UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

El análisis descriptivo de información estadística y la toma de decisiones objetivas en el entorno social de los estudiantes del grado séptimo

Luz Patricia Barragán Hernández

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de ciencias

Maestría En Enseñanza De Las Ciencias Exactas y Naturales

Bogotá, Colombia

Diciembre de 2011

El análisis descriptivo de información estadística y la toma de decisiones objetivas en el entorno social de los estudiantes del grado séptimo

Luz Patricia Barragán Hernández

Trabajo de tesis para optar al título de:

Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director:
Luis Guillermo Díaz Monroy
Profesor Asociado

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de ciencias

Maestría En Enseñanza De Las Ciencias Exactas y Naturales

Bogotá, Colombia

Diciembre de 2011

Dedicado a:

A mis padres y hermanos que impulsan mis logros con su apoyo y confianza.

Agradecimientos

A mis profesores, amigos y colegas que complementaron mis esfuerzos en la búsqueda de la superación profesional.

Titulo en español: El análisis descriptivo de información estadística y la toma de decisiones objetivas en el entorno social de los estudiantes del grado séptimo.

English Title: A descriptive analysis of Statistical and objective decision in the seventh grade students' social environment.

Resumen: La enseñanza de la estadística descriptiva a partir de sucesos que tocan la realidad de los jóvenes, sin abandonar la rigurosidad del conocimiento científico y mediante el uso de software disponible para los estudiantes, da lugar a este documento en el que se diseña una serie de unidades didácticas centradas en la comprensión y aplicación de las medidas de localización; para lo cual se encuentra fundamento en investigaciones anteriores acerca de la enseñanza del pensamiento aleatorio. Estas unidades didácticas son planteadas para ser desarrolladas con estudiantes de grado séptimo de la educación media.

Abstract: The teaching of descriptive statistics through of events that are relevant on young reality, without abandoning the rigor of scientific knowledge, with the use available software for students, it is the objective of this work paper: to design a series of teaching units focused on understanding and implementation of measures of central tendency it is based on previous researches about the teaching of random thought. These teaching units are going to be developed with seventh grade students.

Palabras clave: Estadística descriptiva, medidas de localización, aprendizaje activo, pensamiento aleatorio, séptimo grado.

Keywords: Descriptive Statistics, measures of location, active learning, Random Thought, seventh grade.

Nota de aceptación

Tesis

“El análisis descriptivo de información estadística y la toma de decisiones objetivas en el entorno social de los estudiantes del grado séptimo”

_____

Jurado

_____

Jurado

_____

Jurado

_____

Director

Luis Guillermo Díaz Monroy

Bogotá, D.C., Diciembre de 2011.

Contenido

Pág.

Contenido ..... **X**

Índice de ilustraciones ..... **XIII**

Índice de tablas ..... **XIV**

Introducción **15**

1. Propuesta didáctica para la enseñanza de la estadística. **18**

1.1 Importancia de la cultura estadística. 18

1.2 Una propuesta didáctica. 19

1.3 La estadística en grado séptimo. 20

1.4 Aplicación de unidades didácticas. 21

1.5 Aprendizaje y comprensión. 21

2. El conocimiento estadístico. **25**

2.1 Marco histórico y epistemológico 25

2.2 Marco disciplinar 27

2.2.1 Recolección de datos. 27

2.2.2 Organización de datos 29

2.2.3 Medidas de localización. 38

2.2.4 Medidas de variabilidad 40

2.2.5 Medidas de forma 44

2.3 Marco pedagógico 48

2.4 Marco didáctico....50

3. La estadística en la escuela.....53

3.1 La estadística en grado séptimo. 53

3.1.1 Lineamientos curriculares 54

3.1.2 Estándares curriculares....55

3.2 Conclusiones de investigaciones anteriores. 57

3.2.1 Dificultades en el aprendizaje de la media. 59

3.2.2 Dificultades en el aprendizaje de la mediana. 62

4. Prueba piloto.....65

4.1 Caracterización del grupo de trabajo. 65

4.2 Instrumentos. 67

4.2.1 Selección de la temática. 67

4.2.2 Unidad didáctica #1: Predicciones y decisiones iniciales.....68

4.2.3 Unidad didáctica #2: “Recolección de información” 70

4.2.4 Unidad didáctica #3: “Organización de datos” 72

4.2.5 Unidad didáctica #4:“Representación gráfica de datos” 74

4.2.6 Unidad didáctica #5: “Análisis de datos”....76

4.2.7 Unidad didáctica #6: “Conclusiones y desiciones de los estudiantes afectadas por el análisis de las medidas de localización.” 78

4.3 Análisis de resultados. 80

5. Conclusiones. 83

5.1 Conclusiones. 83

5.2 Sugerencias para próximas aplicaciones. 84

A. Anexo: Selección de temática. 86

B. Anexo: Unidad didáctica #1: Predicciones y decisiones iniciales. 87

C. Anexo: Unidad didáctica #2: Recolección de información. 88

D. Anexo: Unidad didáctica #3: Organización de datos. 89

E. Anexo: Unidad didáctica #4: Representación gráfica de datos. 90

F. Anexo: Unidad didáctica #5: Análisis de datos..... 92

G. Anexo: Unidad didáctica #6: Conclusiones y desiciones de los estudiantes afectadas por el análisis de las medidas de localización..... 94

Bibliografia:..... 95

Índice de ilustraciones

Ilustración 2.1: Grafico de barras. 31
Ilustración 2.2: Gráfico de sectores. 31
Ilustración 2.3: Gráfico de barras para variables continuas discretas. 32
Ilustración 2.4: Gráfico de línea poligonal. 35
Ilustración 2.5: Gráfico de tronco. 38
Ilustración 2.6: Varianza. 43
Ilustración 2.7: Desvío típico. 44
Ilustración 2.8: Coeficiente de asimetría o sesgo. 45
Ilustración 2.9: Coeficiente de apuntamiento o curtosis. 46
Ilustración 2.10: Curva normal. 47
Ilustración 2.11: Gráfico de caja. 47

Índice de tablas

Tabla 2.1: Tabla de frecuencias para variable cualitativa. 30

Tabla 2.2: Tabla de frecuencias para variable cuantitativa discreta. 32

Tabla 2.3: Tabla de frecuencias para variable cuantitativa continua. 34

Tabla 2.3: Tabla de frecuencia para variable cualitativa. 42

Introducción

La estadística es una ciencia que se ha ocupado del estudio de algunas características en el comportamiento de grandes poblaciones, frente a diferentes problemáticas que requieren atención; está caracterizada por un modo propio de razonamiento denominado el método estadístico, en el cual es necesaria la recolección de información, su organización, presentación y análisis para que en consecuencia se puedan tomar decisiones, las conclusiones obtenidas a través del análisis estadístico, al no contemplar el 100% de la población, implican un ambiente de incertidumbre.

Uno de los objetivos de la educación es posibilitar el aprendizaje de la estadística desde el análisis de situaciones en las que la incertidumbre esté presente, ello con el objetivo de que se aprenda a recolectar, organizar y analizar datos mediante el uso de algunas técnicas propias de la disciplina; al tener en cuenta que las operaciones matemáticas requeridas en el análisis estadístico son comparables con la aritmética básica y que además se encuentran fenómenos de interés estadístico en diversos campos del conocimiento presentes en la escuela como las ciencias sociales y las naturales, se resalta la importancia de que los estudiantes aprendan a tomar decisiones y a asumir posiciones basadas en el análisis y la argumentación partiendo desde los datos mismos.

En estas circunstancias se plantea la aplicación de estrategias didácticas en las aulas de clase que posibiliten el análisis de la información estadística para la toma de decisiones mediante la motivación y el uso de recursos tecnológicos disponibles como las herramientas para el análisis de datos de Excel, logrando así una aproximación al logro de los objetivos de la educación científica y que la sociedad requiere de las nuevas generaciones.

Con este trabajo se propone, relacionar algunos aspectos disciplinares abordados en la enseñanza del pensamiento aleatorio y sistemas de datos para el grado séptimo con los estándares de ciencias sociales; partiendo de la revisión de algunas investigaciones relacionadas con el aprendizaje de conceptos estadísticos y de la revisión de los estándares para el pensamiento aleatorio y sistemas de datos del grado séptimo. De esta manera se diseña una serie de unidades didácticas que involucran problemáticas del interés de los jóvenes para propiciar en ellos el desarrollo del pensamiento aleatorio.

Para el diseño de las unidades didácticas se retoman conclusiones de investigaciones realizadas anteriormente por especialistas sobre el aprendizaje de las medidas de localización, de la misma manera, se hace uso de recursos tecnológicos como Excel en el aula de clase. Se parte del planteamiento de diversas temáticas de interés para los estudiantes, que enmarcadas en la pedagogía del aprendizaje activo buscan potenciar en los jóvenes el uso de herramientas del análisis descriptivo que afectan las apreciaciones de los fenómenos presentes en el contexto escolar.

De esta manera, en el capítulo 1 se desarrolla la justificación, metodología, objetivos y razón de ser de este trabajo. En el segundo capítulo se desarrollan los marcos de referencia de la estadística, partiendo del marco epistemológico de

esta ciencia, su evolución y reconocimiento histórico; se presenta brevemente el contenido disciplinar requerido en la enseñanza de la estadística para el grado séptimo de la educación básica colombiana, y por último se presenta un referente psicopedagógico frente al aprendizaje de la estadística en el grado séptimo de la educación básica en Colombia.

Se abordan los requerimientos legales de la enseñanza estadística para el grado séptimo, así como algunas conclusiones que frente al aprendizaje de las medidas de localización, se han desarrollado en investigaciones de nivel internacional en el tercer capítulo.

En el cuarto capítulo se realiza una prueba piloto de esta propuesta didáctica, con estudiantes de grado séptimo del colegio Ramón de Zubiría IED, se presentan los instrumentos diseñados que fueron evaluados y modificados gracias al análisis de los resultados obtenidos.

A través del quinto capítulo se presentan conclusiones surgidas de esta experiencia y se plantean sugerencias para su posterior aplicación con otros estudiantes.

Propuesta didáctica para la enseñanza de la estadística.

1.1 Importancia de la cultura estadística.

El carácter globalizante de la probabilidad y la estadística está en la presencia del pensamiento aleatorio para la comprensión de fenómenos de la vida cotidiana y de las ciencias. Particularmente en el conocimiento matemático escolar este carácter globalizante se asume cuando el énfasis se hace en el tratamiento de situaciones no deterministas, en donde la recolección, la organización y la representación de los datos obedece a una intencionalidad que dé sentido, que guíe su interpretación para la toma de decisiones y posteriores predicciones; el desarrollo de la intuición sobre la probabilidad mediante valoraciones cualitativas y mediante la exploración de problemas reales que permitan la elaboración de modelos de probabilidad. Este doble movimiento de enfoque de la realidad y de institución de la misma por los indicadores estadísticos es la razón de este trabajo por lo que se revisaron investigaciones relacionadas con las concepciones o preconcepciones de los estudiantes, respecto a las medidas de localización, ampliamente desarrolladas por (Batanero C. , Significados y comprensión de las medidas de tendencia central, 2000) .

1.2 Una propuesta didáctica.

Retomando algunas conclusiones de investigaciones previas referidas al aprendizaje de las medidas de localización (Batanero C. , Significados y comprensión de las medidas de tendencia central, 2000), (Mayen S, 2010) se realiza el diseño de una serie de unidades didácticas, enmarcadas en la metodología del aprendizaje activo (Huber, 2008), desde la cual se abordan temáticas del interés de los jóvenes tales como el uso de internet, la drogadicción, la anorexia, embarazos juveniles, etc. (XXIV Congreso Español de estadística e investigación operativa, 1998). Dichas temáticas se abordan como pretexto para la generación de encuestas, recolección, organización y análisis de datos, que gracias al uso de recursos tecnológicos como Excel, posibilitan el análisis de la información estadística así como el manejo de grandes cantidades de datos, para brindar a los estudiantes referentes en la toma de sus decisiones cotidianas.

La serie de unidades didácticas que se diseña para los estudiantes de grado séptimo, parte de algunas conclusiones de investigaciones didácticas y pedagógicas anteriores como (Batanero C. , Significados y comprensión de las medidas de tendencia central, 2000), (Batanero C. G., 2001), (Mayen S, 2010) a las que se hace referencia en el tercer capítulo; y con ayuda de la metodología del aprendizaje activo (Huber, 2008) aborda la enseñanza y aprendizaje de las medidas de localización.

Al finalizar el ciclo de unidades didácticas se plantea el análisis de la información, que busca confrontar las ideas previas de los estudiantes con las concepciones resultantes de un proceso científico y de la discusión guiada por el docente al interior del aula de clase; de esta manera se facilita que los jóvenes experimenten en la estadística, una herramienta poderosa que afecta la forma en que se pueden abordar las situaciones presentes en la vida real y en consecuencia la implementen en la toma de decisiones cotidianas. De esta manera se busca que

los estudiantes se apropien de las características y propiedades de la estadística descriptiva.

1.3 La estadística en grado séptimo.

Para el grado séptimo de la educación básica colombiana, el desarrollo del pensamiento aleatorio y sistema de datos se puede abordar en el aula de clases, con la guía de estándares y lineamientos curriculares suministrada por el ministerio de educación nacional (Ministerio de Educacion Nacional, 1998), y haciendo uso de las herramientas tecnológicas puestas a nuestro servicio, se formulan actividades didácticas con el fin de abordar las sugerencias de investigaciones previas tales como: “Es evidente que los profesores –en los diversos niveles educativos- hemos de aceptar que la rapidez del cambio tecnológico e implicarnos en él, si queremos guiar de algún modo la educación estadística, y crear una verdadera cultura estadística en la sociedad.” (Batanero C. , Los retos de la cultura estadística, 2006), “…depende de que los profesores conozcan las dificultades y conflictos de sus estudiantes y dispongan de instrumentos que las hagan aflorar para poder corregirlas” (Mayen S, 2010), “…el diseño de la enseñanza y la evaluación del aprendizaje debe tener en cuenta estos diferentes tipos de significado y comprensión…” (Cobo Merino, 2003).

En consecuencia se busca que los estudiantes de séptimo grado comprendan la necesidad de usar información para la toma de sus decisiones, mediante la motivación desde el abordaje de temáticas actuales y vigentes en su diario vivir, sin dejar de lado la rigurosidad de los procedimientos para poder hacer inferencias válidas partiendo del análisis de medidas de localización.

1.4 Aplicación de unidades didácticas.

El propósito de este trabajo es el empleo de las siguientes unidades didácticas:
Unidad Didáctica #1: Predicciones.
Unidad Didáctica #2: Recolección de información.
Unidad Didáctica #3: Organización de datos.
Unidad Didáctica #4: Representación gráfica de datos.
Unidad Didáctica #5: Análisis de datos.
Unidad Didáctica #6: Conclusiones y desiciones de los estudiantes afectadas por el análisis de las medidas de localización.

Con las cuales se busca que los estudiantes del grado séptimo logren una mayor comprensión del razonamiento estadístico, en particular de las medidas de localización, de tal manera que relacionen los resultados de dichos análisis con la descripción que hacen a diario sobre diferentes fenómenos con los que se enfrentan. Por lo tanto se busca propiciar que los jóvenes usen la información disponible en diferentes escenarios científicos como libros, revistas científicas, informes técnicos o periódicos, para hacer una caracterización de esos objetos estadísticos en términos analíticos y gráficos, y en consecuencia puedan comprender, analizar y emplear las características globales de los datos.

De la misma manera se ofrece este trabajo como apoyo para los docentes de educación básica, al presentar una propuesta dinámica y flexible para abordar la estadística descriptiva que toma en cuenta valiosas investigaciones que sobre el tema se han desarrollado.

1.5 Aprendizaje Activo.

Para el diseño de las unidades didácticas se adopta el modelo de taller del aprendizaje activo, el cual busca desarrollar las capacidades de pensamiento

crítico y creativo, centrando su actividad en el educando; en el aprendizaje activo se reconoce que un estudiante: "… aprende haciendo: experimentando e interactuando…", "… los niños aprenden cuando las metas últimas son el significado y la comprensión" (Pollishuke., 1998).

Desde este enfoque se busca guiar ciclos de aprendizaje que desafíen a los estudiantes a comparar sus predicciones, basadas en creencias previas, con el resultado del análisis de las medidas de localización para las problemáticas escogidas por los estudiantes en cada ciclo de trabajo. Cada una de estas unidades didácticas busca abordar temáticas vigentes en la vida de los jóvenes, revisando un aspecto básico del pensamiento estadístico y buscando como resultado una mejor comprensión de dicho concepto. También se busca promover en los estudiantes mayor independencia, autonomía, autodeterminación y responsabilidad, propiciando la toma conciencia, de las diferencias entre las creencias con que llegan a la clase y las leyes que gobiernan el mundo real, haciendo uso del método científico mediante la experimentación tal como se muestra a continuación:

Unidad didáctica 1. Predicciones y decisiones iniciales. Se plantean temáticas de interés para los estudiantes como el uso del internet, la drogadicción, los embarazos juveniles, etc. Una vez definido el tema, se plantea una serie de preguntas enfocadas a reconocer las ideas previas de los jóvenes y sus posibles decisiones frente al tema.

Unidad didáctica 2. Recolección de información. Los estudiantes diseñan instrumentos para recoger la información requerida, mediante encuestas planteando preguntas y rangos de respuestas requeridos para cada ítem planteado en las predicciones con el fin de reconocer el punto de vista general en la población estudiantil del grado séptimo en el colegio Ramón de Zubiría. Esta

actividad busca que los jóvenes exploren las clases de respuestas que se pueden obtener.

Unidad didáctica 3. Organización de datos. Los estudiantes organizan la información obtenida en tablas de frecuencia para cada pregunta de la encuesta, en tanto el docente guía en cuanto al uso de lenguaje y procesos propios de la estadística para tal fin; se busca que los jóvenes aprovechen recursos tecnológicos como el software de Excel que facilita este proceso.

Unidad didáctica 4. Representación grafica de datos. Inicialmente los estudiantes realizan diferentes tipos de gráficos con instrumentos manuales, para posteriormente hacerlo con ayuda del software de Excel; de esta manera los jóvenes observan las diferentes graficas que se pueden obtener para la información organizada previamente, escogiendo para cada pregunta de la encuesta el gráfico que arroja mayor y mejor información teniendo en cuenta el tipo de variable a que corresponde.

Unidad didáctica 5. Análisis de datos. Los jóvenes de grado séptimo desarrollan la comprensión de las medidas de localización para cada una de las preguntas planteadas en la encuesta, reconociendo sus significados, procesos y relevancia frente al tipo de variable obtenida como respuesta; para ello aunque se parte del cálculo manual de dichas medidas, posteriormente se emplea la herramienta de Excel.

Unidad didáctica 6. Conclusiones a partir del análisis descriptivo. Se plantea a los estudiantes el análisis de las respuestas obtenidas desde los significados de cada medida de localización, para después confrontar dichos resultados con las predicciones hechas inicialmente.

El conocimiento estadístico.

2.1 Marco histórico y epistemológico

La forma en que ha evolucionado el conocimiento estadístico, se relaciona directamente con la necesidad de dar respuesta a problemáticas económicas, políticas y sociales, ello ha propiciado la manera en que se han formulado condiciones e instrumentos, tales como la ley de los grandes números, la urna probabilística, la teoría de las medias o la distribución normal, que han regulado el uso de indicadores estadísticos; cada uno de estos instrumentos fue discutido y desarrollado durante todo el S XIX bajo el rigor de estrictas reglas referidas a las hipótesis de realidad de los datos descritos: la interpretación de las medidas y de las regularidades o la interpretación de las correlaciones en términos de causalidad, ceñidas ambas por hipótesis de normalidad o linealidad, sin las cuales los indicadores no reflejan y no significan nada (Behar, 2007).

La consolidación de la teoría estadística en el siglo XX da fuerza y poder al método inductivo permitiendo abordar fenómenos en los cuales la presencia de factores aleatorios hace difícil encontrar patrones de naturaleza determinista, este es considerado un gran avance para la ciencia que en sus intentos por lograr

mayor conocimiento ha desarrollado procesos de investigación que involucran aspectos claves, bien determinados y denominados “método científico”, procesos que difieren con el método estadístico en que este último convive con el error y lo mide, albergando la posibilidad de proporcionar conclusiones erradas (Behar, 2007).

El método estadístico consiste en una secuencia de procedimientos como la recolección (medición), el recuento (cómputo), la presentación, la síntesis y el análisis de los datos cualitativos y cuantitativos requeridos en la investigación, de esta manera se pueden comprobar o refutar las hipótesis planteadas, dentro de la rigurosidad del método científico.

Hoy en día la importancia que la estadística ha alcanzado, tanto como cultura básica como en el trabajo profesional y en la investigación es bien reconocido debido a la abundancia de información con la que el ciudadano común debe enfrentarse en su trabajo diario. La mayor parte de las veces estas informaciones vienen expresadas en forma de tablas o gráficos estadísticos, por lo que un conocimiento básico de esta ciencia es necesario para la correcta interpretación de los mismos (Batanero C. G., 2001).

Al final de la década de los 60 un comité de la American Statistical Association y del National Council of Teachers of Mathematics preparó un libro en el que se muestra la amplitud de las aplicaciones de la estadística. Este libro clasifica en cuatro grupos dichas aplicaciones (Batanero C. G., 2001):

- ✓ el hombre en su mundo biológico
- ✓ el hombre en su mundo social
- ✓ el hombre en su mundo político
- ✓ el hombre en su mundo físico

2.2 Marco disciplinar

Uno de los retos de la educación en respuesta a las necesidades globales es formar jóvenes con capacidad de analizar e intervenir en su propio entorno, contando con el acceso a volúmenes cada vez mayores de información, por lo cual es necesario generar estrategias para que los estudiantes desarrollen sus capacidades de interpretar, integrar y transformar la información en un conocimiento útil para su convivencia en la sociedad donde se desenvuelvan. De esta manera la estadística con todos sus conceptos y métodos, adquiere sentido al ser utilizada en los diversos campos del saber para comprender o dar respuestas a las diversas situaciones.

2.2.1 **Recolección de datos.**

El principal objetivo del análisis estadístico es conocer algunas de las propiedades de la población que interesa analizar con fines comerciales, económicos o científicos. Cuando dicho análisis estadístico se realiza sobre la totalidad de una población se denomina censo. Al tener que seleccionar, por procedimientos adecuados un subconjunto de la población, se constituye una muestra. La encuesta es un método que se efectúa a través de cuestionarios verbales o escritos que son aplicados a un gran número de personas o muestra.

La experimentación estadística, es otra manera de obtener información de interés estadístico, que cuenta con las siguientes características en general:

Todos los posibles resultados del experimento son conocidos antes de hacer una realización del experimento.
El resultado exacto en cualquier ejecución del experimento no es predecible (aleatoriedad)
El experimento puede ser repetido bajo (más o menos) idénticas condiciones.

Existe un patrón predictible a lo largo de muchas ejecuciones (regularidad estadística)

La simulación de datos es un intento de modelar situaciones de la vida real por medio de un programa de computadora, lo que requiere ser estudiado para ver cómo es que trabaja el sistema. Ya sea por cambio de variables, quizás predicciones hechas acerca del comportamiento del sistema. La simulación por computadora se ha convertido en una parte útil del modelado de muchos sistemas naturales en física, química y biología, y sistemas humanos como la economía y las ciencias sociales. El comportamiento del experimento cambiará cada simulación según el conjunto de parámetros iniciales supuestos por el entorno.

También se puede obtener información de interés estadístico desde las bases de registro o depósitos de información de entidades gubernamentales o grupos de investigación; aunque se establecen con fines distintos de la recopilación de datos, pueden resultar muy útiles a la hora de diseñar y ejecutar un sistema estadístico, siempre que los datos que contienen sean fiables, actuales y completos.

Los distintos tipos de datos obtenidos en la recolección de datos son llamados variables. Cuando estos valores son los resultados de un recuento estadístico, son llamadas variables estadísticas y representan generalmente una cierta característica de los individuos de una población. Usualmente las variables estadísticas se clasifican en cualitativas y cuantitativas.

Ejemplos de variables cualitativas son el grupo sanguíneo o la religión de una persona. Dentro de las variables cuantitativas se distingue entre variables discretas y continuas, siendo variables discretas aquellas que por su naturaleza

sólo pueden tomar valores aislados (generalmente números enteros) y variables continuas las que pueden tomar todos los valores de un cierto intervalo.

De esta manera, los experimentos que consisten en el recuento de objetos, como pueden ser: número de miembros de una familia, número de nidos de aves en una parcela, etc. Dan lugar a variables discretas, mientras que al medir magnitudes tales como el peso, el tiempo, capacidad, longitud, etc. se obtienen variables continuas.

2.2.2 **Organización de datos**

El listado de los distintos valores o modalidades de una variable estadística, junto con las frecuencias (absolutas o relativas), es el resumen de una colección de datos y recibe el nombre de distribución de frecuencias. Las distribuciones de frecuencias de datos cualitativos pueden representarse mediante una tabla de frecuencias (Tabla: 2-1).

La frecuencia absoluta (fi) es el número de veces que aparece cada modalidad, la frecuencia acumulada (Fi) es la suma de las frecuencias absolutas de todos los valores inferiores o iguales al valor considerado, la frecuencia relativa (fr) se obtiene dividiendo la frecuencia absoluta por el total de casos en la muestra y la frecuencia relativa acumulada (Ni) es igual a la frecuencia relativa dividida entre el total de casos.

- Ejemplo 1: Variable cualitativa

Una familia planea adoptar un perro, por lo cual buscan información acerca de las diferentes razas disponibles, encuestando a los habitantes de un conjunto

residencial que han tenido perros. A partir de la información recolectada elabora la siguiente tabla en la que la población son todos los habitantes del conjunto residencial y la muestra tomada son las 71 personas encuestadas.

Tabla 2.1: Tabla de frecuencias para variable cualitativa.

Raza de perros favorita en el conjunto

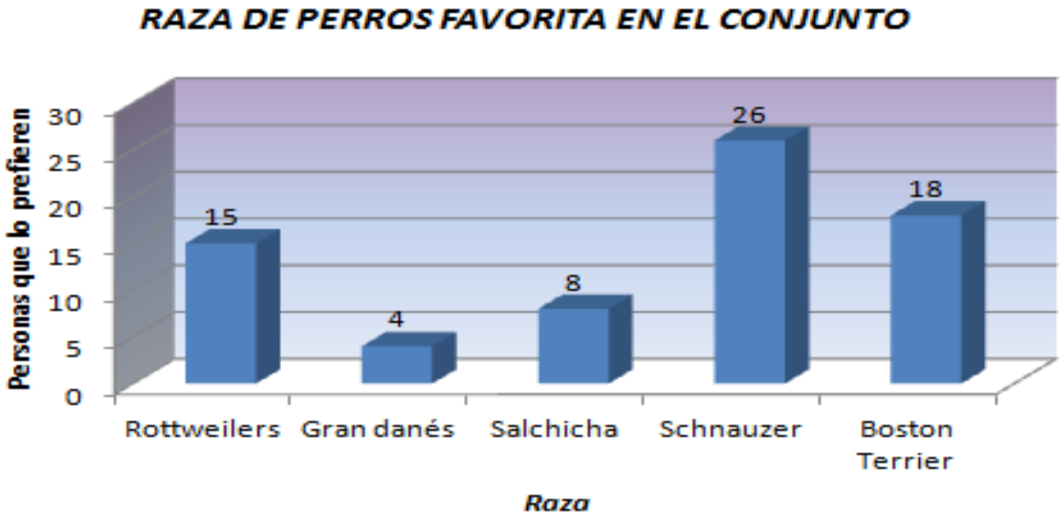
Raza	fi	Fi	Fr (fi/N)	Ni (Fi/N)
Rottweilers	15	15	0,21	0,21
Gran danés	4	19	0,05	0,26
Salchicha	8	27	0,11	0,38
Schnauzer	26	53	0,36	0,74
Boston Terrier	18	71	0,25	1
TOTAL(N)	**71**		**1**	

De la tabla anterior se puede concluir que la raza de perro mas adquirida es Schnauzer, esta medida representativa es la moda.

El gráfico de barras (Figura 2-1) permite ilustrar visualmente ciertas comparaciones de tamaño, especialmente cuando se precisa comparar dos frecuencias. En éste, cada uno de los valores de la variable correspondiente, se representan en el eje de abscisas de un plano cartesiano a intervalos igualmente espaciados.

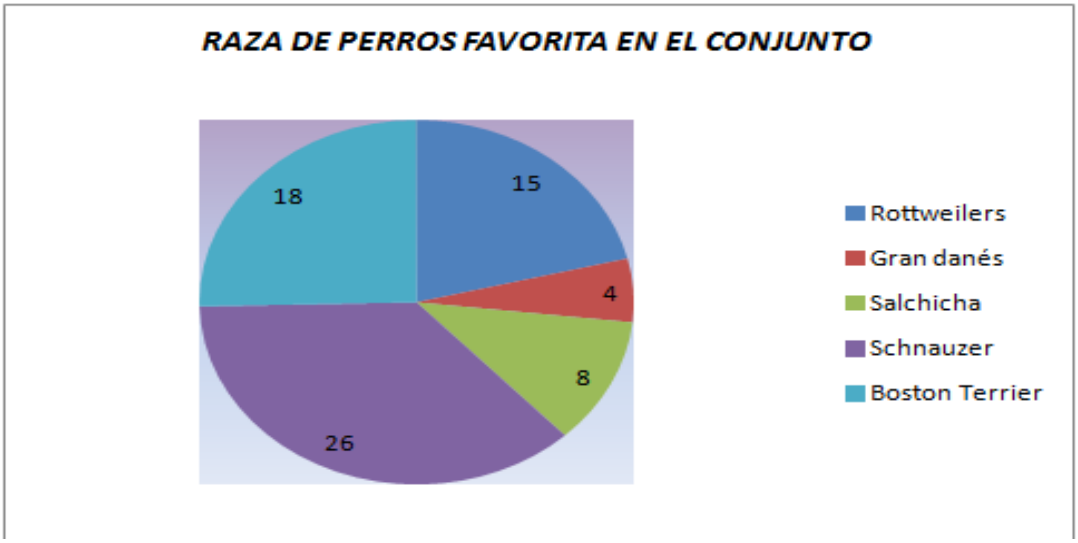
La información organizada en la tabla de frecuencias 2.1, se puede representar gráficamente mediante un grafico de barras:

Ilustración 2.1: Grafico de barras.



El gráfico de sectores (Figura 2-2) muestra claramente cómo una cantidad total se reparte, así como el tamaño relativo de las distintas partes ya que el área de cada sector es proporcional a la frecuencia de la modalidad que representa. En este gráfico cada modalidad o valor de la variable se representa por un sector circular cuyo ángulo central y, por lo tanto también su área, es proporcional a la frecuencia. Una forma sencilla de construirlo es multiplicando la frecuencia relativa por 360°; de este modo se obtiene la amplitud del ángulo central que tendrá cada una de las modalidades observadas.

Ilustración 2.2: Gráfico de sectores.



- Ejemplo 2: Variable cuantitativa discreta.

La familia que planea adoptar un perro desea saber cuántos perritos tienen las familias que viven en su conjunto residencial, por lo cual al investigar obtienen los siguientes datos:

Tabla 2.2: Tabla de frecuencias para variable cuantitativa discreta.

Cantidad de perros en las familias del conjunto

# DE PERROS	fi	Fi	fr	Ni
0	15	15	0,174	0,174
1	45	60	0,523	0,697
2	22	82	0,255	0,953
3	4	86	0,046	1
TOTAL(N)	**86**		**1**	

Cuando la variable es numérica (Tabla 2-2) interesa también calcular las frecuencias acumuladas (Fa). Para cada valor de la variable, la frecuencia acumulada es el número de elementos con un valor de la variable menor o igual que el dado. Se obtienen sumando a la frecuencia de un valor la suma de todas las anteriores.

Las variables cuantitativas discretas pueden ser representadas graficamente en diagramas de barras.

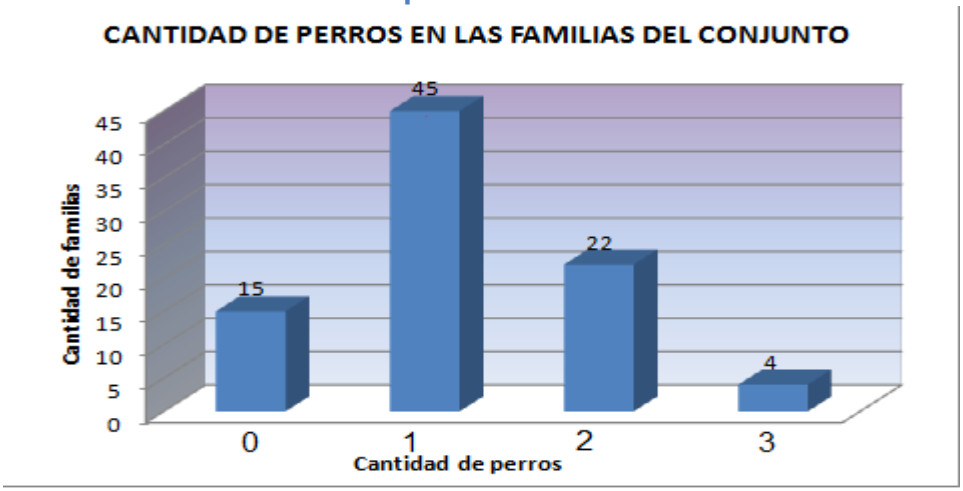
Para las variables cuantitativas además de la moda (Mo), adquieren importancia otras medidas representativas como la media aritmética ($\overline{x}$) y la mediana (Me).
De esta manera las medidas de localización para el ejemplo 2 son:

Mo: La moda es que las familias del conjunto residencial tengan 1 perro.

$$\overline{X} = \frac{N}{\#\ de\ datos} = \frac{86}{4}, \qquad \overline{X} = 21{,}5$$

Me: 0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,
1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,
1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,
2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,
2,2,2,2,2,2,2,2,3,3,3,3

Ilustración 2.3: Gráfico de barras para variables cuantitativas discretas.



- Ejemplo 3: Variable cuantitativa continua.

La familia ha decidido adoptar un schnauzer y desean saber cuanto alimento debe consumir para estar saludable. Su veterinario les dice que cuando aumenta la temperatura deben consumir menos alimento y ellos consultan la siguiente tabla con las temperaturas del ultimo año en la ciudad para determinar cuando aumentar o reducir el alimento del perro.

Tabla 2.3: Tabla de frecuencias para variable cuantitativa continua.

Temperatura promedio del ultimo año en la ciudad.

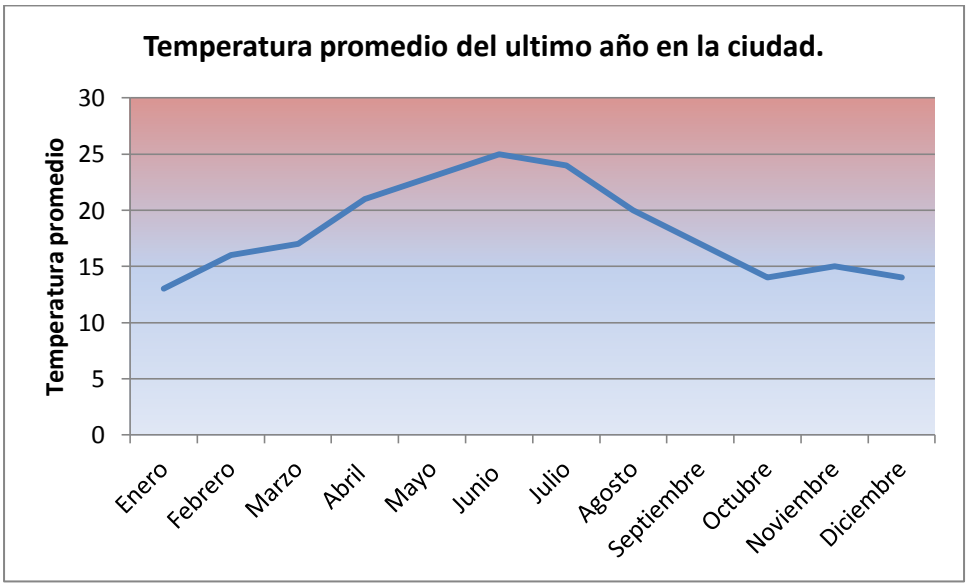
MES	TEMPERATURA PROMEDIO °C
Enero	13
Febrero	16
Marzo	17
Abril	21
Mayo	23
Junio	25
Julio	24
Agosto	20
Septiembre	17
Octubre	14
Noviembre	15
Diciembre	14

En esta tabla se pude observar que hay dos modas: 14 y 17, pero esta medida de localizacion no representa la informacion recolectada; la media corresponde a 18,25 que representa el promedio de temperatura en el año y la mediana es, luego de ordenar los datos, 17°C medida que indica que por debajo de ella se puede aumentar el alimento del perro y por encima de 17°C hay que reducirlo.

Otro tipo de representación es el gráfico de línea poligonal (Figura 2-4), usado con ventaja para mostrar cambios de una variable a lo largo del tiempo. Para las variables cuantitativas continuas es muy util el uso de poligonos de frecuencias

Las distribuciones de frecuencias de las variables estadísticas se pueden representar mediante gráficos que permiten resaltar las principales características de la distribución:

Ilustración 2.4: Gráfico de línea poligonal.



Los gráficos de columnas y barras muestran los cambios que han manifestado los datos en el transcurso de la toma de datos también ilustran las comparaciones entre elementos individuales. Son empleados para las variables cualitativas y las cuantitativas discretas tales como el ejemplo 1 y 2.

Los gráficos de líneas o polígonos de frecuencias muestran las tendencias de los datos a intervalos. Se utilizan para representar las variables cuantitativas continuas.

El gráfico circular muestra el tamaño proporcional de los elementos que conforman un todo.

Los gráficos cónicos, cilíndricos y piramidales únicamente mejoran la presentación de gráficos de columnas y barras.

Cuando la variable estadística estudiada es continua como la altura de los alumnos, los valores observados suelen ser distintos unos de otros, con lo cual

una tabla de frecuencias y su correspondiente representación gráfica no constituyen buenos resúmenes estadísticos. Por dicho motivo se procede a definir unos intervalos de valores y se recuentan las frecuencias de los valores en cada intervalo de clase. Los extremos de este intervalo se denominan extremos de clase y el punto medio marca de clase.

- Ejemplo 4: Variable cuantitativa en datos agrupados

Para determinar el peso promedio de los perros en el conjunto residencial, se pesaron 50 de estos animales y se organizó la información en la siguiente tabla de frecuencias

Tabla 2.4: Tabla de frecuencias para variable cuantitativa con datos agrupados

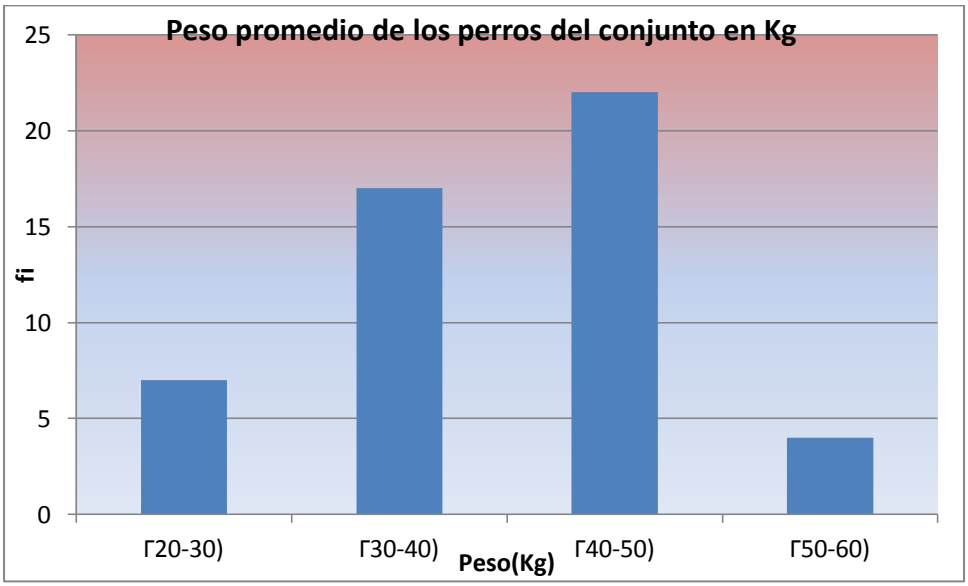
Peso promedio de los perros del conjunto en Kg

Peso Kg	(# de días) Fi	Fi	fr	Ni
Γ20-30)	7	7	0,14	14
Γ30-40)	17	24	0,34	34
Γ40-50)	22	46	0,44	44
Γ50-60)	4	50	0,08	8
TOTAL(N)	**50**		**1**	**100**

Cuando la variable estadística estudiada es continua, como la altura de los alumnos, los valores observados suelen ser distintos unos de otros, o las frecuencias pequeñas, con lo cual una tabla de frecuencias y su correspondiente representación gráfica no constituyen buenos resúmenes estadísticos. Por dicho motivo se procede a definir unos intervalos de valores y se recuentan las frecuencias de los valores en cada intervalo de clase. Los extremos de este

intervalo se denominan extremos de clase y el punto medio marca de clase. El histograma de frecuencias (Figura 2-5) es la gráfica apropiada para representar estas tablas de frecuencias de datos agrupados en intervalos. En el histograma la frecuencia de cada intervalo se representa por medio de un rectángulo cuya área es proporcional a la frecuencia en dicho intervalo. Los histogramas pueden representar frecuencias absolutas o relativas.

Ilustración 2.5: Histograma



El gráfico del tronco (Figura 2-6) es utilizado para la representación de distribuciones de variables cuantitativas, consiguiendo con él, además de una gráfica de la distribución, la visualización de los valores de los datos que se están estudiando, para realizar este gráfico se procede de la siguiente forma:

- ✓ Se redondean los datos a dos o tres cifras, expresando los valores con números enteros.
- ✓ Se ordenan de menor a mayor.

- ✓ Se separan por la izquierda uno o más dígitos de cada dato, según el número de filas que se quiera obtener, en general no más de 12 ó 15. Cada uno de estos valores se escribe uno debajo del otro, trazando una línea a la derecha de los números escritos. Estas cifras constituyen el "tronco".
- ✓ Para cada dato original se buscan los dígitos escritos de su tronco y a la derecha de los mismos se escriben las cifras que nos habían quedado, estas cifras forman las "hojas".

Ilustración 2.6: Gráfico de tronco.

Peso promedio de los perros del conjunto en Kg

30 45 27 35 32 49 47 28 29 43	2	1556789
38 39 47 46 21 48 50 46 38 47	3	02245556677778889
35 34 36 48 42 43 50 45 26 37	4	2223335555666677788899
46 35 37 32 25 42 45 50 43 37	5	0000
36 25 37 42 45 38 49 46 48 50		

2.3.1 **Medidas de localización.**

La comparación de dos distribuciones de frecuencias correspondientes a muestras distintas de una misma variable se puede hacer de una manera directa por medio de la tabla ó visualmente con ayuda de gráficos estadísticos, pero también puede hacerse eligiendo un valor representativo de cada muestra. La media, la moda y la mediana son soluciones matemáticas idóneas para este problema según distintas circunstancias. Reciben el nombre de 'estadísticos', características de posición o medidas de localización.

- La moda

Es el valor de la variable que tiene mayor frecuencia. En una distribución puede haber más de una moda. Si existe una sola moda se llama unimodal, si existen dos se llama bi-modal, si hay más de dos se llama multimodal.

En general es una medida de tendencia central muy apropiada para las variables cualitativas, pero pocas veces representa a las variables cuantitativas.

- La media aritmética.

Este valor puede representar los datos analizados en varias situaciones. Es el número medio o promedio aritmético que se obtiene sumando todos los valores de la variable estadística y dividiendo dicho resultado por el número de valores.

Algunas propiedades de la media son las siguientes:

- ✓ La media es un valor comprendido entre los extremos de la distribución.
- ✓ El valor medio es influenciado por los valores de cada uno de los datos.
- ✓ La media puede ser igual a uno de los valores de los datos, aunque algunas veces puede ser "sin sentido" para los datos considerados (como decir que el número medio de hijos en las familias es 1.7).
- ✓ Hay que tener en cuenta los valores nulos en el cálculo de la media.
- ✓ La media es un "representante" de los datos a partir de los que ha sido calculada.
- ✓ La media se expresa en las mismas unidades de medida que los datos.

- La mediana

Al suponer ordenados de menor a mayor todos los valores de una variable estadística, se llama mediana al número tal que existen tantos valores de la

variable superiores o iguales como inferiores o iguales a él. Por ejemplo si en una familia los niños tienen 3, 5 y 8 años, la edad del niño mediano es 5 años. La mediana es igual a 5. Si nace un nuevo bebé (0 años) ahora se tienen dos niños medianos uno de 3 y otro de 5 años. En este caso hay una indeterminación y para resolverla se toma como mediana el valor 4 (media entre 3 y 5).

Para calcular la mediana a partir de una tabla de frecuencias o de un polígono de frecuencias acumuladas, se observa que la frecuencia relativa acumulada que corresponde a la mediana es exactamente igual a 1/2.

La mediana presenta ciertas ventajas como medida de tendencia central frente a la media en algunas distribuciones, ya que es poco afectada por los valores extremos de las observaciones; por ello su uso es particularmente indicado en las distribuciones asimétricas. También se puede aplicar con variables estadísticas ordinales a diferencia de la media.

A manera de conclusión mientras que la media es el promedio de los datos, es decir, el valor que obtendría cada uno de los individuos si se distribuyeran los valores en partes iguales; la mediana por el contrario informa el valor que separa los datos en dos partes iguales, cada una de las cuales cuenta con el 50% de los datos y por último, la moda indica el valor que más se repite dentro de los datos.

2.3.2 **Medidas de variabilidad**

Las características de dispersión son estadísticos que proporcionan una medida del mayor o menor agrupamiento de los datos respecto a los valores de referencia que se escojan (las medidas de localización o de tendencia central son un buen referente); tomando en cuenta que la variable estudiada que puede ser cualitativa (color, forma, preferencias, etc.) o cuantitativa (peso, tiempo, cantidad),

las medidas de variabilidad son valores mayores o iguales a cero donde cero indica la ausencia de dispersión.

El rango, es el recorrido o amplitud de un conjunto de mediciones, “es la diferencia entre el valor mayor y el valor menor”, indica el número necesario y mínimo de unidades, en la escala de medición, para incluir los valores mínimo y máximo. Es la medida de dispersión más fácil de calcular, pero también es la menos estable al estar fuertemente influenciada por valores extremos atípicos. Cuanto más grande es el rango, mayor será la dispersión de los datos de una distribución. Es adecuada para medir la variación de pequeños conjuntos de datos.

La varianza (σ^2), es una medida de la variabilidad, heterogeneidad o no homogeneidad de las variables que se analizan (Figura 2-7), se determina tomando un referente o punto fijo, la media ($\overline{X}$) es un buen referente. En seguida se compara cada uno de los valores con respecto a ese punto de referencia ($\overline{X}$) y se eleva al cuadrado con el fin de evitar los resultados negativos ya que no es necesario saber si estas diferencias se ubican antes o después del referente. Por último se calcula el promedio sumando todos los cuadrados de las diferencias de cada valor respecto a la media y dividiendo este resultado por el número de observaciones que se tengan.

- Ejemplo 5: Variable cuantitativa discreta.

Se tomó el promedio de la estatura, denominado alzada, de varias razas caninas y se organizaron los datos en la tabla de frecuencias 2.3.

En el caso de la alzada promedio de razas caninas (Tabla 2.3.) para encontrar la varianza es necesario conocer la media:

$$\overline{X} = \frac{600+470+170+430+300}{5} = \frac{1970}{5},$$

$$\overline{X} \qquad \overline{X} = 394$$

Tabla 2.5: Tabla de frecuencia para variable cualitativa.

Alzada promedio de algunas razas caninas

Raza	Fa (cm)
Rottweilers	600
Gran danés	470
Salchicha	170
Schnauzer	430
Boston Terrier	300

Luego se busca la diferencia entre la media y cada una de las estaturas:

$$\sigma^2 = \frac{(600-394)^2 + (470-394)^2 + (170-394)^2 + (430-394)^2 + (300-394)^2}{5}$$

Por último se suman los cuadrados de todas esas diferencias, buscando el promedio:

$$\sigma^2 = \frac{206^2 + 76^2 + (-224)^2 + 36^2 + (-94)^2}{5}$$

$$\sigma^2 = 21704$$

- ✓ Es necesario resaltar que la varianza da como resultado el promedio de la desviación, pero este valor se encuentra elevado al cuadrado.
- ✓ La varianza será siempre un valor positivo o cero, en el caso de que las puntuaciones sean iguales.
- ✓ Si a todos los valores de la variable se les suma un número la varianza no cambia.

- ✓ Si todos los valores de la variable se multiplican por un número la varianza queda multiplicada por el cuadrado de dicho número.
- ✓ La varianza, al igual que la media, es un índice muy sensible a las puntuaciones extremas.
- ✓ En los casos que no se pueda hallar la media tampoco será posible hallar la varianza.

La varianza se expresa en diferentes unidades que los datos, ya que las desviaciones están elevadas al cuadrado.

Ilustración 2.7: Varianza.

Alzada promedio de algunas razas caninas

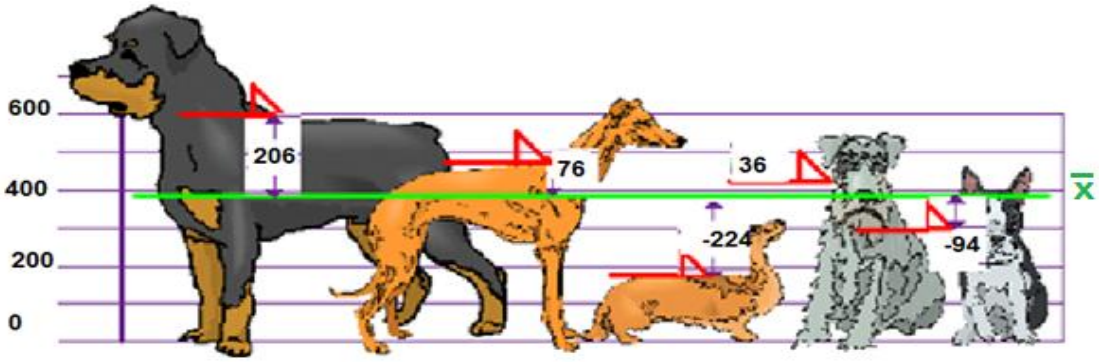


Imagen tomada de http://www.disfrutalasmatematicas.com/datos/desviacion-estandar.html

El desvío típico (σ), es una medida de dispersión ampliamente usada y es estable ya que depende de todos los valores de la distribución; indica cuando un valor está dentro del rango "normal" o qué tan lejos de esa normalidad. Es la media de desviación de los valores con respecto a la media, se calcula sacando la raíz de la varianza:

$$\text{desvio tipico} = \sqrt{\text{varianza}}$$

Para el caso de la alzada promedio de razas caninas (Figura 2-7):

$$\text{desvio tipico} = \sqrt{21704}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = 147{,}3$$

Ilustración 2.8: Desvío típico.

Imagen tomada de http://www.disfrutalasmatematicas.com/datos/desviacion-estandar.html

El desvío típico, “S” o “σ”, se interpreta como “cuánto” se desvía de la media un conjunto de valores. Este valor se grafica como un intervalo. Esta medida solo se utiliza con variables continuas u ordinales.

El coeficiente de variación (Cv), es un cociente entre desviación típica y la media de los datos, expresado en porcentaje. $\mathrm{CV} = \frac{\text{desvio típico}}{media} \times 100$. Este coeficiente permite comparar las dispersiones de diferentes muestras en una misma variable ó la variabilidad existente entre diferentes variables.

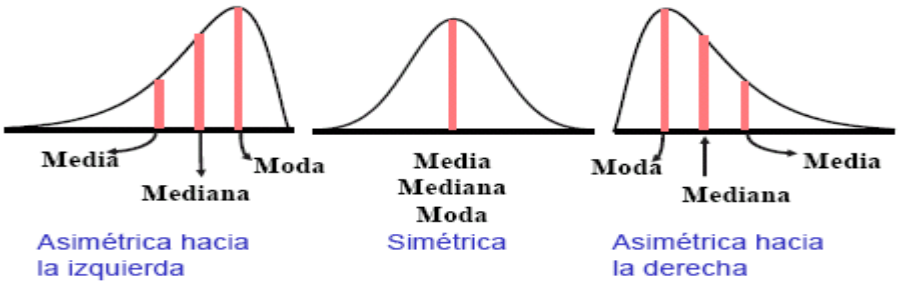
2.3.3 **Medidas de forma**

- Coeficiente de asimetría o sesgo (Figura 2-9).

Permite conocer cómo están distribuidos los datos en torno a las medidas de tendencia central, ya que una distribución de frecuencias puede ser simétrica o

asimétrica. Para saber si es simétrica hay que tomar una referencia, es decir, ver respecto a qué es simétrica, para estudiar la simetría respecto a la media, usaremos el siguiente coeficiente de simetría:

Ilustración 2.9: Coeficiente de asimetría o sesgo.



(g1 < 0): La curva es asimétricamente negativa por lo que los valores se tienden a reunir más en la parte derecha de la media.

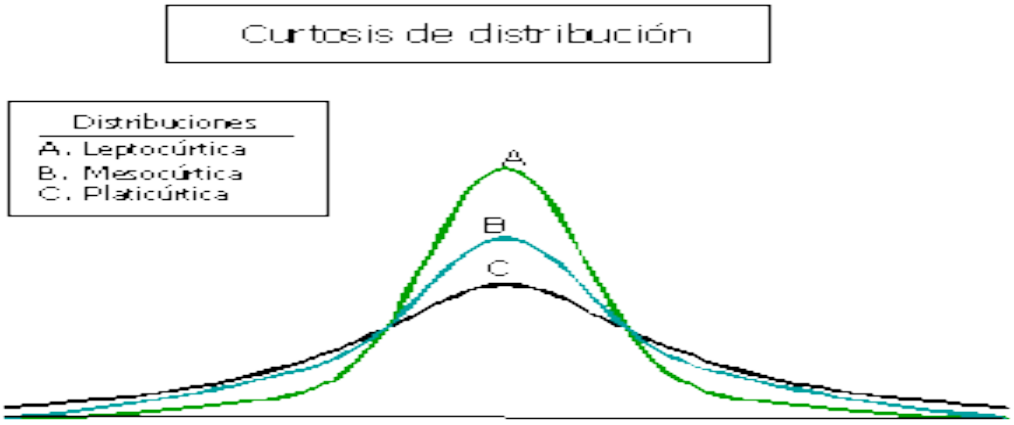
(g1 = 0): Se acepta que la distribución es Simétrica, es decir, existe aproximadamente la misma cantidad de valores a los dos lados de la media. Este valor es difícil de conseguir por lo que se tiende a tomar los valores que son cercanos ya sean positivos o negativos (± 0.5).

(g1 > 0): La curva es asimétricamente positiva por lo que los valores se tienden a reunir más en la parte izquierda que en la derecha de la media.

Entre mayor sea el número (Positivo o Negativo), mayor será la distancia que separa la aglomeración de los valores con respecto a la media. La asimetría no depende de las unidades de medida de las variables y es invariante ante el cambio de escalas.

Coeficiente de apuntamiento o curtosis (Figura 2-9). La otra medida de forma a considerar es el apuntamiento, es decir lo plana o puntiaguda que es una curva de distribución.

Ilustración 2.10: Coeficiente de apuntamiento o curtosis.



(g2 > 0) la distribución es leptocúrtica

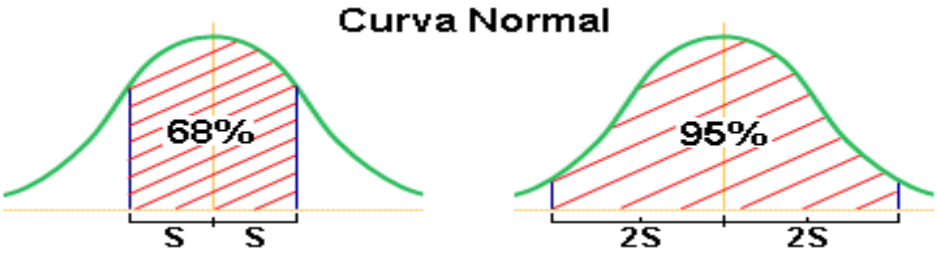
(g2 = 0) la distribución es mesocúrtica: al igual que en la asimetría es bastante difícil encontrar un coeficiente de curtosis de cero (0), por lo que se suelen aceptar los valores cercanos (± 0.5 aprox.).

(g2 < 0) la distribución es platicúrtica

Cuando la distribución de los datos cuenta con un coeficiente de asimetría (g1 = ±0.5) y un coeficiente de Curtosis de (g2 = ±0.5), se le denomina Curva Normal (Figura 2-10). Este criterio es de gran importancia ya que para la mayoría de los procedimientos de la estadística de inferencia se requiere que los datos se distribuyan normalmente.

La principal ventaja de la distribución normal radica en el supuesto que el 95% de los valores se encuentra dentro de una distancia de dos desviaciones estándar de la media aritmética; es decir, si al tomar la media y sumarle dos veces la desviación y después restarle a la media dos desviaciones, el 95% de los casos se encontraría dentro del rango que compongan estos valores.

Ilustración 2.11: Curva normal.

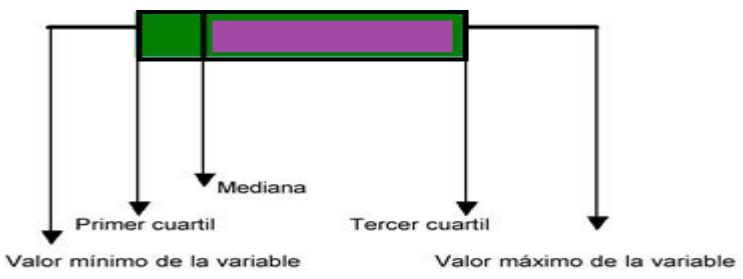


El gráfico de caja (Figura 2-11), es una herramienta útil para mostrar la forma y la dispersión de los datos, describe la información contenida en una muestra basándose en cinco estadísticas: valor máximo (Máx.), tercer cuartil (Q3), mediana (m), primer cuartil (Q1) y valor mínimo (Mín.); estos estadísticos dividen el recorrido de los valores observados en cuatro partes que contienen aproximadamente el 25% del total de las observaciones.

La interpretación del gráfico está basada en la comparación de las longitudes de los cuatro tramos, y debido a que cada uno de los tramos tiene la misma cantidad de elementos, los tramos de menor longitud representan una mayor densidad; es decir que los tramos más cortos representan una mayor aglomeración de elementos observados.

La ventaja de esta representación reside en que permite resumir datos en forma simple, entregando una visión global de los datos observados con pocos elementos. A pesar de la simplicidad de este gráfico, requiere de algún cuidado en su análisis para poder interpretar la información que entrega.

Ilustración 2.12: Gráfico de caja.



2.4 Marco pedagógico

El razonamiento estadístico visto desde el estudio pedagógico (Nortes Checa, 1996), incluye cinco componentes fundamentales:

Reconocer la necesidad de los datos: La base de la investigación estadística es la hipótesis de que muchas situaciones de la vida real sólo pueden ser comprendidas a partir del análisis de datos que han sido recogidos en forma adecuada. La experiencia personal o la evidencia de tipo anecdótico son poco fiables y puede llevar a confusión en los juicios o toma de decisiones.

Transnumeración: Empleada para indicar la comprensión que puede surgir al cambiar la representación de los datos. Al contemplar un sistema real desde la perspectiva de modelización, puede haber tres tipos de transnumeración: (a) a partir de la medida que “captura” las cualidades o características del mundo real, (b) al pasar de los datos brutos a una representación tabular o gráfica que permita extraer sentido de los mismos; (c) al comunicar este significado que surge de los datos, en forma que sea comprensible a otros.

Percepción de la variación: La recolección adecuada de datos y los juicios correctos a partir de los mismos, requieren la comprensión de la variación que hay y se transmite en los mismos datos, así como la comprensión de la incertidumbre originada por la variación no explicada. La estadística permite hacer predicciones, buscar explicaciones y las causas de la variación, permite aprender del contexto.

Razonamiento con modelos estadísticos: Cualquier objeto estadístico, incluso un gráfico simple, una línea de regresión o un resumen se puede contemplar como un modelo, puesto que es una forma de representar la realidad. Lo importante es

diferenciar el modelo de los datos y al mismo tiempo relacionar el modelo con los datos.

Integración de la estadística con el contexto: En cuanto a la resolución de un problema sencillo, se observa que en la actividad estadística intervienen diversos tipos de objetos (expresiones del lenguaje, conceptos, propiedades, acciones, argumentos) que se ponen en relación mediante correspondencias de tipo semiótico (Batanero C. G., 2001). En estas correspondencias se requieren procesos interpretativos. A veces los alumnos no establecen la correspondencia esperada, porque un mismo término como "media" se usa para referirse a diferentes conceptos: media de la muestra, media de la población,...etc. Esto produce dificultades y errores en el aprendizaje.

Desde el enfoque onto-semiótico (Batanero C. , Significados y comprensión de las medidas de tendencia central, 2000), se involucran diferentes tipos de elementos de significado matemático tales como las situaciones problema de donde surge el objeto a estudiar; los lenguajes o expresiones que constituyen los términos, gráficos o notaciones empleadas; los conceptos matemáticos como la moda, media, mediana; las propiedades de cada elemento que involucran los procedimientos y argumentos para explicar el método desarrollado; los símbolos o significantes remitidos a entidades conceptuales o significados de tal manera que dichas representaciones pueden facilitar o dificultar la enseñanza y el aprendizaje. Los conflictos relacionados con estos elementos son:

- ✓ Conflictos representacionales, evidenciados en confusión de los términos o símbolos empleados, aunque se tenga claridad en cuanto a la forma de calcular cada medida de tendencia central.
- ✓ Conflictos conceptuales, que ocurren cuando no se discrimina entre moda, media y mediana.

- ✓ Conflictos al atribuir propiedades a un concepto, ocurren al generalizar propiedades conocidas a un concepto que en realidad no conserva dichas propiedades.
- ✓ Conflictos procedimentales, presentes cuando se aplican procedimientos de manera errónea o alterada.,
- ✓ Conflictos argumentativos, manifestados cuando los estudiantes no pueden dar un argumento, no lo pueden entender o no ven la inconsistencia en un argumento.

Dado que los conceptos estadísticos como las medidas de tendencia central tienen un significado complejo que los estudiantes deben elaborar desde sus experiencias personales hasta llegar a las necesidades institucionales que requiere el sistema educativo, es de gran importancia que las practicas diseñadas por los docentes involucren aspectos tecnológicos presentes en la actualidad de los jóvenes, abandonando así los recursos mecánicos del lápiz y el papel que tradicionalmente han enmarcado la enseñanza de la estadística, para pasar a abordar problemas de la realidad que permitan que se logre el uso y aprendizaje real de dichos conceptos. (Batanero C. , Los retos de la cultura estadística, 2006)

2.5 Marco didáctico

Actualmente la formación didáctica de los profesores incluye el conocimiento estadístico de la misma manera que el 'conocimiento didáctico del contenido' en el que se distinguen los siguientes componentes básicos (Batanero C. , Los retos de la cultura estadística, 2006):

La reflexión epistemológica sobre el significado de los conceptos, procedimientos (en general objetos) particulares que se pretende enseñar, es decir, en este caso,

la reflexión epistemológica sobre la naturaleza del conocimiento estocástico, su desarrollo y evolución.

Análisis de las transformaciones del conocimiento para adaptarlos a los distintos niveles de enseñanza. Este análisis permite reflexionar sobre los diversos niveles de comprensión posibles respecto a un mismo conocimiento y valorar el nivel y forma particular en que un determinado concepto podría ser enseñado a una persona particular.

Estudio de las dificultades, errores y obstáculos de los alumnos en el aprendizaje y sus estrategias en la resolución de problemas que permitirá orientar mejor la tarea de enseñanza y evaluación del aprendizaje.

Análisis del currículo, situaciones didácticas, metodología de enseñanza para temas específicos y recursos didácticos específicos.

Puesto que las investigaciones psicológicas sugieren que las intuiciones erróneas no se corrigen con una mera enseñanza expositiva, ni tampoco con la ejercitación en el cálculo o en la resolución de problemas rutinarios, es necesario que la introducción de la estadística vaya acompañada de una renovación de los métodos de enseñanza, para que llegue a ser realmente efectiva. Por otra parte, las capacidades de cálculo y representación gráfica de los computadores actuales permiten la obtención de una amplia variedad de gráficos y cálculos estadísticos de una forma sencilla y han hecho posible la aparición de una nueva filosofía en los estudios estadísticos: el análisis exploratorio de datos. De aquí la necesidad de aprovechar recursos técnicos en las aulas de clase para la enseñanza de la estadística.

La estadística en la escuela.

La importancia de la educación estadística como materia cultural y área de investigación, se está configurando como una línea de investigación con características propias, se han presentado ya en diferentes congresos trabajos que incluyen el desarrollo curricular, la formación en primaria, secundaria y universidad, el desarrollo de recursos y software educativo, el papel de la tecnología, la investigación y estudios comparativos internacionales.

En 1991 nace IASE (International Association for Statistical Education), como sociedad científica y profesional cuyo objetivo principal es el desarrollo y mejora de la educación estadística en el ámbito internacional. Esta sociedad organiza una serie de conferencias, como los ICOTS, Round Table Conferences y las conferencias satélites a las reuniones del Instituto Internacional de Estadística. También publican libros sobre educación estadística y la revista electrónica Statistics Education Research Newsletter, iniciada en Mayo del año 2002, que pretende ser el principal vehículo para impulsar la investigación en el área. Otras sociedades de estadística o de educación están también organizando secciones específicas de educación estadística. (Cobo Merino, 2003)

3.1 La estadística en grado séptimo.

El desarrollo del pensamiento aleatorio y sistemas de datos para los jóvenes de grado séptimo de la educación básica de Colombia, ocupa un papel primordial en el desarrollo de la sociedad moderna, al proporcionar herramientas metodológicas

generales para analizar la variabilidad, determinar relaciones entre variables, diseñar en forma óptima estudios y experimentos, y mejorar las predicciones y la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre.

El Ministerio de Educación Nacional con la ayuda de diferentes grupos de investigación, ha puesto a la disposición pública el resultado de reflexiones de especialistas en la enseñanza de la estadística que podemos encontrar en los lineamientos y estándares curriculares.

Para el grado séptimo de la educación básica podemos encontrar la siguiente relación entre las áreas de matemáticas, sociales y naturales; en las que es claro el impacto del pensamiento aleatorio sobre diferentes aprendizajes escolares (Ministerio de Educacion Nacional, 1998):

3.1.1 **Lineamientos curriculares**

En los lineamientos curriculares, se observa que el proyecto del Consejo Escolar de Educación Estadística (Holmes, 1980.), presenta tres principios que se pueden tenerse en cuenta al momento de introducir los conceptos:

Los conceptos y las técnicas deben introducirse dentro de un contexto práctico.
No es necesario desarrollar completamente las técnicas en el momento en que se presentan por primera vez.
No es necesario ni deseable una justificación teórica completa de todos los temas, algunos de ellos se tratarán dentro de un problema particular, otros se considerarán mediante experiencias y no se justificarán teóricamente.

Los docentes, además de considerar situaciones de aplicación reales para introducir los conceptos aleatorios, deben preparar y utilizar situaciones de enseñanza abiertas, orientadas hacia proyectos y experiencias en el marco

aleatorio y estadístico, susceptibles de cambios y de resultados inesperados e imprevisibles. Los proyectos y experiencias estadísticos que resultan interesantes y motivadores para los estudiantes generalmente consideran temas externos a las matemáticas lo cual favorece procesos interdisciplinarios de gran riqueza.

Estas reflexiones acerca de los procesos que se desarrollan mediante contenidos matemáticos que tienen que ver con el pensamiento aleatorio se tuvieron en cuenta al proponer indicadores de logros curriculares para el área de matemáticas, en la resolución 2343 de 1996.

3.1.2 Estándares curriculares

El pensamiento aleatorio y sistemas de datos, llamado también probabilístico o estocástico, ayuda en la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre, de azar, de riesgo o de ambigüedad por falta de información confiable. El pensamiento aleatorio se apoya directamente en conceptos y procedimientos de la teoría de probabilidades y de la estadística inferencial, e indirectamente en la estadística descriptiva y en la combinatoria. Ayuda a buscar soluciones razonables a problemas en los que hay una solución confusa, abordándolos con un espíritu de exploración y de investigación mediante la construcción de modelos de fenómenos físicos, sociales o de juegos de azar y la utilización de estrategias como la exploración de sistemas de datos, la simulación de experimentos y la realización de conteos.

El pensamiento aleatorio se ve potenciado a través de diferentes áreas del conocimiento escolar como lo son las Ciencias Naturales, las Ciencias Sociales y las Matemáticas (Ministerio de Educacion Nacional).

- Estándares del pensamiento aleatorio para grado séptimo en matemáticas:

"Comparo e interpreto datos provenientes de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas)."
"Reconozco la relación entre un conjunto de datos y su representación."
"Interpreto, produzco y comparo representaciones gráficas adecuadas para presentar diversos tipos de datos. (Diagramas de barras, diagramas circulares.)"
"Uso medidas de tendencia central (media, mediana, moda) para interpretar comportamiento de un conjunto de datos."
"Uso modelos (diagramas de árbol, por ejemplo) para discutir y predecir posibilidad de ocurrencia de un evento."
"Conjeturo acerca del resultado de un experimento aleatorio usando proporcionalidad y nociones básicas de probabilidad.
"Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos pre- sentados en tablas, diagramas de barras, diagramas circulares."
"Predigo y justifico razonamientos y conclusiones usando información estadística"

- Estándares relacionados con aleatoriedad en Ciencias Sociales para grado séptimo:

"Recolecto y registro sistemáticamente información que obtengo de diferentes fuentes (orales, escritas, iconográficas, virtuales…)."
"Establezco relaciones entre información localizada en diferentes fuentes y propongo respuestas a las preguntas que planteo."

- Estándares relacionados con aleatoriedad en Ciencias Naturales para grado séptimo:

“Evalúo la calidad de la información, escojo la pertinente y doy el crédito correspondiente.”
“Registro mis observaciones y resultados utilizando esquemas gráficos y tablas.”
“Establezco relaciones entre la información recopilada en otras fuentes y los datos generados en mis experimentos.”
“Comunico oralmente y por escrito el proceso de indagación y los resultados, utilizando graficas, tablas, y ecuaciones aritméticas.”
“Analizo si la información obtenida es suficiente para contestar mis preguntas o sustentar mis explicaciones”

Tomando en cuenta el impacto que el estudio de la estadística adquiere en el contexto educativo y dado que se busca la formación integral de los jóvenes de grado séptimo, este trabajo constituye un buen referente para docentes de educación básica en matemáticas.

3.2 Conclusiones de investigaciones anteriores.

Ya que la investigación en educación estadística ha adquirido gran importancia, se han consultado diferentes investigaciones que sobre el aprendizaje de la estadística y con mayor énfasis de las medidas de localización, se han realizado a nivel internacional, con el objetivo de retomar dichos trabajos, sus conclusiones y recomendaciones para ajustarlos al diseño de las unidades didácticas propuestas; a continuación se presentan algunas dificultades en la comprensión de las medidas de localización encontrados por diferentes grupos de investigación:

Al planificar la enseñanza del tema o al tratar de evaluar el aprendizaje de los alumnos, se deben tener en cuenta los cinco tipos de elementos que constituyen el significado sistémico de un objeto matemático (Batanero C. , Significados y comprensión de las medidas de tendencia central, 2000):

- ✓ Elementos intensivos. Se refieren a la comprensión de un concepto, en conocer sus definiciones y propiedades.
- ✓ Elementos extensivos. Consisten en reconocer los problemas donde debe emplearse el concepto.
- ✓ Elementos ostensivos. Son las notaciones, palabras y en general todas las representaciones con que denotamos un concepto.
- ✓ Elementos actuativos. Describen la habilidad operatoria en los diferentes algoritmos y procedimientos relacionados con el concepto.
- ✓ Elementos validativos. Denotan la capacidad de argumentar y justificar propiedades, relaciones y soluciones de problemas.

A continuación se describen los resultados de investigaciones que han resaltado dificultades frente a cada unos de estos puntos relacionados a las medidas de localización o tendencia central.

Elementos Actuativos. Se refieren a las habilidades operatorias en los diferentes algoritmos y procedimientos relacionados con el concepto; algunos errores de cálculo en media y mediana, descritos por (Carvalho, 2001) al analizar las producciones escritas de los alumnos al resolver tareas estadísticas son los siguientes:

3.2.1 **Dificultades en el aprendizaje de la media.**

El cálculo de la media parece sencillo, sin embargo se ha encontrado (Batanero C. , Significados y comprensión de las medidas de tendencia central, 2000), que incluso alumnos universitarios no ponderan adecuadamente los valores al resolver problemas, en ocasiones usan la media simple, en lugar de la media ponderada. En otros casos el algoritmo se aplica de forma mecánica sin comprender su significado. También se ha visto que mientras la mayoría de alumnos de 12-13 años eran capaces de aplicar adecuadamente el algoritmo para calcular la media, sólo algunos alumnos eran capaces de determinar un valor desconocido en un conjunto pequeño de datos para obtener un valor medio dado. Incluso encontrando el valor desconocido, fueron pocos los que lo hicieron a partir de un uso comprensivo del algoritmo, multiplicando el valor medio por el número de valores para hallar la suma total y de ahí el valor faltante, sino que la mayoría simplemente usó el ensayo y error.

En la investigación de (Gattuso, 1998) se analiza la evolución de la comprensión del algoritmo de cálculo de la media ponderada de los alumnos durante la enseñanza secundaria, usando problemas con diferentes contextos y forma de representación. Las tareas presentadas fueron: cálculo de medias ponderadas, efecto que el cambio de un dato produce sobre la media y hallar un valor faltante en un conjunto de datos para obtener un promedio dado. Identifican las siguientes variables didácticas que afectan a la dificultad de las tareas: formato (tabla, serie de números, gráfico), si los valores de las variables son o no mucho mayores que los de las frecuencias (lo que influye en que el niño discrimine los dos conceptos); si una de las frecuencias es mucho mayor que las otras (de modo que se fuerce al niño a tener en cuenta las frecuencias). Observaron el efecto de estas variables y también la mejora con la instrucción, aunque no fue muy persistente en el tiempo.

En la investigación de León y Zawojeski (Leon, 1991) se realizan entrevistas a niños entre 8 y 14 años analizando el efecto de la edad sobre la comprensión de la media; ellos observaron que la contextualización de las tareas facilita mucho su resolución. Sin embargo, propiedades tales como que la suma de desviaciones respecto a la media es cero, que la media es un valor representativo de los valores promediados o que hay que tener en cuenta los valores nulos en el cálculo de la media continuaron siendo demasiado abstractas para una proporción importante de alumnos de 14 años. Así como en algunos casos no se tiene en cuenta el cero en el cálculo de la media, como si fuese un elemento neutro también se piensa que la media debe ser un elemento del mismo conjunto numérico del que se toman los datos.

Hasta que los niños conciben el conjunto de datos como un todo a diferencia de un agregado de valores, podrán comprender las ideas del resumen de los datos o representante de los datos que se refiere al conjunto global y nunca a alguno de sus valores aislados (Mokros, 1995). Por otro lado, se tiende a situar la media en el centro del recorrido de la distribución, propiedad que es cierta para distribuciones simétricas.

Pero cuando la distribución es muy asimétrica la media se desplaza hacia uno de los extremos y la moda o la mediana serían un valor más representativo del conjunto de datos. Esto es difícilmente comprendido por algunos alumnos que invariablemente eligen la media como mejor representante de los datos sin tener en cuenta la simetría de la distribución o la existencia de valores atípicos, como hemos observado en nuestra propia experiencia.

En las investigaciones de (Pollatsek, 1981) se encuentra que resulta aún más difícil para los alumnos construir un conjunto de datos al tener un promedio dado, que encontrar el promedio partiendo de los datos, en tanto que (Goodchild, 1988)

se declaró sorprendido al observar que las distribuciones construidas por los alumnos, carecen de forma acampanada como la distribución normal, él sugiere que esto se debe a la falta de comprensión de la media como medida de posición central de la distribución.

Estepa y Batanero, observaron casos de estudiantes que basan la comparación de dos conjuntos de datos en valores aislados, por ejemplo, en la comparación de los máximos o los mínimos, o bien en la comparación de totales, o la inspección visual de la distribución global (Estepa. A. y Batanero, 1994).

Se pueden encontrar cuatro categorías para los significados incorrectos atribuidos por los estudiantes a la palabra "media" en la investigación de Russell y Mokros (Russell, 1991):

- ✓ “valor más frecuente” (en realidad esto sería una confusión con la palabra "moda").
- ✓ "valor razonable" (significado coloquial del término).
- ✓ "punto medio" (confusión con la mediana).
- ✓ "algoritmo" (es un significado restringido, donde la media se ve sólo como el algoritmo de cálculo).

Watson y Moritz, analizan el significado intuitivo dado por los niños al término "promedio" y hallan un gran número de niños para los cuales el promedio es simplemente un valor en el centro de la distribución, una idea próxima al concepto de mediana. Pocas veces se relaciona la palabra "promedio" con la moda y menos aún con la media aritmética.

Las siguientes definiciones de "promedio" fueron obtenidas en entrevistas a niños: "Significa igual", "que es normal", "no eres realmente bueno, pero tampoco malo". Para el profesor los enunciados sobre los promedios pueden parecer muy

claros, pero estas respuestas indican la necesidad de poner atención al significado que las palabras y valores numéricos tienen para los estudiantes en relación a contextos específicos (Watson, The longitudinal development of understanding of average. Mathematical Thinking and Learning., 2000).

Cuando los alumnos comienzan a estudiar la media, mediana y moda por primera vez ya conocen ciertas operaciones aritméticas como la suma y multiplicación, e inconscientemente aplican a la operación de "promediar" algunas propiedades de las anteriores operaciones que no se cumplen en el caso de los promedios.

Se observa que incluso los estudiantes universitarios piensan que la media tiene la propiedad asociativa y cuando tienen que hallar la media de un conjunto grande de números, lo dividen en partes hallando primero la media de cada parte y luego promediando el resultado obtenido; esta propiedad en general, no es cierta, si hallamos primero la media de tres números diferentes y luego promediamos los dos primeros y hacemos la media del valor obtenido con el último elemento.

3.2.2 **Dificultades en el aprendizaje de la mediana.**

En realidad, el cálculo de la mediana es complejo, porque el algoritmo de cálculo es diferente, según tengamos un número par o impar de datos, y según los datos se presenten en tablas de valores agrupados o sin agrupar (Cobo Merino, 2003) y también el valor obtenido es diferente, según se aplique uno u otro algoritmo. Esto puede resultar difícil para los alumnos que están acostumbrados al uso de un único método de cálculo y una única solución para los problemas matemáticos.

Los errores frecuentemente encontrados fueron omitir el ordenar los datos para calcular la mediana, calcular el dato central de las frecuencias absolutas ordenadas de forma creciente, calcular la moda en vez de la mediana, equivocarse al calcular el valor central.

En su investigación (Barr, 1980), indica que los alumnos entienden que la mediana es el centro de "algo" pero pocas veces comprenden a que se refiere ese "algo" debido a que han evitado pasar de la tabla a la lista de valores que es una representación alternativa de los datos, de esta manera su comprensión de que una tabla de frecuencia es sólo un resumen de los datos queda incompleta y falta comprender el objetivo del ordenamiento de los datos para calcular la mediana. Es importante entender que la mediana es un estadístico que se refiere al conjunto ordenado de datos.

Prueba piloto.

4.1 Caracterización del grupo de trabajo.

El ciclo de unidades didácticas fue desarrollado por los estudiantes del grado séptimo (703) del colegio Ramón de Zubiría IED, quienes realizaron el trabajo propuesto realizando encuestas a otros estudiantes del mismo grado sobre el tema del uso del internet; ellos organizaron la información obtenida, hicieron análisis y representación gráfica, terminando el proceso con el planteamiento de conclusiones frente al uso del internet.

Se destacan los siguientes aspectos económicos, sociales y culturales de los estudiantes con que se desarrolló este trabajo:

Se cuenta con jóvenes (hombres y mujeres) entre los 13 y 15 años de edad que habitan en el sector de suba-rincón y barrios aledaños de estrato 1 y2 con procedencias de la etnia indígena, negra, mestiza y blanca, que han llegado al sector por desplazamiento de otras regiones del país y/o por situaciones económicas.

Una gran cantidad de estos estudiantes conviven únicamente con la madre y algunos con el padre. La mayoría de estas familias se constituyen bajo la figura de unión libre, otros son separados y muy pocos de ellos mantienen su núcleo familiar.

Algunos de los padres de estos jóvenes presentan estudios de bachillerato terminados y los otros presentan educación primaria. Por otra parte algunas de las madres cuentan con educación secundaria, otras con primaria y algunas presentan estudios universitarios.

Estos jóvenes se declaran en general con buen estado de salud donde varios de ellos cuentan con asistencia médica del SISBEN y los demás de EPS. Algunos de estos jóvenes consumen verduras, frutas y carnes con poca frecuencia.

Varios de ellos habitan en una vivienda regular desde su perspectiva y los demás en viviendas buenas. Pocos de ellos habitan en viviendas propias, la mayoría en viviendas familiares y los demás en arriendo, con familias que cuentan desde 4 hasta 15personas.

En términos generales, estos jóvenes cuentan con los electrodomésticos básicos, contando de ellos un 50% con computador, sin contar con espacios de sala y comedor; además muy pocos tienen un espacio específico para estudiar.

Todos cuentan con servicios de agua, luz y televisión en sus viviendas, varios no cuentan con teléfono; muy pocos tienen servicios de internet.

Varias de estas familias manifiestan contar con ingresos económicos menores a un salario mínimo, en muy pocas son superiores a 3 salarios mínimos pues varios de sus miembros aportan dinero y la mayoría de familias manifiestan entre 1 y 3 salarios mínimos.

Varios de estos jóvenes han perdido años escolares anteriormente, y muy pocos de ellos acostumbran relacionarse entre sí con el fin de estudiar.

Algunos de estos jóvenes emplea el servicio de transporte suministrado por la secretaría de educación y los demás viven muy cerca del colegio.

4.2 Instrumentos.

Se diseñaron los siguientes instrumentos para el desarrollo de las unidades didácticas, que recibieron modificaciones a medida que fueron empleados por los estudiantes de acuerdo a las necesidades y los intereses que se generaron.

4.2.1 **Selección de la temática.**

Para determinar un tema en común y acorde con los intereses de los estudiantes, se plantean varias opciones a los jóvenes y por medio de una encuesta se busca determinar el orden y posibilidad de incluir otras temáticas; ya que se planea aplicar varios ciclos de unidades didácticas (Anexo A).

Tras haber determinado el orden de temáticas a desarrollar, se diseña cada ciclo de unidades didácticas con las siguientes características:

Unidad didáctica #1: Predicciones y decisiones iniciales.
Unidad didáctica #2: Recolección de información.
Unidad didáctica #3: Organización de datos.
Unidad didáctica #4: Representación grafica de datos.
Unidad didáctica #5: Análisis de datos.
Unidad didáctica #6: Conclusiones y desiciones de los estudiantes afectadas por el análisis de las medidas de localización.

4.2.2 **Unidad didáctica #1: Predicciones y decisiones iniciales.**

Para determinar cuáles son las ideas iniciales de los jóvenes y las decisiones que ellos podrían tomar frente a cada la problemática abordada, se elabora con ayuda de los estudiantes un formato (anexo B).

TIEMPO: Esta unidad está programada para 2 horas de clase de 45 min cada una.

METODOLOGÍA: Aprendizaje Activo.
Supone abordar aspectos íntimamente relacionados, referidos al clima de participación e integración de los estudiantes en el proceso de aprendizaje:
Integración activa de los estudiantes en la dinámica general del aula y en la construcción y configuración de los aprendizajes.
Participación en el diseño y desarrollo del proceso de enseñanza/aprendizaje.
Se considera fundamental partir de los intereses, demandas, necesidades y expectativas de los estudiantes.
De la misma manera será importante propiciar dinámicas que fomenten el trabajo en grupo.

OBJETIVOS:
Generar la reflexión de los estudiantes frente a sus propios hábitos en el uso de internet.
Registrar predicciones de los estudiantes acerca del tema escogido.

CONTENIDOS:
Conceptos: Características del uso del internet por parte de los jóvenes de séptimo grado

PROCEDIMIENTOS:

Durante la primera hora se registran las predicciones individuales de los estudiantes frente al tema escogido, es de gran importancia motivar a los estudiantes para que expresen sus propias opiniones sin buscar el respaldo de sus amigos.

La segunda hora se dedica a la socialización y puesta en común de las predicciones individuales, el docente debe motivar la discusión crítica de cada grupo con el fin de que haya convicción por parte de cada grupo en su predicción. Es importante que en consecuencia del debate, se planteen nuevos ítems de reflexión frente al tema, o se replanteen los ya sugeridos.

ACTITUDES:

Sensibilidad y respeto por las costumbres y decisiones de otros.

Gusto e interés por la reflexión del comportamiento de su entorno social

Sentimiento de pertenencia a su grupo social.

Participación activa en grupo, de forma responsable y respetando las diferencias individuales.

Cuidado y limpieza en la elaboración de sus trabajos.

Interés por participar en debates mostrando respeto por sus normas.

RECURSOS:

Participación en actividades de descubrimiento del tema

El debate

Fotocopias

EVALUACION:

Se evalúa la participación asertiva de los estudiantes en los diferentes momentos de la propuesta, la disposición para el debate y la construcción o rediseño de los ítems a considerar dentro de la temática elegida.

SUGERENCIAS:

El docente debe registrar las preguntas formuladas durante la sesión y las soluciones planteadas para ajustar la actividad. La medición de tiempo durante el desarrollo de la actividad es importante para que la parte de predicciones intuitivas y la parte técnica se complementen.

4.2.3 **Unidad didáctica #2: "Recolección de información"**

Los estudiantes del grado seleccionado, diseñan una encuesta que se aplica a los otros 5 cursos del mismo grado en el colegio Ramón de Zubiría IED. (Anexo C)

TIEMPO: Esta actividad está programada para 3 horas de clase de 45 min.

METODOLOGÍA: Aprendizaje Activo

Encuesta directa

OBJETIVOS:

Propiciar en los estudiantes la necesidad de emplear diferentes tipos de preguntas.

Generar la reflexión y procesos de retroalimentación en la construcción del instrumento de encuesta.

CONTENIDOS:

Conceptos: Tipos de preguntas, Respuestas cuantitativas y cualitativas, Selección de rangos y Diseño del instrumento de encuesta

PROCEDIMIENTOS: Los estudiantes diseñan las preguntas y rangos requeridos para cada ítem planteado en las predicciones, este proceso dura 2 horas de clase

y requiere un continuo acompañamiento por parte del profesor. Esta actividad se realiza en grupos de 5 o 6 personas.

Aunque se sugiere un diseño para el instrumento de encuesta, es posible que cada grupo quiera diseñar su propio instrumento.

Se plantea el uso de 1 hora de clase para la recolección de datos, contando con que los estudiantes encuestados estarán reunidos en la sala de sistemas preferiblemente.

ACTITUDES:
Sensibilidad y respeto por las costumbres y decisiones de otros
Gusto e interés por la reflexión del comportamiento de su entorno social
Sentimiento de pertenencia a su grupo social.
Participación activa en grupo, de forma responsable y respetando las diferencias individuales.
Cuidado y limpieza en la elaboración de sus trabajos.
Interés por participar en debates mostrando respeto por sus normas.

RECURSOS:
El debate
Fotocopias
Asesoría del docente

EVALUACION:
Dentro de la evaluación holística e integral, se busca que los jóvenes reflexionen continuamente sobre las preguntas, rangos y diseño de la encuesta. Es importante aprovechar toda circunstancia para retroalimentar aspectos del diseño de encuesta con el curso completo.

SUGERENCIAS:

El docente debe registrar las preguntas formuladas durante la sesión y las soluciones planteadas para ajustar la actividad.

Para la ejecución de otro ciclo de unidades didácticas, con otra temática a analizar, se sugiere hacer uso de otros recursos para la obtención de la información, como el uso de registros del DANE u otros archivos de datos; el uso de software para la simulación de datos como "R" o cualquier experimento que arroje datos aleatorios.

4.2.4 **Unidad didáctica #3: "Organización de datos"**

Con la información recolectada, los estudiantes emplean la herramienta de Excel para la organización de datos estadísticos (Anexo D).

TIEMPO: Esta actividad se desarrollara en 3 horas de 45 minutos cada una.

METODOLOGÍA: Aprendizaje Activo

OBJETIVOS:

Reconocer la necesidad de organizar los datos recolectados.

Usar de tablas de frecuencia para la organización de la información recolectada.

Comparar los totales obtenidos frente a cada una de las partes.

Identificar los algoritmos empleados para relacionar proporciones.

CONTENIDOS:

Conceptos: Frecuencia absoluta, relativa y acumulada.

Porcentaje y proporcionalidad

PROCEDIMIENTOS:

Durante la primera hora de trabajo, los estudiantes reciben explicaciones sobre los significados de las frecuencias y los algoritmos requeridos en su cálculo. De la misma manera determinaran dichos valores mediante el uso de algoritmos para algunas de las preguntas planteadas en la encuesta.

El docente realizara una presentación acerca del uso de Excel, sus herramientas de cálculo y de presentación, para esto puede también hacer uso de recursos de la web como tutoriales en YouTube o en otras páginas previamente revisadas.

Haciendo uso de Excel, los estudiantes diseñaran las tablas apropiadas y emplearan las herramientas y las fórmulas necesarias para completar las tablas de todas las preguntas.

Finalizando la sesión se hace un debate cuyo objetivo es reflexionar en los significados de las frecuencias de cada pregunta.

ACTITUDES:

Sensibilidad y respeto por las costumbres y decisiones de otros

Gusto e interés por la reflexión del comportamiento de su entorno social

Sentimiento de pertenencia a su grupo social.

Participación activa en grupo, de forma responsable y respetando las diferencias individuales.

Cuidado y limpieza en la elaboración de sus trabajos.

Interés por participar en debates mostrando respeto por sus normas.

RECURSOS:

El debate

Asesoría del docente

Sala de sistemas.

Presentaciones y uso de software.

EVALUACION: Se evalúa que los estudiantes hagan uso de las herramientas tecnológicas puestas a su disposición, el cumplimiento de los objetivos y la participación en el debate.

SUGERENCIAS:
El docente debe registrar las preguntas formuladas durante la sesión y las soluciones planteadas para ajustar la actividad. La medición de tiempo durante el desarrollo de la actividad es importante para que los objetivos se cumplan dentro del tiempo establecido.

4.2.5 **Unidad didáctica #4:"Representación gráfica de datos"**

Con la ayuda del software de Excel los estudiantes exploran las diferentes graficas que se pueden realizar para los diferentes tipos de variables recogidas (Anexo E).

TIEMPO: Esta actividad se desarrollará en 3 horas de 45 minutos cada una.

METODOLOGÍA: Aprendizaje activo

OBJETIVOS:
Reconocer la necesidad de organizar los datos recolectados.
Representar gráficamente la información mediante uso de Excel.
Comparar los totales obtenidos frente a cada una de las partes.
Identificar los algoritmos empleados para relacionar proporciones.

CONTENIDOS:
Conceptos: Frecuencia absoluta, relativa y acumulada.

Porcentaje y proporcionalidad

PROCEDIMIENTOS: Durante la primera hora de trabajo, los estudiantes reciben explicaciones sobre los significados de las frecuencias y los algoritmos requeridos en su cálculo. De la misma manera determinaran dichos valores mediante el uso de algoritmos para algunas de las preguntas planteadas en la encuesta.
El docente realizara una presentación acerca del uso de Excel, herramientas de cálculo y de presentación, para esto puede también hacer uso de recursos de la web como tutoriales en YouTube, u otras páginas previamente revisadas

Haciendo uso de Excel, los estudiantes diseñan las tablas apropiadas y emplean las herramientas y fórmulas necesarias para completar las tablas de todas las preguntas.

Finalizando la sesión se hace un debate cuyo objetivo es reflexionar en los significados de cada frecuencia frente a cada pregunta.

ACTITUDES:
Sensibilidad y respeto por las costumbres y decisiones de otros
Gusto e interés por la reflexión del comportamiento de su entorno social
Sentimiento de pertenencia a su grupo social.
Participación activa en grupo, de forma responsable y respetando las diferencias individuales.
Cuidado y limpieza en la elaboración de sus trabajos.
Interés por participar en debates mostrando respeto por sus normas.

RECURSOS:
El debate
Asesoría del docente
Sala de sistemas.

Presentaciones y uso de software.

EVALUACION: Se evalúa que los estudiantes hagan uso de las herramientas tecnológicas puestas a su disposición, el cumplimiento de los objetivos y la participación en el debate.

SUGERENCIAS:
El docente debe registrar las preguntas formuladas durante la sesión y las soluciones planteadas para ajustar la actividad. Es posible que se requiera de más tiempo que el programado, dependiendo de las habilidades de cada estudiante.

4.2.6 **Unidad didáctica #5: "Análisis de datos"**

Los estudiantes reconocen y comprenden las medidas de localización para la información organizada, inicialmente de forma manual, para luego hacer uso de la herramienta de Excel. (Anexo F).

TIEMPO: 3 horas de clase

METODOLOGÍA: Aprendizaje Activo

OBJETIVOS:
Reconocer y comprender las medidas estadísticas de localización.
Hacer uso del software Excel en el cálculo de las medidas de localización.

CONTENIDOS:
Conceptos: medidas de localización
Uso de Excel

PROCEDIMIENTOS:

Inicialmente el docente explica los significados y usos de cada medida de Centralización, y los algoritmos requeridos, para que los estudiantes calculen dichos índices para algunas de las preguntas de la encuesta.

Posteriormente y en contraste, el docente explica los procedimientos necesarios para el cálculo de estas medidas usando las formulas de Excel y luego con la Herramienta de Análisis de Datos. Los estudiantes calcularan estas medidas para cada pregunta de la encuesta y reflexionara sobre el significado de cada uno de ellos frente a cada pregunta.

ACTITUDES:

Sensibilidad y respeto por las costumbres y decisiones de otros

Gusto e interés por la reflexión del comportamiento de su entorno social

Sentimiento de pertenencia a su grupo social.

Participación activa en grupo, de forma responsable y respetando las diferencias individuales.

Cuidado y limpieza en la elaboración de sus trabajos.

Interés por participar en debates mostrando respeto por sus normas.

RECURSOS:

Sala de Sistemas

Uso de software

EVALUACION:

Se evalúa que los estudiantes hagan uso de las herramientas tecnológicas puestas a su disposición, el cumplimiento de los objetivos y la participación en el debate.

SUGERENCIAS: El docente debe registrar las preguntas formuladas durante la sesión y las soluciones planteadas para ajustar la actividad, es necesario generar la reflexión frente al significado de cada medida de localización para cada pregunta, su mayor o menor pertinencia dado el tipo de variables que se estén empleando. Ya que en algunos casos la herramienta de análisis de datos de Excel no está configurada, es necesario mostrar cómo activarla.

4.2.7 **Unidad didáctica #6: "Conclusiones y desiciones de los estudiantes afectadas por el análisis de las medidas de localización."**

Con base en el análisis de las medidas de localización, los estudiantes plantean conclusiones y lo que podrían decidir acerca de las problemáticas abordadas (Anexo G).

TIEMPO: 2 horas de clase
METODOLOGÍA: Aprendizaje Activo

OBJETIVOS:
Confrontar las predicciones iniciales con la interpretación del análisis de datos.
Establecer posiciones o decisiones argumentadas frente a la temática abordada.

CONTENIDOS:
Conceptos: Meta cognición sobre el uso del internet en los jóvenes de grado séptimo.

PROCEDIMIENTOS:
El docente entrega a cada estudiante el instrumento de predicciones (anexo 2), permitiendo que cada uno se exprese frente al tema después del análisis

realizado. A continuación organiza grupos de trabajo, en los cuales se genera un debate frente al tema, buscando la socialización y puesta en común de las conclusiones individuales, el docente debe motivar la discusión crítica de cada grupo con el fin de que haya convicción por parte de cada grupo.
Posteriormente, el docente entrega a cada grupo la hoja de predicciones que diligenciaron inicialmente, con el fin de que contrasten sus puntos de vista iniciales con las conclusiones tras el análisis descriptivo de la información.

ACTITUDES:

Sensibilidad y respeto por las costumbres y decisiones de otros
Gusto e interés por la reflexión del comportamiento de su entorno social
Sentimiento de pertenencia a su grupo social.
Participación activa en grupo, de forma responsable y respetando las diferencias individuales.
Cuidado y limpieza en la elaboración de sus trabajos.
Interés por participar en debates mostrando respeto por sus normas.

RECURSOS:
Fotocopias, lapiceros.

EVALUACION:
Se evalúa que los estudiantes hagan uso del análisis descriptivo de la información estadística en sus apreciaciones personales del tema elegido, el cumplimiento de los objetivos y la participación en el debate.

SUGERENCIAS:
El docente debe registrar las preguntas formuladas durante la sesión y las soluciones planteadas para ajustar la actividad. Confrontar los resultados de las

medidas de localización con las correspondientes medidas de forma, es de gran utilidad para la comprensión de los estudiantes.

4.3 Análisis de resultados.

Partiendo del abordaje de temáticas vigentes y del interés de los estudiantes, se motiva a los estudiantes para que reconozcan aplicaciones de la estadística en sus propios contextos socio culturales, el hacerlos directamente participes en la elección de las problemáticas abordadas genera espacios para el debate que se pueden aprovechar en el fortalecimiento de competencias ciudadanas.

Se observa que los estudiantes logran mayores avances al reflexionar sobre la eficacia de sus propias propuestas aunque algunas veces estas hayan sido erradas, por lo cual se destaca la importancia de propiciar procesos meta cognitivos que partan de los errores de los jóvenes, el permitir que ellos mismos propongan y analicen sus propios resultados para que desde allí propongan mejores formas para realizar una misma tarea es de gran ayuda en el proceso de aprendizaje.

Al permitir que los jóvenes diseñen instrumentos para la recolección de información, se propicia un ambiente de aprendizaje significativo para que se empleen diferentes tipos de variables, se redacten diferentes tipos de respuestas y se empleen herramientas tecnológicas; fortaleciendo de esta manera el trabajo en equipo y generando actitudes de crítica constructiva y de tolerancia mediante los debates.

De la misma manera se observa que desarrollar varias veces el mismo proceso, permite que los jóvenes reconozcan las características de las medidas de

localización y comprendan los conceptos de la estadística descriptiva, para así hacer un uso cada vez más apropiado de ellas en el análisis de la información de interés estadístico.

Es de gran importancia el aprovechar cada aporte de los estudiantes, el reflexionar sobre los errores y logros obtenidos para que desde allí se construya la comprensión de los conceptos estadísticos; esto permite que de una manera planeada se simule parcialmente la forma en que los conceptos estadísticos han surgido en el campo de las ciencias.

Conclusiones.

5.1 Conclusiones.

El reconocimiento de aspectos epistemológicos e históricos de la estadística proporcionan herramientas didácticas que puestas en el aula de clase, permiten potenciar el pensamiento aleatorio en los jóvenes.

Al propiciar diferentes situaciones que permitan manipular y analizar grandes cantidades de datos, los jóvenes pueden comprender la utilidad del razonamiento estadístico y emplear las medidas de localización para argumentar sus concepciones del mundo que les rodea.

Las unidades didácticas aquí diseñadas, ofrecen un referente pedagógico que permite al docente reconocer los obstáculos que se pueden estar presentando en el proceso de aprendizaje de las medidas de localización.

Al motivar a los estudiantes partiendo de sus intereses propios y mediante el aprendizaje activo, es posible potenciar actitudes de autonomía y toma de decisiones con fundamento científico.

El proceso de análisis de las medidas de localización para los estudiantes de grado séptimo permite que los jóvenes reflexionen acerca de sus predicciones sobre la realidad, lo cual hace que las decisiones que toman tengan mayor argumentación o algunos cambios.

El uso de hojas de cálculo en la enseñanza de la estadística, permite que los jóvenes analicen el procesamiento de grandes cantidades de datos, evitando el uso repetitivo de algoritmos.

5.2 Sugerencias para próximas aplicaciones.

Se sugiere aplicar las unidades didácticas con estudiantes de grado séptimo, registrando las inquietudes que se manifiesten a lo largo de la aplicación, para hacer una continua retroalimentación y adaptación al contexto de los jóvenes con los que se trabaje.

Tras la aplicación de la unidad didáctica #2, se evidenció la necesidad de que sean los mismos estudiantes quienes planteen las preguntas con el fin de permitir en ellos el análisis del tipo de variables que pueden obtener al aplicar la encuesta y de la misma manera puedan mejorar su redacción en torno a la consecución de los objetivos planteados.

Emplear las diferentes estrategias para la recolección de datos en diferentes ciclos de unidades didácticas, buscando siempre satisfacer inquietudes de los jóvenes con información real o aleatoria.

Guiar a los estudiantes para que reconozcan las características y diferencias entre cada medida de localización, al ser aplicadas a diferentes tipos de variables.

Involucrar gradualmente otros conceptos de la estadística en unidades didácticas que permitan concluir reflexiones y argumentos frente a la realidad
La influencia que puede tener el análisis de la información estadística en las decisiones que toman los estudiantes de grado séptimo depende de la forma en

que el docente guía las reflexiones de los estudiantes en torno a las temáticas que se abordan, por esta razón otras áreas del conocimiento como las ciencias naturales y las ciencias sociales pueden brindar información útil para ser analizada de manera interdisciplinar.

A. Anexo: Selección de temática.

COLEGIO RAMÓN DE ZUBIRÍA
Institución Educativa Distrital
"Biotecnología y Comunicación: ejes de nuestra formación"
Localidad 11 suba upz 28

La estadística y la realidad: Selección de temáticas

NOMBRE: _____ CURSO: ____ EDAD: ____ FECHA: _____

Asigna frente a cada temática, el orden en que quieras que la estudiemos en clase de estadística.

TEMATICA	ORDEN
Sexualidad	
Deportes	
Adicciones	
Música	
Anorexia	
Uso del internet	
Embarazos juveniles	
Moda	
Otro: _____	
Otro: _____	
Otro: _____	

B. **Anexo:** Unidad didáctica #1: Predicciones y decisiones iniciales.

COLEGIO RAMÓN DE ZUBIRÍA

Institución Educativa Distrital

"Biotecnología y Comunicación: ejes de nuestra formación"

Localidad 11 suba upz 28

Unidad Didáctica #1: Predicciones (El uso de internet en grado séptimo)

NOMBRE: _____ CURSO: _____ EDAD: _____ FECHA: _____

PREGUNTA	TU RESPUESTA	CONSENSO DEL GRUPO
1. ¿Con qué frecuencia haces uso de la red de internet?		
2. ¿Generalmente, para qué usan páginas de internet los jóvenes de séptimo grado?		
3. ¿Cuáles redes sociales por internet conoces?		
4¿Cuáles son Las redes sociales más frecuentadas por los jóvenes de séptimo grado?		
5. ¿Cómo decides hacer parte de una red social virtual?		
6. ¿Crees que es seguro publicar tu información y fotos en una red social?		
7. ¿Podrías aceptar solicitudes de amistad de personas desconocidas en una red social?		
8. ¿Cuánto tiempo al día te comunicas con tus amigos de la red?		
9. ¿Prefieres tener amigos en internet que amigos en tu vida real?		
10. ¿Conoces casos en los que la integridad de una persona se puso en riesgo por el uso de internet?		

C. Anexo: Unidad didáctica #2: Recolección de información.

COLEGIO RAMÓN DE ZUBIRÍA

Institución Educativa Distrital

"Biotecnología y Comunicación: ejes de nuestra formación"

Localidad 11 suba upz 28

Unidad Didáctica #2: Recolección de información

NOMBRE: _____ CURSO: ___ EDAD: ___ FECHA: _____

1.		TOTAL
	TOTAL	
2.		TOTAL
	TOTAL	
3.		TOTAL
	TOTAL	
4.		TOTAL
	TOTAL	
5.		TOTAL

D. Anexo: Unidad didáctica #3: Organización de datos.

COLEGIO RAMÓN DE ZUBIRÍA

Institución Educativa Distrital

"Biotecnología y Comunicación: ejes de nuestra formación"

Localidad 11 suba upz 28

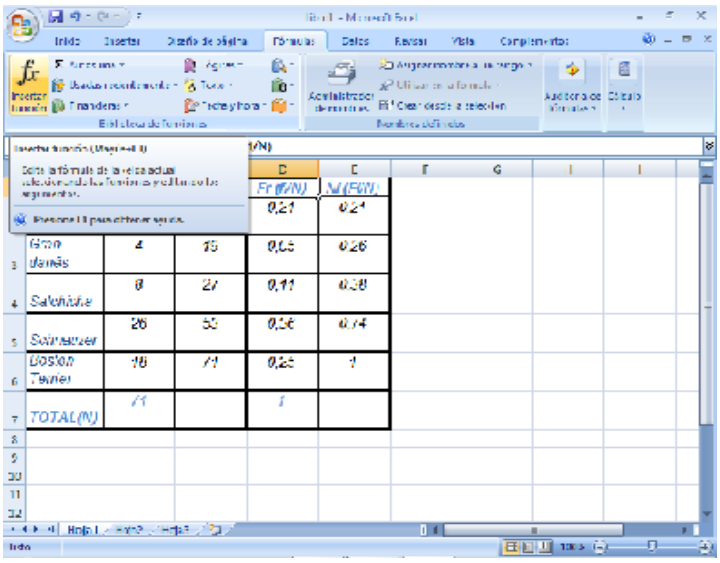
ALCALDÍA MAYOR BOGOTÁ D.C. Secretaría EDUCACIÓN

Unidad Didáctica #3: organización de datos

NOMBRE: _____ CURSO: _____ EDAD: _____

FECHA: _____

1. Ingresa cada pregunta con sus rangos en tablas de Excel como el ejemplo, al igual que los resultados obtenidos tras la aplicación de la encuesta.



2. Con la ayuda del editor de fórmulas inserta las correspondientes para completar la tabla.
3. Describe con tus propias palabras las características y ventajas de cada tipo de frecuencia para cada tipo de variable empleada.

E. Anexo: Unidad didáctica #4: Representación gráfica de datos.

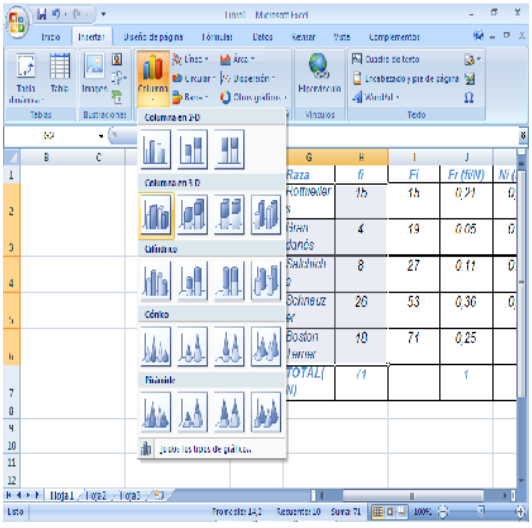
COLEGIO RAMÓN DE ZUBIRÍA
Institución Educativa Distrital
"Biotecnología y Comunicación: ejes de nuestra formación"
Localidad 11 suba upz 28

Unidad Didáctica #4: Representación gráfica de datos

NOMBRE: _____ CURSO: _____ EDAD: _____ FECHA: _____

TIPOS DE GRÁFICOS

1. Selecciona en Excel las filas y columnas correspondientes a variables y frecuencias absolutas de cada pregunta, usando la herramienta insertar gráfico, selecciona el más adecuado para cada tipo de variable.



COLUMNAS: Muestra los cambios que han manifestado los datos en el transcurso de la toma de datos.

BARRAS: Ilustran las comparaciones entre elementos individuales.

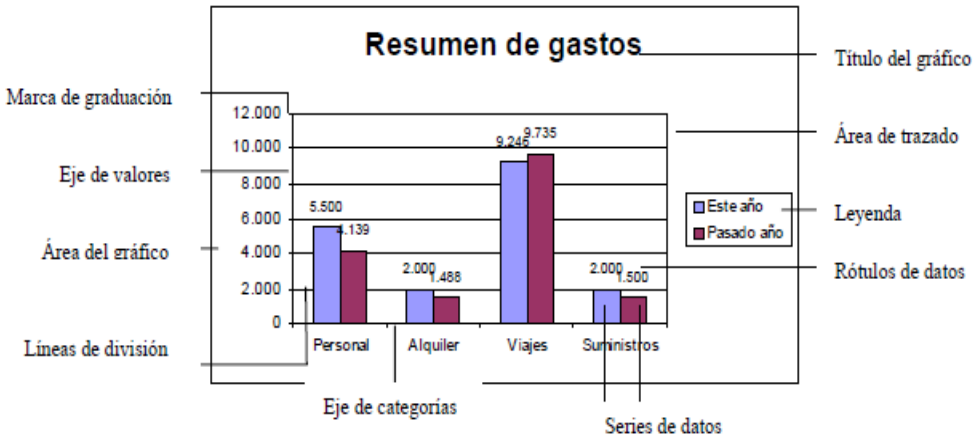
LÍNEAS: Muestran las tendencias de los datos a intervalos.

CIRCULAR: Muestran el tamaño proporcional de los elementos que conforman un todo.

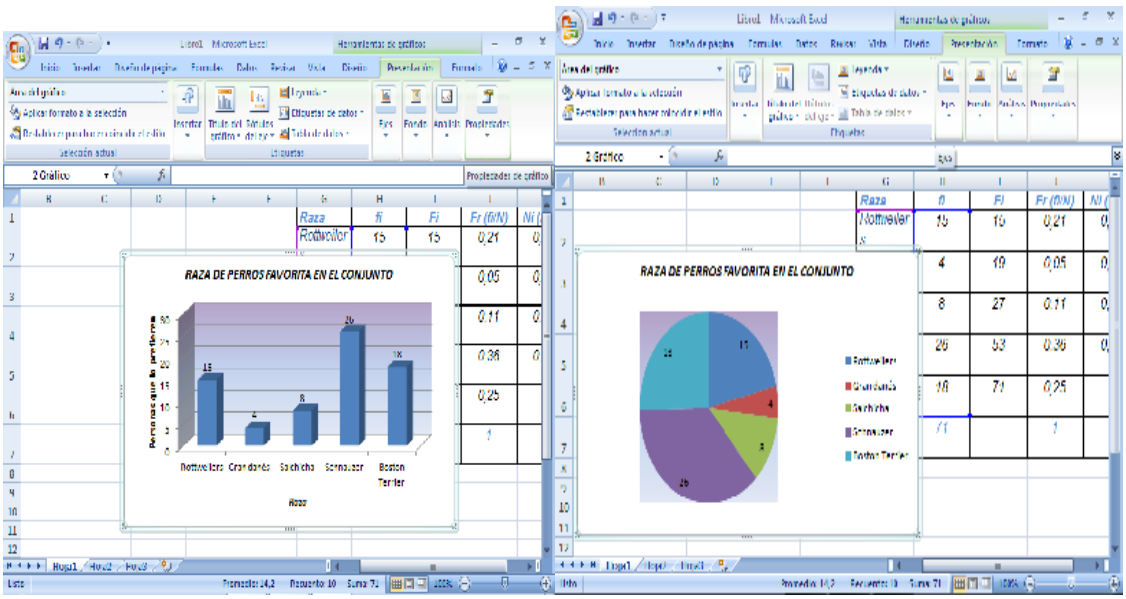
CÓNICOS, CILÍNDRICOS Y PIRAMIDALES: Únicamente mejoran la presentación de

gráficos de columnas y barras.

ELEMENTOS DE UN GRAFICO



2. Para cada pregunta de la encuesta, inserta el gráfico que contenga los elementos previamente descritos usando la herramienta de gráficos de Excel- presentación.



F. Anexo: Unidad didáctica #5: Análisis de datos.

COLEGIO RAMÓN DE ZUBIRÍA

Institución Educativa Distrital

"Biotecnología y Comunicación: ejes de nuestra formación"

Localidad 11 suba upz 28

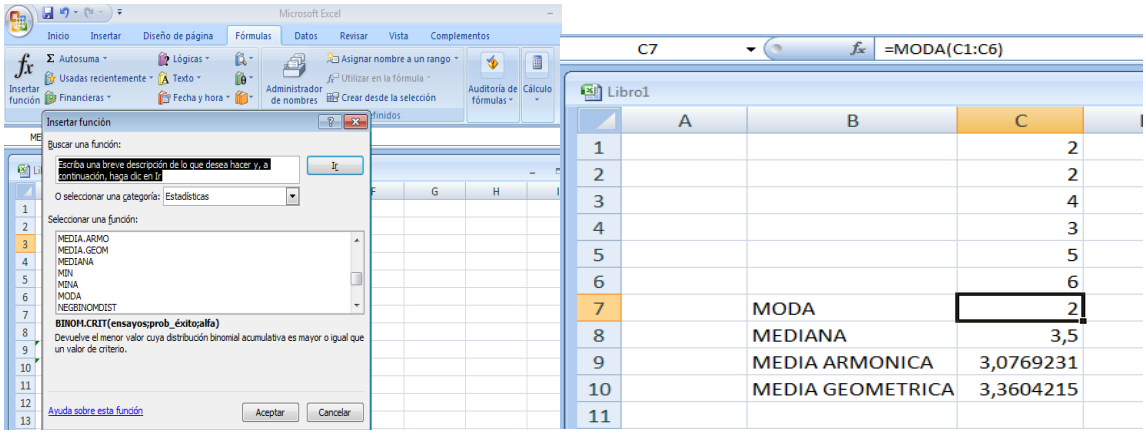
Unidad Didáctica #5: Análisis de datos

NOMBRE: _____ CURSO: ____ EDAD: ____ FECHA: ___

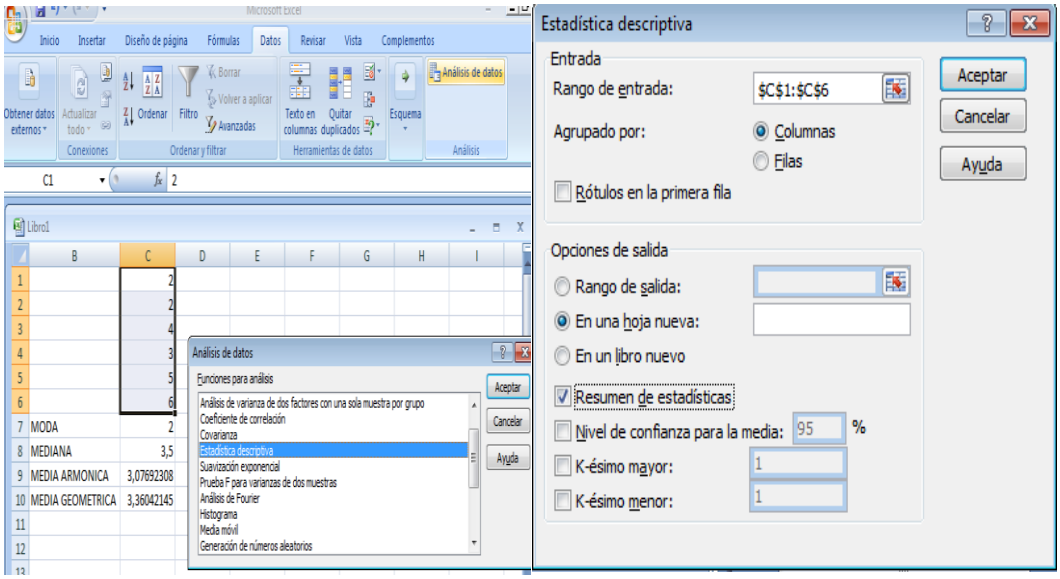
La complejidad y extensión de los datos estadísticos y las distribuciones de frecuencia hacen que sean necesarios condensar o resumir estos datos en unos 'índices' representativos para realizar los estudios, comparaciones, y obtención de conclusiones. Se emplean básicamente dos tipos:

TENDENCIA CENTRAL	**DISPERSIÓN**
Proporcionan un resumen de la distribución o los datos Moda, Mediana, Media Aritmética.	Miden las diferencias entre los datos y dan la valoración de las medidas de localización. Recorrido, Desviación Estándar, Varianza, Coeficiente de variación, Curtosis, Coeficiente de asimetría

1. Determina las medidas de localización para las dos primeras preguntas de la encuesta realizada, empleando lápiz y papel.
2. Empleando la herramienta del editor de funciones de Excel, determina las medidas de localización para las siguientes cinco preguntas de la encuesta.



3. Emplea la herramienta de análisis de datos de Excel para determinar un resumen descriptivo de la información a cada pregunta de la encuesta.



Libro1

	B	C	D	E
1		2	*Columna1*	
2		2		
3		4	Media	3,666666667
4		3	Error típico	0,666666667
5		5	Mediana	3,5
6		6	Moda	2
7	MODA	2	Desviación estándar	1,632993162
8	MEDIANA	3,5	Varianza de la muestra	2,666666667
9	MEDIA ARMONICA	3,076923077	Curtosis	-1,48125
10	MEDIA GEOMETRICA	3,360421454	Coeficiente de asimetría	0,382732772
11	PROMEDIO	3,666666667	Rango	4
12			Mínimo	2
13			Máximo	6
14			Suma	22
15			Cuenta	6
16				

4. Interpreta el significado de cada medida de localización para las preguntas realizadas en la encuesta.
5. ¿Cuál de las medidas de localización describe mejor a cada una de las preguntas de la encuesta?

G. Anexo: Unidad didáctica #6: Conclusiones y desiciones de los estudiantes afectadas por el análisis de las medidas de localización.

COLEGIO RAMÓN DE ZUBIRÍA

Institución Educativa Distrital

"Biotecnología y Comunicación: ejes de nuestra formación"

Localidad 11 suba upz 28

ALCALDIA MAYOR BOGOTA D.C. Secretaría EDUCACION

Unidad Didáctica #6: Conclusiones a partir del análisis descriptivo

NOMBRE: _____CURSO: _____ EDAD: _____ FECHA: _____

PREGUNTA	TU RESPUESTA	CONSENSO DEL GRUPO
1. ¿Con qué frecuencia haces uso de la red de internet?		
2. ¿Generalmente, para qué usan páginas de internet los jóvenes de séptimo grado?		
3. ¿Cuáles redes sociales por internet conoces?		
4¿Cuáles son Las redes sociales más frecuentadas por los jóvenes de séptimo grado?		
5. ¿Cómo decides hacer parte de una red social virtual?		
6. ¿Crees que es seguro publicar tu información y fotos en una red social?		
7. ¿Podrías aceptar solicitudes de amistad de personas desconocidas en una red social?		
8. ¿Cuánto tiempo al día te comunicas con tus amigos de la red?		
9. ¿Prefieres tener amigos en internet que amigos en tu vida real?		
10. ¿Conoces casos en los que la integridad de una persona se puso en riesgo por el uso de internet?		

Bibliografia:

Barr, G. V. (1980). Some student ideas on the median and the mode. En *Teaching Statistics, 2.*

Batanero, C. G. (2001). *Análisis de datos y su didáctica.* Granada.

Batanero, C. (2006). *Los retos de la cultura estadística.* Granada.

Batanero, C. (2000). Significados y comprensión de las medidas de tendencia central. Granada, España.

Behar, R. (2007). La búsqueda del conocimiento y el pensamiento estadístico. *PRIMER ENCUENTRO NACIONAL DE EDUCACION ESTADÍSTICA.* Bogotá.

Carvalho, C. (2001). *Interaçao entre pares. Contributos para a promoçao do desenvolvimiento lógico e do desempenho estatístico no 7º ano de escolaridade.* Universidad de Lisboa: Tesis doctoral .

Cobo Merino, B. (2003). *Significado de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria.* granada, España.

Estepa. A. y Batanero, C. (1994). Judgments of association in scattter plots: n empirical study of students' strategies and preconceptions. *Research Papers from the Fourth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS IV).* Universidad de Minnesota.

Gattuso, L. y. (1998). Development of the concept of weighted average among highschool students. En *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching Statistics.* (págs. 685-691). Singapur: International Association for Statistical Education.

Goodchild, S. (1988). School pupils'unsderstanding of average. Teaching Statistics.

Holmes, P. (1980.). Teaching Statiatics. En *Foulshans Educational* (págs. 11-16). Slough.

Huber, G. L. (2008). *Aprendizaje activo y metodologías educativas.* Tübingen, Alemania.

Leon, M. R. (1991). Use of the arithemetic mean: An investigation of four properties. Issues and preliminary resuls. *Proceedings of the Third International Conference on Teaching Statistics* (págs. 302-306). Holanda: International Statistical Institute.

Mayen S, B. C. (2010). *Conflictos semioticos de estudiantes con el concepto de mediana.* Mexico DF, Mexico.

Ministerio de Educacion Nacional. (s.f.). *Centro virtual de noticias- Estándares básicos de competencias.* Recuperado el Junio de 2011, de http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/article-116042.html

Ministerio de Educacion Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas.* Bogotá.

Mokros, J. Y. (1995). Children's concepts of average and representative ness. *Journal for Research in Mathematics Education* , 26, 20-39.

Nortes Checa, A. (1996). *Estudio de algunas cuestiones de estadística descriptiva segun la teoría de Piaget.*

Pollatsek, A. L. (1981). Concept or computation: Students' understanding of the mean. En *Educational Studies in Mathematics,* (págs. 12, 191-204.).

Pollishuke., S. S. (1998). *Aprendizaje activo: una organización de la clase centrada en el alumnado.* Madrid: Narcea S.A.

Russell, S. J. (1991). What's typical?: children's ideas about average. *Third International Conference on Teaching Statistics*, (págs. 307-313). Voorburg, Holanda.

Watson, J. M. (2000). The longitudinal development of understanding of average. Mathematical Thinking and Learning., (págs. 11-50).

XXIV Congreso Español de estadística e investigación operativa. (1998). Aprendizaje de la estadística: Factores que inciden y estrategias de enseñanza. Almeria, España.