener vivienda financiada en UVR, la diferencia radica principalmente en que la rentabilidad se hace menor quizá porque los créditos otorgados en pesos son más costosos para el usuario.

Tabla 16. Resultados del cálculo de la rentabilidad, de la vivienda para grupos de hogares clasificados por ingresos que no poseen ahorros, tienen créditos en UVR a un plazo 15 años

RENTABILIDAD						
ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN UVR						
PLAZO 15 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA		BBVA	
A=1	2003	2009	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	13,83%	9,27%	13,42%	11,11%	13,86%	8,15%
cdt 90 días	7,80%	6,14%	7,80%	6,14%	7,80%	6,14%
100.000-499.999	0,00011%	-0,083%	0,00117%	0,095%	0,00003%	0,228%
500.000-999.999	0,00019%	-0,099%	0,00048%	-0,015%	0,00003%	0,207%
> 1.000.000	0,00004%	0,088%	0,00031%	0,075%	0,00003%	0,133%

RENTABILIDAD						
ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN UVR						
PLAZO 15 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA		BBVA	
A=1	2003	2009	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	13,83%	9,27%	13,42%	11,11%	13,86%	8,15%
cdt 180 días	8,40%	6,80%	8,40%	6,80%	8,40%	6,80%
100.000-499.999	0,00039%	-0,008%	0,00429%	0,019%	-0,00001%	0,068%
500.000-999.999	-0,00124%	-0,036%	-0,00033%	0,013%	-0,00004%	0,237%
> 1.000.000	0,00035%	0,057%	-0,00023%	0,036%	-0,00002%	0,037%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN UVR						
PLAZO 15 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA		BBVA	
A=1	2003	2009	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	13,83%	9,27%	13,42%	11,11%	13,86%	8,15%
cdt 360 días	8,57%	7,00%	8,57%	7,00%	8,57%	7,00%
100.000-499.999	0,000370603	-0,275%	0,001333%	-0,010%	0,00296%	0,273%
500.000-999.999	0,000350557	-0,167%	0,00231%	0,133%	0,00117%	0,217%
> 1.000.000	0,000202756	0,072%	0,00054%	0,047%	0,00096%	0,045%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN UVR						
PLAZO 15 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA		BBVA	
A=0,5	2003	2009	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	13,83%	9,27%	13,42%	11,11%	13,86%	8,15%
cdt 90 días	7,80%	6,14%	7,80%	6,14%	7,80%	6,14%
100.000-499.999	0,00006%	-0,138%	0,00058%	0,048%	0,00003%	0,228%
500.000-999.999	0,00010%	-0,083%	0,00024%	-0,007%	0,00003%	0,207%
> 1.000.000	0,00002%	0,036%	0,00015%	0,037%	0,00003%	0,133%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN UVR						
PLAZO 15 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA		BBVA	
A=0,5	2003	2009	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	13,83%	9,27%	13,42%	11,11%	13,86%	8,15%
cdt 180 días	8,40%	6,80%	8,40%	6,80%	8,40%	6,80%
100.000-499.999	0,00019%	0,033%	0,00214%	0,009%	-0,00001%	0,068%
500.000-999.999	-0,00062%	0,028%	-0,00016%	0,006%	-0,00004%	0,237%
> 1.000.000	0,00018%	0,371%	-0,00011%	0,018%	-0,00002%	0,037%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN UVR						
PLAZO 15 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA		BBVA	
A=0,5	2003	2009	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	13,83%	9,27%	13,42%	11,11%	13,86%	8,15%
cdt 360 días	8,57%	7,00%	8,57%	7,00%	8,57%	7,00%
100.000-499.999	0,01853%	0,013%	0,001333%	0,001%	0,00296%	0,27252%
500.000-999.999	0,01753%	0,087%	0,00231%	0,002%	0,00117%	0,21672%
> 1.000.000	0,01014%	0,029%	0,00054%	0,001%	0,00096%	0,04480%

Fuente: www.superfinanciera.gov.co información tomada junio 30 de 2010.

Tabla 17. Resultados del cálculo de la rentabilidad, de la vivienda para grupos de hogares clasificados por ingresos que no poseen ahorros, tienen créditos en UVR a un plazo 20 años

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN UVR						
PLAZO 20 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA		BBVA	
A=1	2003	2009	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	13,83%	9,27%	13,42%	11,11%	13,86%	8,15%
cdt 90 días	7,80%	6,14%	7,80%	6,14%	7,80%	6,14%
100.000-499.999	0,00047%	0,131%	-0,00008%	0,048%	0,00007%	-0,022%
500.000-999.999	0,00031%	0,068%	0,00028%	0,054%	0,00006%	0,551%
> 1.000.000	-0,00066%	0,042%	0,00048%	0,130%	0,00007%	0,081%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN UVR						
PLAZO 20 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA		BBVA	
A=1	2003	2009	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	13,83%	9,27%	13,42%	11,11%	13,86%	8,15%
cdt 180 días	8,40%	6,80%	8,40%	6,80%	8,40%	6,80%
100.000-499.999	0,00047%	0,234%	0,00195%	-0,006%	-0,00001%	0,019%
500.000-999.999	0,00031%	-0,010%	0,00220%	0,122%	-0,00006%	0,018%
> 1.000.000	-0,00066%	0,392%	0,00012%	0,057%	-0,00003%	0,214%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN UVR						
PLAZO 20 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA		BBVA	
A=1	2003	2009	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	13,83%	9,27%	13,42%	11,11%	13,86%	8,15%
cdt 360 días	8,57%	7,00%	8,57%	7,00%	8,57%	7,00%
100.000-499.999	0,00021%	0,234%	0,00707%	0,210%	-0,00131%	0,052%
500.000-999.999	0,00464%	-0,010%	0,00315%	0,174%	0,00429%	0,078%
> 1.000.000	0,00087%	0,392%	0,00235%	0,131%	0,00061%	0,093%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN UVR						
PLAZO 20 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA		BBVA	
A=0,5	2003	2009	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	13,83%	9,27%	13,42%	11,11%	13,86%	8,15%
cdt 90 días	7,80%	6,14%	7,80%	6,14%	7,80%	6,14%
100.000-499.999	-0,00017%	0,065%	-0,00004%	0,024%	0,00003%	-0,011%
500.000-999.999	-0,00002%	0,034%	0,00014%	0,027%	0,00003%	0,276%
> 1.000.000	0,00003%	0,021%	0,00024%	0,065%	0,00003%	0,041%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN UVR						
PLAZO 20 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA		BBVA	
A=0,5	2003	2009	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	13,83%	9,27%	13,42%	11,11%	13,86%	8,15%
cdt 180 días	8,40%	6,80%	8,40%	6,80%	8,40%	6,80%
100.000-499.999	0,00023%	0,117%	0,00097359%	-0,003%	0,00000%	0,009%
500.000-999.999	0,00016%	-0,005%	0,00110026%	0,061%	-0,00003%	0,009%
> 1.000.000	-0,00033%	0,196%	0,00005763%	0,029%	-0,00002%	0,107%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN UVR						
PLAZO 20 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA		BBVA	
A=0,5	2003	2009	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	13,83%	9,27%	13,42%	11,11%	13,86%	8,15%
cdt 360 días	8,57%	7,00%	8,57%	7,00%	8,57%	7,00%
100.000-499.999	0,00010%	-0,037%	0,00353%	0,105%	-0,00066%	0,026%
500.000-999.999	0,00232%	0,027%	0,00158%	0,087%	0,00215%	0,039%
> 1.000.000	0,00043%	0,016%	0,00117%	0,066%	0,00031%	0,047%

Fuente: www.superfinanciera.gov.co información tomada junio 30 de 2010.

Tabla 18. Resultados del cálculo de la rentabilidad, de la vivienda para grupos de hogares clasificados por ingresos que no poseen ahorros, tienen créditos en pesos a un plazo 15 años

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN PESOS				
PLAZO 15 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA	
A=1	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	16,08%	17,82%	N.A	15,32%
cdt 90 días	7,80%	6,14%	N.A	6,14%
100.000-499.999	-0,00004%	0,044%	N.A	0,612%
500.000-999.999	0,00017%	9,636%	N.A	0,656%
> 1.000.000	0,00002%	0,005%	N.A	0,057%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN PESOS				
PLAZO 15 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA	
A=1	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	16,08%	17,82%	N.A	15,32%
cdt 180 días	8,40%	6,80%	N.A	6,80%
100.000-499.999	0,00243%	0,137%	N.A	0,068%
500.000-999.999	0,00060%	0,168%	N.A	0,092%
> 1.000.000	0,00013%	0,139%	N.A	0,083%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN PESOS				
PLAZO 15 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA	
A=1	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	16,08%	17,82%	N.A	15,32%
cdt 90 días	8,54%	7,00%	N.A	7,00%
100.000-499.999	-0,56931%	0,117%	N.A	0,105%
500.000-999.999	-0,00425%	0,244%	N.A	0,142%
> 1.000.000	0,00232%	0,180%	N.A	0,093%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN PESOS				
PLAZO 15 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA	
A=0,5	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	16,08%	17,82%	N.A	15,32%
cdt 90 dias	7,80%	6,14%	N.A	6,14%
100.000-499.999	-0,00004%	0,022%	N.A	0,306%
500.000-999.999	0,00009%	4,818%	N.A	0,328%
> 1.000.000	0,00001%	0,002%	N.A	0,029%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN PESOS				
PLAZO 15 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA	
A=0,5	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	16,08%	17,82%	N.A	15,32%
cdt 180 dias	8,40%	6,80%	N.A	6,80%
100.000-499.999	0,00122%	0,068%	N.A	0,034%
500.000-999.999	0,00030%	0,084%	N.A	0,046%
> 1.000.000	0,00006%	0,069%	N.A	0,041%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN PESOS				
PLAZO 15 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA	
A=0,5	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	16,08%	17,82%	N.A	15,32%
cdt 90 dias	8,54%	7,00%	N.A	7,00%
100.000-499.999	-0,28465%	0,059%	N.A	0,053%
500.000-999.999	-0,00212%	0,122%	N.A	0,071%
> 1.000.000	0,00116%	0,090%	N.A	0,046%

Fuente: www.superfinanciera.gov.co información tomada junio 30 de 2010.

Tabla 19. Resultados del cálculo de la rentabilidad, de la vivienda para grupos de hogares clasificados por ingresos que no poseen ahorros, tienen créditos en pesos a un plazo 20 años

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN PESOS				
PLAZO 20 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA	
A=1	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	16,08%	17,82%	N.A	15,32%
cdt 90 días	7,80%	6,14%	N.A	6,14%
100.000-499.999	0,00007%	0,048%	N.A	0,053%
500.000-999.999	0,00008%	0,168%	N.A	0,036%
> 1.000.000	0,00000%	0,058%	N.A	0,058%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN PESOS				
PLAZO 20 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA	
A=1	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	16,08%	17,82%	N.A	15,32%
cdt 180 días	8,40%	6,80%	N.A	6,80%
100.000-499.999	0,00008%	-0,984%	N.A	0,321%
500.000-999.999	0,00006%	0,161%	N.A	0,336%
> 1.000.000	0,00008%	0,142%	N.A	0,166%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN PESOS				
PLAZO 20 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA	
A=1	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	16,08%	17,82%	N.A	15,32%
cdt 90 días	8,54%	7,00%	N.A	7,00%
100.000-499.999	0,05165%	-0,046%	N.A	0,068%
500.000-999.999	0,00189%	0,202%	N.A	0,089%
> 1.000.000	0,00153%	0,163%	N.A	-0,010%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN PESOS				
PLAZO 20 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA	
A=0,5	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	16,08%	17,82%	N.A	15,32%
cdt 90 días	7,80%	6,14%	N.A	6,14%
100.000-499.999	0,00004%	0,048%	N.A	0,026%
500.000-999.999	0,00004%	0,168%	N.A	0,018%
> 1.000.000	0,00000%	0,058%	N.A	0,029%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN PESOS				
PLAZO 20 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA	
A=0,5	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	16,08%	17,82%	N.A	15,32%
cdt 180 días	8,40%	6,80%	N.A	6,80%
100.000-499.999	0,00004%	-0,492%	N.A	0,160%
500.000-999.999	0,00003%	0,081%	N.A	0,168%
> 1.000.000	0,00004%	0,071%	N.A	0,083%

RENTABILIDAD

ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN PESOS				
PLAZO 20 AÑOS	LAS VILLAS		DAVIVIENDA	
A=0,5	2003	2009	2003	2009
tasa hipoteca	16,08%	17,82%	N.A	15,32%
cdt 90 días	8,54%	7,00%	N.A	7,00%
100.000-499.999	0,02583%	-0,023%	N.A	0,034%
500.000-999.999	0,00095%	0,101%	N.A	0,044%
> 1.000.000	0,00077%	0,082%	N.A	-0,005%

Fuente: www.superfinanciera.gov.co información tomada junio 30 de 2010.

Tabla 20. Tasas de interés de créditos Hipotecarias y Cdt's 2003 y 2009

CREDITOS EN UVR ADQUISICIÓN DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS						
DAVIVIENDA	2003			2009		
tasa hipoteca	13,42%	13,42%	13,42%	11,11%	11,11%	11,11%
CDT 30, 60 y 90 días	7,80%	8,40%	8,57%	7,00%	6,80%	6,14%
varianza r	5,93333E-07	1,8E-06	0,000021226	0,00041967	0,00038621	0,00036277
varianza i	5,759E-06	5,759E-06	5,759E-06	1,4881E-06	1,4881E-06	1,4881E-06
covarianza	-1,15438E-06	-2,0295E-06	-2,0295E-06	1,0984E-05	1,1861E-05	1,1645E-05
2 covarianza	-2,30877E-06	-4,0589E-06	-0,00000406	2,1968E-05	2,3722E-05	2,3291E-05
LAS VILLAS	2003			2009		
tasa hipoteca	13,83%	13,83%	13,83%	9,27%	9,27%	9,27%
CDT 30, 60 y 90 días	7,80%	8,40%	8,57%	6,14%	6,80%	7,00%
varianza r	5,93333E-07	1,8E-06	2,1226E-05	0,00036277	0,00038621	0,00041587
varianza i	2,84181E-07	2,8418E-07	2,8418E-07	0,00012847	0,00012847	0,00012847
covarianza	-9,37227E-08	-2,8528E-08	6,3371E-08	-3,7478E-05	-3,8138E-05	-4,2382E-05
2 covarianza	-1,87445E-07	-5,7057E-08	1,2674E-07	-7,4956E-05	-7,6275E-05	-8,4764E-05
BBVA	2003			2009		
tasa hipoteca	13,86%	13,86%	13,86%	8,15%	8,15%	8,15%
CDT 30, 60 y 90 días	7,80%	8,40%	8,57%	6,14%	6,80%	7,00%
varianza r	5,93333E-07	1,8E-06	2,1226E-05	0,00036277	0,00038621	0,00041967
varianza i	4,42699E-07	4,427E-07	4,427E-07	3,2265E-05	3,2265E-05	3,2265E-05
covarianza	1,00774E-08	-8,3498E-07	-1,8469E-07	8,8847E-05	9,3353E-05	9,7512E-05
2 covarianza	2,01548E-08	-1,67E-06	-3,6938E-07	0,00017769	0,00018671	0,00017769
FUENTE: www.superfinanciera.gov.co tomado mayo 30 de 2010						

CRÉDITOS DE VIVIENDA DIFERENTE DE VIS EN PESOS			
DAVIVIENDA	2009		
tasa hipoteca	15,32%	15,32%	15,32%
CDT 30, 60 y 90 días	6,14%	6,80%	7,00%
varianza r	0,00036277	0,00038621	0,00041967
varianza i	0,00013732	0,00013732	0,00013732
covarianza	0,00019492	0,00020432	0,0002132
2 covarianza	0,00038984	0,00040865	0,00042639
LAS VILLAS	2009		
tasa hipoteca	17,82%	17,82%	17,82%
CDT 30, 60 y 90 días	6,14%	6,80%	7,00%
varianza r	0,00036277	0,00038621	0,00041967
varianza i	0,00035475	0,00035475	0,00035475
covarianza	0,00031088	0,00032711	0,00033665
2 covarianza	0,00062176	0,00065423	0,0006733
FUENTE: www.superfinanciera.gov.co tomado mayo 30 de 2010			

Tabla 21. Función de Utilidad Cobb Douglas distribución por edades

FUNCION UTILIDAD ALQUILER VIVIENDA Y AHORRO

A=0,05	cdt-360 2008	cdt 360 2003	cdt-90 2008	CDT-90 2003	cdt 180 2003	cdt 180 '2008	ecopetrol 200	ISA 2008
20-39	0,062	0,070	0,062	0,077	0,072	0,062	0,085	0,019
40-49	0,068	0,076	0,067	0,083	0,078	0,067	0,093	0,021
50-59	0,043	0,049	0,043	0,053	0,050	0,043	0,060	0,014
mayores 60	0,010	0,012	0,010	0,013	0,012	0,010	0,014	0,003

A=0,5	cdt-360 2008	cdt 360 2003	cdt-90 2008	CDT-90 2003	cdt 180 2003	cdt 180 '2008	ecopetrol 200	ISA 2008
20-39	0,452	0,481	0,450	0,504	0,486	0,450	0,533	0,245
40-49	0,472	0,503	0,470	0,527	0,508	0,471	0,557	0,256
50-59	0,375	0,400	0,374	0,418	0,404	0,374	0,443	0,203
mayores 60	0,179	0,191	0,179	0,200	0,193	0,179	0,212	0,097

A=0,1	cdt-360 2008	cdt 360 2003	cdt-90 2008	CDT-90 2003	cdt 180 2003	cdt 180 '2008	ecopetrol 200	ISA 2008
20-39	0,076	0,086	0,076	0,093	0,087	0,076	0,103	0,025
40-49	0,083	0,093	0,082	0,101	0,094	0,082	0,111	0,027
50-59	0,054	0,061	0,054	0,066	0,062	0,054	0,073	0,018
mayores 60	0,014	0,016	0,014	0,017	0,016	0,014	0,019	0,005

A=0,95	cdt-360 2008	cdt 360 2003	cdt-90 2008	CDT-90 2003	cdt 180 2003	cdt 180 '2008	ecopetrol 200	ISA 2008
20-39	17,235	17,345	17,229	17,424	17,362	17,230	17,523	16,212
40-49	17,311	17,422	17,305	17,501	17,439	17,306	17,601	16,284
50-59	17,082	17,191	17,076	17,270	17,208	17,077	17,368	16,068
mayores 60	16,356	16,460	16,350	16,536	16,477	16,351	16,629	15,385

Fuente: www.superfinanciera.gov.co y www.bvc.co Cálculos del autor.

Los resultados del cálculo de la función de utilidad Cobb Douglas por nivel de ingresos cuando se consideran dos activos ahorros y alquiler de vivienda, demuestran que a medida que aumenta la aversión al riesgo de los hogares la función de utilidad se incrementa, y los hogares se inclinan por invertir sus recursos en depósitos de ahorro.

Tabla 22. Función de Utilidad Cobb Douglas distribución por ingresos.

FUNCION DE UTILIDAD POR INGRESOS ALQUILER DE VIVIENDA Y AHORROS

A **0,05**

	cdt-360 2009	cdt 360 2003	cdt-90 2009	CDT-90 2003	cdt 180 2003	cdt 180 '2009	ecopetrol 2009	ISA 2009
240.000-999.000	0,00023	0,00019	0,00026	0,00021	0,00019	0,00023	0,00152	0,00035
1.000.000-1.999.999	0,00285	0,01160	0,00305	0,05851	0,03599	0,00296	0,00043	0,00022
2.000.000-3.071.000	0,00243	0,00993	0,00261	0,05070	0,03100	0,00253	0,00037	0,00019
3.100.000-5.999.000	0,00041	0,00034	0,00046	0,00037	0,00034	0,00042	0,00041	0,00009
> 6000.000.000	0,00023	0,00019	0,00026	0,00021	0,00019	0,00023	0,00023	0,00005

A **0,1**

	cdt-360 2009	cdt 360 2003	cdt-90 2009	CDT-90 2003	cdt 180 2003	cdt 180 '2009	ecopetrol 2009	ISA 2009
240.000-999.000	0,00038	0,00031	0,00042	0,00034	0,00032	0,00039	0,00226	0,00056
1.000.000-1.999.999	0,00410	0,01553	0,00438	0,07190	0,04537	0,00426	0,00069	0,00037
2.000.000-3.071.000	0,00243	0,00993	0,00261	0,05070	0,03100	0,00253	0,00059	0,00032
3.100.000-5.999.000	0,00065	0,00054	0,00073	0,00059	0,00055	0,00067	0,00065	0,00016
> 6000.000.000	0,00038	0,00031	0,00042	0,00034	0,00032	0,00039	0,00038	0,00009

A

0,5

	cdt-360 2009	cdt 360 2003	cdt-90 2009	CDT-90 2003	cdt 180 2003	cdt 180 '2009	ecopetrol 2009	ISA 2009
240.000-999.000	0,02359	0,02132	0,02518	0,02234	0,02154	0,02394	0,064	0,029
1.000.000-1.999.999	0,08904	0,18649	0,09233	0,43698	0,33836	0,09090	0,033	0,023
2.000.000-3.071.000	0,08197	0,17185	0,08500	0,40527	0,31280	0,08368	0,030	0,021
3.100.000-5.999.000	0,03201	0,02893	0,03417	0,03032	0,02922	0,03248	0,032	0,015
> 6000.000.000	0,02359	0,02132	0,02518	0,02234	0,02154	0,02394	0,024	0,011

A

0,9

	cdt-360 2009	cdt 360 2003	cdt-90 2009	CDT-90 2003	cdt 180 2003	cdt 180 '2009	ecopetrol 2009	ISA 2009
240.000-999.000	4,11468	4,03231	4,16875	4,07030	4,04040	4,12680	5,02	4,30
1.000.000-1.999.999	5,36678	6,22190	5,40586	7,37713	7,00920	5,38903	4,40	4,11
2.000.000-3.071.000	5,27867	6,12103	5,31714	7,26680	6,89996	5,30058	4,33	4,04
3.100.000-5.999.000	4,37372	4,28617	4,43118	4,32656	4,29478	4,38660	4,38	3,75
> 6000.000.000	4,11468	4,03231	4,16875	4,07030	4,04040	4,12680	4,12	3,52

A

0,95

	cdt-360 2009	cdt 360 2003	cdt-90 2009	CDT-90 2003	cdt 180 2003	cdt 180 '2009	ecopetrol 2009	ISA 2009
240.000-999.000	12,82915	12,70009	12,91317	12,75979	12,71282	12,84804	14,17	13,11
1.000.000-1.999.999	14,65166	15,77581	14,70491	17,17804	16,74420	14,68201	13,27	12,82
2.000.000-3.071.000	14,53090	15,64740	14,58374	17,04910	16,61320	14,56101	13,16	12,71
3.100.000-5.999.000	14,53090	15,64740	14,58374	17,04910	16,61320	14,56101	13,15770	12,24
> 6000.000.000	12,82915	12,70009	12,91317	12,75979	12,71282	12,84804	12,83	11,87

Fuente: www.superfinanciera.gov.co y www.bvc.co Cálculos del autor.

Tabla 23. Resultados de la función de utilidad del gasto de los hogares en amortización en vivienda y gastos corrientes por edades e ingresos.

RESULTADOS POR EDADES

EDADES	UTLIDAD				
Aversión	0,01	0,1	0,5	0,8	0,9
24-39	1,92	1,99	2,76	5,76	10,67
40-49	1,89	1,96	2,75	5,68	10,65
50-59	1,98	2,05	2,81	5,73	10,71
MAYOR 60	2,07	2,13	2,87	5,78	10,75

RESULTADOS POR INGRESOS

INGRESOS	UTLIDAD				
Aversión	0,01	0,1	0,5	0,8	0,9
200,000-999,999	2,05	2,12	2,86	5,77	10,74
1,000,000-1,999,999	1,92	1,99	2,76	5,69	10,67
2,000,000-2,999,999	1,86	1,94	2,72	5,66	10,64
>3,000,000	1,78	1,86	2,66	5,61	10,59

Fuente: www.superfinanciera.gov.co y www.bvc.co Cálculos del autor.

Tomando como base aquellos grupos de hogares que no tienen posibilidades de ahorro y considerando que los gastos corrientes representan el 78.2% de los gastos totales y el pago de amortización el 21.9% de los gastos (para la distribución de los gastos por edades), se concluye que una menor aversión al riesgo disminuye la función de utilidad total del portafolio, siendo menor para el grupo de edades de 40-49 años, en donde las personas han logrado una mayor estabilidad económica. Por el contrario, la función de utilidad del portafolio aumenta cuando el nivel de aversión al riesgo es alto, representado la mayor utilidad en grupo de hogares cuya edad supera los de 60 años.

Los resultados de la función de utilidad del portafolio por gastos dada la distribución de ingresos, demuestra que una menor utilidad del portafolio se presenta cuando la aversión al riesgo es baja y los ingresos de los hogares superan los tres millones de pesos, mientras que para ingresos inferiores a un millón los resultados de la función de utilidad son los más altos.

7 CONCLUSIONES Y APORTES

7.1 CONCLUSIONES

A partir del análisis del portafolio de los hogares seleccionados, especialmente para aquellos que tienen capacidad de ahorro y están financiando su vivienda en el sistema financiero, se demuestra cómo la hipótesis que relaciona el riesgo de mercado y una menor aversión al riesgo (DAR, disminución de la aversión al riesgo es decir que tiende a cero), incide sustancialmente en la toma de decisiones de la economía doméstica para conformar su portafolio de inversión. Cuando se tomó como referencia la inversión de activos riesgosos, aquellos que ofrecieron para el año 2009, una alta rentabilidad aunque con una mayor volatilidad en sus tasas de interés (medida a través de la desviación estándar) , como es el caso de las acciones de ETB, Éxito e ISA y así como en el Fondo de pensiones voluntarias “Porvenir” del Grupo Aval e ING principalmente, los hogares se inclinaron por invertir su portafolio en este tipo de activos, sin dejar de considerar rentable alquilar de vivienda.

De otra parte, el estudio también demostró que al aumentar la aversión al riesgo (IAR) y tener en cuenta los riesgos de mercado de aquellos activos cuya rentabilidad es más volátil, los hogares clasificados tanto por grupo de edad como por ingresos, prácticamente asignan todo su portafolio en la rentabilidad que genera la posibilidad de alquilar la vivienda, aunque sea muy baja. Es decir que al aumentar la aversión al riesgo y la volatilidad de la tasa de interés de los activos riesgosos, los hogares prefieren invertir en activos más estables, lo cual se refleja en la preferencia por alquilar la vivienda.

Al considerar los niveles de ingresos, se concluye que los grupos de hogares que tienen los ingresos más altos (superan los tres millones de pesos mensuales) si son menos aversos al riesgo y se incrementa las tasas de interés de los activos riesgosos, aumentan la inversión en este tipo de activos dentro del portafolio, lo cual se demuestra claramente en las opciones de compra de acciones como ETB e ISA, las cuales reportaron una rentabilidad anual para el año de 2009, de 48.76% y 32.99% respectivamente; mientras los grupos de menores ingresos son más conservadores a la hora de distribuir su portafolio quienes no se ven fuertemente influenciados por la mayor rentabilidad de éste tipo de activos y se inclinan sustancialmente por el alquiler de la vivienda, lo cual permitiría pagar parte de la cuota hipotecaria. Por lo tanto, cuando los ingresos tienden a ser menores la hipótesis de que a mayor riesgo de mercado resultante de una mejor rentabilidad y una menor aversión al riesgo (DAR), no son determinantes a la hora de seleccionar estos activos en la composición de sus portafolios de inversión, que permitan

obtener una mayor utilidad, mientras que para aquellos grupos de hogares cuyos ingresos son elevados este criterio si es significativo.

La atractiva rentabilidad que han ofrecido históricamente los mercados de acciones, está acompañada por una mayor volatilidad (riesgo) presente en esta alternativa de inversión. A diferencia de un título de deuda, las acciones no tienen plazo de vencimiento, no garantizan rentabilidad futura, ni existe certeza sobre la rentabilidad que será devengada por los dividendos en los años subsiguientes, que a su vez dependen del desempeño económico de la empresa. La inversión en acciones se encuentra sujeta al riesgo de mercado, que se deriva de la volatilidad de los precios de cotización en la bolsa. Esto se debe a que los precios de las acciones están sujetos a los ciclos económicos, las condiciones políticas, y las tendencias en los mercados financieros del mundo por lo que se considera una inversión de alto riesgo, no recomendable para excedentes de liquidez que sean requeridos en el corto plazo.

Por grupos de edades, la preferencia por invertir en acciones más rentables se refleja claramente cuando disminuye la aversión al riesgo en todos los hogares, principalmente en la acción que representó la mayor rentabilidad para el año 2009, como fue el caso de ETB (48.76%) donde los hogares invierten aproximadamente el 91% de sus ahorros en la adquisición de éstos activos, para mejorar la utilidad de su portafolio.

Al analizar el comportamiento de los portafolios en fondos de pensiones voluntarias (ahorro voluntario), cuando se toma en cuenta la edad, el grupo de personas mayores a 60 años seleccionó para el año 2009, el fondo que reportó más rentabilidad como fue el caso de ING (35.0%), quienes al disminuir la aversión al riesgo, optaron por aumentar la participación de este activo en su portafolio. De otra parte los demás grupos cuya edad oscila entre los 25-59 años, prefirieron un activo de rentabilidad menor (27.5%) como fue el caso de Protección aunque con una volatilidad mayor y algunos fondos de derivados de éste (Protección Smurfit con una rentabilidad anual de 23.63%). Por lo tanto, se ratifica la hipótesis una mayor tasa de interés reflejada en un mayor riesgo de mercado y una menor aversión al riesgo, conlleva a una mayor posibilidad de invertir los portafolios en activos más rentables pero más riesgosos. Caso contrario, se comprueba claramente la hipótesis que un mayor riesgo de mercado asociado a una tasa de interés más alta pero más volátil, y un aumento en la aversión al riesgo (IAR) reduce casi totalmente la participación de estos activos riesgosos en la composición del portafolio, con una clara tendencia a preferir casi en su totalidad alquilar la vivienda.

Por niveles de ingresos no hubo una diferencia significativa en los hogares, pues todos prefirieron invertir en Protección e ING respectivamente, nuevamente prima un criterio de elección inducido por una mayor rentabilidad cuando los hogares prefieren asumir un mayor riesgo. La única diferencia, fue en el grupo de hogares

cuyos ingresos oscilan entre 3´100.000-5´999.000 quienes trataron de invertir sus recursos en otros fondos como Citi-Col y Horizonte.

Cuando se planteó la alternativa de invertir en un activo menos riesgoso y más estable como fue el caso de los depósitos a término fijo (CDT's), los hogares consideraron que es más rentable para su portafolio alquilar su vivienda o parte de ella, sólo algunos grupos de hogares con altos ingresos mostraron cierto interés por invertir en estos títulos a 180 días, aunque dentro de la composición de su portafolio representen una participación del orden del 21%, cuando disminuye su aversión al riesgo (DAR). Por lo tanto la aversión al riesgo y el riesgo de mercado si son factores que inciden sustancialmente en la toma de decisiones de los agentes al momento de conformar los portafolios de inversión, sobre todo en la última década, cuando el sistema financiero ha ofrecido otras alternativas de inversión, las cuales aun siguen siendo desconocidas para muchas personas.

A pesar de que para muchos hogares colombianos es mejor ir a la fija con un producto de inversión tradicional como un CDT, la disminución de la tasa ha hecho que las personas empiecen a mirar productos alternativos que ofrecen mayores rentabilidades como las carteras colectivas, las acciones, y los fondos de inversión entre otros. Lo que es cierto, es que los CDT no son un activo muy rentable, para el portafolio de inversión. De hecho, el hogar puede considerar que está perdiendo dinero si la tasa de interés ofrecida es menor a la inflación.

Con relación a la rentabilidad de tener vivienda propia, para aquellos grupos de hogares que no disponen de recursos para ahorrar, su vivienda se convierte en el activo que representa casi la totalidad de su riqueza. Sin embargo, la rentabilidad aunque en la mayoría de los casos es positiva, se acerca a cero, prácticamente en el punto de equilibrio del flujo de la casa. Los resultados de la investigación demuestran claramente si se reduce la tasa de interés hipotecaria, mejora la rentabilidad de tener vivienda propia lo cual demuestra la hipótesis que afirma que “una disminución del riesgo de mercado y un aumento de aversión al riesgo (IAR) se cumple en el sentido que si la tasa de interés del crédito hipotecario (principalmente si es financiado en UVR) se reduce, mejora la rentabilidad de tener este activo, esto se evidencia principalmente para aquellos grupos de hogares que tienen ingresos más altos (superiores a un millón de pesos) y para aquellas personas cuya edad supera los cuarenta años.

En realidad la rentabilidad de tener vivienda estriba en lo que para muchos hogares representa casi la totalidad de su patrimonio, la cual garantiza bienestar y estabilidad; sin embargo desde el punto de vista de la rentabilidad financiera, no es mucho lo que signifique pues prácticamente los gastos que las familias deben utilizar en su manutención, así como aquella parte destinada al pago de la cuota hipotecaria absorben gran parte de sus ingresos. No obstante, tener vivienda si representa alguna rentabilidad económica al hogar principalmente cuando la tasa de interés del crédito disminuye.

Los negocios con la vivienda son muchos. Hay muchas oportunidades para obtener una rentabilidad importante con la compra de bienes raíces, incluso muy por encima de lo que da comprar dólares o adquirir un CDT. La vivienda además es una inversión menos volátil que las acciones. Algunos colombianos, con un perfil de riesgo conservador, prefieren invertir sus ahorros en la cuota inicial de un crédito para vivienda. El negocio da cierta tranquilidad a los inversionistas, quienes están haciéndose a su patrimonio propio, cuando el jefe del hogar decide alquilar su vivienda, es importante que el canon de arrendamiento alcance para cubrir el pago del crédito. La adquisición de vivienda sigue siendo una de las opciones más rentables para cuidar el patrimonio, esto asociado a que el Gobierno, como fórmula para mejorar los índices de construcción, dispuso de bajas especiales en las tasas de interés para compra de vivienda nueva. Por lo tanto, la compra de vivienda es una forma de valorizar el dinero.

En Colombia la vivienda es el principal activo de los portafolios de inversión de las economías domésticas, y su tenencia significa bienestar para los hogares. La vivienda es la única propiedad privada de valor relativamente alto a la que pueden aspirar millones de colombianos. Esto sumado a la enorme pobreza, a la inestabilidad laboral, al desempleo y a los arriendos costosos, hace que un techo propio aparezca como una especie de seguro de desempleo y vejez. Si ésta es financiada el principal riesgo de perder el inmueble es el no pago de las cuotas, la cual puede incrementarse por un aumento en la inflación o porque el usuario quede desempleado. Por ello, es importante analizar el comportamiento del agente frente a los cambios que pueda presentar la tasa de interés. La tasa de interés es fundamental a la hora de tomar la decisión de endeudarse; sin embargo, no debe ser la determinante. Ello depende de las expectativas futuras tanto de la valorización de la vivienda y esencialmente de los ingresos. El endeudamiento debe utilizarse cuando pueda pagarse y no porque se necesite.

Los usuarios deben aprovechar positivamente los cambios de estrategia de las entidades de crédito mediante la renegociación de créditos vigentes, la utilización del apalancamiento financiero para mejorar la rentabilidad del negocio de la finca raíz o el aprovechamiento de los beneficios tributarios otorgados a los créditos de vivienda para la disminución de la base de retenciones en la fuente por salarios. No obstante, muchos de estos beneficios están al alcance sólo de quienes tienen mayor capacidad de pago y las entidades crediticias lo aprovecharán para seguir incrementando la rentabilidad del negocio con la mínima exposición al riesgo.

Un aumento de la tasa interés provocada por una variación en la tasa de inflación, incrementa el riesgo de mercado para los hogares, lo cual es un indicador para que el gobierno disminuya la tasa, de tal manera que permita el jefe del hogar mantener el pago de la cuota. Considerando dentro del gasto de los hogares sólo el pago de la tasa de interés, por cuanto el pago de la cuota como tal, es equivalente al valor de la inversión y equivalente a su vez a la cantidad de ahorro utilizada para la

adquisición de la misma. Esta conclusión, se demuestra la hipótesis que existe una relación directa entre el comportamiento del agente cuando es averso al riesgo y un aumento de la volatilidad en la tasa de interés, lo cual refleja el efecto de la incertidumbre en la tenencia de la vivienda cuando ésta es financiada. En Colombia, muchos hogares están en riesgo de perder su vivienda, cuando frente a unos ingresos restrictivos cualquier incremento en el pago de ésta afecta sensiblemente su tenencia. El sentimiento generalizado en el país hacia la casa propia lo resume el adagio popular que reza que “tener casa propia no es riqueza, pero no tenerla es demasiada pobreza”.

La tenencia de vivienda como inversión implica que este un bien rentable, cuyo valor se incrementa por la valorización del inmueble o por el costo del alquiler. Cuando ésta se incluye dentro del portafolio de inversión junto a otro tipo de activos, la aversión al riesgo de los hogares y el comportamiento del mercado juega un papel importante en la rentabilidad de los mismos. Tanto por edades como por niveles de ingresos el comportamiento es similar, en estos casos se demuestra la hipótesis que el hogar es averso al riesgo (IAR Incrementa la Aversión al riesgo) cuando el precio de mercado de los créditos hipotecarios aumenta. Sin embargo, la valorización de la finca raíz, la vuelve a hacer interesante como alternativa de inversión. Lo anterior reactivaría aún más el crédito de vivienda si las entidades ofrecen condiciones “atractivas” de tasas de interés, y en la medida en que la rentabilidad –valorización– sea superior a los costos financieros y la tasa de interés es determinante.

A través de la metodología de media varianza se pudo calcular la rentabilidad de los portafolios para los distintos grupos de hogares clasificados tanto por ingresos como por edades. Mediante éste método se puede integrar dos conceptos la aversión al riesgo que refleja el comportamiento individual de los hogares y el riesgo de mercado expresado por la varianza en el precio de los activos. Una variante al método original de Harry Markowitz propuesto en su “Teoría del portafolio”; se utilizó en ésta investigación para el cálculo de la optimización de los portafolios el cual a su vez permitió estimar la tasa de rentabilidad de tener vivienda propia. Lo interesante de ésta metodología fue integrar el análisis microeconómico de los hogares a través de su aversión al riesgo y el comportamiento de los precios del mercado de los activos financieros. Por tanto la microeconomía, la macroeconomía y la economía financiera, permiten analizar el comportamiento de los individuos cuando se enfrentan al contexto intertemporal en las decisiones de inversión de las economías domésticas, que en la naturaleza de los mercados de capitales y sus consecuencias para la valoración de activos y riesgos en un mundo de incertidumbre habían sido ignorados.

7.2 APORTES

En términos generales el aporte de ésta investigación se resume en los siguientes aspectos:

- Incluir la tasa de alquiler de poseer vivienda propia junto con un activo riesgoso y otro de bajo riesgo para el cálculo de la participación óptima de los activos que componen los portafolios de inversión de las economías domésticas. Generalmente en la composición de portafolios eficiente se emplea el criterio de maximización de rentabilidad de los activos financieros, de renta fija o activos riesgosos, en la conformación de un portafolio óptimo utilizando la línea del mercado de capitales y la frontera eficiente desarrollada principalmente por Merton Miller y William Sharpe. Si bien la investigación mantiene esta línea teórica, incluye el alquiler de la vivienda como una opción de inversión de los hogares aunado a la actitud que tenga el hogar frente al riesgo del mercado.
- Determinar una tasa de rentabilidad de la tenencia de la vivienda propia para aquellos hogares que disponen este activo como parte esencial de su portafolio, ésta depende directamente de la aversión al riesgo, la volatilidad de la tasa de interés del crédito hipotecario, la volatilidad de la tasa de alquiler y la covarianza entre las dos tasas. Un aumento de la aversión y la volatilidad incide sustancialmente en la rentabilidad de la vivienda. Cuando el hogar, disminuye su aversión al riesgo, dado un nivel de volatilidad en la tasa de interés hipotecaria, la rentabilidad de la vivienda disminuye demostrando que preferiría invertir su portafolio en otro tipo de activos más rentables
- Integrar el análisis microeconómico de la aversión al riesgo que determina la toma de decisiones de las economías domésticas, con el riesgo de mercado medido a partir de la volatilidad de las tasas de interés de los activos financieros y la tasa de interés hipotecaria dado el entorno macroeconómico, es un aspecto importante para la economía financiera. Para tal efecto, se utilizó el método de media varianza para calcular la participación óptima de los activos que conforman sus portafolios de inversión y la rentabilidad de tener vivienda propia, y ésta se determinó a partir del flujo neto de la casa, el cual se definió como la diferencia entre el ingreso que genera el alquiler de la vivienda y el pago de la cuota hipotecaria, y que no había sido considerado bajo esta perspectiva. Muchos hogares en Colombia sólo disponen de éste activo y luchan por conseguirlo y mantenerlo, pero se demostró que la rentabilidad de tener vivienda prácticamente es cercana a cero, donde cualquier cambio inesperado en la condición económica de los propietarios, obligaría casi a recurrir al alquiler del inmueble para cubrir el pago de la cuota hipotecaria. Sin embargo, la tenencia de éste bien es un indicador que refleja la calidad de vida de sus propietarios.

8 BIBLIOGRAFÍA

Aoki, k, Proudman, J y Vlieghe, G (2002) "House price, consumption and monetary policy: a financial accelerator approach", Banco de Inglaterra - Working Paper No.169.

Banco de la república Ensayos sobre de Política Económica Revista No. 30, diciembre de 1996.

Bernanke, b, Gertler, M, y Gilchrist, S (1999) "The Financial Accelerator in a Quantitative Business Cycle Framework" Handbook of Macroeconomics (North Holland).

Campbeli John y. and Cocco Joao F. (2003) "Household Risk Management and Optimal Mortgage Choice. The Quarterly Journal of Economics. Vol. 118, No. 4 (Nov., 2003).

Cárdenas, m y Badel, A (2003) "La crisis de Financiamiento hipotecario en Colombia: Causas y Consecuencias", documento que hace parte de un proyecto sobre financiamiento hipotecario en América Latina liderado por el Banco Interamericano de Desarrollo (BID).

Clavijo Sergio (2004) La Vivienda en Colombia sus Determinantes Socio-Económicos y Financieros. Banco de la República.

Cocco Joao (2005). Portfolio Choice in the presence of Housing (Summer 2005).

Cornford Andrew (1996) "Some recent Innovations in International Finance: Different Faces of Risk Management and Control." *Journal Of Economic Issues*. Vol. XXX No. 2 June 1996

DANE Encuesta Calidad de Vida. 2003.

De Lara, Alfonso. (2002) "Medición y control de riesgos". Limusa Noriega editores. México. Segunda Edición.

De Miguel Victor, Garlappi Lorenzo, Uppal Raman. (2008). "Optimal Versus Naive Diversification: How Inefficient is the 1/N Portfolio Strategy". *Review of financial Studies*

Epps Thomas W. (1981) "Necessary and sufficient conditions for the mean-variance portfolio model with constant risk aversion". Journal of Financial and Quantitative Analysis volume XVI, No. 2, June 1981.

Flavin Marjorie (2009) "Housing, Adjustment Costs, and Endogenous Risk Aversion". UCSD NBER, October 2009. Preliminary version prepared for the Bank of Spain conference on Household Finance and Macroeconomics.

Flavin Marjorie and Yamashita Takashi. (1998) Owner occupied housing and the composition of the household portfolio over the life cycle. University of California, San Diego, January 1998.

_____. (2002). Housing and the Composition of the Household Portfolio The American Economic Review, Vol. 92, No. 1 (Mar., 2002).

Flemming, J. A. (1973) "The consumption function when capital markets are imperfect" Oxford Economic Papers, vol 25.

Fratantoni Michael. (1996) "Housing Wealth, Precautionary Saving and the Equity Premium." Unpublished manuscript, Johns Hopkins University.

Guillen Romo H (1997), "Globalización financiera y riesgo sistemático. *Revista de Comercio Exterior*. Vol. 47 No. 11, noviembre de 1997.

Gallin, Joshua (2003) "The long run relationship between Houses Prices and Income: evidence from local housing Markets" .Finance and Economics Discussions Series (Board of Governors of Federal reserve system). No. 2003-17 Washington, D.C) April 2003.

Gollier, Christian (2001) "The Economics of risk and time 2001" MIT.

Green W. H. (2002) Econometric Analysis New York Prentice Hall.

Jorion Phillipe (2003) Valor en Riesgo. Limusa S.A. Universidad de California. México D.F.

Marín José M. Rubio Gonzalo (2001) Economía Financiera. Antonio Bosch Editor, Capítulo I.

Markowitz Harry, Marz (1952) Portfolio Selection, The Journal of Finance, vol. 7 No.1.

_____. (1959). Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. New York: John Wiley & Sons. (reprinted by Yale University Press, 1970.

_____ (1992). Mean Variance in Portfolio Choice and Capital Markets. Oxford Basil Blackwell.

Melo Velandia Luis Fernando, Becerra Camargo Oscar Reinaldo. (2006) "Medidas de riesgo y características técnicas de medición". Centro Editorial Universidad del Rosario. Facultad de Economía.

Merton, Robert. (1972) "An analytic derivation of the efficient portfolio frontier," Journal of Financial and Quantitative Analysis 7, September 1972, 1851-1872.

Meyer Jack. (1987) Two-Moment Decision Models and Expected Utility Maximization. The American Economic Review, Vol. 77, No. 3 (Jun., 1987), pp. 421-430 Published by: American Economic Association

Montenegro Luis Armando. (2004) Superintendencia del Sistema Financiero. Calificación de Riesgos, Reformas de Basilea 2004.

Muellbauer, Jhon and Murphy, Anthony. (1997) "Booms and Busts in the UK Housing Market". The economical Journal November. Royal Economic Society.

Meullbauer J (1966) "Housing credit constraints and transactions costs in the demand for housing: a theoretical analysis" (Mimeo) Nuffield College.

Nabcini Raffaele and Pastorello (2008) Sergio Mean-Variance Econometric Analysis Household Portfolios. Università degli Studi di Brescia-Italy.

Otero León Ricardo, Alfaro Lozano Juan Carlos, (2001) Superintendencia Bancaria de Colombia. Medición y gestión de riesgos de mercado: un reto para el sector financiero y la Superintendencia Bancaria. Bogotá D.C., septiembre 27 de 2001.

Pelizzon Lorian and WEBER Guglielmo. (2008) "Are Household Portfolios Efficient? An Analysis Conditional on Housing" Journal of Financial and Quantitative Analysis vol. 43, no. 2, June 2008, pp. 401–432 2008, Michael g. Foster School of Business, University of Washington, Seattle, WA

Perali Federico (2000). Applied Economics with special interest on Political Economy, Production Economics, Labour Economics, Household Economics, and Econometrics.

Poterba, James M. And Samwick, Andrew A. (1997) "Household Portfolio Allocation over the life Cycle" National Bureau of economic Research (Cambridge Working Paper No. 6185, 1997.

Pratt Jhon W. (1964) "Risk Aversion in the Small and in the Large". Econométrica Vol 32 (Jan-April 1964).

Ross Steve (1976) "The arbitrage Theory of Capital Assets Pricing", Journal of economic Theory, December 1976.

Rui Yao and. ZHANG Harold H. (2005) "Optimal consumption and Portfolios Choices with risky housing and Borrowing Constraints" The Review of financial Studies. (Spring 2005).

Saha Atanu. (1993) Expo Power Utility: A flexible Form for Absolute and Relative Risk Aversion. Nov 1993.

Sanford J. Grossman and Guy Laroque. (1990) Asset Pricing and Optimal Portfolio Choice in the Presence of Illiquid Durable Consumption Goods. *Econometría*, Vol. 58, No. 1 (Jan., 1990).

Sharpe, William. (1964) "Capital Assets Prices: a theory of market under conditions of risk" *Journal of finance* no. 19 1964.

Schiller, R. J Comportamiento especulativo y el funcionamiento de los mercados de riesgo, *Moneda y Crédito* No. 200.

Superintendencia Bancaria de Colombia, Circular externa 042 de 2001 septiembre 27, Ccapítulo XXI, Criterios y procedimientos para medición de riesgos de mercado.

Superintendencia Bancaria. Subdirección de Desarrollo. División de Estadística 2002. Informe Semanal.

Tobin James "Liquidity (1958). Preference as Behavior Towards Risk. "Review of Economics Studies" February 1958, 25.

Vilariño Sanz Angel (2001) "Turbulencias Financieras y Riesgos de Mercado" *Pretince Hall*" *Financial Times*, Madrid 2001.

www.asobancaria.com Informe Financiero Trimestral A septiembre de 2008. Tomado Septiembre 7 de 2009.

www.superfinanciera.gov.co

www.asofondos.org.co

www.bvc.com.co

Varian Hal, (1999) A portfolio Nobel Laureates, Markowitz, Miller and Sharpe. *Journal of Economics Perspectives*, Volumen 7 Number 1 Winter 1993 pp 159-169

Vasilellis G.A. y Harold H N. Meade, (1996) "Forecasting Volatility for Portfolio Selection", Journal of Business Finance and Accounting, vol 23. 1, de 1996, pp. 125-143

Yongheng Deng. Quigley John M, Van Order Robert. (2000) "Mortgage Terminations, Heterogeneity and the Exercise of Mortgage Options". Econométrica, Vol. 68, No. 2 (Mar., 2000).