Capítulo 8
Validación del programa

En este capítulo se realiza el análisis dinámico elástico y el análisis dinámico inelástico de un pórtico plano, y el análisis dinámico elástico de un pórtico espacial, mediante los métodos de análisis modal cronológico, análisis modal espectral y análisis dinámico inelástico implementados en el programa UNDIN.

Para cada pórtico analizado se da una descripción de la geometría, de los materiales y de las secciones de los elementos, de las masas y los momentos de inercia asociados a cada diafragma, y de la agrupación de nudos y elementos por ejes de vigas y de columnas. Posteriormente se definen algunos parámetros importantes para el análisis, relacionados con los movimientos sísmicos aplicados a la estructura (*aceleración de la base o espectro de pseudo – aceleraciones, dependiendo el método*), con el amortiguamiento natural y con los procedimientos específicos de cada método de análisis dinamico. En una tercera etapa se describe la forma de introducir los datos de entrada en cada una de las hojas de datos que posee el libro de Microsoft Excel© para tal fín. Finalmente se muestra la respuesta de la estructura calculada con cada método de analisis, la cual se compara con la obtenida al analizar los mismos pórticos con el programa comercial *SAP2000©*, herramienta ampliamente usada en la práctica de la ingeniería estructural.

En el Capítulo 6 se indicó que las tablas de datos que almacenan la respuesta de la estructura se escriben en la hoja de resultados *TB_OUT*, y/o se exportan a archivos de texto separados por espacios. En la parte final donde se presentan los resultados del análisis dinámico de los pórticos, se describe la forma en que UNDIN organiza la información contenida en cada archivo de texto o en cada tabla resumen escrita en la hoja de resultados.

Los resultados almacenados en los archivos de texto facilitan la elaboración de gráficas que muestran la variación de algún parámetro de respuesta en el tiempo sobre los nudos, tales como desplazamientos, derivas, acciones equvalentes, etc., o sobre los elementos como diagramas de acciones internas, etc. Gran parte de las gráficas mostradas en el presente capítulo fueron construidas con el programa *GNUPLOT©* (Williams & Kelley, 2012).

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

8.1. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano

8.1.1. Descripción de la estructura

- *Geometría, diafragmas y apoyos*

La estructura consiste en un pórtico regular de seis niveles y tres vanos, representado en el plano xz global. Todos los pisos tienen 3.00m de altura total, y las tres luces tienen la misma longitud de 6.00m entre ejes. Las distancias indicadas previamente son medidas entre los ejes centroidales de los elementos, como se indica en la Figura 8.1.

Cada nivel posee un diafragma rígido que asocia el movimiento en dirección x global de todos los nudos del mismo nivel. Todos los nudos de la base están empotrados, se les restringe totalmente los desplazamientos u_x, u_z y la rotación θ_y.

- *Propiedades de los materiales*

Todos los elementos estructurales son del mismo tipo de concreto, cuyo módulo de Young y relación de Poisson son iguales a $E_c = 22X10^6\ kN/m^2$ y $\nu = 0.25$, respectivamente. Se considera un comportamiento lineal elástico del material.

- *Dimensiones y secciones de los elementos estructurales*

Todos los elementos estructurales son de sección transversal rectangular. Las vigas de los tres niveles inferiores tienen una sección de 40X50 y las vigas de los tres niveles superiores tienen una sección de 30X50. Las columnas de los tres primeros niveles tienen una sección de 60X80 y las columnas de los tres niveles superiores son de sección 40X60.

Las columnas y las vigas están orientadas de forma que el plano de mayor inercia de cada elemento coincida con el plano del pórtico. La Figura 8.1 muestra la geometría general del pórtico y las secciones transversales de los elementos estructurales.

- *Centros de gravedad, masas traslacionales y masas rotacionales*

El centro de masa del diafragma de cada nivel está ubicado en la mitad de la luz central ($x = 9.00m$), y la masa total asociada a cada diafragma se estimó asumiendo una carga muerta aferente a cada viga de $50kN/m$. Suponiendo que $g = 10m/s^2$, se tiene que la masa total concentrada en cada nivel de entrepiso es de:

$$m = \frac{50kN/m * 18m}{10\,m/s^2} = 90Mg$$

Dado que se trata de una estructura plana, en el análisis no se requiere el momento de inercia de masa respecto al eje z de cada diafragma.

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

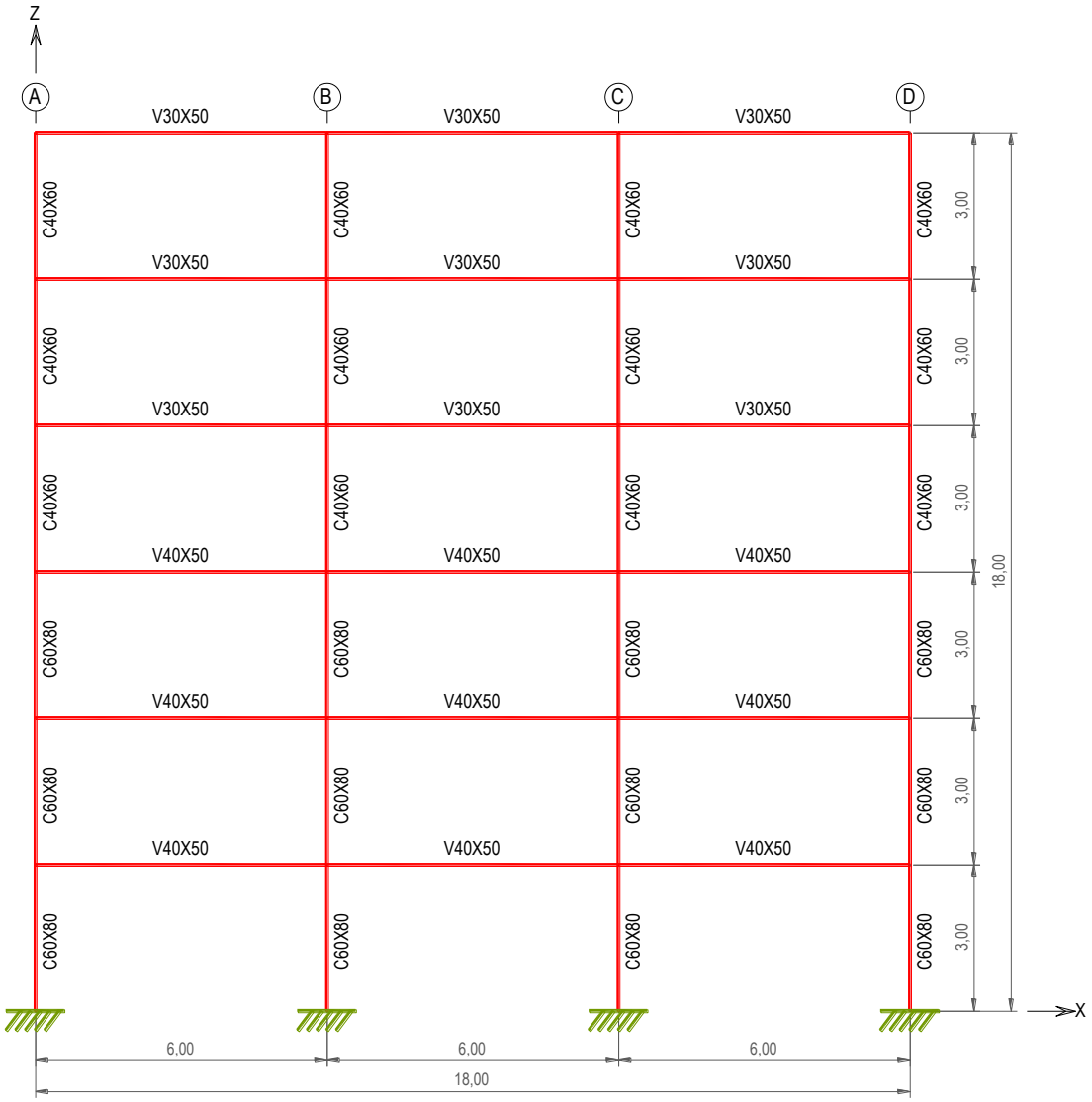


Figura 8.1. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Geometría y secciones de elementos

- *Numeración de nudos y de elementos*

La Figura 8.2 muestra la numeración asignada a los nudos y a los elementos de la estructura, asi como la numeración de los centros de masa, los cuales se numeraron ordenadamente de arriba hacia abajo para facilitar la interpretación de los resultados.

- *Definición de ejes de vigas y columnas*

La Figura 8.3 muestra la numeración de los ejes de vigas y de columnas, junto con la numeración de los elementos, para facilitar la identificación de los elementos asociados a cada eje de vigas o de columnas.

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

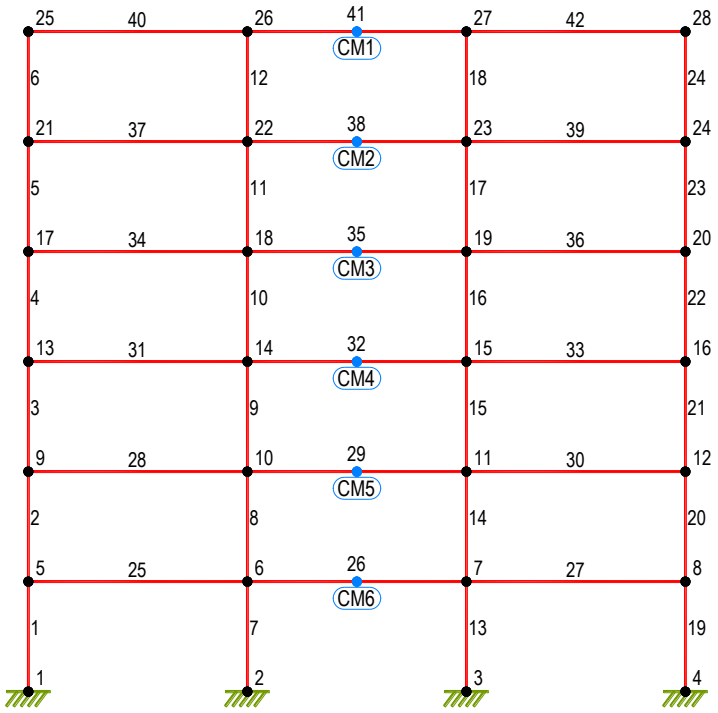


Figura 8.2. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Numeración de nudos, de elementos y de centros de masa

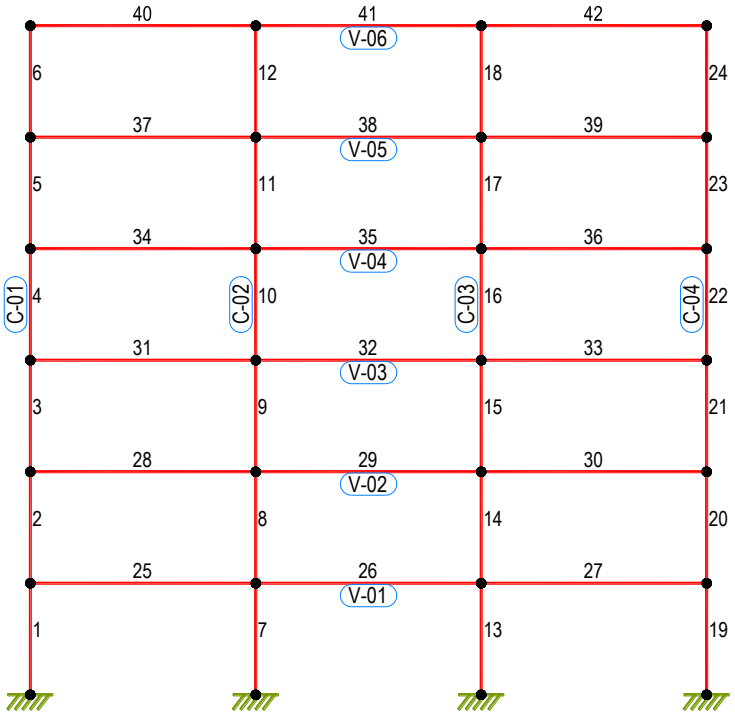


Figura 8.3. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Numeración de ejes de vigas y de columnas

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

8.1.2. Párametros de análisis

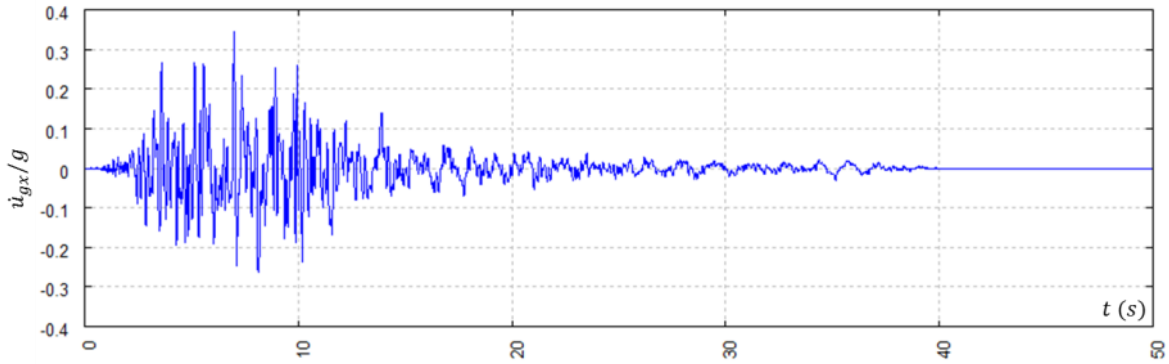
- *Amortiguamiento modal*

Se consideró una fracción de amortiguamiento modal de 5% ($\xi = 0.05$) respecto al amortiguamiento crítico, igual para todos los modos de vibración de la estructura y para los dos métodos de análisis dinámico elástico.

- *Aceleración de la base*

Para el análisis modal cronológico se utilizó el acelerograma en dirección E-W del sismo de Kobe de 1995, registrado en la estación Kakogawa en Japón, tomado de la base de datos de movimientos sísmicos del *Pacific Eartquake Engineering Research Center* de la Universidad de Berkeley California. Este acelerograma representa la aceleración aplicada a la base del pórtico en direccion x global. No se aplica aceleración en la base en dirección y global, ortogonal al plano del pórtico.

Los datos de aceleración están registrados como fracción de la aceleración de la gravedad g cada 0.01segundos. La aceleración máxima es del orden de $0.35g$. La duración del sismo es de 41 segundos aproximadamente, pero las máximas aceleraciones se presentan en los primeros 15 segundos del movimiento, como lo muestra la Gráfica 8.1.



Gráfica 8.1. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Aceleración aplicada en la base del pórtico

- *Espectro de pseudo-aceleraciones*

Para el análisis modal espectral se utilizó el espectro de pseudo-aceleraciones de la zona Piedemonte B de la microzonificación sísmica de Bogotá (*Decreto 523 de diciembre 16 de 2010*). El espectro está definido para una fracción de amortiguamiento modal del 5% respecto al crítico. La forma del espectro y las ecuaciones con las que se construye se muestran en la Figura 8.4.

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

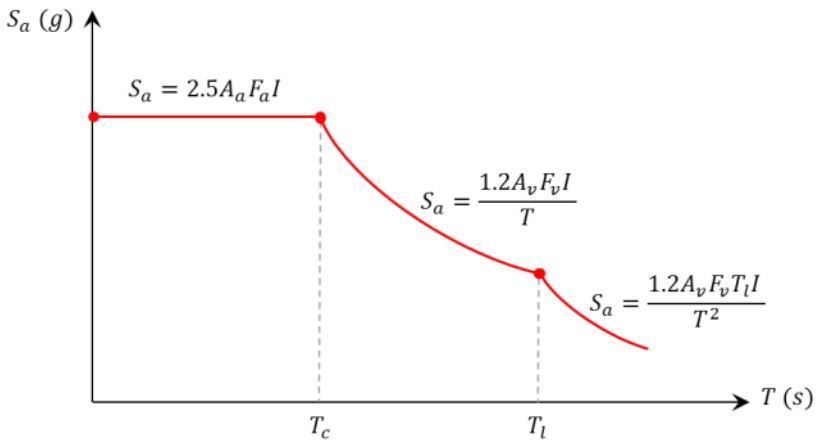


Figura 8.4. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Espectro de pseudo-aceleraciones de la Micro-zonificación Sísmica de Bogotá.

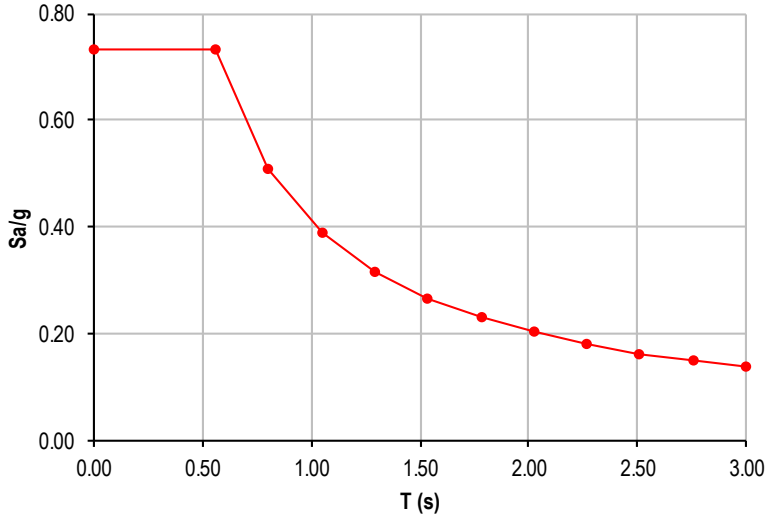
Los parámetros requeridos para la construcción del espectro de diseño de la zona escogida, de acuerdo con la formulación mostrada en la Figura 8.4, se muestran en la Tabla 8.1.

Parámetro		Valor
Aceleración horizontal pico efectiva de diseño	A_a	0.15 g
Aceleración que representa la velocidad horizontal pico efectiva de diseño	A_v	0.20 g
Aceleración horizontal pico efectiva del terreno en superficie	A_o	0.26
Coeficiente de amplificación que afecta la aceleración en la zona de periodos cortos	F_a	1.95
Coeficiente de amplificación que afecta la aceleración en la zona de periodos intermedios	F_v	1.70
Coeficiente de importancia	I	1.00
Periodo corto	T_c	0.56 s
Periodo largo	T_l	3.00 s

Tabla 8.1. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Parámetros para la construcción del espectro de pseudo-aceleraciones

Con la formulación y los parámetros mostrados previamente se construye el espectro utilizado para el análisis de la estructura, el cual tiene la forma mostrada en la Gráfica 8.2. En la misma gráfica se muestran los periodos de vibración y las pseudo-aceleraciones correspondientes como fracción de la aceleración de la gravedad *g*, datos que más adelante son requeridos por el programa. Este espectro se construyó con 12 puntos.

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013



Aceleración espectral vs Periodo de vibración	
T (s)	S_a (g)
0.000	0.731
0.560	0.731
0.804	0.507
1.048	0.389
1.292	0.316
1.536	0.266
1.780	0.229
2.024	0.202
2.268	0.180
2.512	0.162
2.756	0.148
3.000	0.136

Gráfica 8.2. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Espectro de pseudo-aceleraciones utilizado en el análisis

- *Procedimientos específicos utilizados en cada método de análisis dinámico*

Las ecuaciones modales desacopladas se resuelven para cada instante de tiempo considerado en el análisis, utilizando la forma explícita del método de la *Aceleración Lineal*, obteniendo como resultado la variación en el tiempo de los desplazamientos, las velocidades y las aceleraciones generalizadas.

Para obtener la respuesta máxima probable de la estructura por análisis modal espectral, se utiliza el método de combinación modal de la *Raíz Cuadrada de la Suma de Cuadrados*. No se utiliza ningún método de combinación direccional puesto que la respuesta del pórtico en dirección ortogonal a su plano es cero.

- *Idealización de la estructura para el análisis dinámico*

La idealización dinámica del pórtico se representa en la Figura 8.5, en la que se muestra la numeración asignada a los grados de libertad dinámicos, las masas traslacionales concentradas en los niveles de entrepiso y los movimientos sísmicos actuantes sobre la estructura en dirección x, representados en la aceleración de la base o en el espectro de pseudo-aceleraciones.

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

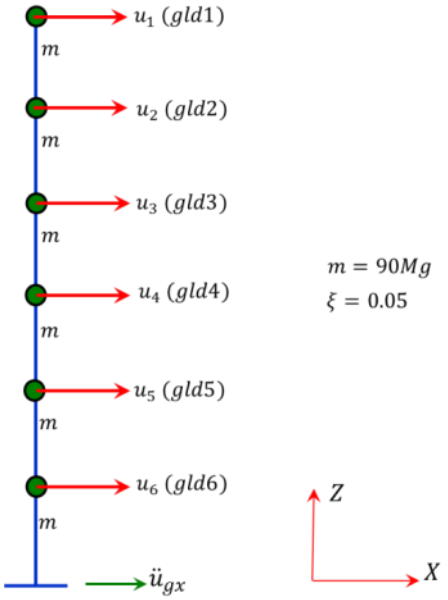


Figura 8.5. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Idealización del pórtico plano para el análisis dinámico

8.1.3. Datos de entrada

- *Parámetros generales*

La Figura 8.6 muestra los parámetros generales requeridos en la hoja *TB_GEN* para realizar el análisis dinámico del pórtico utilizando el método de análisis modal cronológico, mientras que la Figura 8.7 muestra los parámetros generales requeridos para el análisis del mismo pórtico, utilizando el método de análisis modal espectral.

En la primera parte se especifican parámetros relacionados con el número de nudos (*42*), de elementos (*28*), de dimensiones (*2 por ser pórtico plano*), de puntos auxiliares (*0, el programa define los ejes locales de los elementos por defecto*), de materiales tipo (*1*), de secciones tipo (*4*), de diafragmas rígidos (*4*), de ejes de vigas (6) y de ejes de columnas (4), de acuerdo a la descripción de la estructura indicada previamente. Los anteriores parámetros son independientes del método de análisis dinámico a utilizar.

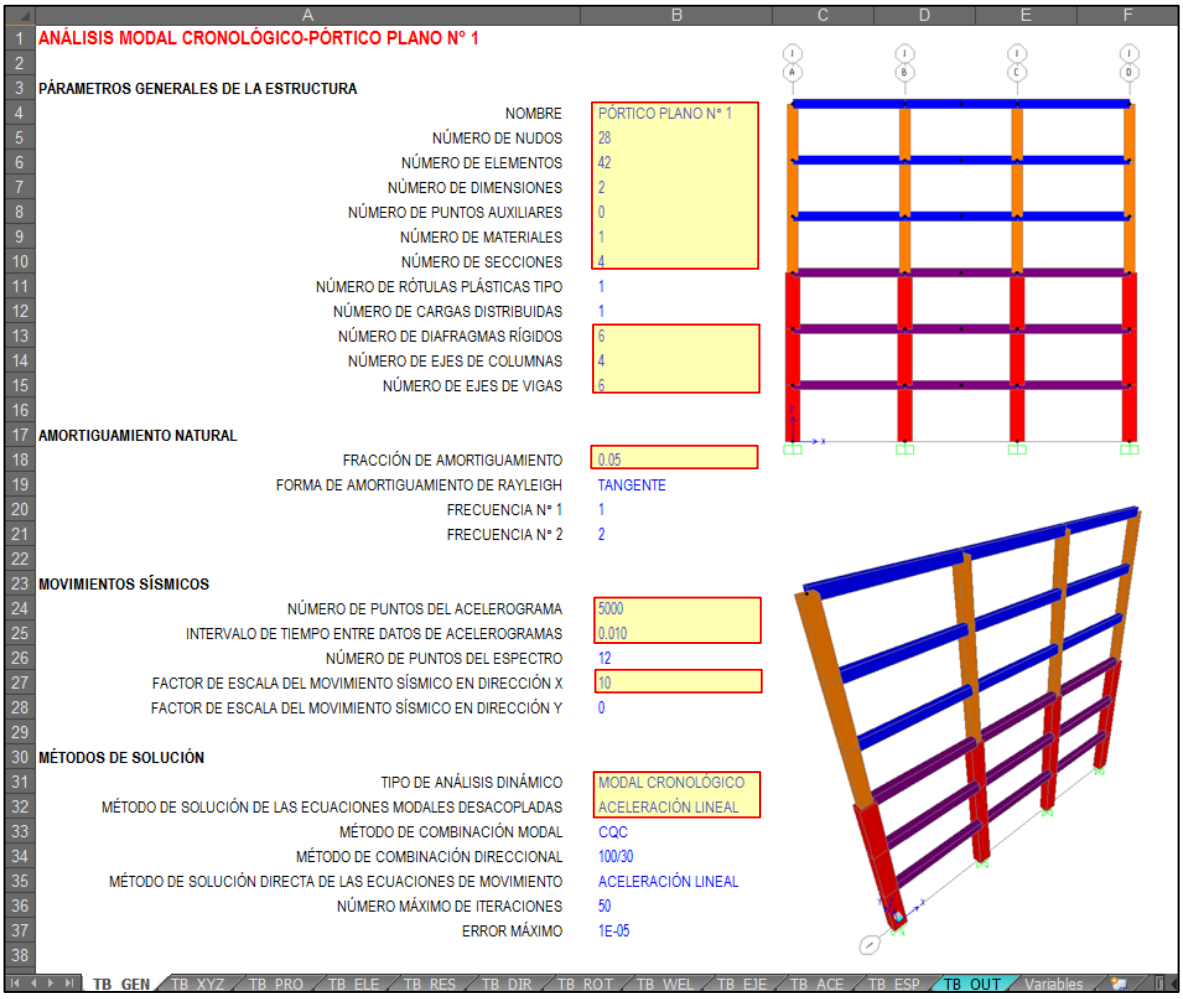
El número de rótulas plásticas tipo y el número de cargas distribuidas no se utilizan en los casos de análisis dinámico elástico. Por otro lado, la fracción de amortiguamiento modal también es la misma de 0.05 (*5%*) para los dos métodos.

Respecto a los movimientos sísmicos, para el método de análisis modal cronológico se suministra el número máximo de lecturas del acelerograma, cuyo tamaño se especificó en 5000 datos (*aunque el tamaño real es 4096 datos, se quiere mostrar cómo se amortigua la vibración de la estructura cuando no hay aceleración en la base*), el tamaño del intervalo de tiempo que es de $0.01s$, y el factor de escala de la aceleración de la base en dirección x

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

que se toma igual a 10, suponiendo $g = 10\,m/s^2$. Para el método de análisis modal espectral se especifica el número de parejas de datos $T - S_a$ usadas para construir el espectro, que es de 12 como se muestra más adelante, y nuevamente el factor de escala (*ahora del espectro*) en dirección x, el cual se adoptó también de 10.

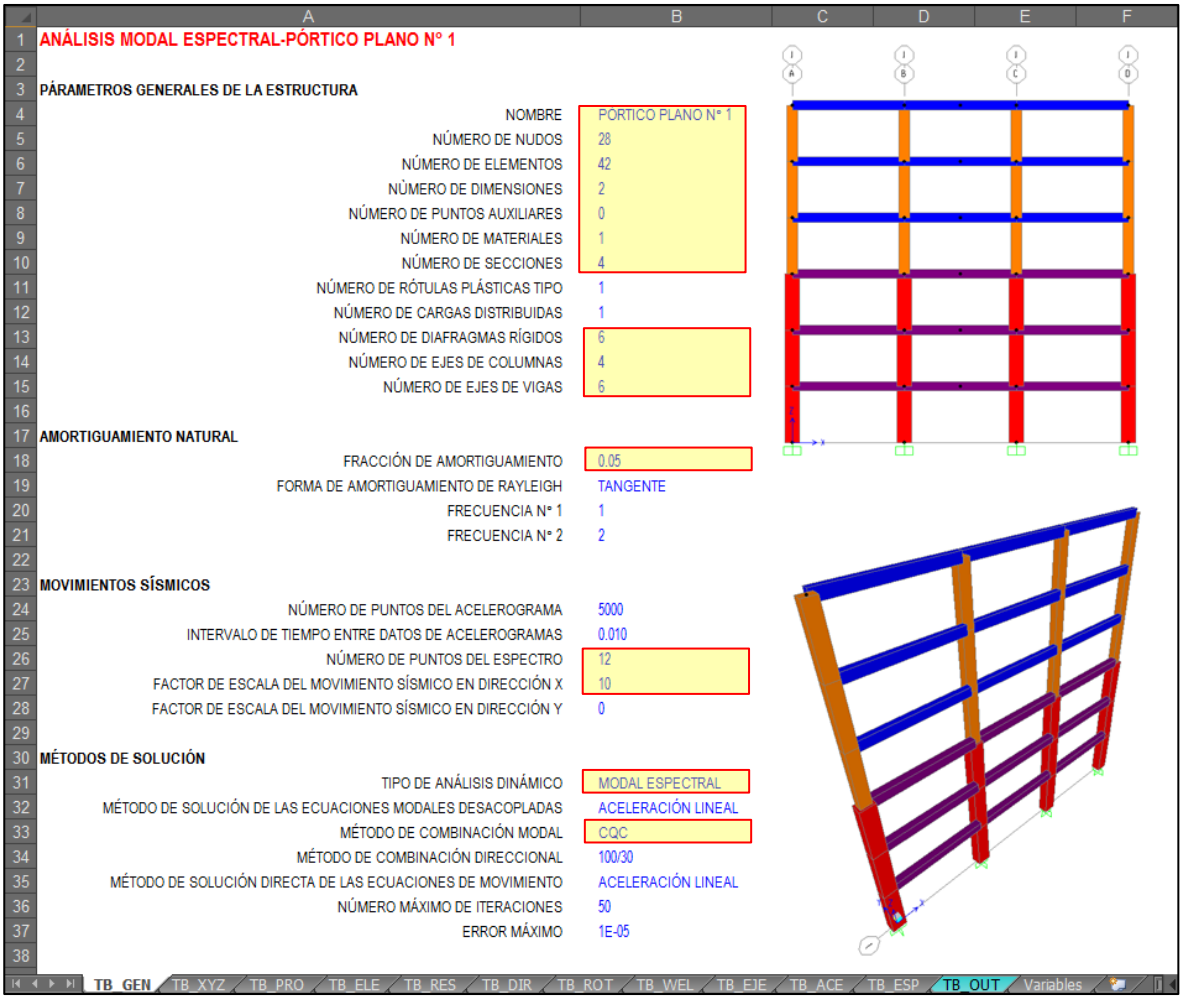
Finalmente respecto al método de análisis dinámico y a los procedimientos específicos de cada método, para el análisis modal cronológico se utiliza el método de la *aceleración lineal*, mientras que para el análisis modal espectral de la estructura se utiliza el método de combinación modal *CQC*. En este caso no hay necesidad de especificar un método de combinación direccional puesto que se aplican los movimientos sísmicos en una sola dirección.



	A	B
1	ANÁLISIS MODAL CRONOLÓGICO-PÓRTICO PLANO N° 1	
2		
3	PÁRAMETROS GENERALES DE LA ESTRUCTURA	
4	NOMBRE	PÓRTICO PLANO N° 1
5	NÚMERO DE NUDOS	28
6	NÚMERO DE ELEMENTOS	42
7	NÙMERO DE DIMENSIONES	2
8	NÚMERO DE PUNTOS AUXILIARES	0
9	NÚMERO DE MATERIALES	1
10	NÚMERO DE SECCIONES	4
11	NÚMERO DE RÓTULAS PLÁSTICAS TIPO	1
12	NÚMERO DE CARGAS DISTRIBUIDAS	1
13	NÚMERO DE DIAFRAGMAS RÍGIDOS	6
14	NÚMERO DE EJES DE COLUMNAS	4
15	NÚMERO DE EJES DE VIGAS	6
16		
17	AMORTIGUAMIENTO NATURAL	
18	FRACCIÓN DE AMORTIGUAMIENTO	0.05
19	FORMA DE AMORTIGUAMIENTO DE RAYLEIGH	TANGENTE
20	FRECUENCIA N° 1	1
21	FRECUENCIA N° 2	2
22		
23	MOVIMIENTOS SÍSMICOS	
24	NÚMERO DE PUNTOS DEL ACELEROGRAMA	5000
25	INTERVALO DE TIEMPO ENTRE DATOS DE ACELEROGRAMAS	0.010
26	NÚMERO DE PUNTOS DEL ESPECTRO	12
27	FACTOR DE ESCALA DEL MOVIMIENTO SÍSMICO EN DIRECCIÓN X	10
28	FACTOR DE ESCALA DEL MOVIMIENTO SÍSMICO EN DIRECCIÓN Y	0
29		
30	MÉTODOS DE SOLUCIÓN	
31	TIPO DE ANÁLISIS DINÁMICO	MODAL CRONOLÓGICO
32	MÉTODO DE SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES MODALES DESACOPLADAS	ACELERACIÓN LINEAL
33	MÉTODO DE COMBINACIÓN MODAL	CQC
34	MÉTODO DE COMBINACIÓN DIRECCIONAL	100/30
35	MÉTODO DE SOLUCIÓN DIRECTA DE LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO	ACELERACIÓN LINEAL
36	NÚMERO MÁXIMO DE ITERACIONES	50
37	ERROR MÁXIMO	1E-05
38		

Figura 8.6. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Parámetros generales para realizar el análisis modal cronológico del pórtico (hoja *TB_GEN*)

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013



	A	B
1	ANÁLISIS MODAL ESPECTRAL-PÓRTICO PLANO N° 1	
2		
3	PÁRAMETROS GENERALES DE LA ESTRUCTURA	
4	NOMBRE	PÓRTICO PLANO N° 1
5	NÚMERO DE NUDOS	28
6	NÚMERO DE ELEMENTOS	42
7	NÚMERO DE DIMENSIONES	2
8	NÚMERO DE PUNTOS AUXILIARES	0
9	NÚMERO DE MATERIALES	1
10	NÚMERO DE SECCIONES	4
11	NÚMERO DE RÓTULAS PLÁSTICAS TIPO	1
12	NÚMERO DE CARGAS DISTRIBUIDAS	1
13	NÚMERO DE DIAFRAGMAS RÍGIDOS	6
14	NÚMERO DE EJES DE COLUMNAS	4
15	NÚMERO DE EJES DE VIGAS	6
16		
17	AMORTIGUAMIENTO NATURAL	
18	FRACCIÓN DE AMORTIGUAMIENTO	0.05
19	FORMA DE AMORTIGUAMIENTO DE RAYLEIGH	TANGENTE
20	FRECUENCIA N° 1	1
21	FRECUENCIA N° 2	2
22		
23	MOVIMIENTOS SÍSMICOS	
24	NÚMERO DE PUNTOS DEL ACELEROGRAMA	5000
25	INTERVALO DE TIEMPO ENTRE DATOS DE ACELEROGRAMAS	0.010
26	NÚMERO DE PUNTOS DEL ESPECTRO	12
27	FACTOR DE ESCALA DEL MOVIMIENTO SÍSMICO EN DIRECCIÓN X	10
28	FACTOR DE ESCALA DEL MOVIMIENTO SÍSMICO EN DIRECCIÓN Y	0
29		
30	MÉTODOS DE SOLUCIÓN	
31	TIPO DE ANÁLISIS DINÁMICO	MODAL ESPECTRAL
32	MÉTODO DE SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES MODALES DESACOPLADAS	ACELERACIÓN LINEAL
33	MÉTODO DE COMBINACIÓN MODAL	CQC
34	MÉTODO DE COMBINACIÓN DIRECCIONAL	100/30
35	MÉTODO DE SOLUCIÓN DIRECTA DE LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO	ACELERACIÓN LINEAL
36	NÚMERO MÁXIMO DE ITERACIONES	50
37	ERROR MÁXIMO	1E-05
38		

Figura 8.7. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Parámetros generales para realizar el análisis modal espectral del pórtico (hoja *TB_GEN*)

- *Coordenadas de los nudos*

La Figura 8.8 muestra la tabla de coordenadas de los nudos y puntos auxiliares de la estructura, requeridas en la hoja *TB_XYZ*. En este caso solamente se muestran las coordenadas x, y e z de los 28 nudos que componen el pórtico, puesto que no se usan nudos auxiliares para la definición de los ejes locales de los elementos. Las coordenadas de cada nudo coinciden con lo indicado en la Figura 8.2. Por tratarse de un pórtico en el plano xz, la coordenada en y de los nudos es igual a cero.

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

TABLA DE COORDENADAS DE LOS NUDOS
(los puntos auxiliares se numeran al final)

NUDO	X (m)	Y (m)	Z (m)
1	0.000	0.000	0.000
2	6.000	0.000	0.000
3	12.000	0.000	0.000
4	18.000	0.000	0.000
5	0.000	0.000	3.000
6	6.000	0.000	3.000
7	12.000	0.000	3.000
8	18.000	0.000	3.000
9	0.000	0.000	6.000
10	6.000	0.000	6.000
11	12.000	0.000	6.000
12	18.000	0.000	6.000
13	0.000	0.000	9.000
14	6.000	0.000	9.000
15	12.000	0.000	9.000
16	18.000	0.000	9.000
17	0.000	0.000	12.000
18	6.000	0.000	12.000
19	12.000	0.000	12.000
20	18.000	0.000	12.000
21	0.000	0.000	15.000
22	6.000	0.000	15.000
23	12.000	0.000	15.000
24	18.000	0.000	15.000
25	0.000	0.000	18.000
26	6.000	0.000	18.000
27	12.000	0.000	18.000
28	18.000	0.000	18.000

TB_GEN TB_XYZ TB_PRO TB_ELE TB_RES

Figura 8.8. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Tabla de coordenadas de los nudos y de puntos auxiliares (hoja *TB_XYZ*)

- *Tablas de materiales y de propiedades de secciones*

La Figura 8.9 muestra las tablas de materiales y secciones tipo requerida en la hoja *TB_PRO*. En este caso se define un solo tipo de material para todos los elementos y se definen 4 tipos de secciones transversales diferentes, de acuerdo a lo especificado en la descripción de la estructura.

TABLA DE MATERIALES

Material N°	E (kN/m2)	ν (adim)
1	2.20E+07	0.25

TABLA DE PROPIEDADES DE SECCIONES

Sección N°	Tipo	b (m)	h (m)	D (m)	a	b	A (m^2)	I_z (m^4)	I_y (m^4)	J (m^4)	fs (adim)
1	Rectangular	0.60	0.80	0.00	0.60	0.80	0.4800	0.0256	0.0144	0.031	1.20
2	Rectangular	0.40	0.60	0.00	0.40	0.60	0.2400	0.0072	0.0032	0.008	1.20
3	Rectangular	0.40	0.50	0.00	0.40	0.50	0.2000	0.0042	0.0027	0.005	1.20
4	Rectangular	0.30	0.50	0.00	0.30	0.50	0.1500	0.0031	0.0011	0.003	1.20

TB_GEN TB_XYZ TB_PRO TB_ELE TB_RES TB_DIR TB_ROT TB_WEL TB_EJE TB_ACE TB_ESP TB_OUT Variables

Figura 8.9. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Tablas de materiales y secciones tipo (hoja *TB_PRO*)

- *Tablas de conectividades y de asignación de materiales, secciones, rigidez tipo y número de secciones por elemento*

La Figura 8.10 muestra las tablas de datos requeridas en la hoja *TB_ELE*. En primer lugar, la tabla de conectividades contiene la numeración de los nudos inicial y final de los 42 elementos de la estructura, de acuerdo a lo mostrado en la Figura 8.2.

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

En la tabla de puntos auxiliares (*columna D*) se ha colocado cero en todas las filas, indicando que se usará el criterio por defecto de UNDIN para definir los ejes locales.

En la tabla de asignación de materiales, secciones, rigidez y numero de cortes por elemento, se asigna a todos los elementos el material tipo 1 y las secciones tipo 1, 2, 3 o 4 de acuerdo a lo especificado en la Figura 8.1 y en la Figura 8.9. En todos los elementos se asigna el tipo de rigidez 001 para considerar solamente deformaciones por cortante, y se especifican 5 cortes en elementos verticales (*columnas*) y 7 cortes en elementos horizontales (*vigas*) para construir los diagramas de acciones internas por ejes.

En la hoja *TB_ELE* también debe suministrarse la tabla de rigidez de conexiones elásticas. En este caso tal información no se requiere, puesto que no se van a considerar conexiones parcialmente rígidas en ningún elemento.

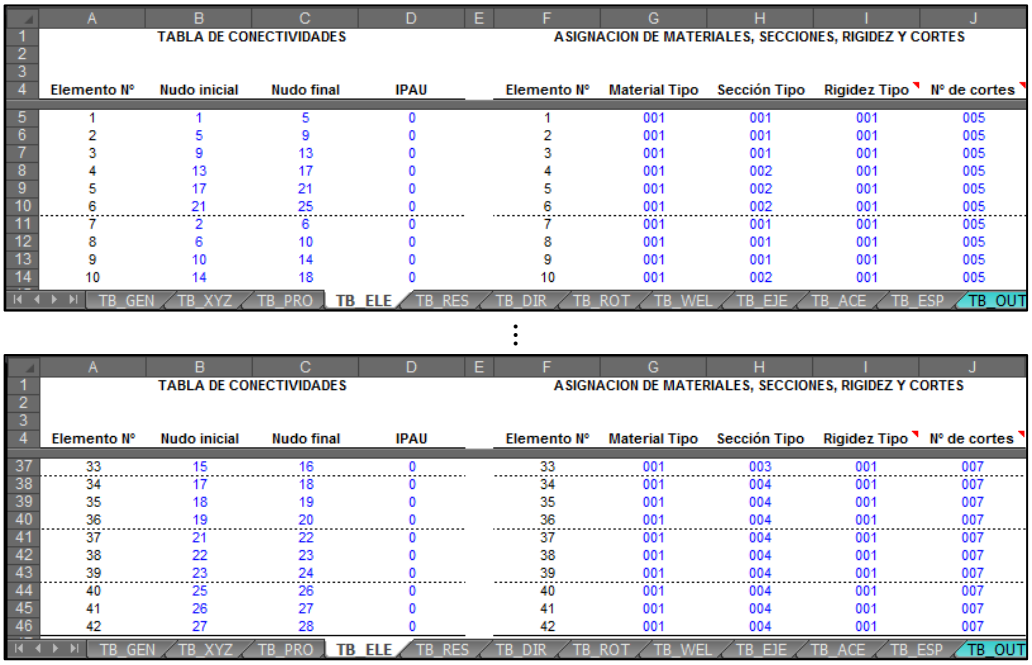


TABLA DE CONECTIVIDADES

Elemento N°	Nudo inicial	Nudo final	IPAU
1	1	5	0
2	5	9	0
3	9	13	0
4	13	17	0
5	17	21	0
6	21	25	0
7	2	6	0
8	6	10	0
9	10	14	0
10	14	18	0

ASIGNACION DE MATERIALES, SECCIONES, RIGIDEZ Y CORTES

Elemento N°	Material Tipo	Sección Tipo	Rigidez Tipo	N° de cortes
1	001	001	001	005
2	001	001	001	005
3	001	001	001	005
4	001	002	001	005
5	001	002	001	005
6	001	002	001	005
7	001	001	001	005
8	001	001	001	005
9	001	001	001	005
10	001	002	001	005

TB_GEN TB_XYZ TB_PRO TB_ELE TB_RES TB_DIR TB_ROT TB_WEL TB_EJE TB_ACE TB_ESP TB_OUT

⋮

TABLA DE CONECTIVIDADES

Elemento N°	Nudo inicial	Nudo final	IPAU
33	15	16	0
34	17	18	0
35	18	19	0
36	19	20	0
37	21	22	0
38	22	23	0
39	23	24	0
40	25	26	0
41	26	27	0
42	27	28	0

ASIGNACION DE MATERIALES, SECCIONES, RIGIDEZ Y CORTES

Elemento N°	Material Tipo	Sección Tipo	Rigidez Tipo	N° de cortes
33	001	003	001	007
34	001	004	001	007
35	001	004	001	007
36	001	004	001	007
37	001	004	001	007
38	001	004	001	007
39	001	004	001	007
40	001	004	001	007
41	001	004	001	007
42	001	004	001	007

TB_GEN TB_XYZ TB_PRO TB_ELE TB_RES TB_DIR TB_ROT TB_WEL TB_EJE TB_ACE TB_ESP TB_OUT

Figura 8.10. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Tablas de conectividades y asignación de materiales, secciones, rigidez y cortes a elementos (hoja *TB_ELE*)

- *Tablas de clasificación de grados de libertad y de desplazamientos conocidos por nudo*

La Figura 8.11 muestra las tablas de clasificación de grados de libertad y de desplazamientos conocidos por nudo, requeridas en la hoja *TB_RES*. En la primera tabla se puede ver que por tratarse de una estructura plana, los desplazamientos u_y y las rotaciones θ_x *y* θ_z de todos los nudos son grados de libertad conocidos o restringidos y por tal razón se les asignó el indicador *001*. También se asignó el indicador *001* a los 6 grados de libertad de los nudos de la base (*nudos 1 a 4*). En cuanto a los grados de libertad desconocidos, se asignó el indicador *002* a los desplazamientos condensados u_z *y* θ_y y el indicador *003* a los desplaza-

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

mientos de interés u_x de los nudos diferentes a la base (*nudos 5 a 28*). Los desplazamientos conocidos de los nudos se asumieron iguales a cero, como lo indica la segunda tabla.

TABLA DE CLASIFICACIÓN DE GRADOS DE LIBERTAD

Interés = 003 / Condensado (002) / Conocido=001

NUDO	u_x	u_y	u_z	θ_x	θ_y	θ_z
1	001	001	001	001	001	001
2	001	001	001	001	001	001
3	001	001	001	001	001	001
4	001	001	001	001	001	001
5	003	001	002	001	002	001
6	003	001	002	001	002	001
7	003	001	002	001	002	001
8	003	001	002	001	002	001
9	003	001	002	001	002	001
10	003	001	002	001	002	001
11	003	001	002	001	002	001
12	003	001	002	001	002	001
13	003	001	002	001	002	001
14	003	001	002	001	002	001
15	003	001	002	001	002	001
16	003	001	002	001	002	001
17	003	001	002	001	002	001
18	003	001	002	001	002	001
19	003	001	002	001	002	001
20	003	001	002	001	002	001
21	003	001	002	001	002	001
22	003	001	002	001	002	001
23	003	001	002	001	002	001
24	003	001	002	001	002	001
25	003	001	002	001	002	001
26	003	001	002	001	002	001
27	003	001	002	001	002	001
28	003	001	002	001	002	001

TABLAS DE DESPLAZAMIENTOS CONOCIDOS POR NUDO

NUDO	u_x	u_y	u_z	θ_x	θ_y	θ_z
1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
14	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
17	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
21	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
23	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
24	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
25	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
26	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
27	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
28	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

TB_GEN / TB_XYZ / TB_PRO / TB_ELE / TB_RES / TB_DIR / TB_ROT / TB_WEL / TB_EJE / TB_ACE / TB_ESP / TB_OUT / Variables

Figura 8.11. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Tablas de clasificación de grados de libertad y de desplazamientos conocidos por nudo (hoja *TB_RES*)

- *Tabla de diafragmas rígidos*

En la Figura 8.12 se muestra la tabla de diafragmas rígidos requerida en la hoja *TB_DIR*. En esta tabla se suministraron las coordenadas de los centros de masa de los 6 difragmas rígidos de la estructura de acuerdo a lo indicado en la Figura 8.2, asi como la masa de $90Mg$ de cada diafragma. No se suministran momentos de inercia de masa dado que no se requieren en el análisis de estructuras planas.

TABLA DE DIAFRAGMAS RÍGIDOS

Diafragma	Coordenadas Centros de Masa X_{cm} (m)	Y_{cm} (m)	Z_{cm} (m)	Mx=My kkg	Mrz kkg.m^2
1	9.000	0.000	18.000	90.0	0.0
2	9.000	0.000	15.000	90.0	0.0
3	9.000	0.000	12.000	90.0	0.0
4	9.000	0.000	9.000	90.0	0.0
5	9.000	0.000	6.000	90.0	0.0
6	9.000	0.000	3.000	90.0	0.0

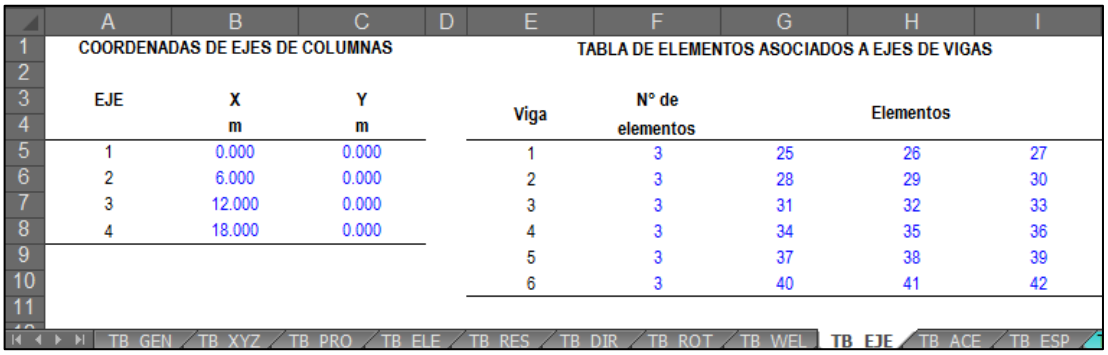
TB_GEN / TB_XYZ / TB_PRO / TB_ELE / TB_RES / TB_DIR / TB_ROT / TB_WEL

Figura 8.12. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Tabla de diafragmas rígidos (hoja *TB_DIR*)

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

- *Tabla de ejes de columnas y de vigas*

La Figura 8.13 muestra las dos tablas de datos requeidas en la hoja *TB_EJE*. En la primera se suministraron las coordenadas x e y de los 4 ejes de columnas, y en la segunda se suministraron la cantidad y los nombres de los elementos asociados a los 6 ejes de vigas, de acuerdo a lo indicado en la Figura 8.3.



COORDENADAS DE EJES DE COLUMNAS

EJE	X m	Y m
1	0.000	0.000
2	6.000	0.000
3	12.000	0.000
4	18.000	0.000

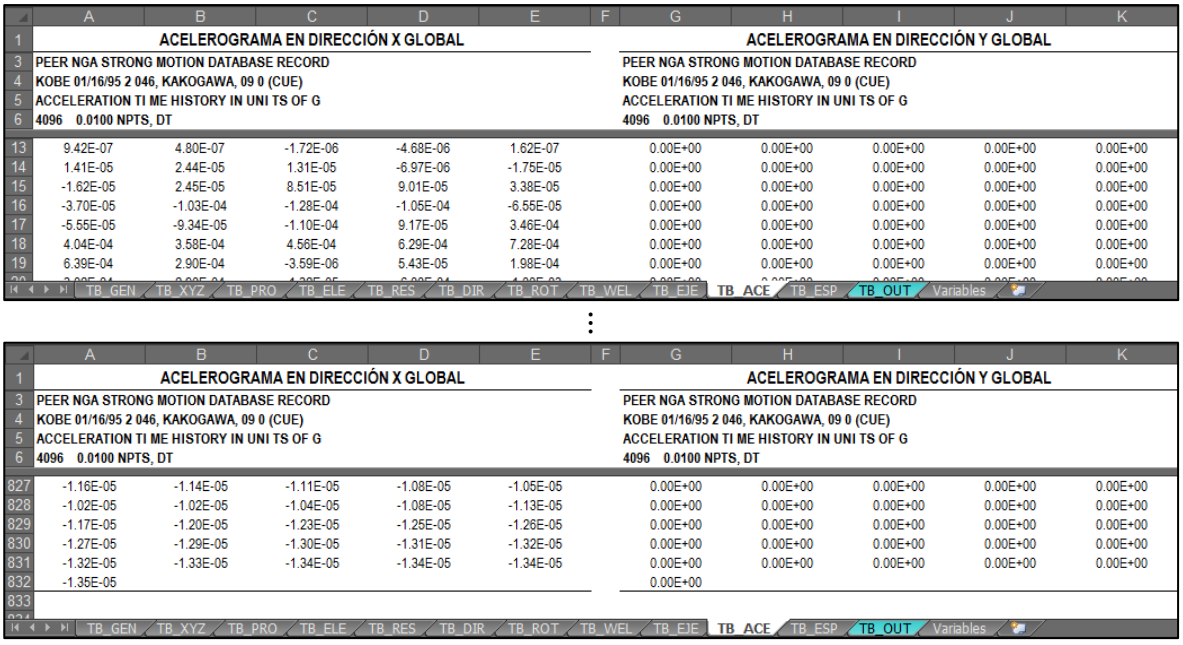
TABLA DE ELEMENTOS ASOCIADOS A EJES DE VIGAS

Viga	N° de elementos	Elementos		
1	3	25	26	27
2	3	28	29	30
3	3	31	32	33
4	3	34	35	36
5	3	37	38	39
6	3	40	41	42

Figura 8.13. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Tablas de coordenadas de ejes de columnas y de elementos asociados a ejes de vigas (hoja *TB_EJE*)

- *Aceleración de la base para análisis modal cronológico*

La Figura 8.14 muestra las tablas de acelerogramas en direcciones x e y requeridas en la hoja *TB_ACE*. La primera contiene los datos del acelerograma de la Gráfica 8.1, mientras que la segunda está llena de ceros dado que en dirección y no se aplica aceleración en la base del pórtico.



ACELEROGRAMA EN DIRECCIÓN X GLOBAL

PEER NGA STRONG MOTION DATABASE RECORD
KOBE 01/16/95 2 046, KAKOGAWA, 09 0 (CUE)
ACCELERATION TI ME HISTORY IN UNI TS OF G
4096 0.0100 NPTS, DT

9.42E-07	4.80E-07	-1.72E-06	-4.68E-06	1.62E-07
1.41E-05	2.44E-05	1.31E-05	-6.97E-06	-1.75E-05
-1.62E-05	2.45E-05	8.51E-05	9.01E-05	3.38E-05
-3.70E-05	-1.03E-04	-1.28E-04	-1.05E-04	-6.55E-05
-5.55E-05	-9.34E-05	-1.10E-04	9.17E-05	3.46E-04
4.04E-04	3.58E-04	4.56E-04	6.29E-04	7.28E-04
6.39E-04	2.90E-04	-3.59E-06	5.43E-05	1.98E-04

ACELEROGRAMA EN DIRECCIÓN Y GLOBAL

PEER NGA STRONG MOTION DATABASE RECORD
KOBE 01/16/95 2 046, KAKOGAWA, 09 0 (CUE)
ACCELERATION TI ME HISTORY IN UNI TS OF G
4096 0.0100 NPTS, DT

0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00

⋮

ACELEROGRAMA EN DIRECCIÓN X GLOBAL

PEER NGA STRONG MOTION DATABASE RECORD
KOBE 01/16/95 2 046, KAKOGAWA, 09 0 (CUE)
ACCELERATION TI ME HISTORY IN UNI TS OF G
4096 0.0100 NPTS, DT

-1.16E-05	-1.14E-05	-1.11E-05	-1.08E-05	-1.05E-05
-1.02E-05	-1.02E-05	-1.04E-05	-1.08E-05	-1.13E-05
-1.17E-05	-1.20E-05	-1.23E-05	-1.25E-05	-1.26E-05
-1.27E-05	-1.29E-05	-1.30E-05	-1.31E-05	-1.32E-05
-1.32E-05	-1.33E-05	-1.34E-05	-1.34E-05	-1.34E-05
-1.35E-05				

ACELEROGRAMA EN DIRECCIÓN Y GLOBAL

PEER NGA STRONG MOTION DATABASE RECORD
KOBE 01/16/95 2 046, KAKOGAWA, 09 0 (CUE)
ACCELERATION TI ME HISTORY IN UNI TS OF G
4096 0.0100 NPTS, DT

0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
0.00E+00				

Figura 8.14. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Tablas de aceleración de la base (hoja *TB_ACE*)

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

- *Espectro de pseudo-aceleraciones para análisis modal espectral*

La Figura 8.15 muestra los datos del espectro de pseudo – aceleraciones requeridos en la hoja *TB_ESP* con el que se construyó la Gráfica 8.2. El número de parejas de datos es 12 como se especificó previamente en la hoja *TB_GEN*.

	A	B	C
1	ESPECTRO DE PSEUDO-ACELERACIONES		
2			
3	Dato Nº	t (seg)	S_a / g
4	1	0.000	0.731
5	2	0.560	0.731
6	3	0.804	0.507
7	4	1.048	0.389
8	5	1.292	0.315
9	6	1.536	0.265
10	7	1.780	0.229
11	8	2.024	0.201
12	9	2.268	0.179
13	10	2.512	0.162
14	11	2.756	0.148
15	12	3.000	0.136
16			

TB_ACE TB_ESP TB_OUT Var

Figura 8.15. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Espectro de pseudo-aceleraciones (hoja *TB_ESP*)

8.1.4. Resultados del análisis modal

A continuación se muestran los resultados del análisis modal. El pórtico también se analizó utilizando el programa SAP2000 haciendo las mismas consideraciones que han sido descritas previamente, para comparar los resultados obtenidos con UNDIN. La Figura 8.16 muestra el modelo matemático del pórtico.

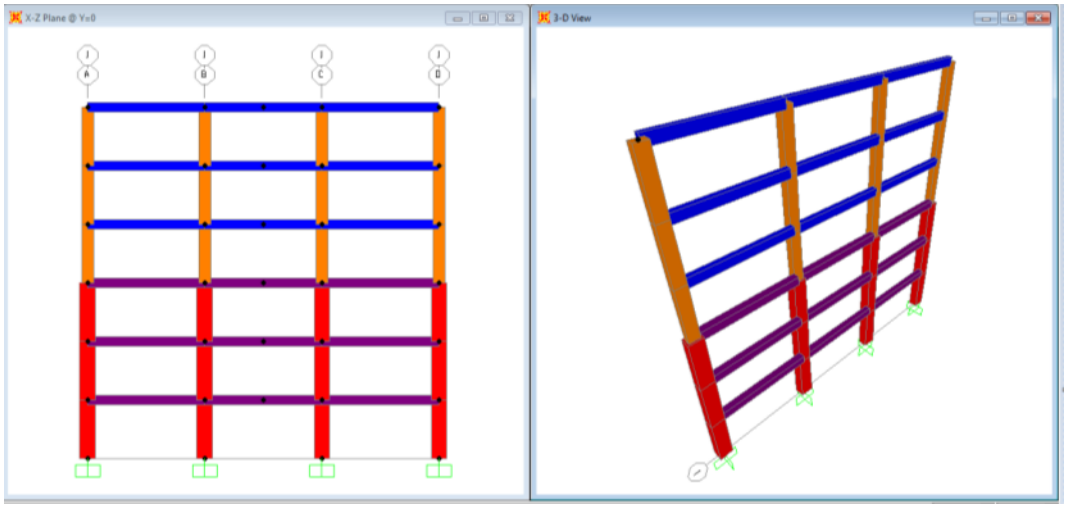


Figura 8.16. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Análisis del pórtico plano en SAP2000

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

- *Matriz de rigidez lateral*

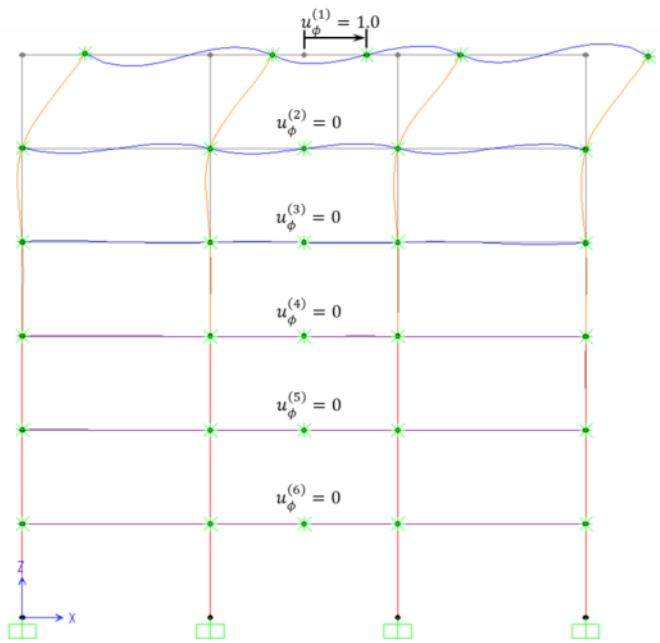
La Tabla 8.2 muestra la matriz de rigidez lateral $[k_\phi]$ que en este caso contiene las fuerzas que deben aplicarse en los 6 centros de masa de la estructura para inducir un desplazamiento unitario en cada uno de ellos, mientras los desplazamientos restantes son cero. Las unidades de los coeficientes de la matriz son kN/m.

Matriz de rigidez lateral - KDP() (6x6)

$u_x^{(1)}$	$u_x^{(2)}$	$u_x^{(3)}$	$u_x^{(4)}$	$u_x^{(5)}$	$u_x^{(6)}$	
90185.3	-135606.8	54627.4	-11965.2	3225.7	-618.4	$u_x^{(1)}$
-135606.8	304796.9	-234645.3	83828.6	-22063.3	4587.9	$u_x^{(2)}$
54627.4	-234645.3	386100.1	-305281.2	119234.6	-24823.5	$u_x^{(3)}$
-11965.2	83828.6	-305281.2	594756.0	-547135.9	230070.4	$u_x^{(4)}$
3225.7	-22063.3	119234.6	-547135.9	982798.3	-797185.7	$u_x^{(5)}$
-618.4	4587.9	-24823.5	230070.4	-797185.7	1356589.4	$u_x^{(6)}$

Tabla 8.2. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Matriz de rigidez lateral *KDP()*

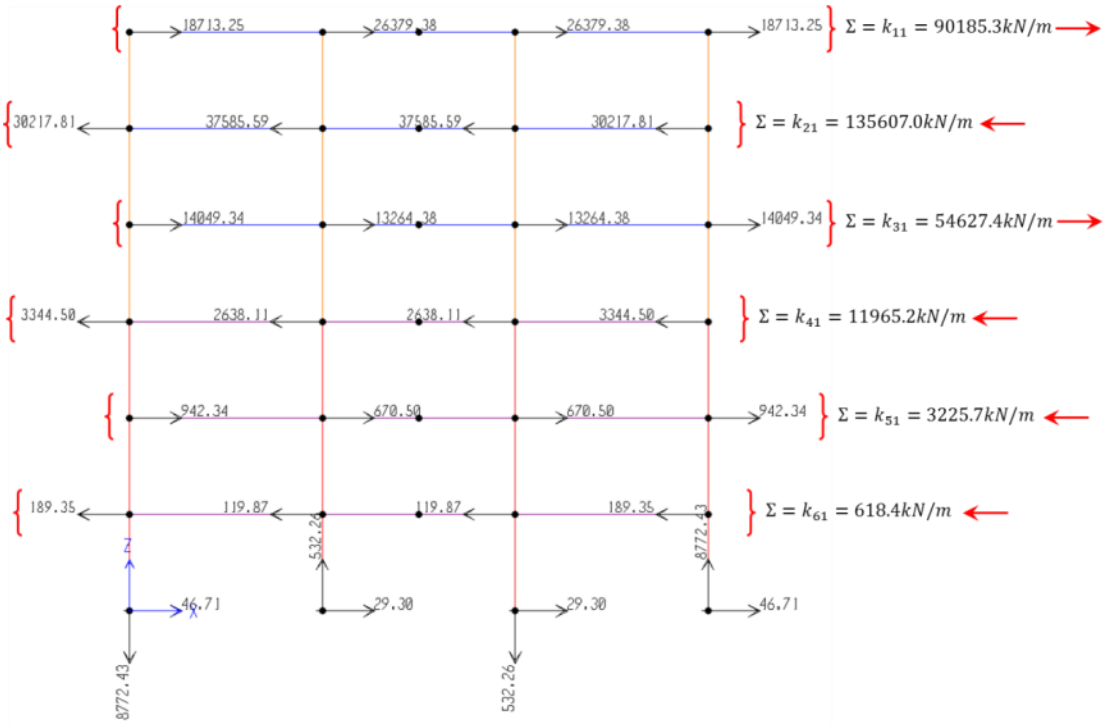
La Figura 8.17 muestra la verificación de los coeficientes de la primera columna de la matriz *KDP()*, la cual se hizo imponiendo un desplazamiento unitario en el grado de libertad $u_\phi^{(1)}$, restringiendo el desplazamiento de los demás grados de libertad, como se muestra en la parte a). Las reacciones horizontales, que corresponden a las acciones que deben aplicarse a la estructura para mantenerla deformada, coinciden con los coeficientes de la primera columna de la matriz *KDP()* como se muestra en la parte b).



a) Deformada de la estructura al imponer un desplazamiento unitario en $u_\phi^{(1)}$, mientras los demas grados de libertad valen cero.

Figura 8.17. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Verificación de la matriz *KDP()*

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013



b) Acciones horizontales para mantener la deformada de la estructura

Figura 8.17. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Verificación de la matriz *KDP() (cont.)*

- *Matriz de masa*

La Tabla 8.3 muestra la matriz de masa *MDR()*, en la que cada coeficiente de la diagonal coincide con la masa de cada diafragma, tal como se indicó en la Figura 8.12. Las masas están en Mg.

Matriz de masa - MDR() (6x6)

$u_x^{(1)}$	$u_x^{(2)}$	$u_x^{(3)}$	$u_x^{(4)}$	$u_x^{(5)}$	$u_x^{(6)}$	
90.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	$u_x^{(1)}$
0.00	90.00	0.00	0.00	0.00	0.00	$u_x^{(2)}$
0.00	0.00	90.00	0.00	0.00	0.00	$u_x^{(3)}$
0.00	0.00	0.00	90.00	0.00	0.00	$u_x^{(4)}$
0.00	0.00	0.00	0.00	90.00	0.00	$u_x^{(5)}$
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	90.00	$u_x^{(6)}$

Tabla 8.3. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Matriz de masa *MDR()*

- *Matriz de amortiguamiento por superposición de matrices modales*

La Tabla 8.4 muestra la matriz *AMR()* de amortiguamiento, construida por el criterio de superposición de matrices modales descrito en el Capítulo 3. Tiene aplicación en la verificación de las ecuaciones de movimiento y de balance de energía.

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

Matriz de amortiguamiento - AMR() (6x6)

$u_x^{(1)}$	$u_x^{(2)}$	$u_x^{(3)}$	$u_x^{(4)}$	$u_x^{(5)}$	$u_x^{(6)}$	
218.35	-182.58	9.84	-7.23	-1.66	-0.76	$u_x^{(1)}$
-182.58	437.59	-221.68	16.37	-9.11	-0.65	$u_x^{(2)}$
9.84	-221.68	488.24	-244.09	16.68	-3.11	$u_x^{(3)}$
-7.23	16.37	-244.09	598.43	-339.29	46.34	$u_x^{(4)}$
-1.66	-9.11	16.68	-339.29	787.92	-385.00	$u_x^{(5)}$
-0.76	-0.65	-3.11	46.34	-385.00	1034.67	$u_x^{(6)}$

Tabla 8.4. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Matriz de amortiguamiento *AMR()*

- *Frecuencias, periodos y modos de vibración natural*

La Tabla 8.5 muestra la matriz *MOV()* de modos de vibración natural ortonormalizados. En este caso todos los modos de vibración son traslacionales puesto que todos los grados de libertad son desplazamientos en dirección x, es decir, no hay rotaciones.

Modos de vibración ortonormalizados - MOV() (6x6)

$u_x^{(1)}$	$u_x^{(2)}$	$u_x^{(3)}$	$u_x^{(4)}$	$u_x^{(5)}$	$u_x^{(6)}$	
0.0669	-0.0598	0.0459	-0.0286	0.0113	-0.0009	$u_x^{(1)}$
0.0583	-0.0084	-0.0470	0.0643	-0.0358	0.0041	$u_x^{(2)}$
0.0452	0.0426	-0.0486	-0.0382	0.0574	-0.0119	$u_x^{(3)}$
0.0297	0.0593	0.0278	-0.0342	-0.0592	0.0356	$u_x^{(4)}$
0.0166	0.0431	0.0529	0.0409	0.0132	-0.0658	$u_x^{(5)}$
0.0054	0.0166	0.0293	0.0432	0.0522	0.0732	$u_x^{(6)}$

Tabla 8.5. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Matriz de modos de vibración ortonormalizados *MOV()*

La Tabla 8.6 muestra las frecuencias de vibración natural en rad/s y los periodos de vibración natural de la estructura en s (*segundos*), correspondientes a los modos de vibración natural y ordenados de mayor a menor.

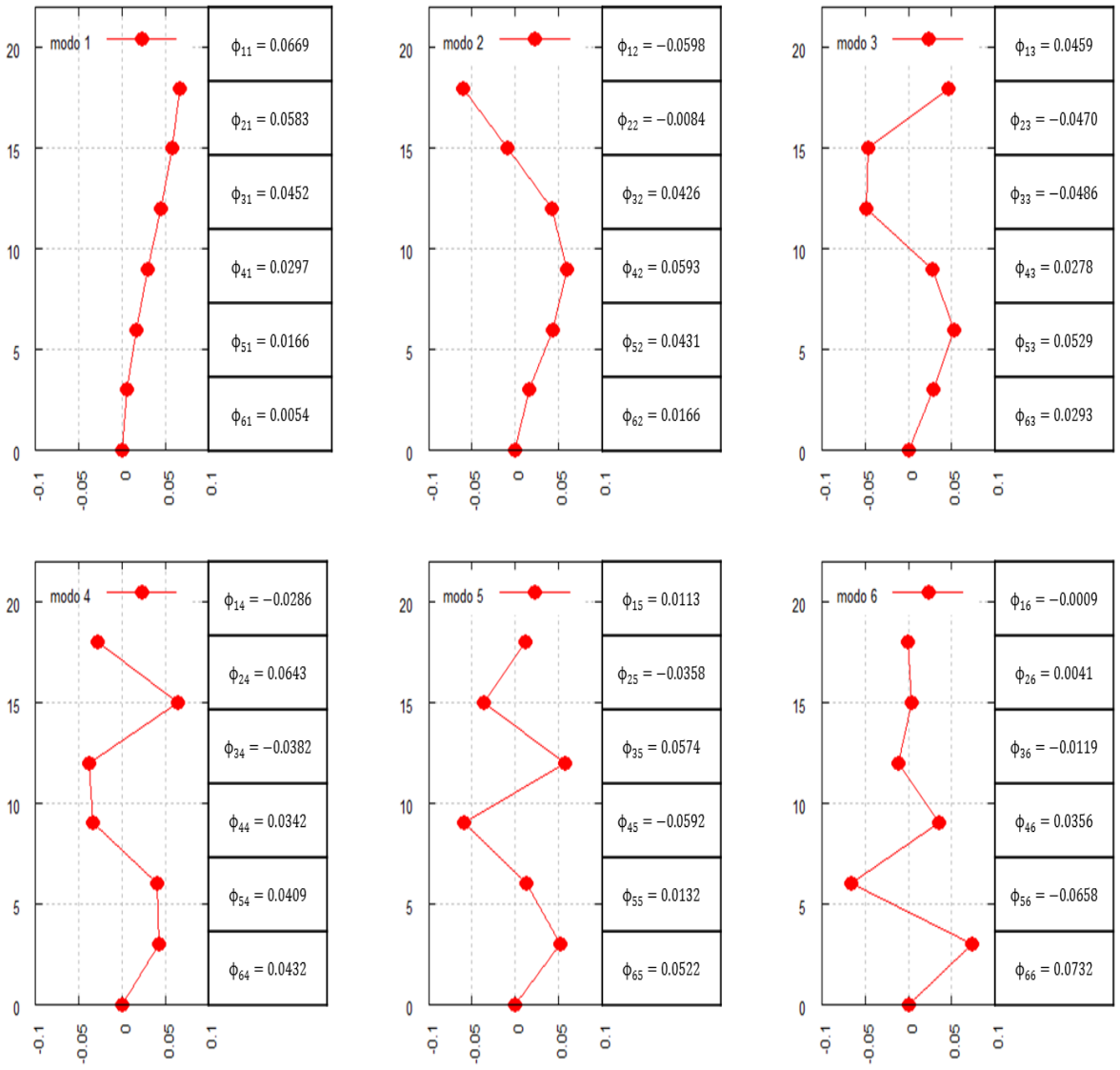
Frecuencias y periodos de vibración natural - FRN(), PER() (6x1)

Modo	$\omega_n\ (rad/s)$	$T_n\ (s)$
1	6.90	0.9110
2	21.57	0.2912
3	43.11	0.1458
4	70.66	0.0889
5	97.93	0.0642
6	155.97	0.0403

Tabla 8.6. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Frecuencias de vibración *FRN()* y modos de vibración natural *PER()*.

Los modos de vibración muestran la forma que tomaría el pórtico en vibración libre, si se impusieran desplazamientos iniciales en los centros de masa proporcionales a cada modo. Las formas de los 6 modos se muestran en la Gráfica 8.3.

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

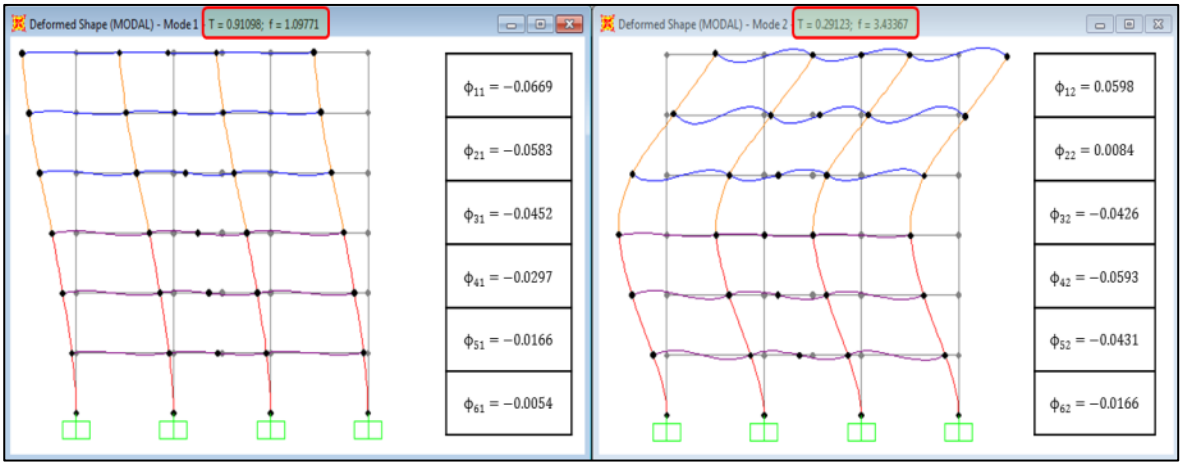


Gráfica 8.3. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Modos de vibración natural obtenidos con UNDIN

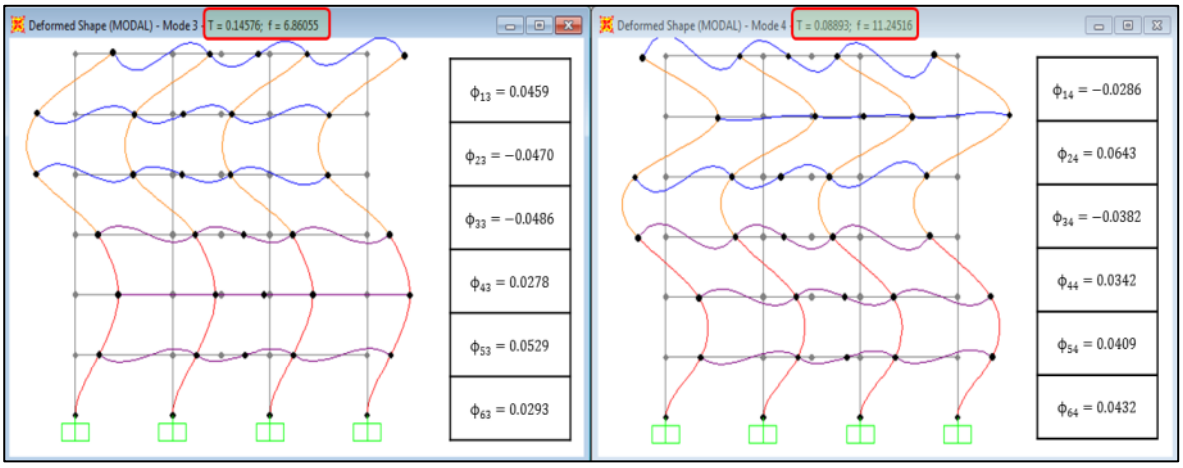
En la Figura 8.18 se muestran los periodos y los modos de vibración natural del portico, calculados con el programa SAP2000©. Se observan resultados similares a los obtenidos con UNDIN, aunque para algunos modos los sentidos son opuestos, como sucede con los modos 1, 2 y 6.

La comparación de los los modos de vibración calculados con SAP2000© respecto a los obtenidos con UNDIN, indica los primeros son ortonormalizados.

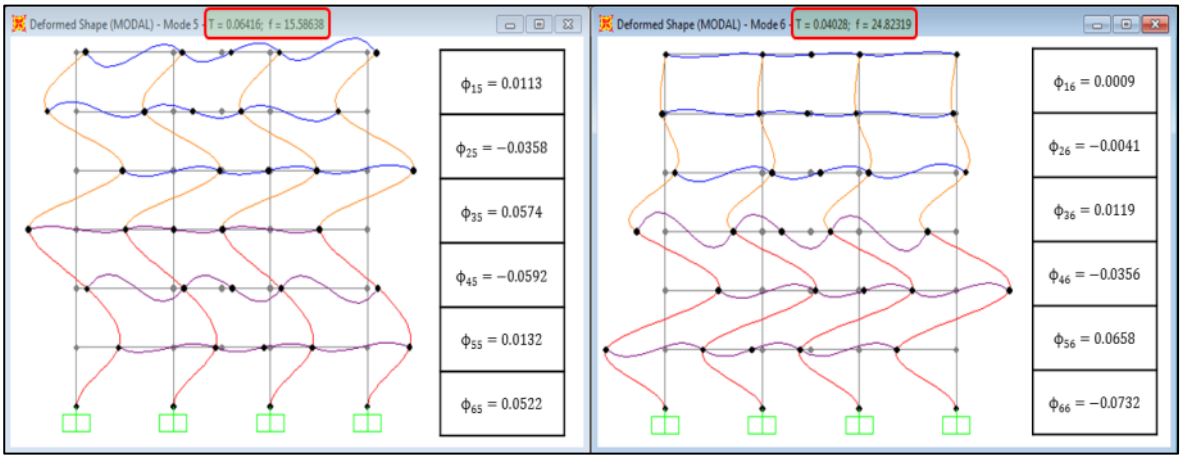
© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013



a) Modos de vibración 1 y 2



b) Modos de vibración 3 y 4



c) Modos de vibración 5 y 6

Figura 8.18. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Modos de vibración natural obtenidos con SAP2000

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

- *Matrices de influencia, matriz de matriz de factores de participación y matriz de masa modal efectiva*

La Tabla 8.7 nuestra la matriz de influencia $[\gamma]$ y la Tabla 8.8 muestra la matriz de factores de participación $[\alpha]$. En los dos casos se crean dos vectores de una sola columna puesto que se consideró una sola componente de aceleración de la base.

Matriz de influencia - GAM() (6x1)

1.00	$u_x^{(1)}$
1.00	$u_x^{(2)}$
1.00	$u_x^{(3)}$
1.00	$u_x^{(4)}$
1.00	$u_x^{(5)}$
1.00	$u_x^{(6)}$

Tabla 8.7. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Matriz de influencia *GAM()*

Matriz de Coeficientes de Participación-ALF() (6x1)

Modo	α_x
1	20.00
2	8.40
3	5.44
4	4.26
5	3.52
6	3.09

Tabla 8.8. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Matriz de coeficientes de participación *ALF()*

La Tabla 8.9 resume las matrices de masa modal efectiva *MME()* y *MMP()*. En la primera columna se muestra la masa modal efectiva asociada a cada modo de vibración, mientras que en la segunda columna se presenta la masa modal efectiva como porcentaje de la masa total de la estructura. La suma corresponde a la masa total de la estructura.

Se observa que con los tres primeros modos participa más del 90% de la masa del pórtico, y que la suma de las masas modales efectivas equivale a la masa total de la estructura.

Matrices de Masa Modal Efectiva-MME() y MMP() (9x3)

Modo	$m_x\,(Mg)$	$m_x\,(\%)$
1	399.9	74.1
2	70.5	13.1
3	29.6	5.5
4	18.1	3.4
5	12.4	2.3
6	9.5	1.8
Σ	540.00	100.00

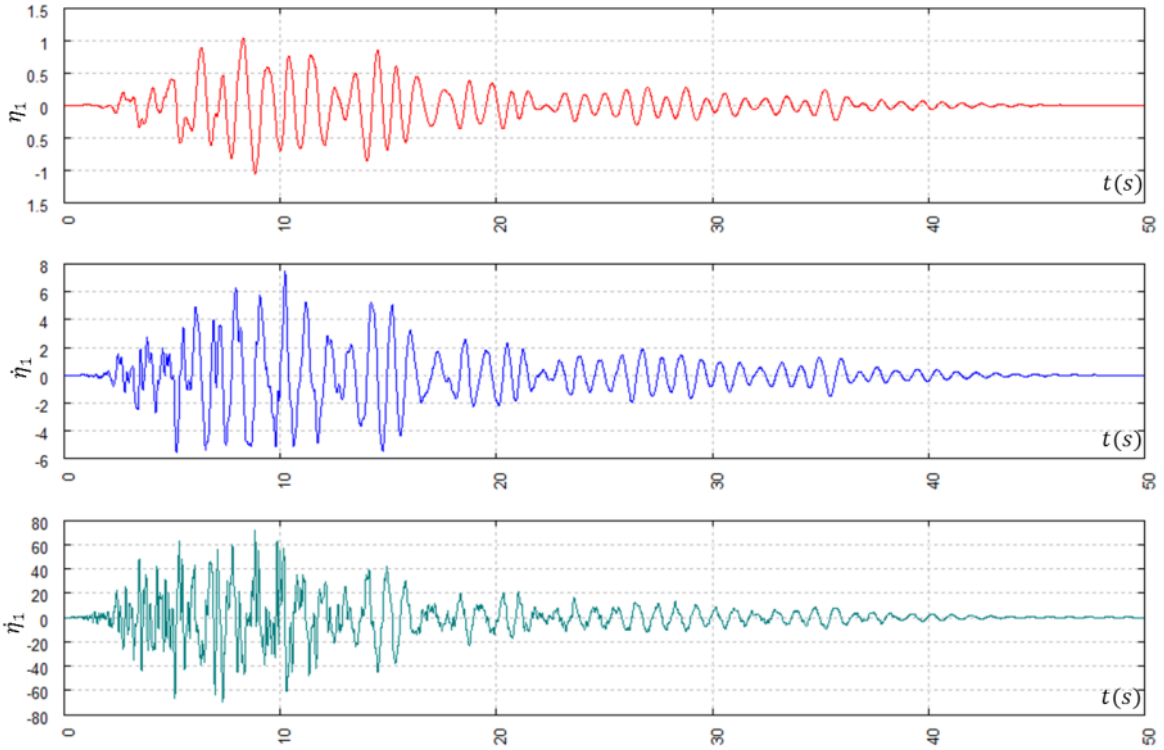
Tabla 8.9. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Matrices de masa modal efectiva *MME()* y *MMP()*

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

8.1.5. Resultados del análisis modal cronológico

- *Desplazamientos, velocidades y aceleraciones generalizadas*

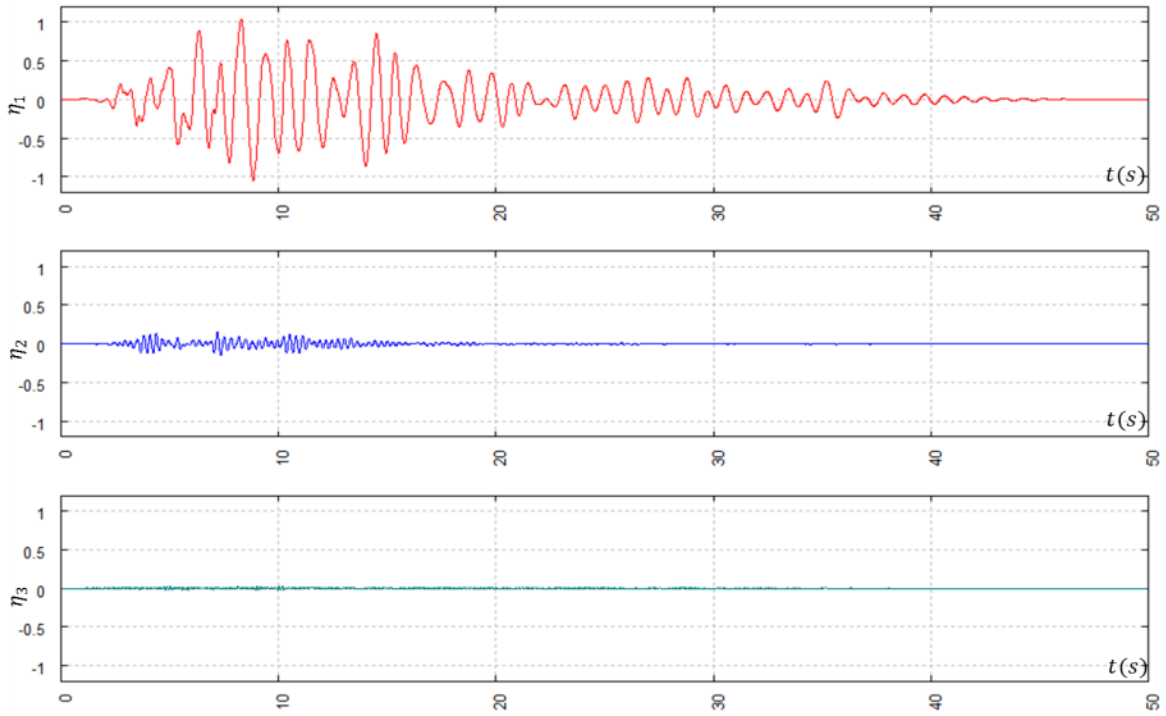
Las tablas de desplazamientos, las velocidades y las aceleraciones generalizadas $[\eta]$, $[\dot{\eta}]$ y $[\ddot{\eta}]$ se almacenan respectivamente en los archivos de texto *DCG.txt*, *VCG.txt* y *ACG.txt*, en los que a cada columna le corresponde un modo, exceptuando la primera columna que almacena los instantes de tiempo. La Gráfica 8.4 muestra el desplazamiento, la velocidad y la aceleración generalizada asociados al primer modo de vibración, solución de la primera ecuación modal desacoplada. Cada gráfica se construyó utilizando la información de la primera y la segunda columna de los archivos de texto previamente mencionados.



Gráfica 8.4. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Desplazamiento, velocidad y aceleración generalizada del primer modo de vibración

En la Gráfica 8.5 se muestra la variación en el tiempo de los desplazamientos generalizados η_1, η_2 y η_3, asociados a los modos de vibración 1, 2 y 3 respectivamente. Para su construcción se utilizaron las primeras 4 columnas de datos del archivo *DCG.txt*. No se graficaron los desplazamientos generalizados η_4, η_5 y η_6 (*modos 4, 5 y 6 respectivamente*) dado que estos prácticamente tienden a cero. Solamente η_1 y η_2 tienen amplitudes importantes en relación a los desplazamientos generalizados restantes, teniendo en cuenta la regularidad del pórtico.

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013



Gráfica 8.5. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Desplazamientos generalizados de los modos 1, 2 y 3

La Tabla 8.10 muestra los valores máximos absolutos de los desplazamientos, las velocidades y las aceleraciones generalizadas, así como el instante de tiempo donde se presenta cada valor máximo. La tabla es adaptada de las tablas resumen que se escriben en la hoja *TB_OUT*. Se observa que en todos los casos los instantes de tiempo son diferentes, es decir, los máximos valores nunca se presentan en el mismo instante de tiempo, aun para este pórtico plano regular.

Desplazamientos, velocidades y aceleraciones generalizadas máximas (6x6)

Modo	Desplazamientos		Velocidades		Aceleraciones	
	$\lvert\eta_{máx}\rvert$ (m)	t (s)	$\lvert\dot{\eta}_{máx}\rvert$ (m/s)	t (s)	$\lvert\ddot{\eta}_{máx}\rvert$ $(m/s^2$	t (s)
1	1.04	8.85	7.38	10.24	70.32	8.85
2	0.15	7.20	2.93	4.33	66.42	4.38
3	0.03	10.18	0.99	10.14	43.87	10.11
4	0.00	3.61	0.13	6.62	8.35	6.64
5	0.00	7.00	0.06	3.56	5.06	6.07
9	0.00	6.99	0.02	9.89	2.11	4.03

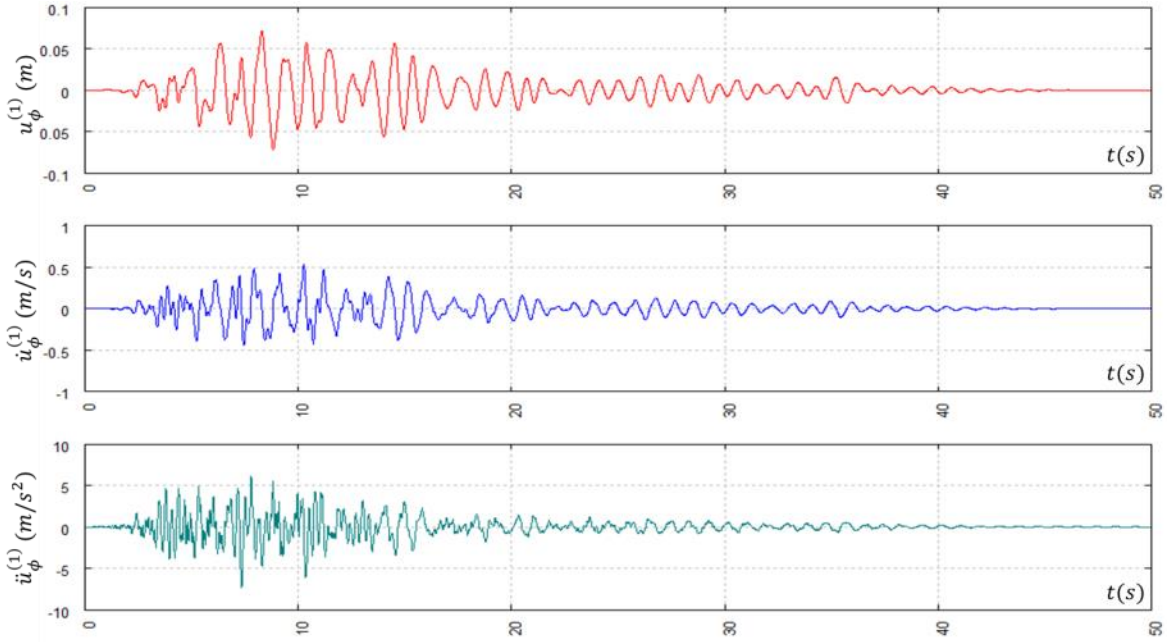
Tabla 8.10. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Desplazamientos, velocidades y aceleraciones generalizadas máximas y tiempos correspondientes

- *Desplazamientos, velocidades y aceleraciones de centros de masa*

Los desplazamientos, las velocidades y las aceleraciones relativas a la base de los centros de masa $[u_\phi]$, $[\dot{u}_\phi]$ y $[\ddot{u}_\phi]$, se almacenan en los archivos de texto *DCM.txt*, *VCM.txt y*

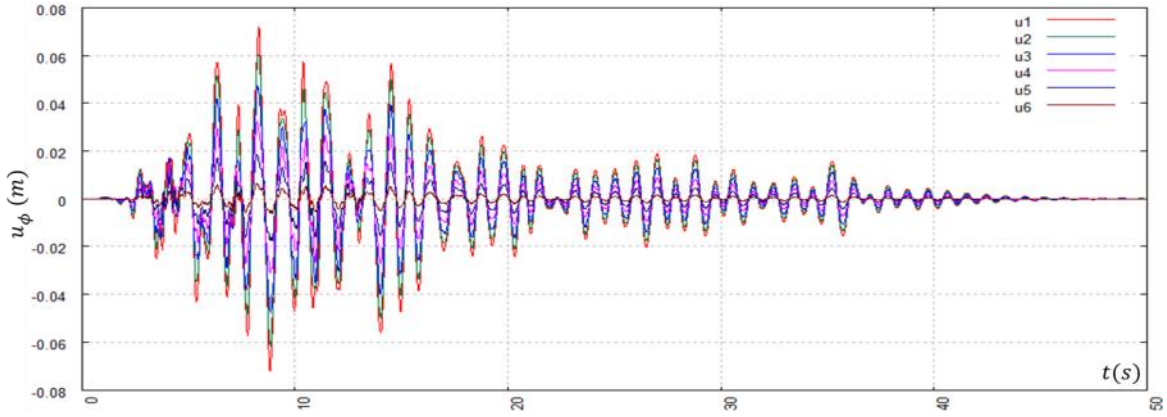
© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

ACM.txt respectivamente. En tales archivos cada columna corresponde a un grado de libertad dinámico, excepto la primera que almacena los instantes de tiempo. La Gráfica 8.6 muestra la variación en el tiempo de $u_\phi^{(1)}$, $\dot{u}_\phi^{(1)}$ y $\ddot{u}_\phi^{(1)}$, es decir el desplazamiento, la velocidad y la aceleración en dirección x del diafragma N° 1. Para su construcción se utilizaron las dos primeras columnas de los respectivos archivos de texto.



Gráfica 8.6. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Desplazamiento, velocidad y aceleración relativa a la base del centro de masa del Diafragma 1

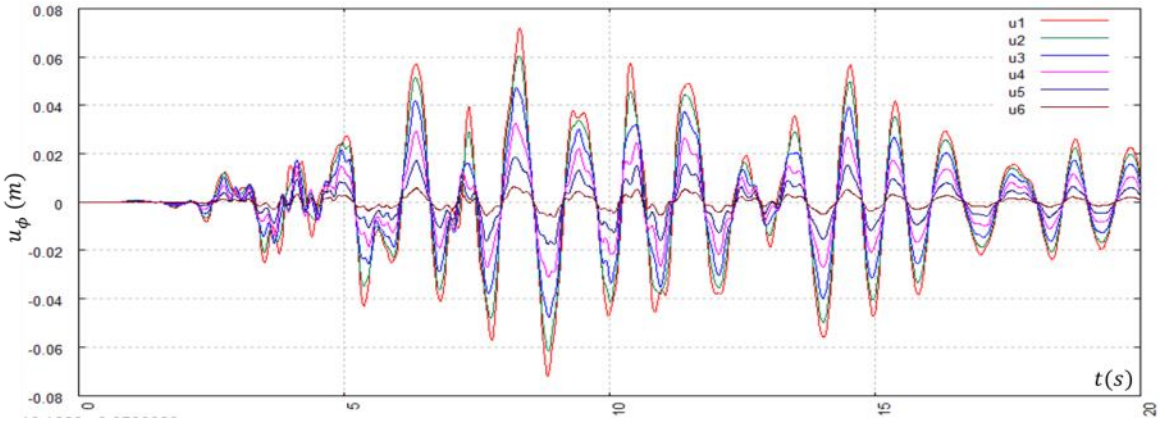
La Gráfica 8.7 muestra los desplazamientos en dirección x de los seis centros de masa. En la parte a) se grafican los desplazamientos en el intervalo de tiempo completo de 50 segundos, mientras que en la parte b) se muestran los primeros 20 segundos de la respuesta.



a) Intervalo de tiempo completo

Gráfica 8.7. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Desplazamientos relativos a la base de los centros de masa de los diafragmas

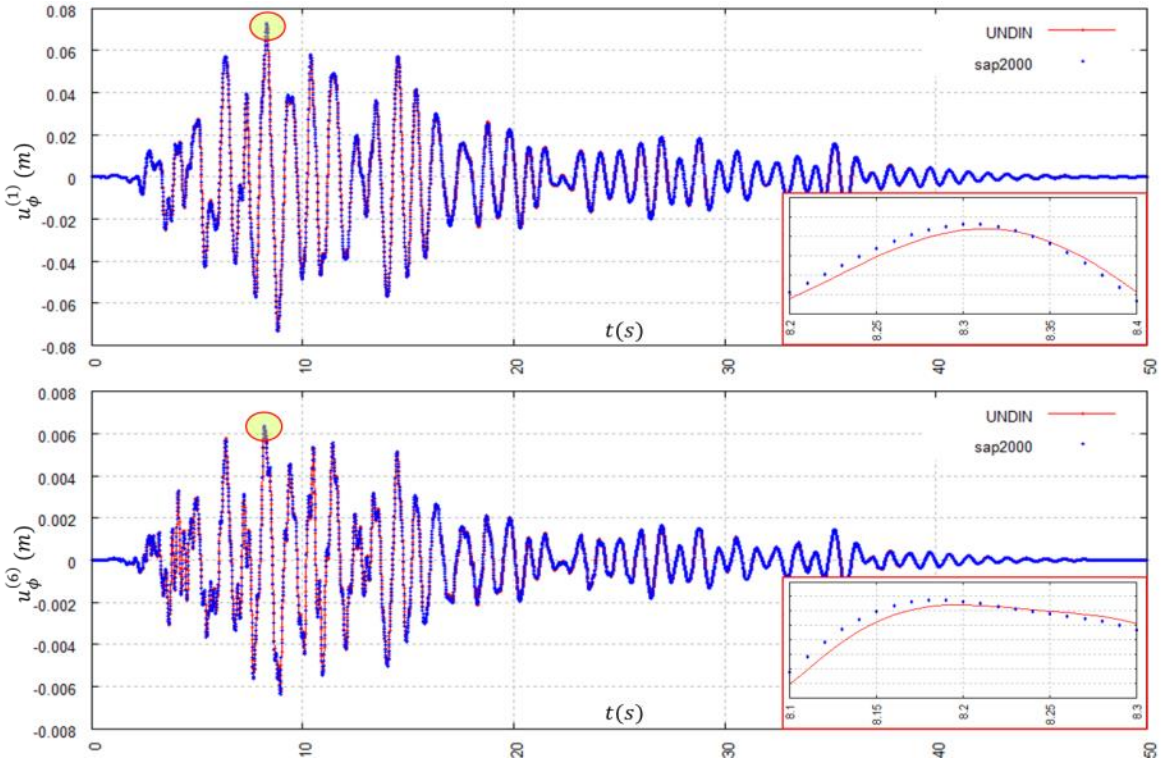
© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013



b) Primeros 20 segundos

Gráfica 8.7. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Desplazamientos relativos a la base de los centros de masa de los diafragmas (*cont.*)

En la Gráfica 8.8 se comparan los desplazamientos de los centros de masa de los diafragmas 1 y 6 calculados UNDIN y con SAP2000©. Se observa que los resultados son prácticamente idénticos, aún cuando en UNDIN se utilizó el método de la aceleración lineal para calcular los desplazamientos generalizados, mientras que SAP2000© utiliza el método basado en la linealización de la excitación o de la *excitación lineal*.



Gráfica 8.8. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Verificación del desplazamiento relativo a la base del centro de masa del Diafragma 1 (*cubierta*) y del Diafragma 6 (*segundo piso*)

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

La Tabla 8.11 muestra los valores máximos absolutos de los desplazamientos, las velocidades y las aceleraciones relativas a la base de los centros de masa, junto con los instantes de tiempo donde se presentan. La tabla es adaptada de las tablas resumen que se escriben en la hoja *TB_OUT*.

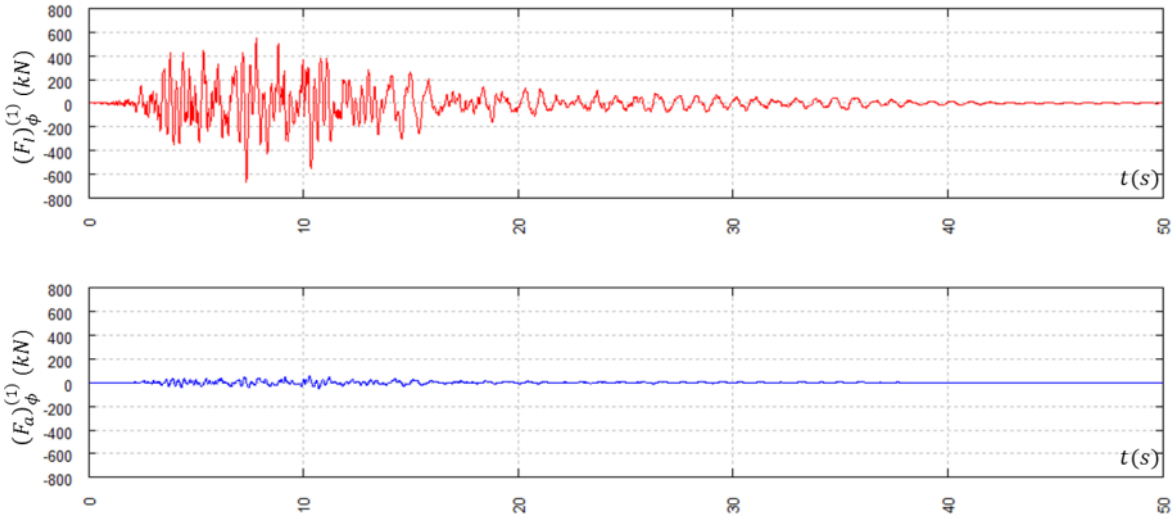
Desplazamientos, velocidades y aceleraciones máximas de centros de masa

Diafragma i	Desplazamientos		Velocidades		Aceleraciones	
	$u_\phi^{(i)}(m)$	$t(s)$	$\dot{u}_\phi^{(i)}(m/s)$	$t(s)$	$\ddot{u}_\phi^{(i)}(m/s^2)$	$t(s)$
1	0.072	8.31	0.534	10.28	7.345	7.36
2	0.062	8.85	0.466	10.23	5.101	10.18
3	0.047	8.86	0.411	10.22	5.105	9.86
4	0.032	8.23	0.313	10.61	4.541	10.56
5	0.018	8.22	0.188	10.60	3.619	10.11
6	0.006	8.20	0.070	10.15	1.783	10.11

Tabla 8.11. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Desplazamientos, velocidades y aceleraciones máximas de centros de masa e instantes de tiempo

- *Acciones inerciales, de amortiguamiento, equivalentes y externas y verificación de la ecuación de movimiento*

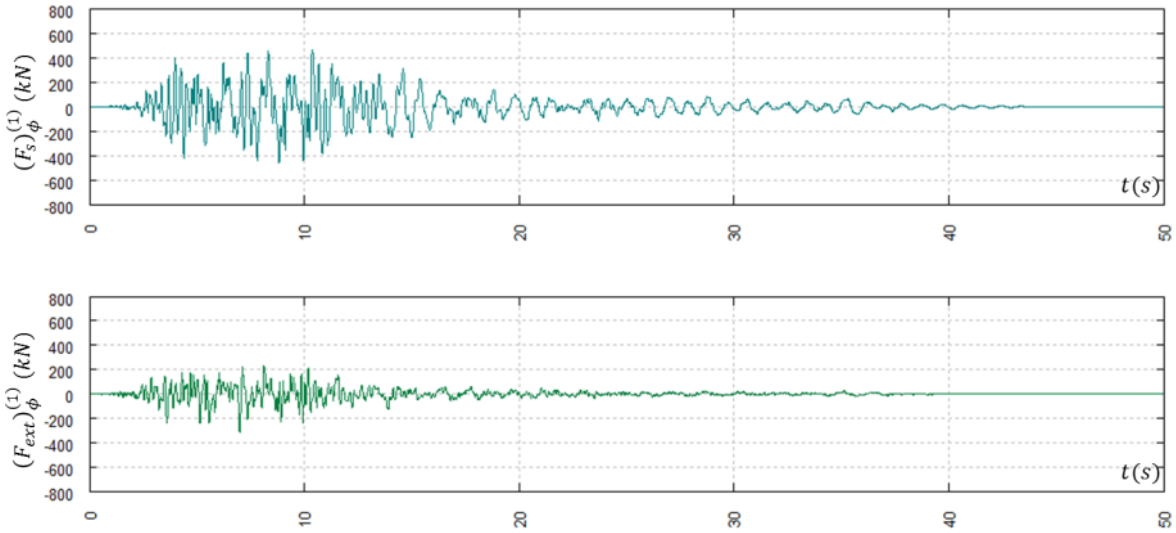
Las acciones inerciales, de amortiguamiento, equivalentes y externas aplicadas en los centros de masa, $[(F_I)_\phi]$, $[(F_a)_\phi]$, $[(F_s)_\phi]$ y $[(F_{ext})_\phi]$ respectivamente, se almacenan en los archivos de texto *FIN.txt, FAM.txt, FEQ.txt y FEX.txt*. En tales archivos cada columna corresponde a un grado de libertad dinámico, excepto la primera columna que almacena los instantes de tiempo. La Gráfica 8.9 muestra la variación en el tiempo de las acciones que actúan en el centro de masa del diafragma 1. Para su construcción se utilizaron las dos primeras columnas de los respectivos archivos de texto.



a) Acciones inercial y de amortiguamiento

Gráfica 8.9. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Acciones inercial, de amortiguamiento, equivalente y externa que actúan en el centro de masa del Diafragma 1

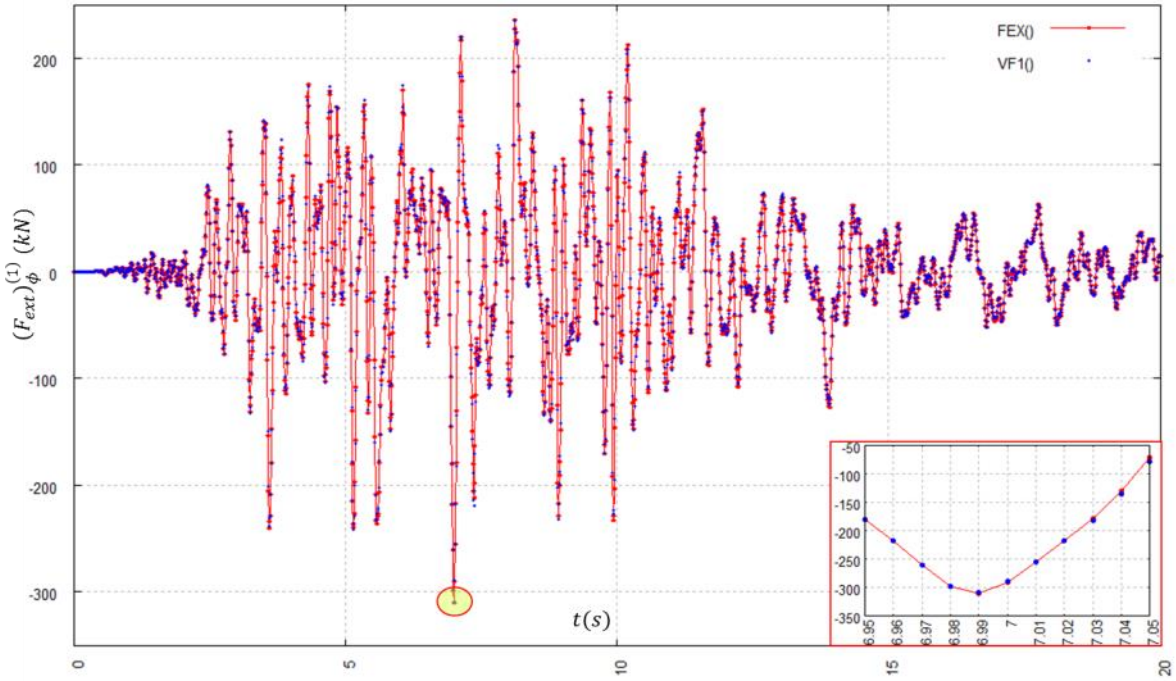
© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013



b) Acciones equivalente y externa

Gráfica 8.9. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Acciones inercial, de amortiguamiento, equivalente y externa que actúan en el centro de masa del diafragma 1 (*cont.*)

El archivo de texto *VF1.txt* contiene un cálculo alternativo de $[F_{ext}]$, obtenida al sumar $[F_{I\phi}]$, $[F_{a\phi}]$ y $[F_{s\phi}]$, constituyendo una forma de verificar cada ecuación de movimiento. La Gráfica 8.10 muestra la variación en el tiempo de la fuerza externa aplicada en el centro de masa, tomada de las tablas *FEX()* y *VF1()* . Se observan resultados similares.



Gráfica 8.10. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Verificación de la ecuación de movimiento del Grado de Libertad Dinámico 1

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

La Tabla 8.12 muestra las acciones máximas absolutas aplicadas en los centros de masa, junto con los instantes de tiempo donde se presentan. La tabla es adaptada de las tablas resumen que se escriben en la hoja *TB_OUT*.

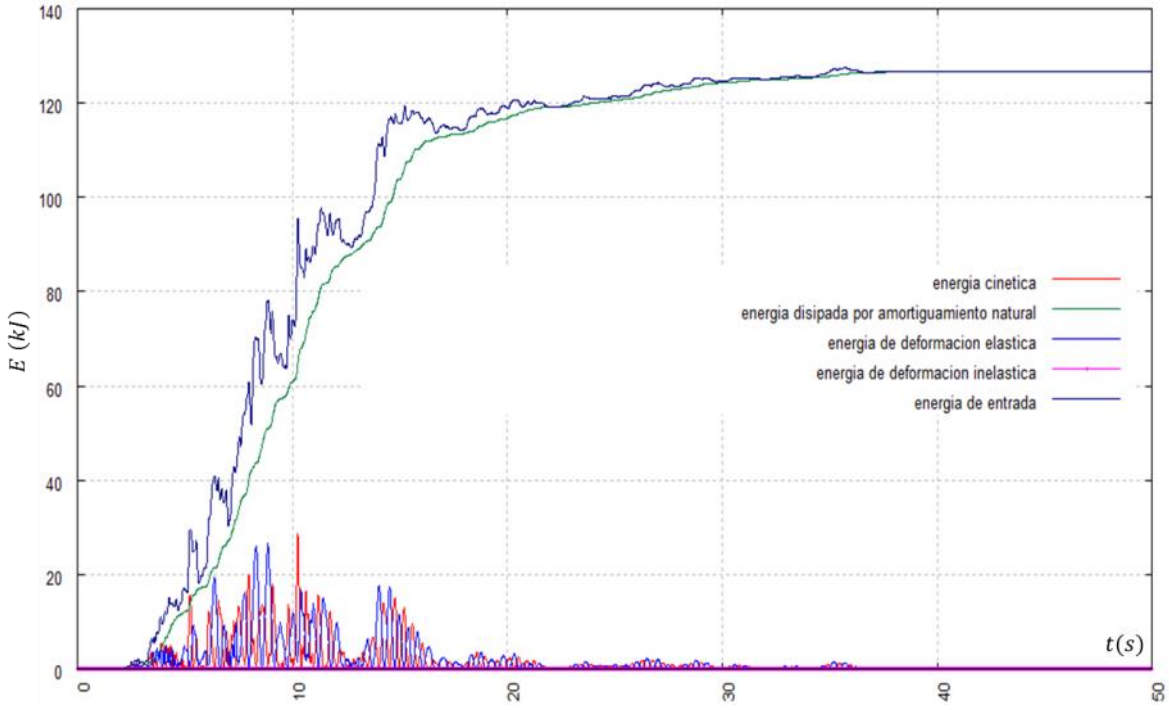
Acciones inerciales, de amortiguamiento y equivalentes máximas

Diafragma i	Fuerzas inerciales		Fuerzas de amortiguamiento		Fuerzas equivalentes	
	$(F_I)_\phi^{(i)}(m)$	$t(s)$	$(F_a)_\phi^{(i)}(m/s)$	$t(s)$	$(F_s)_\phi^{(i)}(m/s^2)$	$t(s)$
1	661.0	7.36	55.9	10.30	469.0	10.37
2	459.1	10.18	39.0	10.22	362.7	8.89
3	459.4	9.86	49.2	9.07	385.7	10.97
4	408.7	10.56	42.1	10.61	375.0	7.20
5	325.7	10.11	33.6	10.15	355.7	8.96
6	160.5	10.11	17.2	10.15	329.8	7.00

Tabla 8.12. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Acciones máximas aplicadas en los centros de masa e instantes de tiempo correspondientes

- *Verificación de la ecuación de balance de energía*

Las energías cinetica, disipada por amortiguamiento natural, de deformación elástica e inelástica y la energía introducida por las acciones externas se almacenan en el archivo de texto *ENE.txt*, en el que cada columna, exceptuando la primera, corresponde a una componente de energía. La Gráfica 8.11 muestra la variación en el tiempo de las energías previamente mencionadas para el pórrtico actual. La energía de deformación inelástica es cero en todos los instantes de tiempo porque el pórtico es elástico.

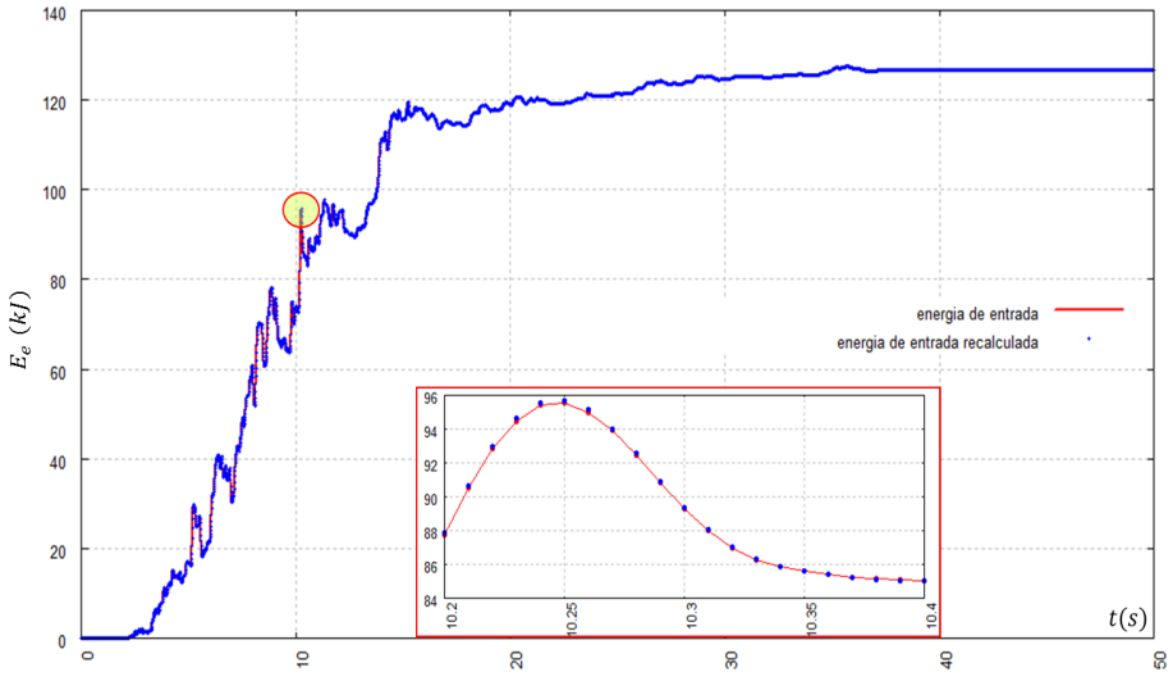


Gráfica 8.11. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Componentes de la ecuación de balance de energía

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

Las columnas 6 y 7 de *ENE.txt* almacenan la energía introducida por las acciones externas calculada de dos formas, la primera a partir de las acciones externas y las velocidades utilizando integración numérica, y la segunda sumando las 4 componentes de energía restantes, siendo esta una forma de verificar la ecuación de balance de energía.

La Gráfica 8.12 muestra la energía de entrada calculada por los dos criterios previamente mencionados, mostrando que la respuesta estimada de la estructura es adecuada.



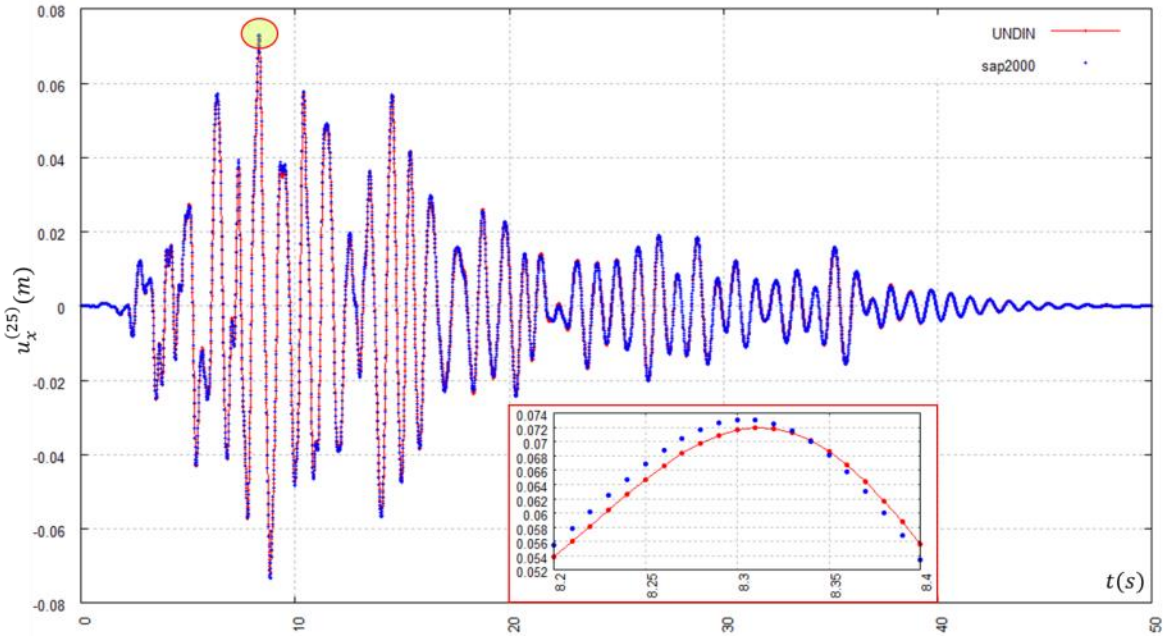
Gráfica 8.12. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Verificación de la ecuación de balance de energía

- *Desplazamientos en coordenadas globales de nudos*

La tabla de desplazamientos relativos a la base en coordenadas globales de los nudos del pórtico se almacena en el archivo de texto *DNG.txt*. En esta tabla cada columna corresponde a un grado de libertad, exceptuando la primera columna, la cual almacena los instantes de tiempo considerados en el análisis.

La Gráfica 8.13 muestra la variación en el tiempo del desplazamiento en dirección x del nudo 25 localizado en el nivel de cubierta, el cual se compara con el desplazamiento del mismo nudo calculado con SAP2000©. Se muestran solamente los primeros 20 segundos de la respuesta.

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013



Gráfica 8.13. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Verificación del desplazamiento en dirección x del Nudo 25 de cubierta

La Tabla 8.13 muestra los desplazamientos máximos del nudo 25 y los instantes de tiempo donde se presentan. Es adaptada de la tabla resumen escrita en la hoja *TB_OUT*.

Desplazamientos máximos del nudo 25

Nudo	Desplazamientos			Tiempos		
	$u_x\ (m)$	$u_z\ (m)$	$\theta_y\ (m)$	$u_x\ (m)$	$u_z\ (m)$	$\theta_y\ (m)$
25	0.072	0.0006	0.0029	8.31	8.32	10.38

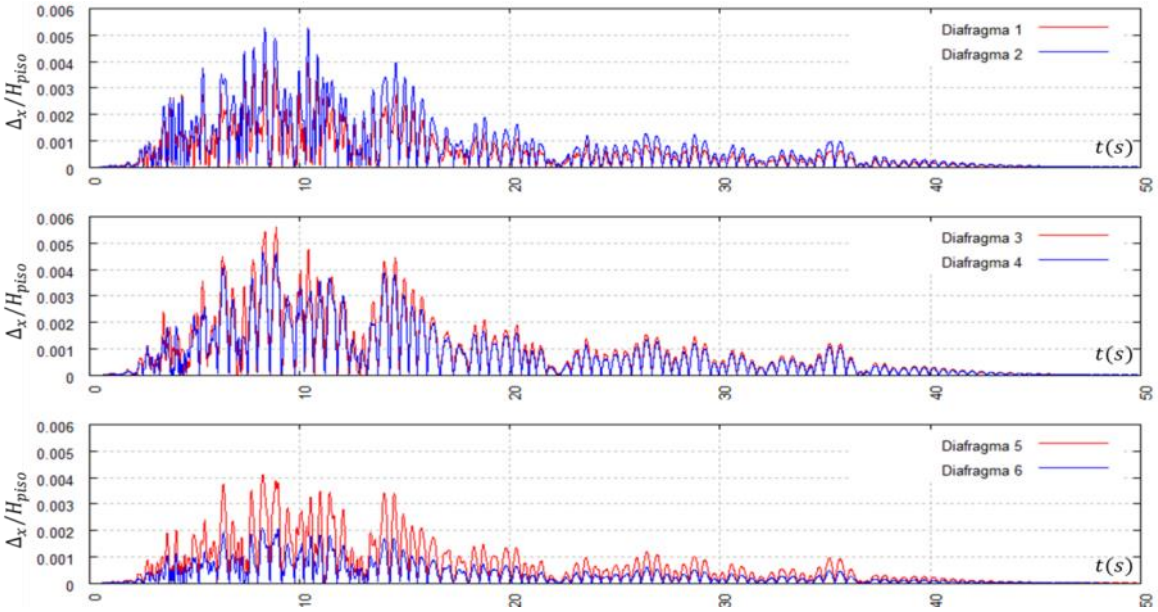
Tabla 8.13. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Desplazamientos máximos del Nudo 25

- *Derivas*

En general las derivas de los centros de masa en dirección x e y se almacenan en los archivos *EXX.txt y EYY.txt* respectivamente, aunque para pórticos planos UNDIN solamente crea el archivo *EXX.txt*, teniendo en cuenta que en dirección y no se presenta deformación en el pórtico. En las anteriores tablas cada columna, excepto la primera, corresponde a un nivel de piso.

La Gráfica 8.14 muestra la variación en en tiempo de las derivas en dirección x de los centros de masa, en valor absoluto y como fracción de la altura del piso correspondiente. La gráfica se construyó con los datos almacenados en el archivo de texto *EXX.txt*.

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013



Gráfica 8.14. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Derivas en dirección x en los centros de masa de los Diafragmas

La Tabla 8.14 contiene las derivas máximas de los centros de masa en dirección x y los instantes de tiempo en que estas se presentan.

Derivas máximas de centros de masa en X

Piso	$(\Delta_x/h)_{máx}$	$t(s)$
6	0.00394	10.38
5	0.00526	8.33
4	0.00561	8.87
3	0.00465	8.24
2	0.00412	8.23
1	0.00207	8.20

Tabla 8.14. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Derivas máximas en dirección x de los centros de masa de los Diafragmas

Las derivas de los ejes de columna son iguales a las derivas de los centros de masa, teniendo en cuenta que son función de los desplazamientos horizontales de los nudos, los cuales resultan iguales a los desplazamientos de su respectivo centro de masa. Por esta razón no se grafican.

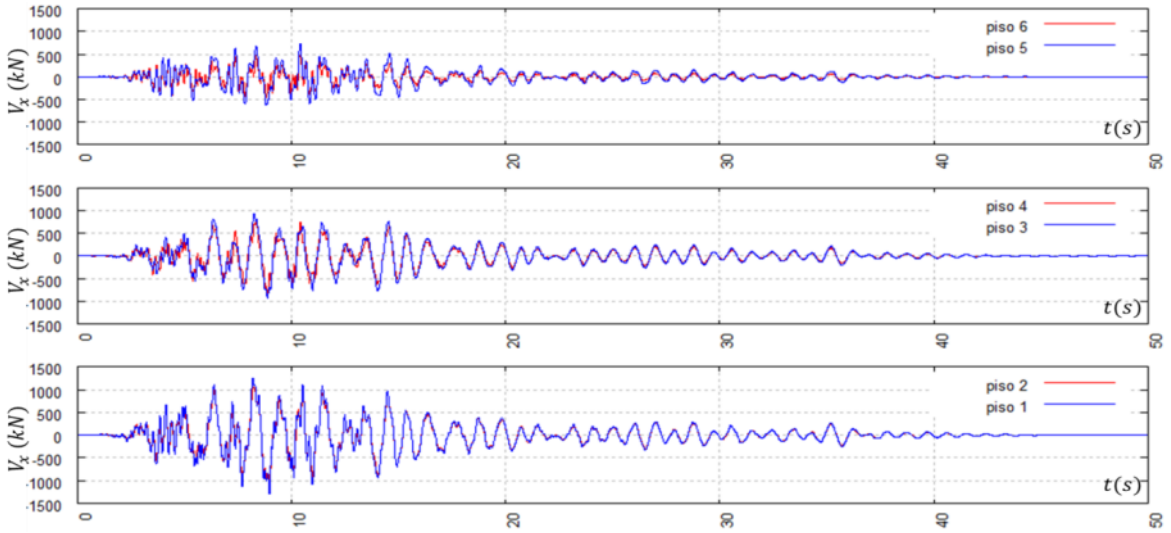
- *Cortantes de piso*

En general los cortantes de piso en dirección x e y se almacenan en los archivos *VPX.txt y VPY.txt* respectivamente, aunque para pórticos planos UNDIN solamente crea el archivo de texto *VPX.txt*, teniendo en cuenta que al no haber deformación en dirección y, tampoco

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

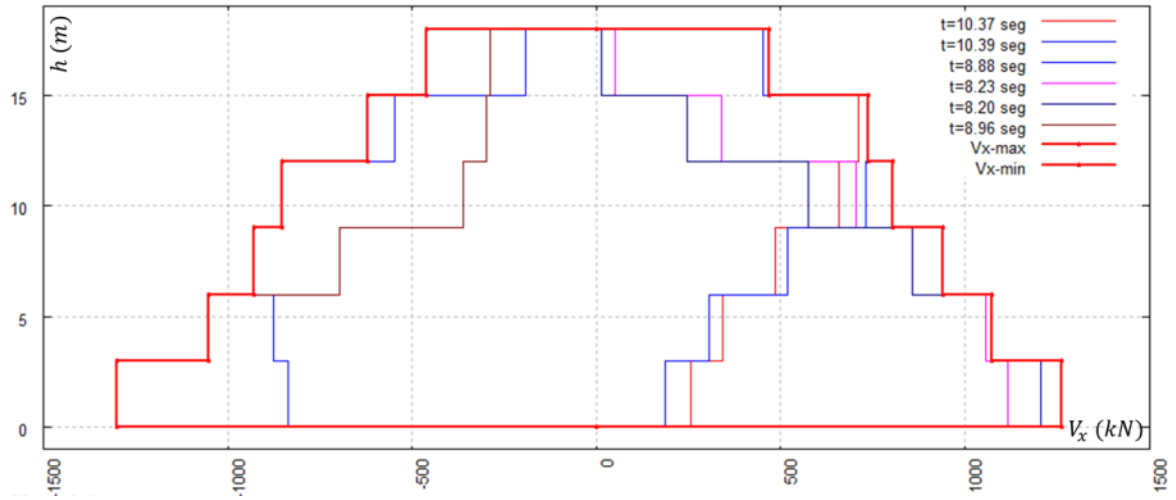
existen acciones internas en esta dirección. En las anteriores tablas cada columna, excepto la primera, corresponde a un nivel de piso.

La Gráfica 8.15 muestra la variación en el tiempo de los cortantes de piso en dirección x. Los datos utilizados para construir la gráfica fueron tomados del archivo *VPX.txt*.



Gráfica 8.15. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Cortantes de piso en dirección x

La Gráfica 8.16 se construyó con la información del archivo de texto *DVX.txt*, que permite graficar los diagramas de cortantes de piso en direccion x en cualquier instante de tiempo, así como las envolventes de cortantes máximos y mínimos. Se utilizaron las columnas 1039, 1041, 890, 825, 822 y 898 para graficar los diagramas en los instantes en $t = 10.37s, t = 10.39s, t = 8.88s, t = 8.23s, t = 8.20s$ y $t = 8.96s$ donde se presentan los cortantes máximos en cada piso (Tabla 8.15), y las columnas N° 5003 y 5004 para graficar las envolventes.



Gráfica 8.16. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Diagramas de cortantes de piso en dirección x

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

La Tabla 8.15 escrita en la hoja *TB_OUT* muestra los cortantes de piso máximos en dirección x, asi como los instantes de tiempo correspondientes.

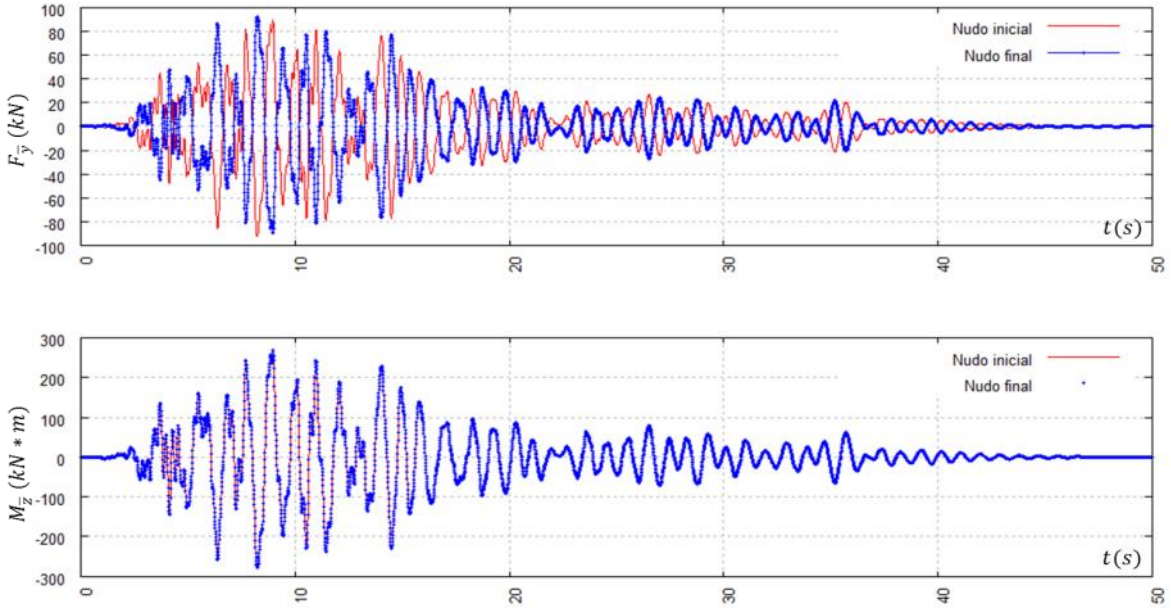
Cortantes de piso máximos en X		
Piso	$(V_x)_{máx}$	$t(s)$
6	469.0	10.37
5	736.4	10.39
4	855.1	8.88
3	938.5	8.23
2	1071.4	8.20
1	1303.0	8.96

Tabla 8.15. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Cortantes de piso máximos e instantes de tiempo correspondientes

- *Acciones en los extremos de los elementos*

Las acciones en coordenadas locales en los extremos del elemento de pórtico se almacenan en el archivo de texto de la forma *FEL-"i".txt*. En cada archivo de texto la primera columna contiene el tiempo y las 12 columnas restantes contienen las acciones en los extremos i y j organizadas así: $F_{\bar{x}}^{(i)}, F_{\bar{y}}^{(i)}, F_{\bar{z}}^{(i)}, M_{\bar{x}}^{(i)}, M_{\bar{y}}^{(i)}, M_{\bar{z}}^{(i)}, F_{\bar{x}}^{(j)}, F_{\bar{y}}^{(j)}, F_{\bar{z}}^{(j)}, M_{\bar{x}}^{(j)}, M_{\bar{y}}^{(j)}, M_{\bar{z}}^{(j)}$.

La Gráfica 8.17 muestra la variación en el tiempo de las fuerzas en dirección $\bar{y}$ local y de los momentos en dirección $\bar{z}$ local en los extremos del Elemento 26, localizado en el segundo nivel de la estructura (*Z=3.00m*) entre los Nudos 6 y 7, como se observa en la Figura 8.2. Para su construcción se usaron los datos almacenados en las columnas 3, 7, 9 y 13 del archivo de texto *FEL-26.txt.*



Gráfica 8.17. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Acciones en coordenadas locales en los extremos del Elemento 26

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

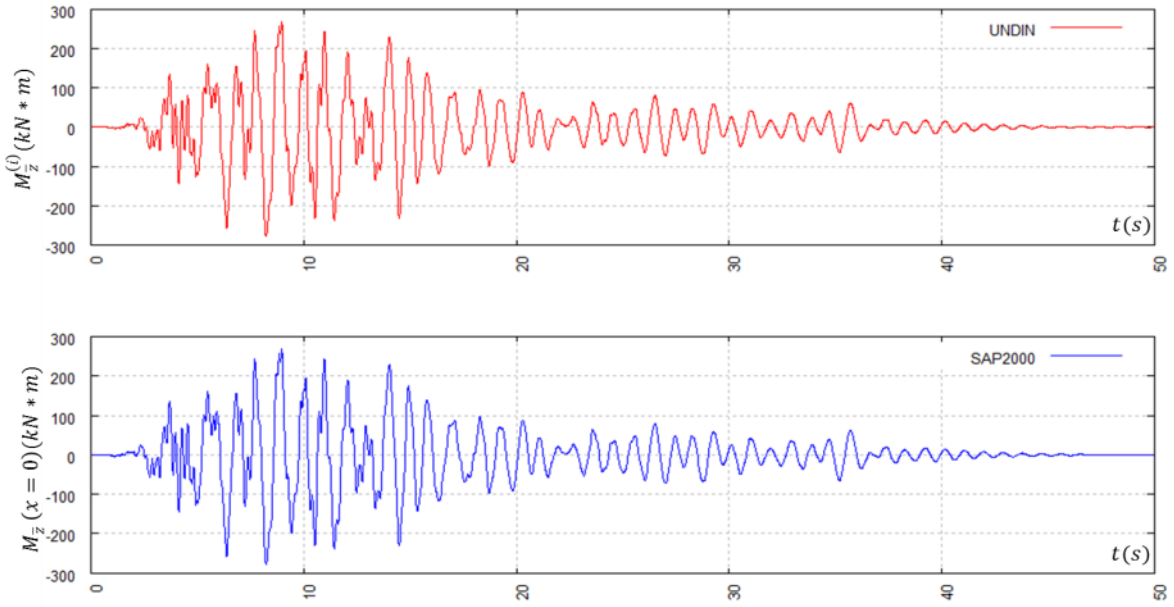
La Tabla 8.16 contiene las acciones máximas en coordenadas locales que actúan en los extremos del elemento 26, así como los instantes de tiempo donde estas se presentan.

Acciones máximas en los extremos del elemento N° 26

	$F_{\bar{x}}^{(6)}$	$F_{\bar{y}}^{(6)}$	$M_{\bar{z}}^{(6)}$	$F_{\bar{x}}^{(7)}$	$F_{\bar{y}}^{(7)}$	$M_{\bar{z}}^{(7)}$
Acciones	0.0	92.5	277.6	0.0	92.5	277.6
Tiempos	8.93	8.21	8.21	8.93	8.21	8.21

Tabla 8.16. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Acciones máximas en los extremos del Elemento 26 y tiempos correspondientes

La Gráfica 8.18 compara el momento flector en dirección $\bar{z}$ en el extremo inicial, calculado con UNDIN y con SAP2000©. Se observa que los resultados son prácticamente los mismos, aclarando que el momento obtenido con SAP2000© corresponde al momento interno en el extremo inicial, el cual coincide con el negativo del momento aplicado en el mismo extremo del elemento, es decir, $M_{\bar{z}}(x=0) = M_{\bar{z}}^{(i)}$, por lo que en la gráfica aparecen los mismos valores de momento en cada instante de tiempo, pero con signo contrario.



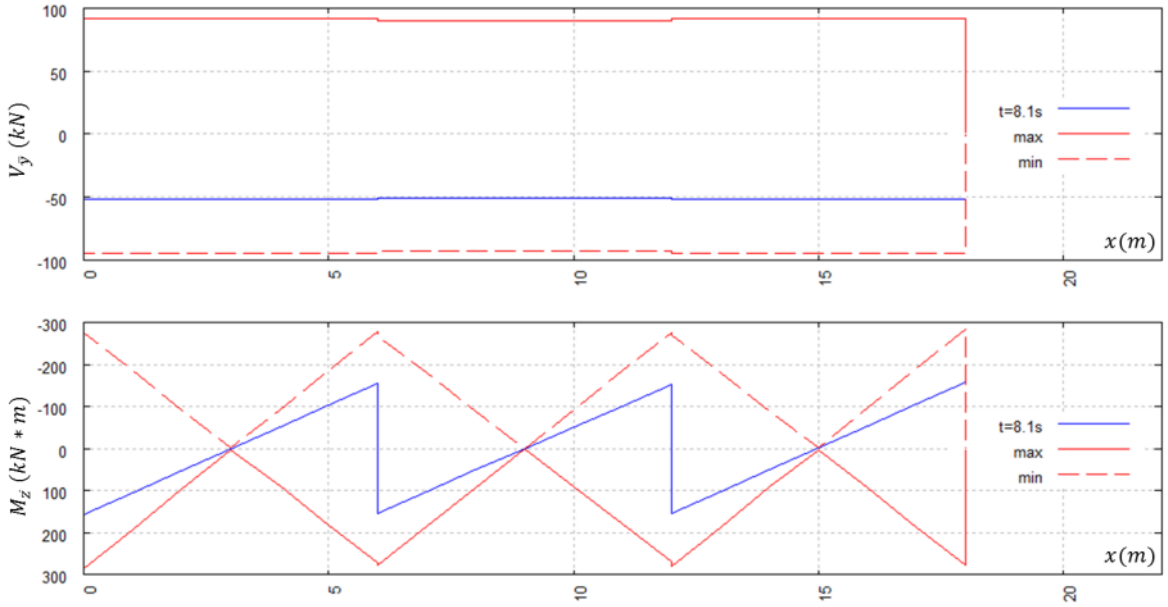
Gráfica 8.18. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Verificación de acciones en los extremos del Elemento 26

- *Diagramas de acciones internas en vigas y columnas*

Las tablas de datos que permiten graficar los diagramas de acciones internas de un conjunto de elementos, agrupados en un eje de vigas o de columnas de un pórtico plano, se almacenan en los archivos de texto *NX-'id'.txt, VY-'id'.txt* y *MZ-'id'.txt* donde *'id'* indica el nombre del eje de viga o de columna. En estos archivos cada columna corresponde a un instante de tiempo, excepto la primera columna en la que se almacenan las secciones en las que se calculan las acciones internas, y las dos últimas columnas que almacenan las envolventes.

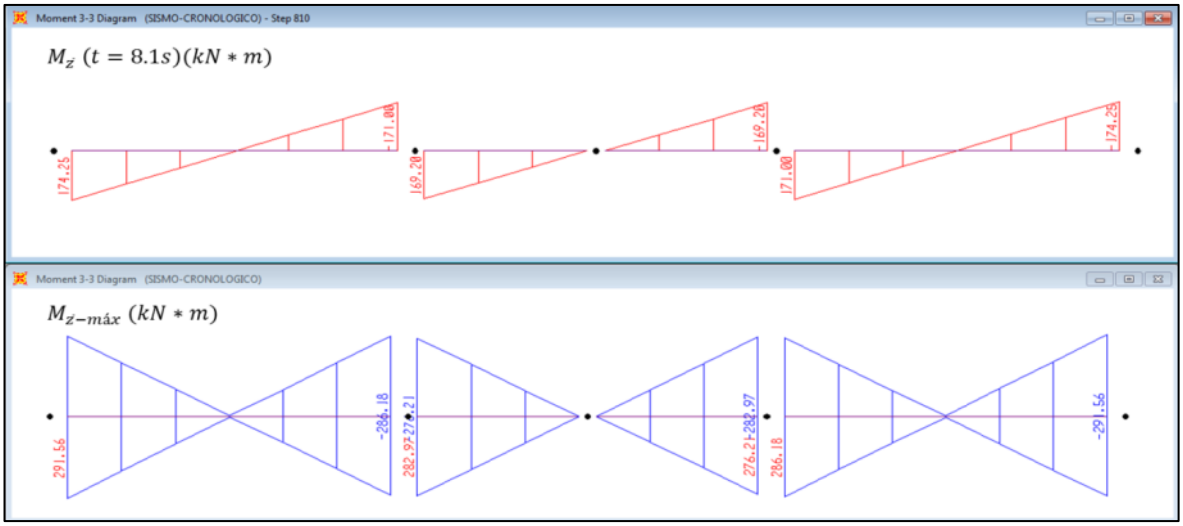
© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

La Gráfica 8.19 muestra los diagramas de fuerza cortante en dirección $\bar{y}$ y de momento flector en dirección $\bar{z}$ en el instante $t = 8.21s$, así como las envolventes de cortante y de momento flector de la viga V-01. La gráfica se construyó utilizando los datos almacenados en los archivos *VY-V1.txt y MZ-V1.txt* en las columnas 823, 5003 y 5004.



Gráfica 8.19. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Diagramas y envolventes de acciones internas de la Viga V-01 obtenidos con UNDIN

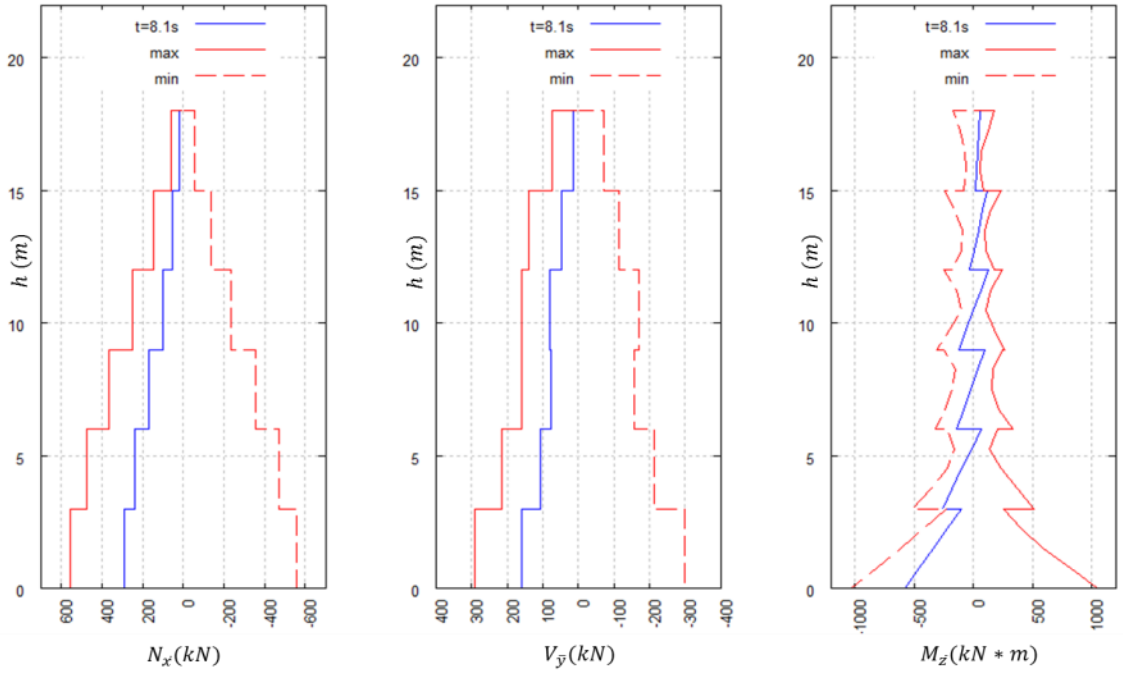
La Gráfica 8.20 muestra el diagrama en $t = 8.10s$ y las envolventes de momentos mostradas en la Gráfica 8.19, calculados con SAP2000©. Se observa que los resultados son prácticamente los mismos.



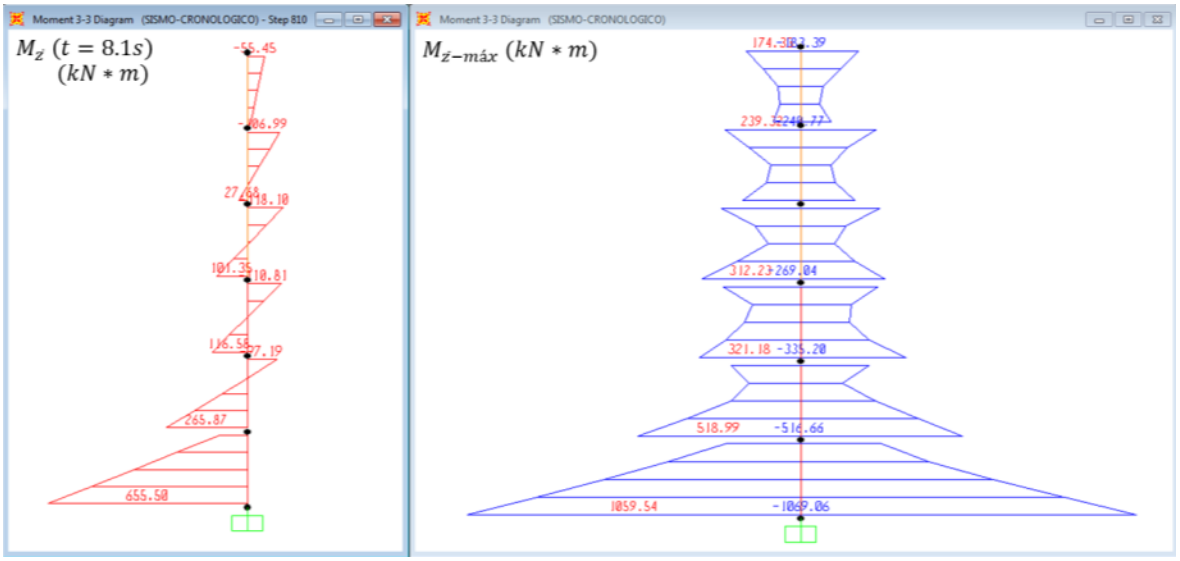
Gráfica 8.20. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Diagramas y envolventes de acciones internas en la viga V-01 obtenidos con SAP2000©

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

El ejercicio anterior también se puede realizar con cualquier eje de columnas. La Gráfica 8.21 muestra los diagramas de axial, cortante y momento en el instante $t = 8.10s$ y las envolventes correspondientes de la Columna C-01, mientras que la Gráfica 8.22 muestra el diagrama en $t = 8.10s$ y la envolvente del momento flector de la misma columna, obtenidos con SAP2000©. En ambos casos los resultados son prácticamente iguales.



Gráfica 8.21. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Diagramas y envolventes de acciones internas de la Columna C-01 obtenidos con UNDIN



Gráfica 8.22. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Diagramas y envolventes de momento flector de la Columna C-01 obtenidos con SAP2000©

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

- *Tiempos de cálculo*

En la ventana de inmediato del editor de Visual Basic se escriben las etapas de cálculo llevadas a cabo en la subrutina principal, junto con el tiempo de cálculo correspondiente (*en segundos*), acumulado desde el comienzo de la ejecución del programa hasta el final de cada etapa de cálculo.

En la Figura 8.19 se observa que el tiempo total de cálculo de este pórtico, utilizando el método de análisis modal cronológico, es de 70 segundos aproximadamente, y que las etapas más dispendiosas son las correspondientes al cálculo y presentación (*o almacenamiento*) de las acciones en los extremos de los elementos y al cálculo de las acciones internas en vigas y columnas.

```
Inmediato

Programa Didáctico a Código Abierto de Análisis Dinámico de Estructuras
Universidad Nacional de Colombia. 2013

calculando ...
Lectura y definición de parámetros generales                                  0.574
Lectura de tablas de datos                                                    0.746
Cantidad de grados de libertad por tipo                                       0.750
Creación de matrices auxiliares                                               0.750
ANÁLISIS MODAL                                                                0.750
Matriz de masa                                                                0.750
Matriz de rigidez considerando todos los grados de libertad                   0.785
Matriz de rigidez condensada a grados de libertad de interés                  0.789
Matriz de rigidez lateral                                                     0.789
Coordenadas de centros de rigidez                                             0.789
Frecuencias, periodos y modos de vibración ortonormalizados                   0.796
Matrices modales de masa, rigidez y amortiguamiento                           0.796
Matriz de amortiguamiento por superposición de matrices modales               0.796
Factores de participación y masa modal efectiva                               0.796
ANÁLISIS MODAL CRONOLÓGICO                                                    0.800
Acciones modales externas equivalentes a la aceleración de la base            0.816
Desplazamientos, velocidades y aceleraciones generalizadas                    0.863
Desplazamientos, velocidades y aceleraciones relativas a la base de centros de masa   0.898
Verificación del equilibrio dinámico                                          0.941
Balance de energía                                                            1.074
Desplazamientos de los nudos, relativos a la base y en coordenadas globales   1.664
Derivas de centros de masa                                                    1.667
Cortantes de piso                                                             1.726
Acciones en los extremos de los elementos en coordenadas locales              12.710
Diagramas de acciones internas en vigas y columnas                            64.250
¡ fin del cálculo !                                                           69.988
```

Figura 8.19. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Tiempos de cálculo utilizando el método de análisis modal cronológico

8.1.6. Resultados del análisis modal espectral

A continuación se muestran los resultados obtenidos del análisis modal espectral realizado al pórtico plano tomado como ejemplo. Los resultados se muestran de forma gráfica y mediante tablas.

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

Debe tenerse en cuenta que solamente se producen resultados diferentes de cero cuando el sismo actúa en dirección x, y por lo tanto los archivos de texto contienen columnas con valores iguales a cero, que corresponden a los valores máximos por modo y a los valores máximos probables de respuesta cuando el sismo actúa solamente en dirección y.

- *Pseudo-aceleraciones asociadas a modos de vibración*

Los parámetros del espectro de pseudo-aceleración escogidos para este ejemplo son los indicados en la Tabla 8.1. Las pseudo-aceleraciones máximas fueron calculadas con las ecuaciones de la Figura 8.15, de acuerdo con los periodos de vibración obtenidos en el análisis modal (Tabla 8.6).

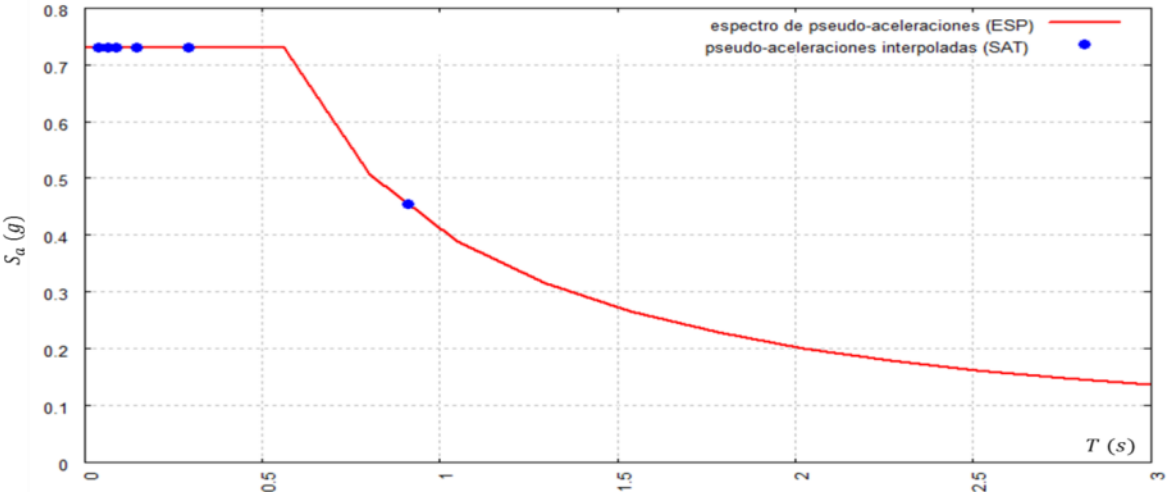
La Tabla 8.17 muestra las pseudo-aceleraciones máximas S_a, correspondientes a los modos de vibración del pórtico como fracción de la aceleración de la gravedad g.

Vector de pseudo-aceleraciones interpoladas - SAT() (6x2)

Modo	$T\ (s)$	$S_a\ (g)$
1	0.911	0.455
2	0.291	0.731
3	0.146	0.731
4	0.089	0.731
5	0.064	0.731
6	0.040	0.731

Tabla 8.17. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Pseudo-aceleraciones correspondientes a cada modo de vibración del pórtico

La Gráfica 8.23 muestra los valores de S_a de la Tabla 8.17 graficados sobre el espectro de pseudo-aceleraciones usado en el análisis. La gráfica se construyó con los datos almacenados en los archivos de texto *ESP.txt* y *SAT.txt.*



Gráfica 8.23. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Espectro y pseudo-aceleraciones correspondientes a modos de vibración

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

- *Desplazamientos generalizados máximos por cada modo de vibración*

La Tabla 8.18 contiene el desplazamiento generalizado máximo asociado a cada modo de vibración natural del pórtico, producido cuando actúa la única componente de aceleración de la base $\ddot{u}_{gx}$. Esta tabla se escribe en *TB_OUT* y se exporta al archivo *GEN.txt*.

Matriz de desplazamientos generalizados máximos-GEN() (6x1)

Modo	$\eta\,(m)$
1	1.914
2	0.132
3	0.021
4	0.006
5	0.003
6	0.001

Tabla 8.18. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Desplazamientos generalizados máximos por modo

- *Desplazamientos máximos de los centros de masa*

Los desplazamientos máximos por modo y los desplazamientos máximos probables de los centros de masa en dirección x de un pórtico plano, se escriben en la hoja *TB_OUT* y se almacenan en el archivo de texto *XCR.txt*. En esta tabla cada columna corresponde a un modo o a un parámetro combinado.

La Tabla 8.19 contiene la coordenada z de cada centro de masa (*columna C1*), los desplazamientos máximos de los centros de masa, relativos a la base y en dirección x, obtenidos para cada modo de vibración (*columnas C2 a C7*) y los desplazamientos máximos probables obtenidos de combinar los desplazamientos máximos por modo (*columna C14*). La tabla mostrada se adaptó de la escrita en la hoja *TB_OUT*.

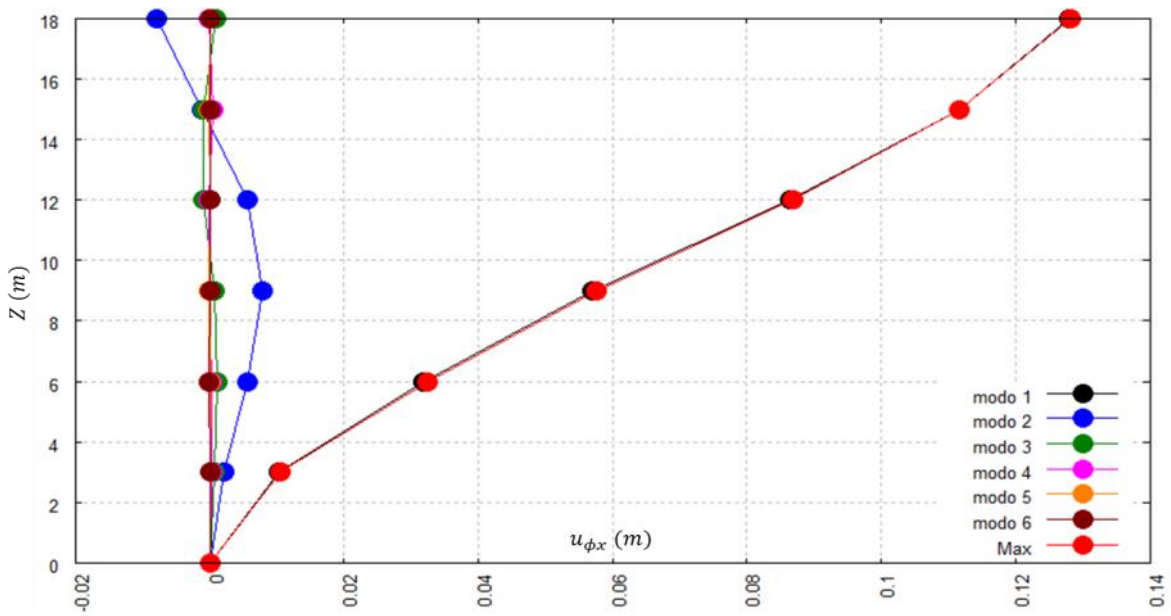
Desplazamientos máximos en X de centros de masa de diafragmas - XCR()

Centro de masa	C1 Z (m)	C2 Modo 1	C3 Modo 2	C4 Modo 3	C5 Modo 4	C6 Modo 5	C7 Modo 6	C14 Máximo
1 (Cubierta)	18.00	0.128	-0.008	0.001	0.000	0.000	0.000	0.128
2 (6° piso)	15.00	0.112	-0.001	-0.001	0.000	0.000	0.000	0.112
3 (5° piso)	12.00	0.087	0.006	-0.001	0.000	0.000	0.000	0.087
4 (4° piso)	9.00	0.057	0.008	0.001	0.000	0.000	0.000	0.058
5 (3° piso)	6.00	0.032	0.006	0.001	0.000	0.000	0.000	0.032
6 (2° piso)	3.00	0.010	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000	0.011
Base	0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

Tabla 8.19. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Desplazamientos máximos de los centros de masa

La Gráfica 8.24 fue construida con los datos del archivo *XCR.txt*. Se observa que para este pórtico los desplazamientos máximos probables de los centros de masa se deben prácticamente al primer modo de vibración, siendo despreciable el aporte de los modos restantes.

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013



Gráfica 8.24. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Desplazamientos máximos probables de los centros de masa

En la Figura 8.20 se muestran los desplazamientos máximos probables de los centros de masa del mismo pórtico, calculados con SAP2000©. Los resultados coinciden con los mostrados en la Tabla 8.19.

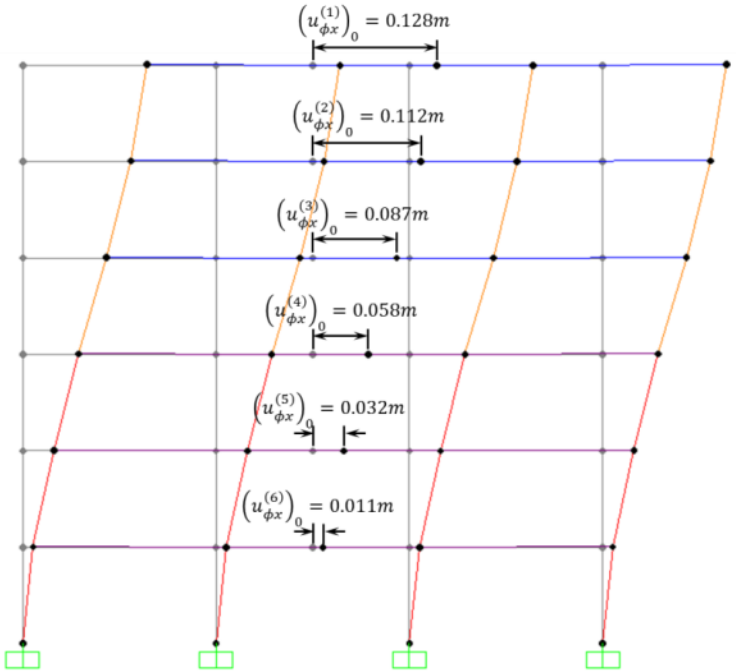


Figura 8.20. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Desplazamientos máximos probables de centros de masa obtenidos con SAP2000©

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

- *Desplazamientos máximos de los nudos*

Los desplazamientos de los nudos (*relativos a la base y en coordenadas globales*) máximos por modo y máximos probables se almacenan en el archivo *DNG.txt*, en el que cada fila corresponde a un grado de libertad y cada columna corresponde a un modo de vibración o a un parámetro combinado. Adicionalmente en la hoja *TB_OUT* se escribe la tabla resumen *DEM()* que almacena solamente los desplazamientos máximos probables de los nudos.

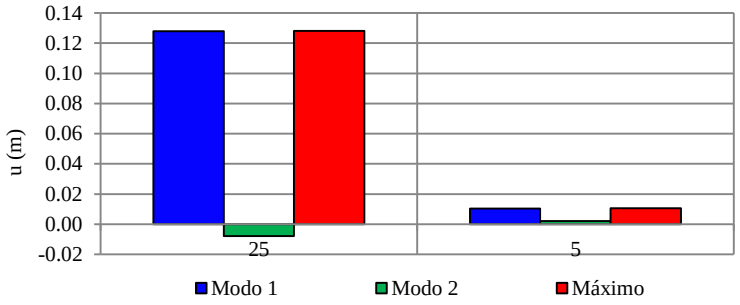
La Tabla 8.20 muestra los desplazamientos máximos en dirección x de los Nudos 5 y 25 localizados en el segundo piso y en cubierta respectivamente. Los datos fueron tomados del archivo *DNR.txt*. Se observa que los valores calculados para cada nudo son idénticos a los desplazamientos de los centros de masa de los Diafragmas 6 y 1, como se esperaba.

Desplazamientos máximos en X de los nudos 5 y 25 - DNR()*

Nudo	Grado de libertad	C1 Modo 1	C2 Modo 2	C3 Modo 3	C4 Modo 4	C5 Modo 5	C6 Modo 6	C13 Máximo
25	21	0.128	-0.008	0.001	0.000	0.000	0.000	0.128
5	1	0.010	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000	0.011

Tabla 8.20. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Desplazamientos máximos de los Nudos 5 y 25

La Gráfica 8.25 muestra los desplazamientos máximos producidos por los modos 1 y 2 y los desplazamientos máximos probables de los Nudos 5 y 25. Estos últimos son debidos prácticamente al primer modo de vibración.



Gráfica 8.25. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Desplazamientos máximos de los Nudos 5 y 25

La Tabla 8.21 es adaptada de la matriz *DEM()* escrita en la hoja *TB_OUT*. Se observa que los desplazamientos máximos probables en dirección x de los Nudos 5 y 25 coinciden con los mostrados en la Tabla 8.20. También se observa que los desplazamientos u_y y las rotaciones θ_x y θ_z son cero, dado que fueron restringidos al comienzo del análisis.

Desplazamientos máximos probables de nudos - DEM()*

Nudo	$u_x\ (m)$	$u_y\ (m)$	$u_z\ (m)$	$\theta_x\ (m)$	$\theta_y\ (m)$	$\theta_z\ (m)$
5	0.011	0.000	0.000	0.0000	0.0057	0.0000
25	0.128	0.000	0.001	0.0000	0.0043	0.0000

Tabla 8.21. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Desplazamientos máximos probables de los Nudos 5 y 25 tomados de la matriz *DEM()*

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

- *Derivas máximas de centros de masa*

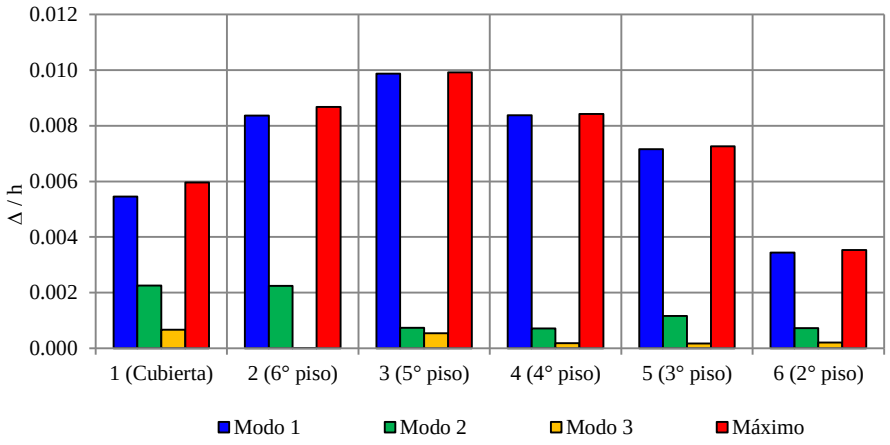
Para pórticos planos y espaciales, las derivas de los centros de masa en dirección x se almacenan en el archivo de texto *EXR.txt*. Para pórticos espaciales, adicionalmente se crea el archivo de texto *EYR.txt* que almacena las derivas de los centros de masa en dirección y. La Tabla 8.22 muestra las derivas máximas por modo y las derivas máximas probables de cada nivel.

Derivas máximas de CM's en dirección X - EXR() (6x15)

Centro de masa	C1 Modo 1	C2 Modo 2	C3 Modo 3	C4 Modo 4	C5 Modo 5	C6 Modo 6	C13 Máximo
1 (Cubierta)	0.0055	0.0023	0.0007	0.0002	0.0000	0.0000	0.0060
2 (6° piso)	0.0084	0.0022	0.0000	0.0002	0.0001	0.0000	0.0087
3 (5° piso)	0.0099	0.0007	0.0005	0.0000	0.0001	0.0000	0.0099
4 (4° piso)	0.0084	0.0007	0.0002	0.0002	0.0001	0.0000	0.0084
5 (3° piso)	0.0072	0.0012	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0073
6 (2° piso)	0.0034	0.0007	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0035

Tabla 8.22. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Derivas máximas de los centros de masa

En la Gráfica 8.26, que muestra las derivas máximas probables de cada nivel y el aporte máximo de los tres primeros modos de vibración a las derivas respectivas, se observa que la deriva máxima (*5° piso*) prácticamente coincide con la deriva del primer modo, mientras que en los niveles superiores el aporte del segundo modo de vibración es más significativo. La gráfica fue elaborada con los datos almacenados en el archivo *EXR.txt*.



Gráfica 8.26. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Derivas máximas de los centros de masa

- *Acciones equivalentes máximas trasladadas a los centros de masa*

Para pórticos planos y espaciales, las acciones equivalentes en dirección x trasladadas a los centros de masa se almacenan en el archivo de texto *FXR.txt*. Adicionalmente, para porticos espaciales ,se crea el archivo de texto *FYR.txt* con las acciones equivalentes en dirección y. La Tabla 8.23 muestra las acciones equivalentes máximas por modo y las acciones

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

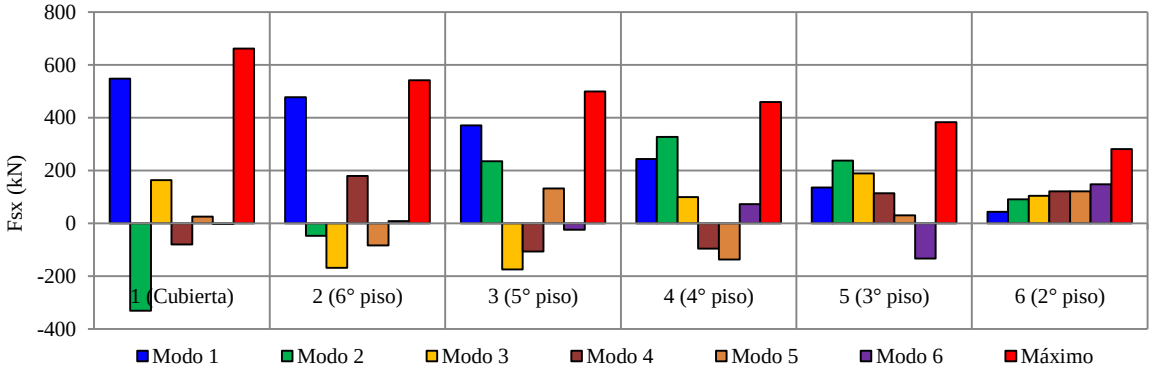
equivalentes máximas probables en dirección x, que actúan en los centros de masas de la estructura.

Fuerzas equivalentes máximas en dirección X - FXR()*

Centro de masa	C1 Z (m)	C2 Modo 1	C3 Modo 2	C4 Modo 3	C5 Modo 4	C6 Modo 5	C7 Modo 6	C14 Máximo
1 (Cubierta)	18.00	548.1	-330.5	164.4	-80.2	26.1	-1.8	662.4
2 (6° piso)	15.00	478.0	-46.6	-168.2	179.9	-83.0	8.3	541.8
3 (5° piso)	12.00	370.5	235.1	-173.8	-107.0	132.9	-24.3	499.9
4 (4° piso)	9.00	243.7	327.4	99.6	-95.6	-137.1	72.3	459.8
5 (3° piso)	6.00	136.1	238.2	189.5	114.5	30.7	-133.5	383.2
6 (2° piso)	3.00	44.2	91.6	104.9	120.9	121.0	148.6	281.4
Base	0.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Tabla 8.23. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Acciones equivalentes máximas

La Gráfica 8.32 muestra que las acciones equivalentes no tienen tendencia hacia el primer modo, como si sucede con los desplazamientos y con las derivas. Los modos superiores tienen una alta incidencia en las acciones equivalentes máximas que actúan en los niveles más bajos de la estructura.



Gráfica 8.27. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Acciones equivalentes máximas

- *Cortantes máximos de piso*

Los cortantes de piso en dirección x y en direccion y se almacenan en los archivos de texto, *VXR.txt* y *VYR.txt* respectivamente, aunque para pórticos planos solamente se crea el primero de los dos archivos. La Tabla 8.24 contiene los cortantes de piso máximos por modo y los cortantes de piso máximos probables en dirección x.

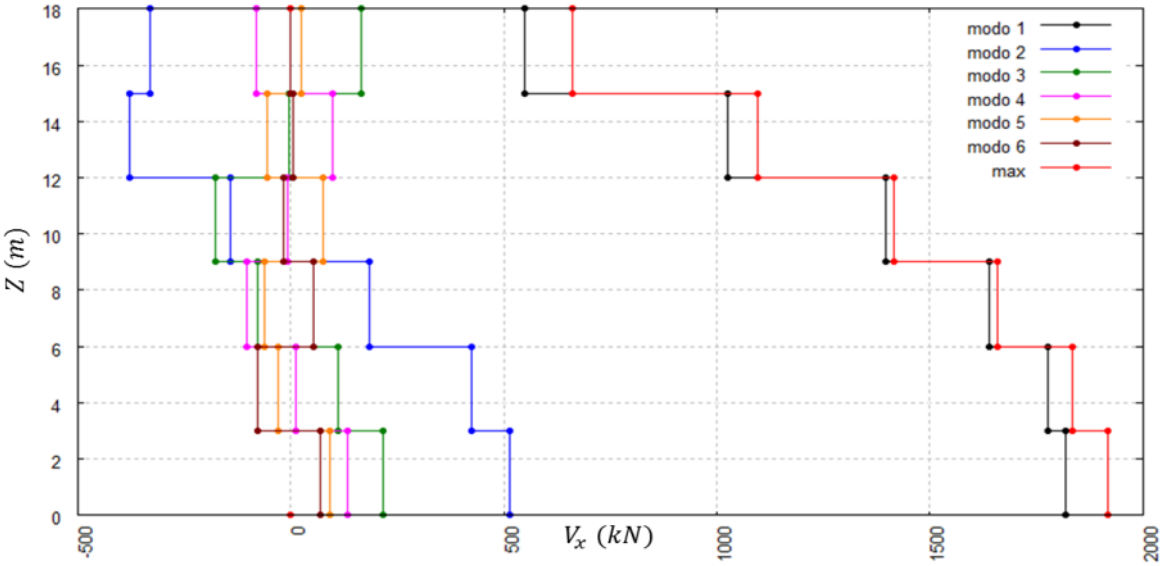
Cortantes de piso máximos en X - VXR()*

Piso	C1 Modo 1	C2 Modo 2	C3 Modo 3	C4 Modo 4	C5 Modo 5	C6 Modo 6	C13 Máximo
6°	548.05	-330.46	164.40	-80.23	26.10	-1.83	662.43
5°	1026.01	-377.09	-3.78	99.72	-56.88	6.47	1096.56
4°	1396.54	-142.00	-177.58	-7.30	76.01	-17.79	1416.19
3°	1640.22	185.36	-78.02	-102.94	-61.06	54.55	1658.76
2°	1776.29	423.59	111.49	11.53	-30.39	-78.96	1834.51
1°	1820.47	515.19	216.36	132.46	90.57	69.60	1918.46

Tabla 8.24. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Cortantes de piso máximos

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

Con los datos almacenados en el archivo *DVX.txt* se pueden graficar los diagramas de cortante de piso de cada modo de vibración, o los diagramas de cortantes máximos probables, como se muestra en la Gráfica 8.28. En esta se observa cómo en los pisos intermedios el cortante de piso máximo probable tiende al cortante de piso aportado por el primer modo de vibración, mientras que el aporte de los modos superiores incide de forma importante en los cortantes de piso en los demás niveles del pórtico.



Gráfica 8.28. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Cortantes de piso máximos

- *Acciones máximas en los extremos de elementos*

Las acciones máximas en los extremos de cada elemento se almacenan en los archivos *FEL-'i'.txt* (*con i=número del elemento*) de forma similar a lo indicado para el caso de análisis modal cronológico. La Tabla 8.25 contiene las acciones máximas en los extremos del Elemento 1 localizado entre los nudos 1 y 5, tomadas del archivo de texto *FEL-1.txt*.

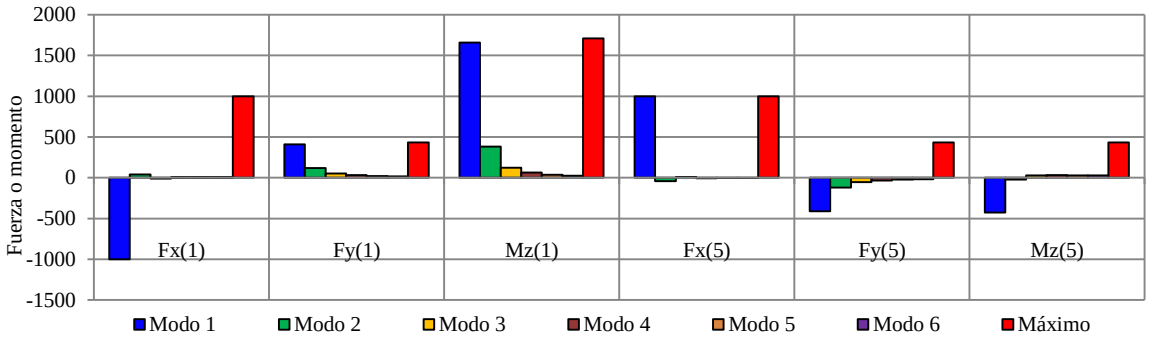
Acciones máximas en los extremos del elemento N°1

Fuerza o momento	C1 Modo 1	C2 Modo 2	C3 Modo 3	C4 Modo 4	C5 Modo 5	C6 Modo 6	C13 Máximo
$N_{\bar{x}}^{(1)}$	-998.24	41.77	-10.91	5.28	0.97	0.00	998.94
$F_{\bar{y}}^{(1)}$	410.20	119.64	51.71	32.25	22.30	17.47	434.04
$M_{\bar{z}}^{(1)}$	1658.51	380.57	124.67	62.50	37.46	24.10	1711.30
$N_{\bar{x}}^{(5)}$	998.24	-41.77	10.91	-5.28	-0.97	0.00	998.94
$F_{\bar{y}}^{(5)}$	-410.20	-119.64	-51.71	-32.25	-22.30	-17.47	434.04
$M_{\bar{z}}^{(5)}$	-427.91	-21.67	30.45	34.26	29.43	28.31	433.26

Tabla 8.25. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Acciones máximas probables en los extremos del Elemento 1

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

La Gráfica 8.29 muestra las acciones máximas probables en los extremos del Elemento 1 y el aporte de cada modo de vibración. El primer modo aporta en varios casos el 100% de la respuesta total.

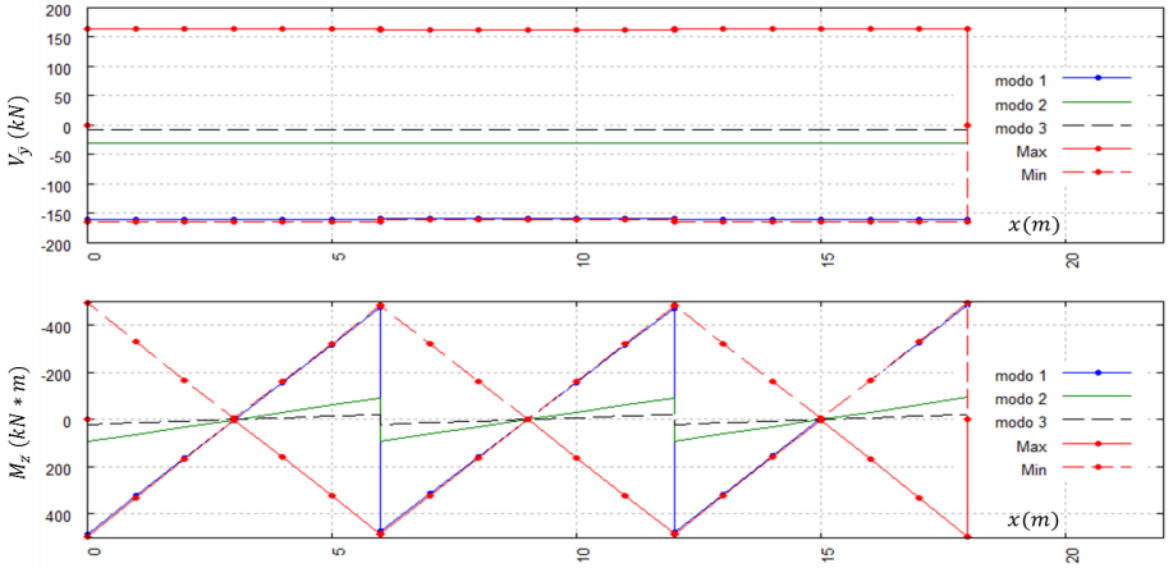


Gráfica 8.29. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Acciones máximas en los extremos del Elemento 1

- *Acciones internas máximas en vigas y columnas*

Con el método de análisis modal espectral también se generan archivos de texto para graficar los diagramas de acciones internas en vigas y columnas. Los archivos tienen los mismos nombres y almacenan la información de manera similar a lo descrito en el caso de análisis modal cronológico, aunque en ahora cada columna corresponde a un modo de vibración y no a un instante de tiempo.

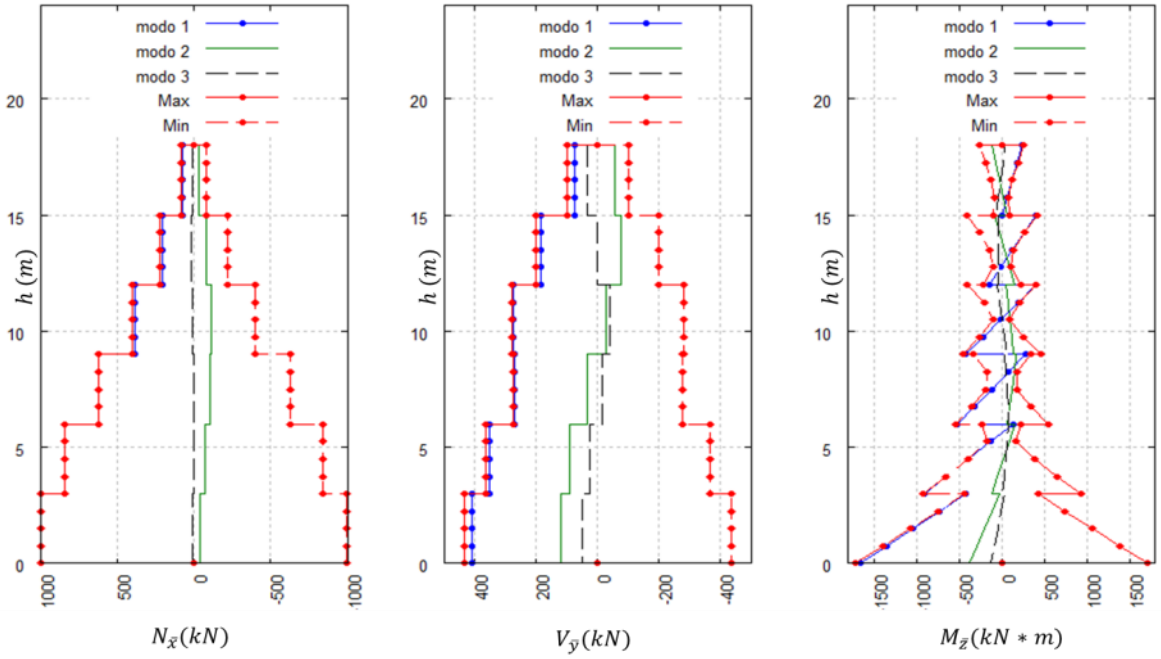
La Gráfica 8.30 muestra los diagramas de acciones internas de la viga V-01. La gráfica muestra los diagramas máximos de los tres primeros modos y las envolventes correspondientes.



Gráfica 8.30. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Diagramas de acciones internas máximas de la viga V-01

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

La Gráfica 8.31 muestra los diagramas de acciones internas de la columna C-01, especificamente los diagramas de los tres primeros modos y las envolventes correspondientes.



Gráfica 8.31. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Diagramas de acciones internas máximas de la columna C-01

La Figura 8.21 muestra las envolventes positivas de cortante y momento de la Gráfica 8.30, pero calculadas con SAP2000©. Los resultados obtenidos utilizando las dos herramientas idénticos. De igual manera los demás diagramas muestran también resultados indénticos.

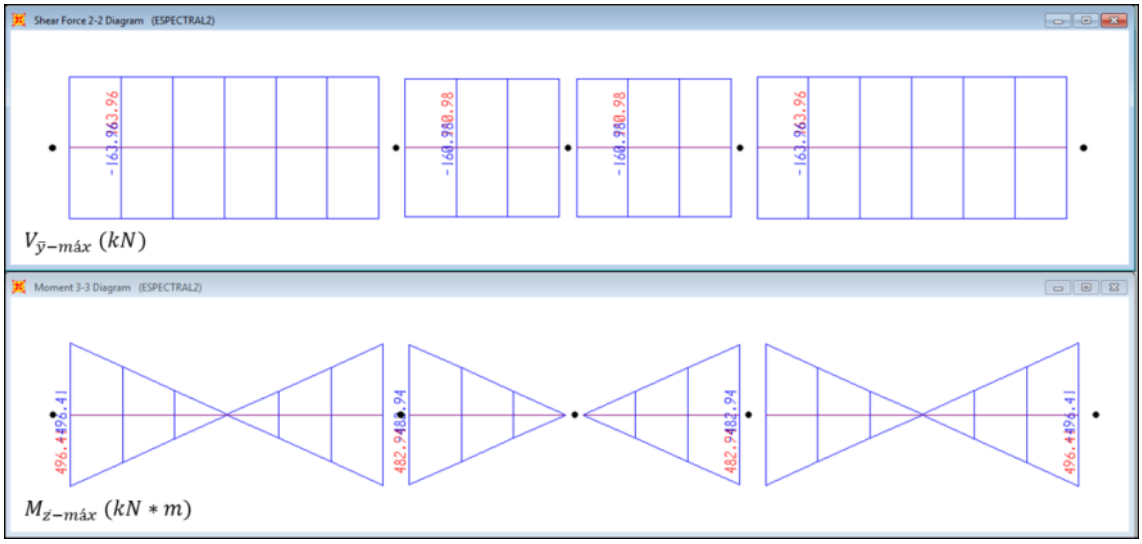


Figura 8.21. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Verificación de acciones internas en Viga V-01

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013

- *Tiempos de cálculo*

En la Figura 8.22 se observa que el tiempo total de cálculo de este pórtico, utilizando el método de análisis modal espectral, es de 2.8 segundos aproximadamente, significativamente menor que el tiempo necesario por análisis modal cronológico.

```
Inmediato

Programa Didáctico a Código Abierto de Análisis Dinámico de Estructuras
Universidad Nacional de Colombia. 2013

calculando ...
Lectura y definición de parámetros generales                                  0.687
Lectura de tablas de datos                                                    0.828
Cantidad de grados de libertad por tipo                                       0.843
Creación de matrices auxiliares                                               0.843
ANÁLISIS MODAL                                                                0.843
Matriz de masa                                                                0.843
Matriz de rigidez considerando todos los grados de libertad                   0.875
Matriz de rigidez condensada a grados de libertad de interés                  0.875
Matriz de rigidez lateral                                                     0.875
Coordenadas de centros de rigidez                                             0.875
Frecuencias, periodos y modos de vibración ortonormalizados                   0.875
Matrices modales de masa, rigidez y amortiguamiento                           0.875
Factores de participación y masa modal efectiva                               0.875
ANÁLISIS MODAL ESPECTRAL                                                      0.875
Desplazamientos generalizadas máximos                                         0.875
Desplazamientos máximos probables de centros de masa                          0.890
Desplazamientos máximos probables de los nudos en coordenadas globales        0.890
Derivas máximas probables de centros de masa                                  0.890
Acciones equivalentes máximas probables trasladadas a centros de masa         0.890
Cortantes de piso máximos probables                                           0.890
Acciones máximas probables en los extremos de los elementos                   1.078
Diagramas de acciones internas en vigas y columnas                            1.246
¡ fin del cálculo !                                                           2.746
```

Figura 8.22. Análisis dinámico elástico de un pórtico plano. Tiempos de cálculo obtenidos por el método de análisis modal espectral

8.2. Análisis dinámico elástico de un pórtico espacial

8.2.1. Descripción de la estructura

- *Geometría, diafragmas y apoyos*

La estructura consiste en un pórtico espacial de concreto reforzado de 3 niveles, con alturas de piso de 4m para el primer piso y 3m para los pisos 2 y 3. Las plantas son simétricas respecto al eje y global y asimétricas respecto al eje x global. El pórtico posee máximo 5 luces en sentido longitudinal y máximo 3 luces en sentido transversal. Las luces varían entre 7 y 10m (*las distancias indicadas previamente son medidas entre los ejes centroidales de los elementos*). Las plantas de segundo y tercer nivel son iguales en geometría mientras

© Francisco Leonardo Noy Hilarión – Universidad Nacional de Colombia, 2013