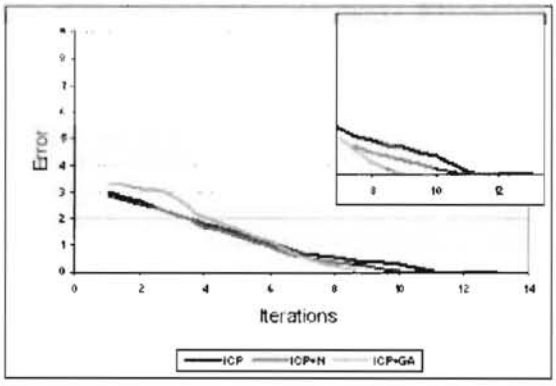
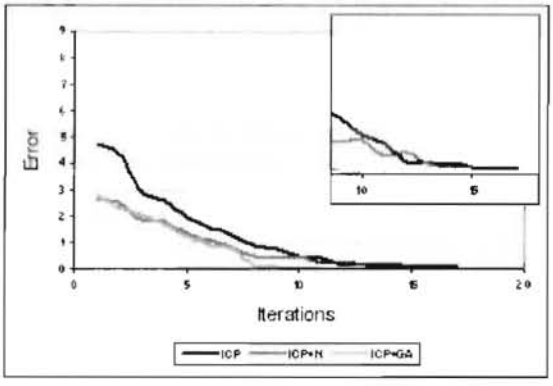
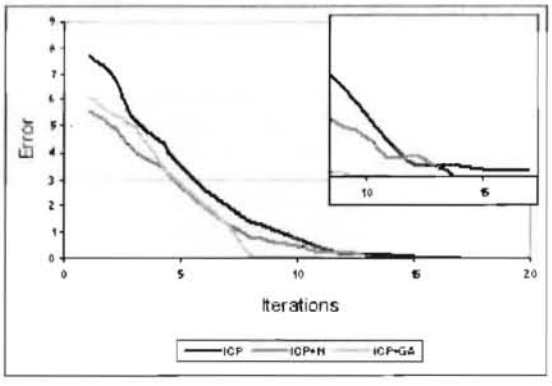


(a) Convergencia del registro de las imágenes 1 y 2.

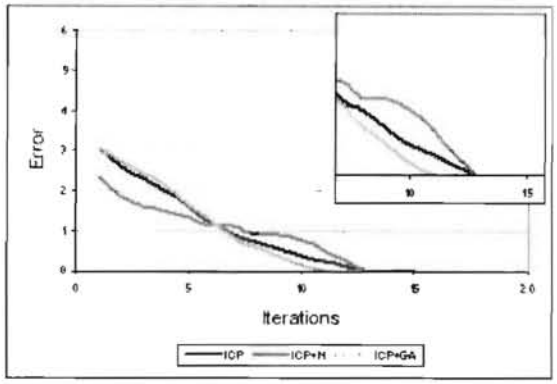


(b) Convergencia del registro de las imágenes 3 y 4.

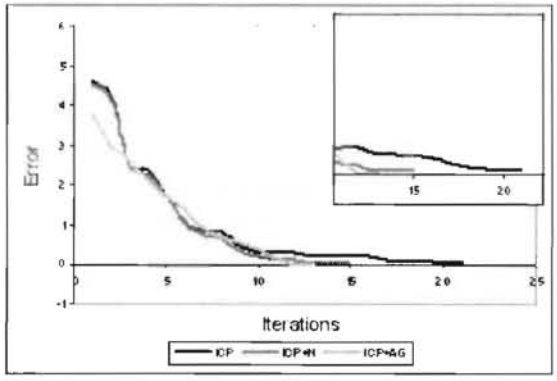


(c) Convergencia del registro de las imágenes 5 y 6.

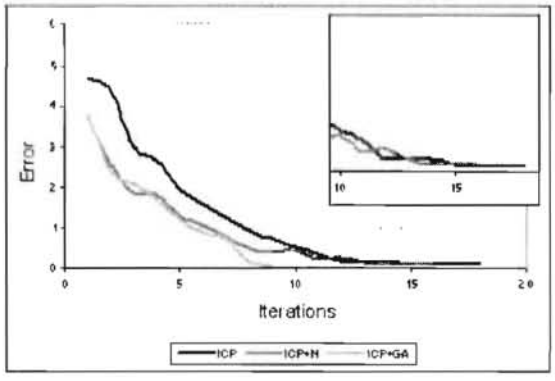
Figura 3.6: Pruebas de convergencia con un umbral de 1×10^{-3} mm.



(a) Convergencia del registro de las imágenes 1 y 2.

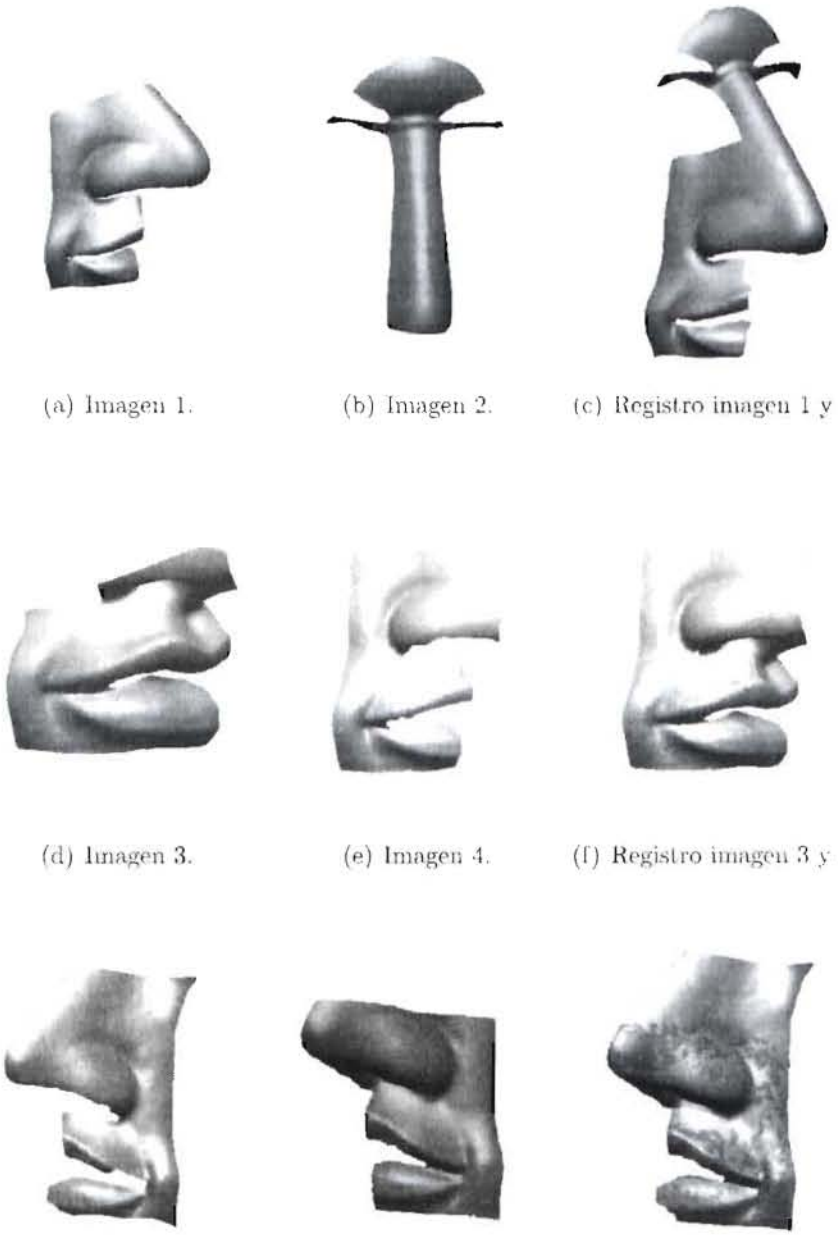


(b) Convergencia del registro de las imágenes 3 y 4.



(c) Convergencia del registro de las imágenes 5 y 6.

Figura 3.7: Pruebas de convergencia con un umbral de 1×10^{-6} mm.



(a) Imagen 1. (b) Imagen 2. (c) Registro imagen 1 y 2.

(d) Imagen 3. (e) Imagen 4. (f) Registro imagen 3 y 4.

(g) Imagen 5. (h) Imagen 6. (i) Registro imagen 5 y 6.

Figura 3.8: Muestra de imágenes 1 a 6 y su correspondiente registro.

(a) 20°. (b) 40°. (c) 60°.

Figura 3.9: Alineamientos iniciales.

Análisis de la robustez del método propuesto con respecto a la alineación inicial.

La prueba consiste en promediar un conjunto de 30 registros de pares de imágenes de rango con diferentes alineaciones iniciales. Para cada par de imágenes, la imagen a registrar es rotada cada 5°, desde 10° hasta 70° (ver Figura 3.9). Las imágenes se registraron con los métodos ICP, ICP+N e ICP+AG, se y se calcularon los promedios de dicho resultado para cada ángulo de rotación (ver Figura 3.10).

La Figura 3.11 muestra la diferencia de los errores promedio del método ICP+AG con respecto a los métodos ICP e ICP+N. Se puede ver la robustez del método ICP+AG en el intervalo desde los 20° hasta los 55°, ya que es capaz de generar registros con niveles de precisión más altos. Con respecto al método ICP, el ICP+AG obtiene la máxima diferencia en la mejora del error en ángulos cercanos a los 40°. Frente al método ICP+N, la máxima diferencia se encuentra en los ángulos cercanos a los 45°. La diferencia a partir de estos ángulos, empieza a decrecer hasta los 55°, a partir del cual, los errores obtenidos por los tres métodos son similares.

El análisis de la prueba de las diferencias de errores promedio realizada en este experimento, para demostrar la robustez del método propuesto para el registro de imágenes de rango parcialmente solapadas empleando algoritmos genéticos, se valida estadísticamente mediante el método de la región de confianza. Los modelos ajustados de las curvas del error promedio

para los métodos ICP. ICP+N e ICP+AG, se muestran en la Figura 3.12. Cada curva es ajustada utilizando regresiones lineales y se estudia la similitud de los datos obtenidos con el modelo matemático que los ajusta. La Tabla 3.7 muestra los resultados de los ajustes, que para los tres métodos es aceptable, ya que la dispersión en los datos poseen un RMSE (Root Mean-Squared Error) de 0.02 mmaproximadamente para cada uno de los casos.

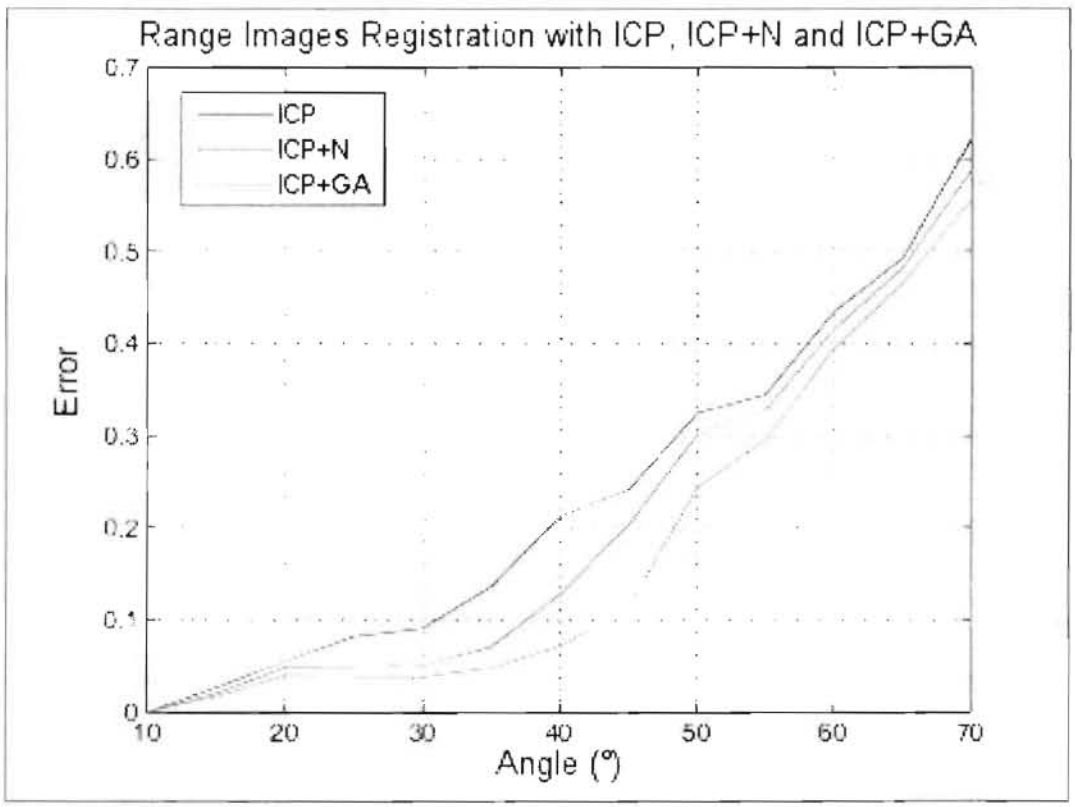


Figura 3.10: Errores promedio (in mm) de registro para cada uno de los ángulos.

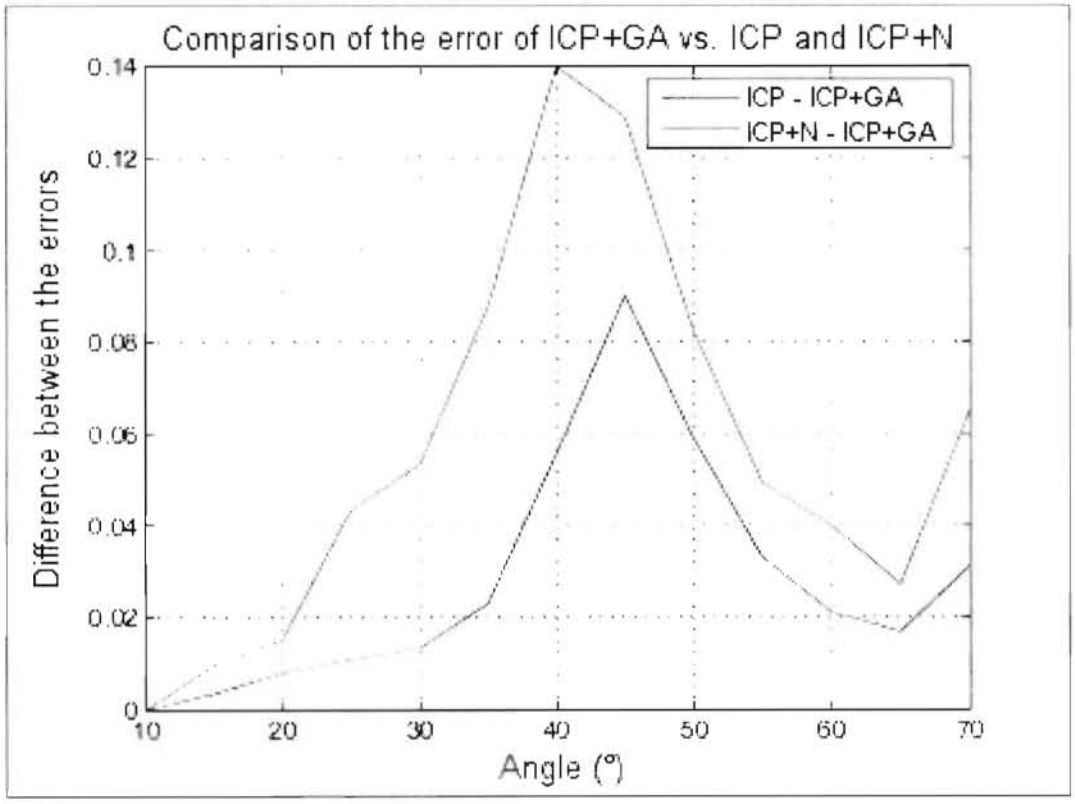


Figura 3.11: Comparación entre los errores del método del ICP+AG con ICP e ICP+N.

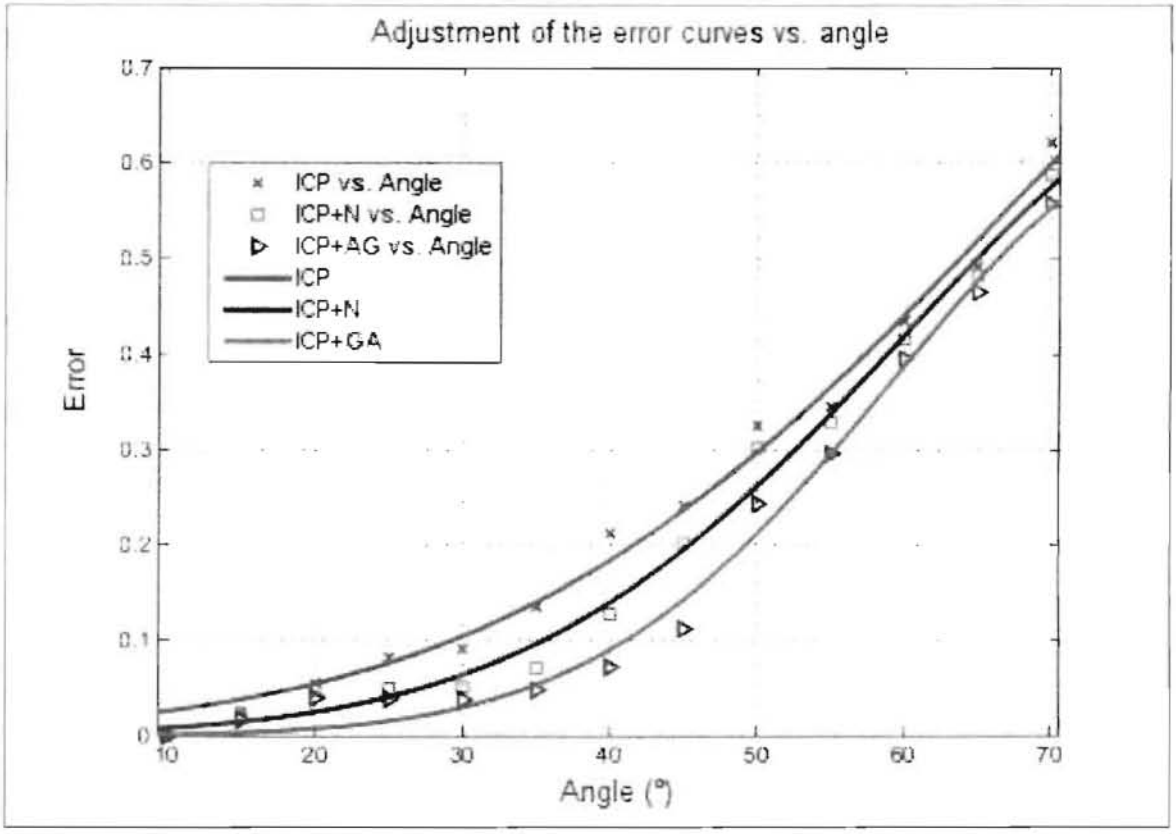


Figura 3.12: Ajuste de los datos a un modelo de error.

Ajuste ICP: Error Vs. Ángulo	General model Gauss1: $f(x) = a_1 e^{-\left(\frac{x-b_1}{c_1}\right)^2}$ Coefficients (with 95 % confidence bounds): $a_1 = 0.9004$ (0.3364, 1.464) $b_1 = 100.8$ (68.51, 133.1) $c_1 = 48.32$ (31.91, 64.69) Goodness of fit: SSE: 0.004306 R-square: 0.9907 Adjusted R-square: 0.9888 RMSE: 0.02075
Ajuste ICP+N: Error Vs. Ángulo	General model Gauss1: $f(x) = a_1 e^{-\left(\frac{x-b_1}{c_1}\right)^2}$ Coefficients (with 95 % confidence bounds): $a_1 = 0.6904$ (0.4655, 0.9153) $b_1 = 85.32$ (69.72, 100.9) $c_1 = 35.92$ (26.47, 45.36) Goodness of fit: SSE: 0.003909 R-square: 0.9916 Adjusted R-square: 0.9899 RMSE: 0.01977
Ajuste ICP+AG: Error Vs. Ángulo	General model Gauss1: $f(x) = a_1 e^{-\left(\frac{x-b_1}{c_1}\right)^2}$ Coefficients (with 95 % confidence bounds): $a_1 = 0.6143$ (0.4543, 0.7744) $b_1 = 79.23$ (67.93, 90.53) $c_1 = 28.36$ (20.79, 35.94) Goodness of fit: SSE: 0.00428 R-square: 0.9903 Adjusted R-square: 0.9883 RMSE: 0.02069

Tabla 3.7: Resultados de los ajustes de curvas.

3.4 Resultados.

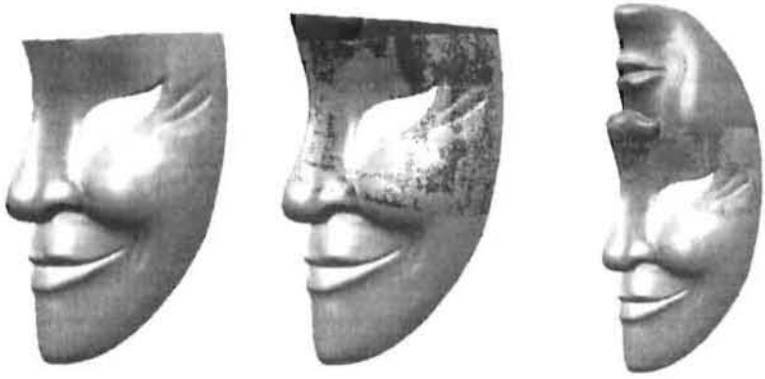
En esta sección se analizan los resultados obtenidos con los tres métodos, sobre un objeto real con más de dos vistas. El objeto a registrar corresponde a una máscara compuesta por 8 vistas de rango. La Figura 3.13 muestra la secuencia del proceso completo de registro que se obtiene para cada imagen del objeto máscara. Finalmente el objeto registrado es mostrado en la Figura 3.13(h).

El registro se realiza de manera secuencial, es decir, a las dos primeras vistas puestas en correspondencia, se registran con una tercera vista y este nuevo conjunto con otra vista y así sucesivamente, hasta completar el objeto. En todos los casos se obtuvo un menor error de registro con el método ICP+AG (Error Promedio=0.1011 mm), frente al método clásico ICP (Error Promedio=0.1196 mm) y la variante ICP+Normales (Error Promedio=0.1104 mm). Cada método fue ejecutado hasta que converge o hasta que se cumpla un determinado numero de iteraciones. Los valores para los parámetros del método ICP+AG fueron establecidos mediante las pruebas realizadas en la sección 3.3.4. Sin embargo, las diferencias de tiempo entre los diferentes métodos y el ICP+AG, es significativa para esta prueba en la que las imágenes contienen en promedio 35000 puntos. Los métodos ICP e ICP+N, tardaron en promedio 1.5 minutos, para registrar cada par de vistas, mientras que, el método ICP+AG, tarda en promedio 7 minutos por cada par de vistas.

3.5 Conclusiones.

Se ha propuesto un método semiautomático para el registro de pares de vistas de imágenes parcialmente solapadas, el cual está en capacidad de encontrar un registro adecuado. El método está basado en algoritmos genéticos, para realizar la búsqueda de las mejores correspondencias de un conjunto muestreado de puntos, a partir, de un enfoque basado en subdominios, el cual reduce el espacio de búsqueda del algoritmo genético, lo que conlleva a una mejora de la eficiencia global del algoritmo.

Los resultados obtenidos mediante los diferentes experimentos realizados, mostraron que el método propuesto, converge a una mejor solución que los métodos ICP e ICP+N. El método propuesto es más robusto que el ICP e ICP+N. con respecto al error, cuando las imágenes a registrar poseen un alineamiento inicial con ángulos de rotación entre los 20° y 55°, lo que permite registrar imágenes sin un pre-alineamiento detallado. Sin embargo, el método propuesto emplea más tiempo computacional en encontrar la solución.



(a) R1: Registro vista 1 y 2. (b) R2: Registro vista 3. (c) R3: Registro vista 4.

(d) R4: Registro vista 5. (e) R5: Registro vista 6. (f) R6: Registro vista 7.

(g) R7: Registro vista 8. (h) Modelo final registrado.

Figura 3.13: Proceso de registro completo para la Máscara.

Capítulo 4

LLENADO DE HUECOS EN MALLAS TRIANGULARES EMPLEANDO FUNCIONES DE BASE RADIAL.

4.1 Introducción.

Crear modelos precisos de ambientes reales no es una tarea trivial y para ello las técnicas tradicionales de modelado son inadecuadas [22, 106]. Los sensores de rango pueden medir la forma de la superficie de un objeto con gran exactitud y resolución. Sin embargo, para hacer un modelo completo generalmente se requieren múltiples vistas. Características de la superficie como: la baja reflectancia, las oclusiones y las limitaciones de accesibilidad hacen que el escáner pierda algunas superficies, conduciendo a una reconstrucción incompleta de la escena, y muchas veces introduciendo huecos en los modelos resultantes. Crear representaciones 3-D de alta calidad, basadas en información incompleta es un desafío [114]. Debido a los costos y a las dificultades implicadas en el escaneo de ambientes reales, es absolutamente deseable tener herramientas automáticas o semiautomáticas para ayudar a los usuarios a mejorar la calidad del conjunto de datos incompletos.

Tradicionalmente, la corrección de huecos en los modelos digitales es realizada por técnicas de post-procesamiento, aplicadas después de la etapa final de la reconstrucción de superficies. Sin embargo, en algunos casos se asume que la superficie del objeto es continua. Los huecos

son corregidos implícitamente durante la etapa de ajuste de la superficie. Inicialmente, los intentos por resolver el problema de la corrección de huecos se basaron en la reparación directa de la representación en malla triangular.

Generar superficies completas en regiones con falta de información implica: primero, la identificación de huecos, y segundo, la generación de nuevos datos en esas zonas. Desafortunadamente, ninguno de estos problemas es trivial, debido a que los huecos creados durante el proceso de escaneo de objetos geométricamente ricos, puede ser bastante complejo [37]. No obstante, en muchos casos, los huecos ocurren en imágenes de rango que pueden ser topológicamente más simples. Este es el caso de muchos huecos encontrados cuando se escanean ambientes interiores, donde la mayoría de las superficies tienden a ser suaves y abundan las áreas planas.

Los trabajos existentes sobre llenado de huecos se basan en la construcción de una superficie implícita de los datos que interpolan el hueco. Una parte significativa de tal investigación, integra el proceso de llenado del hueco en la reconstrucción de la superficie. Carr *et al.* [22] proponen un método para reconstruir superficies a partir de nubes de puntos usando Funciones de Base Radial (RBF), la corrección de los huecos se logra de manera implícita reconstruyendo la totalidad de la superficie mediante la interpolación de todos los puntos. En este trabajo se asume la continuidad en la totalidad de la superficie del objeto, es decir, que cualquier hueco o discontinuidad es corregida. Sin embargo, en objetos reales existen discontinuidades que pertenecen a la superficie original y que deben permanecer en las representaciones digitales finales.

En este capítulo se propone un nuevo algoritmo para identificar y llenar automáticamente los huecos en regiones asociadas con superficies suaves mediante interpoladores de funciones de base radial locales. El algoritmo toma una malla triangulada, la cual es analizada para detectar la existencia de bordes que pertenecen a un solo triángulo. La ocurrencia de un hueco implica la existencia de un ciclo definido por los bordes de la frontera. Así, una vez que se encuentra un borde de frontera, el algoritmo traza la frontera completa. Los puntos cercanos al hueco se usan para adaptar una superficie usando un interpolador de RBF. Un objetivo importante de nuestro algoritmo es garantizar que los parches reconstruidos se ajusten suavemente a la superficie original; más aún, la superficie reconstruida deberá preservar el muestreo de la malla original. La efectividad de nuestro algoritmo es demostrado empleando conjuntos de datos reales.

Este capítulo está organizado de la siguiente manera: En la sección 4.2, se presenta una introducción a las funciones de base radial. En la sección 4.3. se describe el método propuesto para el llenado de huecos en mallas triangulares empleando funciones de base radial. En la sección 4.4, se discuten los resultados obtenidos usando el algoritmo propuesto y por último,

en la sección 4.5, se presentan las conclusiones.

4.2 Funciones de Base Radial.

Debido a los avances en computación y a la disponibilidad de hardware de altas prestaciones, en las dos últimas décadas se ha dado un creciente interés por las aplicaciones de la interpolación multivariable en muchas áreas de la ciencia y la ingeniería, tales como la computación gráfica, sistemas CAD, imágenes médicas, sistemas de información geográfica, entre otras. En las aplicaciones originadas en problemas reales, los datos que se deben interpolar están colocados de manera dispersa; por ello, se necesitan algoritmos aplicables a una distribución arbitraria de puntos. Tales algoritmos existen y son bien conocidos para el caso univariado, pero las dificultades se aumentan en el caso multivariado. Las funciones de base radial constituyen una herramienta que facilita la solución del problema de interpolación de datos dispersos en varias variables [75].

El problema de la reconstrucción se puede modelar considerando los datos en la forma $\{(a_i, d_i) \in \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}\}_{i=1}^N$. En el caso particular de nubes de puntos provenientes de imágenes de rango, se tiene un conjunto $P = (x_i, y_i, z_i)$ que se pueden ver en la forma $\{(a_i, z_i) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}\}_{i=1}^N$ donde $a_i = (x_i, y_i)$ y $d_i = z_i$.

Se asume que los datos obedecen a una representación funcional $f : \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}$ y queremos encontrar un interpolante $S(\mathbf{X})$ que aproxime a f.

Un interpolante de base radial tiene la forma:

$$S(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i \phi(\| \mathbf{X} - a_i \|) + p(\mathbf{X}) \tag{4.1}$$

donde $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^d$ y en el caso de superficies la $\mathbf{X} = (x, y)$, $p(\mathbf{X})$ es un polinomio de grado pequeño y λ_i son los pesos o escalares que se determinan con las condiciones de interpolación, $\| \cdot \|$ es la norma Euclideana y ϕ es una función $\phi : [0, \infty[\to \mathbb{R}$ continua y fija de una sola variable, N es el número de puntos que se utilizan para la interpolación.

Se puede decir entonces que la aproximación S representa combinaciones lineales de traslaciones de una función fija que es radialmente simétrica con respecto a la norma euclídea, lo cual la hace sencilla de implementar.

Frecuentemente se dirá que el punto a_i es un centro de la función interpolante de base radial.

Más aún, es usual referirse a ϕ como la función de base radial, si se entiende que ésta es evaluada en la norma euclídea.

Los valores λ_i se determinan resolviendo el sistema de ecuaciones siguiente:

$$S(a_j) = d_j, \text{para } j = 1, \ldots, N \tag{4.2}$$

es decir, para el caso de superficies

$$S(a_i) = \sum_{j=1}^{N} \lambda_j \phi(\| a_i - a_j \|) + p(a_i) = z_i, \text{para } i = 1, \ldots, N \tag{4.3}$$

formando el sistema de ecuación $A\lambda = D$, donde la matriz A está definida así:

$$A = \begin{bmatrix} \phi(\| a_1 - a_1 \|) & \phi(\| a_1 - a_2 \|) & \ldots & \phi(\| a_1 - a_N \|) \\ \phi(\| a_2 - a_1 \|) & \phi(\| a_2 - a_2 \|) & \ldots & \phi(\| a_2 - a_N \|) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \phi(\| a_N - a_1 \|) & \phi(\| a_N - a_2 \|) & \ldots & \phi(\| a_N - a_N \|) \end{bmatrix}, \lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_N \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_N \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

Es fácil ver que la matriz de interpolación A es simétrica y además puede ser una matriz definida positiva con una selección apropiada de la función básica ϕ, es decir, para cualquier conjunto finito $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_N\} \subseteq \mathbb{R}^d$ de N puntos diferentes. se cumple [95]:

$$\sum_{j,k=1}^{N} \alpha_j \alpha_k \phi(a_j - a_k) > 0 \tag{4.5}$$

para cualquier vector $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_N) \in \mathbb{R}^N - \{0\}$. Esto hace que el sistema $A\lambda = D$ tenga siempre solución y puede resolverse directamente por un método de descomposición LU.

Duchon [41] propone el uso de la función $\phi(r) = \| r \|^3$ para la interpolación en 3-D, obteniéndose una superficie C^∞ (infinitamente derivable). Aunque con esta elección A puede ser singular para conjuntos de puntos no triviales con centros diferentes.

En la Tabla 4.1 y en la Figura 4.1 se muestran algunas funciones de base radial típicamente usadas.

$\phi(r) = r^{2k}\log(r), k \in N$	*Spline de Placa Delgada (TPS)*
$\phi(r) = (c^2 + r^2)^\beta, \beta < 0$	*Multicuádrica Inversa*
$\phi(r) = (c^2 + r^2)^\beta, \beta > 0, \beta \notin N$	*Multicuádrica*
$\phi(r) = e^{-\alpha r^2}, \alpha > 0$	*Gaussiana*

Tabla 4.1: Funciones de base radial típicamente usadas [6].

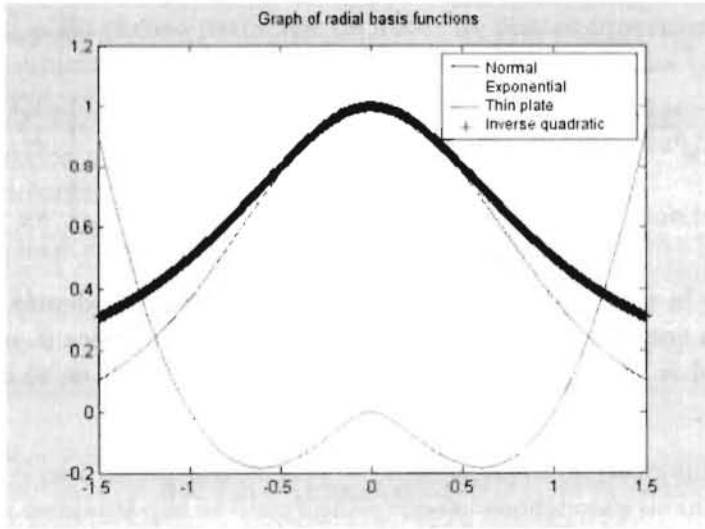


Figura 4.1: Funciones de base radial [71].