MODELO TRIDIMENSIONAL PARA LA SIMULACION DEL AVANCE DE UN FRENTE SALINO EN UN MEDIO DE AGUAS CLARAS

Francisco Mauricio Toro Botero. M. Sc, Ph.D.
Profesor Asistente Postgrado en Aprovechamiento de Recursos Hidráulicos
Facultad de Minas - Universidad Nacional de Colombia -Medellín

RESUMEN.

En el este artículo se presenta el desarrollo matemático y la solución numérica de un modelo tridimensional que permite simular el avance de un frente salino en aguas claras.

Se presentan las ecuaciones generales del modelo (las ecuaciones de Reynolds) y con base en la suposición de distribución hidrostática de presiones y densidad variable, se presentan los detalles de la integración de los términos de presión de estas ecuaciones. Se describe, además, el modelo de turbulencia utilizado para la simulación de las tensiones de Reynolds. Con estas ecuaciones, la ecuación de conservación de masa y la condición cinemática en la superficie libre se obtiene el campo de velocidades. La ecuación de convección-difusión se utiliza para la simulación del transporte de la concentración salina. La densidad del fluido, se obtiene mediante funciones empíricas que la relacionan con la concentración salina y la temperatura del medio (asumida constante en este trabajo).

Suponiendo que el avance del frente salino es más lento que el fenómeno hidro-dinámico, las ecuaciones hidrodinámicas y la ecuación de convección-difusión se solucionan desacoplada-mente así: el flujo se asume constante mientras se soluciona la ecuación de difusión para la salinidad. Una vez conocida la concentración salina, se utilizan relaciones empíricas para el cálculo de la densidad del fluido y se obtiene entonces el campo de flujo de las ecuaciones hidrodinámicas.

Finalmente, se describe en forma general la técnica del elemento eficiente utilizada para la solución numérica de las ecuaciones y se presenta un ejemplo de aplicación.

1. ECUACIONES DE REYNOLDS

Las ecuaciones de Reynolds, suponiendo distribución hidrostática de presiones, en un sistema cartesiano de coordenadas toma la forma:

Ecuación de Momentum en dirección X:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}\right) \qquad (1)$$

Ecuación de Momentum en dirección Y:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}\right) \qquad (2)$$

Donde:

x, y, z : Coordenadas espaciales en direcciones Oeste-Este, Sur-Norte, y la Vertical.
u, v, w : Componentes del vector velocidad en direcciones x, y, z respectivamente.
P : Presión.
ρ : Densidad.
τ_{ij} : Tensor de esfuerzos (incluye efectos viscosos y tensiones de Reynolds).

La ecuación de Momentum en dirección z se reduce a la condición de distribución hidrostática de presiones bajo la suposición de tener velocidades y aceleraciones verticales menores que sus análogas en las dos direcciones horizontales.

La componente vertical de la velocidad se obtiene por integración directa de la ley de conservación de masa para fluidos incompresibles:

$$w(z) = w_0 - \int_{z_0}^{z}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) dz \qquad (3)$$

donde w_0 es la velocidad al nivel z_0.

Con el propósito de incluir el avance de frentes de fluidos de densidades diferentes (un frente salino, por ejemplo), los gradientes de presiones en las ecuaciones (1) y (2) se calculan a partir de la suposición de distribución hidrostática de presiones y considerando la densidad variable. A continuación se presentan los detalles de dicho desarrollo.

La distribución hidrostática de presiones con densidad variable se escribe (de la ecuación de momentum en la dirección vertical):

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g \tag{4}$$

o, integrando

$$P_\xi - P_z = -g \int_z^\xi \rho \, dz \tag{5}$$

donde ξ es la cota de la superficie libre, y z es el nivel al cual se busca la presión. El gradiente de presiones se obtiene, entonces, de la siguiente manera:

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P_z}{\partial x} = -g\frac{\partial}{\partial x}\int_z^\xi \rho \, dz \tag{6}$$

donde $P_\xi = 0$ (presión atmosférica)

Para integrar la ecuación (6), se utiliza la regla de Leibniz que se escribe de la forma:

$$\int_\eta^\xi \frac{\partial u}{\partial x} dz = \frac{\partial}{\partial x}\int_\eta^\xi u dz - u_\xi \frac{\partial \xi}{\partial x} + u_\eta \frac{\partial \eta}{\partial x} \tag{7}$$

Aplicando la regla de Leibniz a la ecuación (7), se obtiene:

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial P_z}{\partial x} = \frac{g}{\rho}\left[\int_z^\eta \frac{\partial \rho}{\partial x} dz + \rho_\xi \frac{\partial \xi}{\partial x} - \rho_z \frac{\partial z}{\partial x}\right] \tag{8}$$

ó finalmente

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{g}{\rho}\int_z^\eta \frac{\partial \rho}{\partial x} dz + g\left(\frac{\rho_\eta}{\rho}\right)\frac{\partial \eta}{\partial x} \tag{9}$$

donde el término $\frac{\partial z}{\partial x}$ se ha despreciado. De manera análoga, el gradiente de presiones en la ecuación de momentum en dirección Y toma la forma:

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{g}{\rho}\int_{z}^{\eta}\frac{\partial \rho}{\partial y}\,dz + g\left(\frac{\rho_{\eta}}{\rho}\right)\frac{\partial \eta}{\partial y} \tag{10}$$

Los términos del tensor de esfuerzos τ_{ij} en las ecuaciones de momentum, se manipulan de la siguiente manera:

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho\frac{\tau_{xx}}{\rho}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\tau_{xx}}{\rho}\right) + \frac{1}{\rho}\left(\frac{\tau_{xx}}{\rho}\right)\frac{\partial \rho}{\partial x} \tag{11a}$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial y}\left(\rho\frac{\tau_{xy}}{\rho}\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\tau_{xy}}{\rho}\right) + \frac{1}{\rho}\left(\frac{\tau_{xy}}{\rho}\right)\frac{\partial \rho}{\partial y} \tag{11b}$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho\frac{\tau_{xz}}{\rho}\right) = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\tau_{xz}}{\rho}\right) + \frac{1}{\rho}\left(\frac{\tau_{xz}}{\rho}\right)\frac{\partial \rho}{\partial z} \tag{11c}$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho\frac{\tau_{xy}}{\rho}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\tau_{xy}}{\rho}\right) + \frac{1}{\rho}\left(\frac{\tau_{xy}}{\rho}\right)\frac{\partial \rho}{\partial x} \tag{11d}$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial y}\left(\rho\frac{\tau_{yy}}{\rho}\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\tau_{yy}}{\rho}\right) + \frac{1}{\rho}\left(\frac{\tau_{yy}}{\rho}\right)\frac{\partial \rho}{\partial y} \tag{11e}$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho\frac{\tau_{yz}}{\rho}\right) = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\tau_{yz}}{\rho}\right) + \frac{1}{\rho}\left(\frac{\tau_{yz}}{\rho}\right)\frac{\partial \rho}{\partial z} \tag{11f}$$

Este tensor de esfuerzos incluye los efectos viscosos y los efectos de las tensiones aparentes (tensiones de Reynolds) obtenidas de la descomposición de Reynolds que se hace a las ecuaciones de Navier-Stokes. Las tensiones de Reynolds se simulan mediante la aproximación de Boussinesq en términos del coeficiente de turbulencia ("eddy viscosity"), y de los gradientes de las velocidades del flujo principal. Es importante recalcar en este punto que el coeficiente de turbulencia es una propiedad del flujo y no del fluido, requiriéndose, entonces, de ecuaciones adicionales para su evaluación. Teniendo en cuenta estas consideraciones, el tensor de esfuerzos se escribe de la siguiente manera:

$$\frac{\tau_{xx}}{\rho} = \left(2\,E_{x} + \nu\right)\frac{\partial u}{\partial x} \tag{12a}$$

$$\frac{\tau_{xy}}{\rho} = \left(E_y + \nu \right) \frac{\partial u}{\partial y} + \left(E_x + \nu \right) \frac{\partial v}{\partial x} \tag{12b}$$

$$\frac{\tau_{xz}}{\rho} = \left(E_z + \nu \right) \frac{\partial u}{\partial z} + \left(E_x + \nu \right) \frac{\partial w}{\partial x} \tag{12c}$$

$$\frac{\tau_{yy}}{\rho} = \left(2\, E_y + \nu \right) \frac{\partial v}{\partial y} \tag{12d}$$

$$\frac{\tau_{yz}}{\rho} = \left(E_z + \nu \right) \frac{\partial v}{\partial z} + \left(E_y + \nu \right) \frac{\partial w}{\partial y} \tag{12e}$$

donde ν es la viscosidad cinemática del fluido; E_x, E_y y E_z son los coeficientes de turbulencia en las direcciones X, Y, y Z, respectivamente; η es la cota de la superficie libre, y g es la aceleración de la gravedad.

Para simular el efecto del viento que actúa sobre la superficie libre, se utiliza una expresión empírica (ver por ejemplo Bloss et all, 1987) de la forma:

$$\tau_{xz} = C_0\, W_x \sqrt{W_x^{\,2} + W_y^{\,2}} \tag{13}$$

y

$$\tau_{yz} = C_0\, W_y \sqrt{W_x^{\,2} + W_y^{\,2}} \tag{14}$$

donde $C_0 \approx 1.3 \times 10^{-3}$ es una constante empírica, W_x y W_y son las velocidades del viento a una altura de 10 m. sobre la superficie libre del agua.

Los coeficientes de turbulencia para aguas claras se determinan mediante las siguientes ecuaciones (ver Toro, 1994):

$$E_t = \kappa h\, (u^*) \left(\frac{z}{h} \right) \left(1 - \frac{z}{h} \right) \tag{15}$$

ó

$$E_t = \lambda^2 \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)^2} \tag{16}$$

$$\lambda = \kappa h \left(\frac{z}{h}\right) \sqrt{1-\left(\frac{z}{h}\right)} \tag{17}$$

Con la ecuación (15), se calcula el coeficiente de turbulencia suponiendo que la turbulencia es generada en el fondo y fue comprobada experimentalmente por Nezu and Rodi, 1986. Con las ecuaciones (16) y (17) el coeficiente de turbulencia se calcula suponiendo que hay una balance entre los términos que representan la producción de energía cinética de turbulencia y su tasa de disipación y fue propuesto por el Dr. Eddy Langendoen en su tesis doctoral (Langendoen, 1992).

Debido a los efectos de posible estratificación, los coeficientes de turbulencia se deben modificar en función del número de Richardson, $\mathbb{R}$, el cual tiene en cuenta las diferencias de densidad en el flujo. Esta función se obtiene empíricamente con mediciones de campo. Bloss et al, 1988 proponen la siguiente expresión calibrada para el mar del Norte:

$$E = E_o\, F(\mathbb{R}) = E_o\left(1 + 3\,\mathbb{R}\right)^{-1} \tag{18}$$

donde E_o es el coeficiente de turbulencia para aguas claras. El número de Richardson se calcula mediante la expresión:

$$\mathbb{R} = -\frac{\left(\frac{g}{\rho}\right)\left(\frac{\partial \rho}{\partial z}\right)}{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2} \tag{19}$$

La cota de la superficie libre se obtiene de la ecuación de conservación de masa integrada a lo largo de la profundidad (ver ASCE,1988):

$$\frac{\partial(\eta-\xi)}{\partial t} + \frac{\partial(\eta-\xi)U}{\partial x} + \frac{\partial(\eta-\xi)V}{\partial y} = 0 \tag{20}$$

$$U = \frac{1}{\eta-\xi}\int_{\xi}^{\eta} u\,dz \quad ; \quad V = \frac{1}{\eta-\xi}\int_{\xi}^{\eta} v\,dz \tag{21}$$

El sistema de ecuaciones presentado en los párrafos anteriores se resuelve numéricamente para las variables u, v, w y η.

Las variaciones de la densidad de fluido se tienen en cuenta al considerar las variaciones de la concentración salina (en Partes Por Mil), variaciones que se calculan resolviendo la ecuación de convección-difusión:

$$\frac{\partial c}{\partial t}+\frac{\partial(uc)}{\partial x}+\frac{\partial(vc)}{\partial y}+\frac{\partial(wc)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x}\left(K_x\frac{\partial c}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(K_y\frac{\partial c}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(K_z\frac{\partial c}{\partial z}\right) \tag{23}$$

donde K_x, K_y, y K_z son los coeficientes de difusión en las direcciones x, y, y z respectivamente. Estos coeficientes de difusión se relacionan con los coeficientes de turbulencia para aguas claras mediante una función empírica del número de Richardson (ver Bloss et al 1988) así:

$$K = E_o\, G(R) = E_o\left(1 + 3\,R\right)^{-3} \tag{24}$$

Finalmente, la densidad del fluido se obtiene como una función empírica de la concentración salina y la temperatura. Bloss et al, 1988 proponen la siguiente expresión:

$$\rho = \rho_o\left(1 - \left[7\left(T - T_o\right) - 750c\right]10^{-6}\right) \tag{25}$$

donde $\rho_o = 999.972$ kg/m^3 es la densidad del agua clara a la temperatura $T_o = 4°C$.

Las fórmulas empíricas descritas arriba fueron tomadas de un trabajo específico desarrollado para el Mar del Norte. Es claro que la aplicabilidad de estas fórmulas en nuestro medio es cuestionable. Su utilización en este caso se justifica ante el hecho de no haber información disponible en nuestro medio para obtener los parámetros aplicables al caso particular del sistema deltaico de la Ciénaga Grande de Santa Marta.

2. SOLUCION NUMERICA DE LAS ECUACIONES

Las ecuaciones presentadas en el numeral anterior se solucionan mediante la técnica de Elemento Eficiente. Por medio de esta técnica, el dominio de cálculo se divide en hexaedros

de 27 nodos. Las variables independientes y dependientes se interpolan mediante funciones espaciales (funciones híbridas). Una vez realizada esta interpolación, se minimiza el error localmente (método de la colocación). De esta manera se transforma el sistema original de ecuaciones diferenciales parciales en un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias cuya única variable independiente es la coordenada temporal. La solución en el tiempo se logra utilizando el esquema de Lax-Wendroff modificado. Para mayores detalles acerca de la solución numérica, referirse a la tesis Doctoral del autor (Toro, 1994)

3. EJEMPLOS DE APLICACIÓN DEL MODELO 3D

En este capítulo se presentan los resultados de la aplicación del modelo 3D. En este caso se corrió el modelo para un canal recto de 500 m. de longitud (dirección Oeste - Este) y de ancho 100 m. Los resultados de tres casos se presentan en este artículo. En el primer caso, se simula un frente salino que entra por la frontera Oeste. El segundo caso simula el mismo frente salino que en el primer caso con la diferencia de considerarse la acción del viento en la dirección del flujo. El tercer caso es similar al segundo con la diferencia de considerar la acción del viento en dirección contraria a la dirección del flujo. Los parámetros utilizados para correr el modelo son:

NLEV=	7	(número de niveles en dirección vertical)
COEFTUR=	1.0	($E_x = E_y$; Turbulencia isotrópica plano horizontal)
TURHV=	1.0	($E_z = E_x = E_y$: Turbulencia isotrópica completa)
COEFWALL=	1.0	(paredes completamente lisas)
ITUR=	2	(E_x, E_y y E_z calculados según ecuaciones (16) y (17)
IBOUN=	0	(paredes completamente lisas)
ITSAL=	2000	(número de intervalos de cálculo para salinidad con campo de velocidades constante)
ITHYD=	1000	(número de intervalos de cálculo para flujo con salinidad constante)
TSCALE=	2.0	(relación entre intervalo de cálculo para salinidad y el para campo de velocidades)
CWIND=	1.0E-05	(coeficiente de fricción para acción del viento)
WINDX=	0.0 (no viento); 2.0(viento) y -2.0	
WINDY=	0.0	
DT=	0.03 s.	(intervalo de cálculo para el campo de velocidades)

El modelo se "calentó" con perfiles logarítmicos de velocidad impuestos como condición de borde a la entrada del canal y corriendo el modelo hasta alcanzar el estado permanente (40 min. de simulación). En las Figuras 1 a 3 se muestran los perfiles verticales de las tres componentes de la velocidad a lo largo de las secciones Y = - 20.0 m, Y = 0.0 m (eje del canal) y Y = 20.0 m. En estas figuras se aprecia claramente la simetría de la solución numérica así como el estado de flujo permanente alcanzado al final del tiempo de simulación.

Una vez "calentado" el modelo se procedió a correr el avance de la cuña salina para tres casos: Flujo en el canal sin viento, flujo con viento actuando en la superficie libre en la dirección del flujo y flujo con viento actuando en la superficie en dirección contraria a la dirección del flujo. La cuña salina se simuló como un frente de concentraciones (constante a lo largo de la vertical) impuesto como condición de borde en la sección de entrada al canal (X = 0.0 m).

En las Figuras 4 a 7 se muestran los perfiles verticales de las tres componentes de la velocidad y el de concentración salina después de 40 minutos de simulación. Los perfiles verticales se presentan a lo largo del eje del canal para diferentes secciones (X = 0.0 m, X = 125.0 m, X = 250.0 m, X = 375.0 m, y X = 500.0 m). Se nota claramente de estas figuras que la cuña salina ha pasado completamente por todo el dominio (se ha mezclado toda el agua salada). Las variaciones en el tiempo, para un punto sobre el eje del canal y a la salida de éste, de los perfiles verticales de las tres componentes de la velocidad y el de concentración salina se muestran en las Figuras 8 a 11. Obsérvese en estas figuras la acción del viento actuando en la superficie libre.

4. CONCLUSIONES

Se han obtenido las ecuaciones que permiten simular el avance de un frente salino en un medio de aguas claras. Dichas ecuaciones se obtienen a partir de las ecuaciones de Navier-Stokes, a las cuales se les hace el tratamiento especial de considerar la densidad variable. El efecto de la densidad variable se incluye explícitamente en los términos de presión. La suposición fuerte de esta metodología está en considerar que el medio aguas arriba y el medio aguas abajo de frente salino se encuentra bien mezclado. Adicionalmente, se consideró la posibilidad de simular los efectos de vientos. El frente salino se simula mediante la ecuación de convección-difusión para obtener el valor de la concentración salina, valor que a su vez se utiliza para obtener la densidad de fluido mediante la utilización de una ecuación empírica.

Como ejemplo de aplicación, se escogió la simulación del avance de un frente salino en un canal de 500 m de largo por 100 m. de ancho. Los resultados del modelo se muestran coherentes y consistentes. No se hizo la comparación con datos experimentales pues no se tenían a disposición a la fecha.

Con respecto a la solución numérica del modelo, se puede decir que ésta a la fecha se hace ineficiente, especialmente en lo referente al esquema utilizado para la integración de las ecuaciones en el tiempo. En la actualidad, el autor conjuntamente con un grupo de profesores de las Facultades de Minas y de Ciencias ha presentado una solicitud a COLCIENCIAS para mejorar el modelo: se propone utilizar un esquema de solución implícito en la vertical y dejar la solución explícita en el plano horizontal. De esta manera se busca hacer depender el intervalo de cálculo de la malla horizontal e independizarlo de la distribución de la malla en la dirección vertical.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Toro, F.M., "Verification of the CCHE-3D Hydrodynamic Model for Open Channel Flow", Ph.D. Dissertation, The University of Mississippi, May 1994.

Bloss, S., et al., "Modeling Turbulent Transport in Stratified Estuary", Journal of Hydraulic Engineering, Vol 114, No. 9, September 1988, pp 1115-1133.

Lehfeldt, R., and Bloss, S., "Algebraic Turbulence Model for Stratified Tidal Flows", Physical Processes in Estuaries, Dronkers and Leussen Editors, Springer Verlag Publishers, 1988.

Koutitas, C.G., "Mathematical Models in Coastal Engineering", Pentch Press, London, 1988.

Fisher, H.B., et all., "Mixing in Inland and Coastal Waters", Academic Press, 1979.

ASCE Task Commitee on Turbulence Models in Hydraulic Computations, "Turbulence Modeling of Surface Water Flow and Transport, parts I to V", Journal of Hydraulic Engineering, Vol 114, No. 9, 1988, pp 1970-1073.

Pinder, G.F., y Gray, W.G.,"Finite Element Simulation in Surface and Subsurface Hydrology", Academic Press, 1977.

Marín, S. de J., "Modelo Hidrodinámico Bidimensional Multicapas y de Transporte por Difusión". Tesis de Magister. Universidad Nacional de Colombia, Postgrado en Aprovechamiento de Recursos Hidráulicos, Facultad de Minas, Medellín, 1990.

Holly, F.M, "Dispersion in Rivers and Coastal Waters, Physical Principles and Dispersion Equations", P. Novak Editor, Developments in Hydraulic Engineering-3, Elsevier Applied Science Publications, 1985.

Langendoen, E.J.,"Flow Patterns and Transport of Dissolved Matter in Tidal Harbours", Ph. D. Dissertation, Delft University of Technology, Delft, the Netherlands, 1992.

Rodi, W., "Turbulence Models and Their Applicatios in Hydraulics", Monograph, IAHR, Delft, the Netherlands, 1990.

Zienkiewicz, O., "The Finite Element Method", Mc Graw Hill Book Company, 4th edition, 1991.

Postgrado en Aprovechamiento de Recursos Hidráulicos, "Modelo Hidrodinámico para Simular Patrones de Circulación en Lagunas", Informe Final, Contrato CORPA-MAG- UNIVERSIDAD NACIONAL, Enero 1995.

AGRADECIMIENTOS

El autor quiere dar sus más sinceros agradecimientos a los Doctores Hernando Sánchez M. y Roberto Montiel de CORPAMAG por la colaboración prestada durante el desarrollo del proyecto "Modelo Hidrodinámico para simular Patrones de Circulación en Lagunas", proyecto ejecutado por el Postgrado en Aprovechamiento de Recursos Hidráulicos de la Facultad de Minas. También, el autor reconoce la coloboración prestada por los estudiantes Carlos Alberto Estrada, Hernán Darío Bolaños, Carlos Ariel Pérez y Ana Cecilia Arbeláez en el procesamiento de la información generada por el modelo para el mencionado proyecto.

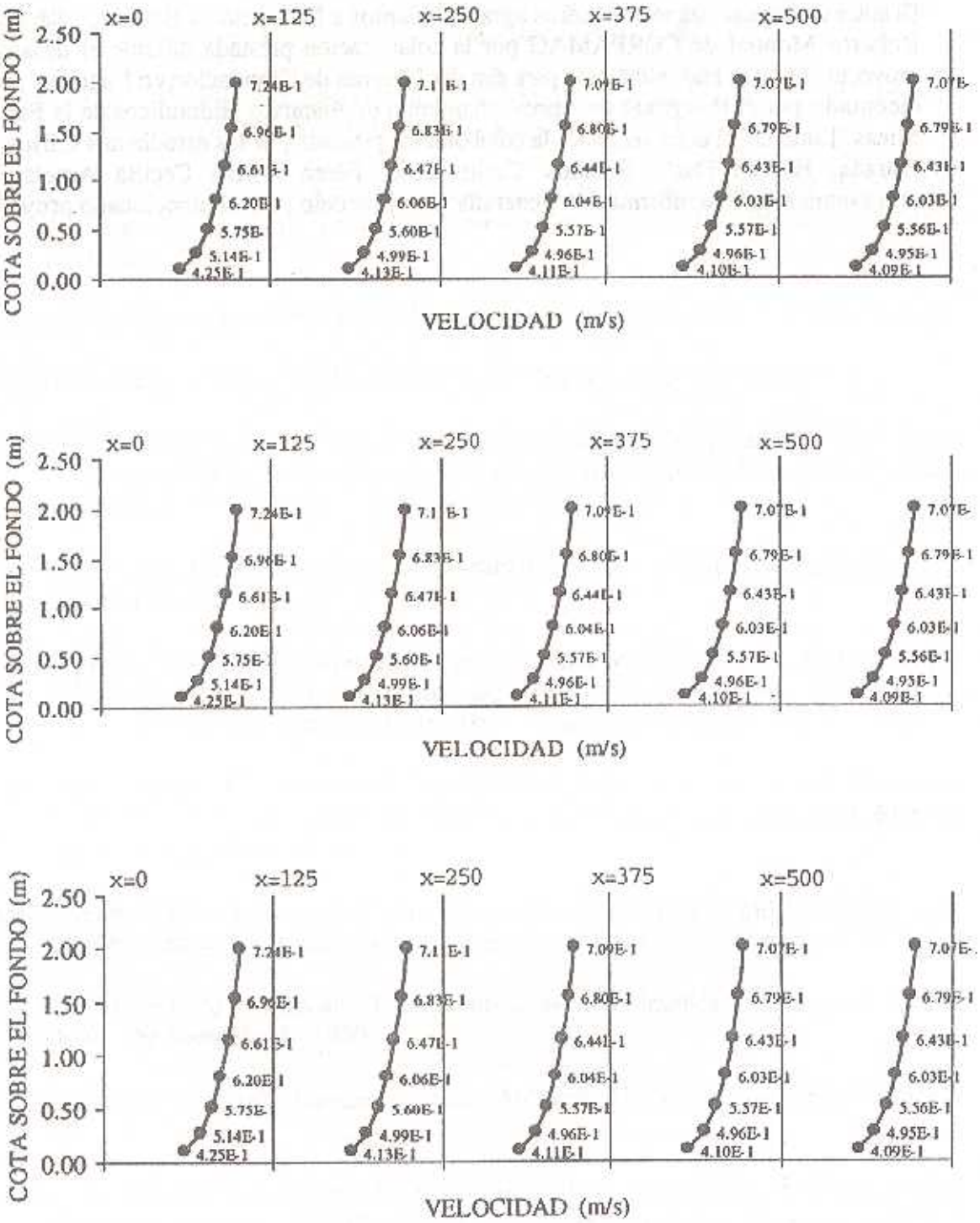

Figura 1. Perfiles Verticales de la Componente Longitudinal de la Velocidad a lo Largo de las Secciones Y = -20.0 m, Y = 0.0 m, y Y = 20.0 m.

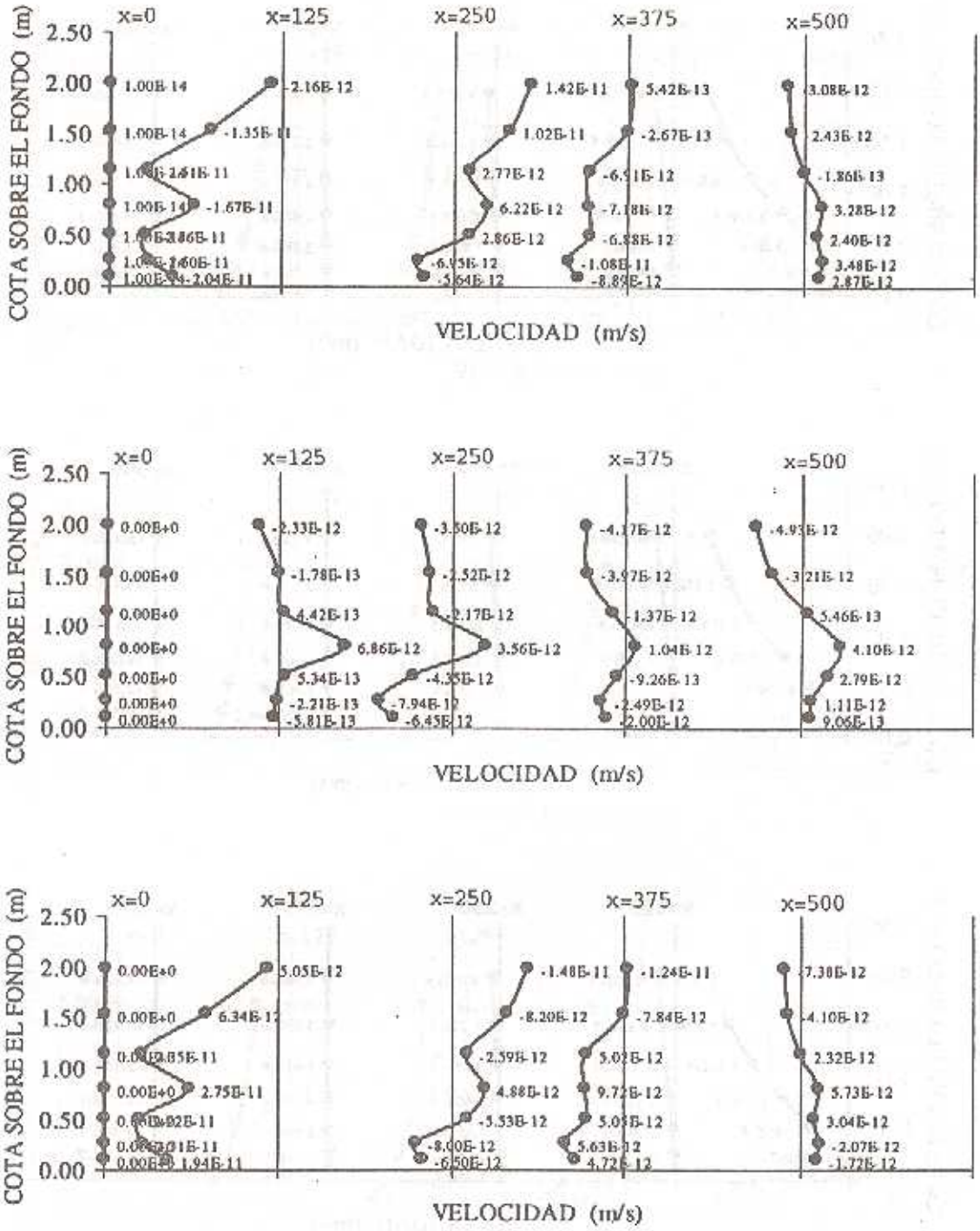

Figura 2. Perfiles Verticales de la Componente Transversal de la Velocidad a lo Largo de las Secciones Y = -20.0 m, Y = 0.0 m, y Y = 20.0 m.

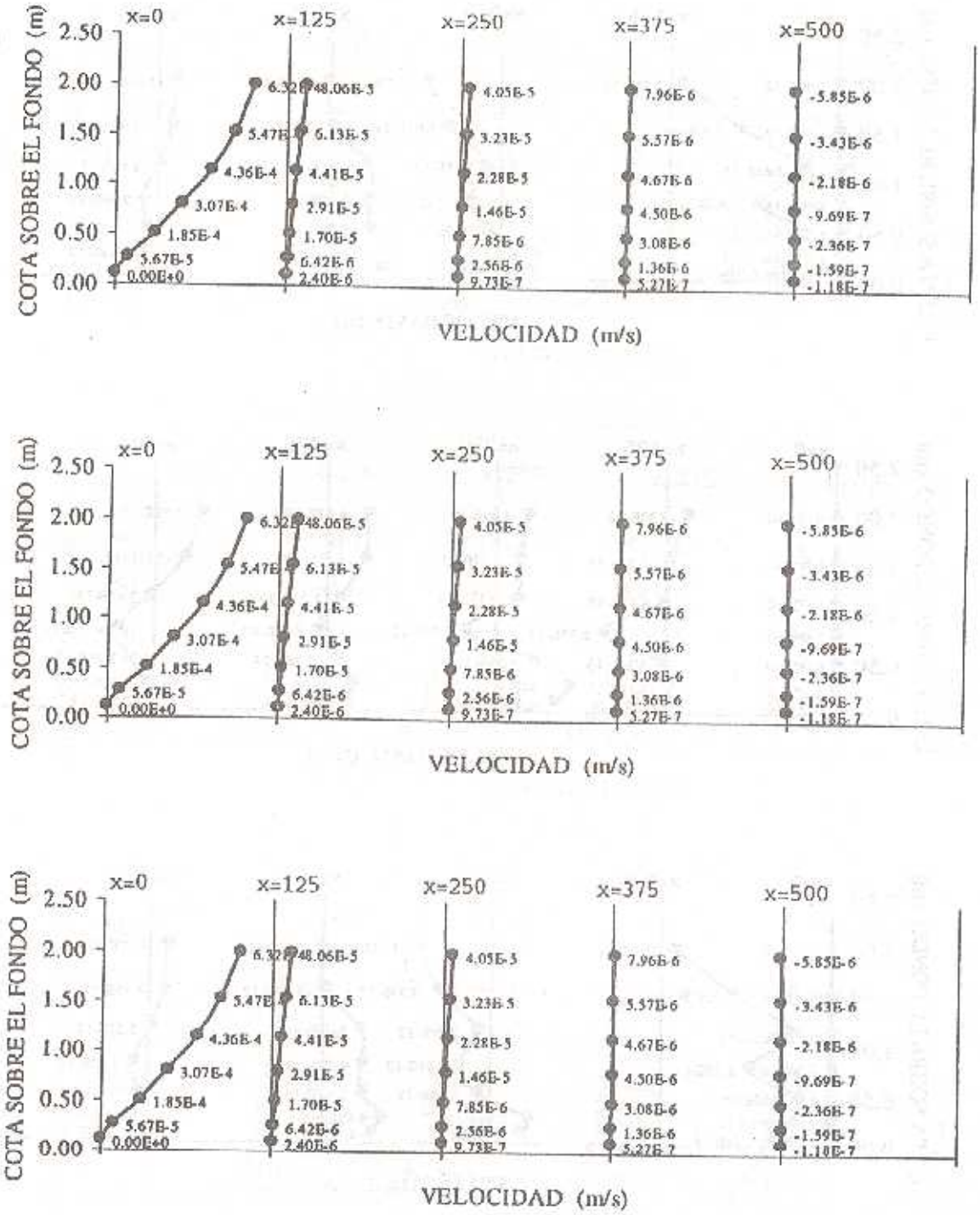

Figura 3. Perfiles Verticales de la Componente Vertical de la Velocidad a lo Largo de las Secciones Y = -20.0 m, Y = 0.0 m, y Y = 20.0 m.

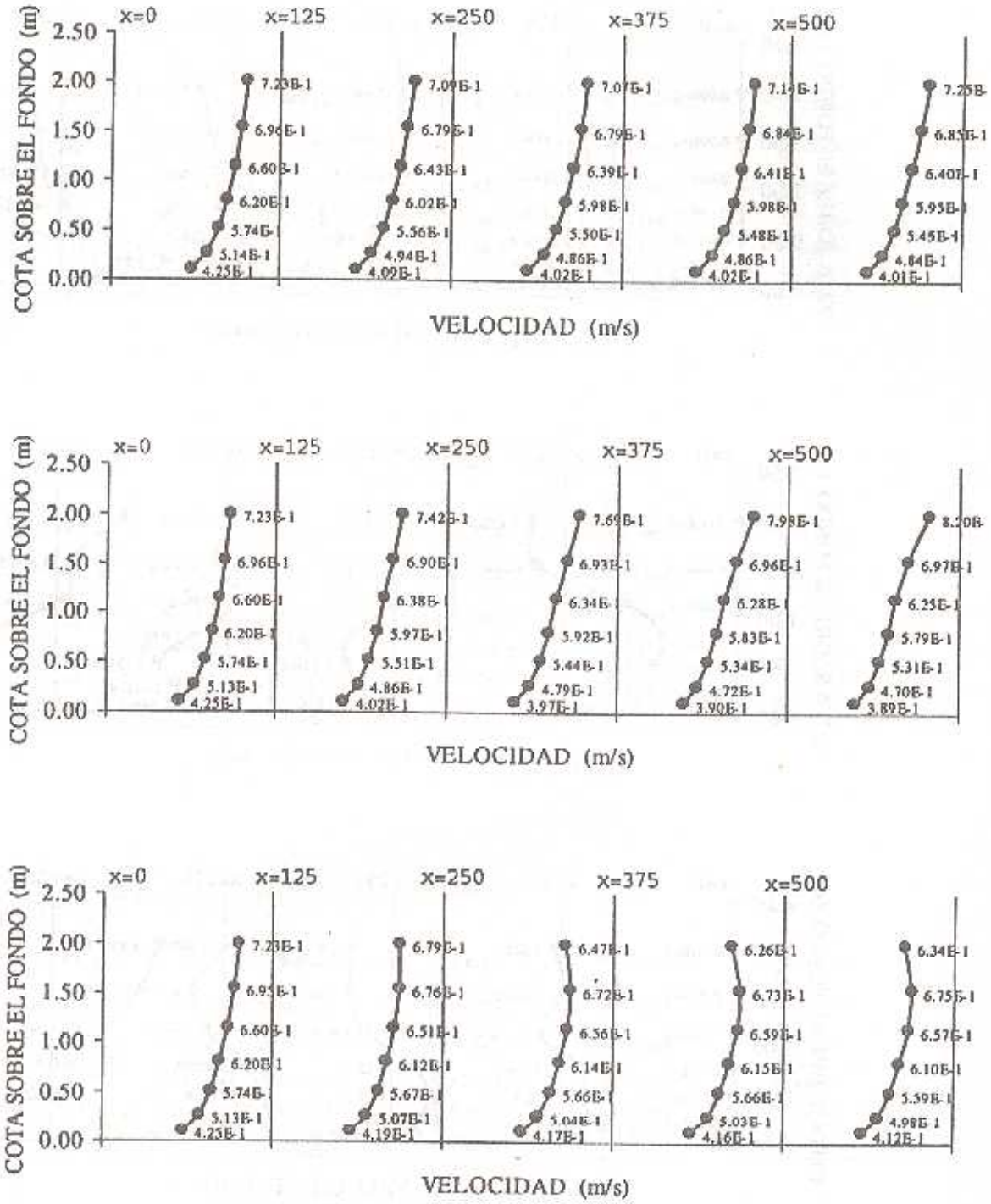

Figura 4. Perfiles Verticales de la Componente Longitudinal de la Velocidad para los Casos sin Viento, con Viento en la dirección del flujo y con Viento en contra del Flujo. Y = 0.0 m.

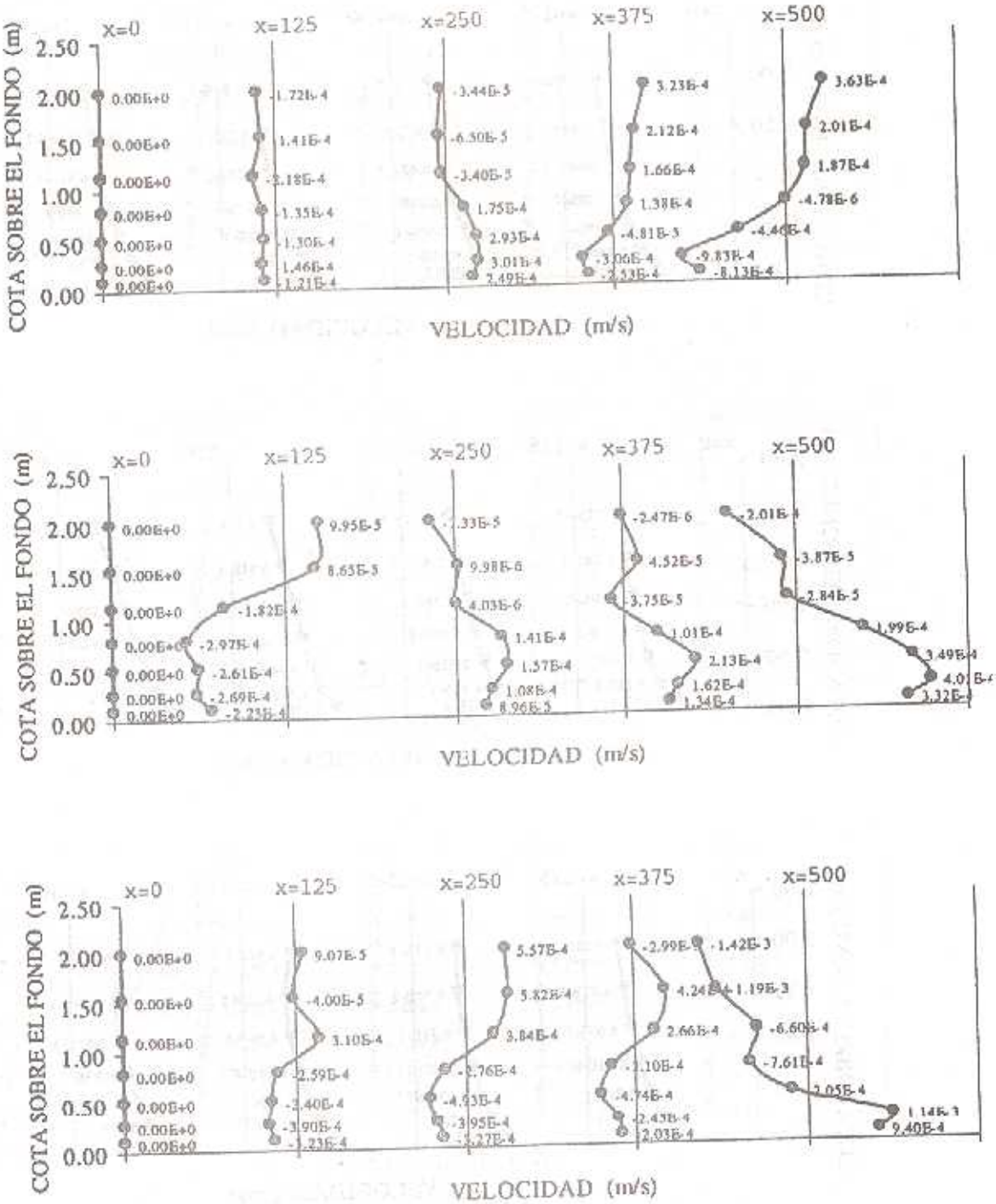

Figura 5. Perfiles Verticales de la Componente Transversal de la Velocidad para los Casos sin Viento, con Viento en la dirección del flujo y con Viento en contra del Flujo. Y = 0.0 m.

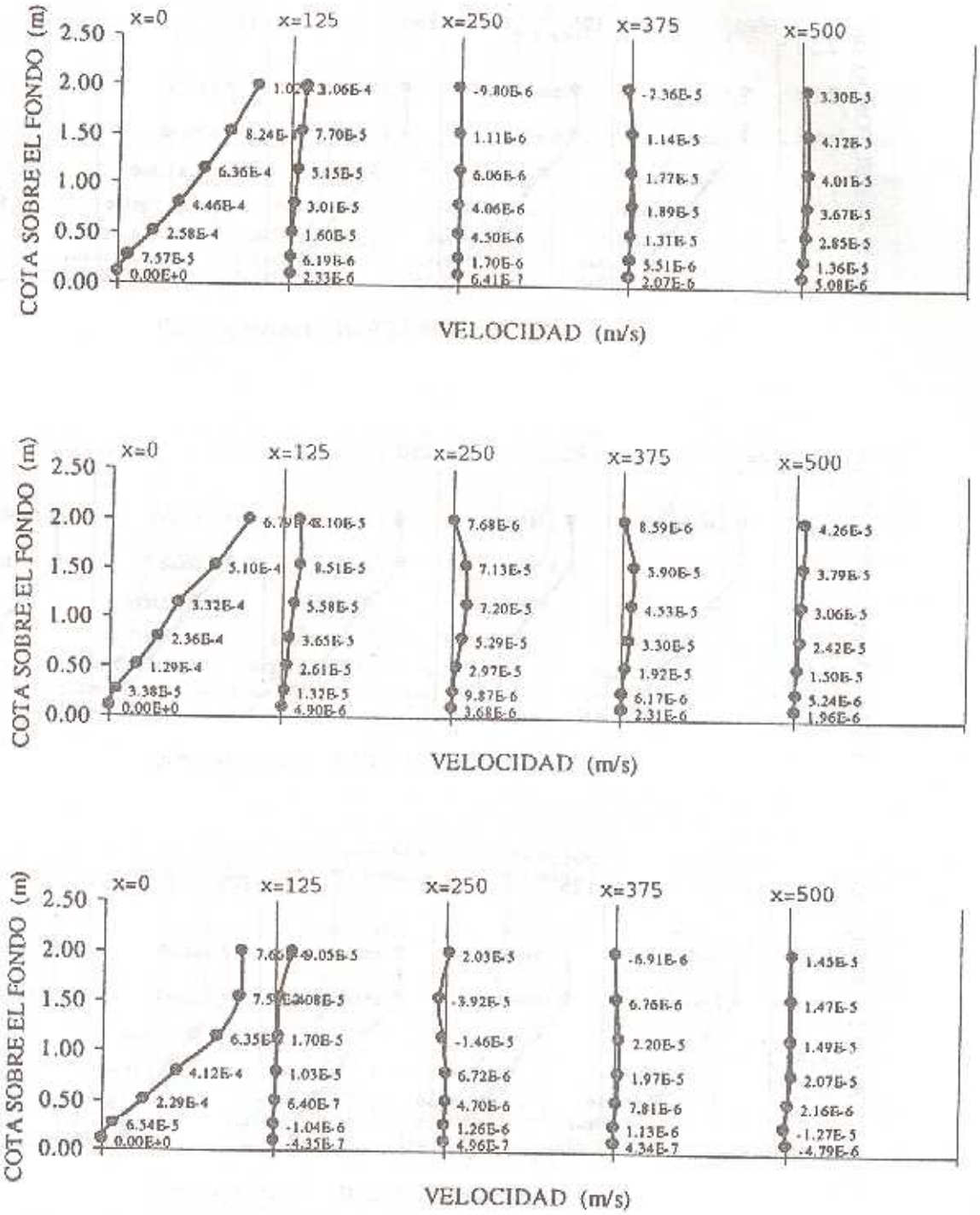

Figura 6. Perfiles Verticales de la Componente Vertical de la Velocidad para los Casos sin Viento, con Viento en la dirección del flujo y con Viento en contra del Flujo. Y = 0.0 m.

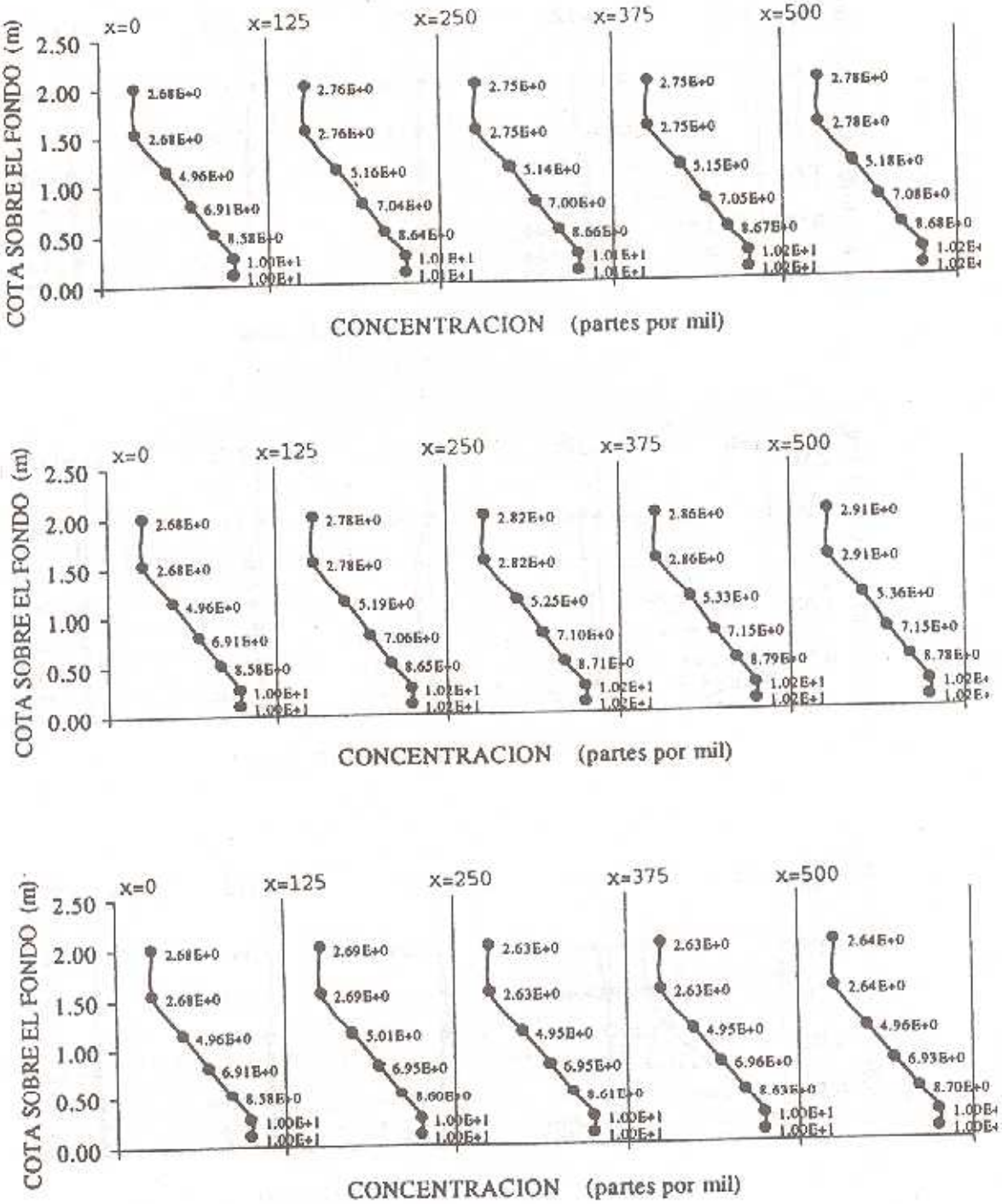

Figura 7. Perfiles Verticales de Concentración Salina paralos Casos sin Viento, con Viento en la dirección del flujo y con Viento en contra del Flujo. Y = 0.0 m.

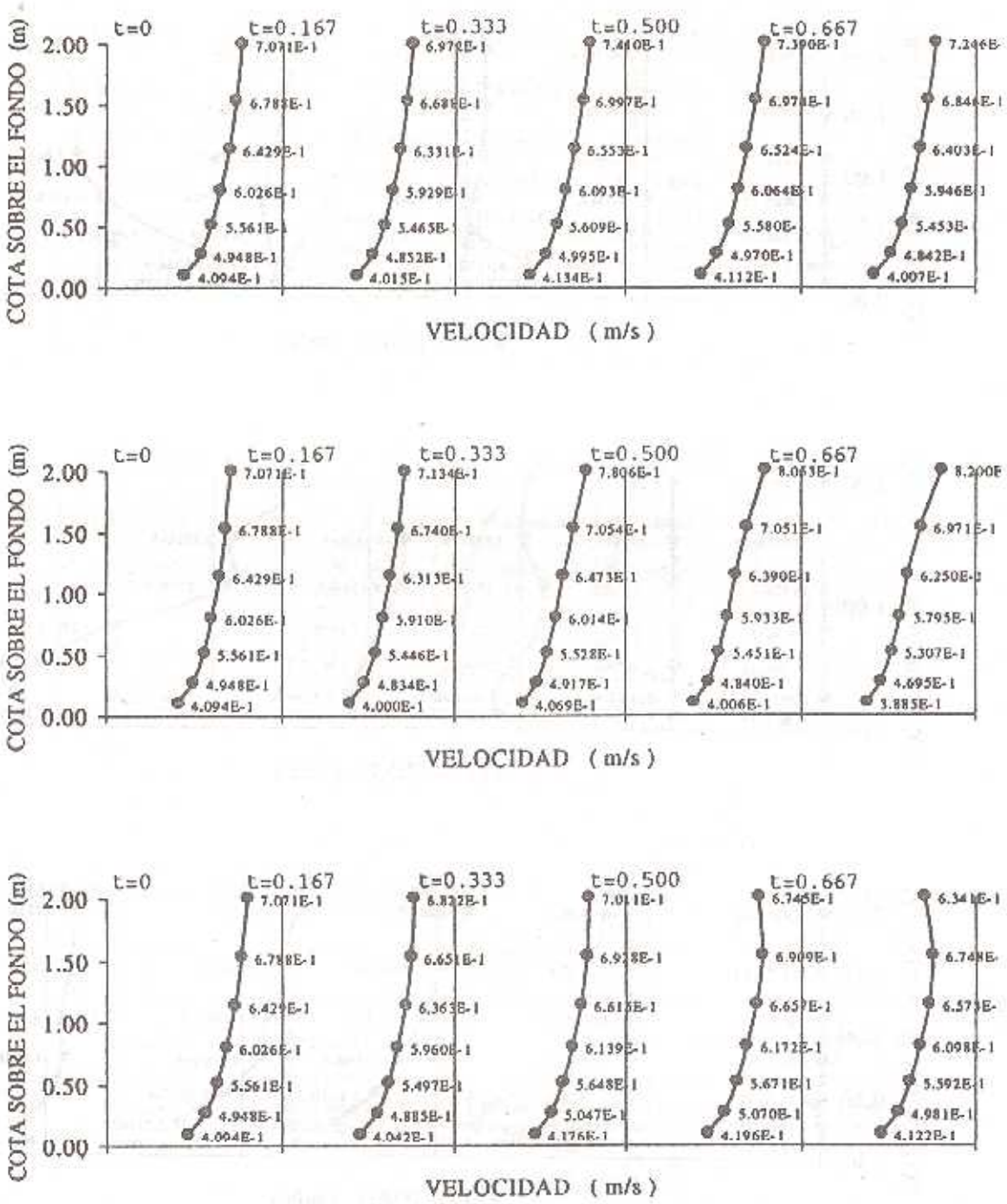

Figura 8. Variación en el Tiempo (horas) de la Componente Longitudinal de la Velocidad para los Casos sin Viento, con Viento en la dirección del flujo y con Viento en contra del Flujo. X=500 m. Y=0 m

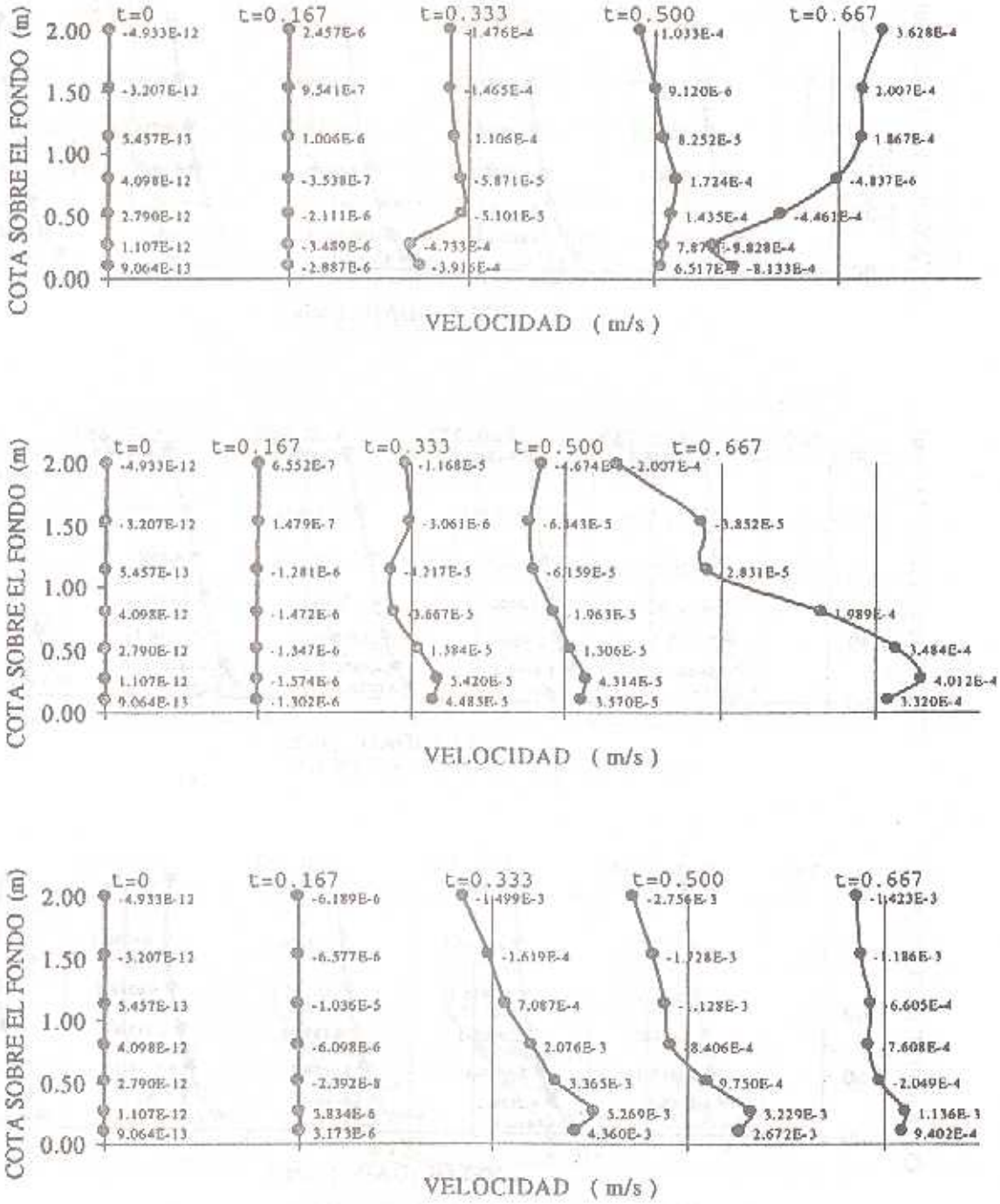

Figura 9. Variación en el Tiempo (horas) de la Componente Transversal de la Velocidad para los Casos sin Viento, con Viento en la dirección del flujo y con Viento en contra del Flujo. X=500 m. Y=0 m

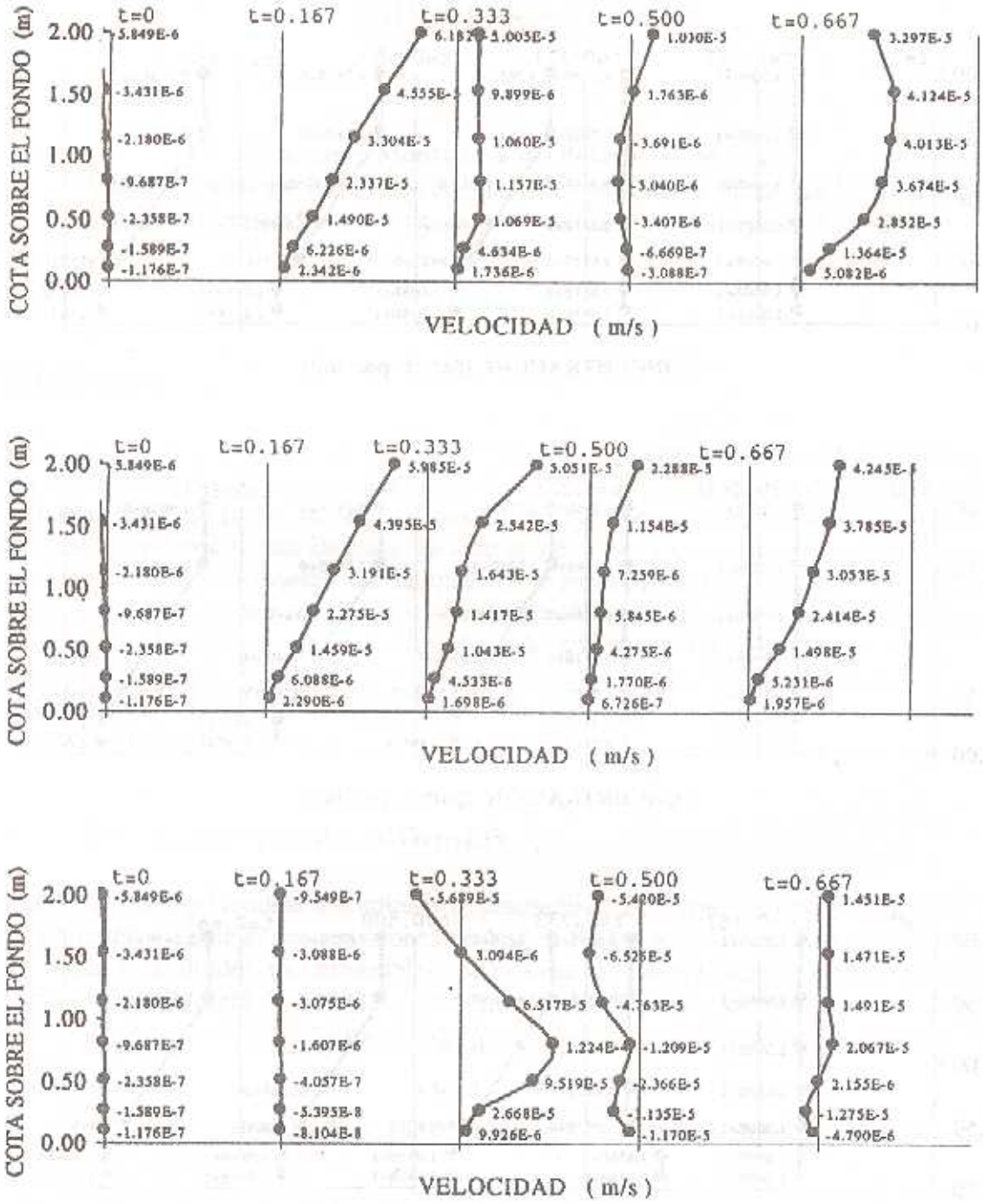

Figura 10. Variación en el Tiempo (horas) de la Componente Vertical de la Velocidad para los Casos sin Viento, con Viento en la dirección del flujo y con Viento en contra del Flujo. X=500 m. Y=0 m

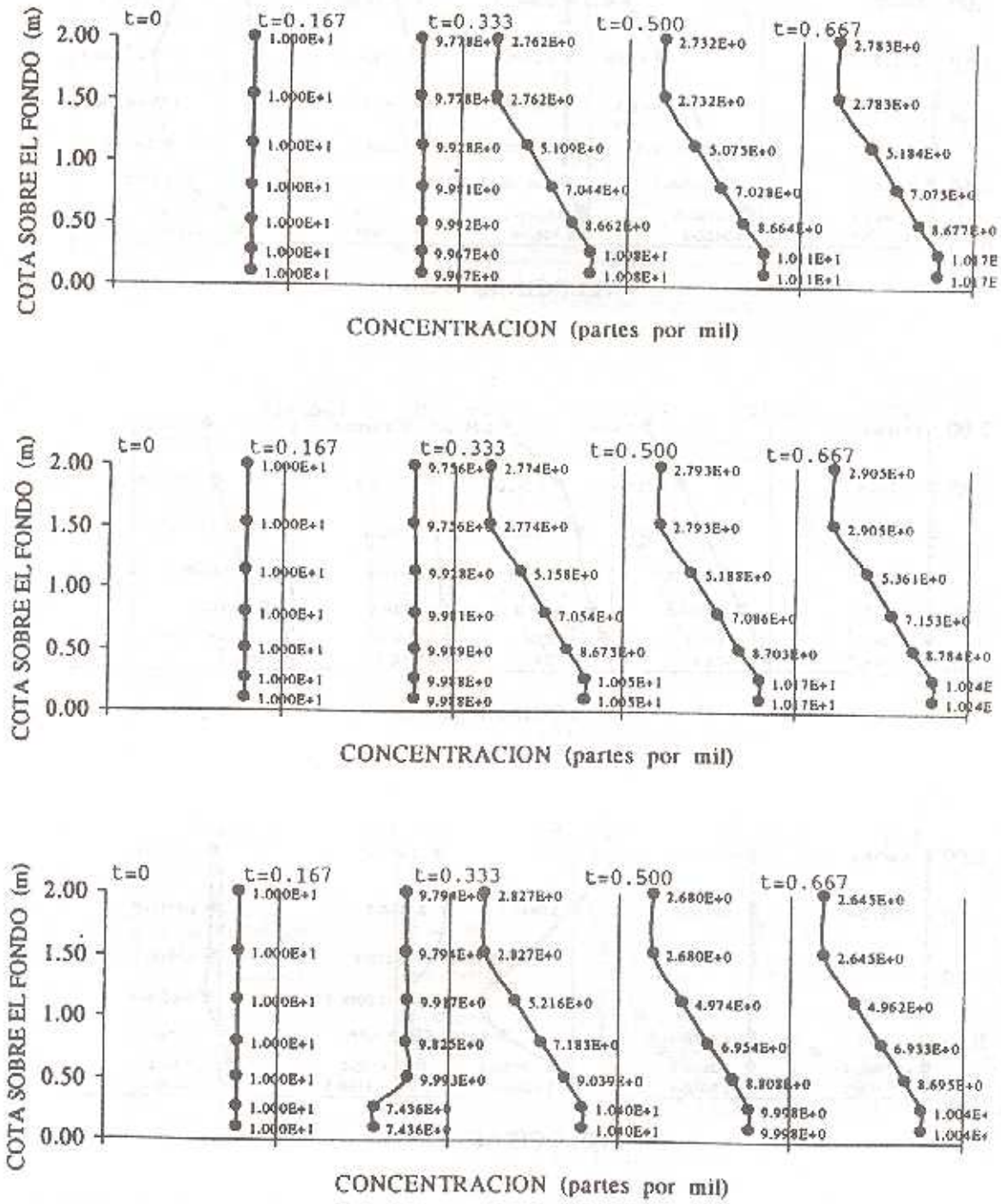

Figura 11. Variación en el Tiempo (horas) de la Concentración Salina para los Casos sin Viento, con Viento en la dirección del flujo y con Viento en contra del Flujo. X=500 m. Y=0 m