UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

La Mecánica Cuántica de la Oscilación de Neutrinos en el Vacío

Angélica Bravo Bohórquez

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias, Departamento Física
Bogotá, Colombia
2012

La Mecánica Cuántica de la Oscilación de Neutrinos en el Vacío

Angélica Bravo Bohórquez

Trabajo Dirigido de grado presentada(o) como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Ciencias Física

Director:
Dr. Fredy Alexander Ochoa Pérez
Físico, M Sc, Ph D.

Línea de Investigación:
Física de Neutrinos
Grupo de Investigación:
Física de Altas Energias

Universidad Nacional de Colombia
Facultad Ciencias, Departamento de Física
Bogotá, Colombia
2012

Resumen

La oscilación de neutrinos es un hecho experimental que ha motivado plantear modelos más allá del Modelo Estándar (ME). Experimentalmente se han encontrado tres sabores de neutrinos asociados a cada leptón cargado: electrónico, muónico y tauónico. La oscilación sucede en la probabilidad de conversión entre los tres sabores. El origen de la oscilación se puede entender como una rotación entre los estados de sabor y estados de masa. Los estados de masa se propagan en el espacio y los estados de sabor son medidos en la fuente y en el detector final. A partir de los postulados de la mecánica cuántica, se estudia la oscilación de neutrinos usando las prescripciones de igual momento, energía y tiempo, donde se demuestra que los tres conducen a resultados equivalentes. Se usan dos tratamientos: onda plana y paquetes de onda. Se muestra que la oscilación se observa si se cumplen las siguientes condiciones: 1.) Los neutrinos poseen masas no degeneradas, 2.) el experimento no determina los valores absolutos de las masas y 3.) el detector no puede determinar el tiempo de propagación del haz de neutrinos de forma precisa. Se encuentra que en el tratamiento de paquetes de onda existe una longitud de coherencia por encima de la cuál la superposición de estados de masa se pierde, destruyendo la interferencia que causa la oscilación.
Palabras clave: Oscilación, neutrinos, mecánica cuántica.

Abstract

The neutrino oscillation is an experimental fact that has motivated other models beyond the standar model (SM). There are three flavor of neutrinos associated with each charged lepton: Electron, muon and tau neutrinos. The oscillation occurs in the probability of conversion among the three flavors. The origin of the oscillation can be understood as a rotation between flavor states and states of mass. Mass states propagate freely through the space while flavor states are measured in the source and the detector during interactions. From the postulates of the quantum mechanic, we study the oscillation of neutrinos using the prescriptions of equal time, energy and time, which shows that the three methods lead to equivalent results. Two treatments are used: plane wave and wave packets. It is shown that the oscillation is observed if the following conditions are met: 1.) The neutrinos have nondegenerated masses, 2.) The experiment does not determine the absolute values of the masses and 3.) The detector can not determine the time of the propagation of the neutrino beam accurately. It is found that in the treatment of wave packets exists a coherence length after which the superposition of the mass states is lost, destroyed the interference which causes the oscillation.
Keywords: Oscillations, quantum mechanics, neutrino

Contenido

Resumen I

1. Introducción 2

2. El Neutrino en el Modelo Estándar 5
2.1. El grupo $SU(2)_L$ . . . 5
2.2. El grupo $U(1)_Y$ . . . 6
2.3. El grupo $U(1)_Q$ . . . 6
2.4. El espectro Fermiónico del Modelo Estandar . . . 7
2.5. El Espectro Vectorial del Modelo Estándar . . . 7
2.6. El Espectro Escalar del Modelo Estándar . . . 10
2.7. El Número Leptónico . . . 12

3. La Masa de los Neutrinos 14
3.1. La masa de los neutrinos en modelos $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ . . . 14
3.2. Masa de neutrinos en grupos gauge extendidos . . . 16
3.3. Esquemas de masa . . . 19
3.3.1. Masas tipo Dirac . . . 19
3.3.2. Masas tipo Majorana . . . 21
3.3.3. Masas Dirac-Majorana . . . 23

4. Oscilación de Neutrinos I: Tratamiento Estándar 24
4.1. Consideraciones Generales . . . 24
4.2. El caso de los dos sabores . . . 26

5. Oscilación de Neutrinos II: Tratamiento Cuántico con Ondas Planas 28
5.1. Postulados mecánico cuánticos . . . 29
5.1.1. Fase de producción . . . 30
5.1.2. Fase de propagación . . . 31
5.1.3. Fase de detección . . . 33
5.2. El proceso de medición . . . 35
5.2.1. Un espectrómetro de masas . . . 35
5.2.2. Un espectrómetro de sabor . . . 36
5.3. La diferencia de Fase . . . 37

5.4. Prescripciones para el Cálculo de la Oscilación 39
5.4.1. Prescripción de igual momento 39
5.4.2. Prescripción de igual energía 40
5.5. Discusión 41

6. Oscilación de Neutrinos III: Tratamiento con Paquetes de Onda 43
6.1. Consideraciones Iniciales 43
6.2. Esquemas de Oscilación 46
6.2.1. Esquema de Igual Tiempo 46
6.3. El problema de Detección: 46
6.4. Discusión 47

7. CONCLUSIONES 49

A. Anexo: Cantidades Conservadas 51
A.1. Helicidad y Quiralidad 51
A.2. Violación de Paridad 53
A.3. Conjugación de Carga 54

Bibliografía 55

1. Introducción

El proceso de radiactividad, en el cuál núcleos atómicos se desintegran en otros núcleos o partículas más livianas fué observado por primera vez por Henri Beckerel en 1896. En 1899 Ernest Rutherford describió dos tipos de radiactividad: la emisión α, la cuál consiste de núcleos de helio y la β correspondiente a electrones. Poco tiempo después, en 1900 Paul Villard descubrió la radiación γ asociado a radiación electromagéntica de muy alta energía y frecuencia. Dos de las radiaciones (α y γ) se pueden describir por medio de las interacciones nuclear fuertes y electromagénticas, la cual conserva el número de protones y neutrones en los procesos. Sin embargo, la desintegración β presentaba propiedades que no podian ser entendidas con sólo estas interacciones. Primero, la emisión de partículas beta tiene lugar cuando un neutrón del núcleo se convierte en un protón. Así, aunque la carga eléctrica neta se conserva con la emisión de la partícula β (un electrón), el número de neutrones y protones no se conserva. Segundo, Chadwick y Ellis en 1914 determinaron que la energía inicial del núcleo éra mayor que las energías finales del núcleo descendiente y del electrón emitido, lo cuál iba en contra de la conservación de la energía. No fué sino hasta 1930 cuando W. Pauli propuso la existencia de una partícula muy liviana y sin carga eléctrica para compensar la aparente pérdida de energía y momento líneal en la desintegración beta y la cuál E. Fermi llamó el neutrino. En 1933 Anderson descubrió el positrón, con lo cuál Fermi construye la primera teoría que explicaba el decaimiento β [1]. En dicha teoría, el agente responsable de la desintegración beta de un neutrón éra una nueva interacción conocida como fuerza nuclear débil. Sin embargo, la existencia del neutrino no fué confirmada experimentalmente sino hasta 1956 por C. Reines y F. Cowan [2]. Por otro lado, en 1962 el equipo de L.M. Lederman y J. Steinberger estudiaron el decaimiento de piones en muones y neutrinos, determinando que el neutrino producido en dicho proceso éra diferente al descubierto por Cowan y Reines 6 años antes, planteando así la existencia de distintos tipos (sabores) de neutrinos: neutrinos tipo electrónico y muónico [3]. Recientemente, en el año 2001 se confirmó experimentalmente la existencia de un tercer sabor: el neutrino tauónico[4].

En las décadas siguientes al modelo de Fermi, las investigaciones teóricas y experimentales determinaron que dicho modelo funcionaba bastante bien a energías bajas, pero a más altas energías presentaba serios problemas. No fué sino hasta la decada de los 70s en que los diferentes trabajos finalmente condujeron a un modelo que describiera todas las partículas e interacciones fundamentales observadas en la naturaleza (con excepción de la gravedad): el Modelo Estándar (ME) [5]. El ME incorpora los tres sabores de neutrinos y la interacción

débil de manera íntegra dentro de la estructura del modelo junto con las otras dos interacciones (fuerte y electromagéntica) y partículas. Por otro lado, aunque el ME implementa las masas de las partículas a través del mecanismo de Higgs, la estructura del modelo finalmente describe a los neutrinos como partículas no masivas. Sin embargo, las evidencias experimentales sobre la oscilación de neutrinos como las mostradas por el SuperKamiokande o SNO [11] muestran todo lo contrario: los neutrinos tienen masa pequeña pero diferente de cero. Originalmente, el concepto de oscilación de neutrinos fue propuesto por Pontecorvo en 1957 [6], motivado por el fenómeno de oscilación de Kaones neutros, en el cuál el número de extrañeza oscila, hecho que fue estudiado en primer lugar por Murray Gell-Mann y Abraham Pais [7]. El fenómeno de oscilación de neutrinos resurgió en 1968 con el experimento HOMESTAKE, en el cuál se evidenció una fuerte discrepancia entre los sabores de los neutrinos que se producen en el sol y los neutrinos detectados en la tierra. Este es el problema de los neutrinos solares, en el cual la cantidad de neutrinos tipo electrónico detectados en la tierra es cerca de un tercio de los neutrinos estimados producidos en el sol [8]. La forma más simple de explicar ésta deficiencia es a través del mecanismo de oscilación entre los estados de sabor de los neutrinos durante su propagación en el espacio, la cuál es posible solamente si el espectro de masa de neutrinos es no degenerado, dónde por lo menos dos de los tres tipos de neutrinos deben ser masivos [9, 11]. Posteriormente, la detección de neutrinos producidos por la interacción de rayos cósmicos con la atmósfera terrestre en los experimentos IMB en USA y Kamiokande II (KK2) determinaron un déficit de neutrinos muonicos relativo al número de neutrinos electronicos. Con la puesta en marcha del experimento Superkamiokande (SK), se confirmó ese déficit. Aunque estos experimentos no determinan de forma absoluta el valor de las masas, el fenómeno de oscilación sigue suministrando más evidencias de la masa de los neutrinos.

La oscilación de neutrinos [12] se puede explicar como la rotación de un sistema de coordenadas, en el cuál se ubican los estados débiles y los estados de masa. En la primera base se encuentran los estados propios de sabor, y en la otra (la base rotada) se encuentran los estados propios de masa. De ésta forma, los estados de sabor de los neutrinos se expresan como una superposición de estados propios de masa; la transformación de uno a otro sistema se hace a través de una matriz unitaria llamada matriz de mezcla. El fenómeno de oscilación se manifiesta en el comportamiento oscilatorio de los términos de interferencia en la probabilidad de transición entre sabores con una fase dependiente de la posición de detección [9]. Actualmente, existen diversos esquemas para entender el problema de oscilación de neutrinos, y todos ellos pueden reproducir en algun límite los resultados del tratamiento más simple correspondiente al de ondas planas. Sin embargo, desde el punto de vista fundamental hay profundas diferencias en cuanto a las suposiciones físicas iniciales y existe controversias de cuál formulación es realmente la correcta. A pesar de que el resultado con el tratamiento de ondas planas se toma usualmente como referencia para los análisis de experimentos de oscilación, su derivación sigue siendo inconsistente con los principios de la mecánica cuántica.

Por otro lado, se han propuesto otros tratamientos que se acercan a los resultados observados de forma más consistente. Por ejemplo, el tratamiento de paquetes de ondas propuesto por Boris Kayser [12] modela la oscilación de partículas a través de paquetes de ondas intermediarios, en el cual se asocia un paquete de ondas a cada estado propio de masa propagado. Un tercer tratamiento esta basado en los principios de la teoría cuántica de campos, propuesto por Giunti, Kim y Lee [12],[20].

La importancia del fenómeno de oscilación de neutrinos es primordial en la física de partículas, ya que la existencia de neutrinos livianos con masa es la primera evidencia tangible de nueva física más allá del ME. Aunque el valor de las masas de los neutrinos son muy pequeñas de acuerdo a estimativos indirectos de los datos experimentales, este descubrimiento tiene profundas implicaciones en la física de partículas elementales y en astrofísica. Adicionalmente, el ME no puede incorporar neutrinos masivos, incluso aunque esta sea muy pequeña. Por lo tanto, la existencia de neutrinos masivos es un signo de una teoría subyacente más allá del ME y que podría involucrar teorías de unificación de fuerzas y partículas.[12] Puesto que el universo está repleto con neutrinos producidos desde el big-bang, incluso la más pequeña masa consistente con los experimentos, llevarán a que la contribución de la masa de los neutrinos sería del mismo orden de las mismas estrellas brillantes. La pequeñez de esas masas también puede influenciar la dinámica durante la explosión de estrellas para producir elementos químicos[11].

En el presente trabajo se realiza un estudio de los principios teóricos asociados al fenómeno de la oscilación de neutrinos entendidos a partir de los principios de la mecánica cuántica. Previamente, en el capítulo 2 se caracterizan las propiedades fundamentales de los neutrinos descritos en el marco del ME. En particular, se entiende el origen de la no existencia de masa de los neutrinos predicho por el ME. En el capítulo 3 se discuten los diferentes mecanismos bajo los cuales se puede dotar de masa a los neutrinos. También se discute los diferentes esquemas de masa según la naturaleza espinorial del campo que describe al neutrino. En el capítulo 4 se desarrolla el tratamiento estándar de la oscilación de neutrinos con ondas planas y bajo la prescripción de igual momento. Como ejemplo, se toma el caso de dos sabores. En el capítulo 5, se realiza un planteamiento general partiendo de los principios básicos de la mecánica cuántica. El tratamiento se enfoca en particular usando ondas planas pero bajo otras prescripciones: mismo tiempo y misma energía. En el capitulo 6 se desarrolla un posible tratamiento de paquetes de onda. Finalmente, en el capítulo 7 se discuten algunas conclusiones.

2. El Neutrino en el Modelo Estándar

El modelo estándar (ME) es una teoría gauge soportada en la teoría cuántica de campos y en principios de simetrías locales. El grupo de simetría corresponde a un producto directo de tres subgrupos: $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, donde $SU(3)_c$ es el grupo de color que describe la cromodinámica cuántica (QCD) de la interacción fuerte entre los quarks, $SU(2)_L$ es el grupo de isospín asociada a la interacción débil y que implementa la violación de la paridad, y $U(1)_Y$ es el grupo de hipercarga la cuál incopora elementos adicionales que describen la interacción débil neutra y la interacción electromagnética. El sector $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ se conoce conjuntamente cómo el Modelo Estándar Electrodébil (MEE) propuesto por Glashow, Weinberg y Salam.[13][14]

2.1. El grupo $SU(2)_L$

El grupo $SU(2)$ corresponde al conjunto de transformaciones unitarias con determinante uno. Los generadores del grupo en la representación fundamental corresponden a las tres matrices de Pauli normalizadas con un factor de 1/2:

$$T_1 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, T_2 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, T_3 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \tag{2-1}$$

las cuales cumplen con el siguiente álgebra de Lie:

$$[T_\alpha, T_\beta] = i\epsilon_{\alpha\beta\gamma} T_\gamma, \tag{2-2}$$

donde el coeficiente $\epsilon_{\alpha\beta\gamma}$ es el tensor de Levi-Civita definido como 1 para índices $(\alpha\beta\gamma)$ en orden par de (123), -1 para orden impar y cero si hay índices repetidos. La representación fundamental del grupo genera un espacio vectorial de dimensión 2 y que transforma según:

$$\vec{\psi}' = e^{-i\vec{\theta}\cdot\vec{T}}\vec{\psi}. \tag{2-3}$$

En el modelo se distinguen dos tipos de partículas: las partículas de materia correspondientes a fermiones de espín 1/2, y los campos de interacción asociados a partículas de espín 1. Los fermiones en general se pueden representar cómo una superposición de dos tipos de espinores según las transformaciones de Lorentz:

$$\psi = P_L\psi + P_R\psi = \psi_L + \psi_R \tag{2-4}$$

donde P_L y P_R son los proyectores de quiralidad izquierdas y derechas, definidos en el apéndice A. La violación de la paridad de la interacción débil se incorpora exigiendo que los fermiones izquierdos pertenezcan a los vectores de dimensión dos de la representación fundamental del grupo $SU(2)_L$, mientras los derechos son invariantes bajo el mismo grupo, formando singletes de $SU(2)_L$[13].

2.2. El grupo $U(1)_Y$

El grupo $U(1)$ son transformaciones abelianas de fase. La representación del generador del grupo actúa sobre vectores complejos de una dimensión, i.e. números complejos.[13] En particular, se define la hipercarga débil Y como el generador de un grupo unitario $U(1)_Y$, el cuál cumple con las siguientes características:

a) Debe ser 2×2 diagonal:

$$T_0 = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}. \tag{2-5}$$

b) Se exige la misma normalización que las matrices de Paulí

$$TrT_0^2 = \frac{1}{2}. \tag{2-6}$$

c) Debe conmutar con T_1, T_2, T_3,

$$[T_0, T_\alpha] = 0. \tag{2-7}$$

Adicionalmente, el modelo debe incorporar la conservación de la carga eléctrica, incluyendo en el sector débil al subgrupo de carga $U(1)_Q$ con el generador de la carga eléctrica Q[13].

2.3. El grupo $U(1)_Q$

El modelo debe incorporar la electrodinámica cuántica, la cuál contiene otra simetría $U(1)$ que preserve la carga eléctrica. Se define el grupo unitario $U(1)_Q$ cuyo generador, correspondiente a la carga eléctrica sea una combinación líneal de los generadores diagonales de $SU(2)_L \times U(1)_Y$:

$$\hat{Q} = \alpha \hat{T}_3 + \beta \hat{Y}_0. \tag{2-8}$$

Los coeficientes α, β y lo valores de Y se eligen tal que Q coincidan con los valores de la carga en unidades de la carga fundamental, según los fermiones que se asignen al modelo, y que cumpla con la relación de Gell-Mann y Nishijima[13]:

$$Q = T_3 + Y. \tag{2-9}$$

2.4. El espectro Fermiónico del Modelo Estandar

El espectro femiónico observado en la naturaleza se organiza en tres familias (o generaciones) de representaciones espinoriales, donde las componentes izquierdas transforman bajo $(SU(2)_L, U(1)_Y)$ según:

$$\begin{aligned} \ell_L &= \begin{pmatrix} \nu_L^{(n)} \\ e_L^{(n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_e & \nu_\mu & \nu_\tau \\ e^- & \mu^- & \tau^- \end{pmatrix}_L : (2, -1/2), \\ q_L &= \begin{pmatrix} u_L^{(n)} \\ d_L^{(n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u & c & t \\ d & s & b \end{pmatrix}_L : (2, 1/6), \end{aligned} \tag{2-10}$$

donde el índice n corresponde a 3 familias idénticas y asociados al electrón, el muón, el tauón, y los correspondientes neutrinos en el sector leptónico, y u, d, c, s, b y t correspondientes a los quarks up, down, charm, strange, bottom y top. Los fermiones derechos transforman según:

$$\begin{aligned} e_R^{(n)} &= e_R, \mu_R, \tau_R : (1, -1) \\ u_R^{(n)} &= u_R, c_R, t_R : (1, 2/3) \\ d_R^{(n)} &= d_R, s_R, b_R : (1, -1/3). \end{aligned} \tag{2-11}$$

Es decir, forman singletes bajo $SU(2)_L$ con $Y = Q$. Se observa en el espectro anterior las siguientes dos características asociado a los neutrinos: primero, el ME introduce tres tipos de neutrinos izquierdos, cada uno asociado a un leptón cargado. Segundo, puesto que los experimentos no han determinado la existencia de componentes de neutrinos derechos (ni de antineutrinos izquierdos), el ME no incorpora dichas componentes quirales[15]. Así, se concluye que:

1- En el ME, se incorporan solamente neutrinos con helicidad izquierdas y antineutrinos con helicidad derecha

2- Existen tres sabores de neutrinos: tipo electrónico ν_e, tipo muónico ν_μ y tipo tauónico ν_τ

2.5. El Espectro Vectorial del Modelo Estándar

Dentro del ME las interacciones entre los fermiones se implementan a través de un Lagrangiano tipo Dirac, tal que el grupo de simetría sea localmente invariante. Para lograr esto para una simetría local $SU(n)$, se redefine el momento canónico cómo:

$$\hat{D}_\mu = \hat{P}_\mu + g\vec{W}_\mu \cdot \vec{X}, \tag{2-12}$$

en la cuál se introducen campos vectoriales $\vec{W}_\mu$ (de espín 1), los generadores del grupo $\vec{X}$, y el cuadri-momento $\hat{P}$ que genera las traslaciones, g es la constante de acoplamiento. En el caso $SU(2)_L$ los generadores del grupo son $\vec{X} = \vec{T}$ y aparecen 3 campos vectoriales $\vec{W}_\mu$. En $U(1)_Y$, se introduce un sólo campo vectorial B_μ, otra constante de acople g' y su generador $\vec{X} = Y$[11],[15]. Estos operadores actúan sobre los campo fermionicos de acuerdo a su quiralidad, obteniendo para el sector izquierdo:

$$\begin{aligned}\left[i\hat{D}_\mu, \psi_L^i\right] &= \left[i\hat{P}_\mu, \psi_L^i\right] + igW_k^\alpha \left[\hat{T}_\alpha, \psi_L^i\right] + ig'B_\mu \left[\hat{Y}, \psi_L^i\right] \\ &= \psi_L^i(\partial_\mu \delta_j^i - igW_\mu^\alpha (T_\alpha)_i^j + ig'B_\mu[-Y_{\psi_i^j}\delta_j^i]),\end{aligned} \tag{2-13}$$

y para el sector derecho:

$$[i\hat{D}_\mu, \psi_R] = (\partial_\mu + ig'B_\mu \hat{Y})\psi_R. \tag{2-14}$$

El Lagrangiano L_{Dirac} se escribe como:

$$L_D = i(\overline{\psi_L} + \overline{\psi_R})\gamma^\mu D_\mu(\psi_L + \psi_R), \tag{2-15}$$

Teniendo en cuenta las propiedades de los proyectores $P_{L,R}$, el lagrangiano anterior se reduce a:

$$L_D = i\overline{\psi_L}\gamma^\mu D_\mu \psi_L + i\overline{\psi_R}\gamma^\mu D_\mu \psi_R. \tag{2-16}$$

En términos solamente de los leptones en el espectro (2-10) y (2-11), se obtiene:

$$\begin{aligned}L_\ell &= i\begin{pmatrix}\overline{\nu}_L^{(n)} & \overline{e}_L^{(n)}\end{pmatrix}\gamma^\mu D_\mu \begin{pmatrix}\nu_L^{(n)} \\ e_L^{(n)}\end{pmatrix} + i\overline{e}_R^{(n)}\gamma^\mu D_\mu e_R^{(n)} \\ &= i\begin{pmatrix}\overline{\nu}_L^{(n)} & \overline{e}_L^{(n)}\end{pmatrix}\gamma^\mu(\partial_\mu - igW_\mu^\alpha T_\alpha + ig'B_\mu - Y)\begin{pmatrix}\nu_L^{(n)} \\ e_L^{(n)}\end{pmatrix} \\ &+ i\overline{e}_R^{(n)}\gamma^\mu(\partial_\mu + ig'B_\mu Y_{e_R})e_R^{(n)}.\end{aligned} \tag{2-17}$$

Al expandir $\alpha = 1, 2, 3$, se obtiene:

$$W_\mu^\alpha (T_\alpha)_j^i = W_\mu^1 (T_1)_j^i + W_\mu^2 (T_2)_j^i + W_\mu^3 (T_3)_j^i, \tag{2-18}$$

donde T_α son las matrices de Paulí, obteniendo:

$$W_\mu^\alpha (T_\alpha)_j^i = W_j^i = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}W_\mu^3 & W_\mu^1 + iW_\mu^2 \\ W_1^\mu + iW_\mu^2 & W_\mu^3\end{pmatrix}. \tag{2-19}$$

Se definen los campos de gauge físicos cargados cómo:

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2) \tag{2-20}$$

con lo que (2-19) queda:

$$W^i_j = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} W^3_\mu & \sqrt{2}\,W^+_\mu \\ \sqrt{2}\,W^-_\mu & -W^3_\mu \end{pmatrix}. \tag{2-21}$$

Al introducir los campos de gauge físicos, la derivada covariante actuando sobre los campos izquierdos se puede escribir cómo:

$$D_\mu = \begin{pmatrix} \partial_\mu \frac{-ig}{2} W^3_\mu - ig' Y_{\psi^i_L} B_\mu & \frac{-ig}{\sqrt{2}} W^+_\mu \\ \frac{-ig}{\sqrt{2}} W^+_\mu & \partial_\mu \frac{+ig}{2} W^3_\mu - ig' Y_{\psi_L} B_\mu \end{pmatrix}, \tag{2-22}$$

los campos vectoriales W^3 y B_μ no tienen masa definida. Al pasar a estados de masa, se obtienen los campos neutros:

$$\begin{aligned} B_\mu &= Cos\theta_w A_\mu - Sin\theta_w Z_\mu \\ W^3_\mu &= Sin\theta_w A_\mu + Cos\theta_w Z_\mu, \end{aligned} \tag{2-23}$$

donde el ángulo de Weinberg se define cómo:

$$Sin\theta_w = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \tag{2-24}$$

Así, los campos físicos A y Z toman la siguiente forma:

$$Z_\mu = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}}(gW^3_\mu - g' B_\mu) \tag{2-25}$$

$$A_\mu = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}}(g' W^3_\mu - g B_\mu). \tag{2-26}$$

Al reemplazar sobre la derivada covariante los campos Z_μ y A_μ, se encuentra para el sector leptónico lo siguiente:

$$D_\mu \psi_L = \begin{pmatrix} \partial_\mu - \frac{i\alpha}{2} Z_\mu & \frac{-ig}{\sqrt{2}} W^+_\mu \\ \frac{-ig}{\sqrt{2}} W^-_\mu & \partial_\mu + ieA_\mu + \frac{i}{2}\rho Z_\mu \end{pmatrix}, \tag{2-27}$$

donde $\alpha = \sqrt{g^2 + g'^2}, e = \frac{igg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \rho = \frac{g^2 - g'^2}{\sqrt{g^2 + g'^2}}$.

Ahora se actúa sobre los campos derechos, obteniendo :

$$D_\mu \psi_R = (\partial_\mu - ieA_\mu + \epsilon Z_\mu)\,\psi_R, \tag{2-28}$$

donde $\epsilon = \dfrac{ig'^2}{\sqrt{g^2+g'^2}}$, obteniendo finalmente:

$$\begin{aligned} L_\ell &= i\left(\overline{\nu}_L^{(n)} \quad \overline{e}_L^{(n)}\right)\gamma^\mu \begin{pmatrix} \partial_\mu - \dfrac{i\alpha}{2}Z_\mu & \dfrac{-ig}{\sqrt{2}}W_\mu^+ \\ \dfrac{-ig}{\sqrt{2}}W_\mu^- & \partial_\mu + ieA_\mu + \dfrac{i}{2}\rho Z_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^{(n)} \\ e_L^{(n)} \end{pmatrix} \\ &+ i\overline{e}_R\gamma^\mu\left(\partial_\mu - ieA_\mu + \epsilon Z_\mu\right)e_R. \end{aligned} \tag{2-29}$$

Al expandir la ecuación (2-29) se obtiene la siguiente estructura:

$$L_\ell = L_0 + L_{em} + L_{NC} + L_{CC}, \tag{2-30}$$

donde L_0 corresponde a terminos libres de interacciones, L_{em} son acoples con el fotón A_μ, L_{NC} da cuenta de la interacción débil a través del bosón neutro Z_μ y L_{CC} contiene interacciones débiles con los bosones cargados $W^\pm$:

$$L_{em} = ie\overline{e}^{(n)}\gamma^\mu A_\mu e^{(n)}, \tag{2-31}$$

$$L_{NC} = \frac{\sqrt{g^2+g'^2}}{2}\left(\overline{\nu}_L^{(n)}\gamma^\mu Z_\mu \nu_L^{(n)} - \overline{e}_L^{(n)}\gamma^\mu Z_\mu e_L^{(n)}\right), \tag{2-32}$$

$$L_{CC} = \frac{g}{\sqrt{2}}\left(\overline{\nu}_L^{(n)}\gamma^\mu W_\mu^+ e_L^{(n)} - e_L^{(n)}\gamma^\mu W_-^\mu \nu_L^{(n)}\right). \tag{2-33}$$

Se observa que los neutrinos no acopla con A_μ, pero si con los bosones Z y $W^\pm$, teniendo:

3- Los neutrinos interactúan solamente a través de la interacción débil

2.6. El Espectro Escalar del Modelo Estándar

Una teoría que explique el comportamiento de todas las partículas debe garantizar la invariancia gauge, y como se verifica abajo, las partículas en el ME deben ser no masivas. El concepto de ruptura espontánea de simetría se utiliza para dotar de masa a las partículas sin destruir la invariancia gauge, por medio de la introducción de un nuevo campo escalar que interactúa con los bosones Gauge y los fermiones, donde el estado de mínima energía pueda presentar dos casos de simetría: (1.) Antes del rompimiento, donde el vacío tiene la misma invariancia de gauge que el Lagrangiano y todas las partículas aparecen sin masa; y (2.) despues del rompimiento, donde el vacío se degenera y algunos fermiones y bosones de gauge adquieren valores de masa [9],[11],[15],[16].

El sector electrodébil del ME es simétrico respecto a $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, por lo que el Lagrangiano que describe al modelo se debe conservar al realizar una transformación por simetría gauge:

$$L_{ME} = L'_{ME}, \tag{2-34}$$

es decir:

$$\left[\hat{T}^{\alpha}, L_{ME}\right] = 0 \ \left[\hat{Y}, L_{ME}]\right] = 0 \ \left[\hat{Q}^{\alpha}, L_{ME}\right] = 0.$$

Sin embargo, si se asumen fermiones con masa en el Lagrangiano de Dirac L_D, se introducen términos de masa de la forma:

$$L_m \ = \ m_{\psi}\overline{\psi}\psi = m_{\psi}(\overline{\psi}_L\psi_R + \overline{\psi}_R\psi_L). \tag{2-35}$$

Tomando el sector leptónico se encuentra que los términos de masa son:

$$L_m^{\ell} = m[\overline{\ell}_L\ell_R + \overline{\ell}_R\ell_L]. \tag{2-36}$$

Pero el lagrangiano de masa leptónico L_m^{ℓ} no conmuta con la hipercarga Y. Efectivamente, teniendo en cuenta que $Y_{\ell} = \dfrac{1}{2}$ y $Y_R = 1$, se obtiene:

$$[Y, L_m^{\ell}] \neq 0. \tag{2-37}$$

Las relaciones de conmutación muestran que L_m preserva $SU(2)$ pero no es invariante ante $U(1)_Y$, por lo tanto la teoría se hace no renormalizable. En otras palabras, el M.E. no introduce masa explícitamente porque rompe la simetría $U(1)_Y$ de hipercarga.

En el mecanismo de Higgs, se introduce un campo escalar, tal que la masa es el reflejo de la interacción de éste con partículas sin masa. Esto implica que las partículas (fermiones y campos vectoriales) no están en el vacío absoluto, sino en el estado de mínima energía del campo escalar; el cuál se conoce como el valor esperado en el vacío (VEV). En el ME, el campo escalar se introduce bajo el grupo $SU(2)_L$ como un doblete complejo de la siguiente forma:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \dfrac{1}{\sqrt{2}}(\nu + H + i\phi^0) \end{pmatrix}, \tag{2-38}$$

donde cada componente toma los siguientes valores de carga eléctrica, hipercarga y VEV:

Valores de campos escalar		
Q	Y	$\langle\phi\rangle_0$
$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ \dfrac{\nu}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$

donde $\nu/\sqrt{2}$ es el valor mínimo del campo escalar en el vacío. Si $\nu \neq 0$, se preserva la simetría $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ pero se introducen nuevos términos que generan masa. Para eso, se genera el Lagrangiano de Yukawa que produce la interacción entre el campo escalar y los fermiones, y que para el sector leptónico toma la siguiente forma:

$$\mathcal{L}_Y = \sum_{n,m=1}^{3} h^e_{nm} \overline{\ell^{(n)}_L} e^{(m)}_R \phi + h.c. \tag{2-39}$$

Al reemplazar el campo de la ecuación (2-38), se encuentra los siguientes terminos de masa:

$$\mathcal{L}_{masa} = \sum_{n,m=1}^{3} \frac{\nu}{\sqrt{2}} h^e_{nm} \overline{e^{(n)}} e^{(m)}. \tag{2-40}$$

Se observa que los leptones cargados adquieren masa proporcional al VEV ν, mientras que los neutrinos aparecen sin terminos de masa. Así:

4- En el ME, el neutrino es no masivo

2.7. El Número Leptónico

El número leptónico fue introducido para caracterizar observaciones experimentales de la interacción débil, el cuál distingue leptones (+1) y antileptones (-1). La ley de conservación de estados leptonicos, toma en cuenta el número leptónico total como una constante. Sin embargo, cada generación de leptones se le asigna su propio número leptónico L_e, L_μ, L_τ (*número leptónico generacional*), donde $L = L_e + L_\mu + L_\tau$ (*número leptónico total*). El número leptónico generacional no es conservado en la oscilación de neutrinos. Desde el punto de vista de la mecánica cuántica, los sabores leptónicos definen tres posibles estados conocidos cómo estados débiles:

$$|\ell^{(n)}\rangle = \begin{pmatrix} |\nu^{(n)}\rangle \\ |e^{(n)}\rangle \end{pmatrix}, \tag{2-41}$$

Se define el operador de número leptónico como el operador cuyo valores propios son los números leptónicos generacionales:

$$\hat{L}_n |\ell^{(n)}\rangle = L_{\ell^{(n)}} |\ell^n\rangle, \tag{2-42}$$

donde el número leptónico para cada estado se define según el cuadro 2-1. A las antipartículas se le asocia los mismos valores pero con signo opuesto. Así, L_n distingue las generaciones y partículas de antipartículas. En el ME, el Lagrangiano débil $L_{debil} = L_{NC} + L_{CC}$ obtenidos en las ecuaciones (2-32) y (2-33) conmuta con el operador leptónico:

ESTADO	L_e	L_e	L_e
$\|e\rangle$	1	0	0
$\|\mu\rangle$	0	1	0
$\|\tau\rangle$	0	0	1
$\|\nu_e\rangle$	1	0	0
$\|\nu_\mu\rangle$	0	1	0
$\|\nu_\tau\rangle$	0	0	1

Cuadro **2-1**.: Número Leptónico de leptones

$$[\hat{L}_n, L_{debil}] = 0, \tag{2-43}$$

lo cuál indica que el número leptónico se conserva en la interacción débil, definiendo una simetría global $U(1)^3$ del modelo estándar, dónde $U(1)^3 = U(1)_e \otimes U(1)_\mu \otimes U(1)_\tau$ [11].

3. La Masa de los Neutrinos

El ME es extremadamente preciso en la explicación de procesos a bajas energias que involucran interacciones de corrientes neutras y corrientes cargadas con neutrinos. Sin embargo describe a los neutrinos cómo fermiones sin masa. Por otro lado, las evidencias experimentales en oscilación de neutrinos y algunas razones fundamentales teóricas dan indicios de neutrinos masivos. La primera motivación para dotar de masa al neutrino es la no existencia de un modelo que justifique por primeros principios que éste sea no masivo. En el ME el hecho de que $m_\nu = 0$ podría ser un resultado efectivo a bajas energías. Teóricamente, el ME presenta características que sugieren un modelo más general que lo contiene; esto implica buscar extensiones del ME y la construcción de modelos nuevos que predigan neutrinos masivos. La segunda motivación es el fenómeno de oscilación de neutrinos, el cuál se entiende de forma simple si se consideran neutrinos con masa no degeneradas, aunque no existe un experimento que diga de forma absoluta el valor de la masa de los neutrinos.

3.1. La masa de los neutrinos en modelos $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$

Como se estudió en el capitulo 2, el MEE es un modelo soportado en la simetría local $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, cuyo contenido de partículas no permite masa de neutrinos. Sin embargo, se puede plantear extensiones sin necesidad de modificar la estructura de grupo del modelo [9],[11],[17],[18]. A continuación se hace un breve resumen de posibles formas de obtener neutrinos masivos:

a) Neutrinos derechos:

En el mecanismo de Higgs, se observa en la ecuación (2-36) que los leptones cargados obtienen masa debido a la presencia de ambas quiralidades, $e_L^{(n)}$ y $e_R^{(n)}$. Análogamente, se puede plantear la existencia de un singlete neutro derecho ν_R en el espectro de partículas, lo cuál puede generar el siguiente término de Yukawa:

$$L_{\nu_L - \nu_R} = h_{\nu_R}^{nm} \overline{\ell_L^n} \nu_R^{(m)} \tilde{\phi} + h.c \tag{3-1}$$

donde se define el campo escalar conjugado como $\tilde{\phi} = 2iT_2\phi^*$, con el doblete escalar de la ecuación (2-38). Despues del rompimiento de simetría, el Lagrangiano anterior genera una matriz de masa de neutrinos de la forma:

$$M_\nu = \frac{1}{\sqrt{2}} \nu h_{\nu_R} \tag{3-2}$$

b) Tripletes de Higgs:

Otra forma de generar acoplamientos de Yukawa es a través de la operación carga conjugada [A.3]. En este caso, se introduce un multiplete de Higgs Δ con VEV ν_Δ tal que se genera el siguiente término de Yukawa renormalizable:

$$L_{\nu_L - (\nu_L)^c} = Y \overline{\ell_L^{(n)}} (\ell_L^{(m)})^c \Delta + h.c. \tag{3-3}$$

Puesto que los dobletes $\overline{\ell_L^{(n)}}$ y $(\ell_L^{(m)})^c$ transforman como anti-dobletes de $SU(2)_L$, la única forma de que la ecuación (3-3) sea invariante es que Δ transforme como el producto directo $2 \otimes 2$, el cuál se puede reducir a las siguientes representaciones:

$$2 \otimes 2 = 3 \oplus 1. \tag{3-4}$$

La representación 3 se introduce como una matriz simétrica de la forma:

$$\Delta = \begin{pmatrix} \Delta_{11}, \Delta_{12} \\ \Delta_{21}, \Delta_{22} \end{pmatrix} \tag{3-5}$$

donde cada componente en general es compleja. Las componentes del campo Δ interactuan con los campos leptonicos según:

$$\overline{\ell_L} \Delta \ell_L^c = \left(\overline{\nu}_L, \overline{e}_L \right) \begin{pmatrix} \Delta_{11}, \Delta_{12} \\ \Delta_{21}, \Delta_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\nu_L)^c \\ (e_L)^c \end{pmatrix}. \tag{3-6}$$

Teniendo en cuenta la conservación de la carga eléctrica, se obtiene:

$$\begin{pmatrix} \Delta_{11} = \Delta^0 + \nu_\Delta \\ \Delta_{12} = \Delta^- = \Delta_{21} \\ \Delta_{22} = \Delta^{--} \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Despues del rompimiento de simetría, se obtiene masa de neutrinos de la forma:

$$M_\nu = \nu_\Delta Y \tag{3-7}$$

c) Correcciones Radiativas:

Existen otros mecanismos de generación indirecta de masas. Por ejemplo, si se incorporan en el modelo algún típo de partícula pesada a una escala $M >> \nu$, se pueden

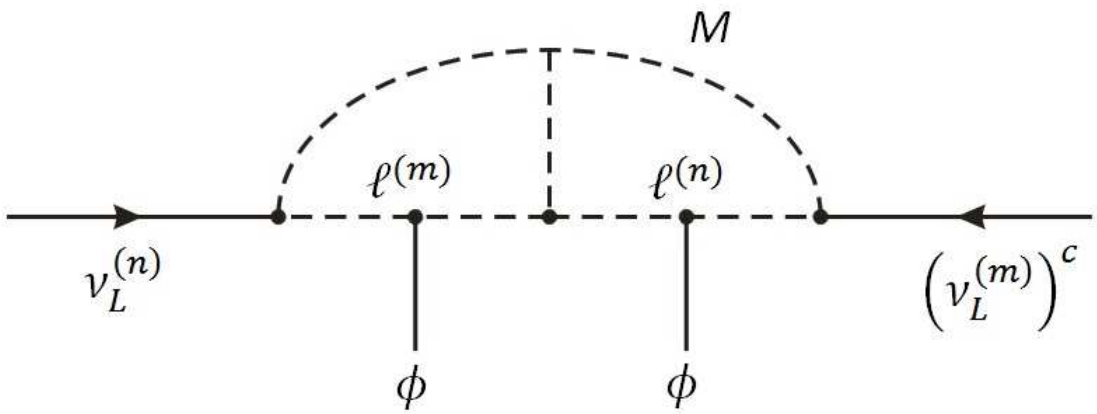

Figura **3-1**.: Diagrama No 1

generar correcciones radiativas en teoría de perturbaciones del propagador del neutrino ν_L que implique el intercambio virtual de esa partícula pesada. Un ejemplo de tal corrección se ilustra en la figura 3.1 Dicho diagrama genera un acople de la forma:

$$L^{rad} = \frac{K}{M}\overline{\nu_L^{(n)}}\tilde{\phi}\tilde{\phi}\left(\nu_L^{(m)}\right)^c \tag{3-8}$$

donde K contiene las constantes de Yukawa de los vértices del diagrama. El termino anterior genera masa de neutrinos de la forma:

$$M_\nu \approx \frac{K\nu^2}{M} \tag{3-9}$$

donde $\nu = \langle\phi\rangle$. Como $M >> \nu \rightarrow m_\nu << \nu$, indicando neutrinos con masas muy pequeñas pero distintas de 0. La ecuación (3-9) ilustra un ejemplo del mecanismo see-saw, en el cuál una escala pesada M genera otra escala muy pequeña m_ν [9],[17],[18].

3.2. Masa de neutrinos en grupos gauge extendidos

Otros mecanismos de generación de masa de neutrinos es aumentando el grupo de gauge [9],[17],[18]. Algunos ejemplos típicos son:

a) Modelos Left-Right

Son modelos extendidos al grupo:

$$SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L} \tag{3-10}$$

El factor $SU(2)_R$ se puede ver como el sector derecho equivalente al sector izquiedo $SU(2)_L$. En particular, los dobletes leptónicos izquierdos en (2-10) se complementan con un doblete derecho:

$$\ell_R = \begin{pmatrix} N_R^{(n)} \\ e_R^{(n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_1 & N_2 & N_3 \\ e^- & \mu^- & \tau^- \end{pmatrix}_R , \tag{3-11}$$

donde se introducen nuevos neutrinos estériles derechos marcados como N_R. Como se debe reproducir el grupo del MEE y obtener partículas masivas, se plantea el mecanismo de Higgs con el siguiente esquema de rompimiento de simetría:

$$SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L} \to SU(2)_L \otimes U(1)_Y \to U(1)_Q, \tag{3-12}$$

lo cua se logra con la introducción de un triplete de Higgs Δ con VEV $\langle \Delta \rangle = \nu_\Delta$, como el dado en (3-5), y un bidoblete:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1^0 & \phi_2^+ \\ \phi_3^- & \phi_4^0 \end{pmatrix} \tag{3-13}$$

con VEV $\langle \Phi \rangle = \nu$. Después del rompimiento de simetría, se obtiene que los nuevos neutrinos N_R adquieren masa pesada $m_N \sim \nu_\Delta$, los leptones cargados obtienen masa $m_\ell \sim \nu$ y los neutrinos izquierdos obtienen masa pequeña de la forma:

$$m_\nu \approx \frac{m_\ell^2}{M_N} \tag{3-14}$$

b) Modelos $SU(5)$

En el modelo $SU(5)$ libre de anomalías, cada generación de fermiones son asignados a las representaciones $\overline{5}$ y 10. Para simplificar el modelo, se considera sólo la primera familia compuesta por: u, d, e y ν obteniendo 15 campos elementales mas las antipartículas obtenidas con la operación carga conjugada ψ^c:

$$\overline{5} : F = \begin{pmatrix} d_g^c \\ d_r^c \\ d_b^c \\ e^- \\ -\nu_e \end{pmatrix} \tag{3-15}$$

$$10 : T = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -u_b^c & +u_r^c & +u_g & +d_g \\ +u_b^c & 0 & -u_g^c & +u_r & +d_r \\ -u_r^c & +u_g^c & 0 & +u_b & +d_b \\ -u_g & -u_r & -u_b & 0 & +e_+ \\ -d_g & -d_r^c & -d_b & -e_+ & 0 \end{pmatrix}. \tag{3-16}$$

El signo negativo en la representación es por convención. $SU(5)$ tiene 24 generadores T_j con sus correspondientes 24 campos gauge B_j. La simetría es rota para dar cuenta del M.E, la cuál ocurre a través del acoplamientos con dos multipletes de Higgs en representaciones $\overline{5}$ y 24 de $SU(5)$, donde todas las partículas excepto el neutrino, reciben masa vía esta ruptura. Para obtener neutrinos masivos, es necesario adicionar otros campos, por ejemplo otro multiplete de Higgs S de dimensión 15 que induzca los terminos de Yukawa:

$$L_Y = f\overline{F}S(F)^c + h.c., \tag{3-17}$$

originando masas a los neutrinos. Sin embargo, los modelos $SU(5)$ exhiben inconvenientes que lo descartan como un modelo físicamente posible en la física de partículas.

c) Modelos $SO(10)$

Un modelo popular usado en teorías de unificación son los modelos con simetría gauge $SO(10)$, el cual contiene al subgrupo $SU(2)_L \times SU(2)_R \times SU(4)_L$. Así, como sucede con los modelos left-right, éstos modelos contienen neutrinos derechos y pueden originar masas de neutrinos a través de campos escalares y con un esquema de rompimiento adecuado. Una posible alternativa es la introducción de campos escalares de dimensión 126 el cual acopla con las representaciones fermiónicas dándole masas pesadas a los neutrinos derechos, mientras los neutrinos izquierdos adquieren masa de la misma forma que (3-14). Estos modelos exhiben otras alternativas y es rico en posibilidades fenomenológicas a nivel de neutrinos y de aspectos de gran unificación [9].

d) Modelos E_6

El grupo E_6 está compuesto de varios subgrupos:

$$E_6 \supset \begin{cases} SO(10) \times U(1) \\ SO(3) \times SU(3) \times SU(3) \\ SO(6) \times SU(2) \end{cases} \tag{3-18}$$

La representación fundamental de E_6 tiene 27 dimensiones, lo cual dá un número adecuado para asignar el espectro fermiónico necesario para cada familia (6 quarks,

6 antiquarks, 2 leptones cargados y 1 neutrino) más campos adicionales pesados. Al igual que en el caso anterior, estos modelos exhiben diversas alternativas que permiten neutrinos masivos. Por ejemplo, se pueden generar acoples con representaciones de Higgs H_1 y Δ con dimensiones 27 y 351, respectivamente, obteniendo acoples de Yukawa de la forma:

$$L_Y = h_1 \psi\psi H_1 + h_2 \psi\psi\Delta, \tag{3-19}$$

el cual conduce de nuevo a neutrinos pesados y neutrinos livianos con mecanismos tipo see-saw.

En conclusión, para obtener un modelo con neutrinos masivos es necesario extender el ME. Por esta razón se dice que la evidencia de neutrinos con masa representa física más allá del ME. Desde un punto de vista fundamental, la razón por la cuál el ME no predice neutrinos masivos es por la ausencia de neutrinos derechos y por la presencia de una simetría global (el ME conserva el número leptónico), tal como se discutió en la sección 2.7. En particular, los mecanismos *(b)* y *(c)* de la sección 3.1 indican un rompimiento del número leptónico, la cuál a bajas energias no se ha observado, pero que a más altas energías podria manifestarse debido a la presencia de nuevas partículas pesadas.

3.3. Esquemas de masa

En la sección anterior se planteó los distintos mecanismos en que se pueden generar masas de neutrinos sin destruir alguna propiedad fundamental de los modelos de gauge, es decir, sin dañar la renormalización ni la invarianza de Lorentz de los modelos. En general, éstos mecanismos llevan a tres distintos esquemas de masas: masas tipo Dirac puros, tipo Majorana puros y tipo mezcla Dirac-Majorana [17],[19].

3.3.1. Masas tipo Dirac

Se considera el siguiente término de masa [19]:

$$L^D = \sum_{nm} M^D_{nm} \overline{\nu}^{(n)}_L \nu^{(m)}_R + h.c. \tag{3-20}$$

donde M^D_{nm} es la matriz de masa que depende del modelo. Para ser consistente con la no observación de neutrinos derechos ν_R, el modelo puede plantear los siguientes escenarios:

1. No presentan ningún tipo de interacción (electromagnética, fuerte ni débil) y de esta manera son llamados neutrinos estériles.

2. Presenta interacción muy pequeña, tanto como 26 ordenes de magnitud más pequeñas que los neutrinos ordinarios.

3. Existen e interactúan como los neutrinos ordinarios, pero son de masa muy pesada, por lo que no se producen a la escala de energías de los aceleradores actuales.

En particular, se puede tener el caso de que asociado a cada sabor izquierdo $\nu_L^{(n)}$, exista una componente correspondiente derecha $\nu_R^{(n)}$ y estéril. En éste caso, se generará un término de masa tipo Dirac, donde:

$$\nu_L = \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \nu_{2L} \\ \nu_{3L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}_L \quad \nu_R = \begin{pmatrix} \nu_{1R} \\ \nu_{2R} \\ \nu_{3R} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}_R , \tag{3-21}$$

y los términos de masa M^D_{nm} llevan a la matriz:

$$M^D = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{ee} & m_{e\mu} & m_{e\tau} \\ m_{\mu e} & m_{\mu\mu} & m_{\mu\tau} \\ m_{\tau e} & m_{\tau\mu} & m_{\tau\tau} \end{pmatrix} . \tag{3-22}$$

No hay ningun motivo fundamental para pensar que M^D sea diagonal.[19] Así, los estados de sabor no tienen una masa definida, por lo que los estados de sabor son distintos a los estados de masa (los estados de masa son lo estados que tienen masa bien definida). Para diagonalizar la matriz M^D, se introduce una tranformación bi-unitaria, de la siguiente manera:

$$\overline{\nu_L} M^D \nu_R = \overline{\nu_L} \boldsymbol{V} m \boldsymbol{U}^\dagger \nu_R = \overline{\boldsymbol{V}^\dagger \nu_L} m (\boldsymbol{U}^\dagger \nu_R), \tag{3-23}$$

donde se definen los estados de masa como:

$$\nu_L^{'} = \boldsymbol{V}^\dagger \ \nu_L, \tag{3-24}$$

$$\nu_R^{'} = \boldsymbol{U}^\dagger \nu_R, \tag{3-25}$$

donde se indica una rotación entre estados débiles y los estados de masa, con lo que el lagrangiano (3-20) se reescribe como:

$$L^D = \sum_\alpha m_\alpha \overline{\nu'_{\alpha L}} \nu'_{\alpha R} + h.c., \tag{3-26}$$

con:

$$\nu_{\alpha L}^{'} = \sum_{n=e}^{\tau} \boldsymbol{V}^\dagger_{\alpha n} \nu_{nL} \qquad \nu_{\alpha R}^{'} = \sum_{n=e}^{\tau} \boldsymbol{U}^\dagger_{\alpha n} \nu_{nR} \tag{3-27}$$

$$m_\alpha = \sum_{n=e}^{\tau}\sum_{m=e}^{\tau} \boldsymbol{V}^\dagger_{\alpha n} M_{nm} \boldsymbol{U}_{m\alpha}. \tag{3-28}$$

Por otro lado, de acuerdo a lo discutido en la sección 2.7, se pueden definir transformaciones globales $U(1)_L$ y $U(1)_n$ asociados al número leptónico total y generacional, respectivamente:

$$\begin{aligned} U(1)_L &: \nu_n \to e^{iL}\nu_n, \\ U(1)_n &: \nu_n \to e^{iL_n}\nu_n, \end{aligned} \tag{3-29}$$

tal que el Lagrangiano de masa (3-20) transforma como:

$$\begin{aligned} L^D = \sum_{nm} \overline{\nu_{nL}} M_{nm} \nu_{mR} \xrightarrow{U(1)_L} L^{D'} &= \sum_{nm} \overline{\nu_{nL}} e^{-iL} M_{nm} e^{iL} \nu_{mR} \\ &= \sum_{nm} \overline{\nu_{nL}} M_{nm} \nu_{mR} = L^D, \end{aligned} \tag{3-30}$$

$$\begin{aligned} L^D = \sum_{nm} \overline{\nu_{nL}} M_{nm} \nu_{mR} \xrightarrow{U(1)_n} L^{D'} &= \sum_{nm} \overline{\nu_{nL}} e^{-iL_n} M_{nm} e^{iL_m} \nu_{mR} \\ &= \sum_{nm} \overline{\nu_{nL}} M_{nm} \nu_{mR} e^{i(L_m - L_n)} \neq L^D. \end{aligned} \tag{3-31}$$

Se evidencia que aunque el Lagrangiano se preserva frente a transformaciones del número leptónico total (conserva L), no se preserva frente al número leptónico generacional si M_{nm} es no diagonal. Así, los terminos de masa tipo Dirac conserva el número leptónico total, pero viola el generacional , [11], [19].

3.3.2. Masas tipo Majorana

Se define una partícula Majorana como aquella que es idéntica a su antipartícula: $\psi = \lambda\psi^c$, con λ un factor de fase:

$$\lambda = e^{i\beta}, \tag{3-32}$$

que no afecta los observables. Así, el término de masa tipo Majorana se escribe como:

$$L^M = \frac{1}{2} M_\psi \overline{\psi}\psi = \frac{1}{2} M_\psi \overline{\psi}\psi^c, \tag{3-33}$$

donde

$$\psi = \psi_L + \psi_R. \tag{3-34}$$

Se obtiene entonces:

$$L^M = \frac{1}{2}M_\psi(\overline{\psi}_L + \overline{\psi}_R)(\psi_L^c + \psi_R^c) = \frac{1}{2}M_\psi(\overline{\psi}_L(\psi_L)^c + \overline{\psi}_R(\psi_R)^c). \tag{3-35}$$

En el caso de los 3 sabores de neutrinos observados, no se han evidenciado componentes ψ_R, por lo que el Lagrangiano sin neutrinos derechos se reduce a:

$$L^M = \frac{1}{2}M\overline{\nu}_L(\nu_L)^c \tag{3-36}$$

donde M es una matriz de masa simétrica, por lo tanto, $M_{nm} = M_{mn}$. Así, la matriz M puede ser digonalizada con solo una transformación unitaria:

$$m = U^T MU, \tag{3-37}$$

o en componentes:

$$m_\alpha = \sum_{nm} U^T_{\alpha n} M_{nm} U_{m\alpha}, \tag{3-38}$$

con lo que el lagrangiano de masa se escribe:

$$\begin{aligned} L^M &= \frac{1}{2}\sum_{nm}\overline{\nu}_{nL}M_{nm}(\nu_{mL})^c + h.c. = \frac{1}{2}\sum_{nm}\sum_{\alpha}\overline{\nu}_{nL}U_{n\alpha}m_\alpha U^*_{m\alpha}(\nu_{mL})^c + h.c. \\ &= \frac{1}{2}\sum_{n,m,\alpha}\overline{U^T_{n\alpha}\nu_{nL}}m_\alpha(U^T_{m\alpha}\nu_{mL})^c + h.c. \end{aligned} \tag{3-39}$$

Se definen los estados de masa como:

$$N_{\alpha L} = \sum_n U^T_{n\alpha}\nu_{nL}, \tag{3-40}$$

por lo que:

$$L^M = \frac{1}{2}\overline{N}_{\alpha L}m_\alpha(N_{\alpha L})^c + h.c. \tag{3-41}$$

En éste caso se observa que además de violar el número leptónico generacional, se obtiene:

$$\begin{aligned} L^M = \frac{1}{2}\sum_{nm}\overline{\nu}_{nL}M_{nm}(\nu_{mL})^c \xrightarrow{U(1)_L} L^{M'} &= \frac{1}{2}\sum_{nm}\overline{\nu_{nL}}e^{-iL}M_{nm}e^{-iL}(\nu_{mL})^c \\ &= \frac{1}{2}\sum_{nm}\overline{\nu_{nL}}M_{nm}(\nu_{mL})^c e^{-2iL} \neq L^D, \end{aligned} \tag{3-42}$$

lo que significa que los términos de masa de Majorana violan también el número leptónico total en dos unidades, lo cuál induce procesos como el decaimiento doble beta sín neutrinos finales.

3.3.3. Masas Dirac-Majorana

El Lagrangiano anterior sólo contemplaba campos de neutrinos izquierdos ν_{nL} en la construcción de términos de masa Majorana. El término de masa de Dirac fue contruido usando campos ν_{nL} y campos ν_{nR} [19]. En el caso más general se puede considerar la combinación de términos izquierdos y derechos. Se considera el lagrangiano de masa:

$$\mathcal{L}^{D+M} = \frac{1}{2}\overline{(n_L)^c} M n_L + h.c., \tag{3-43}$$

donde M es una matriz compleja 6×6 y $n_L = \begin{bmatrix} \nu_L \\ (\nu_R)^c \end{bmatrix}$, con:

$$\nu_L = \begin{bmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{bmatrix}, \quad (\nu_R)^c = \begin{bmatrix} (\nu_{eR})^c \\ (\nu_{\mu R})^c \\ (\nu_{\tau R})^c \end{bmatrix}. \tag{3-44}$$

Al igual que en el caso de Majorana puro, la matriz de masa es simétrica, por lo que diagonaliza con una transformación unitaria $M = (U^\dagger)^T m U^\dagger$, con U una matriz 6×6, con lo que:

$$\mathcal{L}^{D+M} = \frac{1}{2}\overline{(n_L^{'})^c} m n_L^{'} + h.c., \tag{3-45}$$

donde $n_L^{'} = U^\dagger n_L$. Sumando los términos $h.c.$, el Lagrangiano anterior también se puede escribir como:

$$\mathcal{L}^{D+M} = \frac{1}{2}\overline{\chi} m \chi = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{6} m \overline{\chi_k} \chi_k, \tag{3-46}$$

donde $\chi = n_L^{'} + (n_L^{'})^c$. Éste Lagrangiano también viola número leptónico total y generacional[11].

4. Oscilación de Neutrinos I: Tratamiento Estándar

Las familias de los leptones se caracterizan por sus números leptónicos generacionales L_n, con $n = e, \mu, \tau$. Los autoestados $\mid n\rangle$ del número leptónico generacional definen los estados de sabor débiles. En general, estos no son autoestados del operador de masa M, en otras palabras, $\langle\nu_n|M|\nu_m\rangle \neq 0$ para $n \neq m$. Sin embargo, se pueden generar estados de masa $\mid \nu_\alpha\rangle$ rotando los débiles, donde $\langle\nu_\alpha|M|\nu_\beta\rangle = m_\alpha\delta_{\alpha\beta}$ y $m_\alpha - m_\beta \neq 0$ para $\alpha \neq \beta$ [9],[20],[21],[22].

4.1. Consideraciones Generales

Los autoestados de sabor estan relacionados con los autoestados de masa por una transformación U llamada matriz de mezcla, la cual por definición es una matriz unitaria:

$$UU^\dagger = U^\dagger U = 1 \tag{4-1}$$

En el ME los neutrinos son no masivos, por lo que en ese caso los estados débiles coinciden con los de masa, tal que U es la matriz identidad. Pero al introducir masas de neutrinos no degeneradas, implica términos de mezcla en la matriz U, tal que las rotaciones son:

$$\begin{aligned} |\nu_n\rangle &= \sum_\alpha U_{n\alpha}|\nu_\alpha\rangle \\ |\nu_\alpha\rangle &= \sum_n U^\dagger_{\alpha n}|\nu_n\rangle \end{aligned} \tag{4-2}$$

donde el subíndice α corre sobre los autoestados de masa y n corre sobre los estados de sabor. Asumiendo que en el punto de producción y en el tiempo $t = 0$ el estado del neutrino es descrito por $|\nu_n\rangle$, el estado en el punto de detección en el tiempo t evoluciona con el factor de fase $exp\,(-iE_\alpha t)$:

$$|\nu_n\rangle_t = \sum_\alpha U_{n\alpha} e^{-iE_\alpha t}\,|\nu_\alpha\rangle \tag{4-3}$$

donde $E_\alpha = \sqrt{p^2+m^2} \simeq p + \dfrac{m_\alpha^2}{2p}$ es la energía y m_α la masa de los neutrinos detectados por procesos de interacción débil. Se define la amplitud de probabilidad de transición entre los sabores $n \to m$ en el tiempo t y a la distancia $L \simeq t$ (tomando $c = 1$) como:

$$\mathcal{A}_{\nu_n \to \nu_m} = \langle \nu_n | \nu_m \rangle_t = \sum_{\alpha=1} U_{m\alpha} e^{-iE_\alpha t} U^*_{n\alpha}. \tag{4-4}$$

La probabilidad de esta transición es dada por:

$$P_{\nu_n \to \nu_m} = |\mathcal{A}_{\nu_n \to \nu_m}|^2 = \left| \sum_{\alpha=1} U_{m\alpha} e^{-iE_\alpha t} U^*_{n\alpha} \right|^2, \tag{4-5}$$

donde $U^*_{n\alpha}$ es la amplitud para encontrar el estado propio de masa del neutrino $|\nu_\alpha\rangle$ con energía E_α en el estado de sabor del neutrino $|\nu_n\rangle$. El exponente $exp(-iE_\alpha t)$ da la evolución temporal de los estados propios de masa. $U_{m\alpha}$ da cuenta de la amplitud para encontrar el estado de sabor del neutrino $|\nu_m\rangle_t$ en el estado propio de masa $|\nu_\alpha\rangle$ en el tiempo t. La probabilidad en (4-5) se puede escribir como:

$$P_{(\nu_n \to \nu_m)} = \sum_{\alpha\beta} U_{n,\alpha} U^*_{m,\alpha} U_{m,\beta} U_{n,\beta} e^{i(E_\beta - E_\alpha)t}. \tag{4-6}$$

Con la energía relativista dada por $E = \sqrt{p^2+m^2}$, se halla:

$$\begin{aligned} E_\beta - E_\alpha = \sqrt{p^2+m_\beta^2} - \sqrt{p^2+m_\alpha^2} &\approx p\left[1 + \frac{1}{2}\frac{m_\beta^2}{p^2} - 1 - \frac{1}{2}\frac{m_\alpha^2}{p^2}\right] \\ &= \frac{m_\beta^2 - m_\alpha^2}{2p^2} = -\frac{\Delta m^2_{\alpha\beta}}{2p^2}, \end{aligned} \tag{4-7}$$

con lo que la probabilidad queda:

$$P_{(\nu_n \to \nu_m)} = \sum_{\alpha,\beta} U_{n,\alpha} U^*_{m,\alpha} U_{n,\beta} U^*_{m,\beta} e^{-i\frac{\Delta m^2_{\alpha,\beta}}{2E}x} \tag{4-8}$$

donde, $U_{n,\alpha} U^*_{m,\alpha} U_{n,\beta} U^*_{m,\beta}$ son matrices de mezcla y $Exp(-i\dfrac{\Delta m^2_{\alpha,\beta}}{2E}x)$ son los términos de interferencia. Se puede hacer:

$$e^{-i\frac{\Delta m^2_{\alpha,\beta}}{2E}x} = cos\frac{\Delta m^2_{\alpha,\beta}}{2E}x - isen\frac{\Delta m^2_{\alpha,\beta}}{2E}x = cos\left(\frac{\Delta m^2_{\alpha,\beta}}{2E}x + \phi\right). \tag{4-9}$$

Por simplicidad se hace $\phi = 0$:

$$P_{(\nu_n \to \nu_m)} = \sum_{\alpha,\beta} U_{n,\alpha} U^*_{m,\alpha} U_{n,\beta} U^*_{m,\beta} cos\frac{\Delta m^2_{\alpha,\beta}}{2E}x \tag{4-10}$$

Exerimento	L(m)	E(MeV)	$\Delta m^2(eV^2)$
Reactor SBL	10^2	1	10^{-2}
Reactor LBL	10^3	1	10^{-3}
Acelerador SBL	10^3	10^3	1
Acelerador LBL	10^6	10^3	10^{-3}
Atmosféricos	10^7	10^3	10^{-4}
Solares	10^{11}	1	10^{-11}

Cuadro **4-1**.: Orden de magnitud estimado de los valores de Δm^2 los cuales pueden ser probados en un reactor SBL(Short-Baseline) y LBL (long-baseline)

donde la fase $\frac{\Delta m^2_{\alpha,\beta}}{2E}x$ produce una oscilación en el espacio. La longitud de onda $L_{\alpha\beta}$ se define cuando la fase oscila en 2π:

$$L_{\alpha\beta} = L_{osc} = \frac{4\pi E}{\Delta m^2_{\alpha\beta}}. \tag{4-11}$$

También se puede definir la probabilidad de que el estado medido sea el mismo al producido, conocida como la probabilidad de supervivencia y que toma la siguiente forma (normalizando a 1 la probabilidad total):

$$P_{(\nu_n \to \nu_m)} = P_{sup} = \sum_{\alpha,\beta} |U_{n,\alpha}|^2 \, |U_{n,\beta}|^2 \, cos \frac{\Delta m^2_{\alpha,\beta}}{2E} x. \tag{4-12}$$

Si la matriz no esta mezclada (U es la matriz identidad) o si $\frac{\Delta m^2_{\alpha\beta}}{E} = 0$ para todo α, β, se obtiene $P_{\nu_\alpha \to \nu_\beta} = \delta_{\alpha\beta}$. Así, la transición del neutrino solo puede ser observada si existe la mezcla y al menos Δm^2 satisface la condición:

$$\Delta m^2_{\alpha\beta} > \frac{E}{x}. \tag{4-13}$$

Cuanto mayor sea el valor del parámetro $\frac{x}{E}$, menores son los valores para Δm^2 para los cuales puede ser probados en un experimento. La ecuación (4-13) permite estimar la sensibilidad para el parámetros Δm^2 de los diferentes sabores de los experimentos de oscilación de neutrinos[21], como los presentados en el cuadro **4-1**.

4.2. El caso de los dos sabores

Se toma como ejemplo el caso de dos sabores, donde U se escribe cómo:

$$U = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \tag{4-14}$$

en este caso la relación esta descrita por un ángulo de mezcla θ y una diferencia de masa $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$. La transformación entre estados de masa y debiles está dada por:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}. \tag{4-15}$$

Al calcular la probabilidad de transición a partir de la ecuación (4-12) :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{P}(\nu_e \to \nu_\mu) &= \boldsymbol{P}(\nu_\mu \to \nu_e) = \boldsymbol{P}(\overline{\nu}_e \to \overline{\nu}_\mu) = \boldsymbol{P}(\overline{\nu}_\mu \to \overline{\nu}_e) && (4\text{-}16) \\ &= \sin^2 2\theta \sin^2\left(\frac{\Delta m_{ij}^2}{4}\frac{L}{E}\right). && (4\text{-}17) \end{aligned}$$

Ésta formula muestra explícitamente que estas oscilaciones solo ocurren si θ y Δm^2 son simultáneamente no nulos. Todas las probabilidades de oscilación para dos sabores pueden ser caracterizadas por estas dos cantidades, y se representan en la figura **4-1**[21][23].

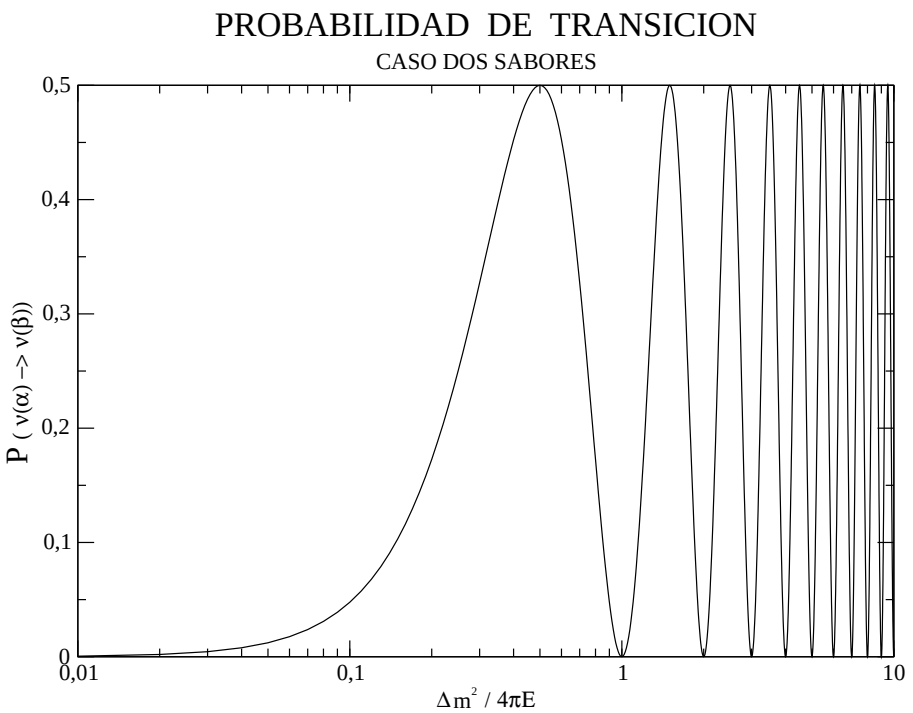

Figura **4-1**.: Probabilidad de transición para dos sabores

5. Oscilación de Neutrinos II: Tratamiento Cuántico con Ondas Planas

El tratamieno estándar se desarrolla bajo la suposición de que los 3 estados de masa del neutrino en la mezcla se propagan con el mismo momento lineal (prescripción de igual momento) en el cual se considera que el momento está bien definido, pero la energía no. Sin embargo, desde el punto de vista de la mecánica cuántica dicha prescripción contiene problemas conceptuales [12],[20].

1. En la ecuación (4-5), la probabilidad de conversión depende explícitamente del tiempo, sin embargo, desde el punto de vista experimental, el tiempo no es una cantidad medible, lo que realmente se mide son oscilaciones en el espacio.

2. Para convertir el tiempo en posición, se hace uso de la relación clásica $x = vt$, con v la velocidad de propagación del neutrino, la cuál se supone bien definida. Sin embargo, dicha suposición no es correcta, puesto que se esta considerando al neutrino en un estado de mezclas de distintas masas, con distintas velocidades. Adicionalmente, dicha relación implica que la posición $\vec{x}$ y la velocidad $\vec{v}$ (o momento lineal) se conocen de forma precisa, lo cuál va en contra del principio de incertidumbre.

3. Si se considera que el momento está bien determinado, el principio de incertidumbre implica una total indeterminación de la posición, la cuál no es real en un experimento.

4. Si se supone que todos los estados de masa tienen el mismo momento, la mezcla que forma el estado del neutrino será la misma en cualquier posición, lo cual implicaría que la oscilación se destruye.

En la literatura se han desarrollado otros tratamientos más consistentes con la mecánica cuántica, como por ejemplo tratamientos en otras prescripciones (igual energía, igual tiempo), tratamiento con paquetes de ondas y tratamientos usando la teoría cuántica de campos.

5.1. Postulados mecánico cuánticos

Para plantear un tratamiento más general del fenómeno de oscilación de neutrinos, se revisan previamente los postulados fundamentales de la mecánica cuántica [14],[24],[26] :

Portulado 1: El estado de un sistema cuántico en un tiempo t se describe por un vector $\mid \psi(t)\rangle$ definido en un espacio de Hilbert.

Postulado 2: Todo observable físico se describe por operadores hermíticos que actúan sobre los vectores de un espacio de Hilbert

Postulado de expansión: Todo vector de estado se puede expandir en una serie de vectores propios de observables físicos:

$$\mid \psi(t)\rangle = \sum_n C_n(t) \mid u_n(t)\rangle \tag{5-1}$$

Postulado 3: la cantidad

$$P(a_n) = \mid \langle u_n|\psi(t)\rangle \mid^2, \tag{5-2}$$

representa la probabilidad de que el sistema físico se encuentre en un estado propio $\mid u_n\rangle$ con un valor propio asociado a_n.

Postulado 4 (caso no relativista): La evolución temporal de un estado cuántico esta descrito por la ecuación de Schrodinger

$$i\partial_t \mid \psi(t)\rangle = \hat{H} \mid \psi(t)\rangle \,, \tag{5-3}$$

donde $\hat{H}$ es el operador Hamiltoniano asociado a la energía del sistema.

En los postulados anteriores se deben tener en cuenta qué:

a) Los postulados se pueden plantear de forma equivalente en términos de funciones de onda, las cuales se definen como:

$$\psi(\vec{x}, t) = \langle \vec{x}|\psi(t)\rangle \,. \tag{5-4}$$

En este caso los postulados 3 y 4 toman la siguiente forma:

$$P(\vec{x},t) = |\psi(\vec{x},t)|^2 \tag{5-5}$$

$$i\partial_t\psi(t) = \left[\frac{-\nabla^2}{2m} + V(\vec{x})\right]\psi(t) \tag{5-6}$$

b) La ecuación de Schrodinger no es invariante relativista. Sin embargo es posible incorporar una descripción cuántica y relativista a través de la ecuación de Dirac tal que el postulado 4 se escribe de la siguiente forma:

postulado 4 (caso relativista):

$$i\partial_t|\,\psi(t)\rangle = \hat{H}|\,\psi(t)\rangle = \gamma_0\left[\vec{\gamma}\cdot\vec{P} + m + V\right]|\,\psi(t)\rangle \tag{5-7}$$

donde las matrices γ corresponden a las matrices de Dirac, las cuales cumplen con:

$$H_0^2 = \left[\gamma_0\left(\vec{\gamma}\cdot\vec{P} + m\right)\right]^2 = \vec{P}^2 + m^2, \tag{5-8}$$

correspondiente a la energía relativista de una partícula libre.

Para entender el fenómeno de la oscilación de neutrinos a partír de los postulados anteriores, se plantea un sistema particular donde se distinguen tres fases de la medida de la oscilación: producción, propagación y detección[27].

5.1.1. Fase de producción

De acuerdo a las ecuaciones (2-31)-(2-33), los neutrinos sólamente pueden interactúar débilmente. Por ejemplo, una forma de producción de neutrinos es a través del decaimiento de un pión (mesón compuesto por un quark d y un quark u). Este proceso de producción se ilustra en la figura 5-1, donde los quarks constituyentes del pión se aniquilan produciendo un bosón cargado W, el cuál decae a un leptón cargado y un neutrino. Con una buena aproximación, la interacción de la figura (a) se puede considerar de forma efectiva como se ilustra en la (b), el cuál se describe con el Hamiltoniano de interacción de cuatro cuerpos de Fermi.

$$H_F = \frac{-G_F}{\sqrt{2}}\left[\overline{d}\Gamma_\mu u\right]\left[\overline{\nu_\ell}\gamma^\mu\ell\right] \tag{5-9}$$

donde Γ_μ representa un acople efectivo al interior del pión. Puesto que la interacción débil define los estados de sabor (estados en el cuál el Hamiltoniano de la ecuación 5-9 es diagonal), la función de onda del neutrino producido es un estado propio de sabor n:

$$|\,\psi(0)\rangle = |\,\nu_n\rangle\,. \tag{5-10}$$

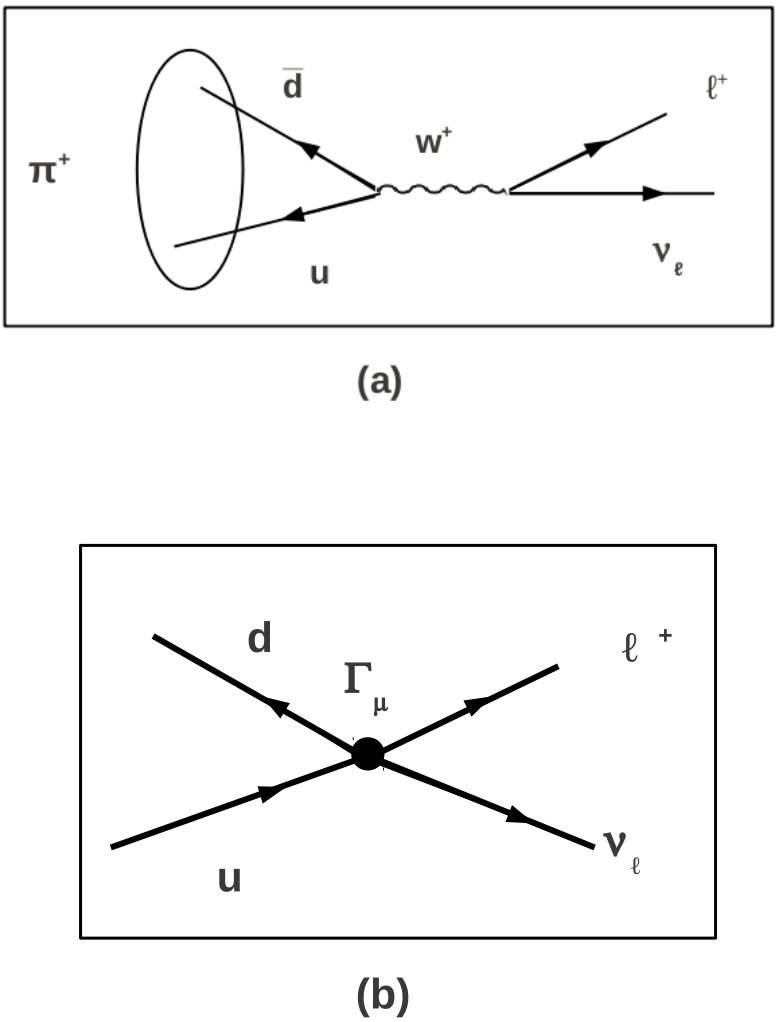

Figura **5-1**.: Decaimiento del Pión (a) Con bosones vectoriales intermediarios (b) con interacción efectiva de 4 cuerpos

5.1.2. Fase de propagación

Una vez producido el neutrino, su propagación en el espacio está descrita por la ecuación de Dirac libre. En general, de acuerdo al postulado de expansión, el estado del neutrino se puede expandir en estados propios del Hamiltoniano libre H_0:

$$|\,\psi_\nu(t)\rangle = \sum_{\alpha=1}^{3} C_\alpha(t)|\,\nu_\alpha\rangle\,, \tag{5-11}$$

donde $|\,\nu_\alpha\rangle$ representa los estados propios de H_0 dado por la ecuación de valores propios $\hat{H}_0|\,\nu_\alpha\rangle = E_\alpha|\,\nu_\alpha\rangle$. E_α es la energía relativista dada por los valores propios de la ecuación (5-8), la cuál define estados con masa definida m_α. Por esta razón se conocen como estados de masa. Los coeficientes de la ecuación (5-11) se definen como:

$$C_\alpha(t) = \langle\nu_\alpha|\psi_\nu(t)\rangle \tag{5-12}$$

que representa la amplitud de probabilidad de que el estado del neutrino se encuentre en el estado de masa ν_α . Con lo anterior, la ecuación de Dirac libre se escribe como:

$$\begin{aligned} i\partial_t|\,\psi_\nu(t)\rangle &= \hat{H}_0|\,\psi_\nu(t)\rangle \\ i\partial_t\sum_\alpha C_\alpha(t)|\,\nu_\alpha\rangle &= \hat{H}_0\sum_\alpha C_\alpha(t)|\,\nu_\alpha\rangle \\ &= \sum_\alpha C_\alpha(t)\hat{H}_0|\,\nu_\alpha\rangle \\ &= \sum_\alpha C_\alpha(t)E_\alpha|\,\nu_\alpha\rangle\,, \end{aligned} \tag{5-13}$$

la cuál se debe cumplir para cada estado α:

$$i\partial_t C_\alpha(t) = E_\alpha C_\alpha(t), \tag{5-14}$$

y cuya solución es de tipo armónico:

$$C_\alpha(t) = C_\alpha(0)e^{-iE_\alpha t}. \tag{5-15}$$

Con la solución (5-15), el estado en (5-11) queda:

$$|\,\psi_\nu(t)\rangle = \sum_{\alpha=1}^{3} C_\alpha(0)e^{-iE_\alpha t}|\,\nu_\alpha\rangle\,, \tag{5-16}$$

o en términos de funciones de onda $\langle\vec{x}|\psi_\nu(t)\rangle = \psi_\nu(\vec{x},t)$:

$$\psi_\nu(\vec{x},t) = \sum_{\alpha=1}^{3} C_\alpha(0)e^{-iE_\alpha t}\psi_\alpha(\vec{x}), \tag{5-17}$$

donde $\psi_\alpha(\vec{x})$ es la representación en el espacio de coordenadas de los estados propios de masa en $t = 0$. Se puede plantear dos tipos de soluciones para las funciones de onda iniciales $\psi_\alpha(\vec{x})$:

$$\begin{aligned} \textbf{Solución de onda plana} &: \psi_\alpha(\vec{x}) = \psi_\alpha(0)e^{i\vec{P}_\alpha\cdot\vec{x}} \\ \textbf{Solución paquetes de onda} &: \psi_\alpha(\vec{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int d\vec{P}_\alpha g(\vec{P}_\alpha)e^{i\vec{P}_\alpha\cdot\vec{x}}\psi_\alpha(0). \end{aligned} \tag{5-18}$$

En esta sección se asume una solución de ondas planas, con la cuál la ecuación (5-17) toma la siguiente forma:

$$\psi_\nu(\vec{x},t) = \sum_{\alpha=1}^{3} C_\alpha(0)e^{-i(\vec{P}_\alpha\cdot\vec{x}-E_\alpha t)}\psi_\alpha(0). \tag{5-19}$$

El coeficiente viene dado por la amplitud de la ecuación (5-15) evaluado en el tiempo de producción $t = 0$, donde el estado $\mid \psi_\nu(t=0)\rangle$ corresponde a un estado de sabor según la solución (5-10). Por lo tanto el coeficiente se escribe como:

$$C_\alpha(0) = \langle\nu_\alpha|\nu_n\rangle = U_{n\alpha}, \tag{5-20}$$

que coincide con la matriz de mezcla definida en las ecuaciones (4-2), y mide la amplitud de probabilidad de que el estado de sabor ν_n contenga al estado de masa ν_α. Así, finalmente la solución de ondas planas de la ecuación de Dirac Libre se escribe como:

$$\psi_\nu(\vec{x},t) = \sum_{\alpha=1}^{3} U_{n\alpha}e^{-i(\vec{P}_\alpha\cdot\vec{x}-E_\alpha t)}\psi_\alpha(0), \tag{5-21}$$

que representa la función de onda del neutrino en un punto $(\vec{x},t)$ cuándo su estado inicial es un estado de sabor $\mid \nu_n\rangle = \sum U_{n\alpha}\mid \nu_\alpha\rangle$

5.1.3. Fase de detección

Para la detección, consideremos que el aparato de medición está compuesto por un ensamble de protones (formado por dos quarks u y uno d) y un detector que identifica el leptón dispersado debido a la colisión del haz de neutrinos con los protones. De nuevo, a partir de los Lagrangianos de interacción (2-31)-(2-33), la colisión viene descrita por procesos débiles, como se muestra en la figura 5-2(a). Se considera la aproximación efectiva de la figura 5-2(b), la cual en la teoría de Fermi viene descrita por la siguiente densidad hamiltoniana,

$$\mathcal{H}_F = \frac{G_F}{\sqrt{2}}\left[\overline{n}(x)\gamma_\mu P(x)\right]\left[\overline{\ell}(x)\gamma^\mu\psi_\nu(x)\right], \tag{5-22}$$

el cual se puede reescribir como la dispersión de ψ_ν a ℓ debido a un potencial efectivo V_f:

$$\mathcal{H}_F = \overline{\ell}(x)V_f\psi_\nu(x) \tag{5-23}$$

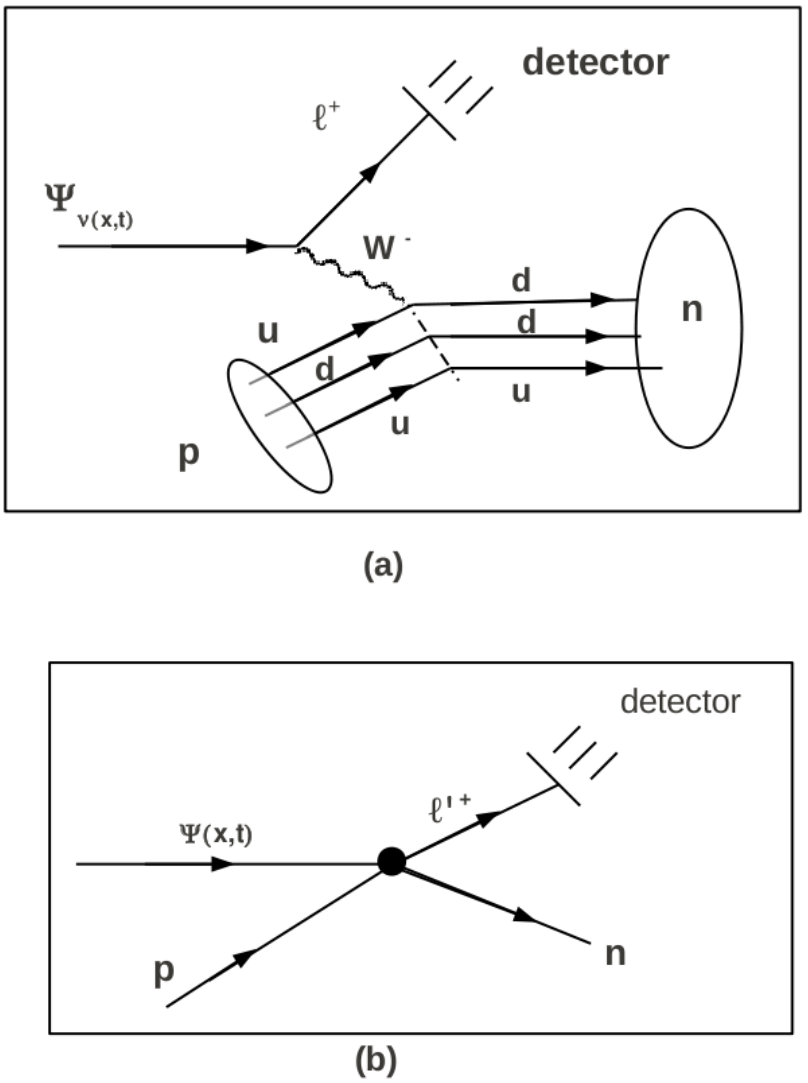

Figura **5-2**.: Dispersión y detección de neutrinos por protones produciendo un leptón cargado y un neutrón

donde:

$$\begin{cases} V_f = \dfrac{G_F}{\sqrt{2}} J_\mu \gamma^\mu \\ \\ J_\mu = \overline{n(x)} \gamma^\mu P(x) \end{cases} \tag{5-24}$$

con J_μ la corriente hadronica cargada.

5.2. El proceso de medición

En mecanica cuántica los procesos de medición juegan un papel fundamental debido a que el observador interactuá con el sistema físico, lo cuál puede cambiar los estados cuánticos que se pretender medir. Para incorporar la medición dentro de la formulación cuántica se plantea el siguiente portulado:

Postulado 5: En toda medición de estados cuánticos lo que se determina es algún valor propio de observables fisicos.

De esta manera, si se desea determinar de forma confiable cual es el valor propio asociado a un estado $\mid r_n\rangle$, la interacción durante la medida debe ser tal que el estado original del sistema no sea modificado (o apreciablemente modificado). Para lograr esto, el Hamiltoniano de interacción entre el sistema fisico y el aparato de medida debe ser diagonal en la base de estados $\mid r_n\rangle$:

$$\left\langle r_m|\hat{H}_I|r_n\right\rangle = r_n\delta_{nm} \tag{5-25}$$

De acuerdo a esto si se pretende medir alguna propiedad del neutrino (descrita por la función de onda ψ_ν) que llega al detector, se debe construir un montaje tal que la información no se destruya debido a la medición. Se examinan dos casos:

5.2.1. Un espectrómetro de masas

Supongamos que el aparato de medición se contruye tal que el Hamiltoniano de interacción con el haz de neutrinos tenga estados propios de masa: $\hat{H}_I^\alpha\mid \psi_\alpha\rangle = E_I^\alpha\mid \psi_\alpha\rangle$. En este caso la amplitud de transición entre la función de onda libre descrita por la ecuación (5-16) y un estado de masa $\mid \psi_\alpha\rangle$ debido a la interacción H_I^α es:

$$\begin{aligned}
T_{\psi_\nu\to\psi_\alpha} &= \left\langle \psi_\alpha \left|\hat{H}_I^\alpha\right| \psi_\nu\right\rangle = \left\langle \psi_\alpha \left|\hat{H}_I^\alpha \sum_{\alpha'} C_0 e^{-iE_{\alpha'}t}\right| \psi_{\alpha'}\right\rangle \\
&= \left\langle \psi_\alpha \left|\sum_{\alpha'} C_0 e^{-iE_{\alpha'}t} E_I^{\alpha'}\right| \psi_{\alpha'}\right\rangle \\
&= \sum_{\alpha'} C_0 e^{-iE_{\alpha'}t} E_I^{\alpha'} \underbrace{\langle\psi_\alpha|\psi_{\alpha'}\rangle}_{\delta_{\alpha,\alpha'}} \\
&= \begin{cases} 0, & \text{si } \alpha \neq \alpha', \\ C_0 E_I^\alpha e^{-iE_\alpha t} & \text{si } \alpha = \alpha' \end{cases}
\end{aligned} \tag{5-26}$$

Así, si se detecta una partícula dispersada con masa m_α, se deduce entonces que el neutrino que lo produjo debido al H_I^α es de tipo ν_α, como se ilustra en la figura **5-3**.

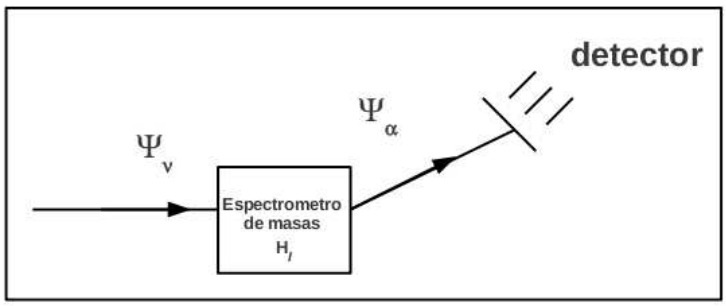

Figura **5-3**.: Proceso de detección de un estado de masa

Pero si el Hamiltoniano de interacción no es diagonal en la base de masa, se obtendría para la misma transición:

$$T_{\psi_\nu \to \psi_\alpha} = \sum_{\alpha'} C_0 e^{-iE_\alpha t} \left\langle \psi_\alpha \left| \hat{H}_I \right| \nu_{\alpha'} \right\rangle \neq 0 \ \ \forall \ \ \alpha = 0 \ \ o \ \ \neq \alpha'. \tag{5-27}$$

Esto significa que aunque el detector sea capaz de identificar la masa m_α de la partícula dispersada ψ_α, ésta medición no permite determinar que el neutrino antes de la interacción sea también de tipo ν_α, ya que la interacción misma cambia completamente los estados de masa del neutrino, destruyendo cualquier información previa a la medición.

5.2.2. Un espectrómetro de sabor

El proceso de la figura 5-2 ilustra un mecanismo de medición donde el Hamiltoniano de interacción es diagonal en la base de sabor: $\hat{H}_I^n | \psi_n \rangle = V_I^n | \psi_n \rangle$ donde V_I^n se identifica con el potencial de Fermi de la ecuación (5-24). En este caso la amplitud de transición entre el haz de neutrinos $| \psi_\nu \rangle$ y un leptón $| \ell_n \rangle$ es:

$$T_{\psi_\nu \to \ell_n} = \left\langle \ell_n \left| \hat{H}_I^n \right| \psi_\nu \right\rangle \tag{5-28}$$

Usando las ecuaciones (5-10) , (5-16) y (5-20) , el estado del neutrino en el punto inicial $(\vec{x}, t) = (0, 0)$ se puede escribir como:

$$|\psi_\nu(0)\rangle = |\nu_n\rangle = \sum_\alpha U_{n\alpha} |\nu_\alpha\rangle \,, \tag{5-29}$$

donde $| \nu_\alpha \rangle$ son estados de masa. La ecuación anterior se puede invertir obteniendo los siguientes estados de masa:

$$|\psi_\alpha\rangle = \sum_{m=1}^{3} U^*_{\alpha m} |\nu_m\rangle \,, \tag{5-30}$$

tal que la amplitud de la ecuación (5-28) se expresa como:

$$T_{\psi_\nu \to \ell_n} = \left\langle \ell_n \left| \sum_{\alpha=1}^{3} \sum_{m=1}^{3} U_{n\alpha} e^{-iE_\alpha t} U^*_{\alpha m} \hat{H}_I \right| \nu_m \right\rangle = \sum_{\alpha,n=1}^{3} |U_{n\alpha}|^2 e^{-iE_\alpha t} V_F^n \underbrace{\langle \ell_m \| \nu_n \rangle}_{\delta_{mn}} = \begin{cases} 0, & \text{si } n \neq m \\ \sum_\alpha |U_{n\alpha}|^2 e^{-iE_\alpha t} V_F^n & \text{si } n = m \end{cases} \tag{5-31}$$

lo cual significa que al detectar un leptón cargado ℓ_n, el neutrino ψ_ν medido en $(\vec{x}, t)$ es del mismo sabor ν_n ya que el potencial no destruye la información del sabor. Por lo tanto la solución de la ecuación (5-21) despues de la medida se escribe como:

$$\nu_n(\vec{x}, t) = \sum_\alpha U_{n\alpha} e^{-iE_\alpha t} e^{i\vec{P}_\alpha \cdot \vec{x}} \psi_\alpha(0). \tag{5-32}$$

5.3. La diferencia de Fase

De la discusión anterior se concluye que el sistema finalmente consiste de un haz de neutrinos caracterizados por la siguientes estados de onda en los puntos iniciales y finales [9],[28],[29],[30] :

$$\begin{aligned} |\nu_n(0)\rangle &= \sum_\alpha U_{n\alpha} |\psi_\alpha(0)\rangle \\ |\nu_n(\vec{x_f}, t_f)\rangle &= \sum_{\alpha'} U_{n\alpha'} e^{-iE_{\alpha'} t_f} e^{i\vec{P}_\alpha \cdot \vec{x_f}} |\psi_{\alpha'}(0)\rangle \,. \end{aligned} \tag{5-33}$$

La probabilidad de que el estado débil ν_n final sea el mismo al inicial (probabilidad de supervivencia) es:

$$P_{(\nu_n(0) \to \nu_n(f))} = |\langle \nu_n(0) \| \nu_n(f) \rangle|^2 \,, \tag{5-34}$$

el cual usando la ecuación (5-33) es:

$$
\begin{aligned}
P_{sup} &= \left| \sum_{\alpha\alpha'} U^*_{n\alpha} U_{n\alpha'} e^{-iE_{\alpha'}t_f} e^{i\vec{P}_\alpha \cdot \vec{x_f}} \underbrace{\langle \nu_n(0) \| \nu_{\alpha'}(0) \rangle}_{\delta_{\alpha\alpha'}} \right|^2 \\
&= \left| \sum_{\alpha\alpha'} U_{n\alpha} e^{-iE_{\alpha'}t_f} e^{i\vec{P}_\alpha \cdot \vec{x_f}} \right|^2 \\
&= \sum_{\alpha\alpha'} |U_{n\alpha}|^2 |U_{n\alpha'}|^2 e^{i(E_\alpha - E_{\alpha'})t_f} e^{-i(\vec{P}_{\alpha'} - \vec{P}_\alpha)\cdot \vec{x_f}}. \qquad (5\text{-}35)
\end{aligned}
$$

En las ecuaciones anteriores se asumió que el tiempo de propagación de cada estado de masa $|\nu_\alpha\rangle$ es el mismo (prescripción de tiempos iguales). Si se define la fase de la probabilidad como:

$$
\Delta\phi_{\alpha\alpha'} = (E_\alpha - E_{\alpha'})t_f - (\vec{P}_{\alpha'} - \vec{P}_\alpha) \cdot \vec{x_f}, \qquad (5\text{-}36)
$$

la ecuación (5-35) se escribe como:

$$
\begin{aligned}
P_{sup} &= \sum_{\alpha\alpha'} |U_{n\alpha}|^2 |U_{n\alpha'}|^2 e^{-i\Delta\phi_{\alpha\alpha'}} \\
&= \sum_{\alpha\alpha'} |U_{n\alpha}|^2 |U_{n\alpha'}|^2 cos(\Delta\phi_{\alpha\alpha'} + \beta)
\end{aligned}
\qquad (5\text{-}37)
$$

La ecuación anterior es más general que la ecuación (4-12) obtenida por el procedimiento tradicional. La oscilación expresada por la ecuacion (5-37) es observable si la diferencia de fase $\Delta\phi_{\alpha\alpha'}$ es medible, la cuál depende de las variables (E_α, t) y $(\vec{P_\alpha}, \vec{x})$. Sin embargo, en la práctica los experimentos típicamente miden distancias y energias y no momentos ni tiempos[20]. Asumiendo propagación rectilínea y momentos paralelos se obtiene que:

$$
\begin{aligned}
|P_{\alpha'} - P_\alpha|^2 &= |P_{\alpha'}|^2 + |P_\alpha|^2 - 2|P_{\alpha'}|^2 |P_\alpha|^2 \\
&= (|P_{\alpha'}| - |P_\alpha|)^2, \qquad (5\text{-}38)
\end{aligned}
$$

adicionalmente teniendo en cuenta que las energias son relativistas $E_{\alpha,\alpha'} = \sqrt{p^2_{\alpha,\alpha'} + m^2_{\alpha,\alpha'}}$, se cumple que:

$$
P^2_{\alpha'} - P^2_\alpha = E^2_{\alpha'} - E^2_\alpha - \Delta m^2_{\alpha'\alpha}, \qquad (5\text{-}39)
$$

donde $\Delta m^2_{\alpha'\alpha} = m^2_{\alpha'} - m^2_\alpha$, por lo que la diferencia de fase se expresa como:

$$\Delta\phi_{\alpha\alpha'} = \frac{\Delta m^2_{\alpha'\alpha}}{(P_{\alpha'} + P_\alpha)} \cdot x_f + \frac{E^2_{\alpha'} - E^2_\alpha}{(E_{\alpha'} + E_\alpha)(P_{\alpha'} + P_\alpha)} \left[(P_{\alpha'} + P_\alpha)\, t_f - (E_{\alpha'} + E_\alpha)\, x_f\right]. \quad (5\text{-}40)$$

Bajo la consideración de ondas planas en los estados de masa, cada una de ellas se mueve con una velocidad de fase $v_\alpha = p_\alpha/E_\alpha$. La superposición de dos estados de masa da como resultado una propagación con una velocidad efectiva media dada por:

$$\overline{\nu}_{\alpha'\alpha} = \frac{P_{\alpha'} + P_\alpha}{E_{\alpha'} + E_\alpha}, \quad (5\text{-}41)$$

con lo que la diferencia de fase finalmente se expresa como:

$$\Delta\phi_{\alpha'\alpha} = \frac{\Delta m^2_{\alpha\alpha'}}{P_{\alpha'} + P_\alpha} x_f + \frac{E^2_{\alpha'} - E^2_\alpha}{P_{\alpha'} + P_\alpha} \left[\overline{\nu}_{\alpha'\alpha} t_f - x_f\right]. \quad (5\text{-}42)$$

5.4. Prescripciones para el Cálculo de la Oscilación

La solución de la ecuación (5-42) representa la diferencia de fase entre dos componentes de masa α y α' con energías $E_{\alpha,\alpha'}$ y momentos lineales $P_{\alpha,\alpha'}$, respectivamente. Aunque tal expresión es más general que la obtenida con el tratamiento estándar, en la práctica no todas las variables se miden. Para obtener la fase en términos de cantidades experimentalmente medibles se plantean distintas prescripciones para calcular la probabilidad de oscilación [9],[28],[31].

5.4.1. Prescripción de igual momento

En este esquema se asume que los estados de masa ν_α viajan con el mismo momento lineal: $P_\alpha = P_{\alpha'} = P$, con lo que la ecuación (5-42) se reduce a:

$$\Delta\phi^{\text{igual P}}_{\alpha'\alpha} = \frac{\Delta m^2_{\alpha\alpha'}}{2P} x_f + \frac{E^2_{\alpha'} - E^2_\alpha}{2P} \left[\overline{\nu}_{\alpha'\alpha} t_f - x_f\right]. \quad (5\text{-}43)$$

Sin embargo, el tiempo t_f no es una cantidad que típicamente se mida; lo que se mide son distancias. Usando la prescripción de propagación clásica $\overline{v} \approx x_f/t_f$, el segundo término de la ecuación (5-43) se cancela, obteniendo la ecuación siguiente:

$$\Delta\phi^{\text{igual P}}_{\alpha\alpha'} = \frac{\Delta m^2_{\alpha\alpha'}}{2P} x_f. \quad (5\text{-}44)$$

Para partículas ultrarelativistas $E_\alpha = \sqrt{P^2 - m^2_\alpha} \approx P \approx E$, por lo que la ecuación anterior se convierte en:

$$\Delta\phi^{\text{igual P}}_{\alpha\alpha'} = \frac{\Delta m^2_{\alpha\alpha'}}{2E} x_f. \quad (5\text{-}45)$$

Al reemplazar la fase anterior en la probabilidad de la ecuación (5-37), se obtiene la misma probabilidad (4-12). Sin embargo, como se discutió en la introducción del presente capítulo, esta prescripción contiene inconvenientes conceptuales.

5.4.2. Prescripción de igual energía

En esta prescripción se asume que la energía es igual para todos los estados de masa, tal que el segundo término de la ecuación (5-42) se anula directamente, por lo que la fase es:

$$\Delta\phi_{\alpha\alpha'}^{\text{igual E}} = \frac{\Delta m_{\alpha\alpha'}^2}{P_{\alpha'} + P_\alpha} x_f. \tag{5-46}$$

La suma de los momentos se puede calcular usando:

$$\begin{aligned} (P_\alpha - P_{\alpha'})^2 &= P_\alpha^2 + P_{\alpha'}^2 + 2P_\alpha P_{\alpha'} \\ &= 2E^2 - \left(m_\alpha^2 + m_{\alpha'}^2\right) + 2\sqrt{E^4 - E^2\left(m_\alpha^2 + m_{\alpha'}^2\right) + m_\alpha^2 m_{\alpha'}^2}. \end{aligned} \tag{5-47}$$

Asumiendo masas de neutrinos pequeñas se puede hacer $m_\alpha^2 + m_{\alpha'}^2 \approx 2m_\alpha^2$ y $m_\alpha^2 << E^2$, por lo que (5-47) lleva a $p_\alpha + p_{\alpha'} \approx 2E$. De esta manera, la fase (5-46) es idéntica a la (5-45). Así, ambas prescripciones conducen a un resultado equivalente. Sin embargo, desde el punto de vista de la mecánica cuántica resulta más adecuada la prescripción de igual energía que la de igual momento:

a) En el esquema de igual energía no es necesario suponer propagación clásica ya que la fase da directamente en términos del desplazamiento y no del tiempo. Este resultado es adecuado ya que experimentalmente se mide distancias y no tiempos.

b) En la práctica el detector típicamente está compuesto por nucleones que absorben neutrinos y emiten leptones cargados. Por el principio de incertidumbre y teniendo en cuenta que el nucleón está confinado en una región pequeña, la incertidumbre en el momento líneal será grande. Dicha indeterminación hará que la masa del neutrino no pueda ser medida incluso aunque la energía sea bien definida: $m_\alpha = \sqrt{E_\alpha^2 + p_\alpha^2}$. Así, asumir que la energía sea única o no es irrelevante en la oscilación; aunque se conozca la energía de forma precisa la oscilación cuántica se mantiene.

Aun así, este planteamiento presenta sus propias dificultades:

a) En la práctica, $\Delta E \sim \Delta P$, por lo que suponer igual energía y distintos momentos simultáneamente es numéricamente inapropiado.

b) Aunque se lograra experimentalmente que $\Delta E \ll \Delta P$, aún puede suceder que $\Delta E \gtrsim \Delta m_{\alpha\alpha'}$, por lo que si se esta considerando diferencia de masa distinto de cero, con más razón habrá diferencia de energía no despreciable.

c) Puesto que ΔE no es invariante relativista, si $\Delta E = 0$ en algún sistema de referencia, en otro sistema podria ser distinto a cero. Así la prescripción es válida sólo para ciertos observadores.

5.5. Discusión

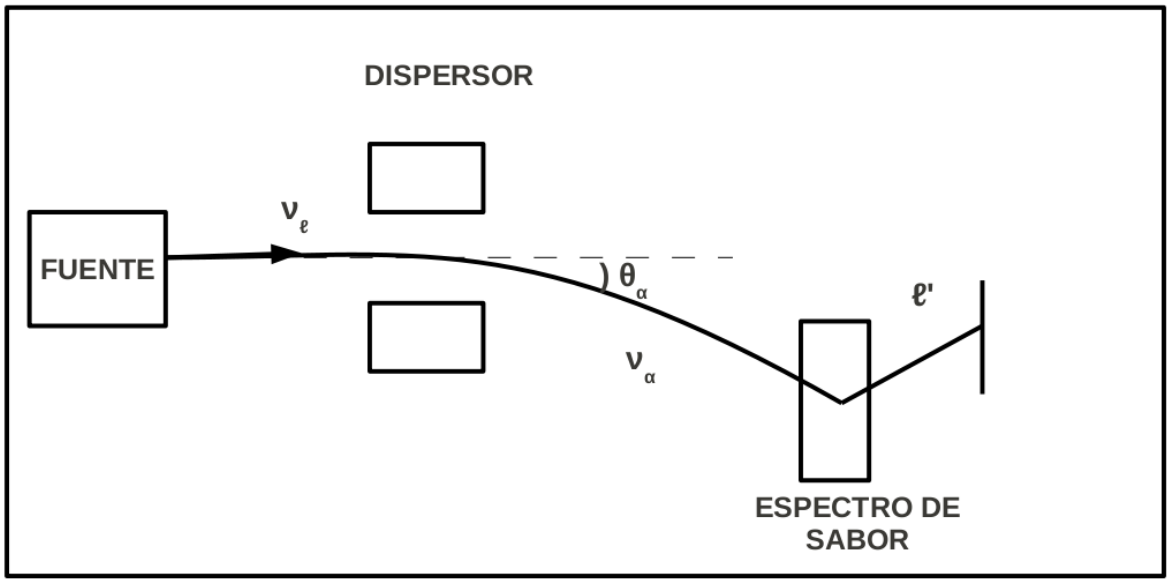

Figura **5-4**.: Proceso de detección sabor

Entender el fenómeno de oscilación de neutrinos se centra en la interpretación de la ecuación (5-37) y del significado de la diferencia de fase $\Delta\phi_{\alpha\alpha'}$. Primero, hay que aclarar que lo que oscila es la probabilidad de medir un estado de sabor ν_n particular en un punto x, el cuál no tiene masa definida. Segundo, para que esa oscilación sea observable es necesario que la superposición expresada en la suma de la ecuación (5-37) no cancele la fase, es decir la suma debe ser una superposición coherente de estados de masa. De esta manera para entender el problema de oscilación de neutrinos es fundamental entender el origen de la diferencia de fase. En base al resultado de la ecuación (5-42) se puede plantear las circunstancias bajo las cuales la coherencia se perdería. Por ejemplo, se puede asumir un montaje experimental como el mostrado en la figura 5-4 compuesto por una fuente, un dispersor y un detector. La fuente puede ser un pión decayendo a neutrinos, lo cual implica conocer el estado de sabor inicial del neutrino producido. Luego, se asume la existencia de un dispersor que solamente desvíe la trayectoria del neutrino tal que el ángulo de desviación depende de la masa del neutrino (el dispersor mide un estado de masa). Finalmente, el detector captura el neutrino de masa m_α midiendo un estado de sabor final. Primero, se observa que el dispersor de masa

permite identificar el valor de la masa del neutrino colapsando la función de onda inicial ν_ℓ a un estado de masa ν_α particular. Ésta medición intermedia causa que la diferencia de masa sea nula $\Delta m^2_{\alpha\alpha'} = 0$. Segundo, si adicionalmente el espectrómetro de sabor mide la energía del neutrino de forma precisa, la diferencia de energía también se anula $E^2_{\alpha'} - E^2_\alpha = 0$. Si estas condiciones se dan, la diferencia de fase de la ecuación (5-42) se anula, destruyendo toda coherencia. Esto implica que la probabilidad de superviviencia (5-37) es 1, lo cual indica que si inicialmente se produce el sabor ν_ℓ, lo que se detecta posteriormente será de nuevo el sabor ν_ℓ sin importar la posición, destruyendo la oscilación. De esta manera lo que determina la existencia de la oscilación es el desconocimiento de la masa del neutrino. Este desconocimiento está asociado al hecho de que en la práctica se tiene una sencibilidad experimetal a las masas tal que $\Delta m^2_{exp} > \Delta m^2_{\alpha\alpha'} > 0$, haciendo imposible medir el valor $\Delta m^2_{\alpha\alpha'}$ [9],[12],[18],[20].

6. Oscilación de Neutrinos III: Tratamiento con Paquetes de Onda

Algunos problemas del tratamiento de onda plana son resueltos al considerar paquetes de onda en los estados de masa iniciales del neutrino. Además, se propone la existencia de paquetes de onda como la causa de la existencia de una longitud de coherencia más allá de la cual la oscilación desaparece. Esta formulación fué estudiada en principio por Kayser [20]. La formulación fué extendida a paquetes de onda tipo Gausianos por Giunti, Kim y Lee [28],[29],[35].

6.1. Consideraciones Iniciales

A partir de las consideraciones del capitulo anterior en la fase de producción de neutrinos, se encuentra que la oscilación se puede abordar con dos tratamientos expresados por la ecuación (5-18): soluciones de onda plana y de paquetes de onda. En esta sección se abordará el segundo tratamiento: el de paquetes de ondas. Se plantean algunas consideraciones previas:

1. Los neutrinos se describen como paquetes de ondas que estan localizados en el punto de producción en el tiempo $t = 0$ y que se propagan entre ese punto y el de detección con una velocidad de grupo cercana a la velocidad de la luz.

2. La propagación de los estados de masa corresponden a la velocidad de grupo $v_\alpha = P_\alpha/E_\alpha$.

3. A cada sabor de neutrino se le asocia un momento con valor central definido p_ν.

4. Cada paquete de onda que se propaga, se dispersa en dirección x,y,z, sin embargo, se asume que la dispersión en las direcciones x,y son despreciables, y se considera sólo la dispersión en la dirección de propagación z.

5. Inicialmente el pión esta confinado en una caja de dimensiones $h << L_{osc}$, con L_{osc} la longitud de oscilación definida en la ecuación (4-11) . Así, por el principio de incertidumbre, se asume un ancho en el momento inicial de la forma:

$$\Delta p \sim 1/h = \lambda/L_{osc}, \tag{6-1}$$

con $\lambda \gg 1$

6. La oscilación de neutrinos no se puede observar a menos que la fuente de neutrinos sea localizada dentro de una región mucho más pequeña que la longitud de oscilación L_{osc}.

Se considera la solución de paquetes de onda de la ecuación (5-18) en el tiempo de emisión $t = 0$:

$$\psi_\alpha(\vec{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\vec{p_\alpha} g(\vec{p_\alpha}) e^{i\vec{p}_\alpha \cdot \vec{x}} \psi_0, \tag{6-2}$$

la cual al ser reemplazada en la ecuación (5-17) para la amplitud del neutrino a una distancia x de la fuente, se obtiene:

$$\begin{aligned} \psi_\nu(\vec{x}, t) &= \sum_{\alpha=1}^{3} C_\alpha(0) e^{-iE_\alpha t} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\vec{p}_\alpha g(\vec{p}_\alpha) e^{(i\vec{p}_\alpha \cdot \vec{x})} \right) \psi_0 \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{\alpha=1}^{3} C_\alpha(0) \int d\vec{p}_\alpha g(\vec{p}_\alpha) e^{i(\vec{p}_\alpha \cdot \vec{x} - E_\alpha t)} \psi_0, \end{aligned} \tag{6-3}$$

donde $C_\alpha(0)$ es la amplitud de producir un estado de masa ν_α, ésta coincide con la matriz de mezcla $U_{n\alpha}$, mientras $g(\vec{p}_\alpha)$ es la amplitud de probabilidad de que ese estado de masa tenga momento $\vec{p}_\alpha$, por lo que:

$$\psi_\nu(\vec{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{\alpha=1}^{3} U_{n\alpha} \int d\vec{p}_\alpha g(\vec{p}_\alpha) e^{i(\vec{p}_\alpha \cdot \vec{x} - E_\alpha t)} \psi_0. \tag{6-4}$$

Teniendo en cuenta que la energía se puede aproximar cómo $E = \sqrt{p^2 + m^2} \approx p(1 + \frac{m^2}{2p^2})$, se obtiene que :

$$\psi_\nu(\vec{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{\alpha=1}^{3} U_{n\alpha} \int d\vec{p}_\alpha g(\vec{p}_\alpha) e^{ip_\alpha(x-t)} e^{(m_\alpha^2/2p_\alpha)t} \psi_0. \tag{6-5}$$

Los límites de integración se definen alrededor del valor central p_ν, entre $p_\nu - \Delta p/2$ y $p_\nu + \Delta p/2$, con Δp dado por la ecuación (6-1). Para neutrinos viajando cercanos a la velocidad de la luz, se evalúa la intergal alrededor del punto $x = t$:

$$\psi(t, t) = \sum_{\alpha=1}^{3} U_{\ell\alpha} \int dp_\alpha g(\vec{p}_\alpha) e^{(m^2/2p_\alpha)t}. \tag{6-6}$$

El factor de fase de la exponencial en la integral anterior varía dentro del rango de integración como:

$$\Delta\phi = \frac{m^2}{2p_\alpha - \Delta p} - \frac{m^2}{2p_\alpha + \Delta p} \approx \frac{m^2}{2p^2}\frac{\lambda}{L_{osc}}t. \tag{6-7}$$

para t del orden de la longitud de oscilación o menor $\Delta\phi << 1$, por lo que la exponencial varía poco en la integral. Entonces,

$$\begin{aligned} \psi(t,t) &= \sum_{\alpha=1}^{3} U_{\ell\alpha} e^{(m^2/2p_\alpha)t} \int dp_\alpha g(\vec{p}_\alpha), \\ \psi(t,t) &= \sum_{\alpha=1}^{3} U_{\ell\alpha} e^{(m^2/2p_\alpha)t} g_\alpha, \end{aligned} \tag{6-8}$$

donde,

$$g_\alpha = \int dp_\alpha g(\vec{p}_\alpha). \tag{6-9}$$

donde $g(\vec{p}_\alpha)$ es la amplitud de localización de los piones en la caja de medida h. Para estimar el comportamiento de la amplitud g_α, se estudia cómo varía el momento p_α según el momento del pión padre. Sea p^*_α, E^*_α y v^*_α el momento, la energía y la velocidad del neutrino en el sistema en reposo del pión, y p_ν, E_ν y v_ν las mismas variables en el sistema laboratorio, donde el pión se mueve con velocidad Δv. Por transformación de coordenadas para piones no relativistas, se obtiene que $\Delta v = v_\nu - v^*_\alpha$, por lo que el momento del pión en el sistema laboratorio que produce un neutrino de momento p_α es:

$$p^\alpha_\pi = \Delta v M_\pi = \left(\frac{p_\nu}{E_\nu} - \frac{p^*_\alpha}{E^*_\alpha}\right) M_\pi \approx \frac{p_\nu - p^*_\alpha}{E^*_\alpha} M_\pi. \tag{6-10}$$

La energía se relaciona con las masas de las partículas según:

$$E^*_\alpha = \frac{M^2_\pi + M^2_\alpha - M^2_\ell}{2M_\pi}, \tag{6-11}$$

con M_ℓ y M_α las masas del leptón y neutrino producidos. Reemplazando (6-11) en (6-10), se obtiene:

$$\frac{dp^\alpha_\pi}{dM^2_\alpha} = \frac{1}{2p^*_\alpha}\left(\frac{M_\pi}{E^*_\pi} - 1\right) - \frac{1}{2E^*_\alpha}\Delta v, \tag{6-12}$$

Considerando piones lentos, se obtiene de (6-10) que $p^*_\alpha \approx p_\nu$. De esta manera, integrando (6-12) entre dos estados de masas M_α y $M_{\alpha'}$ con $\Delta v = 0$, se deduce:

$$\left|p^\alpha_\pi(p_\nu) - p^{\alpha'}_\pi(p'_\nu)\right| \approx \frac{1}{2p^*_\alpha}\left(\frac{M_\pi}{E^*_\alpha} - 1\right)\left|M^2_\alpha - M^2_{\alpha'}\right|, \tag{6-13}$$

donde $(M_\pi/E^*_\alpha - 1)$ es de orden uno y $\left|p^\alpha_\pi(p_\nu) - p^{\alpha'}_\pi(p'_\nu)\right|$ es del orden $1/L_{osc}$. Puesto que $h \ll L_{osc}$, se obtiene $\left|p^\alpha_\pi(p_\nu) - p^{\alpha'}_\pi(p'_\nu)\right| \ll 1/h$. Así, la amplitud g_α varía poco con α. Como

el pión esta altamente localizado, la función g_α es esencialmente independiente de α. Así, la función de onda (6-8) es básicamente la misma que (4-3), donde se asume $E_\alpha \simeq \dfrac{m_\alpha^2}{2p_\alpha}$ salvo una constante. De esta manera, la probabilidad de transición con el paquete de onda conducirá a los mismos resultados del tratamiento con ondas planas.

6.2. Esquemas de Oscilación

6.2.1. Esquema de Igual Tiempo

En esta prescripción se asume que el tiempo es igual para todos los estados de masa, en este caso se toma el tiempo en atravesar una distancia $x = vt$ donde $x = t$, tal que el segundo término de la ecuación 5-42 se elimina y se obtiene:

$$\Delta\phi_{\alpha'\alpha}^{igual-t} = \frac{\Delta m_{\alpha\alpha'}^2}{P_{\alpha'} + P_\alpha} x_f + \frac{E_{\alpha'}^2 - E_\alpha^2}{P_{\alpha'} + P_\alpha} \left[\overline{\nu}_{\alpha'\alpha} t_f - \overline{\nu}_{\alpha'\alpha} t_f\right], \tag{6-14}$$

$$\Delta\phi_{\alpha\alpha'}^{igual-t} = \frac{\Delta m_{\alpha\alpha'}^2}{p_{\alpha'} + p_\alpha} x_f, \tag{6-15}$$

se encuentra la misma relación que para la prescripción de igual momento. Como se ilustro inicialmente, los tiempos en los cuales se producen los decaimientos en la fuente deben ser los mismos para todos los paquetes de ondas. En este caso, se tiene en cuenta que la medición de los estados de masa asociados al paquete de onda en la fuente y en el detector permite generar estados de coherencia o decoherencia que permiten o no la oscilación. En un experimento real el neutrino atraviesa el detector con una longitud finita en el tiempo t y puede interactuar con el detector durante este intervalo Δt, ésta fluctuación cuántica en el transito del tiempo afecta la fase relativa observada en el detector entre dos paquetes de ondas de neutrinos.

6.3. El problema de Detección:

La longitud de coherencia La longitud de coherencia (de manera clásica) surge de la separación de los paquetes de onda, que se propagan desde la fuente hasta el detector, también puede originarse, por una dispersión del paquete de onda mayor que la longitud de oscilación. En el caso del tratamiento de paquetes de onda se toman varios regimenes de dispersión: (a) cuando se consideran las dispersiones en la misma dirección de la propagación (longitudinal); (b) cuando se considera las dispersiones en todas las direcciones, se considera sólo la dispersión en la dirección de propagación y los demás son despreciados (transversal). (c) finalmente, el regimen de no dispersión. El fenómeno de separación y dispersión contribuye

a la longitud de coherencia en los regimenes (a) y (b) [36],[37].

Retomando la fase de la ecuación 6-7, si se supone el espectro del neutrino más grande que λ/L_{osc}, la amplitud para longitudes superpuestas no se consideran coherentes entre ellas. En principio las mediciones para el estado final con momento P y presición λ/L_{osc} no varia el patrón de oscilación. Así, si la longitud de oscilación es muy grande, tomando $x = t$ en el factor $\Delta\phi << 1$ se obtiene :

$$x = t > \frac{2p_\nu^2}{M_\alpha^2}\frac{L_{osc}}{\lambda}, \tag{6-16}$$

donde el factor de fase $\Delta\phi$ ya no puede ser removido de la integral en la ecuación (6-6) y por lo tanto el resultado del tratamiento de paquetes de onda ya no es relevante, se hace necesario realizar un tratamiento de teoría cuántica de campos.

La oscilación del neutrino sólo es observable si el detector del neutrino tiene la resolución adecuada para detectar la fase relativa de las componentes en un paquete de onda incidente. Sin embargo Leo Stoldoski apuntó que *cualquier detector estacionario está descrito por una matriz de densidad que se puede diagonalizar en la base de energía. La fase entre estados de neutrino con diferentes energías no son observables. Sólo la interferencia entre las componentes con la misma energía y diferente momento son observables.* No obstante, esto no es estrictamente cierto para neutrinos con masas finitas; neutrinos con igual momento y diferentes masas tienen diferentes velocidades de grupo y viajan la distancia L en tiempos diferentes [38].

Si la observabilidad de la fase depende del detector, al suponer un detector ideal como un nucleón en reposo y medir la masa del neutrino, se destruye toda la coherencia y la fase relativa. En éste experimento la masa se pierde, por lo tanto no hay oscilación. Detectores más realístas preservan las fases relativas de las amplitudes con la misma energía y diferente momento, el nucleón de detección es confinado a una región del espacio pequeña comparada con la longitud de onda de la oscilación λ del neutrino. La amplitud para estados finales contienen sabores e, ν o τ y son determinados por cada energía. Estas magnitudes relativas no cambian apreciablemente con la energía en experimentos realistas y aunque una medición juiciosa del tiempo preserva algunas coherencias entre diferentes energias, el sabor final ℓ no cambia [28],[36].

6.4. Discusión

Al examinar el estado del paquete de onda del neutrino que incide sobre el detector, se evidencia una mezcla de estados con diferentes masas, energias y momentos. La fase que cambia en la función de onda para una componente al paquete de ondas en el viaje a una distancia x de la fuente al detector en un tiempo t está dada por: $\phi(x,t) = px - Et$, ésta

fase es no observable, como cualquier otra fase general de una funcion de onda, esta no es un invariante gauge [28],[36],[38].

El modelo de paquete de onda intermediario muestra que las oscilaciones desaparecen si $\Delta x > L_{osc}$, si la incertidumbre sobre la posición es más grande que la longitud de oscilación. Para un valor mínimo de la incertidumbre de los paquetes de onda, esta condición se puede reescribir como: $\Delta p < \Delta M^2_{\alpha,\alpha'}/2p$, es decir, las oscilaciones son prohibidas si el momento asociado al paquetes de ondas es más pequeño que la diferencia de masa entre los estados propios de interferencia. Así las oscilaciones son destruidas por la medición del momento-energia con el fin de determinar el estado propio de masa propagado [28],[36],[38].

Otro resultado principal del modelo es la existencia de un longitud de coherencia más allá de la cuál la oscilación desaparece. Esta es la explicación usual para el paquete de onda asociado a las diferencias en los autoestados de masa con diferentes velocidades de grupo, en este sentido los paquetes de ondas progresivamente se van separando, y la interferencia desaparece cuando ellos no se superponen [28],[36],[38]. El problema de la prescripción de igual o diferente tiempo no se ha resuelto hasta es ahora, donde los tiempos de producción y detección no son especificados por el formalismo, así, la dependencia temporal de la probabilidad es tratada sobre el promedio del tiempo [28],[36],[38].

7. CONCLUSIONES

Numerosos experimentos se han llevado a cabo para confirmar el fenómeno de oscilación de neutrinos, estableciendose como la primera prueba experimental de física más allá del ME. Aunque la base teórica que ha permitido entender las observaciones experimentales han surgido desde 1957 (incluso antes de las primeras observaciones), aún existen controversias con los métodos tradicionales que permiten analizar y calcular los parámetros asociados a las mediciones. Incluso aunque los resultados teóricos predichos por el método tradicional parecen ajustarcen bien con las observaciones, en la literatura se han planteado numerosas críticas y distintas soluciones que permiten entender los mismos resultados desde otros enfoques más consistentes con los fundamentos de la teoría cuántica. En el presente trabajo se propuso realizar un estudio fundamental de la física de la oscilación de neutrino en el vacío a partir de la mecánica cuántica, examinando y discutiendo las diferentes prescripciones que permiten obtener las probabilidades de transición asociadas a la oscilación. Especificamente, el estudio se hizo a partir de dos tratamientos: el modelo de paquetes de onda y de onda plana, con el fin de analizar desde el punto de vista de la mecánica cuántica las prescripciones y los conceptos asociados a la oscilación de neutrinos. En el segundo capítulo se describen las propiedades del neutrino en el Modelo estándar, se encuentra que el ME sólo incorpora neutrinos con helicidad izquierdas y antineutrinos con helicidad derecha, dentro del modelo el neutrino es no masivo, existen tres sabores de neutrinos: tipo electrónico ν_e, tipo muónico ν_μ y tipo tauónico ν_τ, cada uno asociado a un leptón y finalmente, los neutrinos interactúan solamente a través de la interacción débil.

Dado que el M.E. no permite la inclusión de masa y los experimentos dicen lo contrario, se proponen modelos que van más allá del ME, en principio se realiza una ruptura espontánea de simetría para incluir el campo de Higgs y de esta manera dotar de masa las particulas y preservar la invarianza gauge; en este punto se incluyen los esquemas de masa de Dirac y de Majorana y masas Dirac-Majoran, aun no se ha podido discriminar el tipo de masa del neutrino.

En los posteriores capitulos, se desarrollo el tratamiento estandar de ondas planas y paquetes de ondas para la oscilación de los neutrinos, en este caso se encontraron dos hechos, primero que la oscilación no es observable, ésta solo es evidenciada por medio de la diferencia del cuadrado de las masas detectadas. y segundo, la oscilación depende de la diferencia de fase, por lo tanto, los términos de la oscilación provienen de la interferencia entre los diferentes

autoestados de masa en las funciones de ondas de los neutrinos. El valor del parámetro $\frac{x}{E}$, determina los valores para Δm^2 , en la actualidad estos valores dan una idea de la diferencia de masa, sin embargo existe una discrepancia entre los distintos experimentos y estos valores. Las oscilaciones son prohibidas si el momento asociado al paquetes de ondas es más pequeño que la diferencia de masa entre los estados propios de interferencia. Así las oscilaciones son destruidas por la medición del momento-energía con el fin de determinar el estado propio de masa propagado. Sólo la interferencia entre las componentes con la misma energía y diferente momento son observables. Al considerar un neutrino producido con momento P y la condición de igual momento, la dependencia temporal de la fase es reemplazada por una fase dependiente de la distancia señalando que el neutrino es extremadamente relativista. Sin embargo, esto no es estrictamente cierto para neutrinos con masas finitas. Neutrinos con igual momento y diferentes masas tienen diferentes velocidades de grupo y viajan la distancia L en tiempos suficientemente diferentes.

El modelo de paquete de onda intermediario muestra que las oscilaciones desaparecen si la incertidumbre sobre la posición es más grande que la longitud de oscilación. Una condición necesaria para que ocurra la oscilación de neutrinos es que la fuente y el detector del neutrino deben estar localizados en una región mucho más pequeña que la longitud de oscilación. La oscilación del neutrino sólo es observable si el detector del neutrino tiene la resolución adecuada para detectar la fase relativa de las componentes en un paquete de onda incidente.

La longitud de coherencia depende de la diferencia entre las velocidades de grupo de los paquetes de onda y se incrementa con la precisión en la medición de la energía o el momento de la fuente y el detector. La existencia de un longitud de coherencia más allá de la cuál la oscilación desaparece, es la explicación usual para el paquete de onda asociado a las diferencias en los autoestados de masa con diferentes velocidades de grupo, en este sentido los paquetes de ondas progresivamente se van separando, y la interferencia desaparece cuando ellos no se superponen. Finalmente, el problema de la prescripción de igual o diferente tiempo no se ha resuelto hasta es momento, donde los tiempos de producción y detección no son especificados por el formalismo, así, la dependencia temporal de la probabilidad es tratada sobre el promedio del tiempo en la integral.

A. Anexo: Cantidades Conservadas

A.1. Helicidad y Quiralidad

La ecuación de Dirac es la ecuación de onda relativista para partículas con spin 1/2 y es dada por [11],[39]:

$$(i\gamma^{\mu}\frac{\partial}{\partial x^{\mu}} - m)\psi = 0 \tag{A-1}$$

donde ψ es el espinor de 4 componentes y las matrices γ de 4 x4 componentes estan dadas por:

$$\gamma 0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{A-2}$$

$$\gamma_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix} \tag{A-3}$$

donde σ_i son las matrices de Paulí de 2x2. La matriz γ_5 es dada por:

$$\gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4\gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix} \tag{A-4}$$

y cumple las relaciones de anticonmutación:

$$\left[\gamma^{\alpha}, \gamma^{\beta}\right] = 2g_{\alpha,\beta} \tag{A-5}$$

$$\left[\gamma^{\alpha}, \gamma^{5}\right] = 0 \tag{A-6}$$

donde $g_{\alpha,\beta}$ es la métrica $(+1, -1, -1, -1)$.

Si se multiplica por la cuación de Dirac por la izquierda con γ_0 y usando $\gamma_i = \gamma_0\gamma_5\sigma_i$ resulta:

$$\left(i\gamma_0^2\frac{\partial}{\partial x^0} - i\gamma_0\gamma_5\sigma_i\frac{\partial}{\partial x^0} - m\gamma_0\right)\psi = 0 \; i = 1, ..., 3. \tag{A-7}$$

por otro lado se multiplica por γ_5 a la izquierda por: $\gamma_5\sigma_i = \sigma_i\gamma_5$ se obtiene:

$$\left(i\frac{\partial}{\partial x^0}\gamma_5 - i\sigma_i\frac{\partial}{\partial x_i} - m\gamma_0\gamma_5\right)\psi = 0 \tag{A-8}$$

operando las dos ecuaciones (A-7) y (A-8) resulta el siguiente sistema acoplado de ecuaciones:

$$\left(i\frac{\partial}{\partial x^0}(1+\gamma_5) - i\sigma_i\frac{\partial}{\partial x_i}(1+\gamma_5) - m\gamma_0(1-\gamma_5)\right)\psi = 0 \tag{A-9}$$

$$\left(i\frac{\partial}{\partial x^0}(1-\gamma_5) - i\sigma_i\frac{\partial}{\partial x_i}(1-\gamma_5) - m\gamma_0(1+\gamma_5)\right)\psi = 0 \tag{A-10}$$

ahora se introducen las componentes izquierdas y derechas definidas por dos operadores de proyección P_L y P_R dados por:

$$P_L = \frac{1}{2}(1-\gamma_5) \quad y \quad P_R = \frac{1}{2}(1+\gamma_5) \tag{A-11}$$

asi, dadas las relaciones de los proyectores en el anexo 1 se obtiene la siguiente ecuación de vaalores propios:

$$\gamma_5\psi_{L,R} = \mp\psi_{L,R} \tag{A-12}$$

los valores propios ± 1 de γ_5 son llamados quiralidad y $\psi_{L,R}$ son los proyectores quiralidad de ψ. Se reescriben los spinores ψ como proyectores de quiralidad asi:

$$\psi = (P_L + P_R)\psi = P_L\psi + P_R\psi = \psi_L + \psi_R \tag{A-13}$$

se reescriben las ecuaciones A-9 y A.1 puede ahora ser expresado por medio de los proyectores:

$$\left(i\frac{\partial}{\partial x^0} - i\sigma_i\frac{\partial}{\partial x_i}\right)\psi_R = m\gamma_0\psi_L \tag{A-14}$$

$$\left(i\frac{\partial}{\partial x^0} + i\sigma_i\frac{\partial}{\partial x_i}\right)\psi_L = m\gamma_0\psi_R \tag{A-15}$$

si $m = 0$ las ecuaciones A.1 se escriben como:

$$i\frac{\partial}{\partial x^0}\psi_R = i\sigma\frac{\partial}{\partial x_i}\psi_R \tag{A-16}$$

$$i\frac{\partial}{\partial x^0}\psi_L = -i\sigma\frac{\partial}{\partial x_i}\psi_L \tag{A-17}$$

pero estas son identicas a la ecuación de Schrodinger con $x_0 = t, h = 1$

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi_{L,R} = \mp i\sigma_i\frac{\partial}{\partial x_i}\psi_{L,R} \tag{A-18}$$

esto implica que $\psi_{R,L}$ es También función propia del operador Helicidad H dado por:

$$H = \frac{\sigma \cdot p}{|p|} \tag{A-19}$$

donde ψ_L son los espinores con valores de Helicidad $H = +1$ para partículas y $H = -1$ para antipartículas. ψ_R son los espinores con valores de Helicidad $H = -1$ para partículas y $H = +1$ para antipartículas. Por lo tanto, en el caso de partículas sin masa la Helicidad y la Quiralidad son identicas. Para un $m > 0$ las ecuaciones (A.1) no se pueden desacoplar, esto significa que la quiralidad de los espinores ψ_L y ψ_R no pueden describir partículas con helicidad definida; asi mismo, la helicidad no se conserva.
En la teoría el espinor que describe a los neutrinos en la interacción débil se lee siempre como:

$$\psi_\nu = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) = \psi_L \tag{A-20}$$

significa que la interacción del neutrino es siempre izquierda (left-handed) y del antineutrino es siempre derecha (right-handed). Para $m = 0$ además, implica que el neutrino ν tiene helididad $H = +1$ y el antineutrino $\overline{\nu}$ siempre tiene Helicidad $H = -1$.

A.2. Violación de Paridad

Una transformación de paridad es una operación definida como un reflexión especular en el caso más simple [11],[39].

$$\Psi R = R\Psi \qquad \Psi L = L\Psi \tag{A-21}$$

$$L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) \qquad R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) \tag{A-22}$$

proyección de quiralidad, se deben cumpir algunas propiedades:

$$RR = R \;\; RL = 0 \;\; R + L = 1$$
$$LL = L \;\; LR = 0 \;\; R - L = \gamma_s$$

Operadores $\bar{\Psi}_R = (\Psi_R)^* \; \gamma^0 = (\bar{\Psi})_L \; \bar{\Psi}_L = (\Psi_L)^* \; \gamma^0 = (\bar{\Psi})_R$ Si $R\gamma^\mu = \gamma^\mu L$
El operador Carga conjugada (C): Convierte partículas en antipartículas y viceversa, al aplicarlo sobre los estados Ψ_L y Ψ_R se encuentra:

$$(\Psi_L)^c = i\gamma_2\gamma_0((\bar{\Psi})_L)^T$$
$$(\Psi_L)^c = (\Psi^c)_R$$
$$(\Psi_R)^c = i\gamma_2\gamma_0((\bar{\Psi})_L)^T = (\Psi^c)_L$$

El M.E. introduce la violación de paridad produciendo una representación diferente de los estados de helicidad izquierda (Left) respecto de los estados de helicidad derecha (Righ).
Los estados Ψ_L : en la representación : 2 bajo $SU(2)_L$ y
Los estados Ψ_R : en la representación : 1 bajo $SU(2)_L$

$$[\hat{T}_\alpha, \Psi_L^i] = -(T_\alpha)_j^i \Psi_L^i \tag{A-23}$$

$$[\hat{T}_\alpha, \Psi_L] = 0 \tag{A-24}$$

En el espectro fermiónico del M.E. La conservación de la paridad significa que dos sistemas físicos (uno de los cuales es la imagen especular del otro) deben comportarse en forma identica. Esto es, la naturaleza no hace distinción entre rotaciones dextrógiras (derecha) y levógiras (izquierdas). Así, dos mismas partículas radioactivas girando en direcciones opuestas alrededor del eje vertical, deben emitir sus productos de decaimiento con la misma intensidad hacia arriba y hacia abajo; sin embargo, en la década de los 50 surgieron fenómenos que no permitian confirmar(ni refutar) la idea de conservación de paridad.
En 1956, T.O. Lee y C.N Yang propusieron experimentos para verificar este principio. En particular, propusieron experimentar con el decaimiento β a partír de núcleos orientados del $Cobalto60$. En 1957, C.S. Wu, E. Ambler. R. W. Hagward, D.D. Hoppes y R.P. Hudson llevarón a cabo ese experimento. El resultado fue que los rayos β eran emitidos principalmente en la dirección opuesta al espín del núcleo $CO60$, con lo que se demostró la violación de la paridad en el decaimiento β(interacción débil).

El resultado anterior implica que solamente antineutrinos derechos (o neutrinos izquierdos en β^+) surgen en los decaimientos. Esto lleva a pensar que no es posible un decaimiento que de como resultado un neutrino derecho (o un antineutrino izquierdo). Así, no se han detectado neutrinos derechos y antineutrinos izquierdos porque:

1. No existen (postulado del M.E.).
2. Existen, pero no interactúan (ni electromagnética, ni fuerte, ni débilmente).
3. Existen, pero su interacción es al menos 26 ordenes menores a los neutrinos ordinarios y no ha sido posible detectarlos.
4. Existen, pero son muy pesados para ser producidos a la escala electrodébil(mecanismo see-saw). Sin embargo, su existencia es un reflejo de la pequena masa de los neutrinos ordinarios.

A.3. Conjugación de Carga

El Modelo Estándar fundamental puede discriminar los fermiones entre partículas y antipartículas puede ser hecho por su carga eléctrica, pero para los neutrinos no ocurre de esta

manera [11],[17],[39].
Si la partícula y la antipartícula no son identicas (partículas de Dirac) los cuales tienen 4 componentes. Si una partícula y antipartícula son identicas se llaman partículas Majorana. los requerimientos que adicionan números cuánticos tiene variaciones. El operador conecta la partícula $f(x,t)$ y su antipartícula $\overline{f}(c,t)$ is la conjugación de carga C:

$$C|f(x,t)\,\rangle = \eta_c|\overline{f}(x,t)\rangle \tag{A-25}$$

Si $\psi(x)$ es un campo de espinores de un neutrino libre, entonces, el correspondiente campo de carga conjugado $\psi(x)^c$ es definido por:

$$\psi \xrightarrow{c} \psi^c \equiv C\psi C^{-1} = \eta_c C\overline{\psi}^T \tag{A-26}$$

con η_c como el factor de fase $|\eta_c| = 1$. La matriz C unitaria de conjugación de carga, de $4x4$ obedece las siguientes transformaciones generales:

$$C^{-1}\gamma_\mu C = -\gamma_\mu^T \quad C^{-1}\gamma_5 C = \gamma_5^T \quad C^\dagger = C^{-1} = C^T = -C \tag{A-27}$$

Una posible representción es dada por $C = i\gamma_0\gamma_2$. Usando el operador projector $P_{L,R}$ de la siguiente forma:

$$P_{L,R}\psi = \psi_{L,R} \xrightarrow{C} P_{L,R}\psi^c = (\psi^c)_{L,R} = (\psi_{R,L})^c \tag{A-28}$$

Para incluir el hecho que $\psi_{L,R}$ y $\psi^c_{L,R}$ tiene helicidad opuesta, llamando $\psi^c_{L,R}$ la carga conjugada de $\psi_{L,R}$. Con frecuencia llamada la conjugación CP con respecto a $\psi_{L,R}$.

Bibliografía

[1] E. Fermi, Ricercha Scient. 2 (1933) 12; ZPh 88 (1934) 161.

[2] C. L Cowan Jr., F. Reines, F. B. Harrison, H. W. Kruse, A. D McGuire, Science 124, 103 (1956).

[3] G. Danby, J-M. Gaillard, K. Goulianos, L. M. Lederman, N. Mistry, M. Schwartz and J. Steinberger, Phys. Rev. Lett. 9, 36 (1962)

[4] DONUT Collaboration, Phys. Lett. B 504, 218 (2001)

[5] S.L. Glashow, Nuc. Phys. 22, 579 (1961); S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 19, 1264 (1967); A. Salam, N. Svartholm. ed. Elementary Particle Physics: Relativistic Groups and Analyticity (1968); D.J. Gross, F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. 30, 1343 (1973); H.D. Politzer (1973), Phys. Rev. Lett. 30, 1346 (1973).

[6] B. Pontecorvo, Sov.Phys.JETP 6, 429 (1957); V.N. Gribov, B. Pontecorvo, Phys.Lett. B28 493 (1969).

[7] M. Gell-Mann and A. Pais, Phys. Rev. 97, 1387 (1955).

[8] R. Davis, Jr., D.S. Harmer, K.C. Hoffman, Phys. Rev. Lett. 20, 1205 (1968).

[9] R. N. Mohapatra and P. B. Pal. *Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics.* Worl Scientific,2004

[10] B. Armbruster et al. [KARMEN Collaboration], Anomaly in the time distribution of neutrinos from a pulsed beam stop source Phy. Lett. B 348 (1995) 19.

[11] Zuber Kai *Neutrino Physics*. Institute of Physics, 2004.

[12] M. Beuthe.*Oscillations of neutrinos and mesons in quantum field theory.* (Hep-ph/0109119v2) 2002

[13] Haywood Stephen *Symetries and Conservation Laws in Particle Physics*. Imperial College Press, 2011.

[14] Cheng Tai-Pei *Gauge theory of elementary particle physics*. Clarendon Press. Oxford 1984.

[15] M. Herrero *The Standard Model*. 1998. hep-ph/9812242.

[16] W.S.C. Williams *An Introduction to elementary particles*. Massey and Keith, 1971.

[17] M.C. Gonzalez-Garcia. *Neutrino masses and mixing:evidence and implications*. Phy. Rev. The American Physical Society. 2003.

[18] R. N. Mohapatra and A. Y. Smirnov. *Neutrinos Mass and New Physics* 2006. arXiv:hep-ph/0603118v1.

[19] S. M. Bilenky and S.T. Petcov. *Massive Neutrinos and neutrino Oscillations* Phy.Rev. Vol 59. No 3 Part 1. 1987.

[20] B. Kayser *On the quantum mechanics of neutrino oscillation*. Phys.Rev.D24(1981) 110.

[21] S. M. Bilenky and C. Giunti. and W. Grimus *Phenomenology of Neutrino Oscillations* 1999.

[22] A. Yu Smirnov *Recent Developments in Neutrino Phenomenology* 5 Feb. 2007. Phy [arXiv:hep-ph/0702061v1]

[23] S. M. Bilenky and B. Pontecorvo *leptón mixing and neutrino oscillations* Phys. Rev. 41, 225 (1978).

[24] Sakurai J.J. *Modern Quantum mechanics*. San Fu Tuan, Editor. Addison-Wesley 1993.

[25] Ta-Pei Cheng. Li L. F. *Gauge theory of elementary particle physics*. Oxford, 1984.

[26] Tannoudji Cohen *Waves and particles. Introduction to the fundamental ideas of quantum mechanics*. 1973.

[27] K. Kiers and N. Weiss, *Neutrinos oscillations in a model with a source and detector,* Phy. Rev. D57 (1998) 3091 [arXiv:hep-ph/9710289].

[28] C. Giunti *The phase of neutrino oscillation*. arXiv:hep-ph/0202063.

[29] C. Giunti, W. Kim and U. W. Lee *When do neutrinos really oscillate? Quantum mechanics of neutrino oscillations*. Phys.Rev.D44(1992) 3635.

[30] C. Giunti and W. Kim. *Quantum mechanics of neutrino oscillations*. 2000. Phys [arXiv:hep-ph/001107v1]

[31] K. Kiers, S. Nussinov and N. Weiss, *Coherence effects in neutrinos oscillations,* Phy. Rev. D53 (1996) 537[arXiv:hep-ph/9506271].

[32] C. Giunti and U. W. Kim. *When do neutrinos cease to oscillate?*. Phys. Lett. B421,237(1998) [arXiv:hep-ph/9709494]

[33] Michael Melles, *Electroweak radiative corrections in high energy processes* Phys. Rept. 375 pagina 105. [arXiv:hep-ph0104232v2].

[34] S. Nussinov. *Solar neutrinos and neutrino mixing.* Phys. Lett. B63 (1976)

[35] C. Giunti and W. Kim *Coherence of neutrino oscillations in the wave packet approach.* Phys.Rev.D58(1998) [arXiv:hep-ph/9711363].

[36] Harry J. Lipkin. *Quantum theory of neutrino oscillations for pedestrians simple answers to confusing questions.* Phy.Letters. B 642 (2006) 366-371.

[37] Harry J. Lipkin. *Quantum theory of neutrino oscillations for pedestrians - simple answers to confusing questions.* Phy. Rev. 2006. [arXiv:hep-ph/0505141v4 28 sep 2006].

[38] L. Stodolsky *When the wavepacket is unnecessary* 1998. The American Physical Society. PACS:03.65.Bz, 12.15.Ff.

[39] L. Alvarez-Gaum, C. Kounnas, S. Lola y P. Pavlopoulos, *Violation of time-reversal invariance and CPLEAR measurements* Phys. Lett B 458