# ARMÓNICOS: CARACTERIZACIÓN Y MODELAMIENTO DE CARGAS MONOFÁSICAS NO LINEALES

PRÓSPERO JOSÉ TOLEDO PÉREZ

Universidad Nacional de Colombia

Departamento de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Computación

Programa de Maestría en Ingeniería Eléctrica

Manizales

2007

# ARMÓNICOS: CARACTERIZACIÓN Y MODELAMIENTO DE CARGAS MONOFÁSICAS NO LINEALES

PRÓSPERO JOSÉ TOLEDO PÉREZ

Memoria para optar por el título de Magister en Ingeniería - Automatización Industrial

Profesor director

Armando Jaime Ustariz Farfán

Universidad Nacional de Colombia

Departamento de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Computación

Programa de Maestría en Ingeniería Eléctrica

Manizales

2007

*El conocimiento es una escalera; sus escalones no están hechos para descansar sino para sostener el pie de una persona el tiempo suficiente para permitirle poner el otro en el escalón superior.*

**Thomas Huxley**

*A mi esposa Nubia Leonor, por su amor,*

*comprensión y permanente apoyo.*

*A Angela Ximena y Maria Isabel, mis hijas,*

*para seguir el ejemplo.*

**AGRADECIMIENTOS**

Expreso mis agradecimientos al Director de Tesis, ARMANDO JAIME USTARIZ FARFÁN, Ingeniero Electricista y MPE por su orientación y acertada dirección, quien me colaboró durante el desarrollo de la investigación aportando sus conocimientos, su experiencia y su tiempo.

Al grupo de profesores de la Universidad Nacional de Colombia Sede Manizales, quienes con su enseñanza contribuyeron a mi formación académica y profesional.

A Estrella Esperanza Parra López, Ingeniera Electricista y docente de la Universidad Nacional de Colombia, quién me colaboró acertada y espontáneamente.

A Jorge Enrique López Molano, Ingeniero Electrónico de la Universidad Distrital, impulsor de la idea.

A todos los compañeros de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, seccionales de Duitama y Sogamoso quienes aportaron de alguna manera la colaboración en el momento requerido

# Armónicos: Caracterización y Modelamiento de Cargas Monofásicas No Lineales


## Resumen

Existen dispositivos y equipos electrónicos como TV's, DVD's, PC's (Computadores Personales), lámparas ahorradoras de energía, etc, usados ampliamente en los ambientes residencial, comercial e industrial, conocidos como cargas electrónicas monofásicas de tipo no lineal. Este tipo de carga se caracteriza por "inyectar" corrientes armónicas al sistema, lo que equivale a distorsionar la forma senoidal de las señales de tensión y de corriente resultantes en cada punto del sistema. Por su bajo consumo de potencia, la incidencia de un solo elemento no es relevante, pero el uso de muchas cargas sí afecta significativamente la forma de estas señales presentes en el sistema.

En esta investigación se ha elegido como carga-estudio al computador personal, PC, considerando que su uso se ha masificado en las últimas décadas con índices de crecimiento cada vez mayor.

El objeto de esta investigación está orientado a caracterizar y modelar el comportamiento de cargas monofásicas no lineales (carga-estudio: el PC) considerando dos variables independientes:

- El número de PCs en uso, y
- La distancia longitudinal desde el Punto de Conexión Común, PCC, hasta el punto de conexión de la carga-estudio.

Los indicadores tenidos en cuenta para analizar su comportamiento son el índice de Distorsión Armónica Total de la corriente ($THD_I$ ) y el índice de Distorsión Armónica Total de la

tensión ($THD_V$ ), como los mas importantes; también se considera el factor de potencia, $FP$ , el valor rms de la tensión $V_{RMS}$ y el valor rms de la corriente $I_{RMS}$.

Se consideran dos factores importantes que explican el comportamiento del $THD_I$ cuando se encuentran en operación simultánea dos o mas unidades de PCs: el factor de atenuación *FA* y el factor de diversidad $FD$ .

Los resultados de este estudio se obtuvieron de:

- Mediciones directamente obtenidas en una sala de informática de la Universidad UPTC, Seccional Sogamoso, en el departamento de Boyacá.
- Simulaciones desarrolladas en un programa implementado sobre plataforma MATLAB-Simulink.

Los resultados medidos son comparados con los resultados simulados para justificar los modelos y obtener conclusiones.

**Palabras Claves:** Armónicos, Atenuación, Caracterización, Carga electrónica, Distorsión Total Armónica *THD*, Diversidad, Modelamiento.

# Harmonic: Characterization and Modeling of Single-Phase Power Non Lineal Loads


## Abstract

Devices and electronic teams exist as TV's, DVD's, PC's (Personal Computers), thrifty lamps of energy, etc, used thoroughly in the residential, commercial and industrial atmospheres, well-known as single-phase power electronic loads of non lineal type. This load type is characterized for "to inject´´ harmonic currents to the system, what is equal to distort the form of pure sinusoid of the signs of tension and of resulting current in each point of the system. For their small consumption of power, the incidence of a single element is not outstanding, but the use of many loads yes it affects the form of these present signs significantly in the system.

In this investigation it has been chosen as load-study the personal computer, PC, considering that their use has grown thoroughly in the last decades with indexes of growth every bigger time.

The object of this investigation is guided to characterize and to model the behavior of single-phase power electronic loads (load-study: the PC) considering two independent variables:

- The number of PCs in use, and
- The longitudinal distance from the Point of Common Connection, PCC, until the point of connection of the load-study.

The indicators kept in mind to analyze their behavior are the index of Total Harmonic Distortion of the current ($THD_I$ ) and the index of Total Harmonic Distortion of the tension ($THD_V$ ), as those but important; it is also considered the factor of power, $FP$ , the value rms of the tension ($V_{RMS}$) and the value rms of the current ($I_{RMS}$).

It is considered two important factors separately to explain the behavior of the THDI when two or but units of PCs are in simultaneous operation: the factor of attenuation *FA* and the factor of diversity $FD$ .

The results of this study were obtained of:

- Mensurations directly obtained in a room of computer science of the University UPTC, Sectional Sogamoso, in the department of Boyacá.
- Simulations developed in a program implemented on platform MATLAB-Simulink.

The measured results are compared with simulation results to justify the models and to obtain conclusions.

**Key words:** Attenuation, Characterization, Diversity, Harmonic, Harmonic Total Distortion *THD*, Electronic loads , Modeling.

# Tabla de Contenido

**INTRODUCCIÓN** **9**

**1. EL COMPUTADOR PERSONAL** **12**

1.1. INTRODUCCION . . . . . 12

1.2. CARACTERÍSTICAS BÁSICAS DEL COMPUTADOR PERSONAL . . . . 13

1.3. INDICES DE CALIDAD DE LA POTENCIA . . . . . 15

1.3.1. DISTORSIÓN ARMÓNICA TOTAL DE TENSIÓN Y DE CORRIENTE (**THD**) . . . . . 18

1.3.2. FACTOR DE POTENCIA (**FP**) . . . . . 19

1.3.3. TENSION EFICAZ Y CORRIENTE EFICAZ ($V_{RMS}$, $I_{RMS}$) . . . . . 19

1.4. FACTORES DE ATENUACIÓN Y DIVERSIDAD . . . . . 20

1.4.1. Factor de Atenuación . . . . . 20

1.4.2. Factor de Diversidad . . . . . 21

1.5. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA . . . . . 22

1.5.1. Características del circuito en estudio . . . . . 22

1.5.2. Planteamiento del Problema . . . . . 22

1.6. RESUMEN . . . . . 24

**2. MODELOS CIRCUITALES 26**

2.1. INTRODUCCION . . . . . 26

2.2. RED ELÉCTRICA . . . . . 26

2.3. EQUIVALENTE DEL SISTEMA . . . . . 27

2.3.1. Caracterización . . . . . 27

2.3.2. Modelos Empíricos . . . . . 28

2.4. CARGA MONOFÁSICA TIPO PC . . . . . 29

2.4.1. Caracterización . . . . . 29

2.4.2. Modelos Empíricos . . . . . 31

2.4.3. Modelo Típico . . . . . 33

2.5. RESUMEN . . . . . 41

**3. INDICES DE LA CALIDAD DE LA POTENCIA 42**

3.1. INTRODUCCIÓN . . . . . 42

3.2. VARIACIONES DE LOS INDICES DE CALIDAD MEDIDOS . . . . . 42

3.2.1. Montajes . . . . . 42

3.2.2. Señales medidas . . . . . 43

3.2.3. Curvas de variación de los indicadores de la calidad . . . . . 43

3.3. VARIACIONES DE LOS INDICES DE CALIDAD SIMULADOS . . . . . 47

3.3.1. Montajes . . . . . 47

3.3.2. Curvas de variaciones de los indicadores de calidad . . . . . 48

3.4. INCIDENCIA DE LOS FACTORES DE ATENUACION Y DIVERSIDAD EN EL $THD_I$ . . . . . 53

3.5. RESUMEN . . . . . 57

**4. APLICACIÓN 58**

4.1. INTRODUCCION . . . . . 58

4.2. SOFTWARE DESARROLLADO . . . . . 58

4.3. GENERALIZACIÓN DE LAS VARIACIONES DEL $THD_V$ . . . . . 60

4.4. RESUMEN . . . . . 63

**5. CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y FUTUROS DESARROLLOS 65**

5.1. CONCLUSIONES . . . . . 65

5.2. RECOMENDACIONES . . . . . 67

5.3. FUTUROS DESARROLLOS . . . . . 68

**A. DETERMINACION DE LOS PARAMETROS DE IMPEDANCIA DE LA LINEA BIFILAR DEL CIRCUITO DE CARGA** **69**

A.1. RESISTENCIA UNITARIA . . . . . 70

A.2. INDUCTANCIA UNITARIA . . . . . 71

A.3. CAPACITANCIA UNITARIA . . . . . 72

**B. RESISTENCIAS Y REACTANCIAS UNITARIAS** **74**

# Lista de Figuras

1.1. Representación circuital del PC . . . . . 14

1.2. Corriente típica de un PC. a) Señal en el tiempo. b) Espectro armónico . . . . 14

1.3. Circuito rectificador de media onda . . . . . 17

1.4. Suma de una señal senoidal base con una señal armónica menor. a) Señal senoidal base. b) Señal armónica de menor valor. c) Señal resultante con bajo índice de distorsión. . . . . 23

1.5. Suma de una señal senoidal base con una señal armónica mayor. . a) Señal senoidal base. b) Señal armónica de mayor valor. c) Señal resultante con alto índice de distorsión . . . . . 23

2.1. Equivalente del sistema eléctrico . . . . . 27

2.2. Caracterización del computador personal PC . . . . . 30

2.3. Modelo serie y paralelo de cargas lineales . . . . . 31

2.4. Modelos típicos de cargas no lineales . . . . . 34

2.5. Modelo típico de una fuente conmutada . . . . . 34

2.6. Red eléctrica monofásica implementada . . . . . 36

2.7. Caso I - Señales medidas y simuladas, modelo de carga: Tipo 2 . . . . . 38

2.8. Caso I - Señales medidas y simuladas, modelo de carga: Tipo 3 . . . . . 38

2.9. Caso I - Señales medidas y simuladas, modelo de carga: Tipo Fuente conmutada 39

2.10. Caso II - Señales medidas y simuladas, modelo de carga: Tipo 2 . . . . . 40

2.11. Caso II - Señales medidas y simuladas, modelo de carga: Tipo 3 . . . . . 40

2.12. Caso II - Señales medidas y simuladas, modelo de carga: Tipo Fuente conmutada . . . . . 41

3.1. Montaje circuital para la toma de medidas . . . . . 43

3.2. Variaciones del $THD_V$ vs $nPC$ . . . . . 44

3.3. Variaciones del $THD_I$ vs $nPC$ . . . . . 45

3.4. Variaciones de $V_{rms}$ vs $nPC$ . . . . . 46

3.5. Variaciones de $I_{rms}$ vs $nPC$ . . . . . 46

3.6. Variación del Factor de Potencia $FP$ vs $nPC$ . . . . . 47

3.7. Diagrama unifilar del circuito equivalente . . . . . 48

3.8. Simulación de 2 PCs en el nodo 5 . . . . . 49

3.9. Simulación de 8 PCs en el nodo 2 . . . . . 49

3.10. Índice de distorsión de tensión $THD_V$ vs $nPC$ . . . . . 50

3.11. Índice de distorsión de corriente $THD_I$ vs *nPC* . . . . . 50

3.12. Variación de Voltaje $V_{rms}$ vs *nPC* . . . . . 51

3.13. Variación de Corriente $I_{rms}$ vs *nPC* . . . . . 51

3.14. Indice de $FP$ vs *nPC* . . . . . 52

3.15. Montaje para determinar *FA* y $FD$ . . . . . 53

3.16. Factor de Atenuación *FA* vs *nPC* para armónicos de orden h=1.º, 3.º, 5.º, 7.º, 9.º y 11.º . . . . . 54

3.17. Factor de Diversidad $FD$ vs *nPC* para armónicos de orden h=1.º, 3.º, 5.º, 7.º, 9.º y 11.º . . . . . 56

4.1. Programa de Simulación SIMON - PC . . . . . 59

4.2. Tendencia de $THD_V$ vs *nPC*, hasta 20 unidades . . . . . 61

4.3. Tendencia de $THD_V$ vs *Distancia*, hasta 50 m . . . . . 63

# Lista de Tablas

1.1. Límites de THD de tensión según la IEEE 519/92 . . . . . 19

2.1. Datos del equivalente del sistema a 60 Hz. . . . . 36

2.2. Datos de la carga . . . . . 37

3.1. Grupos de PCs conformados . . . . . 44

3.2. Datos del equivalente del sistema a 60 Hz. . . . . 48

3.3. Datos del equivalente del sistema a 60 Hz. . . . . 48

3.4. Factores de Atenuación Medidos, FAM . . . . . 54

3.5. Factores de Diversidad Medidos, FDMs . . . . . 55

4.1. Valores de $THD_V$ vs *nPC* en la ecuación (4.1). . . . . 62

4.2. Valores $THD_V$ vs *Dist* en la ecuación (4.2). . . . . 63

A.1. Resumen de valores unitarios por Km de longitud de *R*, *L* y *C* . . . . . 73

# INTRODUCCION

El uso masificado del computador personal PC en casi todas las actividades cotidianas, por su constitución eléctrica y electrónica, tiene incidencia importante sobre la forma de onda de las señales de tensión y de corriente presentes en el sistema de distribución afectando necesariamente sus valores eficaces y máximos; estas nuevas condiciones de valores y la deformación de las señales requiere tenerse en cuenta en las consideraciones de diseño y cálculo de instalaciones y redes eléctricas en general para convalidar sus resultados.

Este estudio tiene como objetivo principal caracterizar y modelar el comportamiento del computador personal PC visto como carga monofásica electrónica por el sistema eléctrico constituido por un circuito bifilar, en estado estacionario. Se analizan dos indicadores que dan información sobre el comportamiento de la distorsión de las señales de tensión y de corriente, $THD$ (siglas de las palabras en ingles *Total Harmonic Distortion*); un indicador que compara la potencia activa con la potencia aparente, $FP$; y, dos variables típicas de un circuito eléctrico: $V_{rms}$ e $I_{rms}$. Se hace seguimiento a estos indicadores cuando se varía el número de PCs $n$, y, la distancia longitudinal desde un punto de referencia, en adelante denominado el Punto de Conexión Común PCC, hasta el punto de conexión de la carga constituida por el PC, o los PCs.

El estudio consta de cinco capítulos cuyo contenido se describe a continuación:

En el capítulo 1 se hace una presentación de la incidencia de la masificación del uso del PC en los sistemas de distribución, de las implicaciones que ocasiona la deformación de las señales de tensión y de corriente en un sistema; los indicadores que se consideran en este trabajo son $THD_I$, $THD_V$ y $FP$; además se le hace seguimiento al comportamiento de dos variables fundamentales en circuitos eléctricos: tensión y corriente eléctricas en sus valores rms. Se analiza la incidencia de los factores de atenuación y diversidad en la disminución de las corrientes armónicos individuales cuando se encuentra en operación dos o más unidades de cagas iguales.

En el capítulo 2 se presenta una técnica para obtener el modelo general del sistema: Fuente y carga; $V_{th}$ y $Z_{th}$ para la fuente a partir de los modelos empíricos y matemáticos de los elementos presentes en la instalación, y, los parámetros propios de los modelos de la carga tipo PC Además se presentan los valores obtenidos en las medidas y en la simulación, se comparan sus resultados para concluir y tomar la decisión de los mejores modelos a ser implementados.

En el capítulo 3 se presenta la variación de los índices de calidad de la potencia con respecto al número de computadores y a la distancia de estos respecto del punto de conexión común. Se comparan los resultados obtenidos directamente de las medidas con los resultados obtenidos en un programa de simulación. Además se analiza la incidencia de los factores de de atenuación $FA$ y el factor de diversidad $FD$ en la disminución del $THD_I$ para la carga estudio consistente en 10 PCs pertenecientes a una sala de informática de la UPTC seccional Sogamoso.

En el capítulo 4 se aplica el programa de simulación *SIMON-PC* para observar el comportamiento de los modelos desarrollados tanto de la fuente como de la carga; con este programa de simulación implementado sobre plataforma MATLAB-Simulink, se muestran las señales de tensión y de corriente en el tiempo, las características $v - i$ tanto para frecuencia fundamental como armónica, los espectros de tensión y de corriente, los resultados de calcular potencia activa $P$, potencia reactiva ficticia $Q$, potencia aparente $S$, factor de potencia $FP$, los

valores eficaces de corriente y de tensión $I_{rms}$ y $V_{rms}$, y, lo más importante los indicadores $THD$ de tensión y de corriente. Estos resultados se presentan para medida real y para simulación. De la comparación de estos resultados se obtienen las conclusiones para seleccionar la mejor opción de los modelos.

Por ser de gran importancia en el sistema tanto para los usuarios como para las empresas de energía, se presenta la generalización del índice de calidad $THD_V$ para distancias y número de computadores no contemplados en las medidas ni en la simulación.

Finalmente en el capítulo 5 se presentan las conclusiones y recomendaciones para tener en cuenta en instalaciones y redes eléctricas presentes en sectores comerciales, educativos, bancarios, principalmente, y, en general en donde el uso del PC y otras cargas electrónicas son de índice elevado.

Capítulo 1

# EL COMPUTADOR PERSONAL

## 1.1. INTRODUCCION

Por su configuración electrónica, la fuente del PC del tipo *SMPS* cuya característica de generación armónica es alta en su señal de corriente [4] ocasiona efectos recíprocos de distorsión con la señal de tensión en el punto de conexión. Por esta razón su uso afecta la forma de las señales de corriente y de tensión presentes en el sistema de distribución que lo alimenta.

Como el uso del PC se ha masificado en casi todos los sectores, constituye un problema relativamente oculto en el funcionamiento de las redes e instalaciones eléctricas que es bueno analizarlo cuidadosamente, principalmente en lo que respecta a los indicadores de calidad en un sistema: $THD$ para tensión y corriente y el factor de potencia $FP$; también es necesario analizar el comportamiento de la tensión y de la corriente en el PCC.

El indicador que afecta a los abonados de un sistema y por consiguiente a la empresa de energía encargada de suministrar el servicio es el $THD_V$; por esta razón existen normas que recomiendan los valores máximos para el $THD_V$ y mínimo para el $FP$.

En este capítulo se presentarán las definiciones de estos indicadores y se hará una presentación del planteamiento del problema generado por este tipo de elementos usados in-

dividualmente y/o en grupo.

Igualmente se analiza la incidencia de factores los factores de atenuación *FA* y diversidad $FD$ en la disminución del $THD_I$ cuando dos o mas computadores personales se encuentran en operación.

## 1.2. CARACTERÍSTICAS BÁSICAS DEL COMPUTADOR PERSONAL

Es conveniente referenciar lo que se conoce del PC como carga electrónica y las principales características que determinan su comportamiento frente al circuito alimentador.

El computador personal es un aparato que se caracteriza por disponer, como fuente interna de potencia, de una fuente de modo conmutado *SMPS* por sus siglas en inglés *Switch Mode Power System*. Estas fuentes consisten de una primera etapa de rectificación de onda completa mediante un puente conformado por diodos semiconductores, suavizando la señal con un condensador conectado en paralelo a la salida **dc**; una segunda etapa de control y suicheo electrónico para convertir nuevamente a señal **ac** pero a frecuencias muy altas, y una tercera y última etapa nuevamente de rectificación de onda completa con rectificador para obtener nuevamente señal **dc** del nivel de tensión requerido. Esta fuente conmutada elimina el transformador de potencia utilizado en las fuentes convencionales, disminuyendo el peso, el volumen y el costo de estos aparatos, pero incrementando el problema de contaminación armónica sobre el sistema.

Por ahora es suficiente considerar como equivalente del PC [1] el circuito mostrado en la figura 1.1; una de las componentes de esta fuente es el condensador en paralelo, elemento que juega un papel importante en el comportamiento de la forma de onda de la corriente de entrada. Una característica de los aparatos que disponen de este tipo de fuentes conmutadas es la presencia importante del tercer armónico usualmente mayor del 70 % del valor de la fundamental. Los armónicos quinto y séptimo también son notorios con valores que superan el 40 % y 15 % respectivamente. Estos valores son aproximados y pueden variar según el

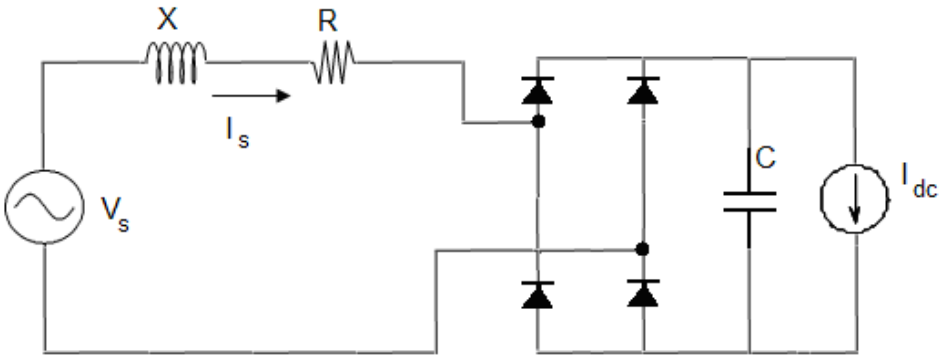
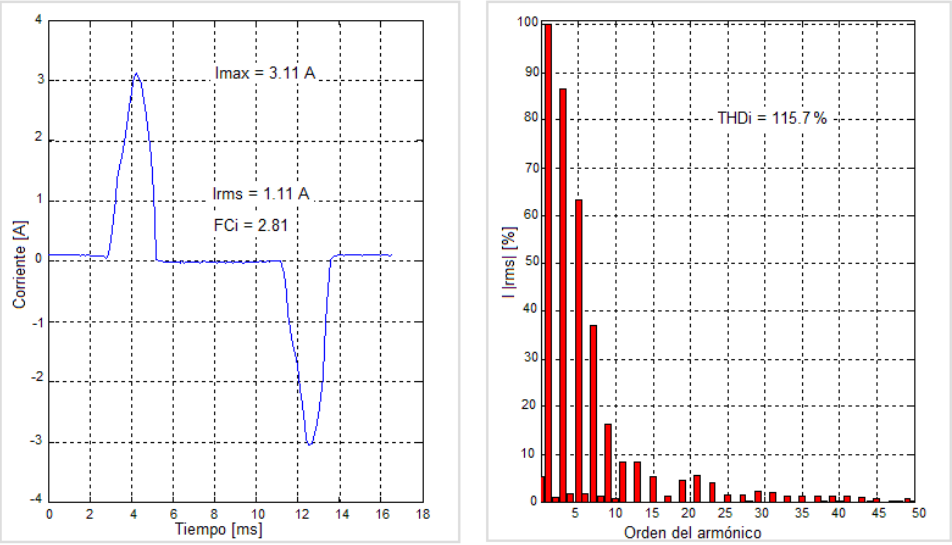



**Figura 1.1.** Representación circuital del PC

modelo, año de fabricación, longitud del cordón de alimentación, modos de funcionamiento, etc.

La figura 1.2 muestra la señal medida de corriente en el tiempo de un computador personal modelo 2001, indicando sus valores característicos: valor máximo, valor eficaz y factor de cresta, el espectro armónico y su índice de distorsión $THD_I$. Una consideración importante




a) b)

**Figura 1.2.** Corriente típica de un PC. a) Señal en el tiempo. b) Espectro armónico

en el manejo de los armónicos es que cuando la señal tiene la forma similar tanto en el ciclo positivo como en el ciclo negativo, ver figura 1.2 a), en la serie de Fourier prevalecen solamente los componentes armónicos impares; las magnitudes de los armónicos relevantes, además del fundamental, es el 3.º, el 5.º, el 7.º y el 9.º; los armónicos 11.º, 13.º y 15.º denotan valores de menor importancia ($< 10\,\%$); los demás aportan muy poco al $THD_I$ final. Ver figura 1.2 .a) y b). Se corrobora que la componente $DC$ y los armónicos pares tienen un valor muy pequeño para ser tenidos en cuenta.

## 1.3. INDICES DE CALIDAD DE LA POTENCIA

En este estudio se han elegido tres indicadores de calidad de la potencia que son afectados por el uso individual y en grupo de los PCs. el índice de distorsión armónica total de tensión, $THD_V$ , el índice de distorsión armónica total de corriente $THD_I$ , y el factor de potencia, $FP$ . Los dos primeros tienen que ver con el grado de distorsión de las ondas de la tensión y de la corriente y el tercero con la relación de las potencias activa y aparente. Además se tiene en cuenta el comportamiento de dos variables presentes en todo circuito eléctrico: la tensión y la corriente en sus valores eficaces. Estos indicadores son medidos en el PCC. Las variables a tener en cuenta para caracterizar su comportamiento son el número de computadores, en adelante se denota con $n$ y la distancia longitudinal desde el PCC hasta el punto de conexión de la carga, denotada con $dl$.

Se han tenido en cuenta dos factores muy importantes que explican el comportamiento de los índices que determinan la distorsión de la corriente y consecuentemente la de la tensión; estos factores son: el factor de atenuación $FA$ y el factor de diversidad $FD$ .

Considerando que la tensión y la corriente son las variables a tener en cuenta para determinar los indicadores de $THD_I$ , $THD_V$ y $FP$ , se hace un análisis detallado de estas variables para cargas lineales y no lineales.

Se parte de la señal senoidal pura del voltaje aplicado

$$v(t) = V_m \sin(\omega_0 t); \tag{1.1}$$

Entonces para carga lineal el valor de la corriente es:

$$i(t) = I_m \sin(\omega_0 t - \varphi); \tag{1.2}$$

donde:

$v(t)$ : voltaje instantáneo aplicado, en voltios

$V_m$ : valor máximo de voltaje, en voltios

$i(t)$ : corriente instantánea, en amperios

$I_m$ : Valor máximo de la corriente, en amperios

$\omega_0$: frecuencia angular, en rad/s. $\omega_0 = 2\pi f$ , $f$ es la frecuencia de red en c/s. $\varphi$ es el ángulo de desfase entre $v(t)$ e $i(t)$

Si la carga conectada es de tipo resistivo $R$ , el valor de la corriente máxima $I_m$ está dada por $\frac{V_m}{R}$ y por ser la carga puramente resistiva el ángulo de fase entre tensión y corriente es cero.

Para condición armónica, o sea para cargas no lineales la señal resultante es la suma de cada señal armónica, expresada en función de la descomposición de Fourier.

Como ejemplo se toma la corriente en un circuito rectificador de media onda alimentando una carga resistiva como se muestra en la figura 1.3; la tensión de la fuente es senoidal pura. Entonces, Para la figura 1.2, la forma de la señal de la corriente en el tiempo será un semiperiodo senoidal (aproximadamente), seguido de un semiperiodo con valor cero (también aproximadamente) y la señal completa será periódica con pulsos positivos de media onda. Esto constituye un rectificador de media onda.

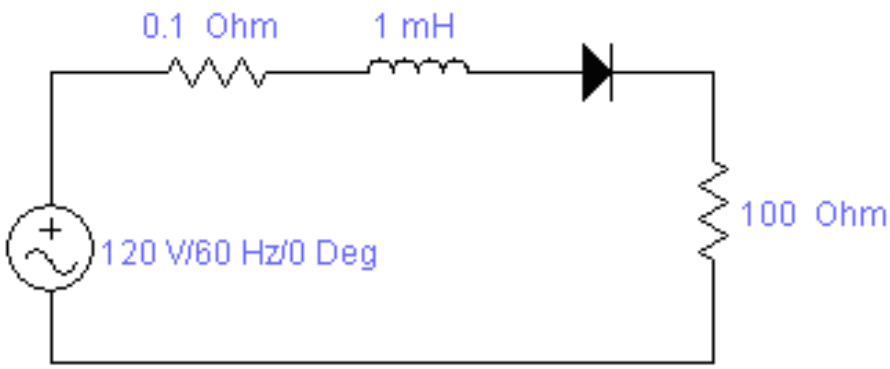



**Figura 1.3.** Circuito rectificador de media onda

Se parte de la señal senoidal pura del voltaje aplicado, $v(t) = V_m \sin(\omega_0 t)$; entonces

$$i(t) = I_m \sin(\omega_0 t - \varphi) \quad \text{para} \quad 0 \leq \omega_0 t \leq \pi \tag{1.3}$$

$$i(t) = 0 \quad \text{para} \quad \pi \leq \omega_0 t \leq 2\pi \tag{1.4}$$

El periodo correspondiente a la señal de corriente es $2\pi$, pero hay circulación solamente en el primer semiperiodo, ecuación (1.1); si aplicamos la descomposición de Fourier a la señal de corriente, se tiene:

$$i(t) = \frac{I_m}{\pi} + \frac{I_m}{2}\sin(\omega_0 t) - \sum_{n=2,4,6,..}^{N} \frac{2I_m}{(n^2-1)\pi}\cos(n\omega_0 t) \tag{1.5}$$

Para cualquier señal periódica senoidal $s(t)$, el valor RMS se define [2] como:

$$S_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T s(t)^2\, dt} \tag{1.6}$$

Y el valor eficaz esta relacionado también con su valor máximo:

$$S_{rms} = \frac{S_m}{\sqrt{2}} \tag{1.7}$$

A continuación se presenta la definición y su expresión matemática de los índices considerados:

### 1.3.1. DISTORSIÓN ARMÓNICA TOTAL DE TENSIÓN Y DE CORRIENTE (**THD**)

La distorsión armónica total de la señal de tensión, designada con la sigla $THD_V$ , se usa para indicar el grado de distorsión armónica de la señal de tensión en un punto del sistema eléctrico. Éste es usado en sistemas de baja, media y alta tensión y está definido como la relación entre el valor rms de las señales armónicas y el valor rms de la señal a frecuencia fundamental [3]

$$THD_V = 100\frac{\sqrt{\sum_{h=2}^{h_{max}} V_h^2}}{V_1} \tag{1.8}$$

Donde:

$V_h$ es el valor rms del armónico $h$

$V_1$ es el valor rms de la fundamental.

La distorsión armónica total de la señal de corriente, designada con la sigla $THD_I$ se usa para indicar el grado de distorsión armónica de la señal de corriente en un punto del sistema eléctrico. Éste es usado en sistemas de baja, media y alta tensión y está definido como [3],

$$THD_I = 100\frac{\sqrt{\sum_{h=2}^{h_{max}} I_h^2}}{I_1} \tag{1.9}$$

Donde:

$I_h$ es el valor rms del armónico $h$

$I_1$ es el valor rms de la fundamental y

$h_{max}$ es el máximo armónico considerado.

El $THD_V$ es el índice más importante para tener en cuenta pues afecta no solamente al usuario generador de armónicos sino a los demás usuarios conectados al sistema. Por esta razón deben

haber limitaciones en el valor máximo de este indicador; los límites de distorsión de tensión recomendados por la IEEE 519 [4] son los que se muestran en la Tabla 1.1.

**Tabla 1.1.** Límites de THD de tensión según la IEEE 519/92

| **Tensión nominal** | **Distorsión Individual de Tensión ( %)** | $THD_V$ Máximo ( %) |
|---|---|---|
| $V \leq 69kV$ | 3.0 | 5.0 |
| $69kV < V \leq 161kV$ | 1.5 | 2.5 |
| $V > 161kV$ | 1.0 | 1.5 |

### 1.3.2. FACTOR DE POTENCIA (**FP**)

El factor de potencia es un indicador que relaciona la potencia activa con la potencia aparente en el mismo intervalo de tiempo. Se define [5] como

$$FP = \frac{P}{S} \tag{1.10}$$

donde:

$P$ es la potencia activa, en $W$ y par $S$ es la potencia aparente, en $VA$

### 1.3.3. TENSION EFICAZ Y CORRIENTE EFICAZ ($V_{RMS}$, $I_{RMS}$)

Las señales de tensión y de corriente se definen a continuación:

Para el caso particular de una sola señal de tensión o de corriente senoidal sus valores eficaces se definen [2] como

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{\int_0^T v^2(t)\partial t}{T}} \tag{1.11}$$

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{\int_0^T i^2(t)\partial t}{T}} \tag{1.12}$$

y para frecuencias armónicas [6]:

$$V_{rms} = \sqrt{\sum_h \left(V_{rms}^h\right)^2} \tag{1.13}$$

$$I_{rms} = \sqrt{\sum_h \left(I_{rms}^h\right)^2} \tag{1.14}$$

donde $V_{rms}^h$ es el valor rms para el armónico $h$

## 1.4. FACTORES DE ATENUACIÓN Y DIVERSIDAD

Estos dos factores explican la disminución del $THD_I$ cuando dos o más computadores se encuentran en funcionamiento en estado estacionario. Ambos hacen referencia a un armónico de corriente específico $h$.

### 1.4.1. Factor de Atenuación

El factor de atenuación $FA_{h,n}$ [1] está definido como

$$FA_{h,n} = \frac{\left|I_{h,n}\right|}{n \cdot \left|I_{h,1}\right|} \tag{1.15}$$

donde

$FA_{h,n}$ es el factor de atenuación para el armónico h cuando n PCs están en operación.

$I_{h,n}$ es la corriente del armónico h cuando n PCs están en operación.

$I_{h,1}$ es la corriente del armónico h cuando 1 PC está en operación.

En síntesis este factor es la relación entre la magnitud de la corriente del armónico $h$ para $n$ PCs a la magnitud de $n$ veces la corriente del armónico $h$ de 1 PC.

La disminución por atenuación se debe a la interacción entre la distorsión de la señal de voltaje en el PCC y el periodo de carga del condensador $C$ del filtro del puente rectificador del *SMPS* Cuando hay varios PCs conectados el pulso de la corriente es mayor ocasionando

una caída armónica en la impedancia de la línea que distorsiona el voltaje en el PCC; esta distorsión se refleja en el aplanamiento de la cima de la onda, dando como resultado que el $C$ toma más tiempo en cargarse y consecuentemente el $THD_I$ disminuye.

### 1.4.2. Factor de Diversidad

El factor de diversidad $FD_h$ [1] está definido como

$$FD_h = \frac{\left|\sum_{i=1}^{n} I_h^i\right|}{\sum_{i=1}^{n} \left|I_h^i\right|} \tag{1.16}$$

donde

$FD_h$ es el factor de diversidad para el armónico de orden h $I_h^i$ es la corriente del armónico h inyectada por el i-ésimo PC

El factor de diversidad es la relación entre la magnitud de la suma de los fasores individuales de cada una de las corrientes del armónico $h$ de los PCs, a la suma de las magnitudes individuales de las corrientes del armónico $h$ de cada uno de los PCs.

La disminución por diversidad se debe a la disparidad de los ángulos de fase del armónico $h$ entre $i = 1, 2, \ldots, n$ corrientes de carga, ocasiona la cancelación parcial de la corriente armónica resultante. En otras palabras establece para un mismo armónico $h$, que la magnitud de la suma fasorial de $i = 1, 2, \ldots, n$ corrientes, es menor que la suma de las magnitudes de las $i = 1, 2, \ldots, n$ corrientes.

Un caso extremo se daría para $n = 2$ PCs, para el 5.º armónico; si las corrientes del 5.º armónico de ambos PCs tienen la misma magnitud y están desfasadas 180°, entonces la corriente resultante del 5.º armónico se cancela; por lo tanto el $THD_I$ disminuye por este concepto en la proporción correspondiente.

## 1.5. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

### 1.5.1. Características del circuito en estudio

**Circuito:** Monofásico bifilar.

**Carga:** Computadores Personales tipo escritorio, variable con $n$, número de PCs

**Estado:** Armónicos estacionarios.

**Alimentador:** Variable con la distancia $dl$.

### 1.5.2. Planteamiento del Problema

Se parte de que el PC como carga electrónica no lineal inyecta armónicos de corriente a la red ocasionando en forma recíproca distorsión de la señal de tensión. El grado de afectación depende principalmente de varios factores:

- Del número de PCs conectados.
- De la distancia del punto de conexión de la carga al punto de referencia donde se toman las medidas para su evaluación.
- De la forma y magnitud de las señales de tensión y de corriente existentes antes de la conexión de la carga estudio.
- De la forma y magnitud de la señal de corriente de la carga (un PC o un grupo de n PCs)
- De la proporción que existe entre las señales de la carga y las señales existentes.

Se considera un ejercicio hipotético consistente en conectar al PCC dos cargas electrónicas de magnitud considerablemente diferentes, existiendo para ambos casos una corriente base senoidal de $12A_{rms}$. La corriente resultante es la suma de las dos corrientes.

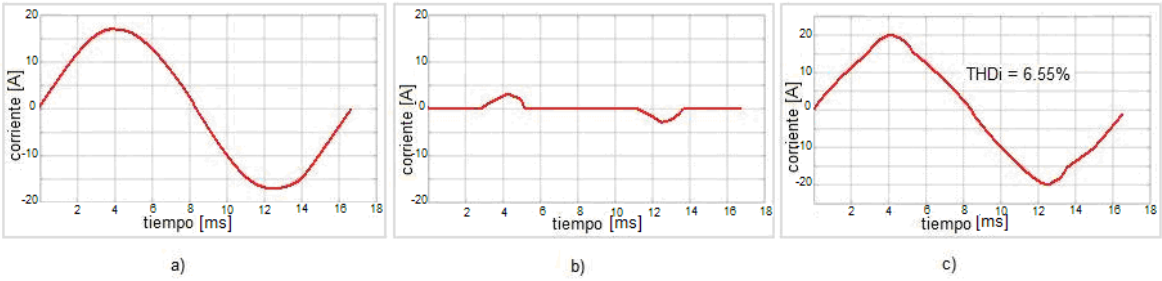



**Figura 1.4.** Suma de una señal senoidal base con una señal armónica menor. a) Señal senoidal base. b) Señal armónica de menor valor. c) Señal resultante con bajo índice de distorsión.

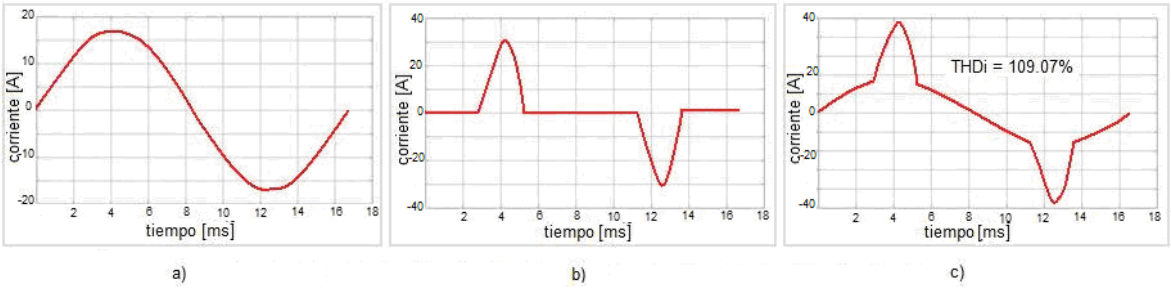



**Figura 1.5.** Suma de una señal senoidal base con una señal armónica mayor. . a) Señal senoidal base. b) Señal armónica de mayor valor. c) Señal resultante con alto índice de distorsión

La figura 1.4 muestra la corriente resultante cuando se conecta al PCC la carga electrónica compuesta por un PC (1.2 $A_{rms}$, aproximadamente) y el grado de distorsión de la corriente resultante es $THD_I$ =6.55 % ; la figura 1.5 muestra la corriente resultante cuando se conecta al PCC la carga electrónica compuesta por 10 PCs (12$A_{rms}$, aproximadamente) y el grado de distorsión de la corriente resultante es $THD_I$ =109.07 % . La diferencia entre los grados de distorsión en los dos casos es considerablemente alta.

Algo similar ocurre con la masificación del uso del PC en los sistemas de distribución, especialmente en los centros de informática, sectores bancarios, grandes centros comerciales y, en general en casi todos los sectores de la vida cotidiana, puesto que el PC hoy día es una herramienta utilizada en todos los ambientes; como resultado de esa masificación en el uso del

PC y otras cargas electrónicas, la señal de tensión está siendo afectada de manera importante en el sistema de distribución, ocasionando inconvenientes a los usuarios del sistema.

En este estudio se analiza el comportamiento de estos indicadores de distorsión de las señales de corriente y de tensión cuando se varía el número de PCs, para diferentes distancias desde el punto de conexión de la carga hasta el PCC. Considerando que el factor de potencia es un indicador en el manejo de las potencias activa y reactiva, también se tiene en cuenta en el presente trabajo. Además se le hace seguimiento a las dos variables básicas de un circuito eléctrico como son la tensión y la corriente en sus valores rms.

Los resultados de este estudio servirán a las personas y entidades interesadas, principalmente los ingenieros y empresas de energía, para que tengan en cuenta la condición armónica en el diseño, cálculos y conservación de redes e instalaciones eléctricas cada día más influenciada por la proliferación de cargas electrónicas, principalmente de computadores personales; el no considerarlas conduce necesariamente a errores significativos en los estudios de pérdidas, dimensionamiento de conductores, transformadores, dispositivos de protección, etc.

## 1.6. RESUMEN

En este capítulo se ha hecho una breve descripción del computador personal considerado como carga electrónica de carácter no lineal de alto contenido armónico. La masificación de la utilización de este dispositivo en casi todos los ambientes de la sociedad aporta generación armónica importante en los sistemas de distribución que equivale a distorsionar la señal de tensión; esta distorsión en las señales de tensión y de corriente debe ser considerada en el diseño y cálculos de los parámetros propios de las redes e instalaciones eléctricas; el no tenerlas en cuenta conduce a errores importantes.

Se propone analizar el comportamiento de algunos indicadores de calidad propios de un sistema, como son la distorsión armónica de corriente y de tensión, lo mismo que el factor de potencia, y se tiene en cuenta las variables de tensión y de corriente cuando la carga estudio

se conecta a la red, tanto en forma individual como en grupo. La otra variable independiente es la distancia del punto de conexión al punto de referencia conocido usualmente como el punto de conexión común, PCC. El estudio va orientado a la condición monofásica bifilar en circuitos usuales de 120 voltios y considerando la carga en estado estacionario. También se ha hecho un análisis de la incidencia de los factores de atenuación y diversidad sobre el $THD_I$

Capítulo 2

# MODELOS CIRCUITALES

## 2.1. INTRODUCCION

En esta sección se muestran los modelos matemáticos y empíricos de los elementos presentes en una instalación eléctrica. El propósito de cada modelo es representar de manera muy similar el comportamiento real de cada una de sus variables. Adicionalmente, se presentan los valores de los indicadores de calidad necesarios para tomar la decisión de los mejores modelos a ser implementados.

## 2.2. RED ELÉCTRICA

Para el estudio de armónicos es importante conocer las características y comportamientos del sistema eléctrico (ver figura 2.1) que conforma un circuito monofásico bifilar, 120 voltios nominales, en presencia de frecuencias armónicas. La caracterización y los modelos que a continuación se presentan se realizan en el dominio de la frecuencia, por lo tanto nos ayudaremos del programa *MATLAB* para realizar todos los cálculos fasoriales, aplicando superposición. Posteriormente, se reconstruyen las fuentes de tensión y las fuentes de corriente con las cuales se implementa una interfaz híbrida con simuladores en el tiempo, en este caso se utilizó *Simulink*.

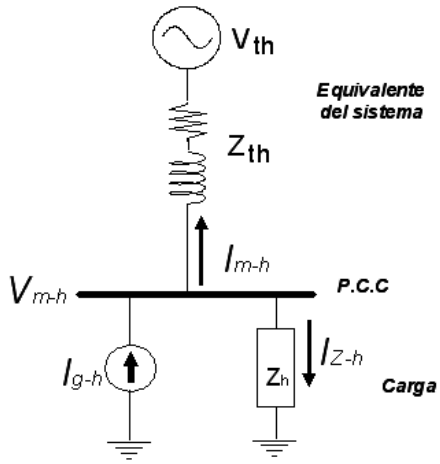



**Figura 2.1.** Equivalente del sistema eléctrico

## 2.3. EQUIVALENTE DEL SISTEMA

### 2.3.1. Caracterización

Para caracterizar el circuito equivalente del sistema visto por la carga desde el punto de conexión común *P.C.C.*, tal como se muestra en la figura 2.1, se requieren los siguientes parámetros:

- $V_{th}$: Tensión nominal de suministro
- $S_{SC}$: Potencia de cortocircuito
- $X/R$: Relación $X/R$

Y las siguientes ecuaciones:

$$Z_{th} = \frac{V_{th}^2}{S_{SC}} \tag{2.1}$$

$$R_{th} = \frac{Z_{th}}{\sqrt{(X/R)^2 + 1}} \tag{2.2}$$

$$X_{th} = \sqrt{Z_{th}^2 - R_{th}^2} \tag{2.3}$$

El ajuste para frecuencias armónicas de la reactancia dada por cualquier orden de armónico $h$ es:

$$X_{th-h} = hX_{th} \tag{2.4}$$

Y la corrección de la resistencia debido al efecto piel es:

$$R_{th-h} = R_{th}\sqrt{h} \tag{2.5}$$

### 2.3.2. Modelos Empíricos

Para obtener el modelo del equivalente de thevenin visto por la carga, se cuenta con tres formas empíricas de cálculo, los cuales involucran características propias de las medidas, tales como: la tensión armónica de mayor magnitud $V_{h-max}$, la corriente armónica mayor $I_{h-max}$, y las pérdidas de potencia armónicas de mayor valor $P_{h-max}$. A continuación se detallan cada una de estas formas de cálculo:

**Equivalente del sistema** $V_{h-max}$ con las medidas realizadas, se determinan los fasores de las Series de Fourier $\mathbf{V}_{m-h}$ e $\mathbf{I}_{m-h}$ y se selecciona la magnitud de mayor valor $V_{h-max}$ del espectro de tensión, adicionalmente se selecciona la correspondiente corriente armónica $I_h$, con dichas magnitudes se determina la impedancia al armónico $h$, así:

$$Z_{th-h} = \frac{V_{h-max}}{I_h}. \tag{2.6}$$

**Equivalente del sistema** $I_{h-max}$ con los fasores de las Series de Fourier $\mathbf{V}_{m-h}$ e $\mathbf{I}_{m-h}$ se selecciona la magnitud de mayor valor $I_{h-max}$ del espectro de corriente, adicionalmente se selecciona la correspondiente tensión armónica $V_h$, con dichas magnitudes se determina la impedancia al armónico $h$, así:

$$Z_{th-h} = \frac{V_h}{I_{h-max}}. \tag{2.7}$$

**Equivalente del sistema $P_{h-max}$:** con las medidas realizadas, se determinan las pérdidas de potencias armónicas $P_h$ y se selecciona la magnitud de mayor valor $P_{h-max}$, con los valores de tensión $V_h$ y corriente $I_h$ correspondientes a esta pérdidas máximas de potencia se determina la impedancia al armónico $h$, así:

$$Z_{th-h} = \frac{V_h}{I_h}. \tag{2.8}$$

Dependiendo del modelo que se desee implementar, bien sea $V_{h-max}$, $I_{h-max}$ o $P_{h-max}$ se utiliza la correspondiente impedancia al armónico $h$ dado. Con esta impedancia y la relación $X/R$ (conocida ú obtenida mediante simulaciones) se determinan los valores de la resistencia $R_{th}$ y la reactancia $X_{th}$ equivalente, así:

$$R_{th-h} = \frac{Z_{th}}{\sqrt{h\left(X/R\right)^2 + 1}} \tag{2.9}$$

$$X_{th-h} = \sqrt{Z_{th-h}^2 - R_{th-h}^2} \tag{2.10}$$

$$X_{th} = \frac{X_{th-h}}{h} \tag{2.11}$$

$$R_{th} = \frac{R_{th-h}}{\sqrt{h}} \tag{2.12}$$

La tensión de thevenin se obtiene por medio de la ecuación (2.13):

$$V_{th} = \overline{I}_{m-1}\left(R_{th} + jX_{th}\right) + \overline{V}_{m-1} \tag{2.13}$$

Con estos valores $V_{th}$, $R_{th}$ y $X_{th}$ se implementa el modelo empírico del equivalente del sistema.

## 2.4. CARGA MONOFÁSICA TIPO PC

### 2.4.1. Caracterización

La caracterización se llevó a cavo teniendo en cuenta la identificación de frecuencias armónicas predominantes, la no linealidad, y los índices de calidad (factor de potencia y distorsión armónica en tensión y corriente) del computador personal PC. Esta característica es mostrada en la figura 2.2, y es obtenida a partir de las medidas realizadas. Las características mostradas

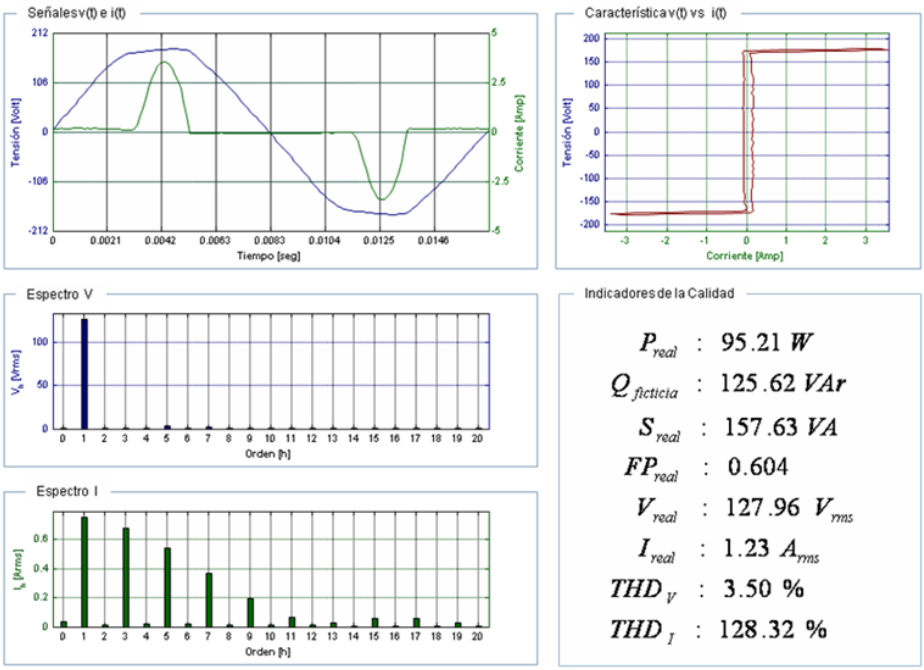



**Figura 2.2.** Caracterización del computador personal PC

en la figura 2.2 corresponden a uno de los 10 computadores utilizados en el estudio; todos los computadores son de la misma marca el mismo modelo 2006, la misma referencia comercial y obviamente las mismas especificaciones técnicas nominales de tensión y de frecuencia: 120 voltios, 50-60 hz. Al referirnos al computador personal PC se incluye la CPU y el monitor; no está incluida la impresora ni otros periféricos.

A los resultados mostrados es necesario hacer las siguientes observaciones:

- El pulso positivo de la corriente tiene aproximadamente la misma forma que el pulso negativo; esto confirma que para este tipo de señales los armónicos relevantes son los impares. En el espectro de corriente se observa la importancia en orden descendente del 3.º, 5.º, 7.º y 9.º. Los demás armónicos, principalmente todos los pares, son de bajo valor comparado con el fundamental.

- La distorsión de la señal de tensión ($THD_V$ =3.5) es relativamente alta para la carga de un solo PC; este valor también depende de otras cargas conectadas aguas arriba del

PCC.

- El factor de potencia para este tipo de carga individual es muy bajo ($FP$ =0.604)

### 2.4.2. Modelos Empíricos

**Carga lineal.** La carga a frecuencia fundamental puede ser modelada como sumideros de: Potencia constante, corriente constante e impedancia constante. Sin embargo a frecuencias armónicas el modelo más apropiado es el de impedancia variable con la frecuencia. Normalmente las cargas lineales son modeladas partiendo de los parámetros de placa: potencia activa, reactiva, tensión de operación, entre otros. En [10], se presenta una tabla comparativa de los modelos existentes en la literatura. En la figura 2.3 se muestran los dos modelos de carga lineal más usados, el modelo serie y el modelo paralelo. El modelo serie se describe a

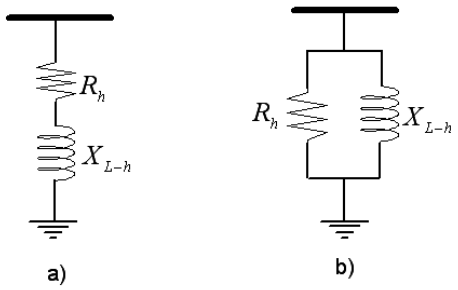



**Figura 2.3.** Modelo serie y paralelo de cargas lineales

partir de la impedancia, así:

$$Z_h = R_h + jX_{l-h} \tag{2.14}$$

Donde

$$R_h = \sqrt{h}P\frac{V^2}{P^2+Q^2}; \tag{2.15}$$

$$X_{Lh} = hQ\frac{V^2}{P^2+Q^2}; \tag{2.16}$$

Mientras que para el modelo paralelo se describe a partir de la admitancia, tal como se muestra a continuación:

$$Y_h = \frac{1}{R_h} - \frac{1}{jX_{l-h}} \tag{2.17}$$

Donde

$$R_h = \sqrt{h}\frac{V^2}{P}; \tag{2.18}$$

$$X_h = h\frac{V^2}{Q}. \tag{2.19}$$

**Carga no lineal.** La carga no lineal de cualquier barra se modela como una fuente de corriente armónica ver figura 2.1. Este modelo de inyección de fuentes de corriente, presenta buenos resultados en los casos donde las corrientes armónicas no son sensibles a los cambios de voltaje.

El modelo de la carga no lineal muestra mejores resultados cuando se combinan en paralelo el modelo de inyección de fuente de corriente y el modelo serie o paralelo de la parte lineal de la carga. La fuente de corriente modela la parte no lineal y se construye con los armónicos medidos o los armónicos característicos del equipo. Por otra parte, la impedancia variable con la frecuencia modela la parte lineal de la carga y se construye como se mencionó anteriormente con los datos de placa o con los valores a frecuencia fundamental de tensión y corriente medidos en el P.C.C. [11].

Para obtener el modelo, se parte de los datos medidos de *tensión y corriente* en el P.C.C. ver figura 2.1; con estos datos se determinan los fasores de las Series de Fourier de ambas medidas $\mathbf{V}_{m-h}$ e $\mathbf{I}_{m-h}$. Adicionalmente, se separan las componentes fundamentales del espectro de tensión y corriente $\mathbf{V}_{m-1}$ e $\mathbf{V}_{m-1}$, con los cuales se obtienen los valores de potencia, así:

$$P_{m-1} = V_{rms_{m-1}} I_{rms_{m-1}} \cos\left(\theta_{V_{m-1}} - \theta_{I_{m-1}}\right) \tag{2.20}$$

$$Q_{m-1} = V_{rms_{m-1}} I_{rms_{m-1}} \sin\left(\theta_{V_{m-1}} - \theta_{I_{m-1}}\right) \tag{2.21}$$

Dependiendo del modelo que se desee implementar, bien sea el modelo serie o el modelo paralelo se utilizan las formulas descritas en (2.14) - (2.16) o (2.17) - (2.19) respectivamente, donde $\mathbf{V} = \mathbf{V}_{m-1}$, $P = P_{m-1}$ y $Q = Q_{m-1}$. Con estas fórmulas se determina la impedancia $Z_h$ o admitancia $Y_h$ del modelo.

Como se observa en la figura 2.1, la corriente generada resulta de la ecuación de nodos que involucra la corriente medida $I_{m-h}$ y la corriente que fluye por la impedancia de la carga $I_{Z-h}$. Por lo tanto, se determinan primero los armónicos de corriente que fluyen por la impedancia, mediante la siguiente expresión:

$$I_{Z-h} = \frac{V_{m-h}}{Z_h} \tag{2.22}$$

Posteriormente, realizando la sumatoria de corrientes en el P.C.C. se determinan los armónicos de la fuente de corriente que se encuentra en paralelo con la impedancia:

$$I_{g-h} = I_{m-h} + I_{Z-h} \tag{2.23}$$

Mediante esta metodología se pueden implementar los siguientes tres modelos empíricos:

**Modelo de carga Tipo 1** : Fuente de corriente armónica constante (ver figura 2.4a)

**Modelo de carga Tipo 2** : Fuente de corriente armónica constante + impedancia en serie (ver figura 2.4b)

**Modelo de carga Tipo 3** : Fuente de corriente armónica constante + impedancia en paralelo (ver figura 2.4c)

### 2.4.3. Modelo Típico

**Fuente Conmutada.** el modelo de la fuente conmutada es el circuito equivalente comúnmente conocido de un PC. El circuito se reduce a un puente rectificador, con un filtro capacitivo conectado en paralelo con la salida del puente y una fuente de corriente DC modelando el consumo de potencia (Ver figura 2.5). La fuente de corriente $I_{dc}$ se determina a partir de

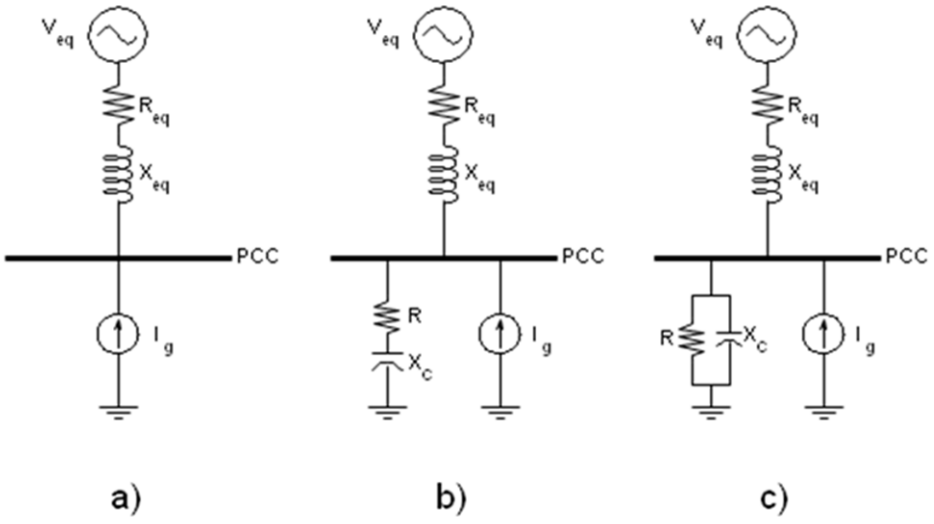



**Figura 2.4.** Modelos típicos de cargas no lineales

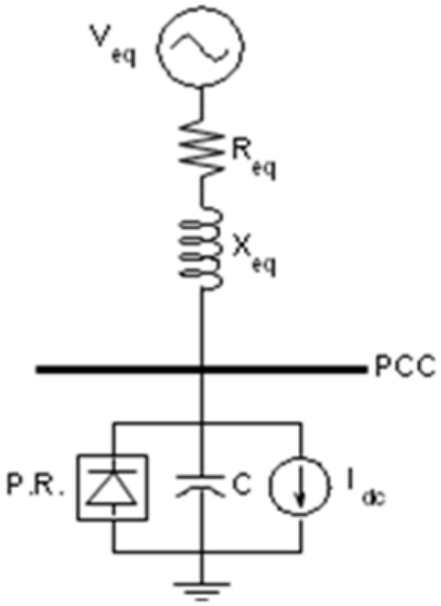



**Figura 2.5.** Modelo típico de una fuente conmutada

la potencia activa $P_1$ y la tensión $V_1$ obtenidas de las medidas y teniendo en cuenta que la tensión de salida de un puente rectificador con filtro capacitivo es aproximadamente igual al

valor máximo de la señal senoidal de la entrada, por lo tanto:

$$V_{dc} \cong V_m \cong \sqrt{2}V_1; \tag{2.24}$$

De igual forma, si se desprecian las pérdidas de potencia en el puente rectificador y en el filtro, se puede decir que la potencia de salida $P_{dc}$ es igual a la potencia medida $P_1$, de este modo $I_{dc}$ se obtiene así:

$$I_{dc} = \frac{P_{dc}}{V_{dc}} \tag{2.25}$$

Por otra parte, normalmente la relación de la tensión de rizado es utilizada para obtener el valor del capacitor del filtro, así:

$$C = \frac{I_{dc}}{f_r V_r} \tag{2.26}$$

Donde:

$f_r$: frecuencia de rizado (120Hz - rectificador onda completa)

$V_r$: tensión de rizado ($\leq 10\,\%$ de $V_{dc}$)

Este procedimiento define el otro modelo a ser implementado en esta investigación: *Modelo de carga Tipo 4:* Fuente Conmutada

**Consideraciones Prácticas.** Para obtener el modelo más adecuado, se implementa el circuito mostrado en la figura 2.6, el cual corresponde al caso individual de la carga monofásica en estudio PC. Además, para dar cumplimiento a la metodología planteada y contar con todas las posibles soluciones, a continuación se muestran una a una las diferentes opciones que se observaron para determinar el modelo del PC. En las tablas 2.1 y 2.2 se presentan los datos del circuito implementado y en las figuras 2.7, 2.8, 2.9, 2.10, 2.11 y 2.12 se muestran respectivamente las comparaciones de los modelos Tipo 1, Tipo 2, Tipo 3 y Fuente conmutada versus las medidas. Dado que los cálculos de los parámetros del sistema equivalente para el método $I_{h-max}$ y $P_{h-max}$ arrojaron los mismos valores, la metodología de selección del modelo de la carga PC se basa solo en dos casos comparativos:

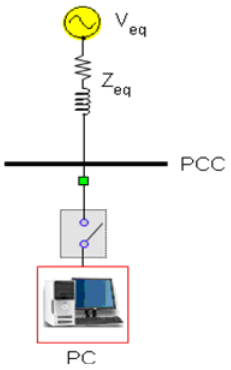



**Figura 2.6.** Red eléctrica monofásica implementada

**Tabla 2.1.** Datos del equivalente del sistema a 60 Hz.

| Método | $V_{eq}[V_{rms}]$ | $Z_{eq}[\Omega]$ | $X/R$ | $R_{eq}[\Omega]$ | $X_{eq}[\Omega]$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $V_{h-max}$ | 127.943 | 1.416 | 10 | 0.141 | 1.409 |
| $I_{h-max}$ | 127.895 | 0.246 | 10 | 0.025 | 0.245 |
| $P_{h-max}$ | 127.895 | 0.246 | 10 | 0.025 | 0.245 |

1. **caso I** cuando el método de cálculo del equivalente del sistema es $V_{h-max}$ y
2. **caso II** cuando el método es $I_{h-max}$ o $P_{h-max}$.

Durante la puesta en marcha de la metodología planteada se observó que el modelo de carga tipo 1 presento un pésimo comportamiento para los dos casos. Este comportamiento puede atribuirse a la configuración del modelo fuente de tensión y fuente de corriente en serie, dicha configuración no es recomendada simular en el *software* utilizado. Por lo tanto solo se mostrarán resultados de los otros tres modelos

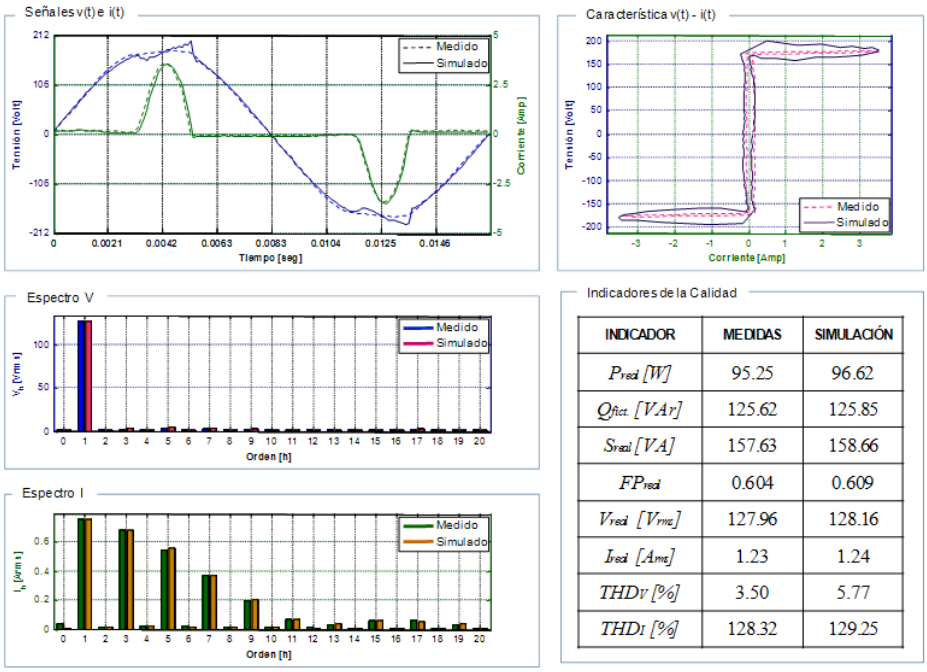
**Caso I.** Método $V_{h-max}$ para el cálculo del sistema equivalente. Las figuras 2.7, 2.8 y 2.9 corresponden a las comparaciones de las señales medidas y las señales obtenidas para cada modelo implementado, cuando el equivalente del sistema es calculado por el método de la

**Tabla 2.2.** Datos de la carga

| Modelo | Tipo 1 | Tipo 2 | Tipo 3 | Fuente Conmutada |
|---|---|---|---|---|
| $R_{60Hz}[\Omega]$ | – | 168.8 | 169.2 | – |
| $X_{60Hz}[\Omega]$ | – | -8.6 | -3315.6 | – |
| $C[F]$ | – | – | – | $2.5E^{-3}$ |
| $I_0[A]$ | 0.0513 | 0.0513 | 0.0505 | 0.5345 |
| $I_1[A]$ | 1.0703 | – | – | – |
| $I_3[A]$ | 0.9595 | 0.9564 | 0.9568 | – |
| $I_5[A]$ | 0.7661 | 0.7899 | 0.7848 | – |
| $I_7[A]$ | 0.5186 | 0.5191 | 0.5150 | – |
| $I_9[A]$ | 0.2780 | 0.2820 | 0.2804 | – |
| $I_{11}[A]$ | 0.0899 | 0.0934 | 0.0943 | – |
| $I_{13}[A]$ | 0.0423 | 0.0448 | 0.0433 | – |
| $I_{15}[A]$ | 0.0826 | 0.0838 | 0.0824 | – |

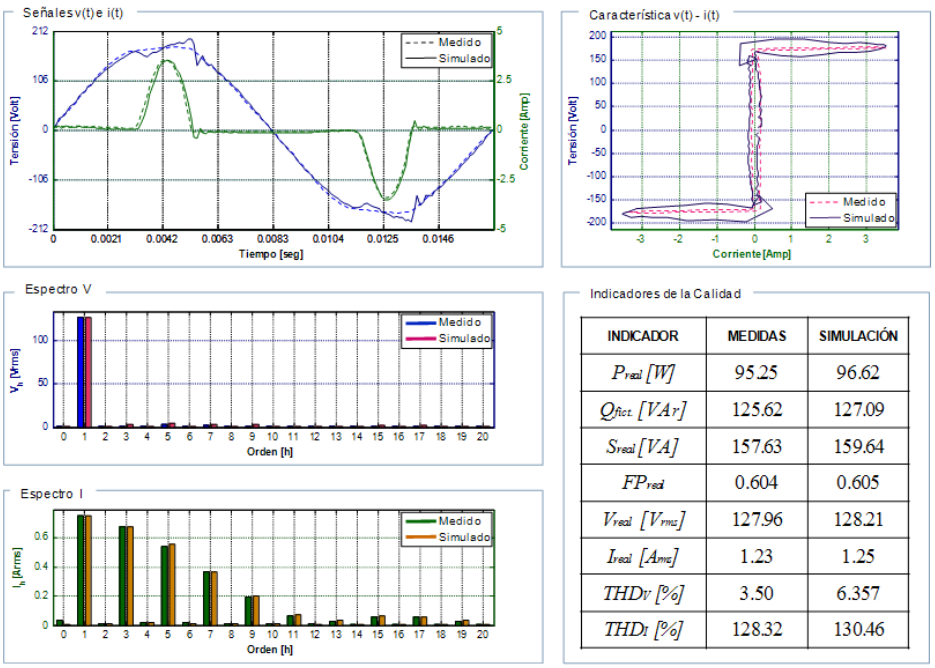
tensión armónica máxima medida $V_{h-max}$; de estas gráficas e indicadores de calidad se puede decir que:

- El modelo que mejor intenta seguir el comportamiento plano de los valores máximos y mínimos de la tensión cuando la carga pide corriente a la fuente es el modelo de carga tipo fuente conmutada, como era de esperar dado el comportamiento de carga y descarga del filtro capacitivo.
- Si lo que interesa es mirar el mejor comportamiento en corriente no existe mucha diferencia entre los modelos de carga tipo 2 y tipo 3.
- Los indicadores de calidad resultantes de las simulaciones son muy parecidos a los indicadores obtenidos de las medidas, esto ocurrió para todos los modelos analizados. Recordar que el modelo tipo 1 fue descartado.



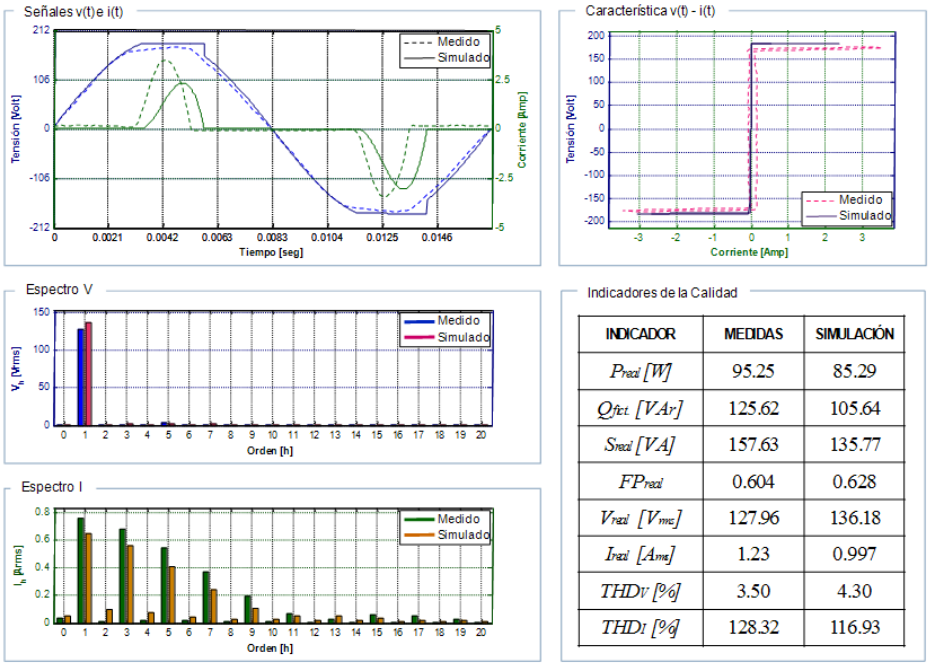

| INDICADOR | MEDIDAS | SIMULACIÓN |
|---|---|---|
| $P_{real}$ [W] | 95.25 | 96.62 |
| $Q_{fict}$ [VAr] | 125.62 | 125.85 |
| $S_{real}$ [VA] | 157.63 | 158.66 |
| $FP_{real}$ | 0.604 | 0.609 |
| $V_{real}$ [$V_{rms}$] | 127.96 | 128.16 |
| $I_{real}$ [$A_{rms}$] | 1.23 | 1.24 |
| $THD_V$ [%] | 3.50 | 5.77 |
| $THD_I$ [%] | 128.32 | 129.25 |

**Figura 2.7.** Caso I - Señales medidas y simuladas, modelo de carga: Tipo 2




| INDICADOR | MEDIDAS | SIMULACIÓN |
|---|---|---|
| $P_{real}$ [W] | 95.25 | 96.62 |
| $Q_{fict}$ [VAr] | 125.62 | 127.09 |
| $S_{real}$ [VA] | 157.63 | 159.64 |
| $FP_{real}$ | 0.604 | 0.605 |
| $V_{real}$ [$V_{rms}$] | 127.96 | 128.21 |
| $I_{real}$ [$A_{rms}$] | 1.23 | 1.25 |
| $THD_V$ [%] | 3.50 | 6.357 |
| $THD_I$ [%] | 128.32 | 130.46 |

**Figura 2.8.** Caso I - Señales medidas y simuladas, modelo de carga: Tipo 3




| INDICADOR | MEDIDAS | SIMULACIÓN |
|---|---|---|
| $P_{real}$ [W] | 95.25 | 85.29 |
| $Q_{fict}$ [VAr] | 125.62 | 105.64 |
| $S_{real}$ [VA] | 157.63 | 135.77 |
| $FP_{real}$ | 0.604 | 0.628 |
| $V_{real}$ [$V_{rms}$] | 127.96 | 136.18 |
| $I_{real}$ [$A_{rms}$] | 1.23 | 0.997 |
| $THD_V$ [%] | 3.50 | 4.30 |
| $THD_I$ [%] | 128.32 | 116.93 |

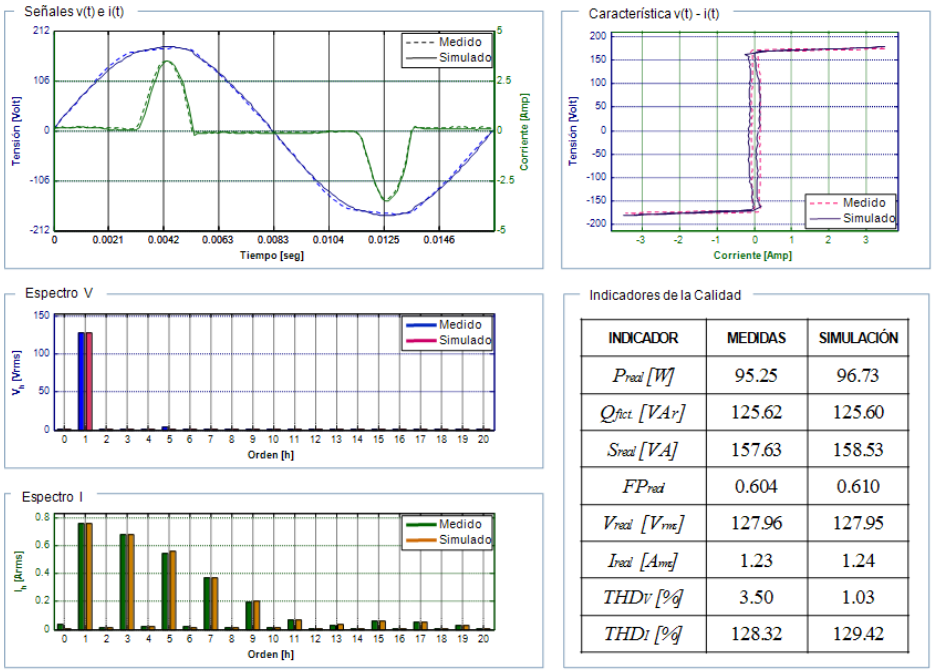
**Figura 2.9.** Caso I - Señales medidas y simuladas, modelo de carga: Tipo Fuente conmutada

**Caso II.** Método $I_{h-max}$ o $P_{h-max}$ para el cálculo del sistema equivalente.

Las figuras 2.10, 2.11 y 2.12 corresponden a las comparaciones de las señales medidas y las señales obtenidas para cada modelo implementado, cuando el equivalente del sistema es calculado por el método de la corriente armónica máxima medida $I_{h-max}$ o por el método de la potencia activa máxima $P_{h-max}$, de estas gráficas e indicadores de calidad se puede decir que:

- Por este método la distorsión armónica de tensión simulada es menor que la distorsión medida. Esto debido al menor valor de la impedancia del sistema, la cual provoca una menor caída de tensión armónica.

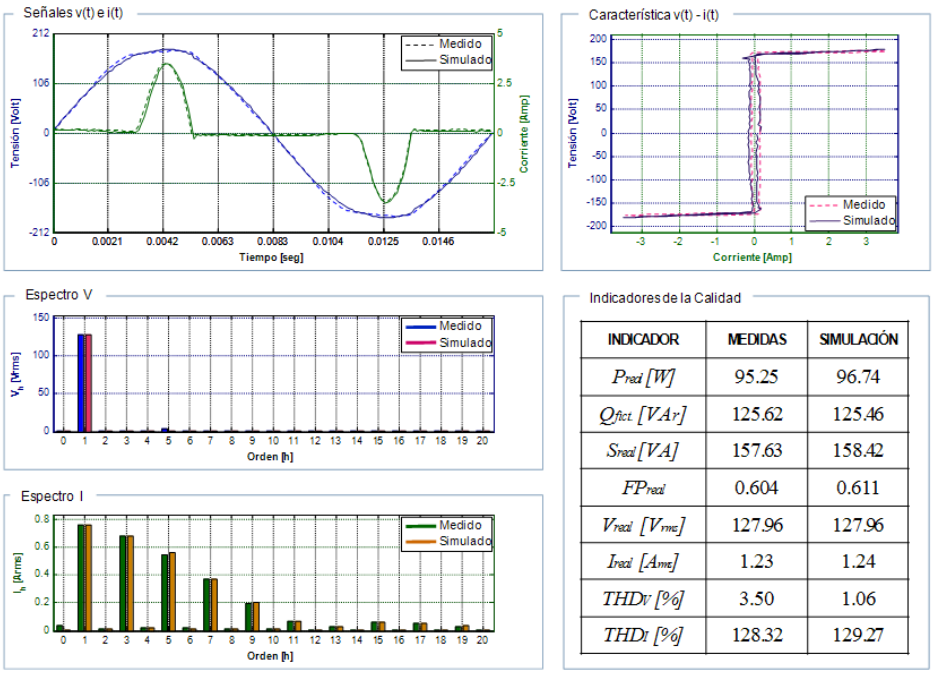
- El comportamiento del modelo de carga tipo fuente conmutada, depende directamente de la impedancia del sistema, por lo tanto se puede predecir un comportamiento aleatorio dependiendo de la impedancia del circuito en el que se conecte.




Indicadores de la Calidad

| INDICADOR | MEDIDAS | SIMULACIÓN |
|---|---|---|
| $P_{real}$ [W] | 95.25 | 96.73 |
| $Q_{fict.}$ [VAr] | 125.62 | 125.60 |
| $S_{real}$ [VA] | 157.63 | 158.53 |
| $FP_{real}$ | 0.604 | 0.610 |
| $V_{real}$ [$V_{rms}$] | 127.96 | 127.95 |
| $I_{real}$ [$A_{rms}$] | 1.23 | 1.24 |
| $THD_V$ [%] | 3.50 | 1.03 |
| $THD_I$ [%] | 128.32 | 129.42 |

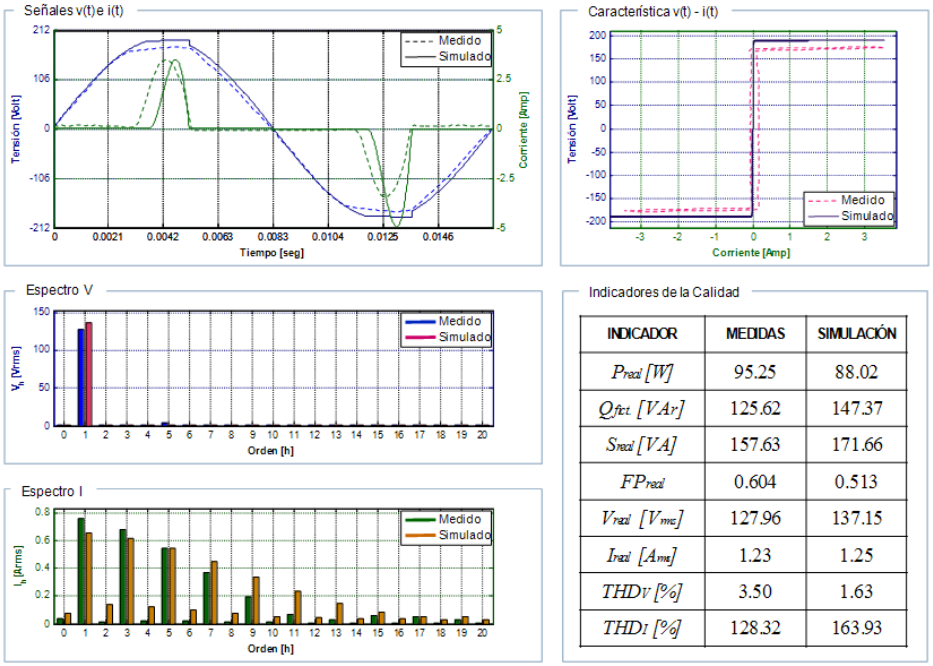
**Figura 2.10.** Caso II - Señales medidas y simuladas, modelo de carga: Tipo 2




Indicadores de la Calidad

| INDICADOR | MEDIDAS | SIMULACIÓN |
|---|---|---|
| $P_{real}$ [W] | 95.25 | 96.74 |
| $Q_{fict.}$ [VAr] | 125.62 | 125.46 |
| $S_{real}$ [VA] | 157.63 | 158.42 |
| $FP_{real}$ | 0.604 | 0.611 |
| $V_{real}$ [$V_{rms}$] | 127.96 | 127.96 |
| $I_{real}$ [$A_{rms}$] | 1.23 | 1.24 |
| $THD_V$ [%] | 3.50 | 1.06 |
| $THD_I$ [%] | 128.32 | 129.27 |

**Figura 2.11.** Caso II - Señales medidas y simuladas, modelo de carga: Tipo 3




| INDICADOR | MEDIDAS | SIMULACIÓN |
|---|---|---|
| $P_{real}$ [W] | 95.25 | 88.02 |
| $Q_{fict}$ [VAr] | 125.62 | 147.37 |
| $S_{real}$ [VA] | 157.63 | 171.66 |
| $FP_{real}$ | 0.604 | 0.513 |
| $V_{real}$ [$V_{rms}$] | 127.96 | 137.15 |
| $I_{real}$ [$A_{rms}$] | 1.23 | 1.25 |
| $THD_V$ [%] | 3.50 | 1.63 |
| $THD_I$ [%] | 128.32 | 163.93 |

**Figura 2.12.** Caso II - Señales medidas y simuladas, modelo de carga: Tipo Fuente conmutada

- Al igual que en el caso anterior no existe mucha diferencia entre los modelos de carga tipo 2 y tipo 3.

## 2.5. RESUMEN

- Se determinaron los modelos de los diferentes componentes que mejor realizan el seguimiento del comportamiento real de un sistema eléctrico de configuración monofásico bifilar.

- Se presentó una técnica para la obtención del modelo equivalente del sistema y de la carga tipo PC a partir de las medidas de tensión y corrientes en el P.C.C.

- Como modelo adecuado para simular el PC se puede seleccionar el modelo de carga tipo 2, aunque indiferentemente se puede tomar el modelo de carga tipo 3, dados sus comportamientos muy similares.

Capítulo 3

# INDICES DE LA CALIDAD DE LA POTENCIA

## 3.1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se presentará la dependencia de los índices de calidad de la potencia con respecto al número de computadores y a la distancia de estos respecto del punto de conexión común. Para obtener las variaciones de los índices de la calidad de la potencia se plantea una metodología que parta de las medidas realizadas para comparar los resultados obtenidos directamente de las medidas con los resultados simulados obtenidos de un programa de simulación debidamente implementado. También se analizará la incidencia de los factores de atenuación y diversidad en los resultados de los $THD_I$ obtenidos de las medidas.

## 3.2. VARIACIONES DE LOS INDICES DE CALIDAD MEDIDOS

### 3.2.1. Montajes

Para obtener las características de variación de los índices de calidad de la potencia, se consideran dos variables: 1) la variable *nPC* (número de PCs) 2) la variable *dL* (distancia longitudinal desde el PCC hasta el punto de conexión en el circuito de carga). Se implementó el

circuito que se ilustra mediante el diagrama unifilar mostrado en la figura 3.1. El montaje consta de 5 puntos de conexión, ubicados a diferentes distancias del PCC. Además, en cada uno de estos puntos se conectan grupos de PCs en paquetes que varían de un PC hasta diez PCs.

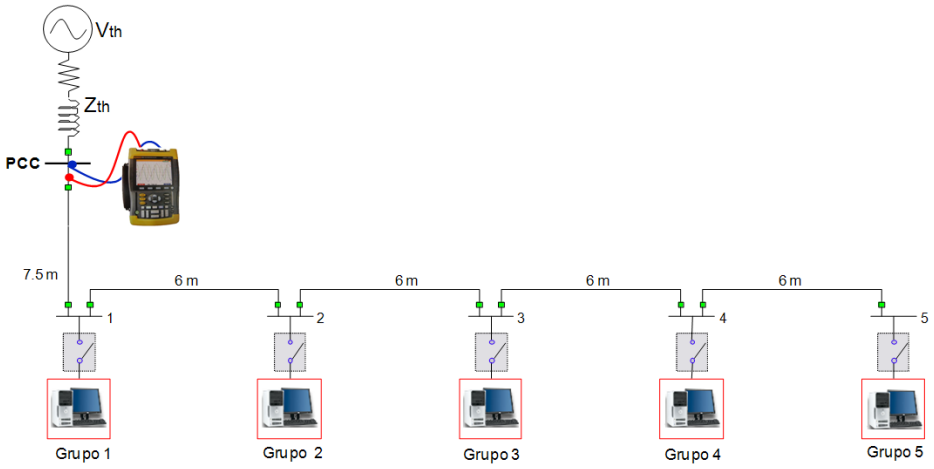



**Figura 3.1.** Montaje circuital para la toma de medidas

### 3.2.2. Señales medidas

Antes de realizar las medidas se conformaron 6 paquetes de PCs distribuidos como se muestra en la tabla 3.1. Estos grupos de PCs se fueron rotando por cada uno de los puntos de conexión, dando como resultado una serie de medidas de tensión y corriente en el PCC. Con estas medidas se obtuvieron los datos suficientes para calcular los índices de calidad de la potencia, los cuales se muestran en la tabla 3.2.

### 3.2.3. Curvas de variación de los indicadores de la calidad

Con las medidas realizadas se construyeron con el apoyo de MATLAB [12, 13], se elaboran programas para obtener las gráficas de cada uno de los indicadores de calidad en función del número de PCs para cada distancia desde el punto de conexión hasta el PCC, o sea para la familia de distancias (ver figuras 3.2-3.6). De la figura 3.2 se puede observar que la distorsión

**Tabla 3.1.** Grupos de PCs conformados

| Paquete | Número de PCs |
|---|---|
| 1 | 1 PCs |
| 2 | 2 PCs |
| 3 | 4 PCs |
| 4 | 5 PCs |
| 5 | 8 PCs |
| 6 | 10 PCs |

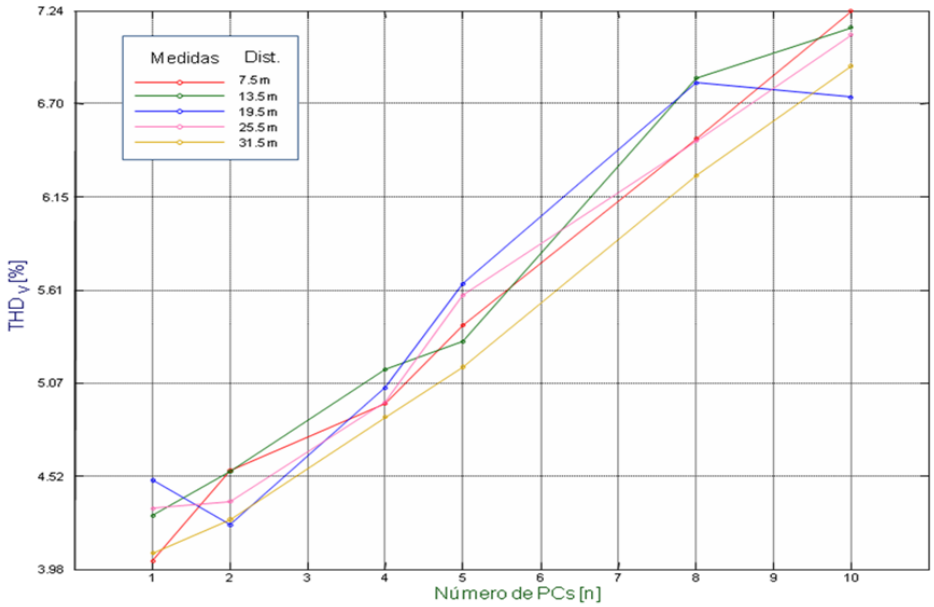



**Figura 3.2.** Variaciones del $THD_V$ vs $nPC$

armónica de voltaje $THD_V$ aumenta cuando el número de computadores conectados $n$ aumenta; es razonable este aumento en la distorsión de la tensión por cuanto a mayor corriente, mayor caída de tensión armónica en la impedancia del sistema y por consiguiente mayor distorsión en este indicador. La variación del $THD_V$ no es muy concluyente cuando se aumenta la distancia $dL$ desde el PCC a la carga. De la figura 3.3 se puede observar que la distor-

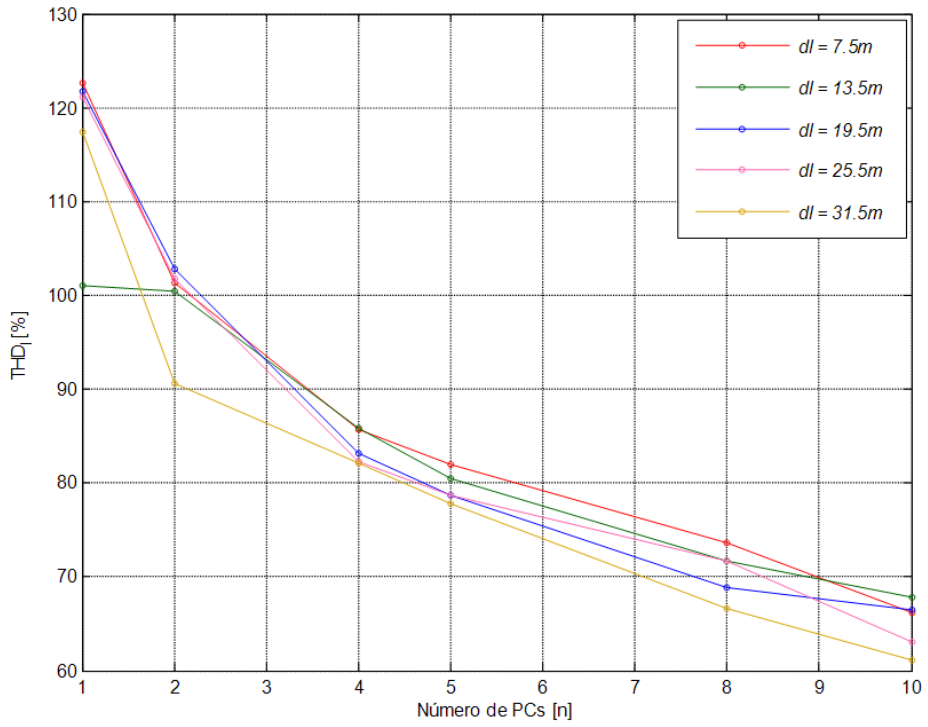



**Figura 3.3.** Variaciones del $THD_I$ vs $nPC$

sión armónica de corriente $THD_I$ disminuye clara y significativamente cuando el número de computadores conectados $n$ aumenta; esta disminución está justificada en los factores de atenuación y diversidad expuestos en el capítulo 1, numeral 1.4. El $THD_I$ tiende a disminuir levemente con el aumento de la distancia $dL$, aunque esta afirmación no es contundente para todos los paquetes de $nPC$. De la figura 3.4 se puede observar que el voltaje $V_{rms}$ disminuye cuando el número de computadores conectados $n$ aumenta; es razonable esta disminución por la caída de tensión (también rms) en la impedancia del sistema $Z_{th}$; a mayor número de computadores, mayor corriente y a mayor corriente, mayor caída de tensión. La variación de $V_{rms}$ no es concluyente con el aumento de $dL$. De la figura 3.5 se puede observar que la corriente $I_{rms}$ aumenta casi linealmente con el aumento del número de computadores conectados $n$; igual que en el caso anterior este indicador tampoco es concluyente con el aumento de la distancia $dL$ desde el PCC a la carga. En la figura 3.6 se puede observar que el factor de

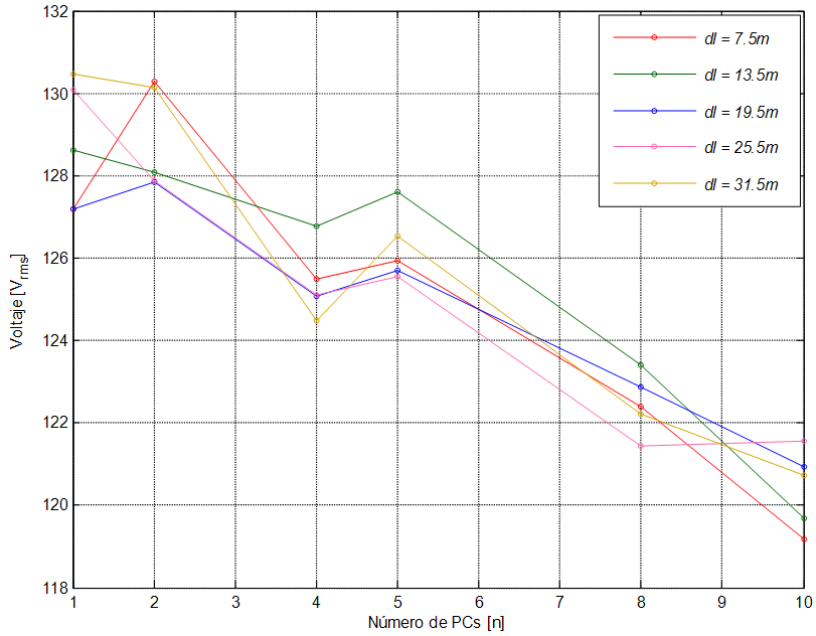



**Figura 3.4.** Variaciones de $V_{rms}$ vs *nPC*

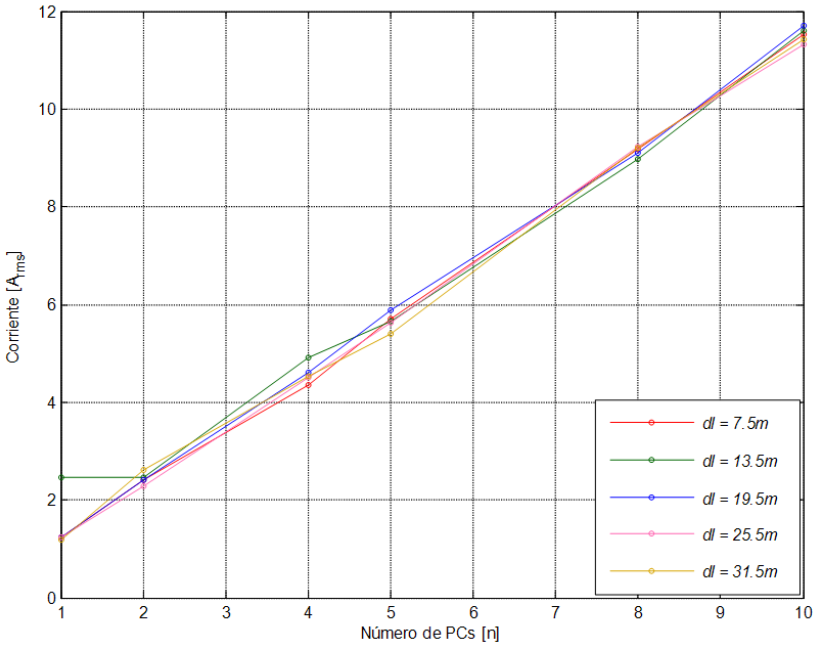



**Figura 3.5.** Variaciones de $I_{rms}$ vs *nPC*

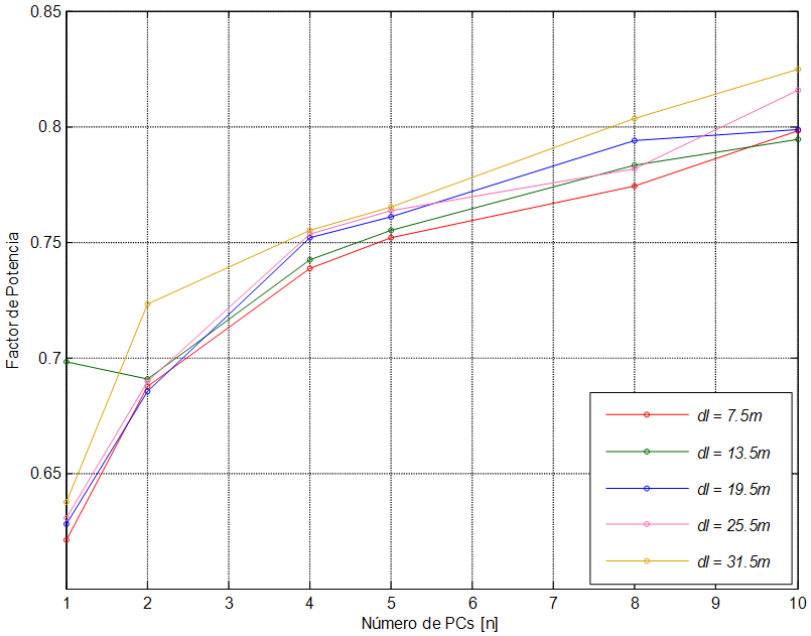



**Figura 3.6.** Variación del Factor de Potencia $FP$ vs $nPC$

potencia $FP$ aumenta contundente y significativamente cuando aumenta el número de computadores $n$; cuando aumenta la carga el pulso de corriente en cada semiciclo se va haciendo mas ancho y su forma se acerca más a la senoidal; el valor máximo del pulso de corriente y el valor máximo del pulso de tensión se presentan casi en el mismo instante, lo que conlleva a aumentar este $FP$ . La variación de este indicador tampoco es concluyente cuando aumenta la distancia $dL$.

## 3.3. VARIACIONES DE LOS INDICES DE CALIDAD SIMULADOS

### 3.3.1. Montajes

Datos del circuito equivalente implementado:

**Tabla 3.2.** Datos del equivalente del sistema a 60 Hz.

| $V_{eq}[V_{rms}]$ | $Z_{eq}[W]$ | $X/R$ | $R_{eq}[W]$ | $X_{eq}[W]$ |
|---|---|---|---|---|
| 127.895 | 0.246 | 10 | 0.025 | 0.245 |

**Tabla 3.3.** Datos del equivalente del sistema a 60 Hz.

| **Tramo** | **Longitud [m]** | $R[W]$ | $L[\mu H]$ | $C[nF]$ |
|---|---|---|---|---|
| PCC - 1 | 7.5 | 0.0765 | 5.1728 | 0.25707 |
| 1 - 2 | 6 | 0.0612 | 4.1382 | 0.20566 |
| 2 - 3 | 6 | 0.0612 | 4.1382 | 0.20566 |
| 3 - 4 | 6 | 0.0612 | 4.1382 | 0.20566 |
| 4 - 5 | 6 | 0.0612 | 4.1382 | 0.20566 |

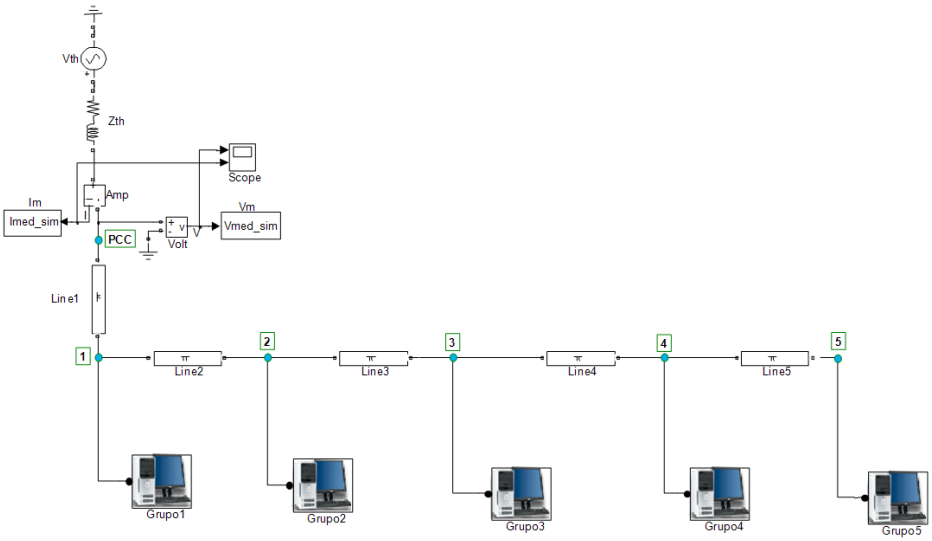
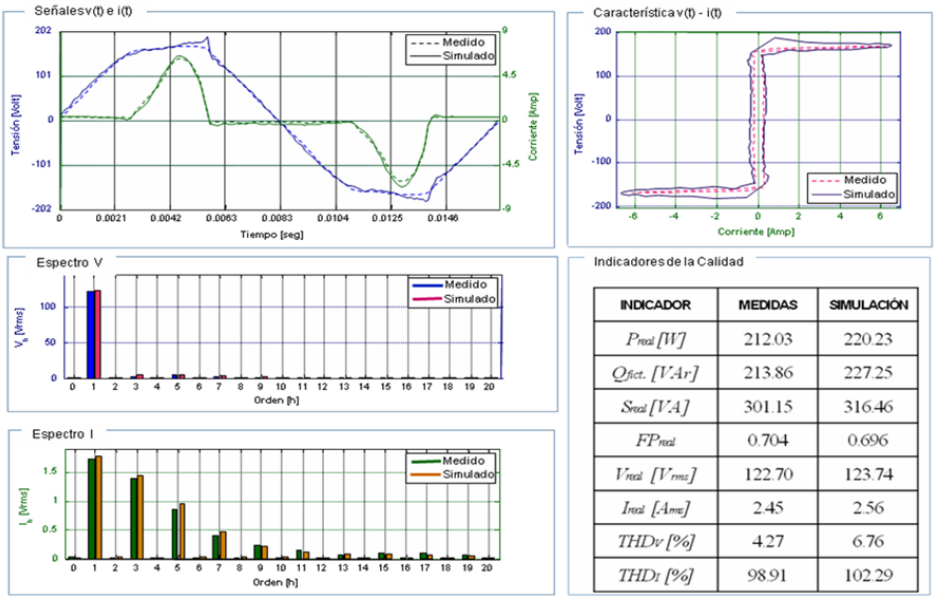



**Figura 3.7.** Diagrama unifilar del circuito equivalente

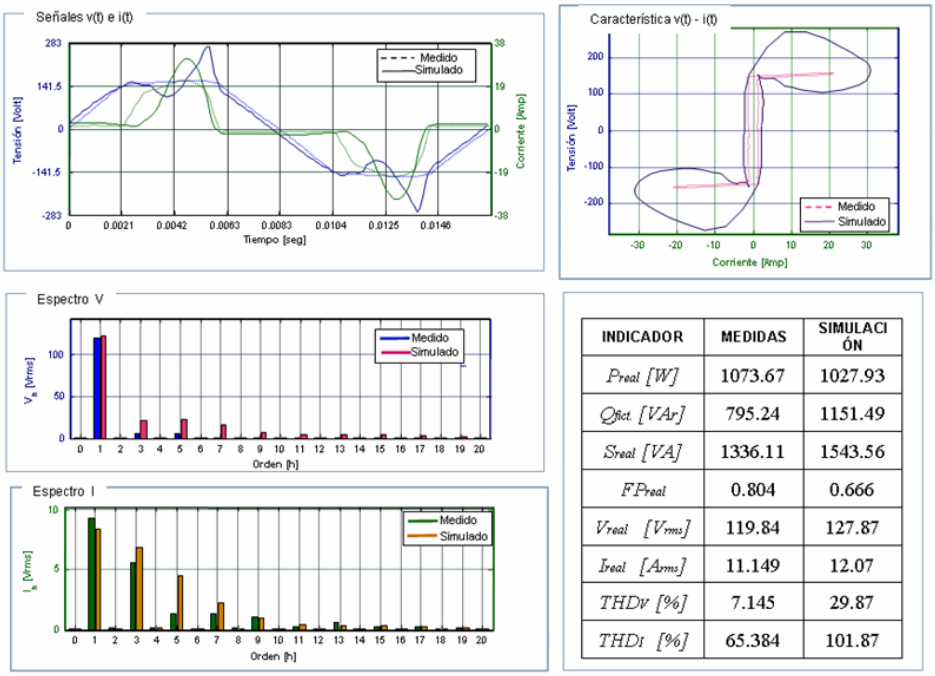
### 3.3.2. Curvas de variaciones de los indicadores de calidad

Las figuras 3.10 - 3.14 corresponden a las comparaciones de los índices medidos y los índices simulados; de estas gráficas se puede decir que:




| INDICADOR | MEDIDAS | SIMULACIÓN |
|---|---|---|
| $P_{real}$ [W] | 212.03 | 220.23 |
| $Q_{fict.}$ [VAr] | 213.86 | 227.25 |
| $S_{real}$ [VA] | 301.15 | 316.46 |
| $FP_{real}$ | 0.704 | 0.696 |
| $V_{real}$ [$V_{rms}$] | 122.70 | 123.74 |
| $I_{real}$ [$A_{rms}$] | 2.45 | 2.56 |
| $THD_V$ [%] | 4.27 | 6.76 |
| $THD_I$ [%] | 98.91 | 102.29 |

**Figura 3.8.** Simulación de 2 PCs en el nodo 5




| INDICADOR | MEDIDAS | SIMULACIÓN |
|---|---|---|
| $P_{real}$ [W] | 1073.67 | 1027.93 |
| $Q_{fict.}$ [VAr] | 795.24 | 1151.49 |
| $S_{real}$ [VA] | 1336.11 | 1543.56 |
| $FP_{real}$ | 0.804 | 0.666 |
| $V_{real}$ [$V_{rms}$] | 119.84 | 127.87 |
| $I_{real}$ [$A_{rms}$] | 11.149 | 12.07 |
| $THD_V$ [%] | 7.145 | 29.87 |
| $THD_I$ [%] | 65.384 | 101.87 |

**Figura 3.9.** Simulación de 8 PCs en el nodo 2

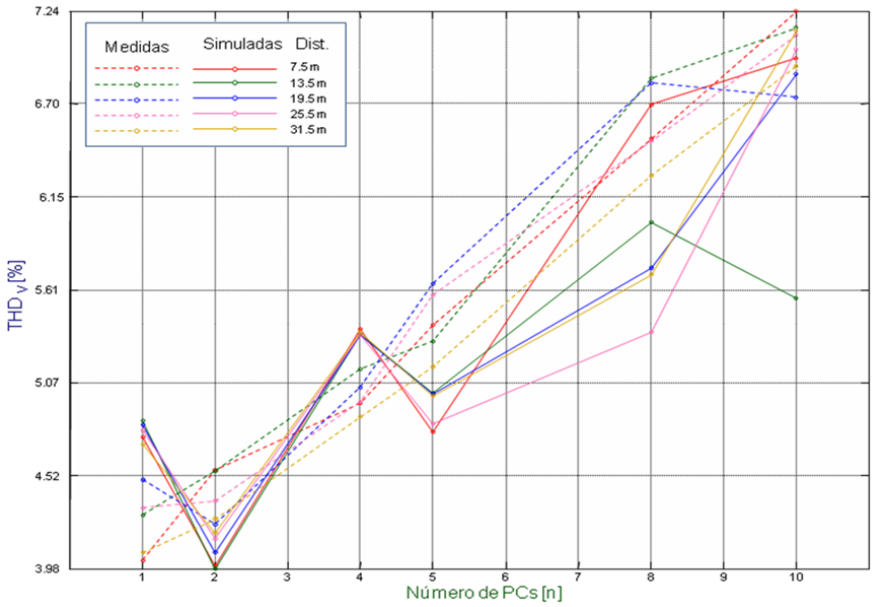



**Figura 3.10.** Índice de distorsión de tensión $THD_V$ vs *nPC*

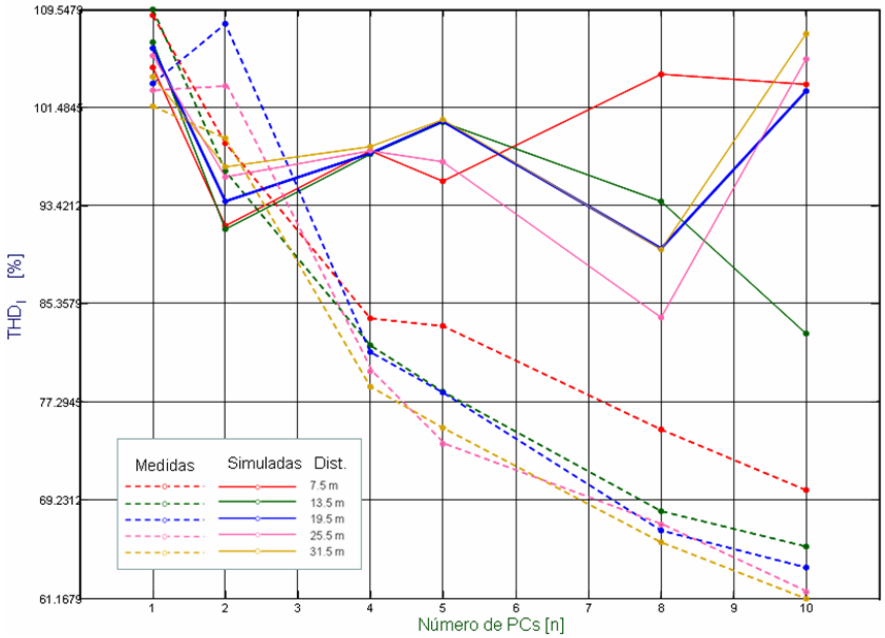



**Figura 3.11.** Índice de distorsión de corriente $THD_I$ vs *nPC*

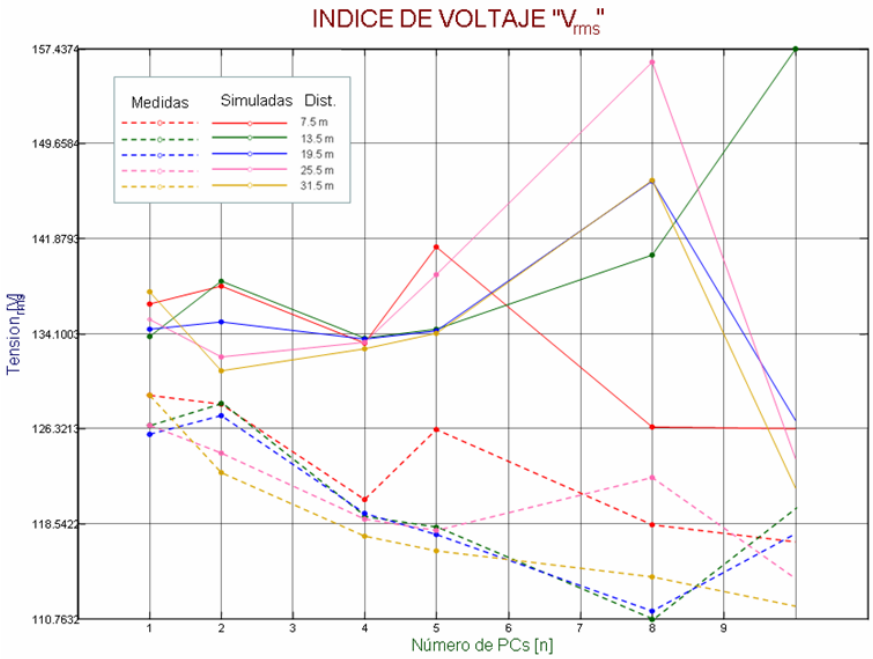



**Figura 3.12.** Variación de Voltaje $V_{rms}$ vs *nPC*

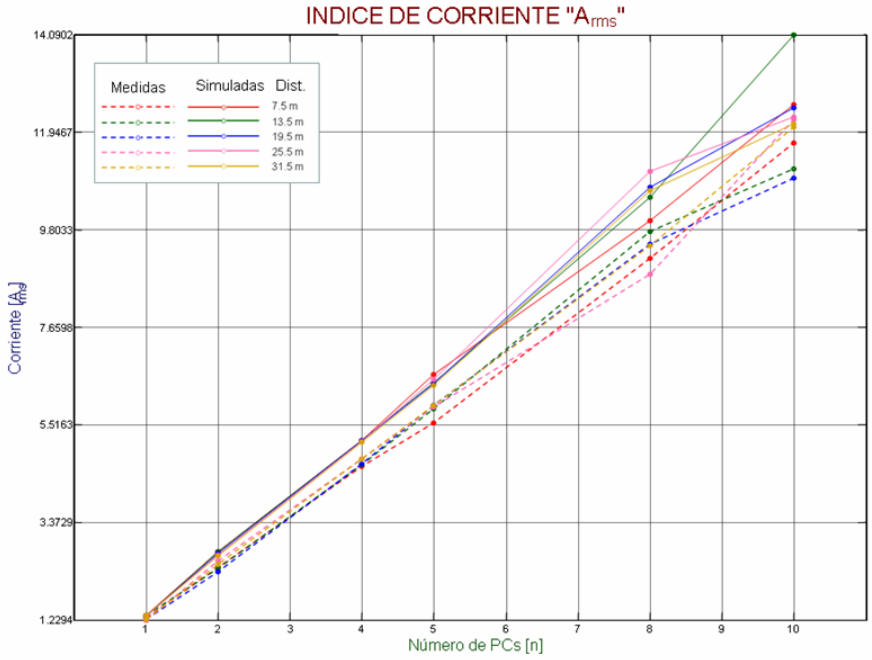



**Figura 3.13.** Variación de Corriente $I_{rms}$ vs *nPC*

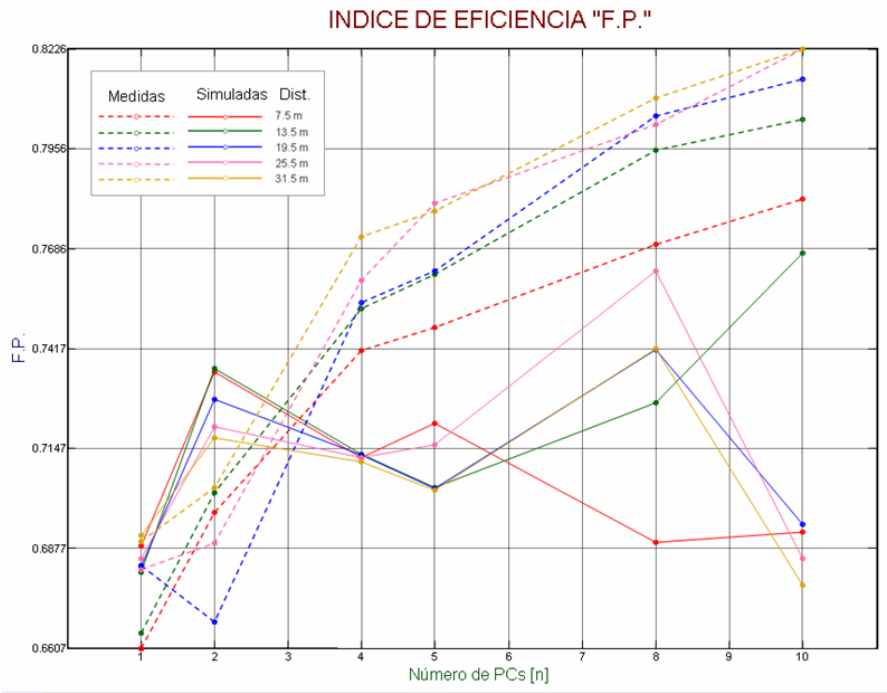



**Figura 3.14.** Indice de $FP$ vs $nPC$

- El índice $I_{rms}$ simulado es el que tiene un comportamiento muy similar al $I_{rms}$ medido; ambos aumentan su valor casi proporcionalmente con la carga ($nPC$). Los resultados de la simulación son levemente mayores que los medidos seguramente por la determinación aproximada de la impedancia del sistema $Z_{th}$.

- El $THD_V$ también tiene una tendencia a aumentar muy similar entre lo medido y lo simulado; aunque los valores simulados muestran ciertas irregularidades.

- Los demás índices muestran cierto distanciamiento entre lo medido y lo simulado. Puede ser porque en los resultados medidos incide de manera importante la influencia de cargas extrañas (no vistas) en la medición, conectadas en cualquier momento aguas arriba del PCC, que afectan el valor de estos indicadores.

## 3.4. INCIDENCIA DE LOS FACTORES DE ATENUACION Y DIVERSIDAD EN EL $THD_I$

Como se manifestó en el Capítulo 1 los factores que explican la disminución de la corriente armónica cuando se conectan dos o mas cargas electrónicas del mismo tipo (para nuestro caso, tipo PC), son el factor de atenuación $FA$ y el factor de diversidad $FD$ [1]. Ambos hacen referencia al comportamiento individual de un armónico específico cuando hay dos o más cargas en operación.

Como se ha descrito en el transcurso de este documento, la carga considerada está constituida por unidades PC iguales en modelo, marca, referencia, especificaciones técnicas, etc. La carga se va variando desde 1 hasta 10 unidades conectadas en paralelo en el PCC y se registran las medidas. (Ver figura 3.15 y Tablas 3.4 y 3.5).

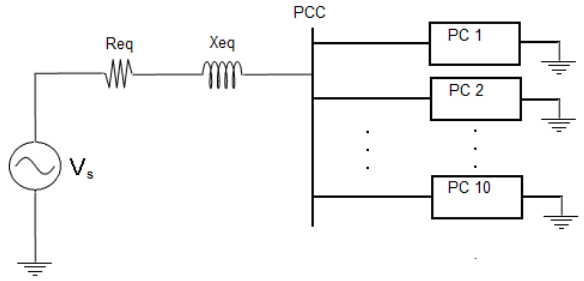



**Figura 3.15.** Montaje para determinar $FA$ y $FD$

El factor de atenuación se obtiene aplicando su definición dada en la ecuación (1.15); esta ecuación se muestra nuevamente en la ecuación (3.1).

$$FA_{h,n} = \frac{|I_{h,n}|}{n \cdot |I_{h,1}|} \tag{3.1}$$

Aplicando la ecuación (3.1), a partir de las medidas se obtienen los valores de $FA$ considerando solamente los armónicos 1,3,5,7,9 y 11 para grupos conformados por 1, 2, 3,..., 10 PCs; la carga se conectó en el PCC. Estos valores se registran en la tabla 3.4: En la figura 3.16 se muestra el comportamiento de este factor para las corrientes armónicas de orden $h$ cuando

**Tabla 3.4.** Factores de Atenuación Medidos, FAM

| *nPC* | **h=1** | **h=3** | **h=5** | **h=7** | **h=9** | **h=11** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1.0234 | 1.0017 | 0.9584 | 0.8597 | 0.7377 | 1.0294 |
| 3 | 0.9481 | 0.892 | 0.7764 | 0.5911 | 0.6617 | 1.1144 |
| 4 | 1.0016 | 0.9015 | 0.7046 | 0.4456 | 0.7992 | 1.0829 |
| 5 | 1.0186 | 0.9001 | 0.6649 | 0.3744 | 0.7902 | 1.0317 |
| 6 | 1.0076 | 0.8602 | 0.5731 | 0.3094 | 0.8641 | 0.854 |
| 7 | 1.0383 | 0.8719 | 0.55 | 0.2928 | 0.9118 | 0.8407 |
| 8 | 1.0375 | 0.8403 | 0.471 | 0.3336 | 0.9272 | 0.6064 |
| 9 | 1.0467 | 0.8267 | 0.4258 | 0.3661 | 0.9034 | 0.4398 |
| 10 | 1.0532 | 0.8044 | 0.3728 | 0.4197 | 0.8536 | 0.3559 |

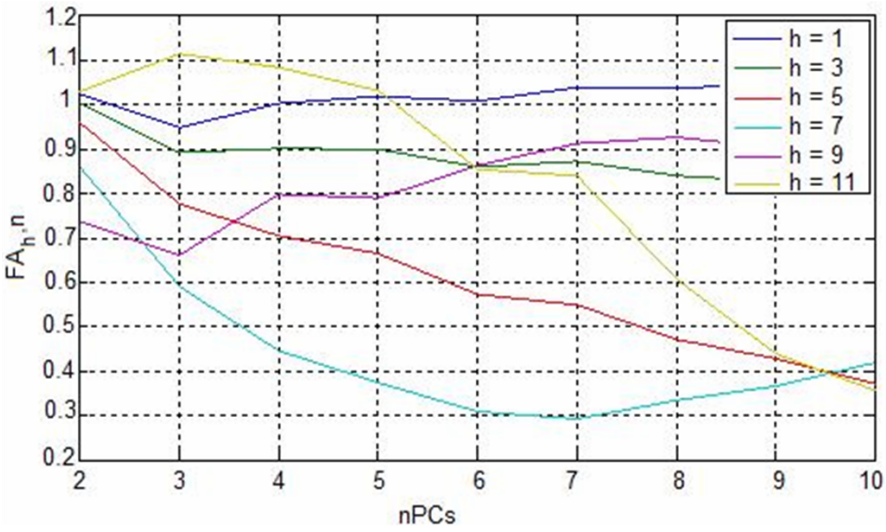



**Figura 3.16.** Factor de Atenuación *FA* vs *nPC* para armónicos de orden h=1.º, 3.º, 5.º, 7.º, 9.º y 11.º

se varía el número de PCs Los armónicos de orden 3.º y 5.º muestran un comportamiento seguro de disminución cuando aumenta el número de PCs; el comportamiento del 7.º es a la baja hasta una carga de 7 PCs, pero cuando la carga es mayor su tendencia es a aumentar

su valor. Los demás, a excepción del fundamental que muestra cierta estabilidad, su comportamiento no es muy claro. Un caso extraño es el valor que toma armónico 11.º para las cargas entre 2 y 5 PCs, ya que es el único diferente a la fundamental que tiene valores mayores de la unidad.

En la misma forma se determina el factor de diversidad $FD$ aplicando su definición dada en la ecuación (1.14) la cual se muestra nuevamente en la ecuación (3.2)

$$FD_h = \frac{\left|\sum_{i=1}^{n} I_h^i\right|}{\sum_{i=1}^{n} \left|I_h^i\right|} \tag{3.2}$$

Igual que para el caso anterior, los valores de $FA$ obtenidos de las medidas aplicando la ecuación (3.2), se registran en la tabla 3.5:

**Tabla 3.5.** Factores de Diversidad Medidos, FDMs

| *nPC* | **h=1** | **h=3** | **h=5** | **h=7** | **h=9** | **h=11** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 0.9998 | 0.9987 | 0.9948 | 0.9753 | 0.9102 | 0.9002 |
| 3 | 0.9997 | 0.998 | 0.9942 | 0.9823 | 0.9382 | 0.9206 |
| 4 | 0.9997 | 0.998 | 0.9951 | 0.9856 | 0.948 | 0.9354 |
| 5 | 0.9998 | 0.9984 | 0.996 | 0.9867 | 0.9515 | 0.9435 |
| 6 | 0.9996 | 0.9962 | 0.9921 | 0.9878 | 0.9567 | 0.9489 |
| 7 | 0.9996 | 0.9966 | 0.9931 | 0.9893 | 0.9592 | 0.9558 |
| 8 | 0.9996 | 0.9966 | 0.9927 | 0.9879 | 0.9602 | 0.9595 |
| 9 | 0.9997 | 0.997 | 0.9934 | 0.9878 | 0.9604 | 0.9641 |
| 10 | 0.9996 | 0.9968 | 0.9924 | 0.9804 | 0.9315 | 0.9167 |

- Las medidas tenidas en cuenta fueron tomadas en el PCC ($dL = 0$) y se realizaron secuencialmente para i=1,2,...,10 PCs.

- Los armónicos considerados son los impares: h=1, 3, 5, 7, 9, 11.

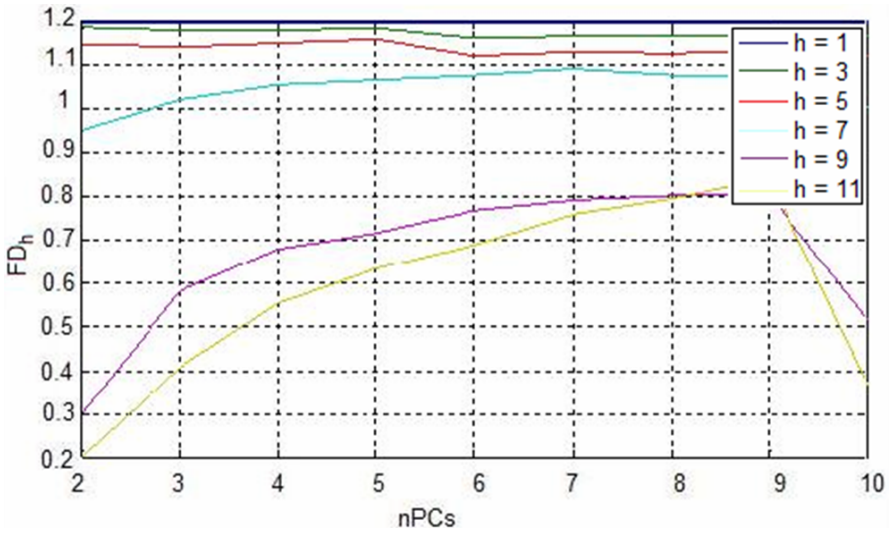



**Figura 3.17.** Factor de Diversidad *FD* vs *nPC* para armónicos de orden h=1.º, 3.º, 5.º, 7.º, 9.º y 11.º

En la figura 3.17 se muestra el comportamiento del factor de diversidad $FD$ para las corrientes armónicas de orden h cuando se varía el número de PCs. Se observa que para los armónicos de orden menor, el fundamental, el 3.º y el 5.º su comportamiento es estable, presentando un leve descenso cuando aumenta el nPCs. Para los de mayor orden su comportamiento es irregular, principalmente el 9.º y el 11.º. Sin embargo la tendencia es que el $FD$ disminuye cuando aumenta el orden del armónico. Como los armónicos más significativos en magnitud son el 1.º, el 3.º y el 5.º y disminuyen tanto por el orden del armónico como por el aumento de los PCs se concluye que este factor incide con seguridad en la disminución del $THD_I$ resultante.

En razón de que la distancia no influye en forma definida sobre el $THD_I$ , no se repite el análisis en los nodos diferentes al PCC.

## 3.5. RESUMEN

Se utilizó una metodología para determinar las variaciones de los indicadores de calidad de la potencia medidos y simulados en función de dos variables: 1) el número de PCs, y 2) de la distancia desde el PCC hasta el punto de conexión de la carga; el punto de partida fue la adquisición y procesamiento de los datos obtenidos en las medidas realizadas Se comparan los resultados medidos con los simulados. Además se resalta la incidencia de los factores de atenuación y diversidad en la disminución del $THD$ de corriente.

Capítulo 4

# APLICACIÓN

## 4.1. INTRODUCCION

Se plantea implementar un programa de simulación que permita observar el comportamiento de los indicadores: $THD_V$ , $THD_I$ , $FP$ , $I_{RMS}$ y $V_{RMS}$, teniendo en cuenta los modelos de la fuente y de la carga considerados en el desarrollo de la investigación. Este programa estará en condiciones de mostrar resultados gráficos y numéricos de los indicadores medidos y simulados, en el tiempo y en la frecuencia y permitirá comparar sus resultados para ser analizados y sacar las conclusiones correspondientes.

## 4.2. SOFTWARE DESARROLLADO

Para observar el comportamiento de los modelos desarrollados, se implementó el programa de simulación *SIMON-PC*, utilizando la plataforma *Matlab-Simulink* [15], ver figura 4.1. Este programa permite:

1. Obtener los parámetros y el modelo del equivalente del sistema dependiendo del tipo de análisis deseado $V_{h-max}$, $I_{h-max}$, $P_{h-max}$

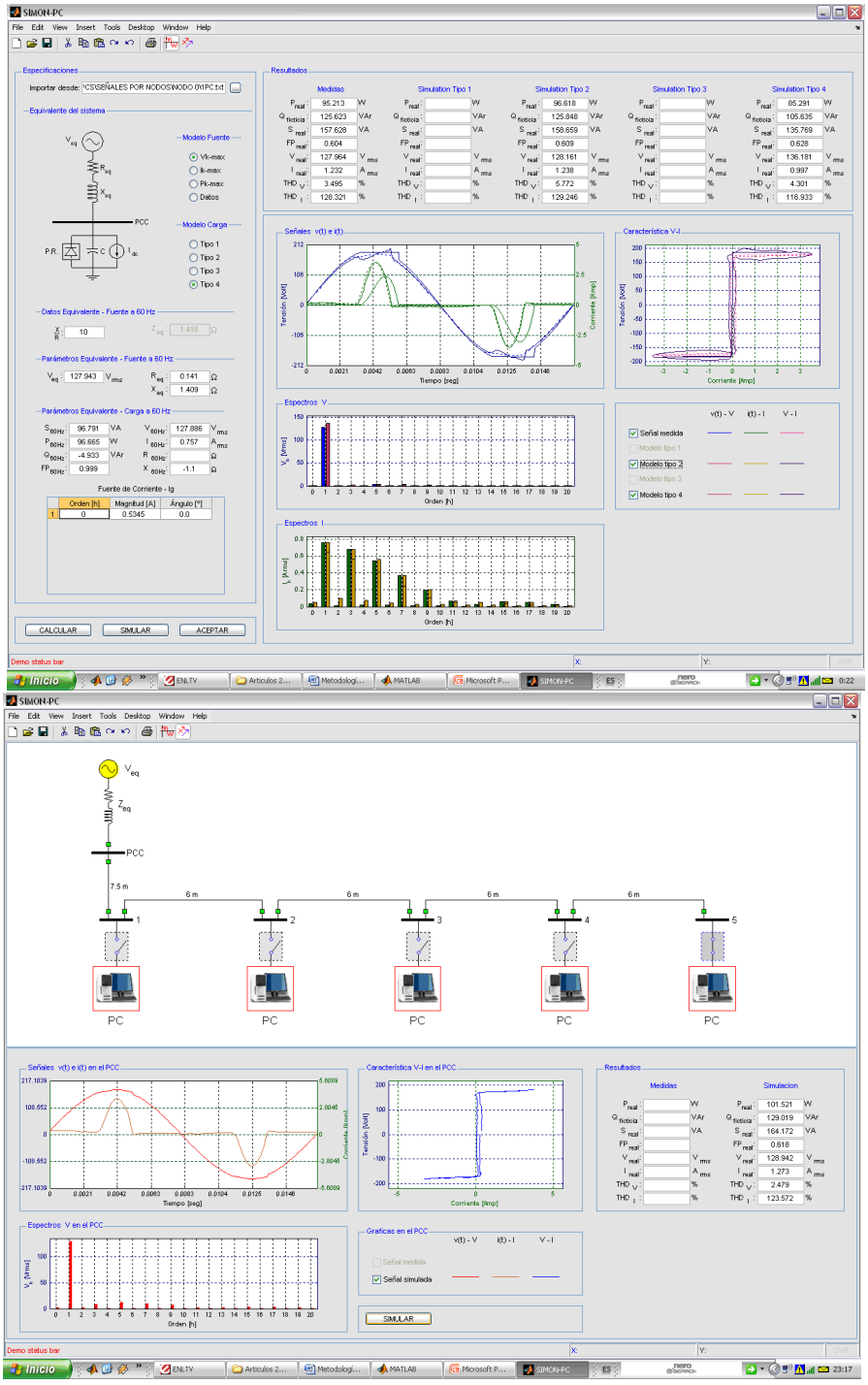



**Figura 4.1.** Programa de Simulación SIMON - PC

2. Obtener los parámetros a frecuencia fundamental y frecuencias armónicas del modelo de carga no lineal *solo fuente de corriente, fuente de corriente e impedancia en serie o paralelo*

3. Mostrar las ondas de tensión y corriente en el dominio del tiempo

4. Observar la característica de tensión vs. Corriente de las señales deformadas y de las componentes fundamentales de cada señal

5. Mostrar los resultados numéricos y gráficos de las series de fourier de las señales de tensión y corriente medidos en el PCC

6. Calcular la potencia activa, ficticia y aparente, de igual forma los indicadores de calidad tales como: Factor de potencia, $THD_V$ y $THD_I$ y el valor eficaz de la tensión y de la corriente.

7. Simular en el dominio del tiempo el comportamiento de los modelos del equivalente del sistema y de la carga no lineal.

8. Comparar los resultados numéricos y gráficos medidos y simulados, lo cual permite seleccionar los mejores modelos.

9. Simular flujo de corrientes armónicas, con lo cual se verifica el comportamiento de los modelos seleccionados cuando existen varias cargas conectadas simultáneamente en un sistema eléctrico.

## 4.3. GENERALIZACIÓN DE LAS VARIACIONES DEL $THD_V$

De los indicadores el que afecta a todos los usuarios del sistema y a la empresa de energía que lo administra es el $THD_V$ ; es por eso que se elige para mostrar las tendencias en carga y en distancia para mostrar su comportamiento en condiciones diferentes a las medidas en número de PCs y en distancia. Las ecuaciones que expresan esta tendencia se obtuvieron aplicando métodos numéricos [14]:

La ecuación (4.1) relaciona el $THD_V$ con el número de PCs y la ecuación (4.2) lo relaciona con la distancia.

$$THD_V = 4{,}0652 \cdot \varepsilon^{0{,}0605 \cdot nPC} \tag{4.1}$$

$$THD_V = -0{,}0028 \cdot dist^2 + 0{,}1122 \cdot dist + 3{,}336 \tag{4.2}$$

La Tabla 4.1 suministra los valores obtenidos de la ecuación (4.1) determinada con los datos de las medidas y generalizado hasta 20 PCs. La gráfica correspondiente se muestra en la figura 4.2.

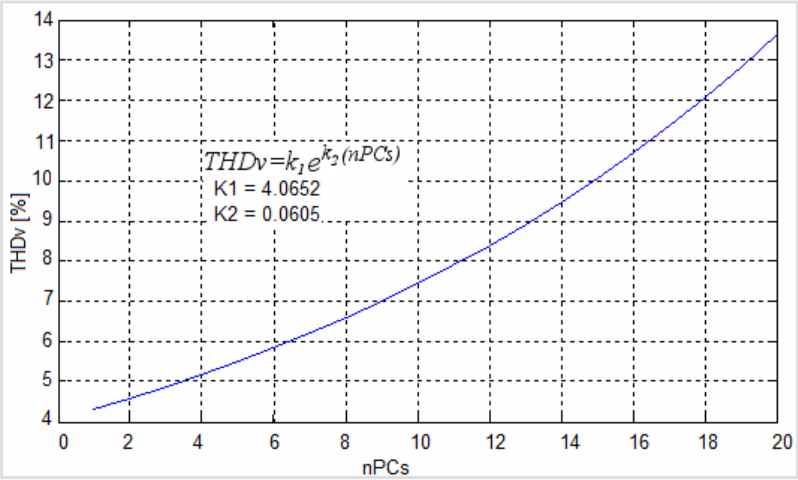



**Figura 4.2.** Tendencia de $THD_V$ vs *nPC*, hasta 20 unidades

Según la tendencia que muestra la figura 4.2 cuando el número de PCs aumenta por encima de 3 unidades los los valores de este indicador no cumplen con el valor máximo recomendado por la norma 519 de la IEEE que es menor o igual al 5 % para este nivel de tensión. Para cantidades importantes de PCs conectados, el indicador se dispara a valores preocupantes, por ejemplo, para 20 unidades sería aproximadamente de 14 %.

La Tabla 4.2 muestra los valores obtenidos de la ecuación (4.2) determinada con los datos de las medidas y generalizado hasta 50 m. La figura 4.3 muestra su representación gráfica.

**Tabla 4.1.** Valores de $THD_V$ vs *nPC* en la ecuación (4.1).

| n PCs | THDv [ %] |
|---|---|
| 1 | 4.3187 |
| 2 | 4.5881 |
| 3 | 4.8742 |
| 4 | 5.1782 |
| 5 | 5.5012 |
| 6 | 5.8443 |
| 7 | 6.2088 |
| 8 | 6.596 |
| 9 | 7.0074 |
| 10 | 7.4444 |
| 11 | 7.9087 |
| 12 | 8.4019 |
| 13 | 8.926 |
| 14 | 9.4826 |
| 15 | 10.0741 |
| 16 | 10.7023 |
| 17 | 11.3698 |
| 18 | 12.0789 |
| 19 | 12.8323 |
| 20 | 13.6326 |

La tendencia muestra que la distancia es benévola con el indicador $THD_V$ , ya que su valor disminuye en la medida que aumenta la distancia. Sin embargo esta proyección hasta 50 m es poco usual, pues afectaría negativamente a otros indicadores como la regulación de tensión.

**Tabla 4.2.** Valores $THD_V$ vs *Dist* en la ecuación (4.2).

| Dist [m] | THDv [ %] |
|---|---|
| 7.5 | 4.02 |
| 13.5 | 4.3404 |
| 19.5 | 4.4592 |
| 25.5 | 4.3764 |
| 31.5 | 4.092 |
| 37.5 | 3.606 |
| 43.5 | 2.9184 |
| 50 | 1.946 |

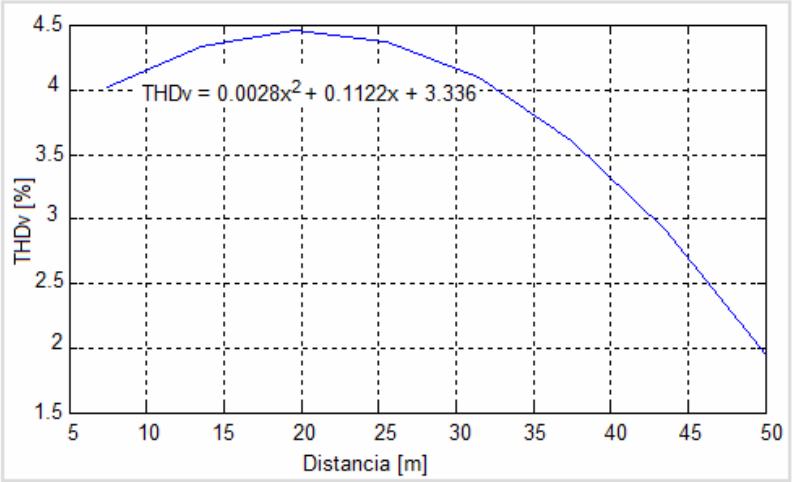



**Figura 4.3.** Tendencia de $THD_V$ vs *Distancia*, hasta 50 m

## 4.4. RESUMEN

Se implementó el programa de simulación **SIMON-PC** sobre la plataforma MATLAB-Simulink. Este programa permite obtener los parámetros del sistema y de la carga de los modelos utilizados en condiciones de frecuencia fundamental y armónica, muestra en el dominio del

tiempo las señales de tensión y de corriente y sus características $v-i$ para la fundamental como para la condición armónica, muestra los resultados de los espectros de las señales de tensión y de corriente medidos en el PCC; determina las variables medidas y simuladas importantes para esta investigación como: $THD_V$ , $THD_I$ y $FP$ y realiza cálculos de tensión y corriente en sus valores eficaces, y las potencias activa, aparente y reactiva reales y la reactiva ficticia.

Además simula el flujo de señales armónicas de corriente con lo que se verifica el comportamiento de los modelos para varias condiciones de cargas. Y en general simula y compara los resultados numérica y gráficamente.

Por afectar a todos los usuarios del sistema, se hace énfasis en la tendencia que toma el indicador $THD_V$ cuando se encuentran en operación un mayor número de PCs del considerado en las medidas; también se muestra la tendencia de este indicador cuando la distancia está por encima de la distancia considerada en el estudio.

Capítulo 5

# CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y FUTUROS DESARROLLOS

## 5.1. CONCLUSIONES

El computador personal PC considerado como carga electrónica de bajo consumo pero de alto contenido armónico por su uso masificado en casi todos los sectores de la sociedad, afecta significativamente a la forma de onda de las señales de tensión y de corriente presentes en el sistema eléctrico. Por esta razón esta condición de señal distorsionada se debe tener en cuenta en el cálculo y diseño de las instalaciones y redes eléctricas, en el mantenimiento y administración de las mismas, en la medición de la energía medida y facturada por las empresas de servicio y en general en todos aquellos casos de estudios sobre sistemas eléctricos.

El desarrollo de esta investigación deja en firme tendencias claras en el comportamiento de algunos indicadores que tienen que ver con el tema de Calidad de energía, subtema Armónicos. Otros resultados no determinan si son o no son concluyentes.

Se relacionan los resultados concluyentes de la investigación para los resultados medidos.

A) Cuando la carga es variable (el número de PCs) y la distancia de esta al PCC es constante:

- El índice de Distorsión Armónica Total $THD_I$ disminuye de manera importante cuando aumenta el número de computadores personales PCs conectados al sistema. Su variación es exponencial negativa tendiendo asintóticamente a un valor determinado.
- El factor de potencia $FP$ también aumenta significativamente con el aumento de PCs en servicio. Su variación es exponencial positiva tendiendo asintóticamente a un valor determinado. Este aumento es conveniente para el sistema y para el usuario.
- El índice de Distorsión Armónica de Tensión $THD_V$ aumenta aproximadamente lineal con el número de PCs. Este aumento es inconveniente para el sistema y para el usuario.
- La corriente $I_{RMS}$ aumenta progresivamente en condición casi lineal con el aumento de la carga. Es una situación normal: mayor carga, mayor corriente.
- La tensión $V_{RMS}$ disminuye moderadamente con el aumento de la carga. Es una situación normal si se considera que a mayor carga, mayor caída de tensión en la impedancia del sistema.

De los modelos de cargas tipo PC los que responden mejor al comportamiento del sistema en forma integral son los modelos tipo II (impedancia $R-X$ serie en paralelo con la fuente de corriente armónica) y el tipo III (impedancia $R-X$ paralelo en paralelo con la fuente de corriente armónica) porque tiene en cuenta la variación en el PCC ocasionada por la misma carga. El modelo que menos cumple es el modelo tipo I (fuente de corriente armónica) por cuanto no tiene en cuenta la consideración anterior.

B) Cuando la carga es constante y la distancia de esta al PCC es variable: Los resultados para casi todos los indicadores analizados no son muy concluyentes cuando aumenta la distancia. Sin embargo algunos presentan comportamientos que insinúan cierta tendencia.

- El $THD_I$ presenta una leve disminución cuando el aumento de la distancia es mayor; esta afirmación es mas clara para mayor número de PCs
- El $FP$ es otro indicador que muestra un comportamiento de leve aumento cuando aumenta la distancia, principalmente para las mayores

El modelo de fuente conmutada es útil para explicar la variación del THDI, apoyándose en la definición de factor de atenuación.

## 5.2. RECOMENDACIONES

Concluida esta investigación se recomienda a los ingenieros del sector eléctrico y electrónico que tienen incidencia en los sistemas eléctricos, considerar la deformación de las señales de tensión y de corriente ocasionadas por la avalancha cada día mayor de pequeñas cargas electrónicas como el computador personal; es entendible que una sola de estas cargas no produce efectos contraproducentes en el sistema; pero la masificación de su uso se convierte en un problema serio que requiere atención inmediata principalmente en el área del diseño y cálculo de las instalaciones y redes eléctricas, por ser este el sector del sistema que sufre mayor impacto. No tener en cuenta esta condición de señales deformadas conduce a errores graves que ocasionan malestar tanto a la empresa como al usuario del servicio eléctrico.

Se recomienda incluir estudios sobre el contenido armónico en el diseño específico de centros comerciales, bancarios, educativos; igualmente realizar estudios sobre este tema en diferentes puntos del sistema, principalmente en centros urbanos donde presumiblemente se encuentre mayor grado de utilización de estas pequeñas cargas utilizadas en gran escala.

Igualmente se recomienda a las autoridades competentes que administran los sistemas eléctricos en general y en particular los sistemas de distribución, centrar su atención en las consecuencias que presentan las señales deformadas; un punto crítico es la afectación en la facturación de la energía consumida por el usuario y liquidada sobre la base de la lectura suministrada por el contador de energía, en su mayoría del tipo electromecánico, dispositivo diseñado y fabricado para condiciones de señales de tensión y corrientes senoidales.

También es recomendable que los programas de ingeniería eléctrica, electrónica y afines de las diferentes universidades incluyan el manejo de los circuitos eléctrico considerando la deformación de las señales de tensión y de corriente.

## 5.3. FUTUROS DESARROLLOS

Sobre el tema de los armónicos, aunque en la actualidad existe mucha información como resultado de un sinnúmero de investigaciones, sin embargo todavía queda mucho camino por recorrer.

Puntualmente se recomienda hacer investigación sobre el contenido armónico de la señal de tensión en vacío y su influencia sobre los indicadores en la carga estudio; la idea es conectar cargas no lineales (carga A, variable) en el PCC y hacerle seguimiento a una carga estudio (carga B, constante) y caracterizar su comportamiento para diferentes magnitudes de la carga A.

Apéndice A

# DETERMINACION DE LOS PARAMETROS DE IMPEDANCIA DE LA LINEA BIFILAR DEL CIRCUITO DE CARGA

Conductor utilizado aguas abajo del PCC para alimentar la carga conformada por el (o los) computador(es) personal(es):

Extensión de cable de tres conductores de cobre No 14 AWG, aislamiento THW, encaucheta-do: un conductor es utilizado como *conductor de fase*, otro conductor es utilizado como *conductor neutro* y el tercero es el *conductor de puesta a tierra.*

Datos del conductor No 14 AWG:
$d = 1{,}63mm$; es el diámetro del conductor
$r = 0{,}815mm$; es el radio del conductor
$A = 2{,}08mm$ es la sección del conductor

## A.1. RESISTENCIA UNITARIA

La resistencia unitaria se obtiene de dos maneras

- Directamente del NEC 2005 HANDBOOK: Tabla 9 Alternating-Current Resistance and Reactance for 600-Volt Cables, 3-Phase, 60 hz, 75°C(167°F)-Three Single Conductors in Conduit. $Ru = 10{,}2[\Omega/Km]$

- Calculada a partir de la definición de resistencia para dc de un conductor cilíndrico de sección $A$ y resistividad $R_0$, para una longitud $l$

$$Ru_{dc} = \frac{R_0\, l}{A}, \tag{A.1}$$

Donde

$$R_0 = 0{,}0177 \left[\frac{\Omega - mm^2}{m}\right] \tag{A.2}$$

$$l = 1\,m \tag{A.3}$$

$$A = 2{,}08\,mm^2 \tag{A.4}$$

$$Ru_{dc} = 8{,}4822 \times 10^{-3} \left[\frac{\Omega}{m}\right] \tag{A.5}$$

Este valor se ajusta para la temperatura de trabajo a 75°C, se multiplicándolo por el factor de corrección por temperatura, $F_t$

$$F_t = \frac{T_2 + T}{T_1 + T} \tag{A.6}$$

$T_2$ es la temperatura de trabajo=75 °C

$T1$ es la temperatura ambiente=25°C

$T$ constante de temperatura=241.5[1]

$$F_t = 1{,}1876 \tag{A.7}$$

[1]Tomado de TABLA 4-3 ,pp 152, *Sistemas de Potencia* D. Glover, 2003

Y el valor de la $Ru_{dc}$ ajustado a la temperatura de trabajo es:

$$Ru_{dc} = 10{,}14 \times 10^{-3} \left[\frac{\Omega}{m}\right] \quad \text{a } 75^{\circ}\text{C} \tag{A.8}$$

Ajustando para la frecuencia de 60 hz, se multiplica por un factor aproximado de 1.007. El valor final por metro de longitud es

$$Ru_{dc} = 10{,}14 \times 10^{-3} \left[\frac{\Omega}{m}\right] \tag{A.9}$$

Dando este valor unitario por Km de longitud queda

$$Ru_{dc} = 10{,}14 \left[\frac{\Omega}{Km}\right], \tag{A.10}$$

valor muy aproximado al dado en la Tabla 9 del NEC

## A.2. INDUCTANCIA UNITARIA

Además de los datos del conductor No 14 dados inicialmente, se considera el valor de la distancia de separación entre los ejes de los conductores que conforman la línea bifilar, $D$. La inductancia unitaria para una línea bifilar está dada por:

$$Lu = 4 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'} \left[\frac{H}{m}\right] \tag{A.11}$$

Donde:

$D$ es la separación entre ejes de los conductores = 4.5 mm

$r' = re^{-0{,}25}$

$r$ es el radio del conductor

$Lu$ es la inductancia unitaria [H/m][2]

Reemplazando los valores y dando la unidad de longitud en $Km$,

$$Lu = 0{,}7835 \times 10^{-3} [H/Km] \tag{A.12}$$

[2]Esta expresión es tomada de *Análisis de Sistemas de Potencia*, W. Stevenson Jr, pp. 142, 2000. Coincide con la fórmula utilizada por *Sistemas de Potencia* D. Glover, 2003, pp. 161

## A.3. CAPACITANCIA UNITARIA

La capacitancia unitaria de una línea bifilar está dada por

$$C = \frac{\pi\varepsilon}{\ln\left(\frac{D}{r}\right)}[F/m] \tag{A.13}$$

Donde

$\varepsilon$ es la permitividad eléctrica absoluta [F/m] del material entre conductores

$D$ es la separación entre conductores=4.5 mm

$r$ es el radio del conductor No 14 AWG=0.815 mm

$\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$ siendo $\varepsilon_r$ la permitividad relativa = 5.0 para el material aislante y $\varepsilon_0$ es la permitividad del espacio libre $= 8{,}854 \times 10^{-12}[F/m]$[3]

Reemplazando los valores y dando la unidad de longitud en Km, obtenemos

$$C = 81{,}40 \times 10^{-9}[F/Km] \tag{A.14}$$

Otra expresión que entrega un valor más exacto está dada por

$$C = \frac{\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{D}{d} + \sqrt{\left(\frac{D}{d}\right)^2 - 1}\right)} \tag{A.15}$$

Siendo $d$ el diámetro del conductor = 1.63 mm[4]

Reemplazando los valores y dando la unidad de longitud en Km, obtenemos

$$C = 83{,}077 \times 10^{-9}[F/Km], \tag{A.16}$$

muy similar a la anterior pero más precisa

En resumen los valores unitarios por Km de longitud de $R$, $L$ y $C$ para la línea bifilar en conductor cableado No 14 AWG, aislamiento THW, diámetro $d = 1{,}63mm$, en cobre, separación entre conductores $D = 4{,}5mm$, se muestra en el siguiente cuadro:

[3]Esta expresión es tomada de *Análisis de Sistemas de Potencia* , W. Stevenson Jr, pp. 163, 2000. Coincide con la fórmula utilizada por *Sistemas de Potencia* D. Glover, pp. 178, 2003

[4]Esta expresión es tomada de *Manual AEG1* , K. Johannsen, pp. 195, 1978.

**Tabla A.1.** Resumen de valores unitarios por Km de longitud de *R*, *L* y *C*

| | Valor | Origen/Fórmula | Referencia |
|---|---|---|---|
| $Ru$ | $10{,}2\,[\Omega/Km]$ | Tabla 9 | NEC2005 |
| $Lu$ | $0{,}7835 \times 10^{-3}[H/Km]$ | $Lu = 4 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'} \left[\frac{H}{m}\right]$ | Sistemas de Potencia. W. Stevenson Jr |
| $Cu$ | $C = 83{,}077 \times 10^{-9}[F/Km]$ | $C = \frac{\pi \varepsilon_r \varepsilon_0}{\ln\left(\frac{D}{d} + \sqrt{\left(\frac{D}{d}\right)^2 - 1}\right)}[F/m]$ | Manual AEG1, K. Johannsen |

Apéndice B

# RESISTENCIAS Y REACTANCIAS UNITARIAS

Resistencia y reactancia unitarias. de conductor de cobre cableado para 600- Vol, 3-fases, 60 Hz, 75°C, tres conductores en Conduit.

| Ohms por Kilómetro | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | XL Reactancia | | Resistencia | |
| Calibre, AWG | Conduit PVC | Conduit Fe | Conduit PVC | Conduit Fe |
| 14 | 0.19 | 0.24 | 10.2 | 10.2 |
| 12 | 0.177 | 0.223 | 6.6 | 6.6 |
| 10 | 0.164 | 0.207 | 3.9 | 3.9 |
| 8 | 0.171 | 0.213 | 2.56 | 2.56 |
| 6 | 0.167 | 0.21 | 1.61 | 1.61 |
| 4 | 0.157 | 0.197 | 1.02 | 1.02 |
| 3 | 0.154 | 0.194 | 0.82 | 0.82 |
| 2 | 0.148 | 0.187 | 0.62 | 0.66 |
| 1 | 0.151 | 0.187 | 0.49 | 0.52 |
| 1/0 | 0.144 | 0.18 | 0.39 | 0.39 |
| 2/0 | 0.141 | 0.177 | 0.33 | 0.33 |
| 3/0 | 0.138 | 0.171 | 0.25 | 0.259 |
| 4/0 | 0.135 | 0.167 | 0.2 | 0.207 |

Tomada del NEC2005 HANDBOOK

Capítulo 9 - Tablas. pp. 1183

NFPA 70: Nacional Electrical Code

Internacional Electrical Code Series

2005

# Bibliografía


[1] E. Ahmed, W. Xu & X. Liu, *An Investigation on the Collective Harmonic Characteristics of Distributed Single Phase Power Electronic Loads*. International Journal of Power and Energy Systems, Vol. 21, No. 3, 2001

[2] D. Hart, *Electrónica de Potencia.* Prentice Hall, ISBN 84-205-3179-0, pp 33, 2001

[3] R. Dugan, M. McGranaghan & H. Wayne, *Electrical Power Systems*. McGraw-Hill, ISBN 0-07-018031-8, pp 129, 1996

[4] IEEE std. 519-1992, IEEE recommended practices and requeriments for harmonic control of electrical power systems, IEEE, New York, 1993

[5] R. Dugan, M. McGranaghan & H. Wayne, .[El]ectrical Power Systems". McGraw-Hill, ISBN 0-07-018031-8, pp 131, 1996

[6] A. Contento, *Armónicos: Compensación de Potencia No Activa en Sistemas de Distribución*. Tesis de grado, U.N sede Manizales, mayo 2005

[7] J. Arrillaga, B. Smith, N. Watson, A. Wood., *Power System Harmonic Analysis*. John Wiley & Sons. 2000

[8] J. Arrillaga, N. Watson, S. Chen, *Power System Quality Assessment*. John Wiley & Sons. 2001.

[9] A. J. Ustariz & A. Toro, *Caracterización de cargas residenciales*, trabajo de grado, Universidad Nacional de Colombia, Sede Manizales, Manizales (Colombia), 2005.

[10] IEEE Power Eng. Soc. T&D Committee. *Impact of Aggregate Linear Load Modeling on Harmonic Analysis: A Comparison of Common Practice and Analytical Models*. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 18, No 2 April 2003.

[11] W. Xu and Y. Liu, *A method for determining customer and utility harmonic contributions at the point of common coupling*, IEEE Transactions Power Delivery, vol. 15, pp. 804-811, Apr. 2000.

[12] S. Chapman, *MATLAB Programming for Engineers*. Third Edition, Edit. Thomson, 2005.

[13] C. Pérez L, *MATLAB y sus Aplicaciones en las ciencias y la Ingeniería*. Prentice Hall, ISBN 84-205-3537-0, 2002.

[14] D. Montgomery, *Probabilidad y Estadística aplicadas a la Ingeniería*, 2a edición, Editorial Limusa-Wiley, pp. 434, 2004.

[15] P. Marchand, *Graphics and GUIs with MATLAB*, 2a edición , Editorial CRC, 1999.