



UNIVERSIDAD  
**NACIONAL**  
DE COLOMBIA

# **Modelo de decisión intertemporal para la priorización de alternativas en problemas discretos considerando múltiples criterios**

**Christian Rafael Ortiz Jiménez**

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Minas  
Departamento de Ciencias de la Computación y de la Decisión  
Medellín, Colombia  
2023

# **Modelo de decisión intertemporal para la priorización de alternativas en problemas discretos considerando múltiples criterios**

**Christian Rafael Ortiz Jiménez**

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:  
**Magister en Ingeniería – Ingeniería de Sistemas**

Directora:

Ph.D. Patricia Jaramillo Álvarez

Codirector:

Ph.D. Santiago Arango Aramburo

Línea de Investigación:

Investigación de Operaciones

Grupo de Investigación:

Ciencias de la Decisión

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Minas

Departamento de Ciencias de la Computación y de la Decisión

Medellín, Colombia

2023

*Al Gato de Schrödinger*

## **Declaración de obra original**

Yo declaro lo siguiente:

He leído el Acuerdo 035 de 2003 del Consejo Académico de la Universidad Nacional. «Reglamento sobre propiedad intelectual» y la Normatividad Nacional relacionada al respeto de los derechos de autor. Esta disertación representa mi trabajo original, excepto donde he reconocido las ideas, las palabras, o materiales de otros autores.

Cuando se han presentado ideas o palabras de otros autores en esta disertación, he realizado su respectivo reconocimiento aplicando correctamente los esquemas de citas y referencias bibliográficas en el estilo requerido.

He obtenido el permiso del autor o editor para incluir cualquier material con derechos de autor (por ejemplo, tablas, figuras, instrumentos de encuesta o grandes porciones de texto).

Por último, he sometido esta disertación a la herramienta de integridad académica, definida por la universidad.

---

Christian Rafael Ortiz Jiménez

Fecha 31/01/2023

## **Agradecimientos**

En primer lugar, agradezco enormemente a la profesora Patricia Jaramillo Álvarez, de quien he aprendido lecciones valiosas que me impactaron a nivel académico y profesional. Gracias a la profesora por su entusiasmo, paciencia y asesorías durante este proceso, gracias por alentarme y por recibirme como su estudiante.

También le agradezco al profesor Santiago Arango por su apoyo, asesoría y mensajes de aliento para culminar este proceso.

Agradezco a Verónica Valencia por asesorarme y proporcionarme información para el desarrollo del caso de estudio abordado en esta investigación.

## Resumen

Algunos problemas de priorización de alternativas deben considerar consecuencias respecto a criterios que se distribuyen a lo largo de un horizonte temporal. En este contexto intertemporal, la evaluación de las alternativas respecto a los criterios de priorización se convierte en un conjunto de series de tiempo que representan cómo se evolucionan las alternativas. Si bien el contexto dinámico puede afectar la priorización, los modelos tradicionales recomiendan una decisión tomando como referencia el valor actual de cada serie de tiempo y las preferencias de cada criterio. Aunque esta es una forma práctica de abordar un problema de decisión multicriterio intertemporal, y hacer uso de los métodos ya ampliamente desarrollados, deja de lado importantes singularidades de la distribución temporal de las alternativas respecto a los criterios.

Para hacer frente a esta situación, en esta investigación se plantea un modelo de decisión multicriterio que evalúa de forma explícita las series de tiempo que describen cómo se comportan las alternativas respecto a los criterios de decisión. Este modelo tiene como propósito extender la priorización en contextos intertemporales más allá del criterio de valor actual, incluyendo atributos como la tendencia, variabilidad, acumulación en el tiempo, cumplimiento de valores mínimos y metas. Como parte de la investigación, se ilustra la propuesta con un caso hipotético y con un caso de real en donde se desea priorizar un conjunto de políticas de descarbonización del transporte terrestre urbano para el Área Metropolitana del Valle de Aburrá cuyos impactos se perciben entre los años 2023 y 2050, a partir del estudio realizado por Valencia [1]. Los resultados de la investigación muestran que la priorización cambia cuando las alternativas tienen una estructura temporal diferenciadora.

**Palabras clave:** priorización, multicriterio, decisiones intertemporales, multi-periodo, toma de decisiones.

# Intertemporal Decision Model for Prioritizing Alternatives in Discrete Problems Considering Multiple Criteria.

## Abstract

Some prioritization problems for alternatives must consider consequences regarding criteria that are distributed over a temporal horizon. In this intertemporal context, the evaluation of alternatives with respect to prioritization criteria becomes a set of time series that represent how alternatives evolve. While the dynamic context may affect prioritization, traditional models recommend a decision based on the current value of each time series and the preferences for each criterion. Although this is a practical way to approach a multi-criteria intertemporal decision problem, and to make use of widely developed methods, it overlooks important singularities of the temporal distribution of alternatives with respect to criteria.

To address this situation, this research proposes a multicriteria decision model that explicitly evaluates the time series that describe how alternatives behave with respect to decision criteria. This model aims to extend prioritization in intertemporal contexts beyond the current value criterion, including attributes such as trend, variability, accumulation over time, compliance with minimum values, and goals. As part of the research, the proposal is illustrated with a hypothetical case and a real case where a set of urban land transport decarbonization policies for the Metropolitan Area of the Aburrá Valley is prioritized, whose impacts are perceived between the years 2023 and 2050, based on the study conducted by Valencia [1]. The research results show that prioritization changes when alternatives have a differentiating temporal structure.

**Keywords:** prioritization, multicriteria, intertemporal choice, multi-period, decision making.

# Contenido

<b>1. Introducción .....</b>	<b>3</b>
1.1 Planteamiento del problema.....	4
1.2 Objetivos de la investigación.....	8
1.2.1 Objetivo general.....	8
1.2.2 Objetivos específicos .....	8
<b>2. Análisis Multicriterio y Decisiones Intertemporales.....</b>	<b>9</b>
2.1 Análisis Multicriterio.....	9
2.2 Análisis de decisiones Intertemporales bajo un criterio .....	16
2.3 Análisis de decisiones intertemporales con múltiples criterios.....	18
2.4 Discusión .....	21
<b>3. Modelo de decisión multicriterio intertemporal .....</b>	<b>23</b>
3.1 Etapa 1. Estructuración del problema.....	23
3.2 Etapa 2. Análisis de dominancia multicriterio multitemporal .....	25
3.3 Etapa 3. Análisis de cada alternativa y de la serie temporal de cada criterio ....	29
3.3.1 Preferencias sobre las propiedades de la serie temporal de cada criterio .....	35
3.3.2 Evaluación de cada subcriterio .....	36
3.4 Etapa 4. Evaluación multicriterio .....	51
3.5 Etapa 5. Análisis de sensibilidad.....	56
3.6 Etapa 6. Recomendación.....	57
<b>4. Caso de estudio.....</b>	<b>59</b>
4.1 Etapa 1. Estructuración del problema.....	59
4.2 Etapa 2. Análisis de dominancia multicriterio multitemporal .....	62
4.3 Etapa 3. Análisis de cada alternativa y de la serie temporal de cada criterio ....	63
4.3.1 Preferencias sobre las propiedades de la serie temporal de cada criterio .....	63
4.3.2 Evaluación de cada subcriterio .....	64
4.4 Etapa 4. Evaluación multicriterio .....	73
4.5 Etapa 5. Análisis de sensibilidad.....	75
4.6 Etapa 6. Recomendación.....	76
4.7 Discusión sobre la aplicación del modelo .....	76
<b>5. Conclusiones y recomendaciones.....</b>	<b>79</b>
5.1.1 Conclusiones.....	79
5.1.2 Cumplimiento de objetivos.....	82
5.1.3 Recomendaciones y trabajo futuro.....	83

## Lista de figuras

Figura 1. Desempeño de las alternativas para el criterio C – Ejemplo .....	7
Figura 2. Estructura general de problemas multicriterio.....	10
Figura 3. Ejemplo de matriz de pagos multitemporal .....	24
Figura 4. Ejemplo de dominancia temporal entre alternativas.....	26
Figura 5. Representación del VAN .....	31
Figura 6. Posibles comportamientos de tendencia .....	32
Figura 7. Ejemplo de una serie con variabilidad .....	33
Figura 8. Valor mínimo aceptable de un criterio $C_j$ .....	34
Figura 9. Meta de un criterio $C_j$ .....	34
Figura 10. Subcriterios del criterio $j$ .....	35
Figura 11. Representación gráfica de las alternativas en el tiempo .....	37
Figura 12. Tendencia del criterio 1 del caso hipotético con media móvil 4 .....	40
Figura 13. Acercamiento de la Figura 12 para 7 periodos .....	41
Figura 14. Representación gráfica del criterio 2 del caso hipotético.....	42
Figura 15. Índices de Variación Estacional para el criterio 2.....	43
Figura 16. Representación del umbral mínimo para el criterio 3 .....	45
Figura 17. Representación de la meta para el criterio 3.....	47
Figura 18. Acumulación del criterio 3 - Caso hipotético.....	49
Figura 19. Indicadores para evaluación de subcriterios.....	50
Figura 20. Representación del método AHP .....	51
Figura 21. Estructura de evaluación de subcriterios temporales .....	52
Figura 22. Caminos de valor para subcriterios del caso hipotético.....	54
Figura 23. Estructura temporal de las alternativas para $C_1$ .....	61
Figura 24. Estructura temporal de las alternativas para $C_2$ .....	61
Figura 25. Relación de dominancia de las alternativas.....	63
Figura 26. Índice de Variación Estacional de las alternativas para $C_1$ .....	66
Figura 27. Índice de Variación Estacional de las alternativas para $C_2$ .....	67
Figura 28. Camino de valor para subcriterios del criterio 1 .....	72
Figura 29. Camino de valor para subcriterios del criterio 2 .....	72
Figura 30. Análisis de percentil de la priorización de las alternativas .....	75

## Lista de tablas

Tabla 1. Evaluación del criterio C – Ejemplo.....	6
Tabla 2. Matriz de desempeño genérica.....	11
Tabla 3. Resumen de los métodos AMC.....	15
Tabla 4. Anomalías del modelo de utilidad descontada.....	17
Tabla 5. Representación del problema multicriterio multitemporal .....	24
Tabla 6. Matriz de dominancia de las alternativas.....	27
Tabla 7. Ejemplo multicriterio para un periodo t.....	27
Tabla 8. Ejemplo de dominancia para un periodo .....	28
Tabla 9. Interpretación de grados de dominancia.....	29
Tabla 10. Preferencias de los subcriterios - Caso hipotético.....	37
Tabla 11. Valor actual para el caso hipotético.....	38
Tabla 12. Pendientes de las series del caso hipotético .....	40
Tabla 13. Desviación estándar de los IVE del caso hipotético .....	43
Tabla 14. Frecuencia en la que se está por debajo del umbral – Caso hipotético .....	45
Tabla 15. Análisis de rachas del criterio 3.....	46
Tabla 16. Rachas de mayor longitud en las series de datos .....	46
Tabla 17. Frecuencia en la que se excede la meta – Caso hipotético.....	47
Tabla 18. Déficit y excedentes de las alternativas - Caso hipotético.....	49
Tabla 19. Matriz de pagos para evaluar criterios y subcriterios.....	50
Tabla 20. Matriz de pagos para el caso hipotético.....	54
Tabla 21. Valores máximo y mínimo de cada subcriterio.....	54
Tabla 22. Pesos de los subcriterios del caso hipotético.....	55
Tabla 23. Pesos de los criterios del caso hipotético .....	55
Tabla 24. Matriz de pagos de alternativas y criterios – Caso hipotético .....	55
Tabla 25. Priorización del caso hipotético.....	55
Tabla 26. Priorización para diferentes pesos de importancia relativa.....	56
Tabla 27. Probabilidad de ser priorizada en la posición 1 .....	56
Tabla 28. Alternativas del caso de estudio.....	60
Tabla 29. Lista de criterios .....	60
Tabla 30. Relación de dominancia de las alternativas .....	62
Tabla 31. Caracterización cualitativa de los criterios .....	64
Tabla 32. Valor actual neto de las alternativas.....	64
Tabla 33. Tendencias de las alternativas para C <sub>1</sub> y C <sub>2</sub> .....	65
Tabla 34. Desviación estándar de los IVE.....	67
Tabla 35. Comportamiento respecto al mínimo aceptable para C <sub>1</sub> .....	68
Tabla 36. Comportamiento respecto al mínimo aceptable para C <sub>2</sub> .....	68

Tabla 37. Comportamiento de las alternativas respecto a la meta.....	69
Tabla 38. Matriz de pagos multitemporal para el caso de estudio .....	70
Tabla 39. Unidades de los subcriterios.....	70
Tabla 40. Valores máximo y mínimo de cada subcriterio .....	71
Tabla 41. Matriz de pagos normalizada.....	71
Tabla 42. Pesos de importancia relativa de los criterios.....	73
Tabla 43. Pesos de importancia relativa de los subcriterios .....	73
Tabla 44. Resultados de la priorización.....	74
Tabla 45. Lista de alternativas priorizadas .....	75
Tabla 46. Comparación de los resultados modelos para el caso hipotético .....	77
Tabla 47. Comparación de los resultados del modelo para el caso real .....	77
Tabla 48. Análisis del cumplimiento de objetivos.....	83
Tabla 49. Periodos mínimos sugeridos para la aplicación del modelo .....	84
Tabla 50. Serie de datos de caso hipotético .....	88
Tabla 51. Componente de tendencia del caso hipotético .....	90
Tabla 52. Índices de Variación Estacional para el caso hipotético.....	91
Tabla 53. Análisis de umbral mínimo de cada serie.....	92
Tabla 54. Análisis de cumplimiento de meta de cada serie .....	94
Tabla 55. Análisis de acumulación de cada serie .....	95
Tabla 56. Serie de datos para el criterio Emisiones evitadas de GEI.....	98
Tabla 57. Serie de datos del criterio costo de implementación.....	99

# 1. Introducción

El análisis multicriterio corresponde a una disciplina de toma de decisiones que involucra factores cualitativos y cuantitativos de forma simultánea en la evaluación de alternativas [2]. Keeney y Raiffa indican que este análisis abarca casos en donde las consecuencias no se pueden describir objetivamente mediante un único atributo, sino a través de criterios de diferentes dimensiones que, generalmente, pueden encontrarse en conflicto entre ellos [3].

El ambiente de la toma de decisiones suele ser complejo debido a la presencia de factores intrínsecos y extrínsecos tales como la dificultad del problema, el riesgo, la incertidumbre, los actores involucrados, la información disponible, las metas, las expectativas organizacionales, los requerimientos de diseño, el riesgo técnico, el impacto de las decisiones a nivel espacial y temporal, entre otros [4], [5]. El análisis multicriterio brinda una estructura analítica para abordar algunas de estas complejidades.

Esta investigación hace foco en la incidencia del tiempo en los problemas de decisión multicriterio, pues pese al espectro de métodos desarrollados, aún existen brechas en lo referente a la integración de esta dimensión. Los métodos multicriterio tradicionales realizan una agregación de los criterios y las preferencias, simplificando el estado dinámico del problema a una versión estática [4], [6]. Sin embargo, en los problemas de la vida real, la distribución de las consecuencias de una decisión a lo largo del tiempo suele ser muy importante. En casos como inversiones en el tiempo, planes de expansión de infraestructura, gestión del riesgo, desarrollo regional, entre otros, se requiere conocer y analizar no solo las diferencias entre los distintos criterios, sino también sus cambios y tendencias en el tiempo [7].

Klapproth [8] plantea que la afectación del tiempo sobre el proceso de decisión se refleja principalmente en cinco aspectos: la duración de las alternativas, la temporalidad de la

decisión, el tiempo entre la toma de la decisión y la materialización de las consecuencias, la perspectiva temporal del decisor y la duración del proceso de decisión. Dentro de estos aspectos, las decisiones intertemporales juegan un rol fundamental dado que hacen referencia a problemas en donde se debe decidir entre alternativas cuyas consecuencias ocurren en diferentes puntos en el tiempo, uno de los casos más comunes en el ámbito de la investigación de operaciones [9]. Por su parte, Saaty [10] indica que las buenas decisiones dependen de las condiciones del futuro, y debido a que las condiciones varían con el tiempo, para tomar una buena decisión se requieren juicios de lo que es más probable o más preferido en diferentes períodos de tiempo.

En esta investigación de maestría se propone un modelo de toma de decisiones multicriterio que contempla el tiempo de forma explícita dentro del proceso de priorización de alternativas. La tesis se organiza en seis capítulos. Inicialmente, en el capítulo uno se introduce el interés de la investigación y se plantean los objetivos que orientan el trabajo. En el capítulo dos presenta el contexto teórico y antecedentes relevantes de las dos áreas que comprende la investigación: análisis multicriterio y decisiones intertemporales. Posteriormente, en el capítulo tres se presenta el modelo propuesto para integrar el tiempo en la priorización multicriterio. En el capítulo cuatro se presenta un caso de estudio en donde se aplica el modelo planteado y se presenta un análisis en función de su sensibilidad y comparación de los resultados obtenidos con métodos tradicionales. Finalmente, lo encontrado en la investigación se consolida en el capítulo cinco de conclusiones y recomendaciones.

## **1.1 Planteamiento del problema**

El tiempo es una variable dinámica y continua; esto implica que su integración dentro de un problema de priorización puede resultar más natural para el caso del análisis multiobjetivo (problemas continuos), en donde las variables se pueden ajustar al marco de las técnicas de simulación y de programación lineal o evolutiva de una forma directa [11], [12]. Para problemas de priorización multicriterio, la inclusión del tiempo es un tema relativamente reciente.

Algunos problemas de decisión entre alternativas deben considerar consecuencias respecto a criterios de distinta naturaleza que se distribuirán (o han distribuido) a lo largo

---

de un horizonte temporal. Generalmente, estos problemas suelen evaluarse con métodos multicriterio clásicos, agregando la información temporal de cada criterio en un indicador que considera procedimientos que son independiente al tiempo [13]. Lo anterior sugiere que las consecuencias de la implementación de las alternativas se dan de forma inmediata, que su efecto en el tiempo ha sido y continuará constante, y que el decisor tiene una valoración indiferente de la estructura temporal. Es decir, este tratamiento del tiempo en el proceso de decisión desconoce la naturaleza dinámica de los criterios en el pasado y futuro [13]. Sin embargo, en los problemas de la vida real, la distribución de las consecuencias de una decisión a lo largo del tiempo suele ser muy importante. Ejemplos como inversiones en el tiempo, planes de expansión de infraestructura, gestión del riesgo, desarrollo regional, entre otros, se requiere conocer no solo las diferencias entre los diferentes criterios sino las tendencias en el tiempo al interior de cada objetivo [7].

Los métodos de análisis multicriterio generalmente asumen condiciones que no son acordes al impacto real del tiempo en la toma de decisiones [8], [14], como preferencias atemporales y alternativas equivalentes con un comportamiento estático hacia el futuro. Además, desde el punto de vista del análisis multicriterio, la priorización de una alternativa sobre otra implica un costo de oportunidad temporal que no se contempla al momento de realizar la recomendación definitiva.

Asimismo, según Frini y Benamor [15] ha incrementado el interés de la comunidad científica por la toma de decisiones en contexto de sostenibilidad, y el análisis multicriterio es la herramienta más frecuentemente usada. Las autoras presentan una especial revisión del estado del arte y deducen que hay una necesidad crucial para desarrollar metodologías multicriterio multitemporales en contextos de desarrollo sostenible que no existen. Es importante mencionar que el desarrollo sostenible considera satisfacer las necesidades del presente sin comprometer las posibilidades de las generaciones futuras a satisfacer sus propias necesidades [16]. Teniendo en cuenta esto, un problema de toma de decisión en un contexto de sostenibilidad debe garantizar un balance entre eficiencia económica, equidad social y protección del ambiente a corto mediano y largo plazo [15] considerando múltiples escenarios posibles dado los altos niveles de incertidumbre asociados.

Pese a lo anterior, la forma más común de la inclusión del tiempo en un modelo multicriterio corresponde al modelo de utilidad descontada, diseñado inicialmente para problemas monocriterio, en donde se condensa el flujo de valores sobre el tiempo en un único valor a través de una función de utilidad que descuenta valores a una tasa fija al presente. Si bien, es una forma práctica de abordar el problema y hacer uso de los métodos multicriterio ya ampliamente desarrollados, este indicador extrapola conceptos financieros a dimensiones alejadas conceptualmente de mercados transables como el ambiental o social; y deja de lado importantes singularidades de la distribución temporal de las alternativas respecto a los criterios. Para autores como Loewestein y Read [14], [17], Roelofsma [18], Loewe [19], Lazaro [20], Frederick [21], Kahneman y Tversky [22] este modelo oculta anomalías subyacentes de la decisión intertemporal, por lo que no refleja cómo las personas cambian sus preferencias entre alternativas a raíz del contexto temporal.

Para efectos de ilustración considere un problema en donde tres alternativas  $A_1$ ,  $A_2$  y  $A_3$  deben ser priorizadas acorde a su desempeño en un criterio  $C$  en los siguientes 5 años ( $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$ ,  $t_4$ ,  $t_5$ ). El criterio se desea maximizar, es decir que se prefieren valores altos. En la Tabla 1 se presenta la matriz de pagos para este ejercicio.

Alternativas	Criterio C				
	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$
A1	1.00	-1.00	1.00	-1.00	1.00
A2	<b>0.201</b>	<b>0.201</b>	<b>0.201</b>	<b>0.201</b>	<b>0.201</b>
A3	0.80	0.12	0.00	0.00	0.00

Tabla 1. Evaluación del criterio C – Ejemplo

Con los métodos tradicionales este problema se resolvería agregando los valores del criterio en el tiempo en un indicador, ya sea mediante un promedio, utilidad descontada o sumatoria. Si se emplea el valor actual es posible que éste no valore de forma diferencial alternativas con estructura temporal de consecuencias diferentes.

Calculando el valor actual a una tasa del 5%, las tres alternativas tienen el mismo valor actual de 0.87. Podría pensarse entonces que la decisión sería indiferente. Sin embargo, las alternativas claramente tienen un comportamiento temporal distinto según se aprecia en la Figura 1.  $A_1$  tiene un carácter oscilatorio y algunos periodos incluso tiene valores

negativos que pueden ser problemáticos;  $A_2$  es constante sobre el tiempo y  $A_3$  aporta mucho en los primeros periodos, pero después ya no aporta nada lo cual también podría ser problemático en algunos casos. Esto no lo captura el valor actual o VPN debido a su efecto aditivo (compensatorio) y se limita a estimar un valor promedio ponderado del criterio.

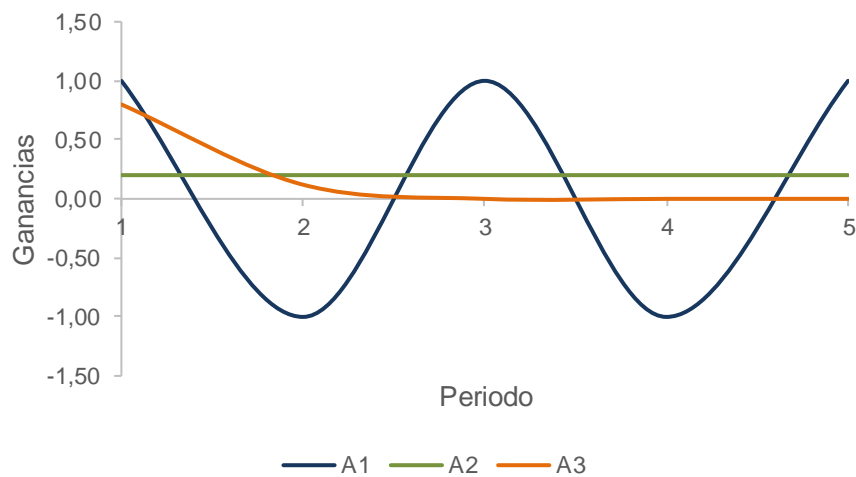


Figura 1. Desempeño de las alternativas para el criterio C – Ejemplo

En los métodos multicriterio clásicos se asume que cada alternativa tiene un impacto en cada criterio que no se desagrega en el tiempo o que se sintetiza en un valor actual y que las preferencias del decisor siguen este patrón estático. No obstante, esto no permite captar el comportamiento de las alternativas y la incidencia del tiempo sobre las preferencias del decisor. Sobre estas últimas, generalmente, se ha considerado al decisor como un ser racional que sigue las reglas del modelo económico tradicional. Sin embargo, experimentos de la economía comportamental han demostrado que las personas valoran ganancias y pérdidas de forma diferente. Incluso, aspectos como la magnitud, el contexto, la incertidumbre y la inmediatez pueden alterar la estructura temporal de las preferencias de cada criterio y entre criterio [18], [23], [24].

Otro asunto para evaluar es que cuando los valores sobre el tiempo se agregan en un único valor actual se distorsiona el concepto de alternativa dominada en el tiempo, pues es posible que una alternativa domine a otra en todos los criterios, pero solo en algunos periodos, pero al analizar la dominación sobre valores estáticos equivalentes (actuales) no

es posible identificar esta debilidad en la dominación. Igualmente, la agregación en un valor actual no permite analizar la simultaneidad de valores positivos o negativos sobre el tiempo, por ejemplo, es posible que el decisor esté dispuesto a permitir en un periodo valores bajos porque, en simultánea, se le compensa con valores altos en otros periodos o incluso en otros criterios en ese mismo periodo.

Aunque existe un gran número de aplicaciones de métodos multicriterio con consecuencias diferentes en el tiempo, la mayoría de los casos condensan la estructura temporal de las alternativas en su valor actual neto. Esto implica que se desconoce el comportamiento que puede tener una alternativa en un horizonte de decisión en aspectos como tendencia, variabilidad, entre otros. En este contexto, en este trabajo de investigación se busca indagar *cómo se puede integrar la incidencia del tiempo en la priorización de alternativas en un problema de decisión multicriterio de tipo discreto*.

## **1.2 Objetivos de la investigación**

### **1.2.1 Objetivo general**

Proponer un modelo de decisión multicriterio para la priorización de alternativas en problemas de decisión discretos, considerando múltiples periodos de tiempo, y su incidencia sobre los criterios y preferencias del decisor.

### **1.2.2 Objetivos específicos**

- Revisar y analizar la literatura relacionada con los diferentes métodos para priorizar alternativas en problemas discretos, al igual que la referente a las principales consideraciones para la toma de decisiones intertemporales.
- Plantear lineamientos metodológicos para la inclusión de la variable tiempo en problemas de priorización multicriterio.
- Desarrollar un modelo matemático de priorización que considere múltiples criterios y el efecto del tiempo en el problema de decisión.
- Analizar el desempeño del modelo desarrollado para un caso de priorización puntual.

## 2. Análisis Multicriterio y Decisiones Intertemporales

En este capítulo se presenta una contextualización del análisis multicriterio de decisiones. Se revisan diferentes métodos para priorizar alternativas en problemas discretos, al igual que la literatura referente a las principales consideraciones para tomar decisiones en un contexto intertemporal, incluyendo algunas aproximaciones metodológicas realizadas por otros autores.

### 2.1 Análisis Multicriterio

El análisis multicriterio (AMC) es una metodología estructurada y explícita que permite incluir un amplio espectro de dimensiones en el proceso de decisión, de manera que se tengan en cuenta las preferencias y criterios de todas las partes involucradas, incluso cuando éstas se encuentran en conflicto entre sí [25].

Este análisis tiene aplicación dentro de un conjunto diverso de problemas que incluyen: *diseño de políticas para la adaptación/mitigación del cambio climático, priorización de proyectos y objetivos estratégicos, gestión de recursos hídricos, estrategias de diseño en ingeniería, administración de inversión pública, gestión de riesgos, priorización de planes de mantenimientos, selección de personal*, entre otros.

El proceso para realizar un análisis multicriterio varía entre metodologías. Sin embargo, los métodos tradicionales siguen una estructura que se puede sintetizar como se resume en la Figura 2 [3], [5], [5], [21], [23]

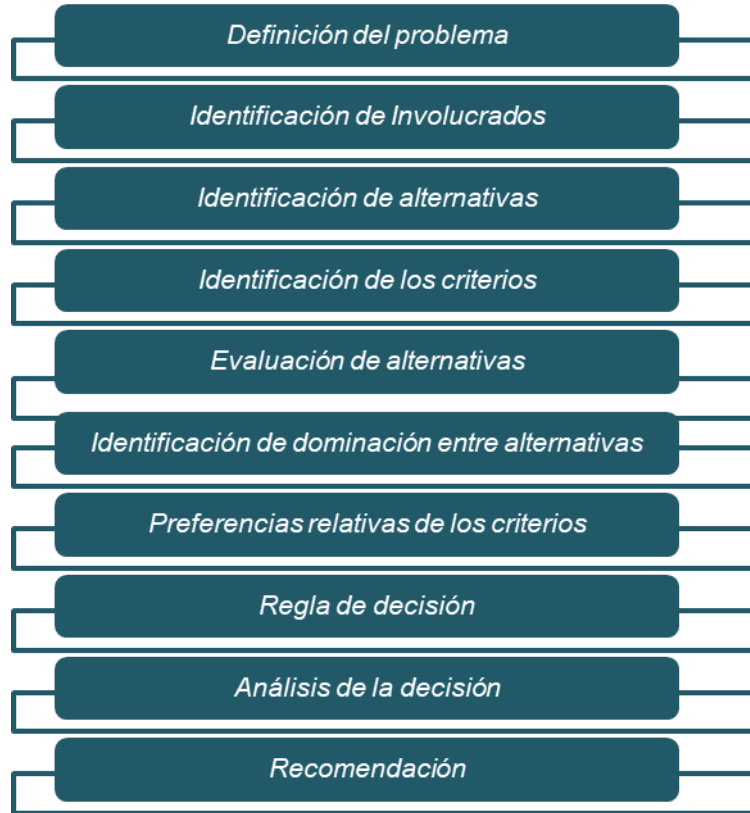


Figura 2. Estructura general de problemas multicriterio

- a. Definición del problema.** Consiste en acotar y caracterizar el problema en términos del estado actual y el estado deseado (metas y/o requerimientos). Este proceso implica analizar las condiciones del sistema, limitar las suposiciones, plasmar en problema en términos concretos y entender sus causas y efectos.
- b. Identificación de Involucrados.** Se asocia a un mapeo general de los involucrados en la decisión. En este punto no se identifica solamente al decisor, sino al grupo que ejecuta la decisión y sobre el cual ésta recae.
- c. Identificación de alternativas.** Las alternativas hacen referencia a posibles acciones que aportan a mejorar el sistema y lo conducen hacia el estado deseado. La identificación de las alternativas requiere una participación de los actores de la decisión, dado que todas deben orientarse al cumplimiento total o parcial de las metas planteadas inicialmente.
- d. Identificación de criterios.** Generalmente, ninguna alternativa será la mejor con relación a las metas planteadas, por lo tanto, es necesario contar con criterios que permitan realizar comparaciones entre ellas. Los criterios corresponden al conjunto

de aspectos relevantes que permiten comparar las alternativas, y/o que se desean mejorar como resultado del proceso de decisión. Los criterios cubren todas las metas propuestas y permiten diferenciar las alternativas. Un conjunto de criterios adecuado se caracteriza por ser reducido, no redundante, operacional y significativo. La identificación de criterios implica, además, describir su estado deseado (máximo o mínimo), forma de medición (cualitativa o cuantitativa), y el rango de valores, cuando sea posible.

- e. **Evaluación de alternativas.** Se plantean indicadores para evaluar cada alternativa ( $A_i$ ) a partir de los criterios de decisión ( $C_j$ ). Como resultado se obtiene una matriz de desempeño que sigue la estructura de la Tabla 2, en donde  $Z_{ij}$  represente el valor de la alternativa  $i$  para el criterio  $j$ . Obsérvese que no considera explícitamente la dimensión temporal y supone que, en caso de que las consecuencias sean dinámicas, se agregan en un valor actual.

	$C_1$	$C_2$	...	$C_J$
$A_1$	$Z_{11}$	$Z_{12}$	...	$Z_{1J}$
$A_2$	$Z_{21}$	$Z_{22}$	...	$Z_{2J}$
...	...	...	...	...
$A_i$	...	...	...	$Z_{iJ}$

Tabla 2. Matriz de desempeño genérica

- f. **Identificación de dominación entre alternativas.** Se verifica si existen alternativas que no sean dominadas por ninguna otra, es decir, a una alternativa ninguna otra le supera en todos los criterios. Este tipo de alternativa es considerada eficiente y, usualmente, es sobre un grupo de alternativas no dominadas que se hace la selección final.
- g. **Preferencias relativas de los criterios.** El decisor debe reflejar la estructura de preferencias de cada criterio respecto a los demás. Esta estructura se presenta, más comúnmente, en términos porcentuales (pesos o ponderaciones). Otras formas de representar las preferencias son por medio de metas, valores mínimos aceptables, intercambios (*trade-off* aceptables) o funciones de utilidad.
- h. **Regla de decisión.** Para cada alternativa se realiza una agregación matemática de las valoraciones respecto a los criterios. Esta operación incluye, además, las preferencias el decisor, con el fin de determinar el desempeño global de cada alternativa.

- i. **Análisis de la decisión.** Se desarrolla un análisis de sensibilidad o de incertidumbre para mejorar la calidad del proceso de decisión. Este análisis permite valorar diferentes variaciones de las entradas del proceso con relación a los resultados obtenidos.
- j. **Recomendación.** Como resultado del análisis se logra contar con una recomendación sobre cuál es la mejor alternativa a la luz de los múltiples criterios del problema y las preferencias relativas de cada uno.

Los métodos multicriterio pueden agruparse en cinco categorías dependiendo del enfoque en el que se basen: a) puntuación directa, b) distancia, c) comparación pareada, d) funciones de utilidad, y e) superación [6], [25], [30]. En la siguiente sección se presenta una breve descripción de cada categoría, así como de los métodos que incluyen.

- a. **Métodos basados en puntuación directa:** consisten en la evaluación del problema a partir de la multiplicación aritmética del valor normalizado de cada alternativa por el peso del criterio. Estos métodos son los más sencillos y antiguos del grupo, sin embargo, han sido ampliamente usados para decisiones de complejidad muy baja. Dentro de este grupo se encuentran **SAW** [31] (*Simple Additive Weighting – Ponderación Aditiva Simple*) y **COPRAS** [32] (*Complex Proportional Assessment – Evaluación Proporcional Compleja*). La diferencia entre ambos es que SAW solo se puede emplear directamente si todos los criterios se desean en su estado máximo (mejor), mientras que COPRAS admite criterios que se requieran maximizar y minimizar [32].
- b. **Métodos basados en la distancia.** Este enfoque define una aspiración para cada criterio, y luego identifica las alternativas más cercanas al conjunto ideal o nivel de referencia [6], [30], [29]–[31]. Los métodos más representativos son: **GP** [36] (*Goal Programming – Programación por metas*), **CP** [31] (*Compromise Programming – Programación por compromiso*), **TOPSIS** [37] (*Technique for order of Preference by similarity to ideal solution – Técnica de ordenamiento de preferencias por similitud a la solución ideal*), **DEA** [38] (*Data envelopmnet Analysis – Análisis Envolvente de datos*), y **VIKOR** [39] (*Vlsekriterijumska optimizacija i KOmpromisno Resenje – Optimización Multicriterio y Solución de Compromiso*). El punto de referencia para el cálculo de la distancia cambia entre metodologías. Por ejemplo, el método de programación por metas emplea el nivel de aspiración que se establece por el contexto del problema o

por el requerimiento del decisor. El método de programación por compromiso realiza comparaciones respecto a una alternativa hipotética ideal que se construye a partir de los mejores resultados de la matriz de desempeño. Para TOPSIS la mejor alternativa es una combinación entre la alternativa más cercana al ideal, y más lejana al anti-ideal. Adicionalmente, la función de distancia puede ser Euclidiana, Manhattan o Chebyshev [40].

- c. **Métodos basados en comparación pareada.** Corresponden a un conjunto de métodos en donde se realizan comparaciones entre pares de criterios con el fin de obtener datos asociados a importancias relativas o factores de influencia [6], [25], [35], [41], [42]. El método más conocido es el **AHP** [43] (*Analytic Hierarchy Process – Proceso Analítico Jerárquico*), planteado en 1980 por Thomas Saaty. Aunque la regla de decisión del AHP es simple, realiza un aporte valioso al jerarquizar criterios según su naturaleza y brindar lineamientos para obtener las preferencias relativas de cada uno a partir de juicios de valor que emite el decisor [30]. Otros métodos en esta categoría son el **ANP** [44] (*Analytic Network Process – Proceso Analítico en Red*), una variación de AHP que incluye interdependencia entre criterios; **MACBETH** [45] (*Measuring Attractiveness by a Categorical Based Evaluation Technique – Medida de atracción mediante una técnica de evaluación categórica*); **DEMATEL** [46] (*Decision making trial and evaluation laboratory - Laboratorio de prueba y evaluación de toma de decisiones*); y **PAPRIKA** [47] (*Potentially All Pairwise Rankings of all possible Alternatives – Potencialmente todos los rangos por pares de todas las alternativas posibles*), que compara alternativas hipotéticas construidas a partir de la matriz de desempeño. En general, estos métodos requieren un mayor involucramiento del decisor en el proceso. Las comparaciones pareadas pueden resultar agotadoras para problemas en donde hay un gran número de criterios. No obstante, el volumen de información que se levanta ayuda a ganar precisión en las estimaciones [30].
- d. **Métodos basados en funciones de utilidad.** Definen funciones matemáticas que transforman el valor de una alternativa en un grado de satisfacción de respecto a un criterio. A partir de las funciones se estiman las utilidades de la matriz de desempeño y se resuelve el problema de decisión al encontrar la alternativa que maximiza la utilidad total [4], [5]. Algunos métodos basados en la utilidad son el **MAUT** [48] (*Multiattribute Utility Theory – Teoría de Utilidad Multiatributo*), **MAVT** [26] (*Multivalued Utility Theory –*

*Teoría de utilidad multivalor*), y **SMART** [25] (*Simple Multi-Attribute Ranking Technique – Técnica simple de priorización multiatributo*), y su variación **SMARTER** (*Simple MultiAttribute Rating Technique Exploiting Ranks - Técnica simple de priorización multiatributo explotando rankings*).

- e. **Métodos basados en superación.** Establecen una relación de dominancia entre las alternativas a partir de su desempeño en la mayoría de los criterios. Por ejemplo, para dos alternativas, se dice que una supera a la otra si son igual de buenas en la mayoría de los criterios, y no significativamente peor en el resto de ellos. Estos métodos emplean relaciones de superación para que las decisiones, sin ser óptimas, puedan ser consideradas satisfactorias [6], [29], [33], [49]–[51]. Dentro de estos métodos se encuentran **ELECTRE** [52] (*ELimination and Choice Translating REality*), en sus versiones I, II, III, IV, IS y TRI; y **PROMETHEE** [53] (*Preference Ranking Organization Methods for Enrichment Evaluations*)

En la Tabla 3 se presenta un resumen de las diferentes metodologías abordadas. Estas técnicas son las más representativas en el área de Análisis Multicriterio, ya sea por su facilidad de implementación, sencillez o por su antigüedad. No obstante, otros aportes metodológicos en el área involucran métodos híbridos (integración dos o más técnicas) [54], y conjuntos difusos [55].

Orientación de la metodología	Métodos	Ventajas	Desventajas
<b>Basadas en puntuación directa</b>	SAW, COPRAS	Su aplicación es sencilla y se asemeja la forma de priorización de problemas cotidianos.	La ponderación directa es altamente compensatoria, lo que hace que se los altos valores enmascaren a los bajos.
<b>Basadas en distancia</b>	GP, CP, TOPSIS, DEA, VIKOR	Tratar de brindar soluciones de compromiso según la referencia de entrada (alternativa meta, ideal, etc.)	Consideran la distancia a una alternativa o punto específico, y no analizan la interdependencia de las alternativas. La alternativa de referencia puede ser utópica, lo cual puede castigar a alternativas realistas.

Orientación de la metodología	Métodos	Ventajas	Desventajas
<b>Basadas en comparación pareada</b>	AHP, ANP, MACBETH, PAPRIKA, DEMATEL	Quien toma la decisión no debe proveer un juicio numérico sobre sus preferencias; en su lugar puede dar una apreciación verbal, más familiar a lo cotidiano. La estructura jerárquica permite escalar a problemas de diferente tamaño, permitiendo una representación gráfica de los componentes del problema.	En problemas en donde se cuenta con muchos criterios se debe realizar un gran número de comparaciones pareadas que pueden llevar a que el decisor pierda interés.
<b>Basadas en funciones de utilidad</b>	MAUT, MAVT, SMART, SMARTER	Permiten incorporar la incertidumbre de forma directa. Las preferencias del decisor se pueden representar como funciones matemáticas, que pueden ser lineales o no lineales.	Requieren muchos datos de entrada. Son muy sensibles a la función empleada. Además, se debe tratar de representar las preferencias de la forma más precisa posible.
<b>Basadas en superación</b>	ELECTRE, PROMETHEE	Consideran incertidumbre e imprecisión. Tratan de minimizar la compensación entre criterios. Incorporan umbrales de preferencias, evitando los absolutos.	La regla de superación puede hacer que las fortalezas y debilidades de las alternativas no se identifiquen directamente, ni que se verifiquen los resultados y los impactos

Tabla 3. Resumen de los métodos AMC.  
Elaboración propia

En conclusión, existen muchos métodos de análisis multicriterio, todos ellos con ventajas y desventajas, sin embargo, ninguno incorpora de forma explícita la dimensión temporal y dan por sentado que el valor de un criterio para una alternativa es una constante mas no una matriz sobre el tiempo desconociendo la importancia de la distribución de los valores sobre el tiempo.

## 2.2 Análisis de decisiones Intertemporales bajo un criterio

La mayoría de las decisiones diarias involucran evaluaciones entre costos y beneficios, generalmente financieros, presentes y futuros [56]. En este caso, la materialización de las consecuencias se da de forma inminente, o remota en el futuro y se conoce como *decisiones intertemporales* [18]. El estudio de la decisión intertemporal no es reciente. Su consolidación como teoría se vincula a John Rae en su publicación *The Sociological Theory of Capital en 1834*. Rae planteó que las personas presentan una preferencia temporal a raíz de un deseo efectivo de acumulación asociado a factores psicológicos como el autocontrol, y factores ambientales como la incertidumbre [19].

El análisis de las decisiones intertemporales representa varios enfoques matemáticos que tratan de justificar cómo un individuo toma decisiones a través de diferentes horizontes de tiempo. En primer lugar, el enfoque normativo se asocia al “*qué debe hacerse*”, y tradicionalmente se ha representado mediante la teoría de utilidad descontada. Ésta presenta al decisor como un individuo completamente racional e indiferente al riesgo, que toma decisiones a partir de la maximización de su utilidad [18], [57].

El *Modelo de la utilidad descontada* fue planteado por Paul A. Samuelson en 1937 y es uno de los enfoques más usados en el contexto intertemporal. La utilidad descontada ignora los factores psicológicos planteados por Rae, y los reduce a un solo parámetro estático denominado tasa de descuento  $r$  [18]. Este modelo asume que los individuos descuentan el futuro a una tasa exponencial y por lo tanto prefieren beneficios más temprano que tarde. Adicionalmente, esta tasa de descuento implica, además, que el valor actual disminuye en una proporción fija por unidad de tiempo, lo que sugiere que el individuo tiene una preferencia atemporal. El valor actual se estima mediante la ecuación (1), donde  $B_{it}$  y  $C_{it}$  son los beneficios y costos, respectivamente, de la alternativa  $i$  en el periodo  $t$  y  $r$  es la tasa de descuento.

$$VA(i) = \sum_t^T \frac{B_{it} - C_{it}}{(1+r)^{t-1}} \quad (1)$$

En la Tabla 4 se presenta un conjunto de inconsistencias, identificadas por diferentes autores, de la forma en que los individuos toman decisiones respecto al modelo clásico de la utilidad descontada.

Anomalía	Descripción
<b>Preferencia temporal</b>	Cuando dos alternativas se aplazan o adelantan en el mismo período de tiempo no se preserva la preferencia o indiferencia entre los resultados [18]
<b>Inmediatez</b>	La inmediatez indica que un individuo preferirá resultados inmediatos a tardíos. Esto implica que la velocidad de descuento de valores futuros no es un factor constante, sino que está sujeta a la percepción del tiempo del decisor [9] [21].
<b>Efecto certidumbre</b>	Plantea que pasar de un escenario certero a incierto implica hacer de lado los eventos matemáticamente más probables [58].
<b>Intransitividad de las preferencias temporales</b>	Si A es preferida sobre B, y B sobre C, A debería ser preferida sobre C. En este escenario se cumple la transitividad. Sin embargo, al incluir las diferencias entre el tiempo en el que se materializa la decisión y el impacto de cada alternativa este principio puede no cumplirse, y B o C podrían ser preferidas sobre A [17], [56].
<b>No correspondencia de funciones inversas</b>	No existe correspondencia entre la función matemática de valor vs tiempo y su inversa. Es decir, las personas no están dispuestas a sacrificar tiempo a la misma tasa a la que sacrifican valor (un beneficio o costo).
<b>Efecto signo</b>	Consiste en la aplicación de distintos tipos de descuento para cuantías iguales, pero de diferente signo; negativo para pérdidas y positivo para ganancias. Esto implica que el decisor no desea recibir una ganancia o pérdida a la misma velocidad [9], [21].
<b>Efecto magnitud</b>	Este efecto indica que mientras más grande sea el valor de la recompensa, menor será la tasa a la que pierde valor [24].
<b>Efectos del encuadre de la decisión</b>	Se asocia a los cambios en la decisión a raíz de la forma en la que se presente al individuo el mismo problema. Incluye cambios en el sistema de medidas en el que se introduzcan las variables, puntos de referencia, entre otros [14], [17], [21].

Tabla 4. Anomalías del modelo de utilidad descontada

Del análisis de estas inconsistencias, surge un segundo enfoque en la decisión intertemporal es el descriptivo, asociado al “*cómo se hace*”. En este enfoque sobresale la definición de *Descuento hiperbólico* como un sesgo cognitivo en donde las personas prefieren recibir algo de forma inmediata en lugar de esperar [23]. El *Descuento hiperbólico* presentado por Ainslie en 1975, y asociado a la ecuación (2), asume que las preferencias son proporcionales a la cantidad de recompensa, e inversamente proporcionales al retardo. A diferencia del descuento exponencial que contempla una tasa fija independiente del tiempo o magnitud, este descuento, mediante una tasa dinámica, premia

significativamente alternativas más cercanas y con una pequeña recompensa, que las más lejanas y de mayor valor, [9], [18], [21].

$$VA(i) = \sum_t^T \frac{B_{it} - C_{it}}{(1 + \alpha T)} \quad (2)$$

Finalmente, existen enfoques alternativos que, aunque no integran el tiempo de forma directa, tratan de plasmar el efecto real del tiempo en la toma de decisiones. Estos enfoques son de tipo prescriptivos y se asocian a lo que debe hacerse, pero considerando aspectos cognitivos. Dentro de estos enfoques se encuentran la *Teoría de la utilidad esperada* y *Teoría prospectiva* [59]. Las teorías consideran que el decisor está expuesto a múltiples sesgos cognitivos, principalmente la incertidumbre, que influyen en su toma de decisiones. Ambos enfoques sugieren que el decisor tiene una aversión, indiferencia o propensión al riesgo, asignando perfiles matemáticos a cada uno. Sin embargo, no incluyen aspectos intertemporales, por lo que la aplicación de estos enfoques en el dominio intertemporal requiere una transformación que permita incluir funciones de descuento que no se ha encontrado en la literatura analizada [18].

### 2.3 Análisis de decisiones intertemporales con múltiples criterios

Saaty, uno de los pioneros en el área de análisis multicriterio propuso, de forma aun conceptual, una versión dinámica de los métodos AHP y ANP, denominadas DHP (Dynamic Hierarchy Process) y DNP (Dynamic Network Process), respectivamente [10]. El aporte principal de su investigación se asocia al reconocimiento de una escala de juicios dinámica. Saaty plantea que las preferencias temporales se pueden aproximar mediante diferentes polinomios  $P(t)$ . Por ejemplo, constante si no hay cambios; lineal, si existe una preferencia con pendiente estable; logarítmico, si la preferencia es alta al principio, pero luego disminuye lentamente; exponencial, si la preferencia es baja al principio, pero luego cambia bruscamente; parabólico, si la preferencia se da hasta un valor máximo y luego disminuye. Al final, cada alternativa se evalúa de la forma estándar del AHP mediante una suma ponderada sobre los criterios y sobre los diferentes periodos de tiempo. La propuesta de Saaty sobre la identificación de las preferencias es compleja y poco intuitiva debido a la cantidad de parámetros que involucra. Además, aunque plantea posibles

comportamientos en el tiempo, no define cómo atribuir los parámetros a cada una de las funciones de preferencias. Por lo cual, el autor concluye que se debe extender la investigación en esta área, tratando de buscar una escala intuitiva y espontánea que los decisores puedan emplear para realizar las comparaciones pareadas, como la escala de 1 a 9 empleada para el método AHP tradicional. Esta propuesta es apoyada por González-Prida quien describe cómo se podría extender el método AHP para integrar condiciones de un ambiente dinámico [60]. El autor indica que existe un grado de incertidumbre asociado al momento en el que se desarrolla la priorización, y el momento en el que se implementa la decisión, lo que puede invalidar las condiciones iniciales del modelo. Además, menciona la necesidad de una comparación pareada que determine la preferencia temporal de cada alternativa sobre otra, para cada criterio. Esta comparación se realiza teniendo en cuenta que las alternativas tienen un comportamiento dinámico en diferentes periodos de tiempo. Las mejores alternativas serán las que conserven posiciones prioritarias con la evolución del tiempo. No obstante, esta propuesta tiene un alcance teórico pues no se presenta un modelo matemático que pueda ser replicado.

Dong y Guo [7] proponen incluir en los modelos multicriterio un coeficiente que incentive la tendencia de las alternativas en el tiempo que premie o castigue la variación positiva o negativa, respectivamente, de periodo en periodo en cada criterio. Basan su modelo en el promedio ponderado ordenado de entropía máxima (MEOWA por sus siglas en inglés). Esta propuesta se centra solo en la tendencia de las alternativas en el tiempo.

Rout y Walshe [61] presentan un caso de aplicación para capturar preferencias temporales en problemas de invasión de especies. Los autores indican que, si bien el análisis multicriterio es el enfoque preferido para incorporar los impactos no monetarios, anteriormente han ignorado el problema del tiempo. Se manifiesta que, cuando se trata del futuro, las personas no descuentan pérdidas monetarias y no monetarias a la misma tasa (contrario a lo indicado por el modelo de utilidad descontada). Para obtener las preferencias temporales realizan cuestionarios en donde presentan escenarios de ganancias y pérdidas en diferentes horizontes de tiempo.

Hosseini, Hajiagha, y Meidut plantean un modelo multicriterio multi-periodo basado en cadenas de Markov [62]. Proponen resolver el modelo multicriterio para cada periodo y aplicar cadenas de Markov para determinar la probabilidad de que una alternativa alcance determinado ranking dado el comportamiento del periodo inmediatamente anterior. El

objetivo es tratar de predecir el ranking futuro de las alternativas. Las preferencias se calculan mediante el método de la entropía. Mientras menor sea la entropía, entendida como la dispersión de los valores de cada alternativa para cada criterio y periodo, menos diferenciador es el criterio para evaluar las alternativas, y por tanto menor será el peso asignado al criterio. Esta forma de asignación de preferencias implica que se ignora la subjetividad del decisor.

Frini y Benamor plantean un modelo de priorización multiperiodo a partir del método ELECTRE [63]. Los autores determinan la relación de preferencia entre cada par de alternativas para cada periodo a partir de umbrales de concordancia y discordancia: *preferencia estricta, preferencia débil, indiferencia, incompatibilidad, preferencia inversa débil o preferencia inversa estricta*. Posteriormente, realizan una agregación temporal contemplando pesos para diferentes periodos. La comparación pareada entre alternativas agrega complejidad al modelo para casos en donde se tengan muchas alternativas y criterios. Además, aplica un método ELECTRE para cada  $t$  y luego suma sus resultados. Agregan niveles de confianza en la información formulada en la matriz de pagos  $\alpha(tk)$ , pues usualmente a más largo plazo, menor confianza en la información recolectado o predicha. Si bien es una aproximación interesante pues se aleja de la típica tasa descontada, no considera la estructura temporal dado que el orden de  $t$  y su relación con los periodos adyacentes, no es significativo. Sigue esquema compensatorio, sin embargo, es una propuesta prometedora y ambiciosa que plantea la necesidad de seguir este camino en investigación.

Campello aborda el tema de la decisión intertemporal desde un enfoque predictivo [64]. El autor indica que los datos históricos de las alternativas se pueden emplear para predecir futuros rankings. La propuesta solo se centra en predecir futuros rankings con el fin de determinar la robustez de la alternativa para diferentes periodos.

Xu [13] propuso DWA (Dynamic Weighted Averaging) que es un operador OWA (Ordered Weighted Averaging) para definir pesos de importancia de cada periodo  $\lambda(t_k)$  para problemas con información definida en varios periodos de tiempo. Además, extendió DWA a problemas bajo incertidumbre permitiendo usar valoraciones difusas en las consecuencias de las alternativas. El operador OWA permite castigar o premiar, los grandes excesos. La valoración final de cada alternativa  $i$  se da a partir de la integración

de la información de las consecuencias, los pesos asociados directamente a los criterios  $w_j(t_k)$  y los pesos de los periodos  $\lambda(t_k)$ , como se muestra en la ecuación (3)

$$y_i = \sum_{t=1}^P \sum_{j=1}^J \lambda(t_k) w_j(t_k) Z_{ijp} \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

A mayor  $y_i$ , mayor prioridad de la alternativa  $i$ . Esta propuesta otorga el mismo peso  $\lambda(t_k)$  para todos los criterios. Además, la priorización sigue un esquema compensatorio.

## 2.4 Discusión

Como se aprecia, existen aportes que asocian el problema multicriterio y el tiempo. Sin embargo, tienden a seguir una estructura similar en donde se realiza una agregación temporal a través de un indicador “actual” que puede compensar impactos de las alternativas en el corto plazo con los de mediano y largo plazo y luego se hace el análisis multicriterio convencional. Si bien matemáticamente se logra la priorización, este análisis no es el adecuado para todo tipo de problemas de decisión. En algunos problemas multicriterio es importante considerar el impacto de las consecuencias de las alternativas y su distribución a lo largo de un gran periodo de tiempo, por ejemplo cuando se deben priorizar proyectos o estrategias de inversión pública de carácter regional, donde se impacta por grandes periodos a la sociedad, incluso diferentes generaciones o se consumen recursos naturales que exigen una mirada diferente hacia el futuro en un contexto de sostenibilidad.

Además, la agregación de los valores temporales en cada criterio, por ejemplo, mediante el valor actual neto, esquema que usualmente proviene de la lógica financiera, es usado indistintamente en criterios de otra naturaleza, como los sociales o ambientales, que no necesariamente se representan adecuadamente bajo los mismos supuestos de la economía financiera que prioriza, substancialmente, los beneficios en el presente y supone un posible ahorro de los beneficios para subsanar los costos futuros, lo que no es similar posiblemente en otras dimensiones.

Es importante entonces plantear nuevas propuestas metodológicas para someter los valores de la matriz temporal multicriterio a un mayor escrutinio sobre su distribución en el tiempo, que podría ser importante a la hora de elegir un proyecto con consecuencias ambientales, sociales y económicas a largo plazo.

## 3. Modelo de decisión multicriterio intertemporal

En este capítulo se describe el modelo de decisión multicriterio para decisiones intertemporales. Se detallan las diferentes etapas para solucionarlo, desde la estructuración del problema hasta la recomendación y análisis de la decisión. Algunas de las etapas son similares a las reportadas en la Figura 2, extendiéndolas en su evaluación y análisis temporal.

### 3.1 Etapa 1. Estructuración del problema

En esta etapa el decisor debe Identificar el problema y a los involucrados, determinar el objeto principal del problema, definir el horizonte de decisión, las alternativas, los criterios y construir la matriz de decisión multicriterio multitemporal.

Se considera que hay un conjunto de alternativas  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_l\}$ , que deben ser priorizadas a partir de su desempeño en un conjunto de criterios  $C = \{C_1, C_2, \dots, C_j, \dots, C_J\}$ . Para cada alternativa, los criterios tienen un comportamiento temporal distribuido a través de periodos de tiempo La decisión se realizará a partir del comportamiento de las alternativas en periodos de tiempo  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_t, \dots, t_p\}$ . Se valora el desempeño de cada alternativa  $i$  para cada criterio  $j$ , en cada período  $k$ ,  $Z_{ijt}$ , a partir de modelos de simulación del sistema a bajo estudio. Esta investigación no se concentra en el modelo de simulación sino en el análisis de los resultados sobre el tiempo que este arroja.

Teniendo en cuenta lo anterior, para cualquier momento del tiempo  $t$  la matriz de decisión del problema puede representarse como se muestra en la Tabla 5.

Periodo $T_1$					Periodo $T_2$					...	Periodo $T_K$				
	$C_1$	$C_2$	...	$C_J$		$C_1$	$C_2$	...	$C_J$						
$A_1$					$A_1$					...					
$A_2$					$A_2$										
...					...										
$A_I$					$A_I$										

Tabla 5. Representación del problema multicriterio multitemporal  
Adaptado de [63]

Para cada criterio  $C_j$  se debe definir su estado deseado, es decir si se desea maximizar o minimizar, las unidades en las que se evalúa y las magnitudes.

La información de la Tabla 5 se puede representar gráficamente como se presenta en la Figura 3. Es decir, en lugar de un único indicador, la matriz de pagos convencional se convierte en una matriz en función del tiempo.

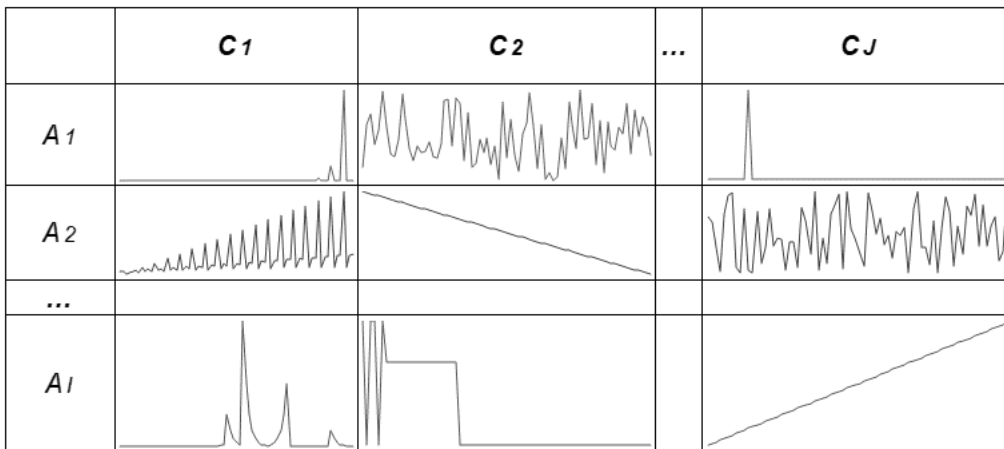


Figura 3. Ejemplo de matriz de pagos multitemporal  
Elaboración propia

Para el desarrollo de esta etapa el decisor y/o analista debe contar con los datos de las series de tiempo para la matriz de pagos. Dentro del alcance de esta investigación no se encuentra el cómo se obtienen estos datos. Estos pueden ser producto de una simulación de un modelo de dinámica de sistemas, o de cualquier otro modelo en donde se obtenga una estructura consistente con la de la Tabla 5.

### 3.2 Etapa 2. Análisis de dominancia multicriterio multitemporal

El concepto de dominancia tradicional para problemas multicriterio indica que, cuando todos los objetivos se desean maximizar, una alternativa A domina a una alternativa B si se cumple la ecuación (4).

$$Z_{Aj} \geq Z_{Bj} \quad \forall j \quad (4)$$

Es decir, la alternativa A es mejor o igual en todos los criterios que la alternativa B. En ese caso, y suponiendo que el problema sea de selección (solo escoger una opción), la alternativa B se somete a ser eliminada del conjunto de alternativas candidatas.

Si se aplica el valor actual, y se analiza la dominancia no es posible identificar a lo largo del tiempo esa dominancia pues una alternativa A puede dominar en unos periodos a B, mientras que en otros B domina a la alternativa A. Para solventar esta situación se propone que el análisis se realice a partir de una definición de dominancia multitemporal multicriterio, adaptando el concepto desde la definición tradicional de dominancia multicriterio, así:

Se propone aquí, la definición de dominancia temporal, a partir de la definición tradicional y contemplando que los criterios se desean maximizar, así:

- **Dominancia temporal entre alternativas:** una alternativa A domina temporalmente a una alternativa B si se cumple la ecuación (5) :

$$Z_{Ajt} \geq Z_{Bjt} \quad \forall j, t \quad (5)$$

Es decir, la alternativa A es mejor o igual en todos los criterios y en todos los periodos de tiempo a la alternativa B. En ese caso, la alternativa B se somete a ser eliminada del conjunto de alternativas candidatas.

- **Alternativas no dominadas:** conjunto de alternativas que no son dominadas temporalmente por ninguna otra alternativa del conjunto de elección. De este grupo

de alternativas aún no es posible elegir cuál de ellas es mejor, pero si representa un conjunto depurado de alternativas a las que se le aplica el método multicriterio. En los métodos tradiciones (no temporales) algunos autores recomiendan eliminar las alternativas dominadas por alguna otra alternativa. Queda a criterio del analista esta decisión.

En la Figura 4 se ilustra la relación de dominancia entre dos alternativas A y B, contemplando dos criterios  $C_1$  y  $C_2$  que se desean maximizar durante los periodos 1 y 2. Se observa que para el periodo 1 (verde) la alternativa A presenta mejores resultados que la B en los dos criterios, es decir, A domina a B. Sin embargo, al pasar al periodo 2 la relación de dominancia se invierte.

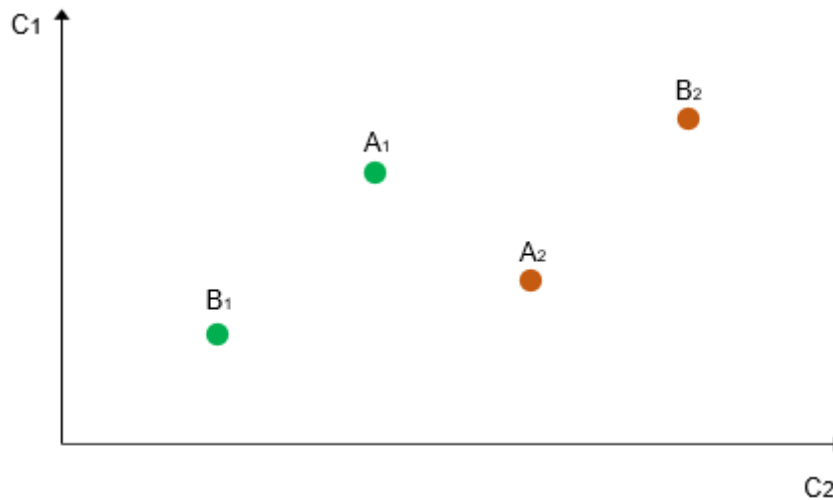


Figura 4. Ejemplo de dominancia temporal entre alternativas

Si se condensan los diferentes valores de las alternativas en un único indicador sería posible captar las relaciones de dominancia que se pueden presentar entre los periodos.

En este modelo se propone analizar la dominancia *total* de las alternativas, la cual corresponde a la dominación de una alternativa en la totalidad de los criterios. Esto se realizará mediante una comparación pareada de las alternativas para cada periodo  $t$ , según se muestra en la Tabla 6.

	<b>A<sub>1</sub></b>	<b>A<sub>2</sub></b>	...	<b>A<sub>I</sub></b>
<b>A<sub>1</sub></b>	0		...	
<b>A<sub>2</sub></b>		0	...	
...	...	...	...	...
<b>A<sub>I</sub></b>			...	0

Tabla 6. Matriz de dominancia de las alternativas  
Elaboración propia

El objetivo de la anterior matriz es determinar si la alternativa de la fila domina totalmente a la alternativa de la columna. Esto ocurre cuando se cumple la ecuación (5), es decir cuando la alternativa de la fila tiene mejores resultados en todos los criterios que la alternativa de la columna. En caso de que exista dominancia el valor de la celda será 1, en caso negativo, 0. Para cada par de alternativas, se evaluará entonces:

$$\begin{cases} 1, & \text{Existe dominancia total multicriterio multitemporal} \\ 0, & \text{Las alternativas son no dominadas entre si.} \end{cases}$$

De forma predefinida, la diagonal de la matriz será 0, pues es la comparación de la alternativa con ella misma.

Por ejemplo, en la Tabla 7 se presentan posibles resultados de tres alternativas frente a tres criterios en un periodo t.

	<b>Alternativa 1</b>	<b>Alternativa 2</b>	<b>Alternativa 3</b>
<b>C<sub>1</sub></b>	10.000	35.000	21.323
<b>C<sub>2</sub></b>	45	45	45
<b>C<sub>3</sub></b>	-9,8	-16	-5,5

Tabla 7. Ejemplo multicriterio para un periodo t

A continuación, se presentan los resultados del análisis de dominancia de la matriz anterior, a partir de la ecuación (5) y la estructura de la Tabla 6.

	<b>A<sub>1</sub></b>	<b>A<sub>2</sub></b>	<b>A<sub>3</sub></b>
<b>A<sub>1</sub></b>	<b>0</b>	<b>0</b> = 10.000 ≥ 35.000; 45 ≥ 45; -9.8 ≥ -16	<b>0</b> = 10.000 ≥ 21.323; 45 ≥ 45; -9.8 ≥ -5.5
<b>A<sub>2</sub></b>	<b>0</b> = 35.000 ≥ 10.000; 45 ≥ 45; -16 ≥ -9.8	<b>0</b>	<b>0</b> = 35.000 ≥ 21.323; 45 ≥ 45; -16 ≥ -5.5
<b>A<sub>3</sub></b>	<b>1</b> = 21.323 ≥ 10.000; 45 ≥ 45; -5.5 ≥ -9.8	<b>0</b> = 21.323 ≥ 35.000; 45 ≥ 45; -5.5 ≥ -16	<b>0</b>

Tabla 8. Ejemplo de dominancia para un periodo

El análisis de la Tabla 8 se debe realizar para todos los periodos que componen el horizonte de decisión. Como se ilustró en la Figura 4 es posible que en otros tiempos las relaciones de dominancia presenten cambios, lo cual puede alterar la decisión.

A partir de la información de la Tabla 6 es posible analizar la dominancia multicriterio para los diferentes periodos del problema, según lo siguiente:

- *Grado en el que una alternativa es dominada*: corresponde a la frecuencia, dada en porcentaje, en la que una alternativa es dominada por las otras alternativas en los diferentes periodos. Se calcula aplicando la ecuación  $\forall i \neq e$  (6) sobre las **filas** de la Tabla 6.

$$G.Dominada A(i) = \frac{1}{T(I-1)} \sum_{t=1}^T IF(Z_{ij} \geq Z_{ej}; 1; 0) \quad \forall i \neq e \quad (6)$$

- *Grado en el que una alternativa domina*: corresponde a la frecuencia, dada en porcentaje, en la que una alternativa domina a las otras alternativas en los diferentes periodos. Se calcula aplicando la ecuación  $\forall i \neq e$  (7) sobre las **columnas** de la Tabla 6

$$G.Domina A(i) = \frac{1}{T(I-1)} \sum_{t=1}^T IF(Z_{ij} \geq Z_{ej}; 1; 0) \quad \forall i \neq e \quad (7)$$

En las ecuaciones  $\forall i \neq e$  (6) y  $\forall i \neq e$  (7) el numerador representa el número de veces en las que una alternativa domina a otra. Además,  $T$  es el número de periodos del

problema de priorización,  $I$  representa el número de alternativas bajo análisis. Los resultados de las ecuaciones pueden tomar valores entre 0% y 100%, y se interpreta como se resume en la Tabla 9.

	0%	100%
<b>Grado en el que una alternativa es dominada</b>	La alternativa no es dominada por ninguna otra alternativa en los diferentes periodos	La alternativa es dominada por todas las alternativas en todos los periodos
<b>Grado en el que una alternativa domina</b>	La alternativa no domina a ninguna alternativa en los diferentes periodos	La alternativa domina a todas las otras alternativas en todos los periodos

Tabla 9. Interpretación de grados de dominancia

En caso de existir una o más alternativas no dominadas estas serán las seleccionadas para continuar con el análisis de la decisión en las siguientes etapas, siempre que el problema sea de selección, es decir, cuando se trate de escoger solo una alternativa. Las alternativas dominadas se pueden eliminar del problema de decisión, pues siempre existirá, como mínimo, una alternativa no dominada que será mejor que ellas. En caso de que el conjunto de alternativas no dominadas sea vacío, es posible definir un nivel de aceptación temporal, es decir, seleccionar las alternativas que en un nivel temporal  $L$  (por ejemplo 80% de los periodos) no son dominadas por ninguna otra alternativa.

El análisis de dominancia puede hacer las veces de filtro cuando el contexto de la decisión lo permita. Es decir, si se tiene un gran número de alternativas es posible eliminar aquellas que son dominadas en gran medida y continuar el análisis con las alternativas restantes. Esto eliminaría el costo computacional asociado a la implementación de las siguientes etapas del modelo.

### 3.3 Etapa 3. Análisis de cada alternativa y de la serie temporal de cada criterio

Como se vio en la Figura 3, el problema multicriterio multitemporal constituye en sí un conjunto de series temporales para cada alternativa y criterio. Por lo tanto, para realizar la

valoración multicriterio se propone analizar el comportamiento de la serie de las alternativas propuestas en la etapa 1 a partir de varios atributos y no solo en función del valor actual neto (o formulaciones similares) como se hace generalmente y cómo se propone en la mayoría de las referencias bibliográficas analizadas (ver capítulo 2), pues este último supone compensación entre los periodos, es decir, valores muy bajos en unos periodos pueden ser compensados por valores muy altos en otros periodos. Además, no permite el análisis de la estructura temporal, ni la presencia de periodos prolongados con valores por debajo de los mínimos aceptables, ni la simultaneidad temporal de valores críticos en varios criterios.

De otro lado, en el estudio clásico de series temporales se tiene como objetivo la identificación de los patrones, tendencias, ciclos y cambios del conjunto de datos con el fin de entender cómo se comportan las variables a lo largo del tiempo y para hacer predicciones sobre su evolución futura. Sin embargo, no se profundiza en lo que implica la existencia de estos patrones y comportamientos temporales en el contexto de la decisión. Desde el punto de vista del análisis de decisiones es necesario juzgar que tan convenientes son o no esas características para el decisor. Por ejemplo, es posible que éste prefiera una tendencia constante y sin ciclos; es decir más estabilidad en el tiempo. Por esto, se propone desagregar la serie temporal de cada criterio  $j$  en un conjunto de seis atributos que serán considerados subcriterios. Éstos se plantean teniendo en cuenta las propiedades más comunes de una serie de tiempo, como tendencia, estacionalidad, ciclicidad; y las aspiraciones que puede tener un decisor en un contexto temporal, como cumplir una meta, exceder un valor mínimo aceptable, o almacenar cantidades por la espera de una recompensa futura. Adicionalmente, se incluye el valor actual neto, pues es el criterio empleado actualmente. A continuación, se detalla cada uno de los subcriterios propuestos:

- **Valor actual neto:** es el valor actual de todos los intervalos de tiempo del horizonte de decisión. En principio indica la suma total de los valores de la serie ponderados al presente a una tasa de descuento. Sin embargo, no captura todo el comportamiento de la serie debido a su efecto compensatorio.

En la Figura 5 la columna azul representa el valor actual neto de los flujos de los periodos  $t_1$  a  $t_7$ . Este criterio es de naturaleza principalmente financiera y permite condensar los flujos futuros en un único valor (en este caso la barra azul). El valor actual neto con una tasa de 0% o negativa se ha empleado para evaluar criterios

que no son de naturaleza financiera. Este criterio ha sido la estrategia predominante para evaluar el desempeño agregado de una alternativa en el tiempo. Sin embargo, al ser un único valor no brinda información sobre otros aspectos de la serie de tiempo.

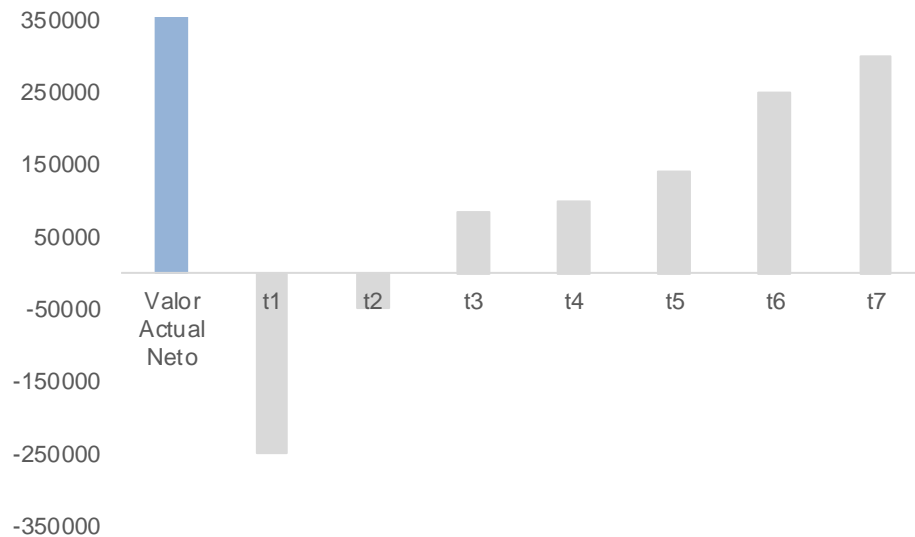


Figura 5. Representación del VAN

- **Tendencia:** corresponde al comportamiento general de los datos a aumentar, disminuir o permanecer constante a lo largo del horizonte de decisión.

En la Figura 6 se presenta un ejemplo de tres alternativas con diferentes tendencias. En primer lugar, se aprecia que la alternativa 1 tiene un comportamiento creciente, mientras que la 2, decreciente. Finalmente, la alternativa 3 permanece constante durante los diferentes periodos t.

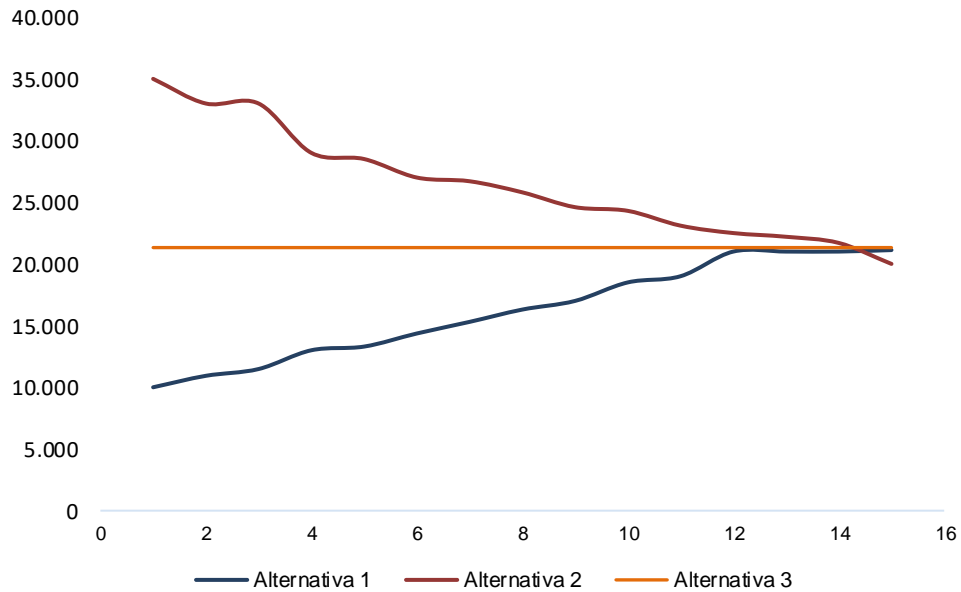


Figura 6. Posibles comportamientos de tendencia

**Variabilidad:** hace referencia a las variaciones que pueden presentarse de forma recurrente en una serie de datos. Estos comportamientos obedecen a la naturaleza del criterio, alternativa bajo análisis y al contexto de la decisión. Por ejemplo, el alza recurrente de las ventas de útiles escolares cada que inicia un periodo académico, el comportamiento de las precipitaciones durante determinados meses del año, entre otros.

Gráficamente, la variabilidad se puede asociar a la presencia de ciclos, como se muestra en la Figura 7, en donde la serie de la alternativa 1 presenta un comportamiento cíclico recurrente.

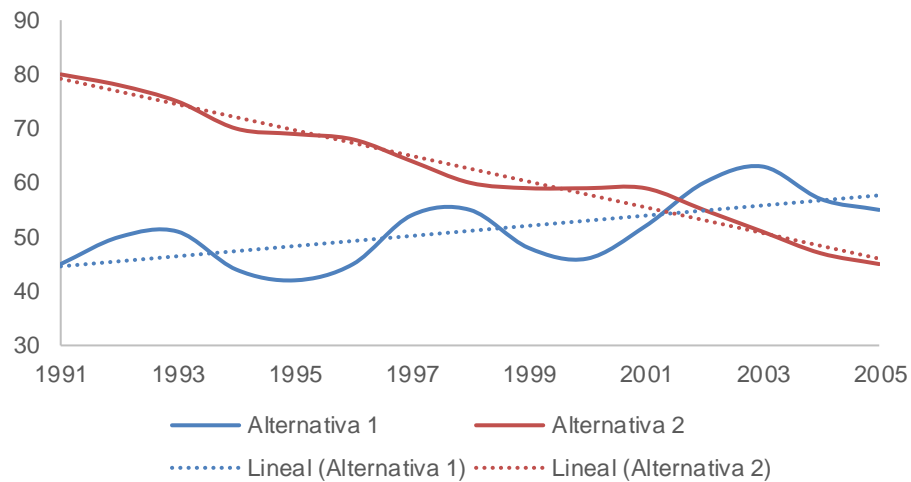


Figura 7. Ejemplo de una serie con variabilidad

Una serie de datos podrá moverse por encima y debajo de la media de forma recurrente como se aprecia en la Figura 7. Esto se aprecia claramente al contrastar la alternativa 1 y la línea punteada asociada. Nótese que para la alternativa 2 también se aprecian variaciones, sin embargo, la serie permanece más cercana a la media. Es posible concluir entonces que la alternativa 1 presenta mayor variabilidad que la alternativa 2.

- **Mínimo aceptable:** el decisor puede definir un valor mínimo que estaría dispuesto a aceptar para la alternativa respecto al criterio  $C_j$ . Se entiende aquí que tener un valor inferior al mínimo es una condición que se desea evitar fuertemente. Es necesario analizar el comportamiento de la serie respecto a este umbral, por ejemplo, analizar la frecuencia de las veces que se está por debajo de él y la frecuencia de las rachas o periodos consecutivos en los que da esta condición, pues es posible que se desee evitar rachas largas.

Este valor puede ser constante o variar con el tiempo de forma creciente o decreciente, según las preferencias del decisor. En la Figura 8 se presenta la relación entre la serie temporal de un criterio y dos valores mínimos; una con un comportamiento estático, es decir fija para todos los periodos, y una dinámica que crece a una tasa fija.

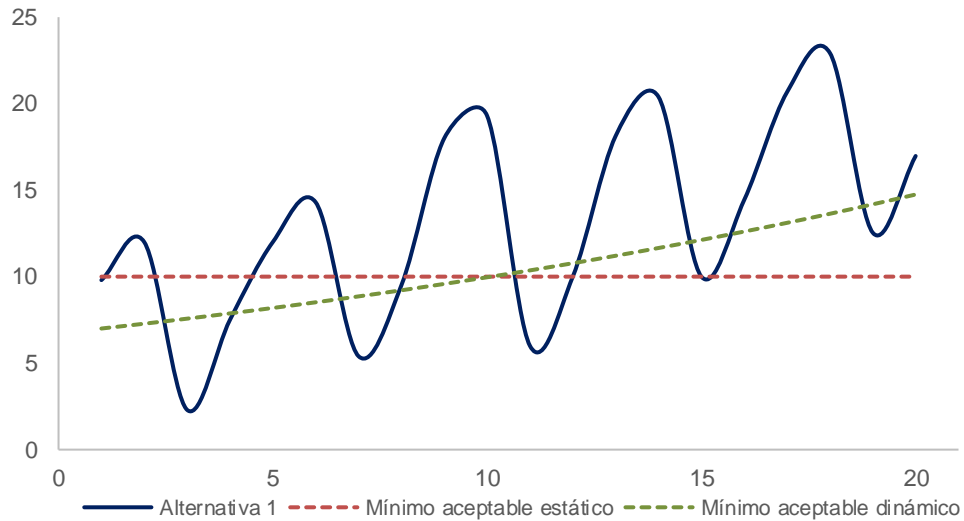


Figura 8. Valor mínimo aceptable de un criterio  $C_j$

- **Meta:** una alternativa puede superar el mínimo aceptable, sin embargo, puede nunca llegar a una meta. En este sentido, se propone analizar los momentos en los que se cumple una meta fijada por el decisor, entendiendo este valor como una aspiración, en lugar de un requerimiento.

Similar al valor mínimo aceptable, la meta puede ser fija en todos los periodos de tiempo  $t$ , o puede tener un comportamiento dinámico. En la Figura 9 se presenta una relación hipotética entre la meta y una alternativa. Gráficamente se aprecia que la meta está por encima del valor mínimo aceptable.

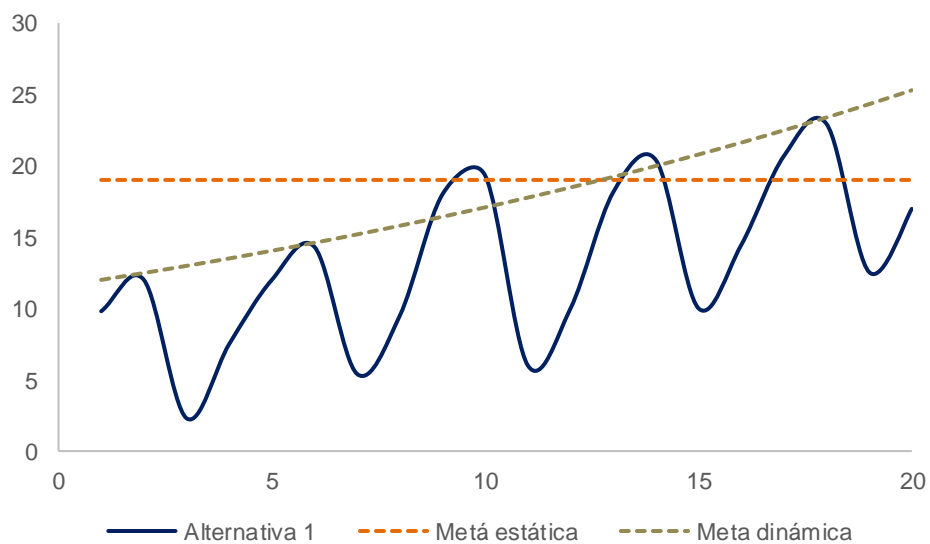


Figura 9. Meta de un criterio  $C_j$

- **Acumulación:** algunos criterios se refieren a ítems que pueden ser almacenadas para compensar déficits en periodos futuros, por ejemplo, dinero, agua, etc. A diferencia de otros criterios como empleo, prestación de servicios de salud, emisiones de gases, etc. Los criterios almacenables pueden analizarse mediante una curva de masa que representa el valor acumulado para cada  $t$ . Se espera que presenten un valor acumulado positivo (favorable) al final del horizonte de decisión. Sin embargo, es necesario analizar el valor acumulado del criterio en cada periodo para identificar periodos críticos que dependen de no sobrepasar el valor mínimo aceptable.

A partir de lo anterior, un criterio  $j$  se puede desagregar en seis subcriterios como se muestra en la Figura 10.

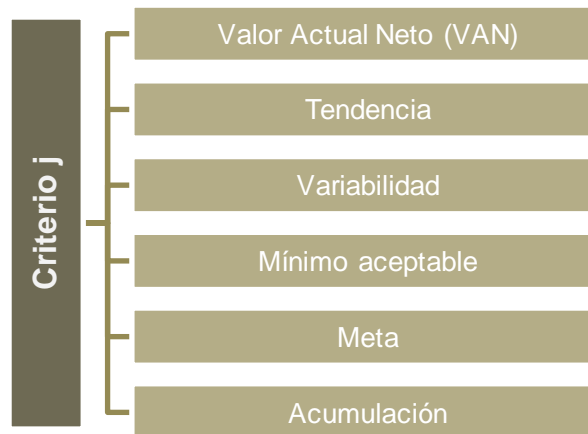


Figura 10. Subcriterios del criterio  $j$

Con el fin de implementar el análisis es necesario una caracterización cualitativa del criterio en donde *el decisor* indica sus preferencias sobre el comportamiento de los subcriterios (por ejemplo, es posible que no le interese alguno de ellos, por lo que le asignará peso igual a 0) Además, se requiere una caracterización cuantitativa en donde *el analista* determina el comportamiento temporal del criterio con relación a las preferencias del decisor.

### 3.3.1 Preferencias sobre las propiedades de la serie temporal de cada criterio

En el análisis multicriterio clásico se debe identificar el estado deseado del criterio (máximo o mínimo). Si se desea minimizar un criterio  $j$  su valor  $Z_{ij}$  es multiplicado por -1 con el fin de que el tratamiento matemático de la matriz de pagos se realice en función de criterios

que se desean maximizar. Esto también debe contemplarse en este modelo, pero para cada  $Z_{ijt}$ .

En adición, se propone que el decisor indique un conjunto de propiedades que desea que cumplan las alternativas en un horizonte temporal, esto equivale a expresar sus preferencias en relación con el comportamiento de la serie, según lo siguiente:

- **Tendencia:** es necesario determinar el comportamiento deseado por parte del decisor en relación con la tendencia de un criterio: ¿el prefiere que el criterio tenga un comportamiento *creciente*, *decreciente* o *constante*? ¿o le es *indiferente*?
- **Variabilidad:** ¿la presencia de patrones o ciclos en el criterio es *irrelevante*, *necesaria* o *indeseable*?
- **Mínimo aceptable:** ¿el decisor considera que existe un umbral o valor *mínimo* por debajo del cual se siente significativamente insatisfecho (por ejemplo, necesidades básicas insatisfechas en un criterio de disponibilidad de agua potable)? ¿ese umbral cambia con el tiempo? En este caso puede desearse que la frecuencia con que se supera ese umbral sea máxima y que la frecuencia de que se dé un bache de  $n$  periodos sea mínima (se define bache como número de periodos consecutivos con valores por debajo del umbral).
- **Meta:** ¿El decisor tiene una meta que desea lograr para cada criterio? ¿esa meta cambia en el tiempo? En este caso puede desearse que la frecuencia con que se supera o se iguala la meta sea máxima.
- **Almacenamiento:** ¿el criterio es almacenable, es decir, es posible conservar algunas unidades de un periodo para compensar déficits en periodo futuros?

En caso de que alguno de los subcriterios no se considere necesario para un criterio, no se tiene en cuenta en un árbol jerárquico de decisión, lo que es equivalente a asignar un peso de importancia relativa de 0%. Esto puede ocurrir, por ejemplo, si no se tiene una meta, o si la tendencia de la serie de tiempo es indiferente para la priorización.

### 3.3.2 Evaluación de cada subcriterio

En esta etapa se detallan propuestas para cuantificar cada subcriterio. Para efectos de ejemplo, se desarrollará un caso hipotético en donde se desea priorizar un conjunto de tres (3) alternativas, a partir de tres (3) criterios que se desean maximizar. La serie de datos se

presentan en el Anexo 1. Las preferencias supuestas con relación a los subcriterios se resumen en la Tabla 10.

Subcriterio	Pesos	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>
		Ingresos	Empleos generados	Emisiones evitadas
		Millones de pesos	Miles	Mton CO <sub>2</sub>
		25%	35%	40%
<b>Valor actual</b>	15%	Máximo	Máximo	Máximo
<b>Tendencia</b>	20%	Creciente	Creciente	Creciente
<b>Variabilidad</b>	15%	Indeseable	Indeseable	Indeseable
<b>Mínimo aceptable</b>	25%	20.000 + 1.5% por periodo	40 + 2.5% por periodo	10 + 4.5% por periodo
<b>Meta</b>	15%	13.500	55	17
<b>Almacenamiento</b>	10%	Si	Si	No

Tabla 10. Preferencias de los subcriterios - Caso hipotético

Los pesos de importancia relativa de cada criterio se relacionan en la segunda fila de Tabla 10; es decir, 25%, 35% y 40% para los criterios C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub> y C<sub>3</sub>, respectivamente. Mientras que los pesos de cada subcriterio están en la columna. En ambos casos, al ser pesos de importancia relativa, su suma será equivalente a 100%. El horizonte de decisión será de 15 trimestres, según se resume gráficamente en la Figura 11.

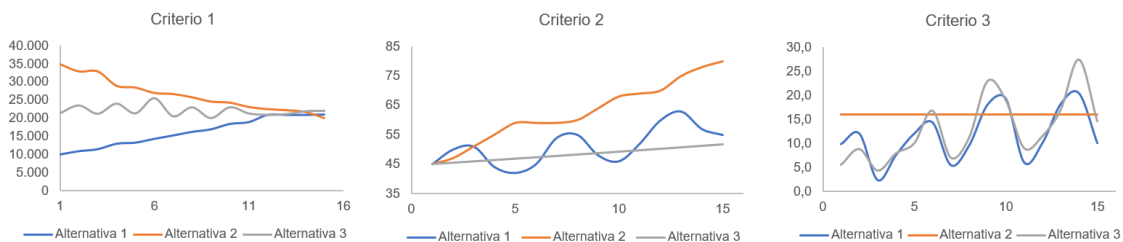


Figura 11. Representación gráfica de las alternativas en el tiempo

**a. Valor Actual Neto**

El valor actual neto (VAN) es el criterio empleado, generalmente, para realizar la comparación de las alternativas. Consiste en descontar el valor de cada criterio en cada  $t$ ,  $Z_{ijt}$  a una tasa fija  $r_j$  para determinar a cuánto equivaldrían al presente  $VA(C_j)$ .

$$VA(C_j) = \sum_t \frac{Z_{ijp}}{(1+r_j)^t} \quad (8)$$

Como se explica en el capítulo 2, algunos investigadores recomiendan tasas decrecientes a lo largo del tiempo (tasa hiperbólica), por lo que es posible aplicarla también, aunque esto amerita un estudio más riguroso al respecto.

El valor actual es un indicador de naturaleza financiera que se ha extrapolado a otras áreas. Nótese que en la ecuación (8) si se asigna un valor de  $r_j$  de 0% equivale a realizar la suma directa de todos los periodos, sin contemplar ningún tipo de descuento.

Para el caso hipotético se calcula el VAN con una tasa de 15% obteniendo los resultados de la Tabla 11.

	<b>C<sub>1</sub></b>	<b>C<sub>2</sub></b>	<b>C<sub>3</sub></b>
<b>V(A<sub>1</sub>)</b>	82.233,50	286,71	60,78
<b>V(A<sub>2</sub>)</b>	169.283,26	332,24	93,56
<b>V(A<sub>3</sub>)</b>	129.895,52	275,57	61,07

Tabla 11. Valor actual para el caso hipotético

Con la información del valor actual de la Tabla 11 se podría realizar una priorización inicial con el método AHP, contemplando los pesos supuestos en la Tabla 10 y que los tres criterios se desean en su estado máximo. Esta priorización se realiza normalizando la matriz de pagos de la Tabla 11 a partir de sus valores máximo y mínimo, y posteriormente ponderando con los pesos de importancia relativa de los tres criterios, para finalmente aplicar la ecuación (9).

$$\sum_{i=1}^I W_j VA_{ijnorm} \quad (9)$$

El resultado de la priorización con este método sería  $A_2$ ,  $A_3$  y  $A_1$ , con métricas de 0.6000, 0.5334 y 0.4688, respectivamente.

## **b. Tendencia**

Para evaluar este subcriterio se requiere identificar el conjunto de datos que hacen parte del componente puro de la tendencia. Posteriormente, estos datos son ajustados mediante una regresión (lineal, por ejemplo) con el fin de determinar su pendiente  $m$  y establecer si la serie es creciente, constante o decreciente, cómo se presenta a continuación:

$$m: \begin{cases} m < 0, & \text{Comportamiento decreciente} \\ m = 0, & \text{Comportamiento constante} \\ m > 0, & \text{Comportamiento creciente} \end{cases}$$

Para obtener el componente de tendencia puro de una serie de datos se propone emplear la descomposición mediante medias móviles [65]. Este método permite sustituir la serie original por una serie suavizada que se toma como línea de tendencia. Para emplear el método se suman todos los valores  $Z_{ij}$  para los cuales se desea obtener el promedio móvil y luego dividir la suma entre el total de periodos que constituyen el cálculo ( $k$ ), como se muestra en la ecuación (10).

$$T(A_{ij}) = \frac{1}{k} \sum_{t=1}^k Z_{ijt} \quad (10)$$

Por ejemplo, en la Figura 12 la línea punteada corresponde al componente de tendencia de las series de datos de las tres alternativas para el criterio 1 del caso hipotético, obtenido aplicando la ecuación (10) con una media móvil de 4 periodos. Se escoge este número debido a que las series corresponden a registros trimestrales, como se indicó en la sección 3.3.2.

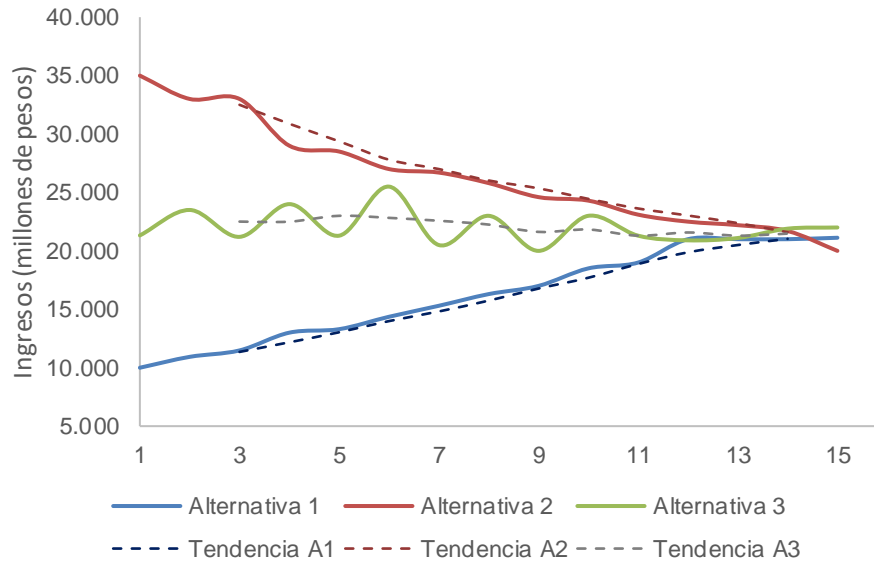


Figura 12. Tendencia del criterio 1 del caso hipotético con media móvil 4

Mediante una regresión simple se procede a determinar la pendiente del componente de tendencia de las series de datos, disponibles en la Tabla 51 del Anexo 2: Desarrollo del caso hipotético.

En la Tabla 12 se presentan las pendientes obtenidas para las nueve (9) series de datos del problema hipotético. Se aprecia que las alternativas 1 y 2 del criterio 1 tienen pendientes de la misma magnitud, solo que en sentido contrario. En relación con la alternativa 3, también se obtiene un comportamiento decreciente sin embargo la tasa de cambio es mucho menor que la alternativa 2.

	<b>Criterio 1</b>	<b>Criterio 2</b>	<b>Criterio 3</b>
<b>m(A<sub>1</sub>)</b>	920,82	1,13	0,62
<b>m(A<sub>2</sub>)</b>	-944,23	2,24	0,00
<b>m(A<sub>3</sub>)</b>	-149,00	0,48	0,94

Tabla 12. Pendientes de las series del caso hipotético

Los datos de la Tabla 12 serán uno de los insumos para la priorización en etapas posteriores del modelo.

### c. Variabilidad

La variabilidad de la serie de tiempo incluye los componentes estacional y cíclico. El primero hace referencia a los patrones repetitivos que pueden ser causados por eventos repetitivos como días festivos, eventos, o estaciones del año [65]. El componente cíclico se refiere a patrones irregulares y no necesariamente repetitivos que se presentan en intervalos de tiempo más largos [65].

Se propone evaluar la variabilidad de la serie a partir de la desviación estándar de los índices de variación (IV), los cuales estiman la variación de una serie de datos respecto a su media general. Por ejemplo, en la Figura 13, se presenta un acercamiento de los siete primeros datos la serie de Tendencia del criterio 1 del caso hipotético con media móvil 4. Se observa que las alternativas 1 y 2 no se alejan drásticamente de la media. Por su parte, la alternativa 3 tiene picos periódicos por encima y por debajo de la tendencia.

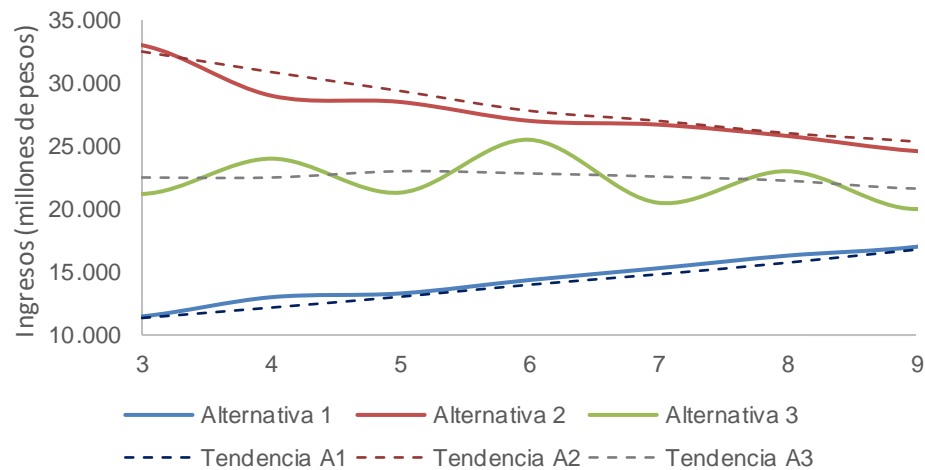


Figura 13. Acercamiento de la Figura 12 para 7 periodos

Para el cálculo de la variabilidad de la serie inicialmente se propone descomponer la serie mediante el método multiplicativo descrito en la ecuación (11).

$$Y(A_{ijt}) = T(A_{ijt}) \times E(A_{ijt}) \times I(A_{ijt}) \tag{11}$$

Donde  $T_t$  es el componente de tendencia,  $E_t$  es el componente estacional e  $I_t$  es el componente irregular o aleatorio. Para eliminar la tendencia de la serie de datos original, se divide la serie entre la tendencia obtenida en la sección anterior, como se expresa en la ecuación (12). La desventaja de este método es que el componente aleatorio se toma como parte del componente estacional.

$$IV(A_{ijt}) = \frac{Y(A_{ijt})}{T(A_{ijt})} = \frac{E(A_{ijt}) \times I(A_{ijt})}{T(A_{ijt})} \quad (12)$$

El Índice de Variación (IV) es una medida de qué tanto varían los datos por encima o por debajo de la media, según lo siguiente:

$$IV: \begin{cases} IV < 1, & \text{El valor está por debajo de la media} \\ IV = 1, & \text{El valor es igual a la media} \\ IV > 1, & \text{El valor está por encima de la media} \end{cases}$$

Una serie de tiempo con presencia de ciclos tenderá a variar de forma periódica por encima y por debajo de la media, y se evidenciará con saltos en el IV. Mientras que una serie más estable tendrá un IV un poco más consistente. En el primer caso la desviación estándar será mayor que en el segundo.

El paso final para evaluar este subcriterio es calcular la desviación estándar de todos los índices, aplicando la ecuación (13).

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_t^T (IV(A_{ijt}) - \bar{IV}(A_{ijt}))^2}{T}} \quad (13)$$

Para ejemplificar lo anterior se retomará el caso hipotético. En esta ocasión se analizará el criterio 2, representado gráficamente en la Figura 14.

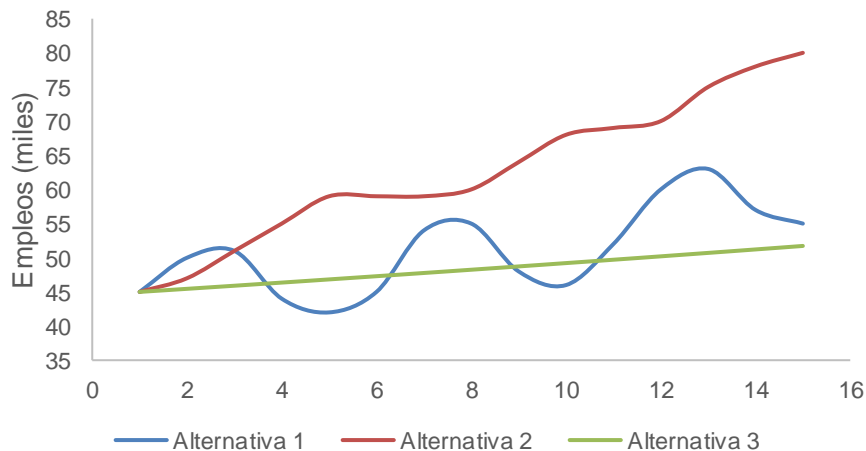


Figura 14. Representación gráfica del criterio 2 del caso hipotético

Para este comportamiento las alternativas presentan comportamientos distintos. Las alternativas 1 y 2 tienen ciclos. Sin embargo, los ciclos de la primera son más pronunciados

que los de la segunda. Por su parte, la alternativa 3 tiene un comportamiento prácticamente constante.

Las tendencias de estas series de datos fueron calculadas en el paso anterior. Por lo tanto, es posible determinar el índice de variación estacional aplicando la ecuación (12). Gráficamente, los IV del criterio 2 confirman la variabilidad de las series, según se muestra en la

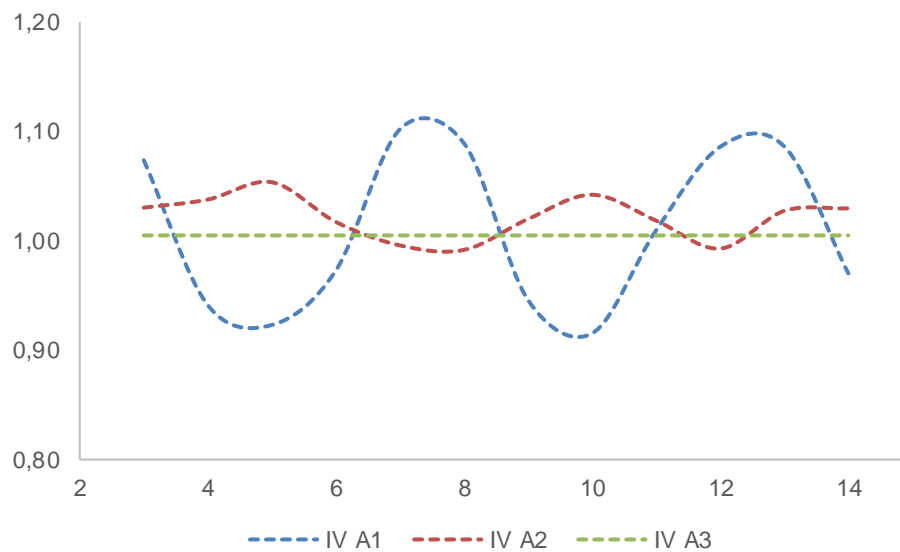


Figura 15. Índices de Variación Estacional para el criterio 2

El conjunto de datos de los índices de variación estacional para las nueve (9) series de tiempo se encuentran en la Tabla 52 del Anexo 2: Desarrollo del caso hipotético.

Finalmente, se determina la desviación estándar de los índices, resumidos en la Tabla 13. Se observa que para el criterio 2 la desviación estándar es mayor en la alternativa 1 y menor en la 3, consecuentes con el análisis realizado de la Figura 15

	<b>C<sub>1</sub></b>	<b>C<sub>2</sub></b>	<b>C<sub>3</sub></b>
<b><math>\sigma</math> (IV.A<sub>1</sub>)</b>	0,021	0,073	0,435
<b><math>\sigma</math> (IV.A<sub>2</sub>)</b>	0,020	0,020	0
<b><math>\sigma</math> (IV.A<sub>3</sub>)</b>	0,065	0	0,373

Tabla 13. Desviación estándar de los IVE del caso hipotético

Los datos de la Tabla 13 serán uno de los insumos para la priorización en etapas posteriores del modelo.

#### d. Umbral mínimo aceptable

La cuantificación de este criterio se realiza a partir de un análisis de la serie de tiempo respecto al valor mínimo aceptable suministrado por el decisor. En la Figura 8 se representó el comportamiento estático o dinámico que puede tener este subcriterio. Un mínimo aceptable estático representa que el valor se mantiene estable indiferente del contexto temporal de la decisión. Un valor mínimo aceptable dinámico refleja las condiciones de cambio del problema de priorización a lo largo del tiempo. Año tras año las condiciones socioeconómicas, ambientales y tecnológicas cambian, por lo tanto, es natural atribuir un comportamiento dinámico al valor mínimo que se acepta con el tiempo.

En primer lugar, se define la frecuencia de estar por debajo del valor mínimo como la relación entre el número de veces que la serie no cumple el umbral mínimo respecto al total de periodos T, como se ilustra en la ecuación (14).

$$\frac{1}{T} \sum_t^T IF(C_{ij} \leq \text{Umbral mínimo } C_j; 1; 0) \quad (14)$$

Se desea que esta frecuencia sea cero, pues indicaría que siempre se cumple el valor mínimo. En caso de que sea superior a cero será necesario determinar la presencia de **rachas**. Éstas se definen como una secuencia de observaciones que de forma consecutiva no cumplen con el valor mínimo. Es decir, cuando se cumple la ecuación (15)

$$C_{jt} \leq \text{Umbral mínimo } C_j = C_{jt+1} \leq \text{Umbral mínimo } C_j \quad (15)$$

La longitud de la racha será el número de observaciones en cada racha. Se desea que la presencia de las rachas de mayor longitud sea mínima, pues esto indicaría que la alternativa tiene periodos de pronta recuperación.

A continuación, se presenta el desarrollo de este subcriterio para el conjunto de alternativas asociadas al criterio 3 del caso hipotético. Según la Tabla 10, este criterio tiene un umbral mínimo aceptable de 10 con un incremento del 4.5% por periodo a partir del año 1.

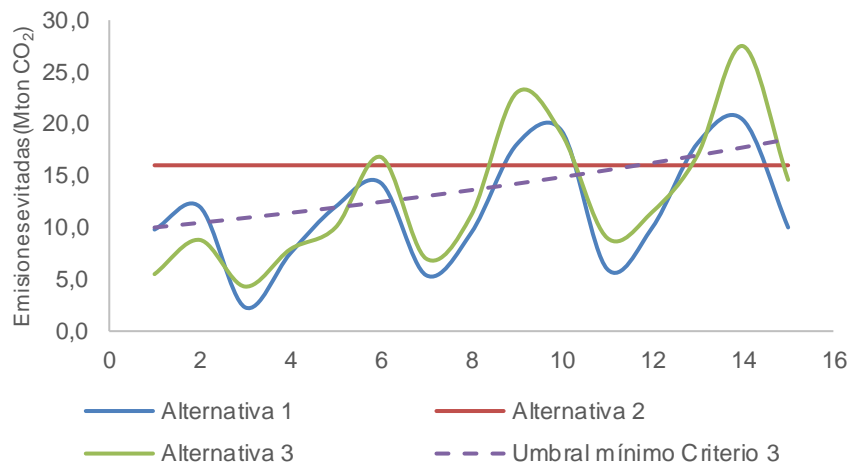


Figura 16. Representación del umbral mínimo para el criterio 3

En la Figura 16 se presentan las series de datos de las alternativas y la interacción con el umbral mínimo (línea punteada). Para este criterio, se encuentra que las alternativas 1 y 3 tienen grandes valles por debajo de la meta hasta el periodo 13. La alternativa 2 por su parte se mantiene sobre el umbral mínimo hasta el periodo 12.

La frecuencia en la que se está por debajo del umbral se calcula aplicando la ecuación (14), obteniendo los resultados de la Tabla 14. En la última columna se evidencia el comportamiento del criterio 3 presentado en la anterior figura.

Alternativa	Criterio 1	Criterio 2	Criterio 3
Alternativa 1	73,33%	33,33%	53,33%
Alternativa 2	6,67%	0,00%	26,67%
Alternativa 3	6,67%	46,67%	66,67%

Tabla 14. Frecuencia en la que se está por debajo del umbral – Caso hipotético

Los resultados de la anterior tabla permiten concluir del total de veces que la serie se encuentra por debajo del umbral mínimo aceptable. Sin embargo, no brinda información sobre las rachas. En la Tabla 15 se presentan los valores de las alternativas para el criterio 3. Los registros resaltados son puntos en donde no se cumple el umbral mínimo. Sin embargo, solo cuando hay dos periodos consecutivos en rojo se considera una racha.

	Periodo	Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3	Umbral mínimo
Criterio 3	t1	9,8	16	5,5	10,00
	t2	12,0	16	8,8	10,45
	t3	2,3	16	4,3	10,92

	Periodo	Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3	Umbral mínimo
	t4	7,5	16	7,9	11,41
	t5	12,0	16	10	11,93
	t6	14,3	16	16,8	12,46
	t7	5,4	16	7	13,02
	t8	9,5	16	11,2	13,61
	t9	18,0	16	23	14,22
	t10	19,3	16	19	14,86
	t11	6,0	16	9	15,53
	t12	10,0	16	11,5	16,23
	t13	18,1	16	17	16,96
	t14	20,4	16	27,5	17,72
	t15	10,0	16	14,6	18,52

Tabla 15. Análisis de rachas del criterio 3

Lo anterior implica que la alternativa 1 tiene tres rachas de longitud 2, la alternativa 2 no tiene rachas, y la alternativa 3 tiene tres rachas, dos de longitud 2 y una de longitud 5.

Ampliando el análisis para todos los criterios del caso hipotético se encuentra que la racha de mayor longitud se presenta en la serie de la alternativa 1 y criterio 1. En la Tabla 16 se resumen las rachas más largas de cada alternativa.

Alternativa	Criterio 1	Criterio 2	Criterio 3
Alternativa 1	11	2	2
Alternativa 2	1	0	4
Alternativa 3	1	7	5

Tabla 16. Rachas de mayor longitud en las series de datos

El análisis del cumplimiento del umbral mínimo para cada periodo de las nueve (9) series de tiempo se presenta en la Tabla 53 del Anexo 2: Desarrollo del caso hipotético.

### e. Meta

La meta corresponde a un nivel de referencia al cual se espera alcanzar. La meta también puede tener un comportamiento constante o cambiante con el tiempo, según se presentó en la Figura 9.

El objetivo del análisis de meta se centra en determinar la probabilidad con la cual se excede la meta respecto al total de periodos  $T$ , acorde a la ecuación (16).

$$\frac{1}{T} \sum_t^T IF(C_{ij} \geq Meta C_j ; 1; 0) \tag{16}$$

Se desea entonces que la alternativa exceda la meta en la mayoría de los criterios, es decir que se prefiera una mayor frecuencia.

Para representar el cálculo del subcriterio se retoma el conjunto de alternativas asociadas al criterio 3 del caso hipotético. Según la Tabla 10, este criterio tiene una meta estática de 17. En la Figura 16 se presentan las series de datos de las alternativas y la interacción con el umbral mínimo (línea punteada).

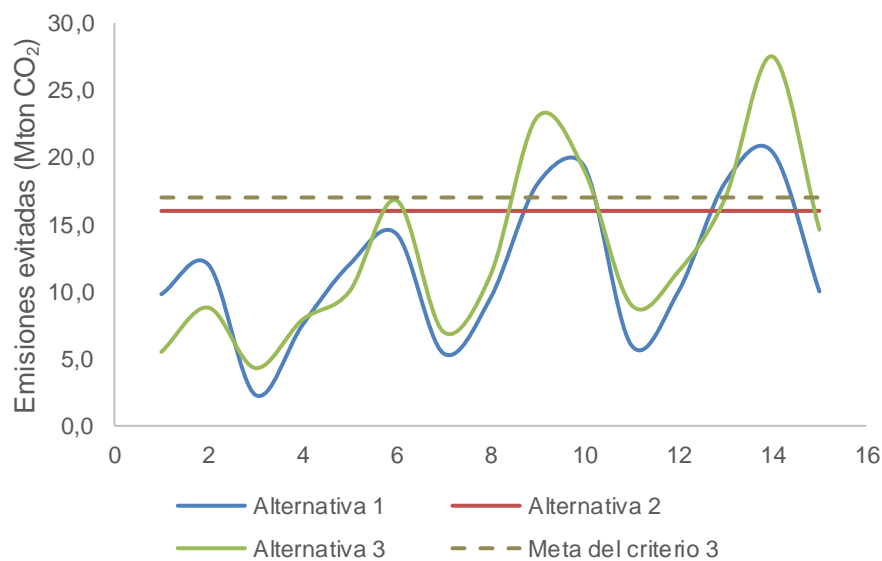


Figura 17. Representación de la meta para el criterio 3

Gráficamente se identifica que la alternativa 2 nunca cumple la meta. Sin embargo, las alternativas 1 y 3 la exceden en distintos momentos. La frecuencia en la que esto ocurre se determina aplicando la ecuación (16), como se resume en la Tabla 17, en donde se evidencia que las alternativas 1 y 3 exceden la meta del criterio 3 el 26.67% de las veces, mientras que la alternativa 2 nunca lo hace.

Alternativa	Criterio 1	Criterio 2	Criterio 3
Alternativa 1	66,67%	33,33%	26,67%
Alternativa 2	100%	80,00%	0%
Alternativa 3	100%	0%	26,67%

Tabla 17. Frecuencia en la que se excede la meta – Caso hipotético

Los datos de la Tabla 17 serán uno de los insumos para la priorización en etapas posteriores del modelo. El análisis del cumplimiento de la meta para cada periodo de las nueve (9) series de tiempo se presenta en la Tabla 54 del Anexo 2: Desarrollo del caso hipotético.

#### f. Acumulación

Existen algunos criterios que tienen una naturaleza almacenable, es decir excedentes en un periodo pueden compensar déficits (respecto a el umbral mínimo requerido) en periodos futuros. El análisis puede hacerse con la generación de una nueva serie temporal en la que se resta a la serie original el valor mínimo requerido. Se calcula luego una función acumulada de la nueva serie en la que habrá tramos con pendiente positiva (excedentes) y tramos con negativa (déficits).

Es decir, si  $Z_{jt}$  no alcanza el valor mínimo aceptable durante varios periodos se podría acumular un déficit y ocasionar un estancamiento. Asimismo, si la alternativa toma valores por encima y por debajo del umbral en diferentes momentos del tiempo, se puede presentar compensación.

La acumulación se calcula mediante la ecuación (17)

$$Acumulación = \sum_{t=1}^T C_{ij} - Umbral\ mínimo\ aceptable \quad (17)$$

Si para un determinado t el valor de la acumulación es negativo, entonces se tiene un déficit. Si el valor es positivo se tiene un excedente. Si un criterio permite compensación, se plantea evaluar que la acumulación positiva sea máxima y la negativa sea mínima. Es decir, se prefieren los excedentes sobre los déficits. En caso de que una alternativa no tenga déficit o excedente, se valorará con 0.

En la Figura 18 se presenta el comportamiento en cuanto a acumulación del criterio 3 y las tres alternativas del caso hipotético. La línea punteada representa una recta con valores de cero (0) y se asocia a un punto de inflexión, en el cual se puede pasar de déficit a excedente, o viceversa. Se aprecia que al final de los periodos la alternativa 2 tiene excedentes, mientras que las alternativas 1 y 3 tienen déficit.

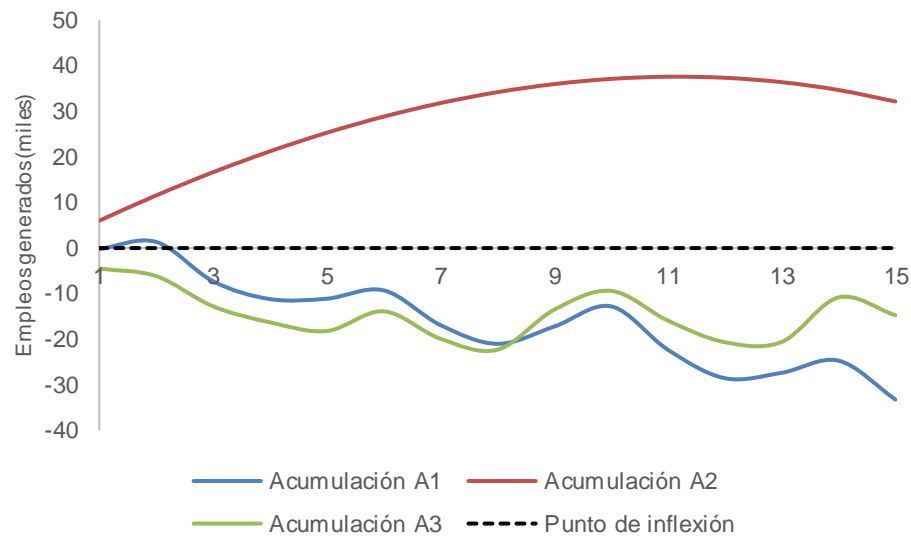


Figura 18. Acumulación del criterio 3 - Caso hipotético

En la Tabla 18 se resumen los déficits y excedentes de cada alternativa, con relación a los criterios. Nótese que para el caso del criterio 3, la alternativa 3 tiene un excedente de 0, lo cual es consistente con lo ilustrado en la Figura 18 dado que la alternativa nunca cruza el punto de inflexión.

Acumulación	Alternativa	Criterio 1	Criterio 2	Criterio 3
<b>Máximo déficit</b>	Alternativa 1	-62.487,45	0	-33,21
	Alternativa 2	0	0	0
	Alternativa 3	0	0	-22,30
<b>Máximo excedente</b>	Alternativa 1	0	51,24	1,35
	Alternativa 2	93.653,55	221,72	37,59
	Alternativa 3	27.352,43	23,41	0

Tabla 18. Déficit y excedentes de las alternativas - Caso hipotético

Los datos de la Tabla 18 serán uno de los insumos para la siguiente etapa del modelo. El análisis de acumulación de las nueve (9) series de tiempo se presenta en la Tabla 55 del Anexo 2: Desarrollo del caso hipotético.

**g. Matriz de pagos con una desagregación temporal**

Con la caracterización cualitativa y cuantitativa realizada en las dos secciones anteriores se puede condensar la información en una matriz de pagos clásica de los problemas multicriterio, como se muestra en la Tabla 19. En esta matriz se desagrega el

comportamiento temporal de las alternativas respecto a los criterios. Las filas corresponden a los criterios y las columnas son los subcriterios temporales.

Criterio	$A_i$	VAN	Tendencia	Variabilidad	Mínimo aceptable	Meta	Acumulación
Criterio 1	$\forall A_i$	$S_{i1}$ , VAN	$S_{i1}$ , tendencia	$S_{i1}$ , variabilidad	$S_{i1}$ , mínimo aceptable	$S_{i1}$ , meta	$S_{i1}$ , acumulación
Criterio 2	$\forall A_i$	$S_{i2}$ , VAN	$S_{i2}$ , tendencia	$S_{i2}$ , variabilidad	$S_{i2}$ , mínimo aceptable	$S_{i2}$ , meta	$S_{i2}$ , acumulación
...	$\forall A_i$	...	...	...	...	...	...
Criterio J	$\forall A_i$	$S_{ij}$ , VAN	$S_{ij}$ , tendencia	$S_{ij}$ , variabilidad	$S_{ij}$ , mínimo aceptable	$S_{ij}$ , meta	$S_{ij}$ , acumulación

Tabla 19. Matriz de pagos para evaluar criterios y subcriterios

Se define entonces  $S_{ijk}$  como el valor del subcriterio k para el criterio j de la alternativa i, el cual está dado por los indicadores de la Figura 19.

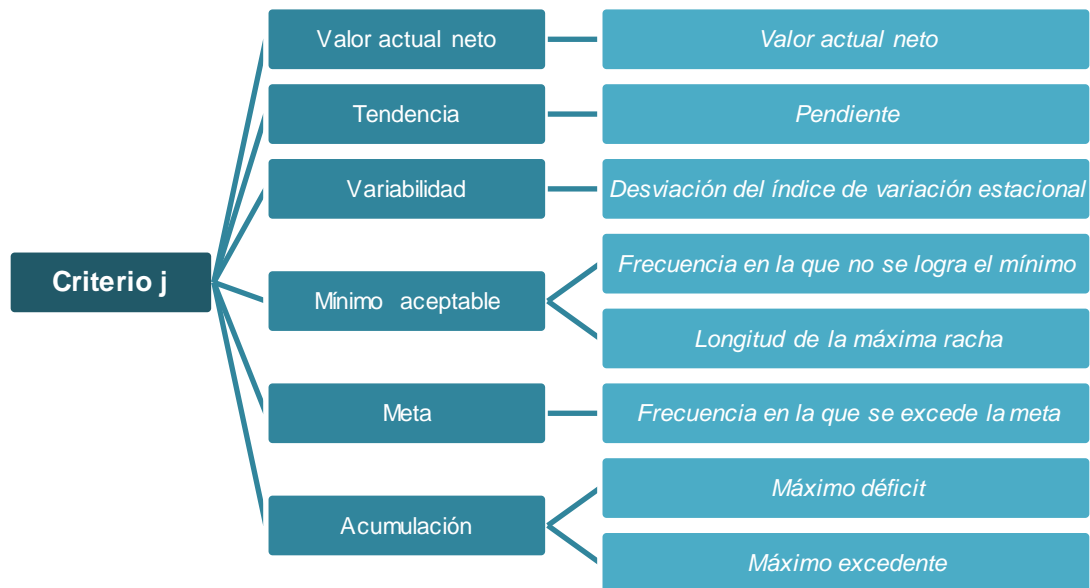


Figura 19. Indicadores para evaluación de subcriterios

#### h. Preferencias relativas de cada subcriterio temporal

Generalmente, en los problemas multicriterio el decisor presenta preferencias relativas entre criterios diferentes. Por lo tanto, es natural considerar que los subcriterios planteados en la Tabla 19 tengan una distribución de preferencias heterogénea.

Se define entonces  $P_{jk}$ , como los pesos de importancia relativa de cada subcriterio k del criterio j, donde k: *VAN, tendencia, variabilidad, mínimo aceptable, meta y acumulación*.  $P_{jk}$  se puede determinar de forma objetiva con métodos como el de la entropía, o mediante forma subjetiva a través de comparaciones pareadas, propias del método AHP, o asignación directa.

### 3.4 Etapa 4. Evaluación multicriterio

Para resolver el problema de priorización multicriterio contemplando los subcriterios desarrollados en las etapas anteriores se propone tomar como marco de referencia la estructura jerárquica del método AHP. La estructura tradicional de este método contempla una relación de jerarquía entre el problema de priorización, los criterios, los subcriterios y las alternativas como se ilustra en la Figura 20. Es decir, se tiene un problema de priorización que se evalúa a partir de criterios que funcionan como dimensiones o aspectos del problema; por ejemplo, criterio económico, técnico, social, ambiental, legal, entre otros. De cada criterio se desprenden subcriterios, definidos como atributos que permiten evaluar cada criterio. Finalmente, todas las alternativas se evalúan a partir de los criterios y subcriterios [43].

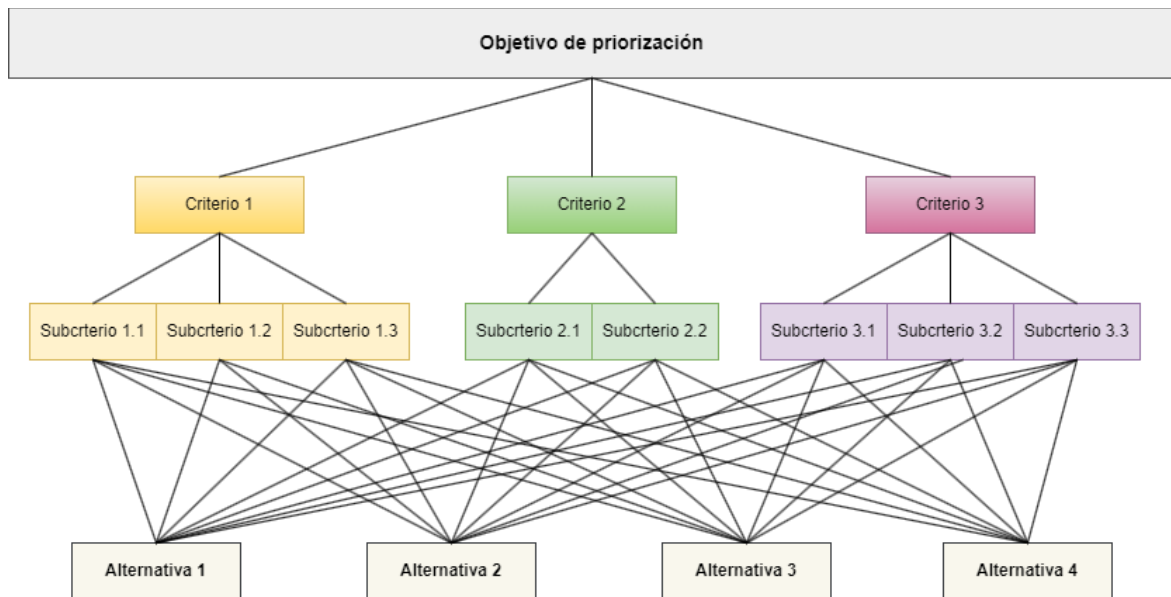


Figura 20. Representación del método AHP

En la Figura 21 se resume la estructura jerárquica desarrollada para el modelo de decisión intertemporal. En el nivel principal se encuentra el objetivo de priorización. Cada alternativa será segregada en los diferentes criterios de priorización. Este nivel considera, además, los pesos de importancia relativa de cada criterio  $W_j$ . En el nivel de subcriterios se encuentran los aspectos temporales a evaluar de cada criterio: *VPN*, *tendencia*, *variabilidad*, *mínimo aceptable*, *meta* y *acumulación*. Cada subcriterio tiene un peso de importancia relativa  $P_{jk}$ .

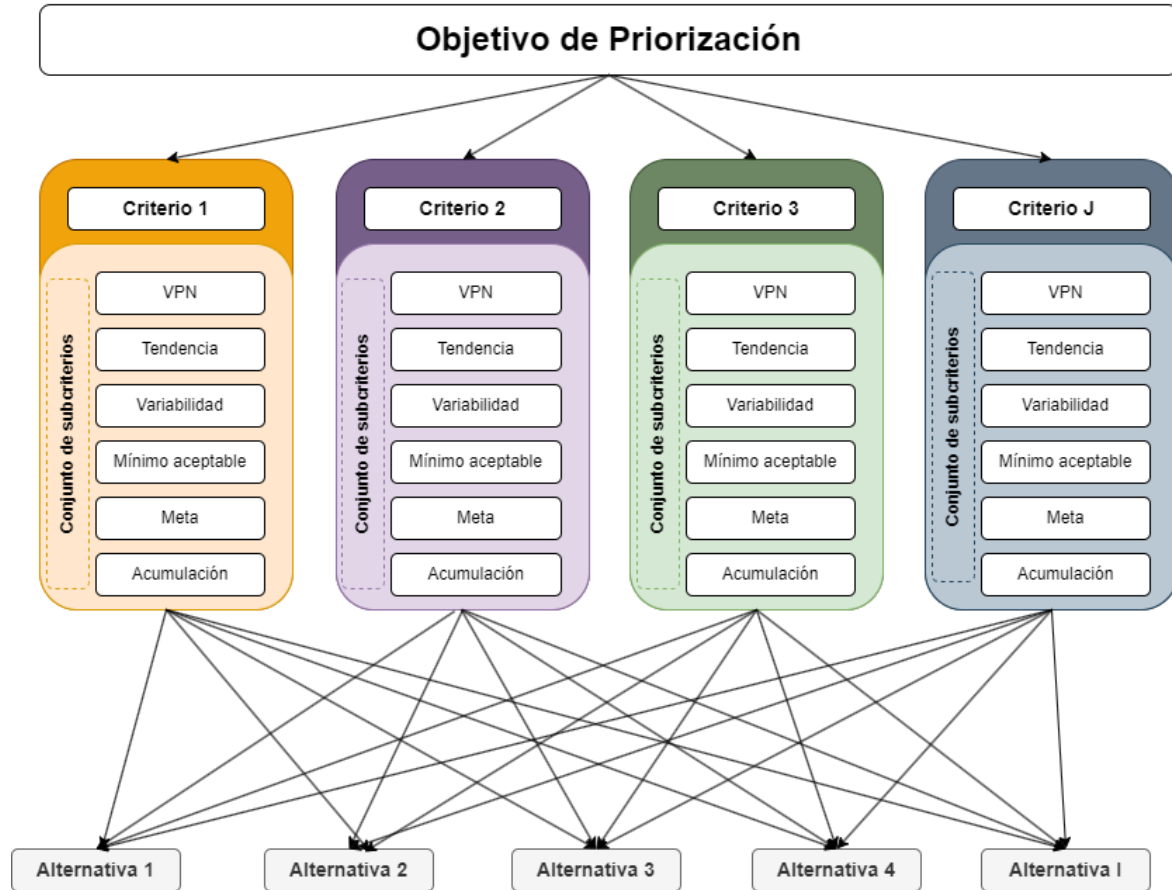


Figura 21. Estructura de evaluación de subcriterios temporales

La estructura de la Figura 21 se resuelve analizando la estructura temporal de cada criterio para cada alternativa a partir de los subcriterios. Es decir, para cada alternativa  $i$  se determinará su calidad temporal agregada a partir de la ecuación (18).

$$V(A_i) = \sum_j^J \sum_k^K [W_j (P_{jk} S_{ijk \text{norm}})]^m \quad (18)$$

Donde  $S_{ijk\ norm}$  es el valor normalizado entre cero (0) y uno (1) de  $S_{ijk}$ . Este valor se requiere debido a que la matriz de pagos de la Tabla 19 se encuentra en diferentes unidades, magnitudes y estados deseados, y se calcula según los siguientes pasos:

- a. Si un criterio se desea minimizar, se multiplican sus valores por -1.
- b. Se determina el valor máximo de cada  $S_{jk}$  entre todas las alternativas.
- c. Se determina el valor mínimo de cada  $S_{jk}$  entre todas las alternativas.
- d. Se aplica la ecuación (19) para normalizar los distintos valores de  $S_{jk}$

$$S_{ijk\ norm} = \frac{S_{ijk} - S_{ijmin}}{S_{ijmax} - S_{ijmin}} \tag{19}$$

Se debe tener presente que el literal a de la secuencia anterior no aplica para el subcriterio de máximo déficit, pues por su naturaleza tiene un signo negativo.

Adicionalmente, en la ecuación (19)  $m$  es una métrica (menor o igual a 1), que entre más cercana a 0, se aleja más del efecto compensatorio y además premia las alternativas con valores ponderados más homogéneos en todos los criterios (esta propuesta se hace con base en el método de Programación de compromiso que minimiza la distancia al ideal y en ese caso su métrica debe ser mayor que 1). La priorización de las alternativas se realiza entonces a partir del mejor valor de  $V(A_i)$ .

Para efectos de ejemplo, se retomará el caso hipotético presentado en la etapa anterior. En la Tabla 20 se presenta la matriz de pagos con el desglose de los subcriterios propuestos. Esta matriz se construye consolidando los resultados de las tablas Tabla 10 a Tabla 18. Nótese que todos los criterios se desean maximizar debido a que se multiplicó previamente por -1 aquellos subcriterios con un estado deseado mínimo. Adicionalmente, los subcriterios de VAN, pendiente, variabilidad, longitud, máximo excedente y déficit son adimensionales. Los demás criterios están dados en porcentaje.

	<b>SUBCRITERIOS</b>
--	---------------------

Criterio	Alt.	VAN	Pendiente	Variabilidad	Frecuencia en la que no se logra el mínimo	Longitud de la máxima racha	Frecuencia en la que se excede la meta	Máximo excedente	Máximo déficit
	Estado deseado	Max	Max	Max	Max	Max	Max	Max	Max
C1	A1	82.233	920,82	-0,021	-73,33%	-11	66,67%	0	-62.487
	A2	169.283	-944,23	-0,02	-6,67%	-1	100%	93.654	0
	A3	129.895	-149	-0,065	-6,67%	-1	100%	27.352	0
C2	A1	286,71	1,13	-0,073	-33,33%	-2	33,33%	51,24	0
	A2	332,24	2,24	-0,02	0,00%	0	80,00%	221,72	0
	A3	275,57	0,48	0	-46,67%	-7	0%	23,41	0
C3	A1	60,78	-0,62	-0,435	-53,33%	-2	26,67%	1,35	-33,21
	A2	93,56	0	0	-26,67%	-4	0%	37,59	0
	A3	61,07	-0,94	-0,373	-66,67%	-5	26,67%	0	-22,3

Tabla 20. Matriz de pagos para el caso hipotético

Con el fin de normalizar la matriz es necesario determinar los valores máximo y mínimo de cada subcriterio, según se resume en la Tabla 21

Valor	Criterio	VPN	Pendiente	Variabilidad	Frecuencia en la que no se logra el mínimo	Longitud de la máxima racha	Frecuencia en la que se excede la meta	Máximo excedente	Máximo déficit
Máximo	C1	169.283	921	-0,021	0	-1	1	93.654	0
	C2	332	2	0	0	0	1	222	0
	C3	94	0	0	0	-2	0	38	0
Mínimo	C1	82.233	-944,23	-0,07	-0,73	-11,00	0,67	0,00	-62.487
	C2	275,57	0,48	-0,07	-0,47	-7,00	0,00	23,41	0,00
	C3	60,78	-0,94	-0,44	-0,67	-5,00	0,00	0,00	-33,21

Tabla 21. Valores máximo y mínimo de cada subcriterio

Luego de normalizar la matriz de pagos a partir de la ecuación (19) es posible graficar los caminos de valor para cada criterio, según se ilustra en la Figura 22.

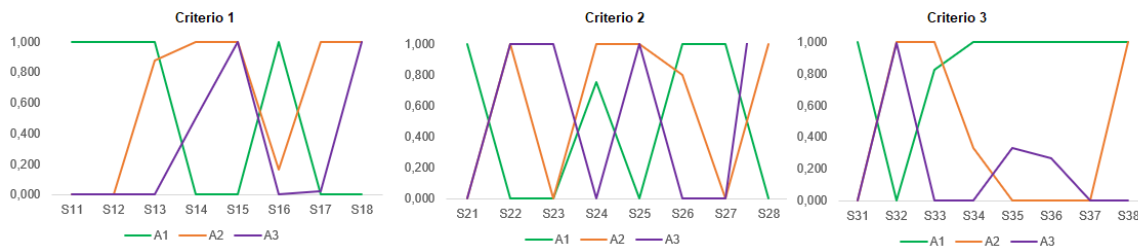


Figura 22. Caminos de valor para subcriterios del caso hipotético

Los caminos de valor del análisis multicriterio tradicional muestran el comportamiento normalizado de la matriz de pagos con relación a los criterios. Mediante esta gráfica es posible identificar si una alternativa presenta mejores resultados que las otras en los demás criterios (siempre está por encima). En el modelo de priorización propuesto en esta

investigación la variación es que los caminos de valor se desglosan para cada criterio teniendo en cuenta los subcriterios planteados.

Como paso a seguir se multiplica el peso de cada subcriterio (dado en la Tabla 10) por el valor normalizado de  $S_{jk}$ ; es decir  $P_{jk}S_{ijk\ norm}$  de la ecuación (18). Los pesos empleados en este caso serán los presentados en la Tabla 22 para  $P_{jk}$ , y en la Tabla 23 para  $W_j$ .

VAN	Pendiente	Variabilidad	Frecuencia en la que no se logra el mínimo	Longitud de la máxima racha	Frecuencia en la que se excede la meta	Máximo excedente	Máximo déficit
15%	20%	15%	12,5%	12,5%	15%	5%	5%

Tabla 22. Pesos de los subcriterios del caso hipotético

Criterio 1	Criterio 2	Criterio 3
25%	35%	40%

Tabla 23. Pesos de los criterios del caso hipotético

Esta operación lleva el proceso a una matriz multicriterio clásica en donde se presentan las alternativas versus los criterios, como se resume en la Tabla 24.

	Criterio 1	Criterio 2	Criterio 3
<b>Alternativa 1</b>	0,347	0,298	0,387
<b>Alternativa 2</b>	0,800	0,959	0,767
<b>Alternativa 2</b>	0,632	0,200	0,189

Tabla 24. Matriz de pagos de alternativas y criterios – Caso hipotético

Finalmente, se aplica la ecuación (19) con un valor de  $m$  de 0.5 y se obtienen los siguientes resultados:

Alternativa	Valor de métrica	Priorización
<b>Alternativa 1</b>	0,966	2
<b>Alternativa 2</b>	1,6096	1
<b>Alternativa 3</b>	0,9371	3

Tabla 25. Priorización del caso hipotético

Según la Tabla 25 la mejor alternativa es la número 2, luego la 1 y finalmente la 3.

### 3.5 Etapa 5. Análisis de sensibilidad

Con el fin de analizar la robustez de las alternativas priorizadas en la etapa anterior es necesario realizar un análisis de sensibilidad sobre los parámetros de entrada de la ecuación (18), específicamente los pesos de importancia de relativa de los criterios y subcriterios.

Se propone evaluar el modelo a partir de una generación aleatoria, siguiendo una distribución uniforme, de un conjunto de pesos de importancia relativa de los subcriterios. En la Tabla 26 se muestra un ejemplo de tres conjuntos hipotéticos de preferencias relativas y la alternativa priorizada en la posición no. 1 para cada uno.

<b>Peso <math>S_{11}</math></b>	<b>Peso <math>S_{21}</math></b>	<b>Pesos <math>S_{31}</math></b>	<b>Alternativa en la prioridad 1</b>
0.3	0.35	0.35	$A_1$
0.4	0.1	0.5	$A_2$
0.5	0.25	0.25	$A_1$
...	...	...	...
...	...	...	...

Tabla 26. Priorización para diferentes pesos de importancia relativa

Posteriormente se determina la frecuencia en la que cada alternativa es priorizada como no. 1, como se aprecia en la Tabla 27.

<b>Alternativa</b>	<b>Frecuencia en la prioridad 1</b>	<b>Probabilidad de ser prioridad 1</b>
$A_1$	20	$20/n$
$A_2$	52	$52/n$
...	...	...
$A_1$	...	...

Tabla 27. Probabilidad de ser priorizada en la posición 1

La probabilidad de elegir, en un proceso aleatorio, la alternativa que originalmente se aprobó debe ser lo considerablemente significativa para que se pueda considerar una elección robusta.

Este análisis también es útil para, si no se desea definir a priori un conjunto de pesos, escoger la alternativa más robusta al cambio de pesos. Este análisis es independiente del perfil de preferencias del decisor que, en un contexto social y de sostenibilidad pensando en futuras generaciones, puede ser muy importante.

### **3.6 Etapa 6. Recomendación**

Como resultado del análisis se plantea una recomendación sobre cuál es la mejor alternativa a la luz de los múltiples criterios del problema, su desagregación temporal y las preferencias relativas de cada uno. La priorización de las alternativas estará dada teniendo en cuenta los resultados de las etapas 4 y 5.

## 4. Caso de estudio

En este capítulo se presenta un caso de aplicación del modelo propuesto en el capítulo anterior. Se prioriza un conjunto de políticas de descarbonización del transporte terrestre en el Área Metropolitana del Valle de Aburrá a partir de su costo total de implementación y las emisiones evitadas, a partir de la investigación realizada por Valencia [1]. Esta priorización se realiza siguiendo cada una de las etapas del modelo. Finalmente, se realiza un análisis comparativo entre los resultados obtenidos con el modelo y la solución del problema empleando solamente el valor actual neto como criterio de decisión.

### 4.1 Etapa 1. Estructuración del problema

Valencia [1] plantea un modelo de dinámica de sistemas para simular un conjunto de políticas orientadas a la descarbonización del transporte terrestre en Colombia, específicamente, en el Área Metropolitana del Valle de Aburrá. Este modelo permite evaluar las políticas en un horizonte de decisión comprendido entre el 2023 y 2050.

El objetivo de la priorización es analizar un conjunto de cinco políticas a partir de los datos arrojados en la simulación para los criterios de costo total y emisiones de gases de efecto invernadero (GEI) evitadas.

Dentro del conjunto de alternativas A se encuentran las descritas en la Tabla 28

ID	Alternativa	Descripción
A <sub>1</sub>	No pago de IVA para vehículos tipo BEV y FCEV	A partir de 2023 los BEV y los FCEV no pagan IVA. Para los vehículos híbridos (HEV y PHEV) el IVA continúa siendo del 5% y para los vehículos de gasolina, Diesel y GNV, del 19 %.
A <sub>2</sub>	Reemplazo de toda la flota de automóviles públicos a BEV:	A partir de 2023 y con horizonte a 2030 se inicia un plan gradual de reemplazo de toda la flota de automóviles del estado e instituciones gubernamentales por vehículos 100% eléctricos. A 2030 la flota total de vehículos estatales estaría completamente compuesta de vehículos tipo BEV.

ID	Alternativa	Descripción
A <sub>3</sub>	Nuevos buses solo cero y bajas emisiones	A partir de 2025 los nuevos buses solo serían de combustibles no convencionales: GNV, BEV, HEV, PHEV y FCEV. A partir de 2030 las compras solo podrían ser de BEV, HEV, PHEV y FCEV. Y a partir de 2035 los nuevos buses solo serían BEV y FCEV.
A <sub>4</sub>	Chatarrazación progresiva buses de gasolina y Diesel y nuevos buses solo cero y bajas emisiones	A partir de 2023 comienza un programa de retiro total de los buses de combustión con horizonte a 2035. Adicionalmente, esta política contempla que los nuevos buses sean solo cero y bajas emisiones a partir de 2025, tal como se explica en la política “nuevos buses solo cero y bajas emisiones”
A <sub>5</sub>	Nuevos vehículos de carga y logística solo cero y bajas emisiones	A partir de 2025 los nuevos vehículos de carga y logística solo serían de combustibles no convencionales: GNV, BEV, HEV, PHEV y FCEV. A partir de 2030 las compras solo podrían ser de BEV, HEV, PHEV y FCEV. Y a partir de 2040 los nuevos vehículos de carga y logística solo serían BEV y FCEV.

Tabla 28. Alternativas del caso de estudio

Las políticas son evaluadas a partir de los criterios de costo y emisiones evitadas de gases de efecto invernadero (GEI), cuyas descripciones se presentan en la Tabla 29.

ID	Criterio	Descripción	Estado deseado	Unidades
C <sub>1</sub>	Costo	Costo de la implementación de la política	Minimizar	Billones COP
C <sub>2</sub>	Emisiones evitadas de GEI	Emisiones de GEI evitadas a raíz de la implementación de la política	Maximizar	MtCO <sub>2</sub>

Tabla 29. Lista de criterios

Como se mencionó previamente el horizonte de decisión corresponde al periodo comprendido entre el 2023 y el 2050.

En las figuras Figura 23 y Figura 24 se muestra el comportamiento de las seis alternativas para los 28 periodos comprendidos entre el horizonte de decisión. Las series de datos completas para estas alternativas se encuentran en el Anexo 3.

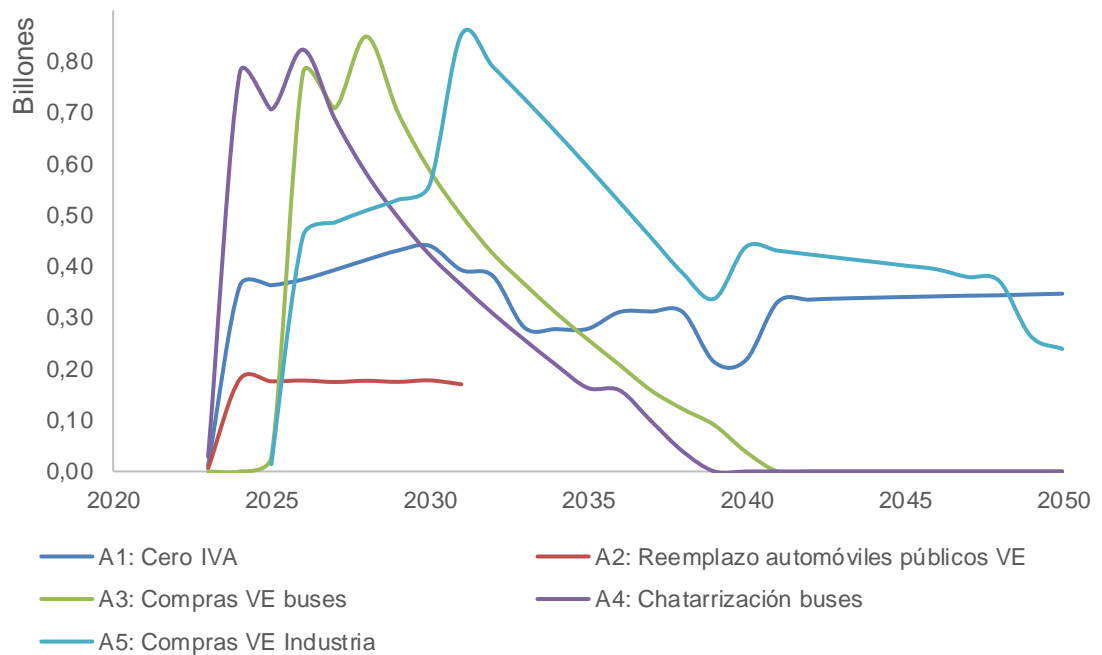


Figura 23. Estructura temporal de las alternativas para C<sub>1</sub>

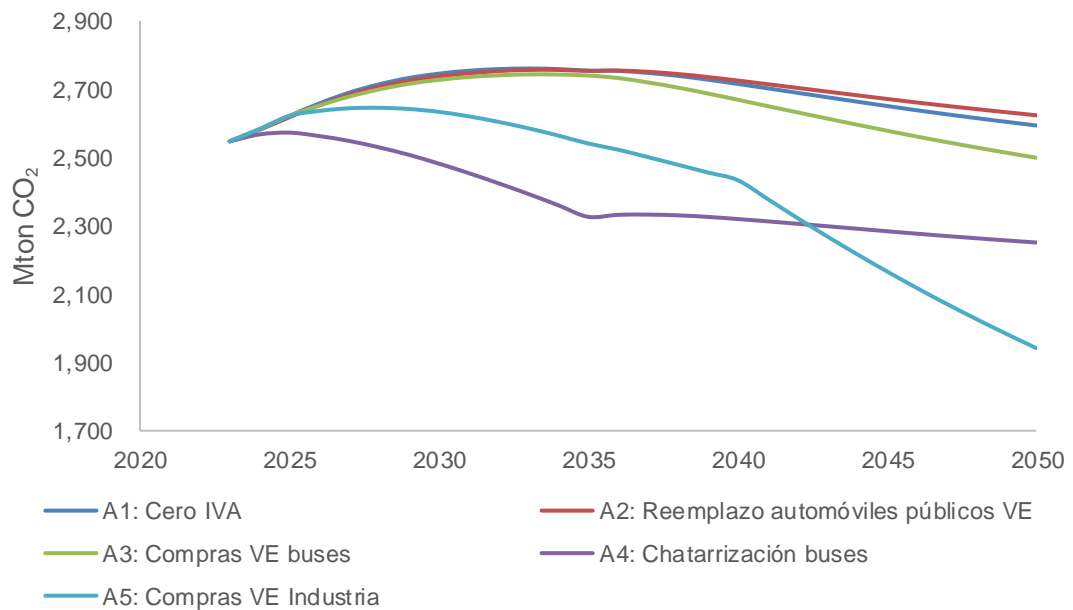


Figura 24. Estructura temporal de las alternativas para C<sub>2</sub>

## 4.2 Etapa 2. Análisis de dominancia multicriterio multitemporal

El objetivo de esta etapa es determinar la relación de dominancia entre las alternativas para los criterios  $C_1$  y  $C_2$ . Luego de realizar el análisis siguiendo lo descrito en la sección 3.2. se determina el grado en que una alternativa es dominada y en el que domina a otras, obteniendo los resultados de la Tabla 30

<i>Alternativa</i>	<i>Grado en el que una alternativa domina</i>	<i>Grado en el que una alternativa es dominada</i>
A <sub>1</sub>	33,9%	17%
A <sub>2</sub>	83,0%	5%
A <sub>3</sub>	28,6%	33%
A <sub>4</sub>	7,1%	41%
A <sub>5</sub>	12,5%	69%

Tabla 30. Relación de dominancia de las alternativas

Nótese que un 100% en la Tabla 30 implica que una alternativa domina a las demás en todos los periodos para el caso del grado en el que una alternativa domina; y que una alternativa es dominada por las otras en todos los periodos. Se podría indicar que el primero se prefiere en su valor máximo y el segundo en su valor mínimo.

En la Figura 25 se observa cómo se distribuyen las alternativas con relación al grado en que domina a las demás, y el grado en el que es dominada. La alternativa ideal estaría ubicada al extremo inferior derecho (triángulo verde). Ésta representa una alternativa que domina a las demás en todos los criterios y periodos del horizonte de decisión y que, a su vez, no es dominada por ninguna otra en ningún criterio y periodo. Por otro lado, la alternativa anti-ideal (cuadrado vino tinto), es una alternativa que no domina a ninguna otra, pero que es dominada por todas las alternativas para todos los criterios y periodos del horizonte de decisión.

De la Tabla 30 se aprecia que la alternativa A<sub>2</sub> tiene un grado de dominancia de 83%, esto implica que domina a la mayoría de las alternativas en más del 50% de los periodos del horizonte de decisión. Asimismo, el grado en el que la alternativa A<sub>2</sub> es dominada es el menor de todas. En la Figura 25 se observa como A<sub>2</sub> se ubica muy cercana a la alternativa ideal, mientras que A<sub>5</sub> se acerca a la alternativa anti-ideal.

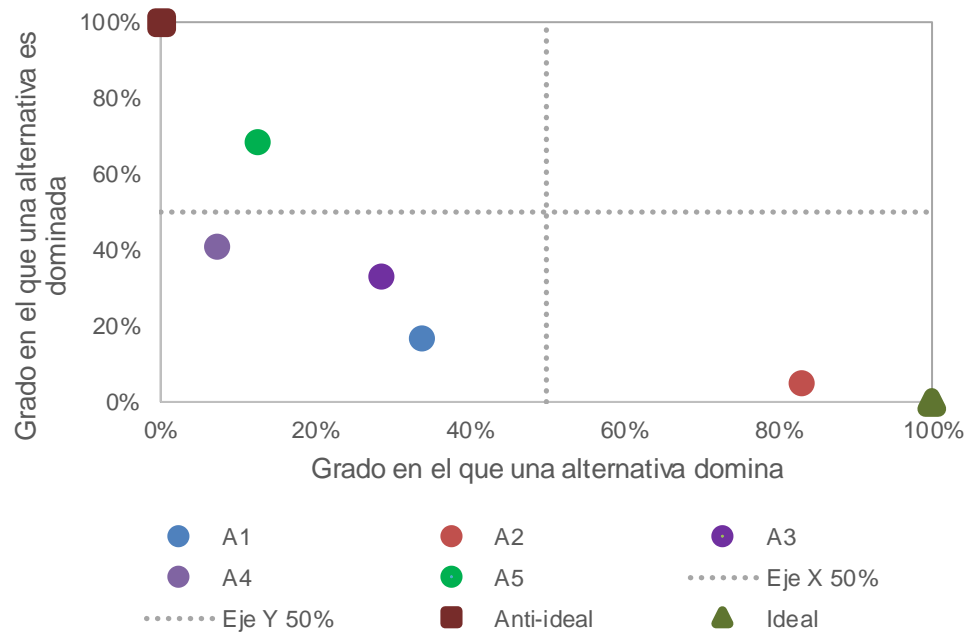


Figura 25. Relación de dominancia de las alternativas

### 4.3 Etapa 3. Análisis de cada alternativa y de la serie temporal de cada criterio

A continuación, se presenta la caracterización cualitativa y cuantitativa de los criterios de costo y emisiones de GEI.

#### 4.3.1 Preferencias sobre las propiedades de la serie temporal de cada criterio

Se consultó a un grupo de expertos su opinión sobre el comportamiento temporal deseado de los criterios de costo de implementación y emisiones de GEI, teniendo en cuenta a los interrogantes presentados en la sección 3.3.1. Los resultados encontrados se presentan en la siguiente Tabla 31.

ID	Subcriterio	C <sub>1</sub> : Costo de implementación	C <sub>2</sub> : Emisiones de GEI
S <sub>1</sub>	Valor Actual Neto	Mínimo valor	Máximo valor
S <sub>2</sub>	Tendencia	Decreciente	Creciente
S <sub>3</sub>	Variabilidad	Sin ciclos	Sin ciclos

<b>S<sub>4</sub></b>	Mínimo aceptable	- 430.000.000.000 anuales	1.5 MtCO <sub>2</sub> + 2.5% por año
<b>S<sub>5</sub></b>	Meta	- 230.000.000.000 anuales	2.5 MtCO <sub>2</sub> anuales + 2.5% por año
<b>S<sub>6</sub></b>	Almacenamiento	No almacenable	No almacenable

Tabla 31. Caracterización cualitativa de los criterios

Dado que el criterio de costo de implementación se desea minimizar los signos negativos en los subcriterios de mínimo aceptable y meta deben interpretarse como umbrales que no se deben exceder. Por ejemplo, el costo de implementación aceptable es como máximo de \$430.000.000.000 anuales, y la meta es \$230.000.000.000.

Adicionalmente, en este caso el grupo de expertos consideró que ninguno de los criterios es almacenable, por lo cual no se evaluará.

### 4.3.2 Evaluación de cada subcriterio

Para cada criterio  $C_1$  y  $C_2$  se analizará el comportamiento en términos de valor actual neto, tendencia, Variabilidad, mínimo aceptable y meta; siguiendo las ecuaciones y procedimientos de la sección

#### a. Valor Actual Neto

Al ser este criterio de naturaleza financiera, se emplean diferentes tasas de descuento para valorar los flujos futuros para costos y emisiones. El primero se descuenta a una tasa del 9%, que es la tasa de descuento social para proyectos de inversión pública en Colombia [66]. Mientras que los segundos se descuentan a una tasa del 0% en este caso, contemplando que se desea que las emisiones totales evitadas sean las máximas posibles, indiferente de si ocurren hoy o en 28 años. Teniendo en cuenta lo anterior, en la Tabla 32 se sintetizan los resultados encontrados.

<i>Criterio</i>	<i>Unidades</i>	<i>A<sub>1</sub></i>	<i>A<sub>2</sub></i>	<i>A<sub>3</sub></i>	<i>A<sub>4</sub></i>	<i>A<sub>5</sub></i>
<i>Costo de implementación</i>	Billones	3,274	0,900	3,128	3,696	4,798
<i>Emisiones de GEI</i>	MtCO <sub>2</sub>	75,23	75,41	74,17	66,73	67,76

Tabla 32. Valor actual neto de las alternativas

De la Tabla 32 se aprecia que el valor actual de la alternativa A2 es mejor que el de las otras alternativas. Esto es especialmente significativo en el caso de los costos de implementación. Si se prioriza solo empleando este subcriterio y contemplando pesos de importancia relativa de 35% para  $C_1$  y 65% para  $C_2$  se encuentra que el orden de las alternativas es  $A_1, A_1, A_3, A_4$  y  $A_5$ .

### b. Tendencia

La tendencia de cada serie de criterios  $Z_{ij}$  se determina aislando el componente de tendencia puro mediante el método de medias móviles con dos periodos. Se seleccionan dos periodos debido a que los datos están en una periodicidad anual. Posteriormente, se aplica una regresión lineal simple para determinar la pendiente del componente de tendencia. El objetivo es evaluar la pendiente respecto a cero y determinar si es creciente, decreciente o constante.

En la Tabla 33 se presentan un resumen de las pendientes de cada una de las series.

Alternativa	C <sub>1</sub> : Costos de implementación	C <sub>2</sub> : Emisiones evitadas de GEI
A <sub>1</sub>	-1.179.763.881	- 0,00165
A <sub>2</sub>	6.619.661.725	- 0,00019
A <sub>3</sub>	-33.871.336.693	- 0,00523
A <sub>4</sub>	-30.309.334.921	- 0,01317
A <sub>5</sub>	-10.358.218.747	- 0,02588

Tabla 33. Tendencias de las alternativas para  $C_1$  y  $C_2$

De la Tabla 33 se concluye que el costo de implementación tiene un comportamiento predominantemente decreciente para todas las alternativas, excepto la A<sub>2</sub>. Este comportamiento se observa Figura 23 en el declive abrupto que se presenta hacia el año 2040. Nótese que las alternativas A<sub>1</sub> y A<sub>2</sub> presentan la tendencia de menor magnitud con relación a las demás. Esto se debe a que su comportamiento se estabiliza durante sus últimos 10 periodos.

En cuanto a las emisiones evitadas de GEI se encuentra que todas las alternativas tienen un comportamiento decreciente, lo cual coincide con la Figura 24. Dado que se desea que este subcriterio tenga un comportamiento creciente para las emisiones de

GEI, se preferirán las pendientes más grandes y positivas, equivalente a las pendientes más pequeñas negativas.

### c. Variabilidad

Al realizar una inspección visual de las series de tiempo de las figuras Figura 23 y Figura 24 se identifica que no existe estacionalidad o presencia de ciclos en el periodo de decisión. Sin embargo, se aprecia un comportamiento inestable, especialmente durante los primeros años del horizonte. Para revelar estas variaciones se calcula el índice de variación estacional siguiendo la ecuación (12). Los resultados se pueden apreciar en las Figuras Figura 26 y Figura 27.

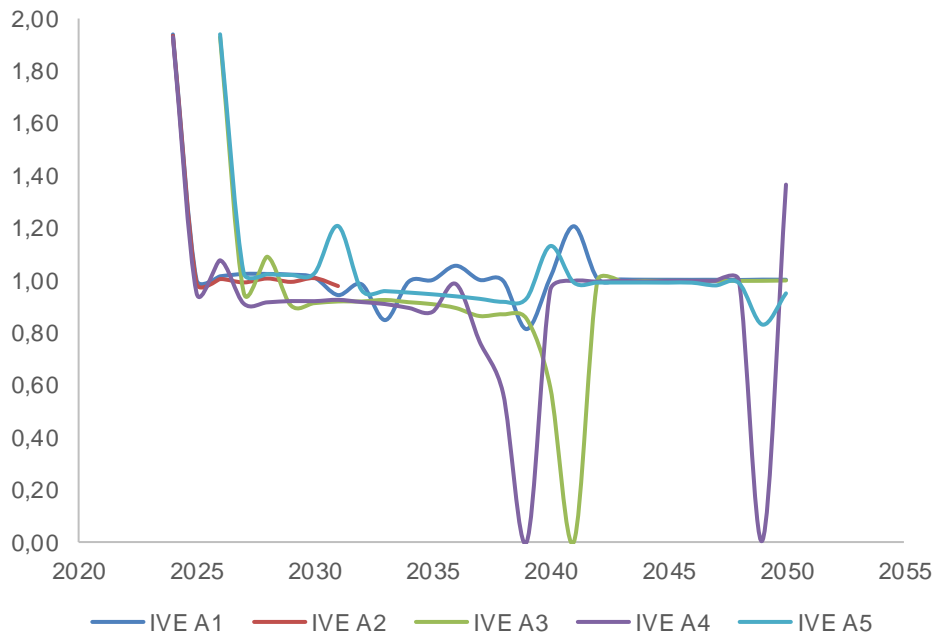


Figura 26. Índice de Variación Estacional de las alternativas para  $C_1$

De la Figura 26 se puede concluir que las alternativas A<sub>2</sub>, A<sub>3</sub>, y A<sub>4</sub> son las más variables para el criterio de costo de implementación, especialmente por la presencia de picos en el mediano plazo en los casos de A<sub>3</sub> y A<sub>4</sub>, y para el salto abrupto que se da en entre el año 2023 a 2024 para A<sub>2</sub>.

En cuanto al criterio de emisiones evitadas de GEI, en la Figura 27 se observa un comportamiento estable para las alternativas, A<sub>1</sub> a A<sub>3</sub>. Las alternativas A<sub>4</sub> y A<sub>5</sub> tienen cierta variabilidad, sin embargo, no se aleja en gran medida de las demás.

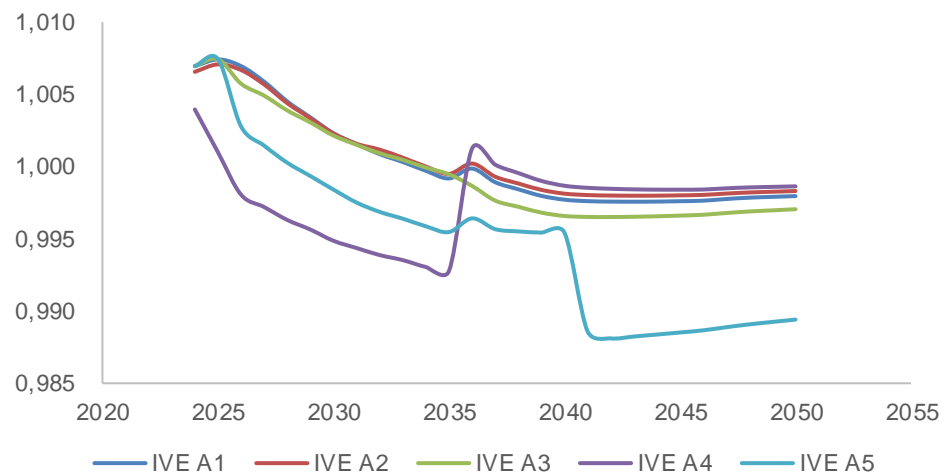


Figura 27. Índice de Variación de las alternativas para C<sub>2</sub>

Lo anterior se puede resumir mediante la desviación estándar de cada índice, según se presenta en la Tabla 34.

Alternativa	C <sub>1</sub> : Costo	C <sub>2</sub> : Emisiones evitadas de GEI
A <sub>1</sub>	0,19	0,00334
A <sub>2</sub>	0,33	0,00308
A <sub>3</sub>	0,29	0,00359
A <sub>4</sub>	0,35	0,00267
A <sub>5</sub>	0,20	0,00579

Tabla 34. Desviación estándar de los IV

Se entenderá entonces que las alternativas cuyo índice de variación estacional presente una menor desviación estándar será aquellas que tienen mayor estabilidad y menos presencia de ciclos. Se debe contemplar que como el subcriterio se debe minimizar más adelante se deberá multiplicar su valor por -1.

**d. Mínimo aceptable**

Para el análisis del mínimo aceptable se toman los resultados de la caracterización cualitativa de la Tabla 31 de la sección anterior, según la cual el valor mínimo que está dispuesto a aceptar el decisor para este criterio es de \$430.000.000.000 y 1.5 MtCO<sub>2</sub> para

$C_1$  y  $C_2$ , respectivamente. Como el criterio de costo se desea minimizar, este valor mínimo se entiende como un umbral que no se debe exceder, es decir un límite.

Matemáticamente esto se puede tratar de dos formas. Primero, cambiar el menor o igual ( $\leq$ ) de la ecuación (14) por un mayor o igual ( $\geq$ ). Otra opción es multiplicar ambos lados de la ecuación por un signo negativo (-). En cualquiera de los dos casos el resultado que se obtiene será el mismo.

En la Tabla 35 se presentan los resultados respecto al criterio  $C_1$ , costo de implementación.

Alternativa	Frecuencia en la que no se excede el umbral	Longitud de racha más larga
A <sub>1</sub>	7.14%	2
A <sub>2</sub>	0.00%	0
A <sub>3</sub>	23.1%	6
A <sub>4</sub>	21.4%	6
A <sub>5</sub>	53.9%	12

Tabla 35. Comportamiento respecto al mínimo aceptable para  $C_1$

Se encuentra que la alternativa A<sub>2</sub> es la que presenta un mejor desempeño para este subcriterio, pues siempre se excede el umbral mínimo y por tanto no existe rachas. La alternativa que presenta un mejor comportamiento en este subcriterio es la alternativa A<sub>1</sub> con una frecuencia en la que no se excede el umbral del 7.14% y una racha de solo 2 periodos.

En la Tabla 36 se presentan los resultados respecto al criterio  $C_2$ , emisiones evitadas de GEI.

Alternativa	Frecuencia en la que no se excede el umbral	Longitud de racha más larga
A <sub>1</sub>	0%	0
A <sub>2</sub>	0%	0
A <sub>3</sub>	0%	0
A <sub>4</sub>	0%	0
A <sub>5</sub>	0%	0

Tabla 36. Comportamiento respecto al mínimo aceptable para  $C_2$

Nótese que este subcriterio para el criterio  $C_2$  (emisiones evitadas de GEI) realmente no es diferenciador, pues siempre se cumple el umbral mínimo y por tanto no hay rachas. Se sugiere asignar una importancia relativa de 0% dentro del proceso de priorización.

### e. Meta

Para el caso de la meta, se analiza la frecuencia en la que una alternativa cumple con las aspiraciones del decisor de un costo de implementación de \$230.000.000.000 anual y emisiones evitadas de GEI de 2.5 MtCO<sub>2</sub> con un incremento de 2.5% anual a partir del segundo periodo. Los resultados, siguiendo el procedimiento de la etapa 3.3.2, se presentan en la Tabla 37.

Alternativa	Frecuencia en la que se cumple la meta	
	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>
A <sub>1</sub>	10.71%	82.29%
A <sub>2</sub>	100%	92.86%
A <sub>3</sub>	61.54%	67.86%
A <sub>4</sub>	64.29%	0.00%
A <sub>5</sub>	3.85%	28.57%

Tabla 37. Comportamiento de las alternativas respecto a la meta

Se encuentra que la alternativa A<sub>2</sub> domina en este subcriterio, pues es la que excede la meta el mayor número de veces en los dos criterios de decisión. Para el caso del criterio C<sub>1</sub> la segunda mejor opción sería la alternativa A<sub>4</sub> y posteriormente A<sub>3</sub>. En cuanto al criterio C<sub>2</sub>, la segunda mejor alternativa sería la A<sub>1</sub> y luego la A<sub>3</sub>.

### f. Acumulación

Como se mencionó previamente los criterios bajo análisis no son acumulables. Es decir, que el decisor no está dispuesto a asumir rachas negativas de forma prolongada con la promesa de una compensación futura en el criterio. Teniendo en cuenta lo anterior, no se desarrollará este subcriterio y tendrá un peso de importancia relativa de 0% en el análisis multicriterio de la siguiente etapa.

### g. Matriz de pagos con desagregación temporal

Con los resultados de la sección anterior es posible construir una matriz de pagos que sintetice la información de los subcriterios de VAN, tendencia, variabilidad, mínimo aceptable y meta; respecto a los criterios de costo de implementación y emisiones evitadas de GEI.

En la Tabla 38 se presenta la matriz de desagregación temporal en donde se resume el comportamiento de cada serie de tiempo respecto a los subcriterios desarrollados.

		SUBCRITERIOS					
Criterio	Alternativa	VAN	Pendiente	Variabilidad	Frecuencia en la que no se logra el mínimo	Longitud de la máxima racha	Frecuencia en la que se excede la meta
	Estado deseado	Max	Max	Max	Max	Max	Max
C <sub>1</sub>	A <sub>1</sub>	-3,274	1.179.763.881	-0,1922	-7,14%	-2	10,71%
	A <sub>2</sub>	-0,900	-6.619.661.725	-0,3317	0,00%	0	100,00%
	A <sub>3</sub>	-3,128	33.871.336.693	-0,2930	-23,08%	-6	61,54%
	A <sub>4</sub>	-3,696	30.309.334.921	-0,3468	-21,43%	-6	64,29%
	A <sub>5</sub>	-4,798	10.358.218.747	-0,2032	-53,85%	-12	3,85%
C <sub>2</sub>	A <sub>1</sub>	75,23	-0,00165	-0,0033	0,00%	0	89,29%
	A <sub>2</sub>	75,41	-0,00019	-0,0031	0,00%	0	92,86%
	A <sub>3</sub>	74,17	-0,00523	-0,0036	0,00%	0	67,86%
	A <sub>4</sub>	66,73	-0,01317	-0,0027	0,00%	0	0,00%
	A <sub>5</sub>	67,76	-0,02588	-0,0058	0,00%	0	28,57%

Tabla 38. Matriz de pagos multitemporal para el caso de estudio

Se debe tener en cuenta que los subcriterios que se desean maximizar se multiplicaron por **-1** con el fin de trabajar todos los subcriterios con un estado deseado máximo. Nótese que los subcriterios no deben tener la misma dirección para cada criterio. Por ejemplo, el VAN del costo debe ser mínimo, mientras que el VAN de las emisiones evitadas de GEI debe ser máximo.

Dado que los valores de la Tabla 38 se encuentran en unidades y magnitudes diferentes, es necesario realizar una normalización. Por ejemplo, el VAN del criterio C1 se encuentra en billones, mientras que el VAN del criterio C2 se encuentra en MtCO<sub>2</sub>. Además, los otros subcriterios se encuentran dados de forma adimensional o en porcentaje, según se resume en la Tabla 39.

Criterio	VAN	Tendencia y Variabilidad	Probabilidad de no cumplir el mínimo aceptable	Longitud de la máxima racha	Probabilidad de cumplir la meta
Costo de implementación	Billones	Adimensional	Porcentaje	Adimensional	Porcentaje
Emisiones evitadas de GEI	MtCO <sub>2</sub>				

Tabla 39. Unidades de los subcriterios

La normalización de la matriz de pagos de los subcriterios se realiza a partir de la ecuación (19) presentada en la sección 3.4 y tomando como referencia los valores máximos y mínimos presentados en la Tabla 40.

Valor	Criterio	VAN	Pendiente	Variabilidad	Frecuencia en la que no se logra el mínimo	Longitud de la máxima racha
Máximo	C <sub>1</sub>	-0,900	33.871.336.692	-0,192	0,000	0,000
	C <sub>2</sub>	75,41	-0,0002	-0,003	0,00	0,00
Mínimo	C <sub>1</sub>	-4,798	-6.619.661.724	-0,347	-0,538	-12,000
	C <sub>2</sub>	66,73	-0,0259	-0,006	0,00	0,00

Tabla 40. Valores máximo y mínimo de cada subcriterio

Finalmente, la matriz de pagos normalizada se presenta en la Tabla 41. Esta matriz solo toma valores entre 0 y 1, en donde 0 representa el peor valor y 1 el mejor.

		SUBCRITERIOS					
Criterio	Alternativa	VAN	Pendiente	Variabilidad	Frecuencia en la que no se logra el mínimo	Longitud de la máxima racha	Frecuencia en la que se excede la meta
C1	A1	0,39	0,19	1,00	0,87	0,83	0,07
	A2	1,00	0,00	0,10	1,00	1,00	1,00
	A3	0,43	1,00	0,35	0,57	0,50	0,60
	A4	0,28	0,91	0,00	0,60	0,50	0,63
	A5	0,00	0,42	0,93	0,00	0,00	0,00
C2	A1	0,98	0,94	0,78	0,00	0,00	0,96
	A2	1,00	1,00	0,87	0,00	0,00	1,00
	A3	0,86	0,80	0,70	0,00	0,00	0,73
	A4	0,00	0,49	1,00	0,00	0,00	0,00
	A5	0,12	0,00	0,00	0,00	0,00	0,31

Tabla 41. Matriz de pagos normalizada

A partir de la matriz anterior se pueden graficar los caminos de valor para los criterios 1 y 2, según se presenta en las figuras Figura 28 y Figura 29, en donde 1 es el subcriterio del VAN; 2, la pendiente; 3, la variabilidad; 4, la frecuencia en la que no se logra el mínimo; 5, la longitud de la máxima racha; y 6, la frecuencia en la que se excede la meta. Los caminos de valor son una representación gráfica de la matriz normalizada. Éstos permiten identificar visualmente si una alternativa domina a otra con relación a los subcriterios. En caso de existir una alternativa dominante siempre tendrá un valor de 1 y se ubicará por encima de las demás. Por ejemplo, de la Figura 28 se evidencia que la alternativa A<sub>2</sub> domina en los subcriterios 1, 4, 5 y 6 del costo de implementación. Mientras que la alternativa A<sub>5</sub> presenta los peores resultados en esos subcriterios.

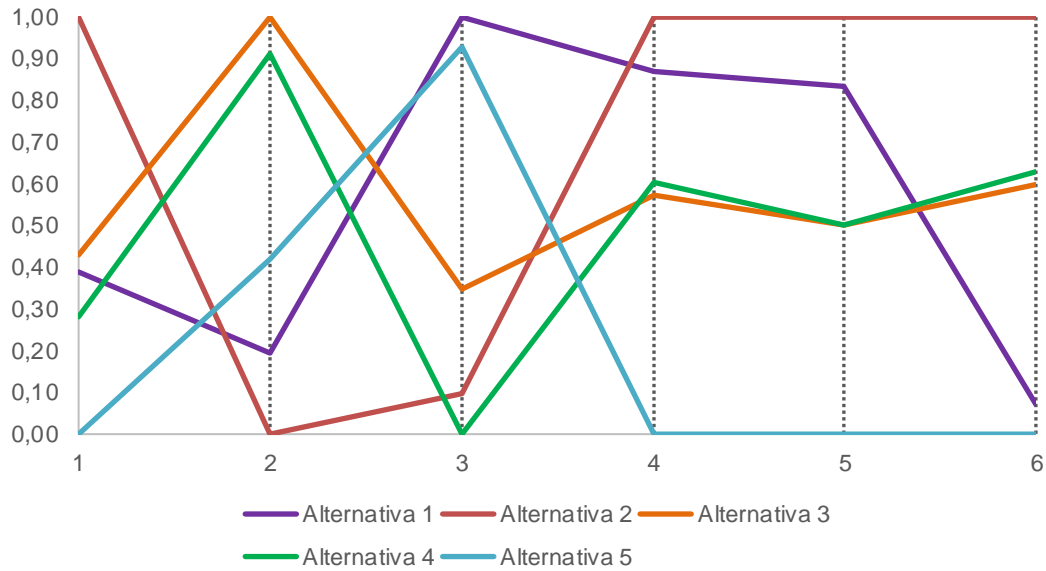


Figura 28. Camino de valor para subcriterios del criterio 1

Adicional al análisis anterior, la Figura 28 deja en evidencia los distintos intercambios que se dan diferentes entre las alternativas, y se concluye que ninguna alternativa es mejor que otras para todos los subcriterios.

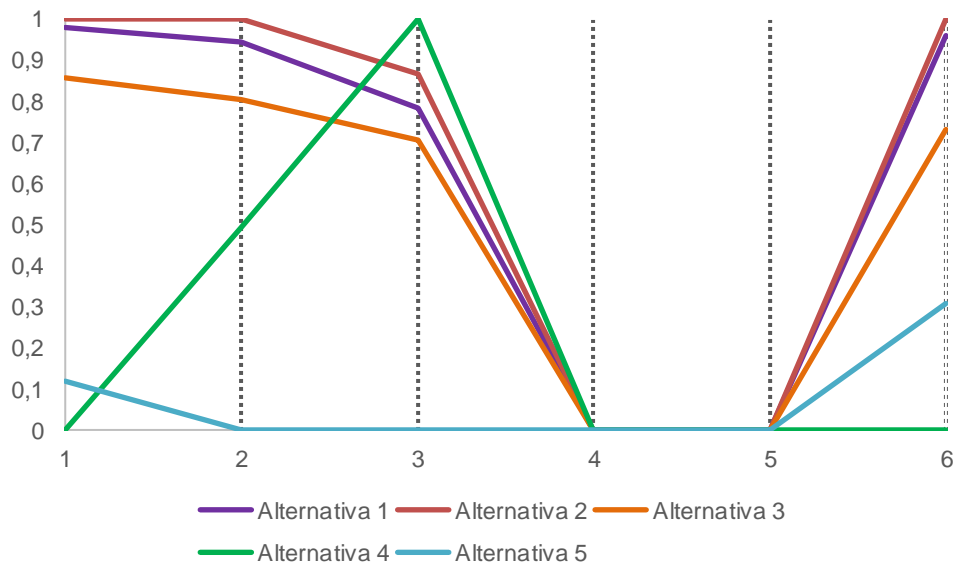


Figura 29. Camino de valor para subcriterios del criterio 2

En relación con el criterio de emisiones evitadas de GEI ocurre algo interesante. En la Figura 29 se aprecia que las alternativas A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub> y A<sub>3</sub> muestran mejores resultados para los primeros subcriterios. Además, en los subcriterios 4 y 5, asociados al cumplimiento del umbral mínimo aceptable, todas las alternativas presentan un valor de 0. Esto implica que

el subcriterio realmente no es diferenciador, por lo que puede asignársele una importancia relativa de 0% en la siguiente etapa del análisis.

#### h. Preferencias relativas de los criterios y subcriterios

La determinación o asignación de los pesos de importancia relativa de cada criterio y subcriterio se puede realizar de forma directa o indirecta, pues no se encuentra dentro del alcance de la investigación el cómo determinarlos.

Para este caso se solicitó a un grupo de expertos distribuir un 100% entre los criterios y un 100% para los subcriterios. Para el caso de los criterios se obtuvieron los resultados de la Tabla 42.

Pesos de importancia relativa, $W_j$	C <sub>1</sub> : Costo de implementación	C <sub>2</sub> : Emisiones de GEI
		35%

Tabla 42. Pesos de importancia relativa de los criterios

Otra forma de definir los pesos entre dos objetivos es solicitar al decisor cuánto piensa que se debería estar dispuesto a pagar por cada tonelada de emisiones disminuida. En este caso los pesos asignados indican que se estaría dispuesto a pagar \$2.857 por cada tonelada de emisiones menos.

Para el caso de los subcriterios el grupo de expertos consideró importancias relativas distintas, teniendo en cuenta que en el criterio de emisiones evitadas de GEI el cumplimiento del umbral mínimo no es diferenciador. En la Tabla 43 se resumen las ponderaciones para cada subcriterio.

Subcriterio	VAN	Pendiente	Variabilidad	Frecuencia en la que no se logra el mínimo	Longitud de la máxima racha	Frecuencia en la que se excede la meta
<b>Criterio 1</b>	20%	10%	25%	10%	20%	15%
<b>Criterio 2</b>	20%	25%	20%	0%	0%	35%

Tabla 43. Pesos de importancia relativa de los subcriterios

## 4.4 Etapa 4. Evaluación multicriterio

Con la información recopilada hasta el momento es posible aplicar la ecuación (18) para determinar el valor global de cada alternativa y a partir de ésta plantear una priorización

preliminar. El valor de  $W_j$  se encuentra en la Tabla 42, los pesos  $P_{jk}$  se obtienen de la Tabla 43, y el valor de  $S_{ijk\ norm}$  corresponde a la matriz normalizada disponible en la Tabla 41.

La priorización de las alternativas se realiza aplicando una métrica de  $m=0.5$ . Como se explicó anteriormente, entre más cercana sea su valor a cero (0), se aleja más del efecto compensatorio y además premia las alternativas con valores ponderados más homogéneos en todos los criterios.

Los resultados de la priorización se observan en la Tabla 44. El orden de las alternativas se determina a partir del mejor valor agregado de cada una.

Alternativa	Costo de implementación	Emisiones evitadas de GEI	TOTAL	Ranking
A <sub>1</sub>	0,61160	0,92391	1,23761	2
A <sub>2</sub>	0,67430	0,97338	1,28122	1
A <sub>3</sub>	0,51979	0,76232	1,13045	3
A <sub>4</sub>	0,40226	0,32370	0,83392	4
A <sub>5</sub>	0,27406	0,14086	0,61229	5

Tabla 44. Resultados de la priorización

Según lo anterior, la priorización de las alternativas es la siguiente:

A <sub>2</sub>	Reemplazo de toda la flota de automóviles públicos a BEV:	A partir de 2023 y con horizonte a 2030 se inicia un plan gradual de reemplazo de toda la flota de automóviles del estado e instituciones gubernamentales por vehículos 100% eléctricos. A 2030 la flota total de vehículos estatales estaría completamente compuesta de vehículos tipo BEV.
A <sub>1</sub>	No pago de IVA para vehículos tipo BEV y FCEV	A partir de 2023 los BEV y los FCEV no pagan IVA. Para los vehículos híbridos (HEV y PHEV) el IVA continúa siendo del 5% y para los vehículos de gasolina, Diesel y GNV, del 19 %.
A <sub>3</sub>	Nuevos buses solo cero y bajas emisiones	A partir de 2025 los nuevos buses solo serían de combustibles no convencionales: GNV, BEV, HEV, PHEV y FCEV. A partir de 2030 las compras solo podrían ser de BEV, HEV, PHEV y FCEV. Y a partir de 2035 los nuevos buses solo serían BEV y FCEV.

A <sub>4</sub>	Chatarrización progresiva buses de gasolina y Diesel y nuevos buses solo cero y bajas emisiones	A partir de 2023 comienza un programa de retiro total de los buses de combustión con horizonte a 2035. Adicionalmente, esta política contempla que los nuevos buses sean solo cero y bajas emisiones a partir de 2025, tal como se explica en la política “nuevos buses solo cero y bajas emisiones”
A <sub>5</sub>	Nuevos vehículos de carga y logística solo cero y bajas emisiones	A partir de 2025 los nuevos vehículos de carga y logística solo serían de combustibles no convencionales: GNV, BEV, HEV, PHEV y FCEV. A partir de 2030 las compras solo podrían ser de BEV, HEV, PHEV y FCEV. Y a partir de 2040 los nuevos vehículos de carga y logística solo serían BEV y FCEV.

Tabla 45. Lista de alternativas priorizadas

### 4.5 Etapa 5. Análisis de sensibilidad

El análisis de sensibilidad se realiza con el fin de determinar la robustez de la alternativa ante los parámetros de entrada. Se consideró un conjunto de pesos aleatorios entre 0 y 100 para los criterios y subcriterios. Se realizó una simulación de 10.000 iteraciones y para cada juego de criterios se determinó cuál es la priorización de cada una de las cinco alternativas, obteniendo los resultados de la Figura 30

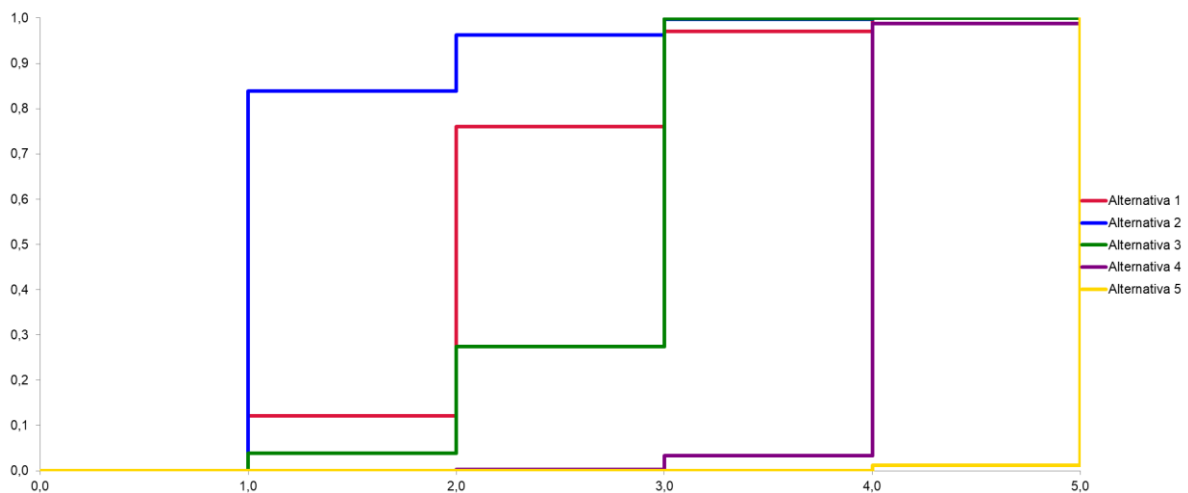


Figura 30. Análisis de percentil de la priorización de las alternativas

La anterior figura representa cómo se comportan las alternativas en los diferentes percentiles de la simulación. En este escenario, se desea maximizar la frecuencia en la que una alternativa se sostiene en la mejor posición. Por ejemplo, la alternativa A<sub>2</sub> (línea azul) está en la posición no. 1 el 85% de las veces. La alternativa A<sub>1</sub> está en la primera

posición el 10% de las veces, y luego pasa a la posición 2, en donde se mantiene hasta el percentil de 75%. Por su parte, las alternativas 4 y 5 se mantienen en las posiciones 4 y 5, respectivamente, más del 90% de las veces.

## 4.6 Etapa 6. Recomendación

Teniendo en cuenta los resultados del modelo y del análisis de sensibilidad, se considera que la alternativa  $A_2$  es robusta, conservando en la mayoría de las veces la posición no. 1 de la priorización.

Teniendo en cuenta que el caso de estudio se enfoca en el marco del transporte sostenible, se recomienda emplear la priorización presentada, contemplando el análisis de sensibilidad, pues en cierta medida se puede considerar indiferente a las preferencias del grupo de personas que tomen la decisión, y parte de una alternativa lo suficientemente robusta recomendada en la etapa de la sección 4.4.

## 4.7 Discusión sobre la aplicación del modelo

### a. Caso hipotético

Al contrastar los resultados obtenidos mediante la priorización empleando únicamente el valor actual (ecuación (9)) y la priorización empleando el modelo propuesto en esta investigación (ecuación (18)), se encuentra que en ambos casos se prioriza la alternativa  $A_1$ . Sin embargo, se presentan cambios en la priorización de las posiciones no. 2 y 3, como se resume en la Tabla 46. Adicionalmente, se comparan los desempeños obtenidos en cada modelo mediante un índice que mide la similitud entre los valores globales de cada alternativa en relación con el desempeño máximo, calculado a partir de la ecuación (19)

$$IS(A_i) = \frac{\text{Desempeño de la alternativa } i}{\text{Desempeño máxima del conjunto}} \quad (19)$$

Alternativa	Desempeño modelo VAN	Índice de similitud	Ranking	Desempeño modelo propuesto	Índice de similitud	Ranking
$A_1$	0,4688	78,1%	3	0,9666	63,9%	2
$A_2$	0,6000	100%	1	1,6096	100,0%	1
$A_3$	0,5334	88,9%	2	0,9371	59,3%	3

Tabla 46. Comparación de los resultados modelos para el caso hipotético

Una alternativa con un índice de similitud cercano a 1 indica que su desempeño es muy similar a la mejor alternativa en términos de los criterios de evaluación utilizados. En el caso de la priorización empleando el valor actual de los criterios se encuentra que la diferencia entre la primera y segunda posición es de 21.9% en términos de las distancias de los índices de similitud. Mientras que en el modelo propuesto la diferencia se amplía en un 40%. Esta diferencia se puede atribuir a la presencia de los cinco criterios adicionales que se emplearon en este caso.

#### a. Caso de evaluación de políticas de descarbonización del transporte

En la Tabla 47 se resumen los resultados obtenidos mediante los dos modelos para el caso descrito en el Caso de estudio. Se aprecia que no hay una diferencia en la priorización sugerida por los modelos. Esto se puede explicar desde la estructura del problema en el hecho de que la alternativa A<sub>2</sub> presenta mejores resultados tanto para el costo de implementación, como para las emisiones evitadas de GEI. Esto se detectó desde la Etapa 2. Análisis de dominancia multicriterio multitemporal, en donde la alternativa mostró un grado de dominancia de 83% sobre las demás alternativas, y un 5% como grado de ser dominada. Otro aspecto para considerar es que la alternativa A<sub>2</sub> presenta mejores resultados en 4 de los 6 subcriterios evaluados para el costo de implementación (C<sub>1</sub>) y en 3 de 4 de los subcriterios evaluados para las emisiones evitadas (C<sub>2</sub>), según se detalló en el desarrollo de cada criterio y como se representó en los caminos de valor de los criterios, presentados en las figuras Figura 28 y Figura 29.

Alternativa	Métrica modelo VAN	Índice de similitud	Ranking	Métrica modelo propuesto	Índice de similitud	Ranking
A <sub>1</sub>	1,16777	83,5%	2	1,23761	96,6%	2
A <sub>2</sub>	1,39783	100%	1	1,28122	100%	1
A <sub>3</sub>	1,13348	81,1%	3	1,13045	88,2%	3
A <sub>4</sub>	0,31464	22,5%	4	0,83392	65,1%	4
A <sub>5</sub>	0,27756	19,9%	5	0,61229	47,8%	5

Tabla 47. Comparación de los resultados del modelo para el caso real

Nótese que, aunque la priorización de las alternativas es la misma, la similitud entre los desempeños de cada alternativa es distinta, lo que se puede atribuir a la presencia de

subcriterios adicionales para caracterizar las alternativas y al uso de una métrica que reduce el efecto compensatorio.

## 5. Conclusiones y recomendaciones

### 5.1.1 Conclusiones

La literatura reconoce la importancia del tiempo en la toma de decisiones. Sin embargo, el enfoque para incluirlo en el proceso multicriterio se ha limitado a valorar los flujos futuros de la alternativa para cada criterio en función de su valor actual. Este tratamiento de la información implica que se ignora el comportamiento dinámico de la alternativa. Por ejemplo, varias alternativas pueden presentar el mismo valor actual para el mismo criterio, pero tendencia o presencia de ciclos que podrían afectar la decisión, especialmente aquellas que se asocian a contextos de sostenibilidad.

En esta tesis se formuló un modelo de decisión intertemporal que contempla de forma explícita cómo se comporta la alternativa en el tiempo. Se analiza y juzga la serie de datos, pues no se desea predecir para periodos futuros; sino comprender su comportamiento e integrarlo al proceso de decisión. El análisis se realiza desagregando la serie de tiempo en seis subcriterios: *valor actual*, *tendencia*, *variabilidad*, *cumplimiento de umbral mínimo*, *cumplimiento de meta* y *almacenamiento*. El modelo de decisión se puede aplicar para analizar problemas multicriterio intertemporales independientemente de la cantidad de criterios que éstos incluyan y de la periodicidad de los datos. Además, su aplicación no requiere que el decisor emplee los seis subcriterios de forma obligatoria. En caso de que el decisor o analista consideren que un aspecto no es relevante en el problema, éste puede no evaluarse, lo que es equivalente a asignar una importancia relativa de 0% al subcriterio.

El modelo propuesto se aplicó a un caso hipotético en el cual se incluía estratégicamente muchas de las posibles propiedades que podría incluir una serie de tiempo de las consecuencias de una alternativa en diferentes criterios y su relación temporal entre criterios. Además, se aplicó también a un estudio que surgió de un problema con datos reales analizado a través de un modelo de dinámica de sistemas, desarrollado por Valencia

para la descarbonización del transporte terrestre en el Área Metropolitana del Valle de Aburrá [1]. En el primer caso se encontraron cambios en la priorización respecto al método de priorización con el valor actual únicamente. Mientras que en el segundo la priorización se mantuvo constante. Esto se atribuye a que el conjunto de datos del caso real no contaba con muchas de las características planteadas en el modelo y existía una alternativa claramente dominante. No obstante, el índice de similitud presentado en las tablas Tabla 46 y Tabla 47 reflejan que los subcriterios planteados si inciden en los desempeños relativos de cada alternativa, pues brindan más información para caracterizar el conjunto de datos bajo análisis. Como se vio en el desarrollo de los casos hipotético y real, cada subcriterio permite estudiar una arista del problema, pues los subcriterios son diferenciadores y se evitaron redundancias en su selección

La desagregación de los criterios de decisión en subcriterios como variabilidad, cumplimiento de metas, acumulación, cumplimiento de umbral y valor actual es de especial importancia cuando se identifica que las alternativas presentan comportamientos dinámicos realmente diferenciadores. Sin embargo, si las alternativas siguen una estructura temporal semejante entre sí, el valor actual puede funcionar como subcriterio diferenciador. Esto se debe a que en el análisis multicriterio uno de los aspectos a considerar para seleccionar los criterios es que permitan diferenciar el problema. Sin embargo, en el modelo propuesto se están planteando a priori seis subcriterios que representan seis dimensiones distintas de una serie temporal. Si las alternativas se comportan de forma similar en el tiempo, los subcriterios empiezan a ser no diferenciadores. Teniendo en cuenta lo anterior, la implementación del modelo debe antecederse de una inspección visual de las series de tiempo que permita evaluar de forma preliminar la diferenciación entre las alternativas.

La implementación de este modelo requiere como datos de entrada las series temporales que describen el comportamiento de las alternativas para el conjunto de criterios. Estas series se obtienen mediante modelos de simulación o con datos históricos. Con esta información se pueden evaluar subcriterios como el valor actual, la tendencia y la variabilidad, sin necesidad de datos adicionales. Por otra parte, el análisis de los criterios de meta, umbral mínimo y acumulación requiere solamente la definición de los valores meta y mínimo para el horizonte de decisión.

Esta propuesta exploradora comienza a romper el paradigma del valor actual, tan valorado en los análisis de series temporales financieras y que ha sido por años trasladado a otras

dimensiones que pueden ser no almacenables, no compensatorias temporalmente y no soportan niveles mínimos que pueden significar muertes (por ejemplo, criterio atención de salud) o incluso deterioro no recuperable del ambiente.

Como aportes de la investigación se encuentran:

- Definición y análisis de dominancia temporal multicriterio: en el marco de la investigación de operaciones se ha definido la dominancia multicriterio. Sin embargo, en esta investigación se extrapoló el concepto a una dimensión temporal, evaluando la relación entre las alternativas no solo entre criterios, sino también entre diferentes periodos. Este análisis permite realizar un primer filtro de las alternativas, y considerar solo aquellas que hacen parte del conjunto de alternativas no dominadas.
- Clasificación entre criterios almacenables y no almacenables: se incluye el concepto de almacenamiento, teniendo en cuenta que el decisor puede estar dispuesto a aceptar que algunos criterios tengan un déficit, pues a futuro se recibirá un excedente.
- Análisis de la deficiencia del uso generalizado del valor actual como única propiedad a evaluar: se discutió y analizó como alternativas muy diferentes en su distribución temporal de consecuencias pueden dar el mismo valor actual, lo que significa que si bien, es una buena propiedad, no puede ser la única forma de analizar los problemas multicriterio temporales.
- Metodología para el análisis de la estructura temporal multicriterio: inclusión de la tendencia, los ciclos, probabilidad de falla (estar debajo de un valor mínimo aceptable), probabilidad de rachas (periodos consecutivos con falla), y probabilidad de cumplir metas temporales.
- Inclusión de una métrica en la valoración final de las alternativas para excluir la compensación entre criterios que no se reconocen como compensatorios.
- Propuesta de análisis de sensibilidad mediante variación paramétrica mediante simulación de Montecarlo y análisis estadístico y gráfico de los resultados con el fin de identificar la alternativa más robusta. Esto es significativamente importante en un ambiente de sostenibilidad y de considerar, no solo la estructura de preferencias

del decisor actual sino de diversidad de perfiles de otros actores actuales y de futuras generaciones que posiblemente se afectaran por las decisiones que tomemos hoy.

### 5.1.2 Cumplimiento de objetivos

En la Tabla 48 se realiza un breve análisis de cómo se abordaron cada uno de los objetivos de la tesis de maestría.

Objetivo específico	Análisis sobre su cumplimiento
<p>Revisar y analizar la literatura relacionada con los diferentes métodos para priorizar alternativas en problemas discretos, al igual que la referente a las principales consideraciones para la toma de decisiones intertemporales.</p>	<p>Se realizó la revisión del marco teórico y estado del arte sobre el análisis multicriterio y las decisiones intertemporales.</p> <p>Se encontró que existe un gran número de métodos multicriterio, y que algunos investigadores han hecho aportes sobre problemas con temporalidad. Estos aportes se han centrado en realizar una agregación de los periodos futuros del criterio a un valor actual, desconociendo el dinamismo de la alternativa.</p>
<p>Plantear lineamientos metodológicos para la inclusión de la variable tiempo en problemas de priorización multicriterio.</p>	<p>Se planteó un modelo de seis etapas que recoge los fundamentos de la mayoría de los métodos multicriterio, pero plantea un tratamiento explícito de la variable tiempo en el problema de priorización.</p> <p>El modelo se centra en la importancia de conocer el comportamiento de la serie de datos de la alternativa, en lugar de condensar su valor en un único indicador. Se propone analizar tendencia, variabilidad, acumulación del criterio, comportamientos frente a umbral mínimo y meta.</p>
<p>Desarrollar un modelo matemático de priorización que considere múltiples criterios y el efecto del tiempo en el problema de decisión.</p>	<p>Para cada una de las etapas se presentó el conjunto de ecuaciones que permiten replicar este modelo. Se ha desagregado matemáticamente cada criterio en un conjunto máximo de seis subcriterios. Adicionalmente, se emplearon casos de apoyo para ejemplificar cada una de las etapas.</p>
<p>Analizar el desempeño del modelo desarrollado para un caso de priorización puntual.</p>	<p>Se aplicó el modelo de priorización intertemporal para un caso hipotético en donde se incluían estratégicamente todas las propiedades abordan los subcriterios. Además, se aplicó para un caso real, producto de la investigación realizada por Valencia [1]. Se compararon los resultados del modelo empleando los seis subcriterios propuestos en la tesis contra los resultados obtenidos únicamente al emplear el valor actual como criterio de priorización. Se realizó un análisis de sensibilidad y se estudió el índice de similitud en cada caso.</p>

Objetivo específico	Análisis sobre su cumplimiento

Tabla 48. Análisis del cumplimiento de objetivos

Teniendo en cuenta lo anterior, se concluye que la investigación se desarrolló dando cumplimiento a los objetivos específicos planteados. Se propuso un modelo de decisión multicriterio para la priorización de alternativas en problemas de decisión discretos, considerando múltiples periodos de tiempo, y su incidencia sobre los criterios y preferencias del decisor. Este modelo tiene la capacidad de capturar los comportamientos dinámicos de una alternativa a lo largo de un horizonte temporal pasado o futuro; es decir, se puede aplicar en casos donde se tiene información histórica, o cuando se tienen información futura, como es el caso de herramientas prospectivas como análisis de escenarios y simulación.

### 5.1.3 Recomendaciones y trabajo futuro

Se recomienda que la aplicación del modelo se anteceda de una inspección visual de las series de tiempo que conforman el problema de priorización con el fin de determinar si el comportamiento de las alternativas es diferenciador e implica un grado de complejidad alto en la decisión. Si este modelo se aplica a series de tiempo con comportamientos similares, podría generar la misma priorización que modelos más sencillos, como el valor actual.

Este modelo permite captar comportamientos dinámicos de una alternativa a lo largo de un horizonte temporal, indiferente de si los datos se presentan en días, semanas, meses, trimestres, semestres o años. Sin embargo, es necesario que el decisor o analista validen que la periodicidad de todas las series de tiempo sea la misma, de tal forma que no se comparen, por ejemplo, tendencias diarias contra tendencias anuales. Adicionalmente, se recomienda emplear este modelo para problemas de priorización en donde el horizonte de decisión sea lo suficientemente amplio para captar comportamientos como tendencias, ciclos, cumplimiento de metas, almacenamiento. En la Tabla 49 se presenta una sugerencia de los periodos mínimos que puede contener el horizonte de decisión con el fin de aplicar el modelo. Esta es una recomendación que surge de la cantidad de periodos en los que se pueden captar cambios económicos, sociales, políticos y ambientales dependiendo de la frecuencia de los datos. Por ejemplo, en 180 días se pueden captar los

comportamientos semestrales para tomar una decisión de corto plazo. En 16 semestres se pueden presentar dos cambios de gobierno.

Periodicidad de los datos	Periodos mínimos sugeridos
Diario	180 días
Semanal	52 semanas
Mensual	12 meses
Trimestral	8 trimestres
Semestral	16 semestres
Anual	8 años

Tabla 49. Periodos mínimos sugeridos para la aplicación del modelo

Como trabajo futuro para continuar esta investigación se plantea:

- *Realizar comparaciones con series:* es necesario analizar el desempeño del modelo para horizontes de decisión inferiores a los periodos mínimos sugeridos en la Tabla 49. Estos periodos se sugirieron teniendo en cuenta la incidencia de posibles cambios en el contexto socioeconómico y político. Sin embargo, es necesario explorar escenarios en donde la decisión tenga un grado de indiferencia frente a este contexto. Por ejemplo, cuando se desea priorizar a quién darle un ascenso en una organización a partir de sus métricas históricas de desempeño.
- *Implementar pesos de importancia relativa adaptativos:* los pesos de cada criterio podrían cambiar en el tiempo a partir de una semilla de preferencias en el tiempo inicial. Estos pesos se pueden auto-adaptar según el logro de las metas en los criterios en a lo largo del tiempo.
- *Emplear descuentos diferentes al exponencial o el hiperbólico:* dentro de la revisión de la literatura se identificó que los modelos exponencial e hiperbólico son los más empleados en las decisiones intertemporales. No obstante, hay una oportunidad de investigación relacionada a la teoría prospectiva que trata de incluir sesgos cognitivos en el proceso de decisión.

- *Incluir un factor de incertidumbre en el modelo:* se recomienda contemplar la incertidumbre que existe en los datos para resultados lejanos. Sería interesante explorar como se cambia la decisión entre valores cercanos certeros y valores más lejanos con mayor incertidumbre.
- *Incluir realimentación en el modelo:* dado que las alternativas se implementan de forma progresiva en el tiempo, se recomienda incluir cómo la implementación de una alternativa impacta el sistema, y posteriormente en la priorización de las alternativas restantes.

## A. Anexo 1: Serie de datos de caso hipotético

A continuación, se presenta el conjunto de los datos empleado para el análisis del caso hipotético desarrollado a partir de la sección de Evaluación de cada subcriterio

	Periodo	Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3
<b>Criterio 1</b>	t1	10.000	35.000	21.323
	t2	10.930	33.000	23.500
	t3	11.480	33.000	21.200
	t4	13.000	29.000	24.000
	t5	13.300	28.500	21.300
	t6	14.360	27.000	25.500
	t7	15.300	26.700	20.500
	t8	16.300	25.800	23.000
	t9	17.000	24.600	20.000
	t10	18.500	24.300	23.000
	t11	19.000	23.100	21.300
	t12	21.000	22.500	20.900
	t13	21.000	22.200	21.100
	t14	21.000	21.700	21.900
	t15	21.122	20.000	22.000
<b>Criterio 2</b>	t1	45	80	45
	t2	50	78	45
	t3	51	75	46
	t4	44	70	46
	t5	42	69	47
	t6	45	68	47
	t7	54	64	48
	t8	55	60	48

	Periodo	Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3
	t9	48	59	49
	t10	46	59	49
	t11	52	59	50
	t12	60	55	50
	t13	63	51	51
	t14	57	47	51
	t15	55	45	52
<b>Criterio 3</b>	t1	9,8	16	5,5
	t2	12,0	16	8,8
	t3	2,3	16	4,3
	t4	7,5	16	7,9
	t5	12,0	16	10
	t6	14,3	16	16,8
	t7	5,4	16	7
	t8	9,5	16	11,2
	t9	18,0	16	23
	t10	19,3	16	19
	t11	6,0	16	9
	t12	10,0	16	11,5
	t13	18,1	16	17
	t14	20,4	16	27,5
	t15	10,0	16	14,6

Tabla 50. Serie de datos de caso hipotético

## B. Anexo 2: Desarrollo del caso hipotético

### Tendencia

A continuación, se presenta el conjunto de los datos hacen parte del componente de tendenciapuro de las series de datos del caso hipotético desarrollado a partir de la sección de Evaluación de cada subcriterio. Esta serie se obtiene aplicando la ecuación (10) con una media móvil de 4 periodos debido a que la frecuencia de los datos es trimestral.

	Periodo	Tendencia Alternativa 1	Tendencia Alternativa 2	Tendencia Alternativa 3
<b>Criterio 1</b>	t1			
	t2			
	t3	11.353	32.500	22.506
	t4	12.178	30.875	22.500
	t5	13.035	29.375	23.000
	t6	13.990	27.800	22.825
	t7	14.815	27.000	22.575
	t8	15.740	26.025	22.250
	t9	16.775	25.350	21.625
	t10	17.700	24.450	21.825
	t11	18.875	23.625	21.300
	t12	19.875	23.025	21.575
	t13	20.500	22.375	21.300
	t14	21.030	21.600	21.475
	t15			
<b>Criterio 2</b>	t1			
	t2			
	t3	47,5	49,5	46
	t4	46,75	53	46
	t5	45,5	56	47
	t6	46,25	58	47
	t7	49	59,25	48
	t8	50,5	60,5	48
	t9	50,75	62,75	48

	Periodo	Tendencia Alternativa 1	Tendencia Alternativa 2	Tendencia Alternativa 3
	t10	50,25	65,25	49
	t11	51,5	67,75	49
	t12	55,25	70,5	50
	t13	58	73	50
	t14	58,75	75,75	51
	t15			
<b>Criterio 3</b>	t1			
	t2			
	t3	7,9	16	6,625
	t4	8,5	16	7,75
	t5	9,0	16	9,75
	t6	9,8	16	10,425
	t7	10,3	16	11,25
	t8	11,8	16	14,5
	t9	13,1	16	15,05
	t10	13,2	16	15,55
	t11	13,3	16	15,625
	t12	13,4	16	14,125
	t13	13,6	16	16,25
	t14	14,6	16	17,65
	t15			

Tabla 51. Componente de tendencia del caso hipotético

### Variabilidad

A continuación, se presentan los índices de variación estacional para cada una de las series de datos del caso hipotético. Los índices se obtuvieron aplicando la ecuación (12).

	Periodo	Tendencia Alternativa 1	Tendencia Alternativa 2	Tendencia Alternativa 3
<b>Criterio 1</b>	t1			
	t2			
	t3	1,01	1,02	0,94
	t4	1,07	0,94	1,07
	t5	1,02	0,97	0,93
	t6	1,03	0,97	1,12
	t7	1,03	0,99	0,91
	t8	1,04	0,99	1,03
	t9	1,01	0,97	0,92
	t10	1,05	0,99	1,05
	t11	1,01	0,98	1,00
	t12	1,06	0,98	0,97
	t13	1,02	0,99	0,99
	t14	1,00	1,00	1,02
	t15			

	Periodo	Tendencia Alternativa 1	Tendencia Alternativa 2	Tendencia Alternativa 3
<b>Criterio 2</b>	t1			
	t2			
	t3	1,07	1,03	1,00
	t4	0,94	1,04	1,00
	t5	0,92	1,05	1,00
	t6	0,97	1,02	1,00
	t7	1,10	1,00	1,00
	t8	1,09	0,99	1,00
	t9	0,95	1,02	1,00
	t10	0,92	1,04	1,00
	t11	1,01	1,02	1,00
	t12	1,09	0,99	1,00
	t13	1,09	1,03	1,00
	t14	0,97	1,03	1,00
	t15			
<b>Criterio 3</b>	t1			
	t2			
	t3	0,29	1,00	0,65
	t4	0,89	1,00	1,02
	t5	1,33	1,00	1,03
	t6	1,46	1,00	1,61
	t7	0,52	1,00	0,62
	t8	0,81	1,00	0,77
	t9	1,38	1,00	1,53
	t10	1,46	1,00	1,22
	t11	0,45	1,00	0,58
	t12	0,75	1,00	0,81
	t13	1,33	1,00	1,05
	t14	1,39	1,00	1,56
	t15			

Tabla 52. Índices de Variación Estacional para el caso hipotético

### Umbral mínimo

En la Tabla 53 se muestra el comportamiento de cada dato de la serie en relación al umbral mínimo definido en el capítulo 3. En la tabla, los unos y ceros indican el cumplimiento del umbral. En caso de que el valor de la serie sea mayor que el umbral la columna toma un valor de 1, en caso contrario, de 0.

	Periodo	A1	¿A1 Cumple umbral?	A2	¿A2 Cumple umbral?	A3	¿A3 Cumple umbral?	Umbral mínimo
<b>Criterio 1</b>	t1	10.000	1	35.000	0	21.323	0	20.000
	t2	10.930	1	33.000	0	23.500	0	20.030
	t3	11.480	1	33.000	0	21.200	0	20.060
	t4	13.000	1	29.000	0	24.000	0	20.090
	t5	13.300	1	28.500	0	21.300	0	20.120
	t6	14.360	1	27.000	0	25.500	0	20.150
	t7	15.300	1	26.700	0	20.500	0	20.181
	t8	16.300	1	25.800	0	23.000	0	20.211
	t9	17.000	1	24.600	0	20.000	1	20.241
	t10	18.500	1	24.300	0	23.000	0	20.272
	t11	19.000	1	23.100	0	21.300	0	20.302
	t12	21.000	0	22.500	0	20.900	0	20.332
	t13	21.000	0	22.200	0	21.100	0	20.363
	t14	21.000	0	21.700	0	21.900	0	20.394
	t15	21.122	0	20.000	1	22.000	0	20.424
<b>Criterio 2</b>	t1	45	0	45	0	45	0	40,0
	t2	50	0	47	0	45	0	41,0
	t3	51	0	51	0	46	0	42,0
	t4	44	0	55	0	46	0	43,1
	t5	42	1	59	0	47	0	44,2
	t6	45	1	59	0	47	0	45,3
	t7	54	0	59	0	48	0	46,4
	t8	55	0	60	0	48	0	47,5
	t9	48	1	64	0	49	1	48,7
	t10	46	1	68	0	49	1	50,0
	t11	52	0	69	0	50	1	51,2
	t12	60	0	70	0	50	1	52,5
	t13	63	0	75	0	51	1	53,8
	t14	57	0	78	0	51	1	55,1
	t15	55	1	80	0	52	1	56,5
<b>Criterio 3</b>	t1	9,8	1,0	16	0	5,5	1	10,00
	t2	12,0	0,0	16	0	8,8	1	10,45
	t3	2,3	1,0	16	0	4,3	1	10,92
	t4	7,5	1,0	16	0	7,9	1	11,41
	t5	12,0	0,0	16	0	10	1	11,93
	t6	14,3	0,0	16	0	16,8	0	12,46
	t7	5,4	1,0	16	0	7	1	13,02
	t8	9,5	1,0	16	0	11,2	1	13,61
	t9	18,0	0,0	16	0	23	0	14,22
	t10	19,3	0,0	16	0	19	0	14,86
	t11	6,0	1,0	16	0	9	1	15,53
	t12	10,0	1,0	16	1	11,5	1	16,23
	t13	18,1	0,0	16	1	17	0	16,96
	t14	20,4	0,0	16	1	27,5	0	17,72
	t15	10,0	1,0	16	1	14,6	1	18,52

Tabla 53. Análisis de umbral mínimo de cada serie

## Meta

En la Tabla 54 se muestra el comportamiento de cada dato de la serie con relación a la meta definida en el capítulo 3. En la tabla, los unos y ceros indican el cumplimiento de la meta. En caso de que el valor de la serie sea mayor que la meta la columna toma un valor de 1, en caso contrario, de 0.

	Periodo	A1	¿A1 cumple meta?	A2	¿A2 cumple meta?	A3	¿A3 cumple meta?	Meta
Criterio 1	t1	10.000	0	35.000	1	21.323	1	13.500
	t2	10.930	0	33.000	1	23.500	1	13.500
	t3	11.480	0	33.000	1	21.200	1	13.500
	t4	13.000	0	29.000	1	24.000	1	13.500
	t5	13.300	0	28.500	1	21.300	1	13.500
	t6	14.360	1	27.000	1	25.500	1	13.500
	t7	15.300	1	26.700	1	20.500	1	13.500
	t8	16.300	1	25.800	1	23.000	1	13.500
	t9	17.000	1	24.600	1	20.000	1	13.500
	t10	18.500	1	24.300	1	23.000	1	13.500
	t11	19.000	1	23.100	1	21.300	1	13.500
	t12	21.000	1	22.500	1	20.900	1	13.500
	t13	21.000	1	22.200	1	21.100	1	13.500
	t14	21.000	1	21.700	1	21.900	1	13.500
	t15	21.122	1	20.000	1	22.000	1	13.500
Criterio 2	t1	45	0	45	0	45	0	55
	t2	50	0	47	0	45	0	55
	t3	51	0	51	0	46	0	55
	t4	44	0	55	1	46	0	55
	t5	42	0	59	1	47	0	55
	t6	45	0	59	1	47	0	55
	t7	54	0	59	1	48	0	55
	t8	55	1	60	1	48	0	55
	t9	48	0	64	1	49	0	55
	t10	46	0	68	1	49	0	55
	t11	52	0	69	1	50	0	55
	t12	60	1	70	1	50	0	55
	t13	63	1	75	1	51	0	55
	t14	57	1	78	1	51	0	55
	t15	55	1	80	1	52	0	55
Criterio 3	t1	9,8	0	16	0	5,5	0	17
	t2	12,0	0	16	0	8,8	0	17
	t3	2,3	0	16	0	4,3	0	17
	t4	7,5	0	16	0	7,9	0	17
	t5	12,0	0	16	0	10	0	17
	t6	14,3	0	16	0	16,8	0	17
	t7	5,4	0	16	0	7	0	17

	Periodo	A1	¿A1 cumple meta?	A2	¿A2 cumple meta?	A3	¿A3 cumple meta?	Meta
	t8	9,5	0	16	0	11,2	0	17
	t9	18,0	1	16	0	23	1	17
	t10	19,3	1	16	0	19	1	17
	t11	6,0	0	16	0	9	0	17
	t12	10,0	0	16	0	11,5	0	17
	t13	18,1	1	16	0	17	1	17
	t14	20,4	1	16	0	27,5	1	17
	t15	10,0	0	16	0	14,6	0	17

Tabla 54. Análisis de cumplimiento de meta de cada serie

## Acumulación

A continuación, se presenta el desglose del subcriterio de acumulación. En la columna “diferencia con el umbral” se calcula la diferencia de  $Z_{ijt}$  respecto al umbral mínimo definido por el decisor. Adicionalmente, en la columna “acumulación del periodo” se suma el valor acumulado en cada periodo  $t$ .

	Periodo	Alternativa 1	Diferencia con umbral	Acumulación del periodo	Alternativa 2	Diferencia con umbral	Acumulación del periodo	Alternativa 3	Diferencia con umbral	Acumulación del periodo	Umbral mínimo
Criterio 1	t1	10.000	-10.000	-10.000	35.000	15.000	15.000	21.323	1.323	1.323	20.000
	t2	10.930	-9.100	-19.100	33.000	12.970	27.970	23.500	3.470	4.793	20.030
	t3	11.480	-8.580	-27.680	33.000	12.940	40.910	21.200	1.140	5.933	20.060
	t4	13.000	-7.090	-34.770	29.000	8.910	49.820	24.000	3.910	9.843	20.090
	t5	13.300	-6.820	-41.590	28.500	8.380	58.200	21.300	1.180	11.023	20.120
	t6	14.360	-5.790	-47.381	27.000	6.850	65.049	25.500	5.350	16.372	20.150
	t7	15.300	-4.881	-52.262	26.700	6.519	71.568	20.500	319	16.691	20.181
	t8	16.300	-3.911	-56.173	25.800	5.589	77.157	23.000	2.789	19.480	20.211
	t9	17.000	-3.241	-59.414	24.600	4.359	81.516	20.000	-241	19.239	20.241
	t10	18.500	-1.772	-61.185	24.300	4.028	85.545	23.000	2.728	21.968	20.272
	t11	19.000	-1.302	-62.487	23.100	2.798	88.343	21.300	998	22.966	20.302
	t12	21.000	668	-61.820	22.500	2.168	90.510	20.900	568	23.533	20.332
	t13	21.000	637	-61.183	22.200	1.837	92.347	21.100	737	24.270	20.363
	t14	21.000	606	-60.576	21.700	1.306	93.654	21.900	1.506	25.777	20.394
	t15	21.122	698	-59.879	20.000	-424	93.229	22.000	1.576	27.352	20.424
Criterio 2	t1	45	5	5	45	5	5	45	5	5	40,0
	t2	50	9	14	47	6	11	45	4	9	41,0
	t3	51	9	23	51	9	20	46	4	13	42,0
	t4	44	1	24	55	12	32	46	3	17	43,1
	t5	42	-2	22	59	15	47	47	3	19	44,2
	t6	45	0	21	59	14	60	47	2	21	45,3
	t7	54	8	29	59	13	73	48	1	23	46,4

	Periodo	Alternativa 1	Diferencia con umbral	Acumulación del periodo	Alternativa 2	Diferencia con umbral	Acumulación del periodo	Alternativa 3	Diferencia con umbral	Acumulación del periodo	Umbral mínimo
	t8	55	7	37	60	12	86	48	1	23	47,5
	t9	48	-1	36	64	15	101	49	0	23	48,7
	t10	46	-4	32	68	18	119	49	-1	23	50,0
	t11	52	1	33	69	18	137	50	-1	21	51,2
	t12	60	8	40	70	18	154	50	-2	19	52,5
	t13	63	9	49	75	21	175	51	-3	16	53,8
	t14	57	2	51	78	23	198	51	-4	12	55,1
	t15	55	-2	50	80	23	222	52	-5	7	56,5
Criterio 3	t1	9,8	0	0	16	6	6	5,5	-5	-5	10,00
	t2	12,0	2	1	16	6	12	8,8	-2	-6	10,45
	t3	2,3	-9	-7	16	5	17	4,3	-7	-13	10,92
	t4	7,5	-4	-11	16	5	21	7,9	-4	-16	11,41
	t5	12,0	0	-11	16	4	25	10	-2	-18	11,93
	t6	14,3	2	-9	16	4	29	16,8	4	-14	12,46
	t7	5,4	-8	-17	16	3	32	7	-6	-20	13,02
	t8	9,5	-4	-21	16	2	34	11,2	-2	-22	13,61
	t9	18,0	4	-17	16	2	36	23	9	-14	14,22
	t10	19,3	4	-13	16	1	37	19	4	-9	14,86
	t11	6,0	-10	-22	16	0	38	9	-7	-16	15,53
	t12	10,0	-6	-29	16	0	37	11,5	-5	-21	16,23
	t13	18,1	1	-27	16	-1	36	17	0	-21	16,96
	t14	20,4	3	-25	16	-2	35	27,5	10	-11	17,72
	t15	10,0	-9	-33	16	-3	32	14,6	-4	-15	18,52

Tabla 55. Análisis de acumulación de cada serie

## C. Anexo 3: Series de datos de los criterios del caso de estudio

A continuación, se presenta el conjunto de las seis series de datos analizadas para el criterio de **emisiones evitadas de gases de efecto invernadero (GEI)**. Las unidades están dadas en megatoneladas de CO<sub>2</sub> (MtCO<sub>2</sub>)

Periodo	Año	A1: Cero IVA	A2: Reemplazo automóviles públicos VE	A3: Compras VE buses	A4: Chatarrización buses	A5: Compras VE Industria
t1	2023	2,548	2,548	2,548	2,548	2,548
t2	2024	2,583	2,581	2,583	2,568	2,583
t3	2025	2,622	2,618	2,622	2,573	2,622
t4	2026	2,659	2,653	2,652	2,563	2,637
t5	2027	2,690	2,684	2,678	2,549	2,644
t6	2028	2,714	2,707	2,699	2,530	2,646
t7	2029	2,733	2,725	2,716	2,508	2,642
t8	2030	2,746	2,738	2,728	2,482	2,634
t9	2031	2,754	2,747	2,736	2,454	2,621
t10	2032	2,759	2,753	2,741	2,425	2,604
t11	2033	2,761	2,757	2,743	2,393	2,586
t12	2034	2,759	2,757	2,743	2,360	2,564
t13	2035	2,755	2,754	2,740	2,326	2,541
t14	2036	2,754	2,755	2,733	2,332	2,523
t15	2037	2,748	2,751	2,720	2,333	2,501
t16	2038	2,739	2,745	2,705	2,331	2,479
t17	2039	2,728	2,736	2,688	2,326	2,456
t18	2040	2,716	2,726	2,669	2,320	2,434
t19	2041	2,703	2,715	2,651	2,313	2,379
t20	2042	2,690	2,704	2,632	2,306	2,323
t21	2043	2,677	2,693	2,614	2,299	2,269
t22	2044	2,664	2,682	2,596	2,292	2,217
t23	2045	2,651	2,672	2,579	2,284	2,167
t24	2046	2,639	2,661	2,562	2,277	2,118

Periodo	Año	A1: Cero IVA	A2: Reemplazo automóviles públicos VE	A3: Compras VE buses	A4: Chatarrización buses	A5: Compras VE Industria
t25	2047	2,627	2,651	2,545	2,270	2,072
t26	2048	2,615	2,642	2,529	2,264	2,027
t27	2049	2,605	2,633	2,514	2,257	1,984
t28	2050	2,594	2,624	2,499	2,251	1,942
	<b>TOTAL</b>	<b>75,23</b>	<b>75,41</b>	<b>74,17</b>	<b>66,73</b>	<b>67,76</b>

Tabla 56. Serie de datos para el criterio Emisiones evitadas de GEI

A continuación, se presenta el conjunto de las cinco series de datos analizadas para el criterio de **costos de implementación**. Las unidades están dadas en billones de pesos.

Periodo	Año	A1: Cero IVA	A2: Reemplazo automóviles públicos VE	A3: Compras VE buses	A4: Chatarrización buses	A5: Compras VE Industria
t1	2023	0,01132	0,00615	0,00000	0,02856	0,00000
t2	2024	0,36191	0,17977	0,00000	0,77736	0,00000
t3	2025	0,36337	0,17575	0,02856	0,70647	0,01424
t4	2026	0,37464	0,17742	0,77736	0,82313	0,45892
t5	2027	0,39322	0,17452	0,70854	0,68860	0,48569
t6	2028	0,41278	0,17693	0,84878	0,58161	0,50905
t7	2029	0,43107	0,17478	0,70031	0,49609	0,53012
t8	2030	0,44033	0,17767	0,58786	0,42281	0,55909
t9	2031	0,39318	0,17002	0,49987	0,36403	0,85170
t10	2032	0,38136	0,00000	0,42508	0,30813	0,78984
t11	2033	0,28066	0,00000	0,36561	0,25685	0,72707
t12	2034	0,27775	0,00000	0,30909	0,20777	0,66193
t13	2035	0,27828	0,00000	0,25744	0,16293	0,59465
t14	2036	0,31096	0,00000	0,20810	0,15838	0,52586
t15	2037	0,31203	0,00000	0,15811	0,09845	0,45639
t16	2038	0,31103	0,00000	0,12173	0,03916	0,38694
t17	2039	0,21321	0,00000	0,09044	0,00000	0,33695
t18	2040	0,21736	0,00000	0,03804	0,00000	0,43822
t19	2041	0,33049	0,00000	0,00000	0,00000	0,43083
t20	2042	0,33523	0,00000	0,00000	0,00000	0,42344
t21	2043	0,33742	0,00000	0,00000	0,00000	0,41621

t22	2044	0,33895	0,00000	0,00000	0,00000	0,40918
t23	2045	0,34034	0,00000	0,00000	0,00000	0,40191
t24	2046	0,34159	0,00000	0,00000	0,00000	0,39468
t25	2047	0,34292	0,00000	0,00000	0,00000	0,37943
t26	2048	0,34367	0,00000	0,00000	0,00000	0,37177
t27	2049	0,34539	0,00000	0,00000	0,00000	0,26409
t28	2050	0,34678	0,00000	0,00000	0,00000	0,23895
	<b>TOTAL COP</b>	<b>9,17</b>	<b>1,41</b>	<b>6,12</b>	<b>6,12</b>	<b>12,06</b>

Tabla 57. Serie de datos del criterio costo de implementación

## Bibliografía

- [1] V. Valencia, “Opciones de descarbonización del transporte terrestre en ciudades de Colombia: escenarios a partir de un modelo de dinámica de sistemas,” Universidad Nacional de Colombia - Sede Medellín, 2022.
- [2] A. Mardani, A. Jusoh, K. M. D. Nor, Z. Khalifah, N. Zakwan, and A. Valipour, “Multiple criteria decision-making techniques and their applications - A review of the literature from 2000 to 2014,” *Econ. Res. Istraz.*, vol. 28, no. 1, pp. 516–571, 2015, doi: 10.1080/1331677X.2015.1075139.
- [3] R. L. Keeney and H. Raiffa, “Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Trade-Offs,” *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, vol. 9, no. 7, p. 403, 1979, doi: 10.1109/TSMC.1979.4310245.
- [4] A. Bennet and D. Bennet, “The Decision-Making Process in a Complex Situation,” in *Handbook on Decision Support Systems 1*, Berlin, Heidelberg, 2008. doi: [https://doi.org/10.1007/978-3-540-48713-5\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-540-48713-5_1).
- [5] J. Krupa, D. Bridges, R. Hunter, D. Baker, G. Johnson, and K. Sorenson, “Guidebook to Decision-Making Methods Decision Making,” 2001.
- [6] V. Penadés-Plà, T. García-Segura, J. V. Martí, and V. Yepes, “A review of multi-criteria decision-making methods applied to the sustainable bridge design,” *Sustain.*, vol. 8, no. 12, 2016, doi: 10.3390/su8121295.
- [7] Q. Dong and Y. Guo, “Multiperiod multiattribute decision-making method based on trend incentive coefficient,” vol. 20, pp. 141–152, 2013, doi: 10.1111/j.1475-3995.2012.00853.x.
- [8] F. Klapproth, “Time and decision making in humans,” *Cogn. Affect. Behav. Neurosci.*, vol. 8, no. 4, pp. 509–524, 2008, doi: 10.3758/CABN.8.4.509.
- [9] A. Wong Boren, D. Martha Rodríguez, and D. C. Paula Villalpando, “Decisiones Intertemporales,” *XII Congr. Anu. la Acad. Ciencias Adm. A.C.*, 2008, [Online].

Available: <http://acacia.org.mx/busqueda/pdf/M07P41b.pdf>

- [10] T. L. Saaty, "Time dependent decision-making; dynamic priorities in the AHP/ANP: Generalizing from points to functions and from real to complex variables," *Math. Comput. Model.*, vol. 46, no. 7–8, pp. 860–891, 2007, doi: 10.1016/j.mcm.2007.03.028.
- [11] P. C. G. Da Costa and D. M. Buede, "Dynamic decision making: A comparison of approaches," *J. Multi-Criteria Decis. Anal.*, vol. 9, no. 6, pp. 243–262, 2000, doi: 10.1002/1099-1360(200011)9:6<243::AID-MCDA281>3.0.CO;2-Z.
- [12] G. Campanella and R. A. Ribeiro, "A framework for dynamic multiple-criteria decision making," *Decis. Support Syst.*, vol. 52, no. 1, pp. 52–60, 2011, doi: 10.1016/j.dss.2011.05.003.
- [13] Z. Xu, "On multi-period multi-attribute decision making," vol. 21, pp. 164–171, 2008, doi: 10.1016/j.knosys.2007.05.007.
- [14] D. Read and G. Loewenstein, "Time and decision: introduction to the special issue," *J. Behav. Decis. Mak.*, vol. 13, no. 2, pp. 141–144, 2002, doi: 10.1002/(sici)1099-0771(200004/06)13:2<141::aid-bdm347>3.3.co;2-l.
- [15] A. Frini and S. Benamor, "Making Decisions in a Sustainable Development Context : A State-of-the-Art Survey and Proposal of a Multi-period Single Synthesizing Criterion Approach," *Comput. Econ.*, vol. 52, no. 2, pp. 341–385, 2018, doi: 10.1007/s10614-017-9677-5.
- [16] World Commission on Environment and Development, "The Brundtland Report.," 1987.
- [17] G. Loewenstein and D. Prelec, "Anomalies in Intertemporal Choice: Evidence and an Interpretation," *Q. J. Econ.*, vol. 107, no. 2, pp. 573–597, 1992, doi: 10.2307/2118482.
- [18] P. H. M. P. Roelofsma, "Modelling intertemporal choices: An anomaly approach," *Acta Psychol. (Amst).*, vol. 93, no. 1–3, pp. 5–22, 1996, doi: 10.1016/0001-6918(96)00023-6.
- [19] G. Loewe, "The Development of a Theory of Rational Intertemporal Choice," *Pap. Rev. Sociol.*, vol. 80, p. 195, 2006, doi: 10.5565/rev/papers/v80n0.1775.
- [20] A. Lazaro, R. Barberan, and E. Rubio, "The discounted utility model and social preferences: Some alternative formulations to conventional discounting," *J. Econ. Psychol.*, vol. 23, no. 3, pp. 317–337, 2002, doi: 10.1016/S0167-4870(02)00079-X.

- [21] S. Frederick, G. Loewenstein, and T. O'Donoghue, "Time discounting and time preference: A critical review," *Time Decis. Econ. Psychol. Perspect. Intertemporal Choice*, vol. XL, no. June, pp. 13–86, 2003, doi: 10.1257/002205102320161311.
- [22] D. Kahneman and A. Tversky, "The Psychology of Preferences.pdf," *Sci. Am.*, pp. 160–173, 1982.
- [23] D. Kahneman and A. Tversky, "The psychology of preferences," *Sci. Am.*, vol. 246, no. 1, pp. 160–173, Jan. 1982, doi: 10.1038/scientificamerican0182-160.
- [24] G. Loewe *et al.*, "Intertemporal choice and the magnitude effect," *J. Econ. Theory*, vol. 8, no. 2, pp. 1–11, 2018, doi: 10.1037/xge0000198.
- [25] Department for Communities and Local Government, *Multi-criteria analysis: a manual*. 2009. Accessed: Apr. 23, 2021. [Online]. Available: [www.communities.gov.ukcommunity,opportunity,prosperity](http://www.communities.gov.uk/community,opportunity,prosperity)
- [26] G. Montibeller and A. Franco, "Handbook of Multicriteria Analysis," *Handb. Multicriteria Anal.*, vol. 103, no. May 2016, pp. 25–44, 2010, doi: 10.1007/978-3-540-92828-7.
- [27] V. Hongoh, A. Gatewood Hoen, C. Aenishaenslin, J.-P. Waaub, D. Bélanger, and P. Michel, "Spatially explicit multi-criteria decision analysis for managing vector-borne diseases," 2011. doi: 10.1186/1476-072X-10-70.
- [28] D. Ubfal, "How general are time preferences? Eliciting good-specific discount rates," *J. Dev. Econ.*, vol. 118, pp. 150–170, 2016, doi: 10.1016/j.jdeveco.2015.07.007.
- [29] M. Bystrzanowska and M. Tobiszewski, "How can analysts use multicriteria decision analysis?," *TrAC - Trends Anal. Chem.*, vol. 105, pp. 98–105, 2018, doi: 10.1016/j.trac.2018.05.003.
- [30] A. Ishizaka and P. Nemery, *Multi-Criteria Decision Analysis. Methods and Software*. John Wiley & Sons, 2013.
- [31] J. L. Ringuest, "Compromise Programming," *Multiobjective Optim. Behav. Comput. Considerations*, pp. 51–59, 1992, doi: 10.1007/978-1-4615-3612-3\_4.
- [32] V. Podvezko, "The comparative analysis of MCDA methods SAW and COPRAS," *Eng. Econ.*, vol. 22, no. 2, pp. 134–146, 2011, doi: 10.5755/j01.ee.22.2.310.
- [33] M. Velasquez and P. Hester, "An Analysis of Multi-Criteria Decision Making Methods," *Prog. Artif. Intell.*, vol. 5, no. 4, pp. 315–322, 2016, doi: 10.1007/s13748-016-0093-1.
- [34] B. Muñoz Medina and M. Romana García, "Aplicación de métodos de decisión

- multicriterio discretos al análisis de alternativas en estudios informativos de infraestructuras de transporte,” *Pensam. Matemático*, vol. 6, no. 2, pp. 27–45, 2016.
- [35] A. Kumar *et al.*, “A review of multi criteria decision making (MCDM) towards sustainable renewable energy development,” *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 69, no. November 2016, pp. 596–609, 2017, doi: 10.1016/j.rser.2016.11.191.
- [36] Flavell and RB, “A new goal programming formulation,” *Omega*, vol. 4, no. 6, pp. 731–732, 1976, Accessed: Feb. 20, 2019. [Online]. Available: <https://ideas.repec.org/a/eee/jomega/v4y1976i6p731-732.html>
- [37] E. Triantaphyllou, “Multi-Criteria Decision Making Methods,” Springer, Boston, MA, 2000, pp. 5–21. doi: 10.1007/978-1-4757-3157-6\_2.
- [38] E. Thanassoulis, “Data Envelopment Analysis and Its Use in Banking,” *Interfaces (Providence)*, vol. 29, no. 3, pp. 1–13, Jun. 1999, doi: 10.1287/inte.29.3.1.
- [39] A. Mardani, E. K. Zavadskas, K. Govindan, A. A. Senin, and A. Jusoh, “VIKOR technique: A systematic review of the state of the art literature on methodologies and applications,” *Sustain.*, vol. 8, no. 1, 2016, doi: 10.3390/su8010037.
- [40] S. Erpolat Tasabat and D. Morais, “A novel multicriteria decision-making method based on distance, similarity, and correlation: DSC TOPSIS,” *Math. Probl. Eng.*, vol. 2019, 2019, doi: 10.1155/2019/9125754.
- [41] C. Bana e Costa, J.-M. De Corte, and J.-C. Vansnick, “Overview of MACBETH multicriteria decision analysis approach,” *Int. J. Inf. Technol. Decis. Mak.*, vol. 11, no. 2, pp. 359–387, 2003, [Online]. Available: <http://m-macbeth.com/>
- [42] P. Hansen and F. Ombler, “A new method for scoring additive multi-attribute value models using pairwise rankings of alternatives,” *J. Multi-Criteria Decis. Anal.*, vol. 15, no. 3–4, pp. 87–107, May 2008, doi: 10.1002/mcda.428.
- [43] T. L. Saaty, “Decision making — the Analytic Hierarchy and Network Processes (AHP/ANP),” *J. Syst. Sci. Syst. Eng.*, vol. 13, no. 1, pp. 1–35, 2004, doi: 10.1007/s11518-006-0151-5.
- [44] T. L. Saaty, “The Analytic Network Process,” in *Decision Making with the Analytic Network Process*, Springer US, 2006, pp. 1–26. doi: 10.1007/0-387-33987-6\_1.
- [45] C. A. Bana E Costa, J.-M. De Corte, and J.-C. Vansnick, “MACBETH (Measuring Attractiveness by a Categorical Based Evaluation Technique).” Accessed: Feb. 20, 2019. [Online]. Available: [www.m-macbeth.com](http://www.m-macbeth.com)

- [46] H. S. Lee, G. H. Tzeng, W. Yeih, Y. J. Wang, and S. C. Yang, "Revised DEMATEL: Resolving the infeasibility of DEMATEL," *Appl. Math. Model.*, vol. 37, no. 10–11, pp. 6746–6757, 2013, doi: 10.1016/j.apm.2013.01.016.
- [47] P. Hansen and F. Ombler, "A new method for scoring additive multi-attribute value models using pairwise rankings of alternatives," *J. Multi-Criteria Decis. Anal.*, vol. 15, no. 3–4, pp. 87–107, 2008, doi: 10.1002/mcda.428.
- [48] D. Von Winterfeldt and G. W. Fischer, "Multi-Attribute Utility Theory: Models and Assessment Procedures," in *Utility, Probability, and Human Decision Making*, Dordrecht: Springer Netherlands, 1975, pp. 47–85. doi: 10.1007/978-94-010-1834-0\_3.
- [49] J. P. Brans and Y. De Smet, "PROMETHEE methods," *Int. Ser. Oper. Res. Manag. Sci.*, vol. 233, pp. 187–219, 2016, doi: 10.1007/978-1-4939-3094-4\_6.
- [50] J. R. Figueira, V. Mousseau, and B. Roy, "ELECTRE methods," *Int. Ser. Oper. Res. Manag. Sci.*, vol. 233, pp. 155–185, 2016, doi: 10.1007/978-1-4939-3094-4\_5.
- [51] A. Ishizaka and P. Nemery, *Multi-criteria Decision Analysis: Methods and Software*. Wiley, 2013. Accessed: Apr. 25, 2021. [Online]. Available: <https://books.google.com.co/books?hl=es&lr=&id=oluV7rT6DqIC&oi=fnd&pg=PP9&dq=Ishizaka+multicriteria+decision+analysis&ots=MNsdTsctaA&sig=oaYFEzfsh7lrHOsc1dE8BLyz1sY#v=onepage&q=Ishizaka+multicriteria+decision+analysis&f=false>
- [52] B. Roy, "The outranking approach and the foundations of electre methods," *Theory Decis.*, vol. 31, no. 1, pp. 49–73, Jul. 1991, doi: 10.1007/BF00134132.
- [53] J. P. Brans, P. Vincke, and B. Mareschal, "How to select and how to rank projects: The Promethee method," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 24, no. 2, pp. 228–238, Feb. 1986, doi: 10.1016/0377-2217(86)90044-5.
- [54] G. H. Tzeng and K. Y. Shen, *New concepts and trends of hybrid multiple criteria decision making*. CRC Press, 2017. doi: 10.1201/9781315166650.
- [55] C. Kahraman, S. C. Onar, and B. Oztaysi, "Fuzzy Multicriteria Decision-Making: A Literature Review," *Int. J. Comput. Intell. Syst.*, vol. 8, no. 4, pp. 637–666, 2015, doi: 10.1080/18756891.2015.1046325.
- [56] D. Read and G. Loewenstein, "Time and decision: introduction to the special issue," *J. Behav. Decis. Mak.*, vol. 13, no. 2, pp. 141–144, 2000, doi: 10.1002/(sici)1099-0771(200004/06)13:2<141::aid-bdm347>3.3.co;2-l.
- [57] D. Dragone, "Intertemporal decision-making: Economic and cognitive perspectives," pp. 1–40, 2007.

- [58] S. Cruz Rambaud and A. M. Sánchez Pérez, "El efecto peanuts en la toma de decisiones intertemporales," *Int. J. Dev. Educ. Psychol. Rev. INFAD Psicol.*, vol. 1, no. 2, p. 163, 2018, doi: 10.17060/ijodaep.2017.n2.v1.1118.
- [59] H. Levy and Z. Wiener, "Prospect theory and utility theory: Temporary versus permanent attitude toward risk," *J. Econ. Bus.*, vol. 68, pp. 1–23, 2013, doi: 10.1016/j.jeconbus.2013.01.002.
- [60] V. González-Prida, L. Barberá, P. Viveros, and A. Crespo, "Dynamic analytic hierarchy process: AHP method adapted to a changing environment," *IFAC Proc. Vol.*, vol. 45, no. 31, pp. 25–29, 2012, doi: 10.3182/20121122-2-ES-4026.00005.
- [61] T. M. Rout and T. Walshe, "Accounting for Time Preference in Management Decisions : An Application to Invasive Species," vol. 211, no. December 2012, pp. 197–211, 2013, doi: 10.1002/mcda.
- [62] S. Hossein, R. Hajiagha, and I. Meidut, "A new dynamic multi-attribute decision making method based on Markov chain and linear assignment," pp. 159–191, 2022, doi: 10.1007/s10479-022-04644-0.
- [63] A. Frini and S. Ben, "MUPOM : A multi-criteria multi-period outranking method for decision- making in sustainable development context," *Environ. Impact Assess. Rev.*, vol. 76, no. September 2018, pp. 10–25, 2019, doi: 10.1016/j.eiar.2018.11.002.
- [64] B. S. C. Campello, L. T. Duarte, and J. M. T. Romano, "Dealing with multi-criteria decision analysis in time-evolving approach using a probabilistic prediction method," *Eng. Appl. Artif. Intell.*, vol. 116, no. May, p. 105462, 2022, doi: 10.1016/j.engappai.2022.105462.
- [65] J. D. Cryer and K.-S. Chan, *Time Series With Applications in R*. 2008.
- [66] G. Piraquive, M. Matamoros, E. Cespedes, and J. Rodríguez Chacón, "Actualización de la tasa de rendimiento del capital en Colombia bajo la metodología de Harberger," *Arch. Econ.*, vol. 487, p. 44, 2018, [Online]. Available: <https://iris.paho.org/handle/10665.2/52705>