Desarrollo de competencias matemáticas que contribuyen al pensamiento numérico a través del razonamiento y la resolución de problemas

Ferney de Jesús Bran David

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias.
Medellín, Colombia

2017

Desarrollo de competencias matemáticas que contribuyen al pensamiento numérico a través del razonamiento y la resolución de problemas

Ferney de Jesús Bran David

Tesis o trabajo de investigación presentada(o) como requisito parcial para optar al título de:

Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales.

Director (a):
PhD Julia Victoria Escobar Londoño

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Medellín, Colombia
2017

Dedicatoria…

A mi esposa Aracelly y a mi hija Salomé, por su apoyo en este proceso de cualificación.

A mi madre "Rosita", por apoyar todos los proyectos que he emprendido en mi vida.

Agradecimientos

A la Docente Julia Victoria Escobar, por acompañar este proceso con todo su profesionalismo y por el gran don que tiene: Sacar lo mejor de sus estudiantes.
Al Rector de la Institución Educativa Gilberto Alzate Avendaño, Humberto Bermúdez, por permitir la construcción de la propuesta, la ejecución y evaluación de la misma.
A los docentes Andrés Bermúdez y Jorge Osorio, por su apoyo desinteresado a este trabajo, desde su área de conocimiento.

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo diseñar una estrategia para la enseñanza de la Teoría de Números, que favorezca el pensamiento numérico, y la resolución de problemas en los estudiantes del grado sexto de la IE. Gilberto Alzate Avendaño, partiendo de sus conocimientos y las orientaciones de docentes de matemáticas de la institución. Que tenga como fundamento los intereses, motivaciones y habilidades de los estudiantes, de acuerdo a la teoría sociocultural. Según sus planteamientos y el modelo pedagógico de la institución (social activo), se emplea como estrategia metodológica fundamental, el trabajo colaborativo y las situaciones problema. Para su desarrollo, se plantean tres momentos: diagnóstico, intervención y evaluación. Entendiendo este último, como resultado y como proceso. Para su desarrollo se realiza: entrevista a docentes, pre-test y pos-test, actividad de sustentación, autoevaluación y cartografía social; videos, guías, cuadro de relaciones, mapa conceptual y curso en la plataforma Moodle. La aplicación de esta propuesta permitió mejorar aspectos académicos, pero ante todo, actitudinales, ya que genera mayor autonomía de los estudiantes en el desarrollo las actividades, pues en las últimas necesitan menos la aprobación del docente de sus procedimientos, seguridad en las intervenciones grupales, argumentaciones desde la Teoría de Números y mayor motivación e interés para resolver las situaciones planteadas. Finalmente, queda la reflexión sobre la importancia de partir de un diagnóstico que tenga en cuenta las realidades de los estudiantes, sus habilidades, intereses y motivaciones, además de emplear los diferentes medios de los que disponemos, en beneficio de aprendizajes contextualizados y significativos.

Palabras clave: Enseñanza de las matemáticas, Teoría Socio-cultural, Trabajo colaborativo, Pensamiento numérico, Teoría de Números.

Abstract

This work’s goal is to design a strategy for teaching the Number Theory, a strategy that goes in favor of numerical thinking, and math operation problem solution for sixth grade students at Gilberto Alzate Avendaño School, starting from their knowledge and math teachers instructions. Based on students’ interests, motivations and abilities, according to sociocultural theory. According to its approaches and the school pedagogical model which is (social active), collaborative work and problem situations are used as fundamental methodological strategy. For its development, three moments are proposed: the first is diagnosis, the second is intervention and the last is evaluation. The last one is understood as result and process. To develop this, several things are done: An interview with teachers, a pre-test and a post-test, a support activity, a self-evaluation and a social cartography, some videos, guides, a relationship chart, a conceptual map and a course on the Moodle Platform. The application of this proposal allowed to improve academic aspects, but above all, attitudinal ones, because it generates greater autonomy for students to do their activities, for the last ones, they need less the teacher’s approval and procedures, security in the group interventions, arguments from the Number Theory and a greater motivation and interest to solve the proposed situations. Finally, there is the reflection on the importance of beginning from a diagnosis that takes into account the students’ realities, abilities, interests and motivation. In addition to using the different means we have, in order to benefit contextualized and meaningful learning.

Keywords: Mathematics teaching, Socio-cultural theory, Collaborative work, Numerical thinking, Number theory.

Contenido

Lista de figuras

Lista de tablas

Pág.

Introducción

Desde los estándares de matemáticas se plantea como competencia fundamental de los estudiantes en el área, la aplicación de lo que el estudiante sabe para desempeñarse en una situación determinada (MEN, 1998). Por tanto, este debe comprender y argumentar los conceptos y procedimientos matemáticos que le permiten abordarla y resolverla.

Luego, es fundamental lograr construcciones significativas de los conceptos matemáticos, que deriven en el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes, en particular la Teoría de Números, ya que su aprendizaje es de suma importancia por la aplicabilidad en otros espacios conceptuales de las matemáticas, por ejemplo simplificación de fracciones y operaciones entre estas, ya sean numéricas o algebraicas, factorización y simplificación de expresiones algebraicas, por mencionar solo algunos.

Sin embargo, una de las quejas generalizadas entre los docentes de instituciones educativas a nivel regional y nacional es, entre otras, la apatía y los bajos niveles de comprensión de los estudiantes de los conceptos de matemáticas, en este caso la Teoría de Números, en cuanto a las operaciones y procedimientos de los diferentes conjuntos numéricos; y por tanto, los vacíos conceptuales que estos acumulan por cada grado.

Bajo este contexto, surge la necesidad de reflexionar por aquellas estrategias de enseñanza, que inicialmente generen un cambio de actitud de los estudiantes hacia las matemáticas y que permitan construir aprendizajes contextualizados, con significado para estos. Lo que justifica como objetivo fundamental de este trabajo, el diseño y la implementación de una estrategia de enseñanza de la Teoría de Números, que aporte al desarrollo del pensamiento numérico, mediante la resolución de problemas.

Esta propuesta se fundamenta en la teoría sociocultural, y el modelo pedagógico Social Activo, desde el cual se debe basar la práctica docente en la institución educativa donde se aplica. Desde el marco teórico, se señala la necesidad de las interacciones de los sujetos con el medio social y cultural, en las cuales se presentan las situaciones de aprendizaje; y la interacción con el otro, pues puede mediar en este aprendizaje. Sin embargo, es el sujeto cognoscente el responsable de sus propios aprendizajes. De ahí la urgencia de reconocer la realidad del sujeto que aprende, de su contexto, al iniciar los procesos de enseñanza de los conceptos matemáticos.

Partir de un diagnóstico debidamente analizado a la luz de sus realidades, de sus intereses, motivaciones y sus habilidades; además de los ritmos de aprendizaje, puede generar cambios de actitud en los estudiantes, ya que las situaciones que se planteen desde allí, se convierten en escenarios interesantes para estos, permitiendo integrar el contexto a la construcción y desarrollo del currículo. Además, permite identificar los niveles conceptuales reales de los estudiantes, y a partir de los cuales se pueden construir otros. Tales hallazgos permiten la construcción e implementación de situaciones significativas para los estudiantes, empleando medios que faciliten los aprendizajes, como guías, videos, cursos en plataformas virtuales, etc.; y estrategias metodológicas, mediadas por las interacciones que se pueden dar en el aula de clase, como el trabajo colaborativo y el planteamiento de situaciones problema, que respeten las características propias de los estudiantes, y reconociendo que el cambio de estructuras mentales, con relación al aprendizaje requieren tiempo. En este contexto el docente se convierta en un guía que orienta a los estudiantes hacia la solución de cada situación.

La aplicación de la propuesta permite, a nivel actitudinal, aumentar la autonomía de los estudiantes, negociaciones entre los estudiantes que conforman cada equipo de trabajo, el interés por resolver las situaciones, ya que están permeadas por sus realidades. La participación a nivel grupal mejora de manera notoria, ya que al intervenir frente a las situaciones planteadas, los estudiantes se sienten seguros de los argumentos que elaboran, puesto que han realizado construcciones mentales de los conceptos y se pueden llegar acuerdos, en cuanto al hecho que hay situaciones que pueden ser resueltas empleando diferentes operaciones y/o procedimientos o cambiando el orden de estos. Se evidencia, entonces que los procesos de pensamiento ayudan al lenguaje y viceversa. Lo que finalmente muestra que a nivel académico, mejora la comprensión de los conceptos involucrados y por tanto, su desempeño.

Estos aprendizajes construidos, por su nivel de comprensión, permiten ser empleados en circunstancias que se presenten en otros contextos de las matemáticas, y de la vida misma, pues mejoran la capacidad de identificar su estructura.

1. Aspectos Preliminares

1.1 Planteamiento del problema

1.1.1 Descripción del problema

A lo largo de la experiencia docente en el área de matemáticas, se encuentran muchas dificultades en los estudiantes al momento de emplear los conceptos matemáticos aprendidos durante la vida escolar, en la resolución de diferentes problemas, ya sean de las propias matemáticas, de otras ciencias o de la vida real.

Esta situación es generalizada en las diferentes instituciones educativas y en los diferentes niveles educativos, y genera gran preocupación en todas las esferas educativas, pues uno de los propósitos de la enseñanza de las matemáticas es la contextualización de los conocimientos y la aplicación de los conceptos aprendidos a la resolución de diferentes problemas.

Cuando se indaga a los estudiantes por los procedimientos realizados al momento de resolver un problema, en el cual se deba aplicar conceptos matemáticos, estos presentan dificultades para explicar, justificar y argumentar las operaciones y procedimientos llevados a cabo. Por tanto, no se percibe un razonamiento ordenado que permita jerarquizar, y determinar una secuencia necesaria para resolver un problema. Algunas situaciones se pueden resolver de diferentes maneras, sin embargo los estudiantes escogen alguno, y aun conociendo los otros que también permiten llegar a la solución, no son conscientes de la razón de su selección.

Se puede establecer que una de las dificultades por las cuales presentan las dificultades al momento de resolver problemas implica la inexistencia o los bajos niveles de razonamiento que permita estructurar un plan de solución que involucre los procedimientos necesarios y óptimos para tal fin.

De manera particular se presenta esta misma dificultad en la Institución Educativa Gilberto Alzate Avendaño, ya que los resultados obtenidos en las diferentes pruebas escritas que se realizan periódicamente, son fuente de preocupación para los diferentes actores educativos, en especial en el área de matemáticas, en el grado sexto, ya que al momento de solucionar problemas que involucran los conceptos abordados en clase, los estudiantes fallan con regularidad.

Esta situación puede tener explicaciones desde las cuales se puede dilucidar las dificultades. Por un lado, los estudiantes confunden los procedimientos y las operaciones que deben realizar para resolver cada problema, debido a que no han interiorizado de manera adecuada los conceptos previos y a pesar que algunos los conocen no los pueden relacionar con problemas del contexto y de otras ciencias. Por otro lado, no se evidencia un razonamiento lógico en los estudiantes que les permita establecer unos pasos claros, unas estrategias, al momento de resolver problemas. Esto implica que al momento de justificar, argumentar o explicar algún procedimiento realizado, carezcan de herramientas para poder hacerlo.

Cuando se presentan situaciones problema que involucran conceptos como máximo común divisor y mínimo común múltiplo, los estudiantes se confunden en la aplicación del procedimiento correcto, ya que no contextualizan los conceptos de múltiplos y divisores en situaciones de la cotidianidad, lo que impide visualizar su potencialidad para resolver problemas de la cotidianidad y de otras ciencias.

Esto puede ser consecuencia de los métodos magistrales utilizados para la enseñanza de los conocimientos previos, ya que estos no permiten una reflexión sobre su utilización en diferentes espacios, incluso de manera inconsciente; y del poco tiempo que se dedica para que los estudiantes puedan construir su aprendizaje. Generalmente no se plantean preguntas problémicas a los estudiantes sobre los aprendizajes alcanzados en estos conceptos, lo que les implicaría un proceso cognitivo en busca de respuestas con explicaciones y argumentos válidos de estas.

Si los estudiantes continúan con las confusiones descritas, esto podría implicar errores en la aplicación de conceptos que implican el empleo de estos procedimientos, por ejemplo del mínimo común múltiplo, para la adición y/o sustracción de números racionales en forma fraccionaria, por no mencionar conceptos más avanzados y abstractos como M.C.D., y m.c.m. de expresiones algebraicas, y su aplicación para operar fracciones algebraicas.

Luego es necesario poseer un razonamiento matemático importante para la solución de problemas, pues este tipo de razonamiento permite establecer una o muchas estrategias para la resolución, dando cuenta de argumentos que den razón de lo que se hace y respondiendo a las preguntas de por qué se hace, cómo se hace y para qué se hace (MEN, 2003).

1.1.2 Formulación de la pregunta

Ante este panorama surge la siguiente pregunta: ¿Qué estrategias de enseñanza contribuyen al pensamiento numérico, y favorecen el desarrollo de los procesos de razonamiento y resolución de problemas, desde la perspectiva sociocultural?

1.2 Justificación

Desde los Estándares básico de competencias matemáticas se ubica los estándares relacionados con la Teoría de Números en el ciclo de educación básica que va primaria hasta tercero y, en mayor nivel de profundidad, en educación básica secundaria, en el ciclo que finaliza en séptimo. Sin embargo generalmente este contenido lo encontramos, en la mayoría de los casos, en las mallas curriculares del grado sexto.

Desde este espacio se plantea la necesidad de plantear metodologías para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para la construcción de las competencias, tanto ciudadanas como propias de las matemáticas, en particular la enseñanza de la Teoría de Números. En los Estándares se establece que una competencia matemática no implica solamente el saber y el saber hacer, si no también aspectos que tienen que ver con los anteriores y que incluyen el saber cómo hacer y para qué hacer (MEN 2003). Se establece fundamental, para alcanzar las competencias, implementar metodologías basadas en la enseñanza para que partan del contexto del estudiante, en el sentido que esta propuesta, cimentada en el constructivismo, permite identificar los niveles de comprensión de los estudiantes en los diferentes contextos en los cuales se presentan las situaciones de aprendizaje.

Adicionalmente, a través de la investigación realizada por Zazkis sobre el uso del lenguaje en la Teoría de Números, se plantea la necesidad de metodologías que promuevan y ayuden al uso formal del lenguaje matemático a fin de dar sentido a los conceptos y significado implicados en la Teoría de Números. (Zazkis, 1996)

Procesos generales que pueden aportar a la construcción de estas metodologías puede ser la resolución de problemas y, por lo que ello implica, el fortalecimiento del razonamiento, ya que este implica una serie de reflexiones a los estudiantes con relación a las preguntas planteadas anteriormente y que dan cuenta del desarrollo de competencias matemáticas. Además, desde los lineamientos curriculares de matemáticas, se hace referencia a la necesidad de fortalecer los procesos de razonamiento, ya que estos son indispensables a la hora de resolver cualquier tipo de problema matemático, en el sentido que el razonamiento permite establecer un orden en la operaciones que se deben realizar, dando la oportunidad de argumentar y explicar los procedimientos y operaciones que se realizan para resolver un problema. (MEN, 1998)

Es necesario aclarar que el proceso general de resolución de problemas se relaciona con los demás procesos (comunicación, modelación y ejercitación), sin embargo tiene una relación necesaria más inmediata con el razonamiento por lo anteriormente expuesto.

El empleo de estrategias de razonamiento, se justifica, también, desde el hecho que las matemáticas como cuerpo compuesto por teoremas, axiomas, teorías, entre otros, es dinamizado por el razonamiento lógico, que da un orden y una jerarquía a estos; y la solución constante de problemas es la razón más importante por la cual las matemáticas han desarrollado tal potencial, en ellas mismas y en otros campos del saber.

Por tanto, la resolución de problemas como fuente fundamental del desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes, debe estar presente en las actividades que se proponen a estos, desde cualquier campo conceptual en matemáticas. Ya que la resolución constante de problemas implica un aprendizaje de manera autónomo y significativo, puesto que este posibilita que los mismos estudiantes puedan verificar los resultados obtenidos y por otro lado, los aprendizajes alcanzados los pueden aplicar a problemas similares. En el proceso de resolución de problemas pueden ir controlando, a partir del razonamiento, si el camino elegido para ello es el correcto, si hay alguno más corto, o cambiar de estrategia si se encuentra que la que se seleccionó no permite la solución. Procesos que contribuyen a los procesos metacognitivos de los estudiantes.

Por otro lado, el manejo de los conceptos previos a la hora de adquirir nuevos conocimientos, ya que el dominio adecuado de estos permite adaptarlos de mejor manera y más fácil a la estructura mental del estudiante. Luego, la propuesta que se implemente debe partir de la consideración de los conocimientos ya construidos en el contexto escolar y/o fuera de él.

Paradójico al hecho de que se sugiera la presentación de estrategias de enseñanza de las matemáticas considerando los procesos anteriormente descritos, es complejo encontrar, en nuestro contexto, investigaciones que propongan o indaguen por estrategias metodológicas para la enseñanza de la Teoría de Números. Adicionalmente, como plantea Zazkis y Campbell (1996) citado por Bodí, a pesar de la importancia de la Teoría de Números en el recorrido escolar de los estudiantes, poca atención han recibido las investigaciones en Educación Matemática. (Bodí, 2006)

Se reconoce la importancia de implementar estrategias de enseñanza para la apropiación de este contenido matemático, ya que es fundamental en el desarrollo de otros temas en la vida escolar por su trascendencia, especialmente en la educación básica secundaria en el desarrollo del pensamiento numérico y variacional, en las operaciones con expresiones y fracciones algebraicas. Desde ahí se presenta esta propuesta, como una preocupación por el aprendizaje efectivo de la Teoría de Números, basado en la resolución de problemas y el razonamiento como procesos generales, que permitan favorecer el pensamiento numérico y en general las competencias matemáticas en los estudiantes.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo general

Diseñar una estrategia para la enseñanza de la Teoría de Números, que favorezca el pensamiento numérico, y los procesos de razonamiento y resolución de problemas en los estudiantes del grado sexto de la IE. Gilberto Alzate Avendaño, fundamentada en la teoría sociocultural.

1.3.2 Objetivos específicos

- Identificar el nivel de comprensión de los estudiantes de los conceptos involucrados en la Teoría de Números.

- Implementar una estrategia de enseñanza basada en la teoría socio-cultural, que contribuyan al pensamiento numérico y las competencias matemáticas.

- Validar la estrategia de enseñanza propuesta, mediante la aplicación y evaluación, de los aprendizajes alcanzados por los estudiantes.

2. Marco Referencial

2.1 Antecedentes

A nivel nacional, la profesora Rivera (2014) en su tesis de maestría, argumenta y muestra la influencia que tiene la aplicación de resolución de problemas en el desarrollo del razonamiento matemático, el cual además, permite una ascenso en los niveles descritos en la teoría de la enseñanza para la comprensión, en estudiantes de básica primaria en la enseñanza de la estructura multiplicativa. Para el análisis de los niveles de comprensión de los estudiantes, muestra de la propuesta, se aplica la teoría de la enseñanza para la comprensión, ya que desde cada dimensión, se ubican los estudiantes en cada nivel de acuerdo a su proceso y los argumentos escritos y verbales que manifiestan a la solución de las situaciones planteadas.

A nivel internacional, el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, el Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y Formación del Profesorado, el Ministerio de Industria, Energía y Turismo y la entidad pública empresarial Red.es, en el marco del programa 2.0, proponen una unidad didáctica para la enseñanza de la divisibilidad (Teoría de Números), basada en las TIC, en la cual los estudiantes deben tener acceso a recursos de internet, para facilitar la comprensión de los conceptos involucrados.

En su ejecución se proponen actividades que se desarrollan en forma de trabajo cooperativo, y de manera muy autónoma por parte de los estudiantes, por tanto, el docente debe aclarar muy bien las indicaciones y los objetivos que se desean alcanzar, *"Se trabajará de forma colaborativa y participativa, esto significa que la fuente de conocimiento surgirá de la interacción entre compañeros y compañeras a través de la realización de las diferentes actividades propuestas. Para que el trabajo sea óptimo, se* *seguirán las pautas y orientaciones indicadas en cada una, a través de la consulta de recursos web y enlaces proporcionados como fuentes de información.”. (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, s.f.)*

La anterior propuesta está pensada en el contexto educativo español, un tanto distante del contexto educativo colombiano, con relación al equipamiento y la calidad de ordenadores con los que cuentan los establecimientos educativos y que son fundamentales para el buen desarrollo de la propuesta y el alcance de los objetivos que se plantean.

En este mismo contexto educativo, se presentan las siguientes investigaciones, pues es desde allí donde se ha hallado mayor información al respecto.

Por ejemplo, Martin González (2012), presenta una propuesta metodológica para la enseñanza de la divisibilidad (Teoría de Números) mediada por una unidad didáctica, en el marco de su tesis de maestría. En ella se deja claro la necesidad de partir de conocimientos previos de los estudiantes y el empleo de diferentes herramientas y su manipulación, con el fin generar aprendizajes significativos. Está dirigida a estudiantes de grado 1°de ESO (equivalente a grado sexto en el sistema educativo colombiano). A pesar que no se validó, debido a que no fue aplica, es importante su consideración por su análisis de contenidos, contenido y de instrucción (González, 2012).

Por otra parte, Bodí (2006), en su tesis doctoral, presenta un análisis sobre la comprensión que tiene los estudiantes en edades entre los 12 y los 17 años, pertenecientes al sistema educativo español en el nivel de Enseñanza Secundaria Obligatoria (ESO), sobre la divisibilidad en el conjunto de los números naturales, bajo el marco teórico constructivista APOS (Acción-Proceso-Objeto-Esquema), que caracteriza las construcciones mentales. Sin embargo su análisis va más allá de la noción de divisibilidad por su reciprocidad con la noción de múltiplo, y de manera más general, realiza un recorrido histórico sobre la concepción que se ha construido y las culturas que han influido en ella, además de presentar una visualización de como se ha introducido este conocimiento matemático en la escuela desde las reformas curriculares en el área de matemáticas.

Allí hace referencia a otros investigadores que han indagado sobre las interpretaciones que hacen los estudiantes sobre los conceptos que conforman la Teoría de Números. Entre ellos se encuentra Zazkis (2002), quien desarrollo una investigación sobre el uso del lenguaje en la Teoría de Números en aspirantes a maestros de matemáticas, manifiesta las incoherencias identificadas en los estudiantes entre el lenguaje formal y no formal.

Adicionalmente Bolte (1999), plantea la construcción de mapas conceptuales sobre temas de divisibilidad (y de matemáticas a nivel general), para identificar el nivel de comprensión de estudiantes a profesores, de los conceptos implicados y las relaciones que se establecen entre estos. Esta es una propuesta fundamentada en la posibilidad de establecer relaciones y representaciones que integran lo visual y lo narrativo, y permite a los profesores identificar errores en los estudiantes, además de ir monitoreando los avances de estos en la comprensión de los conceptos matemáticos. Finalmente consideran que el nivel de comprensión de los estudiantes de la divisibilidad en los naturales está influenciado por las distintas relaciones de la divisibilidad.

En estos referentes, puede identificarse la importancia que los estudiantes aprendan comprensivamente este contenido matemático, por su aplicabilidad no solo al sistema numérico, sino también a los sistemas algebraicos, y a las competencias matemáticas en general, por ello es fundamental reflexionar sobre nuestra práctica docente en cuanto a la enseñanza de este y otros conocimientos numéricos, plantear estrategia basadas en las nuevas propuestas pedagógicas que tienen en cuenta al estudiante como sujeto cognoscente, que permitan alcanzar este fin.

2.2 Marco Teórico

Esta propuesta está sustentada bajo la perspectiva del constructivismo social, como marco epistemológico, ya que trata de explicar el proceso mediante el cual un individuo construye conocimientos, es decir, cómo aprende el estudiante.

Desde esta perspectiva podemos decir que el conocimiento "*es un proceso mediante el cual el ser humano construye y reconstruye en su conciencia la realidad donde se encuentra inmerso, lo que le permite la posibilidad de explicarla y/o comprenderla, y controlarla o transformarla, transformándose en esta interacción dialéctica a sí mismo*" (González, 1993). Luego es importante tratar de identificar el significado que el estudiante tiene de sus experiencias, de acuerdo a los esquemas construidos anteriormente.

Según Vygotsky, máximo representante de la teoría sociocultural, es erróneo reducir el aprendizaje a una simple recolección de relacionamiento entre estímulos y respuestas, lo que nos igualaría a la condición animal, o condición biológica. Este (el conocimiento) puede considerarse como procesos de interacciones que se propicia entre el sujeto y su medio, entendido este último no meramente físico, sino desde lo social y cultural, resaltando nuestra condición de seres sociales, y no solo biológicos.

Con relación a la necesidad de la interacción del individuo, cognoscente, en el proceso de aprendizaje, la institución educativa en la cual se pretende desarrollar esta propuesta, plantea como modelo pedagógico el Social Activo, en el que se considera al estudiante responsable de construir sus conocimientos, con la ayuda de sus compañeros, mediante el trabajo colaborativo, como estrategia metodológica y el docente debe ser un guía que orienta el desarrollo de las actividades y propone situaciones de interés para los estudiantes. Luego, el aprendizaje colaborativo, se puede definir, según el Tecnológico de Monterrey (s.f.), como una técnica didáctica que favorece el aprendizaje, teniendo como eje central el trabajo en pequeños grupos, en los cuáles, los estudiantes con diferentes habilidades, se enfrentan a situaciones que mejoren la comprensión de un área de conocimiento, luego el aprendizaje es una experiencia social, o por lo menos, parte de allí.

La propuesta establece entonces, el planteamiento de situaciones problema como una estrategia metodológica, en los cuales se involucren los conceptos de la Teoría de Números, que tengan como mediadores internos conceptos como la multiplicidad y la divisibilidad de números naturales, su relación como operaciones inversas, para que tengan sentido y puedan vislumbrar su utilidad, y su potencialidad. Por tanto, son fundamentales los significados que los estudiantes tienen de estos conceptos, al igual que la clasificación de los números en primos y compuestos, criterios de divisibilidad y el teorema fundamental de la aritmética, ya que estos son mediadores internos, desde la perspectiva sociocultural, que permiten los aprendizajes posteriores.

Esta indagación se da, en primer lugar, de manera individual, respondiendo preguntas diseñadas por el docente, para posteriormente realizar, discusiones grupales, orientadas por preguntas diseñadas, también por el docente, ya que las interacciones sociales, mediadas por el lenguaje favorecen los procesos de aprendizaje. Además, la transmisión y adquisición de conocimientos es posible cuando de la interacción que se da en el plano inter-psicológico pasa al plano intra-psicológico.

Logrando, en términos socioculturales, una apropiación de los conceptos. Luego el docente puede permitir a los estudiantes superar la zona de desarrollo próximo, potencializando los conocimiento que estos ya poseen, pues es claro que los estudiantes no llegan al aula como tabulas rasas, sino con conocimientos construidos de las interacciones sociales, dentro o fuera del aula.

Posteriormente, se plantean situaciones sencillas relacionadas con intereses, motivaciones y habilidades de los estudiantes, que se resuelven mediante la determinación por extensión del conjunto de los múltiplos o los divisores, para luego incrementar el nivel de complejidad, que implique el uso de la descomposición de números en sus factores primos, para calcular el m.c.m y el M.C.D, de acuerdo al problema que se requiera solucionar. Al proponer las situaciones problema, se conforman grupos de 3 estudiantes, teniendo en cuenta lo anteriormente planteado frente al trabajo colaborativo, de tal manera que posean espacio para establecer aclaraciones y discusiones para comprender el problema, y sobre los métodos que pueden emplear para resolver dichos problemas, ya que es a través de las interacciones como el individuo puede construir los conocimientos.

Es necesario una puesta en común sobre los objetivos que se buscan, la importancia del trabajo que se realiza, y la necesidad de argumentar lo que se piensa y respetar las ideas de los compañeros, ya que de acuerdo a la teoría sociocultural, el pensamiento se puede plasmar en el lenguaje, por ello, el desarrollo de uno puede favorecer el desarrollo del otro. Adicionalmente, la resolución de problemas permite dar significado a los conceptos que se aprenden, potenciar las habilidades comunicativas y la interacción entre pares.

Las situaciones propuestas parten del contexto, tienen relación con una necesidad manifiesta conocida por la comunidad educativa en cuanto al deterioro de la planta física. Se pueden plantear desde los procesos de remodelación de pisos de espacios con áreas rectangulares, para las cuales se emplearán baldosas cuadradas de la mayor área posible, sin tener que cortar ninguna, lo que se podría analizar empleando el M.C.D.; la distribución de los espacios entre los diferentes grupos, por ejemplo los salones serán utilizados por los docentes cada periodo de tiempo (por ejemplo, cada 2, 3 o 4 días) con la posibilidad que dos o más grupos coincidan en ese espacio el mismo día, identificando los múltiplos de un número natural y el m.c.m, la evacuación de materiales que surgen de posibles demoliciones, identificando la noción de divisores de un número natural, entre otros. Desde la perspectiva sociocultural, cuando los mediadores empleados para las procesos de enseñanza y aprendizaje surgen del contexto, pueden ser internalizados o apropiados de manera más eficaz.

Las interacciones entre los estudiantes mediadas por el docente, quien aclara inquietudes y orienta la resolución de los problemas hacia los objetivos planteados, ayudan a los estudiantes a disminuir la zona de desarrollo próximo, según la teoría sociocultural, en la que *el agente mediador o docente, debe transformar los estímulos remitidos por el medio para los estudiantes, lo que también se conoce como "La experiencia de Aprendizaje Mediado".* La cuestión es identificar que procedimientos se les dificulta a los estudiantes realizar, como determinar los factores de la descomposición que se toman para uno u otro concepto matemático, o interpretaciones erróneas que pueden concluir con respecto a una solución encontrada.

Retomando nuevamente la necesidad de las interacciones y la socialización de los significados para una debida apropiación, que en este caso es la internalización del m.c.m y el M.C.D para la solución de problemas, se emplean estrategias como debates o mesas redondas, que tengan como centro de discusión las situaciones planteadas con respecto a estos temas, y donde se comparte con los demás compañeros las soluciones encontradas por cada grupo a estas, las dificultades presentadas y las interpretaciones realizadas, con el fin de refutar, aclarar, preguntar y proponer sobre las soluciones de cada grupo. Se analizan los procedimientos realizados por los estudiantes y se institucionaliza el más óptimo para resolver problemas estructuralmente similares a los realizados. Para identificar el nivel de apropiación que los estudiantes han logrado, se plantean situaciones problema de manera individual, pues se espera que de los procesos exteriores de socialización e interacción sean internalizados por los estudiantes, pasando del plano inter-psicológico al plano intra-psicológico, de acuerdo a los planteamientos socioculturales, mediados por la acción del docente.

2.3 Marco Conceptual

La Teoría de Números surge como una actividad netamente práctica desde la necesidad de civilizaciones antiguas sobre la ganadería, agricultura y su dependencia a las estaciones climáticas, las fases de la luna para el cultivo y la cosecha de diferentes productos, que posteriormente, dará lugar a la invención de los diferentes calendarios, con el fin de regular estas actividades y otras de carácter social.

A pesar de la fascinación de los griegos por los problemas surgidos desde la geometría, su interés también estuvo puesto en los números y en las reflexiones que se abstraen de sus propiedades. Sin embargo, fue Euclides en sus elementos quien hace los primeros aportes significativos a esta rama de las matemáticas, ya que no se queda en las afirmaciones sobre las propiedades, sino que las demuestra, basándose en la geometría. (Stewart, 2007)

La Teoría de Números se considera una rama fundamental dentro de las matemáticas como ciencia, algunos platean que "La Teoría de Números ocupa entre las disciplinas matemáticas una posición idealizada análoga a aquella que ocupan las matemáticas mismas entre las otras ciencias."

De hecho el Teorema fundamental de la aritmética radica precisamente en que todo número entero natural se puede descomponer como un producto de factores primos de forma única, idea central de la Teoría de Números.

En el ámbito escolar colombiano, este concepto matemático se reglamenta desde la educación básica primaria, en los estándares curriculares de matemáticas, el cual establece para el ciclo que finaliza en tercero: "Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc.) en diferentes contextos." (MEN, 2006)

Más adelante, en el ciclo que finaliza en séptimo se generaliza este contenido y se establece: *"Resuelvo y formulo problemas utilizando propiedades básicas de la Teoría de Números, como las de la igualdad, las de las distintas formas de la desigualdad y las de la adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación."* (MEN, 2006) Y al finalizar el último ciclo se establece: *“Utilizo argumentos de la Teoría de Números para justificar relaciones que involucran números naturales.”* (MEN, 2006)

En el año 2015 son diseñados los derechos básicos de aprendizaje (DBA) para el área de matemáticas. Estos se presentan como una guía para el trabajo con los estudiantes, y se establecen los conocimientos básicos que debe poseer un estudiante al finalizar cada grado. Allí se plantea al terminar el cuarto grado, que el estudiante: “*Entiende los conceptos de múltiplos y divisores. Por ejemplo, puede listar todos los divisores de 12 y sus primeros múltiplos: Divisores de 12: 1, 2, 3, 4, 6 y 12 Múltiplos de 12: 12, 24, 36, 48, 60, 72, etc.”* (MEN, 2015)

Al finalizar el grado séptimo el estudiante: “*Descompone cualquier número entero en factores primos. Identifica el máximo común divisor (MCD) y el mínimo común múltiplo (mcm) de dos o más números y los usan para simplificar cálculos. Por ejemplo:* $\sqrt{40} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 5} = \sqrt{2^2 \times 10} = 2\sqrt{10}$*”* (MEN, 2015)

Es fundamental, como vemos en el derecho básico de aprendizaje anterior, el aprendizaje de la Teoría de Números para la simplificación de raíces, pero también permite una comprensión con menos dificultades sobre temas trascendentales en matemáticas como son la simplificación, orden, adición y sustracción de números racionales en forma fraccionaria, ya que para la simplificación de fracciones a una fracción irreductible es necesario calcular el M.C.D del numerador y del denominador, para establecer el orden y sumar y restar fracciones, uno de los métodos consiste en calcular el m.c.m de los denominadores para determinar fracciones equivalentes, de tal manera que sean homogéneas, favoreciendo el desarrollo del pensamiento numérico en sí mismo.

Además, Calcular el m.c.m y el M.C.D de diferentes polinomios, para determinar los factores y los múltiplos, que en algunas ocasiones permite factorizarlos.

De manera similar, una comprensión adecuada de la Teoría de Números, permite simplificación, adición y sustracción de fracciones algebraicas, de manera similar a los números racionales en formas fraccionaria, es decir, la Teoría Algebraica de Números. Finalmente permitiría hallar la expresión algebraica de una función similar a una función racional, para calcular su límite, por ejemplo. Aportando de esta manera al desarrollo del pensamiento algebraico en los estudiantes.

De aquí se desprende la importancia indirecta, con respecto al análisis de situaciones de diferentes ciencias que pueden modelarse mediante funciones racionales. De manera similar permite analizar situaciones de ciencias humanas que presentan patrones de comportamiento en periodos determinados de tiempo, para predecir a largo plazo como será comportará el fenómeno.

En la ingeniería por ejemplo permite distribuir equidistantemente los pilares de una construcción, en un terreno a construir, distancia determinada, de tal manera que el peso de la estructura que se construye se distribuya de manera equitativa, favoreciendo, de esta manera, el desarrollo del pensamiento espacial.

Para relacionar la Teoría de Números en nuestro contexto podríamos pensar en la forma como distribuimos las actividades que realizamos de acuerdo a los periodos de tiempo, las organizamos en tiempos futuros (cada 10 días, por ejemplo), la administración de nuestro dinero, la preparación de una receta, calcular la distancia que tenemos que recorrer para llegar a algún lugar empleando medidas universales, sus múltiplos y submúltiplos, en las direcciones, en la forma como definimos el tiempo en años, meses, días, horas, etc., lo que puede favorecer el desarrollo del pensamiento métrico de las personas.

De manera general es una manera de fortalecer nuestro razonamiento lógico frente a diferentes situaciones que se nos pueden presentar, es decir, a pensar de una manera lógica y a desarrollar habilidades para la resolución de problemas y la toma de decisiones.

Vemos como el desarrollo del pensamiento numérico mediante la comprensión de la Teoría de Números, favorece el desarrollo de los demás pensamientos matemáticos, ya que estos están íntimamente relacionados, y el desarrollo de uno beneficia el de los demás.

2.4 Marco Legal

Inicialmente se debe partir de la concepción sobre educación que se entiende en el contexto colombiano como "…un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes". (Ley 115 de 1994).

En este sentido la enseñanza de las matemáticas, con el objetivo de formar competencias en los estudiantes, que les permitan interpretar fenómenos de tipo cultural, histórico y social, puede favorecer el desarrollo de estos procesos de formación.

Adicionalmente, los artículos 5 (en especial los fines 5 y 7), 22 y 23, en los cuales se establece la importancia de desarrollar el pensamiento matemático que le permita al estudiante resolver problemas, desde la misma matemática y de las ciencias. (Ley 115 de 1994). Sustentando lo que se pretende con esta propuesta de enseñanza.

Desde los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, los Estándares Básicos de Matemáticas y, más recientemente, los Derechos Básicos de Aprendizaje de

Matemáticas (DBA), se estructura el área de matemáticas, planteando algunas orientaciones sobre su enseñanza y los conocimientos mínimos que debe poseer un estudiante al finalizar, ya sea un año o un ciclo escolar, desarrollando los diferentes pensamientos a partir de propuestas de enseñanza que fortalezcan los diferentes procesos: comunicación, modelación, resolución y planteamiento de problemas, razonamiento y ejercitación de procedimientos. Reconociendo, igualmente, la importancia del contexto en los cuales se construyen y desarrollan las competencias matemáticas.

Mediante el decreto 1860 de 1994, se pueden plantear modificaciones necesarias en algunos componentes del Plan de Área de matemáticas, de acuerdo a los resultados que se obtengan con esta propuesta.

A nivel municipal, en el Plan de Desarrollo de Medellín 2016-2019, se establece la necesidad de fortalecer las competencias de los estudiantes de las matemáticas, entre otras áreas, para mejorar las vocaciones hacia la innovación y las profesiones indispensables para el desarrollo de ciudad, como sociedad del conocimiento.

2.5 Marco Espacial

La propuesta se desarrolla en la Institución Educativa Gilberto Alzate Avendaño, sede central, ubicada en Cll. 92 #51a-100, barrio Aranjuez, de la ciudad de Medellín. Institución Educativa mixta, de carácter oficial y perteneciente al núcleo 918, de la secretaria de educación de Medellín. Con los estudiantes del grupo 6°A, en la jornada de la tarde.

Actualmente cuenta con cerca de 4.000 estudiantes reunidos en las diferentes sedes, la mayoría de las cuales prestan el servicio en dos jornadas: la sede Tomás Carrasquilla tiene jornada única y la sede central, además de la mañana y tarde, ofrece jornada nocturna. Gran porcentaje de los estudiantes residen aledañamente a la institución y otros en barrios cercanos, pertenecientes a estratos socio-económicos 1 y 2.

Desde el PEI, se fundamenta el enfoque Social Activo como modelo pedagógico, en el cual se comprende el aprendizaje como producto de la interacción social de los estudiantes, el cual implica un trabajo activo de estos en su construcción, por tanto se establece el trabajo cooperativo como estrategia metodológica para alcanzar las competencias básicas del área de matemáticas.

Este modelo puede justificar la propuesta de intervención, ya que esta se fundamenta en el constructivismo social, el cual, de manera similar explica los aprendizajes como producto de las interacciones sociales, las cuales deben estar orientadas por el docente, basadas en objetivos establecidos por él.

Certificada con la norma iso – 9001, versión 2015, como una institución prestadora de servicios de educación de calidad. Presta el servicio educativo desde la básica primaria, básica secundaria y media. La educación básica primaria se ofrece en las sedes alternas, la básica secundaria y media, en la sede central.

Es una institución reconocida por los grandes aportes que realiza a nivel cultural, desde la cual han surgido reconocidos trovadores a nivel regional y nacional, y otras manifestaciones culturales con relación a la música.

3. Diseño Metodológico

El saber pedagógico debe ser construido por cada docente, mediante la reflexión sobre su quehacer pedagógico frente a diferentes teorías de aprendizaje, de manera constante, en busca siempre de mejorar su intervención en el aula y sus metodologías de enseñanza, para que los aprendizajes de los estudiantes sean más efectivos. Para tal fin, es fundamental la sistematización de sus reflexiones acerca de los aspectos positivos y los que se deben mejorar.

3.1 Enfoque

Desde esa necesidad de construir saber pedagógico, el análisis de los resultados de esta propuesta, sobre la enseñanza de la Teoría de Números en el grado sexto, está basada en la Investigación Acción en el Aula, ya que según Martínez: "…la investigación en el aula, por medio de la reflexión crítica y autocuestionamiento, identifica uno o más problemas del propio desempeño docente, elabora un plan de cambio, lo ejecuta, evalúa la superación del problema y su progreso personal, y posteriormente, repite el ciclo de estas etapas." (Martínez, 2000).

De acuerdo a esta metodología de investigación, el análisis de los resultados de la intervención y obtenidos por los instrumentos de recolección de información, será de corte cualitativa e interpretativa.

Desde esta metodología se pretende, a partir de la identificación de un problema, construir conocimiento científico, aumentando los conocimientos y las competencias de los individuos investigados, en este caso los estudiantes, pues aportan al proceso investigativo, dándoseles el carácter de co-investigadores, participando de manera activa, mediante la realimentación de la información que se obtiene en un proceso, que se considera cíclico.

Para Lewin (1944), citado por Martínez (2000), la Investigación-Acción, debe permitir a partir de la investigación cambios sociales sobre las prácticas, por tanto es una metodología que integra el conocimiento y la acción.

Esta metodología implica una reflexión constante del maestro sobre problemáticas en el aula de clase, indagando sobre las posible causas y proponiendo alternativas de solución, sobre las cuales también debe reflexionar, en un proceso cíclico como se mencionó anteriormente; sobre su práctica, y aspectos que tienen relación con el aprendizaje, de tal manera que se cuestione sobre métodos de enseñanza, buscando mejorarlos.

3.2 Método

La propuesta de intervención, enmarcada en la metodología de la Investigación-Acción en el aula, presenta tres momentos.

La primera consiste en el diagnóstico, en la cual se indaga por el problema de investigación, las posibles causas de tal problema, situaciones similares que se han identificado y abordado en otros contextos, la manera de intervenirlos y los resultados obtenidos.

El problema se identifica desde las interacciones en el aula de clase, por ello el docente debe reconocer las posibles consecuencias que puede generar el problema identificado, con relación aprendizajes posteriores de los estudiantes. En este caso, el problema se relaciona con la dificultad que presentan los estudiantes al momento de resolver problemas que implican el uso de la Teoría de Números, ya que confunden el mínimo común múltiplo con el máximo común divisor.

Allí se realiza un rastreo bibliográfico de diferentes interpretaciones y explicaciones teóricas sobre estrategias de aprendizaje, en especial la sobre el constructivismo social, adicionalmente, investigaciones que han abordado el mismo problema y documentos oficiales publicados por el MEN, sobre el contenido a abordar y algunos lineamientos que plantea para su enseñanza.

En la segunda fase de intervención, se diseña como tal la propuesta de intervención, además se elaboran y desarrollan las guías didácticas con las actividades, los instrumentos de evaluación, teniendo en cuenta el diagnóstico realizado y basadas en el referente teórico, desde su interpretación sobre el aprendizaje de los estudiantes, en especial, la importancia de las interacciones sociales para la construcción de conocimientos. Finalmente se realiza la aplicación de la propuesta de enseñanza, en el aula de clase.

En la tercera y última fase, se evalúan los aprendizajes alcanzados por los estudiantes mediantes la implementación de actividades de situaciones problema sobre el Máximo Común Divisor y el Mínimo Común Múltiplo, y en general el alcance de los objetivos planteados, los resultados obtenidos, de acuerdo a la información adquirida por medio de los diferentes instrumentos de recolección, y en general el impacto de la intervención, a la luz del marco teórico definido para esta propuesta. En términos generales, se evalúa la propuesta como tal, es validada o no, para lo cual es menester proponer algunas recomendaciones y que podrían generar mejores resultados.

3.3 Instrumentos de recolección de información

En busca de recoger una adecuada y suficiente información, y teniendo en cuenta la importancia un apropiado diagnóstico, se plantean las siguientes técnicas:

Pruebas escritas. La primera se aplica antes de la intervención, con el fin de obtener información sobre el nivel de comprensión de los mediadores internos. La segunda se aplica después de la intervención, ya que puede proveer información necesaria que permite sacar conclusiones y recomendaciones para validar o no los resultados de la actuación, y de esta forma dejar a consideración, la intervención.

La entrevista. Es una conversación regida, con una intención específica, usando un formato de preguntas y respuestas. Se utiliza para obtener información directa, abordándose, por lo general, con una guía u hoja de ruta tipo cuestionario.

La observación participante. Es una técnica en la que se emplean los sentidos para captar cualquier hecho, fenómeno o situación en relación con la investigación. Es participante por que el investigador forma parte de la comunidad donde se desarrolla la investigación. Permite identificar patrones de comportamiento de los estudiantes frente al trabajo en el aula de clase, actitudes y motivaciones frente a la propuesta de intervención, registrándose, para este caso, de manera escrita.

Fotografía. Es una imagen icónica, fija, bidimensional, que permite interpretar actitudes de los estudiantes frente a actividades académicas.

Guías didácticas. Es un instrumento dirigido a los estudiantes como ruta facilitadora de aprendizajes. Estas se pueden abordar de manera individual o grupal. Mediante el análisis de su desarrollo y sus resultados de la aplicación, se pueden identificar fortalezas y debilidades conceptuales, además de determinar el nivel alcanzado con respecto a la propuesta. (García, et al, 2014)

Cartografía social. Se puede entender como una técnica, con orígenes en la investigación acción participativa, que permite a los estudiantes reflexionar sobre su propia realidad, proponiendo posibilidades (opciones) hacia el futuro, permite construir conocimiento contextualizado, el cual se puede plasmar en diferentes formatos, como mapas, gráficos, etc.(Barragán, et al, 2014)

3.4 Población y Muestra

La intervención de la propuesta se realiza en grado 6, grupo A, que se encuentra conformado por 29 estudiantes, con edades que oscilan entre los 11 y los 15 años, de la institución educativa Gilberto Alzate Avendaño, de carácter oficial con población mixta en sede central y en la jornada de la tarde. Los estudiantes se anexan a continuación (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**).

Tabla 3-1: Listado de estudiantes del grupo a intervenir.

Nombre del estudiante.	Código.
1	E001
2	E002
3	E003
4	E004
5	E005
6	E006
7	E007
8	E008
9	E009
10	E010
11	E011
12	E012
13	E013

14	E014
15	E015
16	E016
17	E017
18	E018
19	E019
20	E020
21	E021
22	E022
23	E023
24	E024
25	E025
26	E026
27	E027
28	E028
29	E029

Los nombres os exacto no se indican para conservar el anonimato del estudiantes. Condiciones éticas.

3.5 Impacto esperado

Al finalizar la intervención de la presenta propuesta, se establecerán las conclusiones y recomendaciones mediante las cuales se valide o no la intervención sobre la enseñanza de la Teoría de Números. Éste documento se entregará completamente acabado para beneficio de los estudiantes.

3.6 Cronograma

Tabla 3-2: Cronograma.

Fases	**Objetivos**	**Actividades**
Fase 1: Caracterización	Identificar el problema de investigación y los posibles aspectos que lo pueden generar. Examinar los documentos publicados por el MEN, que	1.1. Revisión bibliográfica de las teorías del constructivismo socio-cultural, aplicadas al pensamiento numérico. 1.2. Revisión bibliográfica sobre la resolución de problemas en las

	orientan sobre el desarrollo del pensamiento numérico, y en particular, la enseñanza de la Teoría de Números.	matemáticas. 1.3. Revisión bibliográfica de los documentos del (MEN) enfocados a los lineamientos curriculares en el desarrollo del pensamiento numérico, en especial en la enseñanza de la Teoría de Números.
Fase 2: Diseño.	Elaborar una propuesta de intervención que propicie el fortalecimiento de la competencia en la resolución de problemas sobre Teoría de Números, para los estudiantes de del grado sexto de la I.E. Gilberto Alzate Avendaño.	2.1. Diseño de guías para la enseñanza y aprendizaje de la Teoría de Números. 2.2. Diseño y construcción de instrumentos de evaluación tipo test. 2.3. Diseño de situaciones problemas de Teoría de Números.
Fase 3: Intervención en el aula.	Realizar la intervención en el aula, con la cual se procura superar las dificultades que se identifican con respecto a la comprensión de la Teoría de Números.	3.1. Intervención de la propuesta metodológica para la enseñanza de la Teoría de Números.
Fase 4: Evaluación.	Evaluar los procesos implementados durante la intervención, así como la evaluación de la propuesta de intervención como tal.	4.1. Evaluar desde el punto de vista curricular el desempeño alcanzado por los estudiantes, durante la implementación de la propuesta.
Fase 5: Conclusiones y recomendaciones.	Conclusiones y recomendaciones sobre los hallazgos arrojados en la intervención.	5.1Evaluar y analizar la propuesta con base en los resultados obtenidos en los instrumentos. 5.2 Plantear recomendaciones en relación con los resultados obtenidos y los análisis realizados.

Tabla 3-3: Planeación de actividades.

Actividades.	SEMANAS															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Actividad 1.1	X	X														
Actividad 1.2		X	X													
Actividad 1.3				X	X											
Actividad 1.1						X	X									
Actividad 2.1								X	X							
Actividad 2.2										X						
Actividad 2.3											X					
Actividad 3.1												X	X	X		
Actividad 4.1														X		
Actividad 5.1														X	X	
Actividad 5.2																X

4. Trabajo final

Este capítulo está compuesto por tres espacios presentados en el orden que se desarrollan: Diagnóstico, intervención o aplicación de la propuesta y la evaluación.

4.1 Análisis de resultados

Para la elaboración del diagnóstico se construyeron y aplicaron los siguientes instrumentos: Encuesta a tres docentes de matemáticas de la institución educativa, pre-test, actividad en el tablero, en la cual deben clasificar números naturales de acuerdo a sus propiedades y relaciones, autoevaluación; y una actividad de cartografía social, aplicados a los estudiantes del grupo a intervenir.

1. Entrevista a docentes

Como instrumento en la recolección de información para el diagnóstico, con relación al rol del docente en la enseñanza de las matemáticas, en la educación básica secundaria del pensamiento numérico, en particular La Teoría de Números, se establece la entrevista a docentes del área de matemáticas. Se trata de desvelar cuáles son los aspectos fundamentales al momento de planear la enseñanza de las matemáticas, y en particular, la enseñanza de la Teoría de Números. Para ello, se definen las siguientes categorías.

1. Intereses, motivaciones y habilidades de los estudiantes.
2. Mediadores internos y externos.
3. Trabajo colaborativo como estrategia para el aprendizaje social.
4. Contexto para el diseño de situaciones en clase.
5. Las matemáticas como una expresión del lenguaje.
6. La evaluación.

Las preguntas y las respuestas de los docentes se pueden leer en el anexo B.

Análisis de las respuestas de los docentes a las preguntas de la entrevista.

Los docentes tienen en cuenta al momento de planear sus clases los conceptos previos, con el fin de nivelar los estudiantes, es claro que tienen muy poco en cuenta la realización de un diagnóstico que permita reconocer realidades, habilidades, intereses y contextos de los estudiantes, desde los cuales se deben proponer las situaciones de aprendizaje a estos. A pesar de ello, los docentes reconocen varios aspectos que motivan el aprendizaje de los estudiantes, como el empleo de material concreto, el trabajo en grupos y la aplicabilidad de los aprendizajes en la vida cotidiana, luego es fundamental contextualizar los conocimientos que se dan, para que ello se convierta en motivación y un aprendizaje más efectivo. Con respecto a los métodos e instrumentos que los docentes consideran importantes, sus respuestas se quedan en la utilización de los materiales concretos, obviando la importancia de los instrumentos y métodos que se pueden abstraer del diagnóstico.

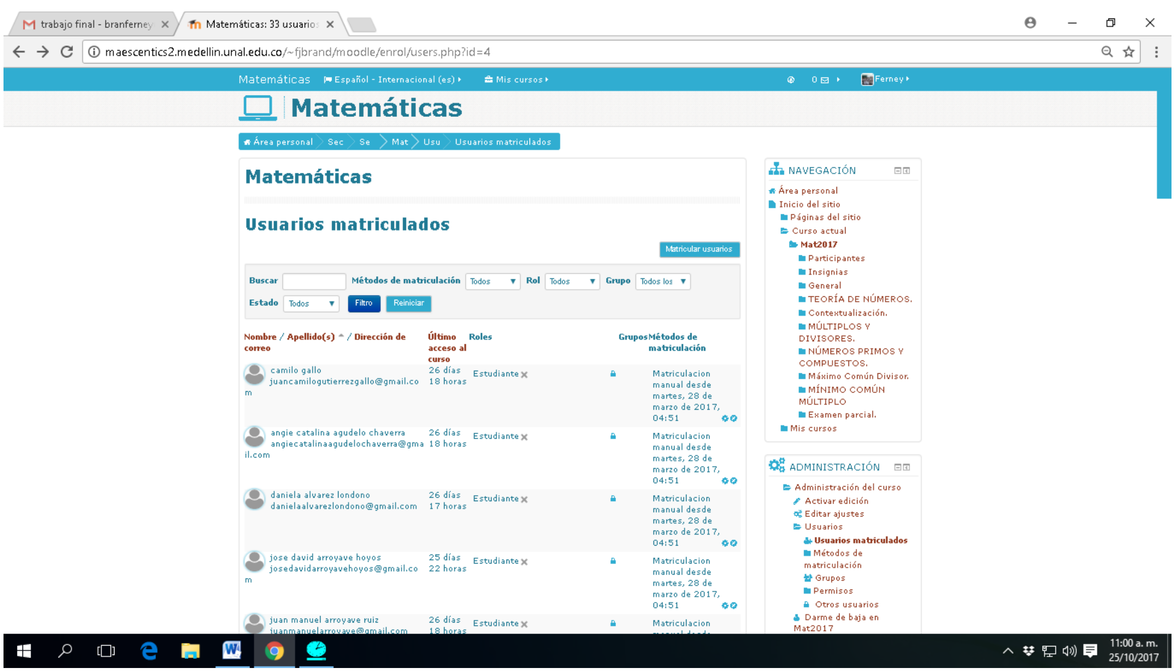
En cuanto a la concepción de Teoría de Números que plantean, se observan algunas confusiones, pues a pesar que esta teoría se puede aplicar a los números enteros y en general a cualquier conjunto de números, sus primeras aplicaciones se observan en los números naturales, y su función es el estudio de propiedades y relaciones de los números, como divisibilidad, primos y compuestos, criterios de divisibilidad, mínimo común múltiplo, Máximo Común Divisor, entre otros.

La concepción del modelo pedagógico establecido en la institución educativa, presenta confusión entre los docentes, ya que sus respuestas se quedan cortas frente a la definición y los objetivos de este, en tanto que se considera como el trabajo colaborativo que realizan los estudiantes, bajo situaciones propuestas por el docente, quien orienta el proceso de aprendizaje de acuerdo a las inquietudes e ideas que los estudiantes plantean. En el modelo, los estudiantes son los responsables de construir su propio conocimiento, a pesar que el trabajo se realiza en grupos de trabajo, los cuales se complementan y aportan desde sus propias capacidades.

2. Prueba escrita

Con el pre-test (ver anexo C), como instrumento de recolección de información para el diagnóstico, se busca identificar el nivel de comprensión de los mediadores internos que son fundamentales para la adquisición de conceptos fundamentales de la Teoría de Números que son: mínimo común múltiplo y máximo común divisor. Esta se aplica en la plataforma virtual moodle y los estudiantes lo presentan en el aula de sistemas, de la institución educativa.

Figura 4-1: Estudiantes matriculados en la plataforma Moodle.



La prueba diagnóstica se pondera sobre 100%, asignando a cada pregunta un porcentaje de acuerdo a su complejidad.

Teniendo en cuenta la escala valorativa contemplada en el Sistema Institucional de Evaluación, de la institución educativa, se establece relación en la tabla 4-1.

Tabla 4-1: Niveles de desempeño, de acuerdo al sistema institucional de evaluación.

Porcentaje	Desempeño.	Abreviatura.
0 – 59	Bajo	Db.
60 – 79	Básico	DB.
80 – 90	Alto	DA.
91 – 100	Superior	DS.

La prueba se diseña respondiendo a los criterios enumerados en la tabla 4-2.

Tabla 4-2: Criterios a evaluar.

N°	Criterio	Preguntas.
1	Comprende cuando un número es múltiplo de otro.	1, 3, 4, 6, 16
2	Identifica los divisores de un número, y su implicación.	2, 4, 6, 10, 18, 19, 14,
3	Identifica la relación entre múltiplo y divisor.	4, 6
4	Aplica propiedades de los múltiplos y los divisores.	5, 11
5	Clasifica los números entre primos y compuestos.	7, 8, 9.
6	Reconoce los criterios de divisibilidad.	13, 17
7	Descompone números compuestos en sus factores primos.	12, 15

Figura 4-2: Presentación de la prueba diagnóstica en la sala de sistemas.

Los resultados obtenidos por los estudiantes en el pre-test, se relacionan en la tabla 4-3, donde se presenta los porcentajes de acierto con el respectivo desempeño, de acuerdo a la tabla 4-1.

Tabla 4-3: Resultados de los estudiantes del Pre-test.

Estudiante	Porcentaje de acierto	Desempeño
E001	34	Bajo
E002	48	Bajo
E003	22	Bajo
E004	30	Bajo
E005	38	Bajo
E006	26	Bajo
E007	30	Bajo
E008	24	Bajo
E009	30	Bajo
E010	28	Bajo
E011	26	Bajo
E012	40	Bajo
E013	8	Bajo
E014	36	Bajo
E015	28	Bajo
E016	18	Bajo
E017	32	Bajo
E018	28	Bajo
E019	62	Básico
E020	44	Bajo
E021	24	Bajo
E022	36	Bajo
E023	22	Bajo
E024	16	Bajo
E025	62	Básico
E026	28	Bajo
E027	34	Bajo
E028	30	Bajo
E029	42	Bajo

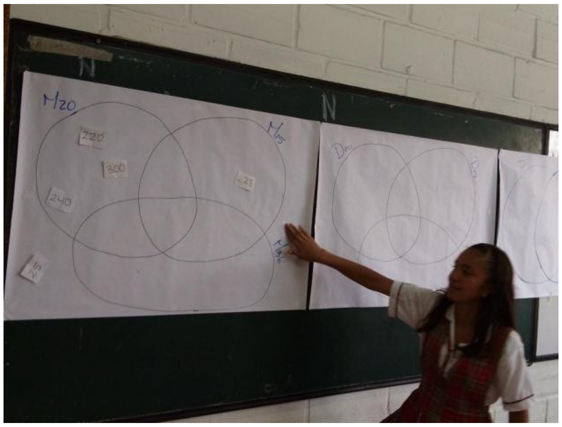
El porcentaje promedio alcanzado por el grupo corresponde al 31,9%, lo que indica un desempeño bajo.

3. Actividad argumentativa

Se determinan algunos conjuntos nombrados de acuerda a sus propiedades u operaciones y se dibujan en hojas bond que se pegan en el tablero. Adicionalmente, se depositan en una bolsa algunos números, para que los estudiantes de forma aleatoria los saquen y los ubiquen en el lugar que corresponde argumentando su ubicación, para lo cual se establecen las convenciones para cada momento. Se tendrán cinco momentos, el primero para los múltiplos, el segundo para los divisores, el tercero para los números primos y compuestos, el cuarto para los criterios de divisibilidad, y en el quinto descomposición en factores primos. (Ver anexo D)

El desempeño de los estudiantes se valora teniendo en cuenta los criterios antes descritos, en una escala de 1 a 5, donde 1 representa la no aprobación del criterio y 5 cumple con este. Al finalizar, se establece el desempeño en alcanzado en esta actividad, promediando la nota asignada en cada criterio, de acuerdo a la escala valorativa del sistema institucional de evaluación de la institución educativa.

Figura 4-3: Actividad diagnóstica 2. Estudiantes sustentando sus procedimientos para clasificar los números en cada conjunto.



Los resultados obtenidos por los estudiantes en la actividad, se relacionan en la tabla 4-4, donde se presenta los porcentajes de acierto con el respectivo desempeño, de acuerdo a la tabla 4-1.

Tabla 4-4: Desempeño de los estudiantes de la actividad 2.

Estudiante	Criterios							Desempeño
	1	2	3	4	5	6	7	
E001	5	4	5	1	1	5	1	Básico.
E002	5	5	3	1	5	3	1	Básico.
E003	4	4	4	1	2	3	4	Básico.
E004	1	5	2	2	5	3	4	Básico.
E005	5	5	4	4	4	3	2	Básico.
E006	1	1	1	2	4	3	4	Bajo.
E007	5	5	4	4	5	5	4	Alto.
E008	5	3	4	4	4	5	5	Alto.
E009	1	5	2	1	1	3	1	Bajo.
E010	5	5	4	4	4	3	1	Básico.
E011	4	1	1	1	1	1	1	Bajo.
E012	5	5	4	4	4	3	4	Alto.
E013	5	3	3	4	5	4	1	Básico.
E014	4	5	3	4	4	4	1	Básico.
E015	5	4	4	4	4	3	1	Básico.
E016	1	5	1	1	2	4	2	Bajo.
E017	3	1	1	2	4	1	4	Bajo.
E018	5	5	4	1	1	1	1	Bajo.
E019	5	4	3	4	4	1	3	Básico.
E020	1	5	1	1	4	4	1	Bajo.
E021	3	3	3	4	1	2	3	Bajo.
E022	5	5	3	4	4	3	3	Básico.
E023	1	1	1	1	3	1	3	Bajo.

E024	1	1	2	1	3	3	1	Bajo.
E025	1	1	1	1	1	1	1	Bajo.
E026	1	1	1	1	1	1	1	Bajo.
E027	1	1	2	1	3	3	1	Bajo.
E028	4	5	4	4	3	3	3	Básico.
E029	5	1	1	1	3	1	3	Bajo.

4. Auto-evaluación

En una calificación de 1 a 5, donde 5 significa un nivel "muy alto" y 1 un nivel "muy bajo", cómo calificaría usted su desempeño en las actividades anteriores, con relación a los siguientes criterios.

Tabla 4-5: Formato autoevaluación de los estudiantes.

Criterios	Nivel				
	1	2	3	4	5
Comprendo cuando un número es múltiplo de otro.					
Identifico los divisores de un número, y su implicación.					
Identifico la relación entre múltiplo y divisor.					
Aplico propiedades de los múltiplos y los divisores.					
Clasifico los números entre primos y compuestos.					
Reconozco los criterios de divisibilidad.					
Descompongo números compuestos en sus factores primos.					

Los resultados de la autoevaluación realizada por los estudiantes, se presentan en la tabla 4-6, donde se presenta los porcentajes de acierto con el respectivo desempeño, de acuerdo a la tabla 4-1.

Tabla 4-6: Desempeño de los estudiantes, de acuerdo a la autoevaluación.

Estudiante	Criterios							Desempeño
	1	2	3	4	5	6	7	
E001	4	3	4	3	4	3	5	Básico.
E002	5	3	5	5	3	4	5	Alto.
E003	3	4	4	3	5	3	4	Básico.
E004	-	-	-	-	-	-	-	
E005	5	4	5	4	3	5	3	Alto.
E006	4	3	3	3	4	3	2	Básico.
E007	4	4	5	5	4	4	3	Alto.
E008	3	3	4	3	4	3	3	Básico.
E009	1	1	2	1	2	1	2	Bajo.
E010	4	3	3	2	3	2	2	Bajo.
E011	5	4	3	2	3	4	2	Básico.
E012	3	3	3	3	3	2	2	Bajo.
E013	3	3	3	2	2	3	2	Bajo.
E014	5	4	5	4	5	5	4	Superior.
E015	4	5	5	5	5	4	5	Superior.
E016	3	3	2	3	3	3	2	Bajo.
E017	5	4	5	5	3	4	4	Alto.
E018	3	3	2	3	2	3	2	Bajo.
E019	2	2	4	3	2	2	3	Bajo.
E020	2	1	3	1	2	2	3	Bajo.
E021	4	4	5	3	3	4	1	Básico.
E022	4	4	4	3	4	4	3	Básico.
E023	3	2	3	2	3	3	3	Bajo.
E024	1	1	2	1	2	1	2	Bajo.
E025	4	4	3	3	2	4	3	Básico.
E026	3	1	3	2	3	1	4	Bajo.
E027	3	3	4	4	4	3	3	Básico.
E028	3	2	3	2	3	2	3	Bajo.
E029	4	5	5	5	5	4	3	Alto.

Nota: El estudiante E004 no asistió el día que se realizó la auto-evaluación.

De acuerdo a los resultados obtenidos por los estudiantes en las tres actividades anteriores, se presenta tabla 4-7, que los relaciona con cada una de las actividades, de acuerdo a la tabla 4-1. La codificación permite obviar sus nombres.

Tabla 4-7: Desempeño de los estudiantes en las tres actividades diagnósticas.

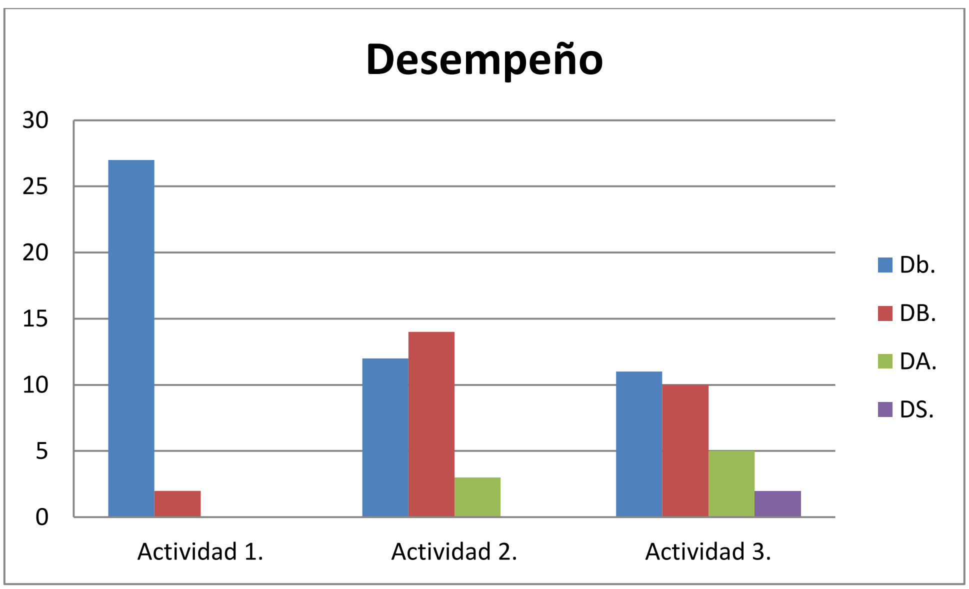
Estudiante	Actividad 1	Actividad 2	Actividad 3
E001	Db	DB	DB
E002	Db	DB	DA
E003	Db	DB	DB
E004	Db	DB	---------------
E005	Db	DB	DA
E006	Db	DB	DB
E007	Db	DA	DA
E008	Db	DA	DB
E009	Db	Db	Db
E010	Db	DB	Db
E011	Db	Db	DB
E012	Db	DA	Db
E013	Db	DB	Db
E014	Db	DB	DS
E015	Db	DB	DS
E016	Db	Db	Db
E017	Db	Db	DA
E018	Db	Db	Db
E019	DB	DB	Db
E020	Db	Db	Db
E021	Db	Db	DB
E022	Db	DB	DB
E023	Db	Db	Db
E024	Db	Db	Db
E025	Db	Db	DB
E026	DB	Db	Db
E027	Db	Db	DB
E028	Db	DB	Db
E029	Db	Db	DA

De acuerdo al número de estudiantes que alcanzan cada desempeño, en cada una de las actividades, se sintetizan en la siguiente tabla, y se presentan en el gráfico.

Tabla 4-8: Resumen del desempeño de los estudiantes en cada actividad diagnóstica.

Actividades	Db.	DB.	DA.	DS.
Actividad 1.	27	2	0	0
Actividad 2.	12	14	3	0
Actividad 3.	11	10	5	2

Figura 4-4: Resumen del desempeño de los estudiantes en cada actividad diagnóstica.



Análisis del diagnóstico

De las actividades diagnósticas que se realizaron a los estudiantes, se deben tener en cuenta los siguientes aspectos.

De los desempeños alcanzados por los estudiantes en la actividad diagnóstica 1, se puede observar que pueden calcular los múltiplos de diferentes números, y hallar algunos de los divisores, pero al momento de reconocer la relación entre ser divisor y múltiplo de un número, no se percatan fácilmente de dicha relación, o son pocos los estudiantes que logran reconocerla. Adicionalmente presentan confusiones al momento de identificar las propiedades de los múltiplos y los divisores por ejemplo de infinitud y finitud. Pocas veces aplican efectivamente los criterios de divisibilidad, ya que los confunden y genera dificultades al momento de clasificar números entre primos y compuestos, además, a algunos se les hace complicado hallar más de dos divisores. De manera similar, las dificultades para aplicar los criterios de divisibilidad y clasificación de números en primos y compuestos, les genera dificultades al momento de descomponer números en sus factores primos.

De la actividad 2, se puede observar que los estudiantes calculan y explican el procedimiento para hallar los múltiplos y los divisores de diferentes números, al momento de exponer la relación entre los conceptos de divisor y múltiplo de números naturales, los estudiantes presentan poca claridad, y en algunas ocasiones confusiones, al igual que con sus propiedades. En esta actividad, los estudiantes obtienen mejor desempeño al momento de clasificar los números en primos y compuestos, esto debido a que pueden determinar los divisores de cada número. En cuanto a la aplicación de los criterios de divisibilidad, se percibe un desempeño más destacado que en la actividad anterior (pre-test), ya que pueden identificar los números primos que dividen a un número, de acuerdo al criterio definido para ello. De esta actividad, la mayor dificultad se observa al momento de descomponer los números en sus factores primos, y expresarlos como el producto de estos.

En cuanto a la actividad 3, se observa en los estudiantes la conciencia de las dificultades en la comprensión de algunos de los conceptos abordados, sobre la Teoría de Números. Es claro que el mayor dominio conceptual lo presentan sobre los múltiplos y los divisores de números naturales, además de su relación y algunas de sus propiedades, clasificando, con dominio relativo, los números naturales entre primos y compuestos, de acuerdo al número de divisores. La mayores dificultades se presentan al aplicar los criterios de divisibilidad a diferentes números y, adicionalmente, al momento de descomponer un número compuesto en sus factores primos.

Finalmente, se observa, en las tres actividades, que los estudiantes poseen mayor dominio conceptual sobre los 4 primeros criterios, y sus mayores dificultades se observan al realizar ejercicios que impliquen los 3 criterios posteriores. Lo que, finalmente, pude generar que los estudiantes no calculen el m.cm. y/o el M.C.D, confundan sus procedimientos o realicen interpretaciones erróneas de estos.

5. Actividad: Reconociendo. Cartografía social.

En esta actividad los estudiantes tendrán una hoja doblada por la mitad. En la primera parte externa los estudiantes dibujaran los que en este momento son, tienen y hacen. En el otro extremo los estudiantes esquematizan que quieren ser en el futuro, como se ven, haciendo que, sus aspiraciones. En la parte interna de la hoja los estudiantes dibujan el recorrido que deben seguir y que les permitirá alcanzar sus aspiraciones, objetivos y sueños, es decir, lo que deben hacer para llegar a ese futuro.

De acuerdo a esta actividad, los estudiantes responden las siguientes preguntas, enmarcadas en tres categorías: motivaciones, habilidades e intereses.

Tabla 4-9: Categorías y preguntas orientadoras.

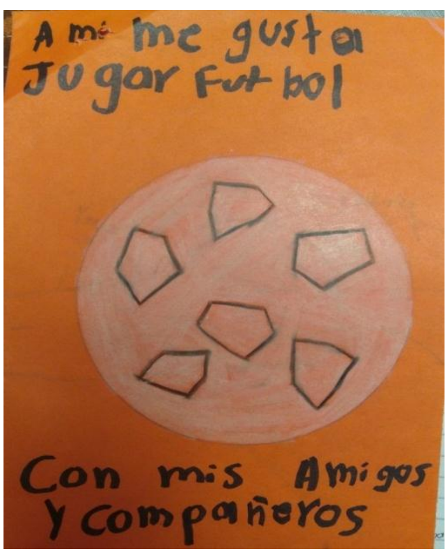
Categorías	Preguntas orientadoras
Motivaciones.	- ¿Qué es lo que más te gusta hacer en tus ratos libres? - ¿Quién, en su familia, se ha convertido en ejemplo y motivación para alcanzar los logros? ¿Por qué? - ¿Qué es los que te impulsa a estudiar? - ¿Crees que el estudio te ayudará a alcanzar tus metas? - ¿Qué aspectos de tu contexto te dificulta alcanzar tus metas? Y ¿Cuáles favorecen?

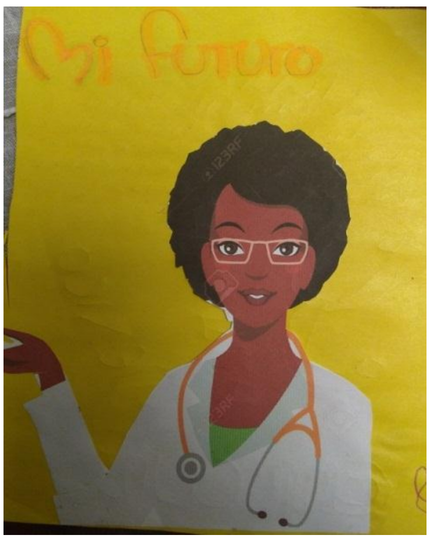
Habilidades.	▪ ¿Cuáles son las habilidades por las cuales resaltas? ▪ ¿Cómo potencias esas habilidades? ▪ ¿Para qué crees que te sirven estas habilidades?
Intereses.	▪ ¿Cuáles son sus aspiraciones? ▪ ¿Qué metas tienes a corta, mediano y largo plazo? ▪ ¿Cómo crees que vas a alcanzar estas metas?

Sus intereses están basados en la práctica de algún deporte, en particular el fútbol, reconociendo allí una de sus mayores habilidades, y, adicionalmente, son conscientes de la importancia de la disciplina y la práctica constante para fortalecer dicha habilidad, y esto define en gran medida sus aspiraciones y metas, ya que, muchos de ellos, ven como una posibilidad en su futuro, la práctica del futbol a nivel profesional.

Adicionalmente, algunas integrantes del grupo, especialmente niñas, dedican considerable parte de su tiempo libre a la práctica del porrismo. Esto generado, en gran medida, por diferentes organizaciones deportivas gubernamentales y no gubernamentales, que pretenden diversificar las ofertas y prácticas deportivas y de entretenimiento.

Figura 4-5: Intereses, motivaciones y habilidades de los estudiantes.





La adecuación y remodelación de escenarios deportivos realizados por la concesión encargada de construir el puente de la Madre Laura, como obras complementarias, obra realizada en el sector de gran envergadura, ha favorecido la práctica de diferentes deportes de los habitantes del sector.

A pesar que los estudiantes identifican en la práctica del deporte sus mayores habilidades y tienen dentro de sus metas jugar profesionalmente el futbol, reconocen la importancia del estudio para alcanzar sus objetivos, y la importancia de la familia como apoyo y motivación en la consecución de cada logro. De hecho muchos de ellos presentan como un referente ejemplo de seguir a uno de sus familiares, especialmente padre, madre o ambos, pues reconocen en ellos la responsabilidad, el compromiso y el amor por la familia.

4.2 Propuesta

De acuerdo al diagnóstico realizado se reconoce la importancia, en la enseñanza de los diferentes conceptos matemáticos, partir de las experiencias de los estudiantes, de su contexto, con el fin de que estos tengan sentido y se relacionen desde lo social y cultural. Adicionalmente, se identifican tres centros de interés de los estudiantes, los cuales orientan el diseño de las actividades de aprendizaje que se proponen. Ellos son el fútbol, el porrismo, el cuidado y protección de los animales, desde los cuales se realiza la propuesta.

Para el desarrollo de la intervención, se plantean 7 actividades, algunas de las cuales se realizan en grupos, teniendo en cuenta el trabajo colaborativo y el modelo pedagógico de la institución, otras se realizan de manera individual, pues es el individuo el que finalmente es responsable delos conocimientos construidos. Se tienen en cuenta diferentes herramientas, en especial las informáticas, plataformas educativas, videos, y guías, como mediadores externos, que pueden favorecer la construcción de los conceptos matemáticos.

Actividad 1.

Se presentan a los estudiantes videos de internet sobre los centros de interés identificados en el diagnóstico, haciendo un enfoque sobre la práctica de estos deportes en Colombia (futbol y porrismo), y el cuidado y protección de los animales. Las direcciones son:

Sobre fútbol: https://www.youtube.com/watch?v=ewvTCSvz_so

Sobre porrismo: https://www.youtube.com/watch?v=L-eyJ7mBOag

Sobre el cuidado y protección de los animales: https://www.youtube.com/watch?v=9TZr_vI9Cfw

Figura 4-6: Observación y discusión de videos de acuerdo a los centros de interés.

Allí se observa gran motivación y entusiasmo por los estudiantes, discuten algunos conceptos que se exponen en los videos, y reconocen algunos representantes importantes de cada una de estas actividades.

A partir de estos videos, y con el fin de generar una pequeña discusión entre los estudiantes, se plantean 4 preguntas:

a) ¿Considera que el porrismo es un deporte? Justifique.

b) ¿Por cuál de las regiones nombradas en el video, ingreso el fútbol a Colombia?

c) ¿Por qué es importante y cuidado y la protección de los animales?

d) ¿Cuál de los videos apunta más cercanamente a sus aspiraciones?

Ante la primera pregunta y aunque siendo la más polémica, se concluyó que el porrismo es un deporte, ya que requiere un desarrollo físico importante, trabajo en equipo, coordinación, además de la importancia a nivel nacional e internacional que ha tomado, con torneos y equipos de gran reconocimiento.

En la segunda pregunta se encuentra que para los estudiantes es más lógico que el futbol haya ingresado al país por la costa caribe colombiana, esto, debido a la entrada de mano de obra de países europeos (continente donde se desarrolló de manera más acelerada) para la construcción de importantes obras civiles en los puertos.

En la tercera pregunta, los estudiantes hicieron reflexiones importantes sobre la necesidad de la protección de los animales, ya que son considerados seres sintientes, y la obligación del humano como ser “superior”, debe cuidarlos y evitar su sufrimiento.

Ya en la cuarta, los estudiantes seleccionaron el video que se relaciona con el trabajo realizado durante el diagnóstico. Esta actividad se desarrolla en una clase de 2 horas, aproximadamente.

Actividad 2.

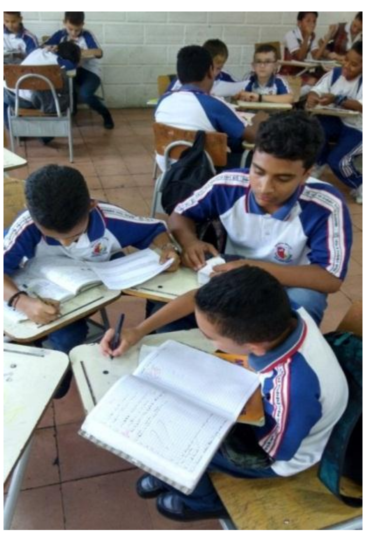
Se proponen guías de intervención (Ver anexo D) para la enseñanza de la Teoría de Números, basada en los centros de interés identificados, para lo cual se distribuye el grupo en equipos de trabajo, cada uno con tres estudiantes, seleccionados por el docente teniendo en cuenta las destrezas de los estudiantes, con el fin que se apoyen en la realización de la actividad. Esta guía se desarrolla en 4 horas distribuidas en dos clases.

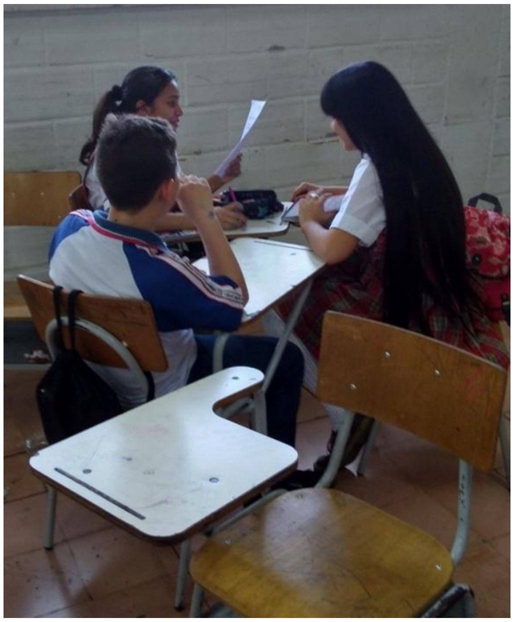
Al iniciar el desarrollo de la se plantea el objetivo principal de su realización, además es necesario explicar a los estudiantes por que los grupos fueron escogidos de acuerdo a las características y capacidades de los integrantes. Adicionalmente, se refuerza la necesidad que los estudiantes se responsabilicen en la solución de esta guía, ya que son estos los responsables de construir sus conocimientos.

Durante el desarrollo de la guía se observa muy buena actitud de los estudiantes para cumplir con la tarea, tratando de resolver sus inquietudes. Adicionalmente se percibe mucha aceptación de los estudiantes que poseen habilidades un poco superiores a las de sus compañeros, para compartir lo que han comprendido, de tal manera que todos los integrantes de los grupos están enterados de lo que hacen. Sin embargo, a los estudiantes se les notan inseguros al momento de resolver cada situación, ya que constantemente buscan la aprobación del docente, quien está pendiente de ofrecer las orientaciones que los estudiantes puedan necesitar. Ante esto, se les recomienda verificar los resultados que encuentran, analizar su coherencia frente a lo que se pregunta y el contexto de las situaciones.

Esta actividad fue importante, ya que los estudiantes pudieron reconocer la importancia de los conceptos de la Teoría de Números en las diferentes situaciones, de acuerdo a los centros de interés, además de fortalecer su comprensión y utilidad.

Figura 4-7: Desarrollo de la actividad de intervención 2, guía 1.



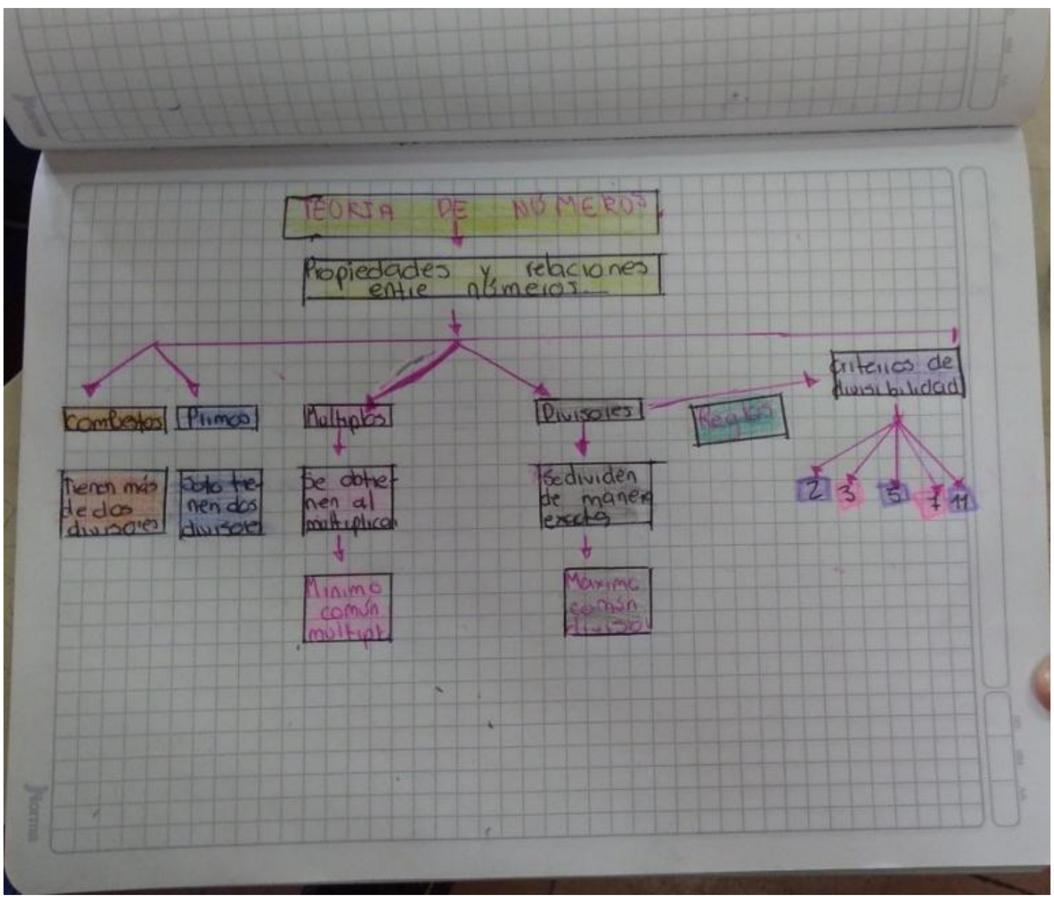


Actividad 3.

En esta actividad se realiza construcción de un esquema entre los estudiantes, guiados por el docente, de acuerdo a las definiciones concedidas por los estudiantes ante los diferentes conceptos que van planteando, algunos de los cuales son complementados por la intervención del docente.

En algunos casos es muy útil hacer referencia a algunas situaciones concretas del contexto de la vida cotidiana, buscando mejorar la comprensión de estos, estos ejemplos evocados por el docente y en algunos casos, por los estudiantes. Esta actividad se realiza en una hora de clase.

Figura 4-8: Cuadro conceptual sobre los conceptos fundamentales de la Teoría de Números.



Actividad 4.

Luego de la construcción del esquema, los estudiantes en los mismos grupos que realizaron la actividad 2, guía 1, completan un formato en el cual deben relacionar cada concepto definido en la actividad anterior, con cada situación resuelta en la guía 1. Esta actividad se realiza en una hora de clase.

Tabla 4-10: Relación entre conceptos y situaciones.

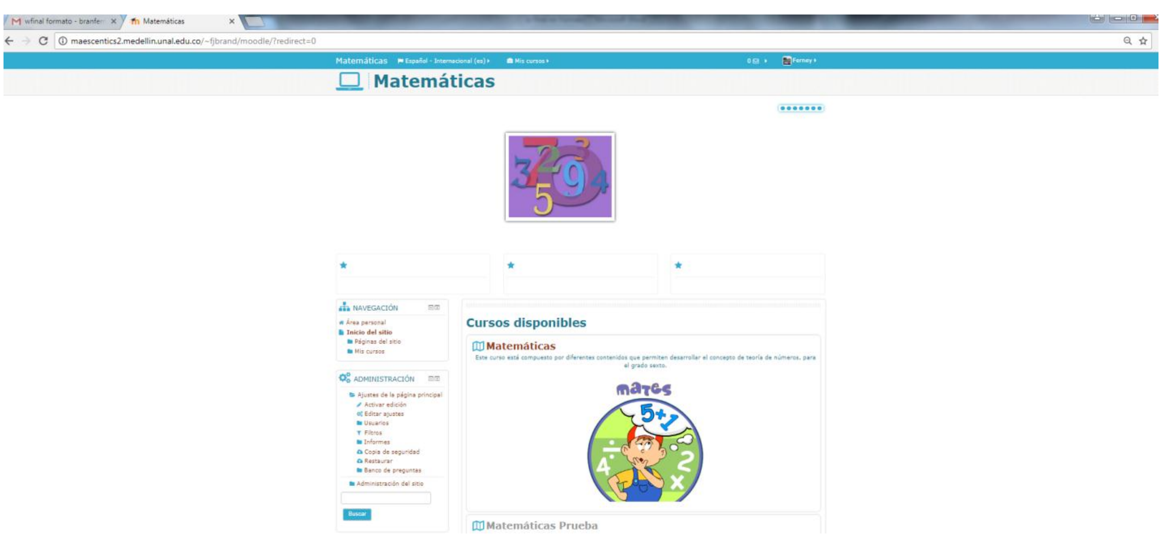
Nombres de los estudiantes:		
Concepto	**Definición.**	**Puntos de la actividad resueltos utilizando el concepto.**
Múltiplos.	Son aquellos números que se obtienen al multiplicarlo por todos los números naturales.	
Divisores.	Los divisores de un número son aquellos números que lo dividen de manera exacta.	
Primos y compuestos	Primos: Solo es divisible por dos números, por el 1 y el mismo número. Compuesto: Tiene más de dos divisores.	
Criterios de divisibilidad	Permiten determinar si un número es divisible entre otro, sin necesidad de hacer la división.	
Mínimo común múltiplo	Se entiende como el menor de los múltiplos comunes de dos o más números.	
Máximo común divisor	Se entiende como el mayor de los divisores comunes de dos o más números.	

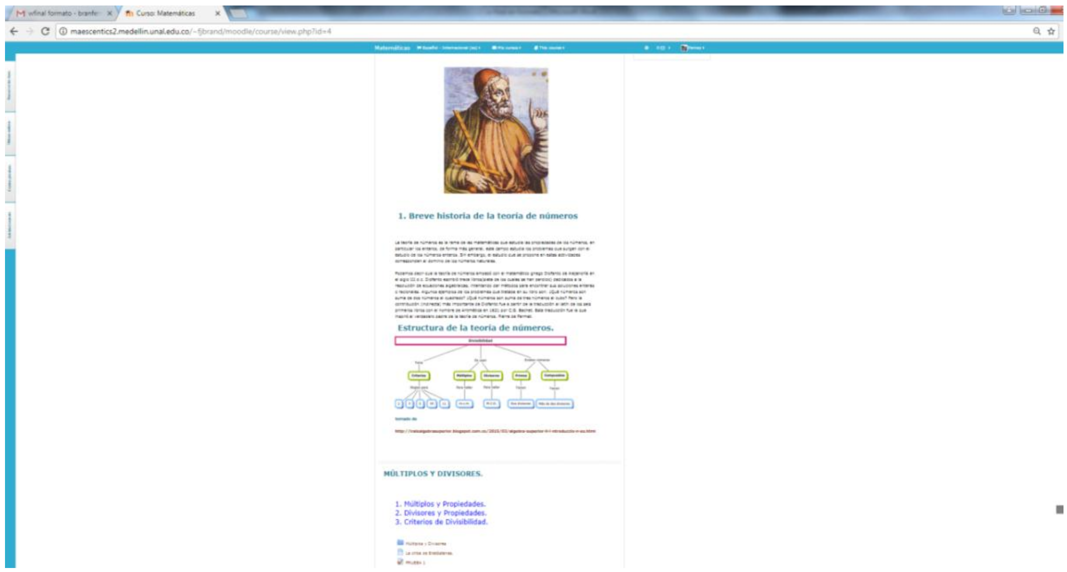
Frente a esta actividad es importante resaltar las inquietudes de los estudiantes sobre la relación de cada situación de la guía 1 con los conceptos, ya que estos deducen que algunos conceptos los aplicaron en varias situaciones, por tanto, un solo concepto se puede relacionar con varias situaciones, y una situación se puede resolver aplicando diferentes conceptos. Concluyendo, por ejemplo, la relación entre múltiplos y divisores de un número natural.

Actividad 6.

Se diseña un curso sobre Teoría de Números en la plataforma moodle, dividida en 4 temas: múltiplos y divisores, primos y compuestos, m.c.d y m.c.m, cada uno de los cuales cuenta con un cuestionarios, que se debe resolver al completar su estudio y finalmente una prueba final, en la cual se incluyen los cuatro temas abordados. Esta se compone de diferentes recursos digitales como videos, audios, flash, documentos en formatos pdf. y Word. Para cada estudiante se ha creado un usuario y una contraseña, por tanto cada estudiante debe resolver individualmente las actividades allí establecidas, aunque durante su desarrollo pueden compartir entre los estudiantes las inquietudes que se pueden ir presentando. El curso se empieza a desarrollar en clase en el aula de sistemas de la institución educativa con una duración de 4 horas, distribuidas en 2 sesiones, pero se debe continuar y finalizar extra clase. El curso se encuentra en la url: goo.gl/9ttsnu.

Figura 4-9: Curso en la plataforma moodle.





Inicialmente los estudiantes se encuentran un poco reacios a realizar la actividad propuesta empleando estos medios, pues a pesar de manejar con regularidad programas digitales, no es muy común el uso de estas plataformas educativas. Sin embargo, luego de hacer una inducción sobre el manejo de esta plataforma, sus posibilidades y los objetivos planteados para el desarrollo de esta actividad, mejora la actitud de los estudiantes, además empiezan a comprender y manejar adecuadamente la herramienta de manera más ágil. Algunos de ellos empezaron a orientar a sus compañeros, lo que generó una actitud cooperativa entre los mismos estudiantes.

Debido a la extensión del curso y el poco tiempo para el desarrollo de esta actividad, se propone que los estudiantes lo sigan realizando por fuera de clase, atendiendo además a uno de los aspectos que se señala desde las orientaciones señaladas por los docentes encuestados, en cuanto al hecho que el aula de clase no es el único espacio de aprendizaje que pueden tener los estudiantes.

Figura 4-10: Estudiantes desarrollando el curso en moodle.

En esta actividad es importante mencionar y agradecer el acompañamiento y apoyo del docente de sistemas de la institución educativa, quien asesora, desde los aspectos técnicos de los equipos informáticos y los software, el desarrollo de esta, permitiendo, así dedicar todo el tiempo al asesoramiento a los estudiantes en la construcción de los conceptos correspondientes a la Teoría de Números, de tal manera que se optimizan los recursos y el tiempo.

Actividad 7.

Para la realización de esta actividad se propone una guía (Ver anexo E), la cual se diseña teniendo en cuenta el contexto de los estudiantes, con relación al objetivo de las directivas institucionales de la reconstrucción de la planta física debido al deterioro por el transcurso del tiempo. Como metodología se propone el trabajo colaborativo en grupos de tres estudiantes. El papel del docente es el de guía u orientador del trabajo que realizan los estudiantes, aclarando las inquietudes y dudas que estos manifiestan, en el caso que no puedan resolverse por la colaboración de sus pares. En esta se plantean situaciones que tienen relación con los diferentes conceptos de la Teoría de Números: múltiplos, divisores, números primos y compuestos, Máximo Común Divisor y mínimo común múltiplo, con la intención de fortalecer su comprensión, de acuerdo a la aplicabilidad que se puede deducir de ellos. Adicionalmente, se da el espacio para que los estudiantes propongan, describan y diseñen un espacio en particular de la institución a reconstruir, de acuerdo a sus intereses y motivaciones que ya han planteado en espacios anteriores.

Al iniciar el desarrollo de esta actividad se realiza una contextualización de las situaciones que allí se plantean, teniendo en cuenta que es un proyecto a mediano plazo que se ha trazado desde las directivas de la institución educativa, por tanto los estudiantes son conscientes que esta realidad les implica como integrantes de la comunidad educativa, y se deja claro el objetivo de la actividad. Su solución se realiza en grupos de trabajo, teniendo en cuenta las orientaciones de la guía 1.

Durante el desarrollo de la guía es perceptible el buen entusiasmo para resolver la guía, ya que poseen gran claridad conceptual para identificar y aplicar el procedimiento que les permite resolver cada situación, y aplican procedimientos para verificar los resultados hallados. Mostrando Gran seguridad frente a las soluciones encontradas. Aspecto muy importante con respecto a la solución de la guía anterior, en la que buscaban la aprobación del docente para asegurarse que lo había hecho bien.

Socializan entre compañeros los resultados que han obtenido, y los argumentan desde los conceptos propios de la Teoría de Números. Por tanto, se observan cambios positivos en la comprensión de los estudiantes en relación el desarrollo de la actividad 2, guía 1. Hacen propuestas en el punto 12b, para la construcción de espacios de esparcimiento basados en los centros de interés identificados en el proceso de diagnóstico, lo que los hace sentirse incluidos en las situaciones propuestas.

Figura 4-11: Desarrollo de la actividad de intervención 7, guía 2.

4.3 Evaluación

Para la evaluación final se plantea la misma prueba realizada en el pre-test, con el fin de comparar los avances conceptuales de los estudiantes con respecto a la Teoría de Números. A continuación (tabla 4-11) presenta el porcentaje alcanzado por cada estudiante y el desempeño al cual corresponde, de acuerdo a la tabla 4-1.

Tabla 4-11: Desempeño de los estudiantes en la prueba pos- test.

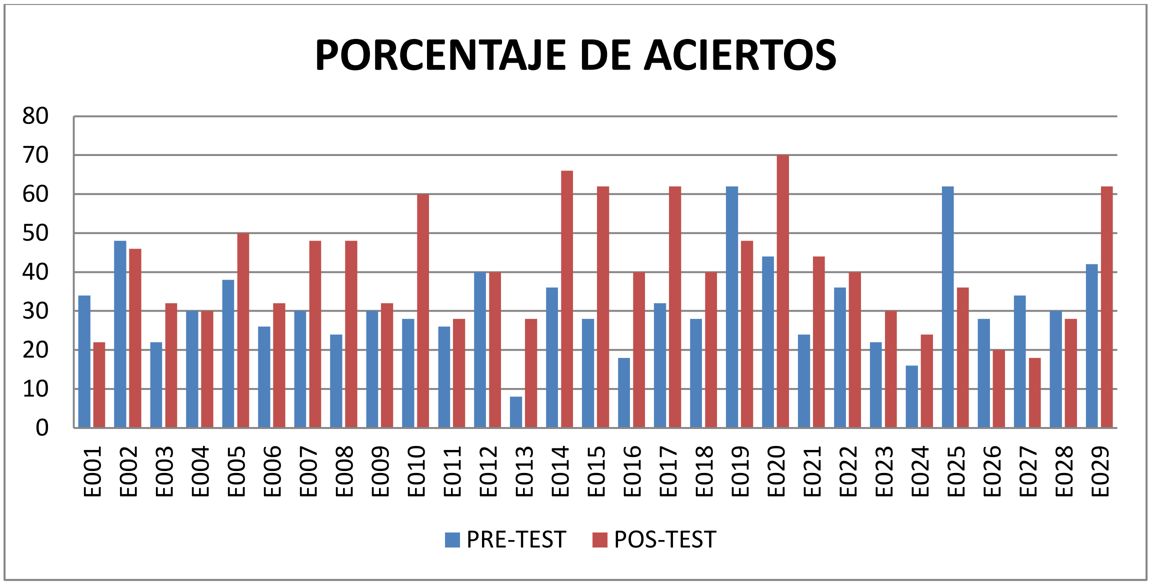
Estudiante	Porcentaje de acierto	Desempeño
E001	22	Bajo
E002	46	Bajo
E003	32	Bajo
E004	30	Bajo
E005	50	Bajo
E006	32	Bajo
E007	48	Bajo
E008	48	Bajo
E009	32	Bajo
E010	60	Básico
E011	28	Bajo
E012	40	Bajo
E013	28	Bajo
E014	66	Básico
E015	62	Básico
E016	40	Bajo
E017	62	Básico
E018	40	Bajo
E019	48	Bajo
E020	70	Básico
E021	44	Bajo
E022	40	Bajo
E023	30	Bajo
E024	24	Bajo
E025	36	Bajo
E026	20	Bajo
E027	18	Bajo
E028	28	Bajo
E029	62	Básico

El porcentaje promedio alcanzado por el grupo corresponde al 40,9%, lo que indica un desempeño bajo. Todos los estudiantes obtuvieron un desempeño bajo o básico, pero ninguno alcanzó un desempeño mayor. Sin embargo, es importante resaltar que la mayoría de los estudiantes mejoraron el porcentaje alcanzado en el pos-test en relación al pre-test, como se puede observar en la tabla 4-12.

Tabla 4-12: Comparación del desempeño de los estudiantes en el pre-test y el pos-test.

Estudiante	Porcentaje de acierto	
	Pre-test	Pos-test
E001	34	22
E002	48	46
E003	22	32
E004	30	30
E005	38	50
E006	26	32
E007	30	48
E008	24	48
E009	30	32
E010	28	60
E011	26	28
E012	40	40
E013	8	28
E014	36	66
E015	28	62
E016	18	40
E017	32	62
E018	28	40
E019	62	48
E020	44	70
E021	24	44
E022	36	40
E023	22	30
E024	16	24
E025	62	36
E026	28	20
E027	34	18
E028	30	28
E029	42	62
PROMEDIO	**31,9**	**40,9**

Figura 4-12: Comparación del desempeño de los estudiantes en el pre-test y el pos-test.

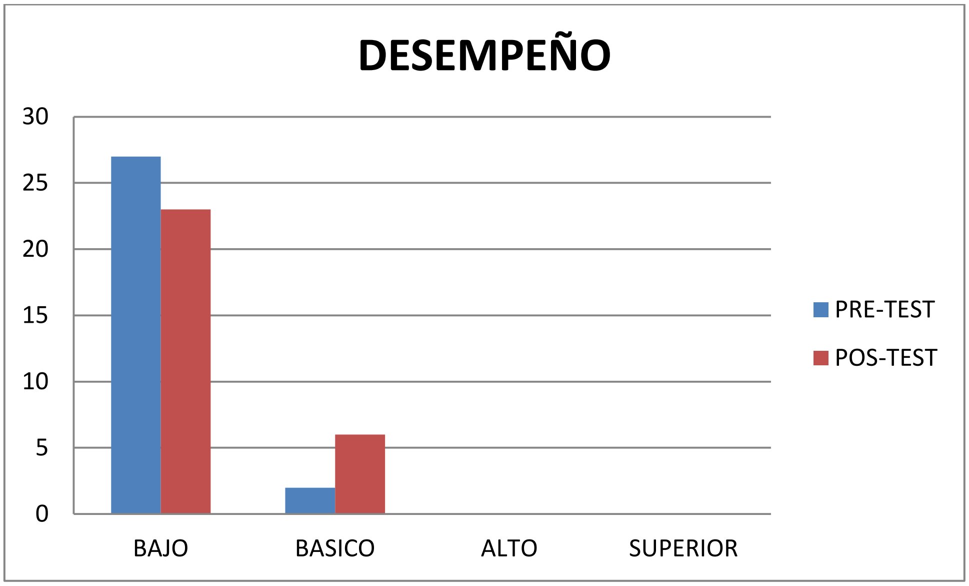


Adicionalmente se observa que en el pre-test, dos estudiantes alcanzaron un desempeño básico, mientras que en el pos-test fueron 6 los estudiantes que alcanzaron este desempeño, como se puede deducir de la tabla 4-13.

Tabla 4-13: Comparación de cada desempeño de los estudiantes en el pre-test y el pos-test.

Desempeño	Bajo	Básico	Alto	Superior
Pre-test	27	2	0	0
Pos-test	23	6	0	0

Figura 4-13: Comparación de cada desempeño de los estudiantes en el pre-test y el pos-test.

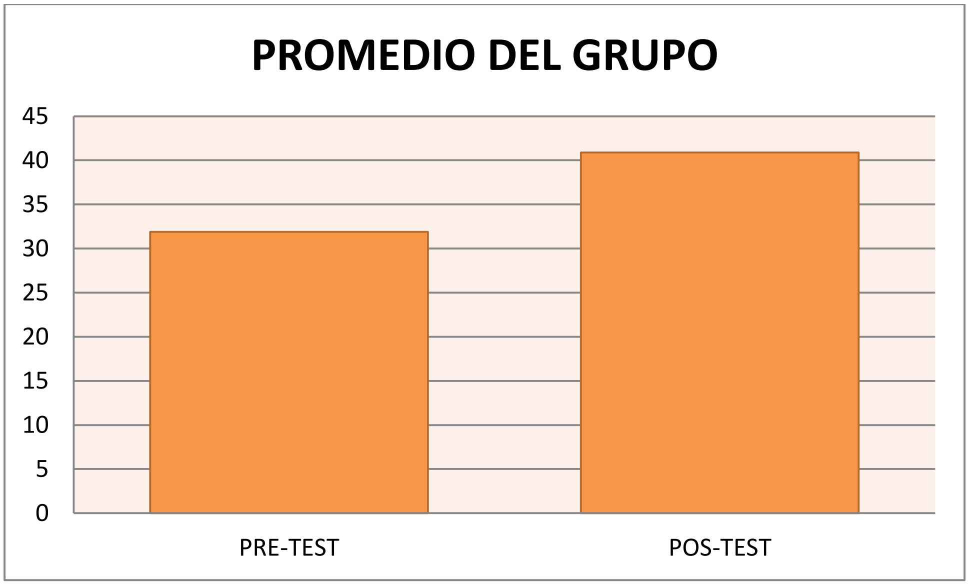


Como consecuencia inmediata del mejoramiento de los porcentajes alcanzados por la mayoría de los estudiantes, comparando los test, el promedio general del grupo tuvo un aumento del 9%, como se puede evidenciar en la tabla 4-13.

Tabla 4-14: Promedio del desempeño de los estudiantes del pre-test y el pos-test.

Tipo de prueba	Promedio del grupo
Pre-test	31,9
Pos-test	40,9

Figura 4-14: Promedio del desempeño de los estudiantes del pre-test y el pos-test.



De acuerdo a estos resultados, se puede verificar que al aplicar esta propuesta los resultados de la mayoría de los estudiantes mejoraron, unos en mayor proporción que otros. Adicionalmente el número de estudiantes que obtuvo un desempeño básico aumento, disminuyendo el número que obtuvieron bajo, y finalmente el promedio general del grupo también mejoró en un 9%. Se consideran todos estos resultados positivos, teniendo en cuenta que el tiempo de intervención es corto, para el proceso de comprensión de los conceptos allí involucrados.

5. Conclusiones y recomendaciones

5.1 Conclusiones

Luego del proceso de los procesos del diagnóstico, la planeación e implementación de la propuesta y la evaluación de esta, es importante señalar las siguientes conclusiones:

En primer lugar para identificar el nivel de comprensión de los estudiantes de los conceptos involucrados en la Teoría de Números se realizan varios procesos, así

- Se diseñan aplica y analiza una entrevista a los docentes de la institución educativa (actividad 1), de la que se deduce que, generalmente, no se dedica un espacio para la realización de un diagnóstico que permita reconocer realidades, habilidades, intereses y contextos de los estudiantes, desde los cuales se deben proponer las situaciones de aprendizaje a estos, puesto que es fundamental contextualizar los conocimientos que se dan, para que ello se convierta en motivación y una posibilidad de aprendizajes más efectivo.

- Se aplica el pre-test o prueba diagnóstica escrita (actividad 2), se halla que los estudiantes comprenden la noción de múltiplos y divisores de números naturales, clasifican números bajos en primos y compuestos. Sin embargo, presentan confusiones en las propiedades de estos, además, no aplican adecuadamente los criterios de divisibilidad, y presentan imprecisiones al momento de descomponer un número en sus factores primos. Finalmente confunden el mayor de los divisores comunes con el menor de los múltiplos comunes, de dos o más números, y esto pude generar que los estudiantes no calculen el m.cm. y/o el M.C.D, confundan sus procedimientos o realicen interpretaciones equivocadas de ellos.

- En cuanto a la actividad diagnóstica 3, en la cual deben clasificar números, de acuerdo a la Teoría de Números y justificar en el tablero, obtuvieron mejor desempeño que en la prueba escrita pre-test, por lo que se debe reconocer la evaluación como un proceso más integral que no se reduzca al resultado de una prueba escrita, sino que se deben considerar y aplicar una variedad de técnicas e instrumentos de evaluación, más posibilidades para observar, valorar y acompañar integralmente el proceso y el desempeño de cada estudiante.

- En esta línea, incluir en el diagnóstico la construcción de la cartografía social (actividad 5), permitirá apreciar que los estudiantes reconocen la importancia del aprendizaje y del estudio para mejorar las posibilidades de vida tanto en su presente como en su futuro. Además, muestran gran interés por las actividades en las que se les involucra y en las que se les estimula a proponer. Se identifican centros de interés que incluyen la práctica de deportes, bailes y la sensibilidad por los animales, desde los cuales se planean las actividades de intervención.

En segundo lugar, al implementar una estrategia de enseñanza basada en la teoría socio-cultural, que contribuyan al pensamiento numérico y las competencias matemáticas, se concluye que:

- El desarrollo de las actividades de intervención, permitió a los estudiantes mejorar los niveles de autonomía, pues en las situaciones allí planteadas se requería la verificación los resultados encontrados a la luz de las situaciones, hallando sentido a los resultados encontrados.

- Optimizar los niveles de comprensión de los estudiantes, implica mejorar los argumentos de sus intervenciones, al momento de sustentar o socializar las soluciones halladas o proponer ideas para intervenirlas, lo que refleja que el progreso en los procesos de pensamiento genera avances de los procesos de lenguaje y viceversa.

- El planteamiento de situaciones que partan de un diagnóstico en el que se reconocen las realidades de los estudiantes, genera un cambio de actitud muy positivo, apropiándose de estas situaciones y responsabilizándose de su solución. En este contexto, el papel del docente consiste en orientar a los estudiantes a alcanzar la solución de las situaciones y, finalmente, construir de manera efectiva los aprendizajes.

- Combinar estrategias metodológicas como el trabajo colaborativo y el planteamiento de situaciones problemas, diseñadas de acuerdo al diagnóstico construido, con diferentes mediadores, posibilita que los estudiantes experimenten las interacciones con el medio, tanto social como cultural, que enriquece sus conocimientos, ya que estos recobran sentido y significado.

En tercer lugar, al tratar de validar la estrategia de enseñanza propuesta, mediante la aplicación y evaluación, de los aprendizajes alcanzados por los estudiantes, se concluye:

- A pesar que es corto el tiempo para la aplicación de la evaluación final o pos-test, pues la modificación de estructuras mentales requiere mayor espacio de tiempo, y por tanto los estudiantes pueden estar, aún, en un nivel de intuición, sin alcanzar generalizaciones, se debe reconocer los avances a nivel académico logrado por los estudiantes.

- La evaluación debe considerarse no solo como resultado, sino como proceso que es continuo, durante todas las etapas de la intervención, en las cuales se pueden registrar los avances que los estudiantes van alcanzando, con respecto a la construcción de los diferentes conceptos de la Teoría de Números.

- A nivel profesional queda la certeza que un requisito para construir competencias matemáticas en los estudiantes, consiste en darle sentido a estas, generando mayor motivación e interés en un área fundamental, para lo cual es menester reconocer la realidad de los estudiantes, y a partir de allí, construir las propuestas de enseñanza.

5.2 Recomendaciones

Algunas recomendaciones que se consideran pueden mejorar se plantean a continuación.

- Implementar una prueba intermedia, en las cuales se identifique las nociones intuitivas que los estudiantes van construyendo durante las actividades de intervención.

- Por la programación que se tiene para la planeación y aplicación de esta propuesta, se sugiere que al implementarla, se proporcione un mayor espacio de tiempo para cada una de las actividades planteadas.

- La construcción de un diagnóstico desde el cual se da significado a la propuesta de intervención y a los conceptos allí contenidos, debe buscar identificar las motivaciones, intereses y habilidades de los estudiantes, pues a pesar que el contexto tenga algunos elementos generales, estos pueden diferenciarse significativamente para los estudiantes. En esta construcción, un factor que podría potencializar sus resultados, es la integración con otras áreas del currículo.

- Contar con la colaboración de docentes, por ejemplo de sistemas, permite optimizar el tiempo y las actividades que se trabaja en el aula desde donde se tiene acceso a las plataformas virtuales, ya que este puede solucionar problemas técnicos de los equipos computacionales, que se puedan presentar

- Al implementar cada actividad de la propuesta, es necesario socializar con los estudiantes los objetivos que se plantean, justificando su realización, para que estos se sientan incluidos en ellas, y se genere mayor motivación.

A. Anexo: Carta de aval de la institución.

Institución Educativa Gilberto Alzate Avendaño

Creada por resolución 16210 del 27 de Noviembre de 2002

Nit: 811018722-0 - Dane: 105001-000981

Calle 92 # 51 A 100 / PBX: 5717731 Fax: Ext 103 - 202

Medellín, 19 de mayo de 2017

Señores,
Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales
Facultad de Ciencias
Universidad Nacional de Colombia – Sede Medellín

Asunto: Aval institucional para práctica docente

Cordial saludo,

*La Institución Educativa **Gilberto Alzate Avendaño**, autoriza la intervención con fines pedagógicos de la investigación en profundización titulada "Desarrollo de competencias matemáticas que contribuyen al pensamiento numérico a través del razonamiento y la resolución de problemas." por el docente **Ferney de Jesús Bran David**, identificado con c.c. 98706466 de **Bello**, quien se encuentra cursando estudios de Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales.*

Para constancia se firma,

Humberto Bermúdez Cardona
Rector
Institución Educativa Gilberto Alzate Avendaño
Dirección: CALLE 92 # 51 A 100 MEDELLIN
Teléfono: 4410108

ISO 9001

El Alzate soy yo, sos vos, somos todos.

www.alzateavendano.edu.co e-mail: ie.gilbertoalzate@medellin,gov.co

B. Anexo: Entrevista a docentes.

Entrevista docente 1.

Rol docente.	
Institución Educativa: Gilberto Alzate Avendaño.	Nombre del docente: Héctor Marín.
Fecha de la entrevista: 08 de agosto de 2017	Hora: 5:30 a 7:40 p.m.
Señor@ docente, como parte de mi tesis en la facultad de ciencias de la Universidad Nacional de Colombia estoy realizando una propuesta de intervención para la enseñanza de las matemáticas. Le solicito que responda de manera sincera y objetiva cada uno de las siguientes preguntas. La información brindada es de carácter confidencial, y solo será utilizada para los propósitos de la propuesta de intervención.	

	Preguntas	Categorías.
1	¿Qué tiene en cuenta al momento de planear la enseñanza de la Teoría de Números? R/ Al momento de planear las clases para la enseñanza de la Teoría de Números, se debe considerar, entre otros aspectos, el desarrollo psicológico de los estudiantes y la experiencia previa de manejo de números en situaciones concretas y material concreto para el aprendizaje.	1, 2, 4
2	¿Al planear las clases de matemáticas tiene en cuenta las motivaciones, intereses y habilidades de los estudiantes? R/ Si, trato de tener en cuenta estas variables, ya que es sumamente importante, pues esto permite diferenciar a los estudiantes.	1
3	¿Qué aspectos motivan más a sus estudiantes en las clases de matemáticas? R/ He observado que a los estudiantes los motiva el trabajo en grupos y la utilización de material concreto.	1
4	¿Cómo define la Teoría de Números en los números naturales? R/ La Teoría de Números es más general y los números naturales es un conjunto más específico.	5
5	¿Tiene en cuenta el aprendizaje colaborativo como estrategia metodológica para la enseñanza de las matemáticas? ¿Por qué? R/ los seres humanos por naturaleza somos seres sociales, luego en la matemática el trabajo colaborativo permite y ayuda a mejorar los procesos de aprendizaje.	3
6	¿Qué ventajas observa en el trabajo en grupos? R/ El trabajo en grupos facilita los procesos de enseñanza y aprendizaje, pes entre los estudiantes se pueden ayudar a resolver las dudas e inquietudes que surgen en una temática especifica.	3
7	¿Qué importancia tiene el contexto de los estudiantes al momento de diseñar situaciones de aprendizaje? R/ Permite dar pautas metodológicas para la planeación y desarrollo de las actividades en el aula de clase.	4
8	¿Cómo entiende los mediadores internos y externos? R/ por mediadores internos entiendo los recursos que están dentro del aula de clase, y que permiten el aprendizaje, por ejemplo docentes, compañeros, material del clase, etc. Por mediadores internos ubico los factores externos a la institución educativa, que pueden apoyar el proceso educativo, como padres de familia, amigos, medios externos de aprendizaje, como computadores, etc.	2, 4

9	¿Cómo influyen los mediadores internos y externos en el desarrollo del pensamiento de los estudiantes? R/ facilitan y contribuyen a potenciar y desarrollar habilidades en los estudiantes.	2, 4
10	¿Qué importancia tienen los mediadores internos al momento de la enseñanza de la Teoría de Números? R/ pueden mejorar la comprensión y análisis al interior de la clase.	2, 4
11	¿En qué consiste el modelo pedagógico Social Activo? R/ El modelo pedagógico social activo valora la participación y el interés que cada estudiante pone en el desarrollo de habilidades y destrezas en temáticas específicas.	3, 4
12	¿Qué métodos e instrumentos pueden favorecer el aprendizaje de la Teoría de Números? R/en general los juegos con sentido matemático y relacionado con Teoría de Números, crucigramas numéricos, entre otros.	3, 4
13	¿Qué importancia tiene el aprendizaje de la Teoría de Números en los números naturales, para aprendizajes posteriores? R/ Estos son la base de aprendizajes posteriores, si no hay un buen manejo de la Teoría de Números se dificultan procesos de aprendizaje matemáticos posteriores.	1, 2
14	¿Cómo puede relacionarse la Teoría de Números con aspectos de la vida cotidiana de los estudiantes? R/ que puedan relacionar eventos de comprar y vender productos en la tienda escolar, o de la tienda de barrio, sin dejarse engañar. Y puedan llevar unas cuentas básicas en relación al deber y tener.	1, 4
15	¿Qué aspectos identifica como evidencia de los aprendizajes alcanzados por los estudiantes? R/ la solución de problemas cotidianos donde ellos tengan que saber operar y resolver correctamente las cuatro operaciones básicas.	6
16	¿Las interacciones sociales son importantes en los aprendizajes de los estudiantes? R/ si no hay interacción, no hay aprendizaje. En todo momento los estudiantes están interactuando con situaciones que implican la Teoría de Números y los números naturales.	3
17	¿Considera que las matemáticas son un tipo de lenguaje? ¿Por qué? R/ Si claro, de hecho es el lenguaje más universal que hay, de hecho no cambia en ningún idioma o país.	5
18	¿Considera el aula como el único espacio donde se presentan los procesos de enseñanza y los procesos de aprendizaje? R/ El aula es uno de los espacios donde los estudiantes aprenden, pero no es el único. Hoy en día hay gran número de espacios donde los estudiantes pueden aprender, lo que falta es darle uso o hacer un mejor uso de ellos, con sentido y utilidad a situaciones concretas.	1, 4, 5
19	¿Qué aspectos considera relevantes para la evaluación de los estudiantes? R/ Presentación de talleres, evaluaciones, en general, un trabajo realizado de manera autónoma y otro presentado de manera grupal.	6
20	¿Qué competencias considera que debe alcanzar un estudiante con el aprendizaje de la Teoría de Números? R/ Formular y resolver problemas, modelar procesos y fenómenos observables en la realidad, comunicar, razonar, formular y comparar.	1, 6

Entrevista docente 2

<table>
<tr><td colspan="3">Rol docente.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Institución Educativa:
Gilberto Alzate Avendaño.</td><td>Nombre del docente:
Leonidas Mena.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Fecha de la entrevista:
17 de agosto de 2017</td><td>Hora:
10:30 a.m.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Señor@ docente, como parte de mi tesis en la facultad de ciencias de la Universidad Nacional de Colombia estoy realizando una propuesta de intervención para la enseñanza de las matemáticas. Le solicito que responda de manera sincera y objetiva cada uno de las siguientes preguntas. La información brindada es de carácter confidencial, y solo será utilizada para los propósitos de la propuesta de intervención.</td></tr>
<tr><td></td><td>Preguntas</td><td>Categorías.</td></tr>
<tr><td>1</td><td>¿Qué tiene en cuenta al momento de planear la enseñanza de la Teoría de Números?
R/ Es importante, cuando se diseña una clase, por ejemplo para la enseñanza de la Teoría de Números la edad promedio de los estudiantes, y los conceptos previos que manejen o dominen los estudiantes.</td><td>1, 2, 4</td></tr>
<tr><td>2</td><td>¿Al planear las clases de matemáticas tiene en cuenta las motivaciones, intereses y habilidades de los estudiantes?
R/ si es importante conocer los intereses y las motivaciones de los estudiantes para poder fortalecer los conocimientos, que tienen.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3</td><td>¿Qué aspectos motivan más a sus estudiantes en las clases de matemáticas?
R/ Aquellos que tienen aplicación inmediata en la vida diaria de los estudiantes.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>4</td><td>¿Cómo define la Teoría de Números en los números naturales?
R/ es una rama de las matemáticas que estudia las propiedades de los números enteros positivos, es decir, en el conjunto de los números naturales.</td><td>5</td></tr>
<tr><td>5</td><td>¿Tiene en cuenta el aprendizaje colaborativo como estrategia metodológica para la enseñanza de las matemáticas? ¿Por qué?
R/ SI, siempre. Los estudiantes que presentan mayor dominio de un tema, les pueden ayudar a los estudiantes que se encuentran atrasados, en cuanto al manejo adecuado de este tema.</td><td>3</td></tr>
<tr><td>6</td><td>¿Qué ventajas observa en el trabajo en grupos?
R/ Los estudiantes se muestran con mayor confianza para exponer sus dudas y debilidades.</td><td>3</td></tr>
<tr><td>7</td><td>¿Qué importancia tiene el contexto de los estudiantes al momento de diseñar situaciones de aprendizaje?
R/ Según el contexto, se plantean las situaciones problemáticas que permitan una mejor comprensión y un mayor aprendizaje.</td><td>4</td></tr>
<tr><td>8</td><td>¿Cómo entiende los mediadores internos y externos?
R/ Los mediadores internos son los materiales elaborados con la intención de facilitar los procesos de enseñanza y aprendizaje; y los mediadores externos son los que se utilizan en un contexto determinado.</td><td>2, 4</td></tr>
<tr><td>9</td><td>¿Cómo influyen los mediadores internos y externos en el desarrollo del pensamiento de los estudiantes?
R/ es importante el uso de ayudas en el proceso de enseñanza y de aprendizaje, ya que puede ayudar a afianzar lo estudiado teóricamente.</td><td>2, 4</td></tr>
<tr><td>10</td><td>¿Qué importancia tienen los mediadores internos al momento de la enseñanza de la Teoría de Números?
R/ es determinante el uso de ayudas en la enseñanza y el aprendizaje de los números y sus propiedades, y esto permite confrontar y verificar algunas</td><td>2, 4</td></tr>
</table>

	teorías.	
11	¿En qué consiste el modelo pedagógico Social Activo? R/ los estudiantes trabajan en equipos y se pueden complementar entre ellos.	3, 4
12	¿Qué métodos e instrumentos pueden favorecer el aprendizaje de la Teoría de Números? R/ cualquier método en el cual los estudiantes aprendan de manera práctica, aprendan haciendo.	3, 4
13	¿Qué importancia tiene el aprendizaje de la Teoría de Números en los números naturales, para aprendizajes posteriores? R/ Los estudiantes aprenden a diferenciar el conjunto de los números naturales, del conjunto de los enteros negativo, su representación, sus operaciones y las respectivas propiedades de cada una de ellas.	1, 2
14	¿Cómo puede relacionarse la Teoría de Números con aspectos de la vida cotidiana de los estudiantes? R/ Los números negativos los podemos asociar con deudas que se tengan, y los números positivos con lo que se tenga a favor.	1, 4
15	¿Qué aspectos identifica como evidencia de los aprendizajes alcanzados por los estudiantes? R/ Cuando ayudan en sus casas, a un familiar con las tareas, cuando dadas las circunstancias ponen en práctica lo aprendido.	6
16	¿Las interacciones sociales son importantes en los aprendizajes de los estudiantes? R/ si cada grupo tiene una forma diferentes de hacer las cosas y de todos se aprende algo.	3
17	¿Considera que las matemáticas son un tipo de lenguaje? ¿Por qué? R/ Si. Los números son una forma de comunicación.	5
18	¿Considera el aula como el único espacio donde se presentan los procesos de enseñanza y los procesos de aprendizaje? R/ No, existen muchísimos más, tanto dentro de la institución educativa, como por fuera.	1, 4, 5
19	¿Qué aspectos considera relevantes para la evaluación de los estudiantes? R/ Los procesos, los avances en sus aprendizajes, los análisis que puedan lograr alcanzar de diferentes situaciones dadas.	6
20	¿Qué competencias considera que debe alcanzar un estudiante con el aprendizaje de la Teoría de Números? R/ El análisis, la comprensión, las habilidades cognitivas, los procesos generales. Formular y resolver diferentes problemas, en diversos contextos.	1, 6

Docente 3.

Rol docente.		
Institución Educativa: Gilberto Alzate Avendaño.	Nombre del docente: Amparo López.	
Fecha de la entrevista: 17 de agosto de 2017	Hora: 4:50 p.m.	
Señor@ docente, como parte de mi tesis en la facultad de ciencias de la Universidad Nacional de Colombia estoy realizando una propuesta de intervención para la enseñanza de las matemáticas. Le solicito que responda de manera sincera y objetiva cada uno de las siguientes preguntas. La información brindada es de carácter confidencial, y solo será utilizada para los propósitos de la propuesta de intervención.		

	Preguntas	Categorías .
1	¿Qué tiene en cuenta al momento de planear la enseñanza de la Teoría de Números? R/ Al momento de planear hago un diagnóstico para saber la claridad que tienen en el manejo de los conceptos con el fin de hacer las puntualizaciones pertinentes para nivelar el grupo. En el diagnostico tengo en cuenta el concepto de número, propiedades fundamentales de los Naturales, principalmente la infinitud de estos, además, el concepto y el algoritmo de las operaciones básicas.	1, 2, 4
2	¿Al planear las clases de matemáticas tiene en cuenta las motivaciones, intereses y habilidades de los estudiantes? R/ Si, por que el proceso de cada estudiante es diferente. Siempre tengo en cuenta la motivación de los estudiantes, dado que trabajo desde el lema: “aprender observando, pensando, haciendo, experimentando y jugando”.	1
3	¿Qué aspectos motivan más a sus estudiantes en las clases de matemáticas? R/ Lo que más los motiva es el trabajo con material concreto ya que aprenden haciendo y jugando, además que se aprovechas las posibilidades del mejor libro abierto que son los mismos estudiantes.	1
4	¿Cómo define la Teoría de Números en los números naturales? R/ La Teoría de Números en los números naturales, la concibo como la parte de las matemáticas que estudia las propiedades, las relaciones y operaciones para este conjunto numérico, incluyendo, además, los algoritmos que permiten evaluar situaciones como tipos de números: números primos, pares e impares, etc., criterios de divisibilidad y/ factorización solución de ecuaciones, etc.	5
5	¿Tiene en cuenta el aprendizaje colaborativo como estrategia metodológica para la enseñanza de las matemáticas? ¿Por qué? R/ Si, porque es un método que también fomenta valores entre los estudiantes, como el respeto, la confianza, el compromiso, la puntualidad y la autonomía individual y colectiva,, porque ha sido bien exitosa la forma de hacerlo así.	3
6	¿Qué ventajas observa en el trabajo en grupos? R/ Facilita el proceso de aprendizaje, rinde más el trabajo, los estudiantes utilizan un lenguaje sencillo que todos los pueden entender. Cuando los grupos se convierten en verdaderos equipos tienen ventajas para los estudiantes en el aprendizaje colaborativo entre pares, ya que aquellos miembros de cada grupo con más facilidades de aprendizaje ayudan a los que se les dificulta, desarrollando empatía y comprensión en las expresiones y las	3

	acciones, mejor desarrollo social y cognitiva, y ventajas para el maestro por que se facilita mucho el manejo de grupo.	
7	¿Qué importancia tiene el contexto de los estudiantes al momento de diseñar situaciones de aprendizaje? R/ El contexto debe ser bien significativo para los estudiantes y es bien importante porque es el que le hace sentir en propiedad, en su “salsa”, y les representa mayor interés.	4
8	¿Cómo entiende los mediadores internos y externos? R/ Los mediadores internos se pueden definir como los conceptos previos que tienen los estudiantes. Los externos se entienden como las ayudas didácticas que se emplean como mediadores para llegar al conocimiento.	2, 4
9	¿Cómo influyen los mediadores internos y externos en el desarrollo del pensamiento de los estudiantes? R/ pueden facilitar el aprendizaje y los hacen más sencillo, porque sería un aprendizaje contextualizado de la lectura que se haga del contexto del estudiante.	2, 4
10	¿Qué importancia tienen los mediadores internos al momento de la enseñanza de la Teoría de Números? R/ proporciona los medios para que los estudiantes lleguen al conocimiento, para que ellos lo utilicen como herramienta para la vida. Para que el estudiante desarrolle el pensamiento numérico en otras disciplinas, y le sirve de base para adquirir emocionalmente en otras disciplinas.	2, 4
11	¿En qué consiste el modelo pedagógico Social Activo? R/ El método social activo resalta al estudiante en su rol de conductor activo de sus propios aprendizajes. El propósito de este método es prepara a los estudiantes para la vida y adaptarlos al medio social adulto. Se basa en los intereses de los estudiantes y de los que pueden aprender. El alumno aprende a partir de la manipulación, la experimentación, la invención y el descubrimiento, desde el punto de vista social. Favorece el espíritu de solidaridad y cooperación de los alumnos, se vincula la enseñanza con la vida práctica y se solucionan situaciones donde interactúan todos los actores (padres, amigos)	3, 4
12	¿Qué métodos e instrumentos pueden favorecer el aprendizaje de la Teoría de Números? R/ el material concreto favorece el aprendizaje de los instrumentos de medición (compás, transportador, reglas, etc.) las regletas, los ábacos para el trabajo de sistema binario, decimal, etc.	3, 4
13	¿Qué importancia tiene el aprendizaje de la Teoría de Números en los números naturales, para aprendizajes posteriores? R/ Son la base para otros conocimientos más complejos, se facilita el aprendizaje de otros conocimientos y conceptos posteriores por que se tienen buenas herramientas y mayor comprensión de los algoritmos.	1, 2
14	¿Cómo puede relacionarse la Teoría de Números con aspectos de la vida cotidiana de los estudiantes? R/ en todas las cosas que ocurren en su entorno. Valoración académica para saber, por ejemplo, cuanto necesita para una nota de desempeño. Manejo del presupuesto personal del dinero que le dan en su hogar, interpretación de cuentas de servicio (m^3 de agua consumida, análisis de los consumos de energía). Actividad que desarrollan los bancos, programación del tiempo y del dinero, mediciones para reformas de espacios. Distribución de espacios en sus casas, cuartos, etc. Valoración de trabajos y de obra.	1, 4
15	¿Qué aspectos identifica como evidencia de los aprendizajes alcanzados por	6

	los estudiantes? R/ A partir de su aplicación en situaciones cotidianas que presentan individuales y colectivas. Desarrollo de la capacidad de análisis y de comprensión. Miradas a través de las soluciones que planteen a situaciones concretas.	
16	¿Las interacciones sociales son importantes en los aprendizajes de los estudiantes? R/ Si, por que intercambian los conocimientos con otros grupos y diferentes sociedades que les permiten intercambiar y solucionar problemas personales.	3
17	¿Considera que las matemáticas son un tipo de lenguaje? ¿Por qué? R/ las matemáticas si es un lenguaje, porque tiene códigos propios son significados propios y de aceptación y conocimiento universal.	5
18	¿Considera el aula como el único espacio donde se presentan los procesos de enseñanza y los procesos de aprendizaje? R/ No, porque las matemáticas están involucradas en la vida cotidiana de todas las personas y valoradas en cualquier momento y en sitios diferentes a un aula de clase.	1, 4, 5
19	¿Qué aspectos considera relevantes para la evaluación de los estudiantes? R/ Considero relevantes para la evaluación de los estudiantes los avances que tengan, los procesos, la interpretación y soluciones propuestas, manejo de conceptos en la cotidianidad, la capacidad de análisis y el nivel de comprensión.	6
20	¿Qué competencias considera que debe alcanzar un estudiante con el aprendizaje de la Teoría de Números? R/ Analizar situaciones, manejo de habilidades, comprensión y disposiciones cognitivas, socio afectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad y en contextos relativamente nuevos y retadores.	1, 6

C. Anexo: Pre-test y Pos-test.

Universidad Nacional de Colombia - Sede Medellín.
Institución Educativa Gilberto Alzate Avendaño
Matemáticas – 2017 Sistema numérico y Pensamiento numérico. Teoría de Números.

Objetivo: Identificar el nivel de comprensión de los conceptos fundamentales de la Teoría de Números, por parte de los estudiantes.

PREGUNTAS DE SELECCIÓN MÚLTIPLE CON ÚNICA RESPUESTA.
Las preguntas de este tipo constan de un enunciado y de cuatro posibilidades de respuesta, entre las cuales usted debe escoger la que considere correcta.

1. (4%) Si el producto de 6 y otro número es 78, entonces, ese número debe ser:
   a) 3
   b) 8
   c) 13
   d) 23

2. (4%) $144 \div 9$ se considera una división exacta porque:
   a) El residuo debe ser cero.
   b) El cociente debe ser 1.
   c) El cociente debe ser cero.
   d) El residuo debe ser diferente de cero.

3. (4%) El número que no es múltiplo de 6 es:
   a) 72.
   b) 18.
   c) 62.
   d) 48.

4. (4%) Si $48 \div 6 = 8$, entonces no se puede afirmar que:
   a) 6 es un divisor de 48.
   b) 48 es un divisor de 8.
   c) 8 es un divisor de 48.
   d) 48 es múltiplo de 6 y de 8.

5. (6%) Si b es divisible entre a, entonces es falso afirmar que:
   a) Hay un número natural que multiplicado por a, da b.
   b) b es un múltiplo de a.
   c) La división de b entre a, es exacta.
   d) a es un múltiplo de b.

6. (8%) De cuántas formas diferentes se puede construir un rectángulo con 36 cuadrados iguales.
   a) 2.
   b) 3.
   c) 4.
   d) 5.

7. (4%) Carlos trató de encontrar todos los divisores de 59, pero se dio cuenta que solo tiene dos divisores, de acuerdo al número de divisores, lo debe clasificar como:
   a) Compuesto.
   b) Par.
   c) Impar.
   d) Primo.

8. (4%) El número primo de dos cifras, cuya suma de dígitos es otro número primo, es:
   a) 23.
   b) 31.
   c) 53.
   d) 71.

9. (4%) El producto de dos números primos es siempre:
   a) Un número primo.
   b) Un número compuesto.
   c) Un número par.
   d) Un número impar.

10. (4%) La suma de los divisores de 66 es igual a la suma de los divisores de:
    a) 48.
    b) 70.
    c) 96.
    d) 99.

11. (4%) Un número natural tiene:
    a) Infinitos divisores y finitos múltiplos.
    b) Finitos divisores e infinitos múltiplos.
    c) Finitos divisores y finitos múltiplos.
    d) Infinitos divisores e infinitos múltiplos.

12. (6%) La expresión $2^2 \times 3^2 \times 5^2$, es la descomposición de :
    a) 240.
    b) 180.
    c) 600.
    d) 900.

13. (8%) El número 5_4_7 es divisible entre 3. Para que esta afirmación sea verdadera, el número que va en los espacios es:
    a) 7.
    b) 6.
    c) 5.
    d) 9.

14. (6%) El mayor divisor común de 72 y 120 es:
    a) 24.
    b) 12.
    c) 120.
    d) 360.

15. (4%) La descomposición de 560 en factores primos es:
    a) $2^4 \times 5 \times 7$
    b) $2 \times 5 \times 7$.
    c) $2^3 \times 5^2 \times 7$
    d) $2^2 \times 5 \times 7^2$

16. (6%) Lucia tiene más de 8 años, pero menos de 20. Su edad es un múltiplo de 4 y de 8. La edad de Lucia es:
    a) 12 años.
    b) 14 años.
    c) 16 años.
    d) 18 años.

17. (4%) El número 3850, no es divisible entre:
    a) 2.
    b) 3.
    c) 5.
    d) 11

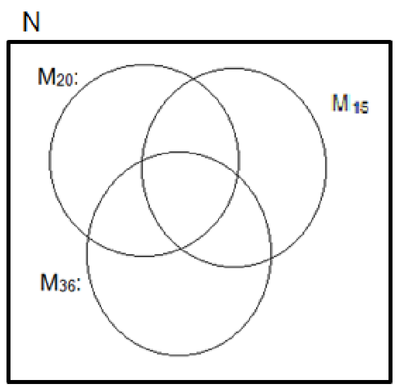
18. (6%) Se desea remodelar el piso de un salón de una institución educativa, que tiene un área de $18\,m^2$, para lo cual se tiene baldosa de diferentes áreas. Al instalar las baldosas no debe sobrar ni faltar ninguna porción de baldosas. Teniendo en cuenta que $18\,m^2 = 180000\,cm^2$, las baldosas no deben tener una área de:
    a) $900\,cm^2$
    b) $2500\,cm^2$
    c) $3600\,cm^2$
    d) $1600\,cm^2$

19. (6%) De acuerdo a la pregunta anterior, en el caso de seleccionar las baldosas de área $3600\,cm^2$, el número de baldosas necesarias, es:
    a) 200
    b) 50
    c) 113
    d) 72

Porcentaje de aciertos:

Nota:

D. Anexo: Estructura de la actividad diagnóstica 2.



Momento 1.

N: Números naturales

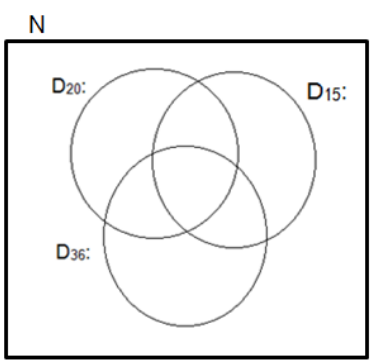
M_{20}: Múltiplos de 20.

M_{15}: Múltiplos de 15

M_{36}: Múltiplos de 36.

Los números depositados en la bolsa son: 5, 10, 12, 15, 20, 25, 40, 50, 60, 72, 75, 80, 100, 120, 150, 180, 200, 210, 220, 225, 240, 300, 320, 350, 360, 380, 390, 400, 450, 500.

Momento 2:



N: Números naturales

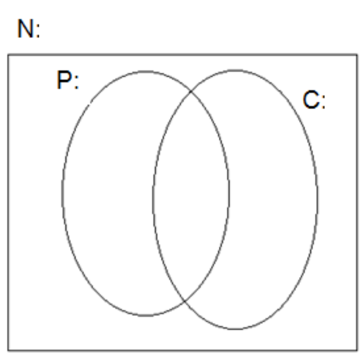
D_{20}: Divisores de 20.

D_{15}: Divisores de 15.

D_{36}: Divisores de 36.

Los números depositados en la bolsa son: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 36, 38, 40, 45.

Momento 3:



N: Números naturales.

P: Números primos.

C: Números compuesto.

Los números depositados en la bolsa son: 1, 2, 3 , 4, 9, 10, 13, 15, 16, 19, 21, 28, 29, 33, 35, 37, 39, 42, 45, 47, 49, 51, 56, 57, 63, 70, 80, 85, 90, 125, .

De este momento surgen 2 preguntas que se socializan con los estudiantes buscando sus respuestas.

¿Cuántos números se ubicaron en la intersección de los conjuntos?

¿Qué se puede concluir?

Momento 4.

En la tabla se encuentran algunos números primos, en los cuales se deben ubicar los números que se encuentran en la bolsa, utilizando los criterios de divisibilidad.

Criterios de divisibilidad				
2	3	5	7	11

Los números depositados en la bolsa son: 60, 70, 77, 80, 121, 126, 140, 154, 156, 165, 168, 210, 231, 275, 308, 330, 385, 396, 420, 495, 560, 615, 770, 792, 810, 840, 936, 990, 1155, 1200, 2310.

Momento 5.

En el tablero se expone una tabla con las descomposiciones de algunos números, los estudiantes deben identificar el número que corresponde a la descomposición.

Descomposición	Número	Descomposición	Número	Descomposición	Número
$2^2 \times 3 \times 5$		$2 \times 3 \times 5^3$		$2^3 \times 3^2 \times 11$	
$2^3 \times 3 \times 5^2$		$2^4 \times 3 \times 5^2$		$3 \times 5^2 \times 11^2$	
$2 \times 3^2 \times 5^2$		$2 \times 3 \times 5 \times 13$		$2^5 \times 7 \times 13$	
$3 \times 5 \times 7^2$		$3^3 \times 5^3$		$2^3 \times 3^4 \times 5$	
$2^3 \times 3 \times 11^2$		$2^4 \times 3^2 \times 11$		$3^2 \times 7 \times 11^2$	
$2^2 \times 3^2 \times 5^2$		$3^2 \times 11^2$		$2^3 \times 3^2 \times 7$	
$3^2 \times 5 \times 7^2$		$5^2 \times 7 \times 11$		$2 \times 3 \times 5 \times 7^2$	
$2^3 \times 3 \times 7$		$2^2 \times 3 \times 7^2$		$3^3 \times 5^2$	
$2^3 \times 3^2 \times 5^2$		$2 \times 3^3 \times 7^2$		$2 \times 3^2 \times 5 \times 7$	
$2^3 \times 7 \times 11$		$2^4 \times 5 \times 7 \times 11$		$2^4 \times 3 \times 5 \times 11$	

E. Anexo: Guías de intervención de acuerdo a los centros de interés.

Centro de interés: Cuidado de los animales.

Universidad Nacional de Colombia - Sede Medellín.
Institución Educativa Gilberto Alzate Avendaño
Matemáticas – 2017 Sistema numérico y Pensamiento numérico. Teoría de Números.

Guía N°1.

Objetivo: Generar interés en los estudiantes para el aprendizaje de la Teoría de Números a partir de situaciones abstraídas del cuidado y la protección de los animales, como centro de interés por algunos de estos.

Momento motivacional

Antes de iniciar a desarrollar esta guía, estudiantes deben observar un video sobre el cuidado de los animales. Este se encuentra en la dirección https://www.youtube.com/watch?v=9TZr_vI9Cfw

Momento de lectura.

"*Los veterinarios diagnostican y tratan los animales usando el conocimiento científico y médico, habilidades prácticas y diversas herramientas y equipos. Lo que más les importa es el bienestar de los animales y la protección de la salud pública, especialmente donde puedan transmitirse enfermedades de animales a personas.*

El contacto con el dueño de cada animal es muy importante, en primer lugar para hablar sobre los síntomas o el comportamiento del animal. El veterinario también tendrá que consultar con los propietarios y aconsejar sobre cualquier tratamiento que se necesite.

Para diagnosticar la enfermedad, los veterinarios pueden usar varias técnicas, entre ellas los exámenes físicos, los resultados de pruebas (por ejemplo, las muestras de sangre y orina), imágenes de rayos X y ecografías.

Es importante para ayudar a prevenir las enfermedades. Por ejemplo, los veterinarios hablan en detalle con los propietarios sobre cuestiones como la nutrición y el ejercicio. Otra parte importante de la medicina preventiva es la vacunación. Esto ayuda a mantener sanos los animales, así como a prevenir la propagación de enfermedades de animales a seres humanos." Tomado de http://www.educaweb.com/profesion/veterinario-636/

Momento de hacer.

Responde:

1. Manuela se acaba de graduar en medicina veterinaria y junto con otros amigos funda un centro de atención animal para diferentes especies. Para la apertura necesitan recolectar $12.500.000 para adquirir diferentes equipos para la atención médica y el funcionamiento administrativo. Algunas empresas se unen y donan $8.000.000. Para terminar de recolectar el dinero necesario organizan un evento, en el cual se venden bonos por valor de $30.000.

a) De acuerdo a la información anterior complete la tabla:

Bonos vendidos	Dinero recolectado
1	
2	
5	
8	
10	
12	
15	
20	
35	

b) Si se venden 120 bonos, ¿se recoge el dinero necesario?

c) ¿Cuántos bonos se deben vender para recoger el dinero que hace falta?

2. Al abrir la fundación, esta recibe diariamente 8 animales entre perros, gatos, conejos, tortugas, etc. Para su atención en diferentes aspectos como alimentación, vacunación, urgencias médicas, entre otros.

a) ¿Cuántos animales reciben en 5, 7 y 12 días respectivamente?

b) ¿en cuántos días se reciben 162 animales?

3. 24 animales recibidos en la fundación sufren una desnutrición severa que pone en peligro sus vidas, por tanto se deben trasladar a un centro especializado para atender esta situación. Estos deben ser trasladados en grupos de igual cantidad de animales sin que sobre ninguno. ¿de cuantas maneras se pueden dividir los animales?

4. Se inicia un proceso médico para un problema respiratorio de un perro. Se le debe suministrar tres medicamentos diferentes: unas pastillas, un jarabe y una crema. Las pastillas las debe dar cada tres horas, el jarabe cada cuatro y la crema se le debe aplicar cada dos horas. Si se inició el tratamiento a las 8:00 a.m., suministrando los 3 medicamentos a la vez, ¿a qué hora los volverá a aplicar todos?

5. Tres amigas trabajan como voluntarias en la fundación, de acuerdo con sus posibilidades de tiempo. Una de ellas va cada 5 días, otra lo hace cada 10 días y la otra, cada 15 días. Suponiendo que un día se encuentran las tres en el hogar de ancianos, ¿cuántos días después volverán a encontrarse?

6. Se quiere pintar una de los espacios de la sede de la fundación. Según los cálculos, necesitará 12 litros de pintura roja, 24 litros de pintura verde y 16 litros de pintura blanca. Pero se quiere comprar baldes de pintura que tengan la misma cantidad de litros y que el número de botes sea el menor posible.

a) ¿de cuántos litros debe ser cada balde?

b) ¿cuántos baldes de cada color debe comprar máximo?

7. Si al sacar los animales a un espacio de esparcimiento y ejercicio para los animales, se cuentan 84 reptiles, 196 gatos y 252 perros. Para guardarlos de forma organizada y por recomendación del veterinario, se exige que haga en jaulas iguales, sin mezclarla especies y conteniendo el mayor número posible de animales. Si se cumplen las exigencias del veterinario:

a) ¿cuántas animales habrá en cada jaula?
b) ¿cuántas jaulas son necesarias?

Centro de interés: El porrismo.

Universidad Nacional de Colombia - Sede Medellín.
Institución Educativa Gilberto Alzate Avendaño
Matemáticas – 2017 Sistema numérico y Pensamiento numérico. Teoría de Números.

Guía N°1.

Objetivo: Generar interés en los estudiantes para el aprendizaje de la Teoría de Números a partir de situaciones abstraídas del porrismo, como centro de interés por algunos de estos.

Momento motivacional

Antes de iniciar a desarrollar esta guía, estudiantes deben observar un video sobre porrismo en Colombia, desde diferentes perspectivas. Este se encuentra en la dirección https://www.youtube.com/watch?v=L-eyJ7mBOag

Momento de Lectura.

El porrismo en Colombia.

"En deporte, la animación, porra, porrismo o cheerleading consiste en el uso organizado de música, baile y gimnasia. Los espectáculos de animación son muy frecuentes, sobre todo, en deportes de equipo. La animación ha cobrado tal importancia que ha pasado a considerarse un deporte como extremo.

El cheerleading o porrismo, es reconocido mundialmente como un deporte que conjuga diversas habilidades y capacidades físicas de los practicantes del mismo, nacido en los Estados Unidos.

En nuestro país, este deporte fue acogido desde hace más de 25 años, cuando comenzó a evolucionar a partir de las llamadas revistas gimnásticas, que se realizaban en los colegios, en donde se mostraba muy poco de lo que es el porrismo hoy en día. Estas revistas podían durar un lapso de 10 a 15 minutos, ahora las rutinas "cheer`s" son de 2 minutos 30 segundos, en donde se deben mostrar todos los componentes de este deporte, como lo son los saltos, la gimnasia, la acrobacia y el baile.

El mundial de porrismo se realiza todos los años en los Estados Unidos, el país que lo vio nacer y es líder en este deporte, y cada vez más, viajan deportistas a representar el nombre de nuestro país, y a dejarlo por lo alto." Tomado de http://aminoapps.com/page/dance-baile/2658362/poms-cheer

Momento de hacer.

Responde:

1. A un torneo de porrismo se inscriben 15 equipos, pero una de las condiciones de este torneo es que cada equipo debe estar conformado exactamente por 12 integrantes.
a) ¿Cuántas personas participan de este torneo?
b) Si al equipo ganador se le otorga un premio en efectivo de 19.200.000, y se debe repartir de manera equitativa entre todos los jugadores del equipo ganador, ¿Cuánto le corresponde a cada jugador?
c) Si el torneo exige que cada equipo debe tener exactamente 16 integrantes, y se inscribe el mismo número de equipos, ¿Cuántos personas participan del torneo?
d) ¿Qué cantidad de dinero le corresponde a cada jugador del equipo ganador, si se mantiene el monto del premio?

2. Si un equipo está compuesto por 18 integrantes. Si el técnico quiere realizar una charla técnica con los jugadores que disputan un torneo, organizando grupos de igual número de jugadores sin que sobre ninguno:
a) ¿Cuántos grupos puede hacer?
b) ¿Cuáles son los divisores de 18?
c) ¿Cómo se clasifica el 18, de acuerdo al número de divisores?
d) Si el equipo cuenta con 11 jugadores, entonces, ¿Cuántos grupos puede hacer?
e) ¿Cuántos y cuáles son los divisores de 11?
f) ¿Cómo se puede clasificar, de acuerdo al número de divisores?

3. Hay personas que tienen la capacidad de practicar dos o más deportes a la vez. Por ejemplo Natalia practica porrismo y fútbol. Los partidos de fútbol son cada 4 días y el porrismo cada 5 días. Si hoy debe practicar ambos deportes. ¿Cuánto días deben pasar para coincidir las dos actividades?

4. Para entrenar, el director técnico de un equipo ordena dividir una cancha de futbol que tiene de largo 104 metros y 72 metros de ancho, en sectores cuadrado con áreas iguales, sin que sobre nada. Para desarrollar un entrenamiento diferente en cada sector.
a) Escribe tres medidas que pueden tener los lados de cada sector.
b) ¿Cuál es la medida mayor?
c) ¿Cuántos sectores se pueden obtener?

Centro de interés: El fútbol.

Universidad Nacional de Colombia - Sede Medellín.
Institución Educativa Gilberto Alzate Avendaño
Matemáticas - 2017 Sistema numérico y Pensamiento numérico. Teoría de Números.

Guía N°1.

Objetivo: Generar interés en los estudiantes para el aprendizaje de la Teoría de Números a partir de situaciones abstraídas del futbol, como centro de interés por algunos de estos.

Momento motivacional

Antes de iniciar a desarrollar esta guía, estudiantes deben observar un video sobre el inicio del futbol en Colombia, desde diferentes perspectivas. Este se encuentra en la dirección https://www.youtube.com/watch?v=ewvTCSvz_so

Momento de Lectura.

Historia de fútbol.

"La historia del fútbol asociación, conocido simplemente como fútbol, suele considerarse a partir de 1863, año de fundación de The Football Association, aunque sus orígenes, al igual que los de los demás códigos de fútbol, se pueden remontar varios siglos en el pasado, particularmente en las Islas Británicas durante la Edad Media. Si bien existían puntos en común entre diferentes juegos de pelota que se desarrollaron desde el siglo III a. C. y el fútbol actual, el deporte tal como se lo conoce hoy tiene sus orígenes en las Islas Británicas.

Los primeros códigos británicos que dieron origen al fútbol asociación se caracterizaban por su poca organización y violencia extrema. No obstante, también existían otros códigos menos violentos y mejor organizados: quizás uno de los más conocidos fue el calcio florentino, deporte de equipo muy popular en Italia que tuvo incidencia en los códigos de algunas escuelas británicas. La formación definitiva del fútbol asociación tuvo su momento culminante durante el Siglo XIX. En 1848 representantes de diferentes colegios ingleses se dieron cita en la Universidad de Cambridge para crear el código Cambridge, que funcionaría como base para la creación del reglamento del fútbol moderno. Finalmente en 1863 en Londres se oficializaron las primeras reglas del fútbol asociación.

Desde entonces el fútbol ha tenido un crecimiento constante, hasta llegar a ser el deporte más popular del mundo con unas 270 millones de personas involucradas. Con la realización de la primera reunión de la International Football Association Board en 1886 y la fundación de la FIFA en 1904, el deporte se ha expandido hasta llegar a todos los rincones del mundo. A partir de 1930 se comenzaría a disputar la Copa Mundial de Fútbol, que se convertiría en el evento deportivo con mayor audiencia del planeta." Tomado de http://andres-reseadelfutbol.blogspot.com.co/

Momento de hacer.

Responde:

1. Si la copa del mundo se juega cada 4 años, y la primera se jugó en 1930 determina:
a) ¿Cuántos años transcurrieron para jugar de novena y décimo quinta edición de la copa del mundo?
b) ¿en qué año se disputaron estas ediciones?
c) México tuvo el privilegio de organizar el mundial en 1986. Hasta este año, ¿Cuántas ediciones se disputaron de esta copa?
d) El próximo mundial se disputara en Rusia 2018 ¿Cuántas copas del mundo se habrán disputado hasta ese año?
e) La selección Colombia tuvo que esperar hasta el Mundial de Chile 1962, para poder participar en ella. ¿Cuántos mundiales se disputaron antes que la Selección Colombia clasificar para jugarla?

2. La mayoría de los torneos internacionales más importantes como el Mundial de futbol, La Liga de Europa, La Liga de Campeones, La copa libertadores de América, tienen un formato en el cual se incluyen 32 equipos, ordenados en 8 grupos de 4 equipos cada uno.
a) ¿De cuántas maneras se pueden organizar la misma cantidad de equipos en grupos que por lo menos tengan 2 equipos, de manera que no sobre ninguno?
b) Si se cambiara el formato, de tal manera que alguno de estos torneos se conformara por 36 equipos, ¿de cuántas maneras se pueden organizar los equipos en grupos que por lo menos tengan 2 equipos, de manera que no sobre ninguno?

3. La selección de Brasil se valorizó en el 2016 por los 304 millones de Euros, debido al gran valor que tienen sus jugadores en cada una de las ligas en las que se desempeñan. Por su parte la selección Colombia de valorizó en 208 millones de euros, y la selección de Venezuela en 38 millones de Euros.
a) ¿Cuántas veces es mayor la valorización de la selección brasileña a la venezolana?
b) ¿Cuál es el mayor divisor común entre las valorizaciones de la selección brasileña y colombiana?

4. Al momento de realizarse un partido cada equipo debe estar conformado por 11 jugadores. Si el técnico quiere realizar una charla técnica con los jugadores que disputan un partido, organizando grupos de igual número de jugadores sin que sobre ninguno, ¿Cuánto grupos puede hacer? ¿Cuáles son los divisores de 11? ¿Cómo se clasifica el 11, de acuerdo al número de divisores?

5. Hay personas que tienen la capacidad de practicar dos o más deportes a la vez. Por ejemplo Natalia practica porrismo y fútbol. Los partidos de fútbol son cada 4 días y el porrismo cada 5 días. Si hoy debe practicar ambos deportes. ¿Cuánto días deben pasar para coincidir las dos actividades?

6. Para entrenar, el director técnico de un equipo ordena dividir una cancha de futbol que tiene de largo 104 metros y 72 metros de ancho, en sectores cuadrado con áreas iguales, sin que sobre nada. Para desarrollar un entrenamiento diferente en cada sector.
a) Escribe tres medidas que pueden tener los lados de cada sector.
b) ¿Cuál es la medida mayor?
c) ¿Cuántos sectores se pueden obtener?

F. Anexo: Guía de intervención 2. Reconstrucción del colegio.

Universidad Nacional de Colombia - Sede Medellín.
Institución Educativa Gilberto Alzate Avendaño
Matemáticas – 2017 Sistema numérico y Pensamiento numérico. Teoría de Números.

Guía N°2.

Objetivo: fortalecer los conceptos de Teoría de Números abordados en guías anteriores, a partir de una situación concreta del contexto.

Nombre de los estudiantes:

Momento de Lectura

IE. Gilberto Alzate Avendaño.

De acuerdo al manual a su Manual de Convivencia, la institución fue creada mediante ordenanza 26 de la Asamblea Departamental el 30 de noviembre de 1958 con el nombre Liceo Departamental de Aranjuez. En el año 2002 asumió su administración del rector Humberto Bermúdez Cardona, quien continúa en ella.

En conversación con las directivas, se plantea que la actual planta de la sede central fue construida desde 1961 hasta 1967, año en el que fue inaugurada. En su momento fue una construcción imponente y ejemplar a nivel nacional. Sin embargo, con el paso del tiempo, su estructura se ha visto afectada, con algunos lugares frágiles, y la acción del agua lluvia es visible en muchos espacios institucionales.

Ante esta situación, las directivas se han propuesto como objetivo fundamental la reconstrucción total de la institución educativa, lo que permitirá mejorar las instalaciones y aprovechar espacios físicos de los que aún no se aprovecha al máximo.

Momento de hacer.

Responde:

La comunidad educativa, preocupada por garantizar los recursos necesarios para obras complementarias del proyecto, organiza un evento de recolección de fondos, en el cual se venden bonos por valor de 25.000.

1. ¿Cuántos bonos se deben vender para recoger 5.500.000?

2. Teniendo en cuenta el valor de cada bono, complete la siguiente tabla.

N° de bonos vendidos	Dinero recolectado
2	
50	
70	
100	
150	

Antes de iniciar el proyecto de reconstrucción, los estudiantes deben ser reubicados en otra institución educativa, para que sus procesos académicos no se vean afectados. Para lo cual, se ha contratado una empresa de transporte especial para el traslado de todo el personal estudiantil y de profesores.

3. Si en promedio un bus tiene capacidad para transportar máximo 40 persona por viaje, y se contratan 15 buses, ¿Cuál es el número máximo de personas que se pueden transportar, si en cada silla del bus debe ir una persona?

4. Con la información anterior complete el cuadro que relaciona el número de buses, con el número de personas.

N° de personas	N° de buses
120	
	5
240	
	8
480	

5. Si por cada traslado debe acompañar 1 docente por cada grupo de 19 estudiantes, ¿Cuántos docentes deben acompañar a 380 estudiantes?

6. Cuando se inicia el proceso de demolición de la estructura, se tiene claro que este se debe hacer en el menor tiempo posible, por tanto de decide trabajar en tres turnos diarios de igual número de horas cada uno, y para esto se cuenta con 84 trabajadores.
   a) ¿De cuántas horas se compone cada turno del día?

   b) ¿Con cuántos trabajadores está compuesto cada turno?

7. Al finalizar el primer día de trabajo de demolición se ha generado 24 toneladas de escombros que deben ser trasladados a un lugar de recepción de este tipo de material. Si se tienen volquetas destinadas para esta labor con capacidad de 1, 2, 3, 4 y 6 toneladas, determine cuantos viajes son necesarios para evacuar todo el material, si solo se puede hacer uso de una sola y debe ir con la capacidad máxima. Complete la tabla.

Capacidad de la volqueta	Viajes necesario.
1	
2	
3	
4	
6	

8. Si en el segundo día se ha generado 11 toneladas de escombros, ¿Cuál debe ser la capacidad de la volqueta a emplear, si en todos los viajes debe llevar el mismo peso y no debe sobrar nada? ¿Cuántos viajes debe hacer?

9. Para finalizar la obra, se debe instalar la baldosa de todos los salones, estucar las paredes y pintar. Para instalar las baldosas se cuenta con un grupo de 32 obreros y para estucar y pintar otro grupo de 24 obreros, de los cuales se quiere hacer subgrupos de trabajo de igual número de obreros, sin que sobre ninguno, para dividirlos en los diferentes espacios.
   a) ¿Cuántos subgrupos diferentes se pueden hacer?

   b) ¿Cuántos obreros tendría en grupo de mayor número de integrantes que se puede hacer?

10. Para pintar el auditorio, según los cálculos, necesitará 12 litros de pintura roja, 24 litros de pintura verde y 16 litros de pintura blanca. Pero se quiere comprar baldes de pintura que tengan la misma cantidad de litros y que el número de botes sea el menor posible.
    a) ¿De cuántos litros debe ser cada balde?

    b) ¿Cuántos baldes de cada color debe comprar máximo?

11. Para los controles necesarios de la obra, el ingeniero estructural la visita cada tres días y el interventor cada 4 días, si hoy coincidieron las visitas, ¿Cuántos días deben pasar, para que se encuentren nuevamente en la obra?

12. Para la implementación de la jornada única en la institución, se deben construir los espacios para las actividades complementarias, algunas de las cuales son deportes, baile y una granja.
    a) Seleccione una de estos tres espacios y determine qué características debe tener.

    b) Plasme en un dibujo, plano o esquema, la manera como debería ser espacio, tenga en cuenta lo descrito en el punto anterior.

Bibliografía

- Barragán, D. y Amador, J.C. (2014). La cartografía social-pedagógica: Una oportunidad para producir conocimiento y repensar la educación. Itinerario Educativo, (64), 127-141
- Barrantes, H. (2006) Resolución de problemas. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. Año 1, Número 1. Centro de Investigaciones Matemáticas y Meta-Matemáticas, UCR. Escuela de Ciencias Exactas y Naturales UNED
- Bell, E. (1953) Los Grandes matemáticos. Sus vidas y obras. Ed. Losada, S. A. Buenos Aires.
- Blythe, T. & col. (1999) La enseñanza para la comprensión. Guía para el docente. Buenos Aires: Paidós
- Bodí, S.D. (2006), Análisis de la comprensión de divisibilidad en el conjunto de los Números Naturales, Tesis doctoral, Universidad de Alicante.
- García, I. y de la Cruz, G. (2014) Las guías didácticas: recursos necesarios para el aprendizaje autónomo. Revista Edumecentro. Cuba.
- González, C.M. (2012) Unidad Didáctica: Divisibilidad de Números Naturales. Múltiplos y divisores, Tesis de maestría, Universidad de Granada.
- Ley General de Educación, Ley 115 de 1991.
- Majmutov, M. (1983) La Enseñanza Problémica. Ed. Pueblo y Educación. La Habana.
- Martínez, M. (2000) La Investigación-acción en el Aula. Agenda Académica. Vol. 7, N°1. Universidad Simón Bolívar. Venezuela.
- Ministerio de Educación Nacional. (1994) Decreto 1860.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998) Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Bogotá: Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006) Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Bogotá: Magisterio.

- Ministerio de Educación Nacional. (2015). Derechos básicos de aprendizaje. Bogotá: Ministerio de educación nacional de Colombia.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (s.f) Divisibilidad. recursostic.educacion.es/.../recursos/divisibilidad/.../MATE06_imprimir_docente.pdf.
- Plan de Desarrollo de Medellín (2016) Proyecto de Acuerdo Plan de Desarrollo: Medellín Cuenta con vos 2016-2019.
- Rivera, G. M. (2014) Procesos de Razonamiento y Comprensión Con Respecto a la Solución de Problemas que involucran la Estructura Multiplicativa. Tesis de Maestría, Universidad de Antioquia.
- Ruiz, A. (2003) Historia y Filosofía de las Matemáticas. Ed. Universidad Estatal a Distancia. Costa Rica.
- Stewar, I. (2007) Taming The Infinite. The History of Mathematics. Ed. Crítica. Barcelona.
- Tecnológico de Monterrey (s.f.) "Aprendizaje colaborativo, técnicas didácticas". Programa de desarrollo de habilidades docentes. [fecha de consulta: 04 de marzo 2017] Recuperado de http://www.itesca.edu.mx/documentos/desarrollo_academico/metodo_aprendizaje_colaborativo.pdf
- Zazkis, R. et Campbell, S. (1996), Divisibility and Multiplicative structure of natural numbers: preservice teacher's understanding, Journal for Research in Mathematics Education.