UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Propuesta didáctica para la enseñanza de las funciones de segundo grado de variable real en el marco de la enseñanza para la comprensión para fortalecer el pensamiento variacional en el grado 9 de la IER Yarumito

Moisés Mosquera Quintero

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Medellín, Colombia

2015

Propuesta didáctica para la enseñanza de las funciones de segundo grado de variable real en el marco de la enseñanza para la comprensión para fortalecer el pensamiento variacional en el grado 9 de la IER Yarumito

Moisés Mosquera Quintero

Trabajo final de maestría presentado como requisito parcial para optar al título de:

Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director de trabajo final

MSc Jair Arturo Gómez Gómez

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Medellín, Colombia

2015

Dedicatoria o Lema

Primero que todo darle las infinitas gracias a Dios por bendecirme cada día, a mis familiares por su apoyo constante e incondicional y la universidad por brindarme la posibilidad de capacitarme para mejorar mi labor cono docente.

Agradecimientos

En primera instancia por llenarme de fuerza y fortalezas en los momentos más difíciles, a toda mi familia por ser el motor que impulsa mis sueños y mis metas

A la universidad, a los docentes y en especial al asesor de mi trabajo MSc Jair Arturo Gómez Gómez por brindarme la posibilidad de reflexionar y transformar mi práctica docente.

Resumen

Propuesta didáctica para la enseñanza de las funciones de segundo grado de variable real en el marco de la enseñanza para la comprensión, surge de la necesidad de reflexionar sobre mis prácticas pedagógicas en el área de las matemáticas en la cual los estudiantes poseen dificultades para la comprensión de los saberes abordados y se ve manifestado: en la apatía de los estudiantes, en los altos índices de reprobación y bajos resultados obtenidos en pruebas externas en el área de las matemáticas. Con esta propuesta se pretende planear y construir actividades pedagógicas, secuenciales y con sentido enmarcada en el marco de la enseñanza para la comprensión (EpC) que posibiliten en los estudiantes del grado 9 de la I E Yarumito la comprensión de las funciones cuadráticas de variable real, para de esta forma aplicarlas en distintos contextos.

Palabras claves: Enseñanza para la comprensión, función cuadrática, Pedagogía y Didáctica.

Abstract

Didactic proposal for teaching quadratic functions of a real variable in the context of teaching for understanding, arises from the need to reflect on my teaching practices in the area of mathematics in which students have difficulties understanding of knowledge which is addressed manifested: the apathy of the students in the high rates of failure and poor results in external tests in the area of mathematics.

This proposal is to plan and build educational, sequential and meaningful activities framed in the context of education for compression (EPC) that enable the students of grade 9 IER Yarumito understanding of quadratic functions of a real variable, to thereby apply them in different contexts.

Keywords: Teaching for understanding, quadratic function and Teaching Pedagogy

Contenido

1. Aspectos Preliminares 15

1.1 Tema 15

1.2 Problema de Investigación 15

1.2.1 Antecedentes 15

1.2.2 Formulación de la pregunta 19

1.2.3 Descripción del problema 19

1.3 Justificación 21

1.4 Objetivos 22

1.4.1 Objetivo General 22

1.4.2 Objetivos Específicos 22

2. Marco Referencial. 24

2.1 Marco Teórico 24

2.1.1 Antecedentes de la enseñanza para la comprensión 24

2.1.2 Definición de comprensión 25

2.1.3 El marco conceptual para la enseñanza de la comprensión 26

2.1.4 Dimensiones de la comprensión 30

2.1.5 Niveles de comprensión 31

2.2 Marco Disciplinar 33

2.2.1 Fundamentos disciplinares del área de las matemáticas 33

2.2.2 Conocimientos básicos 33

2.2.3 Procesos generales 34

2.2.4 Contexto 37

2.2.5 Definición de función cuadrática 37

2.3 Marco Legal 39

2.3.1 Cuadro 1. Normograma 39

2.3.2 Contexto Internacional 41

2.3.3 Contexto Nacional....42
2.3.4 Contexto Regional....42
2.3.5 Contexto Institucional....42
2.4 Marco Espacial....44
2.4.1 I E R Yarumito....44
3. Diseño metodológico 46
3.1 Tipo de Investigación: Profundización de corte monográfico....46
3.2 Método....46
3.3 Enfoque: Cualitativo de corte etnográfico....47
3.4 Instrumento de recolección de información....48
3.5 Cronograma....49
4. Trabajo Final 51
4.1 Desarrollo y sistematización de la propuesta. 51
4.2 Resultados....54
4.2.1 Diagnóstico y análisis de la prueba (pre test)....54
4.2.2 Diseño de la propuesta didáctica....62
4.2.3 Intervención:....66
4.2.4 Evaluación y análisis de la prueba (post test)....80
5. Conclusiones y recomendaciones.... 85
5.1 Conclusiones....85
5.1.1 Conclusiones con respecto al cumplimiento de los objetivos 85
5.2 Recomendaciones....86
Referencias 87
A. Anexos 89

Anexo A: Test 90

Anexo B: Guía de actividades..... 92

Lista de figuras

Figura 4-1: Definición de función cuadrática por un estudiante en el pre test 55

Figura 4-2: Frecuencias relativa frente a la pregunta 1.....55

Figura 4-3: Procedimiento utilizado por un estudiante para completar a tabla de valores de la función f(x) = x^2-3x-1 en el pre-test.....56

Figura 4-4: Frecuencias relativa frente a la pregunta 2.....56

Figura 4-5: Respuestas dada por un estudiante frente a la identificación de los elementos de la gráfica de una parábola.....57

Figura 4-6: Frecuencias relativa frente a la pregunta 3.....58

Figura 4-7: Representación gráfica de la tabla de valores por un estudiante el pre-*test*.....59

Figura 4-8: Frecuencias relativa frente a la pregunta 4.....59

Figura 4-9 Procedimiento realizado por un estudiante para resolver la situación problema 60

Figura 4-10: Frecuencias relativa frente a la pregunta 5.....61

Figura 4-11 Respuesta dada por un estudiante en el pre-test frente a las aplicaciones de las funciones cuadráticas. 62

Figura 4-12: Frecuencias relativa frente a la pregunta 6.....62

Figura 4-13: Conclusiones de la actividad 1.1.....67

Figura 4-14: Mapa conceptual elaborado por los estudiantes 68

Figura 4-15: collage elaborado por un estudiante.....69

Figura 4-16: conclusiones de la actividad del collage.....70

Figura 4-17: Imagen de las gráficas de las funciones usando el programa graph 71

Figura 4-18: Conclusiones acerca de la variación de la gráfica de la función cuadrática.....72

Figura 4-19: Replica de un puente colgante realizada por estudiantes con materiales del medio......74

Figura 4-20: Conclusiones de la actividad.....75

Figura 4-21: Desarrollo ejercicios propuesto sobre puentes colgantes 76

Figura 4-22: Conclusiones obtenidas en la actividad.....76

Figura 4-23: Exposición de proyecto final acerca del puente colgante.....79

Figura 4-24: Mapa conceptual elaborado en el proyecto final.....79

Figura 4-25: Comparación entre pre test y post test frente a la pregunta 1 80

Figura 4-26: Comparación entre pre test y post test frente a la pregunta 2 81

Figura 4-27: Comparación entre pre test y post test frente a la pregunta 3 82

Figura 4-28: Comparación entre pre test y post test frente a la pregunta 4 82

Figura 4-29: Comparación entre pre test y post test frente a la pregunta 5 ..... *83*
Figura 4-30: Comparación entre pre test y post test frente a la pregunta 6 ..... *84*
Figura 4-31: Respuestas dadas en el post test *84*

Figura A. 1Gráfica con elementos de la función cuadrática *93*
Figura A. 2 Puntos de un plano cartesiano *95*
Figura A. 3: planos cartesianos para realizar la actividad 3, 4 y 5 ..... *97*
Figura A. 4: Vértice de una parábola *101*
Figura A. 5: Gráfica de la función $\boldsymbol{y = -x2 + 2x + 3}$ *104*
Figura A. 6: Planos cartesianos para graficar las funciones cuadráticas *105*
Figura A. 7: Elementos de un puente colgante *106*
Figura A. 8:gráfico de distancia horizontal desde el centro vs altura en un puente colgante *108*
Figura A. 9: Elementos para medidas de los puentes colgantes *109*
Figura A. 10: medidas que se relacionan en el puente colgante *109*
Figura A. 11: Medidas del puente colgantes de el puente Golden Gate *111*
Figura A. 12: Representación esquemática de la situación *113*
Figura A. 13: grafico de ancho versus área *114*
Figura A. 14: esquema que muestra las variables del problema *115*
Figura A. 15: lanzamiento de proyectil: Angry birds *117*

Lista de tablas

Tabla 3-1 Planificación de actividades.....*49*

Tabla 3-2 Cronograma de actividades.....*50*

Tabla A. 1: variación del parametro a, b=c=o.....***¡Error! Marcador no definido.***

Tabla A. 2: variación del parametro b, a=1 y c=0.....***¡Error! Marcador no definido.***

Tabla A. 3: variación del parametro c, a=1 y b=0.....***¡Error! Marcador no definido.***

Tabla A. 4: Elementos de la gráfica de la función cuadrática.....***¡Error! Marcador no definido.***

Tabla A. 5: Relación entre las medidas: Distancia desde el centro del puente y Altura del puente.....***¡Error! Marcador no definido.***

Tabla A. 6: Relación entre el largo del terreno y el área.....***¡Error! Marcador no definido.***

Introducción

El trabajo final de maestría surge de la necesidad de buscar estrategias que permitan disminuir los bajos resultados en el área de las matemáticas, así como mejorar la práctica docente especialmente en el tema de las funciones cuadráticas que se caracterizan porque se pueden aplicar en campos como la economía, la geometría, el cálculo y en muchas situaciones de la vida práctica en la que se pueden optimizar recursos.

En busca de mejores prácticas se hace importante que como docente estemos en constante reflexión sobre nuestro quehacer pedagógico. La época actual trae consigo un sinnúmero de exigencias que conlleva a estar actualizándose constantemente para estar en resonancia con los cambios que se vienen dando en muchos ámbitos, el sector educativo no es ajeno a esta realidad. Los expuesto anteriormente conlleva a que transformemos nuestras prácticas, que en muchas ocasiones han sido centradas en el maestro y en las cuales el estudiante ha tenido un papel secundario, ya que actúa como un receptor pasivo, que almacena o memoriza información en forma inconexa, lo cual no permite que los estudiante alcancen a comprender y por ende aplicar esos conocimientos a la resolución de acontecimientos de la vida práctica, lo que nos convoca a pensar en metodologías activas de enseñanza aprendizaje. En este caso se ha escogido el marco de la enseñanza para la comprensión (EpC[1]), que será estudiado para la creación de una unidad curricular para enseñar las funciones cuadráticas.

En concordancia con lo anterior, se fue construyendo cada una de los apartes de este trabajo, en el que se encuentra el tema, la justificación y la formulación del problema que dan cuenta de la importancia, necesidad y razones de la realización de este estudio, luego se presenta lo concerniente al marco teórico que se apoya esta propuesta, después de una juiciosa búsqueda, organización y sistematización de los mismos. Por

[1] De ahora adelante utilizaremos esta sigla para hacer referencia a la enseñanza para la compresión

otro lado, se destacan algunos antecedentes que describo en forma breve enfatizando en los aportes que se han dado en cuanto a las funciones cuadráticas por parte de otros autores y también se describe la institución donde se llevará a cabo la propuesta.

Por otro lado, en el marco referencial se exponen las bases fundamentales del marco de la EpC como son: definición de comprensión, sus antecedentes y elementos, niveles y dimensiones de comprensión, además de lo anterior se analizan los componentes disciplinares del área de matemáticas teniendo en cuenta las disposiciones de los lineamientos y estándares curriculares y se complementa con los aspectos normativos en el campo educativo.

Luego, se dan a conocer los objetivos de esta propuesta en los cuales se enfatiza en conocer los niveles y dimensiones de comprensión de los estudiantes, averiguar y analizar cuáles son los obstáculos que impiden la comprensión de estos y de acuerdo a esto diseñar una propuesta didáctica basado en el marco EpC teniendo como eje la función cuadrática. Después, presentó la metodología que se centrará en un estudio de caso.

1. Aspectos Preliminares

1.1 Tema

Las funciones de segundo grado de variable real en el marco de la enseñanza para la comprensión, como estrategia para potenciar el pensamiento variacional en el grado 9 de la IER Yarumito.

1.2 Problema de Investigación

1.2.1 Antecedentes

La enseñanza de funciones cuadráticas de variable real es un tema que se trabaja en distintos grados por su importancia para el desarrollo del pensamiento variacional, este ha sido abordado por distintos investigadores, después de un rastreo bibliográfico pude encontrar los siguientes trabajos:

Francisco Javier Gómez en su trabajo de maestría en enseñanza de la ciencias exacta este fue desarrollado en la I. E. Calasanz de Medellín, quien retoma el tópico de la función cuadrática en el grado 9° para esto el autor propuso el diseño de una propuesta didáctica interactiva mediada en las nuevas tecnologías para propiciar el aprendizaje por parte de los estudiante, este se enfocó en el desarrollo actividad didáctica interactiva con la finalidad de fortalecer en sus estudiantes el pensamiento variacional, que se puede abordar mediante el tema de funciones cuadrática para tal fin usó como herramienta la plataforma Moodle en la cual elaboraron distintas actividades.

El docente se apoyó en la investigación acción y concluye que es importante diseñar diversas unidades didácticas en las distintas áreas que se imparten, así como en los distintos grados para mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje, así como el uso de las TIC en el proceso de enseñanza aprendizaje. (Gómez, 2011)

De igual modo, Ana Patricia Villada Herrera para optar al título de magister en enseñanza de la ciencias exacta diseñó un curso virtual utilizando la plataforma Moodle como herramienta didáctica para la enseñanza de las funciones cuadráticas para el grado 9° en la I E Gabriel García Márquez, con la implementación de este propuesta se buscó que los estudiante alcanzaran un mayor interés por el uso de las TIC y a su vez alcanzarán aprendizaje significativo de la función cuadrática

La metodología del trabajo se centró en la investigación acción y se obtuvo como conclusión que con el uso de las Tics mediada mediante el planteamiento y resolución de situaciones problema permite que nuestros estudiantes puedan alcanzar aprendizajes significativos así como la comprensión de las funciones cuadráticas.(Villada, 2013)

Por otra parte, Julio César García Jiménez en su trabajo de maestría en enseñanza de la ciencias exacta, desarrollado en la I.E pio XII de San Pedro de los Milagros de Antioquia, en esta , el autor aplicó y elaboró una propuesta didáctica para el aprendizaje en la cual abordó el concepto de función lineal y cuadrática en el grado 11 en este trabajo se utilizó software libre de matemáticas para mediar el aprendizaje, la Propuesta didáctica se desarrolló teniendo en cuenta las pautas sobre el aprendizaje significativo.

En este trabajo se obtuvo como conclusión: que la aplicación de la unidad didáctica, logró que muchos de sus estudiantes obtuvieran un aprendizaje significativo en las temáticas de función lineal y función cuadrática. (García, 2013)

Carlos Mario Aranzazu Muñoz propuso en su trabajo de grado para obtener el título de magíster en ciencias exactas la creación de una secuencia didáctica potencialmente significativa para la enseñanza de las funciones cuadráticas, la población beneficiaria fueron los estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Villa Turbay, el autor se centró en los problemas de optimización para abordar la temática.

Entre las conclusiones y recomendaciones expuestas se destacan la importancia del uso de las unidades didácticas potencialmente significativas no solamente para la enseñanza de la funciones cuadráticas, sino para otras temáticas y en otras áreas del saber, ya que

estas, permiten un aprendizaje significativo que se verá reflejado en mejores resultados de las pruebas externas (Aranzazu, 2013)

Y por último en el ámbito nacional tenemos a Ricardo Álvarez Cortés quien para obtener su título de magister en enseñanza de las ciencias exactas se dedicó a indagar sobre Incidencia de las mediaciones pedagógicas en los procesos de enseñanza y aprendizaje del concepto de función cuadrática. En este trabajo el autor indaga sobre los estilos de aprendizaje de los estudiantes de grado noveno en la IER Educativa Nuestra Señora del Carmen, seguido a esto crea guías que tiene en cuenta 4 mediaciones pedagógicas y son aplicadas a diferentes cursos, de este estudio tomamos el llamado que se le hace al docente de básica para que tenga en cuenta los distintos tipos de aprendizaje en especial actividades que privilegien la representación semiótica. (Álvarez, 2012)

José Enrique Rivera Pavón realizó un trabajo titulado: Interpretación de significados de la función cuadrática en un ambiente computacional , desarrollada por estudiantes de II de Bachillerato de la Escuela Normal Mixta “ Pedro Nufio ” para obtener el título de máster en matemática educativa, el autor utilizó como medio el software dinámico Cabri-géometre II para implementarlo en la enseñanza de la temática, con esta propuesta los estudiantes pudieron entender mejor la temática y recomienda que los docentes se actualicen con las nuevas tendencias en la enseñanza de las matemáticas para tener mejores prácticas. (Rivera, 2009)

Enrique Huapaya Gómez que para optar al título de Magister en Enseñanza de las Matemáticas realizó la tesis titulada: modelación usando función cuadrática: experimentos de enseñanza con estudiantes de 5to de secundaria, en este trabajo se hace énfasis en adquisición del concepto de función cuadrática para esto se pretende la enseñanza con la mediación de los programas EXCEL y FUNCIONSWIN32 para la modelación situaciones-problemas que involucren este tipo de funciones, de la experiencia se extrae que los medios utilizados sirvieron para la comprensión del concepto de la función cuadrática y se sugiere la utilización de otros programas como medios para la adquisición de conceptos (Enrique, 2012)

Por otra parte, también se hace importante tener en cuenta el desempeño del país en distintas evaluaciones así como la institución, especialmente en el área de matemáticas, las cuales tiene como objetivo principal saber cómo se encuentra el país en materia educativa en esta área del conocimiento, para de esta manera reorientar las políticas educativas, entre estas pruebas se hace énfasis principalmente en las siguientes:

PISA, Es un programa internacional que evalúa en los estudiantes de 15 años de diversas economías mundiales las competencias en matemáticas, lectura y ciencias naturales, para el caso particular del área de matemáticas evalúa: "capacidad para formular, emplear e interpretar las matemáticas en diversos contextos; incluye el razonamiento y el uso de conceptos matemáticos, procedimientos, datos y herramientas para describir, explicar y predecir fenómenos." (ICFES, 2013)

Aunque estas pruebas se inician en el año 2000 y se realizan cada tres años, Colombia ha participado consecutivamente en estas pruebas durante los años 2006, 2009 y 2012. De acuerdo a los resultados obtenidos se puede evidenciar que nuestro país se encuentra con los promedios más bajo entre los participantes en el área de matemáticas y nuestros estudiantes en su gran mayoría están por debajo del nivel 2, es decir que no alcanza el nivel mínimo establecido por PISA, que se traduce en la capacidad que deben poseer los individuos para desenvolverse de forma efectiva en una sociedad contemporánea y de esta manera acceder a la educación superior.

TIMMS, al igual que PISA en un estudio internacional, pero este evalúa tendencias en las áreas de matemáticas y ciencias, tiene como meta fundamental "proveer información para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y las ciencias, fundamentales para desarrollar competencias relacionadas con la solución de problemas y el razonamiento riguroso y crítico." (ICFES, 2010) Además tiene en cuentas las diversas variables que influyen en los resultados obtenidos.

Las TIMMS evalúan estudiantes de los grados cuarto y octavo de distintos países e identidades subnacionales, esta pruebas se realizan periódicamente cada cuatro años Colombia participó de estas los años 1995 y 2007, aunque hubo una leve mejoría en los resultados entre la primera y la segunda prueba, tanto en matemáticas como en ciencias los resultados son muy preocupantes porque nuestro país obtuvo promedios muy inferiores con respecto a los otros participantes y al promedio TIMMS y a esto se le

suma que la mayoría de nuestros estudiantes están por debajo del nivel desempeño mínimo planteado por las TIMMS.

En cuanto a los resultados de la pruebas saber ICFES de para los grados 9 y 11 la institución educativa Yarumito ha obtenido resultados bajos en el área de matemáticas lo cual es muy preocupante. En el grado 9 entre el 77% y 88% de nuestros estudiantes no alcanzaron un nivel de desempeño satisfactorio durante los años 2009, 2012, 2013 y 2014, situación similar se observó para el grado 11 los resultados arrojados muestran que la institución obtuvo como promedio en el área de matemáticas valores entre 38.4 y 45. 09 entre los años 2006 y 2014.

1.2.2 Formulación de la pregunta

Como docente tenemos el reto fundamental de ayudar a edificar una sociedad equitativa, incluyente y justa, por eso nuestras prácticas deben conducir a tal fin, con base a lo expuesto anteriormente surge la pregunta ¿Cuáles estrategias permiten diseñar una propuesta didáctica para la enseñanza de las funciones cuadráticas de variable real, en el marco de la EpC que contribuya a mejorar el pensamiento variacional?

1.2.3 Descripción del problema

Las matemáticas han tenido un papel primordial en el desarrollo de la humanidad a través de las generaciones, de allí la importancia que ésta sea apropiada por cada uno de los miembros de las culturas para permitir su crecimiento individual y social.

Retomando esta frase: “Comprender las cosas que nos rodean es la mejor preparación para comprender las cosas que hay más allá”. Hipatia (370- 415), generalmente en la enseñanza de las matemáticas se hace lo contrario, es decir no hemos tenido en cuenta el contexto y necesidades de nuestros estudiantes, razón por la cual en cierta medida,

nuestras prácticas carecen de importancia y significado práctico para este, lo cual puede conllevar a una apatía hacia las matemáticas y por ende a dificultades en el proceso que se dan en el aula.

Cuando se ha abordado la temática se observa que muchos de los estudiantes de grado 9° de la IER Yarumito poseen dificultades como: poco manejo de los casos de factorización vinculados a la temáticas, dificultad en las operaciones básicas con números reales, dificultad al graficar un punto en el plano cartesiano, dificultad para modelar situaciones problemas debido al uso inadecuado del lenguaje matemático, lo cual conlleva a que los estudiantes no comprendan las funciones cuadráticas de variable real.

Por otra parte, como docente en varias ocasiones para abordar el tema de las funciones de segundo grado de variable real en los grados 9° me he limitado a explicarles a los estudiantes el dominio, rango y gráfica de la función de segundo grado en forma superficial por tratar de cumplir la programación del área, por otro lado, no se evidencia una aplicación de esta temática en la vida cotidiana del estudiante de esta manera las explicaciones carecen de significados para ellos y por tal razón estos obtienen un aprendizaje memorístico que olvidan con facilidad debido a que no hubo comprensión acerca del tema. Otro aspecto muy importante a resaltar es el poco uso de recursos en la enseñanza de las matemáticas entre estos los recursos tecnológicos, debido a que como docente no poseemos una apropiación de las TIC para de esta manera aplicarlas en nuestras prácticas de manera coherente, para posibilitar el fortalecimiento del proceso de enseñanza -aprendizaje.

1.3 Justificación

Esta propuesta nace de las inquietudes que surgen como maestro en mi quehacer pedagógico cuando observo en mis estudiantes bajos niveles de comprensión hacia las temáticas expuestas, al igual que la poca aplicabilidad a su cotidianidad. Por lo tanto, quiero plantear una propuesta didáctica que le permita al estudiante tener mayores habilidades cognitivas para que pueda enfrentarse por sí mismo a nuevas situaciones de aprendizaje, de tal manera que su pensamiento sea más flexible y aplicable a resolver las situaciones que presentan en sus vidas diarias.

Es así, como el tema de las funciones de segundo grado de variable real cobra importancia dentro de esta propuesta porque aprenderlo permite comprender fenómenos de la vida cotidiana tales como: optimización de recursos, el movimiento de los cuerpos, las construcciones entre otros. Además, su aprendizaje permite también comprender temáticas de las matemáticas y de otras áreas del conocimiento para resolver situaciones problemas.

Lo anterior, tendrá la intención de influir positivamente en la obtención de mejores desempeños de los estudiantes en cuanto a las pruebas externas, en las que se destacan los bajos resultados en el área de matemáticas porque se evidencia poca comprensión.

Para ello, la metodología EpC es la posibilidad de generar en el discente una verdadera motivación para enfrentarse a las actividades propuestas, pues esta permite tener en cuenta sus intereses, conocimientos previos y experiencias de tal manera que el conocimiento se amplíe, se relacione, se innove, se construya y se aplique.

Por otra parte, se hace necesario tener en cuenta algunas recomendaciones para el proceso enseñanza aprendizaje de las matemáticas con el objetivo que nuestros estudiantes adquieran una mejor comprensión de los conceptos del área y así puedan tener mejores resultados en pruebas externas, en nuestra propuesta tendremos en cuenta los procesos generales de la actividad matemática expuestos en los lineamientos

curriculares para esta área, debido a que nos dan luces de cómo debemos encaminar nuestras prácticas pedagógicas para fortalecer los procesos de enseñanza aprendizaje y de esta manera nuestros estudiantes adquieran las competencias que le permitan desenvolverse mejor en la sociedad. En nuestro caso haremos un mayor énfasis en la modelación, resolución y el planteamiento de problemas y en la ejercitación de procedimientos analíticos, debido a que este proceso permite vincular la actividad matemática con la vida real del estudiante lo que permite la comprensión de los conceptos matemáticos, cuando se plantean y se resuelven problemas se van adquiriendo habilidades que permiten relacionar las matemáticas con otras ciencias y en consecuencias mejores procesos de pensamientos.

En síntesis, esta propuesta es una apuesta por la articulación entre lineamientos curriculares y estándares del área y el mejoramiento del proceso enseñanza aprendizaje y beneficiará inicialmente los estudiantes del grado 9° de la Institución Educativa Yarumito.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo General

Diseñar una propuesta didáctica en el marco de la enseñanza para la comprensión que posibilite en los estudiantes de grado 9 de la IER Yarumito el aprendizaje de las funciones cuadráticas de variable real para fortalecer sus competencias en el pensamiento variacional, con énfasis en la modelación, resolución y el planteamiento de problemas.

1.4.2 Objetivos Específicos

- Diagnosticar en los estudiantes del grado 9 de la IER Yarumito la comprensión frente a las funciones cuadráticas de variable real a través de un cuestionario y aplicación de prueba para identificar los saberes previos.

- Analizar los resultados del diagnóstico en la comprensión de las funciones cuadráticas mediante una matriz de resultados.

- Diseñar la estructura didáctica basada en el marco de la EpC que posibilite el aprendizaje de las funciones cuadráticas de variable real para fortalecer sus competencias en el pensamiento variacional.
- Intervenir mediante la propuesta didáctica en el marco de la EpC la práctica docente evidenciando la comprensión de las funciones cuadráticas de variable real.

- Evaluar como la propuesta influye en el desempeño de los estudiantes frente al aprendizaje de las funciones cuadráticas de variable real en el marco de la EpC.

2. Marco Referencial.

2.1 Marco Teórico

2.1.1 Antecedentes de la enseñanza para la comprensión

La EpC ha sido una búsqueda incesante a través de la historia del ser humano, entre aquellos primeros maestros que tuvieron mayores acercamientos destacamos a Platón y Confucio que se preocuparon porque sus pupilos obtuvieran una comprensión cada día más elaborada de su mundo.

De acuerdo con Stone los defensores de la escuela común en el siglo XIX entre estos Henry Barnard, Horace Mann & John D. Pierce también realizaron su aporte porque "apoyaban el aprendizaje activo y la construcción del conocimiento por parte de los alumnos: ideas centrales para una epistemología de la enseñanza para la comprensión". (Stone, 2003, p.38).Otros que también aportaron fueron: Pestalozzi quien "evitaba la memorización, la verbalización de reglas y conceptos en ausencia de comprensión" (Stone, 2003, p.39). Herbart que enfatizaba que "cada nuevo estadio de aprendizaje tenía que integrarse con el aprendizaje previo, y su acumulación constituía la base para un aprendizaje superior" (Stone, 2003, p.39). Dewey quien se interesó por la construcción "de una "una nueva pedagogía" que convocara a los docentes a integrar el contenido escolar con las actividades de la vida cotidiana."(Stone, 2003, p.43). Entre otros, que de una u otra manera aportaron a la génesis del el marco de enseñanza para la comprensión.

La construcción elaborada del marco para la EpC nace a partir de las investigación realizada entre los años 1988 y 1995 por parte de varios investigadores pertenecientes a las escuela de graduados del área de educación de la Universidad de Harvard quienes en compañía de maestros de instituciones cercanas emprendieron una investigación este equipo de profesionales se preocuparon por abordar las cuatro preguntas fundamentales de la construcción del marco para la EpC de las cuales retomaremos más adelante; Este

proyecto fue orientado por Howard Gardner y David Perkins, en su etapa inicial contó con docentes de 6 escuelas primaria y una media en áreas como lenguas, matemáticas, historia y estudios sociales, estos fueron acompañados por equipo de investigadores interesados en los procesos educativos quienes se dedicaron a recolectar y analizar experiencias de docentes relacionadas con la EpC y de esa manera lograr acercamientos de lo que es el marco actual, el cual fue usado por docentes para la elaboración de unidades curriculares las cuales aportaron a las construcción final (Stone, 2003)

2.1.2 Definición de comprensión

Lo primero que abordaremos en este espacio es el concepto de comprensión de acuerdo a Blythe- Perkins (1998): “Comprender es poder llevar a cabo una diversidad de acciones o desempeños que demuestren que uno entiende el tópico y al mismo tiempo lo amplía, y ser capaz de asimilar un conocimiento y utilizarlo de una forma innovadora”.(p.40). En otras palabras, comprender es la capacidad de profundizar en un conocimiento adquirido de tal manera que podemos utilizarlo en forma consciente, creativa y diversa. El comprender es más que la simple repetición y mecanización de contenidos inconexos que en muchas ocasiones no trascienden a la resolución de situaciones y dilemas de la vida diaria de nuestros estudiantes.

Otra definición se aporta en el proyecto de la EpC “Comprender es la habilidad de pensar y actuar flexiblemente utilizando lo que uno sabe” (Perkins, citado en Stone, 2003, p.70). Es decir la capacidad que se tiene para reflexionar acerca de lo que conocemos de tal forma que se pueda utilizar de manera diversa

Por otra parte, Edgar Morín (2000) también da su apreciación sobre la comprensión cuando expresa: “comprender significa intelectualmente aprehender en conjunto” (p.72).El autor también mira la comprensión desde otra óptica y solo no relaciona la comprensión con el conocimiento y su transformación sino, que expone “la comprensión no puede digitalizarse. Educar para comprender las matemáticas o cualquier disciplina es una cosa, educar para la comprensión humana es otra; ahí se encuentra la misión espiritual de la educación: enseñar la comprensión entre las personas como condición y garantía de la solidaridad intelectual y moral de la humanidad”. (p.71).

2.1.3 El marco conceptual para la enseñanza de la comprensión

En la actualidad se presentan falencias en los proceso enseñanza-aprendizaje especialmente en el área de las matemáticas, por tal razón se hace urgente que como docente reflexionemos y mejoremos nuestras prácticas para buscar superar estas dificultades, en esta búsqueda constante se puede tomar como referente el marco conceptual para la EpC como una alternativa que permita transformar y enriquecer nuestras prácticas y de paso contribuir a que nuestros estudiantes puedan alcanzar mejores niveles de comprensión, pero esto a simple vista no es una tarea fácil, por eso se hace necesario apropiarnos y comprender esta nueva mirada.

El marco de la EpC se centra en las siguientes preguntas y los elementos que las sustentan o dan una explicación de estas.

La primera pregunta es: ¿Qué debemos enseñar? para responderla se debe partir de los *tópicos generativos*, la segunda indaga sobre ¿Qué es útil comprender? para esta se hace indispensable plantear *metas de comprensión. La tercera es* ¿Cómo debemos enseñar para comprender? para tal fin debemos diseñar los *desempeños de comprensión* y por ultimo tenemos ¿Cómo pueden saber estudiantes y maestros lo que comprenden los estudiantes y cómo pueden desarrollar una comprensión más profunda? La cual se puede diagnosticar con el uso de la valoración continúa.

Cada constituyente del marco de la EpC es importante y no se puede privilegiar uno sobre el otro, porque estos se interrelacionan para conseguir la comprensión eficaz y efectiva en nuestros estudiantes, a continuación se exponen cada uno de los elementos:

Tópicos Generativos: se pueden describir como el conjunto de ideas, concepto y teoría o temas propios de una disciplina que se pueden utilizar para que los alumnos comprendan, esto a su vez son claves por ser ricos, transversales e interdisciplinares

capaces de generar curiosidad, interés, motivación y activan saberes previos tanto en los estudiantes como en el maestro.

Por otra parte, como lo expresa Stone (2003) el currículo no solo debe quedarse en la transmisión de información porque de esta manera no se obtiene la comprensión, más bien, “el currículo debe involucrar a los alumnos en constantes espirales de indagación que los lleven desde un conjunto de respuestas hacia preguntas más profundas que revelen conexiones entre el tópico que se está tratando y otras ideas, preguntas y problemas fundamentales”. (p. 97)

Todos los tópicos no son generativos por sí solos, ya que algunos no cumplen las condiciones necesarias de los tópicos generativos que se caracterizan por ser: *Centrales para un dominio o disciplina,* es decir que son relevantes para el desarrollo de una determinada área del conocimiento. *Accesible e interesante para los alumnos*, es decir que partan de las necesidades, motivaciones y realidades del contexto sociocultural donde se desenvuelve el estudiante. *Interesantes para el docente* porque esto influye en la forma como se enseña el tópico y por otra parte esta curiosidad y motivación del docente se le transmite al estudiante para que pueda comprender los tópicos a tratar. Estos tópicos generativos, son r*icos en conexiones* que permitan que los estudiantes hagan conexión con los saberes preconcebidos, así mismo la aplicación a otras áreas del conocimiento para que de esta manera se generen nuevos interrogantes.

Metas de Comprensión: según Stone estas“afirman explícitamente lo que se espera que los alumnos lleguen a comprender (…) de manera más específica las ideas, procesos, relaciones o preguntas que los alumnos comprenderán mejor por medio de su indagación”. (Stone, 2003, p. 101) Es decir las metas de comprensión nos expresan los alcances que deben tener nuestros estudiantes en un determinado tiempo o en una unidad curricular diseñada para la comprensión de los tópicos a tratar.

Para que las metas de comprensión cumplan con su función se hace indispensable que estas sean: *Explícitas y públicas* para que el estudiante y el maestro las utilice como norte para alcanzar las comprensiones deseadas, se enfoquen en lo importante y permitir

que los demás integrantes de nuestra comunidad que de una u otra forma interviene en el proceso educativo conozcan lo que se va a realizar en el aula de clases. *Dispuestas en una estructura compleja* para que permita relacionar cada una de las actividades entre sí, es decir haya una verdadera secuencia que posibilite el alcance de las metas de comprensión más generales dentro de una unidad curricular, son c*entrales para la materia* ya que este permite que se tomen los temas más importantes y significativos para desarrollar las comprensión en nuestra área.

Desempeños de Comprensión. Se considera el elemento central del marco de la enseñanza de la comprensión como lo expresa Stone “La visión vinculada con el desempeño subraya la comprensión como la capacidad e inclinación a usar lo que uno sabe cuándo actúa en el mundo”. (Stone, 2003, p. 109) En otras palabras los estudiantes demuestran desempeños de comprensión cuando desarrollan actividades que permiten la consecución de las metas de comprensión y las utilizan en una gama de situaciones. Los desempeños de comprensión se caracterizan porque implica a los estudiantes a “explicar, interpretar, analizar, relacionar, comparar y hacer analogías”. (Stone,2003, p.110) Permitiendo que estos alcancen su propia comprensión.

Para obtener mejores desempeños de comprensión se deben tener en cuenta tres categorías de progresiones que son: *Etapa de exploración,* en esta el docente busca indagar acerca de lo que el estudiante conoce del tópico generativo para determinar sus intereses y saberes previos. *Investigación guiada,* en esta etapa el docente busca que los estudiantes desarrollen y potencien habilidades básicas como la observación, el registro de datos entre otras que posibiliten en los estudiantes desempeño de comprensión cada vez más elaborados de mayor dificultad. *Proyecto final de síntesis* estos se caracterizan porque tiene en cuenta la autonomía del estudiantes se puede llevar a cabo mediante trabajos donde los estudiantes demuestran su dominio frente a las comprensiones preestablecidas

Por otra parte, es muy importante tener en cuenta que los desempeños de comprensión efectivos se caracterizan porque: *Se vinculan directamente con metas de comprensión* lo que permite que nos centremos en estas evitando que los estudiantes se alejen de lo importante a tratar dentro del currículo o la unidad a desarrollar. *Desarrollan y aplican la comprensión por medio de la práctica,* es decir que busca la aplicabilidad de los conocimientos adquiridos a situaciones cotidianas. *Utilizan múltiples estilos de aprendizaje y formas de expresión* lo cual permite que los estudiantes aprendan a su ritmo respetando las individualidades y tiene en cuenta las diversas formas como los estudiantes pueden demostrar lo aprendido. *Promueven un compromiso reflexivo con tareas que entrañan un desafío y que son posibles de realizar, por lo tanto* posibilitan que los estudiantes sean críticos y analíticos lo cual hace que los estudiantes mejoren sus habilidades de pensamiento *Demuestran la comprensión* porque sirven para medir los alcances de los estudiantes en actividades que evidencien un cierto grado de comprensión.

Evaluación diagnóstica continua, se utiliza para diagnosticar que tantos avances han tenido los estudiantes frente a los desempeños de comprensión preestablecidos, ésta como lo indica su nombre es permanente y tiene como objetivo la retroalimentación y reflexión por parte del estudiante y el docente, en contravía de la evaluación tradicional que generalmente se centra en los resultados de determinadas pruebas, la evaluación diagnóstica continua va más allá esta " refuerza a la vez que evalúa el aprendizaje (...) comparando su desempeño actual con el anterior y con aquél al que quiere llegar". (Stone, 2003, p. 115)

Para que la evaluación diagnóstica continua sea más efectiva debe tener en cuenta: *Criterios relevantes, explícitos y públicos.* Estos deben ser conocidos con antelación por parte de estudiantes permitiendo que estos reflexionen sobre los mismos, deben ser claros y además demuestran la importancia de los desempeños a adquirir. *Evaluaciones diagnósticas continuas,* es decir que el proceso de evaluación se realiza a medida que se desarrollan las distintas actividades que permiten la adquisición de los desempeños específicos. *Múltiples fuentes* que la evaluación sea realizada por distintos agentes del proceso no solo por el docente, sino que también pueda recibir aportes de sus

semejantes. *Estimar el avance y configurar la planificación* lo que quiere decir que la evaluación sirva como bases para que el docente pueda saber cómo han avanzados los estudiante de manera grupal e individual permitiendo tomar decisiones para las próximas actividades a realizar.

En vista a lo anterior cabe acotar que la evaluación diagnóstica continua implica uno de los mayores retos porque implica el conocimiento apropiado y comprensión de los otros elementos del marco de la EpC.

2.1.4 Dimensiones de la comprensión

Estas nos permiten diagnosticar y relacionar hasta donde lo estudiantes pueden desarrollar sus habilidades para la comprensión entre estas tenemos:

Dimensión de Contenido: Según Stone esta dimensión "evalúa el nivel hasta el cual los alumnos han trascendido las perspectivas intuitivas o no escolarizadas y el grado hasta el cual pueden moverse con flexibilidad entre ejemplos y generalizaciones en una red conceptual coherente y rica". (Stone, 2003, p. 230) Es decir que en esta dimensión tiene en cuenta la forma como el estudiante confronta, pule y redefine los saberes populares o creencias que absorbe y vivencia en forma instintiva con los nuevos conceptos o conocimientos a comprender.

Por otra parte, esta dimensión tiene ciertos criterios que son en primera instancia las "creencias intuitivas transformadas que aborda ¿En qué medida los desempeños de los estudiantes demuestran que las teorías probadas y los conceptos del dominio han transformado sus creencias intuitivas? Redes conceptuales coherentes y ricas que tiene en cuenta ¿En qué medida pueden razonar los estudiantes dentro de redes conceptuales ricamente organizadas moviéndose con flexibilidad entre detalles y visiones generales, ejemplos y generalizaciones?"(Stone, 2003, p. 231)

En otras palabras estos criterios en cierta medida aborda cómo y en qué escala los desempeños adquiridos por los estudiantes en un área específica del conocimiento transforman y potencian sus ideas vagas que han sido construidas intuitivamente por la interacción con su medio sociocultural.

Dimensión de Método: Esta dimensión del marco de la EpC, consiste en mirar cómo los estudiantes a través de sus habilidades utilizan estrategias que le posibiliten adquirir, contrastar y construir conocimientos que ha sido validado, por otra parte hay que tener en cuenta que el conocimiento se construye a través de la investigación constante. En forma concreta la dimensión del método "evalúa la capacidad de los alumnos para mantener un sano escepticismo acerca de lo que conocen o lo que se les dice, así como la aplicación de métodos confiables para construir y validar sus afirmaciones y trabajos verdaderos, moralmente aceptables o valiosos desde el punto de vista estético". (Stone, 2003, p. 232)

Dimensión de Propósito: Esta "evalúa la capacidad de los alumnos para reconocer los propósitos e intereses que orientan la construcción del conocimiento, su capacidad de usar el conocimiento en múltiples situaciones y las consecuencias de hacerlo". (Stone, 2003, p. 235)

Dimensión de formas de Comunicación. Esta tiene en cuenta las capacidades y habilidades que se poseen a la hora de transmitir un conocimiento de forma coherente a otros "evalúa el uso, por parte de los alumnos de sistemas de símbolos (visuales, verbales, matemáticos y cinestésico corporales, por ejemplo) para expresar lo que saben, dentro de géneros o tipos de desempeños establecidos" (Stone, 2003, p. 237)

2.1.5 Niveles de comprensión

Tiene como meta diferenciar los distintos alcances que se puede obtener en las distintas dimensiones de comprensión, debido a que la comprensión varían entre dimensiones, de esa forma surgen los cuatro niveles de comprensión para clasificar de acuerdo a ciertas

habilidades entre tenemos la comprensión por dimensión: ingenua, de principiante, de aprendiz y maestría

Los desempeños de comprensión ingenua: Estos generalmente se apoya en el conocimiento adquirido de manera instintiva, en este nivel se captura información sin hacer un juicio de esta, además el estudiante no relaciona el conocimiento adquirido en el aula con la vida cotidiana, por otro lado en este nivel se da poca reflexión por parte del alumno frente a la forma como son presentados los conocimientos.

Los desempeños de comprensión de novatos: Se caracterizan porque el estudiante aprende de forma mecánica, de forma secuencial obteniendo pocas conexiones entre lo que conoce y otros contextos, es decir no utiliza su repertorio para la solución de situaciones diversas de la vida cotidiana, la profundidad de los conocimientos nace del profesor y no de la autonomía del estudiante para reflexionar frente a sus desempeños de comprensión. Para ser más concretos para Stone los desempeños de comprensión novatos "Están predominantemente basados en los rituales y mecanismos de prueba y escolarización. (…) así como sus formas de expresión y comunicación, como procedimientos mecánicos". (Stone, 2003, p. 240)

Los desempeños de comprensión de aprendiz, estos se destacan porque los estudiantes utilizan procedimientos que son usados generalmente por expertos de una disciplina y aplican los conocimientos adquiridos en una gama de situaciones demostrando una mayor comprensión de los saberes específicos de un área del conocimiento, en este nivel el estudiante adquiere formas adecuadas y más elaboradas de comunicación y expresión del conocimiento.

Los desempeños de comprensión de maestría. Quién está en esta posición se destacan por demostrar elevada comprensión, permitiendo que estos se puedan movilizar en forma coherente por las distintas dimensiones de comprensión, los estudiantes en este nivel son críticos, reflexivos y creativos los cual les permiten la aplicación de los conocimientos en diversa disciplina lo cual recibe el nombre de comprensión metadisciplinaria, además

de eso posibilita que los estudiante cuestionen lo conocimientos de una disciplina y de ser posible lo reformulen; otra característica importante es que los estudiantes transfieren y comunican sus conocimientos de manera creativa e innovadora

2.2 Marco Disciplinar

2.2.1 Fundamentos disciplinares del área de las matemáticas

La matemática es una actividad que ha realizado el hombre a través de lo largo de la historia, con esta el hombre ha tratado de explicar el mundo que lo rodea, la matemática es una ciencia cambiante por tal razón su enseñanza debe transformarse para hacer frente a los nuevos retos; si no remitimos a los lineamientos curriculares estos expresan "el conocimiento matemático está conectado con la vida social de los hombres, que se utiliza para tomar determinadas decisiones que afectan a la colectividad" (MEN, 1998, p. 12)Por lo cual la matemática se considera una actividad que se transforma en la sociedad, por tal razón la enseñanza de las matemáticas no se debe desligar de la vida cotidiana.

2.2.2 Conocimientos básicos

Los conocimientos básicos integran los campos o componentes específicos del área de matemáticas que deben conocerlos estudiantes, además nos permiten tener un referente y se categorizan en "procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático y con sistemas propios de las matemáticas" (MEN, 1998, p. 19)

Entre los procesos específicos del área de matemáticas se identifican los pensamientos: variacional, numérico, espacial, aleatorio y el métrico. En concordancia y estrechamente relacionado a lo anterior están los sistemas: algebraicos y analíticos, numéricos, geométricos, de datos y de medida.

Los conocimientos básicos expuestos anteriormente aportan en diferentes medidas a la comprensión de las funciones cuadráticas. Pero en este caso nos centramos en el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos.

El pensamiento variacional: Según el MEN "El estudio de la variación puede ser iniciado pronto en el currículo de matemáticas. El significado y sentido acerca de la variación puede establecerse a partir de las situaciones problemáticas cuyos escenarios sean los referidos a fenómenos de cambio y variación de la vida práctica". (MEN, 1998, p. 51).
Como maestros debemos tener en cuenta que es importante enfrentar a nuestro estudiante desde los primeros grados a situaciones de variaciones de acuerdo a sus vivencias, ya que muchas de las cosas que nos rodean van cambiando y es indispensable que ellos puedan comprenderlo de acuerdo a los conocimientos que van construyendo

Por eso se hace necesario que como docentes estemos en la capacidad proporcionales a nuestros estudiantes situaciones en las cuales ellos vayan construyendo sus propias definiciones acerca de la función y no quedarnos en las meras ecuaciones que son utilizadas por estos como recetas, lo cual conlleva a la no comprensión de las aplicaciones de las funciones en la vida cotidiana.

2.2.3 Procesos generales.

En el proceso de enseñanza aprendizaje de matemáticas para que los estudiantes alcancen el desarrollo de competencias y a su vez puedan obtener una mejor comprensión de los saberes del área se hace pertinente la adquisición de los procesos generales que se centran en el aprendizaje y habilidades entre los cuales tenemos:

La resolución y el planteamiento de problemas: Es una de las actividades más importante en la adquisición y comprensión de los conocimientos de las matemáticas, la resolución de problemas posibilita "Investigar comprensión de conceptos y de procesos matemáticos a través de: reconocimiento de ejemplos y contraejemplos; uso de diversidad de modelos, diagramas, símbolos para representarlos traducción entre

distintas formas de representación; identificación de propiedades y el reconocimiento de condiciones, ejecución eficiente de procesos, (...) ” (MEN, 1998, p. 53)

Además de lo anterior también es importante destacar que este proceso debe estar presente en todas las actividades curriculares porque permite en los estudiantes una mejor interpretación de su contexto y relaciona las matemáticas con su cotidianidad lo que posibilita una mejor comprensión de los conceptos trabajados en el área, cuando se formulan y resuelven problemas el estudiante mejora en aspecto que desarrollan el pensamiento matemático tales como: modelación de situaciones cotidianas, la argumentación y comunicación de ideas, interpretación y generalización de patrones, etc.

El razonamiento: Se puede entender como un proceso en el cual se organizan y relacionan de manera coherente nuestras ideas para obtener conclusiones, cuando razonamos matemáticamente se pueden entre otras ventajas “Utilizar argumentos propios para exponer ideas, comprendiendo que las matemáticas más que una memorización de reglas y algoritmos, son lógicas y potencian la capacidad de pensar” (MEN, 1998, p. 54)

El razonamiento juega un papel muy preponderante y debe estar presente en todo el procesos de enseñanza de las matemática razón por la cual nuestras actividades en el aula deben estar encaminada a desarrollarlo, debido que se encuentra correlacionado con los otros procesos generales del área y permite en nuestros estudiantes el desarrollo de habilidades como: justificación de patrones y procedimientos, expresar sus ideas utilizando el lenguaje matemático, entre otras.

Para que en nuestras aulas se desarrolle el razonamiento se hace necesario crear un clima de confianza entre los distintos actores, donde se pueda participar de manera activa, con el uso de la pregunta como herramienta de interacción.

La comunicación: Es fundamental porque posibilita que se pueda dar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, por otro lado, es de vital importancia para la adquisición de los otros procesos generales, porque permite que los estudiantes puedan expresar sus ideas utilizando diversas formas como la escrita, verbal y visual.

Por otra parte la comunicación permite en nuestros estudiantes “construir los vínculos entre sus nociones informales e intuitivas y el lenguaje abstracto y simbólico de las matemáticas; cumple también una función clave como ayuda para que los alumnos tracen importantes conexiones entre las representaciones físicas, pictóricas, gráficas, simbólicas, verbales y mentales de las ideas matemáticas.” (MEN, 1998, p. 74). Para que en nuestras aulas de clase se lleve a cabo el proceso de la comunicación se necesita del trabajo cooperativo, de tal manera que nuestros estudiantes puedan compartir sus ideas y construyan los conceptos matemáticos con la interacción con el otro.

La modelación: Permite recrear situaciones de la vida real a contextos matemáticos en otras palabras se entiende la modelación “como el proceso completo que conduce desde la situación problemática real original hasta un modelo matemático.” (MEN, 1998, p. 77)

La modelación es muy importante en la vida real porque se aplica en el desarrollo tecnológico debido a que muchos de los descubrimientos en ciencias traen consigo una relación con un modelo matemático, que permite hacer predicciones y tomar decisiones, también es importante resaltar que la modelación se interrelaciona y complementa con la formulación y resolución de problemas de la vida cotidiana, de allí la importancia de que las actividades de matemáticas en el proceso de enseñanza aprendizaje se centren en estos procesos para que el estudiante alcance mejores niveles en cuanto al pensamiento matemático.

La elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos: Este proceso se relaciona y fortalece con los demás proceso descritos anteriormente y se usa para realizar cálculos en distintos contextos del saber. Según los lineamientos del área de matemáticas “El aprendizaje de procedimientos o “modos de saber hacer” es muy importante en el currículo ya que éstos facilitan aplicaciones de las matemáticas en la vida cotidiana”. (MEN, 1998, p. 81)

El uso de diversos procedimientos no se puede desligar de la comprensión de los conceptos abordados, porque los procedimientos carecerán de significado. Entre los distintos procedimientos se destacan los de tipo aritméticos que tiene que ver con el uso correcto de las operaciones fundamentales y la interpretación de los sistemas numéricos,

los de tipo métricos que se relacionan con los sistemas de medidas y el uso de adecuado de los instrumentos de medición, los de tipo geométricos que enfatizan en el cálculo relaciones espaciales y la interpretación de conceptos geométrico y por último los de tipo analíticos que estudian situaciones de variación y se relacionan con las funciones en la medida que tienen en cuenta sus distintas representaciones.

2.2.4 Contexto

Se puede entender como el conjunto de condiciones socioculturales y ambientales en las cuales se desenvuelven los estudiantes, estas condiciones tiene una gran influencia en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, ya que imprimen las dinámicas en lo que se debe aprender, por eso se hace importante que como docente partamos de situaciones problemas de acuerdo a las necesidades del entorno para generar motivación e interés para edificar en nuestros estudiantes la comprensión de los saberes.

De acuerdo a los estándares básicos de competencia en matemáticas se plantean los siguientes contextos:

El contexto inmediato o contexto de aula, este está constituido por todos los elementos físicos y materiales, además de las condiciones proporcionadas por el docente en una clase; *el contexto escolar o contexto institucional*, conformado por las distintas condiciones física, ambientales, normativas y socioculturales brindadas en plantel escolar así como los agentes que intervienen e interactúan en este espacio y *el contexto extraescolar o contexto sociocultural*, establecido por todas las condiciones externas a la institución a nivel local, regional e internacional

2.2.5 Definición de función cuadrática

Una función de segundo grado con una incógnita es una igualdad algebraica que se puede expresar en la forma: $f(x)= ax^2 + bx + c$, siendo *a, b y c números reales y a≠0*.

Las funciones cuadráticas poseen las siguientes propiedades o características:

El dominio de una función cuadrática es el conjunto de los reales, su gráfica es una parábola Si a>0 la parábola abre sus ramas hacia arriba y Si a<0 la parábola abre sus ramas hacia abajo.

Su gráfica es una parábola que es simétrica y su recta de simetría es paralela al eje y y está dada por la ecuación: $\boldsymbol{x = \frac{-b}{2a}}$

La expresión $f(x)= ax^2 + bx + c$ también se puede transformar de la forma: $y-k=a(x-h)^2$ donde se deduce el vértice (V) que tiene como coordenadas V= (h, k); este se caracteriza por ser el valor máximo o mínimo de la función cuadrática. De otra forma las coordenadas del vértice se pueden obtener de la expresión: $f(x)= ax^2 + bx + c$ mediante la ecuaciones: $\boldsymbol{h = \frac{-b}{2a}}$ y k=f(h)

La gráfica de la función cuadráticas poseen un intercepto con el eje y que se asocia con el parámetro *c* de la expresión $f(x)= ax^2 + bx + c$. Los interceptos con el eje x son importante porque determinan los ceros de la función, es decir cuando y=f(x)=0 y se utilizan en la solución de ecuaciones cuadráticas

La función cuadrática se puede considerar un tema de relevancia en las matemáticas, debido que puede ser utilizado en distintos contexto o ciencias para solucionar una gama de problemas en los cuales se necesita saber el valor máximos o el mínimos u otros detalles entre estos tenemos: La función de costo, la caída libre de los cuerpos, medidas de un puente colgante y diversas situaciones de optimización, por lo tanto se hace necesario que nuestros estudiantes comprendan este tópico, lo que le posibilita la comprensión de otros.

2.3 Marco Legal

2.3.1 Cuadro 1. Normograma

Ley Norma o decreto	Texto legal	Contexto de la norma
Constitución política de Colombia de 1991	**"**Art 67.La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social: con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura."	Es importante enfatizar esta norma porque recuerda la obligación ineludible que posee el estado con la educación de cada uno de sus miembros para que estos puedan acceder al conocimiento y preservación de la cultura
Ley 115 de 1994	**"**Art 22. *Objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de secundaria*(…)c) El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana;"	En este artículo se manifiestan las metas en matemáticas que deben alcanzar los estudiantes de la básica secundaria y el área encargada para alcanzar dichas metas o la que más aporta es las matemáticas.
	"Art 23.Áreas obligatorias y fundamentales. Para el logro de los objetivos de la educación básica se establecen áreas obligatorias y fundamentales del conocimiento y de la	Este artículo resalta la importancia de las matemáticas al considerarla como área fundamental y obligatoria de la formación de los estudiantes.

Ley 115 de 1994	formación que necesariamente se tendrán que ofrecer de acuerdo con el currículo y el Proyecto Educativo Institucional. […] 8. Matemáticas.”	
Ley 115 de 1994	**“**Art 78. Regulación del currículo**.** El Ministerio de Educación Nacional diseñará los lineamientos generales de los procesos curriculares y, en la educación formal establecerá los indicadores de logros para cada grado de los niveles educativos”.	Porque con este artículo se crean las disposiciones para la creación de los lineamientos y estándares curriculares, que son la carta de navegación para las instituciones educativas del país.
Decreto 1860 de 1994	**“Art 14. Contenido del proyecto educativo institucional.** Todo establecimiento educativo debe elaborar y poner en práctica con la participación de la comunidad educativa, (…)4.- La estrategia pedagógica que guía las labores de formación de los educandos”.	Con este artículo se propende la construcción de los PEI de acuerdo a las necesidades y realidades de las instituciones educativas en cual se contemplen las acciones para la formación y en cual se incluyen muchos aspectos didácticos y pedagógicos.
Ley 715 de 2001	*“Art 5 Competencias de la Nación en materia de educación.* (…)5.5. Establecer las normas técnicas curriculares y pedagógicas para los niveles de educación preescolar, básica y media, sin perjuicio de la autonomía de las instituciones educativas y de la especificidad de tipo regional.**”**	

Decreto 1290 de 2009	**"Art 1**. Evaluación de los estudiantes. La evaluación de los aprendizajes de los estudiantes se realiza en los siguientes ámbitos: (…)3. Institucional. La evaluación del aprendizaje de los estudiantes realizada en los establecimientos de educación básica y media, es el proceso permanente y objetivo para valorar el nivel de desempeño de los estudiantes.**"**	Por ser la evaluación uno de los aspectos más importante en el proceso de enseñanza aprendizaje, debido a que permite reflexionar y tomar medidas para corregir dificultades que se hayan presentado durante el proceso para mejorarlo.

Fuente: Adaptado Mosquera (2014)

2.3.2 Contexto Internacional

En el plano internacional se destacan los estudios realizados PISA/OCDE que reflejan la importancia de la alfabetización o competencia matemática que es definida como lo manifiesta Rico "la capacidad de un individuo para identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, hacer juicios fundados y usar e implicarse con las matemáticas en aquellos momentos que presenten necesidades para su vida individual como ciudadano" (como se cita en OECD, 2004, p. 3; OECD, 2003, p. 24). Lo anterior enfatiza en ir más lejos de los contenidos y profundizar en la resolución de problemas de la vida cotidiana de allí que se piense que en las competencias deben estar presente en todo el currículo antes que los simples contenidos que no trasciendan a la vida de nuestros estudiantes.

Por otra parte este estudio destaca que los estudiantes deben comprender los procesos de *cambios y las relaciones,* debido a que estos se encuentran presente en diversos fenómenos naturales y de la vida cotidiana que se pueden expresar con distintos tipos de funciones matemáticas e igualdades y además se pueden representar con gráficas, tablas, símbolos o dibujos.

2.3.3 Contexto Nacional

En el plano nacional se destacan los aportes realizados en el foro educativo nacional 2014: ciudadanos matemáticamente competentes. Del cual se destaca la frase: “Hacer las matemáticas más cercanas al ejercicio de la ciudadanía y a la comprensión del mundo para los diferentes actores de la comunidad educativa, implica demostrar que las matemáticas son para todos y se construyen con todos” (MEN, 2014)

En este documento se prioriza la búsqueda por obtener mejores aprendizajes por parte de los estudiantes en el área de las matemáticas para tal fin se enfatiza en “los ambientes de aprendizaje, la evaluación de los aprendizajes y los procesos de formación de los agentes educativos, que desarrollan la perspectiva de la formación matemática centrada en el desarrollo de competencias.” (MEN, 2014). En síntesis se quiere que todos los estudiantes del país sean unos buenos ciudadanos con altas competencias en matemáticas, para lograr la equidad y disminuir la brecha social.

2.3.4 Contexto Regional

A nivel regional se destaca que la gobernación de Antioquia con su lema: Antioquia la más educada ha hecho grandes esfuerzos para mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje en especial en las matemáticas y fue así como han creado programas como el plan de mejoramiento de la enseñanza y apropiación de las matemáticas en Antioquia 2012 – 2015, el cual está apoyada por la Red Matemática Antioquia que tiene como meta acercar a la comunidad con las matemáticas y ha creado diferentes herramientas para mejorar la enseñanza y apropiación de las matemáticas en el departamento.

2.3.5 Contexto Institucional

Para abordar el contexto se tuvo en cuenta como aspectos fundamentales los elementos del PEI como las políticas de calidad, la misión y la visión institucional.

La institución tiene como política de calidad la formación integral, incluyente y para la vida, de igual manera propende por tener un ambiente acogedor, con canales efectivos para la comunicación y con prácticas pedagógicas que permitan la formación de ciudadanos emprendedores y competentes.

Por otra parte tiene como misión ofrecer una formación integral en la cual se destaca el aprender a: ser, conocer, hacer y convivir, así como la protección y la preservación de su medio, lo cual posibilite en sus estudiantes mejorar su calidad de vida y la de los participantes de la comunidad en que se desenvuelve.

2.4 Marco Espacial

2.4.1 I E R Yarumito

Esta institución educativa se encuentra en la vereda Yarumito del municipio de Barbosa del departamento de Antioquia, al lado derecho del río Medellín., cercana al Kilómetro 4 de la Vía al Nordeste. Esta institución se caracteriza porque a esta llegan estudiantes de diferentes veredas del municipio lo cual hace que la población sea muy diversa.

Para este trabajo tendré en cuenta aspectos relevantes de la investigación cualitativa para la elaboración de una monografía de análisis de experiencias, por tal razón, se abordará por medio del estudio de casos el cual permite medir, analizar y luego reflexionar sobre aspectos particulares de una población, para esta propuesta se contará con la participación de estudiantes del grado 9B de la IER Yarumito estos oscilan entre los 13 y los 18 años de edad. Se cuenta con mujeres y hombres que en una gran mayoría habitan la zona rural y se sitúan entre los estratos 1 y 2. Por otra parte es importante resaltar que una parte de la población es flotante, debido a que los padres se dedican al cuidado de las fincas de recreo y labores agrícolas a esto se le suma la escasa formación académica, ya que en su mayoría solo han realizado hasta la básica primaria.

En cuanto al equipo de docente la institución cuenta con 3 docentes para el área de matemáticas distribuidos desde 6º hasta 11º de los cuales 2 de ellos están vinculados bajo el decreto 1278 y uno al 2277, entre los títulos obtenidos en el pregrado tenemos que 2 de ellos son licenciados en matemáticas y física y uno profesional en el área de economía, el equipo de docente se caracteriza por su entrega y búsqueda constante de mejores estrategias para la enseñanza y el aprendizaje.

En este trabajo se elegirán de manera aleatoria una muestra de los estudiantes y se le aplicará una prueba diagnóstica que se compone de 6 preguntas la cual tiene en cuenta las 4 dimensiones de la comprensión con el fin de determinar su nivel de comprensión acerca de las funciones cuadráticas de variable real, de acuerdo a los resultados

obtenidos se realizará un análisis para determinar posibles factores que dificultan la comprensión.

Seguido a esta actividad se formula la propuesta didáctica curricular bajo el marco de la enseñanza para la comprensión con sus respectivos elementos que aborde las funciones cuadráticas de variable real. Se hará una prueba de salida para determinar qué impacto tiene la aplicación de la propuesta y se finaliza con las conclusiones, alcances y aportes de la propuesta abordada.

3. Diseño metodológico

3.1 Tipo de Investigación: Profundización de corte monográfico

Para este caso utilizaremos la monografía de análisis de experiencias (o estudio de casos): Se realizan estudios de investigación prácticos o experimentales. Se describe paso a paso. Se comparan con otros estudios similares. Se emiten conclusiones. Para este caso se utilizará un grupo experimental al cual se le realiza una prueba diagnóstica y luego se le aplica la propuesta que consta de una serie de actividades tendientes a la comprensión del concepto de funciones cuadráticas en un grupo de control.

3.2 Método

En este trabajo se tuvo en cuenta el método inductivo que consiste en partir de concepciones particulares para obtener otras más generales

Para el desarrollo de la propuesta didáctica para la enseñanza de las funciones de segundo grado de variable real en el marco de la enseñanza para la comprensión en el grado 9 de la IER Yarumito se realizó el siguiente recorrido:

- Se aplicó una prueba diagnóstica de entrada (pre-test) que tenía como meta principal saber cuáles eran las dificultades y fortalezas que poseían los estudiantes frente a la temática, así como la identificación de los saberes previos sobre las funciones cuadráticas, esta prueba constaba de 6 preguntas las cuales eran abiertas para saber la comprensión que tenían los estudiantes acerca de las funciones cuadráticas y por último se realizó un análisis de los resultados obtenidos.

- Se diseñó y aplicó una propuesta de enseñanza- aprendizaje que recogiera aspectos importantes del marco de la EpC para de esta manera abordar la temática, esta propuesta recogían entre varios aspectos: la elaboración y desarrollo de actividades de exploración de la temática, la observación y análisis de videos, elaboración de mapas conceptuales, construcción de maquetas utilizando materiales del medio, resolución de ejercicios además se realizó una retroalimentación continua de cada una de las actividades con el fin de afianzar la comprensión .

- Y por último se aplicó una prueba de salida (post- test) para determinar los niveles de comprensión alcanzados por los estudiantes después de haber desarrollado la propuesta didáctica para la enseñanza de las funciones de segundo grado de variable real en el marco de la enseñanza para la comprensión en el grado 9 de la IER Yarumito y se hizo su posterior análisis.

3.3 Enfoque: Cualitativo de corte etnográfico

El enfoque cualitativo de corte o estudio etnográfico permiten establecer relaciones entre variables o constructos que describen y explican un fenómeno. En la indagación cualitativa su papel auxiliar implica proveer de ideas no contempladas, pero que desde luego, se ajustan al contexto.

Los enfoques cualitativos son flexibles y abiertos, y su desarrollo debe adaptarse a la circunstancias del trabajo final de maestría. Por otra parte, los métodos inductivos normalmente incluyen elementos de más de un tipo de diseño cualitativo.

Ahora bien; Los diseños etnográficos pretenden describir y analizar ideas, creencias, significados, conocimientos y prácticas de grupos, (Patton, 2002). Incluso pueden ser muy amplios y abarcar subsistemas socioeconómico, educativo como en nuestro caso, político, sociales, científicos y tecnológicos. En conclusión la etnografía implica la descripción e interpretación profundas de la situación o tema seleccionado (Cresewll, 1998).

3.4 Instrumento de recolección de información

Para la obtención de la información se utilizaron:

Fuentes primarias: Esta son importantes porque nos permiten obtener la información de primera mano de forma directa, en este trabajo utilizamos cuestionarios uno de entrada para diagnosticar los conocimientos previos y uno de salida para determinar el impacto de la aplicación de la propuesta, este cuestionario contenía 6 preguntas abiertas acerca de las funciones cuadráticas.

Fuentes secundarias: estas las utilizamos para fortalecer el trabajo entre estas se destacan los libros sobre enseñanza para la comprensión, estándares y lineamientos del área de matemáticas entre otros libros normativos, bases de datos para determinar estado del arte, y otras fuentes del internet, que le dan sustento al trabajo.

3.5 Cronograma

Tabla 3-1 Planificación de actividades

FASE	OBJETIVOS	ACTIVIDADES
Fase 0: Caracterización	Identificar y caracterizar metodologías para la enseñanza de las funciones cuadráticas.	0.1 Indagación bibliográfica sobre el marco de enseñanza para la comprensión 0.2 Rastreo bibliográfico sobre metodologías para la enseñanza de las funciones cuadráticas. 0.3 Rastreo bibliográfico sobre la documentación del MEN enfocados a los estándares en la enseñanza de las funciones cuadráticas, la modelación y la enseñanza de la matemática en grado noveno. 0.4 Revisión bibliográfica sobre EpC aplicada para la enseñanza de las funciones cuadráticas
Fase 1: Diagnostica y analítica	Diagnosticar qué falencias influyen para que los estudiantes del grado 9 de la IER Yarumito no comprendan las funciones cuadráticas de variable real a través de un cuestionario.	1.1 Diseño y aplicación de cuestionario para determinar los preconcepto 1.2 Análisis de los resultados del diagnóstico en la comprensión de las funciones cuadráticas mediante una matriz de resultados acerca de la temática
Fase 2: Diseño	Diseñar una propuesta didáctica curricular basada en el marco de la EpC que posibilite el aprendizaje de las funciones cuadráticas de variable real para fortalecer las competencias en el pensamiento variacional.	2.1 Diseño y construcción de guías de clase basadas en el marco de la EpC para la modelación de las funciones cuadráticas en los números reales. 2.2 Diseño y construcción de actividades didácticas basadas en el marco de la EpC para la modelación de las funciones cuadráticas en los números reales.
Fase 3: Intervención	Aplicar esta propuesta didáctica en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las funciones cuadráticas de variable real.	3.1. Implementación de la estrategia didáctica de enseñanza propuesta.
Fase 4: Análisis y Evaluación	Evaluar cómo esta aplicación de la propuesta didáctica influye en el desempeño de los estudiantes frente al aprendizaje de las funciones cuadráticas de variable real.	4.1. Construcción y aplicación de actividades evaluativas durante la implementación de la estrategia didáctica propuesta. 4.2. Construcción y aplicación de una actividad evaluativa al finalizar la implementación de la estrategia didáctica propuesta. 4.3. Realización del análisis de los resultados obtenidos al implementar la estrategia didáctica en los estudiantes de grado noveno de la I E Yarumito.

Tabla 3-2 Cronograma de actividades

ACTIVIDADES	SEMANAS															
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
Actividad 1.1	X	X														
Actividad 1.2		X	X													
Actividad 1.3		X	X													
Actividad 1.4			X	X												
Actividad 2.1				X	X	X	X									
Actividad 2.2				X	X	X	X									
Actividad 2.3				X	X	X	X									
Actividad 3.1						X	X	X	X	X	X	X	X			
Actividad 4.1												X	X	X		
Actividad 4.2												X	X	X		
Actividad 4.3															X	X

4. Trabajo Final

4.1 Desarrollo y sistematización de la propuesta.

Para el desarrollo e intervención de este trabajo se parte de lo establecido en los objetivos y en el cronograma de actividades; mediante la estructura de fases correspondientes que serán descritas a continuación.

Fase 0: Caracterización

Para esta fase se tenía como meta principal la identificación y caracterización de metodologías que han sido implementadas para abordar el proceso de enseñanza - aprendizaje de las funciones cuadráticas.

Descripción general de la fase

Durante esta fase se realizó un rastreo bibliográfico sobre el marco de enseñanza para la comprensión, por otra parte, se indagó acerca de la documentación del MEN enfocados a los estándares y lineamientos curriculares de matemática especialmente a lo que se relaciona con la enseñanza de las funciones cuadráticas, la modelación y la enseñanza de la matemática en grado noveno. Y se concluyó con la revisión de algunos trabajos relacionados con el proceso de enseñanza de las funciones cuadráticas.

A continuación se hace algunas precisiones de lo expresado anteriormente:

Rastreo bibliográfico sobre el marco de la EpC: Se consultaron en primera instancia los libros acerca del marco de EpC como fueron: La enseñanza para la comprensión: vinculación entre la investigación y la práctica y La enseñanza para la comprension : guia para el docente, estos fueron de vital importancia para la construcción de la propuesta de enseñanza, ya que nos pertieron tener el soporte o las bases tanto teóricas como prácticas deeste modelo de esseñanza, además se consultaron otras fuentes que también se referian al marco de la EpC.

Rastreo bibliográfico referente a la enseñanza de las funciones cuadráticas: Se realizó la búsqueda consultando en diversas fuentes como: revistas, documentos, páginas web, trabajos entre otros referentes que han sido producidos acerca de la manera de abordar la enseñar el tema de las funciones cuadráticas, todo lo anterior fue utilizado, como soporte y punto de partida de este trabajo de grado los cuales sirvieron como referente al presente trabajo. Con lo cual pude contrastar que no se había realizado un trabajo consciente de las funciones cuadráticas bajo el marco de la EpC hasta ese momento.

Rastreo bibliográfico acerca de los estándares y lineamientos de matemáticas: para este se tomaron las cartillas de los estándares básicos de competencias y los lineamientos en el área de matemáticas propuestos por el MEN, en lo que se encuentra las pautas básicas que los docentes debemos tener en cuenta para el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas

Revisión bibliográfica sobre trabajos para el proceso de enseñanza de las funciones cuadráticas para esta etapa se hizo búsqueda de los distintos trabajos realizados acerca del proceso de enseñanza aprendizaje de las funciones cuadráticas, para estos se consultaron, revisaron y analizaron trabajos realizados en el contexto local regional e internacional de estos se tuvieron algunas recomendaciones para tener en cuenta en la propuesta.

Fase 1: Diagnostica y analítica

Descripción general de la fase

Para el desarrollo de esta fase se diseñó y construyó un test, el cual sirvió de pre-test y post- test, para evaluar la ganancia de aprendizaje obtenido por los estudiantes. Con el pre test se realiza la identificación de las falencias frente a las funciones cuadráticas y posteriormente se realiza el análisis frente a los resultados obtenidos en el pre test

Diseño y construcción de un test: para determinar los conocimientos previos y falencias presentadas por parte de los estudiantes para planear las distintas actividades pertinentes a mejorar la comprensión de las funciones cuadráticas el test, que sirvió de pre-test y pos-test. Esta conformado de 6 preguntas abiertas acerca del tema.

Aplicación y análisis del pre test: en esta aparte se les aplica la prueba a los estudiantes y luego se hace un análisis para determinar las falencias de los estudiantes frente a la temática de las funciones cuadráticas, para determinar la viabilidad de la propuesta.

Fase 2 Diseño

Esta fase tiene como finalidad diseñar algunas actividades para la enseñanza de las funciones cuadráticas

Descripción general de la fase

Se diseñaron y construyeron la unidad y las guías de actividades para la enseñanza de conceptos relacionados con las funciones cuadráticas y se planearon algunas actividades didácticas y guías utilizando las TIC para la enseñanza de conceptos relacionados con el tema.

Teniendo en cuenta lo anterior se pueden precisar algunas actividades:

Diseño y construcción de unidad y actividades didácticas: Para la elaboración de los módulos se consultaron algunos textos de matemáticas y sitios web, de los cuales se tomaron referencias para el desarrollo de las funciones cuadráticas

FASE 3: Intervención

Para el desarrollo de la propuesta se aplicaron las actividades propuestas teniendo en cuenta la metodología del estudio de casos en el grado 9° de la institución educativa rural Yarumito , cabe destacar que estas es una es de carácter oficial y está ubicada en la vereda Yarumito del municipio de Barbosa y la experiencia se realizó durante el año 2015.

Descripción general de la fase

Se implementó la propuesta de enseñanza – aprendizaje acerca de las funciones cuadráticas mediante la aplicación de los módulos diseñados y el desarrollo de las actividades didácticas

Fase 4: Análisis y Evaluación

Esta fase pretende evaluar la ganancia de aprendizaje, obtenida mediante la implementación de la propuesta de enseñanza –aprendizaje de las funciones cuadráticas planteada por medio del estudio de caso en los estudiantes del grado 9° del año 2015 de la Institución Educativa rural Yarumito

Descripción general de la fase

En esta fase y durante la implementación propuesta de enseñanza – aprendizaje de las funciones cuadráticas se realizaron algunas actividades evaluativas, tales como la realización de talleres de carácter numérico y de preguntas abiertas después de ver algunos videos. Además, mediante la aplicación del post–test, se pudo estimar la comprensión de los estudiantes frente al tema de aprendizaje y luego se aplica estos con los obtenidos en el pre-test. Además mediante las preguntas abiertas se pudo estimar que los estudiantes si tienen una mejor comprensión del concepto de las funciones cuadráticas Al final se hizo un análisis de los resultados obtenidos al implementar la propuesta de enseñanza – aprendizaje las funciones cuadráticas en los estudiantes de grado 9° de la Institución Educativa Rural Yarumito.

4.2 Resultados

4.2.1 Diagnóstico y análisis de la prueba (pre test)

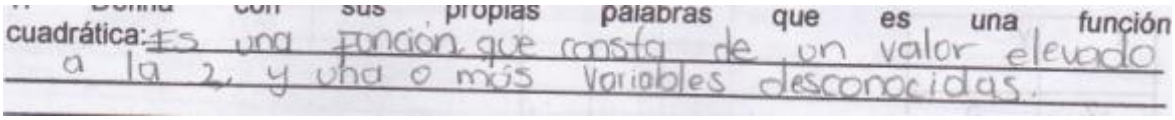
En primera instancia después de aplicar el cuestionario se procedió al posterior análisis para determinar los saberes de los estudiantes frente a la temática de las funciones cuadráticas, para nuestro caso la prueba fue aplicada a estudiantes de grado 9 de la institución educativa Yarumito, esta prueba se le aplicó a 28 estudiantes (ver anexo 1)

Pregunta 1

En esta se le pide al estudiante que exprese la definición de función cuadrática para saber qué idea tenían sobre el tema, ya que es lo primero que se abordar de la temática

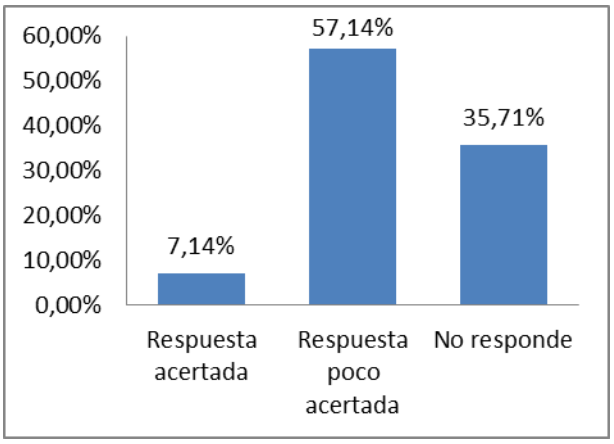
y se considera importante que el estudiante maneje y comprenda los aspectos teórico para luego articularlo a la práctica. Los estudiantes que estuvieron cerca de la respuesta, se limitaron a contestar que la función cuadrática era una función de que contiene grado 2. Como se evidencia en la figura 4-1

Figura 4-1: Definición de función cuadrática por un estudiante en el pre test



En este ítem se observó que los estudiantes en su gran mayoría no tenía una idea clara de la definición de la función cuadrática ya que la mayoría contestó de forma no acertada 57.14% o no respondieron la pregunta 35.72%, mientras tanto los estudiantes que tuvieron una aproximación al concepto equivalen al 7,14% como se muestra en la figura 4-2

Figura 4-2: Frecuencias relativa frente a la pregunta 1



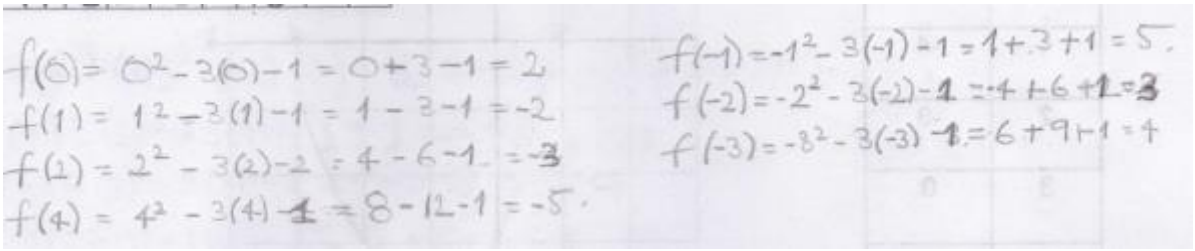
Por lo tanto se debe reforzar esta definición y buscar alternativas encaminadas a que los estudiantes comprendan el significado de la función cuadrática y de esta reconozca cada uno de sus elementos y su importancia.

Pregunta 2

Esta pregunta se le pide al estudiante que complete la tabla de valores de la función $f(x) = x^2-3x-1$ cuando la variable x toma como valores: 2, 0, -1, -3, -2, 4, 1. Esta actividad tiene como objetivo diagnosticar si los estudiantes, evalúan polinomios cuadráticos de

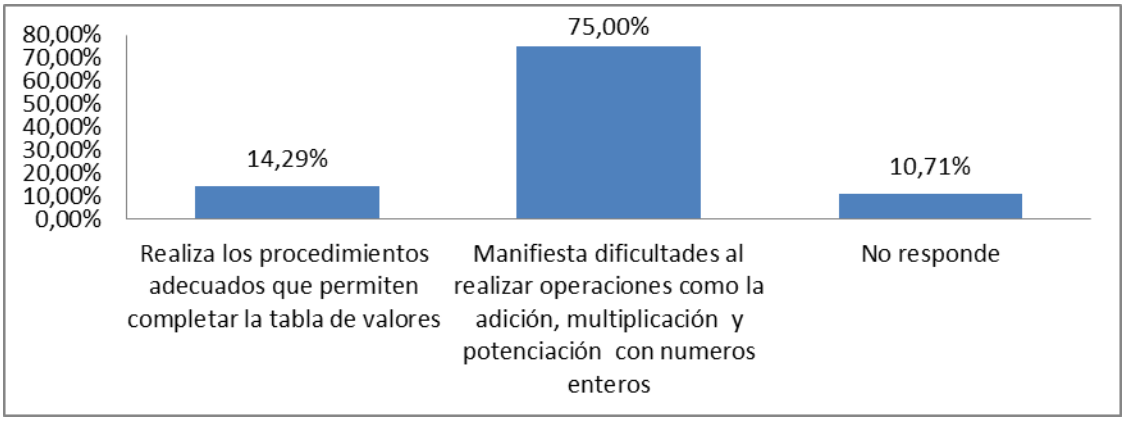
manera adecuada, utilizan bien ley de los signos tanto para la suma, multiplicación y la potenciación. Entre los errores más frecuentes encontramos que al realizar operaciones básicas como al sumar enteros aplicaban ley de los signos de multiplicación, al elevar el cuadrado una cantidad negativa obtenían valores negativos, al multiplicar por cero obtenían como resultado el mismo factor, al resolver el producto de 2 factores aplicaban de forma inadecuada la ley de los signos, es decir cuando multiplicaban 2 enteros de signo diferente obtenían un resultado positivo o al multiplicar dos negativo el resultado era negativo, como se muestra en la figura 4-3

Figura 4-3: Procedimiento utilizado por un estudiante para completar a tabla de valores de la función $f(x) = x^2-3x-1$ en el pre-test



En este pregunta los estudiantes que realizaron los procedimientos en forma correcta equivalen al 14.29%, por el contrario se observó que algunos no respondieron 10.71% y otros cometieron diversos tipos de errores que no permitieron que desarrollaran la actividad de manera satisfactoria que representaba el 75 % como se muestra en la figura 4-4

Figura 4-4: Frecuencias relativa frente a la pregunta 2



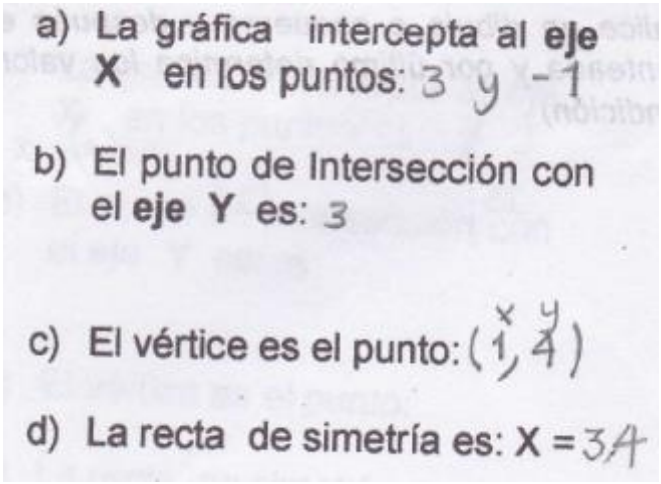
Este diagnóstico nos arroja que se debe hacer especial énfasis en que los estudiantes realicen actividades pedagógicas encaminadas para que estos entiendan y comprendan cómo se debe evaluar un polinomio cuadrático, teniendo en cuenta las operaciones en los números reales.

Pregunta 3

En esta se le da al estudiante la gráfica de una función cuadrática y se le pide que de la coordenadas de los elementos de una parábola como son**:** interceptos con los eje Y y X, vértice y la recta de simetría. El objetivo de esta actividad es que el estudiante identifique las coordenadas de los elementos de la gráfica de la función cuadrática para poder comprenderla y aplicarla en diversas situaciones.

En este ítem se observó que los estudiante en su mayoría no acertaron las preguntas relacionadas, debido a que no tenían claro los elementos de un función cuadrática que se les pedía, a lo anterior se le suma que el estudiante no consideraba un punto como una coordenada rectangulares de un plano cartesiano de la forma p(x, y) sino como una sola componente de x o y aislada como se evidencia en la figura 4-5

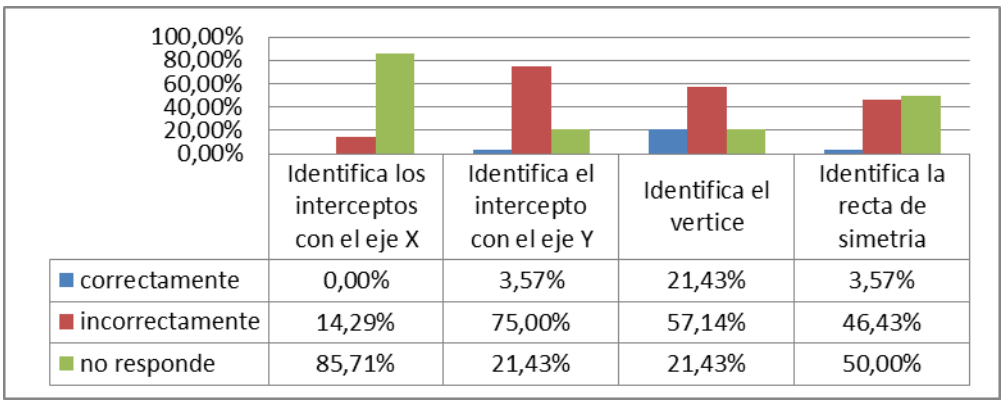
Figura 4-5: Respuestas dada por un estudiante frente a la identificación de los elementos de la gráfica de una parábola



En esta pregunta es donde se mira menor cantidad de aciertos por parte de los estudiantes si analizamos cada uno de los interrogantes observamos que en la pregunta de encontrar las coordenadas del intercepto con en el eje x no se tuvieron aciertos, el 14.29% responde de manera incorrecta y el 85.71% no responde la pregunta, en cuanto a las coordenadas del intercepto con el eje y sólo el 3.57% responde de forma adecuada, el 75% de manera incorrecta y el 21,43% no responde. En cuanto a la coordenadas del

vértice el 21,43% responde de manera acertada, el 57.14% de manera incorrecta y el otro 21.43% no responde. Y finalizamos el análisis con la identificación de la ecuación dela recta de simetría el 3.57% respondió de manera acertada, el 46.43% responde de manera incorrecta y el 50 % no respondió la pregunta cómo se evidencia en la figura 4-6

Figura 4-6: Frecuencias relativa frente a la pregunta 3



	Identifica los interceptos con el eje X	Identifica el intercepto con el eje Y	Identifica el vertice	Identifica la recta de simetria
correctamente	0,00%	3,57%	21,43%	3,57%
incorrectamente	14,29%	75,00%	57,14%	46,43%
no responde	85,71%	21,43%	21,43%	50,00%

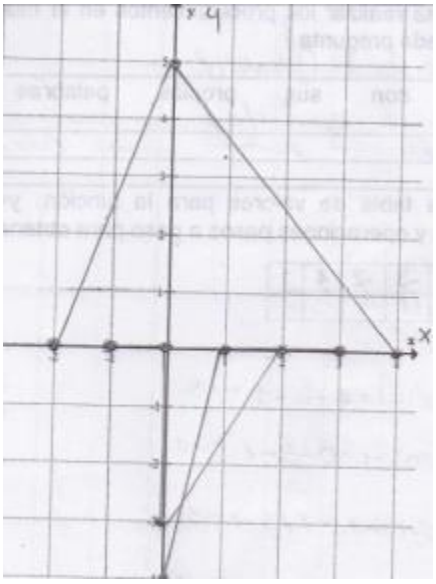
Con lo anterior se evidencia que no se identifican los elementos principales de la gráfica de la función cuadrática por lo cual se requiere una intervención en este aspecto.

Pregunta 4

En esta se le da la una tabla de valores que contiene pares ordenados para que el estudiante a partir de estos grafique la parábola correspondiente, se requiere que el estudiante pase de la representación tabular de la función a su representación gráfica

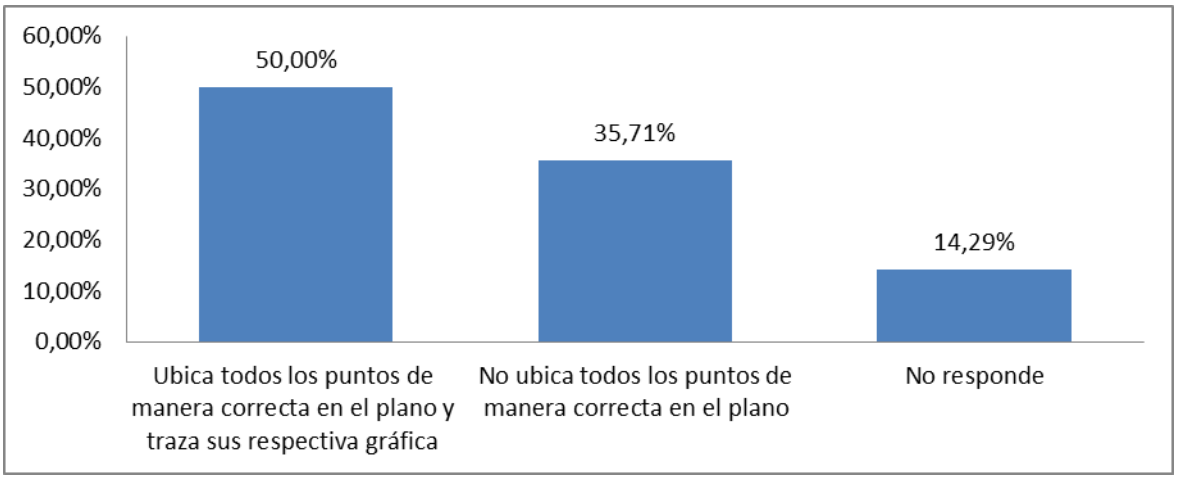
En este ítem se observa que los estudiante poseen mayor dominio frente a la temática de funciones cuadráticas porque se evidencia más aciertos que en las otras preguntas, aunque se observan casos preocupante donde algunos estudiantes no tenían en cuenta el plano cartesiano como un todo por ejemplo al ubicar los puntos (-2,5), (2,-3) se ubicaban primero en -2 en el eje x y marcaban un punto, luego se ubicaban en el 5 en el eje y marcaban un punto y luego unían estos 2 puntos mediante una línea recta. Otros invertían las coordenadas es decir en vez de graficar (-2,5) graficaban (5,-2) por lo cual se evidencia que algunos estudiantes poseen dificultad al ubicar puntos en el plano cartesiano como se muestra en la figura 4-7.

Figura 4-7: Representación gráfica de la tabla de valores por un estudiante el pre-test



De esta pregunta se analizó que el 50 % de los estudiantes realizaron la gráfica de manera correcta, el 35.71 % cometieron errores al ubicar algunos de los puntos en el plano cartesiano lo cual trajo como consecuencia la no obtención de la gráfica que se pedían y el 14.29% no realizó la actividad, como se muestra en la figura 4-8

Figura 4-8: Frecuencias relativa frente a la pregunta 4



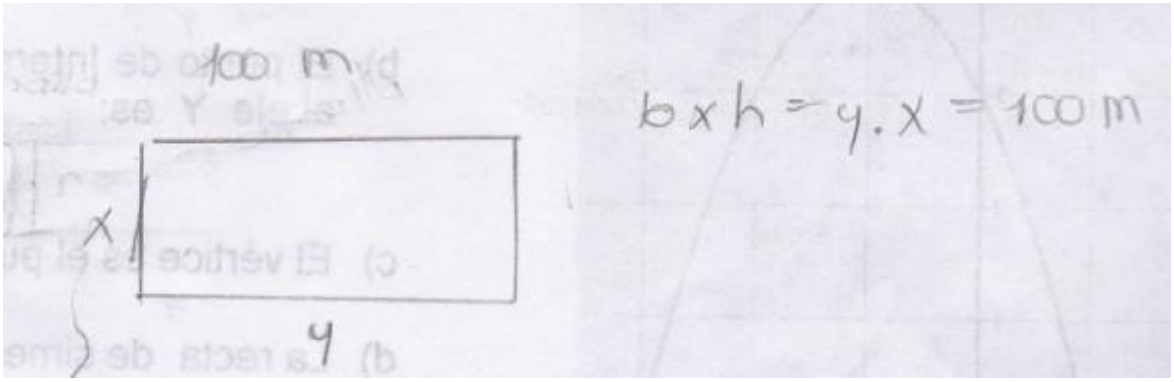
De acuerdo a las dificultades mostradas anteriormente se hace importante en primera instancia que los estudiantes comprendan cómo se debe ubicar los puntos en el plano cartesiano y cómo graficar una parábola a partir de sus elementos principales

Pregunta 5

En esta se le plantea al estudiante la siguiente situación "*Si se tiene 100 metros de malla para encerrar un terreno que tenga forma rectangular. Si uno de los lados del terreno no se debe enmallar debido a que se encuentra a orillas del río ¿Cuál es el área máxima que puede cercarse? (para solucionar: realice un dibujo o esquema y después escriba las ecuaciones que muestre la situación planteada y por último determine los valores del ancho y el largo que cumplan con la condición, sugerencia: haga y= largo y x= ancho)"*
Para resolverlo el estudiante debe modelar y luego encontrar el máximo de la función, En esta situación se evidencia una de las tantas aplicaciones de la funciones cuadráticas y se le pedía al estudiante que solucionara esta situación problema utilizando una serie de pasos y tuvieran en cuenta algunos conceptos matemáticos como el de perímetro y área para crear un modelo matemático el cual conllevaba a una función cuadrática la cual se utiliza para solucionar problemas de optimización, para lo cual el estudiante debe encontrar el vértice de la función para solucionar el problema.

En este ítem se evidencio que los estudiante poseían mayor dificultad porque ninguno pudo solucionar el problema, lo cual lleva a pensar que el estudio de las funciones cuadráticas se ha quedado en la simple aplicación de algoritmo, dejando de lado la resolución de problemas, los cuales conllevan a los estudiantes a tener una comprensión de las matemáticas frente a la vida cotidiana. Algunos de los estudiantes participantes solo dibujan un rectángulo y no pudieron hacer una conexión con la situación como se evidencia en la figura 4-9

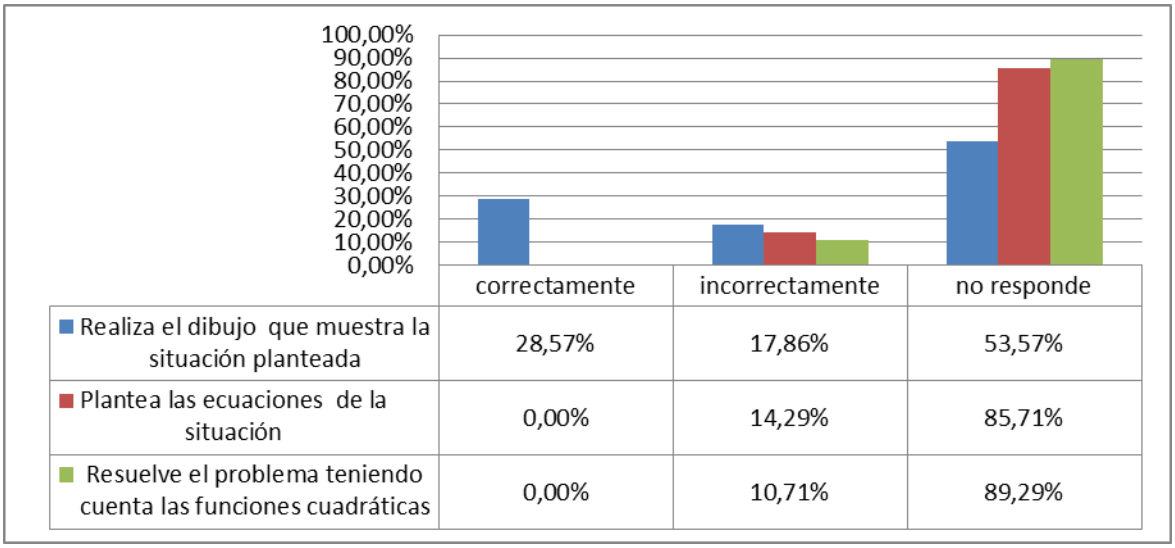
Figura 4-9 Procedimiento realizado por un estudiante para resolver la situación problema



En esta situación se estudiaron la habilidad que poseían los estudiantes para realizar un esquema o dibujo que ilustrara la situación planteada el 28,57% realizó la actividad de manera correcta, el 17.86 % de forma incorrecta y 53.57% no realizaron esta actividad.

Frente al planteamiento de las ecuaciones que modelan la situación ninguno de los estudiantes planteó la situación de manera completa de los cuales el 14.29% la plantean de manera incorrecta mientras que el 85.71% no hizo el intento. Como el estudiante no realizó la actividad anterior difícilmente plantearía la situación mediante una ecuación cuadrática por lo que el 10.71% resuelve el problema de forma incorrecta y el otro 89.29% no responde a la actividad:

Figura 4-10: Frecuencias relativa frente a la pregunta 5



	correctamente	incorrectamente	no responde
Realiza el dibujo que muestra la situación planteada	28,57%	17,86%	53,57%
Plantea las ecuaciones de la situación	0,00%	14,29%	85,71%
Resuelve el problema teniendo cuenta las funciones cuadráticas	0,00%	10,71%	89,29%

En consecuencia con los resultados reflejados se hace importante trabajar las funciones cuadráticas mediante actividades de enseñanza que permitan la experimentación de situaciones mediante la solución de problemas similares que posibiliten la comprensión del mismo y de otros que permitan que el estudiante vea las funciones cuadráticas como una herramienta para la vida cotidiana

Pregunta 6

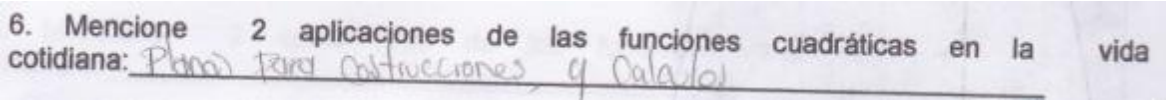
Mencione 2 aplicaciones de las funciones cuadráticas en la vida cotidiana

---

Esta actividad tiene como meta fundamental averiguar acerca de las situaciones de la vida cotidiana que identifica nuestro estudiante en las cuales pueden hacer uso de las funciones cuadráticas.

En este aspecto se corroboró que los estudiantes conocen de manera poco profunda las aplicaciones de las funciones cuadráticas y otros las desconocen o dan su opinión acerca del tema como se muestra en la figura 4-11

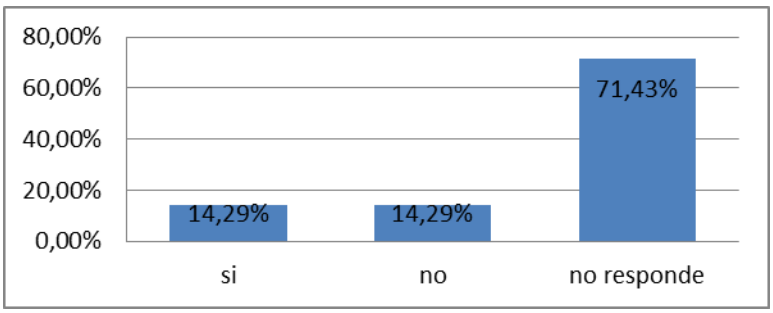
Figura 4-11 Respuesta dada por un estudiante en el pre-test frente a las aplicaciones de las funciones cuadráticas.



.

Frente a esta pregunta se obtuvieron como resultado que el 14,29% si identifican algunas aplicaciones de las funciones cuadráticas en la vida cotidiana, mientras el 14,29 % no debido a que sus respuestas no fueron acertadas y el otro 71,42% no respondió. Como se resume en la figura 4-12.

Figura 4-12: Frecuencias relativa frente a la pregunta 6



Lo anterior nos lleva a reflexionar frente al proceso de enseñanza aprendizaje de las funciones cuadráticas, porque nuestros estudiantes desconocen sus múltiples aplicaciones en la vida cotidiana, lo cual convierte esta temática en un tema que se puede aplicar en distintas situaciones, contextos o ciencias.

Lo anterior hace que se plantee una propuesta de enseñanza en el marco de la EpC para mitigar estas falencias manifestadas por nuestros estudiantes.

4.2.2 Diseño de la propuesta didáctica

Esta propuesta tiene como meta el cumplimiento del objetivo general, así como cada uno de los objetivos específicos, se realiza teniendo en cuenta los elementos fundamentales del marco de EpC como son: los tópicos generativos, metas de comprensión, desempeño de comprensión y la valoración continua agrupados en las diversas fases como son: la exploratoria, investigación guiada y el proyecto final o de síntesis, en las cuales se observa la coherencia entre los distintos elementos que fueron expuesto en el capítulo 2,

con base a lo anterior se propone y se presenta el Diseño de la estructura didáctica basada en el marco de la EpC que posibilite el aprendizaje de las funciones cuadráticas de variable real para fortalecer sus competencias en el pensamiento variacional.

Por otro lado hay que resaltar que el diseño de la propuesta se utilizó como guía de evaluación y ruta de aprendizaje y se fijó en un lugar visible del aula de clases.

Tópico generativo: ¿Cuál es la función con la que puedo modelar una parábola y cuáles aplicaciones encuentro en mi cotidianidad?

Metas de Comprensión

Metas de comprensión	**Afirmaciones**	**Hilos conductores**	**Dimensiones**
MC1	Los estudiantes comprenderán cuál es la función más simple que modela una parábola e identificarán esta forma en diversas situaciones de la vida cotidiana.	¿Cuáles son los diversos fenómenos o casos donde observamos formas parabólicas? ¿Cuál es la función más simple que modela una parábola?	*Contenido* *Método* *Propósito* Formas de Comunicación.
MC2	Los estudiantes comprenderán de la función más simple que modela una parábola como dibujar su gráfica e identificaran sus principales elementos.	¿Cómo puedo graficar la función más simple que modela una parábola? ¿Cómo puedo identificar encontrar los elementos principales en la gráfica de la función más simple que modela una parábola?	*Contenido* *Método* *Propósito* Formas de Comunicación.
MC3	Los estudiantes comprenderán de la función más simple que modela una parábola puede ser aplicada para la solución de problemas en diversos contextos de su cotidianidad	¿Cómo puedo aplicar esta función para la solución de problemas en diversos contextos de su cotidianidad?	Contenido Método Propósito Formas de Comunicación.

Fase exploratoria de la valoración continúa

Metas de Comprensión	Desempeños de comprensión	Valoración Continúa	
		Criterios	**Retroalimentación**
MC1	Se realizará una lluvia de ideas en la que los estudiantes enuncian los conocimientos que tenga de función.	Existe coherencia y veracidad sobre las ideas enunciadas.	Entre docente y estudiantes harán puesta en común acerca de las ideas expuestas haciendo aclaraciones pertinentes.
MC1	Consulta del concepto de parábola y su representación geométrica y del concepto de función. (Actividad 1.1)	Existe coherencia y veracidad sobre los conceptos a tratar	El docente hace las aclaraciones pertinentes sobre la actividad
MC1	Lectura del documento: “Funciones cuadráticas” y construcción de un mapa conceptual a partir de este, en parejas. (Actividad 1.2)	Existe coherencia y en el mapa conceptual.	Entre docente y estudiantes harán puesta en común acerca de las ideas expuestas haciendo aclaraciones pertinentes.
MC1	Los estudiantes deben consultar y realizar un collage que contenga imágenes acerca de la parábola en situaciones de la vida cotidiana, así como la importancia que tiene para cada uno de los estudiantes para su futuro y además realizar la explicación del mismo. (Actividad 1.3)	Creatividad, diversidad en el collage y coherencia al explicar el diseño elaborado.	Entre docente y estudiantes harán puesta en común acerca de las ideas expuestas haciendo aclaraciones pertinentes. .
MC1	Se proyectará un video a los estudiantes sobre gráfica de puntos en el plano cartesiano, luego de esta actividad, los estudiantes deberán realizar un taller de ideas previas sobre los conceptos involucrados en el video. (Actividad 1.4)	Desarrolla la actividad de forma completa y se encuentra una relación correcta entre los temas a tratar.	El docente realiza corrección de las actividades llevadas a cabo por el estudiante.

Fase guiada de la valoración continúa

Metas de Comprensión	Desempeños de comprensión	Valoración Continúa	
		Criterios	**Retroalimentación**
MC2	Se realiza un taller en el cual el estudiante con la ayuda del graficador matemáticas debe averiguar cómo varía la gráfica de la función $f(x)=ax^2+bx+c$, al variar los valores a, b y c (Actividad 2.1.1)	Completa la actividad de manera correcta y en el tiempo estipulado.	El docente da sugerencias en forma escrita sobre la actividad y se socializa
MC2	El estudiante investiga a través de videos y con un documento de apoyo como identificar los elementos fundamentales de la función $f(x)=ax^2+bx+c$ y resuelve el taller (Actividad 2.1.2)	Resuelve la actividad de manera correcta y completa	Se realiza una retroalimentación de la actividad por parte del docente.
MC2	El estudiante investiga a través de videos y con un documento de apoyo como determinar el vértice de la función $f(x)=ax^2+bx+c$ y resuelve el taller (Actividad 2.1.3)	Resuelve la actividad de manera correcta y completa	Se realiza una retroalimentación de la actividad por parte del docente.
MC2	El estudiante realiza gráficas función más simple que modela una parábola $f(x)=ax^2+bx+c$ (Actividad 2.1.4)	El estudiante gráfica en forma correcta las funciones asignada.	El docente hace comentario en forma escrita sobre las gráficas
MC3	Con la actividades :Aplicaciones de las funciones cuadráticas se muestran algunos de los problemas que podemos resolver a partir de los que se conocen de la función $f(x)=ax^2+bx+c$ (Actividad 2.2.1 hasta actividad 2.2.6)	Realiza las actividades de manera oportuna, completa y correcta	Entre docente y estudiantes harán puesta en común acerca de las ideas expuestas haciendo aclaraciones pertinentes.

Fase proyecto final de síntesis de la valoración continúa

Metas de Comprensión	Desempeños de comprensión	Valoración Continúa	
		Criterios	**Retroalimentación**
MC1 MC2 MC3	El estudiante expone su proyecto final de síntesis en el cual el estudiante crea situaciones en la cual se refleje 2 de las aplicaciones relacionadas con la función cuadrática en la vida real y elabora un mapa conceptual de acuerdo a las pautas establecidas (apéndice B).	Creatividad en las situaciones propuesta , dominio de la temática y uso de materiales del medio	Entre docente y estudiantes harán puesta en común acerca de las ideas expuestas haciendo aclaraciones pertinentes para tal caso se contará con una rúbrica en la cual se encuentran los criterios a evaluar.
MC1 MC2 MC3	Recolección de los trabajos y actividades realizadas durante el desarrollo de la propuesta.	Desarrollo de las actividades propuestas, de acuerdo a los criterios previamente establecidos	Corrección de las actividades por parte del docente
MC1 MC2 MC3	Prueba de salida para determinar los alcance por parte de los estudiantes al desarrollar la propuesta	Comprensión de los temas y ejercicios propuestos	Corrección de las actividades por parte del docente

4.2.3 Intervención:

Análisis de la aplicación de las guías de actividades.

Para esta propuesta se utilizaron diferentes guías tales como: guías para la fase de exploración, guías para la fase de investigación guiada y guías para la fase de proyecto final de síntesis, que son utilizadas en el marco de la EpC para las distintas etapas del proceso enseñanza de aprendizajes, estas actividades fueron realizadas por los estudiantes bajo el acompañamiento del docente y en ellas se evidencian las ideas propuestas por los estudiantes de acuerdo a las experiencias que tuvieron frente a las

temáticas abordadas, las cuales fueron socializadas y pulidas por parte del docente y los estudiantes participantes.

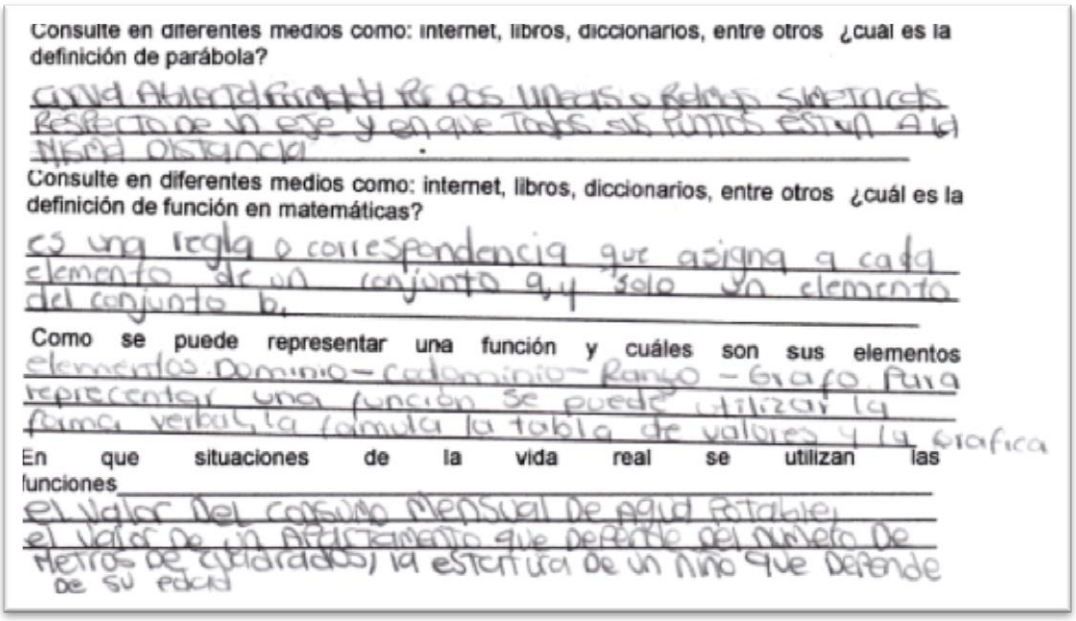
Actividades de la fase de exploración: Estas actividades se realizaron con el fin de introducir a los estudiantes a la temática a tratar, se quería que los estudiantes conectaran sus ideas previas con las nuevas

Actividad 1.1: Esta actividad tiene como meta que los estudiantes indaguen acerca de las parábolas y de las funciones, para poder introducirlos al desarrollo de la propuesta didáctica.

En esta se observó que la gran mayoría de los estudiantes realizaron la actividad que consistía en hacer una consulta en distintos medios como la web, el diccionario y libros acerca de la parábolas y las funciones, las preguntas guías fueron: ¿cuál es la definición de parábola?, ¿cuál es la definición de función en matemáticas?, ¿Cómo se puede representar una función y cuáles son sus elementos? y ¿En cuáles situaciones de la vida real se utilizan las funciones?

Después de socializar la consulta y hacer las aclaraciones se tomaron las siguientes conclusiones:

Figura 4-13: Conclusiones de la actividad 1.1


Consulte en diferentes medios como: internet, libros, diccionarios, entre otros ¿cuál es la definición de parábola?

Consulte en diferentes medios como: internet, libros, diccionarios, entre otros ¿cuál es la definición de función en matemáticas?

es una regla o correspondencia que asigna a cada elemento de un conjunto A, solo un elemento del conjunto B.

Como se puede representar una función y cuáles son sus elementos

En que situaciones de la vida real se utilizan las funciones

Al analizar la actividad de consulta se observa que los estudiantes relacionaron conceptos y preguntas que se le pedía en una gran mayoría (92.86%: 26 estudiantes) demostraron propiedad en el manejo de la temática, en cambio (7.24%: 2 estudiantes) mostraron dificultad al realizar la actividad, con estos se realizó una retroalimentación para superar dichas dificultades.

Actividad 1.2: Tanto en la fase de la lectura, como en la fase del video referente a las generalidades de la función cuadrática, se observó en los estudiantes disposición, compromiso y entrega. En la mayor parte del tiempo los estudiantes siguieron las instrucciones e hicieron preguntas sobre la terminología presente en la lectura y en los videos.

En la siguiente fase de construcción del mapa conceptual se observó trabajo colaborativo en las parejas. Durante el desarrollo de esta actividad hubo mucha discusión al interior de los equipos sobre la estructura o la forma con la que debían elaborar el mapa conceptual. Como frutos de estas discusiones los estudiantes idearon y realizaron mapas conceptuales como el siguiente.

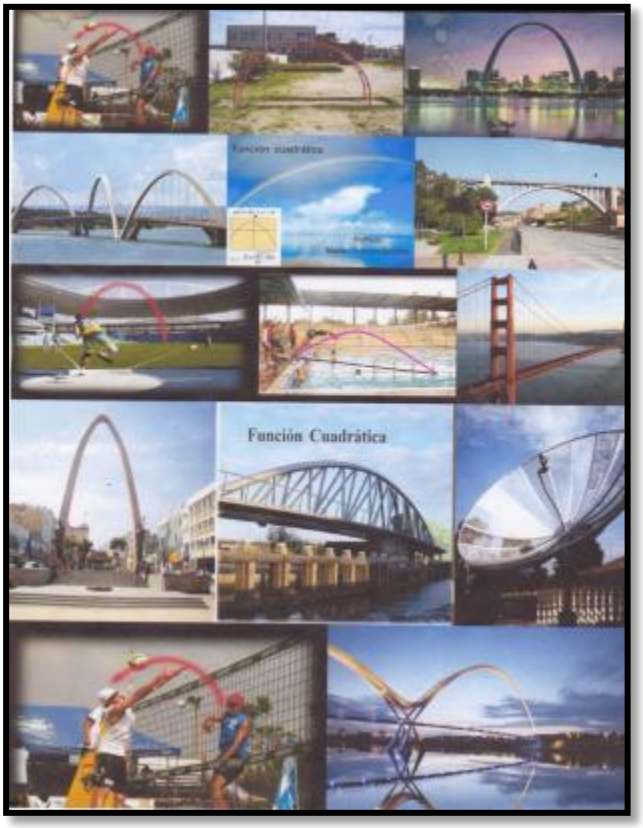
Figura 4-14: Mapa conceptual elaborado por los estudiantes

Al analizar las elaboraciones de cada uno de los estudiantes, se obtuvo a grandes rasgos que en su mayoría (85,71%: 24 estudiantes) realizaron mapas conceptuales similares, con una buena estructura, buenos conectores y fuertes enlaces entre conceptos. En contraposición a lo anterior (14,29%: 4 estudiantes), presentaron algún tipo de dificultad, en cuanto a la jerarquización de los conceptos, por lo que se abordó con ellos una

retroalimentación en la que cada estudiante exponía su elaboración al curso y en conjunto se detectaban los posibles errores y se realizaban sugerencias.

Actividad 1.3: Esta actividad fue una de las más gratificantes para los estudiantes, quienes se mostraron muy contentos con los resultados de sus collages, en los cuales se observó gran variedad de imágenes y situaciones en las que se representan parábolas. Los estudiantes manifestaron haber utilizado programas como Word (office), Paint (Windows), Snipping Tools, muchos utilizaron imágenes encontradas en la web y otros realizaron recortes de revistas, periódicos y de forma artística fueron construyendo sus collages como el que se muestra a continuación.

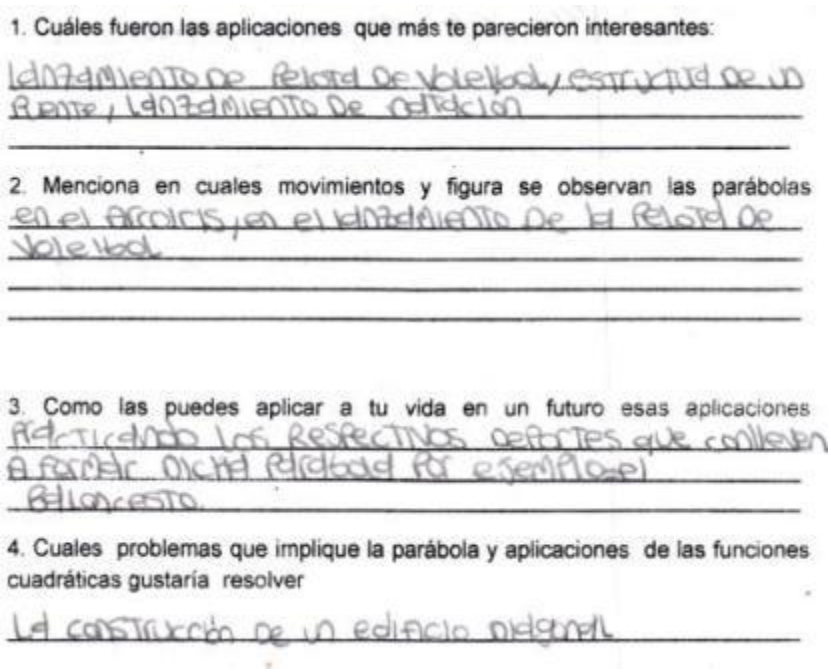
Figura 4-15: collage elaborado por un estudiante



Los estudiantes exhibieron y expusieron sus collages al grupo. Cabe anotar que en la mayoría de las presentaciones hubo una fuerte tendencia en la escogencia de estructuras como puentes o imágenes en las que se observan lanzamientos de objetos como proyectiles.

Acto seguido a la exposición de los collages los estudiantes respondieron a cada una de las cuatro preguntas propuestas como complemento del collage. Una de esas respuestas se observa a continuación.

Figura 4-16: conclusiones de la actividad del collage


1. Cuáles fueron las aplicaciones que más te parecieron interesantes:

lanzamiento de relevo de voleibol, estructura de un puente, lanzamiento de cohetes

2. Menciona en cuales movimientos y figura se observan las parábolas

en el ejercicio, en el lanzamiento de los relevos de voleibol

3. Como las puedes aplicar a tu vida en un futuro esas aplicaciones

aplicando los respectivos teoremas que conllevan a formar dichas parábolas por ejemplo el balonesto.

4. Cuales problemas que implique la parábola y aplicaciones de las funciones cuadráticas gustaría resolver

la construcción de un edificio diagonal

Actividad 1.4: En el desarrollo de esta actividad, en la cual los estudiantes inicialmente observaron dos videos de la plataforma “youtube” sobre gráficas en el plano cartesiano, se observó que los estudiantes estuvieron muy atentos y en varias ocasiones solicitaron retroceder el video para apreciar detenidamente algunos detalles de la representación de puntos en el plano.

Al finalizar la reproducción de los videos los estudiantes se dispusieron a desarrollar el cuestionario. Al analizar los resultados de este se identificó que sorprendentemente el (78,57%: 22 estudiantes) desarrolló a cabalidad el taller, identificando puntos y graficando a partir de la unión de estos con líneas. En contraste a lo anterior el (21,43%: 6 estudiantes) presentaron dificultades en los puntos 1 y 2 del cuestionario los cuales indagaban por la identificación de las coordenadas de un punto en el plano. De la misma forma estos estudiantes manifestaron dudas y dificultades en los puntos 3, 4 y 5 del cuestionario, los cuales pedían ubicar ciertos puntos en el plano, unirlos por medio de

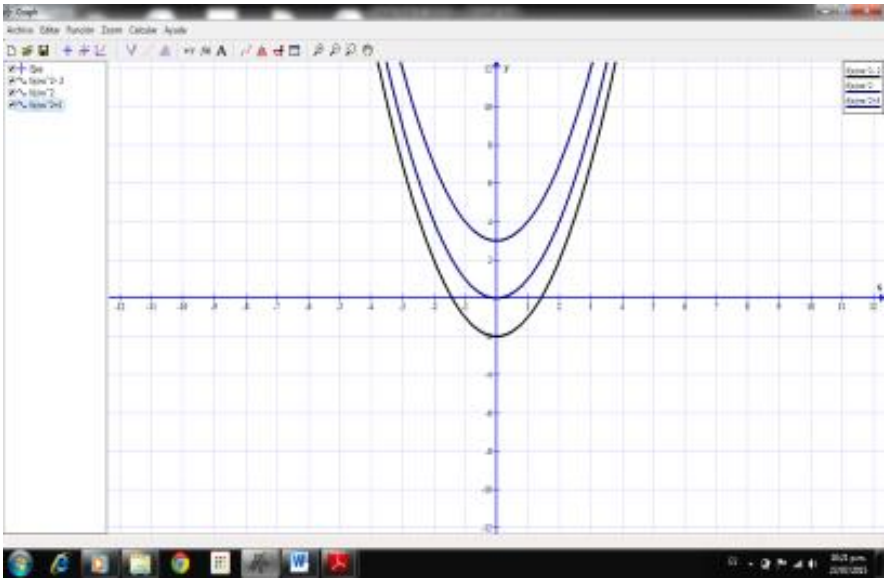
líneas e identificar las figuras formadas. En general estos problemas se tradujeron en confusión entre las coordenadas (X, Y), graficaron coordenadas X en Y y viceversa.

Después de identificar estas complicaciones de los estudiantes, se procedió a realizar retroalimentación en la cual, los estudiantes retomaron los puntos del cuestionario donde presentaron mayor dificultad y con ayuda de sus compañeros se realizaba una construcción colectiva en el tablero.

Actividades de la fase de investigación guiada: Estas actividades tienen como meta que los estudiantes se apropien de las funciones cuadráticas, en esta fase se tiene en cuenta cómo la temática se involucra en la vida cotidiana e implica la comprensión de los estudiantes

Actividad 2.1.1: Esta actividad tiene como meta que los estudiantes comprendan como se modifica la gráfica de la función cuadrática cuando se varían los parámetros a, b y c, para tal fin primero los estudiantes irán completando con la ayuda del docente la tabla de variación de parámetros, esta tabla se parte de la función cuadrática $f(x)=x^2$ y el estudiante de acuerdo a los valores de los coeficiente a, b y c construye la función de la forma $f(x)=x^2+bx+c$, seguido a esto utilizaremos el programa Graph como herramienta para graficar las funciones. Como se muestra en la Figura

Figura 4-17: Imagen de las gráficas de las funciones usando el programa graph

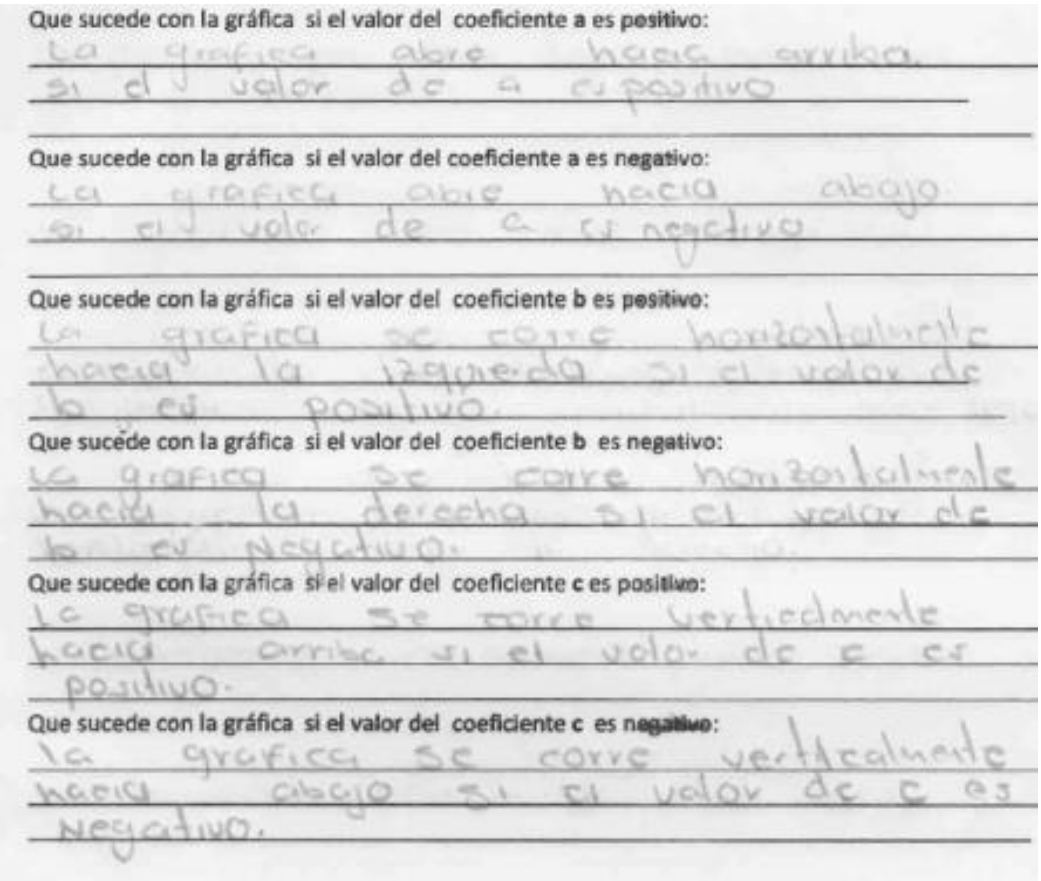


Luego el estudiante debe observar las gráficas y llenar las tablas A. 1, A. 2 y A. 3 de variación de parámetros. Para luego sacar conclusiones acerca de la actividad en la cual

él debe responder como cambia la gráfica al variar los signos de los coeficientes de la función cuadrática.

En esta actividad los estudiantes estuvieron muy atentos y participativos y completaron la tabla de manera exitosa y le gustó la idea del uso del graficador ya que le permitía visualizar y sacar conclusiones más precisas, el grupo desarrolló la actividad de manera adecuada (100%: 28 estudiantes) anotaron las conclusiones adecuadas acerca de cómo era la modificación de la gráfica de la función cuadrática entre esta se destacan

Figura 4-18: Conclusiones acerca de la variación de la gráfica de la función cuadrática



Actividad 2.1.2: Al igual que la actividad anterior los estudiantes estuvieron muy atentos al desarrollo de la misma, en esta los estudiantes tenía que completar Tabla A. 4:

Elementos de la gráfica de la función cuadrática, para esto se realizaron ejemplos previos y se tuvo en cuenta el desempeño de los estudiantes en las actividades anteriores.

Para esta actividad el (100%: 28 estudiantes) identificó las coordenadas del vértice, la ecuación de simetría de la función. El (71,42%: 20 estudiantes) identificó las coordenadas de los interceptos con los ejes x, mientras el (28,58%: 8 estudiantes) presentó dificultades en este aspecto debido a que solamente daban las coordenadas de uno de los dos interceptos, o en su defecto ubicaban como coordenadas del intercepto solo los valores de la coordenada x y en una de las funciones que no poseía intercepto dieron unas coordenada diferente. El (85,71%: 24 estudiantes) encontró las coordenada del eje y correctamente, sin embargo el (14,29%: 4 estudiantes) no lo hicieron y manifestaron dificultades entre estas escribieron las coordenadas truncadas, o solo respondieron con la coordenada en Y. Después de descubrir las dificultades se procedió a realizar una retroalimentación para que los estudiantes superaran las dificultades.

Actividad 2.1.3: Esta actividad consistía en encontrar las coordenadas del vértice a partir de la función cuadrática, para esto se presentó un documento de apoyo y se realizaron ejercicios por parte del docente y luego por parte de los estudiantes hasta mirar que ellos entendieran, debido a la importancia de saber calcular las coordenadas del vértice en una función cuadrática.

En la actividad propuesta se encontró que el (78,57%: 22 estudiantes) realizaron la actividad de manera exitosa, por el contrario el (21,43%: 6 estudiantes) manifestaron dificultades tales como: tomaban de manera inadecuada los coeficientes de la función, uso inadecuado de la ley de los signos, en vez de realizar la división realizaban una sustracción, usaban de manera inadecuada la ley de los signos. Para superar las dificultades, se le hizo un acompañamiento al estudiante y se les indicó los errores cometidos en la actividad y la manera de cómo superarlos por parte del docente.

Actividad 2.1.4: Para el desarrollo de esta actividad en primera instancia se presenta un video que explica la temática, los estudiantes estuvieron expectantes y en ocasiones cuando no entendía algo pedían que se detuviera el video y se realizaban las aclaraciones pertinentes. Luego se le presentó un documento que mostraba otra forma de realizar la gráfica de una función cuadrática, luego de esto el docente realiza ejercicios aclaratorios y luego propone otros para ser realizados por los estudiantes para

ver cuánto han entendido, para luego proponerle que realice las gráficas de 3 funciones cuadráticas en su respectivo plano cartesiano (Figura A.6)

En el desarrollo de la actividad se pudo apreciar que (64,28%: 18 estudiantes) realizaron de manera correcta las tres graficas de las funciones propuestas en la actividad, por el contrario el (35,72%: 10 estudiantes) demostraron tener dificultades tales como: al elevar un número al cuadrado obtenían valores negativos, uso inadecuado de la ley de los signos, se equivocaban en los signos al realizar suma entre enteros. Después de observar estas falencias se hace una retroalimentación de la actividad por parte del docente.

Actividad 2.2.1: La actividad consta de tres etapas, en la primera se muestra un pequeño fragmento que habla acerca de los puentes colgantes y luego se realizan unas preguntas relacionadas, la segunda se presenta un video en cual se muestra el proceso de cómo construir una maqueta de puente colgante y por último los estudiantes en equipos deben hacer una réplica usando los materiales del medio.

Esta actividad fue muy emocionante para los estudiantes debido a que le gusto los tres momentos y todos realizaron con mucho entusiasmo de manera adecuada. Entre los producto de esta actividad se destacan las construcciones realizadas por los estudiantes

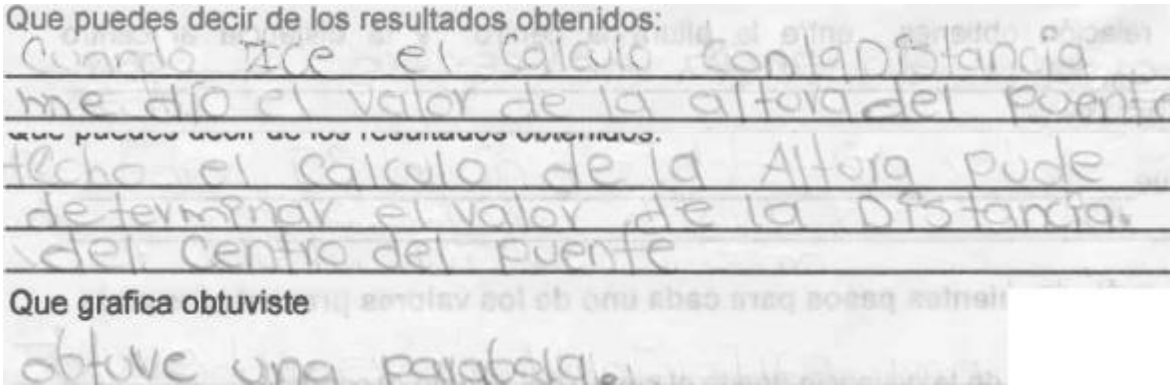
Figura 4-19: Réplica de un puente colgante realizada por estudiantes con materiales del medio.

Actividad 2.2.2: Con esta actividad se le quiere mostrar al estudiante que las relaciones entre las medidas de un puente colgante se pueden modelar a través de una función cuadrática, para esto los estudiantes a partir de una la tabla A.5 y con la ayuda de la calculadora realizan los cálculos descritos y sacan las conclusiones pertinentes y luego realizar la gráfica de acuerdo a las indicaciones en la figura A 8

En la realización de la actividad todos los estudiantes realizaron bien los cálculos propuestos y dieron las conclusiones, todos realizaron la gráfica correspondiente y concluyeron que era una parábola, pero a la hora de elegir la función cuadrática que describía la gráfica y la tabla el (85,71%: 24 estudiantes) escogió y sustento la respuesta acertada, en contraste el (14,29%: 4 estudiantes) no lo hizo debido a que no realizó el análisis adecuado, porque solo reemplazaron x=0 y como le dio y=0 escogieron la respuesta, para estos estudiante se realizó la retroalimentación correspondiente.

Entre las conclusiones dadas por el estudiante tenemos:

Figura 4-20: Conclusiones de la actividad

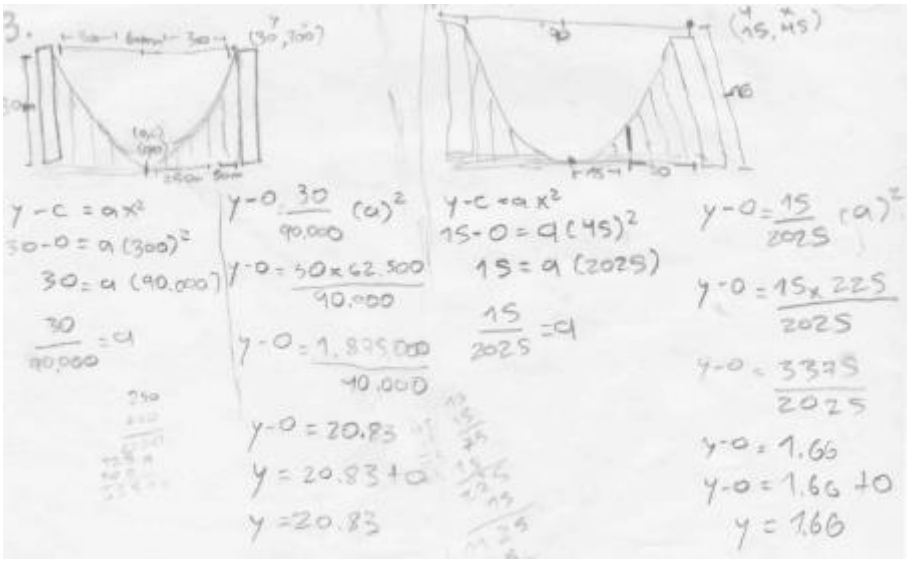


Actividad 2.2.3: Con esta actividad se fortalece lo tratado anteriormente y tenía como fin que el estudiante pudiera resolver problemas que implican la medidas de un puente colgante, para esto se presenta un documento en el que se explican cómo se relacionan las medidas de un puente colgante con la función cuadrática, se plantean ejercicios, se resuelven paso a paso y finalmente el estudiante debe realizar los ejercicios propuestos.

Para esta actividad el (85,71%: 24 estudiantes) la desarrollan de forma completa y correcta por el contrario (14,29%: 4 estudiantes) y manifiestan dificultades al momento de culminarla lo cual conllevo a realizar una retroalimentación con dichos estudiantes.

Entre las soluciones propuesta por los estudiantes tenemos:

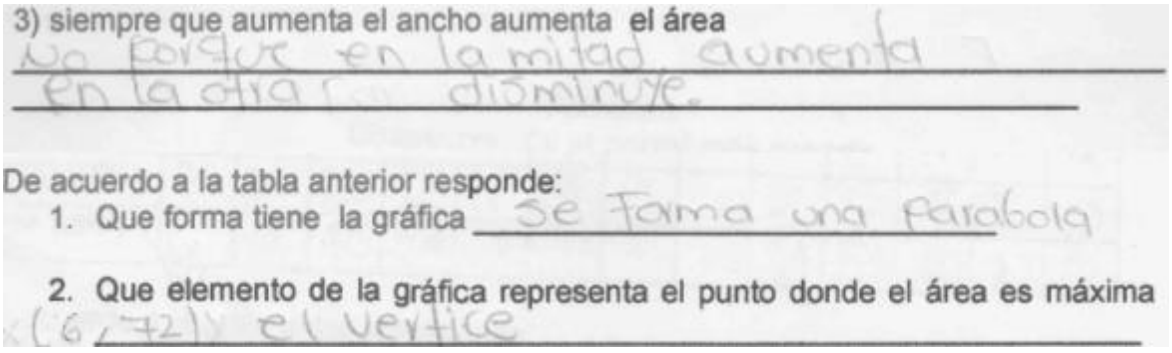
Figura 4-21: Desarrollo ejercicios propuesto sobre puentes colgantes



Actividad 2.2.4: En esta actividad se presenta una situación problema, la cual se va desarrollando paso a paso y en la cual los estudiantes deben llenar la tabla A.6 con la ayuda de la calculadora y responder unas preguntas seguido a esto de elaborar la gráfica Figura A.13 teniendo en cuenta la tabla anterior y sacar las conclusiones correspondientes.

En esta práctica todos los estudiantes que las realizaron lograron completarla de manera satisfactoria

Figura 4-22: Conclusiones obtenidas en la actividad

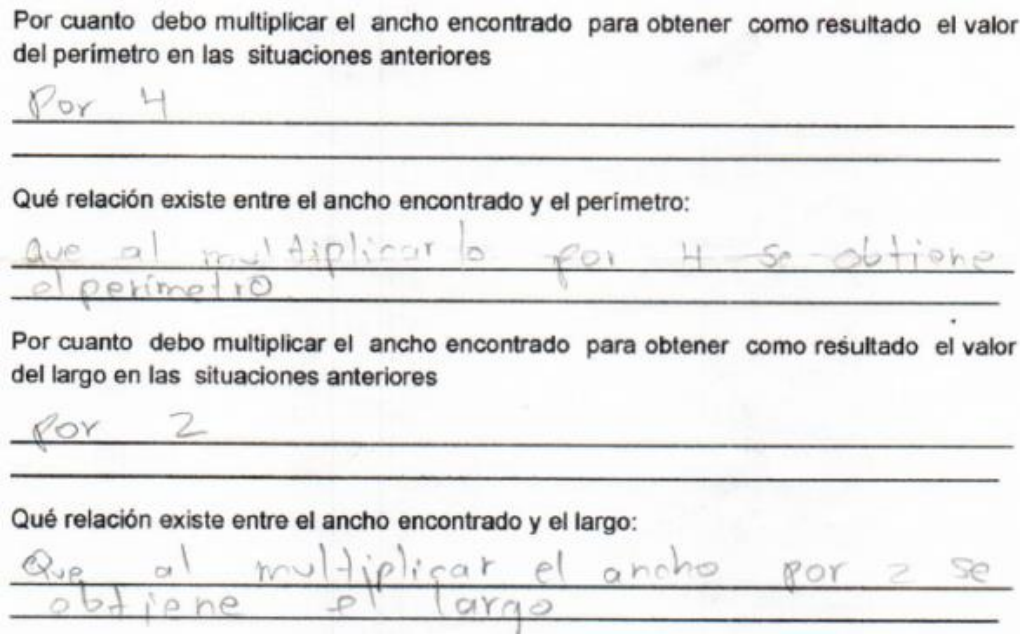


Actividades 2.2.5: Esta actividad es complementaria a la anterior y en esta se explican cómo solucionar situaciones problemas relacionadas con la función cuadrática,

para lograr esto primero se presenta un video de la plataforma “youtube” donde se explica cómo solucionar problemas de máximos y mínimos, en especial el de cómo maximizar el área de un rectángulo de perímetro constante, en esta actividad se observan a los estudiantes motivados. Seguido a estos se recogen las dudas de los estudiante y se explican ejercicios similares por parte del docente y luego se le asigna ejercicios y se les pide que de unas conclusiones de acuerdo al desarrollo de la actividad.

A la hora de la realización de los ejercicios se observa que (85,71%: 24 estudiantes) realizan todos los procesos necesarios para solucionar las situaciones problemas como: la realización del esquema, el planteamiento de la función cuadrática, determinación de las coordenadas del vértice, la solución del problema y las conclusiones pertinentes por el contrario (14,29%: 4 estudiantes) no realizaron de los procesos descritos, por lo tanto se les realiza una retroalimentación pertinente. Entre las conclusiones de la actividad tenemos:

Figura 4-23: Conclusiones sobre la actividad



Actividad 2.2.6: Para esta actividad en primera instancia se les explica en qué consiste el tiro parabólico, acto seguido, se le presenta un video de la plataforma “youtube” que expone aspectos importantes de la temática a tratar, y por último el docente explica algunos ejercicios y propone ejercicios que serán desarrollados por el estudiante

Al culminar la actividad se observó que todos los estudiantes la realizaron de manera exitosa, debido a que pudieron identificar la función cuadrática en cada situación, identificaron los coeficientes, hallaron las coordenadas del vértice y dieron las conclusiones pertinentes a cada situación,

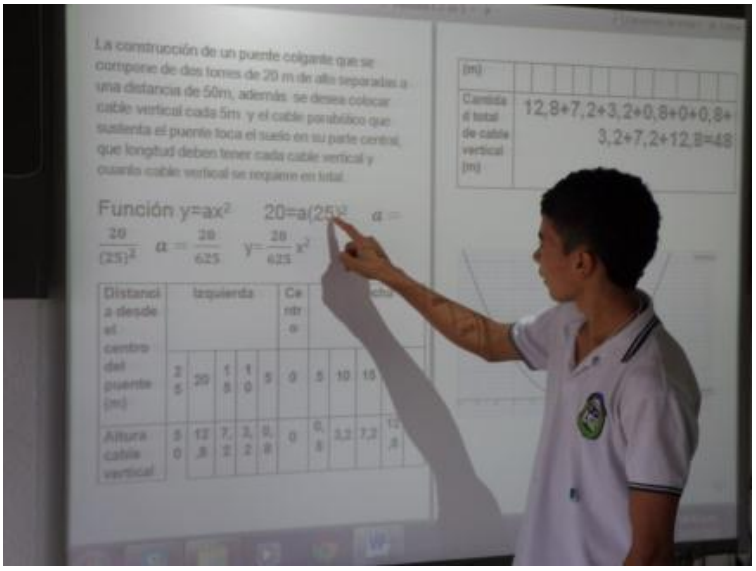
Análisis del proyecto final de síntesis

Para esta fase se tiene en cuenta las pautas (ver: Apéndice B) en esta se requiere el estudiante ponga en evidencia la comprensión de las funciones cuadráticas para esto él debe escoger una situación problema o aplicación de acuerdo a sus intereses o necesidades, acorde a la temática abordada y además realizar un mapa conceptual de las funciones cuadráticas donde se expongan o evidencie

Entre los trabajos realizados haremos referencia a uno de ellos en el cual los estudiantes tomaron como referencia la aplicación de los puentes colgantes, este grupo escogió esta aplicación debido a que les llamó la atención las actividades realizadas en la guía de actividades y se vieron en la necesidad en ampliar lo visto para esto crearon la siguiente situación problema: "*La construcción de un puente colgante que se compone de dos torres de 20 m de alto separadas a una distancia de 50m, además se desea colocar cable vertical o tirantes cada 5m y el cable parabólico que sustenta el puente toca el suelo en su parte central, qué longitud deben tener cada cable vertical y cuánto cable vertical se requiere en total*."

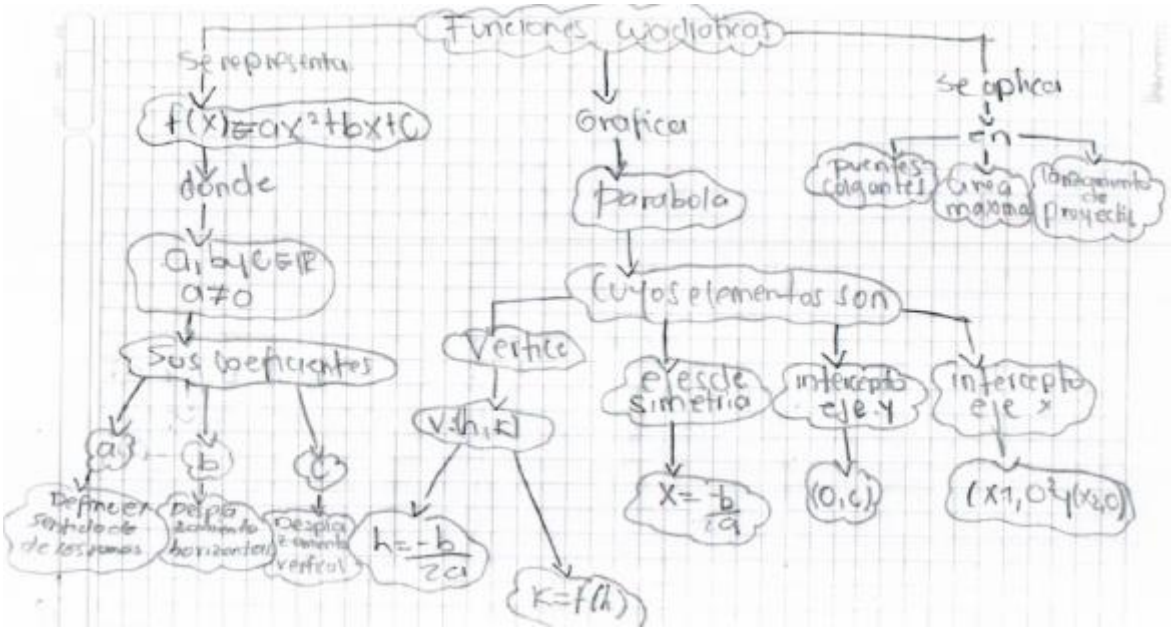
Para solucionar el problema se observa que los estudiantes escogieron las variables, hicieron un esquema o dibujo de la situación, modelaron la situación construyeron la tabla, realizaron los cálculos correspondientes y luego representaron la situación en una gráfica y dieron las conclusiones que requería la situación

Figura 4-24: Exposición de proyecto final acerca del puente colgante



Otro aspecto que se tenía en cuenta era la elaboración de un mapa conceptual referente a las funciones cuadráticas, en el cual se diera fe del manejo de la temática abordada en la propuesta se observó que los estudiantes acataron las condiciones y se percibe que hay coherencia entre los conceptos abordados por el estudiantes así como su relación, por otra parte se evidencia falta de conectores lógicos para conectar la ideas tratadas, pero la actividad arroja un balance positivo.

Figura 4-25: Mapa conceptual elaborado en el proyecto final



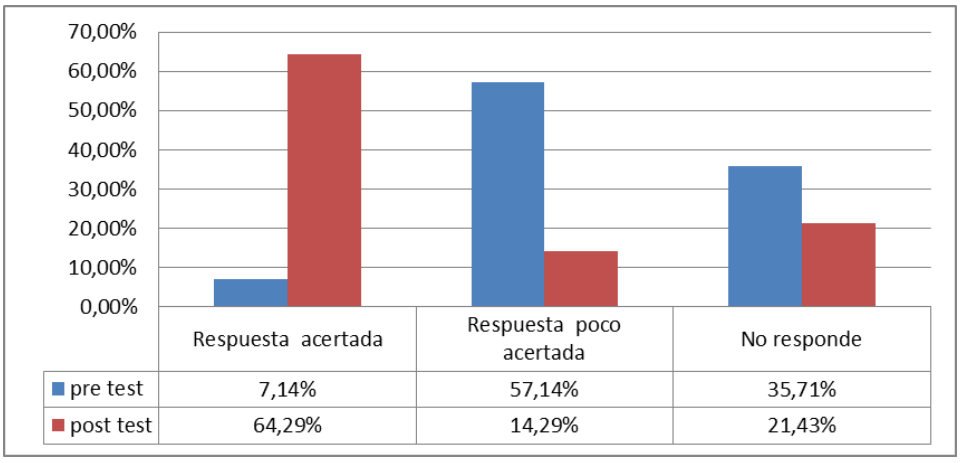
4.2.4 Evaluación y análisis de la prueba (post test)

Después de aplicar el cuestionario de salida se procede al análisis para determinar cómo impactó la propuesta didáctica en la apropiación de los estudiantes acerca de las funciones cuadráticas, para nuestro caso la prueba (ver anexo A) fue aplicada a 28 estudiantes de grado 9 de la institución educativa Yarumito En este apartado se hace un análisis entre el pre test y el post test, es decir antes de la propuesta y después, para cual sólo haremos el paralelo entre los procedimientos correctos en ambos casos.

Pregunta 1

En esta pregunta se observa que los estudiantes mejoraron notablemente su desempeño frente a la definición de la función cuadrática, se observa que los estudiantes al realizar las diversas actividades fueron elaborando una mejor definición y comprensión de la temática al pasar del 7.14% que respondieron este ítem de manera acertada en el pre test al 64.29% en el post test como se muestra en la Figura 4-26.

Figura 4-26: Comparación entre pre test y post test frente a la pregunta 1

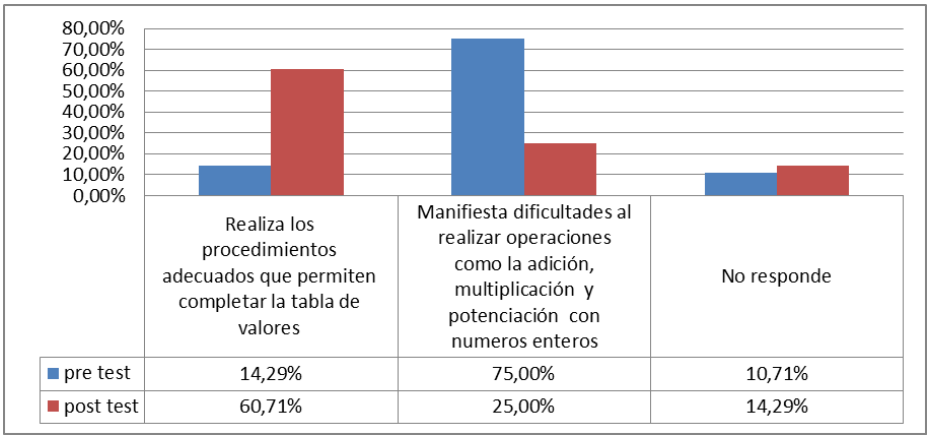


Pregunta 2

En esta pregunta los estudiantes mejoraron su desempeño debido a cometieron menos errores operativos que en el pre test lo cual conllevo que solo el 14.29% realizara la actividad de manera correcta, la cual consistía en completar la tabla de valores con función cuadrática que se les dio, en cambio en el post test el 60.71% de los estudiantes

realiza la actividad de manera exitosa, lo cual evidencias las bondades de la propuesta en este aspecto, como se resume en la figura 4-27.

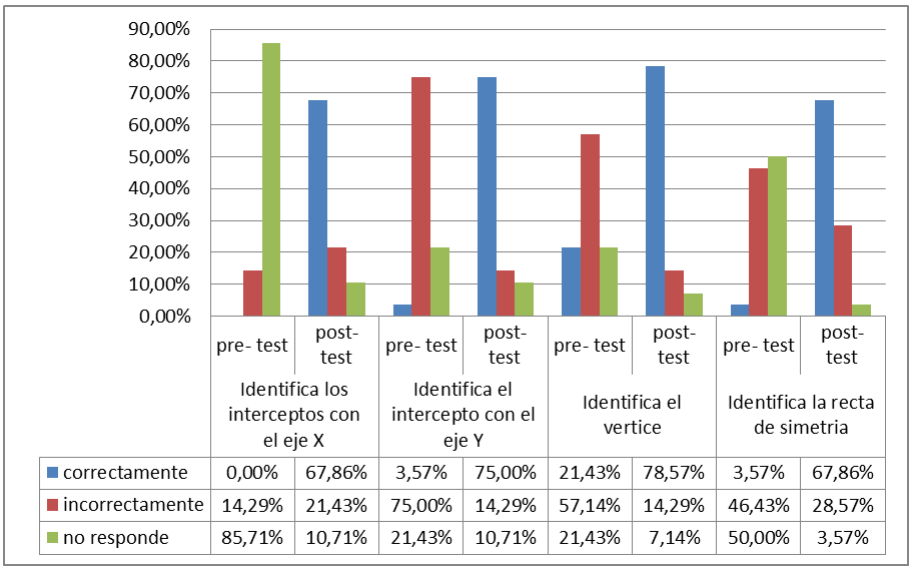
Figura 4-27: Comparación entre pre test y post test frente a la pregunta 2



Pregunta 3

Para este criterio los estudiantes debían identificar las coordenadas de los elementos de la gráfica de la función cuadrática, al comparar los resultados tenemos: que para el pre test ningún estudiante encontró las coordenadas correctas de los interceptos del eje x, pero en el post test 67.86 los identificó. En el pre test el 3.57% identificó correctamente las coordenadas del intercepto con en el eje y, mientras que el post test el 75% lo realizó. Para el pre test el 21.43 % determina las coordenadas del vértice, en cambio en el post test 78,57% lo logra. En el pre test sólo el 3,57 encontró la ecuación del eje de simetría, por el contrario 67.86% lo hizo de manera adecuada. Si se tiene en cuenta lo anterior los estudiantes mejoraron significativamente su desempeño frente a este ítem de acuerdo a lo que se puede extraer de la Figura 4-28.

Figura 4-28: Comparación entre pre test y post test frente a la pregunta 3

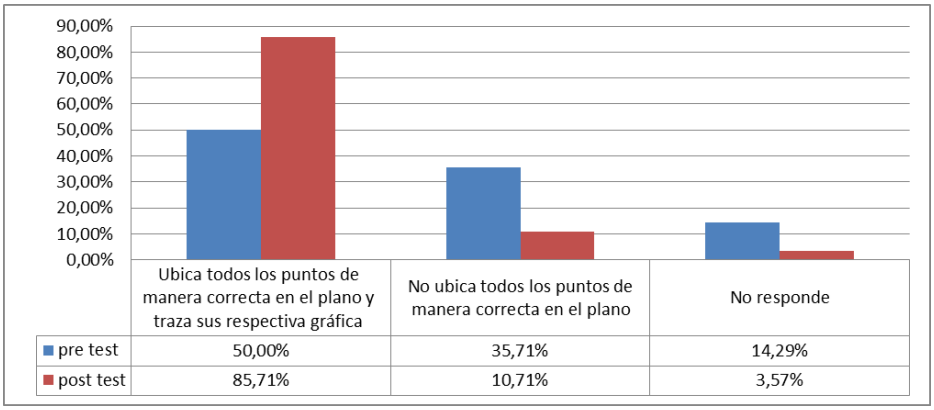


	Identifica los interceptos con el eje X		Identifica el intercepto con el eje Y		Identifica el vertice		Identifica la recta de simetria	
	pre- test	post- test	pre- test	post- test	pre- test	post- test	pre- test	post- test
correctamente	0,00%	67,86%	3,57%	75,00%	21,43%	78,57%	3,57%	67,86%
incorrectamente	14,29%	21,43%	75,00%	14,29%	57,14%	14,29%	46,43%	28,57%
no responde	85,71%	10,71%	21,43%	10,71%	21,43%	7,14%	50,00%	3,57%

Pregunta 4

Los estudiantes mejoraron su desempeño al pasar de la representación tabular, a la gráfica de la función esto en gran medida se debe a que mejoraron frente a la ubicación de puntos en el plano cartesiano debido a la intervención lo cual facilitó el proceso, si nos detenemos podemos evidenciar que en el pre test el 50% de los estudiantes realiza la actividad correctamente y en post test el 85,71% lo logra, como se puede observar en la figura 4-29

Figura 4-29: Comparación entre pre test y post test frente a la pregunta 4

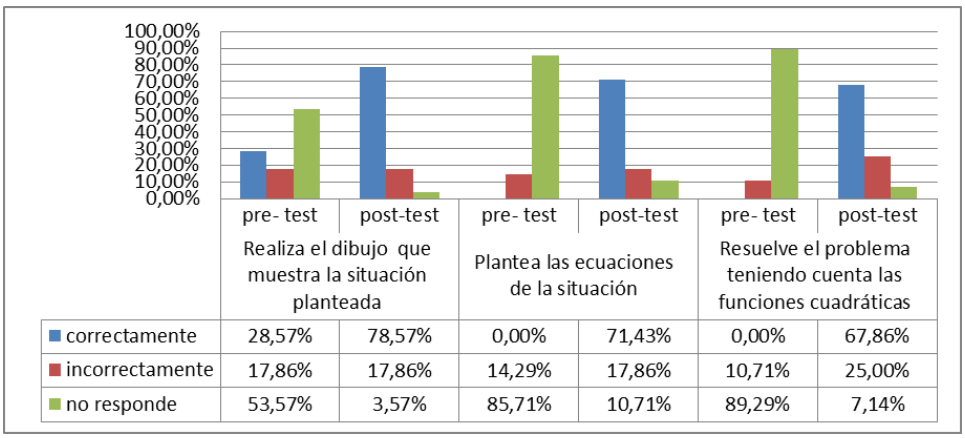


	Ubica todos los puntos de manera correcta en el plano y traza sus respectiva gráfica	No ubica todos los puntos de manera correcta en el plano	No responde
pre test	50,00%	35,71%	14,29%
post test	85,71%	10,71%	3,57%

Pregunta 5

En esta pregunta los estudiantes debían solucionar una situación problema en la cual se planteaba que siguiera ciertos pasos para solucionar el problema. Al realizar un paralelo entre los resultados tenemos: que para el pre test solo el 28.57% alcanzó a dibujar o hacer un esquema que representara la situación planteada, por el contrario para el post test el 78.57 lo hace. Ninguno de los estudiantes en el pre test logra plantear las ecuaciones que describen o modelan el problema planteado, mientras que el post test el 71,43% lo plantea de manera correcta. En cuanto al uso de la función cuadrática, la resolución y análisis del problema, ninguno de los estudiantes lo alcanza en el pre test, en contraste para el post test 67,86% alcanza los objetivos. En conclusión podemos decir el uso de la propuesta surtió efecto positivos frente a la resolución de problemas. Si comparamos los resultados de la Figura 4-30.

Figura 4-30: Comparación entre pre test y post test frente a la pregunta 5

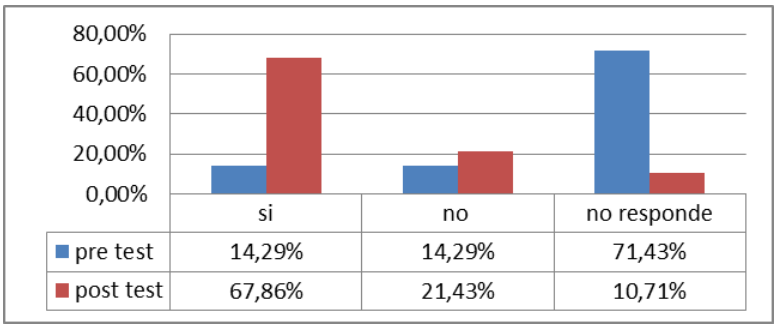


	pre- test	post-test	pre- test	post-test	pre- test	post-test
	Realiza el dibujo que muestra la situación planteada		Plantea las ecuaciones de la situación		Resuelve el problema teniendo cuenta las funciones cuadráticas	
correctamente	28,57%	78,57%	0,00%	71,43%	0,00%	67,86%
incorrectamente	17,86%	17,86%	14,29%	17,86%	10,71%	25,00%
no responde	53,57%	3,57%	85,71%	10,71%	89,29%	7,14%

Pregunta 6

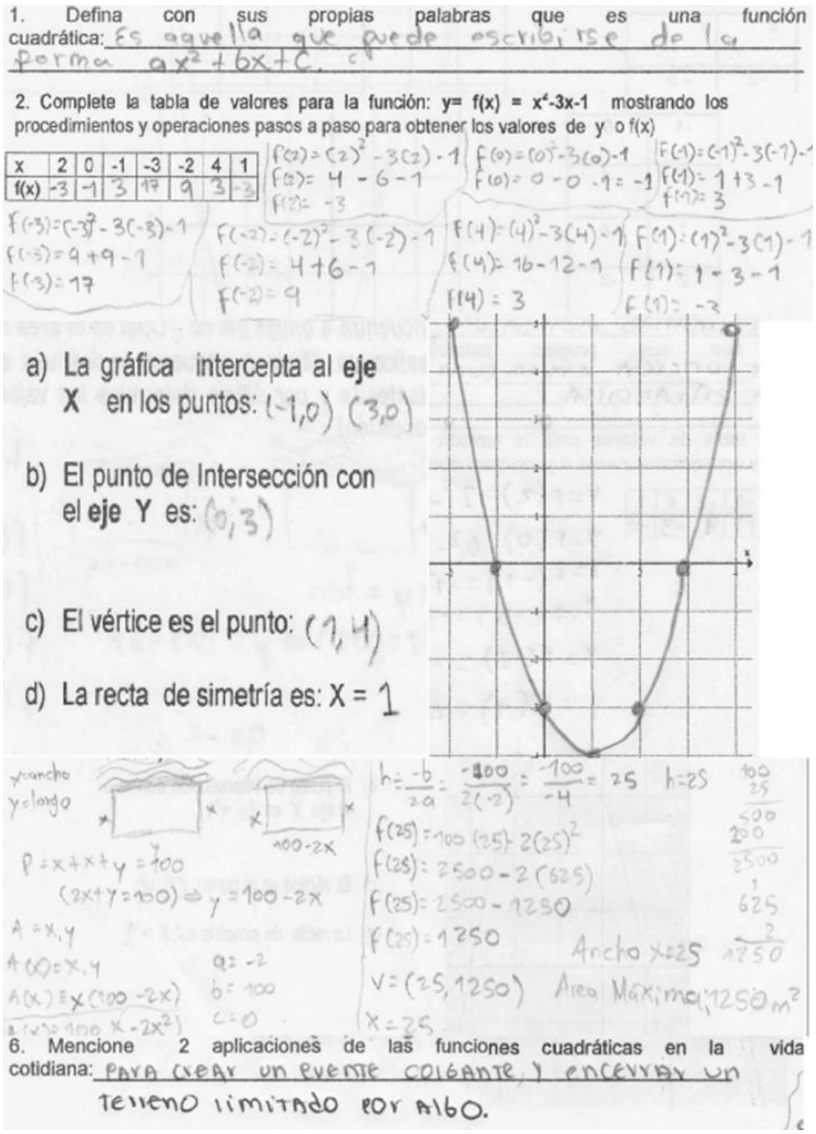
En este aparte se puede evidenciar como los estudiantes han mejorado frente a la apropiación y comprensión de las funciones cuadráticas después de la intervención realizada, debido a que se puede contrastar como los estudiantes han mejorado frente a la identificación y comprensión de las aplicaciones de las funciones cuadráticas debido a que en el pre test solo el 14.29% de los participante logra identificar las aplicaciones de las funciones en la vida cotidiana, en cambio 67.86% las identifica en el post test como se fija en la Figura 4-31

Figura 4-31: Comparación entre pre test y post test frente a la pregunta 6



	si	no	no responde
pre test	14,29%	14,29%	71,43%
post test	67,86%	21,43%	10,71%

Figura 4-32: Respuestas dadas en el post test



5. Conclusiones y recomendaciones

5.1 Conclusiones

5.1.1 Conclusiones con respecto al cumplimiento de los objetivos

Para la verificación del complimiento de los objetivos específicos se debe tener en cuenta el desarrollo del capítulo 4 en él se evidencia que:

El pre test nos permitió diagnosticar las falencias, dificultades o preconceptos a fortalecer que presentaban los estudiantes frente a la función cuadrática, lo que conllevó a un análisis para la elaboración de la propuesta didáctica para la enseñanza de las funciones de segundo grado de variable real en el marco de la enseñanza para la comprensión en el grado 9 de la IER Yarumito.

El análisis del pre test nos permitió cuantificar el porcentaje o número de estudiantes que alcanzaron el desarrollo de las actividades o ejercicios propuestos relacionados con las funciones cuadráticas los cual nos sirvió para determinar que los estudiantes poseían falencias y de esta manera pensar en una estrategia que permitiera mitigar las falencias encontradas.

Después de estudiar los aspectos fundamentales del marco de EpC y observar las falencias presentadas por los estudiantes, se elaboró una propuesta didáctica de enseñanza la cual nos sirvió como carta de navegación y nos permitió observar las bondades del uso de metodologías de enseñanzas alternativas, para el fortalecimiento del proceso de enseñanza aprendizaje y en consecuencia el fortalecimiento de competencias en nuestros estudiantes.

En cuanto a la intervención en el aula podemos decir que el desarrollo de las diversas acciones contempladas en las guías de actividades en muchos de los casos permitió en los estudiantes procesos de autonomía y descubrimiento frente al aprendizaje, así como la construcción de algunos de los conceptos y aplicaciones de la temática a la vida cotidiana, lo cual hizo que el proceso de enseñanza fuera más ameno.

En cuanto a la evaluación de la propuesta queda evidenciado que mejoraron los resultados entre el pre test y el post test lo cual nos dice de cierto modo que la aplicación de la propuesta de enseñanza aplicada fue viable debido a que los estudiantes mejoraron sus competencias frente a las funciones cuadráticas lo cual conlleva a que los estudiantes mejoren en el pensamiento variacional.

Es importante decir que este trabajo no tenía como prioridad medir las dimensiones y niveles de comprensión alcanzados por los estudiantes sino, recoger algunos aspectos importantes la metodología del marco de EpC

5.2 Recomendaciones

De acuerdo al desarrollo de este trabajo investigativo se recomienda para trabajos futuros que puedan estar relacionados con el tema desarrollado, o con en el marco de EpC tener en cuentan que:

La prueba diagnóstica puede ser ampliada y tomar otros aspectos relacionadas con las funciones cuadráticas, así como otras aplicaciones y situaciones problemas que conlleven a buscar o posibiliten otras estrategias de enseñanza - aprendizaje.

El análisis no solo basado en lo cualitativo sino, en lo cuantitativo de las falencias de los estudiantes y determinar otro factores o variables que influyen en el proceso de enseñanza aprendizaje

Se debe elaborar propuestas que recoja otros aspectos que no se tuvieron en cuenta en esta, de tal manera que se enriquezca y sea más diversa que conlleve al mejoramiento del proceso de enseñanza aprendizaje, por otra parte se sugiere que se hagan otras propuesta de enseñanza en el marco de EpC con otras temáticas del área de matemáticas y otras ciencias.

En cuanto a la intervención se sugiere que se retroalimenten, complementen o se amplíen las guías de actividades de tal manera que permitan una variedad mayor de aplicaciones de las funciones cuadráticas en otros contextos.

Según los resultados obtenidos la propuesta desarrollada es viable, por lo cual se sugiere que sea tenida en cuenta para la enseñanza de las funciones cuadráticas, teniendo en cuenta el desarrollo que se vaya aplicar

Referencias

Álvarez, R. (2012). *Incidencia de las mediaciones pedagógicas en los procesos de enseñanza y aprendizaje del concepto de función cuadrática.* Tesis de maestría, Universidad Nacional de colombia, Caldas, Manizales.

Aranzazu, C. (2013). *Secuencia didáctica para la enseñanza de la función cuadrática.* Tesis de maestría, universidad Nacional de Colombia, Antioquia, Medellín.

Asamblea Nacional Constituyente. (1991). *Constitución Política de Colombia.* Bogotá: Presidencia de la República.

Blythe, T. (1998). *La enseñanza para la comprensión: Guia para el docente.* Buenos Aires, Argentina: Paidós.

Decreto1290. (2009). Evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media. Bogotá, Colombia.

DECRETON°1860. (1994). Bogotá, Colombia.

Enrique, H. (2012). *modelación usando función cuadrática: experimentos de enseñanza con estudiantes de 5to de secundaria.* Tesis de Maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima.

García, J. (2013). *Elaboración y aplicación de una unidad didáctica para el aprendizaje del concepto de función lineal y cuadrática en los estudiantes de grado undécimo de la institución educativa pio XII del municipio de San Pedro de los Milagros, Antioquia.* Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia, Antioquia, Medellin.

Gardner, H. (2000). *La educación de la mente y el conocimiento de las disciplinas : lo que todos los estudiantes deberian comprender.* Barcelona, España: Paidós.

Gómez, F. (2011). *Implementación de una propuesta de una unidad didáctica interactiva mediada en las nuevas tecnologías para propiciar el aprendizaje de la función cuadrática en el grado noveno del colegio Calasanz sede Medellín.* tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia, Antioquia, Medellin.

ICFES. (2010). *Resultados de Colombia en TIMMS 2007.* Bogotá.

ICFES. (2013). *Colombia en PISA 2012.* Bogotá.

Ley115. (1994). Ley general de la educación. Bogotá, Colombia.

Ley715. (2001). Bogotá, Colombia .

MEN. (1998). *Lineamientos curriculares para el área de matemáticas.* Bogotá.

MEN. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas y ciencias ciudadanas.* Bogotá.

MEN. (8 de Mayo de 2014). *Colombia Aprende.* Recuperado el 2 de Marzo de 2015, de http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-342931_recurso_1.pdf

Morín, E. (1996). *Introducción al pensamiento complejo.* España: Editorial Gedisa.

Morín, E. (2001). *Los siete saberes necesarios para la educación del futuro.* Bogotá: Cooperativa editorial Magisterio.

Rico, L. (2006). La competencia matemática en PISA. *PNA, 1*(2), 47-66.

Rivera, J. (2009). *Interpretación de significados de la función cuadrát ica en un ambiente computacional , desarrol lada por estudiantes de II de Bachillerato de la Escuela Normal Mixta " Pedro Nufio ".* Tesis de maestría, Universidad Pedagógica Nacional "Francisco Morazán" Hondura, Tegucigalpa.

Stone, M. (2003). *La enseñanza para la comprensión: vinculación entre la investigación y la práctica.* Buenos Aires, Argentina: Paidós.

Villada, A. (2013). *Diseño e implementación de curso virtual como herramienta didáctica para la enseñanza de las funciones cuadráticas para el grado noveno en la institución educativa Gabriel García Márquez utilizando Moodle.* Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia, Antioquia, Medellin.

A. Anexos

En el anexo A se muestra la prueba que se utilizó de pre test y post test para analizar las Falencias de los estudiantes frente a las funciones cuadráticas

En el anexo B se encuentran las guías de actividades que fueron diseñadas con el objetivo de que los estudiantes lograran mayor comprensión de las funciones cuadráticas, estas guías se encuentran clasificadas de acuerdos a las distintas fase que se utilizan en el marco de la EpC

Anexo A: Test

Pre y post- test

IER Yarumito Barbosa - Antioquia

Prueba diagnóstica para determinar la comprensión de los estudiantes frente a las funciones cuadráticas

Tenga en cuenta realizar los procedimientos en la misma hoja y seguir las indicaciones para resolver cada pregunta

Estudiante_____ Fecha_____ Grado___

1.Defina con sus propias palabras que es una función cuadrática:_____

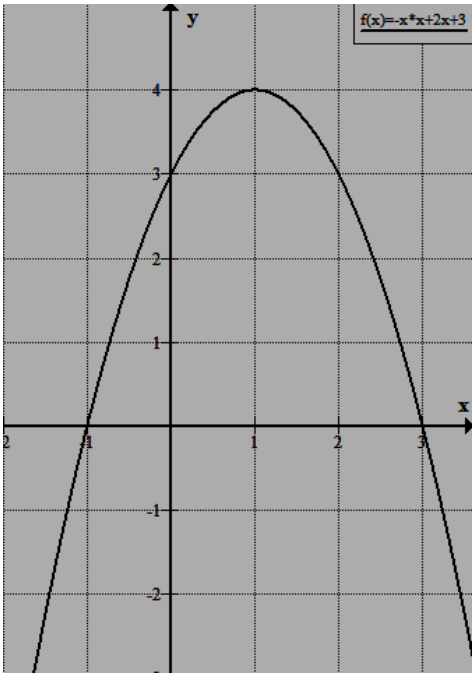
_____

_____

2. Complete la tabla de valores para la función: **y= f(x) = x^2-3x-1** mostrando los procedimientos y operaciones pasos a paso para obtener los valores de y o f(x)

X	2	0	-1	-3	-2	4	1
f(x)							

3. De acuerdo a la siguiente gráfica responda:



a) La gráfica intercepta al **eje X** en los puntos:

b) El punto de Intersección con el **eje Y** es:

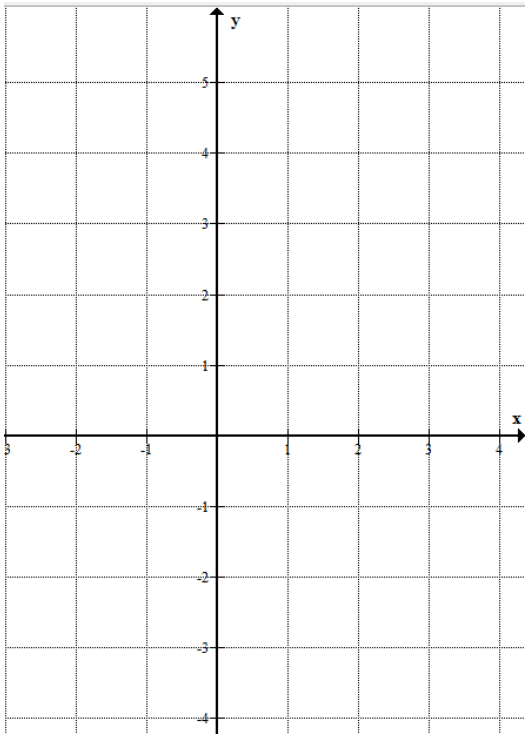
c) El vértice es el punto:

d) La recta de simetría es: X =

Anexos

4. Elabore en el plano cartesiano la gráfica de una parábola teniendo en cuenta los tabla de valores

X	f(x)
-2	5
-1	0
0	-3
1	-4
2	-3
3	0
4	5



5. Si se tiene 100 metros de malla para encerrar un terreno que tenga forma rectangular. Si uno de los lados del terreno no se debe enmallar debido a que se encuentra a orillas del río ¿Cuál es el área máxima que puede cercarse? (para solucionar: realice un dibujo o esquema y después escriba la ecuación que muestre la situación planteada y por último determine los valores del ancho y el largo que cumplan con la condición)

6. Mencione 2 aplicaciones de las funciones cuadráticas en la vida cotidiana

_____

_____

Anexo B: Guía de actividades

Esta guía de actividades que se muestra en este anexo fueron las herramientas que utilizamos en el aula de clases para poder buscar en los estudiantes la comprensión de las funciones cuadráticas para lo cual nos ayudamos del marco de la EpC.

A.1 Actividades de la fase de exploración para la enseñanza de las funciones cuadráticas

A.1.1. Desempeños de comprensión

Los estudiantes comprenderán cuál es la función más simple que modela una parábola e identificaran esta forma en diversas situaciones de la vida cotidiana.

Actividad 1.1: Qué es una parábola y qué tipo de función representa

Consulte en diferentes medios como: internet, libros, diccionarios, entre otros ¿cuál es la definición de parábola?

_____
_____
_____

Consulte en diferentes medios como: internet, libros, diccionarios, entre otros ¿cuál es la definición de función en matemáticas?

_____
_____
_____

Como se puede representar una función y cuáles son sus elementos
_____
_____
_____

En que situaciones de la vida real se utilizan las funciones_____
_____

Actividad 1.2: Generalidades de la función cuadrática

Organizados en parejas realizamos la lectura sobre “La función cuadrática”, luego para profundizar un poco se proyecta un video acerca de la misma temática,

Lee con mucha atención

Anexos

La función cuadrática

Una función *f* se llama cuadrática si puede ser escrita de la forma: $y = \boldsymbol{ax^2 + bx + c}$ donde *a, b* y *c* números reales con $\boldsymbol{a \neq 0}$

El dominio de esta función son todos los reales y su representación gráfica es una parábola. Si $\boldsymbol{a > 0}$ la parábola abre hacia arriba. Si $\boldsymbol{a < 0}$ la parábola abre hacia abajo

Elementos o puntos notables de la función cuadrática

Eje se simetría: Es una recta que divide a la parábola de tal manera que cada punto de la misma tiene su simétrico en la misma parábola. Y se calcula bajo la expresión: $\mathbf{x = \frac{-b}{2a}}$

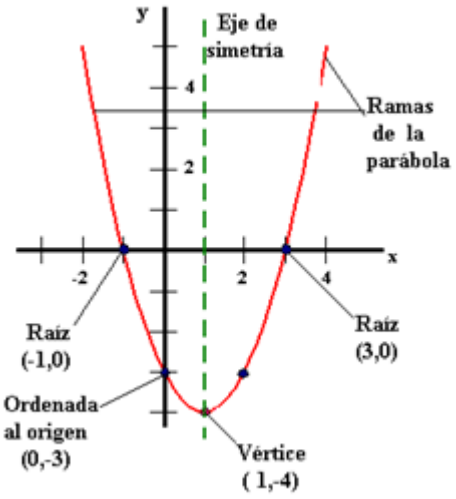
Intercepto con el eje y (Ordenada en el origen): Es el punto de corte de la parábola con el eje y este punto se calcula cuando x=0 por lo tanto: f (0) = a(0)^2 + b(0) + c = c , es decir su coordenada es **(0, c)**

Vértice (v): Es el punto de intersección de la parábola con el eje de simetría y determina el punto máximo o mínimo de la función y se determina con la expresión V= (h, k) donde $\mathbf{h = \frac{-b}{2a}}$ que la misma de la recta de simetría y **k= f(h)**

Interceptos con el eje x (raíces): Son los puntos donde la gráfica corta el eje x y se encuentre cuando y=0 es decir se encuentran los valores de x tales que: ax^2+bx+c=0

Si esos valores son **m y n** entonces las coordenadas son: (m, 0) y (n, 0)

Figura A. 1Gráfica con elementos de la función cuadrática



Fuente: http://goo.gl/fcqa6x

Después de leer el documento y observar el video los estudiantes deben realizar un mapa conceptual en parejas donde se explique la función cuadrática con sus principales elementos.

Para esto lo estudiantes utilizaran hoja de papel periódico, lápiz, marcadores, etc. para elaborar el mapa que será expuesto por cada uno de los grupos.

Actividad 1.3: Collage sobre funciones cuadráticas y parábola

Esta actividad se realiza de manera individual y consiste en que:

Los estudiantes deben consultar y realizar un collage que contenga imágenes, o fotos que puede ser tomada de la web, periódicos, revistas, entre otros acerca de la parábola en diversas situaciones de la vida cotidiana, el collage se puede realizar de manera digital usando diversos programas, se recomienda usar como mínimo 7 imágenes distintas

Después de realizar la actividad responder las siguientes preguntas:

1. Cuáles fueron las aplicaciones que más te parecieron interesantes:

_____

_____

2. Menciona en cuales movimientos y figura se observan las parábolas

_____

_____

_____

3. Como las puedes aplicar a tu vida en un futuro esas aplicaciones

_____

_____

4. Cuales problemas que impliquen la parábola y aplicaciones de las funciones cuadráticas gustaría resolver

_____

_____

_____

Actividad 1.4: Graficando de puntos en el plano cartesiano

Esta actividad se realizar en parejas para desarrollarla primero los estudiantes verán los videos "como graficar en el plano cartesiano" tomados de la web: https://www.youtube.com/watch?v=OIXmKOq9b7Q y https://www.youtube.com/watch?v=De80lfInDkI

Para responder las siguientes preguntas:

1) En un sistema de coordenadas cartesianas un punto queda determinado por un par de coordenadas de las cuales la primera es la ordenada y la segunda es la abscisa. Esta afirmación es:

a) Correcta

b) Incorrecta

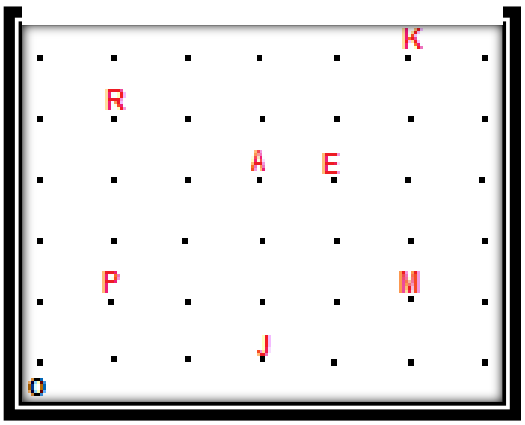
¿Porqué?_____

_____

_____

2. En un día de clases los estudiantes Karina (K), Román (R), Manuela (M), Jairo (J), Eduardo (E), Pedro (P), y Aurora (A), se encuentran ubicados en sus respectivas sillas, como indica la figura.

Figura A. 2 Puntos de un plano cartesiano



La maestra decide exaltar por rendimiento académico a tres estudiantes, pero no los llama por su nombre si no por la coordenada del puesto que ocupan en el salón, (1,4) (3,3) (5,1) de acuerdo a la información expresa, se concluye que los estudiantes de mejor rendimiento de este salón son:

a) Román , Aurora , Eduardo
b) Román, Eduardo , María
c) Román, Eduardo , Manuela
d) Román, Aurora, Manuela

3. Si graficamos los puntos de la siguiente tabla

X	-1	0	1
Y	-1	1	3

La figura que se forma es en el plano cartesiano al unir los puntos de manera consecutiva es:

a) Una línea recta
b) Una línea curva
c) Un triángulo
d) Ninguna de las anteriores

4. Si graficamos los puntos de la siguiente tabla

X	-1	0	1	2
Y	1	0	1	4

La figura que se forma es en el plano cartesiano al unir los puntos de manera consecutiva es:

a) Una línea recta
b) Una línea curva
c) cuadrado
d) Ninguna de las anteriores

5. Si graficamos los puntos de la siguiente tabla

X	-1	-1	1
Y	2	-1	-1

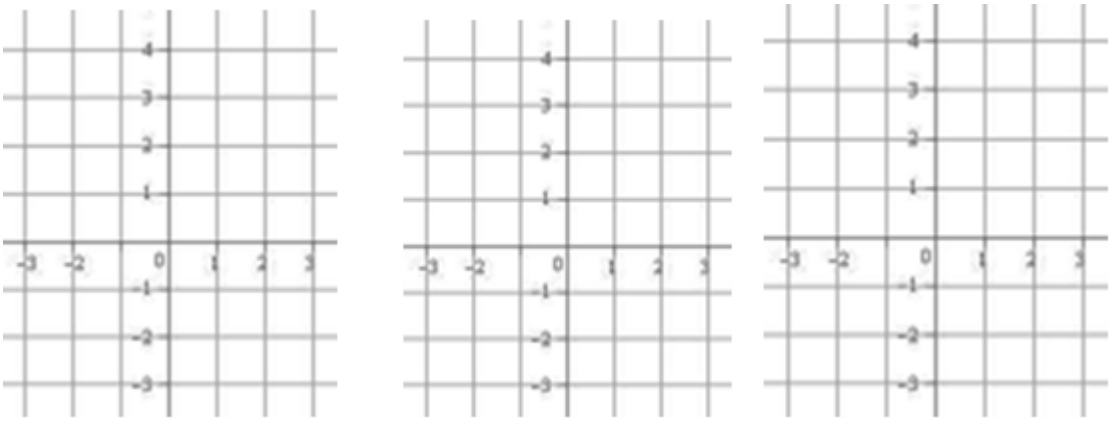
La figura que se forma es en el plano cartesiano al unir los puntos de manera consecutiva es

a) Una letra L
b) Una línea curva
c) Una letra T
d) Ninguna de las anteriores

Realice los procedimientos para los puntos 3,4 y 5 en los siguientes planos:

Anexos

Figura A. 3: planos cartesianos para realizar la actividad 3, 4 y 5



A.2. Actividades de la fase de la investigación guiada para la comprensión de las funciones cuadráticas

A.2.1. Desempeños de comprensión

Los estudiantes comprenderán de la función más simple que modela una parábola como dibujar su gráfica e identificaran sus principales elementos

Actividad 2.1.1: variación de la graficas función cuadrática

Objetivos: Determinar cómo los coeficientes de una función cuadrática modifican su gráfica.

Utilizar herramientas tecnológicas e informáticas para facilitar la comprensión de los elementos principales de la función cuadrática

Esta actividad va estar dirigida por el docente, en compañía de los estudiantes el cual va graficar las funciones y llenar las tablas con la ayuda de un graficador

1. Completa la siguiente tabla teniendo en cuenta la transformación que sufre la función: $f(x)=x^2$

Tabla A. 1: variación del parámetro a, b=c=o

Ecuación	$f(x) = x^2$			
Abre hacia	**Arriba**			
A	**1**	**-1**	**-2**	**3**
B	**0**	**0**	**0**	**0**
C	**0**	**0**	**0**	**0**
Desplazamiento Horizontal hacia la	**No**			
Desplazamiento Vertical hacia	**No**			

Tabla A. 2: variación del parámetro b, a=1 y c=0

Ecuación	$f(x) = x^2$				
Abre hacia	**Arriba**				
A	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**
B	**0**	**1**	**-1**	**2**	**-2**
C	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**
Desplazamiento Horizontal hacia la	**No**				
Desplazamiento Vertical hacia	**No**				

Anexos

Tabla A. 3: variación del parámetro c, a=1 y b=0

Ecuación	$f(x) = x^2$				
Abre hacia	**Arriba**				
A	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**
B	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**
C	**0**	**2**	**-1**	**-2**	**3**
Desplazamiento Horizontal hacia la	**No**				
Desplazamiento Vertical hacia	**No**				

2. De acuerdo a la actividad anterior responde las siguientes preguntas:

Que sucede con la gráfica si el valor del coeficiente **a** es positivo: _____

_____

Que sucede con la gráfica si el valor del coeficiente **a** es negativo: _____

_____

Que sucede con la gráfica si el valor del coeficiente **b** es positivo: _____

_____

Que sucede con la gráfica si el valor del coeficiente **b** es negativo: _____

_____

Que sucede con la gráfica si el valor del coeficiente **c** es positivo: _____

_____

Que sucede con la gráfica si el valor del coeficiente **c** es negativo:

_____

_____

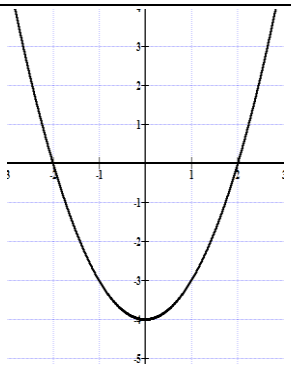
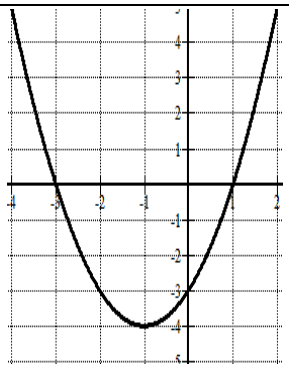
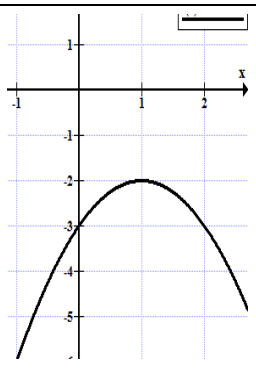
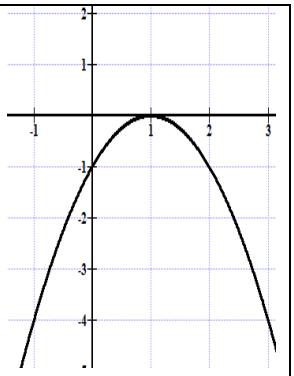
Actividad 2.1.2: Elementos de la función cuadrática

Objetivos: Identificar los elementos principales de la función cuadrática

Utilizar herramientas tecnológicas e informáticas para facilitar la comprensión de los elementos principales de la función cuadrática

1. Llena los espacios la siguiente tabla teniendo en cuenta la ecuación y la gráfica de una función cuadrática que se representan

Tabla A. 4: Elementos de la gráfica de la función cuadrática

Gráfica				
Ecuación	**$f(x)=x^2-4$**	**$f(x)=x^2+2x-3$**	**$f(x)=-x^2+2x-3$**	**$f(x)=-x^2+2x-1$**
Vértice				
Int. Con eje x				
Int. Con eje y				
Ecuación eje de simetría				

Anexos

Actividad 2.1.3: **cálculo del Vértice de una parábola**

Una función cuya expresión es: f (x) = ax^2+ bx + c, a ≠ 0, con a, b y c números reales, se llama función cuadrática y su gráfica es un parábola

El vértice de una parábola es el lugar donde la parábola cambia su sentido, determina el eje de simetría que divide la parábola en dos partes semejantes o iguales y determina el valor máximo o mínimo de la función cuadrática.

Si en la función: **f (x) = ax^2+ bx + c, a ≠ 0**, con a, b y c números reales.

Si **a > 0,** es decir **a es positivo**, las parábolas se abren hacia arriba, y el vértice determina el valor mínimo de la función.

Si **a < 0**, es decir **a es negativo,** las parábolas se abren hacia abajo y el vértice determina el valor máximo de la función.

Como calcular las coordenadas del vértice

Para determinarlas, buscamos los puntos en que la recta *y = c* corta a la parábola, para lo cual resolvemos es siguiente sistema de ecuaciones:

1) y = ax^2 + bx + c
2) y = c

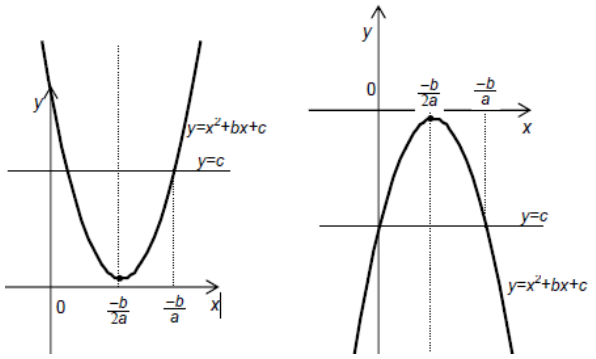
Cuyas soluciones son: $x = 0$ y $\boldsymbol{x = \frac{-b}{a}}$**,** la abscisa del vértice es el punto medio, tanto si la curva se abre hacia arriba, como hacia abajo es:

$$\boldsymbol{x = \frac{0 + \frac{-b}{a}}{2} = \frac{-b}{2a}}$$

La ordenada del vértice se obtiene evaluando la función

En conclusión las coordenadas del vértice es V:(h, k) donde: $\boldsymbol{h = \frac{-b}{2a}}$ y k=f(h)

Figura A. 4: Vértice de una parábola



Fuente:http://webfcfmyn.unsl.edu.ar/wp-content/uploads/2012/05/cap6+prac.pdf

Ejemplo:

Dada las siguientes funciones cuadráticas determinar las coordenadas del vértice y determinar si es un valor máximo o mínimo

1) f (x) = x^2+ 4x + 1 2) f (x) = -2x^2+ 100x 3) f (x) = -8x+12 + x^2

Solución

Para la función del punto 1: a=1, b= 4 y c=1

Ahora reemplazamos los valores en $\boldsymbol{h = \frac{-b}{2a}}$ y nos queda:

$\boldsymbol{h = \frac{-(4)}{2(1)} = \frac{-4}{2} = -2}$. Luego reemplazamos este valor en la función original para hallar el valor de **k** y nos queda: **k= f (2) = (-2)^2+ 4(-2) + 1 = 4-8+1= -3**

V:(h,k), por lo tanto **V:(-2,-3)** y como **a>0** el vértice determina el **mínimo** de la función

Para la función del punto 2: a=-2, b= 100 y c=0

Ahora reemplazamos los valores en $\boldsymbol{h = \frac{-b}{2a}}$ y nos queda:

$\boldsymbol{h = \frac{-(100)}{2(-2)} = \frac{-100}{-4} = 25}$. Luego reemplazamos este valor en la función original para hallar el valor de **k** y nos queda: **k= f (25) = -2(25)^2+ 100(25)**

f (25) = -2(625)+ 100(25) = -1250+2500 = 1250

V:(h,k), por lo tanto **V:(25,1250)** y como **a<0** el vértice determina el **máximo** de la función

Para la función del punto 3: a=1, b= -8 y c=12

Ahora reemplazamos los valores en $\boldsymbol{h = \frac{-b}{2a}}$ y nos queda:

$\boldsymbol{h = \frac{-(-8)}{2(1)} = \frac{8}{2} = 4}$. Luego reemplazamos este valor en la función original para hallar el valor de **k, k=f (4) = -8(4)+12 + (4)^2 = -32+12+16 = - 4**

V:(h,k), por lo tanto **V:(4,-4)**, como **a>0** el vértice determina el **mínimo** de la función

Ejercicios propuestos

Dada las siguientes funciones cuadráticas determinar las coordenadas del vértice y determinar si es un valor máximo o mínimo.

Anexos

Nota: Realice las operaciones y procedimientos en esta hoja

a) f (x) = $2x^2$+ 4x + 5

b) f (x) = $-2x^2$+ 80x

c): f (x) = -6x+1 - $3x^2$

d) f (x) = $5x^2$+ 40x + 5

Qué importancia tiene saber las coordenadas del vértice de una parábola

_____

_____

Actividad 2.1.4: Como se grafica de una función cuadrática

Para graficar una función cuadrática debemos encontrar sus elementos principales para esto en primer lugar observaremos el Video titulado: Gráfica función cuadrática, tomado de la web: https://www.youtube.com/watch?v=nbYKw_5pRnU

Otra forma de realizar la gráfica es encontrar en primera instancia el vértice y a partir de este tomar dos o más valores preferiblemente enteros tanto a la derecha como a la izquierda de este, como se ilustra en el siguiente ejemplo:

Graficar la función: $y = -\boldsymbol{x^2} + \boldsymbol{2x} + \boldsymbol{3}$

Solución: Tenemos que:

a=-1, b=2 y c =3 calculamos los elementos notables

Eje se simetría:

$\mathbf{x} = \frac{-(2)}{2(-1)} = \frac{-2}{-2} = \mathbf{1}$

Entonces la recta de simetría es **x=1**

Vértice: v= (h, k)

Como x=1 entonces h=1

$k = f(1) = -(\mathbf{1})^{\mathbf{2}} + \mathbf{2}(\mathbf{1}) + \mathbf{3}$

$\boldsymbol{k} = -\mathbf{1} + \mathbf{2} + \mathbf{3} = \mathbf{5} - \mathbf{1} = \mathbf{4}$

Por lo tanto **V= (1,-4)**

Como x=1; tomamos a la izquierda x=-1 y x=0 y a la derecha x= 2 y x=3 y evaluamos:

$f(-1) = -(-\mathbf{1})^{\mathbf{2}} + \mathbf{2}(-\mathbf{1}) + \mathbf{3} = -(\mathbf{1}) - \mathbf{2} + \mathbf{3} = -\mathbf{1} - \mathbf{2} + \mathbf{3} = \mathbf{0}$ **, se obtiene (-1,0)**

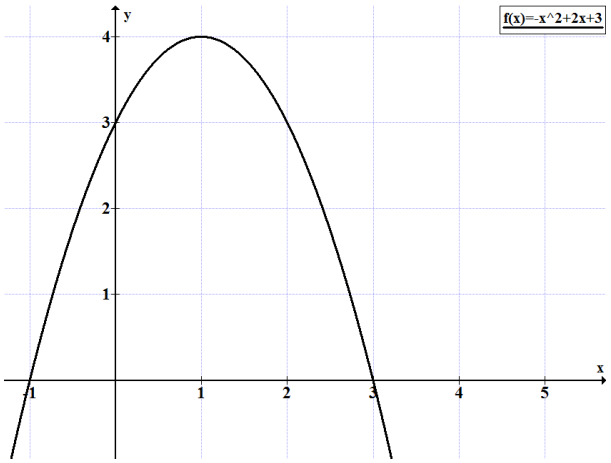
$f(0) = -(\mathbf{0})^{\mathbf{2}} + \mathbf{2}(\mathbf{0}) + \mathbf{3} = -(\mathbf{0}) + \mathbf{0} + \mathbf{3} = \mathbf{0} + \mathbf{0} + \mathbf{3} = \mathbf{3}$ **, se obtiene (0,3)**

$f(2) = -(\mathbf{2})^{\mathbf{2}} + \mathbf{2}(\mathbf{2}) + \mathbf{3} = -(\mathbf{4}) + \mathbf{2} + \mathbf{3} = -\mathbf{4} + \mathbf{4} + \mathbf{3} = \mathbf{3}$ **, se obtiene (2,3)**

$f(3) = -(\mathbf{3})^{\mathbf{2}} + \mathbf{2}(\mathbf{3}) + \mathbf{3} = -(\mathbf{9}) + \mathbf{6} + \mathbf{3} = -\mathbf{9} + \mathbf{6} + \mathbf{3} = \mathbf{0}$ **, se obtiene (3,0)**

Y su respectiva gráfica es:

Figura A. 5: Gráfica de la función $y = -x^2 + 2x + 3$



Después de estos se realizan proponen 2 ejercicios para que los estudiantes los realicen con sus compañeros en parejas con la asesoría del docente para determinar que tanto han entendido el tema y posterior a esto se le proponen otros ejercicios:

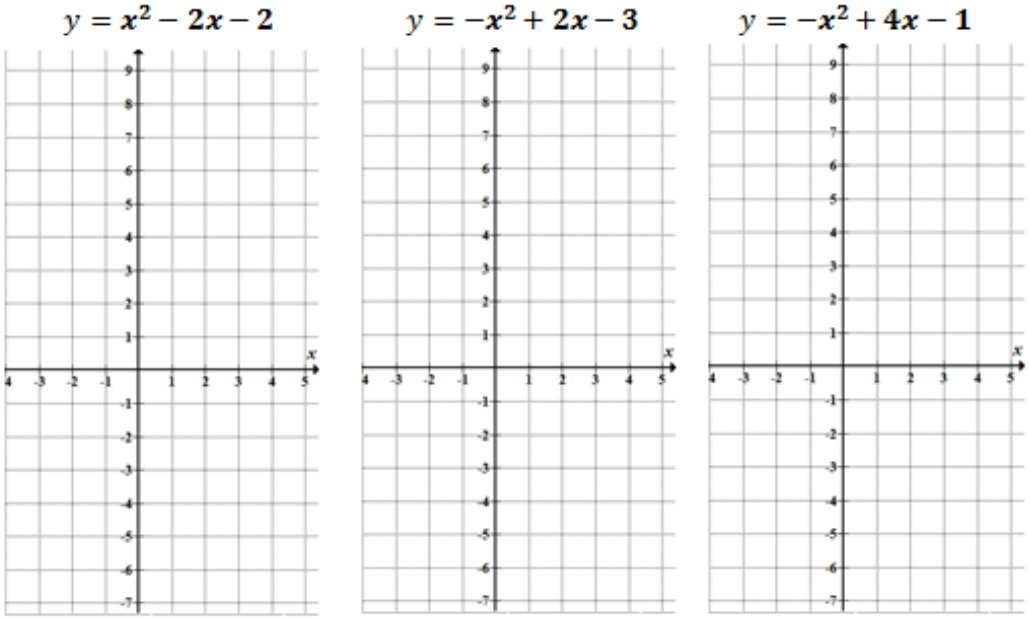
a) Graficar la función: $y = \boldsymbol{x^2 - 6x + 5}$ b) Graficar la función: $y = \boldsymbol{x^2 - 4x + 1}$

Ejercicios propuestos

Graficar las siguientes funciones en el plano cartesiano correspondiente

Anexos

Figura A. 6: Planos cartesianos para graficar las funciones cuadráticas



A.2.2. Desempeños de comprensión

Los estudiantes comprenderán de la función más simple que modela una parábola puede ser aplicada para la solución de problemas en diversos contextos de su cotidianidad

Actividad 2.2.1: ¿qué es un puente colgante?

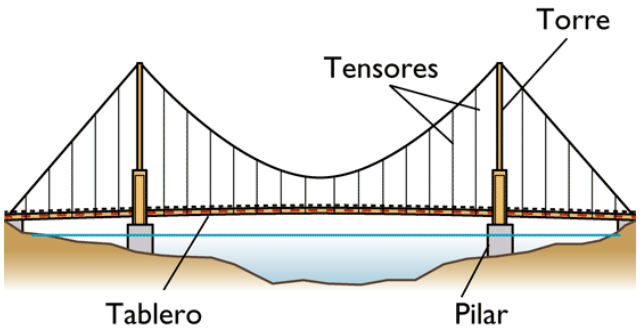
Lee la siguiente información acerca de los puentes colgante

Un puente colgante: Es un puente sostenido por un arco invertido formado por numerosos cables de acero, del que se suspende el tablero del puente mediante tirantes verticales. Desde la antigüedad este tipo de puentes han sido utilizados por la humanidad para salvar obstáculos. A través de los siglos con la introducción y mejora de distintos materiales de construcción este tipo de puentes son capaces en la actualidad de soportar el tráfico rodado e incluso líneas del ferrocarril ligeras.

En el puente colgante el tablero, en vez de estar apoyado sobre pilas o arcos se sujeta mediante cables o piezas atirantadas desde una estructura a la que van sujetas. Una de sus variantes más conocidas es el que tiene una catenaria formada por numerosos cables de acero de la que se suspende el tablero del puente mediante tirantes verticales.

La catenaria cuelga de dos torres de suficiente altura, encargadas de llevar las cargas al suelo.

Figura A. 7: Elementos de un puente colgante



Fuente: http://goo.gl/Yyly3W

Después de leer la información sobre los puentes colgantes contesta las siguientes preguntas:

1. Explica la importancia de los puentes colgantes:

_____

_____

_____

2. Cuáles son los elementos principales de un puente colgante y su importancia

_____

_____

_____

3. Como te ayudan las matemáticas en la construcción de un puente colgante

_____

_____

_____

Luego se les proyecta el video: How to make suspensión bridge model

Que traduce como hacer un modelo de un puente colgante

Anexos

Tomado de la web: https://www.youtube.com/watch?v=tKevXAagcco y se les dice que para la próxima clase lleven a los materiales del medio que consideren necesario para la construcción de un modelo de un puente colgante.

Actividad 2.2.2: Realizando medidas de un puente colgante

Para la construcción de un puente colgante que tenga una extensión de 80 m de largo y que sus torres tengan una altura de 20 m de altura se realizan estudios y de ellos se obtiene la tabla:

Tabla A. 5: Relación entre las medidas: Distancia desde el centro del puente y Altura del puente.

Distancia desde el centro del puente (m)	0	20	28,28427	34,64102	40
Altura del puente (m)	0	5	10	15	20

Después de observar los datos de la tabla realiza las siguientes operaciones

Realiza los siguientes pasos para cada uno de los valores presentados en la tabla:

1. Eleva el valor de la distancia desde el centro del puente al cuadrado

2. Divide el resultado entre 80 y anota el resultado

Que puedes decir de los resultados obtenidos:

_____

_____

Ahora toma la altura del puente y realiza los siguientes pasos:

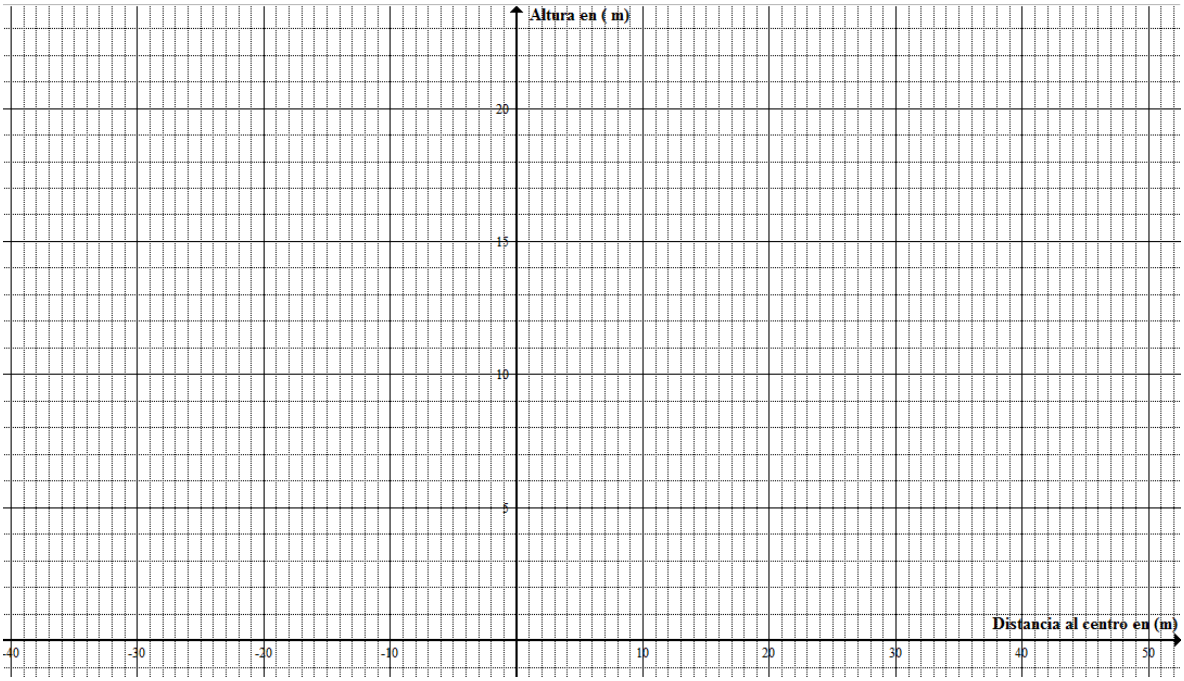
1. Toma el valor de la altura del puente y multiplica por 80.

2. Determina la raíz cuadrada de los valores anteriores.

Que puedes decir de los resultados obtenidos:

Con los datos de la tabla dada y teniendo en cuenta que para distancias negativa grafícalos plano el siguiente:

Figura A. 8:gráfico de distancia horizontal desde el centro vs altura en un puente colgante



Que grafica obtuviste

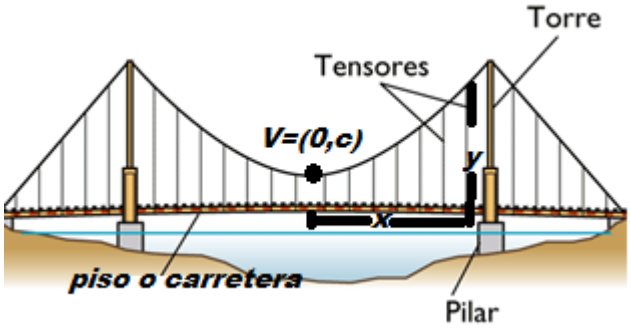
Con cuál de las siguientes funciones encuentro los valores de la tabla suministrada:

1 . $y = 80x^2$ 2. $y = \frac{x^2}{80}$ 3. $y = 40x^2$

Anexos

Actividad 2.2.3: Aplicaciones de las funciones cuadráticas: Medidas de un puente colgante

Figura A. 9: Elementos para medidas de los puentes colgantes



La función que relaciona las medidas de un puente colgante es una parábola que se abre sus ramas hacia arriba y tiene como vértice el punto **(0, c)** que es el punto más bajo, donde **c** es la mínima altura entre el piso o carretera y la cuerda. Su ecuación está dada por: $y-c=ax^2$; si el cable esta sobre el piso entonces la ecuación queda: $y=ax^2$

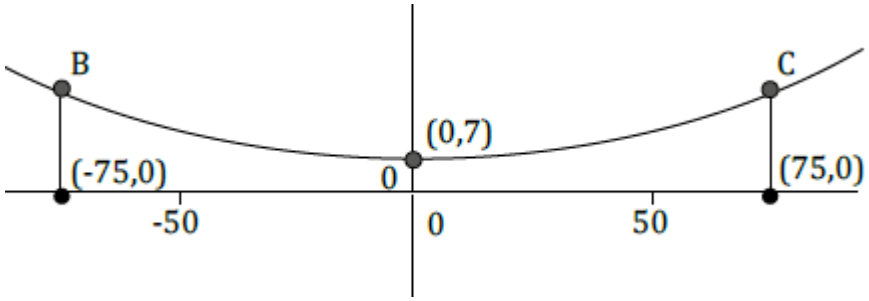
x:Representa la distancia horizontal del vértice de la parábola (centro de la cuerda) a un punto de la carretera o el piso

y: Representa la distancia vertical a un punto de la carretera o el piso

Ejercicios de aplicación

1) El cable de suspensión de un puente colgante tiene forma de parábola, cuando el peso está uniformemente distribuido horizontalmente. La distancia entre las dos torres es de 150 metros, los puntos de soporte del cable en las dos torres están a 22 metros sobre la carretera y el punto más bajo del cable está a 7 metros por encima de la carretera. Calcule la distancia vertical del cable a un punto sobre carretera, situado a 15 metros del pie de una torre. Este ejercicio fue tomado del libro: 100 problemas que todo bachiller debe entender y resolver del Plan de mejoramiento de la enseñanza y apropiación de las matemáticas en Antioquia 2012 – 2015

Figura A. 10: medidas que se relacionan en el puente colgante



Fuente: Libro 100 problemas que todo bachiller debe entender y resolver

De acuerdo con la gráfica, la parábola que describe el puente corresponde a una parábola con vértice en el punto (0,7) que se abre hacia arriba.

Por lo tanto su ecuación es: $y-7=a\,x^2$ donde k es una constante que se puede determinar conociendo que cuando $x = 75$ ó $x = -75$ se tiene que $y = 22$. Es decir, $22 - 7 = a\,(75)^2$ $15 = a\,(75)^2$ de donde:

$$a = \frac{15}{(75)^2}$$

Así que la ecuación de la parábola es:

$y-7=ax^2$ reemplazando k obtenemos la ecuación:

$y-7=\frac{15}{(75)^2}x^2$ por lo tanto: $y=\frac{15}{(75)^2}x^2+7$

Ahora, si un punto se encuentra situado a 15m de alguna de las torres entonces estará ubicado sobre el eje X en un punto con coordenadas $(-75 + 15,0)$ o $(75 - 15,0)$, es decir $(-60,0)$ o $(60,0)$. En cualquier caso, la altura de la parábola corresponderá a:

$$y=\frac{15}{(75)^2}(60)^2+7=\frac{15}{5625}(3600)+7=\frac{15*3600}{5625}=9.6+7=16.6$$

Por lo tanto a una distancia horizontal de 60 m del centro de la parábola o a una distancia de 15m de las torres la altura es de 16.6 m

El puente Golden Gate enmarca la entrada a la bahía de San Francisco. Sus torres de 746 pies de altura están separadas por una distancia de 4200 pies. El puente está suspendido de dos enormes cables que miden 3 pies de diámetro: el ancho de la calzada es de 90 pies y ésta se encuentra aproximadamente a 220 pies del nivel del agua. Los cables forman una parábola y tocan la calzada en el centro del puente.

Determinar la altura de los cables a una distancia de 1000 pies del centro del puente.

Este ejercicio fue Tomado de la web:http://aportemath.blogspot.com/2011/04/aplicacion-de-las-funciones-cuadraticas.html

Solución:

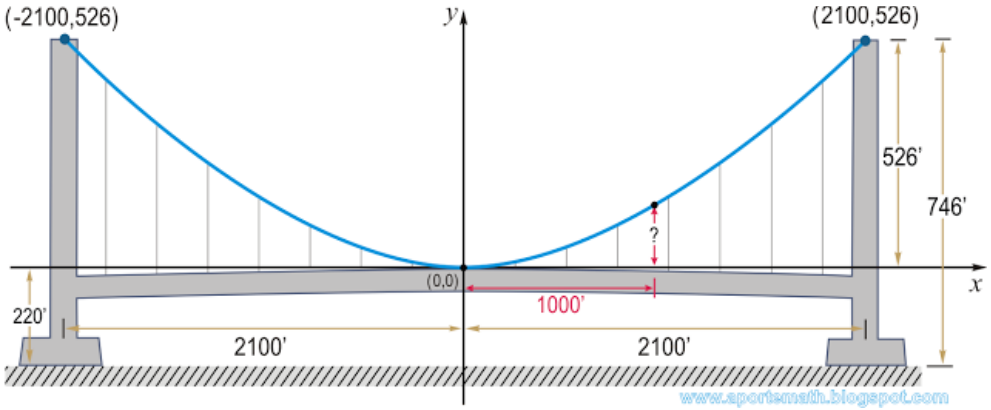
Empezamos seleccionando la ubicación de los ejes de coordenadas de modo que el eje x coincida en la calzada y el origen coincida en el centro del puente.

Anexos

Como resultado de esto, las torres gemelas quedarán a 746-220=526 pies arriba de la calzada y ubicadas a 4200/2=2100 pies del centro.

Los cables de forma parabólica se extenderán desde las torres, abriendo hacia arriba, y tendrán su vértice en (0,0) como se ilustra en la figura de abajo

Figura A. 11: Medidas del puente colgantes de el puente Golden Gate



Fuente: http://goo.gl/GHJVVe

La manera en que seleccionamos la colocación de los ejes nos permite identificar la ecuación de una parábola como

$y=ax^2$, $a>0$.

Obsérvese que los puntos $(-2100,526)$ y $(2100,526)$ están en la gráfica parabólica.

Con base en estos datos podemos encontrar el valor de a en $y=ax^2$:

$y=ax^2$ $526= a(2100)^2$

$\boldsymbol{a = \frac{526}{(2100)^2}}$ Así, la ecuación de la parábola es $y= \frac{526}{(2100)^2} x^2$

La altura del cable cuando x=1000 es

$\boldsymbol{y = \frac{526}{(2100)^2}(1000)^2 = \frac{526}{(2100)^2}(1000000) = \frac{526*1000000}{4410000}}$ ≈119.3 pies

Por tanto, el cable mide 119.3 pies de altura cuando se está a una distancia de 1000 pies del centro del puente.

Ejercicios propuestos

1) El puente colgante de la vereda Yarumito se sostiene mediante un cable de forma parabólica. Si el cable se encuentra a 2 m de altura del piso en el punto medio del puente

y se sabe que las torres que lo soportan se encuentran separadas a 30 m y alcanza una altura de 10 m. ¿Cuál debe ser la altura de un puntal que se encuentra a 6 m de las torres de sustentación?

2) Un ingeniero civil desea construir un puente colgante que consta de un cable parabólico que se sostiene mediante 2 torres que se encuentran a una distancia horizontal de 1000 m y una altura de 100 m del piso. Si el cable se encuentra a 10 m de altura del el piso en el punto medio del puente. ¿Cuál debe ser la altura de un puntal que se encuentra a una distancia horizontal de 200 m del centro del cable?

3) Un puente colgante que se sostiene mediante un cable de forma parabólica. Si el cable toca el piso en el punto medio del puente y se sabe que las torres que lo soportan se encuentran separadas a 600 m y alcanza una altura de 300 m. ¿Cuál debe ser la altura de un puntal que se encuentra a 50 m de las torres?

4) Debido a las dificultades geográficas de una región se decide construir un puente colgante que se sostiene mediante un cable parabólico. Si el cable toca el piso en el punto medio del puente y se sabe que las torres que lo soportan se encuentran separadas a 90 m y alcanza una altura de 15 m. ¿Cuál debe ser la altura de un puntal que se encuentra a 30 m de las torres?

Actividad 2.2.4: **Construyendo el corral más grande**

Los estudiantes se deben organizaren parejas para el desarrollo de esta actividad se le plantea la siguiente situación:

El señor Petronilo le han regalado 240 m de cerca para construir un corral que tenga forma rectangular para que él pueda criar sus vacas si el corral está limitado por un rio de tal manera que no es necesario utilizar la cerca, cuales es el corral más grande que puede el construir

Anexos

Figura A. 12: Representación esquemática de la situación

Fuente:http://diarioadn.co/polopoly_fs/1.63938.1378296119!/image/image.jpg_gen/derivatives/p2-1d679x340/image.jpg

Para resolver el problema los estudiantes deben simular la situación utilizando hojas milimetradas donde construirán el problema a escala, es decir van a construir rectángulos con la forma de la figura anterior donde el perímetro sea de 24 cm

Para contrastar con lo realizado anteriormente el estudiante debe completar la siguiente tabla realizar la respectiva gráfica donde la variable **x** representa el ancho y la variable y el área de la superficie:

Tabla A. 6: Relación entre el largo del terreno y el área

Rectángulo	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ancho (cm)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Largo (cm)	24												
Área (cm^2)	0												

De acuerdo a la tabla anterior responde:

1) Cuáles son las dimensiones del ancho y el largo que hacen máximo el área del corral:

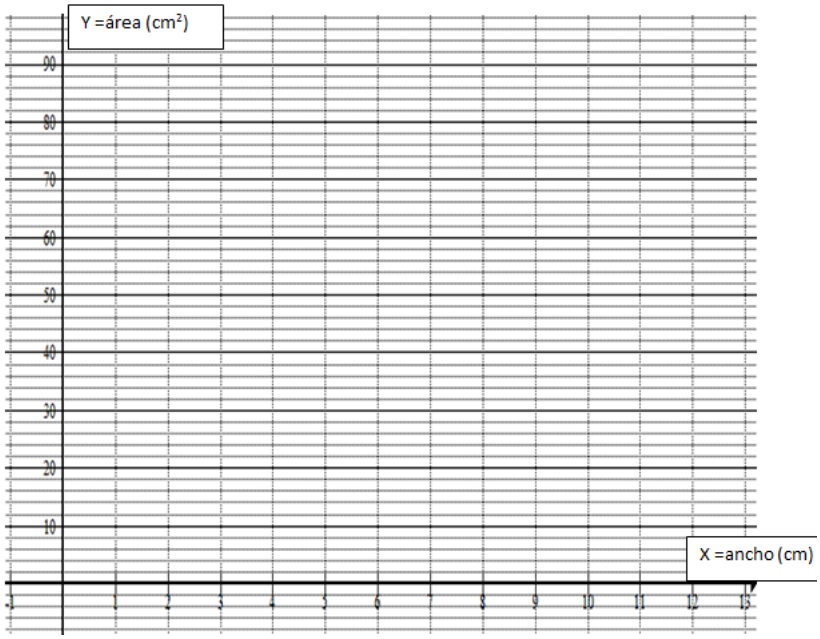
_____

2) Cuáles son los valores que de tomar el ancho y el largo para que el área no sea cero o un número negativo:

3) siempre que aumenta el ancho aumenta el área

Con la tabla anterior realizar la respectiva gráfica donde la variable **x** representa el ancho y la variable y el área de la superficie:

Figura A. 13: grafico de ancho versus área



De acuerdo a la tabla y la gráfica anteriores responde:

4) Que forma tiene la gráfica _____

5) Que elemento de la gráfica representa el punto donde el área es máxima y cuál es su coordenada

Anexos

Actividades 2.2.5: Aplicación de las funciones cuadráticas maximizando el área de un rectángulo de perímetro constante.

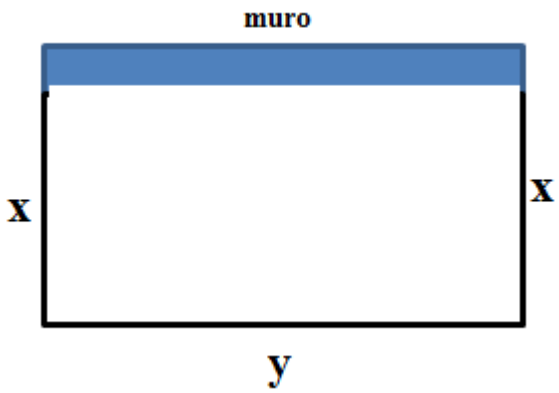
Las funciones cuadrática es una de las funciones más importante de las matemáticas ya que esta poseen gran variedad de aplicaciones en la vida cotidiana en diversas ciencias y contextos; una de las tantas utilidades consiste en cómo encontrar las dimensiones que debe tener de los lados de un rectángulo para obtener la mayor área posible si el perímetro es fijo. Para comprender esta utilidad se le pide el estudiante que observen el video: “Problemas de máximos y mínimos de funciones cuadráticas” tomado de la web: https://www.youtube.com/watch?v=LWOgO8YZgaU posterior al video se observa con atención la resolución del siguiente situación:

Si en la institución educativa para el desarrollo de un proyecto agropecuario de la especialidad se han donado unacerca de 180 m y se desea construir un galpón para criar gallinas de forma rectangular que se encuentra limitado por un muro. ¿Cuál debe ser las dimensiones del ancho y largo del galpón para que se obtenga la máxima área?

Solución:

Vamos a tomar la variable x=ancho y la variable y= largo y dibujamos la situación a continuación:

Figura A. 14: esquema que muestra las variables del problema



Como lacerca está acotada por el muro su perímetro es: P=x+x+y = 2x+y =180 m

Por lo tanto si despejamos y nos queda: y=180-2x

El área del galpón está dado por la función A(x)=xy si reemplazamos tenemos:

A(x)=x(180-2x) y desarrollando el producto: $A(x) = 180x - 2x^2$

La función anterior es una función cuadrática donde x representa el ancho del rectángulo en (m) y A(x) el área del rectángulo en (m^2) por lo tanto para encontrar su máximo encontramos el valor de las coordenadas del vértice V=(h, k).

En la función $A(x) = 180x - 2x^2$ a=-2 y b=180

Por lo tanto $\mathbf{h} = \frac{-\mathbf{b}}{\mathbf{2a}} = \frac{-\mathbf{180}}{\mathbf{2(-2)}} = \frac{-\mathbf{180}}{\mathbf{-4}} = \mathbf{45}$

$K=f(h)= 180(45)-2(45)^2 = 180(45)-2(45)^2 = 8100 - 2(2025) = 8100 – 4050 = 4050$

Por lo tanto el terreno tiene un área máxima cuando el ancho 45m y el área es 4050 m^2

Ejercicios propuestos

1) El señor Jorge le han regalado 158 m de cerca para construir un corral que tenga forma rectangular para que él pueda criar sus ovejas, si el corral está limitado por un río de tal manera que no es necesario utilizar la cerca, cuales es el corral más grande que puede el construir
2) Si para encerrar un terreno limitado por una pared que limita a dos propiedades al granjero le han entregado 220 m de malla metálica ¿Cuál es el rectángulo de mayor área que puede construir?

Después de realizar los ejercicios compara tus resultados con los del video y el desarrollado y responde:

Por cuanto debo multiplicar el ancho encontrado para obtener como resultado el valor del perímetro en las situaciones anteriores

_____

_____

Qué relación existe entre el ancho encontrado y el perímetro:

_____

_____

Anexos

Por cuanto debo multiplicar el ancho encontrado para obtener como resultado el valor del largo en las situaciones anteriores

_____

_____

Qué relación existe entre el ancho encontrado y el largo:

_____

_____

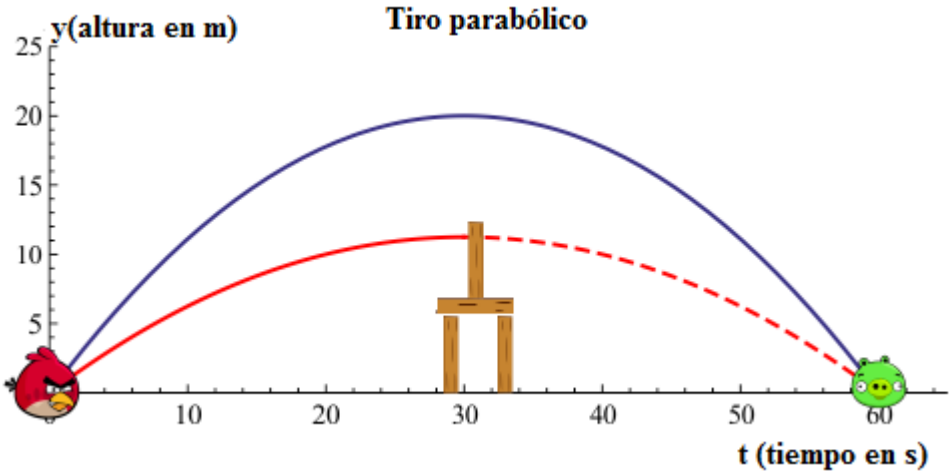
Actividad 2.2.6: Aplicaciones funciones: Lanzamiento de proyectil o El tiro parabólico

Tiro parabólico: Es la trayectoria que contempla un objeto que es lanzado muy cercano a la tierra con cierta inclinación y describe una trayectoria parabólica.

En la vida cotidiana observamos fenómenos tales como: El lanzamiento de un balón en un saque de meta efectuado por un portero, el lanzamiento de tres punto hacía la canasta en un encuentro de baloncesto, la forma como se mueve el agua en una fuente, la trayectoria de una bala que es lanzada por un cañón, entre otros fenómenos que se caracterizan en común, que es describir una trayectoria parabólica que pueden ser modeladas por la función cuadrática: $h(t)= v.t - ½ gt^2$

Dónde: v: es la velocidad inicial en (m/s), t: tiempo (s), g: la aceleración de la gravedad (m/s), y h(t): la altura

Figura A. 15: lanzamiento de proyectil: Angry birds



Fuente: http://laplace.us.es/wiki/images/f/f5/Tiro-parabolico-08.png

Para entender la solución de los problemas en primera instancia deben observar el video: Lanzamiento de un Proyectil 'Aplicación de las funciones cuadráticas' Tomado de la web: https://www.youtube.com/watch?v=VmXMhPtvEek

Después de observar el video se resuelven los siguientes ejercicios y se proponen varios:

Ejercicios resueltos

1) En un encuentro de fútbol un jugador lanza un balón que se mueve de acuerdo a la función $y(t)=20t- 5t^2$, donde y es la altura en metros y t el tiempo en segundos. Determinar cuál es la altura máxima que alcanza el balón

Solución: Primero se identifican los valores: a= -5 b=20 c=0 para determinar las coordenadas del vértice **V:(h,k)** donde h es el tiempo en que alcanza la altura máxima y k la altura máxima, que nos darán el punto máximo de la parábola la que puede alcanzar el móvil

$h = \frac{-(20)}{2(-5)} = \frac{-20}{-10} = 2.$ Luego reemplazamos este valor en la función dada

k= y (2) = $20(2) -5(2)^2 = 40-5(4)= 40- 20=20$

Por lo tanto la altura máxima que alcanza el balón es de 20 m y lo alcanza a los 2 s

2) Si un jugador de baloncesto lanza un balón que describe un movimiento de acuerdo a la función $y(t)=-2t^2 +4t +1$. Donde y es la altura en metros y t es el tiempo en segundos ¿En cuánto tiempo alcanza el balón la máxima altura y a cuanto corresponde esta?

Solución Para este caso: a= -2 b=4 c=1

$h = \frac{-(4)}{2(-2)} = \frac{-4}{-4} = 1.$ Luego reemplazamos este valor en la función dada

$y(t)=-2(1)^2 +4(1) +1=-2(1) +4+1=-2+4+1= 3$

En conclusión la altura máxima que alcanza el balón de baloncesto es de 3 m y lo alcanza en 1 s

Ejercicios propuestos

1) David Ospina lanza un balón que se mueve de acuerdo a la función $y(t)=25t- 10t^2$ donde y es la altura en metros y t el tiempo en segundos. Determinar cuál es la altura máxima que alcanza el balón

2) Si un jugador de voleibol realiza un saque de juego de acuerdo a la función $y(t)=8t-14t^2+1.5$ Donde y es la altura en metros y t es el tiempo en segundos ¿En cuánto tiempo alcanza el balón la máxima altura y a cuanto corresponde esta?

3) En un incendio de un edificio los bomberos utilizan una manguera que transporta el agua que sale por la boquilla de acuerdo a la función $y(t)= - 4t^2 +16t +5$. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza el agua?

Apéndice B

Pautas para elaborar el proyecto final de síntesis sobre las funciones cuadráticas de variable real.

1. De acuerdo a los tópicos trabajados acerca de las funciones cuadráticas plantee y resuelva una aplicación o situaciones de nuestra vida cotidiana.

Para estos tenga en cuenta lo siguiente:

a) Escoja las variables.

b) Realice un dibujo o esquema de la situación.

c) Plantee la función que determina el problema.

d) Realice la representación de la situación mediante una gráfica o una tabla

e) Por último realizar las conclusiones de la solución de la situación planteada.

2. Elabore un mapa conceptual en el cual se evidencie aspectos importantes de las funciones cuadráticas tales:

a) Su definición con su expresión matemática

b) Cómo se modifica la gráfica de la función de acuerdo a los signo de sus coeficientes: a, b y c

c) Los elementos de su gráfica y sus respectivos cálculos

d) Mencione las aplicaciones a la vida cotidiana.

3. Prepara una exposición que dé cuenta de todo lo realizado en esta fase y las conclusiones obtenidas.