



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

# Evaluación del desempeño de los sistemas distribuidos cooperativos con fallas de comunicación en el lazo de control

**Lizeth Lenis Martínez**

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Minas, Departamento de Energía Eléctrica y Automática  
Medellín, Colombia  
2017



# Evaluación del desempeño de los sistemas distribuidos cooperativos con fallas de comunicación en el lazo de control

**Lizeth Lenis Martínez**

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:  
**Magister en Ingeniería - Automatización Industrial**

Director:  
Ph.D. Jairo José Espinosa Oviedo

Línea de Investigación:  
Matemáticas avanzadas para el control y los sistemas dinámicos  
Grupo de Investigación:  
Gaunal

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Minas, Departamento de Energía Eléctrica y Automática  
Medellín, Colombia  
2017



(Dedicatoria o un lema)

A mis padres y a mi querido esposo: Lo logramos



# Agradecimientos

Agradezco en primer lugar a mi director de tesis Jairo José Espinosa, quien desde mi llegada a la universidad Nacional ha inculcado en mi no solo los conocimientos necesarios para realizar esta tesis sino también valores propios de una persona que disfruta lo que hace. Mil gracias por los consejos.

A mi familia le doy las gracias por la paciencia que me han tenido en estos años. A mi querido esposo, quien ha sido un apoyo incondicional en la realización de este trabajo. Y finalmente, pero no menos importantes agradezco a mis amigos y compañeros de trabajo por las incontables colaboraciones para sacar esta maestría adelante.



## Resumen

En este trabajo, se presenta una evaluación cuantitativa del desempeño de los sistemas distribuidos cooperativos bajo condiciones de pérdidas de paquetes y retardos aleatorios en los lazos de control. La cooperación entre los diferentes subsistemas se logra mediante la inserción de un lazo adicional de control. Esta configuración conocida como sistemas distribuidos prealimentados permite anticipar los efectos de las acciones de control de los subsistemas vecinos y utilizarlas de manera beneficiosa. A través de tres diferentes escenarios de simulación inspirados en tres diferentes configuraciones clásicas de los sistemas distribuidos cooperativos se compara el desempeño de estos sistemas bajo diferentes condiciones. La norma de potencia basada en la densidad espectral de potencia es la métrica seleccionada para evaluar el desempeño. De manera analítica se desarrollan tres expresiones para el cálculo de la densidad espectral de potencia en términos de las restricciones de la red.

**Palabras clave:** Sistemas de control en red, densidad espectral de potencia, procesos de Bernoulli, modelos ocultos de Markov, SimEvents, control prealimentado, sistemas distribuidos cooperativos, calidad de servicio, calidad de control

## Abstract

In this thesis, a qualitative evaluation of the performance of cooperative distributed systems under packet dropouts and random delays in the control loops is presented. The cooperation within the subsystems is achieved through the insertion of an additional control loop. This configuration known as feedforward-feedback networked control systems let to anticipate the effects of the control actions of the neighbor subsystems and use them in a beneficial way. Through three different simulation scenarios, inspired in the typical setups of the distribute systems, the system's performance is compared under different conditions. The power semi-norm based on the power spectral density is selected as a performance metric for evaluating the system in the frequency domain. Furthermore, three different expressions for the power spectral density are developed in order to calculate the spectral density in terms of the packet dropouts and delays.

# Contenido

<b>Agradecimientos</b>	<b>VII</b>
<b>Resumen</b>	<b>IX</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 Objetivos de la tesis . . . . .	3
1.1.1 Objetivo principal . . . . .	3
1.1.2 Objetivos específicos . . . . .	3
1.2 Estructura de la tesis . . . . .	4
1.3 Contribución de la tesis . . . . .	6
<b>2 Sistemas distribuidos en red (DNCS)</b>	<b>7</b>
2.1 Arquitectura de los DNCSs . . . . .	8
2.1.1 DNCS Directo . . . . .	8
2.1.2 DNCS Jerárquico . . . . .	9
2.1.3 DNCS retroalimentado . . . . .	9
2.2 Restricciones del canal de comunicación . . . . .	11
2.2.1 Retardos inducidos por la red . . . . .	13
2.2.2 Pérdida de paquetes . . . . .	14
2.2.3 Otras restricciones . . . . .	14
2.3 Desempeño de los sistemas DNCS . . . . .	16
2.3.1 Calidad de control (QoC) y calidad del servicio (QoS) . . . . .	17
<b>3 Fenomenología de la red en el lazo de control</b>	<b>25</b>
3.1 Retardos en el lazo de control . . . . .	28
3.1.1 Cadena de Markov continua . . . . .	30
3.1.2 Modelo oculto de Markov (HMM) . . . . .	31
3.1.3 CT-HMM para los estados de la red y los retardos . . . . .	32
3.1.4 Pérdida de paquetes en el lazo de control . . . . .	35
<b>4 Sistemas distribuidos cooperativos</b>	<b>39</b>
4.1 Lazo prealimentado de control . . . . .	40
4.1.1 Diseño de controladores prealimentados . . . . .	40
4.1.2 Control multivariable desacoplado . . . . .	42

---

4.2	Representación de sistemas distribuidos cooperativos basada en DNCS prealimentados . . . . .	43
4.2.1	Configuraciones de DNCS prealimentados . . . . .	44
4.3	Funciones de sensibilidad de realimentación . . . . .	55
4.3.1	Configuración de tipo I . . . . .	56
4.3.2	Configuración de tipo II . . . . .	57
4.3.3	Configuración de tipo III . . . . .	57
<b>5</b>	<b>Densidad espectral de potencia</b>	<b>59</b>
5.1	Escenario I: Retardos y pérdida de paquetes en el lazo de prealimentación . .	60
5.2	Escenario II: Retardos en el lazo de prealimentación y pérdidas de paquetes en el lazo de realimentación . . . . .	62
5.3	Escenario III: Pérdida de paquetes y retardos en ambos lazos de control . . .	69
<b>6</b>	<b>Evaluación de desempeño del sistema de los cuatro tanques</b>	<b>73</b>
6.1	Sistema de los cuatro tanques . . . . .	73
6.1.1	Sistema de los cuatro tanques como un sistema distribuido cooperativo	76
6.1.2	Diseño del lazo prealimentado de control . . . . .	79
6.1.3	Sistema de los cuatro tanques como un sistema DNCS prealimentado	80
<b>7</b>	<b>Evaluación de desempeño del sistema de los cuatro tanques a través de la densidad espectral de potencia</b>	<b>94</b>
7.1	Escenario I . . . . .	94
7.2	Escenario II . . . . .	101
<b>8</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>106</b>
<b>A</b>	<b>Anexo: Simulación de sistemas distribuidos cooperativos utilizando SimEvents</b>	<b>108</b>
A.1	Arquitectura de SimEvents . . . . .	108
A.2	Funcionalidades de SimEvents . . . . .	109
A.2.1	Librerías . . . . .	110
A.2.2	Generación de retardos . . . . .	110
A.2.3	Generación de pérdida de paquetes . . . . .	113
	<b>Bibliografía</b>	<b>114</b>

# Lista de símbolos

## Subíndices

Subíndice	Término
i	Referente al subsistema i
j	Referente al subsistema j

## Superíndices

Superíndice	Término
ff	Referente al lazo de prealimentación
*	Complejo conjugado

## Abreviaturas

Abreviatura	Término
<i>AWGN</i>	Additive white Gaussian Noise
<i>A/D</i>	Analog-to-Digital
<i>CAN</i>	Controller Area Network
<i>DNCS</i>	Distributed Networked Control System
<i>D/A</i>	Digital-to-Analog
<i>EM</i>	Expectation Maximization
<i>HMM</i>	Hidden Markov Model
<i>IAE</i>	Integral Absolute Error
<i>ISS</i>	Input to State Stability
<i>ITAE</i>	Integral Time- weighted Absolute Error
<i>KKT</i>	Karush-Kuhn-Tucker
<i>LMI</i>	Linear Matrix Inequality
<i>LQG</i>	Linear Quadratic Gaussian Controller
<i>MAC</i>	Medium Access Control
<i>MAD</i>	Maximally Allowable Delay

<b>Abreviatura</b>	<b>Término</b>
<i>MATI</i>	Maximum Allowable Transfer Interval
<i>MIMO</i>	Multiple Input Multiple Output
<i>NCS</i>	Networked Control System
<i>OSI</i>	Open System Interconnection
<i>PSD</i>	Power Spectral Density
<i>QoC</i>	Quality of Control
<i>QoS</i>	Quality of Service
<i>SISO</i>	Single-Input Single-Output
<i>SNR</i>	Signal to Noise ratio
<i>TCP</i>	Transmission Control Protocol

# 1 Introducción

Los requerimientos de calidad, la competencia global y las regulaciones ambientales han forzado a los procesos industriales a optimizar continuamente la eficiencia y la rentabilidad de los sistemas. La creciente complejidad de las herramientas tecnológicas creadas en este proceso han generado nuevos retos concernientes al tratamiento de sistemas más complejos y de grandes dimensiones; el principal reto se relaciona con la implementación de estrategias de control no centralizadas, flexibles y robustas para los llamados sistemas a gran escala. Los sistemas centralizados encuentran sus limitaciones al tratar de controlar sistemas a gran escala, debido a los grandes esfuerzos computacionales requeridos para manejar y transferir grandes cantidades de información desde y hacia una única unidad de control. Es muy posible, que bajo estas condiciones, los sensores, actuadores o la misma unidad central fallen, lo que genera un impacto negativo en el desempeño de lazo cerrado, en la seguridad y la productividad de la planta.

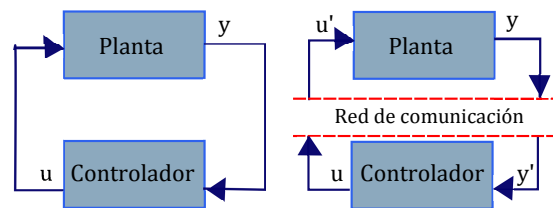
El despliegue de los sistemas a gran escala ha añadido nuevos ingredientes claves en el desarrollo de las estrategias de control: La descomposición del sistema en componentes interconectados y las comunicaciones. Dichos ingredientes conforman el marco teórico de los sistemas distribuidos de control, los cuales consisten en sistemas dinámicos interconectados y controladores locales. Los controladores locales se comunican entre sí para coordinar e informar sus trayectorias y/o acciones de control y si así se requiere, cooperan para alcanzar un objetivo común.

Los sistemas distribuidos cooperativos están definidos como un conjunto de sistemas dinámicamente desacoplados pero con un objetivo común (agentes autónomos) o sistemas con dinámicas acopladas (subsistemas dentro de un sistema a gran escala) integrados con elementos de sensado, actuación y de comunicaciones. Los sistemas acoplados por un objetivo común suelen utilizarse en tareas de formación, sincronización y coordinación.

En esta tesis, se consideran solo los sistemas dinámicamente acoplados, para los cuales las interconexiones físicas del sistema o los objetivos comunes de control son explotados con el fin de descomponerlo en un conjunto de subsistemas más pequeños. La tarea de cada uno de los subsistemas es conseguir un consenso o negociación con los otros subsistemas para alcanzar un objetivo común. A partir del uso efectivo de la información local disponible y de la información comunicada entre subsistemas se permitirá la cooperación. Generalmente,

en los problemas de diseño de sistemas cooperativos de control, se asume que a cada paso de tiempo los controladores locales tienen toda la información necesaria para computar, de manera distribuida las acciones retroalimentadas de control, al asumir como transparente la red de comunicación entre los subsistemas. En otro tipo de escenarios, la operación de los lazos distribuidos de control es coordinada por la red de comunicación. Los lazos de control hacen uso de la información disponible, ya sea la proveniente de las unidades locales de medición así como la información de los subsistemas vecinos, comunicada a través de una red de comunicación compartida, cuya topología estará supeditada por los flujos de información entre los subsistemas.

En este contexto se introduce el concepto de sistemas distribuidos en red o más general sistemas de control en red, NCS (Networked Control Systems). La definición clásica de NCS dice: Cuando un sistema de control retroalimentado es cerrado por medio de un canal de comunicación, el cual debe ser compartido con otros nodos exteriores al sistema de control, el sistema de control retroalimentado es llamado un sistema de control en red. Al cerrarse los lazos de control por medio de una red en tiempo real, la información (acciones de control, mediciones, referencias, etc) es intercambiada entre sensores, actuadores y controladores conectados a la misma red. En la figura ??, se observa la inserción de la red de comunicación en el lazo realimentado de control. Esta red produce que  $y \neq y'$  y  $u \neq u'$ , característica propia de un canal no ideal de comunicaciones



**Figura 1-1:** Sistema de control en red

En los sistemas distribuidos en red, al compartirse un objetivo común, la topología de la red debe ser tal, que las comunicaciones se extiendan entre todos los controladores locales. En un escenario realista, estos sistemas son sensibles a fallas y enfrentan directamente los efectos de una posible congestión en la red debido a la información redundante entre los controladores. La congestión en la red produce incertidumbres, retardos y pérdidas de paquetes, fenómenos que tienen efectos negativos sobre el desempeño de la labor de cooperación entre los diferentes subsistemas. En el peor caso de una pérdida total de comunicación, se podría afectar completamente esta labor.

El control de congestión en sistemas distribuidos cooperativos puede categorizarse en control de la red y control sobre la red. La primera categoría considera el control de enrutamiento,

los protocolos dinámicos para la comunicación eficiente y la asignación óptima de recursos dentro de la red, generalmente se relaciona con la calidad del servicio (QoS). El control sobre la red se concentra por otro lado en el diseño de estrategias de control para minimizar los efectos adversos producto de la congestión en la red y se relaciona con la calidad de control (QoC). Un balance entre estos índices de calidad permitirá en una primera instancia que los sistemas cooperativos en red tengan un buen desempeño.

## 1.1. Objetivos de la tesis

Para cumplir con los requerimientos de control y de la red, y para garantizar un desempeño específico, se deben incluir los efectos de las características y parámetros de la red sobre el comportamiento de toda la arquitectura distribuida como restricciones de diseño para los sistemas de control. Aún más en escenarios en los que las pérdidas de paquetes son substanciales y los retardos son significativos, hay una necesidad clara de desarrollar técnicas precisas y útiles de análisis que permitan diseñar controladores con buenos desempeños a pesar de las deficiencias en la red. En consecuencia se definen los siguientes objetivos:

### 1.1.1. Objetivo principal

Caracterizar y evaluar el desempeño de los sistemas distribuidos cooperativos bajo condiciones de pérdidas de paquetes y retardos variables en el canal de comunicación.

### 1.1.2. Objetivos específicos

- Integrar en los sistemas de control, parámetros estocásticos asociados con las fallas de comunicación.

Se definen las siguientes tareas para lograr este objetivo:

- Revisión de los diferentes modelos estocásticos del canal de comunicación.
  - Comparación de los diferentes modelos a través de la simulación.
  - Síntesis del sistema de control con el modelo seleccionado por medio de un lazo prealimentado, para el cual las interacciones entre los subsistemas serán consideradas perturbaciones conocidas.
- Determinar la tolerancia máxima del sistema de control ante la pérdida de información en los lazos de control.

Se definen las siguientes tareas para lograr este objetivo:

- Revisión o formulación de funciones probabilísticas para la sensibilidad.
  - Inclusión del modelo del canal de comunicación en el análisis de sensibilidad.
- Realizar un análisis de sensibilidad para determinar el desempeño del sistema con y sin pérdida total de comunicación.

Se definen las siguientes tareas para lograr este objetivo:

- Aplicar métodos basados en varianza para la sensibilidad. Dado el modelo del canal, determinar las distribuciones de la sensibilidad y encontrar el valor esperado del desempeño.
- Validar mediante simulación, el análisis propuesto sobre un caso de estudio seleccionado.

Se definen las siguientes tareas para lograr este objetivo:

- Elección de un caso de estudio para la implementación de las estrategias de control distribuidas cooperativas.
- Simulación en MATLAB del caso de estudio junto con las estrategias propuestas.

## 1.2. Estructura de la tesis

En la figura ?? se muestran cada uno de los elementos incluidos dentro de este trabajo. Estos elementos serán el cuerpo de esta tesis, la cual se organiza como sigue:

### Capítulo 2

Este capítulo describe los sistemas distribuidos en red, aquellos para los cuales un análisis de desempeño bajo restricciones de la red cobra sentido. De manera general se incluyen las arquitecturas de estos sistemas y las principales restricciones de la red compartida que soporta la comunicación entre los sensores, los controladores y los actuadores que lo conforman. Finalmente el capítulo recopila algunas de las aproximaciones más recientes para la evaluación del desempeño de estos sistemas desde el punto de vista de la calidad del servicio (QoS) y la calidad del control (QoC), los cuales implican el control de la red y sobre la red, respectivamente

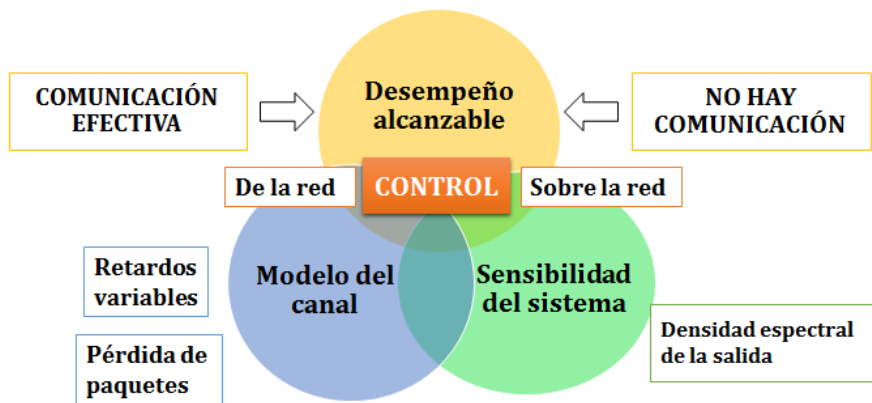


Figura 1-2: Metodología

### Capítulo 3

En este capítulo se describen de manera extensa las dos restricciones de la red que han demostrado tener la mayor responsabilidad en la degradación del desempeño de los sistemas distribuidos en red: Retardos y pérdida de paquetes. Para cada una de estas restricciones se presenta el modelo elegido para representar sus dinámicas dentro de la red. El capítulo finaliza con la validación de los modelos a través de simulación.

### Capítulo 4

El capítulo 4 introduce los sistemas distribuidos cooperativos como sistemas de control en red con lazos prealimentados. La teoría necesaria acerca del control prealimentado y su relación con los sistemas desacopladores es incluida. Se describen tres configuraciones para estos sistemas y se desarrollan expresiones para los sistemas en lazo cerrado de acuerdo a cada configuración. El capítulo finaliza con la obtención de funciones de sensibilidad para cada una de las tres configuraciones.

### Capítulo 5

El contenido de este capítulo se centra en la descripción matemática del desempeño de un sistema distribuido cooperativo cuando la métrica escogida es la densidad espectral de potencia y cuando la red compartida presenta pérdida de paquetes y retardos. Se presenta una expresión de la densidad espectral de potencia para tres escenarios diferentes.

### Capítulo 6

El sistema de los cuatro tanques es presentado en este capítulo como un caso de estudio para la evaluación de su desempeño cuando éste es tratado como un sistema distribuido cooperativo y los lazos realimentados y prealimentados son cerrados por la red compartida. Se compara la respuesta del sistema para diferentes escenarios dependientes de los parámetros de la red y de su ubicación en los lazos.

## Capítulo 7

En este último capítulo se evalúa el desempeño del sistema de los cuatro tanques usando la densidad espectral de potencia. Luego los resultados son comparados con los valores obtenidos en simulación. Cotas máximas de pérdida de paquetes y de los retardos son dadas al final del capítulo.

### 1.3. Contribución de la tesis

Los resultados obtenidos en esta tesis buscan principalmente contribuir en los siguientes aspectos:

- Estructurar el marco teórico de los sistemas distribuidos en red bajo el enfoque de la calidad de servicio y la calidad de control. Estas dos condiciones de operación de los sistemas en red generan nuevos retos para los ingenieros de control y los diseñadores de sistemas en tiempo real. Aquí se presentan las principales pautas para la construcción de metodologías de análisis de estos sistemas que puedan derivar en la síntesis de controladores.
- Consolidar una herramienta de análisis de los sistemas distribuidos cooperativos, los cuales se ven naturalmente sometidos a las restricciones de una red compartida y con recursos limitados. La evaluación del desempeño basado en frecuencia permite facilitar este análisis y extraer información útil para la síntesis de controladores. La herramienta de simulación utilizada durante la realización de este trabajo permitió evidenciar la naturaleza aleatoria de una red y los efectos de la congestión en una red compartida.
- Desarrollar una metodología para la síntesis de controladores basados en la respuesta en frecuencia de los sistemas. Los cambios en la fase del sistema debido a los retardos y el cambio de ancho de banda en el espectro de potencia son candidatos para el diseño de nuevos sistemas de control, que trabajen con el conocimiento de los efectos de la red y los peores casos.
- Introducir el término de sistemas distribuidos prealimentados para referirse a los sistemas que cooperan a través de lazos adicionales de control y bajo el precepto que “el que no coopera, perturba”.

## 2 Sistemas distribuidos en red (DNCS)

La integración de la teoría de control, interconexión de sistemas dinámicos a través de canales ideales, con la teoría de la comunicaciones, transmisión de datos en forma de paquetes a través de canales imperfectos, se remonta a los años 50's, cuando los sistemas analógicos de control de vuelo fueron implementados en una red cableada [?]. Desde entonces el creciente avance en los sistemas de comunicaciones, internet, sistemas embebidos y la aparición de novedosas técnicas de control, han abierto un nuevo espectro de posibles aplicaciones, tales como las redes de sensores móviles, sistemas de energía distribuidos inteligentes o smart grids, sistemas de transporte inteligentes, formación de vehículos autónomos, vigilancia y operaciones quirúrgicas teleasistidas, entre otras. La característica común entre estos procesos es la comunicación entre sensores, actuadores y controladores por medio de redes de comunicación digitales con ancho de banda limitado, tales como CAN (Controller Area Networks), PROFIBUS, Ethernet e incluso redes inalámbricas basadas en TCP.

La distribución espacial o la misma descomposición de estos procesos deriva en sistemas NCS con múltiples redes locales operando de manera independiente y asincrónica, con estructuras de sensores, actuadores y algoritmos de control distribuidos. Esta última configuración es conocida como sistemas distribuidos de control en red (DNCS), los cuales poseen dos notables características: La Información de cada subsistema es intercambiada a lo largo de los componentes del sistema usando una red de comunicaciones compartida y el proceso consiste generalmente en un conjunto de unidades interactuantes (subsistemas) que pueden estar físicamente distribuidos e interconectados con otros para coordinar sus tareas y alcanzar el objetivo global deseado. Estas dos características son de igual manera claves dentro del control cooperativo. De esta forma, se provee mayor flexibilidad, se alivia la carga computacional y se reduce la complejidad en las conexiones, en el mantenimiento y la detección de fallas.

Los sistemas distribuidos de control en red tienen ventajas por encima de los NCS centralizados y descentralizados, tal como ocurre en el control punto a punto. En los sistemas NCS centralizados, una única unidad de control es la encargada de procesar toda la información proveniente de las unidades de sensado y de transmitir las acciones de control a los actuadores. De esta forma, el sistema posee un único lazo de control al que convergen todas las mediciones para ser consideradas por un controlador remoto, el cual con toda la información del sistema determina acciones de control dedicadas para cada nodo de actuación. Aunque el

desempeño es óptimo, el esquema centralizado es susceptible ante fallas de la unidad central, altos costos computacionales y problemas de escalabilidad. En la configuración descentralizada, en vez de una única unidad de control se tienen controladores locales capaces de procesar información local (mediciones locales) para tomar decisiones locales. Comparado con la configuración centralizada, los diferentes lazos de control actúan de manera local e individual por lo que la carga computacional es aliviada a expensas de la degradación del desempeño debido a la falta de información global del estado del sistema. En los sistemas distribuidos, se evita la dependencia a una única unidad de control y se mejora el desempeño final del sistema, gracias a la información comunicada. Sin embargo, en estos sistemas los parámetros de la red son formulados localmente para cada red individual, preferiblemente basados en las dinámicas locales de los subsistemas y en las condiciones de interconexión [?]. De esta forma, la gran desventaja de los sistemas DNCS es la gran dependencia que tiene el desempeño del sistema completo con la red de comunicación, problemas que se desligan de los esquemas de control tradicionales y los paradigmas actuales en el control distribuido.

En este capítulo se revisan los trabajos más notables reportados en la literatura con el objetivo de determinar los principales desafíos de los DNCSs, en términos de diferentes configuraciones para la introducción de los parámetros de la red en los lazos de control, las restricciones de la red y su relación con la degradación de la calidad de control (QoC) y la calidad del servicio (QoS), ambas métricas importantes dentro de la evaluación del desempeño de un sistema DNCS. Este capítulo contiene entonces un marco teórico de los sistemas DNCS.

## 2.1. Arquitectura de los DNCSs

La forma en la que los controladores locales se comunican con controladores vecinos, el tipo de información intercambiada y el tipo de acciones ejecutadas para la coordinación entre subsistemas determinará la arquitectura del sistema y de la red dentro de los sistemas DNCS.

### 2.1.1. DNCS Directo

La arquitectura más común de un sistema distribuido de control se muestra en la figura ???. Cada subsistema contendrá un controlador distribuido, diseñado a partir de cada entrada de control del sistema global. En la misma figura, tres NCSs son diseñados para manipular tres entradas de control, respectivamente, basados en todas las mediciones disponibles. Los tres controladores se comunican para coordinar sus acciones. Generalmente en las arquitecturas directas, los controladores comunican tanto las acciones de control como mediciones locales,

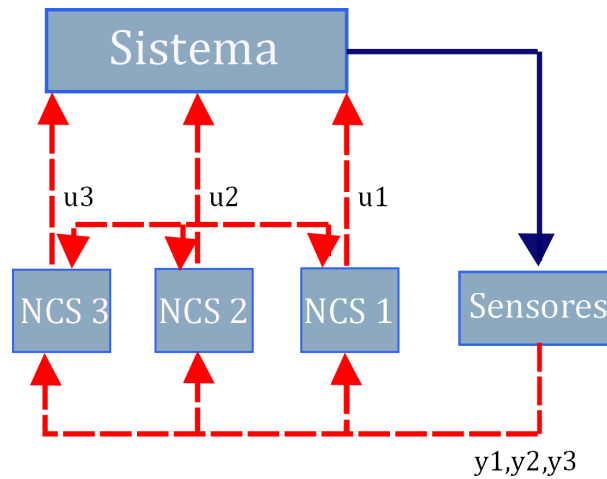


Figura 2-1: DNCS Directo

[?].

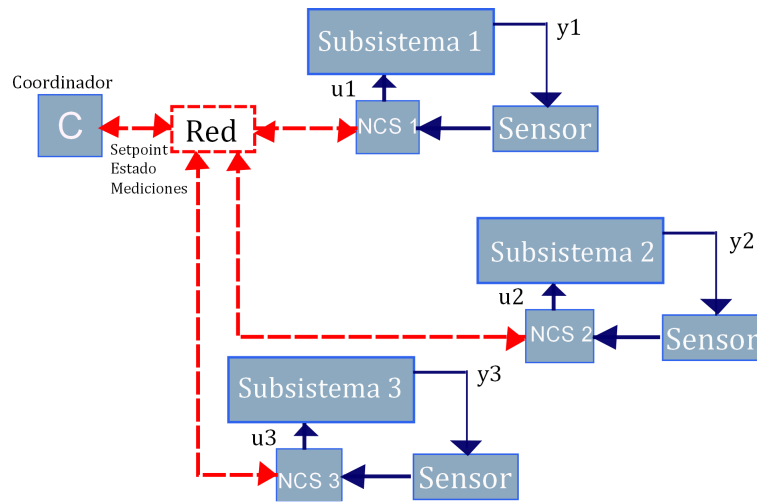
### 2.1.2. DNCS Jerárquico

En la estructura jerárquica quien coordina la cooperación es una unidad de control adicional, la cual recibe de manera centralizada las mediciones y el estado de los subsistemas locales. La red en este caso es bidireccional, de manera que cada controlador local reciba un valor de referencia enviado por el coordinador y envíe a éste último información con la actualización del sistema [?].

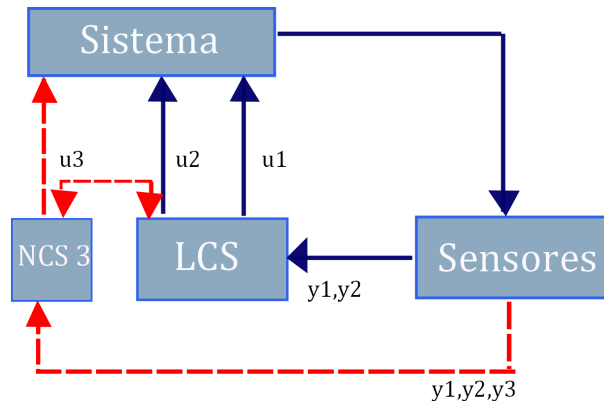
Cada subsistema trata de satisfacer este valor de referencia y envía de vuelta las mediciones locales al coordinador, para lo cual cuenta con un sensor, un actuador y un controlador local. Estos componentes están conectados a la misma planta, tal como se muestra en la figura ???. Esta arquitectura sufre de los mismos inconvenientes que un esquema centralizado, en donde si la unidad central -en este caso el coordinador- falla, el desempeño del sistema se verá severamente afectado. Esta arquitectura es muy útil en aplicaciones de sincronización y coordinación.

### 2.1.3. DNCS retroalimentado

Aunque la primera arquitectura es flexible en cuanto a la selección de los lazos de control, sufre del empeoramiento del desempeño del sistema de control cuando uno de los enlaces de comunicación se ve alterado por la fenomenología del canal. En [?] se presenta una versión diferente de la arquitectura directa. En este caso, en vez de la distribución de las entradas de



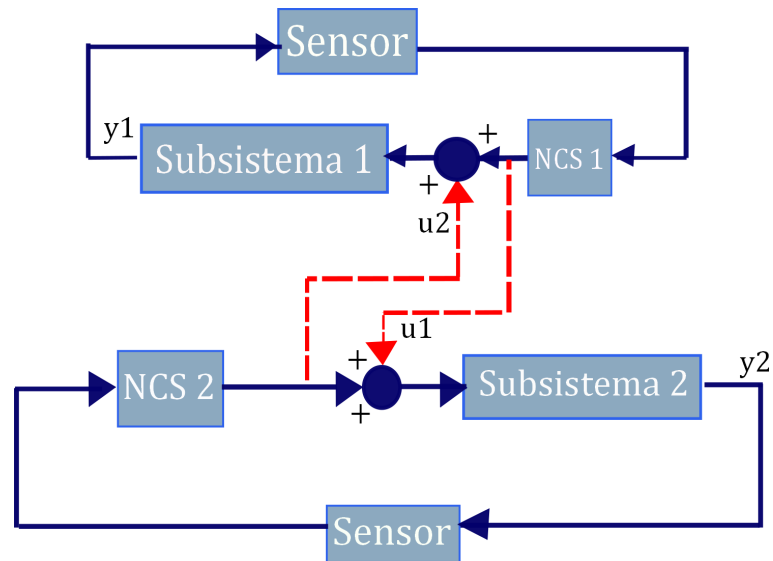
**Figura 2-2:** DNCS jerárquico



**Figura 2-3:** DNCS Funcional

manera “espacial” se hace de manera “funcional”. Con lo anterior se generan lazos de control adicionales para asegurar criterios de desempeño, figura ???. En esta misma dirección, en [?] se presenta el concepto de los sistemas de control en red realimentados-prealimentados (NFCS) en un esfuerzo para mejorar el desempeño de un sistema con respecto a un sistema realimentado de control en tareas de seguimiento o tracking. Los lazos prealimentados han de inducir la solución deseada en los sistemas de control mientras los lazos retroalimentados aseguran la convergencia a esta solución, robustez y propiedades de atenuación de perturbaciones.

En esta tesis se propone una nueva arquitectura llamada DNCS prealimentados, en la que se combinan los conceptos de [?, ?, ?] para obtener subsistemas interconectados a través de lazos prealimentados, es decir, las acciones de control de un subsistema son comunicadas al controlador local del otro subsistema como una perturbación que puede medirse. Bajo el pre-



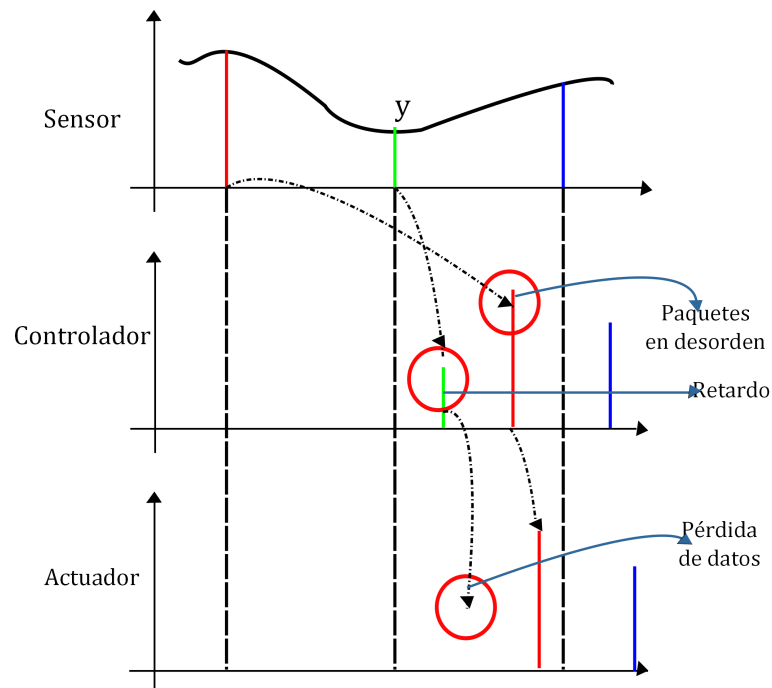
**Figura 2-4:** DNCS Retroalimentado

sunto de que “el que no coopera, perturba”, a través del lazo prealimentado un subsistema será capaz anticipar como otro subsistema - generalmente subsistemas vecinos-, va a afectar sus trayectorias y de esta manera ejecutar acciones cooperativas para alcanzar la solución deseada, figura ??.

En este tipo de arquitectura es evidente que el buen funcionamiento del canal de comunicación determinará la correcta cooperación entre los subsistemas. Si el canal de comunicación produce retardos, la prealimentación será ejecutada mucho después, introduciéndose un error de retroalimentación o desde otro punto de vista, aquel subsistema que pierda la comunicación perturbará al sistema completo al tomar decisiones alternas. En esta tesis, los sistemas distribuidos cooperativos serán representados por esta arquitectura y se limitarán a aplicaciones de tracking.

## 2.2. Restricciones del canal de comunicación

Con respecto al canal de comunicación, en algunos trabajos suele asumirse que la comunicación entre los controladores no induce incertidumbres o retardos, o que sus efectos pueden ser asumidos como despreciables, de manera que los parámetros de la red son ignorados en el análisis del desempeño y de estabilidad. Sin embargo, es bien conocido que la presencia de restricciones en la red pueden degradar el desempeño del lazo de control significativamente y puede, inclusive, conducir a la inestabilidad del sistema [?], en la figura ?? se muestran gráficamente los efectos de la red sobre el sistema de control en lazo cerrado.



**Figura 2-5:** Efectos de la red sobre el sistema de control en lazo cerrado

De acuerdo a lo anterior, se procede a categorizar las principales restricciones que influyen las propiedades del desempeño y que son inherentes a una red de comunicación compartida entre varios nodos, no determinista y con un alto tráfico de datos [?].

- (a) El canal de comunicación introduce retardos constantes.
- (b) El canal de comunicación induce retardos acotados y variables en el tiempo.
- (c) La pérdida de paquetes inducida por el canal de comunicación es considerada, determinando cotas máximas de pérdidas de paquetes consecutivas.
- (d) La red de comunicación induce retardos acotados y variables en el tiempo, y pérdida de paquetes.
- (e) Los retardos son mayores que el tiempo de muestreo del sistema produciendo que los paquetes lleguen en desorden al nodo de destino.

A continuación se desglosan las características de cada una de estas restricciones de la red.

### 2.2.1. Retardos inducidos por la red

Los retardos inducidos por la red son causados generalmente por dos razones: La distancia de transmisión, se sabe que largas distancias dan lugar a tiempos más largos de transmisión bajo las mismas condiciones (ancho de banda, protocolos, entre otros), y la congestión de la red debido al ancho de banda limitado de los canales de comunicación [?].

En los sistemas distribuidos, los retardos están compuestos por los retardos generados al transmitir información de un nodo a otro, los retardos generados al no acceder inmediatamente a la red compartida y los retardos generados por el procesamiento de la información recibida. Los retardos de transmisión se relacionan con la calidad del enlace de comunicación y con la congestión en la red debido a un ancho de banda limitado. Los retardos por acceso a una red compartida son inherentes a una transmisión basada en paquetes, en la cual paquetes de diferentes orígenes deben esperar “en cola” para ser servidos. Finalmente los retardos por procesamiento se refieren a la limitada capacidad de dispositivos digitales como sensores, actuadores y controladores para computar la información intercambiada. Estos últimos retardos son pequeños con respecto a los dos primeros y por tanto no son considerados en la mayoría de los escenarios [?].

Es necesario distinguir entre retardos constantes o invariantes con el tiempo y los variantes en el tiempo, ya que el diseño de sistemas de control bajo los efectos de uno o del otro consideran diferentes aspectos, así como su introducción en el lazo de control es de manera diferente.

#### Retardos invariantes en el tiempo

Los retardos aunque varían de manera aleatoria pueden llegar a ser asumidos como constantes para todas las transferencias en la red de comunicaciones. Para lograr esto, se introducen buffers temporizados después de cada nodo de transferencia. El tamaño del buffer deber ser mayor al peor caso de retardo (la mayor duración)[?]. La gran desventaja de este modelo es que un buffer mal dimensionado puede generar aún más degradación en el desempeño que los mismos retardos de transmisión. Métodos como aproximaciones de Padé y predictores de Smith han sido estudiados a lo largo de las últimas décadas para compensar los efectos de retardos constantes [?].

#### Retardos variables con el tiempo

Dependiendo de la información que se tenga de los retardos variables en el tiempo, se puede distinguir entre no deterministas y estocásticos. Los retardos no deterministas suelen expresarse en términos de cotas superiores e inferiores o por su valor instantáneo, mientras los retardos estocásticos son asociados con alguna descripción estadística (función de densidad

de probabilidad), la cual puede indicar que el retardo actual es independiente del anterior o que por el contrario se relaciona con los retardos anteriores [?].

Un fenómeno asociado a los retardos es el de los paquetes en desorden. Los índices de los paquetes transmitidos están mezclados debido a que los retardos inducidos tienen una duración mayor a un intervalo de transmisión (muestreo). Una forma común de resolver este problema es descartar los paquetes viejos si el último paquete ya ha sido recibido o simplemente asumir que la duración de un retardo es inferior al tiempo de muestreo o un múltiplo entero de este.

### 2.2.2. Pérdida de paquetes

Típicamente, la pérdida de paquetes resulta de los errores de transmisión en los enlaces físicos de la red (más comunes en redes inalámbricas que cableadas) o por el desbordamiento de los recursos de memoria, que implica que los paquetes que lleguen en el siguiente período de tiempo sean descartados. Retardos de largas duraciones pueden convertirse en pérdidas de paquetes. Al igual que los retardos inducidos por la red, las características de la pérdida de paquetes pueden categorizarse en deterministas o estocásticas [?].

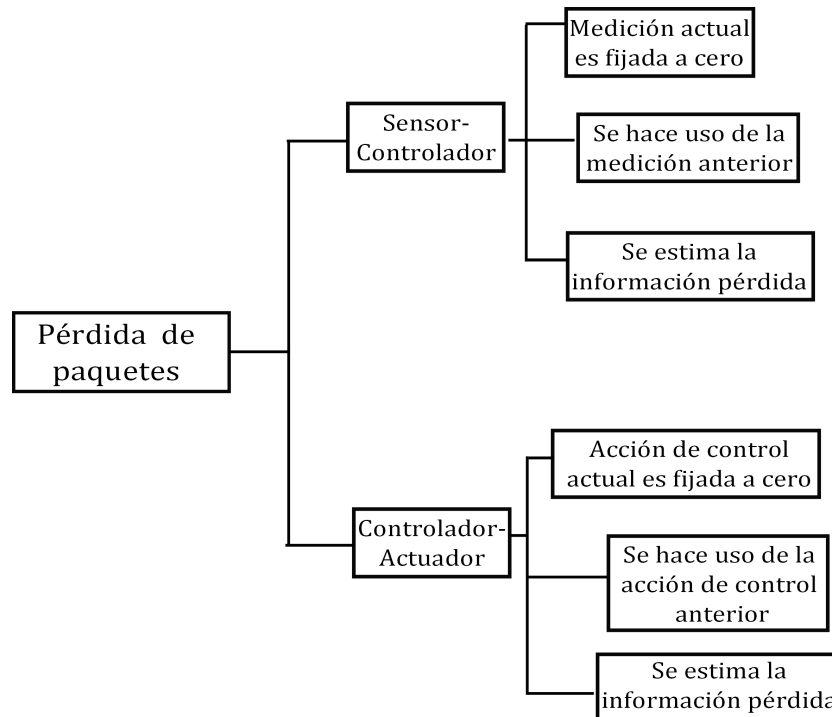
Los sistemas NCS consideran diferentes escenarios de acuerdo a las estrategias de compensación cuando hay pérdida de paquetes [?]. Una primera estrategia considera transmitir el valor cero en caso de una pérdida de información, mientras una segunda estrategia hace uso de las mediciones o acciones de control del instante inmediatamente anterior y en la tercera estrategia se transmite el estimado del estado o de la acción de control. En la figura ?? se muestran algunos escenarios.

### 2.2.3. Otras restricciones

En los sistemas NCS, existen naturalmente, restricciones relacionadas con el uso de circuitos digitales debido a la esencia del control digital. Aunque los efectos de estas restricciones son comúnmente despreciados, algunos resultados en la literatura cuantifican los impactos de estas restricciones sobre el desempeño de los sistemas NCS. A continuación se describen brevemente el error de cuantización y los jitters.

#### Error de cuantización

La cuantización se refiere a los procedimientos para transformar señales análogas a señales digitales. La información sensada es codificada, transformando la señal de los sensores de análoga a digital, para poder ser transmitida a través de la red. Por otro lado, las entradas de control deben ser decodificadas antes de ser aplicadas al actuador. Estas transformaciones se vuelven especialmente importantes cuando la tecnología utilizada no puede garantizar



**Figura 2-6:** Escenarios NCS con pérdida de paquetes

la cantidad suficiente de bits en cada paquete transmitido, generándose en una primera instancia un error de cuantización, el cual puede degradar el desempeño y la estabilidad del lazo cerrado de control. En la literatura de NCS se insiste en ignorar los efectos de la cuantización, ya que los desarrollos tecnológicos en el campo de las redes de comunicación permiten garantizar una longitud finita pero suficiente de bits, [?, ?].

## Jitter

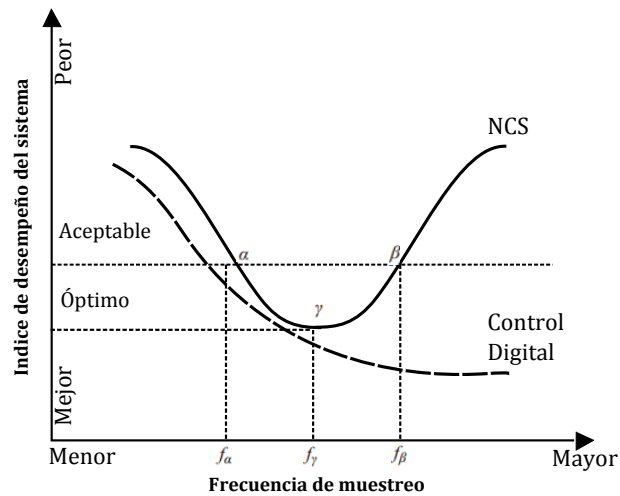
Jitter es definido por la IEEE como “un cambio indeseado y abrupto en la duración de un intervalo determinado” [?]. Se induce como consecuencia a una ligera desviación de la exactitud de la señal de reloj de un circuito digital, a ramificaciones en el código o a itinerarios. En los sistemas NCS, los jitters provocan que algunos paquetes lleguen demasiado pronto o demasiado tarde causando una degradación en el desempeño, la cual dependerá en gran medida de las dinámicas del proceso. La única forma de solventar los efectos de los jitters es usar un búfer de datos a costa de un tiempo de ejecución mayor, tal como en los retardos constantes.

### 2.3. Desempeño de los sistemas DNCS

La transmisión a través de una red compartida es un escenario propio de los sistemas DNCS, la cual implica dos nuevos desafíos en el diseño de estos sistemas y en la evaluación de su desempeño: Por un lado, los recursos disponibles (ancho de banda) para cada uno de los nodos (subsistemas) son restringidos, solo una determinada cantidad de datos pueden ser transportados a través de la red. Por otro lado, solo un subconjunto de nodos puede obtener acceso a la red en determinados espacios de tiempo, generando un acceso competitivo. Tradicionalmente, el control digital asume que el desempeño del sistema se puede representar en términos de la frecuencia de muestreo como una función monótonamente decreciente, esto es, a mayores frecuencias de muestreo se obtiene un mejor desempeño. Sin embargo, en los sistemas DNCS, aunque en un principio emplean controladores digitales, esta relación lineal monótonica no es válida para el diseño. Una mayor frecuencia de muestreo incrementará el número de paquetes de datos en la red debido al ancho de banda limitado, lo que causará retardos de mayor duración, sobrecarga en la red y posiblemente una desestabilización del sistema. En [?] se muestra una comparación del desempeño de control versus la frecuencia de muestreo para el control continuo, el control digital y el control en red.

Basada en [?], la figura ?? muestra la función del índice de desempeño, en la que las regiones (malo, aceptable, bueno y óptimo) pueden definirse de acuerdo a especificaciones del sistema de control tales como sobrepicos, error en estado estacionario, fase mínima, entre otras. Para el caso del control digital, el desempeño solo depende del período de muestreo asumiendo que no se tienen incertidumbres. El punto de degradación del desempeño del sistema bajo un control digital puede estimarse basado en la relación entre el ancho de banda del sistema de control y la tasa de muestreo en ese punto. Para el caso del control en red, el punto  $\alpha$  puede ser determinado mediante un análisis adicional de las características y estadísticas de las restricciones de la red. Debido a que entre más pequeño sea el período de muestreo, la carga de la red se vuelve más alta así como aumenta también la probabilidad de retardos de larga duración y pérdida de datos en la red con ancho de banda limitada. Esta situación justifica la existencia del punto  $\beta$  en un sistema NCS. Los puntos  $\alpha$  y  $\beta$  pueden verse como cotas o fronteras del rango de desempeño aceptable, de manera que el desempeño óptimo del sistema debe situarse en dicho intervalo de períodos de muestreo, punto  $\gamma$  en la figura ??.

Con base a lo anterior, el primer desafío puede transformarse en un problema de asignación óptima de los recursos (tasas de transmisión) de la red, que incluya el control de la utilización de la red de acuerdo a las especificaciones de los sistemas de control. En el segundo desafío, el cual es en gran medida consecuencia de la capacidad limitada del canal de comunicación, se requieren esfuerzos adicionales para incluir en el problema de asignación, restricciones típicas de los protocolos o políticas de la red de comunicaciones. Una adecuada evaluación del desempeño de los sistemas DNCS no debe desligarse de los problemas asociados a la red



**Figura 2-7:** índice del desempeño de los sistemas NCS

compartida y debe por tanto incluir elementos propios de la calidad del sistema control y de la calidad del servicio de la red, tal como se propone en este trabajo.

Dos direcciones principales se pueden distinguir en el área de los sistemas NCS relacionadas con estos desafíos. La primera dirección está enfocada en el desarrollo y uso de herramientas específicas para simular la operación y para analizar fácilmente la influencia de la red en el desempeño y la estabilidad de los sistemas NCS. Y la otra dirección se centra en el desarrollo de metodologías de diseño para contrarrestar los efectos de la red mejorando el desempeño y garantizando la estabilidad del sistema [?].

### 2.3.1. Calidad de control (QoC) y calidad del servicio (QoS)

A continuación se pretende situar de manera adecuada la contribución de este trabajo en la evaluación del desempeño de los DNCS de acuerdo a los criterios de la calidad de control y la calidad del servicio, los cuales se relacionan estrechamente con las estrategias de control sobre la red y de la red, respectivamente, por medio de la revisión del estado del arte disponible hasta la época. Dicha revisión aunque en un principio incluye los principales avances en los sistemas NCS permite revelar importantes aspectos de los sistemas DNCS.

Debido a que el problema de la evaluación del desempeño suele ser escenario-dependiente y puede no considerar al mismo tiempo todas las restricciones de la red, se han encontrado diferentes propuestas, tan variadas como los métodos y los escenarios que se consideran para tratar el problema de los sistemas de control en red. Además, las múltiples formas de modelar las imperfecciones de la red han derivado en diferentes resultados de análisis y síntesis con diferentes grados de conservatismo.

La evaluación de desempeño, propuesta bajo los preceptos de QoC y QoS puede categorizarse en dos grupos, de acuerdo a si en esta evaluación interviene o no el diseño del sistema de control (ganancia de control). En el primer grupo, evaluación offline, la ganancia de control es calculada offline e independiente a las restricciones de la red [?, ?].

Este grupo deriva en escenarios robustos, en los cuales el sistema es evaluado en el peor caso posible, gracias a que se tiene información anticipada u offline de las características de la red. El enfoque de este grupo es el desarrollo de metodologías como guías para la implementación de leyes de control para sistemas NCS. En el segundo grupo, evaluación online, la evaluación del desempeño se limita a verificar la efectividad de leyes de control “*adaptadas*” y calculadas junto con las características de la red. Las leyes de control compensan las restricciones actuales de la red y el desempeño en general se ve mejorado. Comparado con el primer grupo, la evaluación online reduce el conservatismo en el análisis y síntesis de los sistemas NCS.

En esta tesis es de gran interés contextualizar las diferentes estrategias de evaluación de desempeño para el primer grupo y los escenarios en los que son implementadas; mientras que las estrategias del grupo dos no son profundizadas debido a que el alcance de esta tesis no contempla la formulación de nuevas leyes de control.

### **Evaluación offline**

Aquí se discuten las estrategias de evaluación de desempeño usando solo información offline de las restricciones de la red. Los sistemas NCS se diseñan sin tener en cuenta la arquitectura de la red y por tanto la ley de control en estos casos es independiente de las realizaciones de las restricciones de la red. La mayoría de estas estrategias considera que un buen desempeño de control implica una buena respuesta (tiempo de respuesta y error cero estado estacionario), pequeños sobrepicos en los cambios de las acciones de control, entre otros [?, ?]. Mientras que el desempeño de la red implica factores como tiempos de transmisión, tiempos de respuesta, retardos, colisiones, rendimiento, tamaño de los paquetes, utilización de la red, entre otros [?].

Muchos de los trabajos existentes se han enfocado en sistemas SISO (una entrada y una salida) conformados generalmente por un actuador, un sensor y un procesador. Los pocos sistemas MIMO (múltiples entradas y múltiples salidas) considerados, son controlados de manera centralizada y los datos de los sensores y actuadores son enviados sobre una red, sin algún tipo de coordinación distribuida. En los sistemas distribuidos de control se deben considerar los criterios de desempeño anteriormente mencionados y adicional a esto, se debe tener en cuenta que el desempeño del sistema global no dependerá únicamente del desempeño de los componentes individuales sino que también dependerá de su interacción y cooperación [?]. Las investigaciones revisadas incluyen, en algunos casos, de manera superficial la

degradación de la labor de cooperación.

Como se dijo anteriormente, el enfoque de estas estrategias es el desarrollo de metodologías como guías para la implementación de leyes de control. Tomando como base el valor esperado del desempeño del sistema sin restricciones de la red, se obtiene una función de degradación del desempeño asociada con diferentes elementos de la red. A continuación, se listan algunos de estos elementos.

### **Evaluación de desempeño basado en la tasa de muestreo**

En una comunicación a través de una red compartida, las tasas de transferencia deben estar limitadas para evitar la congestión, los retardos y la pérdida de paquetes, los cuales afectan el desempeño de control y de la red [?]. Un análisis del desempeño de los NCS bajo condiciones de anchos de banda limitados permite dislumbrar consideraciones adecuadas para el diseño de estos sistemas. En el caso de [?], las consideraciones de diseño incluyen el desempeño del sistema determinado mediante IAE y ITAE y el efecto de la tasa de muestreo sobre los retardos inducidos en la red. En [?], la evaluación del desempeño se compone de tres elementos: El desempeño del algoritmo de control en términos del comportamiento de convergencia de la salida de la planta, el desempeño de la red en términos del comportamiento de convergencia de la tasa de muestreo y el desempeño de todo sistema en términos de la diferencia entre la salida de la planta y la señal de referencia. Una función de utilidad se propone para cuantificar la relación entre el desempeño del sistema NCS y su tasa de muestreo, un algoritmo de optimización explota completamente los recursos de la red y maximiza el desempeño del sistema. En [?] se define el ancho de banda de la utilización de la red en términos de la frecuencia de muestreo. En este caso la evaluación del desempeño del sistema se formula a partir de aproximaciones exponenciales y cuadráticas. Las condiciones de Karush–Kuhn–Tucker (KKT) permiten obtener las frecuencias de muestreo óptimas para cada una de las aproximaciones.

Las transmisiones sincrónicas y asincrónicas (basadas en eventos), en las que solo se transmite un nuevo paquete o dato solo si un evento específico ocurre, son también factores que afectan el desempeño de los sistemas NCS. En [?] se comparan los efectos de las transmisiones sincrónicas y asincrónicas sobre la degradación del desempeño del sistema del péndulo invertido controlado por un LQG. Se incluyen los efectos de retardos constantes y variables en el tiempo. En la misma dirección de transmisiones asincrónicas, en [?] se garantiza un balance entre la cantidad intercambiada y el desempeño. Se determina además cuando los controladores locales deben comunicarse en arquitecturas de control distribuidas.

### **Evaluación del desempeño bajo protocolos de la red**

Cuando los protocolos o políticas de comunicación se incluyen en el análisis del desempeño de sistemas NCS, las relaciones adicionales entre la QoC y QoS pueden derivarse. El co-diseño entre los sistemas de control y la red añaden a la evaluación de desempeño, el problema de la asignación de recursos y los efectos de protocolos específicos. En [?] se realiza un análisis de desempeño de una red inalámbrica bajo un marco teórico de capas cruzadas. Cuatro de las capas del modelo OSI son consideradas para calcular una función de desempeño, que incluya la distribución de los retardos, la probabilidad de pérdida de paquetes y la resolución de los datos. El sistema es controlado por un LQG y su desempeño es evaluado con la norma  $H_2$ , de acuerdo al período de muestreo, el protocolo MAC y la asignación de recursos en la capa de enlace (Esquema de modulación, tamaño de tramas y corrección de errores). La contribución principal de este trabajo se centra en la optimización del período de muestreo para los recursos de la capa de enlace y el protocolo MAC seleccionados. Además, el sistema incluye retardos variables en el tiempo y pérdida de paquetes, los cuales varían de manera aleatoria.

El co-diseño entre los sistemas de control y la red presentado en [?], en donde la calidad de control de un sistema a gran escala en red es medida de acuerdo a la estabilidad entrada-estado (ISS) y la calidad de servicio de la red de comunicación es vista en términos del máximo intervalo de transmisión permitido (MATI) y el máximo retardo permitido (MAD), deja ver como la calidad de control puede ser mejorada (degradada) al mejorar (relajar) la calidad del servicio al lograrse un balance entre el QoC de todo el sistema y QoS de la red de comunicación. La asignación de recursos basada en optimización en [?] para sistemas NCS lineales permite seleccionar las potencias de transmisión y el ancho de banda relacionadas con el QoS y la ganancia de lazo cerrado y de estimación de un controlador LQG. La reducción de los recursos de la red, en vez de su asignación puede lograrse a partir de un análisis de sensibilidad, en el cual al determinar la cota máxima de densidad de muestras pérdidas con respecto a un umbral de desempeño determinado, se pueden prescindir de algunas transmisiones, tal como se describe en [?].

Cuando la carga de la red es baja, los efectos de los protocolos tienen poco impacto sobre los retardos de tiempo comparado con un medio con un alto tráfico. El desempeño suele verse afectado en situaciones de saturación de la red. En [?] los resultados de un estudio del desempeño de un sistema de control en red soportado por Ethernet, ControlNet y DeviceNet son presentados. A través de una carga variable en la red, la eficiencia y la utilización de las tres redes de control son determinadas. El desempeño, evaluado a través de ITAE, está relacionado con la tasa de muestreo, con la carga en red y con el ancho de banda disponible en cada red de control. En [?] a través de un modelo analítico basado en cadenas de Markov, índices de desempeño de redes inalámbricas basadas en IEEE 802.11, tales como el rendimiento, la tasa máxima de pérdida de paquetes y el promedio del tiempo de envío y de recepción de datos, son derivados bajo condiciones críticas de tráfico en tiempo real. La

red de control CAN es incluida en [?], en donde el sistema de control de un servomotor es soportado por una red CAN y una red Ethernet. El desempeño de las redes es evaluado en tres escenarios diferentes: Condiciones ideales, pérdida de paquetes e interferencia con otras aplicaciones.

### **Evaluación del desempeño bajo restricciones de potencia**

Las limitaciones de Hardware y las regulaciones para evitar interferencias entre diferentes sistemas, requieren que el canal satisfaga ciertas restricciones de potencia. Estas restricciones de potencia (energía) pueden afectar el desempeño de seguimiento y de regulación de los sistemas NCS. En [?] se presenta un análisis de desempeño para un sistema SISO soportado por un canal con ruido blanco (AWGN) y con restricciones en la relación señal-ruido (SNR). El desempeño es medido a partir de la energía de la varianza del error entre la salida de la planta y la señal de referencia. El desempeño óptimo de seguimiento de referencia consta de dos partes, la primera parte depende de los ceros de fase no mínima, los polos inestables de la planta y la señal de referencia, mientras que la otra parte depende de los polos inestables y del SNR del canal de comunicación. En [?] el desempeño de seguimiento del sistema también está relacionado con las características de la planta y el ruido del canal, así como con perturbaciones a la entrada, con la potencia de la acción de control y de la salida. Un análisis similar se realiza en [?] incluyendo la pérdida de paquetes.

Las tareas de regulación y de seguimiento también pueden verse afectadas por restricciones de la red como retardos, pérdida de paquetes y errores de cuantización como es el caso de [?], en donde la evaluación del desempeño de sistemas NCS con errores de cuantización y pérdida de paquetes permite evidenciar como las características del canal, de la señal de referencia y de la planta en general determinan el desempeño de seguimiento.

### **Evaluación online**

Durante la última década, diferentes métodos de control han sido desarrollados para el control de los sistemas NCS, considerando los retardos inducidos, la pérdida de paquetes y las restricciones sobre el ancho de banda. A diferencia de la evaluación offline del desempeño, los métodos aquí incluidos utilizan información online de los retardos y la pérdida de paquetes para adaptarse al estado actual de la red, por tanto proveen un mejor desempeño del sistema a expensas de una mayor complejidad. La acción de control aplicada al proceso dependerá de los retardos y/o pérdida de paquetes actuales (experimentados durante la operación del sistema de control). La evaluación online del desempeño depende del método de control empleado. A continuación se mencionan, de manera breve, algunas estrategias típicas en los sistemas NCS, [?, ?]:

## Control Estocástico

Un modelo estocástico para representar los retardos en la red, pueden dividirse en dos categorías: El modelo en el cual los retardos son mutuamente independientes y el modelo en el que los retardos son probabilísticamente dependientes. Cuando la dependencia probabilística no es conocida, el primer modelo es usado en el modelamiento y control de los NCS con retardos aleatorios. De esta forma, cada retardo es tratado como una variable estocástica independiente y su distribución puede ser descrita por una función estocástica. Con estos elementos, controladores estocásticos (óptimos) pueden ser diseñados. En [?], se diseña un LQG para un NCS con retardos mutuamente independientes, cuyas distribuciones se asume son conocidas anticipadamente. En [?] las distribuciones se predicen de manera online usando una ventana con el promedio de los retardos. La predicción consigue mejorar el desempeño del controlador LQG.

Cuando los retardos, aún independientes, son mayores que el tiempo de muestreo, los anteriores resultados no son válidos. En [?] y [?] se diseñan controladores estocásticos óptimos capaces de garantizar la estabilidad exponencial cuadrática media del sistema NCS. Cuando además los retardos se pueden representar como variables estocásticas idénticamente distribuidas, en [?] se presenta un controlador estocástico óptimo que garantiza la estabilidad exponencial.

Cuando se trata de retardos dependientes, se hace uso de las cadenas de Markov dentro de su formulación del controlador para incluir dichas dependencias entre los retardos, tal como en las redes reales. Sistemas de este estilo se conocen como los sistemas discretos lineales con saltos Markoviano LQG. En [?] la ganancia del controlador se adapta a los retardos actuales experimentados a través de la solución de la ecuación de Riccati incluyendo los valores esperados con respecto a los efectos de la red. Diferentes aproximaciones se han desarrollado a partir de [?], algunas de ellas con tiempo de muestreo variable. Los retardos y pérdida de paquetes pueden ubicarse en el enlace sensor-controlador o en el enlace controlador-actuador.

## Control Robusto

Si la variable estocástica que describe el retardo puede ser transformada en una incertidumbre (o perturbación) de un sistema NCS, el controlador debe garantizar la estabilidad robusta y el desempeño robusto del NCS. A diferencia del caso anterior, no se requiere conocer las características de la distribución de los retardos aleatorios. En [?] se propone un modelo discreto en el tiempo para representar retardos aleatorios, se incluyen además condiciones suficientes para garantizar la estabilidad exponencial del sistema NCS y asegurar un buen desempeño basado en  $H_\infty$ . Adicionalmente, en este trabajo se estableces las relaciones entre la longitud de los retardos, la variación en frecuencia de los retardos y el desempeño del

sistema.

El problema de control  $H_\infty$  así como el análisis de desempeño  $H_\infty$  en [?] es investigado para un sistema NCS con retardos y pérdida de paquetes. Al final las incertidumbres en el sistema son incluidas en una función de Lyapunov-Krasovskii. En una investigación similar reportada en [?], los paquetes llegan desordenados al actuador, por lo que éste hace uso de la última acción de control recibida. En [?] el efecto de los paquetes en desorden es modelado a partir de un sistema discreto en el tiempo con parámetros desconocidos. Un método mejorado de Lyapunov-Krasovskii es propuesto para diseñar un controlador  $H_\infty$  resolviendo un problema de minimización basado en LMI.

Un enfoque diferente es explorado en [?], en donde, la información determinística de ambas estampas de tiempo -la actual y la pasada-son usadas para diseñar un controlador  $H_\infty$  dependiente al tráfico de la red vía dos algoritmos: Generador de patrones (offline), el cual clasifica el tráfico de la red en diferentes patrones y el identificador de patrones (online), busca por un patrón que represente el actual tráfico de la red para operar el controlador diseñado.

### Control Predictivo

En las estrategias de control predictivo se asume que al mismo tiempo que un conjunto de datos es transmitido a través de una red de comunicaciones, las secuencias (que son predecidas) también son enviadas al actuador a través de la misma red.

En general, la configuración de un control predictivo en red consiste en dos partes: El generador de predicciones y el compensador de los retardos. El primero genera una secuencia de predicciones de acciones de control futuras para satisfacer requerimientos de desempeño del sistema. El segundo compensa el efecto de las restricciones de la red al elegir la última acción de control de la secuencia de predicciones disponible en la planta. En investigaciones [?] y [?] solo se incluyen los retardos en el enlace entre el sensor y el controlador, debido a que en sistemas reales, obtener las acciones de control es difícil si se incluyen los retardos en el enlace entre el controlador y el actuador.

El control predictivo hace uso de un compensador para reducir el efecto de los retardos inducidos por la red ó de la pérdida de paquetes en los enlaces entre el sensor y el controlador o entre el controlador y el actuador. Una estrategia de control enfocada a la compensación tanto de retardos como de pérdida de paquetes de manera simultánea se conoce como control basado en secuencia. Esta estrategia es un método de control adaptativo de la red. El método es también conocido como control basado en paquetes, control predictivo empaquetado o control en red con horizonte en retroceso [?]. La idea principal del método es usar el campo de datos libre de un paquete para transmitir no solo la acción de control actual sino también

toda la secuencia de entradas de control.

### 3 Fenomenología de la red en el lazo de control

Los principales desafíos en el diseño y análisis de sistemas NCS son los retardos variables y la pérdida de paquetes en el lazo de control. Los retardos son indeseables debido a que pueden no solo degradar el desempeño del sistema sino incluso hacerlo inestable. La pérdida de paquetes de igual manera produce un empeoramiento en el desempeño y puede conducir a una pérdida de observabilidad [?]. Adicional, es siempre deseable, desde la perspectiva del control, trabajar con la información retroalimentada más reciente, no obstante esto no es posible en presencia de retardos y pérdida de paquetes.

Para propósitos de este capítulo se define a continuación la arquitectura base de los sistemas NCS. Cuando se introduce una red de comunicación, el sistema se puede dividir en tres partes: El sistema a controlar (la planta), el controlador y la red, la cual delimita las dos primeras partes. Elementos como conversores A/D y D/A cuentan como elementos de interface entre el controlador-planta y la red. De acuerdo a esta división, los retardos inducidos por la red provienen principalmente de dos lugares: Del enlace entre el sensor y el controlador,  $\tau^{sc}$  y del enlace entre el controlador y el actuador  $\tau^{ca}$ , ver figura ???. En el caso de incluirse en el lazo de control los dos tipos de retardos aleatorios,  $\tau^{sc}$  y  $\tau^{ca}$ , estos suelen i) asumirse como un solo retardo ( $\tau^{sc} + \tau^{ca}$ ) o ii) modelarse de forma separada [?, ?]. La pérdida de paquetes se puede producir en cualquiera de los dos enlaces.

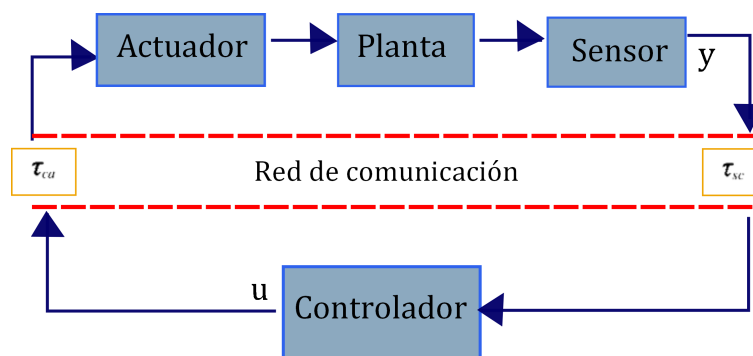


Figura 3-1: Retardos en el lazo realimentado de control

No hay un consenso en la comunidad investigativa en la clasificación de los modelos matemáticos para los sistemas NCS. En otras palabras, el término NCS denota generalmente una clase de aplicaciones en vez de una clase de modelos matemáticos. Sin embargo se han producido importantes resultados en el modelado de sistemas NCS, debido a que los métodos estándares de sistemas lineales discretos en el tiempo fallan en este tipo de problemas, en donde la estabilidad del sistema se puede mantener en escenarios de retardos constantes pero no en otros con retardos variables. Además, la actuación variable introducida por los retardos no puede ser completamente conocida al inicio de cada ejecución de control debido a que el retardo entre el controlador y el actuador es desconocido, lo único que se puede garantizar es que estará acotado para algunos protocolos y algunas redes de comunicación con capacidades de tiempo real. Una estrategia para superar estos problemas es modelar los retardos como distribuciones estocásticas e incluirlas en el diseño del sistema de control, dirección común en las investigaciones, las cuales derivan en estrategias de control óptimas y estocásticas.

Generalmente, el análisis de los sistemas NCS comienza con considerar un sistema dinámico continuo e invariante en el tiempo, como el descrito en la ecuación ??,

$$\dot{x} = f_p(x, \hat{u}), \quad y = g_p(x), \quad (3-1)$$

en el cual  $x \in \mathbb{R}^{n_x}$  denota los estados de la planta y  $\hat{u} \in \mathbb{R}^{n_u}$  denota las acciones de control siendo implementadas por la planta. El sistema es controlado por un controlador en red, dado por:

$$\dot{x}_c = f_c(x_c, \hat{y}), \quad u = g_c(x_c, \hat{y}), \quad (3-2)$$

donde la variable  $x_c \in \mathbb{R}^{n_c}$  es el estado del controlador,  $\hat{y} \in \mathbb{R}^{n_y}$  contiene las mediciones más recientes de la salida de la planta, las mismas que estarán disponibles en el controlador y  $u \in \mathbb{R}^{n_u}$  denota la salida del controlador.

La presencia de la red de comunicación causa que  $u \neq \hat{u}$ ,  $y \neq \hat{y}$  y que los valores de las salidas y las entradas sean recibidos después de un retardo  $\tau_k \in \mathbb{R}^+$ , con  $\tau_k \in [\tau_{min}, \tau_{max}]$  para todo  $k \in \mathbb{N}$  donde  $0 \leq \tau_{min} \leq \tau_{max}$ . La pérdida de paquetes puede, en un caso más extremo, significar que los valores de las mediciones y las acciones de control no sean recibidos, por lo cual son usados sus valores anteriores o estos son fijados a cero.

Las siguientes suposiciones acerca del sistema NCS son generalmente planteadas. A lo largo de este trabajo serán de gran importancia.

- La salida del proceso es muestreada periódicamente sin ningún tipo de perturbación, de esta forma se dice que el nodo del sensor es controlado por un reloj global (time-driven). El período de muestreo es  $h$ .
- La señal de control es aplicada al proceso tan pronto como los datos lleguen al nodo de actuación, este es entonces controlado por eventos (event-driven).
- Para un muestreo con período (constante)  $h$ , la variación total de los retardos,  $\tau^{sc} + \tau^{ca}$  es menor o igual que el intervalo de muestreo.

Las tres suposiciones convergen en el modelo típico de un sistema NCS propuesto en [?]. Asumiendo que la planta es modelada por un sistema lineal invariante en el tiempo, la última suposición implica inicialmente, que la planta en la ecuación ?? modelada como un sistema lineal discreto en el tiempo tendrá durante cada período de muestreo dos acciones de control,  $u(k-1)$  y  $u(k)$ . La integración de la ecuación ?? sobre un intervalo de muestreo se describe en la ecuación ??:

$$x_{k+1} = \Phi x_k + \Gamma_0(\tau^{sc}, \tau^{ca})u_k + \Gamma_1(\tau^{sc}, \tau^{ca})u_{k-1} \quad (3-3)$$

donde,

$$\begin{aligned} \Phi &= e^{Ah} \\ \Gamma_0(\tau^{sc}, \tau^{ca}) &= \int_0^{h-\tau^{sc}-\tau^{ca}} e^{As} ds B \\ \Gamma_1(\tau^{sc}, \tau^{ca}) &= \int_{h-\tau^{sc}-\tau^{ca}}^h e^{As} ds B \end{aligned} \quad (3-4)$$

La ecuación de la salida está dada en la ecuación ??,

$$y_k = C x_k \quad (3-5)$$

Considerando un controlador lineal e invariante en el tiempo, y un único retardo global dado por  $\tau = \tau^{sc} + \tau^{ca}$ , equivalente a tener un único canal de transmisión, el controlador para este sistema está dado por:

$$x_{k+1}^c = \Phi^c(\tau_k)x_k^c + \Gamma^c(\tau_k)y_k \quad (3-6)$$

$$u_k = C^c(\tau_k)x_k^c + D^c(\tau_k)y_k \quad (3-7)$$

Al aparecer  $\tau_k$  en  $\Phi^c, \Gamma^c, C^c, D^c$  implica que el controlador tiene un conocimiento parcial o completo de los retardos de la red y que además calculará una nueva acción de control

inmediatamente lleguen nuevas mediciones.

A partir de las ecuaciones ??-?? se puede derivar la siguiente expresión para el sistema en lazo cerrado:

$$z_{k+1} = \Phi(\tau_k)z_k + \Gamma(\tau_k)e_k, \quad (3-8)$$

donde,

$$z_k = \begin{bmatrix} x_k \\ x_k^c \\ u_{k-1} \end{bmatrix} \quad (3-9)$$

$$\Phi(\tau_k) = \begin{bmatrix} \Phi + \Gamma_0(\tau_k)D^c(\tau_k)C & \Gamma_0(\tau_k)C^c(\tau_k) & \Gamma_1(\tau_k) \\ \Gamma^c(\tau_k)C & \phi^c(\tau_k) & 0 \\ D^c(\tau_k)C & C^c(\tau_k) & 0 \end{bmatrix} \quad (3-10)$$

$$\Gamma(\tau_k) = \begin{bmatrix} I & \Gamma_0(\tau_k)D^c(\tau_k) \\ 0 & \Gamma_c(\tau_k) \\ 0 & D_c(\tau_k) \end{bmatrix} \quad (3-11)$$

A partir de este punto suelen diseñarse controladores óptimos que mejoren el desempeño del sistema a pesar de los retardos y la pérdida de paquetes. De aquí que el primer paso para estudiar y analizar los sistemas NCS, con el fin de desarrollar una metodología para la evaluación del desempeño, requiere determinar la naturaleza, propiedades, características y dinámicas de las restricciones de la red: Retardos variables en el tiempo, con naturaleza estocástica y menores al período de muestreo del sistema y la pérdida estocástica de paquetes.

### 3.1. Retardos en el lazo de control

Anteriormente se dijo para los retardos  $\tau^{sc}$  y  $\tau^{ca}$  que,

- 1 Varían de manera aleatoria con propiedades estocásticas conocidas. Esta suposición se relaciona con la inherente naturaleza aleatoria de los retardos atribuida a factores como la carga de la red, la competencia entre nodos y la congestión de la red [?]. La carga de la red, por ejemplo, varía típicamente con una menor escala de tiempo que el período de muestreo del sistema. Estos factores pueden agruparse en una variable que puede definirse como el estado de la red, dicha variable será la encargada de gobernar las

distribuciones de los retardos. En los últimos años, se han desarrollado diversos modelos para representar las distribuciones de los retardos, comúnmente estos modelos están basados en procesos de Markov, procesos de Poisson o en distribuciones de Bernoulli. La principal ventaja de los procesos de Markov es que la dependencia entre los retardos actuales y pasados es incluida tal como en las redes de comunicaciones reales [?]. Las cadenas de Markov son entonces elegidas para modelar el sistema NCS con retardos variables cuyas distribuciones dependerán del estado de la red.

- 2 La variación total de los retardos,  $\tau^{sc} + \tau^{ca}$  es menor o igual que el período de muestreo,  $h$  del sistema. La segunda suposición evita la llegada de muestras al nodo de actuación en un orden no cronológico. Esta situación complicaría la implementación de algoritmos y el análisis del sistema.

Un modelo adecuado para el sistema NCS debe incluir elementos como el tipo de la red, los protocolos usados y el estado de la red, de manera que puedan combinarse en una variable abstracta denominada estado de la red. Así la distribución de los retardos es gobernada por el estado de la red. En [?], los efectos como la carga variable de la red (estado de la red) pueden modelarse haciendo que la cadena de Markov haga una transición cada que una transferencia es hecha en la red de comunicación. Cada estado puede (i) postular una distribución de probabilidad para  $\tau^{sc}$  y  $\tau^{ca}$ . Se asume que las distribuciones tienen un valor medio bajo si la red tiene una carga baja, un valor medio mayor si la red tiene una carga alta. Sin embargo una única distribución por cada estado de la red (“L” baja carga, “M” carga media y “H” carga alta) puede no ser útil cuando las características de los retardos requieren más de una distribución. Ó (ii) definir un conjunto de matrices. Esta última posibilidad implica que el modelo está relacionado con los sistemas discretos con saltos. Si  $r_k$ , un proceso aleatorio es generado por una cadena de Markov homogénea en el tiempo el sistema es llamado sistema discreto lineal con saltos Markovianos, en los cuales cada estado de Markov define un conjunto de matrices  $A(r_k), B(r_k), C(r_k), D(r_k)$ . Este modelo suele usarse generalmente en estrategias de compensación de los efectos de los retardos y en problemas de estabilidad.

El carácter estocástico de la red, hace posible que el estado de ésta sea modelado por una cadena de Markov. Dado que el estado de la red en muchos casos no puede observarse directamente pero si puede ser estimado, esta variable se considera oculta y se incluye en una cadena de Markov oculta (subyacente), Hidden Markov Model del inglés (HMM). En el sentido amplio de la palabra, HMM es un proceso de Markov que es dividido en dos componentes: Un componente observable y un componente no observable u oculto. Se tiene un proceso  $X_k$  subyacente y no observable, el cual tiene la propiedad de Markov y un segundo proceso estado-dependiente  $Y_k$ . Se puede pensar en  $Y_k$  como las observaciones de los retardos y en  $X_k$  como factores no observables de la red que influyen los cambios en los retardos.

Diferente al modelo de la cadena de Markov, en el que el retardo actual es gobernado por el

retardo anterior, en este caso el retardo actual es gobernado por el estado actual de la red. Desde este punto de vista, la cadena de Markov oculta revela el mecanismo de generación de los retardos aleatorios. Usando los retardos inducidos como un conjunto de observaciones relacionadas de manera probabilística con la cadena de Markov oculta, el estado de la red puede ser indirectamente estimado [?].

Al tratarse los estados de la red como un HMM y los retardos como un conjunto de observaciones, la relación entre el estado de la red y los retardos es modelado como una cadena de Markov oculta continua en el tiempo (CT-HMM), diferente a las cadenas de Markov ocultas discretas desarrolladas en [?]. El tratamiento en tiempo continuo es muy útil en sistemas asincrónicos, en los que los eventos y las mediciones no ocurren basados en algún reloj global y en los que es necesario expresar de manera explícita la duración de las observaciones continuas.

### 3.1.1. Cadena de Markov continua

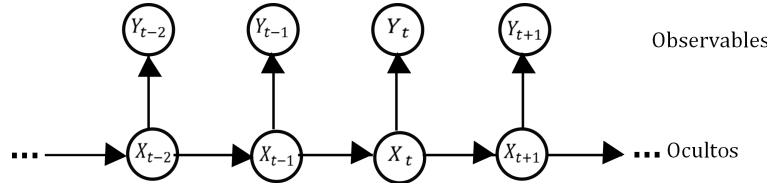
Para un proceso de Markov continuo en el tiempo  $X(t) : t \geq 0$  con espacio de estados  $\mathcal{S}$ , se dice que tiene la propiedad de Markov si:

$$P(X(t) = j \mid X(s) = i, X(t_{n-1}) = i_{n-1}, \dots, X(t_1) = i_1) = P(X(t) = j \mid X(s) = i)$$

donde,  $0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_{n-1} \leq s \leq t$  es cualquier secuencia no decreciente de  $n + 1$  y  $i_1, i_2, \dots, i_{n-1}, i, j \in \mathcal{S}$  son cualquier conjunto de  $n + 1$  estados en el espacio de estados, para cualquier entero  $n \geq 1$ . Esto es, dado el estado del proceso en cualquier conjunto de tiempos previos a  $t$ , la distribución del proceso en el tiempo  $t$  depende únicamente solo del proceso en el tiempo más reciente previo al tiempo  $t$ .

La propiedad de Markov sugiere la falta de memoria en la distribución del tiempo que una cadena de Markov continua gasta en cualquier estado. La homogeneidad en el tiempo es una consecuencia adicional de la propiedad de Markov. Si  $T_i$  es el tiempo de permanencia en el estado  $i$  la homogeneidad en el tiempo permite hablar de una distribución exponencial con parámetro  $\lambda$  para  $T_i$ . La distribución exponencial cumple la propiedad de “*olvido*” o falta de memoria [?].

La cadena de Markov continua puede describirse de las siguientes dos formas, de acuerdo a su aplicación: Como un proceso de salto y de permanencia; Se tienen dos procesos simultáneos definiendo la operación de un proceso estocástico continuo, aquel que define el proceso de permanencia (distribuciones de los retardos) y otro que caracteriza el proceso de saltos entre estados [?]. El primer proceso esta a su vez relacionado con las tasas de de transición y el



**Figura 3-2:** Estructura básica de una cadena HMM

proceso de saltos estará definido a partir de la matriz de saltos  $\Phi = \phi_{ij}$ .

La segunda forma, define la cadena continua como un proceso cuya matriz de probabilidades de transición esta relacionada con una nueva matriz llamada matriz generadora a partir de la expresión  $P(t) = e^{tQ}$ .

Ambas definiciones o maneras distintas de describir la cadena continua de Markov hacen parte sin embargo del mismo proceso, como se puede evidenciar en la siguiente sección.

### 3.1.2. Modelo oculto de Markov (HMM)

En la figura ?? se muestra la estructura básica de un modelo oculto de Markov. La distribución del proceso estado-dependiente  $Y$  puede modelarse a partir de cualquier distribución conocida, típicamente se utilizan distribuciones de Poisson o distribuciones normales.

Una HMM está caracterizada por los siguientes elementos [?]:

1.  $N$ , el número de estados en el modelo. Generalmente existe cierta significancia física atada a los estados del modelo. Estos estados se encuentran interconectados de tal manera que se pueda acceder a cualquier estado partiendo desde cualquier otro estado. Los estados serán denotados como  $X$  con espacio de estados  $\mathcal{S} = s_1, s_2, \dots, s_N$  y el estado en el tiempo  $t$  como  $X_t$
2.  $M$ , el número de las distintas observaciones por estado. Corresponden a salidas físicas del sistema siendo modelado. Se denotan las observaciones como  $Y = Y(t), t \geq 0 \in \nu_1, \nu_2, \dots, \nu_M$
3. La distribución de probabilidades de transición  $P = p_{ij}$

$$p_{ij} = P[X_{t+1} = S_j | X_t = S_i], \quad 1 \leq i, j \leq N \quad (3-12)$$

4. La distribución de probabilidad de las observaciones en el estado  $j$ ,  $B = b_j(k)$  con

$$b_j(k) = P(Y_t = \nu_k | X_t = S_j), \quad 1 \leq j \leq N, \quad 1 \leq k \leq M \quad (3-13)$$

5. El vector  $\pi$  es la distribución inicial  $\pi = \pi_i$  donde,

$$\pi_i = P(X_0 = S_i), \quad 1 \leq j \leq N \quad (3-14)$$

Dados los valores adecuados de  $N, M, P, B$  y  $\pi_i$ , HMM puede usarse como un generador para obtener una secuencia de observaciones  $O = O_1 O_2 \dots O_T$  de la siguiente manera:

**Algoritmo 1:** Generador de observaciones

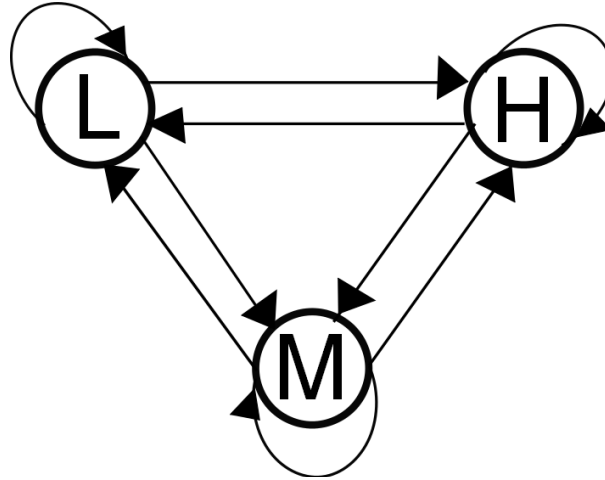
- 1 Elegir un estado inicial  $X_1 = S_i$  acorde a la distribución inicial de estados  $\pi$
- 2 Fijar  $t = 1$
- 3 Elegir  $O_t = \nu_k$  de acuerdo con la distribución de probabilidad de las observaciones en el estado  $S_j$ , esto es,  $b_j(k)$
- 4 Transición a un nuevo estado  $q_{t+1} = S_j$  de acuerdo con la distribución de probabilidades de transición para el estado  $S_i$ , esto es,  $p_{ij}$
- 5 Actualice  $t = t + 1$ , regrese al paso 3 si  $t < T$ , de lo contrario termine el procedimiento.

donde cada observación  $O_t$  es uno de los posibles valores de  $Y$  y  $T$  es el número de de observaciones en la secuencia. Una completa especificación de un HMM requiere la determinación de los parámetros del modelo  $N$  y  $M$ , de las observaciones, de las tres distribuciones de probabilidad  $P, B$  y  $\pi$ . El modelo del sistema  $\lambda$  incluye entonces la tripleta ordenada  $\lambda = (P, B, \pi)$  [?].

### 3.1.3. CT-HMM para los estados de la red y los retardos

Los retardos en los sistemas NCS pueden modelarse como un CT-HMM con  $M$  observaciones diferentes y  $N$  estados ocultos. Esto implica que el proceso estado-dependiente estará exponencialmente distribuido. Se supone que los estados de la red (ocultos) pueden estimarse y que no ocurre una nueva transición a otro estado o al mismo antes de que una nueva observación (retardo) ocurra. De acuerdo a lo anterior, se considera una cadena de Markov oculta continua y homogénea en el tiempo  $Z(t)_{t \geq 0}$ , donde  $Z(t) = (X(t), Y(t))$ . Cada estado  $Z(t)$  consiste en dos componentes: Los estados ocultos  $X = X(t), t \geq 0$  con espacio de estados  $\mathcal{S} = s_1, s_2, \dots, s_N$  y las observaciones  $Y = Y(t), t \geq 0 \in \nu_1, \nu_2, \dots, \nu_M$ .

Cada instante de tiempo el proceso entrará al estado de la red  $s_i$  y la cantidad de tiempo que se gasta en este estado, antes de realizar una transición a un estado diferente, estará exponencialmente distribuido con parámetro  $\nu_i$ . Una vez el proceso abandona el estado  $\nu_i$ , entrará al estado  $\nu_j$  con probabilidad  $p_{ij}$ . Luego  $P = p_{ij}$  será la matriz de probabilidad de



**Figura 3-3:** Modelo ergódico

transición de la cadena de Markov embebida a la parte temporal del proceso CT-HMM [?].

La estructura de la matriz de probabilidad de transiciones definirá la estructura del HMM. Un caso especial es el de un HMM completamente conectado o ergódico, en el cual cada estado en el modelo puede ser alcanzado (en un solo paso) por cualquier otro estado del modelo. Estrictamente hablando, un modelo ergódico tiene la propiedad de que cada estado puede ser alcanzado desde cualquier otro estado en un número finito de pasos. En este caso la red puede alcanzar cualquier estado (L,M,H) en un número finito de pasos, tal como se muestra en la figura ??.

Generalmente, cuando se aplica el concepto de los modelos ocultos de Markov en los sistemas DNCS, los estados que no son observables pueden estimarse utilizando la misma información provista por la HMM. En [?] se hace uso del criterio de la máxima probabilidad. El criterio elige el modelo  $\lambda = (P, B, \pi)$  que maximice la probabilidad del proceso observable (retardos) dado que el HMM sigue este modelo. El procedimiento de estimación se reduce entonces a un problema de estimación con una función de costo simple.

El algoritmo de Maximización del valor esperado (EM, del inglés) es un método muy útil para la estimación de parámetros en modelos de Markov y Poisson. EM tiene un gran número de ventajas, especialmente su estabilidad: Es un algoritmo iterativo en el que cada iteración consiste en dos pasos (valor esperado y maximización). En cada iteración del algoritmo la probabilidad del modelo se incrementa, lo que asegura su convergencia local. Su complejidad numérica es también una ventaja del método, ya que un cálculo directo de la probabilidad requiere  $N^T$  términos. Para un entendimiento completo del método referirse a [?].

H	M	L	H	M	L	M	H	M	H	L	H	M	H	M	L	M	H	M	H
3	2	3	3	3	2	2	2	1	3	1	3	2	3	3	2	1	3	2	3

**Tabla 3-1:** Observaciones generadas de acuerdo a la carga de la red

Una vez obtenido  $\lambda = (\bar{P}, \bar{B}, \bar{\pi})$ ,  $\Lambda$  será el modelo actual e iterativamente se re-estimarán los parámetros para mejorar la probabilidad de que  $O$  sea observado a partir de este modelo. Las iteraciones finalizan cuando la diferencia entre los parámetros del nuevo modelo y el anterior sea menor que cierto umbral. El resultado final de este procedimiento de re-estimación es llamado la máxima probabilidad estimada del HMM.

### Estimación del estado de la red

A continuación se ilustra como (i) generar observaciones a partir del algoritmo ??, (ii) estimar los parámetros del modelo usando el método EM y (iii) construir una cadena de Markov continua a partir de las matrices de saltos y los tiempos de permanencia.

Dada la distribución de probabilidades de transición para los tres estados de la red  $N = 3$ ,

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0,4 & 0 & 0,6 \\ 0,6 & 0,4 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3-15)$$

y la distribución de probabilidad de las observaciones,  $M = 3$

$$B = \begin{bmatrix} 0,33 & 0,33 & 0,33 \\ 0,25 & 0,25 & 0,5 \\ 0,1 & 0,1 & 0,8 \end{bmatrix} \quad (3-16)$$

Se genera una secuencia de 1000 observaciones usando el algoritmo ?. En la tabla ?? se muestran las primeras 20 transiciones de estado, cada estado con su respectiva observación. Se tienen tres posibles observaciones por estado de la red 1, 2, 3, las cuales más adelante van a determinar los retardos correspondientes a cada carga de la red.

A través del método de EM se estiman los parámetros del modelo. Para la distribución de probabilidades de transición y la distribución de probabilidad de las observaciones, se tiene

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} 0 & 0,6036 & 0,3964 \\ 0,1952 & 0 & 0,8048 \\ 0,7615 & 0,2385 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-17)$$

H	L	H	M	H	L	M	L	M	H	L	H	L	M	H	L	M	H	L	H
3	2	3	3	3	2	2	2	1	3	1	3	2	3	3	2	1	3	2	3

**Tabla 3-2:** Observaciones y estados inferidas

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 0,4408 & 0,5148 & 0,044 \\ 0,1849 & 0,2329 & 0,5822 \\ 0,0027 & 0,0054 & 0,9919 \end{bmatrix} \quad (3-18)$$

Con este nuevo modelo se tiene en la tabla ?? la siguiente secuencia de observaciones y transiciones de estado.

De acuerdo con la primera definición de cadena continua de Markov, si se conocen los tiempos de permanencia y la matriz de saltos puede inferirse la matriz asociada con la tasa de transiciones. Los tiempos de permanencia son obtenidos a partir de los intervalos de transición. La matriz  $Q$  que caracterizará los tiempos de permanencia esta dada por:

$$Q = \begin{bmatrix} -100 & 60,36/100 & 39,64/100 \\ 19,52/100 & -100 & 80,48/100 \\ 76,15/100 & 23,85/100 & -100 \end{bmatrix} \quad (3-19)$$

Una vez determinado los parámetros del HMM, se pueden generar retardos (observaciones) asociadas a la carga de la red. En las figuras ?? y ?? se puede evidenciar el funcionamiento del HMM. En la figura ?? se discriminan los retardos obtenidos en cada una de las transiciones de estado. Estos retardos no son más que los tiempos de permanencia en el estado actual. Se puede además observar que estos tiempos de permanencia son menores cuando la red tiene una carga baja y mayores cuando la red esta con carga alta. Lo anterior debido a su relación con las tasas de transición, las cuales se esperan sean mayores en carga baja y menores en carga alta de la red. La figura ?? representa un escenario de congestión de la red. La red comienza su operación con una carga baja y el aumento en los retardos produce una congestión (cambio en la carga de la red) y a su vez un aumento de los retardos.

### 3.1.4. Pérdida de paquetes en el lazo de control

Un canal con pérdida de información puede ser modelado a partir de un proceso estocástico con parámetro  $q \in [0, 1]$ . Si éste es una secuencia de variables aleatoria independientes e idénticamente distribuidas (iid), se dice que se trata de un proceso de Bernoulli  $\theta_{kk \geq 1}$ , tal que,

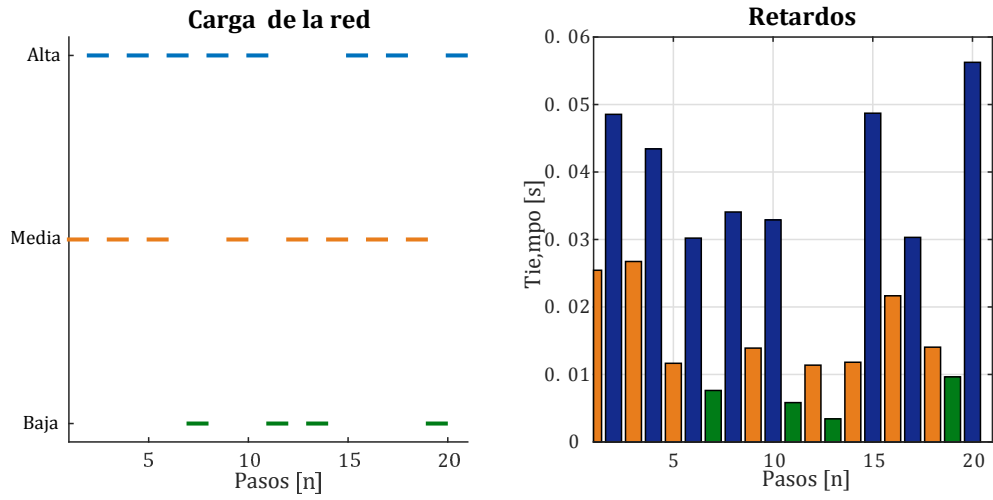


Figura 3-4: Retardos en la red modelados con un HMM

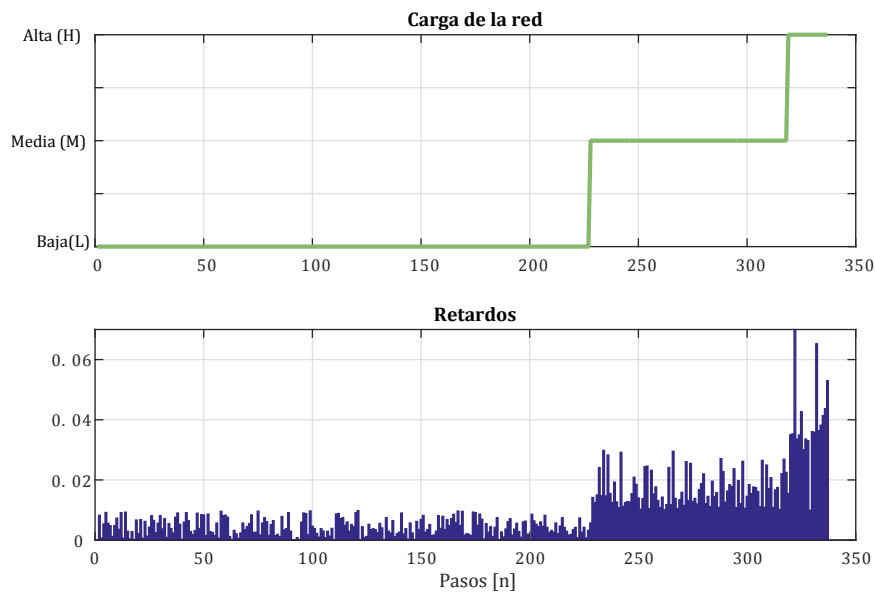
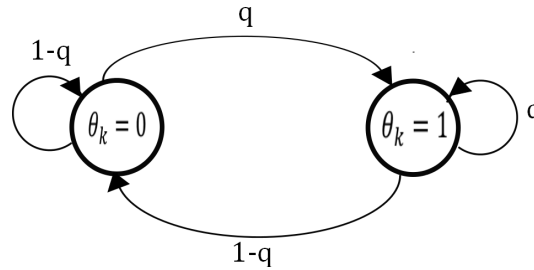


Figura 3-5: Congestión en la red



**Figura 3-6:** Proceso de bernoulli

$$Pr(\theta_k = 1) = 1 - Pr(\theta_k = 0) = q \quad (3-20)$$

En la figura ?? se caracteriza el proceso de Bernoulli. La ventaja de este modelo con respecto a la misma cadena de Markov es la naturalidad con que cada uno de los dos estados representa la pérdida o no de paquetes, es decir, si  $\theta_k = 1$ , la medición  $y_k$  ó la acción de control  $u_k$  enviadas en el tiempo  $k$  llegan a los nodos destinos mientras que si  $\theta_k = 0$  se produce la pérdida de  $y_k$  o  $u_k$ , dependiendo del enlace afectado (sensor-controlador ó controlador-actuador).

No obstante, no suele hacerse la distinción entre los paquetes que se pierden en el enlace entre el sensor y el controlador y en el enlace entre el controlador y el actuador. Esto se debe a que en los controladores estáticos, el efecto de la pérdida de paquetes en las actualizaciones de control implementadas en la planta es el mismo para ambos casos. Claramente, para la pérdida de paquetes entre el sensor y el controlador no se produce una actualización de control y no se envía una nueva entrada de control al actuador. En el caso de pérdida de paquetes entre el controlador y el actuador no se recibe un actualización de control por parte del actuador.

La principal ventaja de esta estrategia de modelado de la pérdida de paquetes reside en la posibilidad de establecer una relación entre la probabilidad de pérdida de paquetes permitida o la tasa de transmisión permitida y la estabilidad y/o el desempeño del sistema. Para el caso de una pérdida de paquetes determinística, un problema fundamental es encontrar la cantidad máxima de paquetes perdidos consecutivos.

En la figura ?? se observa la pérdida de paquetes en la red. En el lado izquierdo de la figura se muestran algunas ocurrencias del proceso de Bernoulli cuando se tienen diferentes probabilidades de pérdida  $1 - q$  de acuerdo a la carga de la red, esto es, para un escenario de carga baja de la red la probabilidad de pérdida es  $1 - q = 0,2$ , en carga media  $1 - q = 0,6$  y finalmente en carga alta  $1 - q = 0,8$ . En el lado derecho de la figura se muestra la pérdida consecutiva de paquetes.

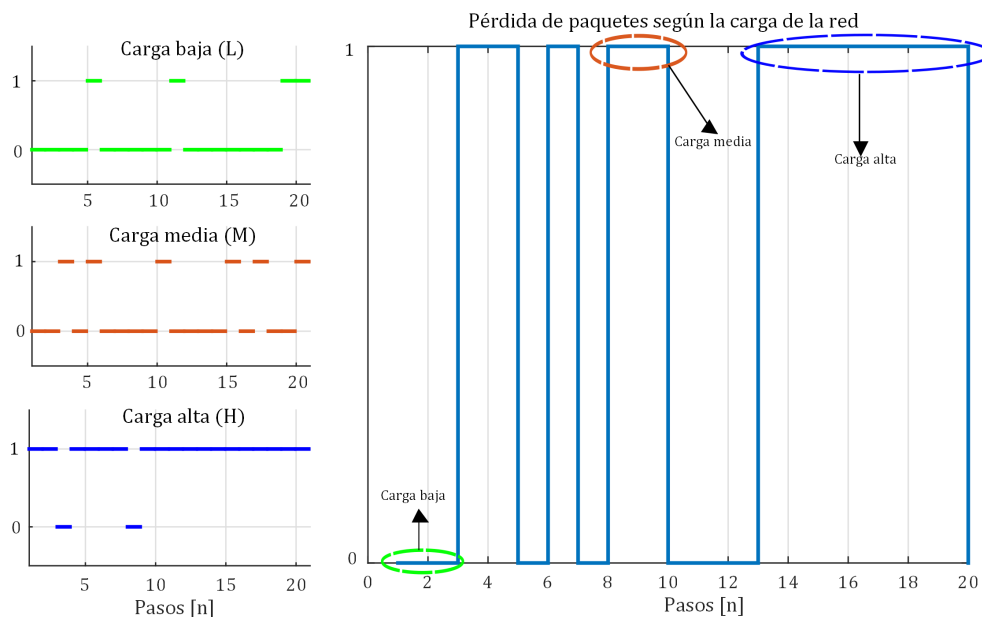


Figura 3-7: Pérdida de paquetes generado por el proceso de Bernoulli

## 4 Sistemas distribuidos cooperativos

Los sistemas distribuidos cooperativos están definidos como un conjunto de sistemas dinámicamente desacoplados con un objetivo común (agentes autónomos) o sistemas con dinámicas acopladas y un objetivo común (subsistemas dentro de un sistema a gran escala) integrados con elementos de sensado, actuación y de comunicaciones. Los sistemas acoplados solo por un objetivo común suelen utilizarse en tareas de formación, sincronización y coordinación. En los sistemas dinámicamente acoplados, las interconexiones físicas del sistema o los objetivos comunes de control son explotados con el fin de descomponer los sistemas en un conjunto de subsistemas más pequeños. La tarea de cada uno de los subsistemas es, a través de una negociación con los demás subsistemas, llegar a un consenso para satisfacer el objetivo común. A partir del uso efectivo de la información local disponible y de la información comunicada entre subsistemas se permitirá la cooperación.

Generalmente en los problemas de diseño de sistemas cooperativos de control, se asume que a cada paso de tiempo los controladores locales tienen toda la información necesaria para calcular, de manera distribuida, las acciones retroalimentadas de control al asumir como transparente la red de comunicación entre los subsistemas. En otro tipo de escenarios, la operación de los lazos distribuidos de control es coordinada por la red de comunicación. Los lazos de control hacen uso de la información disponible, ya sea la proveniente de las unidades locales de medición como la proveniente de los subsistemas vecinos.

En este capítulo, se profundiza sobre el concepto de sistemas DNCS retroalimentados para poder modelar los sistemas distribuidos cooperativos junto con la fenomenología de la red. En los sistemas DNCS retroalimentados, las acciones de control de un subsistema son comunicadas al controlador local del otro subsistema como una perturbación que puede medirse. Bajo el supuesto de que “el que no coopera, perturba”, a través del lazo prealimentado un subsistema será capaz de anticipar como otro subsistema (generalmente un subsistema vecino) va a afectar sus trayectorias y de esta manera ejecutar acciones cooperativas para alcanzar la solución deseada. Los modelos para la pérdida de paquetes y los retardos variables en el tiempo son incluidos de manera explícita en la arquitectura de los DNCS retroalimentados.

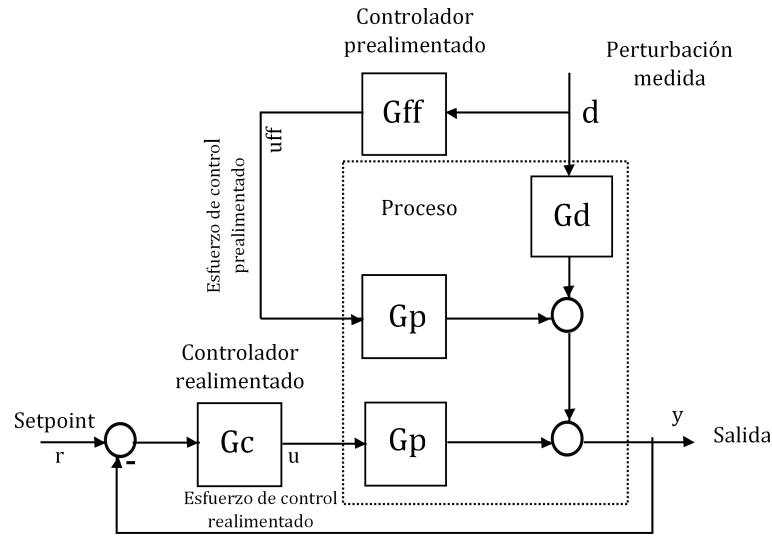


Figura 4-1: Estructura de control realimentado/ prealimentado

## 4.1. Lazo prealimentado de control

En esta sección se puntualiza el concepto de lazo prealimentado de control para evidenciar la relación de éste con los sistemas distribuidos cooperativos.

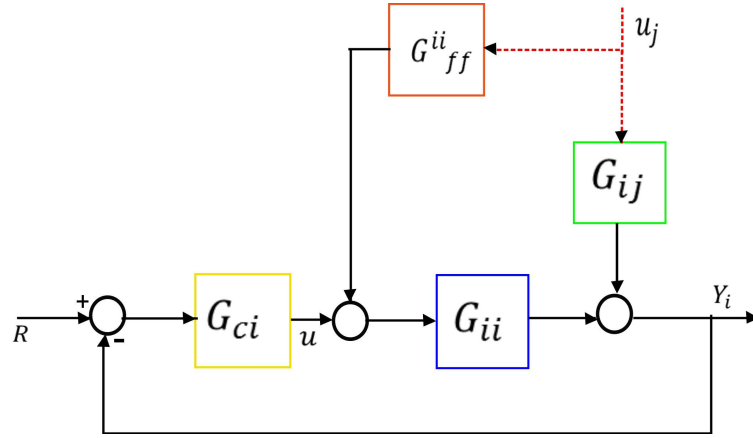
Con el fin de mejorar el desempeño de un sistema de control, la implementación combinada de control prealimentado y realimentado suele preferirse sobre un simple control realimentado siempre y cuando exista una perturbación que pueda medirse o estimarse. La teoría básica del lazo prealimentado considera como una condición ideal la eliminación completa del efecto de la perturbación en la salida del proceso [?].

En [?], las tareas de consenso o seguimiento de referencias se suelen combinar con los lazos prealimentados y realimentados con el fin de detectar cambios en el valor de referencia y para minimizar la acción de las perturbaciones no medidas.

En la figura ?? se muestra el diagrama de bloques tradicional de un sistema de control prealimentado/ realimentado, donde se puede evidenciar como la parte prealimentada del sistema de control no afecta la estabilidad del control realimentado y que cada controlador puede diseñarse de manera independiente.

### 4.1.1. Diseño de controladores prealimentados

La figura ?? se modifica de manera que se evidencie de forma más clara la comunicación entre los sistemas distribuidos cooperativos, ver figura ?. La información comunicada (línea



**Figura 4-2:** Comunicación entre subsistemas a partir del lazo prealimentado

roja punteada) ingresa al sistema como una perturbación medible que afectará al sistema de acuerdo al valor del bloque de interacción (verde) y será compensada (anticipada) por el controlador prealimentado (bloque naranja). Se observan en la figura también los bloques del controlador realimentado (amarillo) y la planta (azul).

De acuerdo con la figura ??, la función de transferencia entre la salida del proceso  $y_i$  y la perturbación medida  $u_j$  está dada por la siguiente ecuación:

$$y_i(s) = \frac{G_{ij}(s) + G_{ff}^{ii}(s)G_{ii}(s)}{1 + G_{ii}(s)G_{ci}(s)}u_j(s) \quad (4-1)$$

La ganancia prealimentada  $G_{ff}^{ii}(s)$  se debe elegir de manera que la información  $u_j$  favorezca al lazo  $i$  (subsistema  $i$ ), como se evidencia en la ecuación ??

$$G_{ij}(s) + G_{ff}^{ii}(s)G_{ii}(s) = 0 \quad (4-2)$$

Si  $G_{ii}(s)$  no tiene ceros en el semiplano derecho, entonces puede escogerse  $G_{ff}^{ii}(s)$  tal que,

$$G_{ff}^{ii}(s) = -[G_{ii}(s)]^{-1}G_{ij}(s) \quad (4-3)$$

El uso de lazos prealimentados está restringido a plantas lineales. Un cambio de punto de operación en una planta no lineal causará que la anterior cancelación no sea eficaz. Además al operar como un mecanismo de cancelación restringe su aplicabilidad a plantas que tengan ceros de fase no mínima al generarse polos inestables.

Para facilitar el diseño de un lazo prealimentado, a continuación se aborda el diseño de un lazo prealimentado de control a partir del diseño de un sistema de control multivariable desacoplado, en el cual un sistema MIMO es tratado como un conjunto de lazos SISO cada uno de ellos con un controlador local.

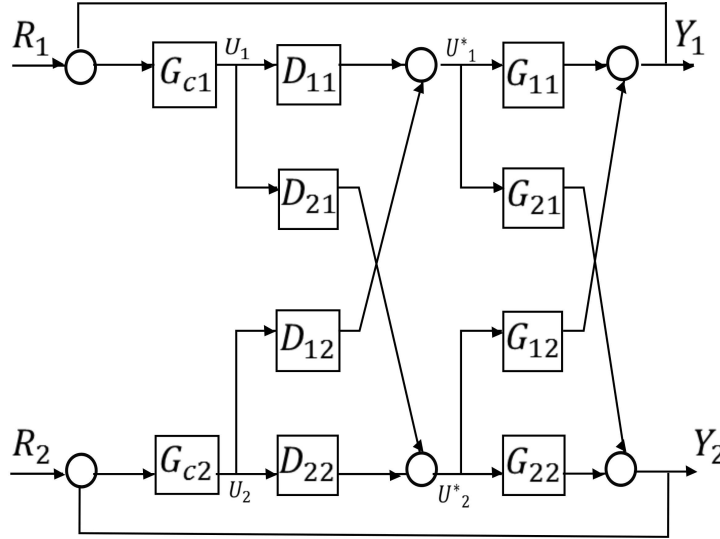


Figura 4-3: Estructura de control con lazos desacoplados

#### 4.1.2. Control multivariable desacoplado

En la figura ?? se muestra el diagrama de bloques de un sistema  $2 \times 2$  con lazos desacoplados. El sistema está descrito en la ecuación ??

$$\begin{aligned} Y(s) &= G(s)U^*(s) \\ &= G(s)D(s)U(s) \end{aligned} \quad (4-4)$$

donde,

$$U(s) = G_c(R(s) - Y(s)) \quad (4-5)$$

Reemplazando la ecuación ?? en ??, se obtiene

$$Y(s) = G(s)D(s)U(s) = G(s)D(s)G_c(R(s) - Y(s)) \quad (4-6)$$

Para obtener un sistema con lazos individuales y locales, esto es,  $G_c$  sea un sistema diagonal, se debe construir un sistema con esta misma estructura, lo cual se garantiza solo si,

$$X(s) = G(s)D(s) = \text{diag}[x_1(s), x_2(s)] \quad (4-7)$$

Para calcular  $D(s)$  será necesario calcular el inverso de  $G(s)$ , de forma que

$$D(s) = G(s)^{-1}X(s) \quad (4-8)$$

De acuerdo a la figura ?? se tiene:

$$D(s) = \frac{\begin{bmatrix} G_{22}(s)X_1(s) & -G_{12}(s)X_2(s) \\ -G_{21}(s)X_1(s) & G_{11}(s)X_2(s) \end{bmatrix}}{\det(G(s))} X(s) \quad (4-9)$$

La representación más sencilla se obtendrá asumiendo que los términos de la diagonal principales son iguales a uno, con lo que se obtiene el sistema descrito en la ecuación ??.

$$D(s) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{-G_{12}(s)}{G_{11}(s)} \\ \frac{-G_{21}(s)}{G_{22}(s)} & 1 \end{bmatrix} \quad (4-10)$$

Finalmente los controladores verán a  $G(s)D(s)$  como la planta,

$$G(s)D(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) - \frac{G_{12}(s)G_{21}(s)}{G_{22}(s)} & 0 \\ 0 & G_{22}(s) - \frac{G_{21}(s)G_{12}(s)}{G_{11}(s)} \end{bmatrix} \quad (4-11)$$

Los términos  $\frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)} = \frac{G_{ji}(s)}{G_{jj}(s)}$  y  $\frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)} = \frac{G_{ij}(s)}{G_{ii}(s)}$  van a representar los controladores del lazo prealimentado de los subsistemas  $i$  y  $j$ , respectivamente. De esta forma se consigue representar los sistemas distribuidos cooperativos a partir de lazos prealimentados, en los cuales las perturbaciones medibles representan la información -acciones de control proveniente de los subsistemas vecinos, tal como se evidencia en la figura ??.

## 4.2. Representación de sistemas distribuidos cooperativos basada en DNCS prealimentados

Cuando se modelan los sistemas distribuidos cooperativos basados en los lazos prealimentados se debe incluir un elemento clave dentro del marco teórico de estos sistemas: La red. Dependiendo cual sea la fenomenología de la red que se quiera modelar se pueden incluir dentro de los lazos prealimentados y realimentados diferentes elementos conformando lo que se conoce como DNCS prealimentados.

En esta sección se introducen tres tipos de DNCS prealimentados. Para cada una de las tres configuraciones se desarrolla una expresión en lazo cerrado del subsistema  $i$  cuando el subsistema  $j$  comunica información relevante.

Las siguientes suposiciones se tendrán en cuenta en la descripción de las configuraciones de los DNCS prealimentados:

1. Los retardos  $\tau_{sc}$  y  $\tau_{ca}$  se refieren a retardos por acceso a la red y  $\tau_{fa}$  a retardos por recepción. Además estos son menores que el período de muestreo. Los retardos estarán determinados por cadenas de Markov independientes ocultas (capítulo 3 , sección 3.1.2). Los estados observables dependerán de la distribuciones exponenciales de tres cadenas continuas de Markov, mientras que los estados ocultos representarán las cargas en la red  $(L, H, M)$ .
2. La pérdida de paquetes estará regida por tres procesos de Bernoulli, con probabilidades de pérdida iguales a  $\theta$ ,  $\beta$  y  $\alpha$  para las mediciones, las acciones de control de los lazos realimentados y prealimentados, respectivamente.
3. Cuando un paquete se pierde, la estrategia de compensación puede clasificarse en tres tipos: La primera fija en cero la medición o la acción de control que se ha perdido, la segunda por el contrario tiene disponible el último dato enviado (iteración anterior) y hace uso de este cuando el dato actual no llega a su destinatario. Finalmente, en el tercer tipo se utiliza el estimado de la medición o la acción de control, según corresponda, para reemplazar el dato faltante. En esta tesis se utiliza el segundo tipo de compensación, además de limitar el número consecutivo de paquetes perdidos.

### 4.2.1. Configuraciones de DNCS prealimentados

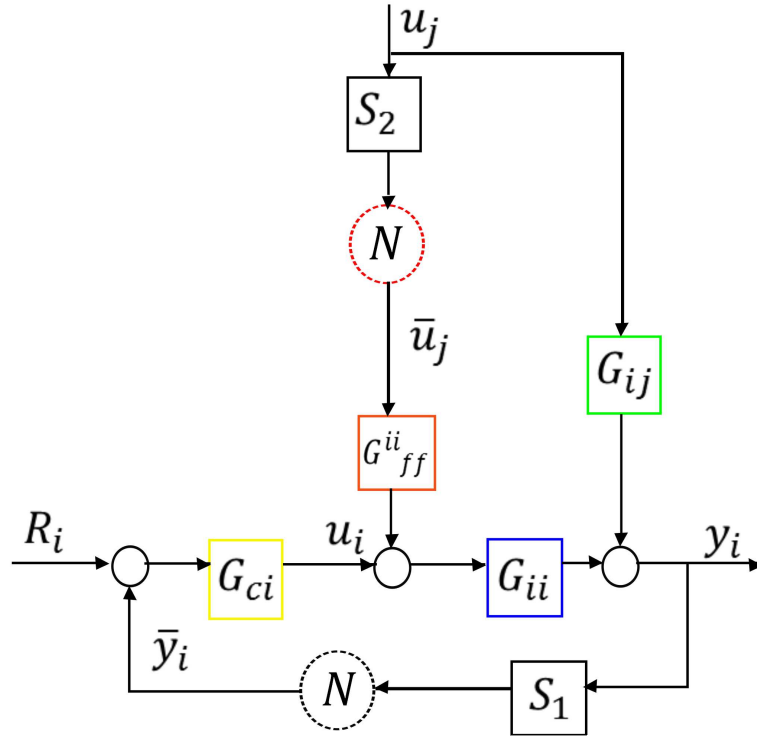
En un sistema DNCS prealimentado se tienen al menos tres elementos de campo incluyendo el sensor que mide la variable controlada, el sensor que mide la perturbación y el actuador. Ambos controladores de realimentación y de prealimentación pueden ubicarse junto a cualquiera de los tres dispositivos de campo. A continuación se presentan tres configuraciones comúnmente usadas en procesos industriales [?].

#### Configuración de tipo I

En la figura ?? se muestra una configuración para un subsistema  $i$ , cuyos lazos de control se encuentran cerrados por la red con retardos y pérdida de paquetes. La información comunicada desde los subsistemas vecinos ingresa al subsistema  $i$  por medio del lazo prealimentado, de manera que esta información llegará con retardos o se perderá en la red, de acuerdo a su estado de congestión.

Los controladores de realimentación  $G_{ci}$  y de prealimentación  $G_{ff}^{ii}$  se ubican en el nodo del actuador. El sensor  $S_2$ , el cual mide la información enviada desde el subsistema  $j$  y el sensor  $S_1$ , el cual mide la variable controlada son ubicados en otros nodos conectados a la misma red.

De acuerdo con la descripción anterior, la red se encuentra ubicada: (i) Entre  $S_1$  y el controlador de realimentación  $G_{ci}$  y (ii) entre  $S_2$  y el controlador  $G_{ff}^{ii}$ . En la figura ?? se muestran



**Figura 4-4:** Ubicación de la red entre  $S_1$  y  $G_{ci}$  y  $S_2$  y  $G_{ff}^{ii}$

los bloques relativos a los retardos, la pérdida de paquetes y su estrategia de compensación.

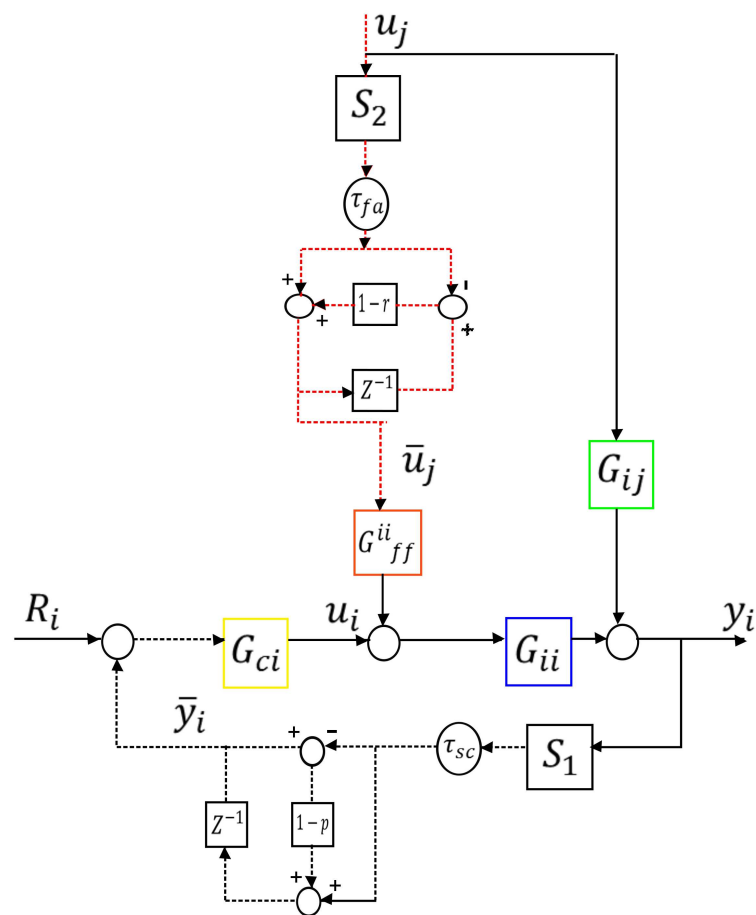
Se asume que se tienen retardos aleatorios ( $\tau_{sc}$ ) menores a un período de muestreo  $\tau_{sc} < h$  y que adicionalmente, los paquetes de datos son transmitidos sobre la red con una tasa de pérdida  $\theta$ , de acuerdo a un proceso de Bernoulli, esto es, el paquete es enviado exitosamente ( $p = 1$ ) al nodo destinatario con una probabilidad igual a  $1 - \theta$ , de lo contrario se tiene una probabilidad de pérdida de paquetes  $\theta$  ( $p = 0$ ). De esta forma, la red entre  $S_1$  y  $G_{ci}$  es modelada como sigue:

$$\bar{y}_i(k) = py_i(k - \tau_{sc}) + (1 - p)\bar{y}_i(k - 1) \quad (4-12)$$

Donde  $\bar{y}_i(k)$  es el dato del sensor recibido en el tiempo de muestreo  $k$  por el controlador realimentado y  $y_i(k)$  es el valor muestreado de la variable medida.

Debido a que la red también se ubica entre  $S_2$  y el controlador  $G_{ff}^{ii}$ , se tiene la siguiente expresión para la acción de control que llega al actuador en el paso  $k$

$$\bar{u}_j(k) = ru_j(k - \tau_{fa}) + (1 - r)\bar{u}_j(k - 1) \quad (4-13)$$



**Figura 4-5:** Configuración de tipo 1 con retardos y pérdida de paquetes

Donde  $\tau_{fa}$  será un retardo aleatorio. Las acciones del controlador prealimentado llegarán retardadas al actuador de acuerdo con el valor de  $\tau_{fa}$ . Además, la pérdida de paquetes está condicionada por el valor de  $r$ , el cual será igual a 1 si no hay pérdida de paquetes y 0 si la acción de control actual no llega al actuador. Las respectivas probabilidades, de acuerdo a Bernoulli, serán  $1 - \alpha$  y  $\alpha$ .

Considerando que  $G_{ii}$  representa un proceso lineal, continuo e invariante en el tiempo, su representación en variables de estados esta dada por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= A_i x_i(t) + B_i u_i(t) \\ y_i(t) &= C_i x_i(t) \end{aligned} \quad (4-14)$$

Donde  $x_i(t)$  es la variable de estado,  $u_i(t)$  es la variable de entrada y  $y_i(t)$  es la variable de salida del proceso controlado. El subíndice  $i$  hace referencia al subsistema  $i$ .  $A_i$ ,  $B_i$  y  $C_i$  son matrices constantes con dimensiones apropiadas. Integrando la ecuación en un período de muestreo  $h$ , la representación del proceso controlado  $G_{ii}$  en espacios de estado y en tiempo discreto puede obtenerse como sigue:

$$\begin{aligned} x_i(k+1) &= \Phi_i x_i(k) + \Gamma_1 u_i(k) + \Gamma_2 u_j^f(k) \\ y_i(k) &= C_i x_i(k) \end{aligned} \quad (4-15)$$

donde,

$$\phi_i = e^{A_i h} \quad (4-16)$$

$$\Gamma_1 = \int_0^h e^{A_i s} ds B_{ii} \quad (4-17)$$

$$\Gamma_2 = \int_0^h e^{A_i s} ds B_{ij} \quad (4-18)$$

Un controlador lineal  $G_{ci}$  para el subsistema  $i$  puede ser escrito como:

$$x_i^c(k+1) = \Phi_i^c(\tau_k^{sc}) x_i^c(k) + \Gamma_i^c(\tau_k^{sc}) \bar{y}_i(k) \quad (4-19)$$

$$u_i(k) = C_i^c(\tau_k^{sc}) x_i^c(k) + D_i^c(\tau_k^{sc}) \bar{y}_i(k) \quad (4-20)$$

La aparición de  $\tau_k^{sc}$  en  $\Phi_i^c$ ,  $\Gamma_i^c$ ,  $C_i^c$  o  $D_i^c$ , indica que el controlador conoce el retardo  $\tau_k^{sc}$  completamente o parcialmente.

De igual  $G_{ff}^{ii}$  puede expresarse como un controlador lineal, tal como se describe en la ecuación ??

$$x_i^f(k+1) = \Phi_i^f(\tau_k^{fa})x_i^f(k) + \Gamma_i^f(\tau_k^{fa})\bar{u}_j(k) \quad (4-21)$$

$$u_i^f(k) = C_i^f(\tau_k^{fa})x_i^f(k) + D_i^f(\tau_k^{fa})\bar{u}_j(k) \quad (4-22)$$

Combinando las ecuaciones [??, ??-??], el siguiente modelo representa el sistema en lazo cerrado:

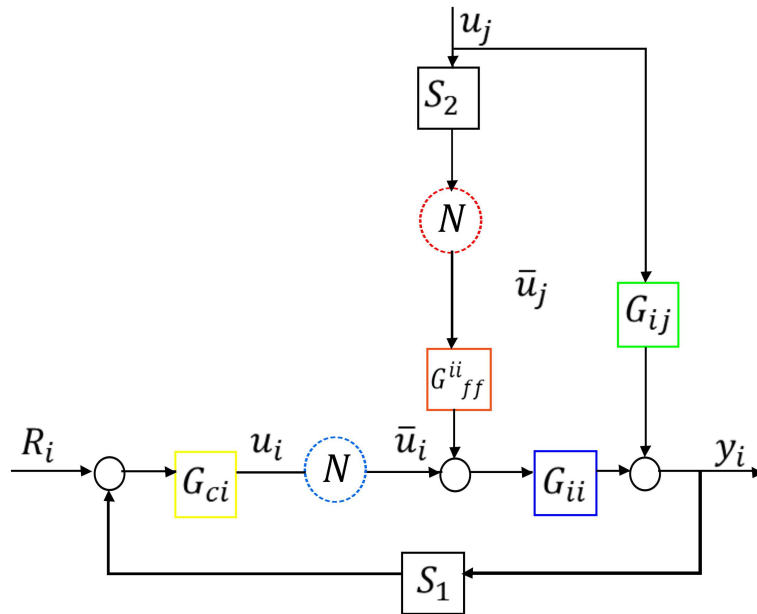
$$X_i(k+1) = \Lambda_1 X_i(k) + \Omega_1 U(k), \quad (4-23)$$

donde la variable aumentada  $X_i(k)$  es definida como  $X_i(k) = [(x_i^c(k))^T, (x_i^f(k))^T, x_i^T(k), \bar{y}_i^T(k-1), (\bar{u}_j(k-1))^T]^T$  y  $U(k) = [R_i^T(k), u_j^T(k)]^T$  y

$$\Lambda_1 = \begin{bmatrix} \Phi_i^c(\tau_k^{sc}) & 0 & p\Gamma_i^c(\tau_k^{sc})C & (1-p)\Gamma_i^c(\tau_k^{sc}) & 0 \\ 0 & \Phi_i^f(\tau_k^{fa}) & 0 & 0 & (1-r)\Gamma_i^f(\tau_k^{fa}) \\ \Gamma_1 C_i^c(\tau_k^{sc}) & \Gamma_2 C_i^f(\tau_k^{fa}) & \Phi_i + p\Gamma_1 D_i^c(\tau_k^{sc})C_i & (1-p)\Gamma_1 D_i^c(\tau_k^{sc}) & (1-r)\Gamma_2 D_i^f(\tau_k^{fa}) \\ 0 & 0 & pC & (1-p)I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1-r)I \end{bmatrix} \quad (4-24)$$

$$\Omega_1 = \begin{bmatrix} -\Gamma_i^c(\tau_k^{sc}) & 0 \\ 0 & \Gamma_i^f(\tau_k^{fa}) \\ -\Gamma_1 D_i^c(\tau_k^{sc}) & r\Gamma_2 D_i^f(\tau_k^{fa}) \\ 0 & 0 \\ 0 & r \end{bmatrix} \quad (4-25)$$

**Discusión:** En el caso que  $\tau_{sc}(k) = 0$  y  $p = 1$ , se tiene que  $\bar{y}_i(k) = y_i(k)$ , esto es, el paquete que contiene los datos actuales del sensor será enviado al controlador de realimentación inmediatamente sin ningún retardo o pérdida. Sin embargo, si  $p = 0$ , se tiene que  $\bar{y}_i(k) = y_i(k-1)$  indicando la pérdida del paquete. Por otro lado, si  $\tau_{sc}(k) \neq 0$  y  $p = 1$  entonces  $\bar{y}_i(k) = y_i(k - \tau_{sc})$  indicando que el paquete se retarda sin ninguna pérdida. En cuanto a la



**Figura 4-6:** Ubicación de la red entre  $G_{ci}$  y el actuador y  $S_2$  y  $G_{ff}^{ii}$

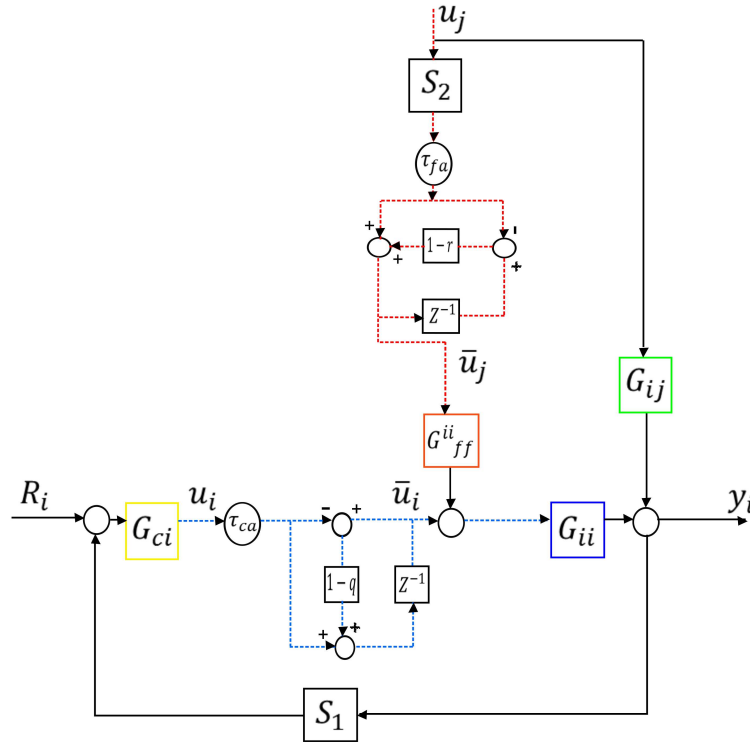
red entre  $S_2$  y  $G_{ff}^{ii}$ , si  $\tau_{fa}(k) = 0$  y  $r = 1$ , la información actual, enviada desde el subsistema  $j$ , será recibida por el controlador  $\bar{u}_j(k) = u_j(k)$ , pero cuando  $r = 0$  el controlador recibirá las mediciones generadas en paso de tiempo anterior,  $\bar{u}_j(k) = u_j(k - 1)$ . Finalmente, si se tiene un retardo en esta red,  $\tau_{fa}(k) \neq 0$  y  $r = 1$  el paquete con la información del subsistema  $j$  estará retardada pero no se perderá.

### Configuración de tipo II

En el tipo II mostrado en la figura ??, el controlador de realimentación  $G_{ci}$  es ubicado en el nodo del sensor  $S_1$  mientras que el controlador de prealimentación  $G_{ff}^{ii}$  es instalado a parte del sensor  $S_2$ , en el nodo de actuación. El actuador es ubicado en otro nodo de la misma red. La red  $N$  es ubicada entre el controlador  $G_{ci}$  y el actuador, así como entre  $G_{ff}^{ii}$  y  $S_2$ .

Los retardos inducidos por la red  $\tau_{ca}$  se asumen que son menores al período de muestreo  $h$ . Las acciones de control provenientes de  $G_{ci}$  son transmitidas sobre la red con una tasa de éxito  $q$ . Modelando la pérdida de paquetes como un proceso de Bernoulli, se tiene que la probabilidad de éxito esta dada por  $1 - \beta$ , lo que indica que el actuador recibe la acción de control, mientras que la probabilidad de pérdida de paquetes esta dada por  $\beta$  indicando que durante la transmisión sobre la red, la acción de control se pierde. En la figura ?? se muestran los diferentes bloques de la red.

De esta forma la red entre  $G_{ci}$  y el actuador puede modelarse como:



**Figura 4-7:** Configuración tipo 2 con retardos y pérdida de paquetes

$$\bar{u}_i(k) = qu_i(k - \tau_{ca}) + (1 - q)\bar{u}_i(k - 1) \quad (4-26)$$

donde  $\bar{u}_i(k)$  es la acción de control recibida por el actuador del subsistema  $i$  y  $u_i(k)$  es la salida del controlador de realimentación del mismo subsistema  $i$ .

Debido a que la red también se ubica entre  $S_2$  y el controlador  $G_{ff}^{ii}$ , se tiene la siguiente expresión para la medición que llega al controlador en el tiempo  $k$

$$\bar{u}_j(k) = ru_j(k - \tau_{fa}) + (1 - r)\bar{u}_j(k - 1) \quad (4-27)$$

El proceso controlado está descrito en la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} x_i(k+1) &= \Phi_i x_i(k) + q[\Gamma_0(\tau_k^{ca})u_i(k) + \Gamma_1(\tau_k^{ca})\bar{u}_i(k-1)] + (1-q)\bar{u}_i(k-1) + \Gamma_2 u_i^f(k) \\ y_i(k) &= C_i x_i(k) \end{aligned} \quad (4-28)$$

Donde,

$$\Gamma_0 = \int_0^{h-\tau_k^{ca}} e^{A_{ii}s} ds B_{ii} \quad (4-29)$$

$$\Gamma_1(\tau_k^{ca}) = \int_{h-\tau_k^{ca}}^h e^{A_{ii}s} ds B_{ii} \quad (4-30)$$

$$\Gamma_2 = \int_0^h e^{A_{ij}s} ds B_{ij} \quad (4-31)$$

Los controladores realimentado y prealimentado son descritos en las ecuaciones [??-??].

Combinando las ecuaciones [??,??-??] , el modelo del sistema en lazo cerrado para la configuración de tipo II puede ser obtenido como:

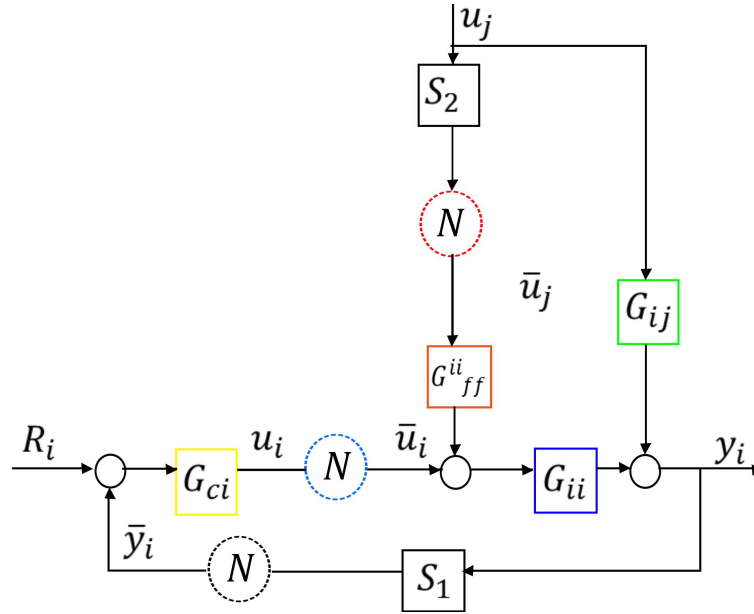
$$X_i(k+1) = \Lambda_2 X_i(k) + \Omega_2 U(k), \quad (4-32)$$

donde la variable aumentada  $X(k)$  es definida como  $X_i(k) = [(x_i^c(k))^T, (x_i^f(k))^T, x_i^T(k), \bar{u}_i^T(k-1), (\bar{u}_j(k-1))^T]^T$ ,  $U(k) = [R_i^T(k), u_j^T(k)]^T$  y

$$\Lambda_2 = \begin{bmatrix} \Phi_i^c(\tau_k^{ca}) & 0 & \Gamma_i^c(\tau_k^{ca})C & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_i^f(\tau_k^{fa}) & 0 & 0 & (1-r)\Gamma_i^f(\tau_k^{fa}) \\ \Gamma_0 C^c(\tau_k^{ca}) & \Gamma_2 C_i^f(\tau_k^{fa}) & \Phi_i + q(\Gamma_0(\tau_k^{ca})D_i^c(\tau_k^{ca})C) & q\Gamma_1(\tau_k^{ca}) + (1-\beta) & (1-r)\Gamma_2 D_i^f(\tau_k^{fa}) \\ qC_i^c(\tau_k^{ca}) & 0 & qD_i^c(\tau_k^{ca})C & (1-q)I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1-r)I \end{bmatrix} \quad (4-33)$$

$$\Omega_2 = \begin{bmatrix} -\Gamma_i^c(\tau_k^{ca}) & 0 \\ 0 & \Gamma_i^f(\tau_k^{fa}) \\ -\Gamma_0(\tau_k^{ca})D_i^c(\tau_k^{ca}) & r\Gamma_2 D_i^f(\tau_k^{fa}) \\ -qD_i^c(\tau_k^{ca}) & 0 \\ 0 & r \end{bmatrix} \quad (4-34)$$

**Discusión:** En el caso que  $\tau_{ca}(k) = 0$  y  $q = 1$ , se tiene que  $\bar{u}_i(k) = u_i(k)$ , esto es, el paquete con la acción de control actual será enviada al actuador inmediatamente sin ningún retardo o pérdida. Sin embargo, si  $q = 0$ , se tiene que  $\bar{u}_i(k) = u_i(k-1)$  indicando la pérdida del paquete. Por otro lado si  $\tau_{ca}(k) \neq 0$  y  $q = 1$ , el paquete se retarda sin ninguna pérdida,  $\bar{u}_i(k) = u_i(k - \tau_{ca})$ .



**Figura 4-8:** Ubicación de la red entre  $S_1$ -  $G_{ci}$ , entre  $G_{ci}$  y el actuador y  $S_2$ - $G_{ff}^{ii}$

### Configuración de tipo III

En la figura ?? se observa la última de las configuraciones. El controlador  $G_{ff}^{ii}$  es ubicado en el nodo del actuador. El controlador  $G_{ci}$ , el sensor  $S_1$  y el actuador se instalan en otros tres nodos diferentes, respectivamente. Esta configuración es la que más se acomoda al concepto de control distribuido. De esta forma la red se ubica entre  $S_1$  y el  $G_{ci}$ , entre  $G_{ci}$  y el actuador y así como entre  $G_{ff}^{ii}$  y  $S_2$ .

En el modelo de la configuración de tipo III se combinan los modelos de la configuración I y II, debido a que se incluyen los retardos ( $\tau_{sc}$  y  $\tau_{ca}$ ) y la pérdida de paquetes tanto de las mediciones ( $p$  y  $r$ ) como de las acciones de control del controlador realimentado ( $q$ ). En la figura ??, se observan los diferentes bloques de la red.

La red puede modelarse de la siguiente manera:

$$\bar{y}_i(k) = py_i(k - \tau_{sc}) + (1 - p)\bar{y}_i(k - 1) \quad (4-35)$$

$$\bar{u}_i(k) = qu_i(k - \tau_{ca}) + (1 - q)\bar{u}_i(k - 1) \quad (4-36)$$

$$\bar{u}_j(k) = ru_j(k - \tau_{fa}) + (1 - r)\bar{u}_j(k - 1) \quad (4-37)$$



El proceso controlado está descrito en la ecuación ??:

$$\begin{aligned} x_i(k+1) &= \Phi_i x_i(k) + q[\Gamma_0(\tau_k^{sc}, \tau_k^{ca})u_i(k) + \Gamma_1(\tau_k^{sc}, \tau_k^{ca})\bar{u}_i(k-1)] + (1-q)\bar{u}_i(k-1) + \Gamma_3 u_i^f(k) \\ y_i(k) &= C_i x_i(k) \end{aligned} \quad (4-38)$$

Donde,

$$\Gamma_0(\tau_k^{sc}, \tau_k^{ca}) = \int_0^{h-\tau_k^{sc}-\tau_k^{ca}} e^{A_{ii}s} ds B_{ii} \quad (4-39)$$

$$\Gamma_1(\tau_k^{sc}, \tau_k^{ca}) = \int_{h-\tau_k^{sc}-\tau_k^{ca}}^h e^{A_{ii}s} ds B_{ii} \quad (4-40)$$

$$\Gamma_2 = \int_0^h e^{A_{ij}s} ds B_{ij} \quad (4-41)$$

Los controladores realimentado y prealimentado son descritos en las ecuaciones [??-??].

Combinando las ecuaciones [??,??-??], el sistema en lazo cerrado para la configuración de tipo III está dada en la ecuación ??:

$$X_i(k+1) = \Lambda_3 X_i(k) + \Omega_3 U(k), \quad (4-42)$$

donde la variable aumentada  $X(k)$  es definida como  $X_i(k) = [(x_i^c(k))^T, (x_i^f(k))^T, x_i^T(k)x, \bar{y}_i^T(k-1)\bar{u}_i^T(k-1), (\bar{u}_j(k-1))^T]^T$ ,  $U(k) = [R_i^T(k), u_j^T(k)]^T$  y

$$\Lambda_3 = \begin{bmatrix} \Phi_i^c(\tau_k^{sc}, \tau_k^{ca}) & 0 & p\Gamma_i^c(\tau_k^{sc}, \tau_k^{ca})C_i \\ 0 & \Phi_i^f & 0 \\ q\Gamma_0(\tau_k^{sc}, \tau_k^{ca})C_i^c(\tau_k^{sc}, \tau_k^{ca}) & \Gamma_2 C_i^f & \Phi_i + qp(\Gamma_0(\tau_k^{sc}, \tau_k^{ca})D_i^c(\tau_k^{sc}, \tau_k^{ca})C_i) \\ 0 & 0 & pC_i \\ qC_i^c(\tau_k^{sc}, \tau_k^{ca}) & 0 & qpD_i^c(\tau_k^{sc}, \tau_k^{ca})C_i \\ 0 & 0 & 0 \\ \Gamma_i^c(\tau_k^{sc}, \tau_k^{ca})(1-p) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma_i^f \\ q(1-p)\Gamma_0(\tau_k^{sc}, \tau_k^{ca})D_i^c(\tau_k^{sc}, \tau_k^{ca}) & q\Gamma_1(\tau_k^{sc}, \tau_k^{ca}) + (1-q) & (1-r)\Gamma_2 D_i^f \\ (1-p)I & 0 & 0 \\ q(1-p)D_i^c & (1-q)I & 0 \\ 0 & 0 & (1-r)I \end{bmatrix} \quad (4-43)$$

$$\Omega_3 = \begin{bmatrix} -\Gamma_i^c(\tau_k^{sc}, \tau_k^{ca}) & 0 \\ 0 & \Gamma_i^f \\ -q\Gamma_0(\tau_k^{sc}, \tau_k^{ca})D_i^c(\tau_k^{sc}, \tau_k^{ca}) & r\Gamma_2 D_i^f \\ 0 & 0 \\ -qD_i^c(\tau_k^{sc}, \tau_k^{ca}) & 0 \\ 0 & r \end{bmatrix} \quad (4-44)$$

**Discusión:** En este caso se tienen simultáneamente, en el lazo realimentado de control, retardos en las mediciones y en las acciones de control. Cuando  $\tau_{sc}(k) = 0$  y  $p = 1$  se espera que el controlador de realimentación utilice la medición actual para calcular la acción de control, de lo contrario ( $p = 0$ ) el controlador  $G_{ci}$  utilizará la medición anterior. La acción de control entregada al proceso controlado puede de igual manera ser la acción de control actual, en el paso de tiempo  $k$  o la computada en el paso anterior  $k - 1$ , dependiendo del valor de  $q$ . Si  $q = 1$  y  $p = 1$  el proceso implementará la acción de control actual calculada con la medición obtenida en  $k$ . Si  $p = 0$  la acción de control entregada al proceso contendrá la medición en  $k - 1$ . Si  $q = 0$  el proceso controlado utilizará la acción de control procesada en  $k - 1$ . En cuanto a la red entre  $S_2$  y  $G_{ff}^{ii}$ , si  $\tau_{fa}(k) = 0$  y  $r = 1$ , la información actual, enviada desde el subsistema  $j$ , será enviada al controlador  $\bar{u}_j(k) = u_j(k)$ , pero cuando  $r = 0$  el controlador recibirá la información recibida en el paso de tiempo anterior  $\bar{u}_j(k) = u_j(k - 1)$ . Finalmente, si se tiene un retardo en esta red,  $\tau_{fa}(k) \neq 0$  y  $r = 1$  el paquete con la información del subsistema  $j$  estará retardada pero no se perderá.

### 4.3. Funciones de sensibilidad de realimentación

Es de gran interés analizar el efecto que tienen las restricciones de la red sobre el subsistema  $i$ , asumiendo que este subsistema necesita dentro de sus dinámicas la información proveniente del subsistema  $j$ . El análisis de sensibilidad puede ser una herramienta adecuada para determinar como diferentes valores de una variable independiente, como los retardos y la pérdida de paquetes, impactan una variable dependiente como lo es la salida del proceso  $y_i$ .

Las funciones de sensibilidad condensan la información esencial sobre el desempeño del sistema, incluyendo seguimiento de referencias, el efecto de las perturbaciones en cualquier punto y la dinámica de la acción de control, todo esto desde un punto de vista estático (bajas frecuencias) como desde el punto de vista dinámico (altas frecuencias).

A continuación, se realiza (i) el análisis en frecuencia para determinar la función de transferencia del sistema, incluyendo los retardos y la pérdida de paquetes de cada uno de los tres tipos de configuración y (ii) se muestran las funciones de sensibilidad del lazo prealimentado.

### 4.3.1. Configuración de tipo I

Recordando que en esta configuración la red se ubica entre el sensor  $S_1$  y el controlador  $G_{ci}$  y el controlador  $G_{ff}^{ii}$  y el  $S_2$ , se tiene la siguiente ecuación para la salida del proceso  $i$ .

$$Y_i(z) = G_{ij}(z)u_j(z) + G_{ii}(z)U_i(z) \quad (4-45)$$

$$U_i(z) = \frac{rz + (1-r)}{z} G_{ff}^{ii}(z)z^{-d_2}u_j(z) + G_{ci}(z)(R(z) - \bar{Y}_i(z)) \quad (4-46)$$

donde,  $\bar{Y}_i(z) = \frac{pz+(1-p)}{z}z^{-d_3}Y_i(z)$ ,  $d_2$  y  $d_3$  representan los retardos en el lazo prealimentado y en las mediciones, respectivamente.

Reemplazando la ecuación ?? en ??, se tiene que,

$$Y_i(z) + \frac{pz + (1-p)}{z} G_{ii}(z)G_{ci}(z)z^{-d_3}Y_i(z) = \left[ G_{ij}(z) + \frac{rz + (1-r)}{z} G_{ii}(z)G_{ff}^{ii}(z)z^{-d_2} \right] u_j(z) \quad (4-47)$$

Finalmente, la función de transferencia entre la salida del proceso controlado  $i$  y la información proveniente del subsistema  $j$  es:

$$\frac{Y_i(z)}{u_j(z)} = \frac{G_{ij} + \frac{rz+(1-r)}{z}G_{ff}^{ii}G_{ii}z^{-d_2}}{1 + \frac{pz+(1-p)}{z}G_{ii}G_{ci}z^{-d_3}} \quad (4-48)$$

El efecto de la información comunicada sobre la salida del proceso se puede expresar como la sensibilidad de prealimentación, la cual viene dada por:

$$S_{ff}(z) = I + \frac{rz + (1-r)}{z} G_{ff}^{ii}G_{ii}G_{ij}z^{-d_2} \quad (4-49)$$

Con la anterior expresión se puede expresar la función de transferencia entre la variable controlada y la información proveniente del subsistema  $j$  en términos de las funciones de sensibilidad, como se muestra en la ecuación ??.

$$\frac{Y_i(z)}{u_j(z)} = S(z)S_{ff}(z)G_{ij} \quad (4-50)$$

$$\text{con } S(z) = \frac{1}{I + \frac{pz+(1-p)}{z}G_{ii}G_{ci}z^{-d_3}}.$$

Las funciones de sensibilidad dependerán del valor de los retardos y la tasa de pérdida de paquetes. El control realimentado debe ser efectivo y debe mejorar el desempeño del sistema, siempre y cuando la ganancia de la función de sensibilidad  $\|S\| < 1$ . Similarmente el control prealimentado mejora el desempeño si  $\|S_{ff}\| < 1$ .

### 4.3.2. Configuración de tipo II

Recordando que en esta configuración la red se ubica entre el controlador  $G_{ci}$  y el actuador, así como entre el controlador  $G_{ff}^{ii}$  y el sensor  $S_2$ , se tiene en ecuación ?? la expresión para la salida del proceso  $i$

$$Y_i(z) = G_{ij}(z)u_j(z) + G_{ii}(z)U_i(z) \quad (4-51)$$

$$U_i(z) = \frac{rz + (1-r)}{Z} G_{ff}^{ii}(z)z^{-d_2}u_j(z) + \frac{qz + (1-q)}{z} G_{ci}(z)z^{-d_1}(R(z) - Y_i(z)) \quad (4-52)$$

donde  $d_1$  representa los retardos en el lazo realimentado. Reemplazando la ecuación ?? en ?? , se tiene que,

$$Y_i(z) + \frac{qz + (1-q)}{z} G_{ii}(z)G_{ci}(z)Z^{-d_1}Y_i(z) = \left[ G_{ij}(z) + \frac{rz + (1-r)}{z} G_{ii}(z)G_{ff}^{ii}(z)Z^{-d_2} \right] u_j(z) \quad (4-53)$$

Finalmente, la función de transferencia entre la salida del proceso controlado  $i$  y la información proveniente del subsistema  $j$  es:

$$\frac{Y_i(z)}{u_j(z)} = \frac{G_{ij} + \frac{rz+(1-r)}{Z} G_{ff}^{ii} G_{ii} z^{-d_2}}{1 + \frac{qz+(1-q)}{z} G_{ii} G_{ci} z^{-d_1}} G_{ii} G_{ci} z^{-d_1} \quad (4-54)$$

La función de sensibilidad de prealimentación se mantiene igual, sin embargo la función de sensibilidad de realimentación estará dada por:

$$S(z) = \frac{1}{1 + \frac{qz+(1-q)}{z} G_{ii} G_{ci} z^{-d_1}} \quad (4-55)$$

### 4.3.3. Configuración de tipo III

Recordando que en esta configuración la red se ubica entre el sensor  $S_1$  y el controlador  $G_{ci}$ , entre este último y el actuador, así como entre el controlador  $G_{ff}^{ii}$  y el sensor  $S_2$ , se tiene la siguiente ecuación para la salida del proceso  $i$

$$Y_i(z) = G_{ij}(z)u_j(z) + G_{ii}(z)U_i(z) \quad (4-56)$$

$$U_i(z) = \frac{rz + (1-r)}{z} G_{ff}^{ii}(z) z^{-d_2} u_j(z) + \frac{qz + (1-q)}{z} G_{ci}(z) z^{-d_1} (R(z) - \frac{pz + (1-p)}{z} z^{-d_3} Y_i(z)) \quad (4-57)$$

Reemplazando la ecuación ?? en ??, se tiene que

$$\begin{aligned} Y_i(z) + \frac{qz + (1-q)}{z} \frac{pz + (1-p)}{z} G_{ii}(z) G_{ci}(z) z^{-d_1} z^{-d_3} Y_i(z) \\ = (G_{ij}(z) + \frac{rz + (1-r)}{z} G_{ii}(z) G_{ff}^{ii}(z) z^{-d_2}) u_j(z) \end{aligned} \quad (4-58)$$

Finalmente, la función de transferencia entre la salida del proceso controlado  $i$  y la información proveniente del subsistema  $j$  es:

$$\frac{Y_i(z)}{u_j(z)} = \frac{G_{ij} + \frac{rz+(1-r)}{z} G_{ff}^{ii} G_{ii} z^{-d_2}}{1 + \frac{qz+(1-q)}{z} \frac{pz+(1-p)}{z}} G_{ii} G_{ci} z^{-(d_1+d_3)} \quad (4-59)$$

La función de sensibilidad de prealimentación se mantiene igual, sin embargo la función de sensibilidad de realimentación estará dada por:

$$S(z) = \frac{1}{1 + \frac{qz+(1-q)}{z} \frac{pz+(1-p)}{z}} G_{ii} G_{ci} z^{-(d_1+d_3)} \quad (4-60)$$

En esta tesis, no se calcula la sensibilidad del sistema con respecto a la información comunicada utilizando las expresiones anteriores, en su lugar se utiliza una herramienta igual de poderosa para obtener una expresión que permita evidenciar el impacto de los fenómenos de la red sobre la variable controlada del subsistema  $i$ , tal como se verá en el siguiente capítulo.

## 5 Densidad espectral de potencia

Cuando un sistema es implementado de manera distribuida, con múltiples controladores locales comunicándose sobre una red, el desempeño no dependerá únicamente de los componentes individuales sino también de la interacción y cooperación entre estos [?]. Al tratarse de sistemas NCS, los sistemas distribuidos cooperativos deben satisfacer dos criterios cuando se trata del desempeño de su sistema de control: Los retardos deben estar acotados y la transmisión garantizada, esto es, un mensaje debe ser transmitido exitosamente a pesar del retardo. Transmisiones no exitosas, debido a pérdida de paquetes o a paquetes con retardos muy largos degradan el desempeño del sistema [?]. Desde el punto de vista de la calidad del servicio del sistema NCS, las métricas del desempeño que impactan los requerimientos del sistema de control incluyen además los retardos por acceso, tiempos de transmisión, tiempo de respuesta, colisión de paquetes, tamaño de los paquetes, utilización de la red, entre otros. De acuerdo a lo anterior, una pregunta interesante de contestar será: ¿Cuánto se degrada el desempeño de un subsistema cuando la información comunicada desde otros subsistemas llega retardada o se pierde en el canal de comunicación?

En este capítulo, se presenta el desarrollo de una expresión analítica para el desempeño del sistema incluyendo la cooperación entre los subsistemas junto con las restricciones de la red. Recordando que la cooperación entre los subsistemas es incluida como una perturbación medible [?], un análisis de sensibilidad permitiría determinar el efecto de la información compartida sobre los subsistemas. Sin embargo, cuando se quieren incluir los efectos de procesos estocásticos, una ecuación que exprese la potencia en la señal de salida del sistema NCS en términos de las probabilidades del proceso de Bernoulli y los estados de la cadena de Markov oculta, representando la pérdida de paquetes y de los retardos controlados, respectivamente, permitirá relacionar directamente la medición del desempeño del sistema de control (QoC) con la calidad del servicio de la red (QoS).

De acuerdo a lo anterior, el desempeño del sistema estará caracterizado por la semi-norma de potencia  $\|y\| = \sqrt{\text{traza}(R_{yy}[0])}$ , donde  $R_{yy}[0]$  es la autocorrelación de  $y$ , la cual puede ser descrita por medio de la densidad espectral de potencia (PSD) de la siguiente manera:

$$R_{yy}[0] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} S_{yy}(e^{jw}) dw \quad (5-1)$$

La densidad espectral de potencia es la transformada de Fourier de la autocorrelación e in-

dicará la varianza de una señal, distribuida en los diferentes componentes de frecuencia. La densidad espectral de la salida puede ser interpretada como una función de sensibilidad del sistema estocástico. De esta forma, si se logra obtener una expresión del PSD de la salida del proceso en términos de la tasa de pérdida de paquetes y de retardos en los lazos de control, se puede evaluar el desempeño del sistema y determinar cotas para las tasas de acuerdo a niveles específicos de desempeño del sistema de control y la calidad del servicio [?, ?].

La evaluación del desempeño se realiza para tres escenarios diferentes: Un primer escenario solo incluye retardos aleatorios y pérdida de paquetes en el lazo prealimentado, esto es, que la información comunicada sufrirá retardos acotados o será compensada con el dato anterior en el caso que haya pérdida de paquetes. En este escenario, no se incluyen ni retardos ni pérdida de paquetes en el lazo realimentando. En el segundo escenario, se incluyen solo retardos en el lazo prealimentado de manera que la información comunicada llegará retardada, no obstante, en el lazo realimentado se tienen retardos y pérdidas de paquetes pero solo en el enlace entre el controlador y el actuador. En el tercer escenario, se incluyen retardos y pérdida de paquetes en ambos lazos de control.

## 5.1. Escenario I: Retardos y pérdida de paquetes en el lazo de prealimentación

El escenario mostrado en la figura ??, solo incluye la red en el enlace entre el sensor  $S_2$  y el controlador  $G_{ff}^{ii}$ , en los demás enlaces se supone que la red no tiene efecto alguno. Con este primer escenario, se quiere evidenciar la degradación del desempeño del sistema a causa únicamente de problemas en la tarea de cooperación entre los subsistemas, esto es, la información comunicada llega retardada y/o se pierde en la red debido a la congestión de la misma. Además, este escenario será el punto de partida para el desarrollo de los dos restantes.

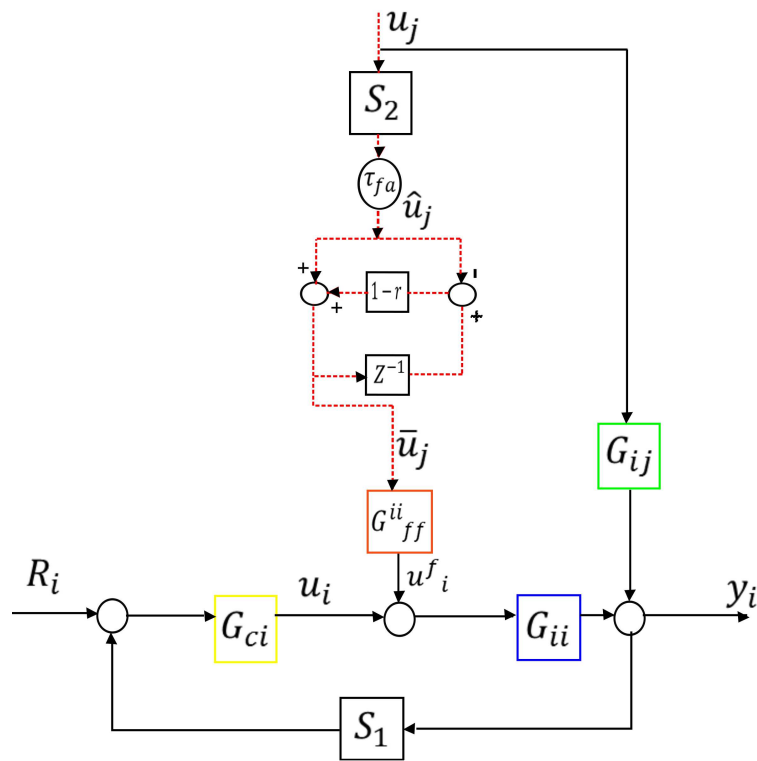
De acuerdo a la figura ??, la salida del subsistema  $i$  está dada por:

$$y_i = G_{ii}(u_i + u_i^f) + G_{ij}u_j, \quad (5-2)$$

donde,

$$u_i^f = G_{ii}^{ff}\bar{u}_j \quad (5-3)$$

$$\bar{u}_j = \hat{u}_j(t - \tau_{fa}) = u_j(t - \tau_{fa}) + n(t - \tau_{fa}) \quad (5-4)$$



**Figura 5-1:** Escenario 1: La red ubicada solo en el lazo prealimentado presenta retardos y pérdida de paquetes.

donde,  $n(t - \tau_{fa})$  es el ruido de medición asociado al sensor  $S_2$ . Se asume que este ruido es despreciable.

En lazo cerrado, se tiene que

$$y_i = G_{ii}(G_{ci}(R_i - y_i) + u_i^f) + G_{ij}u_j, \quad (5-5)$$

Reemplazando las ecuaciones ?? y ?? en la ecuación ?? y aplicando superposición ( $R_i = 0$ ) se obtiene la salida  $y_i$  descrita en la ecuación ??

$$y_i = [G_{ii}G_{ii}^{ff}z^{-\tau_{fa}} + G_{ij}u_j]u_j - G_{ii}G_{ci}y_i \quad (5-6)$$

Operando la anterior expresión, se obtiene para  $y_i$  la siguiente ecuación en términos de la información comunicada:

$$y_i = \frac{G_{ii}G_{ii}^{ff}z^{-\tau_{fa}} + G_{ij}}{1 + G_{ii}G_{ci}}u_j \quad (5-7)$$

Con  $w = u_j$ , la densidad espectral de potencia de la salida puede calcularse a partir de la ecuación ??

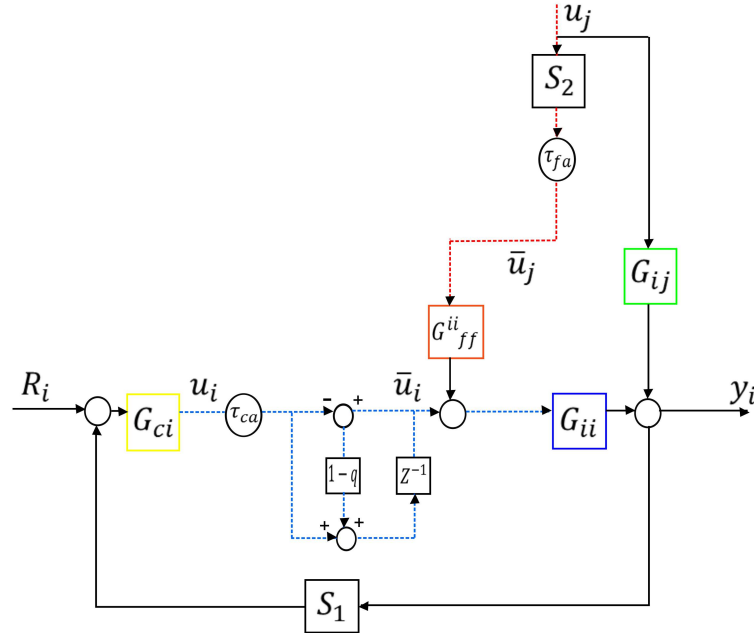
$$S_{yy} = \left| \frac{G_{ii}G_{ii}^{ff}z^{-\tau_{fa}} + G_{ij}}{1 + G_{ii}G_{ci}} \right|^2 S_{ww} \quad (5-8)$$

$S_{ww}$  será la densidad espectral de potencia de la información comunicada, la cual estará afectada por las restricciones de la red. La densidad espectral de potencia estará dada por la magnitud al cuadrado de la función de transferencia entre la salida y la información comunicada y la densidad espectral de esta última (afectada por la red).

## 5.2. Escenario II: Retardos en el lazo de prealimentación y pérdidas de paquetes en el lazo de realimentación

Con este segundo escenario se desea evaluar el desempeño del sistema cuando en el lazo realimentado se presentan pérdidas de paquetes. De acuerdo a donde se ubique la red se tendrá una operación en lazo abierto cuando haya pérdida de paquetes y una en lazo cerrado cuando la información llegue satisfactoriamente. La red en el lazo prealimentado incluirá solo retardos por recepción, lo cual es propio de un escenario realista.

En la figura ?? se muestra una variación del diagrama de bloques para la configuración de tipo II, en la que la red se ubica entre el controlador  $G_{ci}$  y el sensor  $S_1$  y entre el sensor  $S_2$



**Figura 5-2:** Escenario II: La red se ubica en ambos lazos de control, pero solo se incluyen retardos en el lazo prealimentado.

y el controlador de prealimentación  $G_{ii}^{ff}$ . La red inducirá retardos aleatorios y pérdida de paquetes. De acuerdo con la figura ??, se puede obtener la siguiente expresión para  $y_i$

$$y_i = G_{ii}(\bar{u}_i + u_i^f) + G_{ij}u_j, \quad (5-9)$$

donde,

$$u_i^f = G_{ii}^{ff}\bar{u}_j \quad (5-10)$$

$$\bar{u}_j = u_j(t - \tau_{fa}) + n(t - \tau_{fa}) \quad (5-11)$$

Se asume  $n(t - \tau_{fa})$  nuevamente como cero.

Reemplazando las ecuaciones ?? y ?? en la ecuación ?? se obtiene para  $y_i$  la expresión en la ecuación ??.

$$y_i = [G_{ii}G_{ii}^{ff}z^{-\tau_{fa}} + G_{ij}]u_j - G_{ii}G_{ci}\bar{y}_i \quad (5-12)$$

A partir de la ecuación ?? se realizan los siguientes reemplazos,  $H_1 = G_{ii}G_{ii}^{ff}z^{-\tau_{fa}} + G_{ij}$ ,  $H_2 = -G_{ii}G_{ci}$ ,  $w = u_j$  y  $y = y_i$  para obtener finalmente la expresión de la ecuación ??:

$$y = H_1 w + H_2 \bar{y} \quad (5-13)$$

La densidad espectral de potencia de la ecuación ?? viene dada por:

$$S_{yy} = H_1^* S_{ww} H_1 + H_1^* S_{w\bar{y}}^* H_2 + H_2^* S_{\bar{y}w} H_1 + H_2^* S_{\bar{y}\bar{y}} H_2 \quad (5-14)$$

En la expresión anterior, los términos  $H_1^* S_{w\bar{y}}^* H_2$  y  $H_2^* S_{\bar{y}w} H_1$  son diferentes a cero si y solo si  $w$  y  $y$  están correlacionados. Las siguientes identidades permitirán encontrar una expresión adecuada para  $S_{yy}$

$$S_{yw} = H_1 S_{ww} + H_2 S_{\bar{y}w} \quad (5-15)$$

$$S_{y\bar{y}} = H_1 S_{w\bar{y}}^* + H_2 S_{\bar{y}\bar{y}} \quad (5-16)$$

Recordando que el PSD está definido como la transformada de Fourier de la correlación, se puede partir por encontrar las correlaciones de cada uno de los términos incluidos en las ecuaciones ??, ?? y ?. En la ecuación ?? la correlación  $R_{\bar{y}w}[m]$  es calculada directamente.

$$\begin{aligned} R_{\bar{y}w}[m] &= E[\bar{y}[n+m]w[n]] \\ &= Pr(q[n+m] = 0)E[\bar{y}[n+m]w[n]|q[n+m] = 0] \\ &\quad + Pr(q[n+m] = 1)E[\bar{y}[n+m]w[n]|q[n+m] = 1] \\ &= \beta R_{\bar{y}w}[m-1] + (1-\beta)R_{yw}[m] \end{aligned} \quad (5-17)$$

Tomando la transformada de Fourier a la ecuación ??, se tiene:

$$S_{\bar{y}w} = \beta e^{-j\omega} S_{\bar{y}w} + (1-\beta)S_{yw} \quad (5-18)$$

Reagrupando términos comunes se encuentra una expresión para  $S_{\bar{y}w}$  dada en la ecuación ??.

$$S_{\bar{y}w} = D S_{yw}, \quad (5-19)$$

donde  $D = \frac{1-\beta}{1-\beta e^{-j\omega}}$ . Basándose en la ecuación ??, una expresión para  $S_{\bar{y}w}$  en términos de  $H_1$  y  $H_2$  queda de la siguiente forma:

$$S_{\bar{y}w} = \frac{D H_1}{1 - D H_2} S_{ww} \quad (5-20)$$

$S_{\bar{y}w}$  es similar a la expresión encontrada en el primer escenario (si se reemplaza  $H_1$  y  $H_2$ ). Sin embargo aparece el término  $D$ , el cual se ubica en el lazo realimentado y va a contener los efectos de la red.

Seguidamente se busca una expresión para  $R_{y\bar{y}}$  incluido en la ecuación ?? a partir de la propiedad  $R_{y\bar{y}} = R_{\bar{y}y}^*[-m]$ . Se tiene entonces la siguiente expresión para  $R_{\bar{y}y}^*[-m]$  para  $m < 0$

$$\begin{aligned}
 R_{\bar{y}y}^*[-m] &= E[\bar{y}[n-m]y[n]] \\
 &= [[Pr(q[n-m] = 0)E[\bar{y}[n-m]y[n]|q[n-m] = 0] \\
 &+ [Pr(q[n-m] = 1)E[\bar{y}[n-m]y[n]|q[n-m] = 1]]^* \\
 &= \beta R_{\bar{y}y}^*[m-1] + (1-\beta)R_{yy}[-m] \\
 &= \beta R_{y\bar{y}}[m+1] + (1-\beta)R_{yy}[m]
 \end{aligned} \tag{5-21}$$

Debido a que  $\bar{y}$  no está relacionada con  $y$  a través de una simple convolución, debido a que  $\bar{y}$  cambia entre  $\bar{y}$  y  $y$ , se definen las densidades espectrales de potencia por derecha (+) y por izquierda (-) de la siguiente manera:

$$S_{xy}^+(z) = \sum_{m=1}^{\infty} R_{xy}[m]z^{-m} \tag{5-22}$$

$$S_{xy}^-(z) = \sum_{m=-\infty}^{-1} R_{xy}[m]z^{-m} \tag{5-23}$$

y su relación con el espectro completo será:

$$S_{xy} = S_{xy}^+(z) + S_{xy}^-(z) + R_{xy}[0] \tag{5-24}$$

Tomando la transformada de Fourier por izquierda de la expresión en la ecuación ??, el PSD  $S_{y\bar{y}}^-$  queda descrito tal como se muestra en la ecuación ??

$$S_{y\bar{y}}^- = \beta e^{jw} S_{y\bar{y}}^- + (1-\beta)S_{yy}^- + \beta e^{jw} R_{y\bar{y}}[0] \tag{5-25}$$

Reagrupando los términos comunes, la densidad espectral  $S_{y\bar{y}}^-$  en términos de D tiene la siguiente forma:

$$S_{y\bar{y}}^- = D^* S_{yy}^- + \frac{\beta e^{jw}}{1 - \beta e^{jw}} R_{y\bar{y}}[0] \tag{5-26}$$

El procedimiento que se sigue para calcular  $R_{\bar{y}\bar{y}}[m]$  con  $m > 0$  se muestra en las ecuaciones ?? y ??

$$\begin{aligned}
R_{\bar{y}\bar{y}}[m] &= E[\bar{y}[n+m]\bar{y}[n]] \\
&= [Pr(q[n+m]=0)E[\bar{y}[n+m]\bar{y}[n]|q[n+m]=0] \\
&\quad + [Pr(q[n+m]=1)E[\bar{y}[n+m]\bar{y}[n]|q[n+m]=1] \\
&= \beta R_{\bar{y}\bar{y}}[m-1] + (1-\beta)R_{y\bar{y}}[m]
\end{aligned} \tag{5-27}$$

La transformada de Fourier por derecha de la expresión anterior:

$$S_{\bar{y}\bar{y}}^+ = \beta e^{-j\omega} S_{\bar{y}\bar{y}}^+ + (1-\beta)S_{y\bar{y}}^+ + \beta e^{-j\omega} R_{\bar{y}\bar{y}}[0] \tag{5-28}$$

Reorganizando la anterior ecuación, se encuentra que,

$$S_{\bar{y}\bar{y}}^+ = D^{-1}S_{\bar{y}\bar{y}}^+ - \frac{\beta e^{-j\omega}}{1-\beta} R_{\bar{y}\bar{y}}[0] \tag{5-29}$$

Recordando que  $S_{y\bar{y}} = S_{y\bar{y}}^+ + S_{y\bar{y}}^- + R_{y\bar{y}}[0]$ , reemplazando las ecuaciones ?? y ?? en ?? , se encuentra para  $S_{y\bar{y}}$  una expresión en términos de D, de la autocorrelación de  $\bar{y}$  y de la correlación entre  $\bar{y}$  y  $y$ .

$$\begin{aligned}
S_{y\bar{y}} &= D^{-1}S_{\bar{y}\bar{y}}^+ - \frac{\beta e^{-j\omega}}{1-\beta} R_{\bar{y}\bar{y}}[0] + D^*S_{y\bar{y}}^- + \frac{\beta e^{j\omega}}{1-\beta e^{j\omega}} R_{y\bar{y}}[0] + R_{y\bar{y}}[0] \\
&= D^{-1}S_{\bar{y}\bar{y}}^+ + D^*S_{y\bar{y}}^- - \frac{\beta e^{-j\omega}}{1-\beta} R_{\bar{y}\bar{y}}[0] + \frac{1}{1-\beta e^{j\omega}} R_{y\bar{y}}[0]
\end{aligned} \tag{5-30}$$

Combinando las ecuaciones ?? y ??, se encuentra para  $S_{yy}^-$  la siguiente expresión:

$$S_{yy}^- = [D^{-1}]^* \left[ H_1 S_{w\bar{y}}^* + H_2 S_{\bar{y}\bar{y}} - D^{-1}S_{\bar{y}\bar{y}}^+ - \frac{1}{1-\beta e^{j\omega}} R_{y\bar{y}}[0] - \frac{\beta e^{-j\omega}}{1-\beta} R_{\bar{y}\bar{y}}[0] \right] \tag{5-31}$$

De igual manera se cumple que  $S_{yy} = S_{yy}^- + [S_{yy}^-]^* + R_{yy}[0]$ , por tanto  $S_{yy}$  esta dado por la ecuación ??

$$\begin{aligned}
S_{yy} &= [D^{-1}]^* [H_1 (S_{w\bar{y}})^* + H_2 S_{\bar{y}\bar{y}}] + [D^{-1}] [H_1^* S_{\bar{y}w} + H_2^* S_{\bar{y}\bar{y}}] - [D^{-1}]^* [D^{-1}] S_{\bar{y}\bar{y}}^+ - [D^{-1}] [D^{-1}]^* [S_{\bar{y}\bar{y}}^+]^* \\
&\quad - [D^{-1}]^* \frac{1}{1-\beta e^{j\omega}} R_{y\bar{y}}[0] - [D^{-1}] \left[ \frac{1}{1-\beta e^{j\omega}} R_{y\bar{y}}[0] \right]^* - [D^{-1}]^* \frac{\beta e^{-j\omega}}{1-\beta} R_{\bar{y}\bar{y}}[0] \\
&\quad - [D^{-1}] \left[ \frac{\beta e^{-j\omega}}{1-\beta} R_{\bar{y}\bar{y}}[0] \right]^* + R_{yy}[0]
\end{aligned}$$

$$(5-32)$$

Usando  $S_{\bar{y}\bar{y}} = S_{\bar{y}\bar{y}}^+ + [S_{\bar{y}\bar{y}}^+]^* + R_{\bar{y}\bar{y}}[0]$ , se puede reescribir la ecuación anterior como:

$$\begin{aligned} S_{yy} = & [D^{-1}]^* [H_1(S_{w\bar{y}})^* + H_2 S_{\bar{y}\bar{y}}] + [D^{-1}] [H_1^* S_{\bar{y}w} + H_2^* S_{\bar{y}\bar{y}}] - [D^{-1}]^* [D^{-1}] [S_{\bar{y}\bar{y}} + R_{\bar{y}\bar{y}}[0]] \\ & - [D^{-1}]^* \frac{1}{1 - \beta e^{jw}} R_{\bar{y}\bar{y}}[0] - [D^{-1}] \left[ \frac{1}{1 - \beta e^{jw}} R_{\bar{y}\bar{y}}[0] \right]^* - [D^{-1}]^* \frac{\beta e^{-jw}}{1 - \beta} R_{\bar{y}\bar{y}}[0] \\ & - [D^{-1}] \left[ \frac{\beta e^{-jw}}{1 - \beta} R_{\bar{y}\bar{y}}[0] \right]^* + R_{yy}[0] \end{aligned} \quad (5-33)$$

Recordando que  $D = \frac{1-\beta}{1-\beta e^{-jw}}$  y reemplazando este valor en ??, la expresión final para  $S_{yy}$  se consigna en la ecuación ??.

$$S_{yy} = [D^{-1}]^* [H_1(S_{w\bar{y}})^* + H_2 S_{\bar{y}\bar{y}}] + [D^{-1}] [H_1^* S_{\bar{y}w} + H_2^* S_{\bar{y}\bar{y}}] - [D^{-1}]^* [D^{-1}] [S_{\bar{y}\bar{y}}] + \Delta, \quad (5-34)$$

donde,  $\Delta = \frac{1-\beta^2}{(1-\beta)^2} R_{\bar{y}\bar{y}}[0] - \frac{2}{1-\beta} R_{\bar{y}\bar{y}}[0] + R_{yy}[0]$ . Combinando las ecuaciones ??, ?? y ??, e igualando la primera de estas con la tercera, se pueden reducir algunos términos, tal como se muestra en los siguientes pasos:

$$\begin{aligned} & [D^{-1}]^* H_2 S_{\bar{y}\bar{y}} + [D^{-1}] H_2^* S_{\bar{y}\bar{y}} - [D^{-1}]^* [D^{-1}] S_{\bar{y}\bar{y}} - H_2 H_2^* S_{\bar{y}\bar{y}} \\ & = H_1 H_1^* S_{ww} + H_1^* H_2 \left[ \frac{DH_1}{1 - DH_2} \right]^* S_{ww} + H_1 H_2^* \left[ \frac{DH_1}{1 - DH_2} \right] S_{ww} - [D^{-1}]^* H_1 \left[ \frac{DH_1}{1 - DH_2} \right]^* S_{ww} \\ & - [D^{-1}] H_1^* \left[ \frac{DH_1}{1 - DH_2} \right] S_{ww} + \Delta \end{aligned} \quad (5-35)$$

Operando términos comunes se tiene:

$$\frac{(1 - DH_2)(1 - DH_2)^*}{DD^*} S_{\bar{y}\bar{y}} = \left[ H_1 H_1^* + \left[ \frac{DH_1}{1 - DH_2} \right] \left[ H_1 H_2^* - \frac{H_1^*}{D} \right] + \left[ \frac{DH_1}{1 - DH_2} \right] \left[ H_1^* H_2 - \frac{H_1}{D^*} \right] \right] S_{ww} \quad (5-36)$$

La expresión final para  $S_{\bar{y}\bar{y}}$  es como sigue:

$$S_{\bar{y}\bar{y}} = -\frac{T}{|(1 - DH_2)^2|^2} S_{ww} + \left| \frac{D}{(1 - DH_2)} \right|^2 \Delta, \quad (5-37)$$

donde,  $T = |D^2|^2|H_1|^2|H_2|^2 + D^2D^*H_1^2H_2^* - |D^2|^2H_1^2H_2^{2*} - |D^2|^2H_1^{2*}H_2^2 + DD^{2*}H_1^{2*}H_2 - |D|^2|H_1|^2$ .

En esta última expresión se puede ver como  $S_{\bar{y}\bar{y}}$  tiene un término que va a depender de la densidad espectral de potencia mientras que el otro dependerá de  $\Delta$ , considerado como el ruido inducido por red, cuyo incremento o decremento evidenciará los efectos de la red.

Reemplazando en la ecuación ?? el valor de  $S_{\bar{y}\bar{y}}$ , queda una expresión como la que se muestra en la ecuación ??

$$\begin{aligned}
S_{yy} = & \frac{1}{D^*} \left[ H_1 \left[ \frac{DH_1}{1 - DH_2} \right]^* + H_2 \left[ \frac{-T}{|(1 - DH_2)^2|^2} + \left| \frac{D}{(1 - DH_2)} \right|^2 \Delta \right] \right] S_{ww} \\
& + \frac{1}{D} \left[ H_1^* \left[ \frac{DH_1}{1 - DH_2} \right] + H_2^* \left[ \frac{-T}{|(1 - DH_2)^2|^2} + \left| \frac{D}{(1 - DH_2)} \right|^2 \Delta \right] \right] S_{ww} \\
& - \frac{1}{DD^*} \left[ \frac{-T}{|(1 - DH_2)^2|^2} + \left| \frac{D}{(1 - DH_2)} \right|^2 \Delta \right] + \Delta
\end{aligned} \tag{5-38}$$

Reagrupando y operando los términos comunes se logra obtener una expresión para  $S_{yy}$  solo en términos de la densidad espectral de la información comunicada a partir del lazo prealimentado:

$$S_{yy} = \frac{\Upsilon}{|1 - DH_2|^2} S_{ww} + \left| \frac{DH_2}{1 - DH_2} \right|^2 \Delta \tag{5-39}$$

donde,

$$\begin{aligned}
\Upsilon = & |H_1|^2 - 3D|H_1|^2H_2 - 3D^*|H_1|^2H_2^* + D^2|H_1|^2H_2^2 + D^{2*}|H_1|^2H_2^{2*} \\
& + 5|D|^2|H_1|^2|H_2|^2 - 2DD^{2*}|H_1|^2H_2H_2^{2*} - 2D^2D^*|H_1|^2H_2^2H_2^* \\
& - D^2H_1^2|H_2|^2 - D^{2*}H_1^{2*}|H_2|^2 + D^2D^*H_1^2H_2H_2^{2*} + DD^{2*}H_1^{2*}H_2^2H_2^* \\
& + D^2D^*H_1^{2*}H_2^3 + DD^{2*}H_1^2H_2^{3*} - 2|D|^2H_1^{2*}H_2^2 \\
& - 2|D|^2H_1^2H_2^{2*} - DH_1^2H_2^* + D^*H_1^{2*}H_2
\end{aligned} \tag{5-40}$$

En la ecuación ??, el primer término puede considerarse como el valor esperado del PSD cuando no hay restricciones en la red, mientras que el último término recoge todos los efectos de la red sobre la densidad espectral de potencia de la salida del sistema y modela explícitamente el efecto de la pérdida de paquetes. Asumiendo que  $R_{\bar{y}\bar{y}}[0] = R_{yy}[0]$ , así  $\Delta = \frac{2}{1-\beta}(R_{\bar{y}\bar{y}}[0] - R_{yy}[0])$ . Por definición del PSD,  $\Delta$  puede ser expresado de la siguiente manera:

$$\Delta = \frac{1}{\pi(1 - \beta)} \int_{-\pi}^{\pi} (S_{\bar{y}\bar{y}}(e^{jw}) - (S_{yy}(e^{jw})))dw \tag{5-41}$$

Reemplazando las expresiones para  $S_{\bar{y}\bar{y}}$  y  $S_{y\bar{y}}$  se obtiene

$$\begin{aligned}
\Delta &= \frac{1}{\pi(1-\beta)} \int_{-\pi}^{\pi} \left[ \frac{-T}{|(1-DH_2)^2|^2} S_{ww} + \left| \frac{DH_2}{1-DH_2} \right|^2 \Delta - H_1(S_{w\bar{y}})^* + H_2 S_{\bar{y}\bar{y}} \right] dw \\
&= \frac{1}{\pi(1-\beta)} \int_{-\pi}^{\pi} \left[ \frac{-(1-H_2)T - \Psi}{|(1-DH_2)^2|^2} \right] S_{ww} dw + \frac{\Delta}{\pi(1-\beta)} \int_{-\pi}^{\pi} (1-H_2) \left| \frac{D}{1-DH_2} \right|^2 dw \\
&= \frac{\int_{-\pi}^{\pi} \left[ \frac{-(1-H_2)T - \Psi}{(1-DH_2)^2 [(1-DH_2)^2]^*} \right] S_{ww} dw}{\pi(1-\beta) - \int_{-\pi}^{\pi} (1-H_2) \left| \frac{D}{1-DH_2} \right|^2 dw}
\end{aligned} \tag{5-42}$$

donde  $\Psi = D^*|H_1|^2 - 2|D|^2|H_1|^2H_2 + D^2D^*|H_1|^2H_2^2 - D^{2*}|H_1|^2H_2^* + 2DD^{2*}|H_1|^2|H_2|^2 + |D^2|^2|H_1|^2H_2^2H_2^*$

### 5.3. Escenario III: Pérdida de paquetes y retardos en ambos lazos de control

El tercer escenario pretende recoger todos los efectos de las restricciones en la red compartida. Esto es, se pretende evaluar el desempeño del sistema para el peor caso: Pérdida de paquetes en ambos lazos e incluso la pérdida total de la información comunicada cuando la probabilidad de pérdida de paquetes es muy alta.

En este caso, la variable  $\bar{u}_j$  contendrá no solo los retardos sino también la pérdida de paquetes en el lazo de prealimentación, ver figura ???. La expresión para  $y$  estará dada por la ecuación ???.  $\bar{w}$  permitirá incluir los efectos de la pérdida de paquetes.

$$y = H_1\bar{w} + H_2\bar{y} \tag{5-43}$$

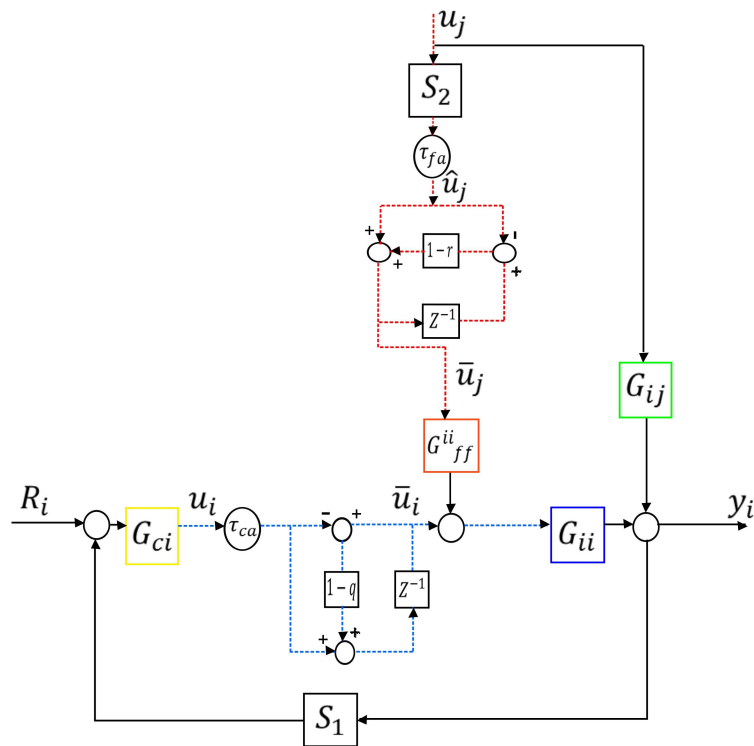
La densidad espectral de potencia de la salida en la ecuación ??? viene dada por:

$$S_{yy} = H_1^* S_{\bar{w}\bar{w}} H_1 + H_1^* (S_{\bar{w}\bar{y}})^* H_2 + H_2^* S_{\bar{y}\bar{w}} H_1 + H_2^* S_{\bar{y}\bar{y}} H_2 \tag{5-44}$$

Las siguientes identidades permitirán encontrar una expresión adecuada para  $S_{yy}$

$$S_{y\bar{w}} = H_1 S_{\bar{w}\bar{w}} + H_2 S_{\bar{y}\bar{w}} \tag{5-45}$$

$$S_{y\bar{y}} = H_1 (S_{\bar{w}\bar{y}})^* + H_2 S_{\bar{y}\bar{y}} \tag{5-46}$$



**Figura 5-3:** Escenario III: Se incluyen retardos y pérdida de paquetes en ambos lazos de control.

Siguiendo el mismo procedimiento que en el escenario II,  $R_{\bar{y}\bar{w}}[m]$  es calculada directamente,

$$\begin{aligned}
R_{\bar{y}\bar{w}}[m] &= E[\bar{y}[n+m]\bar{w}[n]] = \\
&Pr(q[n+m] = 0, r[n+m] = 0)E[\bar{y}[n+m]\bar{w}[n]|q[n+m] = 0, r[n+m] = 0] \\
&+ Pr(q[n+m] = 0, r[n+m] = 1)E[\bar{y}[n+m]\bar{w}[n]|q[n+m] = 0, r[n+m] = 1] \\
&+ Pr(q[n+m] = 1, r[n+m] = 0)E[\bar{y}[n+m]\bar{w}[n]|q[n+m] = 1, r[n+m] = 0] \\
&+ Pr(q[n+m] = 1, r[n+m] = 1)E[\bar{y}[n+m]\bar{w}[n]|q[n+m] = 1, r[n+m] = 1] \\
&= \beta\alpha R_{\bar{y}\bar{w}}[m-1] + \beta(1-\alpha)R_{\bar{y}w}[m-1] + \alpha(1-\beta)R_{y\bar{w}}[m-1] + (1-\beta)(1-\alpha)R_{yw}[m]
\end{aligned} \tag{5-47}$$

Asumiendo que la probabilidad de pérdida de paquetes en el lazo prealimentado es muy cercana a uno, se tiene que  $1-\alpha \approx 0$  y la anterior expresión puede reducirse a:

$$R_{\bar{y}\bar{w}}[m] = \beta\alpha R_{\bar{y}\bar{w}}[m-1] + \alpha(1-\beta)R_{y\bar{w}}[m-1] \tag{5-48}$$

Tomando la transformada de Fourier a la ecuación ??, se tiene

$$S_{\bar{y}\bar{w}} = \beta\alpha e^{-j\omega} S_{\bar{y}\bar{w}} + (1-\beta)\alpha S_{y\bar{w}} \tag{5-49}$$

Reagrupando los términos comunes, se encuentra una expresión para  $S_{\bar{y}\bar{w}}$

$$S_{\bar{y}\bar{w}} = E S_{y\bar{w}}, \tag{5-50}$$

Con  $E = \frac{(1-\beta)\alpha}{1-\beta\alpha e^{-j\omega}}$ . Usando la ecuación ??, se puede obtener una expresión para  $S_{\bar{y}\bar{w}}$  en términos de  $H_1$  y  $H_2$

$$S_{\bar{y}\bar{w}} = \frac{EH_1}{1-EH_2} S_{\bar{w}\bar{w}} \tag{5-51}$$

Siguiendo con el procedimiento recomendado en el escenario II, se logra obtener las siguientes expresiones relevantes para  $S_{\bar{y}\bar{y}}$  y  $S_{yy}$ :

$$S_{\bar{y}\bar{y}} = \frac{-T}{|1-EH_2|^2|1-DH_2|^2} S_{\bar{w}\bar{w}} + \left| \frac{D}{1-DH_2} \right|^2 \Delta \tag{5-52}$$

con  $T = |D|^2|H_1|^2 - E^*|D|^2|H_1|^2H_2^* - E|D|^2|H_1|^2H_2 + |E|^2|D|^2|H_1|^2|H_2|^2 + E|D|^2H_1^2H_2^* - |E|^2|D|^2H_1^2H_2^* - ED^*|H_1|^2 + |E|^2D^*|H_1|^2H_2 + E^*|D|^2H_1^2H_2 - |E|^2|D|^2H_1^2H_2 - E^*D|H_1|^2 + |E|^2D|H_1|^2H_2$ .

$$S_{yy} = \frac{\Upsilon}{|D|^2|1-EH_2|^2|1-DH_2|^2} S_{\bar{w}w} + \left| \frac{DH_2}{1-DH_2} \right|^2 \Delta \quad (5-53)$$

donde,  $\Upsilon = 2|E|^2|D|^2|H_1|^2|H_2|^2 - 2|E|^2|D|^2|H_1|^2H_2^2H_2^* + 2E^*|D|^2|H_1|^2|H_2|^2 + D^2D^*|H_1|^2H_2 + ED^2D^*|H_1|^2H_2^2 - ED^2D^*H_1^2|H_2|^2 + |E|^2D^2D^*H_1^2H_2H_2^* - |E|^2|D|^2|H_1|^2H_2^2 - E^*D^2D^*H_1^2H_2^2 + |E|^2D^2D^*H_1^2H_2^* - 2|E|^2|D|^2|H_1|^2H_2H_2^* - |E|^2D^*|H_1|^2H_2^* + |E|^2D^2D^*|H_1|^2H_2^* + 2E|D|^2|H_1|^2|H_2|^2 - DD^2D^*|H_1|^2H_2^* + E^*DD^2D^*|H_1|^2H_2^* - EDD^2D^*H_1^2H_2^* + |E|^2DD^2D^*H_1^2H_2^* - |E|^2D^2D^*|H_1|^2|H_2|^2 - E^*DD^2D^*H_1^2H_2^* + |E|^2DD^2D^*H_1^2H_2^* + |D|^2|H_1|^2 - E^*|D|^2|H_1|^2H_2^* + E|D|^2H_1^2H_2^* - |E|^2|D|^2H_1^2H_2^* + E^*|D|^2H_1^2H_2 - |E|^2|D|^2H_1^2H_2$

Finalmente  $\Delta$  esta dado por:

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{1}{\pi(1-\beta)} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{-(1-H_2)T - \Psi}{|1-EH_2|^2|1-DH_2|^2} S_{ww} dw + \frac{\Delta}{\pi(1-\beta)} \int_{-\pi}^{\pi} (1-H_2) \left| \frac{D}{1-DH_2} \right|^2 dw \\ &= \frac{\int_{-\pi}^{\pi} \frac{-(1-H_2)T - \Psi}{|1-EH_2|^2|1-DH_2|^2} S_{ww} dw}{\pi(1-\beta) - \int_{-\pi}^{\pi} (1-H_2) \left| \frac{D}{1-DH_2} \right|^2 dw} \end{aligned} \quad (5-54)$$

donde,  $\Psi = E^*|H_1|^2 - E^*D^*|H_1|^2H_2^* - E^*D|H_1|^2H_2 + E^*|D|^2|H_1|^2|H_2|^2 - |E|^2|H_1|^2H_2 + |E|^2D^*|H_1|^2|H_2|^2 - |E|^2D|H_1|^2H_2^2 - |E|^2|D|^2|H_1|^2H_2^2H_2^*$

De igual manera que para el escenario II, el primer término de la ecuación ?? modela el valor esperado del PSD sin restricciones de la red, mientras que el segundo término es generado por la pérdida de paquetes.

# 6 Evaluación de desempeño del sistema de los cuatro tanques

En este capítulo se presentan los resultados del análisis del desempeño de los tres escenarios propuestos en el capítulo 5 sobre el sistema de los cuatro tanques. Inicialmente se describen las dinámicas del sistema y se presentan los resultados de la simulación del sistema de control en red incluyendo las restricciones de la red.

## 6.1. Sistema de los cuatro tanques

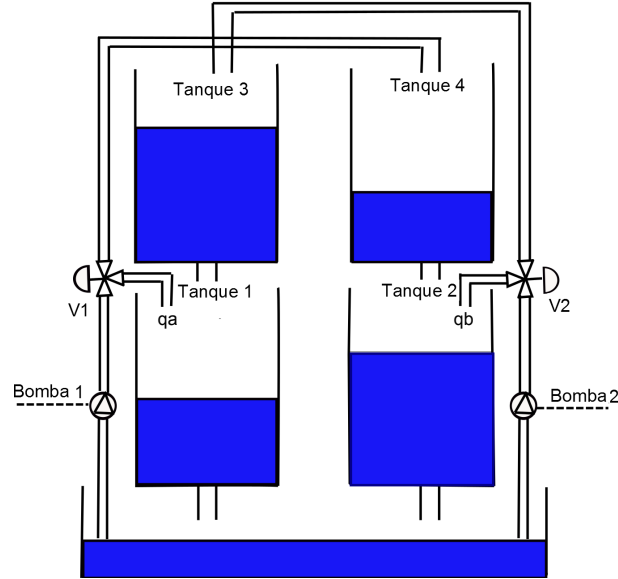
El sistema de cuatro tanques fue propuesto por primera vez en [?] como benchmark para el aprendizaje de técnicas de control multivariable. Generalmente, es usado para la aplicación de esquemas descentralizados y distribuidos de control al ser un sistema acoplado con dinámicas no lineales y sujeto a restricciones en los estados y las entradas.

La planta está conformada por cuatro tanques interconectados, dos bombas y dos válvulas. El sistema se muestra en la figura ??.

Como se observa en la figura ??, la planta presenta algunos desafíos de control al tenerse conexión entre los tanques 1 y 3 y los tanques 2 y 4, de manera que el nivel del tanque 1 se modificará proporcional a la cantidad de líquido proveniente del tanque 3. De igual manera, el nivel del tanque 2 se verá afectado debido al tanque 4. Además, se puede identificar un fuerte acoplamiento entre las entradas (bombas) del sistema: La bomba de la izquierda afecta directamente el flujo en la válvula 1, con la cual se modifica el nivel de los tanques 1 y 4, mientras que la bomba de la derecha afecta el flujo en la válvula 2 y seguidamente el nivel de los tanques 2 y 3.

Mediante la ley de Bernoulli y la ley de balances de masas, se obtienen las siguientes ecuaciones diferenciales para cada uno de los tanques:

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} = -\frac{a_1}{A_1} \sqrt{2gh_1} + \frac{a_3}{A_1} \sqrt{2gh_3} + \frac{\gamma_1}{A_1} q_a \quad (6-1)$$



**Figura 6-1:** Esquema del sistema de los cuatro tanques.

$$\frac{\partial h_2}{\partial t} = -\frac{a_2}{A_2} \sqrt{2gh_2} + \frac{a_4}{A_2} \sqrt{2gh_4} + \frac{\gamma_2}{A_2} q_b \quad (6-2)$$

$$\frac{\partial h_3}{\partial t} = -\frac{a_3}{A_3} \sqrt{2gh_3} + \frac{(1 - \gamma_2)}{A_3} q_b \quad (6-3)$$

$$\frac{\partial h_4}{\partial t} = -\frac{a_4}{A_4} \sqrt{2gh_4} + \frac{(1 - \gamma_1)}{A_4} q_a \quad (6-4)$$

Donde  $h_i$  corresponde al nivel del tanque  $i$ ,  $q_a$  y  $q_b$  son los flujos de entrada a los tanques 1 y 2 respectivamente,  $A_i$  es el área de la sección transversal del tanque  $i$ ,  $a_i$  es la constante de descarga del tanque  $i$ ,  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$  son los parámetros de las válvulas 1 y 2, respectivamente y  $g$  es la gravedad.

En la tabla ?? se recopilan los valores seleccionados para los parámetros del sistema.

Los estados, las entradas y las salidas del sistema están dados por  $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [h_1 \ h_2 \ h_3 \ h_4]^T$ ,  $u = [u_1 \ u_2]^T = [q_a \ q_b]^T$ ,  $y = [y_1 \ y_2]^T = [h_1 \ h_2]^T$ , respectivamente. Para una operación en el punto de equilibrio  $(h_i^0, q_{a,b}^0)$  esto es,  $\frac{\partial h_i}{\partial t} = 0$ , las ecuaciones ?? y ?? se pueden reescribir de la siguiente forma:

Variable	Unidad	Valor
$A_i$	$m^2$	0.0314
$a_1$	$m^2$	1 e-04
$a_2$	$m^2$	1 e-04
$a_3$	$m^2$	1 e-04
$a_4$	$m^2$	1 e-4
$g$	$m/s^2$	9.81

Tabla 6-1: Parámetros de la planta.

$$\frac{a_3}{A_3} \sqrt{2gh_3^0} = \frac{(1 - \gamma_2)}{A_3} q_b^0 \quad (6-5)$$

$$\frac{a_4}{A_4} \sqrt{2gh_4^0} = \frac{(1 - \gamma_1)}{A_4} q_a^0 \quad (6-6)$$

Reemplazando ?? y ?? en ?? y ?? se obtienen las ecuaciones ?? y ??.

$$\frac{a_1}{A_1} \sqrt{2gh_1^0} = \frac{\gamma_1}{A_1} q_a^0 + \frac{(1 - \gamma_2)}{A_1} q_b^0 \quad (6-7)$$

$$\frac{a_2}{A_2} \sqrt{2gh_2^0} = \frac{(1 - \gamma_1)}{A_2} q_a^0 + \frac{\gamma_2}{A_2} q_b^0 \quad (6-8)$$

Existirá una única entrada constante  $(q_a^0, q_b^0)$  dados los niveles en estado estable  $(h_1^0, h_2^0)$ , sí y solo si la matriz  $S$ ,

$$S = \begin{bmatrix} \gamma_1 & (1 - \gamma_2) \\ (1 - \gamma_1) & \gamma_2 \end{bmatrix}$$

es no singular, es decir, que el determinante de la matriz  $S$  sea diferente de cero. Luego, como se puede observar en la ecuación ??, es evidente que los parámetros de las válvulas determinarán el punto de equilibrio.

$$\gamma_1 + \gamma_2 \neq 1 \quad (6-9)$$

El punto de operación dado por los niveles, los flujos de equilibrio y los parámetros de las válvulas, que satisfacen además la desigualdad en la ecuación ?? se muestran en la tabla ??.

Variable	Unidad	Valor
$h_1^0$	$m$	0.6824
$h_2^0$	$m$	1.093
$h_3^0$	$m$	0.4
$h_4^0$	$m$	0.6
$q_a^0$	$m^3/s$	0.0095585
$q_b^0$	$m^3/s$	0.008944
$\gamma_1$	-	0.2
$\gamma_2$	-	0.3

**Tabla 6-2:** Punto de equilibrio de la planta.

Definiendo las variables  $x_i = h_i - h_i^0$  y  $u_{1,2} = q_{a,b} - q_{a,b}^0$ , el modelo lineal en espacio de estados se describe en la ecuación ??.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \frac{-a_1 g}{A_1 \sqrt{2gh_1^0}} & 0 & \frac{-a_3 g}{A_1 \sqrt{2gh_3^0}} & 0 \\ 0 & \frac{-a_2 g}{A_2 \sqrt{2gh_2^0}} & 0 & \frac{-a_4 g}{A_2 \sqrt{2gh_4^0}} \\ 0 & 0 & \frac{-a_3 g}{A_3 \sqrt{2gh_3^0}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-a_4 g}{A_4 \sqrt{2gh_4^0}} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_2}{A_2} \\ 0 & \frac{(1-\gamma_2)}{A_3} \\ \frac{(1-\gamma_1)}{A_4} & 0 \end{bmatrix} u \quad (6-10)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

Reemplazando los valores dados en las tablas ?? y ?? el sistema linealizado queda finalmente como:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -0,1908 & 0 & 0,2492 & 0 \\ 0 & -0,1508 & 0 & 0,2035 \\ 0 & 0 & -0,2492 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,2035 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 6,3694 & 0 \\ 0 & 9,5541 \\ 0 & 22,293 \\ 25,477 & 0 \end{bmatrix} u \quad (6-11)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

### 6.1.1. Sistema de los cuatro tanques como un sistema distribuido cooperativo

Un sistema de control para el sistema de los cuatro tanques suele diseñarse para el seguimiento de referencias en los tanques 1 y 2. De manera centralizada, el controlador multivariable

conseguirá regular los niveles de los tanques 1 y 2 a partir de los flujos  $q_a$  y  $q_b$ , sin embargo, las interacciones presentes generarán errores en la tarea de seguimiento del controlador.

Dado que se trata de una tarea de seguimiento y los sistemas tienen dinámicas acopladas, puede descomponerse el sistema para obtener subsistemas, para los cuales los controladores puedan comunicarse y cooperar para efectuar la misma tarea de seguimiento. El sistema puede entonces descomponerse en dos subsistemas conformados cada uno por dos tanques y una válvula.

El análisis de ganancias relativas permite determinar los pares de entrada-salida  $q_j - h_i$  que conformarán cada uno de los subsistemas. A continuación se describe el procedimiento para determinar estos pares.

### Ganancia relativa (RGA)

La matriz de funciones de transferencia de lazo cerrado de un sistema está definida por:

$$G(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & \cdots & g_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{m1}(s) & \cdots & g_{mp}(s) \end{bmatrix} \quad (6-12)$$

donde  $G(s)$  es una matriz de funciones racionales de orden  $m \times p$ . En el caso que  $m = p$  se trata de un sistema cuadrado. Considerando inicialmente condiciones en estado estable ( $s = 0$ ), el RGA puede calcularse como en [?].

$$\Lambda = G(0) \cdot (G(0)^{-1})' \quad (6-13)$$

El símbolo  $\cdot$  indica un producto elemento por elemento. Reemplazando  $s = 0$  en ??, se tiene la matriz de ganancia en estado estable  $G(0)$ . Los elementos de la matriz  $\Lambda$  en ?? son definidos como la tasa entre la ganancia del proceso para un par  $u_j - y_i$  en un lazo aislado y la ganancia del proceso del mismo lazo cuando todos los lazos están cerrados.

El análisis RGA suele también realizarse de manera dinámica, esto es, incluir las interacciones de los elementos del sistema en diferentes valores de frecuencia. Generalmente, se realiza el análisis en la frecuencia de crossover.

Para el sistema de los cuatro tanques la matriz de transferencia se muestra en la ecuación ??.

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{6,369}{s+0,1908} & \frac{5,556}{s^2+0,4401s+0,04756} \\ \frac{5,185}{s^2+0,3543s+0,03068} & \frac{9,554}{s+0,1508} \end{bmatrix} \quad (6-14)$$

Evaluando la matriz de transferencia en  $s = 0$ , se obtiene,

$$G(0) = \begin{bmatrix} 33,3797 & 116,8288 \\ 169,0024 & 63,3759 \end{bmatrix} \quad (6-15)$$

El análisis RGA a partir de la matriz de transferencia en estado estable, arroja el siguiente resultado:

$$\Lambda(G(0)) = \begin{bmatrix} -0,12 & 1,12 \\ 1,12 & -0,12 \end{bmatrix} \quad (6-16)$$

Para el análisis RGA dinámico, se encuentra la frecuencia crossover a partir de los requerimientos del sistema en lazo cerrado, tales como el tiempo de establecimiento de la salida. Para el sistema de los cuatro tanques se tiene un tiempo de establecimiento  $T_s = 40 \text{ seg}$  y un sobrepaso  $M_p = 1,15$ , los cuales implican una frecuencia igual a  $\omega_n = 0,1934 \text{ rad/seg}$

El análisis RGA dinámico arroja las siguientes conclusiones del sistema de los cuatro tanques:

$$\Lambda(G(j\omega)) = \begin{bmatrix} 0,0071 - 0,189i & 0,9929 + 0,189i \\ 0,9929 + 0,189i & 0,0071 - 0,189i \end{bmatrix} \quad (6-17)$$

- Se debe realimentar la entrada 1 (flujo de la bomba 1:  $q_a$ ) con la salida 2 (nivel del tanque 2:  $h_2$ )
- Se debe realimentar la entrada 2 (flujo de la bomba 2:  $q_b$ ) con la salida 1 (nivel del tanque 1:  $h_1$ )

Como se dijo anteriormente, cada uno de los subsistemas quedará determinado por dos estados, una entrada y una salida. Para determinar los estados que conformarán cada uno de los subsistemas se utiliza la transformación nodal.

La descomposición en estados relevantes, conocida como transformación nodal, es concebida como una herramienta matemática para la construcción de modelos de orden reducido, los cuales contienen solo los estados relevantes locales de un sistema global y normalmente de dimensión mayor. Dichos modelos locales se construyen a través de la matriz de transformación  $T$  [?].

Para el sistema en espacio de estados. la matriz de transformación  $T$  debe satisfacer:

$$\begin{aligned} x_i &= T_i x \\ A_i &= T_i A T_i^\dagger \end{aligned} \quad (6-18)$$

donde,  $x$  representa el vector de estados globales,  $x_i$  representa el vector de estados locales,  $A$  es la matriz de transición global y  $A_i$  es la matriz de transición local. El vector de mediciones locales puede ser obtenido a partir del vector de estados locales y el modelo local de mediciones, tal como se describe en la ecuación ??

$$y_i = C_i x_i \quad (6-19)$$

donde  $C_i$  es el modelo de mediciones locales definido como  $C_i = H_i C T_i^\dagger$ , con  $H_i$  el modelo particionado de mediciones. La selección de la matriz de transformación dependerá de la forma de la matriz de transición, la cual brinda una pista inicial acerca de la influencia física de un estado sobre los otros y cómo estos deben ser distribuidos. La selección de  $T$  también dependerá del grado de acoplamiento entre los estados.

Se seleccionan las matrices  $T_1$  y  $T_2 \in \mathbb{R}^{2 \times 4}$ , de manera que el subsistema 1 este conformado por el tanque 1 y 3 y que el subsistema 2 este conformado por los tanques 2 y 4.

Denotando  $v_{ji}$  como la señal comunicada desde el subsistema  $j$  al subsistema  $i$ , esto es,  $v_{21} = u_1$  y  $v_{12} = u_2$ , en las ecuaciones ?? y ?? se pueden ver los modelos resultantes para cada uno de los subsistemas.

*Subsistema 1*

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_{s1}}{\partial t} &= A_{11} x_{s1} + B_{11} u_{s1} + B_{12} v_{21} \\ y_1 &= C_{11} x_{s1} \end{aligned} \quad (6-20)$$

*Subsistema 2*

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_{s2}}{\partial t} &= A_{22} x_{s2} + B_{22} u_{s2} + B_{21} v_{12} \\ y_2 &= C_{s2} x_{s2} \end{aligned} \quad (6-21)$$

### 6.1.2. Diseño del lazo prealimentado de control

El lazo prealimentado es diseñado a partir de un sistema desacoplador tal como se planteó en el capítulo 4. Para lo anterior se calcula la matriz de desacople  $D(s)$  a través de la matriz de ganancia:

Controlador	$K_p$	$T_i$	$T_d$
$q_a - h_2$	0,015	0,0015	0,001
$q_b - h_1$	0,077	0,01	0,05

**Tabla 6-3:** Parámetros de diseño de los controladores PID

$$D(s) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{-G_{12}(s)}{G_{11}(s)} \\ \frac{-G_{21}(s)}{G_{22}(s)} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{6,369s^2+2,803s+0,3029}{5,556s+1,06} \\ -\frac{9,554s^2+3,385s+0,2931}{5,185s+0,7816} & 1 \end{bmatrix} \quad (6-22)$$

De la anterior ecuación se pueden extraer las funciones de transferencia para los controladores de lazo prealimentado para cada uno de los subsistemas. Ahora bien si se evalúa la matriz de desacople en estado estable se obtienen los siguientes valores para el sistema desacoplador.

$$D(0) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{-G_{12}(0)}{G_{11}(0)} \\ \frac{-G_{21}(0)}{G_{22}(0)} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -0,2857 \\ -0,3750 & 1 \end{bmatrix} \quad (6-23)$$

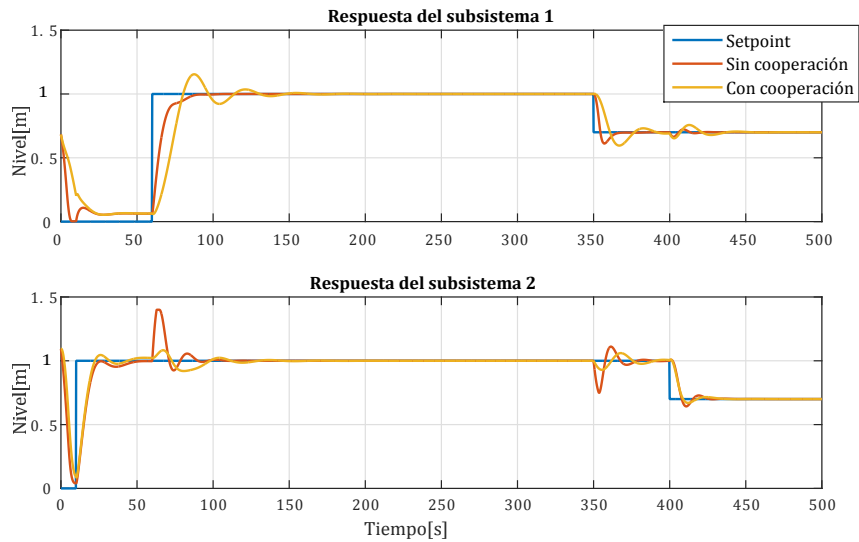
El sistema de control para cada subsistema estará conformado por un PID, cuya tarea será regular los niveles de los tanques 1 y 2 de manera que alcancen los setpoints configurados, teniendo además en cuenta la información comunicada del otro subsistema. En la tabla ?? se muestran los parámetros de los dos controladores diseñados.

Los subsistemas conformados por lazos realimentados y prealimentados son simulados en MATLAB. En la figura ??, se muestran las salidas de los subsistemas controlados de manera descentralizada (sin cooperación) y de manera distribuida cooperativa.

Como se puede observar, cuando no se tiene cooperación, un cambio en el nivel de uno de los tanques afectará inmediatamente al otro, debido a las acoples del sistema. Sin embargo, cuando se utiliza el esquema distribuido de control tal efecto se ve mermado y se evitan sobrepasos y oscilaciones no propias de la operación del sistema de control.

### 6.1.3. Sistema de los cuatro tanques como un sistema DNCS prealimentado

Aunque se descompuso el sistema y se identificaron las tareas de cooperación falta agregar uno de los elementos claves dentro del marco teórico de los sistemas distribuidos cooperativos: La red y sus restricciones. Con lo anterior, se puede describir el sistema de los cuatro tanques como un sistema DNCS prealimentado (capítulo 4) y obtener si se desea cada una



**Figura 6-2:** Comparación entre esquemas de control descentralizados (sin cooperación) y distribuidos cooperativos.

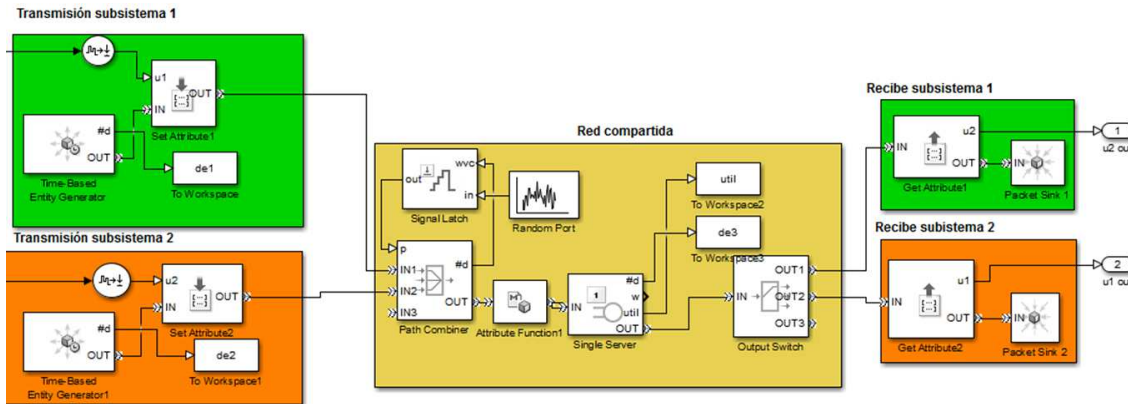
de las tres configuraciones expuestas anteriormente.

De acuerdo con los escenarios planteados en el capítulo anterior se obtienen algunos resultados preliminares como un acercamiento a la simulación de una red compartida de comunicaciones junto con un sistema dinámico. La red se incluye en ambos lazos de control utilizando bloques propios de SimEvents de MATLAB, el cual es un motor de simulación de eventos discretos y una biblioteca de componentes para analizar modelos de sistemas activados por eventos, referirse al anexo A para mayor información.

En la figura ??, se observan algunos de los bloques utilizados para la emulación de la red compartida.

Para los tres escenarios se tienen las siguientes consideraciones:

- Los retardos son generados a partir de un HMM. Cada estado de la red contendrá un estado observable. A su vez el estado observable generará los retardos a partir de una cadena de Markov continua, para la cual la media de la distribución exponencial variará de acuerdo al estado de la red. Los retardos siempre estarán acotados.
- La pérdida de paquetes se genera con un proceso de Bernoulli. La pérdida de paquetes consecutiva es permitida para ilustrar el funcionamiento de una red congestionada.
- Para el subsistema 1 se efectúa un cambio de referencia a los 60 y 350 segundos de la



**Figura 6-3:** Bloques dentro de SimEvents para la simulación de la transmisión y recepción de paquetes a través de una red compartida.

simulación, mientras que para el subsistema 2 los cambios se efectúan en los segundos 10 y 400.

- El desempeño del sistema se evalúa en este primer acercamiento a partir del error con respecto a la referencia. Se calcula además el valor de sobrepico y la tasa de establecimiento de la salida.

### Escenario I

Las restricciones de la red solo estarán presentes en el lazo prealimentado. Los retardos y la pérdida de paquetes son modelados en MATLAB tal como se describió en el capítulo 3. Aquí se simula el sistema DNCS prealimentado para diferentes probabilidades de pérdida de paquetes y diferentes cargas en la red.

En las figuras ?? y ??, se muestran las respuestas de los subsistemas cuando se tiene una probabilidad de pérdida de paquetes en el lazo prealimentado  $\alpha = 0,1$ . Los retardos variaron de manera aleatoria de acuerdo a la carga de la red. Debido a que la probabilidad de pérdida es baja, se puede observar que la tarea de seguimiento del sistema de control en el lazo de control no se ve en gran medida afectada. Sin embargo la cooperación entre los subsistemas (compensación del lazo prealimentado) no se efectúa de manera correcta, ya que la pérdida de paquetes evita que se tenga la información actual en este lazo. En las figuras ?? y ??, se puede observar este efecto cuando la probabilidad de pérdida de paquetes aumenta a  $\alpha = 0,9$ .

Para ambos subsistemas, los retardos y la pérdida de paquetes degradan significativamente la tarea de control de ambos controladores (lazo prealimentado y lazo realimentado). Las salidas de los subsistemas presentan oscilaciones lo que hace pensar que el sistema haya perdido su condición de estabilidad. Además la información compartida entre subsistemas

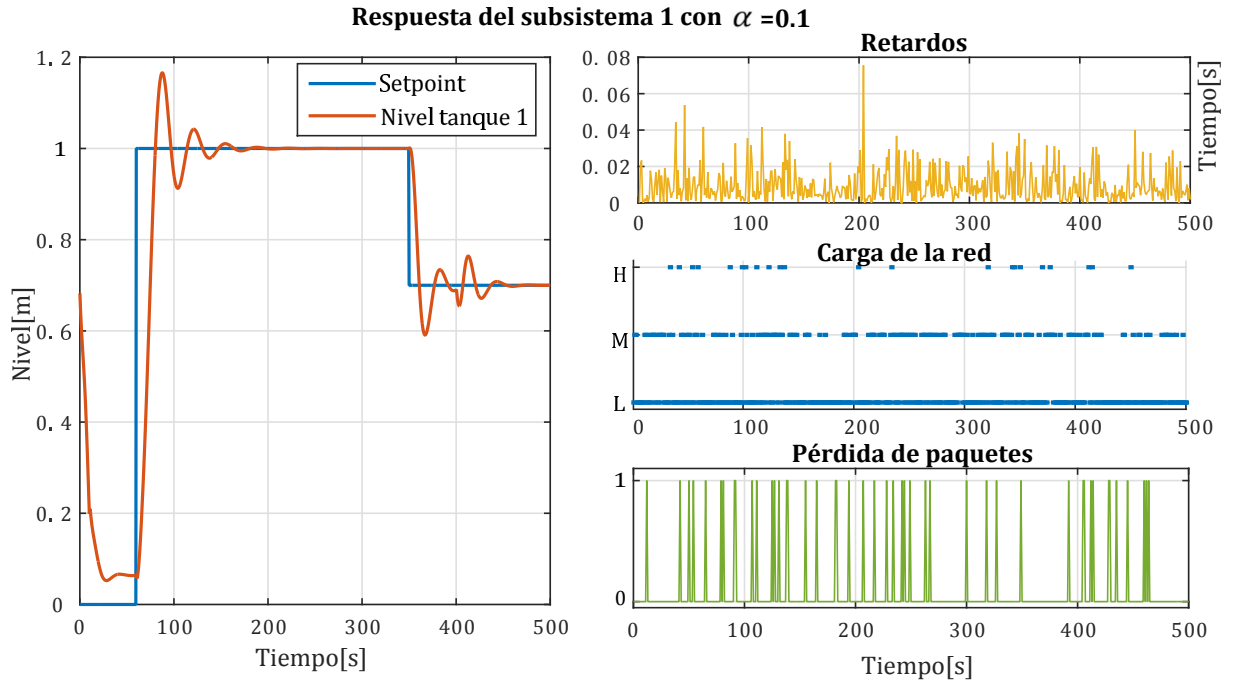


Figura 6-4: Escenario 1 para el subsistema 1 con baja probabilidad de pérdida de paquetes

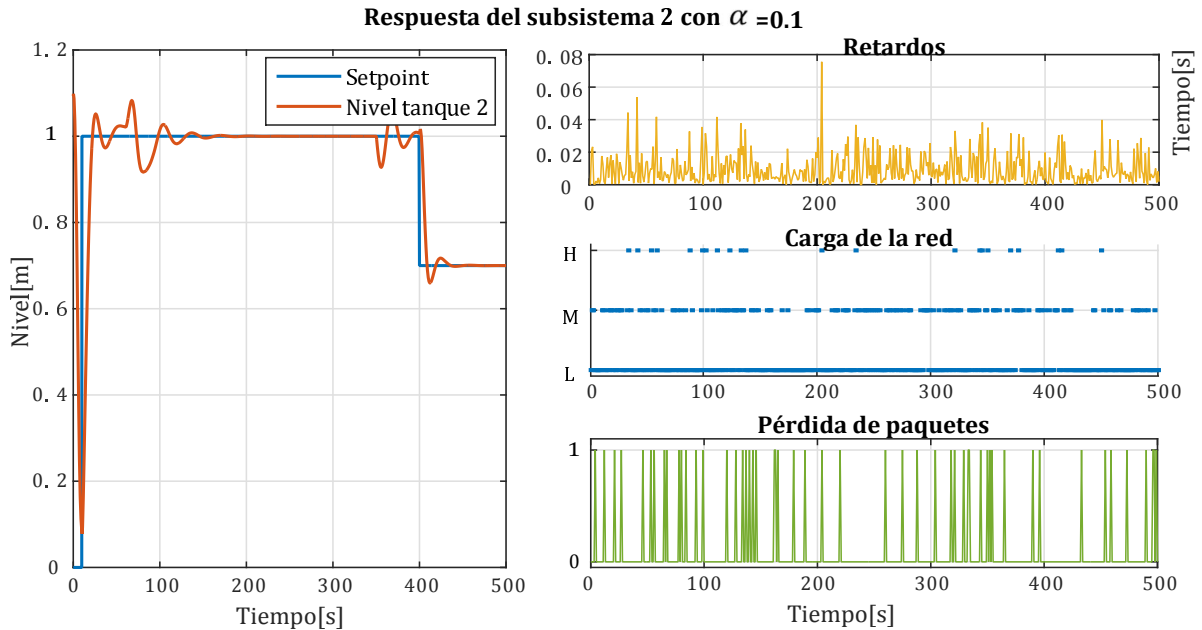
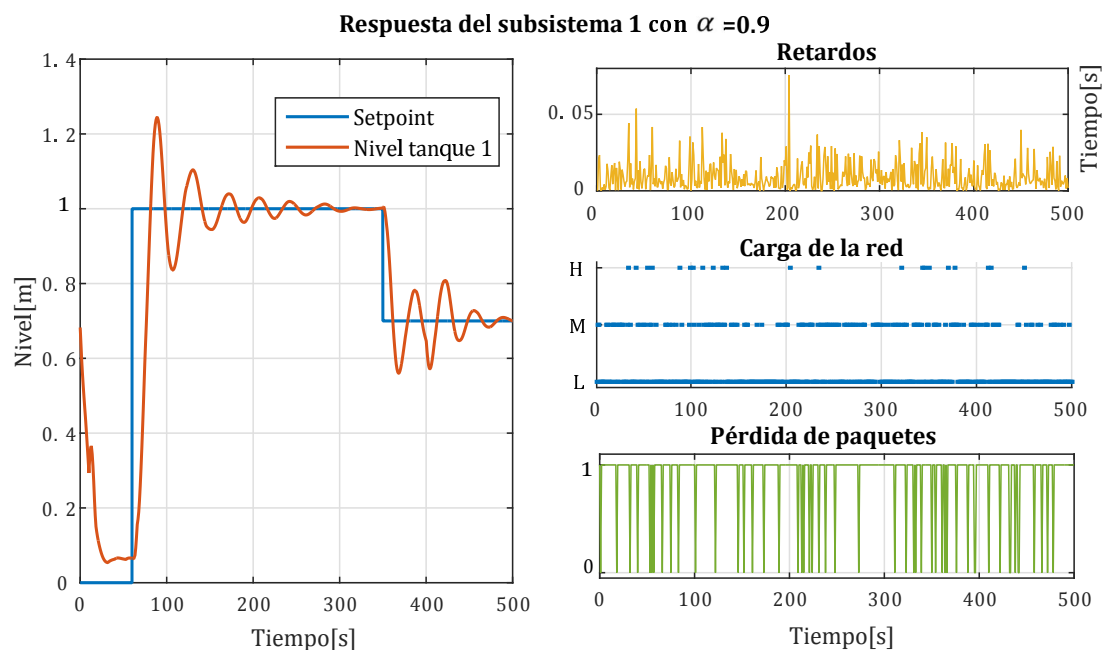


Figura 6-5: Escenario 1 para el subsistema 2 con baja probabilidad de pérdida de paquetes



**Figura 6-6:** Escenario 1 para el subsistema 1 con alta probabilidad de pérdida de paquetes.

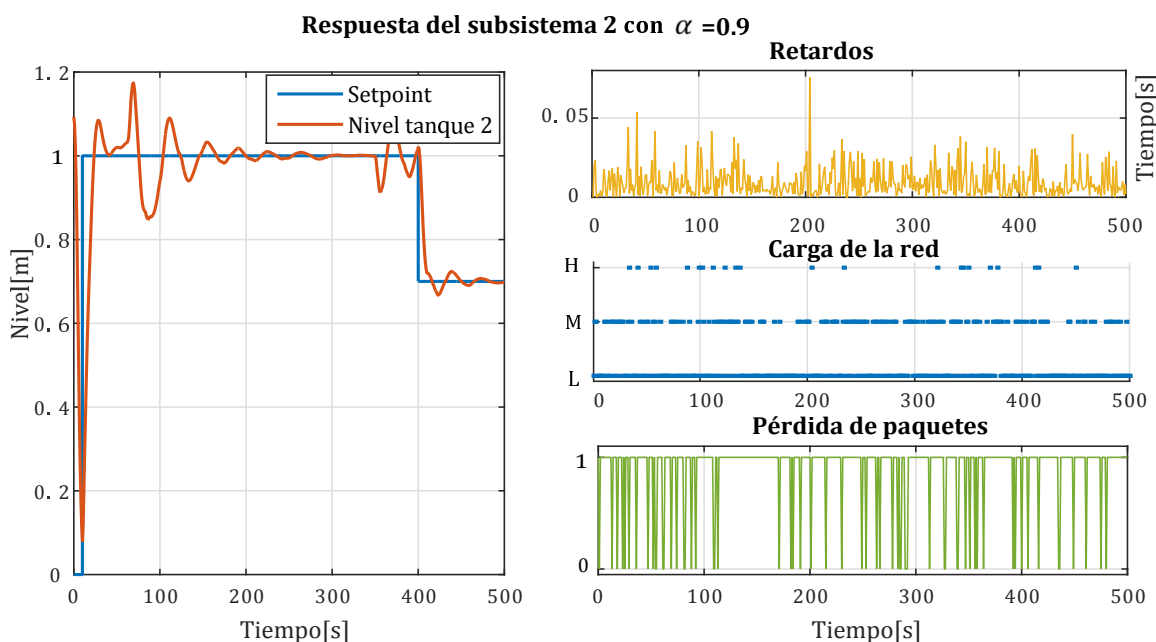
$\alpha$ (%)	Sub 1			Sub 2		
	Sobrepico (%)	Error	Tasa	Sobrepico (%)	Error	Tasa
10	25	$27 \times 10^{-4}$	3.86	7	$7 \times 10^{-4}$	2.63
90	29	$17 \times 10^{-3}$	2.05	18.91	$67 \times 10^{-4}$	1.61

**Tabla 6-4:** Desempeño de los subsistemas en el escenario I

perturba de manera negativa a los subsistemas que la reciben, esto debido a que se genera un error en lazo de prealimentación al no tenerse la información actual.

En la tabla ?? se observa cuantitativamente como las restricciones de la red afectan el desempeño de los subsistemas. Dada una tasa de pérdida de paquetes, se evalúa el sobrepico, la tasa de establecimiento y el error en estado estacionario para cada subsistema.

De la tabla ?? se puede concluir que los efectos de las pérdidas de paquetes son más evidentes para el subsistema 1 que para el subsistema 2. Sin embargo el efecto es igual de significativo en los dos subsistemas, cuando se tienen grandes tasas de pérdida de paquetes.

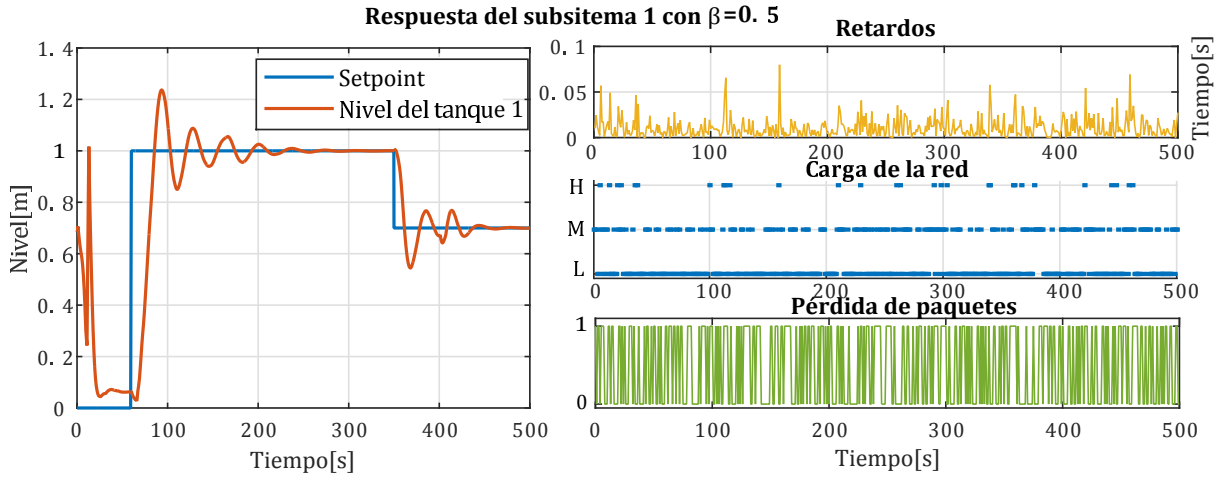


**Figura 6-7:** Escenario 1 para el subsistema 2 con alta probabilidad de pérdida de paquetes.

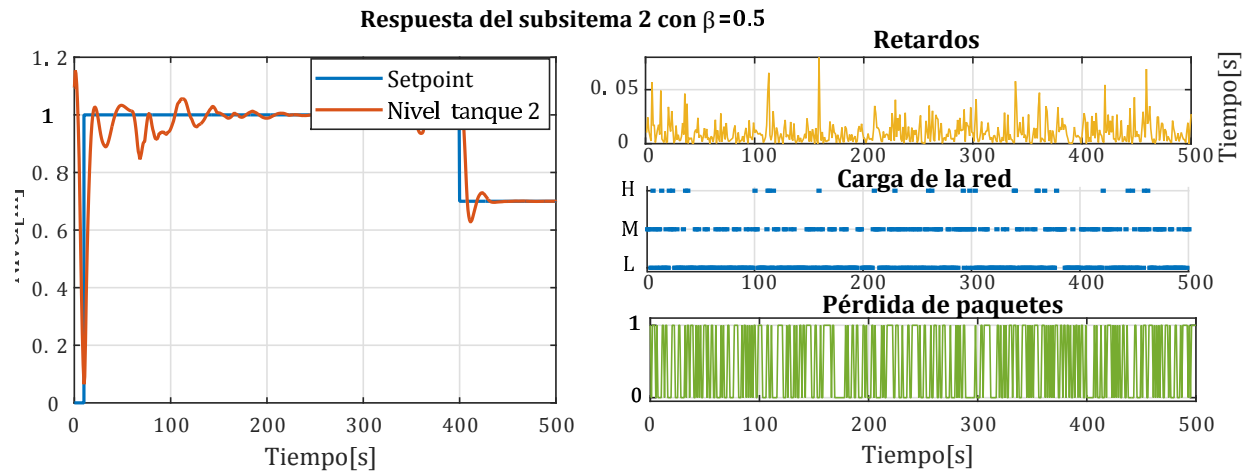
## Escenario II

En este escenario, la red compartida se encargará de soportar la comunicación entre los controladores realimentados (uno por subsistema) y sus respectivos procesos. En este enlace se presentarán pérdida de paquetes y retardos aleatorios. En el lazo prealimentado solo se tendrán en cuenta los efectos de los retardos por recepción, es decir, no habrá pérdida de paquetes. Este escenario evalúa directamente el desempeño del sistema de control realimentado. Para una probabilidad de pérdida de paquetes  $\beta = 0,5$  y retardos variables de acuerdo a la carga de la red, se obtienen las respuestas para los subsistemas mostradas en las figuras ?? y ??.

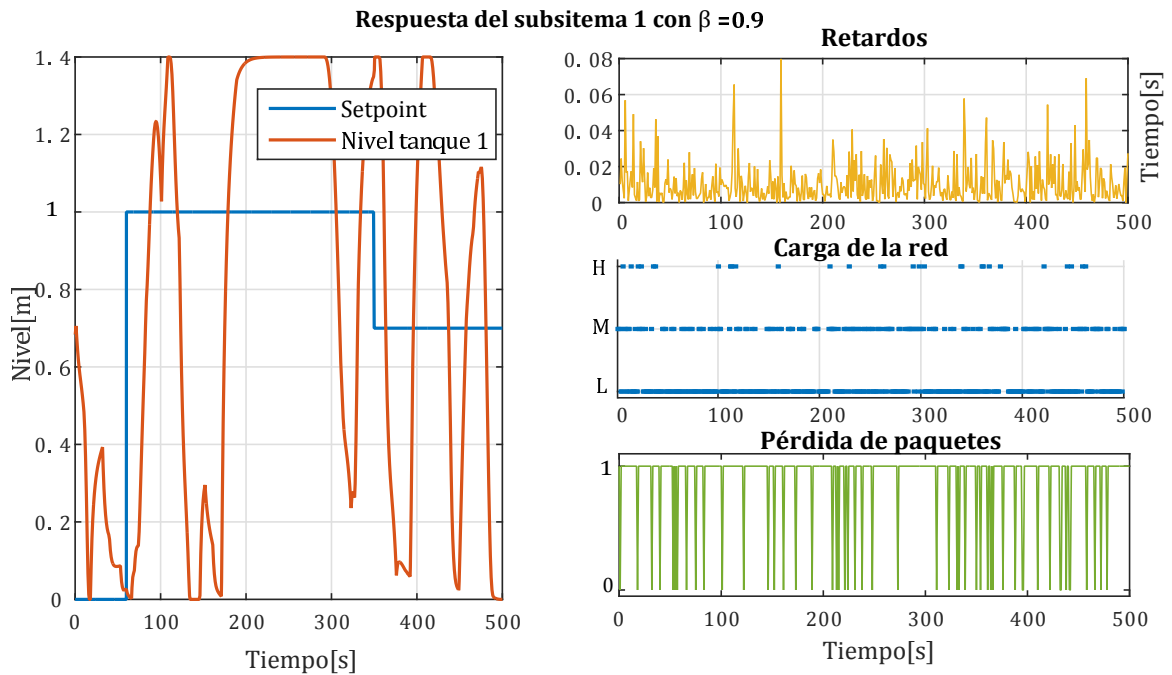
Debido a que se está utilizando la última muestra disponible como estrategia de compensación ante la pérdida de paquetes, el proceso recibirá muestras antiguas y retardadas, lo que generará respuestas indeseables en las salidas de los procesos, tal como se observa en la figura ???. Al inicio de la respuesta del subsistema 1 se genera un pico provocado por una acción de control que llegó retardada o fue calculada en pasos anteriores, cuando el sistema tenía otras condiciones. Se observa, además, que aunque los retardos estén presentes en el lazo prealimentado no generan por si solos una degradación tan evidente como si lo hace la pérdida de paquetes en en lazo realimentado, por la misma forma como se introducen los



**Figura 6-8:** Escenario 2 para el subsistema 1 con pérdida de paquetes solo en el lazo realimentado  $\beta = 0,5$ .



**Figura 6-9:** Escenario 2 para el subsistema 2 con pérdida de paquetes solo en el lazo realimentado.  $\beta = 0,5$



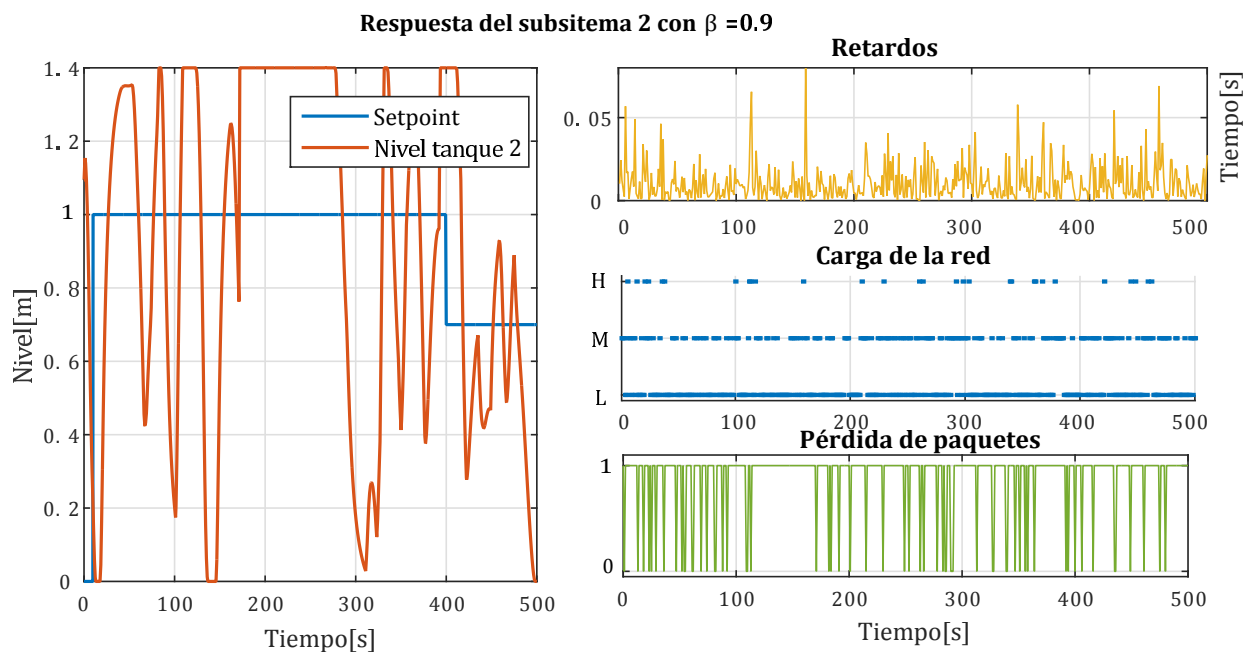
**Figura 6-10:** Escenario 2 para el subsistema 1 con pérdida de paquetes solo en el lazo realimentado.  $\beta = 0,9$ .

retardos en el modelo y al tratarse de elementos activados por eventos y no por reloj.

En un caso más severo de pérdida de paquetes,  $\beta = 0,9$ , el sistema se vuelve inestable y se degrada totalmente el desempeño de los sistemas de control, tal como se muestra en las figuras ?? y ?. Los controladores son incapaces de controlar el nivel de los tanques sin una estrategia adicional para la compensación de la pérdida de paquetes.

En la tabla ?? se observa cuantitativamente como las restricciones de la red afectan el desempeño de los subsistemas. Dada una tasa de pérdida de paquetes, se evalúa el sobrepico, la tasa de establecimiento y el error en estado estacionario para cada subsistema.

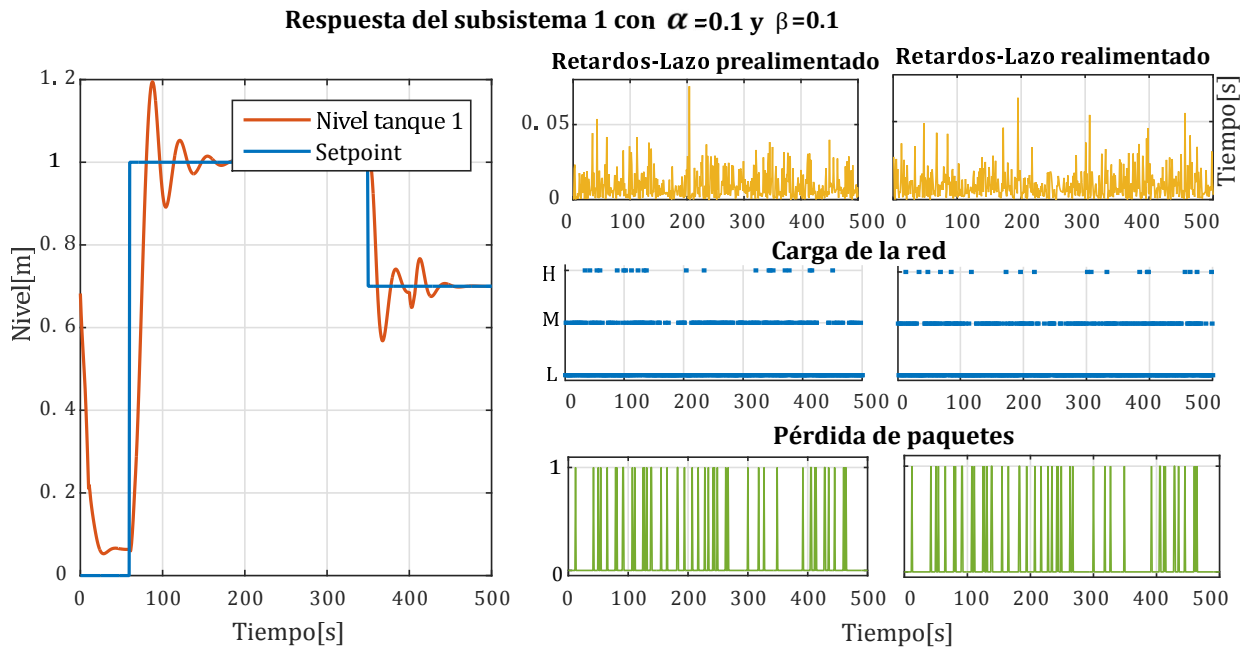
De acuerdo a la tabla ??, cuando se tiene una probabilidad igual al 90 % de que los paquetes en el lazo realimentado no lleguen al actuador, el sistema presenta un elevado sobrepico y los controladores son incapaces de llevar la variable controlada a estado estacionario.



**Figura 6-11:** Escenario 2 para el subsistema 2 con pérdida de paquetes solo en el lazo realimentado.  $\beta = 0,9$ .

$\beta$ (%)	Sub 1			Sub 2		
	Sobrepico (%)	Error	Tasa	Sobrepico (%)	Error	Tasa
50	24	$20 \times 10^{-4}$	1.71	6.84	$3 \times 10^{-4}$	1.51
90	40	N/A	N/A	40	N/A	N/A

**Tabla 6-5:** Desempeño de los subsistemas en el escenario II



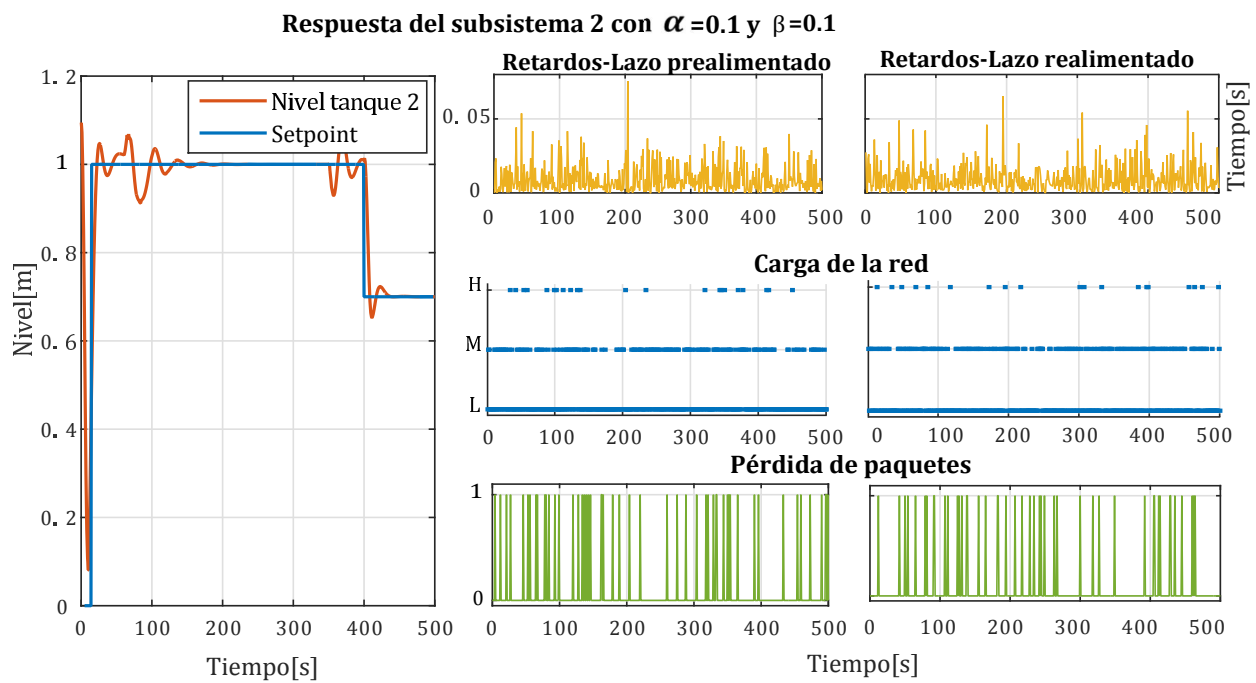
**Figura 6-12:** Escenario 3 para el subsistema 1 con pérdida de paquetes en ambos lazos.  $\alpha = 0,1$  y  $\beta = 0,1$ .

### Escenario III

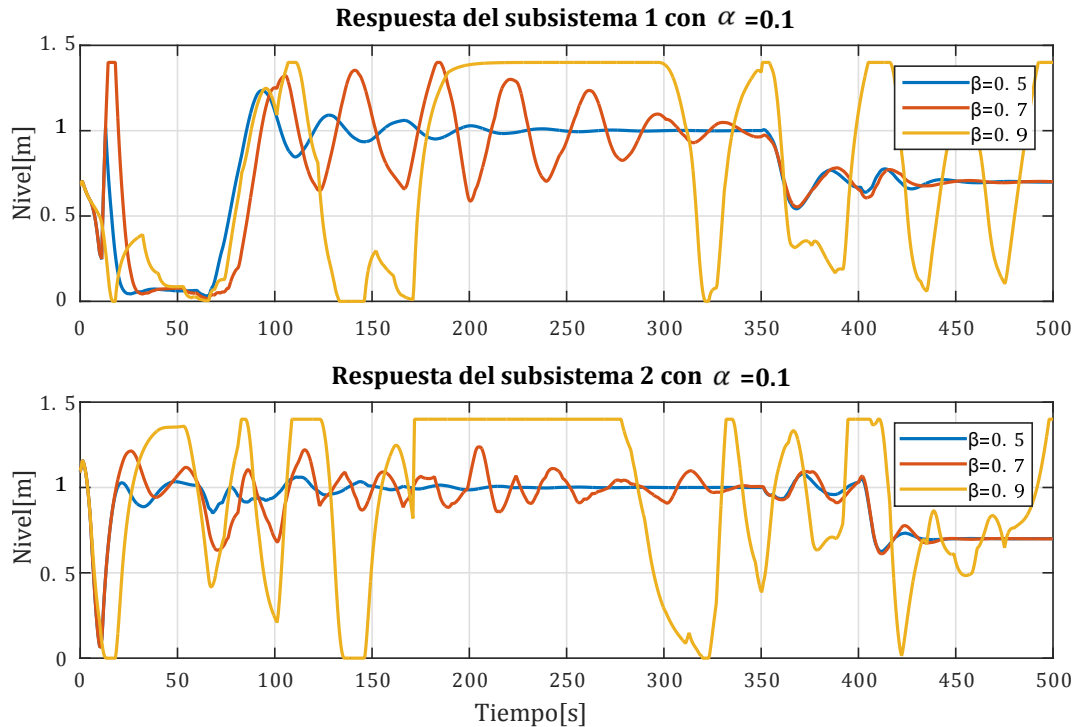
La red compartida, considerada en ambos lazos, inducirá retardos variables y pérdida de paquetes con diferentes probabilidades ( $\alpha$  y  $\beta$ ). Inicialmente en las figuras ?? y ?? se muestran las respuestas para el subsistema 1 y subsistema 2, respectivamente, cuando las probabilidades de pérdida de información son iguales ( $\alpha = 0,1$  y  $\beta = 0,1$ ). Lo anterior para evidenciar como aún con probabilidades pequeñas se empieza a deteriorar el desempeño, debido a la presencia de la red en los dos enlaces.

Para este caso, la respuesta de los sistemas se asemeja mucho a las respuestas obtenidas en el primer escenario, en el cual la red solo está presente en el lazo prealimentado. En el escenario 1 y en este último caso, los sistemas de control pueden soportar estas tasas de pérdida de información y retardos.

Para poder visualizar de manera más directa el efecto de la falta de información en cada uno de los lazos cuando en el otro lazo se tiene una tasa fija de pérdida de paquetes, en las siguientes figuras se muestra la respuesta de los subsistemas primero con una tasa fija en el lazo prealimentado  $\alpha = 0,1$  y tasa variable en el lazo realimentado y seguidamente la



**Figura 6-13:** Escenario 3 para el subsistema 2 con pérdida de paquetes en ambos lazos.  
 $\alpha = 0,1$  y  $\beta = 0,1$



**Figura 6-14:** Escenario 3 con tasa de pérdida de paquetes variable en el lazo realimentado

respuesta de los subsistemas para el caso contrario ( $\beta = 0,1$  y  $\alpha$  variable).

En la figura ?? se muestran los resultados para el primer caso.

El sistema rápidamente se desestabiliza con estas tasas de pérdida de información. No es coincidencia que el desempeño se deteriore rápidamente cuando se tienen altas pérdidas de paquetes en este enlace debido a que las acciones de control, aquellas que llegan al actuador del proceso, se generan como la suma de la acción realimentada y prealimentada y se supone que ambas vienen retardadas y sufren pérdida de paquetes. El proceso se afecta “doblemente”. En la tabla ?? se observa cuantitativamente como las restricciones de la red afectan el desempeño de los subsistemas.

De acuerdo con la tabla ??, el efecto degenerativo de la pérdida de paquetes sobre el desempeño de los subsistemas se puede evidenciar con el aumento de el sobrepico en la respuesta de cada uno de estos, así como con el aumento de las oscilaciones y la incapacidad de parte de los controladores para estabilizar los niveles de los tanques y que estos alcancen el estado estacionario.

Finalmente, en la figura ?? se evidencia como el deterioro del desempeño de los subsistemas no es tan severo como el caso anterior. Las tasas altas de pérdida de paquetes provocan

$\beta$ (%)	Sub 1			Sub 2		
	Sobrepico(%)	Error	Tasa	Sobrepico(%)	Error	Tasa
50	17	0	4.44	4	0	4.1
70	40.6	$15 \times 10^{-4}$	1.3	23	$7 \times 10^{-4}$	1.8
90	40.7	N/A	N/A	40	N/A	N/A

**Tabla 6-6:** Desempeño de los subsistemas en el escenario III con  $\alpha = 0,1$

oscilaciones en las respuestas, sin embargo el sistema no pierde su condición de estabilidad.

Se hace evidente que la tarea de cooperación se ve afectada de manera significativa. Entre más alta la tasa de pérdida de paquetes, el subsistema  $i$  recibirá información “antigua”, la cual como se dijo perturba negativamente a este subsistema.

A lo largo de cada uno de los tres escenarios de simulación se pudo observar lo siguiente:

- Los efectos de la red son más efectivos en el subsistema 1. La degeneración del desempeño del sistema global ocurre más rápidamente cuando se tienen grandes tasas de pérdida de paquetes en los lazos prealimentado y relalimentado del subsistema 1.
- Cuando las restricciones de la red están presentes en ambos lazos, una mayor tasa de pérdida de paquetes en el lazo realimentado producirá la destabilización más rápida del sistema que cuando se tengan tasas altas de pérdidas de paquetes en el lazo prealimentado.
- El efecto de los retardos sobre los subsistemas parece no ser tan evidente en las trayectorias de las salidas del sistema, debido a que se tomaron valores pequeños. Sin embargo el efecto combinado con la pérdida de paquetes sí impacta negativamente sobre el desempeño de los subsistemas.

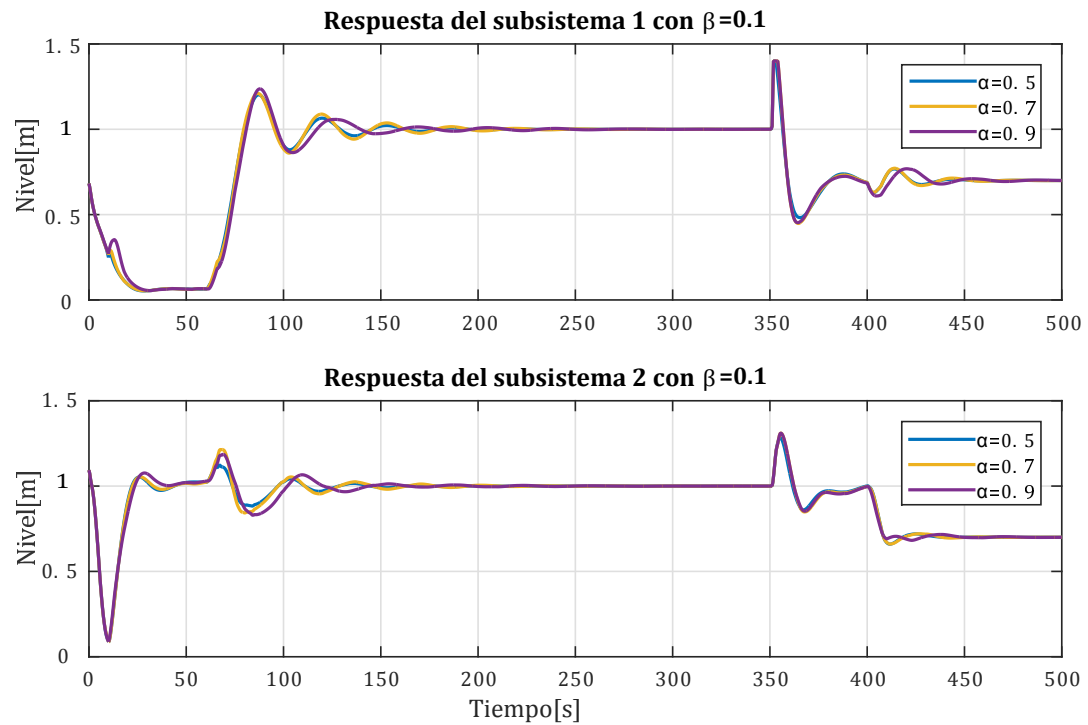


Figura 6-15: Escenario 3 con tasa de pérdida de paquetes variable en el lazo prealimentado.

# 7 Evaluación de desempeño del sistema de los cuatro tanques a través de la densidad espectral de potencia

En este capítulo se presenta la evaluación del desempeño del sistema de los cuatro tanques a través de la semi-norma  $\|y\| = \sqrt{\text{traza}(R_{yy}[0])}$ , la cual como se vio está relacionada con la densidad espectral de potencia.

La autocorrelación de la salida con valor máximo en cero indicará que tan rápido o lento decae una señal, esto es, si la señal esta altamente correlacionada, indicando que el proceso tiene “*memoria*” y por tanto una baja varianza, la señal decaerá lentamente. En el caso contrario, si el proceso no fue generado por un mecanismo con memoria, las muestras de la señal suelen tener una baja correlación y alta varianza entre ellas, como consecuencia la función de la correlación decae rápidamente alrededor de cero.

Como se dijo anteriormente, la autocorrelación y la densidad espectral de potencia están relacionadas por medio de la transformada de Fourier, la cual permite obtener la distribución en frecuencia de la señal variando en el tiempo. Si la autocorrelación varia rápidamente, se tendrá un espectro con un mayor ancho de banda, mientras que si la señal decae lentamente el ancho de banda será menor. De aquí a que se pueda evaluar la varianza de la salida del sistema en frecuencia para evidenciar como los requerimientos del sistema cambian cuando la red está presente.

De acuerdo a los resultados obtenidos en el capítulo anterior, para cada uno de los escenarios propuestos se encontrará el valor de esta semi-norma y las cotas superiores para las tasas de pérdida de paquetes y los retardos sólo para el subsistema 1, en el cual los efectos de la degradación del desempeño son más evidentes.

## 7.1. Escenario I

Recordando que para el escenario I, la salida  $y_i$  en términos de la información comunicada esta dada por:

$$y_i = \frac{G_{ii}G_{ii}^{ff} z^{-\tau_{fa}} + G_{ij}}{1 + G_{ii}G_{ci}} u_j \quad (7-1)$$

Además, la densidad espectral de potencia de la salida es calculada de la siguiente manera:

$$S_{yy} = \left| \frac{G_{ii}G_{ii}^{ff} z^{-\tau_{fa}} + G_{ij}}{1 + G_{ii}G_{ci}} \right|^2 S_{ww} \quad (7-2)$$

$S_{ww}$  será la densidad espectral de la información comunicada a través del enlace entre  $S_2$  y  $G_{ii}^{ff}$ . La presencia de la red en este enlace, induce retardos variables y pérdida de paquetes, los cuales deben tenerse en cuenta en el cálculo del PSD de la información comunicada.

Lo anterior implica que el espectro de la información comunicada  $u_j$  estará modificado por la fenomenología de la red. De manera análoga se puede pensar en la red como un filtro que cambiará la entrada a este en fase (retardos) y en magnitud (pérdida de paquetes).

Para la estimación de la densidad espectral de potencia a partir de las expresiones desarrolladas en el capítulo 5, se estima el espectro de la información comunicada de manera que está sea una señal cuasi-estacionaria, al tener componentes deterministas -acción de control comunicada- y componentes estocásticos, debido al ruido en el canal y la presencia de las restricciones en la red.

De acuerdo a los datos obtenidos en la simulación del sistema de los cuatro tanques, en la figura ?? se muestra la densidad espectral de potencia de la información comunicada al subsistema 1.

En la figura ?? se muestra el área señalada en la figura ?? para poder observar las variaciones de la señal y sus características.

Finalmente, la figura ?? deja ver nuevas variaciones y picos en la señal de la densidad espectral de potencia de la información comunicada.

A partir de las tres figuras, se elige, para la estimación del PSD para la información comunicada, una señal Gaussiana y estacionaria en el sentido amplio (Wide Sense Stationary, del inglés). Más adelante se profundizará acerca de la importancia de asegurar que las señales sean WSS.

La expresión de  $S_{ww}$  bajo estos criterios equivaldrá a tener un ruido blanco pasando a través de un filtro, el cual le dará color de acuerdo a los parámetros del filtro. En la ecuación ?? se muestra la función de transferencia del filtro.

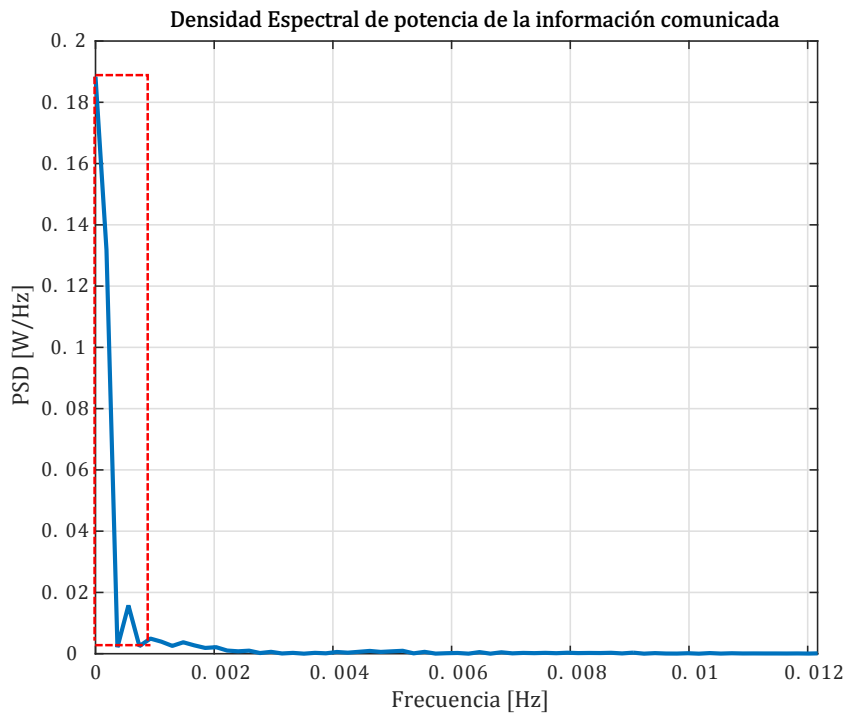


Figura 7-1: PSD de la información comunicada al subsistema 1

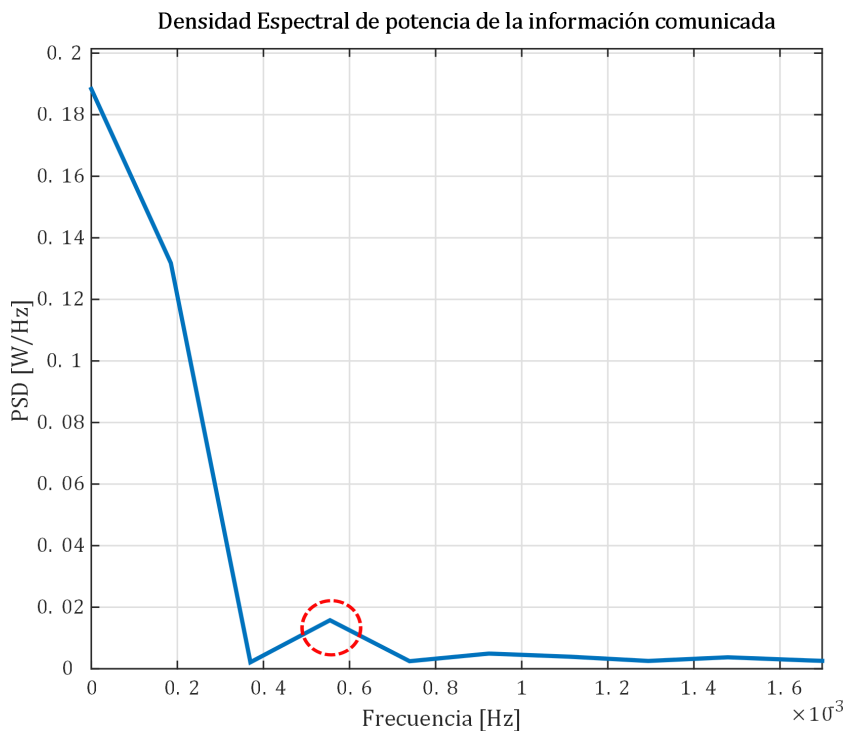
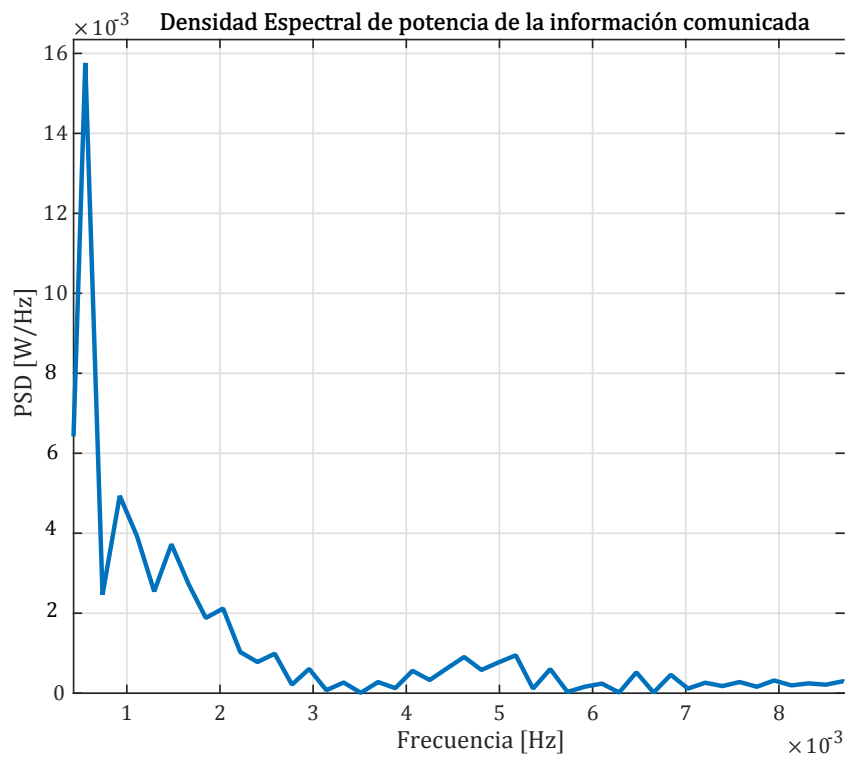
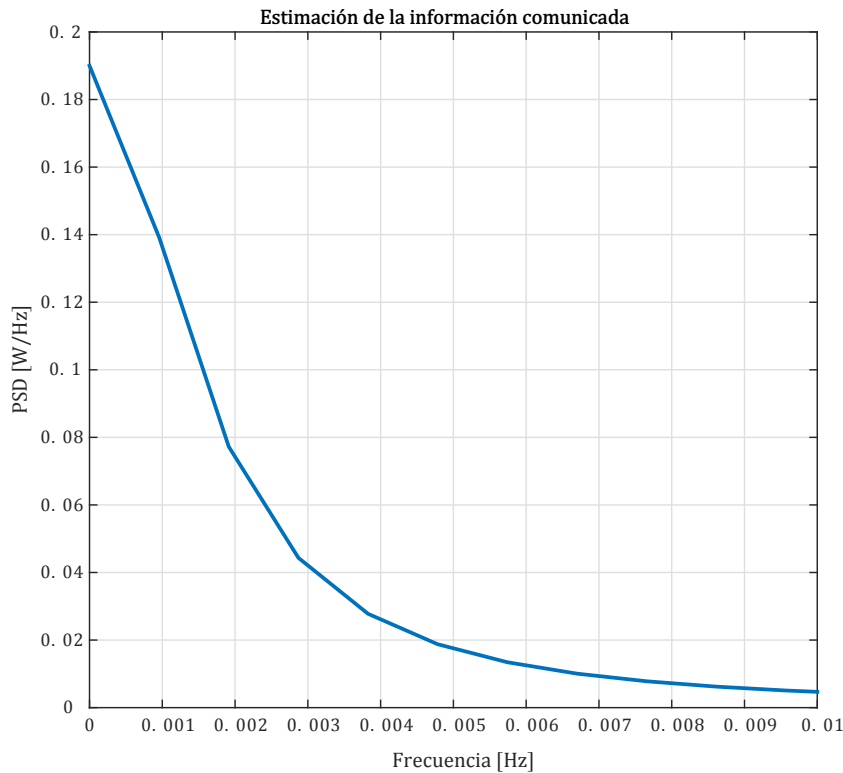


Figura 7-2: Variaciones de la PSD en bajas frecuencias



**Figura 7-3:** Variaciones rápidas de la PSD entre 0 y  $8e - 3$  Hz



**Figura 7-4:** Estimación de la PSD de la información comunicada al subsistema 1

$$S_{ww} = \frac{0,000019}{(1 - 1,01e^{-j\omega})(1 - 1,01e^{j\omega})} \tag{7-3}$$

En la figura ?? se muestra además la respuesta en frecuencia del filtro. Dado que esta señal es transportada por la red, esta sufrirá cambios relacionados con los retardos y la pérdida de paquetes, de esta forma la señal que llega al controlador de realimentación, denotada como  $\bar{u}_j$ , será una versión retardada y/o compensada de la información original. Para el caso de la pérdida de paquetes, se espera a mayor probabilidad de pérdida de paquetes, más alta será la variación. Desde el punto de vista de la respuesta en frecuencia, una señal que decae lentamente (baja variación) tendrá una respuesta en frecuencia plana mientras que para las señales de variación rápida ocurre lo contrario. Para la función de autocorrelación aplica lo anterior, el ruido blanco por ejemplo tiene una función de autocorrelación tipo impulso con magnitud igual a la varianza, lo que indica que las muestras generadas por este proceso no están correlacionadas. Al calcular la densidad espectral de potencia, se obtiene sin embargo, un espectro plano y constante, debido al gran ancho de banda producto de la variación rápida de la señal.

Lo anterior, ilustra la relación entre la probabilidad de pérdida de paquetes y la respuesta en frecuencia, de la siguiente manera: Recordando que se escogió como estrategia de compensación de pérdida de paquetes utilizar el último valor recibido, entre más pérdidas de paquetes ocurran, la varianza aumentará y la autocorrelación decrecerá rápidamente (respuesta en frecuencia rápida). La densidad espectral de potencia tendrá un ancho de banda mayor y decrecerá más lentamente.

Según el hecho que el PSD de  $\bar{u}_j = \bar{w}$  se puede calcular a través de  $u_j = w$  y que la respuesta en frecuencia de un sistema discreto, de acuerdo a la ubicación de los polos cerca o no del círculo unitario se tendrá una respuesta más rápida o más plana, los efectos de la red serán incluidos al pasar  $S_{ww}$  a través de un filtro pasabajos con un único polo, cuyo valor estará dado por la tasa de pérdidas y éxito.

De acuerdo a lo anterior,  $S_{\bar{w}\bar{w}}$  está dada por:

$$S_{\bar{w}\bar{w}}[n] = S_{ww}[n] + (1 - \alpha)(S_{\bar{w}\bar{w}}[n - 1] - S_{ww}[n]) \quad (7-4)$$

Y su función de transferencia del filtro pasabajos está dada en la ecuación ??

$$H_{\bar{w}\bar{w}}(e^{j\omega}) = \frac{\alpha}{1 - (1 - \alpha)e^{-j\omega}} \quad (7-5)$$

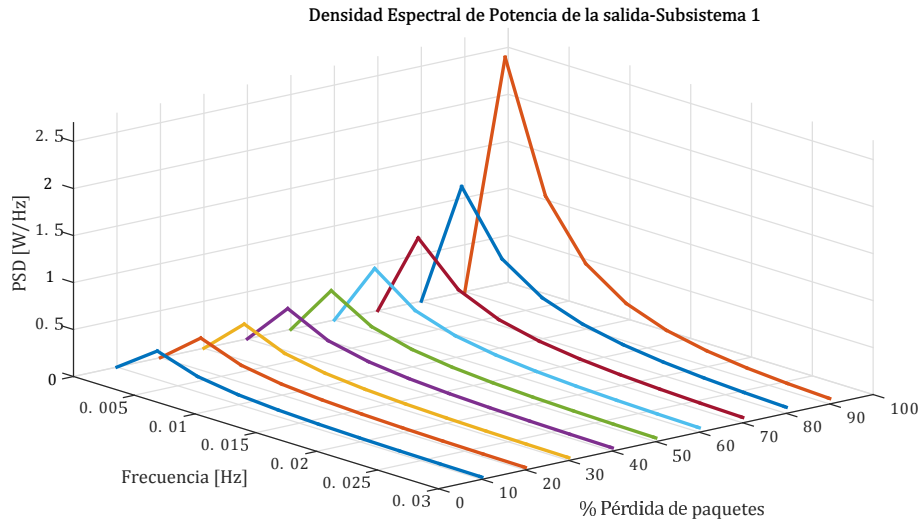
Siendo la tasa de éxito un polo del sistema -siempre dentro del círculo unitario- a una menor pérdida de paquetes (mayor éxito), la señal decae rápidamente mientras que el caso contrario la señal debe decaer lentamente.

Los retardos se introducen como polos adicionales al sistema, los cuales han de modificar considerablemente la fase del sistema, tal como se verá más adelante.

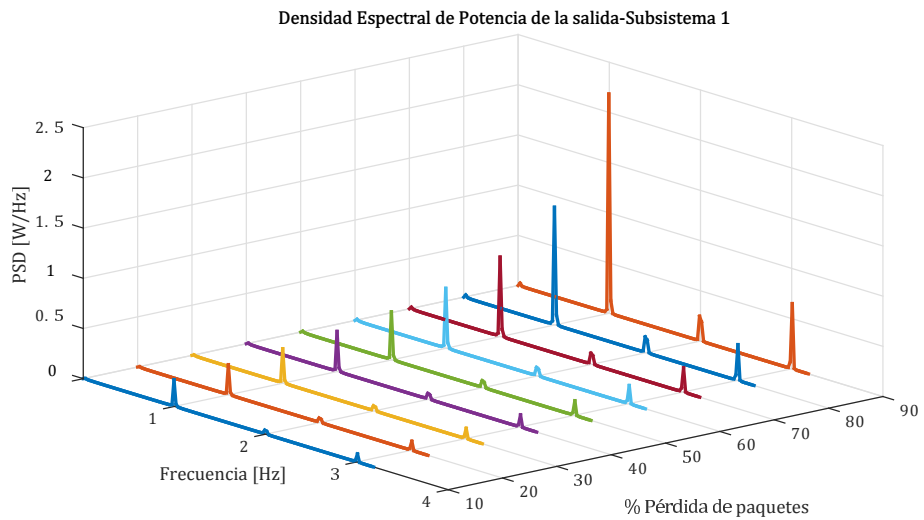
De acuerdo a la ecuación ??, en la figura ?? se muestra la densidad espectral de potencia cuando se tiene pérdidas de paquetes entre 10 % y 90 %. De igual manera como se observaron pequeños cambios en la respuesta del subsistema 1 cuando la tasa de pérdidas estaba entre estos valores (capítulo anterior), la densidad espectral de potencia varia poco al modificar este parámetro.

Debido a que se trata de un sistema discreto, la densidad espectral de potencia será periódica y presentará impulsos en las frecuencias múltiples a la frecuencia de muestreo, tal como se observa en la figura ??.

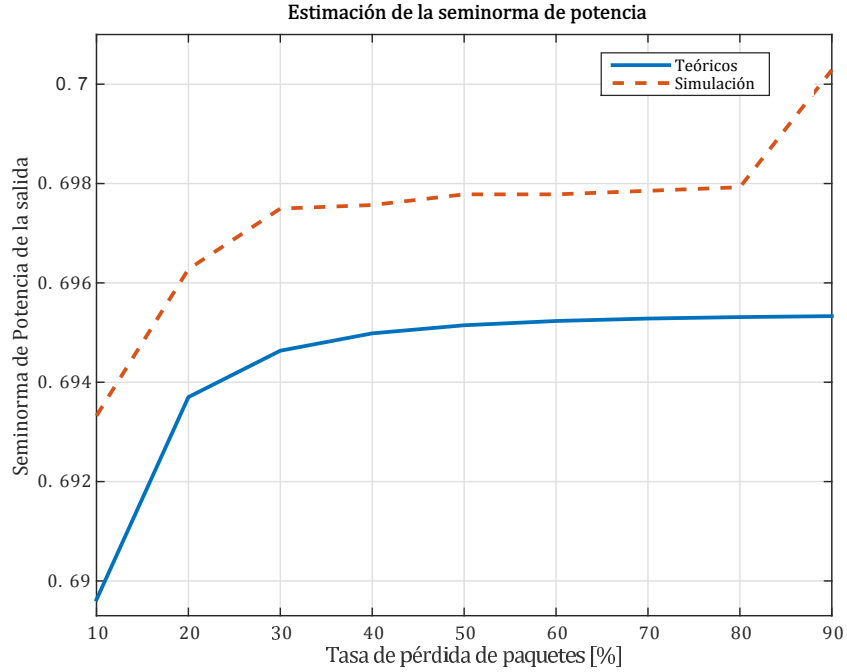
El valor esperado de la potencia de la salida,  $R_{yy}[0]$  es estimado a partir de el promedio en el tiempo de la potencia de la salida sobre la mitad de las muestras,  $\hat{R}_{yy}[0]$ . La semi-norma



**Figura 7-5:** Estimación del PSD cuando se tienen tasas de pérdida de paquetes en el lazo prealimentado entre 10 % y 90 %



**Figura 7-6:** Diferentes impulsos de la PSD



**Figura 7-7:** Estimación de la semi-norma de potencia cuando se tienen tasas de pérdida de paquetes en el lazo prealimentado entre 10 % y 90 %

de potencia es estimada como  $\sqrt{\hat{R}_{yy}[0]}$  y se contrasta con el valor teórico. La figura ?? muestra la comparación entre el valor teórico de la semi-norma y la estimada con los datos de simulación.

Ambas semi-normas presentan valores pequeños para todas las tasas de pérdida de paquetes, esto comprueba el hecho que en este primer escenario, solo con la red presentes en el lazo prealimentado, los efectos de la red no son tan severas, aún cuando se tienen altas tasas de pérdida de paquetes, tal como se puede observar en el capítulo 6.

## 7.2. Escenario II

La densidad espectral de potencia para el segundo escenario está dada por la ecuación ??.

$$S_{yy} = \frac{\Upsilon}{|1 - DH_2|^2} S_{ww} + \left| \frac{DH_2}{1 - DH_2} \right|^2 \Delta \quad (7-6)$$

de donde,

$$\Delta = \frac{\int_{-\pi}^{\pi} \left[ \frac{(1-H_2)T-\Psi}{(1-DH_2)^2[(1-DH_2)^2]^*} \right] S_{ww} dw}{\pi(1-\beta) - \int_{-\pi}^{\pi} (1-H_2) \left| \frac{D}{1-DH_2} \right|^2 dw} \quad (7-7)$$

Para que la expresión en la ecuación ?? realmente permita calcular la densidad espectral de potencia de la salida,  $w$  debe ser un proceso WSS. Un proceso  $X(t)$  se dice que es WSS si sus funciones de promedio y autocorrelación son invariantes en el tiempo, esto es,

- $E(X(t)) = \nu$ , independiente de  $t$
- $R_X(t_1, t_2)$  es una función solo de la diferencia de los tiempos  $(t_2 - t_1)$

La última condición de los procesos WSS deja entrever algunas propiedades de la autocorrelación, la cual como se sabe está relacionada con la densidad espectral de potencia.

Renombrado  $R_X(t_1, t_2)$  como  $R_X(\tau)$ , donde  $\tau = t_1 - t_2$ , algunas de estas propiedades se enumeran a continuación.

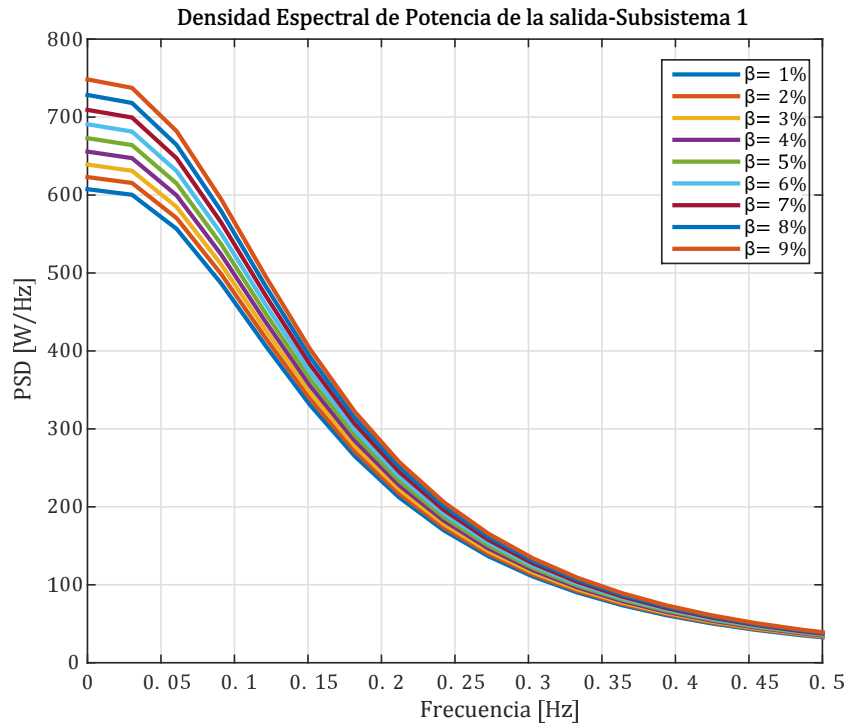
1.  $R_X(\tau)$  es real y par, es decir,  $R_X(\tau) = R_X(-\tau)$  para todo  $-\tau$ .
2.  $|R_X(\tau)| \leq R_X(0) = E[X^2(t)]$ , la “potencia promedio” de  $X(t)$

Debido a que la información comunicada se ve afectada por los retardos variables, los cuales como se sabe son generados de manera aleatoria por un HMM, la información comunicada que llega al controlador prealimentado será WSS si el proceso que la genera también lo es. Para que un HMM, o en general una cadena de Markov sea WSS debe cumplir con las condiciones de homogeneidad, aperiocidad y debe ser irreducible. Se asume que el HMM generado cumple con estas tres características.

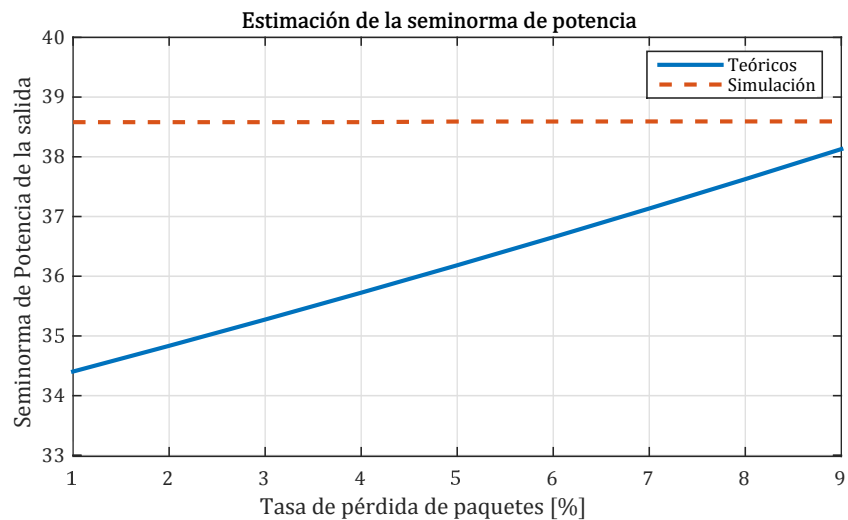
Como se observó mediante simulación, la presencia de restricciones en la red entre el controlador del lazo realimentado y el actuador afecta la tarea de cooperación. La estabilidad del sistema se perdía cuando aumentaban los retardos y la pérdida de paquetes. En esta sección se pretende estimar el desempeño de uno del subsistema 1 a partir del PSD de la salida.

Teniendo a la entrada un proceso Gaussiano y WSS se calcula el PSD para diferentes tasas de pérdida de paquetes en el enlace entre el controlador de realimentación y el actuador. En las figuras ?? y ?? se muestran los efectos sobre el PSD de la salida cuando se tienen bajas tasas de pérdida de información y la estimación de la semi-norma, respectivamente.

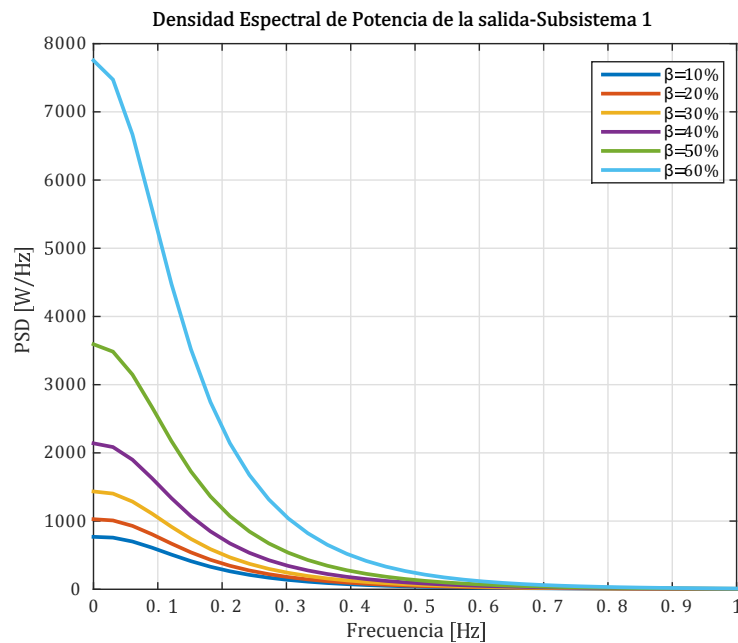
Inicialmente, la figura ?? muestra un valor más elevado para la PSD en la salida cuando hay pérdida de paquetes en el lazo realimentado. De acuerdo a los resultados obtenidos en el capítulo anterior, incluso pequeñas tasas pueden degradar el desempeño. En la figura ?? se puede ver el aumento del valor del PSD conforme se incrementa  $\beta$ , dichos aumentos son mayores que en el primer escenario. La semi-norma estimada se encuentra entre los 34-40 mientras la calculada con los datos simulados, se mantiene casi constante alrededor de los 38. Estos valores son significativamente mayores que los encontrados en el primer escenario, lo



**Figura 7-8:** Estimación del PSD cuando se tienen tasas de pérdida de paquetes en el lazo realimentado entre 1 % y 9 %



**Figura 7-9:** Estimación de la semi-norma de potencia cuando se tienen tasas de pérdida de paquetes en el lazo realimentado entre 1 % y 9 %



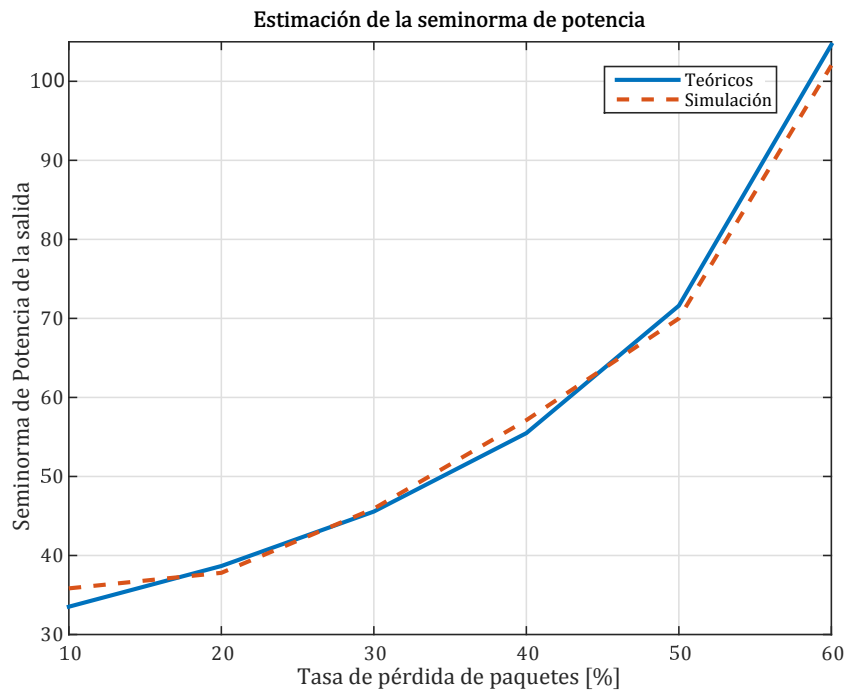
**Figura 7-10:** Estimación del PSD cuando se tienen tasas de pérdida de paquetes en el lazo realimentado entre 10 % y 60 %

que nos comprueba el mayor impacto que tiene la presencia de la red en este primer escenario.

Finalmente, se aumenta la tasa de pérdida de paquetes de manera que se pueda comprobar el deterioro del desempeño para tasas mayores al 10 %. En las figuras ?? y ?? se presentan los resultados para el PSD de la salida con tasas de pérdida entre 10 % y 60 % y la semi-norma para este caso, respectivamente.

Los elevados valores de la PSD en la salida demuestran el progresivo y rápido deterioro del desempeño. En el capítulo 6, los resultados de simulación permitieron concluir que a tasas mayores del 50 % el sistema de control perdía la capacidad para estabilizar la planta, sin embargo el PSD estimado deja ver que incluso en tasas entre 30 % y 40 % ya el sistema pierde estabilidad. El cálculo de la semi-norma también permite evidenciar lo anterior.

En este capítulo no se incluye la simulación del escenario III debido que este escenario reúne características ya evidenciadas en los dos primeros escenarios. Las conclusiones de este escenario pueden entonces abstraerse de los escenarios I y II, en cuanto a que las pérdidas de paquetes en el lazo realimentado degradarán más rápidamente el desempeño del sistema que pérdidas de paquetes a tasas iguales en el lazo prealimentado.



**Figura 7-11:** Estimación de la semi-norma de potencia cuando se tienen tasas de pérdida de paquetes en el lazo realimentado entre 10 % y 60 %

## 8 Conclusiones

A continuación se consignan las conclusiones más relevantes que se obtuvieron en esta tesis en cuanto a la investigación realizada, la metodología utilizada para la solución del problema y los resultados obtenidos.

- Se caracterizó el desempeño de los sistemas distribuidos cooperativos mediante una formulación matemática que permitió combinar en un mismo escenario el modelo de la red y el modelo dinámico de un sistema en el dominio de la frecuencia.
- Los sistemas distribuidos cooperativos suelen encontrarse en diversos procesos e igualmente diversos son las estrategias de control utilizadas para regular su operación. Generalmente las estrategias óptimas como controladores LQG y controladores predictivos basados en modelos son utilizados en tareas de sincronización y formación debido a las capacidades de estos controladores para predecir y obtener las trayectorias óptimas. En esta tesis, no obstante, no se dedicó mucho espacio en la determinación de estrategias adaptativas para el control de estos sistemas, todo lo contrario se consideraron métodos de control sencillos pero que permitieran entre otras cosas un análisis en frecuencia del sistema, algo que es complejo de ejecutar bajo una estrategia de control óptimo. La metodología de análisis de desempeño, aquí propuesta, se caracteriza por el funcionamiento offline del sistema, es decir, se sintetizan los controladores una vez se conozcan las restricciones de la red, las cotas máximas de pérdida de paquetes y los retardos máximos. Estos parámetros permiten evidenciar en la respuesta en frecuencia los ajustes que requiere el sistema para compensar las restricciones de la red.
- El control prealimentado usado para el rechazo de perturbaciones que se pueden medir, resultó siendo una valiosa herramienta para incluir la cooperación entre sistemas con dinámicas fuertemente acopladas. Esta estrategia de cooperación ya ha sido utilizada en otras investigaciones, pero en ninguna de ellas se analiza el impacto de la pérdida de esta información en la tarea de cooperación, es decir, generalmente la red se asume como transparente y sus efectos no son considerados. La inclusión del lazo prealimentado de control permitió acoplar dos subsistemas a través de las acciones de control, lo cual es muy útil en procesos de seguimiento y sincronización. La anticipación que tiene cada subsistema sobre las “perturbaciones” provenientes de los demás subsistemas, le permite mejorar su desempeño con respecto a un caso de no cooperación o descentralización, tal

como se evidenció por medio de la simulación del sistema de los cuatro tanques. Este sistema representa un reto de control al tenerse un fuerte acople entre los subsistemas resultantes, sin embargo es también un sistema ideal para observar un mejoramiento o empeoramiento en el desempeño de la cooperación cuando hay restricciones en la red.

- La conexión entre la calidad de servicio y calidad de control permite conectar la teoría de las comunicaciones con la teoría de control, es evidente que debe haber un balance entre ambas métricas para satisfacer los requerimientos de un sistema de control en red o en general de un sistema soportado por una red. Una buena metodología de diseño de redes o de sistemas de control debe incluir dentro de sus etapas la verificación de estas métricas. En el caso de la metodología aquí implementada-de manera offline- se pueden incluir como parámetros de evaluación y de diseño los temas relacionados con las tasas de transferencia, anchos de banda, utilización de la red y otros temas como tiempos de respuesta, rechazo a perturbaciones, entre otras. El factor clave dentro de la metodología será entonces que tanto pueda revelar el mismo análisis acerca de la naturaleza de la red y sus procesos internos. En este trabajo se pretendía utilizar modelos de la red lo más cercanos a la realidad, aunque se logró un buen desempeño de los modelos, no se incluyeron aspectos relevantes de la calidad del servicio como lo son los protocolos. Además como es común dentro de estas metodologías, suele optimizarse las tasas de transferencia de acuerdo a la capacidad máxima de la red y los requerimientos de la utilización del canal. Se deja como trabajo futuro la implementación de una optimización que relacione el empeoramiento del desempeño de la tarea de cooperación con parámetros de la calidad de servicio y calidad de control.
- Los tres escenarios escogidos para la simulación revelaron diferentes aspectos de los sistemas distribuidos prealimentados. Inicialmente se observó como el efecto de las restricciones de la red es más evidente en el lazo realimentado que en el lazo prealimentado, sin embargo, en ambos la tarea de cooperación se veía afectada. El tercer escenario revela de manera directa un peor caso de funcionamiento. Bajo estas condiciones el sistema se desestabilizaba aún con bajas tasas de pérdida de paquetes y la tarea de cooperación se perdía totalmente. De igual manera el análisis de basado en la densidad espectral de potencia mostró un aumento en la semi-norma de potencia conforme a la tasa aumentaba, lo cual indicaba que la varianza en la salida aumentaba. El primer escenario no mostró grandes cambios en la salida del sistema cuando se aumentaba la misma tasa.

# **A Anexo: Simulación de sistemas distribuidos cooperativos utilizando SimEvents**

El análisis de los sistemas NCS a partir de la simulación es un método flexible para evaluar y observar todos los fenómenos más relevantes de una red de comunicaciones del mundo real. En simulación, se pueden modificar fácilmente atributos o parámetros de la red para examinar su desempeño bajo ciertas características. SimEvents proporciona un motor de simulación de eventos discretos y una biblioteca de componentes para analizar modelos de sistemas activados por eventos (DES).

Gracias a su poderosa interfaz gráfica, los investigadores pueden diseñar modelos y estimar el desempeño del sistema. Dentro de la interfaz se encuentra una plataforma para el diseño de modelos de comunicación dirigidos a evaluar diferentes métricas de la red incluyendo la congestión, el rendimiento y los retardos a lo largo de la red.

## **A.1. Arquitectura de SimEvents**

Como un motor de simulación de sistemas con eventos discretos, SimEvents está controlado por el bloque de calendario de eventos, en este son listados en orden ascendente, de acuerdo a su itinerario, los futuros eventos. El primer evento de la lista es procesado en una primera instancia y el estado del sistema es actualizado conformemente.

Cuando un evento tiene lugar, el controlador de eventos cooperativos es responsable de trasladar el evento a una señal de Simulink, la cual es pasada a simulink por el intercambiador de datos de manera que esta señal sirva de disparo para algún proceso controlado por tiempo o para la actualización de los parámetros de algún modelo.

Debido a que un proceso controlado por tiempo evoluciona bajo el control de Simulink, este debe generar eventos en la forma de puntos que crucen un nivel determinado (desde arriba, desde abajo o desde cualquiera de los dos), los cuales el intercambiador de datos debe trasladar de manera apropiada para que puedan ser procesadas por los bloques de SimEvents.

El mayor reto en la coordinación de las dinámicas controladas por tiempo y por eventos es la adecuada sincronización. El reloj del sistema es propio de Simulink y el controlador de eventos cooperativos es responsable de asegurar la consistencia entre los bloques de Simulink y los bloques de SimEvents. En un sistema controlado por eventos, la única interacción entre SimEvents y Simulink será un enlace simple al reloj del sistema a través del controlador de eventos cooperativos, el cual asegura que los tiempos de muestreo aplicados sean consistentes con los tiempos del bloque de calendario de eventos.

## A.2. Funcionalidades de SimEvents

Tipicamente en Simulink, la comunicación a través de bloques es basada en señales. En SimEvents, esta es basada en ambas señales y entidades. El concepto de entidad es motivado desde el punto de vista de un DES como un ambiente que consiste en usuarios y recursos: Los usuarios requieren recursos con el fin de ejecutar diversas tareas. Estos recursos son ocupados por un usuario por cierta cantidad de tiempo y luego son liberados para que otros usuarios accedan a estos.

Los usuarios en este caso pueden ser los mensajes en una red de comunicación y un recurso puede ser un servidor o un suiche. Los usuarios son entonces ítems de interés dentro de un DES. Por definición, estos ítems son llamados entidades en SimEvents. Las entidades pueden pasar a través de la red y su significado en la simulación dependerá de lo que se quiera simular con esta. En el contexto de las redes de comunicación las entidades se refieren, como se dijo, a paquetes, tramas o mensajes a transmitir y, en el contexto de los NCS, puede tratarse de paquetes de datos transmitidos desde un controlador remoto a un actuador disponible en la misma red.

Una entidad consiste en datos estructurados llamados atributos. Estos atributos proveen una noción general de los datos transmitidos, gracias a los atributos, se pueden asociar a un evento un rico conjunto de características específicas de su dominio. Es decir, en el contexto de las comunicaciones, una entidad puede encapsular un mensaje cuyos campos de datos incluyan atributos relacionados con la dirección del destinatario, el payload, entre otros. Dentro de SimEvents, los componentes que modelan el canal de comunicación aceptarán y producirán eventos que corresponden a la llegada y salida de dichos paquetes o mensajes.

Un escenario propio de los sistemas híbridos surge cuando una entidad accede a un recurso e inicia un proceso físico (así, evitando un evento en SimEvents), el cual es llevado a cabo hasta que alguna condición de terminación sea satisfecha (evitando otro evento en Simulink). Basado en esta estrategia, SimEvents consiste de un número de librerías que contienen bloques para representar diferentes funcionalidades del sistema.

### A.2.1. Librerías

Las principales librerías son las siguientes:

1. Generadores: Son bloques que generan entidades o llamadas a funciones (esto es, eventos que llaman bloques de Simulink), o variables aleatorias.
2. Colas: Bloques donde las entidades pueden ser almacenadas temporalmente mientras que acceden a un recurso.
3. Servidores: Bloques que modelan varios tipos de recursos.
4. Enrutadores: Bloques que controlan el movimiento de las entidades siempre y cuando estas accedan a las colas y servidores.
5. Puertas: Bloques que controlan el flujo de las entidades al habilitar/deshabilitar el acceso de estas a ciertos bloques.
6. Conversión de eventos: Bloques que permiten la comunicación entre SimEvents y Simulink al convertir eventos en llamadas a funciones.
7. Atributos: Bloques que asignan y modifican los datos de las entidades. Varias acciones de control son hechas en base a los valores de estos datos, permitiendo a los bloques diferenciar entre las entidades que ellos procesan.
8. Subsistemas: Estos permiten la combinación de bloques a ser ejecutados al producirse un evento específico (no depende de los tiempos de muestreo de Simulink).
9. Relojes y contadores: Los relojes o timers son bloques que miden la ocurrencia de un evento o el tiempo que transcurre entre dos eventos. Los contadores son bloques que cuentan las ocurrencias de un tipo particular de evento.

### A.2.2. Generación de retardos

Como se dijo en un capítulo 3, los retardos en la red se generarán mediante una cadena de Markov oculta de manera que se tengan como estados observables la duración de los retardos de acuerdo a la distribución exponencial en cada uno de los estados de la cadena de Markov subyacente mientras que los estados no observables se referirán al estado de congestión de la red.

Las tres partes esenciales de una red de comunicaciones son: El transmisor, el canal de comunicación y el receptor. En el transmisor se tienen los paquetes provenientes de dos subsistemas (subsistema 1 y subsistema 2).

## Transmisión

En la etapa de transmisión el dato que quiere enviarse debe pasar por diferentes bloques de SimEvents, a continuación se explica cada uno de ellos.

1. Timed to event signal: Como su nombre lo indica convierte una señal controlada por tiempo a una controlada por eventos, de manera que las señales de los sistemas de control puedan transportarse en una red en forma de paquetes.
2. Generador de entidades basado en tiempo: Este bloque es usado para generar entidades en forma de paquetes. Para la generación se disponen de tres tipos de distribución: Constante, normal y exponencial. Conforme a como se configure el parámetro de periodo de intergeneración y la distribución se puede modificar cada vez que una nueva identidad es creada, lo cual es muy útil para generar congestión en la red.
3. Configurar atributos: En este bloque son asignados los datos a las entidades así como un número secuencial a cada uno de estos atributos. Los atributos pueden incluir la dirección del destinatario, la longitud, la tasa de transmisión y el dato a transmitir.

## Red compartida

El acceso a la red compartida y en general el canal de comunicación puede simularse en SimEvents usando diversos bloques, aquí se muestra un canal de comunicaciones compartido, con acceso aleatorio de los recursos y retardos aleatorios. A continuación se enumeran los bloques utilizados en la simulación:

1. Path combiner: Fusiona los caminos, esto es, acepta entidades desde cualquier puerto de entrada y las regresa por un único puerto de salida. El parámetro de precedencia indica como el bloque determina cual de las entidades estará disponible de primeras, una vez el estado del puerto de salida cambie de bloqueado a desbloqueado. De manera aleatoria se puede elegir el orden de los subsistemas que acceden a la red, a partir de los dos siguientes bloques
2. Signal Latch: Este bloque manipula señales basadas en eventos para retardarlas o remuestrearlas. En este caso la salida será una versión remuestreada de la entrada. Un cambio numérico en el valor del puerto wvc producirá evento de escritura, el cual por la configuración del bloque genera un evento de escritura sobre el puerto de salida.
3. Event-Based Random Number: Genera números aleatorios a partir de una distribución específica y una semilla inicial. Dentro de los parámetros de configuración de este bloque se tiene el vector con los valores posibles de salida y las probabilidades de ocurrencia de cada uno de estos valores. La salida de este bloque se conecta al puerto de entrada del bloque de Signal Latch, de manera que el valor entregado por el generador de números

aleatorios sea re-muestreado y permita elegir cual de los subsistemas accederá primero a la red compartida.

### **Generación de retardos**

Una vez una entidad accede al recurso, se genera un retardo por congestión en el canal debido a la capacidad limitada de esta.

El bloque central para la generación de los retardos es el servidor. Este solo puede procesar una entidad al tiempo si es configurado de esta forma o hasta N entidades si se trata de un "N-server". La elección del uno o del otro limitará la disponibilidad del sistema para procesar nuevas entidades. Una vez servida la entidad, el servidor la regresa a través del puerto de salida siempre y cuando el puerto no se encuentre bloqueado, de lo contrario la entidad se queda dentro de este bloque hasta que el puerto este disponible.

El tiempo de servicio se refiere al tiempo que se demora una entidad para ser servida, es decir, cuanto tiempo el recurso se encuentra inaccesible para otras entidades. Este bloque permite además medir una de las métricas más relevantes para la medición de la calidad del servicio en una red de comunicaciones. Se trata de la utilización de la red. En SimEvents, la utilización esta relacionada en gran medida con el tiempo de servicio por un lado y con el tiempo de intergeneración de entidades (Generador de entidades). La utilización de la red decrece si el tiempo de intergeneración es mayor que el tiempo de servicio y va a aumentar de lo contrario debido a que el servidor estaría constantemente ocupado.

La utilización también puede medirse desde el punto de vista del tamaño de las colas. El tiempo de espera de un paquete en la cola es cero si el tiempo de intergeneración es mayor que el tiempo de servicio ya que cada entidad que llegue a la cola es capaz de partir inmediatamente. Si en cambio el tiempo de intergeneración es pequeño, la cola se hará cada vez mas larga, implicando congestión en la red que deriva en retardos más largos y alta probabilidad de pérdida de paquetes.

Para la generación de los retardos basados en cadenas de Markov ocultas se utilizará la opción, (en el bloque del servidor), la opción tiempo de servicio desde atributo.

Este atributo será la salida de una función en la que se programa la cadena de Markov oculta, de manera que el tiempo que se demora una entidad en este bloque representará la latencia o retardo presente entre el transmisor y el receptor producto de la congestión de la red.

A continuación se describe como se calcula el valor del tiempo de servicio de acuerdo a la congestión de la red, teniendo además en cuenta que se tienen varios nodos transmitiendo

en la red.

1. Dadas la matriz de probabilidad de transiciones y la probabilidad de ocurrencia de los estados observables se debe generar una secuencia aleatoria de observaciones y una secuencia aleatoria de los estados no observables.
2. La matriz generadora de la cadena de Markov continua y el vector de probabilidades iniciales permite calcular los estados de la cadena de markov continua para seguidamente realizar la estimación del modelo.

### **A.2.3. Generación de pérdida de paquetes**

La pérdida de paquetes en la red es modelada por un proceso de Bernoulli, el cual puede ser incluido a partir de un bloque Bernoulli Binary Generator.

Generate a Bernoulli random binary number. To generate a vector output, specify the probability as a vector.

La estrategia de compensación puede incluirse utilizando el compensador elegido, recordando que se tienen tres opciones: Fijar en cero el dato transmitido, utilizar el dato anterior o estimarlo.

# Bibliografía

- [1] BAI, Jia ; EYISI, Emeka P. ; XUE, Yuan ; KOUTSOUKOS, Xenofon D.: Distributed sampling rate adaptation for networked control systems. En: *Computer Communications Workshops (INFOCOM WKSHPs), 2011 IEEE Conference on*, IEEE, 2011, p. 768–773
- [2] BO, Tang ; XIAOBIN, Tan ; BAOQUN, Yin: Continuous-time Hidden Markov models in Network Simulation. En: *Knowledge Acquisition and Modeling Workshop, 2008. KAM Workshop 2008. IEEE International Symposium on*, IEEE, 2008, p. 667–670
- [3] BOLLEPALLY, Raju: *Time delay compensation schemes with application to networked control system*, Tesis de Grado, 2009
- [4] BORGERS, D.P. ; GEISELHART, R. ; HEEMELS, W.P.M.H.: Tradeoffs between quality-of-control and quality-of-service in large-scale nonlinear networked control systems. En: *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems* 23 (2017), Februar, p. 142–165. – ISSN 1751570X
- [5] BRAHIMI, Belynda ; RONDEAU, Eric ; AUBRUN, Christophe: Comparison between Networked Control System behaviour based on CAN and Switched Ethernet networks. En: *arXiv preprint cs/0611149* (2006)
- [6] BUND, Tobias ; SLOMKA, Frank: Sensitivity Analysis of Dropped Samples for Performance-Oriented Controller Design, IEEE, April 2015. – ISBN 978–1–4799–8781–8, p. 244–251
- [7] CAI, M. ; WANG, Y.-L. ; ZHANG, Q.-L. ; LI, J.-N.: H<sub>∞</sub> control of networked control systems with packet disordering. En: *IET Control Theory & Applications* 3 (2009), November, Nr. 11, p. 1463–1475. – ISSN 1751–8644, 1751–8652
- [8] CHEN, Haifei ; GAO, Jinfeng ; SHI, Ting ; LU, Renquan: H<sub>∞</sub> control for networked control systems with time delay, data packet dropout and disorder. En: *Neurocomputing* 179 (2016), Februar, p. 211–218. – ISSN 09252312
- [9] CHRISTOFIDES, Panagiotis D. (Ed.) ; LIU, Jinfeng (Ed.) ; MUÑOZ DE LA PEÑA, David (Ed.): *Networked and distributed predictive control: methods and nonlinear process network applications*. New York : Springer, 2011 (Advances in industrial control). – OCLC: ocn721889597. – ISBN 978–0–85729–581–1

- 
- [10] DONG, Jiawei ; KIM, Won-Jong: Bandwidth allocation and scheduling of networked control systems with exponential and quadratic approximations. En: *Control Engineering Practice* 26 (2014), Mai, p. 72–81. – ISSN 09670661
- [11] EDGAR H. BRISTOL. *On a New Measure of Interaction for multivariable process control*
- [12] FERES, Renato: Notes for Math 450 Continuous-time Markov chains and Stochastic Simulation. En: *Disponivel em* < <http://www.math.wustl.edu/feres/Math450Lect05.pdf> (2007)
- [13] FISCHER, Jörg: *Optimal sequence-based control of networked linear systems*. Karlsruhe : KIT Scientific Publishing, 2015 (Karlsruhe Series on Intelligent Sensor-Actuator-Systems 15). – OCLC: 904443633. – ISBN 978-3-7315-0305-7
- [14] FISCHER, Jörg: *Optimal sequence-based control of networked linear systems*. Karlsruhe : KIT Scientific Publishing, 2015 (Karlsruhe Series on Intelligent Sensor-Actuator-Systems 15). – OCLC: 904443633. – ISBN 978-3-7315-0305-7
- [15] GE, Xiaohua ; YANG, Fuwen ; HAN, Qing-Long: Distributed networked control systems: A brief overview. En: *Information Sciences* 380 (2017), Februar, p. 117–131. – ISSN 00200255
- [16] GE, Yuan ; CHEN, Qigong ; JIANG, Ming ; HUANG, Yiqing: Modeling of Random Delays in Networked Control Systems. En: *Journal of Control Science and Engineering* 2013 (2013), p. 1–9. – ISSN 1687-5249, 1687-5257
- [17] GIRALDO, Mario A. ; PATIÑO, Julián: Controladores prealimentados y realimentados para sistemas de primer orden con tiempo muerto y ganancia variables. En: *Cintex* 16 (2011)
- [18] GODOY, Eduardo P. ; PORTO, Arthur José V. ; INAMASU, R. Y.: Using simulation tools in the development of a networked control systems research platform. En: *Proc. 20th Int. Congress of Mechanical Engineering COBEM*, 2009
- [19] GROSS, Dominic: *Distributed Model Predictive Control with Event-Based Communication*. Kassel, Hess : Kassel University Press, 2015. – OCLC: 904808152. – ISBN 978-3-86219-910-5
- [20] GUPTA, Rachana A. ; CHOW, Mo-Yuen: Overview of networked control systems. En: *Networked Control Systems*. Springer, 2008, p. 1–23
- [21] GUPTA, Rachana A. ; MO-YUEN CHOW: Networked Control System: Overview and Research Trends. En: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 57 (2010), Juli, Nr. 7, p. 2527–2535. – ISSN 0278-0046

- 
- [22] HEEMELS, W P Maurice H. ; TEEL, Andrew R. ; VAN DE WOUW, Nathan ; NEŠIĆ, Dragan: Networked Control Systems With Communication Constraints: Tradeoffs Between Transmission Intervals, Delays and Performance. En: *IEEE Transactions on Automatic Control* 55 (2010), August, Nr. 8, p. 1781–1796. – ISSN 0018–9286, 1558–2523
- [23] HUANG, Congzhi ; BAI, Yan: Configurations and modelling of networked feedforward-feedback control systems. En: *Intelligent Control and Automation (WCICA), 2012 10th World Congress on*, IEEE, 2012, p. 909–913
- [24] HUANG, Congzhi ; BAI, Yan: PID Tuning of Networked Feedforward-Feedback Control Systems. En: HOU, Zhixiang (Ed.): *Measuring Technology and Mechatronics Automation in Electrical Engineering* Vol. 135. New York, NY : Springer New York, 2012. – DOI: 10.1007/978-1-4614-2185-6\_45. – ISBN 978–1–4614–2184–9 978–1–4614–2185–6, p. 369–376
- [25] JAIN, Neera ; OTTEN, Richard J. ; ALLEYNE, Andrew G.: Decoupled feedforward control for an air-conditioning and refrigeration system, IEEE, Juni 2010. – ISBN 978–1–4244–7427–1 978–1–4244–7426–4 978–1–4244–7425–7, p. 5904–5909
- [26] JIANG, Xiao-Wei ; GUAN, Zhi-Hong ; YUAN, Fu-Shun ; ZHANG, Xian-He: Performance limitations in the tracking and regulation problem for discrete-time systems. En: *ISA Transactions* 53 (2014), März, Nr. 2, p. 251–257. – ISSN 00190578
- [27] JIANG, Xiao-Wei ; ZHANG, Xian-He ; GUAN, Zhi-Hong ; YU, Li ; YAN, Huai-Cheng: Performance limitations of networked control systems with quantization and packet dropouts. En: *ISA Transactions* 67 (2017), März, p. 98–106. – ISSN 00190578
- [28] JIANYONG, Yu ; SHIMIN, Yu ; HAIQING, Wang: Survey on the performance analysis of networked control systems. En: *Systems, Man and Cybernetics, 2004 IEEE International Conference on* Vol. 6, IEEE, 2004, p. 5068–5073
- [29] JOHANSSON, Karl H.: The quadruple-tank process: a multivariable laboratory process with an adjustable zero. 8, Nr. 3, p. 456–465
- [30] KIM, Sung H. ; PARK, PooGyeon: Networked-based robust control design using multiple levels of network traffic. En: *Automatica* 45 (2009), März, Nr. 3, p. 764–770. – ISSN 00051098
- [31] LIAN, Feng-Li ; MOYNE, James ; TILBURY, Dawn: Network design consideration for distributed control systems. En: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 10 (2002), Nr. 2, p. 297–307
- [32] LIAN, Feng-Li ; MOYNE, James R. ; TILBURY, Dawn M.: Control performance study of a networked machining cell. En: *American Control Conference, 2000. Proceedings of the 2000* Vol. 4, IEEE, 2000, p. 2337–2341

- 
- [33] LIAN, Feng-Li ; MOYNE, James R. ; TILBURY, Dawn M.: Performance evaluation of control networks: Ethernet, ControlNet, and DeviceNet. En: *IEEE control systems* 21 (2001), Nr. 1, p. 66–83
- [34] LIN XIAO ; JOHANSSON, M. ; HINDI, H. ; BOYD, S. ; GOLDSMITH, A.: Joint optimization of communication rates and linear systems. En: *IEEE Transactions on Automatic Control* 48 (2003), Januar, Nr. 1, p. 148–153. – ISSN 0018–9286
- [35] LINCOLN, Bo ; BERNHARDSSON, Bo: Optimal control over networks with long random delays. En: *Proceedings of the International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems* Vol. 7, Perpignan, 2000
- [36] LIU, Guo-Ping ; XIA, Yuanqing ; CHEN, Jie ; REES, David ; HU, Wenshan: Networked Predictive Control of Systems With Random Network Delays in Both Forward and Feedback Channels. En: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 54 (2007), Juni, Nr. 3, p. 1282–1297. – ISSN 1932–4529
- [37] LIU, Xiangheng ; GOLDSMITH, Andrea: Wireless network design for distributed control. En: *Decision and Control, 2004. CDC. 43rd IEEE Conference on* Vol. 3, IEEE, 2004, p. 2823–2829
- [38] LUBOSNY, Zbigniew: *Wind turbine operation in electric power systems: advanced modeling*. Berlin ; New York : Springer, 2003 (Power systems). – ISBN 978–3–540–40340–1
- [39] MA, Changlin ; FANG, Huajing: Research on mean square exponential stability of networked control systems with multi-step delay. En: *Applied Mathematical Modelling* 30 (2006), September, Nr. 9, p. 941–950. – ISSN 0307904X
- [40] MUTAMBARA, Arthur G.: *Decentralized Estimation and Control for Multisensor Systems*. 1. CRC Press, Januar 1998. – ISBN 0849318653
- [41] NILSSON, Johan ; OTHERS: Real-time control systems with delays. (1998)
- [42] PENG, Chen ; YUE, Dong ; HAN, Qing-Long: *Communication and Control for Networked Complex Systems*. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2015. – DOI: 10.1007/978-3-662-46813-5. – ISBN 978–3–662–46812–8 978–3–662–46813–5
- [43] QIANG LING ; LEMMON, M.D.: Robust performance of soft real-time networked control systems with data dropouts, IEEE, 2002. – ISBN 978–0–7803–7516–1, p. 1225–1230
- [44] RABINER, Lawrence R.: A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition. En: *Proceedings of the IEEE* 77 (1989), Nr. 2, p. 257–286

- 
- [45] SHOUSONG, Hu ; QIXIN, Zhu: Stochastic optimal control and analysis of stability of networked control systems with long delay. En: *Automatica* 39 (2003), November, Nr. 11, p. 1877–1884. – ISSN 00051098
- [46] TIAN, Guosong ; TIAN, Yu-Chu ; FIDGE, Colin: Performance analysis of IEEE 802.11 DCF based WNCS networks. En: *Local Computer Networks (LCN), 2010 IEEE 35th Conference on*, IEEE, 2010, p. 496–503
- [47] VALLABHAN, Mishiga ; SESHADHRI, Seshadhri ; ASHOK, S. ; RAMASWAMY, S. ; AYYAGARI, R.: An analytical framework for analysis and design of networked control systems with random delays and packet losses. En: *arXiv preprint arXiv:1506.06261* (2015)
- [48] WEI, Wei ; WANG, Bing ; TOWSLEY, Don: Continuous-time hidden Markov models for network performance evaluation. En: *Performance Evaluation* 49 (2002), Nr. 1, p. 129–146
- [49] XU, Yonggang ; HESPANHA, Joao P.: *Communication Logics for Networked Control Systems.pdf*. Boston, MA, USA, 2004
- [50] YOON, J. K. ; TILBURY, D. M. ; SOPARKAR, N. R.: A design methodology for distributed control systems to optimize performance in the presence of time delays. En: *American Control Conference, 2000. Proceedings of the 2000* Vol. 3, IEEE, 2000, p. 1959–1964
- [51] YÉPEZ, José ; MARTÍ, Pau ; FUERTES, Josep M.: Control loop performance analysis over networked control systems. En: *IECON 02 [Industrial Electronics Society, IEEE 2002 28th Annual Conference of the]* Vol. 4, IEEE, 2002, p. 2880–2885
- [52] YUE, Dong ; HAN, Qing-Long ; LAM, James: Network-based robust H<sub>∞</sub> control of systems with uncertainty. En: *Automatica* 41 (2005), Juni, Nr. 6, p. 999–1007. – ISSN 00051098
- [53] ZAKULA, T. ; ARMSTRONG, P.R. ; NORFORD, L.: Modeling environment for model predictive control of buildings. En: *Energy and Buildings* 85 (2014), Dezember, p. 549–559. – ISSN 03787788
- [54] ZHAN, Xi-Sheng ; GUAN, Zhi-Hong ; YUAN, Fu-Shun ; ZHANG, Xian-He: Performance analysis of networked control systems with SNR constraint. En: *International Journal of Innovative Computing, Information and Control* 8 (2012), Nr. 12, p. 8287–8298
- [55] ZHAN, Xi-Sheng ; WU, Jie ; JIANG, Tao ; JIANG, Xiao-Wei: Optimal performance of networked control systems under the packet dropouts and channel noise. En: *ISA Transactions* 58 (2015), September, p. 214–221. – ISSN 00190578

- 
- [56] ZHANG, Lixian ; GAO, Huijun ; KAYNAK, Okay: Network-Induced Constraints in Networked Control Systems—A Survey. En: *IEEE Transactions on Industrial Informatics* 9 (2013), Februar, Nr. 1, p. 403–416. – ISSN 1551–3203, 1941–0050
- [57] ZHANG, Wen-An ; YU, Li ; YIN, Shu: A switched system approach to H<sup>∞</sup> control of networked control systems with time-varying delays. En: *Journal of the Franklin Institute* 348 (2011), März, Nr. 2, p. 165–178. – ISSN 00160032
- [58] ZHAO, Y.-B. ; REES, D. ; LIU, G.P.: Improved predictive control approach to networked control systems. En: *IET Control Theory & Applications* 2 (2008), August, Nr. 8, p. 675–681. – ISSN 1751–8644, 1751–8652
- [59] ZHEN, Wei ; CHANG-HONG, Li ; JIAN-YING, Xie: Improved control scheme with online delay evaluation for networked control systems. En: *Intelligent Control and Automation, 2002. Proceedings of the 4th World Congress on* Vol. 2, IEEE, 2002, p. 1319–1323
- [60] ZUCCHINI, Walter ; BERZEL, Andreas ; BULLA, Jan: Hidden Markov Models. (2006)