

Simulación de descargas atmosféricas usando Geant4



Claudia Abril López

Departamento de Física

Universidad Nacional de Colombia

Tesis presentada para obtener el grado de
Maestría en Ciencias Física (M.Sc. Phys.)

Abril de 2011

1. Revisor:

2. Revisor:

Día de la defensa:

Firma del director del comite evaluador:

Resumen

Utilizando GEANT4 se simula el inicio de una descarga atmosférica. Son obtenidas avalanchas autosostenidas de electrones, a partir de electrones semilla que son acelerados por un campo eléctrico exterior, interactuando con los átomos que componen la atmósfera a través de ionizaciones y colisiones elásticas. Se asume que los electrones semilla, con energías iniciales de ~ 1 keV, son generados por rayos cósmicos. Son tomados campos eléctricos exteriores del orden de los centenares de kV/cm.

Las avalanchas de electrones, emisiones γ y emisiones X son caracterizadas. Se exploran las condiciones mínimas necesarias para la transición avalancha-streamer en la formación de un canal de plasma, evaluando principalmente la distribución de electrones, densidad de carga y el campo eléctrico generados a lo largo de la evolución de la avalancha. La presencia de electrones de altas energías en la avalancha (\sim MeV) dan lugar a algunos procesos: Bremsstrahlung que genera emisiones de radiación γ , ionización de capas interiores atómicas que genera emisiones de radiación X, y fotoionización de átomos producto de la interacción de los fotones emitidos en los dos procesos anteriores con la atmósfera.

Para mi mamá, por haberme dado mis primeras lecciones sobre cuerpo negro y orbitales atómicos ... y mis primeros cuentos de sismología.

Agradecimientos

Quisiera agradecer al profesor Fernando Cristancho por sus todas sus ideas y enseñanzas, por siempre creer que era posible enfrentarse a un problema nuevo. También agradezco a los miembros del grupo de Física Nuclear, con quienes conocí GEANT4 y han sido mis amigos en todo este tiempo: a Daniel, Juan Carlos, Javier, Nathalie, Zandra, y muy especialmente a Angel y Luis Gerardo, por sus ayudas técnicas y de programación. También agradezco los comentarios de la M.Sc. Ing. Liliana Arevalo, ya que por ellos comprendí nuevos conceptos sobre el tema y la tesis cambio de rumbo a mejores resultados.

Agradezco muchísimo a todas las personas con quienes tuve la oportunidad de trabajar en la Red Sismológica Nacional, a la par que llevaba a cabo este proyecto. Agradezco a mis jefes, Fernando Gil Cruz (anteriormente Coordinador de la RSNC) y María Luisa Bermúdez (Coordinadora de la RNAC), por su apoyo incondicional y su confianza en mi trabajo. También agradezco a María Luisa, a Patricia y a Viviana, por su apoyo en los últimos meses y por darme el empujón que me hacía falta para concretar el proyecto.

Por último, agradezco muy especialmente a tres personas: a Osquitar, mi compañero de aventuras, por hacerme ver la vida con otros ojos; a Sandrita, por estar siempre ahí, por su incondicionalidad durante toda mi vida; y a mi papito, por su confianza y su amistad.

Índice general

Índice de figuras	v
1. Introducción	1
2. Conceptos básicos en descargas atmosféricas	3
2.1. La electricidad en la atmósfera	3
2.2. Corona y avalanchas de electrones	6
2.3. Procesos de iniciación y propagación de descargas	8
2.3.1. Condiciones para la iniciación de streamers	10
2.3.2. Transición avalancha-streamer	12
2.3.3. Propagación de una descarga	18
2.4. Colisiones entre átomos y electrones de altas velocidades no relativistas	19
3. Simulación de descargas	23
3.1. Simulación de procesos de descarga	23
3.2. Simulaciones con GEANT4	25
4. Avalanchas de electrones y Streamers	29
4.1. Avalanchas de electrones	29
4.1.1. Condiciones iniciales	29
4.1.2. Evolución temporal de una avalancha	31
4.1.2.1. Electrones en la avalancha	35
4.2. Streamers y campo eléctrico generado por la distribución de carga . . .	40

ÍNDICE GENERAL

5. Electrones relativistas y emisión de radiación	45
5.1. Emisión de radiación γ	46
5.2. Emisión de radiación X	51
5.3. Electrones creados por fotoionización	52
6. Conclusiones	55
A. Esfera conductora en un campo eléctrico uniforme	57
B. Colisiones entre átomos y electrones no relativistas de altas velocidades	63
Referencias	71

Índice de figuras

2.1. Circuito Global Terrestre.	4
2.2. Campo eléctrico generado por nubes de tormenta.	5
2.3. Efecto corona en una punta metálica.	7
2.4. Esquema de avalancha de electrones.	8
2.5. Distribución dipolar de la carga en la avalancha.	11
2.6. Avalancha a partir de un electrón semilla	13
2.7. Distribución de carga en una avalancha.	15
2.8. Repulsión electrostática y difusión de electrones en una avalancha.	17
4.1. Distribución inicial de electrones.	30
4.2. Avalancha de electrones simulada con Geant4.	32
4.3. Distribución de iones y electrones creados a lo largo de la avalancha.	33
4.4. Distribución de iones y electrones en $t = 10$ ns.	34
4.5. Densidad de electrones en dirección radial.	36
4.6. Desviación estándar en el tiempo.	37
4.7. Propagación de la avalancha en la dirección del campo eléctrico.	38
4.8. Factor de multiplicación de la avalancha en el tiempo.	39
4.9. Espectro de energía para electrones en $t = 5$ ns.	40
4.10. Espectro de energía para electrones en $t = 10$ ns.	41
5.1. Pérdida de energía para electrones en aire.	47

ÍNDICE DE FIGURAS

5.2. Espectro de energía de electrones que han sufrido Bremsstrahlung.	48
5.3. Espectros de energía de emisión continua γ y X.	50
5.4. Espectro de energía de emisión X.	51
5.5. Espectro de energía para fotones en el proceso de fotoionización.	52
A.1. Esfera conductora inmersa en un campo eléctrico uniforme.	57
A.2. Carga puntual frente a una esfera conductora.	58
A.3. Campo eléctrico uniforme simulado por dos cargas.	60

Capítulo 1

Introducción

Las avalanchas de electrones son el principio básico a partir del cual se describen físicamente los procesos de iniciación y propagación de una descarga atmosférica. En las avalanchas, electrones libres son acelerados por campos eléctricos intensos, creando nuevos electrones libres a partir de la ionización de átomos y moléculas presentes en la atmósfera. Dependiendo del número de electrones, de la densidad de carga y de la magnitud de la corriente eléctrica en la avalancha, ésta puede generar descargas de mayor intensidad hasta crear un canal de plasma o descarga *leader*.

Aunque la teoría de Townsend da una descripción de la física de las avalanchas de electrones (1), los mecanismos de iniciación y propagación de descargas atmosféricas no cuentan con una descripción completa del proceso. Existen actualmente algunos modelos teóricos, que abarcan desde las avalanchas originadas por unos pocos electrones iniciales bajo la acción de un campo eléctrico, hasta la propagación misma de un rayo y la formación de canales de plasma. Sin embargo, no existe una teoría única que describa totalmente el proceso de descarga. Experimentalmente se cuenta con algunos valores para campos eléctricos mínimos necesarios y corriente eléctrica generada, sin que con ello se sepa con claridad cuáles son las condiciones necesarias para generar un rayo.

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años, la simulación numérica ha sido una de las herramientas más utilizadas en la investigación sobre descargas atmosféricas, ya que a partir de principios físicos básicos y conociéndose algunas variables, pueden obtenerse resultados más fácilmente que por medio de la teoría o la experimentación. Varias simulaciones de descargas atmosféricas se encuentran en la literatura (2, 3, 4). En la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Colombia, se han realizado investigaciones sobre descargas atmosféricas, entre las que se encuentra la simulación de descargas corona en la que se ha logrado describir adecuadamente descargas de laboratorio (3).

Esta tesis se enfoca en la descripción del proceso de iniciación de una descarga atmosférica, buscando condiciones mínimas para que ocurra la transición *avalancha-streamer* dando inicio a un canal conductor. La simulación se basa en las interacciones electrón-átomo utilizando la herramienta de simulación Geant4, la cual garantiza un cálculo confiable y eficiente de los procesos físicos involucrados y proporciona la posibilidad de estudiar fácilmente fenómenos como la emisión de radiación γ . Siendo las simulaciones de partículas de reciente aplicación en el estudio de descargas, se quiere explorar su descripción microscópica como una alternativa para encontrar condiciones básicas para la evolución de una descarga.

Inicialmente se tratarán algunos conceptos sobre electricidad en la atmósfera para luego describir modelos teóricos de procesos de descarga, iniciando con descargas corona y avalanchas de electrones para luego introducir los streamers como mecanismo de iniciación y propagación de la descarga leader en la atmósfera. Una revisión sobre simulaciones de procesos de descarga y sobre como trabaja Geant4 proporcionan una descripción de la simulación realizada. Los dos capítulos finales presentan los resultados obtenidos a partir de la simulación, caracterizando primero las avalanchas de electrones y después los procesos secundarios resultado de la presencia de electrones relativistas (emisión de radiación y fotoionización).

Capítulo 2

Conceptos básicos en descargas atmosféricas

2.1. La electricidad en la atmósfera

La atmósfera presenta dos regiones diferenciadas por la magnitud de la densidad electrónica: La ionosfera y la baja atmósfera. La ionosfera es la región más exterior en la atmósfera, comprendida desde los 100 km de altura en adelante, donde la presencia de electrones y iones hacen de ella un buen conductor. En la ionosfera el principal mecanismo de generación de carga libre es la fotoionización por la absorción del extremo ultravioleta de la radiación solar (5). Su concentración de electrones va desde el orden de 10^3 electrones/cm³ a los 100 km de altura, hasta el orden de 10^6 electrones/cm³ a los 300 km de altura donde presenta su máxima concentración. En cambio, la baja atmósfera se caracteriza por ser débilmente conductora, con una baja presencia de carga libre producida por rayos cósmicos y decaimientos radiactivos sobre la superficie terrestre.

La estructura eléctrica de la atmósfera se encuentra descrita por el Circuito Global Terrestre (5). En este modelo, la atmósfera se asemeja a un capacitor esférico, siendo la superficie de la tierra el electrodo interior cargado con aproximadamente 5×10^5 C de

2. CONCEPTOS BÁSICOS EN DESCARGAS ATMOSFÉRICAS

carga negativa, la ionosfera el electrodo externo cargado con el signo opuesto, y la baja atmósfera el medio de baja conductividad en su interior. A pesar de la poca conductividad de la baja atmósfera, existe una pequeña corriente entre la ionosfera y la superficie de la tierra que correspondería a una corriente de fuga en el circuito terrestre. Si no existiese algún otro mecanismo de transporte de carga aparte de la corriente de fuga, la tierra se descargaría en unos pocos minutos. Sin embargo, se observa que la carga de la tierra se mantiene, sugiriéndose así un nuevo elemento en la descripción. Wilson (5), basándose en mediciones mundiales de área de tormenta, propuso que las nubes generadoras de descargas funcionarían como fuentes de corriente entre la superficie de la tierra y la ionosfera, siendo entonces los rayos los que compensarían la corriente de fuga en descargas nube-tierra y nube-ionosfera (Figura 2.1).

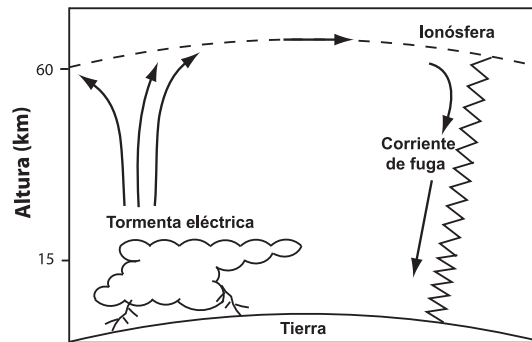


Figura 2.1: Circuito Global Terrestre. Existe una corriente de fuga entre la ionosfera y la tierra. Las nubes de tormenta actúan como fuentes de corriente a través de las descargas nube-tierra y nube-ionosfera.

Las descargas atmosféricas generalmente son producidas por nubes del tipo cumulonimbos. La base de este tipo de nubes puede estar a una altura de 2 km sobre la superficie terrestre y extenderse hasta una altura de 20 km. De acuerdo con mediciones de campo eléctrico debajo de nubes de tormenta, la carga eléctrica en su interior presenta dos centros principales, uno negativo en la base de la nube y uno positivo a mayor altura en una configuración de dipolo. Modelos más detallados proponen un tercer centro de

carga positivo ubicado bajo el centro negativo y de menor cantidad de carga que los mencionados (Figura 2.2).

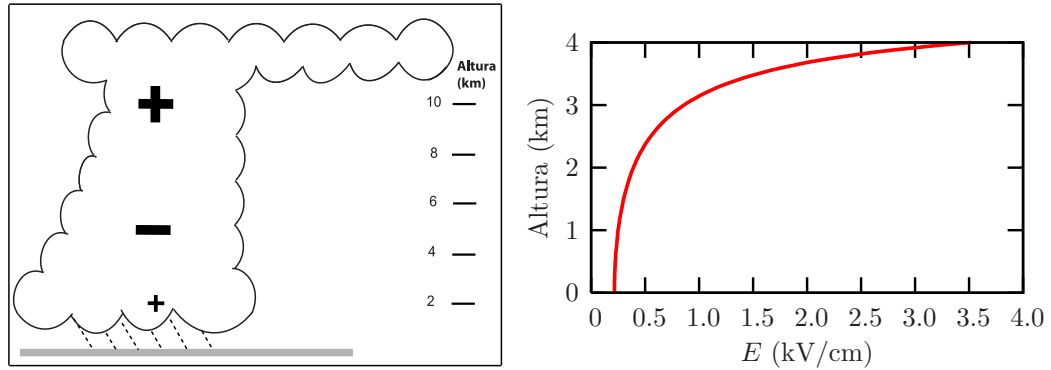


Figura 2.2: Campo eléctrico generado por nubes de tormenta. Utilizando los valores reportados por Malan (5) de carga y altura respecto a la superficie de la tierra de los centros de carga en una nube de tormenta, se calcula el campo eléctrico generado por una nube de tormenta. A la izquierda se presenta un esquema del modelo señalando la altura de los centros de carga. A la derecha se presenta el perfil de campo eléctrico para alturas menores a 4 km, considerando solamente los dos centros principales del modelo que poseen cargas de 40 C de magnitud.

La carga presente en una nube de tormenta es capaz de generar campos eléctricos del orden de centenares de kV/m en la base de la nube (Figura 2.2) y de acuerdo con la intensidad del campo eléctrico puede ser generada una descarga de baja intensidad como corona y *streamers*, que corresponden a descargas en las que se origina una ionización débil alrededor de un electrodo, o de alta intensidad como una descarga *leader*, correspondiente a un canal conductor o de plasma de alta ionización. Las distintas descargas pueden transportar distintos tipos de portadores, ya sean electrones, iones negativos o iones positivos, de acuerdo con la región de la nube donde se originen. Se presentan a continuación los distintos procesos de descarga y sus mecanismos de iniciación y evolución.

2. CONCEPTOS BÁSICOS EN DESCARGAS ATMOSFÉRICAS

2.2. Corona y avalanchas de electrones

El *efecto corona* es una descarga de baja intensidad en la cual el campo eléctrico apenas supera el valor umbral de ionización en un material dieléctrico. En la atmósfera, el campo eléctrico generado por las nubes de tormenta difícilmente alcanza el valor de ruptura dieléctrica para el aire (alrededor de 30 kV/cm). Sin embargo, la distribución de carga eléctrica en las nubes o en tierra pueden generar campos altamente no uniformes aumentando localmente el valor del campo eléctrico. En la tierra, la vegetación o estructuras metálicas pueden convertirse en puntas de descarga debido a su mayor densidad de carga superficial, mientras que en la atmósfera los hidrometeoros o formas condensadas de agua, tales como gotas de lluvia o cristales de hielo, cumplen esta función.

En una descarga corona el aire alrededor de la punta de descarga es ionizado creando electrones libres y iones positivos. Los electrones, que poseen mayor movilidad que los iones, son los que generan corrientes eléctricas hacia o desde la punta de descarga de acuerdo con el signo de la carga sobre su superficie. Existen entonces dos tipos de descarga corona, denominándose corona positivo al que atrae hacia la punta los electrones y corona negativo al que rechaza los electrones producidos (Figura 2.3). En cualquiera de los dos casos las cargas generadas tenderán a apantallar el campo eléctrico inicial, ya sean los electrones en corona positivo o los iones en corona negativo, deteniendo de este modo la descarga.

Sin embargo, el efecto corona puede llegar a generar avalanchas de electrones y por tanto, iniciar descargas atmosféricas. En la literatura han sido propuestos mecanismos para prevenir el apantallamiento de iones en corona, considerando algún agente externo que remueva los iones que se encuentran sobre la punta corona (5), o suponiendo un encendido rápido de la avalancha capaz de iniciarla antes de que aparezca el apantallamiento (6). En dado caso, los electrones creados por ionización de corona serán acelerados por

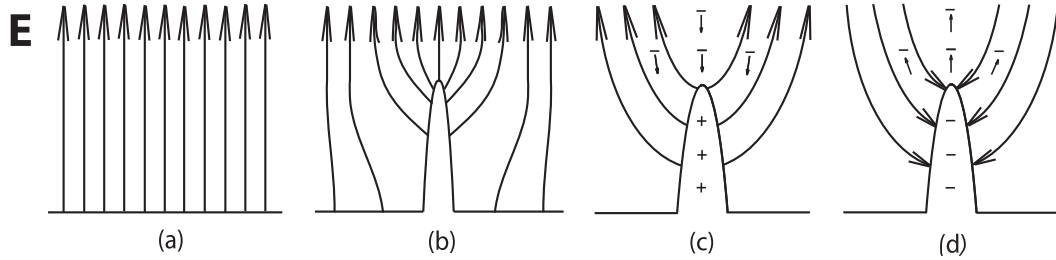


Figura 2.3: Efecto corona en una punta metálica. Efecto corona y deformación de las líneas de campo eléctrico debido a una punta metálica inmersa en un campo eléctrico uniforme. (a) Campo eléctrico uniforme. (b) Deformación de las líneas de campo eléctrico debido a una punta metálica inmersa en la región de campo eléctrico uniforme. De acuerdo con la polaridad del campo aplicado, los electrones provenientes del aire ionizado alrededor del electrodo viajarán (c) hacia el electrodo en el caso de corona positivo, o (d) hacia afuera del electrodo en caso de corona negativo. Figuras basadas en la Referencia (5).

el campo eléctrico ganando energía cinética, y así mismo ionizando átomos y moléculas del gas creando nuevos electrones libres. Los nuevos electrones también servirán de multiplicadores de carga y se formará de esta manera una avalancha de electrones (Figura 2.4).

Una aproximación física a la formación de avalanchas se encuentra en el modelo de Townsend (6). Suponiendo un campo eléctrico constante, el número total de electrones N en la avalancha crece de forma exponencial siguiendo la función

$$N = N_0 e^{\alpha x}, \quad (2.1)$$

donde N_0 es el número inicial de electrones, x es la distancia recorrida por la avalancha y α el coeficiente de ionización (número de ionizaciones realizadas por un electrón por unidad de distancia). α depende de la presión del gas p y del campo eléctrico aplicado E a partir de la fórmula semi-empírica

$$\alpha = A p e^{-B p / E}, \quad (2.2)$$

2. CONCEPTOS BÁSICOS EN DESCARGAS ATMOSFÉRICAS

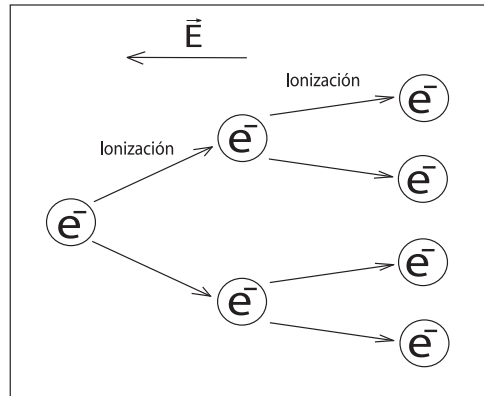


Figura 2.4: Esquema de avalancha de electrones. Un electrón semilla inicial acelerado por un campo eléctrico ioniza el gas en el cual se encuentra creando nuevos electrones libres que a su vez también son acelerados y ionizan el gas que los contiene.

donde A y B son constantes obtenidas experimentalmente.

Aunque el modelo de Townsend proporciona una descripción sencilla utilizando la ionización como el mecanismo fundamental para la iniciación de descargas a partir del efecto corona, existen discrepancias con los resultados experimentales y fenómenos que no logra describir como se verá en la siguiente sección.

2.3. Procesos de iniciación y propagación de descargas

Los detalles sobre el origen de rayos en una tormenta y los procesos que gobiernan su iniciación aun no se conocen de manera completa. Sin embargo, existen mediciones y modelos teóricos con los que se intenta dar explicación al fenómeno, los cuales se presentarán a continuación como una revisión de lo que actualmente se conoce sobre el tema.

Un primer aspecto importante a tratar es el de los mecanismos de creación de electro-

2.3 Procesos de iniciación y propagación de descargas

nes semilla capaces de originar avalanchas. Como se explicó en la sección anterior, el efecto corona puede ser el mecanismo generador de electrones libres iniciales. Sin embargo, mediciones de campo eléctrico en la base de nubes de tormenta reportan valores de $E < 3$ kV/cm, mientras que el campo eléctrico mínimo requerido para iniciar una descarga de tipo corona es de aproximadamente 30 kV/cm. Una posible explicación de la medición de bajos valores de campo eléctrico es que experimentalmente no se logran medir campos locales generados en cristales o gotas de agua que se estiman pueden ser de mayor valor. Sin embargo, al no haber sido medidos aun, queda un interrogante sobre su existencia.

Otros mecanismos propuestos para la creación de electrones semilla en una descarga son la fotoionización de moléculas y átomos en la atmósfera, rayos cósmicos provenientes del espacio exterior y radiación generada por decaimientos radioactivos en la superficie terrestre. Los dos últimos mecanismos mencionados pueden crear electrones libres con grandes valores de energía (del orden de los MeV), capaces de generar avalanchas de electrones bajo la acción de campos eléctricos de menor valor que los necesarios en corona (por debajo de los 30 kV/cm).

Asumiendo la generación de avalanchas de electrones por cualquiera de los mecanismo mencionados, es necesario explicar la evolución y propagación de tales avalanchas. Una primera explicación fue proporcionada con el modelo de Townsend presentado en la sección anterior, sin embargo, fenómenos como la propagación de descargas atmosféricas en grandes distancias, en las que el campo eléctrico puede alcanzar valores inferiores al umbral de ionización (30 kV/cm), no pueden ser descritos con dicho modelo. En los trabajos de Loeb (7, 8) es propuesta la teoría de *streamer breakdown*.

Un streamer es el frente de ionización de la descarga, capaz de crear y permitir la propagación de un canal de alta ionización o canal de plasma denominado leader. Los streamers se originan en regiones de valores altos de campo eléctrico para luego

2. CONCEPTOS BÁSICOS EN DESCARGAS ATMOSFÉRICAS

propagarse por regiones de campos débiles, convirtiendo el gas de baja ionización en un canal conductor que puede atravesar la atmósfera desde la nube de tormenta hasta la superficie de la tierra o la electrósfera. A continuación se calcularán las condiciones mínimas de número de electrones y densidad de electrones necesarias para la iniciación de un streamer, y un modelo de evolución de un streamer a partir de un único electrón inicial.

2.3.1. Condiciones para la iniciación de streamers

En la descripción de la iniciación de un streamer no es muy importante conocer el origen de los electrones semilla o el número inicial de éstos, simplemente puede pensarse en uno o varios electrones iniciales capaces de generar una avalancha de electrones. La avalancha se convertirá en un streamer cuando la ionización generada en el gas cree un canal conductor capaz de apantallar el campo eléctrico exterior, garantizando por sí mismo su propagación y la evolución de la descarga. Entonces cuáles son las condiciones mínimas en una avalancha para que ésta pueda alcanzar el estado de streamer? Para responder esta pregunta nos basaremos en la descripción presentada en la Referencia (1).

Piénsese en una avalancha originada por un único electrón inicial. Un campo eléctrico exterior acelerará el electrón inicial y éste ganará suficiente energía para ionizar un átomo del gas circundante. Después de repetidas ionizaciones, se tendrá un conjunto de iones y de electrones bajo la acción del campo eléctrico exterior. Los electrones de alta movilidad avanzarán en dirección opuesta al campo eléctrico exterior. Por su parte los iones, debido a su baja movilidad, tenderán a permanecer en la misma posición donde fueron creados. Ocurrirá entonces una redistribución de la carga espacial en la región recorrida por la avalancha, formándose un dipolo de carga y un nuevo campo eléctrico oponiéndose al campo eléctrico exterior inicial (ver Figura 2.5).

2.3 Procesos de iniciación y propagación de descargas

Se calcularán entonces los valores de carga y las densidades de carga necesarios para crear un dipolo con un campo eléctrico capaz de cancelar en su interior el campo eléctrico exterior y así permitir la formación de un canal conductor. Para realizar dicho cálculo, se hará una analogía con un modelo sencillo de esfera conductora inmersa en un campo eléctrico (ver Apéndice A). Supóngase una esfera conductora de radio $a > \alpha^{-1}$ y un campo eléctrico exterior \mathbf{E}_0 . La carga eléctrica superficial de la esfera se redistribuirá de tal manera que en su interior logre apantallar el campo eléctrico \mathbf{E}_0 , mientras que en el exterior incrementará su valor (ver Figura 2.5).

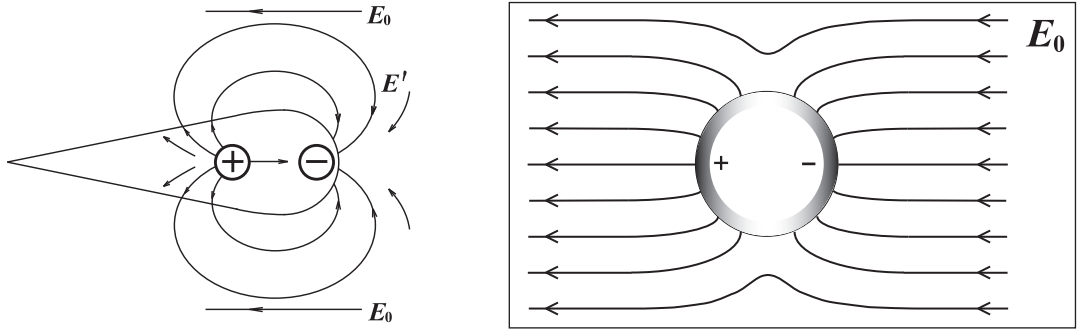


Figura 2.5: Distribución dipolar de la carga en la avalancha. A la izquierda se presenta un esquema de las líneas de campo eléctrico generadas por la distribución de carga del dipolo y el campo eléctrico exterior. Se muestran los centros de masa de las distribuciones de iones y electrones y se indica la región cubierta por la avalancha en su recorrido. A la derecha se muestra el modelo de la esfera conductora en un campo eléctrico uniforme, utilizado para calcular la carga necesaria en la distribución dipolar de la avalancha para crear una región de campo eléctrico nulo. Se sugiere la polarización de la esfera debida al campo eléctrico exterior, mostrando con color más intenso la superficie de la esfera con mayor densidad de carga.

De acuerdo con el Apéndice A, la densidad de carga en la superficie de la esfera se encuentra dada por

$$\sigma = 3\epsilon_0 E_0 \cos \theta, \quad (2.3)$$

2. CONCEPTOS BÁSICOS EN DESCARGAS ATMOSFÉRICAS

siendo ϵ_0 la permitividad eléctrica en el vacío y θ el ángulo formado entre los vectores de campo eléctrico exterior y normal a la superficie de la esfera en cada punto. De la densidad de carga se obtiene que la carga positiva y negativa que origina la polarización en la esfera es

$$Q_+ = -Q_- = eN = 3\pi\epsilon_0 a^2 E_0. \quad (2.4)$$

Tomando la condición límite en que $a \approx \alpha^{-1}$, caso en el que los electrones semilla habrían realizado aproximadamente una ionización, se estima que el número mínimo de electrones necesarios para la creación del canal conductor será

$$N_{e \text{ min}} \approx \frac{3\pi\epsilon_0 E_0}{e\alpha^2}. \quad (2.5)$$

Estimando valores de $\alpha \approx 10$ /cm y $E_0 \approx 30$ kV/cm, se obtiene para el número mínimo de electrones y para la densidad mínima

$$N_{e \text{ min}} \approx 10^9, \quad (2.6)$$

$$n_{e \text{ min}} \approx 10^{11} / \text{cm}^3. \quad (2.7)$$

Cumpléndose las condiciones anteriormente calculadas, se propagará una onda ionizante a partir de los hemisferios de la esfera inicial y hacia los dos sentidos a lo largo de la dirección del campo eléctrico. La distribución de carga sobre la esfera generará un campo eléctrico de dipolo que favorecerá la propagación en la dirección paralela al campo eléctrico exterior, mas no en la dirección transversal, creándose de este modo un canal conductor.

2.3.2. Transición avalancha-streamer

Ya habiendo calculado las condiciones mínimas de carga y densidad de carga para la formación de un streamer, considérese de nuevo la avalancha creada por un único electrón en un campo eléctrico externo uniforme. Defínase el campo eléctrico exterior como $\mathbf{E}_0 = -E_0 \hat{i}$. Sea x la distancia recorrida por la avalancha de electrones, medida desde el punto de origen y en la dirección \hat{i} en la cual viaja la avalancha (ver Figura 2.6).

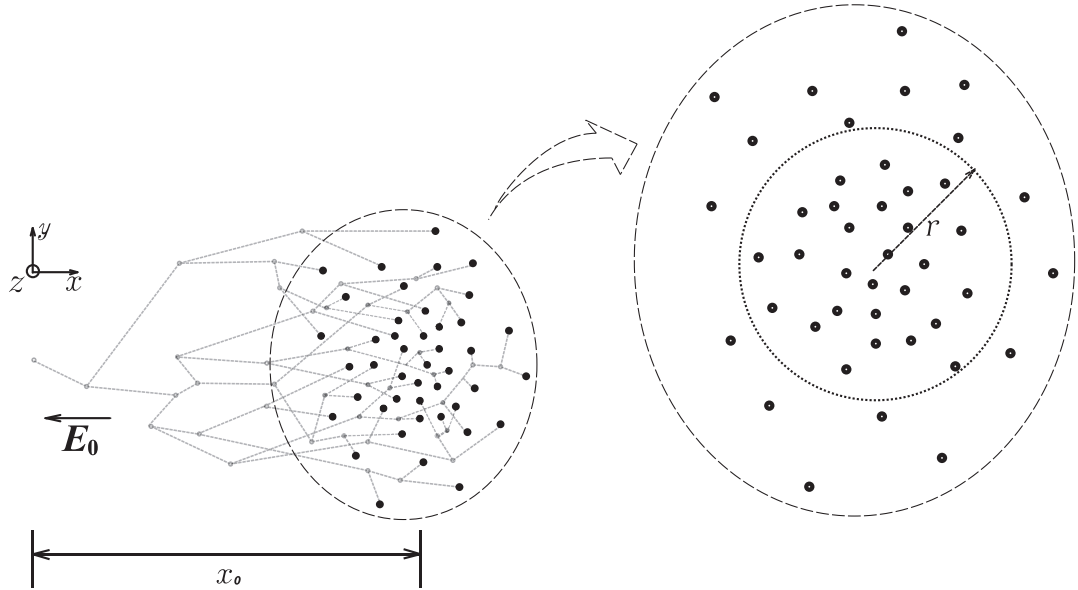


Figura 2.6: Avalancha a partir de un electrón semilla. Esquema de avalancha de electrones originada a partir de un único electrón semilla. A la izquierda se presentan en color gris las trayectorias recorridas por los electrones en la avalancha acelerados por el campo eléctrico \mathbf{E}_0 . Se muestran las posiciones donde ocurrió una ionización y las posiciones finales de los electrones. A la derecha se tiene un zoom de las posiciones finales de los electrones, indicando con un círculo de radio r la proyección en el plano xy de la nube esférica de electrones considerada en los cálculos.

Según el modelo de Townsend, el número de electrones N_e y de iones positivos N_+ se incrementa con la avalancha como

$$\frac{dN_e}{dx} = \frac{dN_+}{dx} = \alpha N_e, \quad (2.8)$$

$$N_e = N_+ + 1 = \exp(\alpha x). \quad (2.9)$$

Los electrones se moverán con una velocidad de arrastre $\mathbf{v}_e = \mu_e \mathbf{E}_0$, mientras que los iones prácticamente permanecerán inmóviles. Sin considerar la expansión espacial de

2. CONCEPTOS BÁSICOS EN DESCARGAS ATMOSFÉRICAS

la nube electrónica, se tendría para las densidades de electrones y iones

$$n_e(x, y, z) = \delta(x - v_e t) \delta(y) \delta(z) \exp(\alpha x), \quad x = v_e t, \quad (2.10)$$

$$n_+(x, y, z) = \int_0^t \alpha v_e n_e dt = \delta(y) \delta(z) \alpha \exp(\alpha x), \quad x \leq v_e t. \quad (2.11)$$

Las distribuciones de carga formarán entonces un dipolo móvil con velocidad v_e y una distancia entre centros de masa de aproximadamente α^{-1} .

Similarmente a la situación de la esfera conductora descrita en la sección anterior, es necesario que el campo eléctrico originado por la distribución de carga sea en el interior de dipolo, del mismo valor y dirección opuesta al campo eléctrico exterior generando un campo eléctrico total nulo en esta región. Sea E' el campo eléctrico generado por los electrones en el dipolo, para el cual se tiene a una distancia $\alpha^{-1}/2$ de los centros de carga que $E' = eN_e 4\alpha^2 / 4\pi\epsilon_0$, siendo entonces la condición para la formación de streamers

$$E' = E_0/2, \quad (2.12)$$

$$N_e = \pi\epsilon_0 E_0 / 2e\alpha^2, \quad (2.13)$$

encontrándose una expresión similar a (2.5).

Ahora, considérese la expansión espacial de la avalancha debida a dos mecanismos: La difusión y la repulsión electrostática entre electrones. Inicialmente considérese la difusión, con lo cual se tiene para los electrones la ecuación hidrodinámica

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{\Gamma}_e = \alpha v_e n_e, \quad \mathbf{\Gamma}_e = -n_e \mu_e \mathbf{E}_0 - D_e \nabla n_e, \quad (2.14)$$

donde $\mathbf{\Gamma}$ es la densidad de flujo de partículas, dada por los flujos de arrastre debidos al campo eléctrico exterior y a la difusión. Sean μ_e la movilidad y D_e el coeficiente de difusión electrónica. La solución de la ecuación (2.14) corresponde a la forma gaussiana

$$n_e(x, r, t) = \frac{1}{(4\pi D_e t)^{3/2}} \exp\left(-\frac{(x - v_e t)^2 + r^2}{4D_e t} + \alpha v_e t\right), \quad (2.15)$$

2.3 Procesos de iniciación y propagación de descargas

donde $r = \sqrt{y^2 + z^2}$.

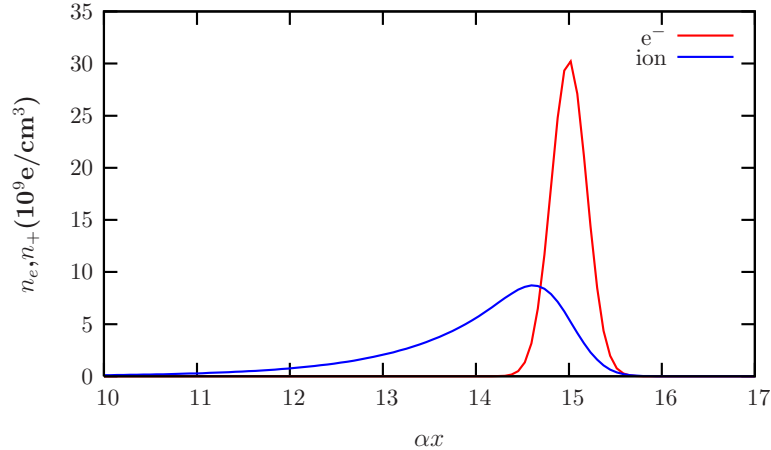


Figura 2.7: Distribución de carga en una avalancha. Se presentan las distribuciones de n_e y n_+ calculadas en el instante $\alpha v_e t = 15$ para una avalancha de electrones. La avalancha se asume formada por un electrón inicial en un campo eléctrico uniforme $E_0 = 30$ kV/cm, tomando $\alpha = 10/\text{cm}$ y siendo $4D_e\alpha/v_e = 4.8 \times 10^{-3}$ (ecuaciones (2.11) y (2.15)).

En la Figura 2.7 se presentan las densidades de iones y electrones en una avalancha de electrones, utilizando las ecuaciones (2.11) y (2.15) para densidad de iones y electrones respectivamente. En la figura se observa la traza de iones a lo largo del recorrido de la avalancha y el conjunto de electrones desplazándose a una velocidad promedio v_e dada por el arrastre de los electrones ante la acción del campo eléctrico \mathbf{E}_0 . La distancia entre los centros de masa de iones y electrones corresponde a α^{-1} .

Un observador que viaje con la avalancha, es decir, a una velocidad v_e , y se encuentre en la posición $x_0 = v_e t$ con $r = 0$, observará una nube esférica de electrones expandiéndose a su alrededor con el paso del tiempo. Llamando r al radio de la nube de electrones, se denominará r_D a la desviación estándar obtenida en la ecuación (2.15), la cual corresponde al radio de la nube de electrones considerando el proceso de difusión. Se

2. CONCEPTOS BÁSICOS EN DESCARGAS ATMOSFÉRICAS

tiene entonces para r_D

$$r_D = (4D_e t)^{1/2} = \left(4 \frac{D_e x_0}{\mu_e E_0}\right)^{1/2}. \quad (2.16)$$

En la ecuación (2.16) se puede observar la dependencia del radio de la nube de electrones con $t^{1/2}$; sin embargo, $\frac{dr_D}{dt} \sim x_0^{-1}$, así que con el aumento del número de electrones, la tasa de expansión por difusión de la esfera será cada vez menor, mientras que la repulsión electrostática aumentará dominando el proceso de expansión. Se analizará entonces la contribución dada por la repulsión electrostática. La velocidad de expansión de la nube de electrones corresponderá al arrastre de los electrones más exteriores debido al campo eléctrico E' . Sea r_R el radio de la nube dado por repulsión electrostática, para el cual se tiene

$$\frac{dr_R}{dt} = \mu_e E' = \frac{\mu_e e \exp(\alpha x)}{4\pi\epsilon_0 r_R^2}, \quad x = \mu_e E_0 t, \quad (2.17)$$

obteniéndose finalmente

$$r_R = \left(\frac{3e \exp(\alpha x)}{4\pi\epsilon_0 \alpha E_0}\right)^{1/3}. \quad (2.18)$$

Se tiene entonces para el campo eléctrico y la densidad electrónica n_e

$$E' = \frac{E_0 \alpha r_R}{3}, \quad (2.19)$$

$$n_e = \frac{3N_e}{4\pi r_R^3} = \frac{\epsilon_0 \alpha E_0}{e}. \quad (2.20)$$

De (2.19) se tiene que el campo eléctrico generado por la distribución de carga crecerá proporcionalmente al radio, mientras que la densidad permanece constante y por tanto el número de electrones crece proporcionalmente al volumen. Creciendo el radio r_R de manera exponencial, se espera que en los primeros instantes de la avalancha, el proceso de expansión dominante sea la difusión, pero después de una cierta distancia será la repulsión electrostática el mecanismo prevaleciente (ver Figura 2.8).

Tomando los valores utilizados para generar la Figura 2.8, el instante en el que los procesos de repulsión electrostática y difusión tienen igual contribución en la expansión de

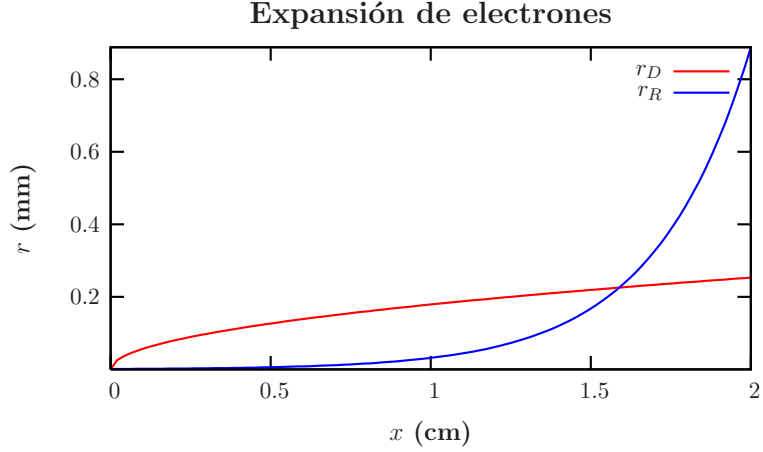


Figura 2.8: Repulsión electrostática y difusión de electrones en una avalancha. Se muestra el crecimiento del radio de la esfera de electrones r_R en la avalancha teniendo en cuenta los mecanismos de difusión y repulsión electrostática. Se utilizaron los valores $\alpha = 10/\text{cm}$ y un campo eléctrico exterior de $E_0 = 30 \text{ kV/cm}$. Se observa cómo inicialmente la expansión se produce principalmente por difusión, mientras que después de 1.5 cm de recorrido de la avalancha, el proceso dominante resulta ser la repulsión electrostática.

la nube de electrones, ocurre cuando el número de electrones es $N_e \approx 10^6$. De acuerdo con los cálculos de la sección anterior (donde se utilizó el modelo de la esfera conductora inmersa en un campo eléctrico constante), son necesarios $N_e \approx 10^9$ para que se cree una región con campo eléctrico nulo y aparezca un streamer. Por tanto, en el instante de la transición avalancha-streamer el mecanismo dominante será la repulsión electrostática, y utilizando (2.19) ésto ocurrirá cuando $r \approx 3\alpha^{-1}/2$.

Se pueden establecer entonces dos criterios para la transición avalancha-streamer

$$N_{e \text{ min}} = \frac{9\pi\epsilon_0 E_0}{2e\alpha^2}, \quad (2.21)$$

$$\alpha(E_0)x_0 = \ln(N_{e \text{ min}}) = \ln\left(\frac{9\pi\epsilon_0 E_0}{2e\alpha^2}\right). \quad (2.22)$$

Para aire, tomando $E_0 = 30 \text{ kV/cm}$ y $\alpha = 10 \text{ cm}^{-1}$, se tiene $N_{e \text{ min}} = 2.5 \times 10^9$ y $\alpha x = 22$,

2. CONCEPTOS BÁSICOS EN DESCARGAS ATMOSFÉRICAS

por lo tanto se logrará la transición después de que la avalancha haya recorrido una distancia $x = 2.2$ cm.

Luego de la transición, la física del proceso tiene algunos cambios. En una avalancha, los electrones participan de la ionización con una probabilidad dada por α . Después de la transición a streamer, los electrones ubicados detrás del frente de ionización, es decir, cercanos a la región de campo cero, ya no contribuyen en la ionización. El crecimiento exponencial del número de electrones en la avalancha (ecuación (2.1)) no es capaz de describir la física del streamer.

En la región comprendida entre la traza de iones y la nube de electrones, debido a que son de tamaño comparable la distancia entre los centros de masa de las dos distribuciones de carga y el radio de la nube de electrones, se superpondrán formando un plasma. En dicha región el campo será débil y el campo eléctrico generado por los iones tenderá a detener la expansión radial de la nube de electrones. Por otra parte, en los frentes de ionización correspondientes a las regiones frente a la nube de electrones y detrás de la traza de iones, el campo eléctrico será incrementado proporcionando una propagación mayor a la de una simple avalancha.

2.3.3. Propagación de una descarga

Han sido presentadas en éste capítulo la evolución de la avalancha de electrones y la transición avalancha-streamer como la descripción de la física de los primeros instantes de una descarga atmosférica. Sin embargo, otro aspecto importante de ésta descripción física es que proporciona la explicación del mecanismo de propagación de descargas en grandes gaps (distancias mayores a 1 m).

Descargas ocurridas en distancias cortas, en las que la distancia entre ánodo y cátodo es del orden de los centímetros, pueden ser descritas a partir de la teoría de Townsend (9), en la que los iones creados por una avalancha inicial son llevados por el campo

2.4 Colisiones entre átomos y electrones de altas velocidades no relativistas

eléctrico hacia el cátodo y son capaces de desprender nuevos electrones que creen a su vez nuevas avalanchas y continúen con la ionización del gap. En la descripción de descargas de gap largo no es posible asumir una fuente de carga que alimente constantemente la descarga, ni esperar campos eléctricos de tan gran magnitud que mantengan encendida la descarga.

La teoría de streamers soluciona este problema. El canal de plasma o canal conductor funciona como un electrodo que viaja con la descarga y se extiende a medida que el frente ionizante avanza en medio del gap. El gap cada vez tendrá menor tamaño y de esta manera se garantiza la condición de *Breakdown* o ruptura del gap (1)¹. Así que no solo es necesario explicar cómo ocurre la producción de electrones libres, sino que además es necesario entender cómo estos electrones deben ser confinados para crear un canal de plasma.

Debido a los alcances que tiene la simulación que se presentará, no se ahondará más en el tema de la propagación de un rayo y el trabajo se enfocará principalmente en la iniciación de una descarga, comprendiendo desde el inicio de una avalancha de electrones hasta la transición avalancha-streamer.

2.4. Colisiones entre átomos y electrones de altas velocidades no relativistas

Finalmente, se presentará en esta sección el tratamiento cuántico para colisiones elásticas e inelásticas entre electrones y átomos de acuerdo con el desarrollo de la Referencia (10). Éste sería un acercamiento al problema de iniciación de descargas a partir de procesos microscópicos, a diferencia de los conceptos presentados anteriormente en este

¹*Breakdown* de acuerdo con la definición dada en la Referencia (1) corresponde a la formación de un canal altamente conductor capaz de transportar una corriente alta y disminuir el voltaje en un gap aislante hasta producir corto circuito.

2. CONCEPTOS BÁSICOS EN DESCARGAS ATMOSFÉRICAS

capítulo. Habiéndose desarrollado una simulación de partículas, es importante comprender las interacciones principales consideradas y destacar el rango de energías de interés.

Tratándose de electrones de altas velocidades, será utilizada la aproximación de Born, en la cual que la velocidad del electrón incidente es alta en comparación con la velocidad de los electrones en el átomo. En este modelo, el sistema de coordenadas utilizado es aquel en el cual el átomo se encuentra en reposo. Para el caso de colisiones elásticas, se asume que el estado interno del átomo permanece inalterado, calculándose tan solo la probabilidad de dispersión del electrón incidente a través de un diferencial de ángulo sólido. En cambio, para el caso de colisiones inelásticas, se asume un cambio en el estado interno del átomo, correspondiendo a una transición hacia un estado discreto (excitación atómica) o un estado continuo (ionización). Es necesario en este último caso calcular la probabilidad de dispersión y la energía pérdida del electrón incidente. Se presentará a continuación el modelo de colisiones inelásticas entre electrón y átomo, siendo un caso especial de éstas las colisiones elásticas.

Sean \vec{p} y \vec{p}' el momento del electrón incidente antes y después de la colisión respectivamente, y sean E_0 y E_n las correspondientes energías del átomo. Se tiene entonces para la probabilidad de transición por unidad de tiempo, $d\varpi_n$, la expresión

$$d\varpi_n = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle n, \vec{p}' | U | 0, \vec{p} \rangle|^2 \delta \left(\frac{p'^2 - p^2}{2m} + E_n - E_0 \right) \frac{d^3 p'}{(2\pi\hbar)^3}, \quad (2.23)$$

donde la interacción entre el electrón incidente y el átomo se encuentra dada por

$$U = \frac{Ze^2}{r} - \sum_{a=1}^Z \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}_a|}, \quad (2.24)$$

siendo \vec{r} la posición del electrón incidente y \vec{r}_a la posición de los electrones atómicos.

2.4 Colisiones entre átomos y electrones de altas velocidades no relativistas

Sean ψ_p y $\psi_{p'}$ las funciones de onda normalizadas del electrón incidente antes y después de la colisión, dadas por

$$\psi_{\vec{p}} = \sqrt{\frac{m}{p}} e^{(i/\hbar)\vec{p}\cdot\vec{r}}, \quad (2.25)$$

$$\psi_{\vec{p}'} = e^{(i/\hbar)\vec{p}'\cdot\vec{r}}. \quad (2.26)$$

Para el átomo se tiene a ψ_0 y ψ_n como las funciones de onda en los estados inicial y final respectivamente. Remplazando las funciones de onda mencionadas en la ecuación (2.23), utilizando la ley de la conservación de la energía en la que $\frac{p^2-p'^2}{2m} = E_n - E_0$, e integrando con respecto a p' se obtiene para la sección eficaz diferencial la expresión

$$d\sigma_n = \frac{m^2}{4\pi^2\hbar^4} \frac{p'}{p} \left| \iint U e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} \psi_n^* \psi_0 d\tau dV \right|^2 d\Omega, \quad (2.27)$$

en donde $d\tau = dV_1 dV_2 \dots dV_Z$ es el diferencial en el espacio de configuración de los Z electrones del átomo y $d\Omega$ el diferencial de ángulo sólido. Tomando $n = 0$ y $p = p'$ en la ecuación (2.27), se obtiene la sección eficaz diferencial para colisiones elásticas.

Remplazando el potencial de interacción en la ecuación (2.27) se llega a la expresión

$$d\sigma_n = \left(\frac{e^2 m}{\hbar^2} \right)^2 \frac{4k'}{q^4 k} \left| \langle n | \sum_a e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}_a} | 0 \rangle \right|^2 d\Omega, \quad (2.28)$$

donde se ha usado que $\vec{k} = \vec{p}/\hbar$ y su equivalente para las variables primadas. Expresando el resultado anterior en términos del ángulo de dispersión, el resultado es

$$d\sigma_n = 8\pi \left(\frac{e^2}{\hbar v} \right)^2 \frac{dq}{q^3} \left| \langle n | \sum_a e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}_a} | 0 \rangle \right|^2. \quad (2.29)$$

encontrándose entonces la sección eficaz diferencial para la transición al estado n -ésimo del átomo. Puede ahora ser calculada la sección eficaz diferencial $d\sigma_r$ para dispersión

2. CONCEPTOS BÁSICOS EN DESCARGAS ATMOSFÉRICAS

inelástica en un elemento de ángulo sólido, sumando sobre n y obteniéndose

$$d\sigma_r = \sum_{n \neq 0} d\sigma_n = 8\pi \left(\frac{e^2}{\hbar v} \right)^2 \sum_{n \neq 0} \left| \langle n | \sum_a e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}_a} | 0 \rangle \right|^2 \frac{dq}{q^3} \quad (2.30)$$

$$= \left(\frac{2e^2}{\hbar v} \right)^2 \sum_{n \neq 0} \left| \langle n | \sum_a e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}_a} | 0 \rangle \right|^2 \frac{d\Omega}{\varpi^4}. \quad (2.31)$$

Finalmente, para la energía media perdida en la colisión, la cual es caracterizada por el diferencial de *retardo efectivo*, $d\kappa$, se tiene

$$d\kappa = \sum_n (E_n - E_0) d\sigma_n, \quad (2.32)$$

con el cual, remplazando la ecuación (2.29) en la expresión anterior, se tiene la siguiente ecuación como fórmula general de retardo efectivo en una colisión de un electrón a altas velocidades y un átomo

$$d\kappa = 8\pi \left(\frac{e^2}{\hbar v} \right)^2 \sum_n (E_n - E_0) \left| \langle n | \sum_a e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}_a} | 0 \rangle \right|^2 \frac{dq}{q^3}. \quad (2.33)$$

Un desarrollo más detallado sobre colisiones se encuentra en el Apéndice B, donde han sido deducidos los resultados de esta sección.

Capítulo 3

Simulación de descargas

La simulación realizada comprende desde el inicio de la avalancha hasta la transición avalancha-streamer, siendo una simulación partícula a partícula, basada en la interacción de electrones con átomos de una atmósfera de aire. En este capítulo se presentarán los tipos de simulaciones que se han utilizado para la simulación de streamers y los alcances y ventajas de utilizar una simulación partícula a partícula para describir los primeros instantes de una descarga atmosférica.

3.1. Simulación de procesos de descarga

Existen dos tipos de simulaciones de streamers: En una se considera partícula a partícula (modelos de partícula), en la otra la densidad de carga se trata como si fuese un fluido (modelos de fluido). En las simulaciones con el modelo de partícula se considera la interacción de cada electrón con los átomos del gas, utilizando para el cálculo de trayectorias el método de Monte Carlo. En cambio, las simulaciones con el modelo de fluidos se consideran densidades continuas de partículas más que las interacciones individuales, utilizando las ecuaciones de continuidad para electrones y iones.

Un ejemplo de una simulación utilizando un modelo de partícula se encuentra en la Referencia (2), en la que se desarrolló un código de simulación bidimensional para el

3. SIMULACIÓN DE DESCARGAS

estudio de la distribución y aceleración de electrones en una descarga propagándose en aire. La simulación consiste en originar avalanchas de electrones y posteriormente streamers acelerando una distribución inicial de electrones bajo la acción de un campo eléctrico exterior. En la simulación mencionada son consideradas las interacciones electrón-átomo en colisiones elásticas, ionizaciones, excitación de átomos y captura electrónica.

Además del campo eléctrico exterior, en la Referencia (2) se toma en cuenta el campo eléctrico generado por la distribución de iones y electrones. Los iones creados, siendo partículas de baja movilidad para escalas cortas de tiempo, permanecen en reposo a lo largo de la simulación, mientras que los electrones siguen su trayectoria a través de una grilla espacial que permite el control sobre el número de partículas consideradas en el cálculo. Debido a que el proceso involucra un gran número de partículas, cada partícula en la simulación representa varias partículas reales, limitándose a un valor máximo el número de partículas por sector de la grilla.

Con el código implementado en la Referencia (2) se logran simular streamers de descargas tipo sprite (entre una nube de tormenta y la electrósfera) generados a aproximadamente 70 km de altura y streamers de descargas entre nube y tierra generados a aproximadamente 10 km de altura. Para estos dos procesos se estudia la aceleración de electrones térmicos y las condiciones necesarias para la generación de avalanchas.

Aunque las simulaciones con modelos de partícula son eficientes en la descripción de frentes de ionización en los que las velocidades de los electrones son altas, las densidades de carga son bajas y el número de partículas involucradas es manejable, no son muy eficientes en las regiones de alta ionización, resultando apropiado considerar la densidad de carga como un fluido (4). Una desventaja importante de los modelos de partículas es que la estadística que puede tenerse con unas pocas partículas puede crear fluctuaciones

de velocidad y de rata de ionización, siendo posible la aparición de inestabilidades.

Evaluando las ventajas y desventajas de los dos modelos, se consideró más apropiado para la simulación en esta tesis utilizar un modelo de partícula. La principal razón para escoger este tipo de simulación es la posibilidad de evaluar microscópicamente la interacción electrón-átomo y la incidencia de cada proceso involucrado en la evolución de avalanchas y creación de streamers. La aceleración de electrones hasta alcanzar velocidades relativistas y las bajas densidades ($\sim 10^4 \text{ e}^-/\text{cm}^3$) también hacen apropiado el uso de un modelo de partícula como el proporcionado por Geant4.

A continuación se mostrará como funciona Geant4 y la forma como, utilizando el método de Monte Carlo y bases de datos especializadas, calcula las variables físicas que describen el estado de los electrones y fotones, y las interacciones entre estas partículas y los átomos de la atmósfera simulada.

3.2. Simulaciones con GEANT4

Geant4 es una herramienta para la simulación del paso de partículas a través de la materia, la cual cuenta con bases de datos de interacción de diferentes partículas y radiación con átomos de cada elemento químico y algunos compuestos comunes, permitiendo utilizar diferentes interacciones y modelos físicos de acuerdo con el rango de energía. Utilizando el método de Monte Carlo, Geant4 calcula las trayectorias descritas por las partículas a partir de la probabilidad de interacción de la partícula con los átomos de un material.

En la simulación de la trayectoria de electrones en aire, serán considerados 3 procesos: Dispersión múltiple de Coulomb, ionización y Bremsstrahlung. Dispersión múltiple de Coulomb corresponde a la desviación con respecto a la trayectoria original de los electrones, debido a su interacción con el campo eléctrico generado por los núcleos en

3. SIMULACIÓN DE DESCARGAS

el material, tomando en su cálculo una aproximación para gran número de colisiones. Geant4 usa un algoritmo de simulación con el cual calcula el desplazamiento, la pérdida de energía y el cambio de dirección del electrón como un efecto global de colisiones elásticas (11, 12).

La ionización es el principal mecanismo de producción de carga en una descarga. Para calcular esta interacción se utilizó el modelo estándar de Geant4, para el cual es necesario definir un valor umbral de energía K_{cut} . Por encima de este umbral, la energía perdida es simulada con la creación explícita de electrones, mientras por debajo de dicho valor, la interacción se simula con la pérdida continua de energía sin la creación explícita del nuevo electrón (11, 12).

Un proceso secundario a la ionización es la emisión de radiación X, debida a la ionización de átomos en sus capas interiores y a la posterior emisión de un fotón, producto de la transición electrónica en un átomo excitado. La energía del fotón X emitido es obtenida de la Evaluated Atomic Data Library (EADL) (13).

El proceso de Bremsstrahlung corresponde a la emisión de radiación por un electrón acelerado debido al campo eléctrico de los núcleos en el material en el que incide. Similarmente al proceso de ionización, se utilizó el modelo estándar de Geant4 y por tanto se utilizó también un valor umbral de energía para la creación de fotones γ por Bremsstrahlung. Siendo la emisión por Bremsstrahlung continua, Geant4 hace la suposición de que por la interacción de un electrón con cada átomo, tan solo se emitirá un fotón con la energía total perdida en cada interacción.

Los fotones creados en los procesos de ionización y Bremsstrahlung, también son simulados con Geant4, obteniéndose la trayectoria del fotón emitido como una nueva partícula en la simulación. Para fotones se consideró el proceso de fotoionización con un modelo relativista, siendo este el segundo mecanismo de producción de carga en las

avalanchas simuladas.

Tomando los valores de sección eficaz para cada una de los procesos considerados, Geant4 calcula el camino libre medio de la partícula (electrón o fotón) en la atmósfera de aire como

$$\lambda = \sum_i \frac{1}{n_N \sigma_i^N(K) + n_O \sigma_i^O(K)}, \quad (3.1)$$

donde σ_i son la secciones eficaces del i -ésimo proceso (ya sea dispersión multiple, ionización o Bremsstrahlung para electrones, o fotoionización para fotones) como función de la energía de la partícula para átomos de cada elemento, n_N la densidad atómica del Nitrógeno y n_O la densidad atómica del Oxígeno. En éste trabajo son considerados como únicos componentes del aire el Nitrógeno y el Oxígeno, tomando los dos componentes principales del aire y aproximando su porcentaje de composición de un 70 % de Nitrógeno y un 30 % de Oxígeno, de acuerdo con los valores reportados por la Referencia (14).

Con el camino libre medio Geant4 obtiene la probabilidad de interacción del electrón y usando el Método de Monte Carlo, el cual decide qué proceso tendrá lugar, y con la energía cinética de la partícula incidente se calcula la nueva trayectoria y energía de la partícula incidente y de la partícula secundaria si hubiera lugar a ella. Geant4 paso a paso realiza este procedimiento con el cual obtiene la trayectoria y calcula las variables físicas como la posición, velocidad, energía o momento, para cada partícula en la simulación.

Finalmente, con respecto al campo eléctrico en la simulación, Geant4 permite definir un campo eléctrico y una ecuación de movimiento para las partículas cargadas bajo su acción. Un proceso adicional de transporte se encarga de propagar la partícula en dicho campo. Para la simulación realizada, se definió un campo eléctrico exterior uniforme utilizando la librería de Geant4 para campos electromagnéticos uniformes, la cual tiene por defecto su propia ecuación de movimiento. El campo eléctrico generado por los iones

3. SIMULACIÓN DE DESCARGAS

y electrones no fue simulado, debido a que las trayectorias de las partículas en Geant4 son independientes entre sí luego de su creación. Así que el campo eléctrico debido a la distribución de carga será calculado y analizado con una rutina independiente a la simulación.

Capítulo 4

Avalanchas de electrones y Streamers

Se presentarán los resultados de la simulación de avalanchas de electrones realizada en Geant4. Son caracterizadas avalanchas autosostenidas, las cuales han sido obtenidas utilizando un campo eléctrico de 150 kV/cm y acelerando electrones semilla cuyas energías iniciales son del orden de los keV, suponiendo que estos electrones son partículas secundarias de rayos cósmicos. Se estudia la distribución de electrones y iones positivos, y el factor de multiplicación en un lapso de tiempo de 10 ns. Al final del capítulo se calcula el campo eléctrico generado por la distribución de carga obtenida, encontrándose valores despreciables de éste en comparación con el campo eléctrico exterior. Sin embargo, un cambio en los parámetros utilizados permitiría alcanzar la condición de streamer a la avalancha.

4.1. Avalanchas de electrones

4.1.1. Condiciones iniciales

Con respecto a las condiciones iniciales de la simulación realizada, es necesario describir tres aspectos:

4. AVALANCHAS DE ELECTRONES Y STREAMERS

1. La atmósfera a través de la cual viajan los electrones.
2. El campo eléctrico exterior.
3. La fuente de electrones semilla.

La atmósfera utilizada corresponde a un gas compuesto en un 70 % por Nitrógeno y en un 30 % por Oxígeno, con una densidad de $\rho_{atm} = 375 \text{ g/m}^3$, correspondiente a la densidad atmosférica terrestre a 10 km de altura de acuerdo con (14). Respecto al campo eléctrico, fueron utilizados valores desde el orden de los kV/cm hasta pocos centenares de kV/cm. El vector de campo eléctrico se orientó en dirección $-x$, así que la avalancha se desarrollará en la dirección x .

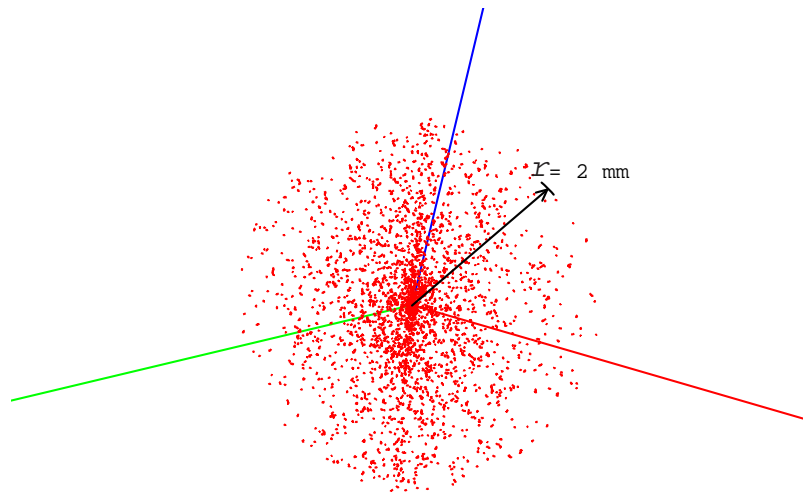


Figura 4.1: Distribución inicial de electrones. Simulación con unos dos mil electrones semilla en sus posiciones iniciales. Las líneas de color rojo, verde y azul corresponden a los ejes x , y y z respectivamente.

La fuente de electrones semilla consiste en $N_e = 10^5$ electrones dispuestos en una esfera de radio $r_0 = 2$ mm con centro en la posición $(x,y,z)=(0,0,0)$. A cada electrón le fue asignada una posición en la esfera de manera aleatoria, obteniendo distribuciones como la que se muestra en la Figura 4.1. La velocidad inicial de los electrones es de aproximadamente 4×10^9 cm/s (un 20 % de c^1), correspondiente a una energía cinética de 1 keV. El vector de velocidad inicial fue orientado en la misma dirección y en el sentido contrario del vector de campo eléctrico.

La Figura 4.2 presenta un gráfico donde se indican las trayectorias de los electrones en la simulación bajo las condiciones descritas anteriormente, utilizando un campo eléctrico $E_0 = 150$ kV/cm y $N_e = 100$ electrones iniciales.

4.1.2. Evolución temporal de una avalancha

Utilizando un campo eléctrico exterior $E_0 = 150$ kV/cm, se determinó la distribución espacial de carga a lo largo del recorrido de la avalancha, estudiándola en un lapso de tiempo desde $t = 0$ hasta $t = 10$ ns. Ya que con Geant4 tan solo se simularon las trayectorias de electrones y fotones, se asume la creación de iones positivo de baja movilidad, que en aproximación se encuentran en reposo. También se supone que por cada electrón inicial en la simulación existe un ion positivo en su posición origen.

Inicialmente, se observó la distribución de carga con respecto al eje x , siendo ésta la dirección en la cual se propaga la avalancha. Para $0 \leq t \leq 10$ ns, se tomó la posición final de las partículas en la simulación. Iones positivos y electrones que hubiesen sido creados en el lapso de tiempo mencionado, tales que $y = 0$ y $z = 0$, sin importar su velocidad final, fueron graficados en la Figura 4.3.

¹Sea c la velocidad de la luz en el vacío.

4. AVALANCHAS DE ELECTRONES Y STREAMERS

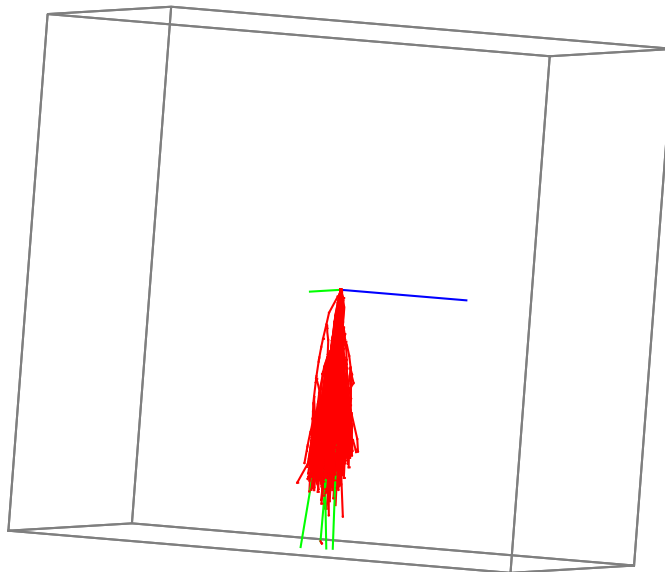


Figura 4.2: Avalancha de 100 electrones simulada con Geant4. En color rojo son mostradas las trayectorias de los electrones. Las líneas de color verde y azul corresponden a los ejes y y z respectivamente. En la parte final de la avalancha (color verde) aparecen las trayectorias de fotones emitidos en la avalancha.

Respecto a los electrones, pueden distinguirse a lo largo de la avalancha dos tipos de acuerdo a si cumplen o no la condición

$$K_{loss} \geq K_0 + K_E \quad (4.1)$$

siendo K_{loss} la energía total perdida en ionizaciones y colisiones elásticas, K_0 la energía cinética inicial y K_E la energía cinética total proporcionada por el campo eléctrico exterior en su recorrido. La diferencia fundamental entre cumplir o no la condición en (4.1) radica en la capacidad de originar o no una avalancha autosostenida. Los dos tipos de electrones, es decir, los que logran iniciar una avalancha autosostenida y los que realizan algunas colisiones antes de detenerse, se encuentran representados en la Figura 4.3.

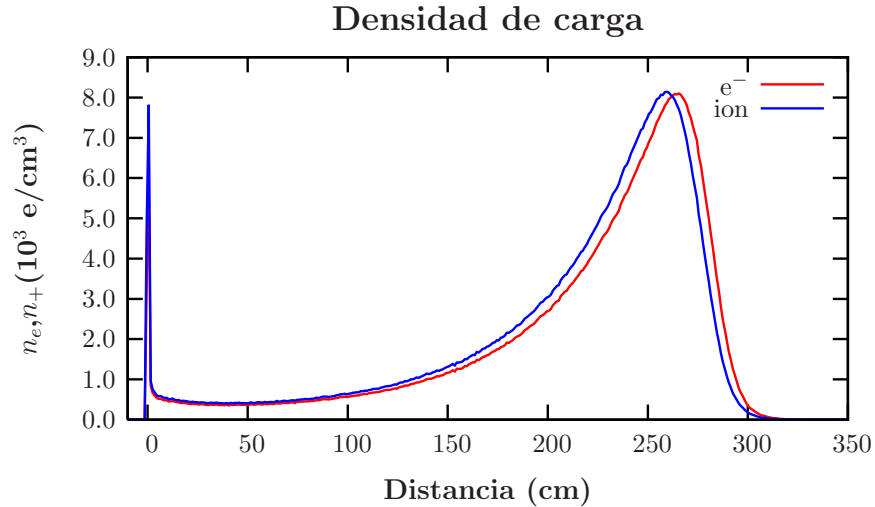


Figura 4.3: Distribución de iones y electrones creados a lo largo de la avalancha. Densidad de iones y electrones calculada con la posición final de las partículas para $0 \leq t \leq 10$ ns, con $y = 0$ y $z = 0$, sin tener en cuenta la velocidad final de la partícula.

Alrededor de la posición $x = 0$, se observa un valor máximo correspondiente a los electrones primarios que perdieron rápidamente su energía cinética sin alejarse de su posición original. Los electrones en el máximo ubicado hacia la parte final de la avalancha (cerca a $x = 250$ cm), corresponden a los electrones en el frente de ionización, principalmente electrones que cumplen la condición (4.1). Finalmente, los electrones en la región intermedia son principalmente electrones secundarios que no cumplieron la condición (4.1).

En cuanto a los iones positivos, también se tiene un valor máximo alrededor de $x = 0$, correspondiente a los iones ubicados en las posiciones iniciales de los electrones semilla. Se observa también que la densidad de iones supera ligeramente la densidad de electrones en la región comprendida entre cero y aproximadamente unos 250 cm. Recordando que la mayoría de los electrones en esta región ya han perdido su energía cinética, podría pensarse en un proceso de recombinación cuyo resultado sería una carga neta

4. AVALANCHAS DE ELECTRONES Y STREAMERS

positiva en esta región. Se aclara que la recombinación mencionada no corresponde más que a una aproximación sin haberse tenido en cuenta la interacción en la simulación.

Para observar mejor el significado de este aproximado proceso de recombinación, se presentará en la Figura (4.4) la misma distribución de carga, pero ahora eliminando los electrones cuya velocidad final es cero, y asociando un correspondiente ion positivo con el cual se habría recombinao. De esta manera será presentada la distribución final de carga en el tiempo $t = 10$ ns.

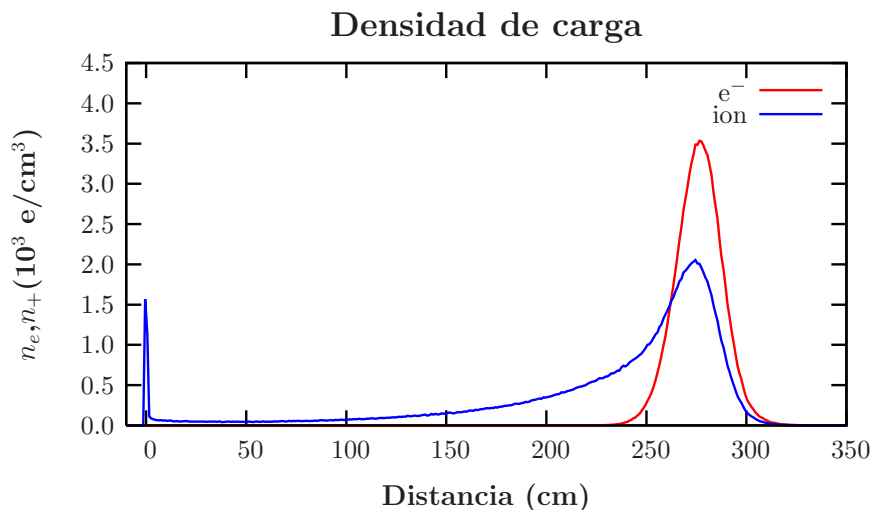


Figura 4.4: Distribución de iones y electrones en $t = 10$ ns. Densidad de iones y electrones calculada con la posición final de las partículas en $t = 10$ ns, con $y = 0$ y $z = 0$, eliminando por recombinación los electrones con velocidad final igual a cero.

La gráfica obtenida en la Figura (4.4), muestra la densidad de carga en la avalancha similarmente a la Figura (2.7), mostrada en el Capítulo 2 y obtenida de la Referencia (1). En el frente de ionización se tiene un valor máximo de densidad de electrones, y cerca a éste, a una distancia menor desde el origen, se encuentra el valor máximo de la distribución de iones. La ubicación de estos los valores máximos en el frente de la

avalancha, hace pensar en la formación de un dipolo móvil de carga similar al descrito en el Capítulo 2. Más adelante se retomará este análisis y se evaluará la posibilidad de originar una región de campo eléctrico nulo en el centro del dipolo, y por tanto, la posibilidad de crear un streamer bajo las condiciones de avalancha simuladas.

En las siguientes secciones se estudiará la avalancha para distintos instantes de tiempo comprendidos entre $t = 0$ y $t = 10$ ns, considerando los electrones activos en la simulación para cada instante, es decir, los electrones cuya energía cinética K es mayor de cero.

4.1.2.1. Electrones en la avalancha

Se estudiará la expansión espacial en dirección radial (plano yz) alrededor del eje x , siendo $r = \sqrt{y^2 + z^2}$. Para cada instante de tiempo se calculó el valor máximo de densidad sobre el eje x (x_{max}) de acuerdo con resultados similares a los presentados en el inicio de esta sección. A partir de dicha posición se obtuvo un corte transversal entre x_{max} y $x_{max} + \Delta x$ ($\Delta x = 1$ cm), evaluándose la densidad de electrones con respecto a r .

Debido a que en la dirección radial no se tiene la acción del campo eléctrico exterior, y sin considerarse el campo eléctrico generado por la distribución de carga, la expansión de los electrones estará gobernada por el proceso de difusión. En la Figura 4.5 se presenta la densidad de electrones con respecto a r para algunos instantes de tiempo entre 0 y 10 ns. Aunque se observa un aumento de la desviación estándar de la distribución con el tiempo, para $0 \leq t \leq 4$ ns, no existe una tendencia definida con respecto a la amplitud de la función gaussiana que describe los distintos instantes. Para instantes en los cuales $t > 4$ ns, se observa un incremento sucesivo en la amplitud máxima de la gaussiana.

En la Figura 4.6 se muestra el incremento en la dispersión espacial y la disminución de su tasa de crecimiento con el tiempo. En la figura también se presenta el ajuste a la

4. AVALANCHAS DE ELECTRONES Y STREAMERS

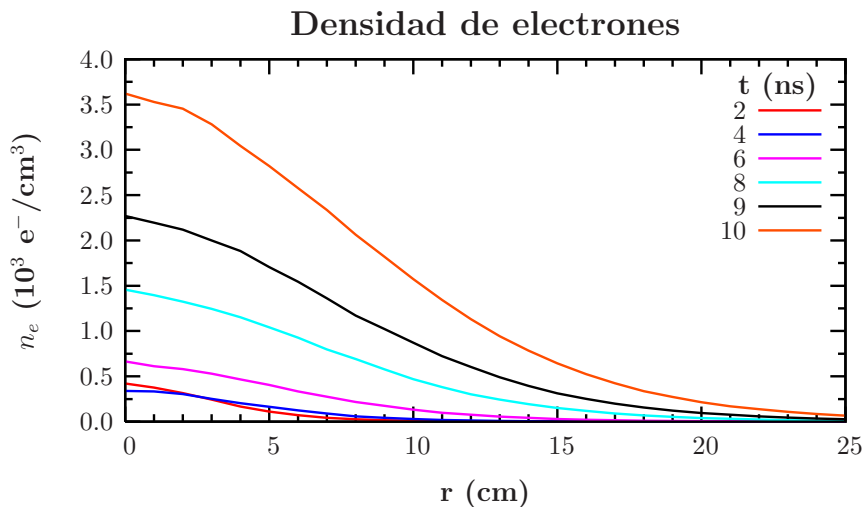


Figura 4.5: Densidad de electrones en dirección radial. Formas semi-gaussianas de la densidad de electrones vs. r para tiempos $0 \leq t \leq 10$ ns.

ecuación (2.16) que relaciona r_D , el radio de la nube de electrones debido a difusión, con el tiempo transcurrido desde el inicio de la avalancha. Se observa que el ajuste es adecuado para tiempos $t > 2$ ns.

Ya habiendo analizado la difusión de electrones en dirección perpendicular al campo eléctrico exterior, se retomará la evolución de la avalancha en la dirección paralela al campo. Utilizando los electrones con velocidad diferente de cero para cada instante de tiempo, se obtuvo la Figura 4.7, en la cual se muestra el frente de ionización de la avalancha, encontrándose allí principalmente electrones que cumplen la condición (4.1).

En la Figura 4.7, para el cálculo de la densidad de electrones, se ha realizado una integral alrededor del eje central de la avalancha ($y = 0, z = 0$), en distancias $\Delta x = 1$ cm y radios de 2σ (de acuerdo con el cálculo realizado para la expansión radial). En la evolución de la avalancha se combinan dos efectos: El avance del frente de ionización

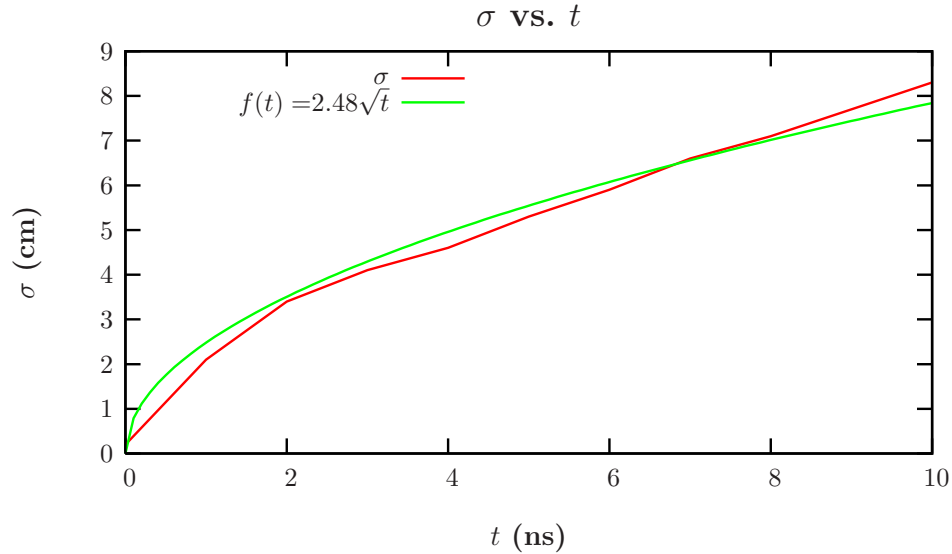


Figura 4.6: Desviación estándar en el tiempo. Incremento en la dispersión espacial debido al proceso de difusión que domina la propagación radial de la avalancha. La línea roja presenta la desviación obtenida en la simulación, mientras la línea verde representa el ajuste dado por la función $f(t) = 2.48\sqrt{t}$, siendo t en ns y $f(t)$ en centímetros.

y la distribución gaussiana de electrones para cada instante. El primero, resulta del arrastre de electrones por el campo eléctrico exterior, mientras el segundo ocurre por la difusión alrededor del centro de la avalancha. También se observa el incremento del número de electrones participando en la avalancha con el tiempo, el cual se presenta en la Figura 4.8 como la evolución del factor de multiplicación en el tiempo.

Con respecto a la velocidad y energía cinética de los electrones en la avalancha, se observa que los electrones en la avalancha son acelerados hasta velocidades relativistas debido a la acción del campo eléctrico exterior. Con el fin de evaluar la velocidad y la energía de los electrones, fueron obtenidos espectros para cada instante de tiempo.

En la Figura 4.9 se presenta el espectro de energía cinética en $t = 5$ ns, indicándose

4. AVALANCHAS DE ELECTRONES Y STREAMERS

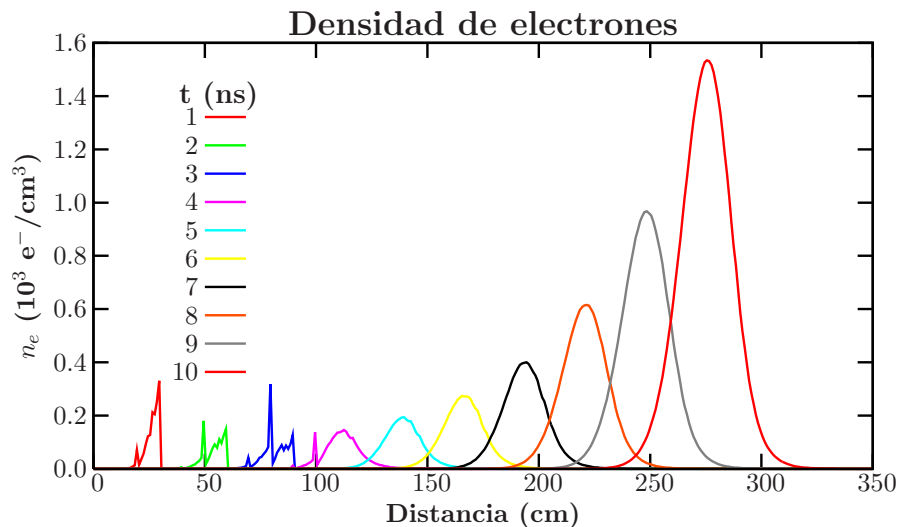


Figura 4.7: Propagación de la avalancha en la dirección del campo eléctrico. Densidad de electrones para cada instante de tiempo, evaluada alrededor de $z = 0$. Se observa cómo la avalancha adquiere la forma de una distribución gaussiana aproximadamente en el tiempo $t = 4$ ns.

también la velocidad equivalente para los distintos valores de energía alcanzados por los electrones. Para energías bajas, en el rango de 1 a 100 eV, son encontrados pocos electrones en la simulación. Esto ocurre debido a que el valor umbral de energía para la producción de electrones, se estableció en 100 eV. Los electrones cuya energía inicial es inferior a 100 eV no son creados por Geant4 como se explicó en el Capítulo 3.

En la Figura 4.9 se observa un valor mínimo hacia los 30 keV de energía. La mayor parte de los electrones se encuentra por encima de este valor de energía, siendo estos electrones los que cumplen con la condición (4.1) y son los que mantienen activa la avalancha. La Figura 4.10 muestra otro espectro de energía, esta vez para el instante $t = 10$ ns. Se puede observar con respecto a la Figura 4.9 el aumento de energía de los electrones hasta un valor de energía límite del orden de las decenas de MeV. El valor máximo de velocidad reportado por Geant4 es de 2.998×10^{10} cm/s ($0.999 c$), corres-

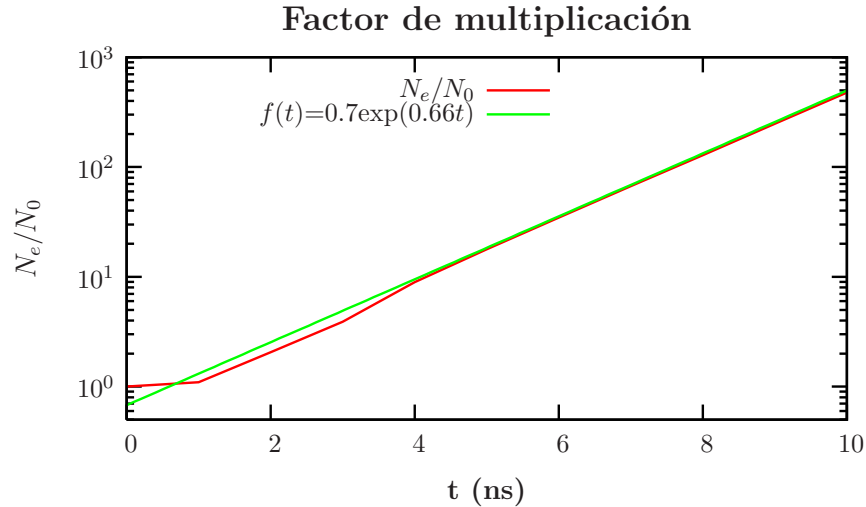


Figura 4.8: Factor de multiplicación de la avalancha en el tiempo. Siendo N_e los electrones que cumplen la condición en la ecuación (4.8) y forman parte de la avalancha, se presenta el factor de multiplicación con respecto a los electrones semilla. La línea de color rojo corresponde al resultado obtenido a partir de la simulación. La línea verde muestra el ajuste realizado, obteniéndose la función exponencial $f(t) = 0.7\exp(0.666t)$, donde t tiene unidades de ns.

pondiente a un valor de energía cinética de aproximadamente 150 MeV.

La aparición de electrones con energía cinética del orden de los MeV permite la emisión de fotones X y γ en la avalancha. Como se mostrará en el siguiente capítulo, por la ionización de capas internas de los átomos de Nitrógeno y Oxígeno se generará emisión X, y en el proceso de Bremsstrahlung se originará radiación γ . Los procesos que generan estas emisiones aumentan su probabilidad de ocurrencia con el aumento en la energía cinética de los electrones. Otro proceso secundario, consecuencia de la emisión de radiación, es la creación de electrones por fotoionización, el cual será también examinado en el siguiente Capítulo.

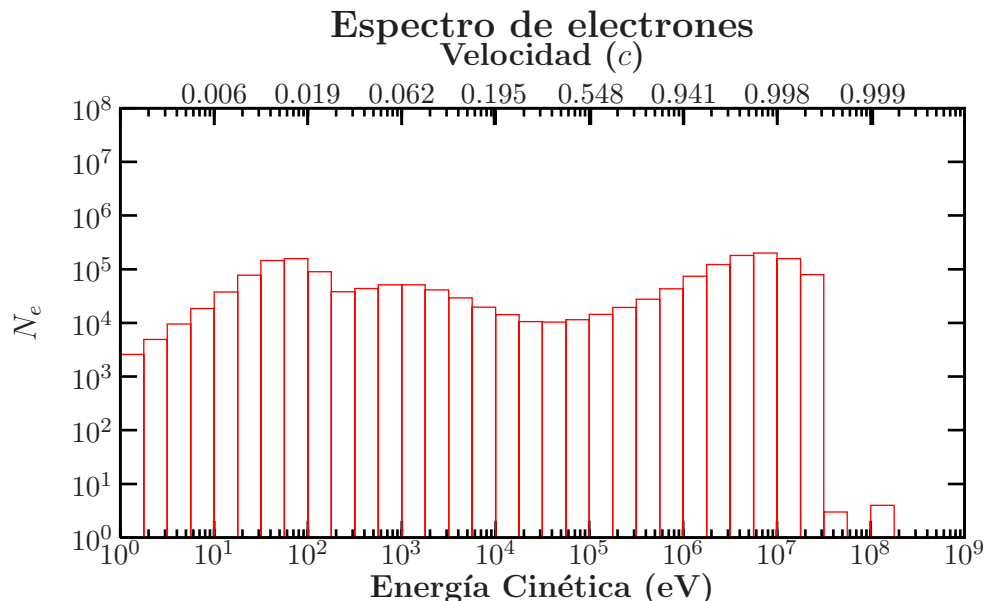


Figura 4.9: Espectro de energía para electrones en $t = 5$ ns. Los electrones alcanzan energías máximas de 30 MeV para este instante de tiempo. Se observan principalmente electrones con energías por encima de los 100 keV, los cuales forman el frente de la avalancha, y electrones con energías por debajo de los 100 keV cuya pérdida de energía es mayor a la proporcionada por el campo eléctrico. Se observa la reducción el número de electrones por debajo del umbral de creación (100 eV).

4.2. Streamers y campo eléctrico generado por la distribución de carga

En la sección anterior ha sido presentada la evolución de una avalancha autosostenida de electrones, siendo éste proceso el primer estado de una descarga. Sin embargo, la formación de la avalancha no garantiza la generación de un rayo en una tormenta, siendo necesaria la formación de una región de campo eléctrico nulo, tal como se presentó en Capítulo 2. La nueva distribución de carga, al alcanzar elevadas densidades (del orden

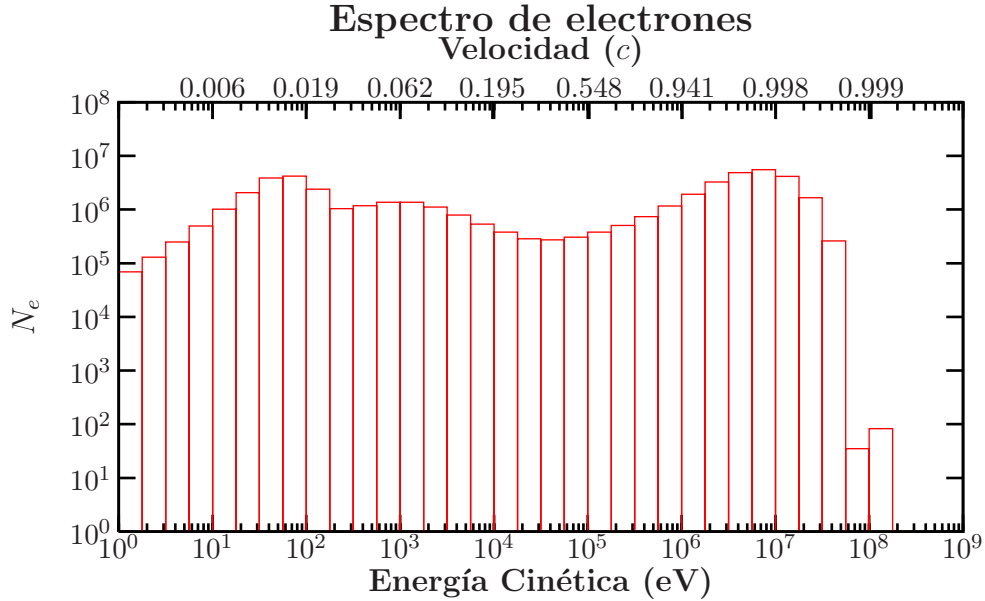


Figura 4.10: Espectro de energía para electrones en $t = 10$ ns. En comparación con la Figura 4.9, se observa un aumento en el número de electrones para todas las energías, resultando que en este instante de tiempo, son poblados valores de energías por encima de los 100 MeV.

de $10^{10} \text{ e}^-/\text{cm}^3$), debe formar un dipolo cuyo campo eléctrico en su parte interior tiene la magnitud del campo eléctrico exterior.

Siendo las trayectorias de los electrones simuladas de manera independiente, tal como han son simuladas con Geant4, no se tiene información sobre la posibilidad de formación de un streamers. Por esta razón, a partir de la distribución obtenida utilizando Geant4, se calculará el campo eléctrico generado por los iones y electrones presentes en la avalancha y se analizará que posibilidades existen de obtener un streamer a partir de dicha distribución.

Se calculó entonces el centro de masa para las distribuciones de iones y de electrones en el tiempo $t = 10$ ns. Fueron encontradas las posiciones $r_+ = (231.8 \text{ cm}, 0.0, 0.0)$ y

4. AVALANCHAS DE ELECTRONES Y STREAMERS

$r_- = (236.6 \text{ cm}, 0.0, 0.0)$ para iones y electrones respectivamente, medidos desde la posición de origen de la avalancha. Tomando la distribución de carga como un dipolo, el interés principal está en calcular el campo eléctrico en el punto medio entre los dos centros de masa, es decir, en la posición $\bar{r} = (234.2 \text{ cm}, 0.0, 0.0)$.

Primero se calculó el campo eléctrico en la posición \bar{r} a partir de la contribución dada por cada partícula, obteniéndose un campo eléctrico de valor despreciable, de más de tres órdenes de magnitud por debajo del valor del campo eléctrico exterior a la avalancha. En consecuencia, para la simulación realizada y para el instante $t = 10 \text{ ns}$, no existe un streamer.

Para lograr la condición de streamer sería necesario aumentar el número de electrones y la densidad de carga en la avalancha, para lo cual podrían ser modificados dos parámetros: el tiempo t de evaluación del campo eléctrico y la cantidad inicial de electrones N_0 . Entonces se utilizarán los ajustes presentados en las Figuras 4.6 y 4.8 para desviación estándar y factor de multiplicación respectivamente.

Se tiene para la desviación estándar

$$\sigma(t) = 2.48\sqrt{t}, \quad (4.2)$$

siendo σ dado en centímetros para t dado en ns. Por otra parte, de acuerdo con el ajuste en la Figura 4.8 para factor de multiplicación de electrones, se tiene para el número de electrones N_e en la avalancha

$$N_e = 7 \times 10^4 \exp(0.66t), \quad (4.3)$$

siendo también en este caso t dado en ns. Tomando la forma gaussiana de la densidad de electrones alrededor del centro de la avalancha, se tiene para la máxima densidad en la distribución

$$n_0 = \frac{N_e e}{(2\pi\sigma^2)^{3/2}}, \quad (4.4)$$

4.2 Streamers y campo eléctrico generado por la distribución de carga

donde e es la carga del electrón, y siendo σ y N_e obtenidas de las ecuaciones (4.2) y (4.4).

Para estimar el campo eléctrico E' generado por la nube esférica de electrones en el punto \bar{r} , se tiene que para $t \geq 2$ ns, $d_{\pm} < \sigma(t)$, donde d_{\pm} es la distancia entre el centro de la distribución de electrones y el centro del dipolo, y tiene un valor de 2.4 cm aproximadamente. La situación corresponde finalmente a calcular el campo eléctrico sobre la superficie de una esfera de radio d_{\pm} y una densidad aproximadamente constante, que se asumirá sea n_0 . El campo eléctrico estará dado por

$$E'(\bar{r}) = \frac{n_0 d_{\pm}}{3\epsilon_0}, \quad (4.5)$$

siendo ϵ_0 la permitividad eléctrica en el vacío.

Suponiendo que la desviación estándar y el factor de multiplicación continúan en el tiempo con la misma tendencia dada en las ecuaciones (4.2) y (4.3), y que la distancia entre los centros de carga se conserva con el tiempo, se obtuvo en que instante de tiempo se lograba la condición $E' = E_0$, calculándose que en $t \approx 25$ ns se alcanzaría la condición de streamer.

Ahora, pensando en el número de electrones iniciales, la ecuación (4.3) sugiere un valor $N_0 = 7 \times 10^4$ correspondiente al 70% del número de electrones iniciales utilizados en la simulación. Debido a que no existe interacción entre los electrones en la simulación, un cambio en el número de electrones iniciales no alterará la tendencia en el factor de multiplicación, ni las variables de ajuste calculadas. Así que, nuevamente buscando la condición $E' = E_0$, se tendría que sería necesario tener del orden de 10^9 electrones iniciales en la simulación para que en $t = 10$ ns se pudiera tener un streamer.

4. AVALANCHAS DE ELECTRONES Y STREAMERS

Capítulo 5

Electrones relativistas y emisión de radiación

Durante la iniciación y desarrollo de una descarga atmosférica, además de los procesos físicos de creación de cargas libres ya tratados, existen otros procesos adicionales en los cuales son emitidos distintos tipos de radiación: Átomos y moléculas excitadas de la atmósfera emiten fotones ópticos (15); pulsos de corriente eléctrica ocurridos durante la iniciación del rayo producen emisiones electromagnéticas de radiofrecuencia (16, 17); electrones relativistas al acelerarse generan rayos X (18) y γ (19, 20, 21, 22). Ya que en la simulación realizada intervienen electrones relativistas, se tratarán las emisiones γ y X.

Con respecto a las emisiones γ , éstas han sido reportadas en la iniciación de distintos tipos de descargas. Las Referencias (20) y (21) reportan radiación γ en descargas nube-ionósfera, mientras que la Referencia (19) reporta su aparición previamente a una descarga nube-tierra. Los espectros de emisión medidos comprenden rangos que van desde centenares de keV hasta decenas de MeV.

Físicamente se ha explicado el origen de emisiones γ en tormentas a partir de electro-

5. ELECTRONES RELATIVISTAS Y EMISIÓN DE RADIACIÓN

nes relativistas, los cuales siendo de energías del orden de los MeV, son producidos por rayos cósmicos. Estos electrones son acelerados en su interacción con el campo eléctrico de átomos y moléculas en la atmósfera, y emiten fotones de alta frecuencia. El proceso descrito anteriormente se conoce con el nombre de Bremsstrahlung.

Aunque algunas emisiones de rayos X también tienen su origen en Bremsstrahlung, otra fuente de este tipo de radiación son las transiciones electrónicas en átomos de la atmósfera, tal como fue encontrado en los resultados que se presentarán en este capítulo.

Se estudiarán las características de la emisión γ y X encontradas en la simulación realizada. Espectros de energía tanto de los electrones que generaron la emisión como de la misma radiación son presentados. Los espectros continuos de radiación γ y X obtenidos, son comparados con los espectros reportados en la Referencia (19), mientras que las energías obtenidas en el espectro discreto de fotones X, son verificadas con la información del EADL (Evaluated Atomic Data Library) (13). Finalmente también se mostrarán resultados respecto a la fotoionización por parte de los fotones emitidos por la misma avalancha, siendo éste un mecanismo adicional de creación de carga.

5.1. Emisión de radiación γ

De acuerdo con (23), electrones con energía cinética del orden de los MeV son capaces de emitir fotones en el proceso de Bremsstrahlung. Para conocer la probabilidad de que ocurra este tipo de emisión, en una colisión entre electrón y átomo en la atmósfera, se realizó la Figura 5.1. En ella se presenta la relación de *Bethe-Bloch*, entre la pérdida de energía y la energía de incidencia, para electrones viajando en aire con densidad de $\rho_{atm} = 375 \text{ g/m}^3$.

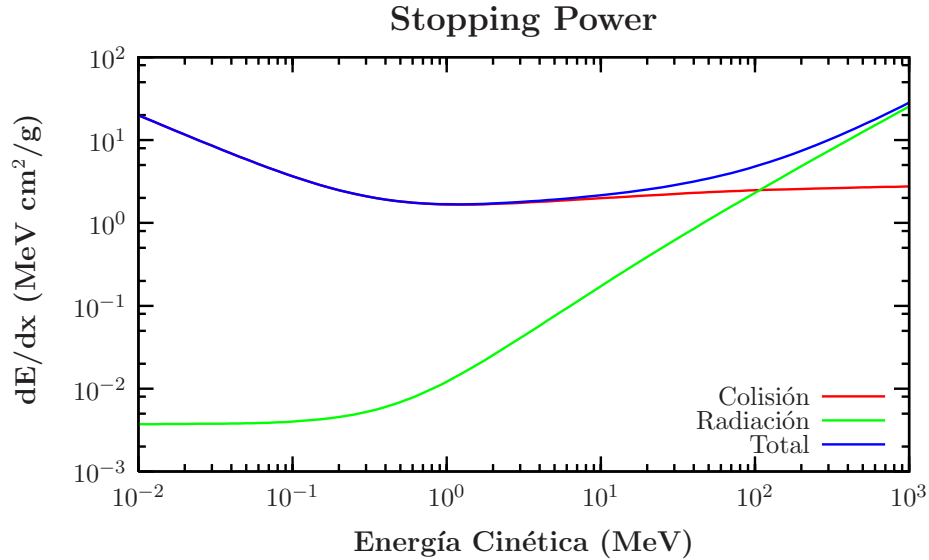


Figura 5.1: Pérdida de energía para electrones en aire. Stopping power o pérdida de energía (BetheBloch) para electrones en aire a una densidad de $\rho_{atm} = 375 \text{ g/m}^3$.

Para energías de incidencia inferiores a los MeV, la energía perdida debido a Bremsstrahlung permanece constante y de aproximadamente tres órdenes de magnitud por debajo de la energía total perdida. Para valores de energía de incidencia del orden de los MeV se incrementa la energía perdida por Bremsstrahlung con respecto a la energía total perdida, llegando a ser la principal causa de pérdida de energía hacia los 100 MeV, superando la pérdida de energía por colisión.

En la simulación, los electrones alcanzan energías del orden de las decenas de MeV, siendo éste apenas el valor en el cual prevalece la pérdida de energía por Bremsstrahlung. Para conocer la energía cinética de incidencia de los electrones que en la simulación sufrieron Bremsstrahlung y generaron un fotón en dicho proceso, se realizó el espectro presentado en la Figura 5.2 para el instante de tiempo $t = 10 \text{ ns}$. En ella se observa que la mayoría de electrones se encuentran en un rango de energías superior a los MeV.

5. ELECTRONES RELATIVISTAS Y EMISIÓN DE RADIACIÓN

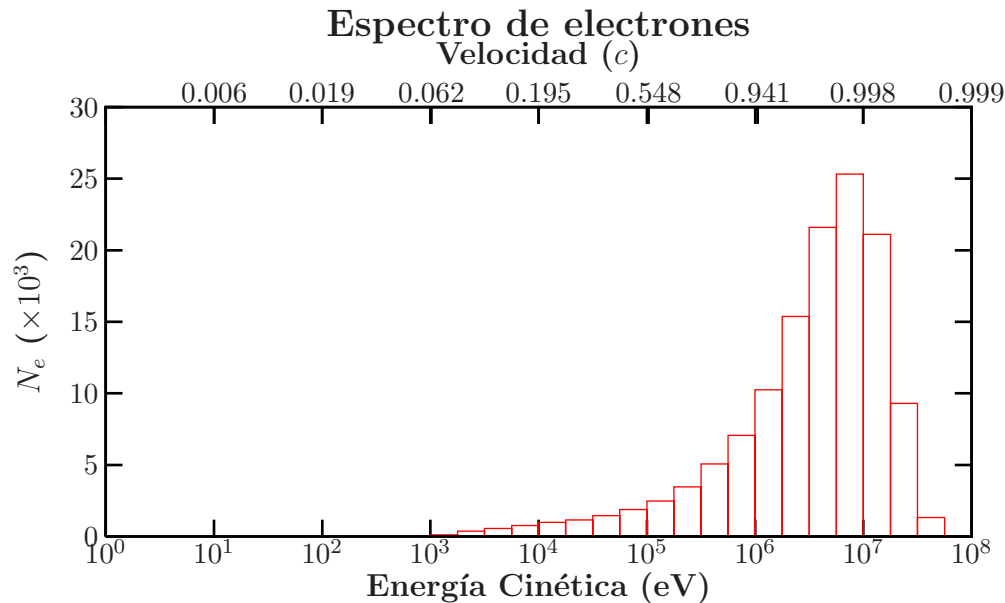


Figura 5.2: Espectro de energía de electrones que han sufrido Bremsstrahlung. Electrones con energías superiores a los keV han sufrido Bremsstrahlung, produciéndose en la interacción fotones γ .

La energía de los fotones emitidos por la avalancha van del orden de los keV al orden de las decenas de MeV en un rango continuo. Este rango de energías corresponde a un espectro con frecuencias que van desde radiación X hasta radiación γ . En la Figura 5.3 se presenta el espectro de emisión obtenido con la simulación (parte superior de la figura) y los espectros reportados por la Referencia (19) (parte inferior de la figura).

Los espectros de la Referencia (19) fueron obtenidos experimentalmente, utilizando dos arreglo de detectores, A y B. El arreglo A estaba se compone de dos detectores NaI de centelleo, cada uno de ellos con un detector BGO circundante con el propósito de eliminar la radiación proveniente de fuentes diferentes a las nubes, utilizando para ello anticoincidencias. En la Figura 5.3 se muestran los espectros para los casos sin y con

anticoincidencias. El segundo arreglo era constituido por dos detectores de centelleo omnidireccionales, uno de NaI y otro de CsI, mostrándose en la Figura 5.3 espectros para cada uno de los detectores. Los espectros fueron obtenidos de la radiación X y γ detectada ~ 40 segundos antes de una descarga nube-tierra.

Comparando el espectro obtenido en la simulación con los espectros experimentales, se encuentran semejanzas en los resultados. Ha sido encontrado en ambos casos espectros radiación continuos en rangos de energías similares. Con respecto a la forma funcional, aunque no es posible establecer una comparación evaluando las amplitudes encontradas, en la simulación y experimentalmente son encontrados espectros de amplitud casi constante hasta los centenares de keV, y de amplitud decreciente entre los centenares de keV y decenas de MeV.

Según la Referencia (19), Bremsstrahlung es el proceso que mejor explicaría los resultados obtenidos. Proponen el escenario en que los electrones semilla, producidos por rayos cósmicos, se encuentran al interior de una nube con configuración de carga positivo-negativo-positivo (ver la Figura (2.2)). Los electrones en la avalancha son acelerados de la parte media de la nube hacia la parte inferior (o superior), emitiendo radiación hacia la tierra (o hacia el cielo).

De acuerdo con la simulación realizada y la descripción detallada de cada interacción de las partículas en la simulación proporcionada por Geant4, puede confirmarse que la emisión continua γ y X encontrada, tiene su origen en un proceso de Bremsstrahlung. Sin embargo, fotones X con energías por debajo de los keV y con origen en un proceso diferente, fueron también encontrados en la simulación. A continuación se presentaran los resultados correspondientes.

5. ELECTRONES RELATIVISTAS Y EMISIÓN DE RADIACIÓN

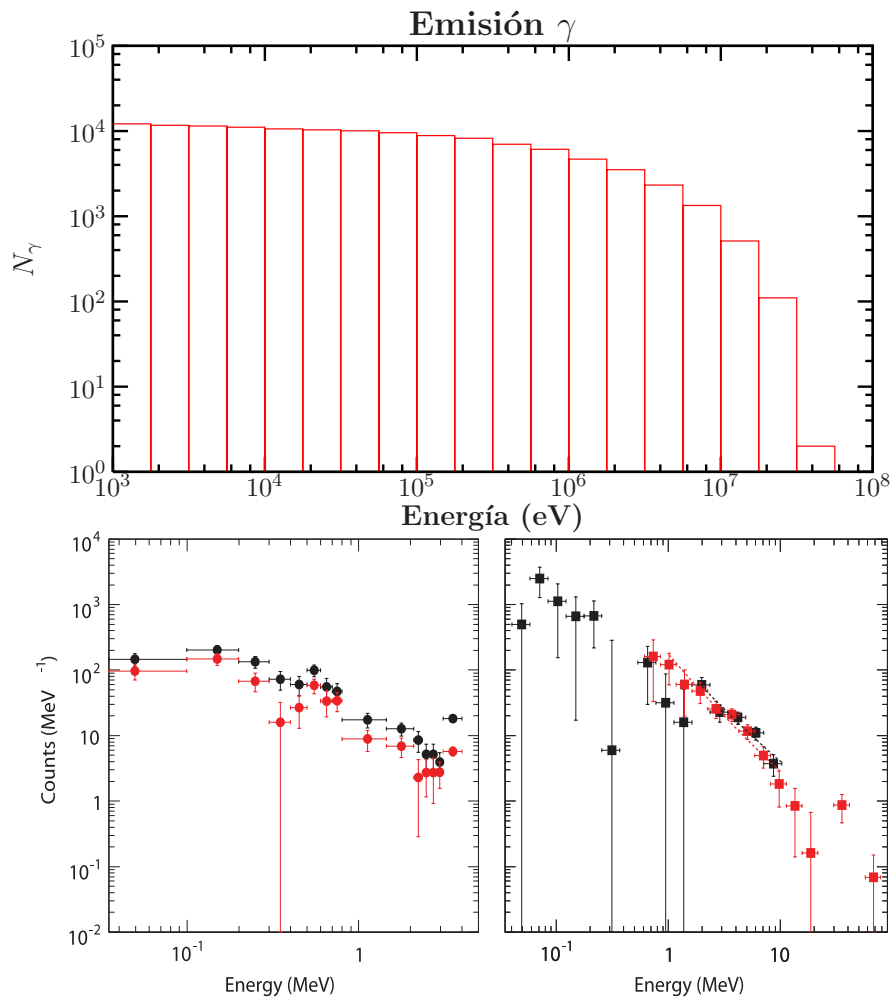


Figura 5.3: Espectros de energía de emisión continua γ y X. En la parte superior se muestra el espectro obtenido a partir de la simulación. En la parte inferior, se muestran los espectros encontrados experimentalmente en la Referencia (19). En la gráfica inferior izquierda, se utilizaron los detectores NaI y BGO, siendo los puntos negros y rojos obtenidos sin y con anticoincidencias respectivamente. En la gráfica inferior derecha, se usaron los detectores NaI y CsI, mostrándose los resultados para cada uno de ellos en negro y rojo respectivamente.

5.2. Emisión de radiación X

En la simulación también fue encontrada la emisión discreta de radiación X, la cual es producto de ionización atómica, de acuerdo con la descripción de cada interacción proporcionada por Geant4 en la simulación. Según la Referencia (11), esta radiación corresponde a fotones emitidos por un átomo cuando éste ha sido ionizado en una de sus capas interiores quedando excitado. Por lo tanto un electrón de una capa exterior decae al nivel interior de energía emitiendo un fotón X.

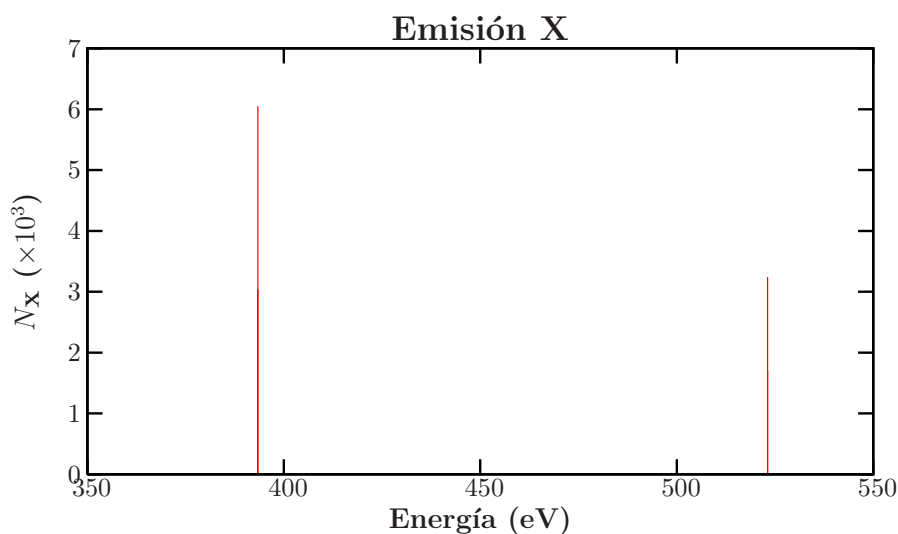


Figura 5.4: Espectro de energía de emisión X. En una ionización pueden ser liberados electrones de capas interiores del átomo. En el proceso de desexcitación son emitidos fotones X.

En la Figura 5.4 se encuentra el espectro de energía para la radiación X en la simulación. Los fotones reportados presentan cuatro valores discretos de energía: 393.35 eV, 393.37 eV, 523.09 eV y 523.13 eV. De acuerdo con el Evaluated Atomic Data Library (EADL) (13), los dos primeros valores de energía corresponden a los fotones X emitidos por átomos de Nitrógeno, por medio de las transiciones $K_{\alpha 2}$ y $K_{\alpha 1}$ respectivamente.

5. ELECTRONES RELATIVISTAS Y EMISIÓN DE RADIACIÓN

Los dos últimos valores corresponden a los fotones emitidos por átomos de Oxígeno, en las mismas transiciones reportadas para Nitrógeno.

5.3. Electrones creados por fotoionización

Los fotones de las emisiones γ y X, resultantes de Bremsstrahlung y de ionizaciones, son capaces de crear nuevos electrones libres a través del proceso de fotoionización. En la Figura 5.5 se presenta el espectro de energía de los fotones que produjeron fotoionizaciones en la simulación. Se observa que principalmente fotones con energías por debajo de los 10 keV participaron en la fotoionización.

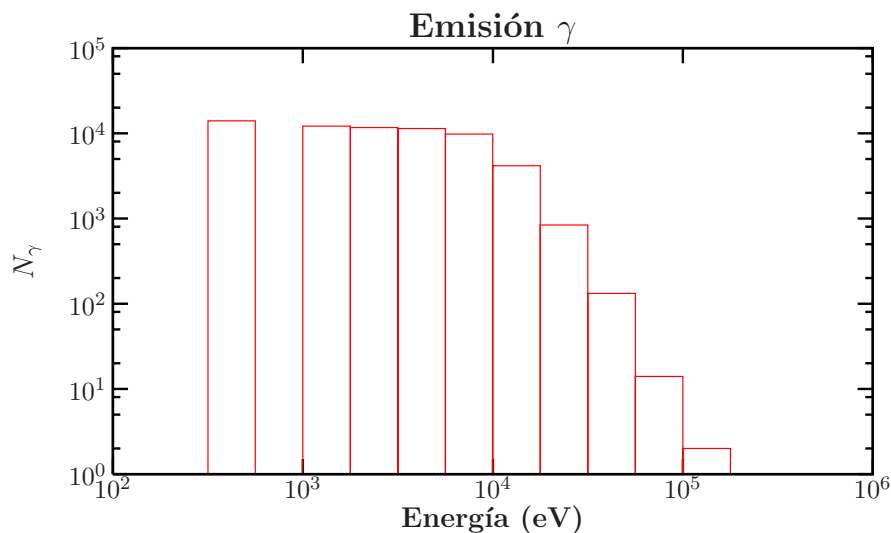


Figura 5.5: Espectro de energía para fotones en el proceso de fotoionización. Energías de fotones que han participado en fotoionización de átomos, creando nuevos electrones en la avalancha.

Podría ocurrir que algunos de los electrones producidos con fotoionización sean también electrones capaces de formar una avalancha autosostenida. Siendo las energías de

5.3 Electrones creados por fotoionización

primera ionización para los átomos de Nitrógeno y Oxígeno de ≈ 15 eV, un fotón con energía de 10 keV podría ionizar uno de estos átomos y generar un electrón libre de casi el mismo valor de energía que la del fotón incidente. La probabilidad de que el nuevo electrón libre sea capaz de iniciar una avalancha autosostenida, en medio de la situación descrita, es mayor que la probabilidad que tenía de formar una avalancha, en el primer instante de la simulación, cada uno de los 10^5 electrones iniciales.

5. ELECTRONES RELATIVISTAS Y EMISIÓN DE RADIACIÓN

Capítulo 6

Conclusiones

Se han presentado los resultados obtenidos de la simulación de avalanchas autosostenidas a partir de electrones libres, originados por rayos cósmicos, con velocidades del orden de keV. Las condiciones iniciales aseguraban que para algunos de los electrones iniciales el balance entre energía adquirida por el campo eléctrico y energía perdida por colisiones resultara en una partícula con velocidad creciente a lo largo de la simulación. Se restó importancia a la condición de superar un valor límite de campo eléctrico de ruptura dieléctrico, como es frecuentemente mencionado en la literatura, ya que la combinación entre campo eléctrico y energía inicial determinaban la posibilidad de formar una avalancha autosostenida.

Los electrones viajando en la avalancha forman distribuciones gaussianas, siendo la difusión el proceso dominante en bajas densidades de carga (menos de $10^{10}e^-/\text{cm}^3$). Se encontró en la simulación una gaussiana móvil de electrones, la cual, dejando a su paso una traza de iones positivos, formaba parte de un dipolo móvil de carga que daría paso a la formación de streamers.

Electrones relativistas en medio de la avalancha dan origen a procesos de emisión de radiación, y estos a su vez a procesos de producción de nuevos electrones libres. Fueron

6. CONCLUSIONES

encontradas en la simulación emisiones continuas de fotones, que comprenden desde rayos X hasta rayos γ , originados en el proceso de Bremsstrahlung como fue determinado por Geant4. La emisión discreta de rayos X encontrada corresponde a transiciones de electrones en átomos excitados, luego de una ionización, comprobado a partir de la base del EADL (13). En el proceso de fotoionización, de acuerdo con el espectro de energía de los fotones que participaron en ella, es posible la creación de nuevas avalanchas de electrones.

Finalmente, se tiene en Geant4 una herramienta con la cual pueden simularse partícula a partícula los primeros instantes de una descarga atmosférica, ya que cuenta con modelos de interacción evaluados y bases de datos confiables. La principal ventaja en usar Geant4, como usualmente ocurre con el método de Monte Carlo, es la visualización de procesos individuales y la posibilidad de estudiar la dependencia de los resultados con cada uno de estos procesos. En este sentido, fue fundamental el uso de Geant4 para determinar el origen de la emisión de radiación X y γ , y en la fotoionización de átomos. Otra ventaja de Geant4 es la facilidad en el análisis de datos por las herramientas con las que cuenta, proporcionando información sobre las variables físicas de cada partícula en cada paso de simulación. Geant4 constituye una herramienta confiables y útil en la simulación de procesos de descarga.

Apéndice A

Esfera conductora en un campo eléctrico uniforme

Supóngase una esfera conductora de radio a , sin carga neta e inmersa en un campo eléctrico uniforme de magnitud E_0 . El campo eléctrico inducirá una densidad de carga eléctrica superficial como se muestra en la Figura A.1.

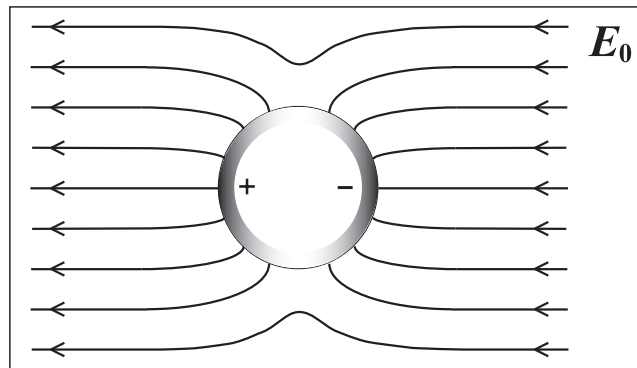


Figura A.1: Esfera conductora inmersa en un campo eléctrico uniforme. El campo eléctrico uniforme produce la polarización de la esfera. La nueva distribución de la carga superficial en la esfera apantalla en su interior el campo eléctrico y lo incrementa en la parte exterior, deformando las líneas de campo eléctrico.

A. ESFERA CONDUCTORA EN UN CAMPO ELÉCTRICO UNIFORME

Para encontrar la densidad de carga inducida se supondrá que el campo eléctrico exterior es generado por un par de cargas Q y $-Q$, ubicadas a una distancia r_Q del centro de la esfera y contrapuesta la una a la otra como se muestra en la Figura A.2. El campo eléctrico uniforme resulta de aplicar el límite en que $Q \rightarrow \infty$ y $r_Q \rightarrow \infty$. Inicialmente, se resolverá el problema de una carga Q frente a una esfera conductora utilizando método de imágenes y determinándose el valor y la distancia al centro de la esfera de la carga imagen (ver Figura A.3).

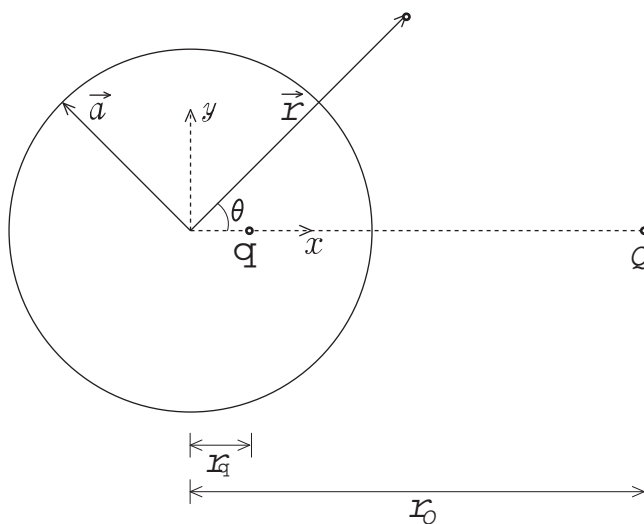


Figura A.2: Carga puntual frente a una esfera conductora. Problema resuelto a partir del método de imágenes. La carga q , imagen de la carga Q , permite tomar la superficie de la esfera como una superficie equipotencial.

El potencial generado por las cargas real e imagen es

$$\phi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{|\vec{r} - \vec{r}_q|} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|}, \quad (\text{A.1})$$

siendo q la carga imagen y \vec{r}_q la posición de dicha carga. Se asume que el potencial eléctrico sobre la superficie de la esfera es cero, entonces utilizando la ecuación (A.1)

se obtiene

$$\begin{aligned}
\frac{q}{|\vec{a} - \vec{r}_q|} &= -\frac{Q}{|\vec{a} - \vec{r}_Q|} \\
\frac{q}{\sqrt{a^2 - r_q^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{r}_q}} &= -\frac{Q}{\sqrt{a^2 - r_Q^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{r}_Q}} \\
q^2(a^2 - r_Q^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{r}_Q) &= Q^2(a^2 - r_q^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{r}_q) \\
a^2(q^2 - Q^2) + q^2r_Q^2 - Q^2r_q^2 + 2\vec{a} \cdot (Q^2\vec{r}_q - q^2\vec{r}_Q) &= 0. \tag{A.2}
\end{aligned}$$

Para el último término en la ecuación (A.2) se tiene

$$\vec{a} \cdot (Q^2\vec{r}_q - q^2\vec{r}_Q) = a \cos(\theta)(Q^2r_q - q^2r_Q), \tag{A.3}$$

siendo θ la dirección del vector al punto de evaluación del potencial eléctrico. Ya que $\cos(\theta)$ puede tomar cualquier valor entre -1 y 1, para garantizar que se cumpla la ecuación (A.2), es necesario que se cumpla en el último término la misma

$$Q^2r_q - q^2r_Q = 0 \tag{A.4}$$

$$q^2 = Q^2 \frac{r_q}{r_Q}. \tag{A.5}$$

Remplazando la ecuación (A.5) en (A.2), se obtiene

$$a^2(q^2 - Q^2) + q^2r_Q^2 - Q^2r_q^2 = 0 \tag{A.6}$$

$$a^2(r_q - r_Q) + r_qr_Q(r_Q - r_q) = 0 \tag{A.7}$$

$$(a^2 - r_qr_Q)(r_q - r_Q) = 0. \tag{A.8}$$

Ya que $(r_q - r_Q) \neq 0$ entonces

$$r_q = \frac{a^2}{r_Q}. \tag{A.9}$$

Remplazando el resultado anterior en la ecuación (A.5), se tiene que

$$q = -Q \frac{a^2}{r_Q^2}, \tag{A.10}$$

A. ESFERA CONDUCTORA EN UN CAMPO ELÉCTRICO UNIFORME

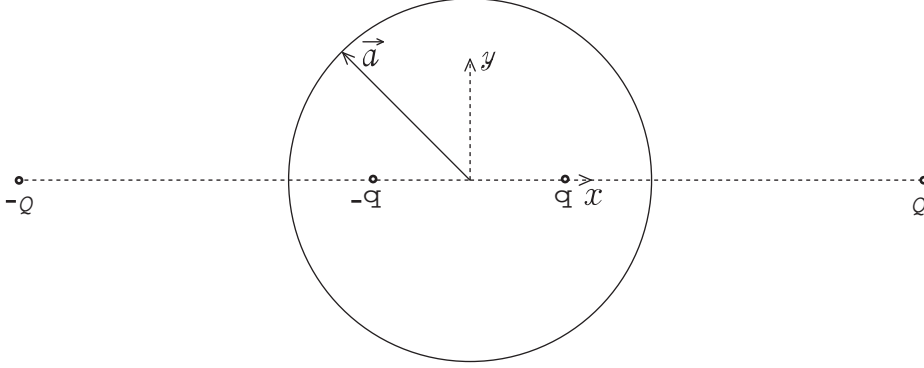


Figura A.3: Campo eléctrico uniforme simulado por dos cargas. Cargas eléctricas de signo opuesto y en posición opuesta frente a una esfera conductora. Los límites $Q \rightarrow \infty$ y $r_Q \rightarrow \infty$ llevan a resolver el problema de la esfera conductora inmersa en un campo eléctrico uniforme.

donde se ha tenido en cuenta que la carga Q debe inducir carga del signo opuesto en la superficie de la esfera.

Ahora se tomarán las cargas Q y $-Q$ ubicadas en las posiciones $r_Q \hat{i}$ y $-r_Q \hat{i}$ respectivamente, y las cargas imagen q y $-q$ cuyo valor y posición están dados por las ecuaciones (A.10) y (A.9) (Figura A.3). El campo eléctrico generado por las dos cargas y la esfera conductora será

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}) &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{(\vec{r} - \vec{r}_Q)}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|^3} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{(\vec{r} - \vec{r}_{-Q})}{|\vec{r} - \vec{r}_{-Q}|^3} \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{r_x \hat{i} + r_y \hat{j} - r_Q \hat{i}}{(r^2 + r_Q^2 - 2rr_Q \cos \theta)^{3/2}} - \frac{r_x \hat{i} + r_y \hat{j} + r_Q \hat{i}}{(r^2 + r_Q^2 + 2rr_Q \cos \theta)^{3/2}} \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

En el límite en que $Q \rightarrow \infty$ y $r_Q \rightarrow \infty$, se obtiene un campo eléctrico aproximadamente uniforme en la región donde se encuentra ubicada la esfera conductora. El campo eléctrico uniforme se encuentra dado por

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\frac{Q \hat{i}}{2\pi\epsilon_0 r_Q^2}. \quad (\text{A.12})$$

Se necesita calcular la densidad de carga generada sobre la esfera conductora, para lo cual calculamos primero el potencial eléctrico del sistema y luego utilizando la Ley de Gauss, obtenemos la densidad de carga superficial. Se tiene para el potencial eléctrico

$$\begin{aligned}
\phi(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{|\vec{r} - \vec{r}_q|} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{|\vec{r} - \vec{r}_{-q}|} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{|\vec{r} - \vec{r}_{-Q}|} \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{q}{r_q \sqrt{1 + \frac{r^2}{r_q^2} - 2\frac{r}{r_q} \cos \theta}} + \frac{Q}{r_Q \sqrt{1 + \frac{r^2}{r_Q^2} - 2\frac{r}{r_Q} \cos \theta}} \right. \\
&\quad \left. - \frac{q}{r_q \sqrt{1 + \frac{r^2}{r_q^2} + 2\frac{r}{r_q} \cos \theta}} - \frac{Q}{r_Q \sqrt{1 + \frac{r^2}{r_Q^2} + 2\frac{r}{r_Q} \cos \theta}} \right\}. \tag{A.13}
\end{aligned}$$

Remplazando las ecuaciones (A.10) y (A.9) en la ecuación anterior, se obtiene

$$\begin{aligned}
\phi(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ -\frac{Qa}{r_Q r \sqrt{1 + \frac{a^4}{r^2 r_Q^2} - 2\frac{a^2}{r r_Q} \cos \theta}} + \frac{Q}{r_Q \sqrt{1 + \frac{r^2}{r_Q^2} - 2\frac{r}{r_Q} \cos \theta}} \right. \\
&\quad \left. + \frac{Qa}{r_Q r \sqrt{1 + \frac{a^4}{r^2 r_Q^2} + 2\frac{a^2}{r r_Q} \cos \theta}} - \frac{Q}{r_Q \sqrt{1 + \frac{r^2}{r_Q^2} + 2\frac{r}{r_Q} \cos \theta}} \right\}. \tag{A.14}
\end{aligned}$$

Utilizando la expansión en serie de potencias

$$(1 \pm x) = 1 \mp \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 + \dots, \tag{A.15}$$

considerando hasta términos del orden de $1/r_Q$ y utilizando la expresión para el campo eléctrico en la ecuación (A.12), se obtiene para el potencial eléctrico

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r_Q} \left(-2\frac{a}{r} \frac{a^2 \cos \theta}{r r_Q} + 2 \cos \theta \frac{r}{r_Q} \right) \tag{A.16}$$

$$= E \cos \theta \left(r - \frac{a^3}{r^2} \right). \tag{A.17}$$

A. ESFERA CONDUCTORA EN UN CAMPO ELÉCTRICO UNIFORME

Finalmente, a partir de la Ley de Gauss se obtiene la densidad de carga eléctrica σ_s inducida en la superficie de la esfera por el campo eléctrico exterior. Se tiene entonces

$$\begin{aligned}\sigma_s &= -\epsilon_0 \left. \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|_{r=a} \\ &= -3\epsilon_0 E \cos \theta,\end{aligned}\tag{A.18}$$

obteniéndose de este modo que la densidad superficial en la esfera depende del ángulo θ entre el campo eléctrico exterior y el vector normal a la superficie en el punto de evaluación. Con esto se tiene que la densidad de carga presenta su valor máximo cuando $\theta = 0$ y es cero con $\theta = \pi/2$.

Apéndice B

Colisiones entre átomos y electrones no relativistas de altas velocidades

El objetivo de la teoría de colisiones, vista desde la mecánica cuántica, es calcular la probabilidad de que las partículas en una colisión sean desviadas a través de un cierto ángulo. En las colisiones entre un electrón y un átomo, para el caso elástico, se asumen que el estado interno del átomo permanezca inalterado y se calcula en ángulo de dispersión para el electrón incidente. En cambio el caso inelástico, se asume una transición de estado tanto para el átomo como para el electrón incidente. A continuación se presentarán apartes del desarrollo de la teoría de colisiones entre átomo y electrón, de acuerdo con la teoría propuesta por (10).

Supóngase una partícula libre moviéndose en la dirección positiva del eje z , la cual es descrita por una onda plana

$$\psi = e^{ikz}. \tag{B.1}$$

La partícula dispersada es descrita por una onda esférica emergente del centro dispersor

$$f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}. \tag{B.2}$$

B. COLISIONES ENTRE ÁTOMOS Y ELECTRONES NO RELATIVISTAS DE ALTAS VELOCIDADES

Sea entonces la solución a la ecuación de Schrödinger, evaluada a grandes distancias, correspondiente a

$$\psi \approx e^{ikr} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}. \quad (\text{B.3})$$

De otra parte, un campo dispersor $U(x, y, z)$ puede ser visto como una perturbación a la partícula libre original. Con lo cual la partícula incidente, descrita originalmente por la ecuación (B.1), tendrá una función de onda $\psi = \psi^{(0)} + \psi^{(1)}$, donde la perturbación corresponde a

$$\psi^{(1)} = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int U(x', y', z') e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r}' + kR)} \frac{d\vec{V}'}{R}. \quad (\text{B.4})$$

Comparando la solución de teoría de perturbaciones con la de teoría de colisiones, se tiene para la función de dispersión

$$f = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int U e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}} dV, \quad (\text{B.5})$$

siendo $\vec{q} = \vec{k}' - \vec{k}$. Se obtiene a partir del modulo al cuadrado de la amplitud de la función de dispersión, la denominada *aproximación de Born*

$$d\sigma = \frac{m^2}{4\pi^2\hbar^4} \left| \int U e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}} dV \right|^2 d\Omega. \quad (\text{B.6})$$

Otro camino para obtener la ecuación (B.6) es a partir de la probabilidad de transición en un espectro continuo, de un estado inicial ν_i a un estado entre ν_f y $\nu_f + d\nu_f$, dada por la expresión

$$d\varpi_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} |U_{fi}|^2 \delta(E_f - E_i) d\nu_f, \quad (\text{B.7})$$

en donde ν corresponde al ensamble de variables suficientes para una completa descripción del estado. Sustituyendo $E_f - E_i = (p'^2 - p^2)/2m$, se obtiene para la probabilidad de transición

$$d\varpi_{\vec{p}'\vec{p}} = \frac{2\pi}{\hbar} |U_{fi}|^2 \delta(p'^2 - p^2) \frac{d^3p'}{(2\pi\hbar)^3}. \quad (\text{B.8})$$

Teniéndose para la función de onda inicial $\psi_{\vec{p}} = \sqrt{\frac{m}{p}} e^{(i/\hbar)\vec{p}\cdot\vec{r}}$ y para la función de onda final $\psi_{\vec{p}'} = e^{(i/\hbar)\vec{p}'\cdot\vec{r}}$, y cambiando de coordenadas del espacio real al espacio de momentos, se obtiene de manera equivalente la aproximación de Born

$$d\sigma = \frac{mp}{4\pi^2\hbar^4} \left| \int \psi_{\vec{p}'} * U \psi_{\vec{p}} dV \right|^2 d\Omega. \quad (\text{B.9})$$

Se presentará la teoría para colisiones inelásticas. Se asumirá que en una colisión inelástica el átomo realiza una transición a un estado excitado del espectro discreto o continuo, siendo una transición a un estado continuo la ionización del átomo. Las colisiones elásticas serán vistas como un caso especial, en el que el estado inicial y final del átomo son el mismo.

Sean \vec{p} y \vec{p}' el momento del electron incidente antes y despues de la colisión respectivamente, y sean E_0 y E_n las correspondientes energías del atomo. Se tiene entonces para la probabilidad de transición la expresión

$$d\varpi_n = \frac{2\pi}{\hbar} | \langle n, \vec{p}' | U | 0, \vec{p} \rangle |^2 \delta \left(\frac{p'^2 - p^2}{2m} + E_n - E_0 \right) \frac{d^3 p'}{(2\pi\hbar)^3}, \quad (\text{B.10})$$

donde el elemento de matriz de la interacción entre el electrón incidente y el átomo es

$$U = \frac{Ze^2}{r} - \sum_{a=1}^Z \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}_a|}, \quad (\text{B.11})$$

siendo \vec{r} la posición del electrón incidente y \vec{r}_a la posición de los electrones atómicos, encontrándose el origen en el núcleo atómico. Sean ψ_p y $\psi_{p'}$ las funciones de onda del electrón incidente antes y despues de la colisión, y sean ψ_0 y ψ_n las funciones de onda del átomo en los estados inicial y final respectivamente.

Utilizando la ley de consevación de la energía

$$\frac{p^2 - p'^2}{2m} = E_n - E_0, \quad (\text{B.12})$$

B. COLISIONES ENTRE ÁTOMOS Y ELECTRONES NO RELATIVISTAS DE ALTAS VELOCIDADES

e integrando la probabilidad de transición con respecto a p' se obtiene para la sección eficaz diferencial

$$d\sigma_n = \frac{mp'}{4\pi^2\hbar^4} |\langle n, \vec{p}' | U | 0, \vec{p} \rangle|^2 d\Omega. \quad (\text{B.13})$$

Remplazando las funciones de onda inicial y final del electrón incidente y del átomo se tiene

$$d\sigma_n = \frac{m^2}{4\pi^2\hbar^4} \frac{p'}{p} \left| \int \int U e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} \psi_n * \psi_0 d\tau dV \right|^2 d\Omega, \quad (\text{B.14})$$

donde $d\tau = dV_1 dV_2 \dots dV_Z$ es el diferencial en el espacio de configuración de los Z electrones del átomo. Para $n = 0$ y $p = p'$ se obtiene la sección eficaz diferencial para el caso especial de colisiones elásticas. Remplazando U , el término de interacción entre el electrón incidente y el núcleo desaparece, de tal manera que

$$d\sigma_n = \frac{m^2}{4\pi^2\hbar^4} \frac{p'}{p} \left| \sum_a \int \int \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}_a|} e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} \psi_n * \psi_0 d\tau dV \right|^2 d\Omega. \quad (\text{B.15})$$

Resolviendo la ecuación de Poisson, utilizando una densidad $\rho = \delta(\vec{r} - \vec{r}_a)$, se encuentra para la integral

$$\int \frac{e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}}}{|\vec{r} - \vec{r}_a|} dV = \frac{4\pi}{q^2} e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}_a}, \quad (\text{B.16})$$

y remplazando el último resultado se tiene para la sección eficaz diferencial

$$d\sigma_n = \left(\frac{e^2 m}{\hbar^2} \right)^2 \frac{4k'}{q^4 k} |\langle n | \sum_a e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}_a} | 0 \rangle|^2 d\Omega, \quad (\text{B.17})$$

donde se ha usado que $\vec{k} = \vec{p}/\hbar$ y su equivalente para las variables primadas.

La sección eficaz diferencial proporciona la probabilidad de una colisión en la cual el electron es disperado en un diferencial de ángulo sólido $d\Omega$ y el átomo entra en el n -ésimo estado excitado. El momento entregado por el electrón incidente al átomo se encuentra dado por $\hbar\vec{q}$, siendo $\vec{q} = \vec{k}' - \vec{k}$. Utilizando que $q^2 = k^2 + k'^2 - 2kk' \cos \vartheta$, $q dq = kk' \frac{d\Omega}{2\pi}$ y $v = \frac{k\hbar}{m}$, se puede reescribir

$$d\sigma_n = 8\pi \left(\frac{e^2}{\hbar v} \right)^2 \frac{dq}{q^3} |\langle n | \sum_a e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}_a} | 0 \rangle|^2. \quad (\text{B.18})$$

Considérense las colisiones que causan dispersión a través de ángulos pequeños ($\vartheta \ll 1$), con una transferencia de energía pequeña en comparación con cinética del electrón incidente ($E_n - E_0 \ll 1/2mv^2$). En este caso se cumpliría para el vector de onda del electrón incidente que $k - k' \ll k$. Siendo ϑ pequeño, se tendría para q

$$q = \sqrt{\left(\frac{E_n - E_0}{\hbar v}\right)^2 + (k\vartheta)^2}, \quad (\text{B.19})$$

cuyo valor mínimo se encontraría dado por

$$q_{min} = \frac{E_n - E_0}{\hbar v}. \quad (\text{B.20})$$

Para pequeños ángulos de dispersión ϑ , en el caso en el que la energía transferida es del orden de la energía de los electrones atómicos ($E_n - E_0 \sim mv_0^2$), siendo $(\frac{v_0}{v})^2 \ll \vartheta \ll 1$, se tiene

$$q = k\vartheta = \frac{mv}{\hbar}\vartheta. \quad (\text{B.21})$$

De la ecuación anterior, se puede deducir que $qa_0 \sim 1$ para $\vartheta \sim \frac{v_0}{v}$. Aplicando la fórmula general de dispersión inelástica para valores pequeños de q ($qa_0 \ll 1, \vartheta \ll v_0/v$), puede ser expandida la exponencial en series de potencias de \vec{q}

$$e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}_a} \approx 1 - i\vec{q}\cdot\vec{r}_a = 1 - iqx_a, \quad (\text{B.22})$$

escogiendo la dirección de \vec{q} a lo largo del eje x . De esta manera se tiene para la sección eficaz diferencial

$$d\sigma_n = 8\pi \left(\frac{e}{\hbar v}\right)^2 \frac{dq}{q} |\langle n | \sum_a d_x | 0 \rangle|^2 = \left(\frac{2e}{\hbar v}\right)^2 |\langle n | \sum_a d_x | 0 \rangle|^2 \frac{d\Omega}{\vartheta^2}, \quad (\text{B.23})$$

siendo $d_x = e \sum_a x_a$ la componente del momento dipolar del átomo. De esta manera se tiene que la sección eficaz para q pequeño se encuentra dada por el módulo al cuadrado del elemento de matriz del de la transición correspondiente al cambio de estado debido al momento dipolar atómico.

B. COLISIONES ENTRE ÁTOMOS Y ELECTRONES NO RELATIVISTAS DE ALTAS VELOCIDADES

Finalmente, queda por calcular la energía media perdida en la colisión, la cual es caracterizada por

$$d\kappa = \sum_n (E_n - E_0) d\sigma_n, \quad (\text{B.24})$$

denominándose $d\kappa$ el diferencial de *retardo efectivo*. Se tiene para la fórmula general de retardo efectivo en la colisión de electrones de altas velocidades y átomos

$$d\kappa = 8\pi \left(\frac{e^2}{\hbar v} \right)^2 \sum_n (E_n - E_0) | \langle n | \sum_a e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}_a} | 0 \rangle |^2 \frac{dq}{q^3}. \quad (\text{B.25})$$

Usando el *Teorema de Sumación* se obtiene que la expresión

$$\sum_n \frac{2m}{\hbar^2 q^2} (E_n - E_0) | \langle n | \sum_a e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}_a} | 0 \rangle |^2 = Z. \quad (\text{B.26})$$

Remplazando dicha expresión en la ecuación (B.24) y utilizando las aproximaciones de ángulos pequeños de dispersión, en la cual $(v_0/v)^2 \ll \vartheta \ll 1$, se tendría para el diferencial de retardo efectivo

$$d\kappa = 4\pi \frac{Ze^4}{mv^2} \frac{dq}{q} = 2 \frac{Ze^4}{mv^2} \frac{d\Omega}{\vartheta^2}. \quad (\text{B.27})$$

Se determinará entonces el retardo efectivo total $\kappa(q_1)$, para todas las colisiones en las cuales la transferencia de momento no excede el valor q_1 , tal que $\frac{v_0}{v} \ll a_0 q_1 \ll \frac{v}{v_0}$, evaluando la expresión

$$\kappa(q_1) = \sum_n \int_{q_{min}}^{q_1} (E_n - E_0) d\sigma_n, \quad (\text{B.28})$$

teniendo para q_{min} el mismo valor encontrado en la ecuación (B.20).

Para evaluar la integral, se dividirá el rango de integración en dos partes, una desde q_{min} hasta q_0 , y la segunda desde q_0 hasta q_1 , siendo q_0 algún valor de q_0 tal que $\frac{v_0}{v} \ll a_0 q_0 \ll 1$. Para el primer rango de la integral, se utiliza la sección eficaz diferencial dada en la ecuación (B.23), encontrándose para el retardo total efectivo

evaluado hasta q_0

$$\begin{aligned}\kappa(q_0) &= 8\pi \left(\frac{e}{\hbar v}\right)^2 \sum_n |\langle n | \sum_a d_x | 0 \rangle|^2 (E_n - E_0) \int_{q_{min}}^{q_0} \frac{dq}{q} \\ &= 8\pi \left(\frac{e}{\hbar v}\right)^2 \sum_n |\langle n | \sum_a d_x | 0 \rangle|^2 (E_n - E_0) \ln \frac{q_0 \hbar v}{E_n - E_0}.\end{aligned}\quad (\text{B.29})$$

La segunda parte de la integral se evalua desde el retardo efectivo diferencial obtenido a partir de la fórmula general para sección eficaz diferencial, con lo cual se tiene para el retardo efectivo total entre q_0 y q_1

$$\kappa(q_1) - \kappa(q_0) = 4\pi \frac{Ze^4}{mv^2} \ln \left(\frac{q_1}{q_0}\right).\quad (\text{B.30})$$

Sumando los resultados obtenidos para las dos partes de la integral, y utilizando el Teorema de Sumación para evaluar la primera parte de la integral, con el cual se encuentra que

$$\sum_n \left(\frac{2m}{\hbar^2 e^2}\right) (E_n - E_0) |\langle n | dx | 0 \rangle|^2 = Z.\quad (\text{B.31})$$

Calculando finalmente para el retardo efectivo total hasta q_1 , se llega a la expresión

$$\kappa(q_1) = \frac{4\pi Ze^4}{mv^2} \ln \left(\frac{q_1 \hbar v}{I}\right),\quad (\text{B.32})$$

siendo I definida mediante la fórmula

$$\begin{aligned}\ln I &= \frac{\sum_n N_{0n} \ln(E_n - E_0)}{\sum_n N_{0n}} \\ &= \frac{1}{Z} \sum_n N_{0n} \ln(E_n - E_0),\end{aligned}\quad (\text{B.33})$$

correspondiente a la energía media del átomo, en donde $\sum_n N_{0n}$ es la amplitud de oscilación para la transición, la cual es equivalente a la expresión en la ecuación (B.31).

**B. COLISIONES ENTRE ÁTOMOS Y ELECTRONES NO
RELATIVISTAS DE ALTAS VELOCIDADES**

Referencias

- [1] E.M. Bazelyan and Yu.P. Raizer. *Spark discharge*. CRC Press, 1998. [1](#), [10](#), [19](#), [34](#)
- [2] O. Chanrion and T. Neubert. A pic-mcc code for simulation of streamer propagation in air. *J. of Computational Phys.*, Vol. 227, 2008. [2](#), [23](#), [24](#)
- [3] L.P. Arevalo. *Comportamiento de la carga espacial del corona en un arreglo de cilindros coaxiales*. Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Colombia., 2005. [2](#)
- [4] C. Li et al. Negative streamer fronts: comparison of particle and fluid models and hybrid coupling in space. *28th ICPIG*, 2007. [2](#), [24](#)
- [5] D.R. MacGorman and W.D. Rust. *The electrical nature of storms*. Oxford University Press, 1998. [3](#), [4](#), [5](#), [6](#), [7](#)
- [6] N.L. Aleksandrov et al. The effect of coroneae on leader initiation and development under thunderstorm conditions and in long air gaps. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol.34, 2001. [6](#), [7](#)
- [7] L.B. Loeb and J.M. Meek. *The mechanism of the electric spark*. Clarendon Press, 1941. [9](#)
- [8] L.B. Loeb. *Basic processes of gaseous electronics*. University of California Press, 1960. [9](#)
- [9] H. Torres. *El rayo. Mitos, leyendas, ciencia y tecnología*. Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ingeniería, 2002. [18](#)

REFERENCIAS

- [10] L.D. Landau and E.M. Lifshitz. *Quantum Mechanics: Non-relativistic Theory (third edition)*. Pergamon Press, 1977. [19](#), [63](#)
- [11] Geant4: A simulation toolkit. <http://geant4.web.cern.ch/geant4>. [26](#), [51](#)
- [12] S. Agostinelli et al. Geant4 - a simulation toolkit. *Nucl. Inst. Meth. Phys. Res. A*, Vol. 506, 2003. [26](#)
- [13] Evaluated atomic data library. <http://www-nds.iaea.org/epdl97/>. [26](#), [46](#), [51](#), [56](#)
- [14] D.R. Lide. *CRC Handbook of chemistry and physics*. CRC Press, 2008. [27](#), [30](#)
- [15] N.G. Lehtinen et al. A two-dimensional model of runaway electron beams driven by quasi-electrostatic thundercloud fields. *Geophys. Res. Letters* *24*, Vol. 21, 1997. [45](#)
- [16] M. Hayakawa et al. Modeling of thundercloud vhf/uhf radiation of lightning preliminary breakdown stage. *J. Atmosph. and Solar-Terrestrial Phys.*, Vol. 70, 2008. [45](#)
- [17] A.V. Gurevich et al. Radio emission of lightning initiation. *Phys. Letters A*, Vol. 312, 2003. [45](#)
- [18] A.V. Gurevich. Generation of x-rays due to multiple runaway breakdown inside thunderclouds. *Phys. Letters A*, Vol. 262, 1999. [45](#)
- [19] H. Tsuchiya et al. Detection of high-energy gamma rays from winter thunderclouds. *Phys. Rev. Letters*, Vol. 99. [45](#), [46](#), [48](#), [49](#), [50](#)
- [20] U. Inan. Lightning effects at high altitudes: sprites, elves, and terrestrial gamma ray flashes. *Appl. Phys.*, Vol. 3, 2002. [45](#)
- [21] A.V. Gurevich et al. Experimental evidence of giant electron-gamma burst generated by extensive atmospheric showers in thunderclouds. *Phys. Letters A*, Vol. 325, 2004. [45](#)

- [22] A. Bondiou and I. Gallimberti. Theoretical modelling of the development of the positive spark in long gaps. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 27, 1994. [45](#)
- [23] A.V. Gurevich et al. Runaway breakdown in strong electric field as a source of terrestrial gamma flashes and gamma bursts in lightning leader steps. *Phys. Letters A*, Vol. 361, 2007. [46](#)