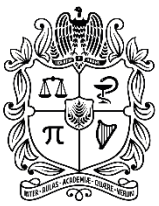

UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

Metodología para el análisis de velocimetría de partículas por medio del tratamiento de imágenes

Michelle Maceas Henao

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Minas, Departamento de eléctrica y control

Medellín, Colombia

2017

Metodología para el análisis de velocimetría de partículas por medio del tratamiento de imágenes

Michelle Maceas Henao

Tesis o trabajo de investigación presentada(o) como requisito parcial para optar al título de:

Magíster en Ingeniería – énfasis automatización industrial

Director:

Ph.D. Freddy Bolaños Martínez

Codirector (a):

Ph.D. Andrés Fernando Osorio Arias

Línea de Investigación:

Procesamiento digital de imágenes

Grupo de Investigación:

Grupo en oceanografía e ingeniería costera OCEANICOS

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Minas, Departamento Eléctrica y control

Medellín, Colombia

2017

“Hay una fuerza motriz más poderosa que el vapor, la electricidad y la energía atómica: la voluntad”
Albert Einstein

Dedico esta tesis especialmente a mi mami, por la paciencia, el amor y la entrega en todos mis años de estudio.

A mi amiga María Fernanda Cardona por escucharme y tratar de entender un tema totalmente ajeno a su profesión.

Agradecimientos

Agradezco a mi director Freddy Bolaños Martínez por su incondicional ayuda, por su tiempo y por los aportes académicos que me transmitió. Sin él no hubiera sido posible. También quiero agradecer a mi codirector Andrés Fernando Osorio por aportar con sus ideas a esta tesis y tenerme en cuenta para hacer parte del equipo de trabajo del grupo OCEANICOS.

Agradezco a COLCIENCIAS y al proyecto "Estudio de la disipación de oleaje en estructuras naturales y su respuesta ante eventos extremos" número 111866044690 por el apoyo financiero y a la Universidad Nacional de Colombia por la beca de grado de honor de la cual fui beneficiada cuya resolución es la CS-012 acta N° 05 del 17 de abril de 2015.

Por último quiero agradecer a mis compañeros del grupo OCEANICOS. En especial a David Quintero y Cesar Jaramillo por su apoyo emocional y académico. Gracias por preguntar a diario ¿Qué es PIV?

Resumen

La velocimetría por imágenes de partículas es una técnica de medición de velocidad no intrusiva al medio, basada en procesamiento digital de imágenes, la cual permite obtener el campo de velocidades de un fluido en movimiento. Esta técnica se basa fundamentalmente en la adquisición de imágenes de partículas neutralmente boyantes sumergidas en un flujo durante un instante de tiempo conocido, con el fin de cuantificar el desplazamiento de las mismas. La obtención de resultados correctos depende en gran medida de la configuración experimental y del método de procesamiento de imágenes utilizado. Típicamente se utilizan algoritmos de correlación cruzada basados en la transformada rápida de Fourier debido a su fácil implementación y a su buen desempeño computacional en comparación con la correlación cruzada directa. Sin embargo, al utilizar una medición estadística se presentan datos sesgados. Adicionalmente, cuando las bases de datos tienen imágenes de alta resolución y gran volumen, el almacenamiento físico se ve afectado y los tiempos de procesamiento computacional empiezan a ser muy altos. Teniendo en cuenta esto, se propone una metodología que utiliza transformaciones de filtros no lineales aplicados a la correlación cruzada generalizada. Esto con el fin de extraer información de fase de la señal en el plano de frecuencias, dicha técnica se conoce como correlación de fase, combinado con un algoritmo de compresión de imágenes Wavelet para aumentar los rendimientos computacionales y disminuir el almacenamiento de las imágenes.

Palabras clave: Correlación de fase, Transformada Wavelet, compresión de imágenes, PIV, criterio de mínima divergencia, multiplicadores de LaGrange, optimización lineal.

Abstract

Particle imaging velocimetry is a non-intrusive speed measurement technique based on digital image processing, which allows obtaining the velocity field of a fluid in motion. This technique is based on the acquisition of images of neutrally buoyant particles submerged in a flow during a known time, in order to quantify their displacement. Obtaining correct results depends to a large extent on the experimental configuration and the image processing method used, cross-correlation algorithms based on the fast Fourier transform are typically used due to their easy implementation and good computational performance compared to the direct cross correlation. However, when using a statistical measurement, biased data are presented. Additional when the databases have high resolution images and large volume, the physical storage is affected and the computational processing times start to be very high. Given this, this paper proposes a methodology that uses non-linear filter transformations applied to generalized cross-correlation. This in order to extract phase information from the signal in the plane of frequencies, this technique is known as phase correlation, combined with a Wavelet image compression algorithm to increase computational performances and decrease the storage of images.

Keywords: Phase correlation, Wavelet transform, image compression, minimum divergence criterion, LaGrange multipliers, non-linear optimization.

Contenido

1. Introducción 13
1.1 Planteamiento del problema 14
1.2 Objetivos 17
1.2.1 Objetivo general 17
1.2.2 Objetivos específicos 17

2. Técnicas de análisis de imágenes en sistemas PIV 19
2.1 Procesamiento 19
2.2 Post – procesamiento 31

3. Paper 1 35

4. Paper 2 77

5. Conclusiones y recomendaciones 96
5.1 Conclusiones 96
5.2 Recomendaciones 97

6. Anexo 1 - Montaje experimental 99
6.1 Elección de los parámetros del montaje físico de PIV 99
6.2 Casos de estudio 103
6.2.1 Flujo en Fondo plano 103
6.2.2 Flujo con estructura rectangular sumergida 104
6.2.3 Flujo con estructura ilustrativa sumergida 105

7. Bibliografía 108

Lista de figuras

Figura 1. Montaje típico de sistema PIV. 14
Figura 2. Vectores divergentes en un campo de velocidades. 15
Figura 3. Imágenes de PIV divididas en zonas de interrogación. 19
Figura 4. Campo de velocidad obtenido con un algoritmo de procesamiento de imágenes para PIV. Fuente propia. 21
Figura 5. Diagrama de proceso correlación cruzada en PIV. Fuente propia. 22
Figura 6. Vórtice de Rankine con diferentes ventanas de interrogación: (a) 64x64 pixeles, (b) 32x32 pixeles, (c) 16x16 pixeles y (d) 8x8 pixeles. Fuente propia. 23
Figura 7. Técnica *multigrid,* reducción iterativa de las ventanas de interrogación. Fuente propia. 24
Figura 8. Superposición de ventanas de interrogación en técnica offset. Fuente propia. 24
Figura 9. Método de deformación de imagen multigrid. Arriba a la izquierda: cuadrícula de interrogación y resultado de la correlación cruzada en la cuadrícula gruesa; arriba a la derecha: deformación de la imagen a la resolución de la rejilla gruesa; abajo a la izquierda: deformación de la imagen a la resolución de la cuadrícula refinada; abajo a la derecha: cuadrícula de interrogación y resultado de la correlación cruzada en la cuadrícula refinada. Tomado de (Scarano, 2002) 27
Figura 10. Técnica para mejorar la resolución de grandes gradientes de velocidad propuesta por (Susset et al., 2006). Fuente propia. 28
Figura 11. Diagrama de proceso de correlación cruzada modificado para su implementación como técnica de filtrado espacial adaptado. Fuente propia 29
Figura 12. Procedimiento estándar de métodos no iterativos para la corrección de errores de PIV. 31
Figura 13. Eliminación de las anomalías de correlación multiplicando las tablas de correlación de las regiones adyacentes. Los valores de correlación que no aparecen en ambas tablas se eliminan, permitiendo determinar el desplazamiento de partículas. Tomado de (Hart, 1998c). 32
Figura 14. Diagrama de proceso del algoritmo de correlación cruzada en imágenes de PIV. 37
Figura 15. Diagrama del proceso transformada wavelet de 2 dimensiones. 43
Figura 16. Resultado de la descomposición Wavelet. Cuadro del medio (descomposición de un solo nivel) y Cuadro de la izquierda (descomposición de segundo nivel). 43
Figura 17. Diagrama de proceso de correlación cruzada modificado para su implementación como técnica de filtrado espacial adaptado. 45
Figura 18. Diagrama de flujo del algoritmo hibrido transformada wavelet con correlación de fase. 49
Figura 19. Imágenes de prueba, grabadas por en el DNW-LLF por el DLR. 50

Figura 20. Coeficientes de correlación vs tasas de compresión con distintas bases Wavelet en el caso de estudio del vórtice fuerte utilizando una ventana de interrogación con densidad de partículas baja. 51
Figura 21. Coeficientes de correlación vs tasas de compresión con distintas bases Wavelet en el caso de estudio del vórtice fuerte utilizando una ventana de interrogación con densidad de partículas alta. 52
Figura 22. Imágenes reconstruidas con diferente tasas de compresión utilizando la base Coifle 2: Tasa de compresión del 25% de los coeficientes Wavelet., 6.25%, 1.56% y 0.39% de los coeficientes Wavelets. 53
Figura 23. (a) Campo de velocidad sin realizar compresión con ventana de interrogación de 32x32, (b) Campo de velocidad de reconstruida con el 25% de los coeficientes Wavelets con ventanas de interrogación de 16x16pixeles y (c) reconstruida con el 6.25% de los coeficientes Wavelets del vórtice fuerte con ventana de interrogación de 8x8. 53
Figura 24. Comparación de los perfiles de velocidad U (izquierda) y V (derecha) a lo largo de Y=512 y X variable utilizando diferentes niveles de descomposición Wavelets para la base Coifle 2 en el caso del vórtice fuerte. 54
Figura 25. Histograma de errores de los perfiles de velocidad U y V a lo largo de Y=512 y X variable del campo original vs el campo reconstruido con 25% de coeficientes Wavelets utilizando la base Coifle 2 en el caso del vórtice fuerte. 54
Figura 26. Comparación de los perfiles de velocidad U y V a lo largo de X=512 y Y variable utilizando diferentes niveles de descomposición Wavelets para la base Coifle de orden 2, en el caso del vórtice fuerte con interpolación subpixel. 55
Figura 27. Histograma de errores de los perfiles de velocidad U y V a lo largo de X=512 y Y variable del campo original vs el campo reconstruido con 25% de coeficientes Wavelets utilizando la base Coifle de orden 2, en el caso del vórtice fuerte con interpolación subpixel. 55
Figura 28. Error del campo de velocidades entre el algoritmo clásico de correlación cruzada y el algoritmo de compresión de imágenes con correlación e interpolación subpixel utilizando 25% de los coeficientes Wavelets totales en el caso del vórtice fuerte. 56
Figura 29. Error del campo de velocidades entre algoritmo clásico de correlación cruzada y el algoritmo de compresión de imágenes con correlación e interpolación subpixel utilizando 6,25 % de los coeficientes Wavelets totales en el caso del vórtice fuerte. 56
Figura 30. Imágenes Flujo jet. 57
Figura 31. Coeficientes de correlación vs tasas de compresión con distintas bases Wavelet en el caso de estudio del flujo Jet en una ventana de interrogación con velocidades cercanas a cero. ... 57
Figura 32. Coeficientes de correlación vs tasas de compresión con distintas bases Wavelet en el caso de estudio del flujo Jet en una ventana de interrogación al interior del chorro turbulento. 58
Figura 33. Campo de velocidades asociados al flujo jet con imágenes originales con ventanas de interrogación de 32x32 pixeles (izquierda) e imágenes reconstruidas con el 25% de los coeficientes Wavelets con ventanas de interrogación de 16x16 pixeles(derecha). 59
Figura 34. Comparación del perfiles de velocidad U y V a lo largo de x=512 y Y variable utilizando diferentes niveles de descomposición Wavelets para la base Coifle 2 en el caso del flujo jet con interpolación subpixel en los picos de correlación. 59

Figura 35. Histograma de errores de los perfiles de velocidad U y V a lo largo de Y=512 y X variable del campo original vs el campo reconstruido con 25% de coeficientes Wavelets utilizando la base Coifle 1 en el caso del vórtice fuerte 60
Figura 36. Campo de velocidades flujo con velocidad constante de 5 px/frame. 62
Figura 37. Campo de velocidades vórtice de Rankine generado utilizando el algoritmo clásico de correlación cruzada (azul) y el algoritmo hibrido de correlación de fase con transformada Wavelet (Rojo) con ventanas de 32x32 pixeles. 64
Figura 38. Perfil de velocidad U (izquierda) y perfil de velocidad V (derecha) a lo largo de Y variable y X=176 del vórtice de Rankine utilizando diferentes algoritmos de procesamiento de imágenes de PIV. 65
Figura 39. Histograma del error entre los resultados obtenidos con PIVlab y el algoritmo de correlación de fase con imagen comprimida para los perfiles de velocidad U y V a lo largo de Y variable y X=176 del vórtice de Rankine. 65
Figura 40. Error entre las componentes de velocidad (U y V) de los campos estimados con PIVlab y el algoritmo de correlación de fase con imagen comprimida del caso de estudio del vórtice de Rankine. 66
Figura 41. Campo de velocidades del vórtice fuerte utilizando el algoritmo de correlación cruzada con imagen original (azul) y el algoritmo de correlación de fase con imagen comprimida (rojo). 67
Figura 42. Perfiles de velocidad U y V a lo largo de y variable y X=512 del vórtice fuerte utilizando diferentes algoritmos de procesamiento de imágenes de PIV. 67
Figura 43. Histograma del error entre los resultados obtenidos con PIVlab y el algoritmo de correlación de fase con imagen comprimida para los perfiles de velocidad U y V a lo largo de Y variable y X=176 del vórtice fuerte. 68
Figura 44. Error entre las componentes de velocidad (U y V) de los campos estimados con PIVlab y el algoritmo de correlación de fase con imagen comprimida del caso de estudio del vórtice fuerte. 69
Figura 45.Comparación del perfiles de velocidad U y V a lo largo de x=512 y Y variable en el caso del flujo jet con interpolación subpixel en los picos de correlación utilizando diferentes algoritmos de procesamiento de imágenes de PIV. 70
Figura 46. Histograma del error entre los resultados obtenidos con PIVlab y el algoritmo de correlación de fase con imagen comprimida para los perfiles de velocidad U y V a lo largo de Y variable y X=176 del flujo jet. 70
Figura 47. Error entre las componentes de velocidad (U y V) de los campos estimados con PIVlab y el algoritmo de correlación de fase con imagen comprimida del caso de estudio del vórtice fuerte. 71
Figura 48. Montaje experimental del sistema PIV de bajo costo ubicado en el Laboratorio de Hidráulica de la Universidad Nacional de Colombia. 72
Figura 49. Campos de velocidades obtenido con técnica de correlación cruzada en imagen original (roja) y correlación de fase en imagen comprimida (Amarilla). 73
Figura 50. Montaje típico de sistemas PIV. 78
Figura 51. Diagrama de flujo algoritmo para corrección de vectores con criterio de mínima divergencia. 82
Figura 52 . Imágenes de prueba, grabadas por en el DNW-LLF por el DLR. 83
Figura 53. Campo de velocidades original vórtice fuerte. 84

Figura 54. Campo de velocidades en el núcleo del vórtice. 84
Figura 55. Campo de vectores corregido vórtice fuerte. 85
Figura 56. Campo de vectores en el núcleo del vórtice después de corregir vectores erróneos. 85
Figura 57. Vectores del campo de velocidad con datos erróneos del vórtice fuerte. 86
Figura 58. Campo de velocidades después de corregir vectores erróneos del vórtice fuerte. 86
Figura 59. Comparación Componente U en el campo de velocidad original vs el campo de velocidades después de corregir vectores incorrectos del vórtice fuerte. 88
Figura 60. Comparación Componente V en el campo de velocidad original vs el campo de velocidades después de corregir vectores incorrectos del vórtice fuerte. 88
Figura 61. Error del perfil de desplazamiento horizontal (izq.) a lo largo de X y Y=490 del vórtice fuerte. 89
Figura 62. Histograma del error asociado a la componente de velocidad U del campo de velocidad del vórtice fuerte. 89
Figura 63. Histograma del error asociado a la componente de velocidad V del campo de velocidad del vórtice fuerte. 90
Figura 64. Imágenes de prueba flujo turbulento. Tomado de (Stanislas et al., 2005) 90
Figura 65. Vectores del campo de velocidad con datos erróneo del flujo turbulento. 91
Figura 66. Perfil de velocidad después de corregir datos erróneos del flujo turbulento. 92
Figura 67. Comparación Componente U en el campo de velocidad original vs el campo de velocidades después de corregir vectores incorrectos a lo largo de X y Y=512 del caso de flujo turbulento. 92
Figura 68. Comparación componente V en el campo de velocidad original vs el campo de velocidades después de corregir vectores incorrectos a lo largo de X y Y=512 del caso de flujo turbulento. 93
Figura 69. Error del perfil de desplazamiento horizontal (izq.) y perfil de desplazamiento vertical (der) a lo largo de X y Y=490 del caso de flujo turbulento. 93
Figura 70. Histograma del error asociado a la componente de velocidad U del campo de velocidad del flujo turbulento. 94
Figura 71. Histograma del error asociado a la componente de velocidad V del campo de velocidad del flujo turbulento. 94
Figura 72. Partículas de seguimiento de flujo. Fuente propia. 100
Figura 73. Cámara utilizada en el sistema PIV del Laboratorio de Hidráulica de la Facultad de Minas. Fuente propia. 101
Figura 74. Configuración para generar hoja de luz láser (1), laser 1000 mW (2) y lente cilíndrico (3). Fuente propia. 102
Figura 75. Campos de velocidades distintas velocidades. (a) velocidad ensayo 1, (b) velocidad ensayo 2, (c) velocidad ensayo 3 y (d) velocidad ensayo 4. Fuente propia. 104
Figura 76. Montaje experimental caso de estudio de flujo con estructura rectangular sumergida. Fuente propia. 105
Figura 77. Secuencia de imágenes de los campos de velocidades alrededor de una estructura rectangular inmersa utilizando un sistema de PIV. Fuente propia. 106
Figura 78. Secuencia de imágenes de los campos de velocidades alrededor de una cuchara inmersa utilizando un sistema de PIV. Fuente propia. 107

Lista de tablas

Pág.

Tabla 1. Comparación de resultados del flujo con velocidad constante utilizando tres algoritmos de PIV diferentes. 63
Tabla 2. Comparación de las velocidades medias utilizando distintas técnicas de medición para el caso de estudio propio. 72
Tabla 3. Comparación del desempeño computacional de los diferentes casos de estudio utilizando la técnica clásica de correlación y la metodología propuesta de correlación de fase con imagen comprimida por transformada Wavelet. 74
Tabla 4. Comparación rendimiento computacional de las técnicas de correlación de fase y correlación cruzada en imagen comprimida al realizar tres variaciones del tamaño de la ventana de interrogación en el caso del vórtice de Rankine. 75
Tabla 5. Errores campo de velocidades vórtice fuerte. 88
Tabla 6. Errores campo de velocidad del flujo turbulento. 91
Tabla 7. Comparación de mediciones de velocidad U obtenidas con ADV y PIV. 103

1. Introducción

La medición de la velocidad de flujos es de gran importancia en aplicaciones de hidrodinámica. Para el entendimiento de procesos físicos e hidrodinámicos alrededor de sistemas como manglares y arrecifes de coral, es fundamental contar con mediciones de velocidad que permitan cuantificar el impacto de estas, como estructuras de disipación y protección costera. Por ejemplo, Colombia cuenta con ecosistemas insulares y continentales con un gran potencial pesquero, turístico y de conservación. Sin embargo, en las últimas décadas han sido sometidos a una fuerte presión antrópica y a eventos naturales extremos (Bernal et al., 2016). Por lo anterior, se han venido adelantando estudios para cuantificar la disipación de energía de las estructuras naturales con la interacción del oleaje a partir de modelación física (Vanegas, Osorio, & Urrego, 2017)(J.D. Osorio-Cano, 2017).

Existen diferentes técnicas para medir la variable de velocidad. Sobresalen enfoques como el de velocimetría por imágenes de partículas (PIV por sus siglas en inglés), debido a que es una herramienta de visualización de flujo cuantitativa, no intrusiva al medio, que presenta una serie de ventajas como obtener un campo de velocidades en múltiples direcciones (2D y 3D) (Westerweel, 1997), respecto a técnicas tradicionales como la anemometría de hilo caliente y la velocimetría láser Doppler, que generan mediciones de velocidad en un solo punto del espacio (Foreman, George, & Jetton, 1966).

Un sistema de velocimetría por imágenes de partículas permite determinar simultáneamente la velocidad de flujo en varias posiciones en un plano. En un flujo se introducen partículas neutralmente boyantes dispersoras de luz, típicamente iluminadas con un haz de luz generado por un láser en conjunto con unos lentes cilíndricos y esféricos, con una cámara de alta resolución se registran los movimientos de dichas partículas en un intervalo de

tiempo conocido. Posteriormente las imágenes obtenidas son llevadas a un software de procesamiento de imágenes que permite estimar el campo de velocidades asociado. En la

Figura 1, se observa una ilustración del montaje típico de sistemas de velocimetría por imágenes de partículas.

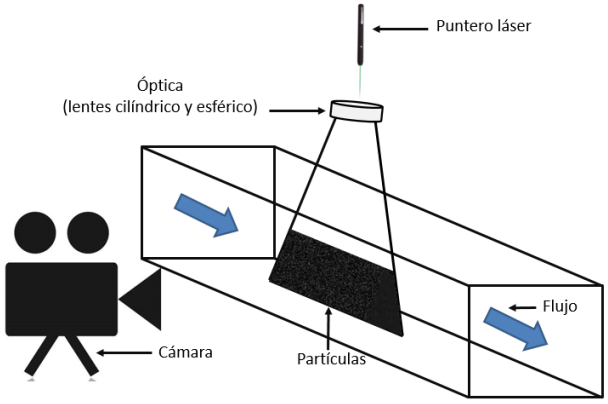

Figura 1. Montaje típico de sistema PIV.

Para el procesamiento de imágenes de PIV, se han implementado diferentes tipos de algoritmos. En las referencias (Jambunathan, Ju, Dobbins, & Ashforth-Frost, 1995) (Bulnes, Amapá, Kubitschek, & Zero, 2013) se explican detalladamente las técnicas tradicionalmente utilizadas.

1.1 Planteamiento del problema

En la actualidad se han venido realizando estudios de los servicios ecosistémicos de protección costera que proporcionan los ambientes naturales tales como arrecifes, corales y manglares, en cuanto a la interacción de estas con el oleaje, y su respuesta frente a eventos extremos. Para este análisis es fundamental observar las propiedades físicas e hidrodinámicas alrededor de las estructuras naturales, por ende, se deben tener datos de variables como fuerza, presión, nivel y velocidad.

En cuanto a la velocidad, se debe utilizar un método de medición que permita obtener un campo de velocidades alrededor de la estructura. Adicionalmente, se debe garantizar que el sensor genere el menor número de resultados erróneos posibles y que la resolución espacial

sea adecuada para mostrar el fenómeno de interés. Los sistemas de velocimetría por imágenes de partículas son una buena alternativa para este tipo de mediciones. Desde sus inicios se han venido desarrollando distintos algoritmos de procesamiento de imágenes que permitan obtener datos confiables con el mejor rendimiento computacional posible. Sin embargo, en las referencias consultadas hasta el momento, se han obtenido vectores erróneos debidos a condiciones experimentales inadecuadas (Huang, Dabiri, & Gharib, 1997) (Hart, 1998b) (Adrian, 2005) y el procesamiento de las imágenes utilizando técnicas basadas en medidas estadísticas (Raffel, Willert, & Kompenhans, 1998). Estos vectores se caracterizan por ser datos con direcciones y magnitudes diferentes a los de sus vecinos. En la Figura 2 , se resalta en gris punteado una zona que posee dos vectores espurios y en la zona resaltada con gris continua, vectores no divergentes.

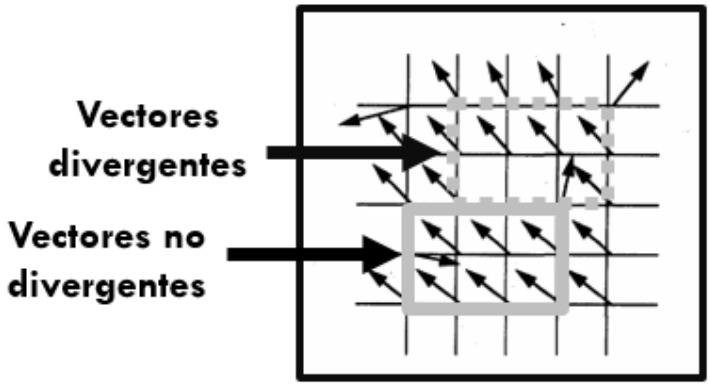

Figura 2. Vectores divergentes en un campo de velocidades.

En cuanto a la adquisición de las imágenes, (Bugg & Rezkallah, 1998) indican que la utilización de cámaras fotográficas induce aberraciones, distorsiones, fenómenos de difracción e incertidumbre en el posicionamiento de las partículas. Adicional a estos errores, en la configuración experimental se debe tener precaución a la hora de realizar la sincronización del láser puesto que se pueden generar errores de temporización entre los pulsos generados por este y la cámara. De igual manera, hay que ser riguroso con la ubicación de las lentes que generan el plano de luz puesto que una configuración inadecuada hace que determinadas trayectorias de partículas no puedan cuantificarse (Hart, 2000). Por último se debe introducir al flujo una densidad de partículas adecuadas, de tal manera que al aplicar el algoritmo de correlación cruzada, la cantidad de vectores erróneos sea mínima.

Este algoritmo es uno de los métodos más utilizados en el procesamiento de imágenes de PIV. Su implementación se realiza utilizando la transformada rápida de Fourier (FFT), tal que se mejora el desempeño, pero se sacrifica precisión de los datos. Los efectos generados por la incorrecta configuración del montaje experimental de un sistema PIV son discutidos con detalle en el más reciente libro de Adrian y Westerweel (2011).

La configuración de parámetros de hardware no solo genera vectores erróneos, sino que limita la resolución espacial (Bugg & Rezkallah, 1998). Especialmente influyen los parámetros como el tamaño de la partícula, la magnificación y las aberraciones ópticas. Un estudio demostró que la magnificación óptima que da como resultado la mejor resolución espacial posible se puede estimar a partir del tamaño de partícula, las propiedades de la lente y el tamaño de píxel de la cámara. Además, se discute en detalle la posibilidad de aumentar la resolución espacial por medio de la velocimetría de seguimiento de partículas (PTV) (Kähler, Scharnowski, & Cierpka, 2012).

Otro tipo de limitaciones de los sistemas PIV, se deben al software de procesamiento de imágenes. Puesto que PIV se basa en una medición estadística del desplazamiento utilizando la correlación entre dos ventanas de interrogación diferentes. De esta manera, es probable que un gradiente de desplazamiento produzca datos sesgados, debido al truncamiento de partículas en los bordes de las ventanas de interrogación (Raffel et al., 1998).Se cuantifica el efecto en la determinación de los desplazamientos, dada una deformación de los patrones de las imágenes de partículas por altos gradientes de velocidad (Huang,Fiedler, 1993). Se demostró que los gradientes de desplazamiento están ligados al tamaño de la ventana de interrogación y a la densidad de partículas (menores tamaños de ventanas y tamaños de partículas grandes fueron los que soportaron gradiente de mayor desplazamiento) (Raffel et al., 1998).

Por último, otro tema de interés en el desarrollo de algoritmos de procesamiento de PIV, es el coste computacional, puesto que el análisis de bases de datos de imágenes de alta resolución tiene una gran demanda computacional tal que se requiere gran cantidad de tiempo para transferir y procesar imágenes, adicional a la capacidad de almacenamiento físico requerido en la computadora. Se han venido realizando desarrollos para mejorar los

desempeños computacionales. Algunos autores han utilizado diferentes técnicas de compresión de imágenes, inicialmente se utilizaban métodos de compresión que eliminaban únicamente los pixeles de baja densidad, puesto que estos brindan poca información acerca de los desplazamientos de partículas (Hart, 1998a). Sin embargo este tipo de compresión tiene un bajo efecto en la precisión de PIV. Otros autores han utilizado diferentes metodologías de compresión de imágenes como JPEG y transformada Wavelet (Freek, Sousa, Hentschel, & Merzkirch, 1999)(Hui Li, 2000)(Hui Li, 2003) , que a pesar de ser exitosas en la compresión, siguen utilizando el algoritmo clásico de análisis de imágenes de PIV utilizando correlación cruzada. Por ende la precisión de los datos obtenidos puede verse comprometida.

Dado lo anterior, en este documento se propone un algoritmo de procesamiento de imágenes para sistemas PIV capaz de mejorar la precisión de los datos del campo de velocidades. De manera adicional, al realizar procesamiento de un volumen considerable de datos, se desea mejorar el desempeño de los algoritmos para disminuir el tiempo de cálculo del software de procesamiento y lograr una reducción en el almacenamiento físico de estas imágenes.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo general

Desarrollar un algoritmo de procesamiento de imágenes para sistemas de velocimetría por imágenes de partículas, que permita obtener datos precisos con un menor desempeño computacional con respecto a las técnicas clásicas.

1.2.2 Objetivos específicos

- Plantear un algoritmo para minimizar el número de datos incorrectos en sistemas de velocimetría por imágenes de partículas.
- Proponer una metodología para compresión de imágenes de PIV.
- Validar la solución propuesta por medio de la comparación con respecto a las técnicas tradicionalmente aceptadas.

Estructura de la Tesis

La presente Tesis se divide en 5 capítulos:

Capítulo 1 (actual): Introducción general al trabajo.

Capítulo 2: Se presentan el estado del arte de las técnicas de procesamiento y post procesamiento de sistemas PIV.

Capítulo 3: Contiene un artículo titulado como "Desarrollo de la técnica de compresión de imágenes Wavelet y correlación de fase para mejorar el procesamiento de imágenes de PIV".

Capítulo 4: Presenta un artículo titulado como "Minimización del error divergente para la determinación de vectores incorrectos en sistemas de velocimetría por imágenes". Actualmente este artículo se encuentra sometido en la revista "Flow Measurement and Instrumentation".

Capítulo 5: Se presentan las conclusiones y recomendaciones.

Capítulo 6 - Anexo 1: Se exponen los resultados experimentales obtenidos después de desarrollar un PIV de bajo costo.

Capítulo 7: Referencias.

2. Técnicas de análisis de imágenes en sistemas PIV

2.1 Procesamiento

Para la evaluación de imágenes de sistemas PIV, tradicionalmente se utilizan algoritmos basados en la correlación cruzada. En el procesamiento de imágenes, la correlación cruzada ha sido utilizada para encontrar la posición de máxima similitud entre dos señales. Para aplicar este concepto en velocimetría por imágenes de partículas es necesario dividir las imágenes en ventanas de interrogación como se muestra en la Figura 3. Teniendo en cuenta que todas las partículas que estén dentro de esta región se mueven de manera uniforme. A continuación, se correlaciona una de las zonas de interrogación de la imagen 1 con la respectiva zona de la imagen 2, ambas ventanas deben ser del mismo tamaño y con la misma ubicada dentro de la imagen (Jambunathan et al., 1995) (Bulnes et al., 2013).

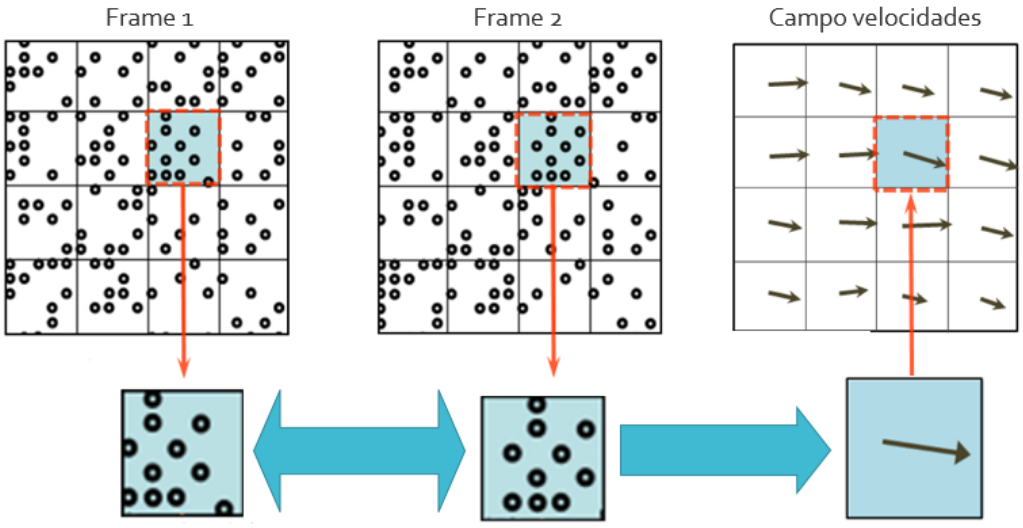

Figura 3. Imágenes de PIV divididas en zonas de interrogación.
Tomada de (Lee, Yang, & Yin, 2016)

La correlación cruzada puede calcularse de un modo directo o de un modo normalizado, donde el caso normalizado posee mayor complejidad computacional. Sin embargo, es más robusto en

situaciones donde la distribución espacial de las partículas no es homogénea. La correlación cruzada de dos áreas de interrogación se define en (1).

$$C(m,n) = \sum_{x=1}^{M}\sum_{y=1}^{N} I_1(x,y) * I_2(x-m, \mathrm{y}-n) \quad (1)$$

$Tal\ que\ m = 0, \dots, M\ \ n = \ 0, \dots, \mathrm{N}$, donde la Imagen 1 tiene dimensión MxN.

Donde $I_1(x,y)$ y $I_2(x,y)$ representan las intensidades de los píxeles de las ventanas de interrogación en las posiciones de los píxeles (x,y) en las imágenes 1 y 2, respectivamente. La función $C(m,n)$ mide la correlación de las funciones discretas $I_1(x,y)$ y $I_2(x,y)$ cuando son relativamente desplazadas por (m, n) píxeles. La ecuación (1) se puede calcular directamente en el dominio espacial o en el dominio de la frecuencia utilizando la transformada rápida de Fourier (FFT) (Bulnes et al., 2013). La FFT tiene un excelente comportamiento cuando las máscaras A y B son del mismo tamaño, garantizando que el costo computacional sea bajo. Sin embargo, si el desplazamiento de las partículas aumenta de tal manera que no todas sean captadas en ambas imágenes, la incertidumbre en la localización del pico de la correlación cruzada aumenta.

Tras obtenerse el plano de correlación cruzada se pueden observar las posiciones de los máximos donde hubo una mayor similitud entre las imágenes, dichas posiciones representan el desplazamiento promedio que tuvieron las partículas (Lopez Hinojoza, González Santos, & Gusmán Arenas, 2006). Es importante resaltar que dicho proceso se repite para todas las zonas de interrogación. Finalmente, con la matriz de desplazamiento y el intervalo de tiempo entre las imágenes, se puede hallar el campo de velocidades asociado a la imagen donde cada zona de interrogación se representa con un vector, como se muestra en la Figura 4.

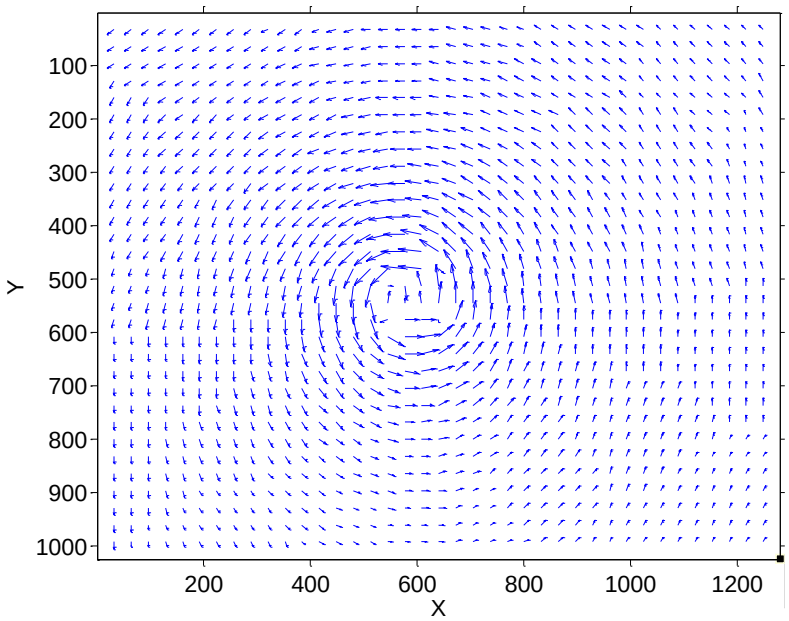

Figura 4. Campo de velocidad obtenido con un algoritmo de procesamiento de imágenes para PIV. Fuente propia.

En la Figura 5, se observa el diagrama de proceso típico de procesamiento de imágenes PIV analizadas con la correlación cruzada basada en la FFT, la cual consiste en llevar las imágenes $I_1(x,y)$ e $I_2(x,y)$ de la ecuación (1) al dominio de la frecuencia utilizando la transformada rápida de Fourier (FFT), posteriormente las representaciones en el dominio de la frecuencia de la imagen 1 ($I_1(p,q)$) y el complejo conjugado de la imagen 2 ($I_2(p,q)^*$). Se multiplican para encontrar el plano de correlación de las distintas regiones de interrogación. Este procedimiento se realiza puesto que la ecuación 1 posee una gran similitud con el cálculo de la convolución en el tiempo, la única excepción es la operación de reflexión de una de las señales en el caso de la convolución. Cuando se lleva al dominio de la frecuencia esta operación se convierte en una multiplicación de los espectros de las imágenes. Después se le aplica un ventaneo W, cuya finalidad es minimizar los efectos de la FFT en cuanto a las discontinuidades artificiales que se generan, para esto se multiplica la señal por una ventana de longitud finita con una amplitud que varía poco a poco hacia cero en los extremos, tal que se obtenga una señal continua, sin transiciones bruscas. Finalmente se regresa al dominio del tiempo mediante la implementación de la transformada inversa de Fourier para extraer la ubicación del máximo pico de correlación detectado.

A pesar de las ventajas de los algoritmos basados en correlación cruzada, se presentan una serie de errores como el truncamientos de partículas en los bordes de las ventanas de interrogación

que a su vez genera limitaciones para detectar zonas de altos gradientes de velocidad, se afirma que estos poseen una dependencia tanto del tamaño de la ventana de interrogación como de la densidad de partículas (Raffel et al., 1998). Además de las limitaciones de la metodología para trabajar casos de estudio que demandan resoluciones espaciales pequeñas (inferiores a los 16x16 pixeles). Dado esto se han venido desarrollando técnicas para optimizar la resolución, exactitud, robustez y detección de gradientes.

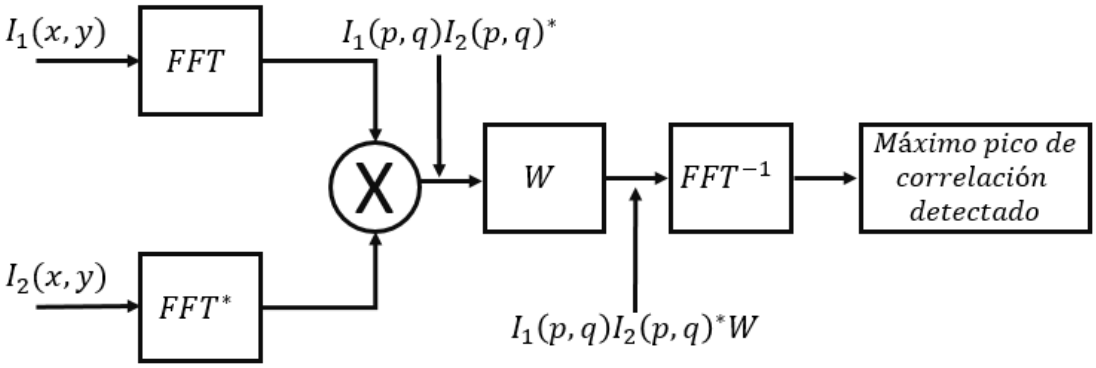

Figura 5. Diagrama de proceso correlación cruzada en PIV. Fuente propia.

Como se dijo anteriormente una de las grandes problemáticas de la correlación cruzada en sistemas de PIV, es la resolución espacial. Puesto que a medida que se reduce el tamaño de las ventanas de interrogación incrementa el número de vectores erróneos, inclusive se llega a un punto en el que la cantidad de vectores erróneos es superior a los correctos. En la Figura 6, se observa los campos de velocidad asociados a una imagen de PIV calculados con distintas ventanas de interrogación, allí se evidencia la limitación general de algoritmos tradicionales de PIV para calcular vectores con áreas de interrogación menores a 32X32 pixeles. (Adrian & Westerweel, 2011)

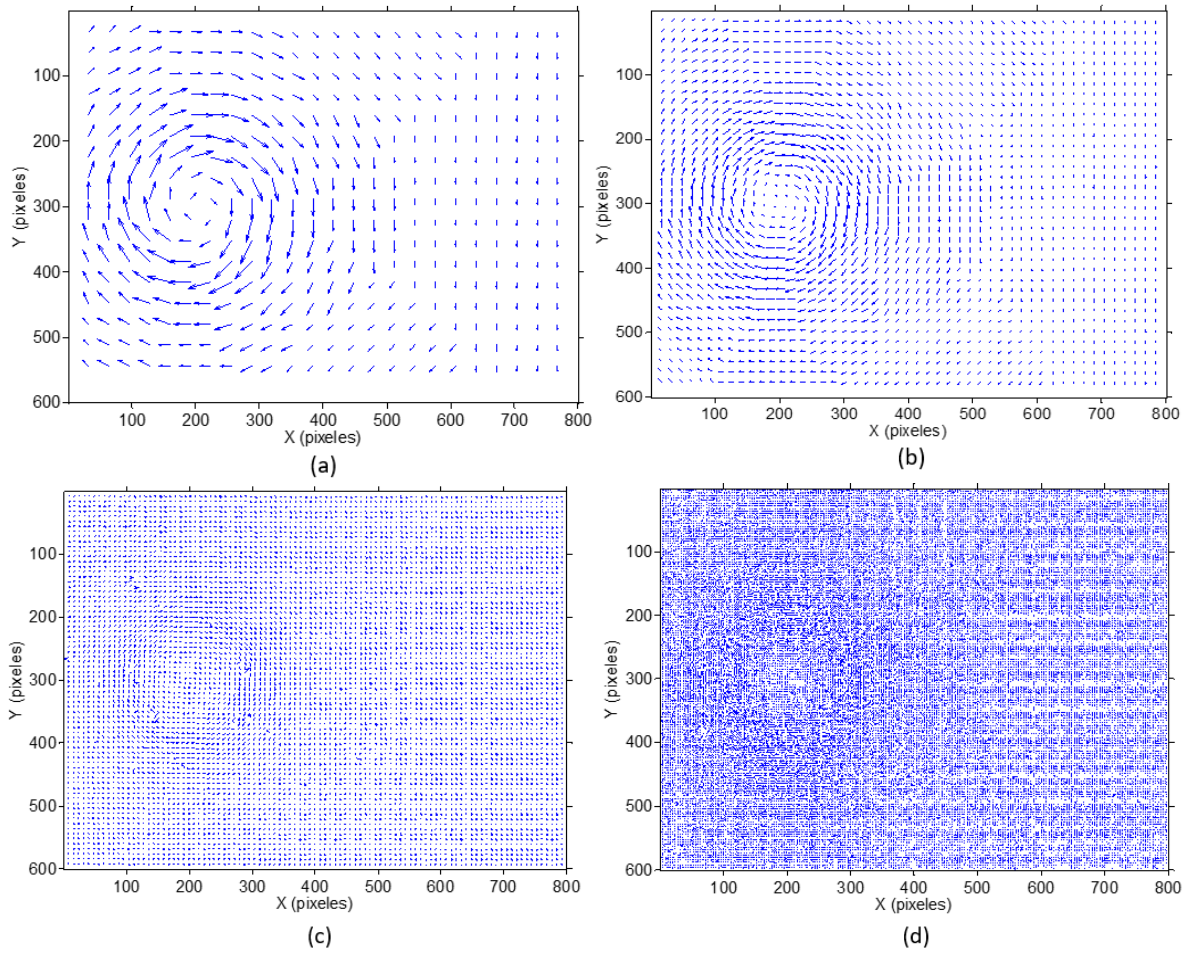

Figura 6. Vórtice de Rankine con diferentes ventanas de interrogación: (a) 64x64 pixeles, (b) 32x32 pixeles, (c) 16x16 pixeles y (d) 8x8 pixeles. Fuente propia.

En caso de requerir resoluciones espaciales altas es necesario utilizar otros algoritmos de análisis de imágenes de PIV. Uno de los algoritmos desarrollados para mejorar la resolución de los datos en sistemas de velocimetría es el algoritmo *multigrid* (Lopez Hinojoza et al., 2006). Este realiza una reducción iterativa del tamaño de las ventanas de interrogación, y utiliza la información del campo vectorial obtenido para predecir la posición de las ventanas de análisis de la siguiente iteración. En la Figura 7 se observa gráficamente el proceso iterativo que se lleva a cabo. Dicha técnica permite aumentar la resolución espacial. A pesar de esto, el coste computacional incrementa considerablemente en comparación con el algoritmo clásico basado en la correlación cruzada. Adicionalmente se debe tener precaución al elegir las dimensiones de las ventanas de interrogación puesto que el fenómeno de estudio puede no observarse con una resolución apropiada. De esta manera se pueden obtener resultados erróneos debido a los bajos valores de correlación entre zonas. También existen técnicas jerárquicas inversas, tal que

el algoritmo comienza en la escala más pequeña y va realizando un aumento de ventana de interrogación si y solo si es necesario, Florio, Felice, & Romano (2002) explican detalladamente dicho procedimiento.

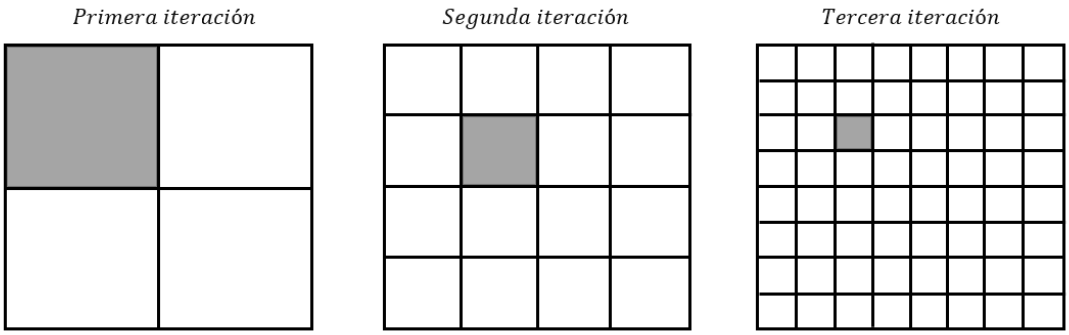

Figura 7. Técnica *multigrid*, reducción iterativa de las ventanas de interrogación. Fuente propia.

Otro de los métodos para mejorar la resolución de los datos, es el algoritmo *offset* el cual es una modificación del algoritmo clásico basado en la FFT (Scarano & Riethmuller, 1999). Este aumenta la resolución espacial sin disminuir el tamaño de la ventana de interrogación. Se caracteriza por realizar una superposición parcial de ventanas de manera iterativa donde se realizan translaciones de la zona de interrogación iguales al offset del desplazamiento inmediatamente anterior calculado. Este procedimiento se realiza hasta que la diferencia de los desplazamientos entre iteraciones sucesivas sea inferior a un pixel. En la Figura 8 se observa gráficamente una superposición de ventanas de interrogación. Al igual que el algoritmo *multigrid*, se aumenta el coste computacional con respecto al algoritmo tradicional, y se debe tener cuidado al elegir el tamaño de las ventanas de interrogación.

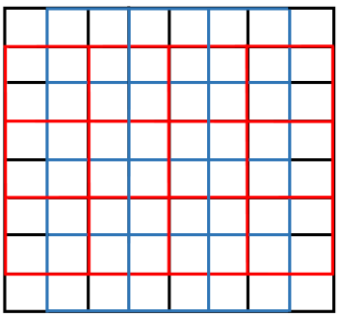

Figura 8. Superposición de ventanas de interrogación en técnica offset. Fuente propia.

Los algoritmos *multigrid* y *offset* no son los únicos que utilizan técnicas iterativas para mejorar la resolución espacial de los campos de velocidades, varios autores han dedicado sus esfuerzos

a este tema, se destacan trabajos como el de Astarita (2009), donde se propone una técnica de adaptación de la resolución espacial, que busca realizar procesamiento solo cuando las partículas estén densamente distribuidas y las estructuras de pequeña escala de alta energía no estén uniformemente distribuidas. Por tanto la resolución se varia localmente teniendo en cuenta la intensidad de la señal y la intensidad de las variaciones locales del campo de desplazamiento, de tal forma que sea posible elegir automáticamente el mejor tamaño de la ventana de filtrado. Esta metodología demostró un aumento de resolución espacial en casos de estudio de chorro en flujo cruzado, donde había presencia de gradientes fuertes. También se logró una mejora en el filtrado de zonas no perturbadas. No obstante, utilizar esta técnica aumenta el coste computacional en comparación con el método tradicional de análisis de imágenes de PIV.

En cuanto a los métodos para aumentar eficiencia computacional, se han venido realizando desarrollos como el de Roth & Katz (2001) , donde se utiliza una multiplicación truncada en paralelo para reducir el tiempo computacional de la correlación cruzada directa, y a su vez mejorar la precisión de los datos. Se consiguió un desempeño computacional comparable con el de los algoritmos de correlación cruzada basados en FFT. Sin embargo solo consiguen un menor tiempo computacional con respecto a metodologías tradicionales cuando se incluyen algoritmos iterativos para aumentar la resolución espacial.

Para realizar un aumento en la eficiencia computacional no solo se han propuesto alteraciones a los algoritmos de procesamiento de imágenes de PIV típicos , autores como Hui Li (1998) proponen la utilización de la transformada Wavelet para realizar una compresión de imágenes, que a su vez disminuye el coste computacional y el requerimiento de almacenamiento físico. La Wavelet es un tipo de transformada que brinda información tanto de la frecuencia de las señales como del tiempo correspondiente, es capaz de concentrarse en fenómenos transitorios y de alta frecuencia mejor que la transformada de Fourier con ventana, con esta última una vez que el tamaño de la ventana es elegido todas las frecuencias son analizadas con la misma resolución de tiempo y frecuencia, distinto a la Wavelet que tiene un tamaño de ventana adaptado a las frecuencias.

Con respecto a imágenes, la transformada de Fourier F(k) de una función f(x) de soporte finito se extiende entre $[-\infty,+\infty]$. Luego de aplicar cualquier algoritmo de análisis a F(k) se pierde información al realizarse la transformada inversa en un intervalo finito. En cambio, en el caso

de la Transformada Wavelet la función y su transformada se encuentran en un intervalo finito y, por lo tanto, no hay pérdida de información al realizar la transformada inversa.

A diferencia de la transformada de Fourier, la transformada Wavelet se puede implementar sobre numerosas bases. Las diferentes categorías de wavelets (continuas, discretas, ortogonales, etc.) y los varios tipos de funciones wavelets dentro de cada categoría proveen una gran cantidad de opciones para analizar una señal de interés. Esto permite elegir la base de funciones cuya forma se aproxime mejor a las características de la señal que se desea representar o analizar.

En cuanto el uso de la Wavelet para la compresión de imágenes se han utilizado distintas bases Wavelets tales como las familias Daubechies, Coifman y Baylkin, con el fin de evaluar el efecto que genera la elección de estas (H Li, Takei, Ochi, Saito, & Horii, 1999). Se concluye que las bases Wavelet de menor orden proporcionan un buen rendimiento debido a la localización física. Al realizar un aumento de la relación de compresión sin pérdida de información de flujo significativa en el procesamiento de PIV, se realiza corrección de los vectores del campo analizado. Adicional a la compresión y la disminución de ruido utilizando transformada wavelet, se han venido desarrollando métodos de resolución múltiple para mejorar la resolución espacial de campos de velocidad (Hui Li, 2003).

Existen otras técnicas de procesamiento de imágenes de PIV que buscan disminuir los resultados erróneos debidos al truncamiento de partículas en bordes de las ventanas de interrogación de los algoritmos basados en FFT, se destacan algoritmos como el de deformación de ventanas, propuesto por Scarano (2002). Este es un algoritmo iterativo que consiste en un aumento de la densidad espacial de interrogación y un refinamiento del tamaño local de ventana de interrogación de acuerdo al flujo, para asegurar la coincidencia de partículas entre imágenes. En Figura 9 se ilustra el procedimiento de deformación iterativo. Con la implementación de esta técnica se reducen errores inducidos por la presencia de gradientes elevados y su respuesta espacial obtiene una mejora significativa que demuestra un menor efecto de modulación. Se comprueba su desempeño en imágenes de flujo turbulento donde demostró mayor robustez ante ruido y fluctuaciones de escala pequeña. Sin embargo, presenta inestabilidades asociadas con la alta frecuencia espacial(Shi & Zhang, 2015).

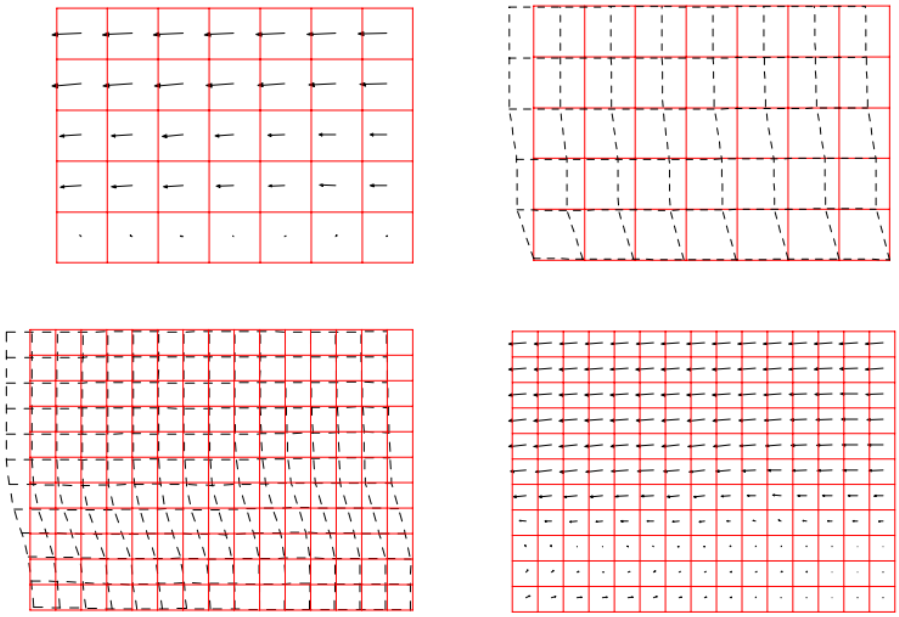

Figura 9. Método de deformación de imagen multigrid. Arriba a la izquierda: cuadrícula de interrogación y resultado de la correlación cruzada en la cuadrícula gruesa; arriba a la derecha: deformación de la imagen a la resolución de la rejilla gruesa; abajo a la izquierda: deformación de la imagen a la resolución de la cuadrícula refinada; abajo a la derecha: cuadrícula de interrogación y resultado de la correlación cruzada en la cuadrícula refinada. Tomado de (Scarano, 2002)

Para solucionar los problemas de inestabilidad de los algoritmos de deformación típicos, se diseñó un algoritmo llamado *Local Field Correction* (Nogueira, Lecuona, & Rodríguez, 2001). En este caso el costo de evitar la inestabilidad, es una restricción al campo de aplicación del sistema.

Mejorar la precisión es uno de los temas a los que se les ha dedicado mayores esfuerzos en sistemas de PIV. Por ejemplo, Susset, Most, y Honore (2006) plantean una técnica para mejorar la resolución de grandes gradientes de velocidad, que incluye cálculos de correlación directa con una nueva estructura, que permite disminuir el número de multiplicaciones entre ventanas de interrogación. De tal manera que el desempeño computacional puede ser comparado con los de la FFT. También utiliza la técnica *multigrid* para aumentar la resolución espacial y finalmente desarrolla un algoritmo de súper resolución heurístico para aumentar aún más la resolución espacial de la medición, para esto hace uso de la velocimetría por seguimiento de partículas (PTV), técnica que calcula desplazamientos de partículas individuales. La técnica de súper resolución soluciona las desventajas inherentes a PTV puesto que sus estimaciones fueron contempladas para una baja densidad de partículas, y las imágenes típicas de PIV utilizan alta densidad. Por último los autores optimizan el tiempo de procesamiento mediante

la implementación de almacenamiento de datos en árboles de partición espaciales binarios. En Figura 10, se muestran los pasos fundamentales para implementar la metodología descrita. Los resultados de esta técnica fueron probados en casos de estudio reales, donde se comprueba el aumento de resolución espacial y la precisión de los datos al utilizar esta metodología. Sin embargo, se limitó el rendimiento computacional dado la implementación de algoritmos iterativos, el proceso de identificación de partículas y la localización de las mismas. Adicionalmente, no es un enfoque universal puesto que en ocasiones será necesario adaptar los parámetros de detección a características específicas de experimentos.

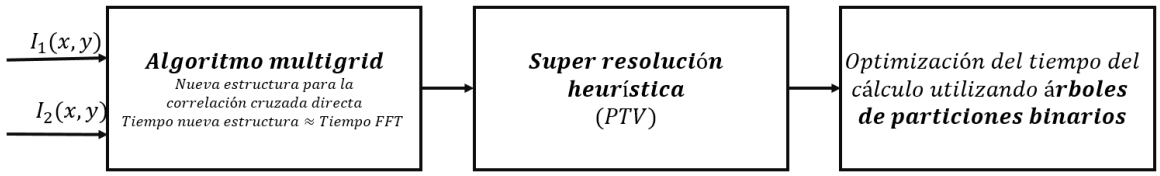

Figura 10. Técnica para mejorar la resolución de grandes gradientes de velocidad propuesta por (Susset et al., 2006). Fuente propia.

En algunas investigaciones se ha propuesto utilizar la correlación cruzada como técnica de evaluación de imágenes de PIV, pero en vez de implementarse con la FFT, han surgido otras ideas de transformadas para su reemplazo. La transformada Hartley es una de ellas, es un tipo de transformada integral similar a la FFT, es libre de la necesidad de procesar números complejos, y evita redundancia en el proceso, lo que permite ahorrar en espacio de memoria. Se destaca el trabajo de Heng y Qiongshuia (2013) donde comparando la transformada Hartley y la FFT para procesamiento de imágenes por lotes, la primera puede mejorar la eficiencia computacional considerablemente. Adicionalmente se puede llevar a cabo la convolución directamente sin el cálculo de las partes real e imaginaria. Se debe resaltar que, en términos de rendimiento, la transformada Hartley es similar a los algoritmos basados en la FFT. (Cozzella & Spagnolo, 2014)

Aunque ha habido una amplia mejora en las técnicas de procesamiento digital, la exactitud sigue estando obstaculizada por errores inherentes al método de correlación. Por ende diferentes trabajos han sido dedicados a buscar opciones para realizar el procesamiento de las imágenes diferentes a la metodología tradicional. Por ejemplo Falchi, Querzoli y Romano (2006) proponen la utilización de las estadísticas robustas para la evaluación de campo de velocidad de PIV. Por ello se desarrolló la velocimetría de imagen robusta (RIV), una medida de disimilitud entre ventanas de interrogación basada en un estimador Loretziano en lugar de

la correlación cruzada. Allí se comprueba que el RIV tiene un mayor rendimiento cuando existen mayores niveles de ruido y turbulencia. Utilizar esta metodología aumenta la precisión de los datos y disminuye el rendimiento computacional comparado con las técnicas clásicas de evaluación.

También la optimización heurística ha sido empleada en la evaluación de imágenes de PIV. Estos son métodos basados en algoritmos genéticos que se han utilizado para realizar seguimiento de partículas (Meng, Li, & Du, 2010) , estimación de la posición de partículas (Padilla, Funes, Berriel, Guerrero, & Moreno, 2005), así como la identificación de los errores (Boonlong, Maneeratana, & Chaiyaratana, 2006). Con estos algoritmos se ha obtenido una buena precisión de los datos, pero a un coste computacional muy alto.

Otra de las metodologías que ha sido planteada para disminuir los errores inherentes a la correlación, se basa en correlatores ópticos, estos utilizan técnicas de filtración análogas al proceso estándar de análisis de imágenes de PIV basados en correlación cruzada. Para optimizar los rendimientos de los correlatores se desarrolló una variedad de filtros de fase, dichos filtros también pueden ser implementados en PIV (Lugt, 1964). Sin embargo, el diagrama de proceso típico del análisis de imágenes basados en FFT debe ser modificado para su implementación como una técnica de filtrado espacial adaptado, en la Figura 11 se muestra dicha modificación.

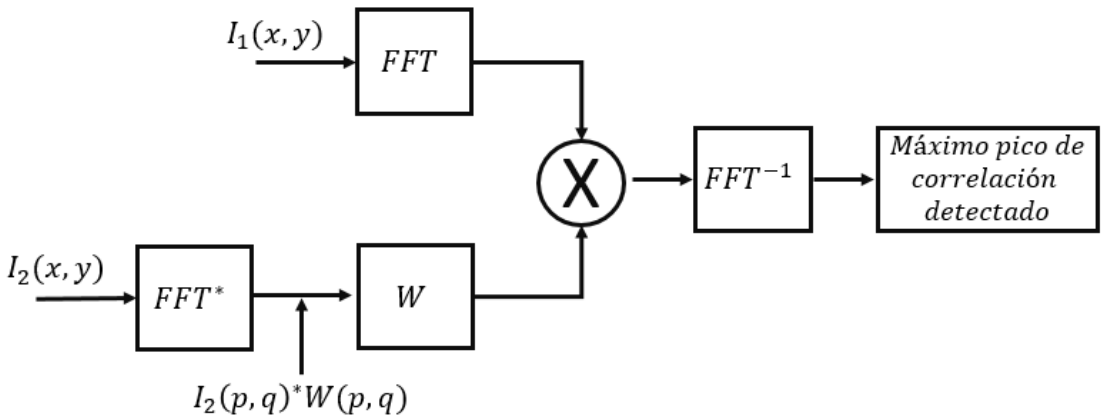

Figura 11. Diagrama de proceso de correlación cruzada modificado para su implementación como técnica de filtrado espacial adaptado. Fuente propia

La técnica que utiliza transformaciones de filtros no lineales aplicados a la correlación cruzada generalizada (GCC) se conoce como correlación de fase. Este método se introduce para

amplificar la relación señal a ruido de tal manera que se produzcan estimaciones de velocidad más precisas y robustas. Este tipo de algoritmos tiene capacidad de recuperación contra el ruido aditivo, iluminación de fondo no uniforme, reducción de error de sesgo en presencia de mayor cizallamiento y movimiento rotacional. Se basan fundamentalmente en una descomposición analítica de la señal a ruido y se aplica como un filtro espectral a GCC (Eckstein, Charonko, & Vlachos, 2008). Adicional a este filtro sugieren utilizar funciones de ventanas que permitan disminuir el *aliasing*, que es el resultado de la periodicidad de la transformada discreta de Fourier para señales finitas, lo que supone que la señal es periódica sobre su longitud L, las repeticiones fuera de este dominio pueden superponerse con las regiones validas de la señal generando un alias en la correlación, pueden ser vistas como la correlación de las partículas que salen de la ventana de imagen 1 con partículas que entran en la ventana de imagen 2.

Uno de los métodos de correlación de fase incluye una transformación gaussiana (GTPC). Fundamentalmente esta técnica incluye enmascaramiento de las imágenes en el dominio espacial para eliminar efectos de bordes, realiza filtrado de fase de la correlación cruzada para suavizar, y utiliza transformaciones gaussianas de la correlación de fase para garantizar una precisión subpixel mediante la implementación de estimaciones gaussianas de tres puntos.(Eckstein et al., 2008)

Se han implementado otras técnicas de correlación de fase robusta (RPC) capaces de reducir sustancialmente los errores. El RPC también utiliza avanzadas técnicas de enventanado para atenuar los errores basados en Fourier. Se diferencia de la técnica de correlación de fase con transformada gaussiana fundamentalmente porque GTPC incorpora un filtro de suavizado adicional para optimizar el estimador subpixel. En cambio en RPC se enmascara la correlación utilizando un modelo analítico de la relación señal a ruido (Eckstein & Vlachos, 2009). Al combinar el uso de filtros espectrales con técnicas avanzadas de ventanas, el estimador RPC elimina todo el contenido energético del espectro cruzado generando un pico de correlación muy fuerte que aumenta la exactitud de medición de PIV.

El análisis de la transformada de Fourier ha demostrado que la porción de amplitud de la señal de plano de frecuencia contiene información más relevante para el tamaño y la forma del objeto. La porción de fase de la señal de plano de frecuencia contiene la información de posición de los objetos en la escena de entrada y cierta información con respecto a su tamaño y forma (Wernet, 2006).

Finalmente se concluye que las técnicas consultadas hasta el momento continúan teniendo problemas para procesar imágenes de PIV, ya sea por coste computacional, resolución espacial inadecuada, baja precisión o dificultades para correlacionar imágenes ante la presencia de ruido aditivo. Por ende en este documento se pretende implementar una metodología para el tratamiento de imágenes de PIV basada en la transformada Wavelet y la correlación de fase, de tal manera que se obtengan datos de alta precisión con el menor coste computacional.

2.2 Post – procesamiento

El campo de velocidades obtenido en el procesamiento de imágenes de PIV puede contener vectores atípicos debido a inadecuadas condiciones experimentales o incapacidad del algoritmo de procesamiento para cuantificar algunos desplazamientos. Por ende es necesario incluir una etapa de post procesamiento donde se realice una validación de los datos y se sustituyan los vectores erróneos.

Los métodos de post procesamiento de sistemas de PIV se clasifican en iterativos y no iterativos. Típicamente los métodos no iterativos son los más utilizados. El procedimiento clásico de esta metodología se basa en detección de valores erróneos, sustitución de valores incorrectos y suavización de datos (Lee et al., 2016), como se muestra en la Figura 12. A continuación se citan los trabajos más importantes en esta área de estudio.

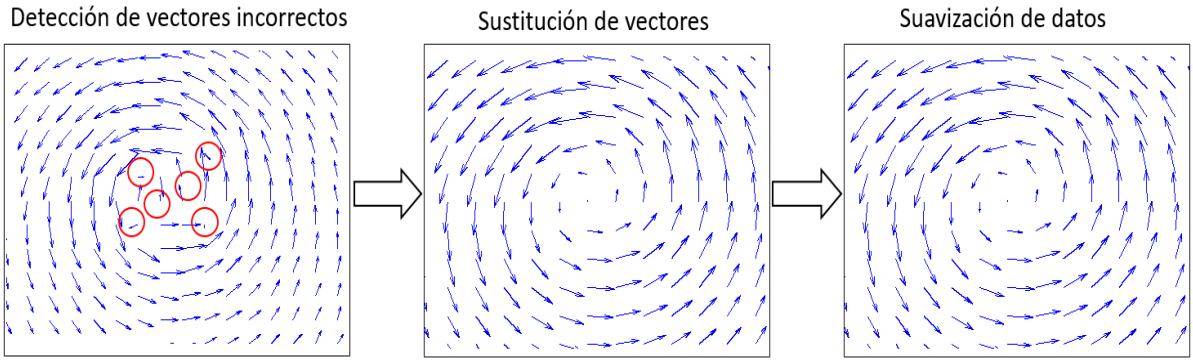

Figura 12. Procedimiento estándar de métodos no iterativos para la corrección de errores de PIV. Fuente propia.

Para la detección de valores atípicos en PIV el método más utilizado ha sido “la prueba de la mediana” (Westerweel, 1994). Se basa en la comparación de los vectores con sus vecinos. Esta metodología se aplicó para una homogeneidad y una perturbación típica, por lo que se podía

plantear un único umbral de detección para vectores atípicos. Adicional se desarrolla una técnica para detección de vectores erróneos en flujos turbulentos, pero la técnica es robusta y requiere información a priori del flujo.

El método de umbral, aunque es eficaz en la eliminación de vectores espurios puede resultar en la pérdida de vectores válidos puesto que se basa en el supuesto que los vectores erróneos están muy alejados en magnitud y dirección de los vectores correctos, de tal manera que solo aborda el error de correlación más evidente y no los problemas más sutiles. Teniendo en cuenta las limitaciones del algoritmo típico de la mediana, Hart (1998) propone una metodología más robusta que realiza la eliminación de vectores espurios a la par con el procesamiento de las imágenes. Esto se consigue mediante la multiplicación de tablas de correlación generadas de las regiones adyacentes, tal que el pico de correlación resultante de las tablas de correlación combinadas se puede comparar con los picos de cada una de las tablas. Si el pico en la tabla combinada existe como un pico en al menos una de las otras tablas, es probable que este represente un desplazamiento. Esta metodología se ilustra en la Figura 13.

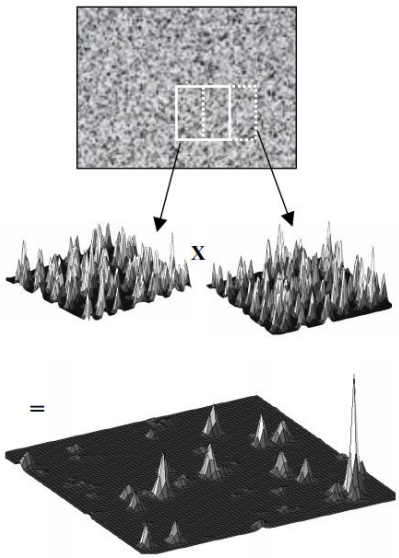

Figura 13. Eliminación de las anomalías de correlación multiplicando las tablas de correlación de las regiones adyacentes. Los valores de correlación que no aparecen en ambas tablas se eliminan, permitiendo determinar el desplazamiento de partículas. Tomado de (Hart, 1998c).

Los autores Westerweel y Scarano (2005) proponen una adaptación de “la prueba mediana” original, esta se basa en la normalización de la mediana residual con respecto a la estimación de la variación local de la velocidad. Este residuo produce una función de densidad de probabilidad más o menos “universal”, que permite elegir un único valor umbral de detección

de datos vectoriales espurios, específico de cada experimento o diferentes regiones de flujo dentro de un dominio de medición.

Adicional a las técnicas que han sido citadas hasta el momento, se ha recurrido a metodologías alternativas basadas en optimización heurística, como lo son las redes neuronales (Liang, Jiang, & Li, 2003), los algoritmos genéticos utilizando similitud de vectores adyacentes (Boonlong et al., 2006) y similitud morfología para descartar los errores en el campo vectorial (Sheng & Meng, 1998). Pero dado sus altos costes computacionales no son muy usados en la práctica.

En general los métodos no iterativos de post procesamiento eligen de manera arbitraria el valor de umbralización, por lo cual puede elegirse valores inapropiados que generan eliminación de vectores correctos o una detección inadecuada de vectores erróneos. Con el fin de superar las limitaciones de los algoritmos de post procesamiento con métodos no iterativos, se desarrollan los métodos iterativos. Los cuales repiten las fases de validación y reconstrucción hasta que se cumplan las condiciones de terminación. En el trabajo desarrollado por Foucaut, Carlier y Stanislas (2000), se propuso un metodología automática para eliminar datos basados en comparaciones entre vectores brutos y su respectiva estimación. Este estimador es un filtro mediano aplicado al campo de velocidad. Este procedimiento utiliza interpolación adaptable e iterativa basada en filtro de interpolación de 5X5 ventanas. Aunque se mejora la suavidad del campo de velocidad, si existen dos o más vectores continuos, los vectores erróneos no son corregidos en su totalidad.

Otros autores han diseñado técnicas más eficientes que los métodos tradicionales, en los casos que existen varios vectores atípicos en una misma vecindad. Para esto se han formulado algoritmos de post procesamiento de imágenes de PIV que realizan en simultáneo los pasos fundamentales de la corrección de vectores erróneos (detección, sustitución y suavización de datos). Esta metodología se fundamenta en la teoría de mínimos cuadrados penalizados combinada con la trasformada discreta del coseno (DCT), y puede manejar simultáneamente ruido experimental, valores atípicos y datos faltantes. En general, se corrigieron de manera adecuada los vectores de velocidad. Sin embargo en presencia de velocidades discontinuas como las de los flujos supersónicos presentan inconvenientes (Garcia, 2010). Así mismo otros autores basados en la fundamentación de “la prueba de la mediana” han realizado algoritmos de post procesamiento utilizando otras metodologías, por ejemplo corrección de campos vectoriales utilizando modelos estadísticos de la señal de PIV (Lee et al., 2016), emulaciones

de visión humana para ampliar las zonas de validación de vectores (Masullo & Theunissen, 2016), métodos de variación que realizan suavización del campo circundante para reducir el efecto de los vectores espurios que no pudieron ser eliminados (Adanasyec; Demirov, 2005), entre otros.

Para concluir, resulta pertinente aclarar que la prueba de la mediana ha sido la más utilizada en la corrección de vectores erróneos, dada su fácil implementación. Sin embargo cuando las ventanas de interrogación vecinas poseen una cantidad considerable de vectores erróneos o cuando los datos incorrectos no están muy alejados en magnitud y dirección de los vectores correctos, no se realiza la debida sustitución de los vectores de velocidad. Así mismo otras técnicas han tenido limitaciones debido a elecciones incorrectas de valores umbrales y altos desempeños computacionales. Por ende, se propone una técnica de corrección de vectores basados en que los flujos incompresibles deben cumplir el criterio de mínima divergencia, tal que se garantice el menor error de divergencia posible en todo el campo de velocidades. Para implementar el método, se hace uso de un algoritmo de optimización no lineal, cuya función objetivo es minimizar el error entre la velocidad estimada con PIV y la velocidad real utilizando como restricción la ecuación de continuidad.

3. Paper 1

Desarrollo de la técnica de compresión de imágenes Wavelet y correlación de fase para mejorar el procesamiento de imágenes de PIV

Maceas,M.[1], Bolaños.F,[2]Osorio.A.F.[1].

[1] Grupo de oceanografía e ingeniería costera, OCEANICOS, Departamento de geociencia y medio ambiente, Universidad Nacional de Colombia sede Medellín, Colombia, [2] Grupo de automática de la Universidad Nacional, Departamento de energía eléctrica y automática, Universidad Nacional de Colombia sede Medellín, Colombia.

Resumen

La velocimetría por imágenes de partículas (PIV) es una técnica de visualización de flujo en múltiples direcciones, no intrusiva al medio. Para realizar el procesamiento de datos de PIV se ha utilizado típicamente la correlación cruzada basada en la transformada rápida de Fourier (FFT). Esta técnica es utilizada para extraer la ubicación del máximo pico de correlación detectado, de tal manera que se estime el movimiento de las partículas entre dos imágenes consecutivas. Presenta limitaciones para detectar zonas de altos gradientes de velocidad y truncamientos de partículas en los bordes de las ventanas de interrogación. Debido a esto se propone la implementación de una técnica llamada correlación de fase, que utiliza transformación de filtros no lineales aplicados a la correlación cruzada generalizada. Esto con el fin de extraer información de fase de la señal en el plano de frecuencias, puesto que allí está contenida la información de posición de los objetos en la escena de entrada y cierta información con respecto a su tamaño y forma, los cuales son datos de interés a la hora de determinar el desplazamiento de las partículas. Adicionalmente se implementa un algoritmo híbrido que utiliza la correlación de fase y la transformada Wavelet. Esta última tiene como finalidad realizar la compresión de imágenes para mejorar el coste computacional de los algoritmos de

PIV y disminuir el almacenamiento físico de las imágenes. Se analizan cinco casos de estudio, se utilizaron imágenes sintéticas y experimentales.

Palabras claves: Correlación de fase, Transformada wavelet, compresión de imágenes.

1. Introducción

La velocimetría por imágenes de partículas se define como la medición cuantitativa de vectores de velocidad de flujo en un número simultaneo de puntos. Ha sido utilizada en el análisis de flujo turbulento, puesto que dadas las distintas escalas físicas y la aleatoriedad asociada a estos flujos, es necesario contar con una técnica capaz de medir un amplio rango dinámico de escalas tanto en longitud como en velocidad. De manera adicional, dicha técnica debe permitir la detección de flujo en todas las direcciones. Por tanto, los sistemas PIV se han vuelto fundamentales en los estudios de hidrodinámica. Sus características no solo son útiles para fluidos turbulentos, también son aplicables a una amplia gama de problemas en fluidos. El montaje de estos sistemas fundamentalmente se basa en incorporar partículas neutralmente boyantes a un fluido, usualmente iluminadas con un plano de luz láser. Se registran los movimientos de dichas partículas en un lapso de tiempo conocido con una cámara de alta resolución temporal. Finalmente se obtienen unas fotografías que son llevadas a un software de procesamiento de imágenes, con el fin de cuantificar las velocidades asociadas al campo de visión elegido.

El procesamiento de imágenes de PIV, se ha llevado a cabo en los últimos años utilizando el concepto de correlación cruzada basado en la transformada rápida de Fourier. Esta técnica permite identificar la dirección del desplazamiento de un pequeño grupo de partículas registradas en la imagen, para cuantificar el campo de velocidades asociado al fluido. En la Figura 14 se observa el diagrama de proceso de esta metodología que consiste en llevar las imágenes $I_1(x, y)$ e $I_2(x, y)$ al dominio de la frecuencia utilizando la transformada rápida de Fourier (FFT), posteriormente las representaciones en el dominio de la frecuencia de la imagen 1 ($I_1(p, q)$) y el complejo conjugado de la imagen 2 ($I_2(p, q)^*$), se multiplican para encontrar el plano de correlación de las distintas regiones de interrogación. Después se le aplica un ventaneo W, cuya finalidad es minimizar los efectos de la FFT en cuanto a las discontinuidades artificiales que se generan, para esto multiplica la señal por una ventana de longitud finita con

una amplitud que varía poco a poco hacia cero en los extremos, tal que se obtenga una señal continua, sin transiciones bruscas. Finalmente se regresa al dominio del tiempo mediante la implementación de la transformada inversa de Fourier (FFT^{-1}) para extraer la ubicación del máximo pico de correlación detectado.

Este método se utiliza con frecuencia debido a que el coste computacional de la correlación cruzada directa es bastante ineficiente en comparación con el desempeño computacional de la correlación cruzada basada en FFT. Sin embargo utilizar esta técnica tiene una serie de limitaciones como lo son la detección de altos gradientes de velocidad y el truncamiento de partículas en los bordes de las ventanas de interrogación. H.T.Huang y H.E.Fiedler (1993) cuantificaron el efecto en la determinación de los desplazamientos, dada una deformación de los patrones de las imágenes de partículas por altos gradientes de velocidad.

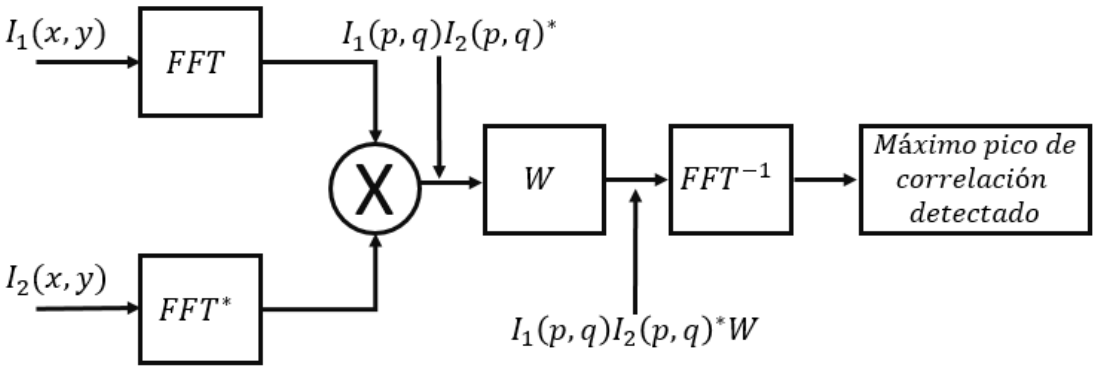

Figura 14. Diagrama de proceso del algoritmo de correlación cruzada en imágenes de PIV.

Aparte de las limitaciones de la técnica de correlación cruzada basada en FFT, existen otros tipos de errores que afectan la precisión de los datos de PIV. En gran medida dichos errores se deben a las condiciones de adquisición de las imágenes, por ejemplo Bugg y Rezkallah (1998) indican que la utilización de cámaras fotográficas induce en las imágenes: aberraciones, distorsiones, fenómenos de difracción e incertidumbre en el posicionamiento de las partículas. También Hart (2000) afirma que una inadecuada densidad de partículas, incorrecta temporización entre los pulsos del láser y la cámara, configuración óptica y ruido en los fondos de la imagen, son indeseables a la hora de procesar datos de PIV, puesto que generan gran cantidad de vectores erróneos . Es importante resaltar que la precisión de los datos no es la única variable afectada por las limitaciones que han sido descritas. Uno de los temas más

importantes al hablar de mejoras de algoritmos de PIV es el desempeño de computacional y el almacenamiento físico, puesto que las bases de datos de imágenes analizadas son de gran tamaño. De igual manera al obtenerse vectores espurios se deben realizar tareas de post procesamiento que generan costes computacionales más altos.

Aunque ha habido una amplia mejora en las técnicas de procesamiento digital de PIV, la precisión de los datos sigue estando limitada por errores inherentes al método de correlación cruzada. Se han desarrollado técnicas orientadas a obtener resultados más precisos y robustos. Algunas metodologías se basan en algoritmos iterativos, por ejemplo el algoritmo *multigrid* propuesto por Scarano y Riethmuller (2000) se basa en una reducción iterativa del tamaño de las ventanas de interrogación, utiliza la información del campo vectorial obtenido para predecir la posición de las ventanas de análisis de la siguiente iteración. Esta técnica también ha sido planteada de manera inversa, incrementando el tamaño de la ventana de interrogación (Florio et al., 2002). Otro método iterativo propuesto es el algoritmo *offset* que se basa en la superposición parcial de las ventanas de interrogación, hasta que la diferencia de los desplazamientos entre iteraciones sucesivas sea inferior a un pixel (Scarano & Riethmuller, 1999). Cabe aclarar que estas técnicas mejoran la resolución espacial del campo de velocidades aumentando el costo computacional. De igual manera, se continúan generando errores en la estimación PIV debido a la fuga de partículas en los bordes de las ventanas de interrogación.

Con el fin de disminuir el truncamiento de partículas en los bordes de las ventanas de interrogación , Scarano (2002) propone mejorar su técnica *multigrid* refinando el tamaño local de las ventanas de interrogación de acuerdo al flujo, para asegurar una mayor coincidencia de partículas. Dicho algoritmo se conoce como deformación de ventanas. Por medio de dicha deformación, se reducen los errores inducidos por la presencia de gradientes elevados y su respuesta espacial obtiene una mejora significativa que demuestra un menor efecto de modulación. Se comprueba su desempeño en imágenes de flujo turbulento donde demostró mayor robustez ante ruido y fluctuaciones de escala pequeña. Sin embargo, presenta inestabilidades asociadas con la alta frecuencia espacial (Shi & Zhang, 2015). Para solucionar los problemas de inestabilidad de los algoritmos de deformación típicos, se diseñó un algoritmo llamado *Local Field Correction* (Nogueira et al., 2001). En este caso el costo de evitar la inestabilidad, es una restricción al campo de aplicación del sistema.

Otras técnicas propuestas para mejorar la precisión PIV han sido planteadas en la literatura. Susset, Most, & Honore (2006) propone una técnica para mejorar la resolución de grandes gradientes de velocidad haciendo uso de la correlación cruzada directa con una nueva estructura para que computacionalmente sea equivalente a la FFT, un algoritmo *multigrid* para mejorar resolución espacial, y desarrolla un algoritmo de súper resolución heurístico para aumentar aún más la resolución espacial, para esto utiliza la velocimetría por seguimientos de partículas (PTV). Por último los autores optimizan el tiempo de procesamiento mediante la implementación de almacenamiento de datos en árboles de partición espaciales binarios. Se comprueba el aumento de resolución espacial y la precisión de los datos al utilizar esta metodología en diferentes casos de estudio. Sin embargo, se limitó el rendimiento computacional dados los algoritmos iterativos, el proceso de identificación de partículas y la localización de las mismas.

Otra de las metodologías que ha sido planteada para disminuir los errores inherentes a la correlación, se basa en correlatores ópticos. Dichos dispositivos utilizan técnicas de filtración análogas al proceso estándar de análisis de imágenes de PIV basados en correlación cruzada. Para optimizar los rendimientos de los correlatores se condujeron al desarrollo de una variedad de filtros de fase, dichos filtros también pueden ser implementados en PIV (Lugt, 1964). Las ventajas de utilizar filtros de fase se basa en que el análisis de la transformada de Fourier ha demostrado que la porción de amplitud de la señal de plano de frecuencia contiene información más relevante para el tamaño y la forma del objeto, a diferencia de la porción de fase que contiene la información de posición de los objetos en la escena de entrada y cierta información con respecto a su tamaño y forma (Wernet, 2006). La técnica que utiliza transformaciones de filtros no lineales aplicados a la correlación cruzada generalizada (GCC) se conoce como correlación de fase. Este método se introduce para amplificar la relación señal a ruido de tal manera que se produzcan estimaciones de velocidad más precisas y robustas (Wernet, 2005a).

Metodologías alternativas han sido desarrolladas con el fin de dejar la dependencia del procesamiento de imágenes de PIV utilizando correlación cruzada. M.Falchi, G.Querzoli, & G.P.Romano (2006) proponen una técnica de velocimetría de imagen robusta (RIV), que consiste en una medida de disimilitud entre ventanas de interrogación basada en un estimador Loretziano en lugar de la correlación cruzada. Los autores probaron que el RIV tiene un mayor rendimiento cuando existen mayores niveles de ruido y turbulencia. También se han realizado

propuestas de evaluación de imágenes basadas en optimización heurística. Estos son métodos basados en algoritmos genéticos que se han utilizado para realizar seguimiento de partículas (Meng et al., 2010), estimación de la posición de partículas(Padilla et al., 2005) así como la identificación de los errores (Boonlong et al., 2006) Con estos algoritmos se ha obtenido una buena precisión de los datos, pero con un desempeño computacional deficiente.

Teniendo claro las limitaciones de las propuestas reportadas en la literatura, orientadas al procesamiento de imágenes de PIV, en cuanto a garantizar precisión a un bajo coste computacional, se propone en este artículo una metodología de procesamiento de PIV basada en dos técnicas: la transformada Wavelet y la correlación de fase. Fundamentalmente con la Wavelet se busca realizar una compresión de las imágenes. Esta técnica fue implementada por Li (2000) en diferentes casos de estudio con el fin de obtener una disminución del coste computacional, el almacenamiento físico de los datos y la reducción de ruido en las imágenes. También se pretende realizar una comparación de diferentes filtros de descomposición Wavelet en imágenes de partículas, para determinar cual genera los picos de correlación más altos en las ventanas de interrogación. Finalmente se realiza el procesamiento de los datos utilizando la correlación de fase, para amplificar la relación señal a ruido y producir estimaciones de velocidad más precisas y robustas. Este tipo de algoritmos tiene capacidad de recuperación contra el ruido aditivo, iluminación de fondo no uniforme, reducción de error de sesgo en presencia de mayor cizallamiento y movimiento rotacional. Wernet (2005b), Eckstein y Vlachos (2009) demostraron que este sistema supera las capacidades de las técnicas de procesamiento basadas en Fourier a través de la detección de vectores válidos y la robustez contra el ruido de fondo en las imágenes **.**

El presente artículo está estructurado de la siguiente manera: en la sección II se expone la metodología planteada, posteriormente en la sección III se muestran los resultados de la técnica hibrida en imágenes sintéticas y experimentales, se realiza un análisis comparativo de esta metodología y el algoritmo clásico de imágenes de PIV con correlación cruzada. Finalmente en IV se concluye acerca de los resultados obtenidos.

2. Metodología propuesta

Como se dijo anteriormente las técnicas tradicionales de PIV pueden entregar datos erróneos e imprecisos ante la presencia de gradientes fuertes de velocidad, ruidos aditivos en la imagen,

fuga de partículas en los bordes de las ventanas de interrogación, entre otros. Por ende en este capítulo se describe una técnica de análisis de imágenes PIV, que permita obtener datos de velocidad con mayor precisión, a un menor coste computacional. La metodología propuesta se basa en los conceptos de la transformada wavelet en compresión de imágenes y la correlación de fase para el procesamiento de imágenes de PIV.

2.1 La transformada wavelet en procesamientos de imágenes PIV

a. Transformada Wavelet de dos dimensiones

La Wavelet es un tipo de transformada que brinda información tanto de la frecuencia de las señales como del tiempo correspondiente, es capaz de concentrarse en fenómenos transitorios y de alta frecuencia mejor que la transformada de Fourier con ventana, en la que una vez que el tamaño de la ventana es elegido todas las frecuencias son analizadas con la misma resolución de tiempo y frecuencia. En el caso de la transformada Wavelet, el tamaño de la ventana es adaptado a las diferentes frecuencias de interés.

Para hallar la transformada Wavelet de una función de dos dimensiones es necesario definir las funciones de escalamiento de dos dimensiones $\varphi(x,y)$ y tres Wavelet de dos dimensiones asociada, denotadas $\psi^H, \psi^V \, y \, \psi^D$. . Cada una de las funciones wavelet representa el producto de una función φy su correspondiente Wavelet ψ. En las ecuaciones (1) a (4) se muestran los productos obtenidos.

$$\varphi(x,y) = \varphi(x)\varphi(y) \quad (1)$$

$$\psi^H(x,y) = \psi(x)\varphi(y) \quad (2)$$

$$\psi^V(x,y) = \varphi(x)\psi(y) \quad (3)$$

$$\psi^D(x,y) = \psi(x)\psi(y) \quad (4)$$

Estas Wavelet miden las variaciones de los niveles de grises a lo largo de diferentes direcciones: ψ^H Variación a lo largo de las columnas, ψ^V variación a lo largo de las filas y ψ^D variación a lo largo de la diagonal.

Dadas las funciones wavelet y escalamiento en dos dimensiones, se puede definir la transformada Wavelet discreta (DWT) en dos dimensiones. Para esto primero se define las

funciones bases de escalado y traslación como se muestra en las ecuaciones (5) y (6). (Gonzalez & Woods, 2008)

$$\psi^{i}_{j,m,n}(x,y) = 2^{\frac{j}{2}}\,\Psi\big(2^{j}x - m, 2^{j}y - n\big), i = \{H,V,D\} \text{ (5)}$$

$$\varphi^{i}_{j,m,n}(x,y) = 2^{\frac{j}{2}}\,\varphi\big(2^{j}x - m, 2^{j}y - n\big). \text{ (6)}$$

Donde i identifica la dirección de la wavelet descritas en las ecuaciones (2) a (4). De esta manera la transformada wavelet discreta de la función $f(x,y)$ de tamaño MxN es la mostrada en las ecuaciones (7) y (8).

$$W_{\varphi}(j_0,m,n) = \frac{1}{\sqrt{MN}}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)\,\varphi^{i}_{j,m,n}(x,y) \text{ (7)}$$

$$\mathrm{W}^{i}_{\psi}(j,m,n) = \frac{1}{\sqrt{MN}}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)\,\psi^{i}_{j,m,n}(x,y)\,, i = \{H,V,D\} \text{ (8)}$$

Tal que j_0 es una escala inicial arbitraria y los coeficientes $W_{\varphi}(j_0,m,n)$ definen una aproximación de $f(x,y)$ a escala j_0. Los coeficientes $\mathrm{W}^{i}_{\psi}(j,m,n)$ agregan detalles horizontales, verticales y diagonales para escalas $j \geq j_0$. Normalmente $j_0 = 0$ y se selecciona $N = M = 2^{j}$ tal que $j = 0,1,2,\ldots,J-1$ y $m,n = 0,1,2,\ldots,2^{j}-1$. Dado W_{φ}y W^{i}_{ψ}, $f(x,y)$ se obtiene vía transformada Wavelet discreta inversa, se muestra en (9):

$$f(x,y) = \frac{1}{\sqrt{MN}}\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1} W_{\varphi}(j_0,m,n)\,\varphi_{j0,m,n}(x,y) + \frac{1}{\sqrt{MN}}\sum_{i=H,VD}\sum_{j=J0}^{\infty}\sum_{m}\sum_{n}\mathrm{W}^{i}_{\psi}(j,m,n)\,\psi^{i}_{j,m,n}(x,y) \text{ (9)}$$

La DWT bidimensional mostrada en (9), puede ser implementada usando filtros digitales y decimadores. Con funciones de escalamiento y wavelet bidimensionales separables, se toma la DWT unidimensional de las filas de $f(x,y)$ seguido por la DWT unidimensional de las columnas. En la Figura 15, se puede observar el diagrama de proceso que utiliza la transformada Wavelet en señales de dos dimensiones. La convolución de las filas con los filtros $h_{\psi}(-n)$ y $h_{\varphi}(-n)$ (pasa alto y pasa bajo respectivamente) con decimación de las columnas

genera dos subimágenes con resolución horizontal reducida en un factor de 2. El filtro pasa alto o componente de detalle caracteriza la información de alta frecuencia de la imagen con orientación vertical y el pasa bajo aproxima componentes con bajas frecuencias en la componente vertical. Posteriormente ambas sub imágenes se filtran en forma de columnas y se muestrean de forma descendente para obtener sub imágenes de salida de cuatro cuartos de tamaño. Es importante aclarar que este procedimiento se puede realizar de manera iterativa hasta que el diseñador considere un tamaño pertinente. En la Figura 16 se puede observar dos iteraciones del proceso de filtrado, de esta manera se obtiene una descomposición Wavelet de segundo nivel. En la literatura se conoce el recuadro blanco W_φ como el coeficiente de aproximación y $\psi^H, \psi^V y\, \psi^D$ como los coeficientes de detalle horizontal, vertical y diagonal, respectivamente.

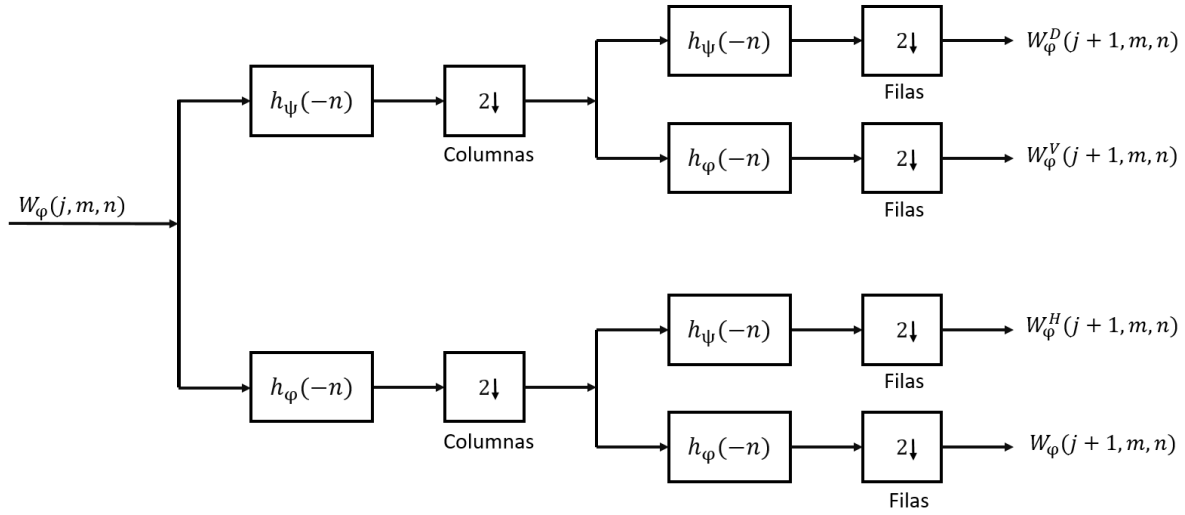

Figura 15. Diagrama del proceso transformada wavelet de 2 dimensiones.

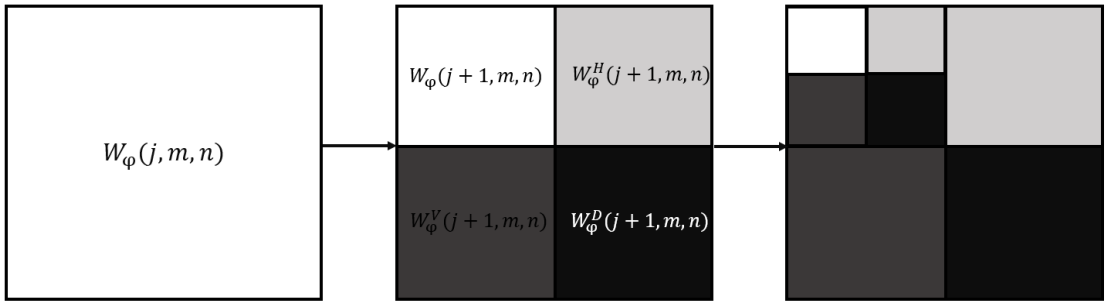

Figura 16. Resultado de la descomposición Wavelet. Cuadro del medio (descomposición de un solo nivel) y Cuadro de la izquierda (descomposición de segundo nivel)

La elección de los filtros de descomposición Wavelet es de gran importancia en la compresión de imágenes. Estos se conocen con el nombre de bases Wavelets, existen diferentes familias de Wavelets que cuenta con diferentes cantidades de coeficientes para su representación, aun no existe un criterio definido para evaluar su calidad, debido a que depende en gran medida de la aplicación de interés. Las más conocidas son: Haar, Daubechies, Coiflets, Symlets, Biortogonales, Meyer, Shannon, entre otras.

El autor Li (2003) ha demostrado que las bases de onda alta (alto número de coeficientes Wavelet) proporcionan buen rendimiento para la compresión, ya que tienen una buena localización de frecuencia que a su vez aumenta la compactación de energía. En particular, las bases Wavelet Daubechies son muy utilizadas, debido a su propiedad de formar bases ortonormales (Weng, et al., 2001). Dada esta condición, se asegura la independencia de la representación de la señal en los diferentes niveles, de tal manera que se evita la aparición de información falsa. Además, las bases Daubechies permiten calcular la transformada Wavelet mediante un algoritmo menos complejo, con un bajo costo computacional y numéricamente estable, lo cual las hace eficientes frente a las bases no ortonormales.

b. Técnica de compresión de imágenes con transformada Wavelet

La transformada Wavelet se utiliza en los procesos de compresión de imágenes con el fin de reducir el rango dinámico de la señales, de esta manera se elimina información redundante. Por ende, la energía de la imagen transformada se compacta en el menor número posible de coeficientes, cuya energía sea cercana a cero. A continuación se describe el procedimiento típico para compresión con transformada Wavelet (Hui Li, 2003).

1. Calcular coeficientes Wavelets que representen la imagen en bases ortonormales.
2. Establecer el número de coeficientes Wavelets M a retener, es decir fijar la relación de compresión M/N, tal que N es el número total de coeficientes.
3. Reconstruir la imagen a partir de coeficientes Wavelets.

Por último para la implementación de la transformada Wavelet en compresión de imágenes los filtros utilizados deben ser de respuesta finita al impulso (FIR) para garantizar soporte finito. En cuanto a la longitud del filtro se debe tener un balance entre esta y la suavidad, puesto que son inversamente proporcionales, si la Wavelet no es suave el error será fácil de detectar

visualmente. Finalmente los coeficientes serán racionales para evitar operaciones de punto flotante.(Fournier & Castro, 1997)

2.2 Correlación de fase

La técnica que utiliza transformaciones de filtros no lineales aplicados a la correlación cruzada generalizada (GCC) se conoce como correlación de fase, su diagrama de proceso se ilustra en la Figura 11, como se observa este proceso es bastante similar al diagrama de análisis de imágenes de PIV con correlación cruzada, solo tiene una variación y es la ubicación del proceso de ventaneo W, que en este caso se multiplica por la entrada de la segunda imagen. Este método se introduce para amplificar la relación señal a ruido de tal manera que se produzcan estimaciones de velocidad más precisas y robustas. Eckstein, Charonko, & Vlachos(2008) demostraron que este tipo de algoritmos tiene capacidad de recuperación contra el ruido aditivo, iluminación de fondo no uniforme, reducción de error de sesgo en presencia de mayor cizallamiento y movimiento rotacional. Se basan fundamentalmente en una descomposición analítica de la señal a ruido y se aplica como un filtro espectral a GCC. Aparte de este filtro se sugiere utilizar funciones de ventanas que permitan disminuir el *aliasing* por las condiciones de contorno. El alias se refiere al resultado de la periodicidad de la transformada discreta de Fourier para señales finitas, lo que supone que la señal es periódica sobre su longitud L, las repeticiones fuera de este dominio pueden superponerse con las regiones validas de la señal generando un alias en la correlación, pueden ser vistas como la correlación de las partículas que salen de la ventana de imagen 1 con partículas que entran en la ventana de imagen 2.

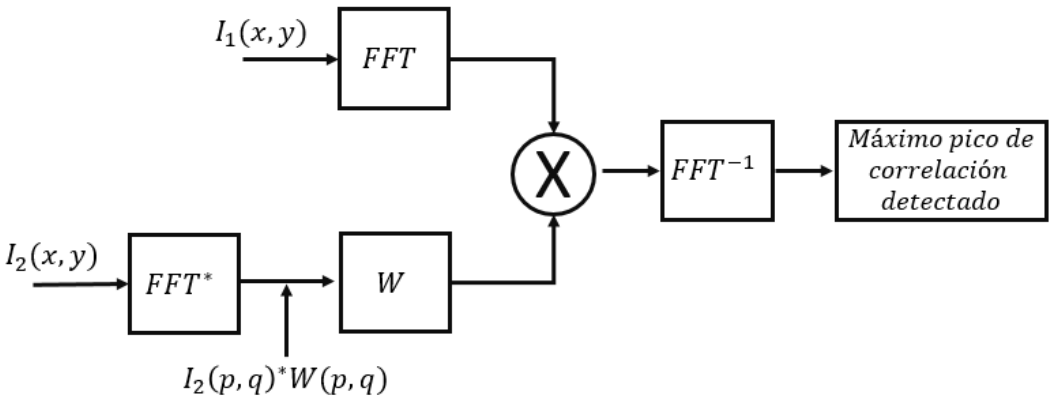

Figura 17. Diagrama de proceso de correlación cruzada modificado para su implementación como técnica de filtrado espacial adaptado.

Uno de los métodos de correlación de fase incluye una transformación gaussiana (GTPC). Fundamentalmente esta técnica incluye enmascaramiento de las imágenes en el dominio espacial para eliminar efectos de bordes, realiza filtrado de fase de la correlación cruzada para suavizar y utiliza transformaciones gaussianas de la correlación de fase para garantizar precisión subpixel mediante la implementación de estimaciones gaussianas de tres puntos.(Eckstein et al., 2008)

Se han implementado otras técnicas de correlación de fase robusta (RPC) capaces de reducir sustancialmente los errores. El RPC también utiliza avanzadas técnicas de ventaneo para atenuar los errores basados en Fourier. Se diferencia de la técnica de correlación de fase con transformada gaussiana fundamentalmente porque GTPC incorpora un filtro de suavizado adicional para optimizar el estimador subpixel. En cambio en RPC se enmascara la correlación utilizando un modelo analítico de la relación señal a ruido (Eckstein & Vlachos, 2009). Al combinar el uso de filtros espectrales con técnicas avanzadas de ventanas, el estimador RPC elimina todo el contenido energético del espectro cruzado generando un pico de correlación muy fuerte que aumenta la exactitud de medición de PIV.

El análisis de la transformada de Fourier ha demostrado que la porción de fase de la señal de plano de frecuencia contiene la información de posición de los objetos en la escena de entrada y cierta información con respecto a su tamaño y forma (Wernet, 2006). Por ende, en el caso de PIV es más relevante la información suministrada por la fase. En la ecuación (10), se presenta la ventana de filtrado de fase (POF) utilizada en RPC.

$$W_{POF}(p,q) = \frac{1}{|I_2(p,q)|} \qquad (10)$$

Al introducir la ventana W_{POF} en el proceso de correlación cruzada se introduce una fase pura con amplitud unitaria, esta tiene una respuesta similar a un filtro pasa alto, el cual tiende a enfatizar la información de los bordes. El énfasis en alta frecuencia lo hace más sensible a los cambios de escala y rotación. La respuesta de la amplitud unitaria en la imagen se refleja en un aumento del nivel de ruido en el plano de correlación. Sin embargo, un aumento del nivel de ruido en el fondo es aceptable siempre y cuando la relación entre el pico de correlación y el pico de ruido más alto permanezca alta.

Para reducir los niveles de ruido generados en el plano de correlación, se propuso el filtro de fase simétrica (SPOF), que aplica la raíz cuadrada del filtro POF a la correlación cruzada (Wernet, 2005b). Como resultado, los componentes de frecuencias ruidosas más altas fueron atenuados, reduciendo al mismo tiempo los efectos del ruido aditivo de fondo en la PIV. En la ecuación (11) se muestra la ventana asociada al SPOF.

$$W_{SPOF}(p,q) = \frac{1}{\sqrt{|I_1(p,q)||I_2(p,q)|}} \qquad (11)$$

El SPOF aplica una ponderación de filtro inverso que se equilibra de acuerdo al contenido de amplitud de señal tanto en I_1 como en I_2 . Al igual que en el caso POF donde solo se utiliza la función de filtro para generar una función ventana W, se obtienen buenos resultados si la escena de entrada y la función filtro tienen magnitudes similares. El objetivo de SPOF es aplicar una cantidad suficiente de normalización tanto al espectro de escena de entrada como al filtro de tal manera que el contenido de alta frecuencia en cada uno se incremente junto con una reducción del alto ruido de fondo.

A pesar de sus buenos rendimientos cuando hay objetos estacionarios, existen momentos en los que el rendimiento de la relación señal a ruido (SNR) del SPOF es menor que la correlación cruzada estándar para datos de buena calidad. Por ende, se propuso en (Wernet, 2006) una técnica llamada filtro de fase simétrico automático el cual es un procesamiento óptimo que permite determinar cuándo se requiera realmente la implementación del SPOF. Si las regiones de interrogación contienen solo imágenes de partículas es conveniente utilizar la técnica de procesamiento de imágenes de PIV clásica, en cambio sí existe presencia de ruido se recomienda el SPOF.

Para reducir los efectos del ruido aditivo, se propone utilizar un término de peso SNR, este se halla con una descomposición analítica de las señales de PIV. Este término puede ser conocido como el radio del espectro de potencia de las señales de imágenes de partículas y los espectros de potencia de las señales ruido (Eckstein & Vlachos, 2009). Es importante aclarar que para utilizar este término de peso es fundamental conocer el proceso de grabación de las imágenes. El SNR es computado como se muestra en la ecuación (12).

$$SNR(k) = e^{-\frac{d^2k^2}{16}} \qquad (12)$$

Tal que d es el diámetro efectivo de la imagen de la partícula y k es el número de onda normalizado $[-\pi, \pi]$ basado en la cuantificación de la señal espacial.

2.3 Algoritmo híbrido utilizando transformada Wavelet y correlación de fase.

El algoritmo híbrido basado en transformada Wavelet y correlación de fase es una nueva metodología que se propone en este artículo para mejorar dos problemas típicos en aplicaciones de PIV, como lo son la precisión de los datos y el desempeño computacional del algoritmo.

Inicialmente se realiza la compresión de las imágenes originales de PIV utilizando el procedimiento descrito en la sección 2.1. Posteriormente dichos datos son almacenados y procesados utilizando la correlación de fase. Para este caso se propone utilizar el filtro de fase simétrica (SPOF), que aplica la raíz cuadrada del filtro POF a la correlación cruzada como se muestra en (11). De esta manera se atenúan las frecuencias ruidosas altas y se eliminan los efectos del ruido en el fondo de las imágenes. Con el fin de mejorar los datos obtenidos y disminuir la incertidumbre que genera la transformada Wavelet se utiliza una interpolación subpixel. La ubicación del pico de correlación se asocia directamente al desplazamiento de las partículas. El punto máximo de los datos en una correlación de fase es un pico de valor entero. Sin embargo, la correlación cruzada es una medida estadística, por lo que los valores obtenidos también tienen información útil y es gracias a esto que se puede mejorar la exactitud de la estimación PIV, utilizando un método de precisión sub-pixel. El método consiste en ajustar los datos de la correlación con una función, siempre y cuando el pico sea estrecho. Para este caso se utiliza un ajuste gaussiano debido a que las imágenes de partículas son descritas por las funciones de Airy que a su vez se aproximan por la distribución gaussiana (Weng et al., 2001). En las ecuaciones (13) y (14) se describen los estimadores utilizados. En la Figura 18 se observa el diagrama de flujo del algoritmo propuesto en esta sección basado en la transformada Wavelet y la correlación de fase. Este procedimiento consiste en que el usuario ingrese las imágenes de PIV, especifique el nivel de descomposición wavelet y la base wavelet a utilizar para realizar la compresión de las imágenes, posteriormente se utiliza la FFT para obtener la representación en el dominio de frecuencia de las imágenes comprimidas que permitan realizar el cálculo de correlación cruzada. El producto de ambas representaciones pasa por un proceso de filtrado W, donde únicamente se tiene en cuenta la información que brinda la fase. Después se utiliza la FFT^{-1} para encontrar la representación de los picos de correlación en el tiempo, y de esta manera

hallar el pico máximo de correlación de cada ventana de interrogación. Finalmente se utiliza un estimador subpixel que permita obtener los picos de correlación con mayor precisión.

$$x = x_0 + \frac{(log\ R(x_0 - 1, y_0) - \log R(x_0 + 1, y_0))}{2\log R(x_0 - 1, y_0) + \log R(x_0 + 1, y_0) - 2logR(x_0, y_0)} \quad (13)$$

$$y = y_0 + \frac{(log\ R(x_0, y_0 - 1) - \log\ R(x_0, y_0 + 1))}{2\log R(x_0, y_0 - 1) + \log R(x_0, y_0 + 1) - 2logR(x_0, y_0)} \quad (14)$$

Tal que $R(x_0, y_0)$ hace referencia al pico de correlación más alto ubicado en las coordenadas (x_0, y_0).

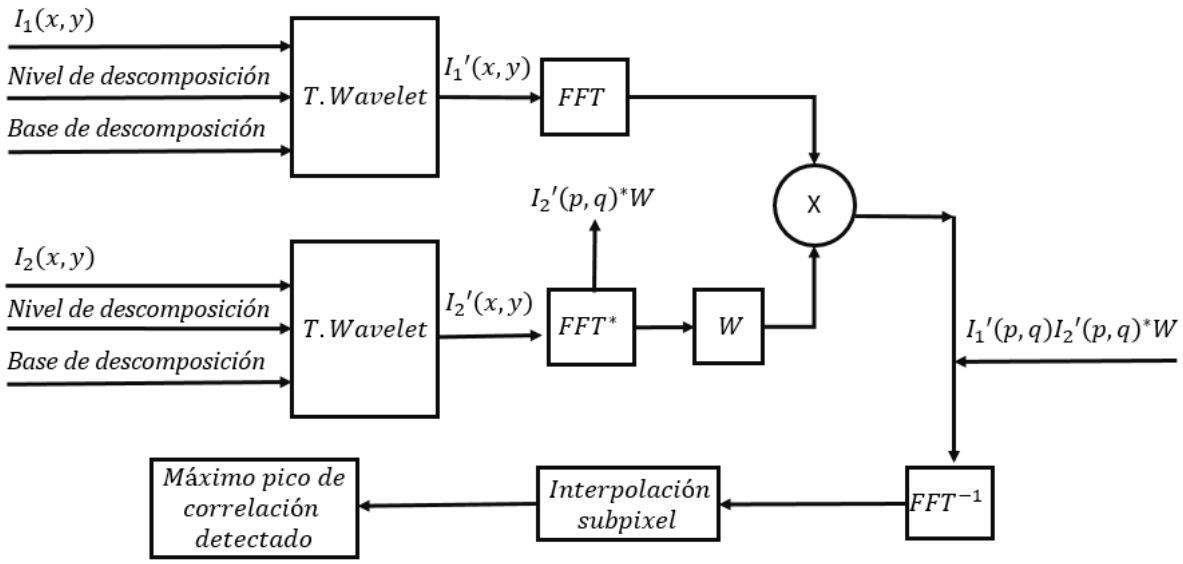

Figura 18. Diagrama de flujo del algoritmo hibrido transformada wavelet con correlación de fase.

3. Resultados

A continuación se discuten los resultados obtenidos al implementar la metodología propuesta en la sección 2. Inicialmente se hace uso de la transformada Wavelet para realizar compresión de imágenes de PIV. Esto se realiza con el fin de disminuir tanto el tamaño del almacenamiento físico como el coste computacional del procesamiento de las imágenes. Se realiza un análisis con dos casos de estudio experimentales, que permitan definir qué base de descomposición Wavelet produce los picos de correlación más altos y se comprueba que aun con imágenes de PIV comprimidas se pueden obtener resultados de velocidad válidos. Finalmente se utiliza la correlación de fase como una técnica para mejorar la precisión de los datos de PIV. Se propone un algoritmo que integre el algoritmo basado en transformada Wavelet con el algoritmo de correlación de fase. Finalmente se corrobora el comportamiento del algoritmo hibrido en cinco

casos de estudio, dos con bases de datos de imágenes sintéticas y tres bases de datos de imágenes experimentales.

3.1 Resultados transformada Wavelet

Como se dijo anteriormente, la transformada Wavelet es utilizada frecuentemente en compresión de imágenes. Por ende, en este artículo se decide analizar el desempeño de esta transformada en compresión de imágenes de PIV. Para esto se utilizan dos casos de estudio experimentales: vórtice fuerte y un flujo jet (Stanislas et al, 2005).

Inicialmente, se decide realizar un análisis de los datos al variar la tasa de compresión, tal que se reconstruyen las imágenes de PIV con un nivel de descomposición (25% de los coeficientes totales), dos niveles de descomposición (6.25% de los coeficientes totales) y tres niveles de descomposición (1.32% de los coeficientes totales). Adicionalmente se utilizan diferentes funciones bases para realizar la descomposición de la transformada Wavelet, de tal manera que se pueda concluir qué base genera los resultados de correlación más precisos.

- **Vórtice fuerte**

En la Figura 19, se muestran las imágenes de prueba utilizadas. Estas fueron grabadas en el túnel de viento Alemán-Holandés DNW-LLF por el centro aeroespacial alemán (DLR), con el fin de estudiar experimentalmente la formación de vórtices de estela detrás de un avión de transporte (Stanislas, Okamoto, & Kähler, 2003). La imagen tiene un tamaño de 1280x1018 pixeles. Presenta gradientes fuertes, perdida de densidad de imagen y tamaños de imagen de partículas variables.

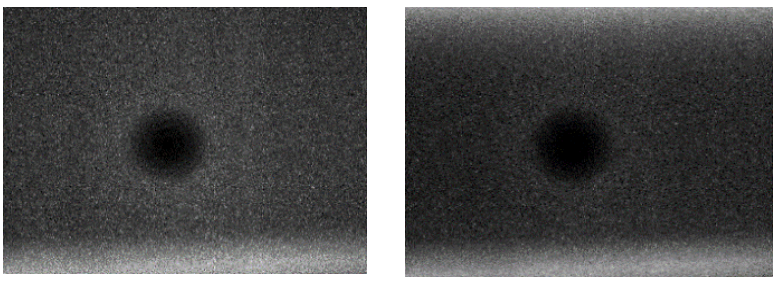

Figura 19. Imágenes de prueba, grabadas por en el DNW-LLF por el DLR.
Tomado de (Stanislas et al., 2003)

A continuación se observan unas gráficas comparativas del comportamiento del máximo coeficiente de correlación en dos ventanas de interrogación diferentes, al modificar tanto la tasa de compresión de la imagen como los filtros ortogonales utilizados para realizar la

descomposición Wavelet. En el caso de las ventanas de interrogación con baja densidad de partículas, se observó que cuando la tasa de compresión utiliza mayor cantidad de coeficientes Wavelet, los picos de correlación se hacen más grandes, este comportamiento se muestra en la Figura 20. Además se evidenció que las bases de menor orden son las que generan los picos de correlación más altos. Sin embargo los resultados del análisis realizado a ventanas de interrogación con alta densidad de partículas, demostraron lo contrario, que las bases Wavelet de orden alto son las que generan los picos de correlación más elevados, como se observa en la Figura 21. Por tanto se concluye que la calidad de la imagen es fundamental a la hora de elegir la base ortogonal a utilizar en la descomposición wavelet. En el caso del vórtice fuerte al interior del núcleo es donde se presentan los vectores de velocidad más difíciles de estimar. Por ende se decide utilizar bases wavelet de menor orden en la compresión de imágenes de PIV.

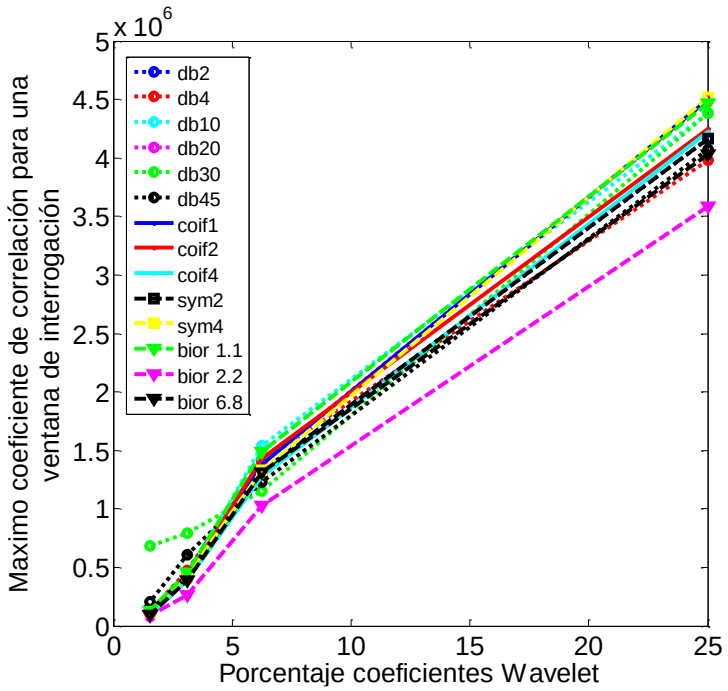

Figura 20. Coeficientes de correlación vs tasas de compresión con distintas bases Wavelet en el caso de estudio del vórtice fuerte utilizando una ventana de interrogación con densidad de partículas baja.

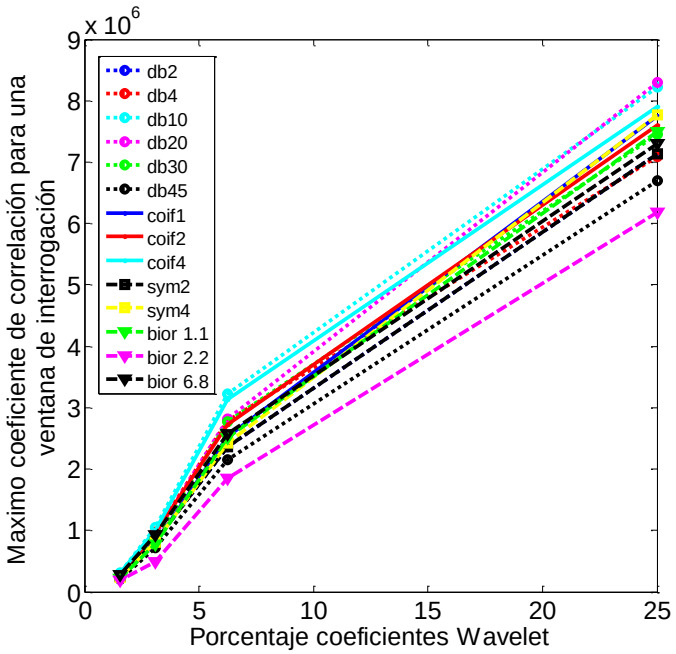

Figura 21. Coeficientes de correlación vs tasas de compresión con distintas bases Wavelet en el caso de estudio del vórtice fuerte utilizando una ventana de interrogación con densidad de partículas alta.

En Figura 22, se observa la imagen de PIV reconstruida con cuatro niveles diferentes de descomposición: 25%, 6.25%,1.56% y 0.39% del total de coeficientes Wavelet de la imagen original, respectivamente. Como es de esperarse, al disminuir la cantidad de coeficientes Wavelet, las imágenes reconstruidas poseen menor calidad. También se muestra en la Figura 23 los respectivos campos vectoriales de las imágenes de PIV cuando se varía la tasa de compresión de las imágenes. De manera cualitativa se puede observar que al disminuir el porcentaje de coeficientes Wavelet, se aumenta la cantidad de vectores espurios. Para realizar un análisis cuantitativo de los vectores erróneos generados, se comparan los perfiles de velocidad en U y V a lo largo de Y=512 y X variable, del campo de velocidad original vs el campo de la imagen comprimida con dos niveles de descomposición Wavelet diferentes. En la Figura 24, se muestra que los pixeles asociados al interior del vórtice presentan diferencias considerables entre el perfil de velocidad de la imagen original y los perfiles asociados a las imágenes reconstruidas con 25% y 6,25% de los coeficientes totales. Además se presenta en la Figura 25 el histograma del error asociado al perfil de velocidad para Y=512 y X variable, tanto para U como para V, siendo más significativos los errores del perfil vertical. Se observa que los perfiles del vórtice fuerte utilizando compresión de imágenes siempre se aproximan a la magnitud par más cercana del valor original, esto se debe a que la transformada Wavelet se basa en una descomposición en potencias de dos. Dado este comportamiento se decide

implementar el algoritmo de compresión de imágenes con una interpolación subpixel en los picos de correlación, tal que se mejore la precisión de los datos.

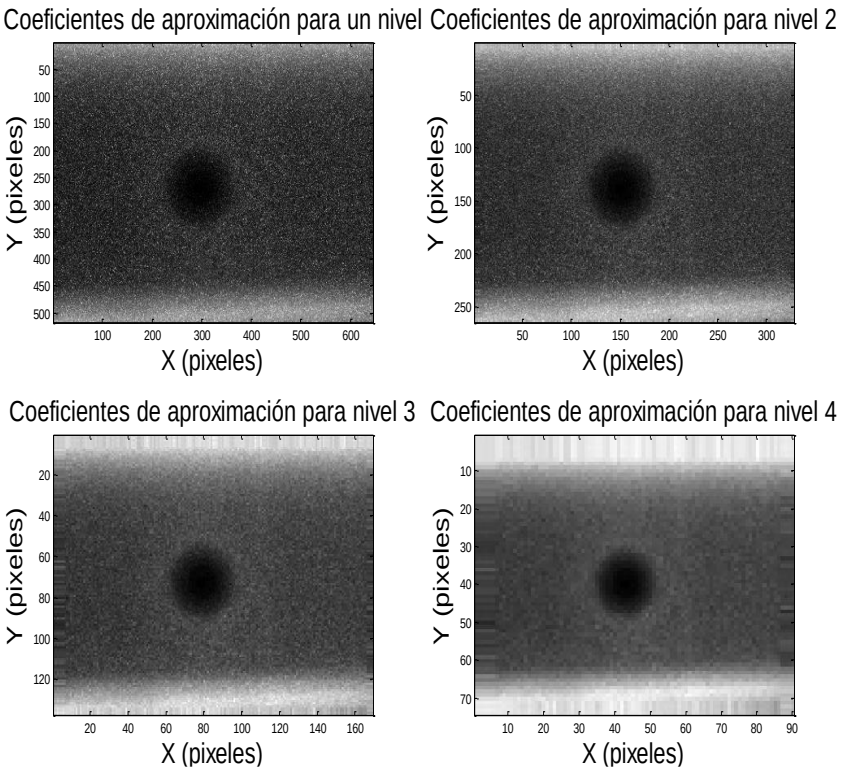

Figura 22. Imágenes reconstruidas con diferente tasas de compresión utilizando la base Coifle 2: Tasa de compresión del 25% de los coeficientes Wavelet., 6.25%, 1.56% y 0.39% de los coeficientes Wavelets.

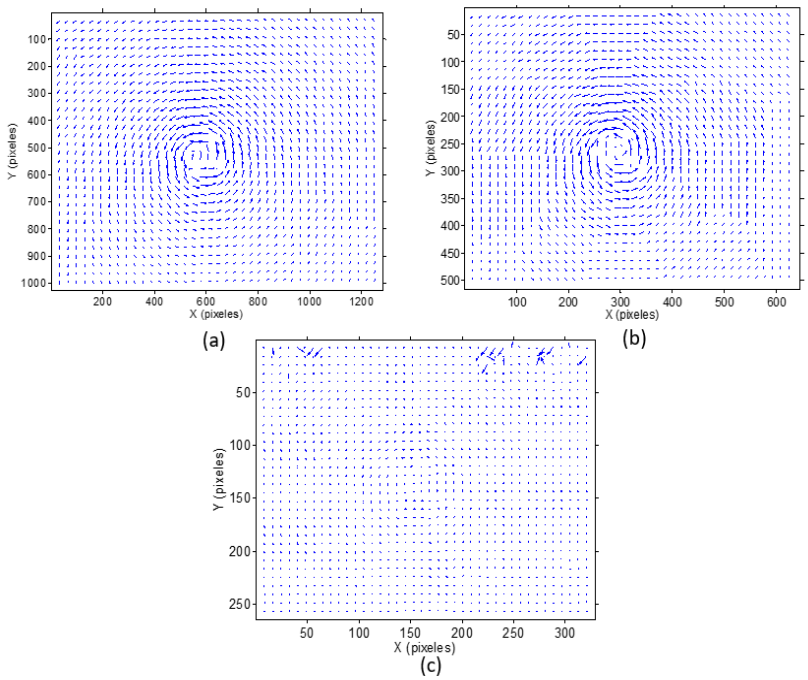

Figura 23. (a) Campo de velocidad sin realizar compresión con ventana de interrogación de 32x32, (b) Campo de velocidad de reconstruida con el 25% de los coeficientes Wavelets con ventanas de interrogación de 16x16pixeles y (c) reconstruida con el 6.25% de los coeficientes Wavelets del vórtice fuerte con ventana de interrogación de 8x8.

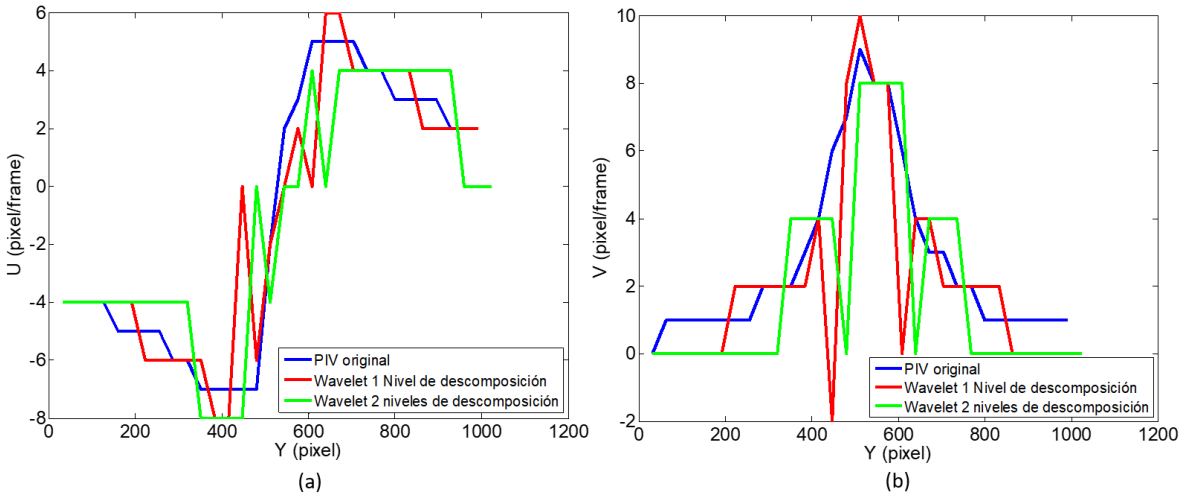

Figura 24. Comparación de los perfiles de velocidad U (izquierda) y V (derecha) a lo largo de Y=512 y X variable utilizando diferentes niveles de descomposición Wavelets para la base Coifle 2 en el caso del vórtice fuerte.

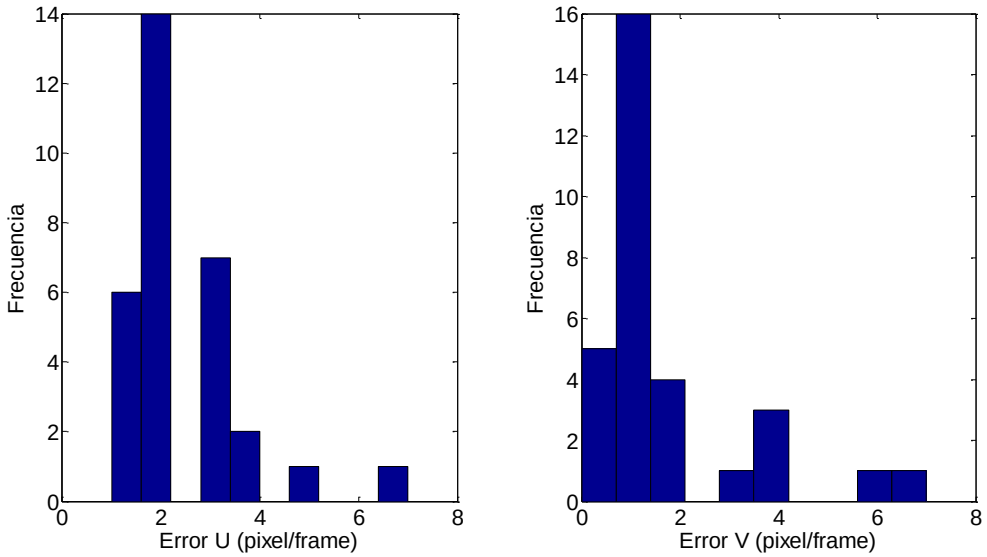

Figura 25. Histograma de errores de los perfiles de velocidad U y V a lo largo de Y=512 y X variable del campo original vs el campo reconstruido con 25% de coeficientes Wavelets utilizando la base Coifle 2 en el caso del vórtice fuerte.

En la Figura 26 y Figura 27 se muestran los perfiles de velocidad y los histogramas de los errores obtenidos al implementar una interpolación subpixel en los picos de correlación del algoritmo de procesamiento de imágenes de PIV comprimidas. Se evidencia que los resultados obtenidos mejoran considerablemente en comparación con los datos de velocidad del algoritmo de la transformada Wavelet sin interpolación. De manera adicional, se presenta el error del campo de velocidad del vórtice fuerte entre la técnica clásica de correlación cruzada y el algoritmo de compresión de imágenes para dos niveles de descomposición diferentes, estos se muestran en la Figura 28 y la Figura 29. Al interior del núcleo del vórtice se presentan errores

grandes, comportamiento esperable si se tiene en cuenta que el algoritmo de compresión de imágenes se está comparando con un algoritmo clásico de correlación cruzada que no cuenta con una etapa de post procesamiento de los vectores y que poseen gran cantidad de vectores incorrectos debido a la baja densidad de partículas en esta zona. En el caso de descomposición de segundo nivel (6,25% del total de coeficientes Wavelets) se presentan unos datos erróneos en las fronteras del campo de velocidad, adicional a los errores en el núcleo del vórtice. Estos errores son de fácil corrección implementando una técnica de post procesamiento de imágenes. Finalmente se concluye que es viable utilizar la compresión de imágenes hasta en un 6,25% de los coeficientes Wavelet totales para estimar los desplazamientos de las partículas de interés.

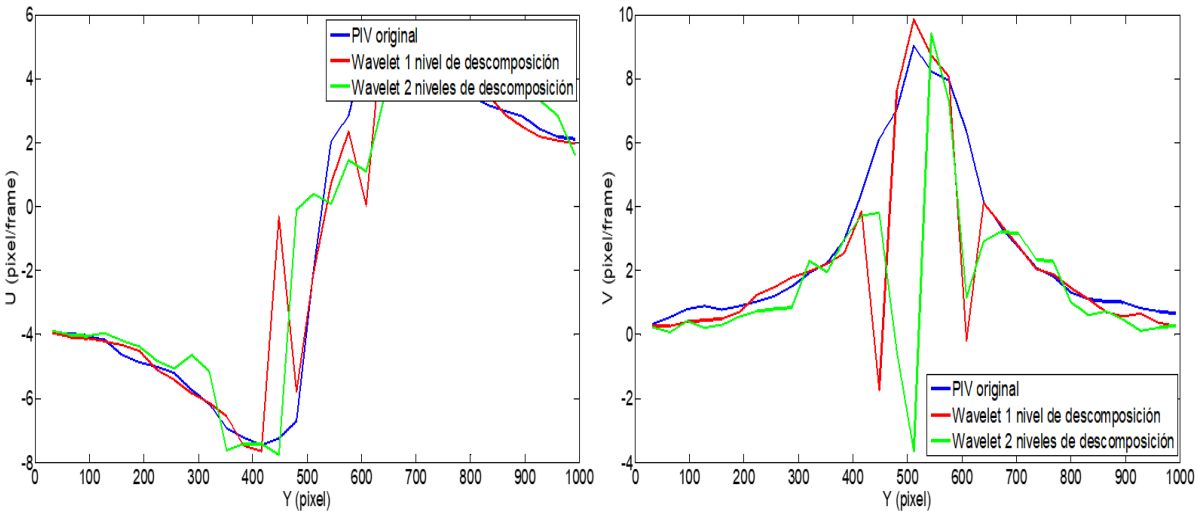

Figura 26. Comparación de los perfiles de velocidad U y V a lo largo de X=512 y Y variable utilizando diferentes niveles de descomposición Wavelets para la base Coifle de orden 2, en el caso del vórtice fuerte con interpolación subpixel.

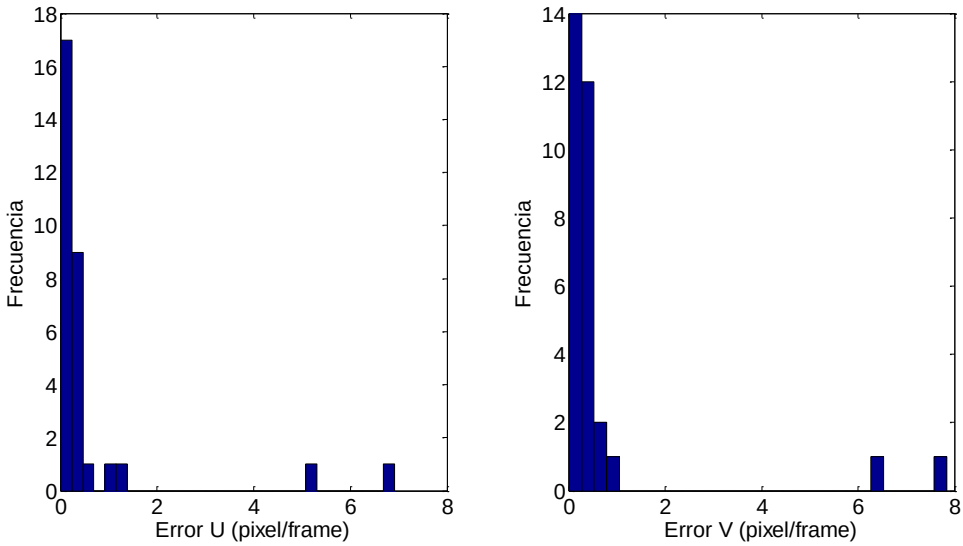

Figura 27. Histograma de errores de los perfiles de velocidad U y V a lo largo de X=512 y Y variable del campo original vs el campo reconstruido con 25% de coeficientes Wavelets utilizando la base Coifle de orden 2, en el caso del vórtice fuerte con interpolación subpixel.

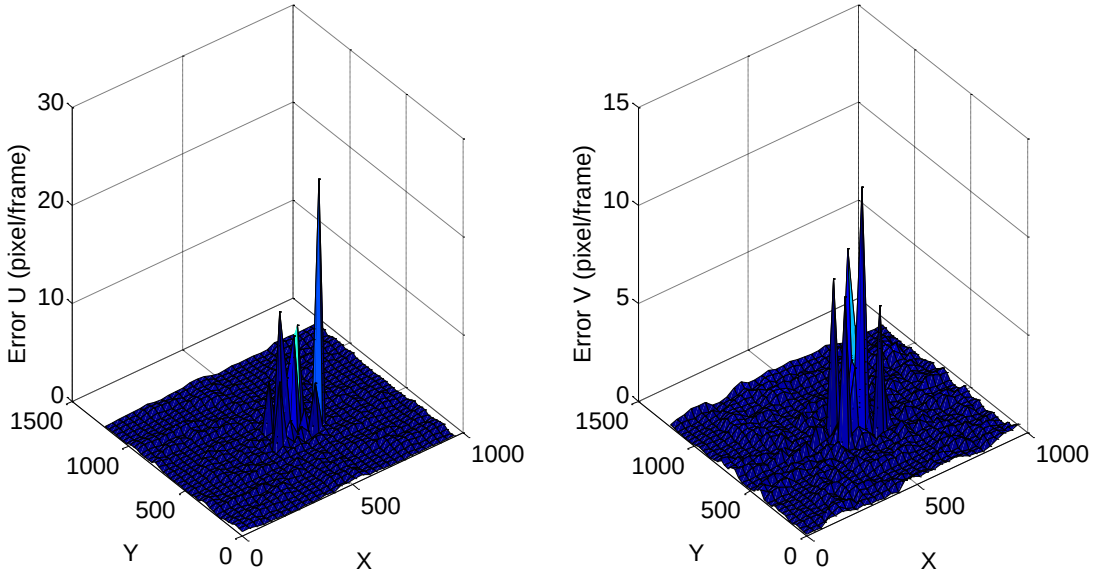

Figura 28. Error del campo de velocidades entre el algoritmo clásico de correlación cruzada y el algoritmo de compresión de imágenes con correlación e interpolación subpixel utilizando 25% de los coeficientes Wavelets totales en el caso del vórtice fuerte.

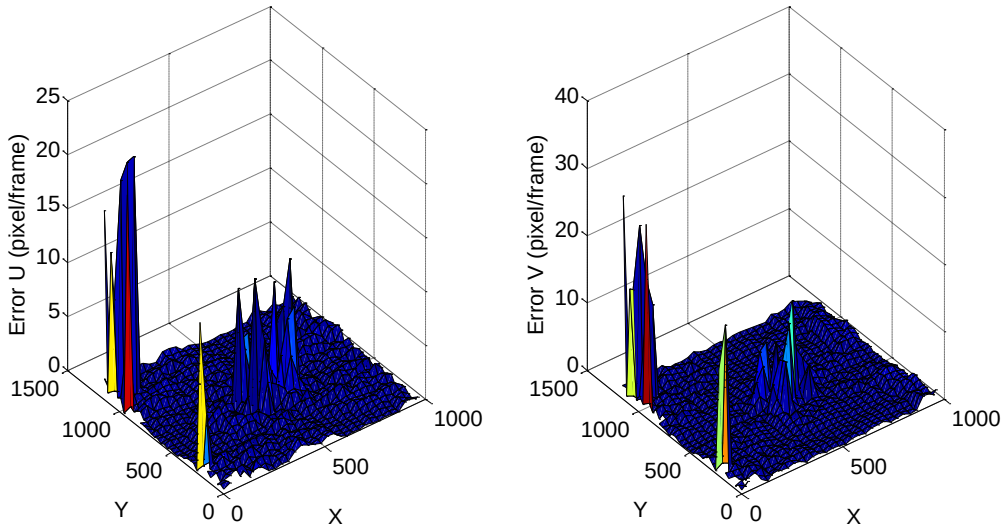

Figura 29. Error del campo de velocidades entre algoritmo clásico de correlación cruzada y el algoritmo de compresión de imágenes con correlación e interpolación subpixel utilizando 6,25 % de los coeficientes Wavelets totales en el caso del vórtice fuerte.

- **Flujo jet**

El segundo caso de estudio utiliza las imágenes de la Figura 30, tomadas de Stanislas et al. (2005) , las cuales hacen parte de un experimento real en el que las partículas no son mono-dispersas, ni perfectamente gaussianas. Los perfiles de intensidad de los dos pulsos láser no son idénticos y las imágenes contienen componentes de ruido aleatorio y de fondo.

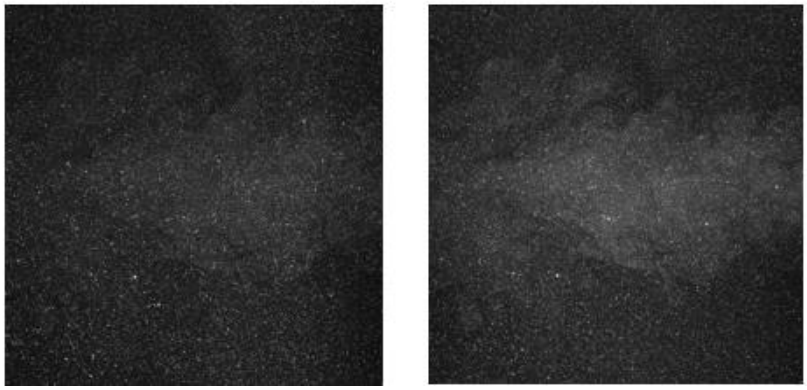

Figura 30. Imágenes Flujo jet.
Tomado de (Stanislas et al., 2005)

En las Figura 31 y Figura 32, se observan unas gráficas similares a las del caso del vórtice fuerte, donde se valida el comportamiento de la correlación cruzada al utilizar distintas tasas de compresión y bases Wavelets en el caso del flujo turbulento. Se analizaron los máximos coeficientes de correlación de dos ventanas de interrogación, una de las zonas está ubicada en la esquina superior de la imagen donde las velocidades son cercanas a cero y otra al interior del chorro turbulento. Las gráficas analizadas muestran que las bases de menor orden son las que generan los picos de correlación más altos. En este caso la base coifle 1 y symlets 2 fueron las que generaron los mejores resultados.

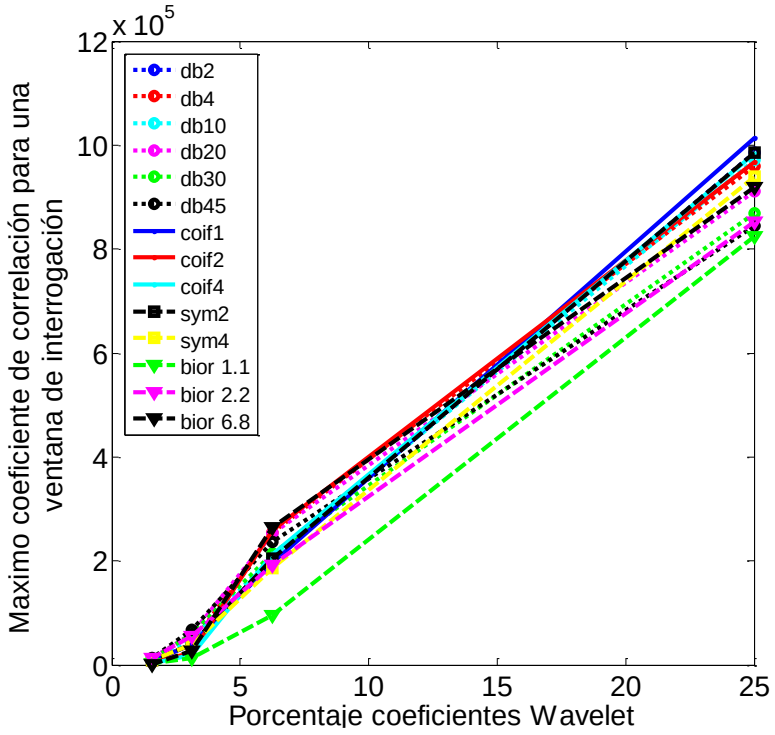

Figura 31. Coeficientes de correlación vs tasas de compresión con distintas bases Wavelet en el caso de estudio del flujo Jet en una ventana de interrogación con velocidades cercanas a cero.

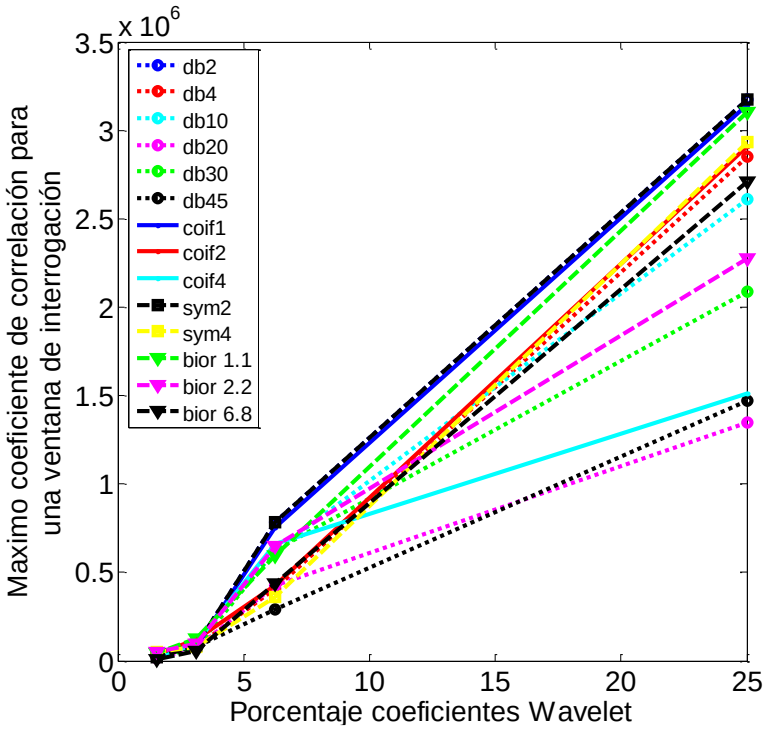

Figura 32. Coeficientes de correlación vs tasas de compresión con distintas bases Wavelet en el caso de estudio del flujo Jet en una ventana de interrogación al interior del chorro turbulento.

Se presenta en la Figura 33. Campo de velocidades asociados al flujo jet con imágenes originales con ventanas de interrogación de 32x32 pixeles (izquierda) e imágenes reconstruidas con el 25% de los coeficientes Wavelets con ventanas de interrogación de 16x16 pixeles(derecha).

el campo de velocidades asociado al flujo jet calculado con la imagen original y con la imagen comprimida en un 25%. Se evidencia visualmente que el campo de velocidades calculado con el algoritmo de la transformada Wavelet es capaz de corregir errores sin recurrir a métodos de post procesamiento. Adicionalmente la dinámica del fluido es más clara en este caso que en el campo vectorial de la imagen original. También se presentan las comparaciones de los perfiles de velocidad y sus histogramas, en las Figura 34 y Figura 35, respectivamente. Las estimaciones de los perfiles U y V presentan en general errores inferiores a los 0,4 px/frame y la estimación de la componente V en el caso de la descomposición Wavelet de orden 2 (6.25% de los coeficientes Wavelet) es la que presenta mayores discrepancias con la metodología clásica.

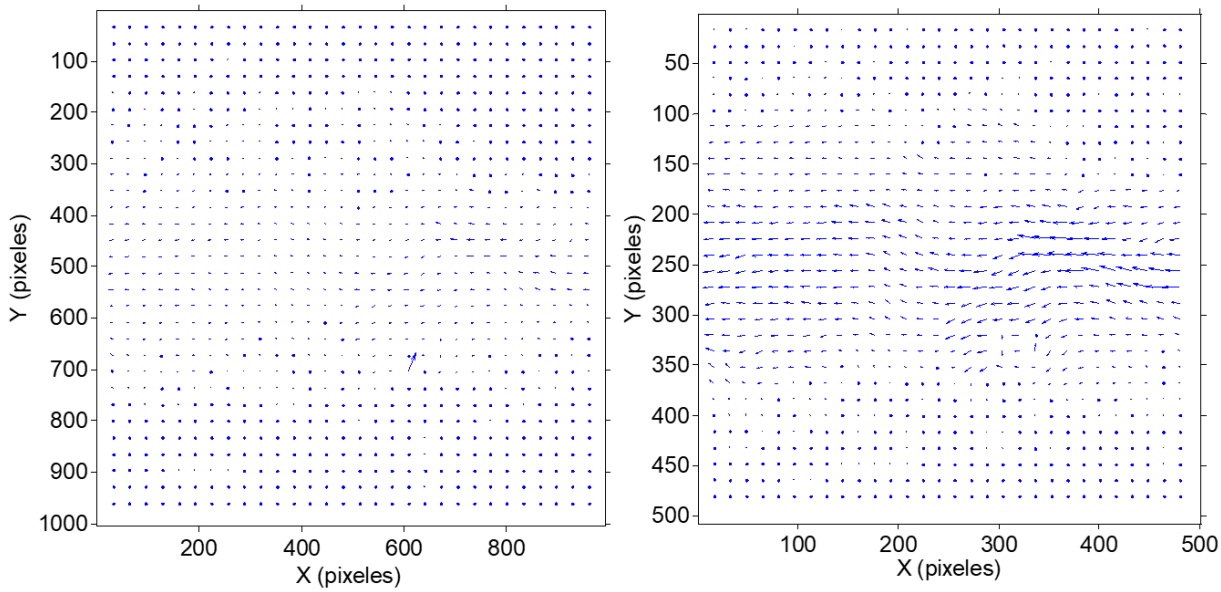

Figura 33. Campo de velocidades asociados al flujo jet con imágenes originales con ventanas de interrogación de 32x32 pixeles (izquierda) e imágenes reconstruidas con el 25% de los coeficientes Wavelets con ventanas de interrogación de 16x16 pixeles(derecha).

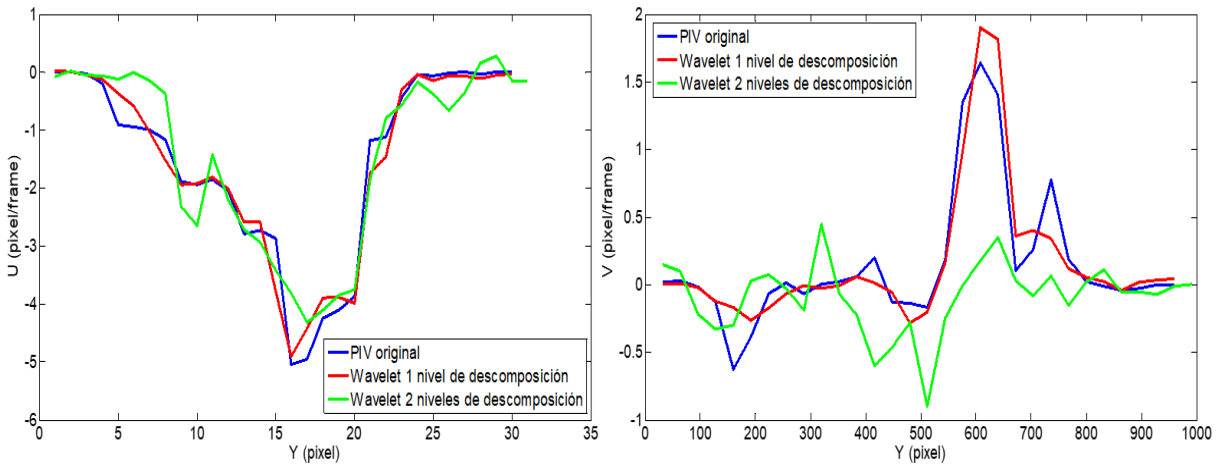

Figura 34. Comparación del perfiles de velocidad U y V a lo largo de x=512 y Y variable utilizando diferentes niveles de descomposición Wavelets para la base Coifle 2 en el caso del flujo jet con interpolación subpixel en los picos de correlación.

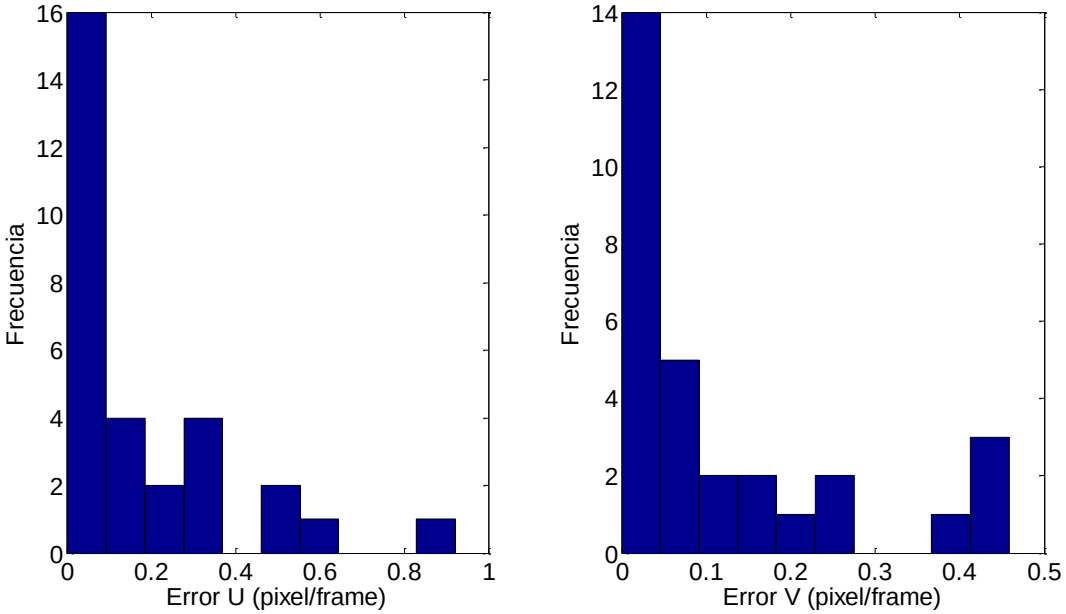

Figura 35. Histograma de errores de los perfiles de velocidad U y V a lo largo de Y=512 y X variable del campo original vs el campo reconstruido con 25% de coeficientes Wavelets utilizando la base Coifle 1 en el caso del vórtice fuerte

Es importante resaltar que para obtener unos datos precisos utilizando imágenes comprimidas por transformada Wavelet es necesario utilizar un estimador de interpolación subpixel en el cálculo de la correlación, esto con el fin de disminuir la incertidumbre de los vectores de velocidad cuando sus magnitudes son impares. Después de analizar estos dos casos de estudio se decide realizar las compresiones Wavelet con bases ortogonales de órdenes pequeños. Por tanto los casos de estudio utilizados para analizar el desempeño de la metodología basada en compresión de imágenes de PIV y correlación de fase, se trabajarán con la base Coifle de orden uno y se utilizará una descomposición de un solo nivel para garantizar una mayor precisión de los datos.

3.2 Resultados Algoritmo hibrido Wavelet con correlación de fase

En este apartado se muestran los resultados asociados a la implementación de una metodología híbrida entre el algoritmo de compresión de imágenes basado en transformada Wavelet y el algoritmo de correlación de fase. Se utilizarán cinco casos de estudio, tres con bases de datos de imágenes sintéticas y dos con imágenes experimentales. Las imágenes sintéticas fueron generadas con el software PIVlab desarrollado por Thielicke (2014) y las imágenes asociadas a los casos de estudio experimentales fueron tomados de (Stanislas et al., 2003). Adicional de un caso de estudio experimental propio. A continuación se listan los casos analizados:

- Flujo con velocidad constante impar.
- Vórtice de Rankine.
- Vórtice fuerte.
- Flujo jet.
- Caso de estudio propio experimental.

- **Flujo lineal con velocidad constante de magnitud impar**

En la Figura 36, se observa el campo de velocidades asociado a un flujo lineal con velocidad constante. Se decide asignar una magnitud impar a los vectores de velocidad, para verificar la precisión de los datos al utilizar algoritmos de compresión basados en descomposición Wavelet. Se generaron las imágenes sintéticas de un tamaño de 600 x 800 pixeles, velocidad máxima de 5 px/frame utilizando diferentes parámetros: Tres casos de estudio con 2.000.000 partículas por imagen y variación del nivel del ruido (0.001,0.01 y 0.1). Adicionalmente se generaron otros tres casos, variando la densidad de partículas (1.000.000,2.000.000 y 3.000.000 partículas por imagen) y dejando constante el nivel de ruido. Se realiza el comparativo entre el algoritmo de correlación cruzada sobre la imagen original (DCC imagen original), el algoritmo de correlación cruzada en imagen comprimida en un 25% (DCC + TW 25%) y el algoritmo híbrido de correlación de fase con imagen comprimida en una cuarta parte del tamaño original (GTPC + TW 25%). Para esto se hizo un análisis del ancho máximo de los picos de correlación, la relación señal a ruido (SNR) y la localización de los máximos picos de correlación en el caso de una ventana de interrogación.

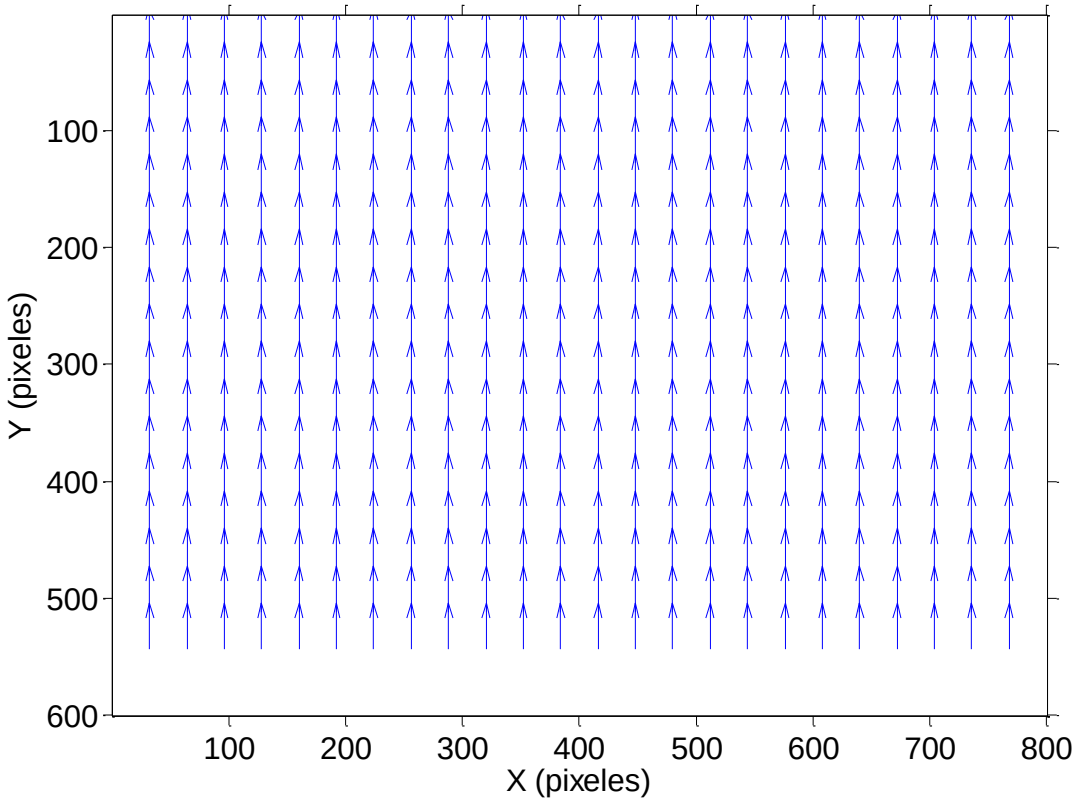

Figura 36. Campo de velocidades flujo con velocidad constante de 5 px/frame.

En la Tabla 1 se muestran los resultados del análisis realizado. Se observa que la SNR de los datos obtenidos con el algoritmo híbrido de correlación de fase y compresión de imágenes, presentan en general los valores más altos de SNR (4 casos de 6). También presenta los anchos del pico de correlación más pequeños. En general, el algoritmo propuesto realiza una buena estimación de la localización del máximo pico de correlación, solo en el caso de la variación del nivel de ruido al 0.1 % se presenta una diferencia entre el valor real de la componente de velocidad U y el valor estimado con la técnica de transformada wavelet con correlación de fase de 0.4 px/frame.

Tabla 1. Comparación de resultados del flujo con velocidad constante utilizando tres algoritmos de PIV diferentes.

Casos de estudio flujo con velocidad constante			SNR	Ancho del máximo pico de correlación en x (px)	Ancho del máximo pico de correlación en Y (px)	Localización del máximo pico de correlación para U (px/frame)	Localización del máximo pico de correlación para V (px/frame)
Caso 1 **Variación del nivel de ruido.** **Cantidad partículas 2.000.000**	Caso 1.1 Ruido=0.001	DCC original	2.0	14	10	-5,0	0,02
		DCC + TW 25%	1.3	12	8	-4,9	0,08
		GTPC + TW 25%	2,3	6	8	-4,9	0,08
	Caso 1.2 Ruido=0.01	DCC original	2,0	7	6	-5,0	0,00
		DCC + TW 25%	1,1	8	8	-5,0	-0,06
		GTPC + TW 25%	2,0	8	8	-5,0	-0,08
	Caso 1.3 Ruido=0.1	DCC original	1,1	5	10	-4,9	0,03
		DCC + TW 25%	0,9	6	14	-4,6	-0,12
		GTPC + TW 25%	1,0	6	6	-4,6	-0,09
Caso 2 **Variación de la cantidad de partículas.** **Ruido 0.001**	Caso 2.1 Partículas 1.000.000	DCC original	2,4	7	8	-5,0	0,01
		DCC + TW 25%	1,5	14	8	-4,9	0,08
		GTPC + TW 25%	2,0	6	8	-4,9	0,08
	Caso 2.2 Partículas 2.000.000	DCC original	2,0	8	10	-5,0	0,02
		DCC + TW 25%	1,3	6	8	-4,9	0,08
		GTPC + TW 25%	2,3	6	8	-4,9	0,08
	Caso 2.3 Partículas 3.000.000	DCC original	2,0	8	10	-5,0	0,01
		DCC + TW 25%	1,2	6	8	-5,0	-0,01
		GTPC + TW 25%	2,0	6	8	-5,0	-0,01

- **Vórtice de Rankine**

Este caso de estudio se basa en un vórtice de Rankine generado con imágenes de partículas sintéticas del software PIVlab. Las imágenes tienen un tamaño de 800x600 pixeles, contiene 2.000.000 de partículas con un diámetro de 3 pixeles. Representa un vórtice simple cuyo desplazamiento máximo será de 5 pixeles, su núcleo está ubicado en la coordenada (200,300 pixeles) y su radio principal es de 100 pixeles.

En la Figura 37 se observa el campo de velocidades del vórtice de Rankine asociado a los métodos de correlación cruzada clásica en la imagen original y correlación de fase en imagen comprimida al 25%. Se evidencia que el comportamiento aparente de la dirección de los vectores es similar. Sin embargo existen unas diferencias en magnitud, para

cuantificarlas se realiza un análisis de los perfiles de velocidad a lo largo de x=176 y Y variable. En Figura 38 se muestran ambos perfiles de velocidad, se observa que el cálculo de la componente V con los diferentes algoritmos es la que posee mayor variabilidad. Según el histograma del error mostrado en la Figura 39, el error máximo entre la estimación de los perfiles de velocidad con PIVlab y la correlación de fase con imagen comprimida es de 0,55 px/frame. Sin embargo se debe resaltar que la mayoría de los errores tanto para la componente U y V no superan los 0.3 px/frame. Por último se realiza un análisis de los errores de todo el campo de velocidades. En general los errores para las velocidades U y V no superan los 0,2 px/frame, y como es de esperarse, al interior del vórtice es donde existe una mayor incertidumbre en la medición puesto que al igual que el vórtice fuerte descrito anteriormente, se está comparando con métodos que aun poseen vectores erróneos, esto puede observarse en Figura 40.

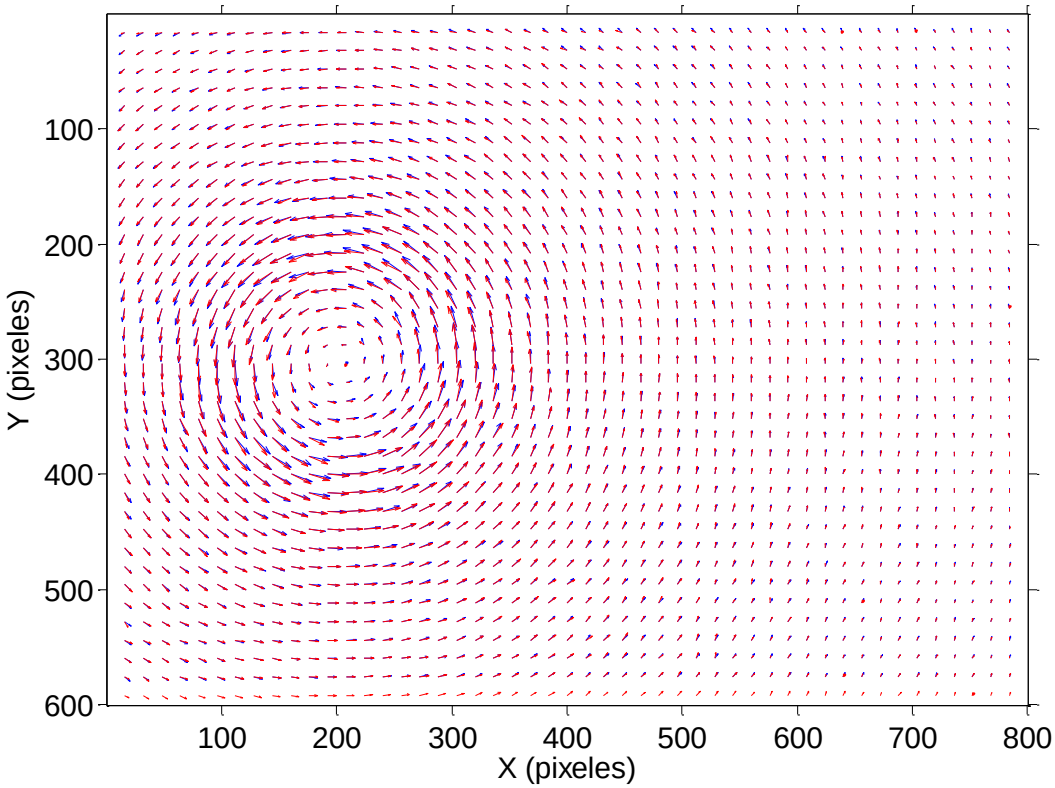

Figura 37. Campo de velocidades vórtice de Rankine generado utilizando el algoritmo clásico de correlación cruzada (azul) y el algoritmo hibrido de correlación de fase con transformada Wavelet (Rojo) con ventanas de 32x32 pixeles.

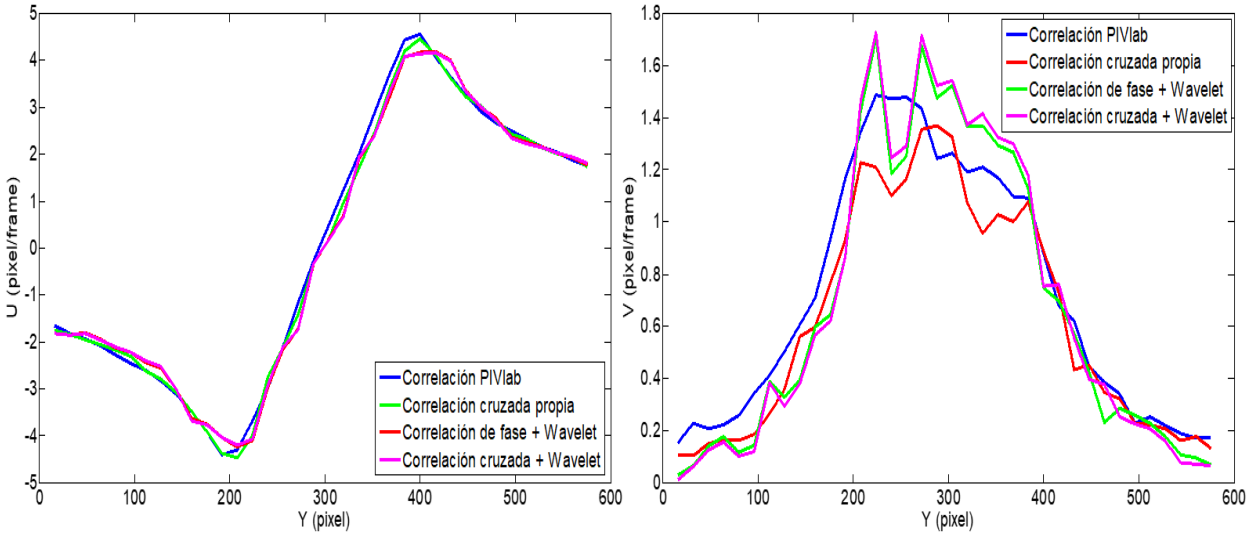

Figura 38. Perfil de velocidad U (izquierda) y perfil de velocidad V (derecha) a lo largo de Y variable y X=176 del vórtice de Rankine utilizando diferentes algoritmos de procesamiento de imágenes de PIV.

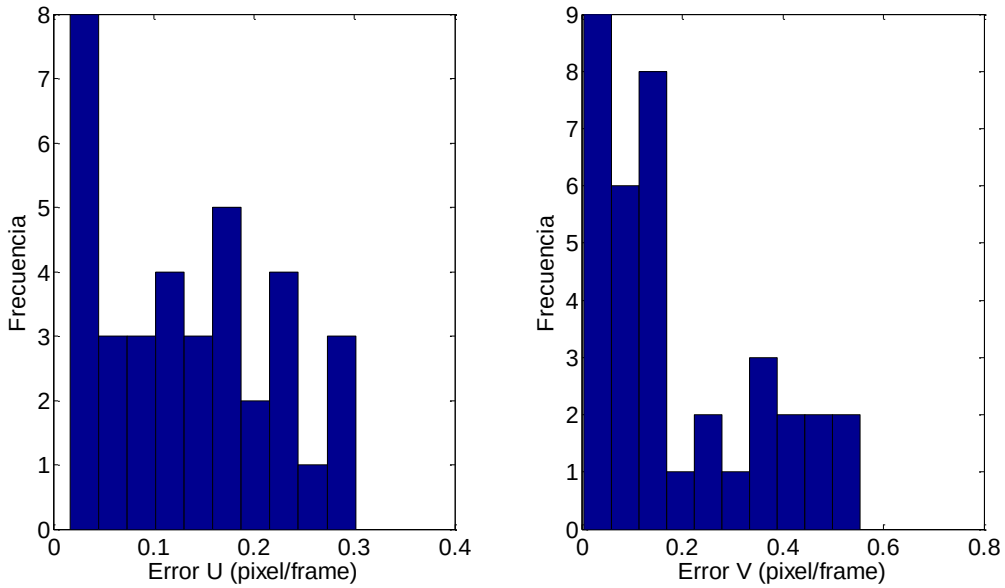

Figura 39. Histograma del error entre los resultados obtenidos con PIVlab y el algoritmo de correlación de fase con imagen comprimida para los perfiles de velocidad U y V a lo largo de Y variable y X=176 del vórtice de Rankine.

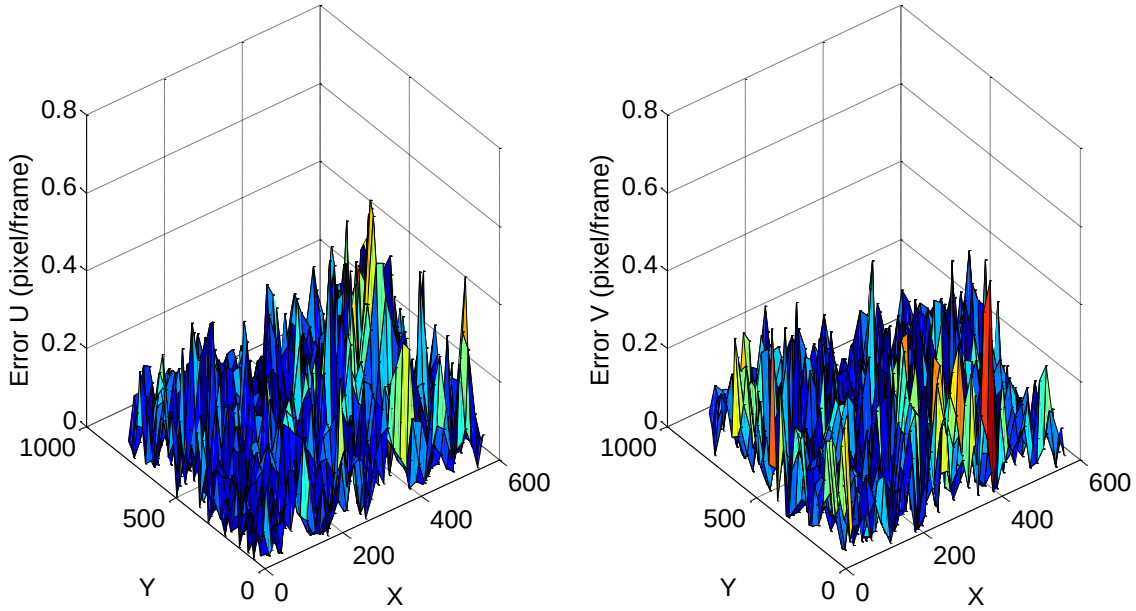

Figura 40. Error entre las componentes de velocidad (U y V) de los campos estimados con PIVlab y el algoritmo de correlación de fase con imagen comprimida del caso de estudio del vórtice de Rankine.

- **Vórtice fuerte**

Este caso de estudio vuelve a utilizar el vórtice fuerte descrito en la Figura 19, anteriormente fue utilizado para analizar el comportamiento del algoritmo de correlación cruzada cuando se varían los niveles de descomposición Wavelet. En este caso se comparan los resultados obtenidos al procesar dichas imágenes tanto con el software PIVlab como con los algoritmos de correlación cruzada y de fase con imagen comprimida al 25%. En la Figura 41 se muestra el campo de velocidades obtenido con ambas metodologías.

Al igual que en el caso del vórtice de Rankine se realiza un análisis de los perfiles de velocidad U y V en una poli línea del campo de velocidades. En este caso se traza en Y variable y X=512, como puede verse en la Figura 42. Se evidencia que tanto el perfil horizontal como el vertical estimados con las diferentes técnicas poseen magnitudes similares, a excepción del algoritmo de correlación cruzada con imagen comprimida al 25% que presenta vectores erróneos al interior del vórtice.

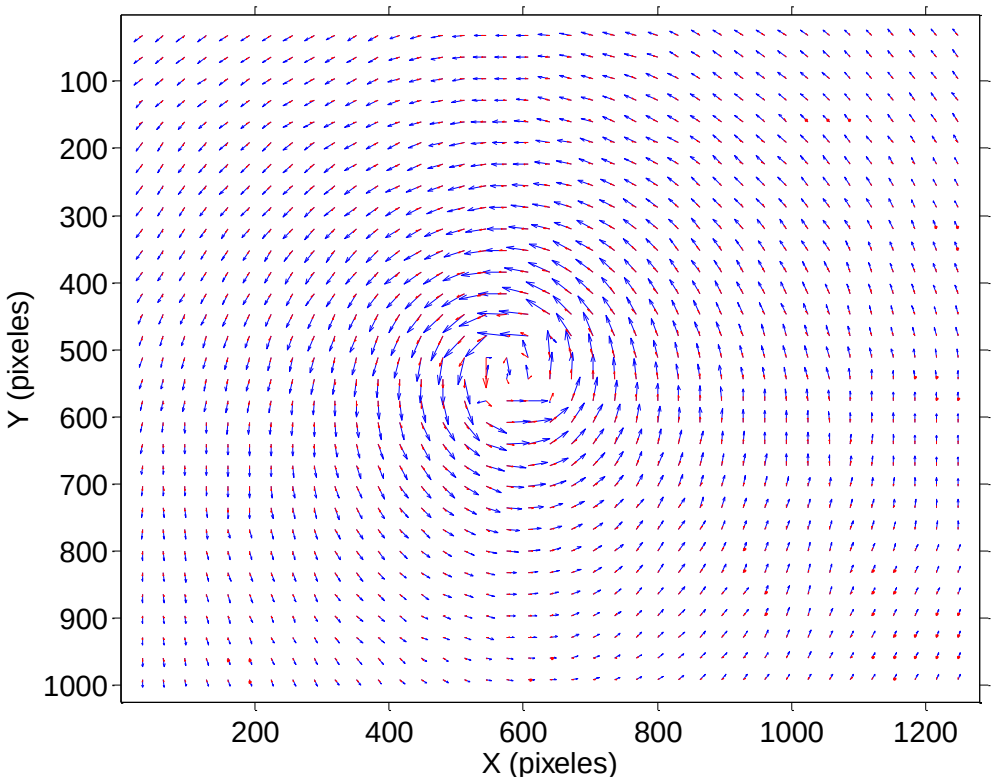

Figura 41. Campo de velocidades del vórtice fuerte utilizando el algoritmo de correlación cruzada con imagen original (azul) y el algoritmo de correlación de fase con imagen comprimida (rojo).

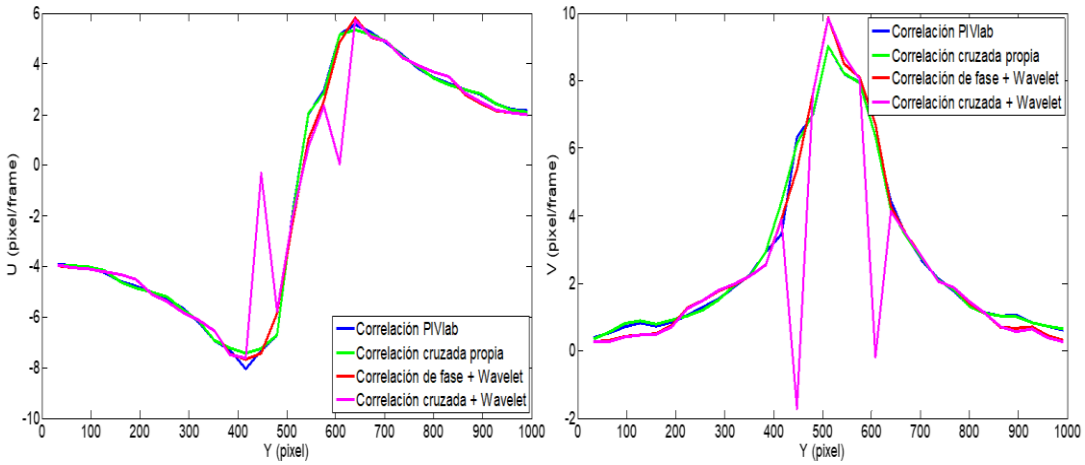

Figura 42. Perfiles de velocidad U y V a lo largo de y variable y X=512 del vórtice fuerte utilizando diferentes algoritmos de procesamiento de imágenes de PIV.

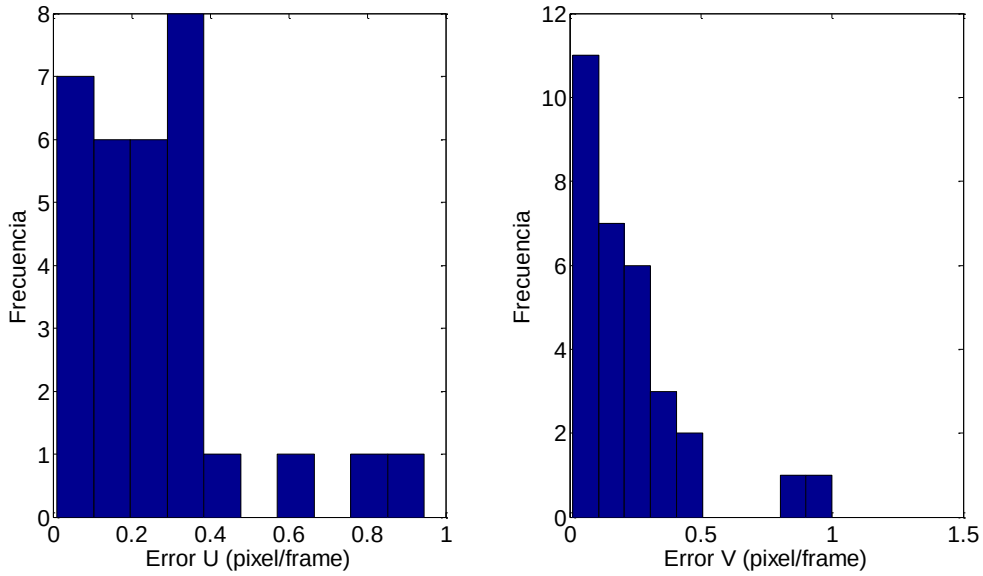

Figura 43. Histograma del error entre los resultados obtenidos con PIVlab y el algoritmo de correlación de fase con imagen comprimida para los perfiles de velocidad U y V a lo largo de Y variable y X=176 del vórtice fuerte.

En la Figura 43 se observa el histograma de las diferencias entre los resultados de velocidad obtenidos con el software PIVlab y el algoritmo híbrido de correlación de fase con transformada Wavelet. Aquí se comprueba que en general los datos del campo de velocidades son similares, en su gran mayoría las diferencias son inferiores a los 0,5 px/frame. Complementario a los histogramas de los perfiles de velocidad, se realiza un análisis de los errores totales del campo de velocidades entre ambas metodologías. En la Figura 44 se muestran los resultados, y se aprecia que las estimaciones de todo el campo de velocidades son bastante buenas, solo se difiere en los resultados en el núcleo del vórtice.

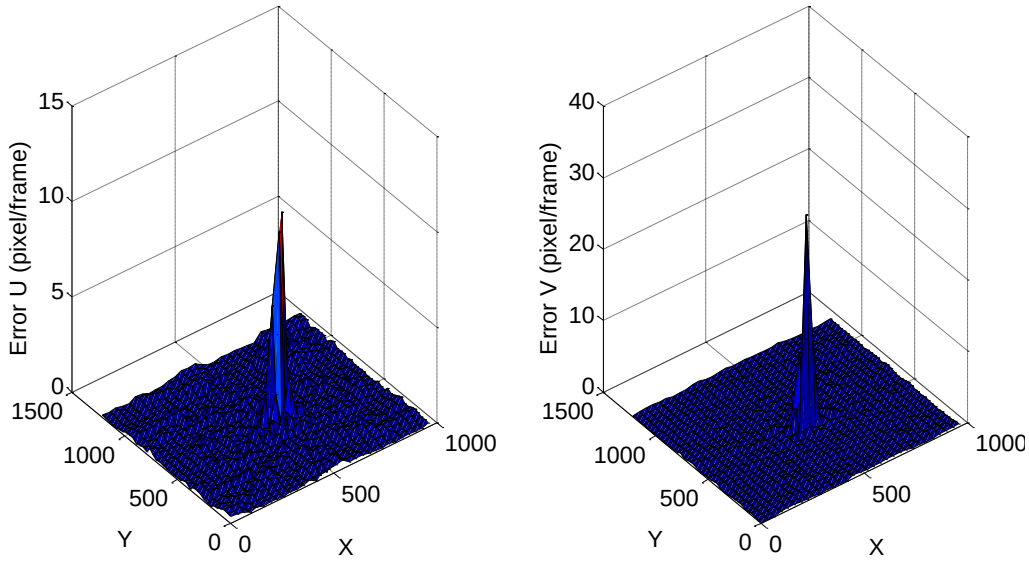

Figura 44. Error entre las componentes de velocidad (U y V) de los campos estimados con PIVlab y el algoritmo de correlación de fase con imagen comprimida del caso de estudio del vórtice fuerte.

- **Flujo jet**

Para este caso se utilizan las imágenes de la Figura 30. Se realiza el mismo análisis que los casos de estudio anteriores, si comparamos los resultados de las Figura 45 y Figura 46 con los resultados mostrados en Figura 34, se observa que con la implementación de la técnica de correlación de fase en vez de la correlación cruzada en imagen comprimida al 25%, se generan datos más parecidos a los entregados por la técnica de correlación cruzada con imagen original, los errores tanto para la componente U como V en general no superan los 0,4 px/frame. También se muestra en la Figura 47 los errores de las componentes U y V en toda la imagen, las mayores diferencias se encuentran en posiciones donde el algoritmo clásico tiene vectores erróneos cuyas magnitudes difieren mucho de las de sus vecinos, a diferencia de los datos entregados por la nueva metodología que presenta una menor cantidad de vectores espurios evidentes.

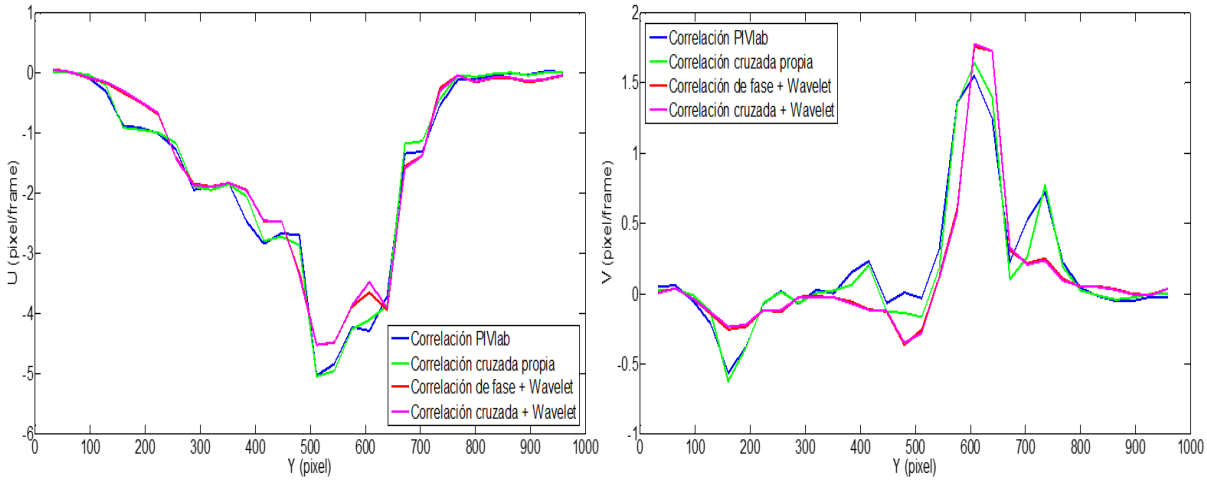

Figura 45.Comparación del perfiles de velocidad U y V a lo largo de x=512 y Y variable en el caso del flujo jet con interpolación subpixel en los picos de correlación utilizando diferentes algoritmos de procesamiento de imágenes de PIV.

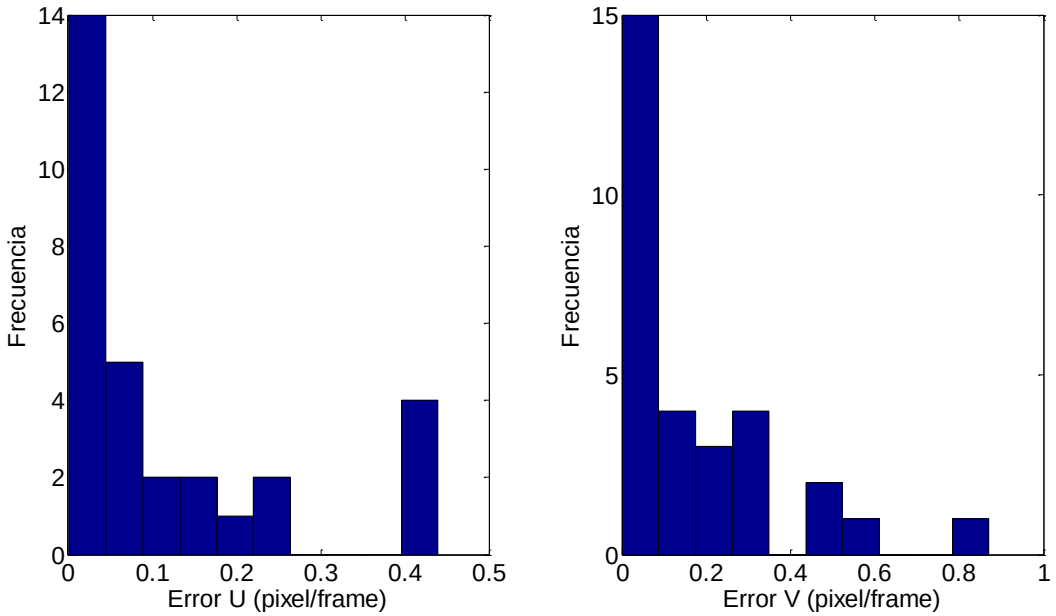

Figura 46. Histograma del error entre los resultados obtenidos con PIVlab y el algoritmo de correlación de fase con imagen comprimida para los perfiles de velocidad U y V a lo largo de Y variable y X=176 del flujo jet.

.

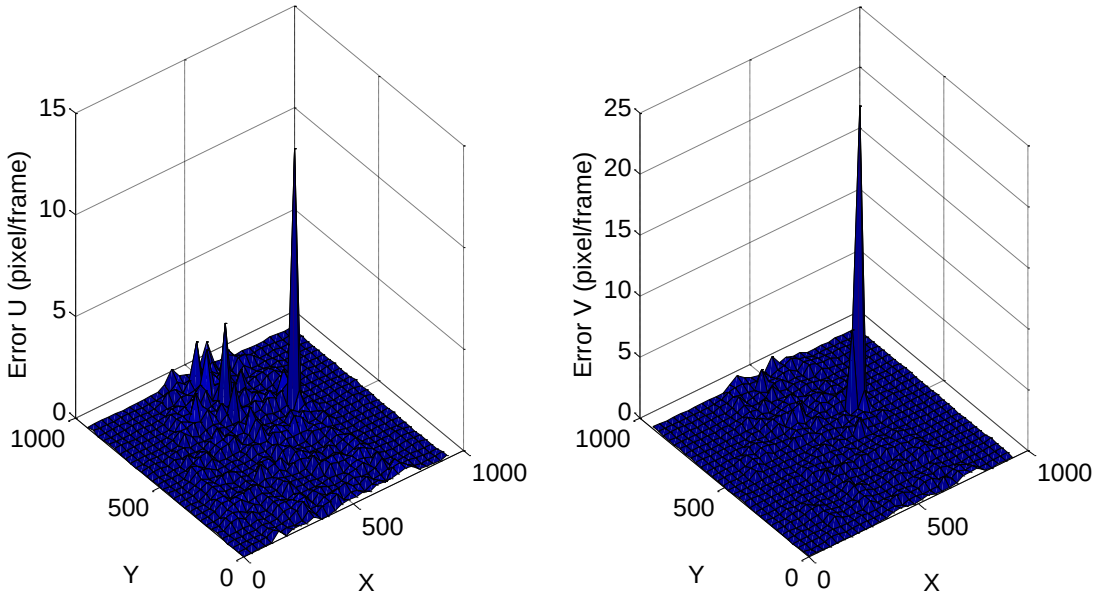

Figura 47. Error entre las componentes de velocidad (U y V) de los campos estimados con PIVlab y el algoritmo de correlación de fase con imagen comprimida del caso de estudio del vórtice fuerte.

- **Caso de estudio propio experimental**

El último caso de estudio utilizado para validar la precisión y el desempeño de la metodología de correlación de fase en imágenes comprimidas, se basa en un montaje experimental desarrollado en el Laboratorio de Hidráulica de la Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia. Allí se implementó un PIV de bajo costo en un canal recto que cuenta con un sistema de recirculación autónomo de aguas y partículas. En la Figura 48 se observa una parte de la configuración del sistema PIV, allí se muestra el posicionamiento de la cámara en una región de interés del canal recto que está siendo iluminado por un láser desde la parte inferior. Se validan las mediciones de velocidad obtenidas por el sistema PIV utilizando otros instrumentos de medición, como el Velocímetro Doppler Acústico y un Medidor de Flujo Doppler Ultrasónico (DFM) que entrega datos de caudal para calcular la velocidad de manera indirecta utilizando la ecuación de continuidad.

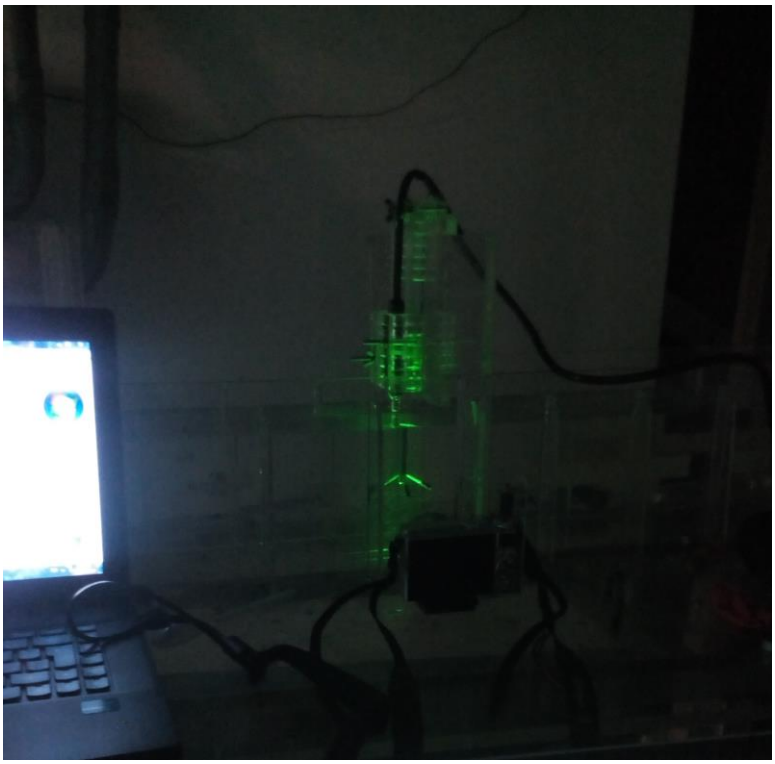

Figura 48. Montaje experimental del sistema PIV de bajo costo ubicado en el Laboratorio de Hidráulica de la Universidad Nacional de Colombia.

Se propone analizar la velocidad del fluido en fondo plano, para este caso las mediciones del ADV y el DFM fueron de alrededor de 18 cm/s para la componente U. En el caso del PIV se tomaron fotografías a una tasa de 400 FPS y se analizan 984 frames. En la Tabla 2, se observa un comparativo entre las velocidades medias y el valor RMS obtenido entre el algoritmo clásico de correlación cruzada y la nueva metodología basada en correlación de fase en imágenes comprimidas. Se observa que la metodología de correlación de fase en imágenes comprimidas presenta los valores de velocidad media más parecidos a los datos entregados por el ADV y el DFM, con errores absolutos de 3,3 y 0,08 cm/s. En la Figura 49 se muestra el campo de velocidades obtenido con ambas metodologías.

Tabla 2. Comparación de las velocidades medias utilizando distintas técnicas de medición para el caso de estudio propio.

Técnica de medición	**Velocidad U media (cm/s)**	**U RMS (cm/s)**	**Error absoluto U media (cm/s)**	**Velocidad V media (cm/s)**	**V RMS (cm/s)**	**Error absoluto V media (cm/s)**
ADV	18	-	-	0	-	-
PIV DCC	22	7,4	4	-1	2,25	-1
PIV GTPC	**21,3**	**8,3**	**3,3**	**0,08**	**2**	**0,08**

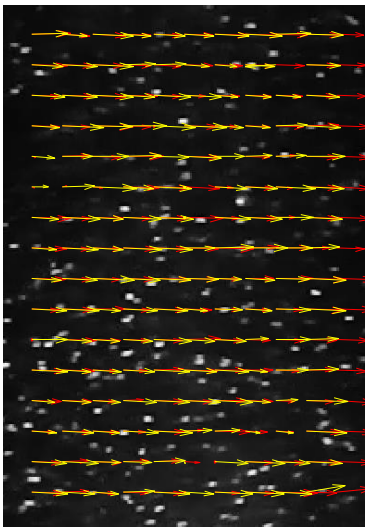

Figura 49. Campos de velocidades obtenido con técnica de correlación cruzada en imagen original (roja) y correlación de fase en imagen comprimida (Amarilla).

Para finalizar este capítulo, en la Tabla 3 se comparan los desempeños computacionales obtenidos en los cinco casos de estudios, al utilizar tanto la metodología estándar de la correlación cruzada en imagen original como la metodología basada en correlación de fase en imagen comprimida al 25%. Con el fin de realizar una comparación acertada, en el caso del algoritmo de correlación de fase se incluye tanto el tiempo de análisis de las imágenes de PIV como el tiempo que tarda el código en realizar la compresión de las imágenes con transformada Wavelet.

Se observa que los menores tiempos computacionales obtenidos con la metodología propuesta en comparación con el algoritmo clásico, fueron los de los casos del flujo jet con base de datos de 200 imágenes y el caso propio con 984 imágenes, tal que se redujo en un 56% y 41% el tiempo computacional respectivamente. Sin embargo en los casos de estudio donde se utilizó solo un par de imágenes de análisis, el rendimiento computacional promedio con el algoritmo basado en correlación de fase fue igual o superior al tiempo de la metodología estándar, esto se debe fundamentalmente al coste computacional del algoritmo de compresión de imágenes. Es importante resaltar que este análisis se realizó únicamente con un tamaño de ventana de interrogación, pero típicamente cuando se realiza experimentación con sistemas PIV se realizan pruebas con distinto tamaño de resolución espacial (64x64 ,32x32 y 16x16 pixeles). En la

Tabla 4, se observa los desempeños computacionales obtenidos al variar el tamaño de la ventana de interrogación para el caso del vórtice de Rankine. Al realizar la experimentación

tres veces , solo se requiere realizar el procedimiento de compresión de imágenes una vez, por tanto los tiempos computacionales obtenidos al utilizar la metodología de correlación de fase en imagen comprimida se reducen alrededor de un 42% en comparación con la correlación cruzada. De esta manera se comprueba que la implementación del algoritmo híbrido propuesto garantiza un mayor rendimiento computacional que la técnica clásica.

Tabla 3. Comparación del desempeño computacional de los diferentes casos de estudio utilizando la técnica clásica de correlación y la metodología propuesta de correlación de fase con imagen comprimida por transformada Wavelet.

Caso de estudio	**Número Caso de Estudio**	**Tiempo DCC en imagen original**	**Tiempo descomposición Wavelet**	**Tiempo GTPC + TW 25%**	**Tiempo total Descomposición Wavelet + GTPC+TW 25%**
Flujo constante con magnitud impar	1.1	0,9	0,6	0,4	1,0
		0,6	0,7	0,4	1,0
		0,7	0,7	0,4	1,1
		0,6	0,6	0,4	1,0
	2.3	1,1	1,3	0,4	1,7
		0,7	1,3	0,4	1,7
		0,6	1,0	0,5	1,5
		0,6	0,6	0,4	1,0
Desempeño promedio		**0,6**	**0,7**	**0,4**	**1,1**
Vórtice de Rankine	1	1,7	0,6	0,8	1,5
		1,7	0,6	0,8	1,4
		1,6	0,6	0,9	1,5
		2,1	0,6	0,9	1,4
Desempeño promedio		**1,8**	**0,6**	**0,9**	**1,5**
Vórtice fuerte	1	1,8	1,0	1,1	2,1
		1,8	1,0	1,0	2,1
		1,6	1,1	1,0	2,0
		1,7	1,0	1,3	2,3
Desempeño promedio		**1,7**	**1,0**	**1,1**	**2,1**
Flujo jet	1	1,9	1,0	0,8	1,8
		1,9	0,9	0,7	1,6
		1,9	1,0	0,8	1,9
		2,3	0,9	0,7	1,6
Desempeño promedio		**2,0**	**0,9**	**0,8**	**1,7**
Flujo jet con 200 imágenes	1	867,7	174,6	192,6	367,2
		764,0	147,0	193,4	340,4
		540,0	93,9	157,5	251,4
		499,0	70,4	145,2	215,6
Desempeño promedio		**2670,7**	**485,9**	**688,7**	**1174,6**
Caso de estudio propio con 984 imágenes	1	176,6	15,8	90,3	106,1
		180,0	16,6	86,0	102,6
		193,7	18,4	91,9	110,3
		190,0	15,9	98,6	114,5
Desempeño promedio		**185,1**	**16,7**	**91,7**	**108,4**

Tabla 4. Comparación rendimiento computacional de las técnicas de correlación de fase y correlación cruzada en imagen comprimida al realizar tres variaciones del tamaño de la ventana de interrogación en el caso del vórtice de Rankine.

Tamaño ventana de interrogación	Tiempo DCC en imagen original	Tiempo descomposición Wavelet	Tiempo GTPC + TW 25%	Tiempo total Descomposición Wavelet + GTPC+TW 25%
64x64	0,97	0,6	0,25	0,9
32x32	1,09	0	0,33	0,3
16x16	1,6	0	0,86	0,9
Tiempo Total	**3,64**	**-**	**-**	**2,1**

Se concluye que la metodología propuesta de un algoritmo que utilice la correlación de fase para procesar imágenes de PIV comprimidas a un 25% utilizando la transformada Wavelet, permite obtener en bases de datos de imágenes de alta resolución, mejoras en desempeño ente el 40% y 55%, en comparación con la técnica de correlación cruzada clásica de imágenes originales. También permite disminuir el almacenamiento físico de las imágenes, puesto que están reducen su tamaño en una cuarta parte con la utilización del algoritmo de compresión de imágenes basado en la transformada Wavelet con un nivel de descomposición.

4. Discusión y conclusiones

Aunque (Hui Li, 2003) afirma que las bases Wavelet de ondas altas son las que generan los resultados de PIV más precisos, en este artículo se verifica que esto depende de la calidad de las imágenes. En el caso de imágenes de PIV donde se cuenta con una baja densidad de partículas se concluyó que las bases Wavelet de menor orden generan los picos de correlación más altos, al igual que en flujos turbulentos. Aunque en ventanas de interrogación con alta densidad de partículas, las bases Wavelet de orden alto fueron las que entregaron los mejores resultados. De igual manera al realizar un análisis de las bases de descomposición Wavelet en dos casos de estudio, se determinó que las bases Coifle de menor orden son una de las mejores opciones para garantizar buenos resultados de correlación en sistemas PIV. También se comprobó que los resultados de PIV en imágenes comprimidas, son más precisos cuando se utiliza la correlación de fase que la correlación cruzada.

Una de las características más importantes de la correlación de fase se vio en el caso de estudio sintético del flujo de magnitud constante impar, en donde las comparaciones del ancho de pico

de correlación, dieron como resultado picos de correlación más nítidos que los de la correlación cruzada, sin necesidad de introducir el bloqueo de picos.

Después de realizar un análisis comparativo entre las técnicas de correlación cruzada en imagen original y correlación de fase en imagen comprimida, se concluye que la técnica tradicional obtiene datos más precisos en imágenes sintéticas que la nueva metodología. Sin embargo en presencia de ruido de fondo y objetos, se recomienda utilizar la correlación de fase puesto que los picos de correlación en dichos casos son más nítidos. Adicionalmente se realiza corrección de algunos vectores espurios sin la necesidad de utilizar técnicas de post procesamiento.

En la literatura se reportan diferentes técnicas basados en correlación cruzada que utilizan algoritmos iterativos como el *offset* (Scarano, 1999), *multigrid* (Scarano, 2002), *multigrid* con PTV (Susset ,2006) entre otros, para mejorar la precisión de los datos de velocidad obtenidos. Sin embargo la utilización de algoritmos iterativos genera un aumento considerable en el coste computacional. A diferencia de la metodología propuesta en este artículo que permite obtener datos más precisos que los de la metodología clásica disminuyendo el coste computacional entre el 40 % y un 55%, sumado a la disminución en almacenamiento físico que esto representa, puesto que el tamaño de las imágenes se disminuyen en una cuarta parte utilizando la descomposición Wavelet de un solo nivel. También se verifico que la metodología propuesta basada en correlación de fase permite obtener vectores más precisos que la técnica planteada por Hui Li (2003) donde se utiliza la correlación cruzada clásica para analizar las imágenes comprimidas con transformada Wavelet.

5. Agradecimientos

Los autores agradecen a COLCIENCIAS y al Proyecto “Estudio de la disipación de energía en estructuras naturales y su respuesta a eventos extremos, cuyo código es 111866044690 por su apoyo financiero. Tambien los autores agradecen a la universidad Nacional de Colombia por otorgar la beca por grado de honor a la autora Michelle Maceas Henao.

6. Referencias

Ir a la sección 7 de la tesis para ver la bibliografía.

4. Paper 2

En la siguiente sección se presenta la versión en español de un artículo que actualmente está siendo sometido en la revista “Flow Measurement and Instrumentation”.

Minimización del error divergente para la determinación de vectores incorrectos en sistemas de velocimetria por imágenes

Maceas,M.[1], Bolaños.F[2] ,Osorio.A.F.[1],.

[1] Grupo de oceanografía e ingeniería costera, OCEANICOS, Departamento de geociencia y medio ambiente, Universidad Nacional de Colombia sede Medellín, Colombia, [2] Grupo de automática de la Universidad Nacional, Departamento de energía eléctrica y automática, Universidad Nacional de Colombia sede Medellín, Colombia.

Resumen

Los campos de velocidad obtenidos mediante el procesamiento de imágenes de sistemas de velocimetría (PIV) poseen vectores de velocidad incorrectos debido a la incertidumbre experimental, la complejidad de los cálculos necesarios para el análisis de imágenes de partículas y los altos gradientes de velocidad. Por tanto, se pretende implementar una técnica para corregir perfiles de velocidad basados en el criterio de mínima divergencia mediante el planteamiento de un problema de optimización no lineal con restricciones. En este artículo se exponen dos casos de estudio, un vórtice fuerte y un flujo turbulento. En ambos casos, se modifica el 5% de los vectores del campo original para evaluar el desempeño del método de detección de errores. Los resultados obtenidos son prometedores, en general tanto en los perfiles de velocidad U como V, los errores entre el campo original y modificado no superan los 0.5 pixeles/frame demostrando que es posible la corrección de errores en los vectores de velocidad con el método propuesto.

Palabras claves— PIV, condiciones de LaGrange, optimización no lineal, correlación cruzada, divergencia.

1. Introducción

La medición de la velocidad de flujos es de gran importancia. Existen diferentes técnicas para medir dicha variable. Se destacan metodologías como la de los sistemas PIV, debido a que es una herramienta de visualización de flujo cuantitativa, no intrusiva al medio, que permite obtener campos de velocidades en múltiples direcciones (2D y 3D).

En un sistema PIV se introducen partículas neutralmente boyantes dispersoras de luz, típicamente iluminadas con un haz de luz generado por un láser en conjunto con unos lentes cilíndricos y esféricos. Se registran los movimientos de dichas partículas en un lapso de tiempo conocido con una cámara de alta resolución. Posteriormente las fotografías obtenidas son llevadas a un software de procesamiento de imágenes que permite estimar el campo de velocidades asociado. En la Figura 50, se observa una ilustración del montaje típico de sistemas de velocimetría por imágenes de partículas.

Para la evaluación de imágenes de sistemas PIV, tradicionalmente se realiza el procesamiento utilizando algoritmos basados en la correlación cruzada (Jambunathan et al., 1995). Esta técnica permite identificar la dirección del desplazamiento de un pequeño grupo de partículas registradas en la imagen para cuantificar el campo de velocidades asociado al fluido, y es muy utilizada puesto que garantiza un coste computacional bajo para el análisis de las imágenes. A pesar de las ventajas de este método, se presentan una serie de errores para detectar zonas de altos gradientes de velocidad y truncamientos de partículas en los bordes de las ventanas de interrogación (Bulnes et al., 2013).

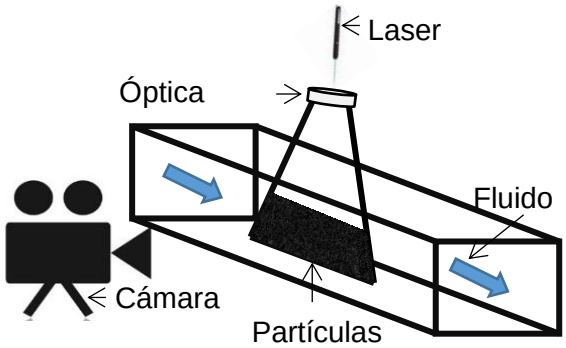

Figura 50. Montaje típico de sistemas PIV.

Adicional a los errores ya mencionados, se pueden presentar otro tipo de errores debido a la inadecuada configuración del montaje físico, como la mala distribución espacial de partículas,

errores de temporización, inadecuada configuración óptica y visualización de reflejos de iluminación como objetos de interés. (Hart, 2000)

Debido a lo anterior, el filtrado de vectores erróneos es un proceso indispensable en el análisis de datos de PIV. Se han venido utilizando diferentes técnicas de post procesamiento entre las que se destacan técnicas clásicas de búsqueda como la comparación entre vecinos. Esta se basa en el supuesto que los vectores erróneos resultantes de correlación, están muy alejados en magnitud y dirección, por ende, se eliminan y reemplazan por el valor de interpolación de las ventanas de interrogación vecinas. (Hart, 1998b). Otra técnica de post procesamiento es la prueba de la mediana , en la cual se elige un valor umbral de detección de datos vectoriales espurios, específico de cada experimento o diferentes regiones de flujo dentro de un dominio de medición (Westerweel & Scarano, 2005). Existen métodos menos comunes como las redes neuronales (Kimura.I, 1999) y los algoritmos genéticos que utilizan la similitud de vectores adyacentes (Nakami, Words, & Electro, 1995) y la similitud morfológica (Sheng & Meng, 1998) para descartar los errores en el campo vectorial .

Los vectores espurios no solo pueden ser eliminados después de realizar la etapa de procesamiento de las imágenes. Dentro del análisis de las imágenes también es posible efectuar esta tarea. Esto se logra mediante la multiplicación de las tablas de correlación generadas de las regiones adyacentes, de tal manera que los valores que no aparecen en dicha tabla se eliminan. Este método de corrección corresponde esencialmente al cálculo de la correlación de la correlación, de modo que se reducen errores de sesgo que mejoran la resolución espacial (Hart, 1998c).

Teniendo en cuenta la importancia de la eliminación de vectores espurios, se propone una técnica de corrección de vectores basados en que los flujos incompresibles deben cumplir el criterio de mínima divergencia, tal que se garantice el menor error de divergencia posible en todo el campo de velocidades. Para implementar el método, se hace uso de un algoritmo de optimización no lineal, cuya función objetivo es minimizar el error de corrección utilizando como restricción la ecuación de continuidad.

El presente artículo está estructurado de la siguiente manera: en la sección II se expone el planteamiento del problema de optimización, posteriormente en la sección III se muestran los resultados experimentales de dos casos de estudio a los que se les aplico la metodología diseñada finalmente en IV se concluye acerca de los resultados obtenidos.

2. Planteamiento problema de optimización

Para realizar un montaje experimental de un sistema de velocimetría, es necesario utilizar partículas neutralmente boyantes que sigan fielmente el movimiento del flujo donde fueron introducidas. Por tanto, el campo de velocidades obtenido debe satisfacer la ecuación de continuidad. En flujos incomprensibles, la ecuación de continuidad debe ser igual a cero, como se muestra en (15) (Pasinato, 2008). Sin embargo, debido a los errores experimentales y a los errores de los cálculos de análisis de imágenes de PIV, los desplazamientos de partículas en un solo punto no suelen ser exactamente cero. Por lo tanto, se pretende encontrar un esquema de solución que encuentre la mínima divergencia de todos los posibles vectores de velocidad.

$$\nabla \cdot V = 0 \quad (15)$$

De acuerdo al criterio de mínima divergencia es posible plantear un problema de optimización para determinar los errores de los vectores del campo de desplazamientos respecto al movimiento del fluido. De esta manera se conocen los vectores incorrectos y se corrige su dirección y magnitud. Dicho problema se describe en (16) -(21).

$$\min_{\varepsilon_u} \sum_{j=m-1}^{m+1} \sum_{i=n-1}^{n+1} ||\varepsilon_u_{i,j}||^2 \quad (16)$$

$Tal\ que\ m = 1,2,\dots,M \quad n = 1,2,\dots,N$

Sujeto a

$$u_{n,m} + \varepsilon_u_{n,m} - \hat{u}_{n,m} = 0 \quad (17)$$

$$\hat{u}_{m,n} = \frac{1}{L}\left(\left(\sum_{j=m-1}^{m+1} \sum_{i=n-1}^{n+1} \left(u_{i,j} + \widehat{\varepsilon_u}_{i,j}\right)\right) - u_{n,m} - \widehat{\varepsilon_u}_{n,m}\right) \quad (18)$$

$$\min_{\varepsilon_v} \sum_{j=m-1}^{m+1} \sum_{i=n-1}^{n+1} ||\varepsilon_v_{i,j}||^2 \quad (19)$$

$Tal\ que\ \ m = 1,2,\dots,M \quad n = 1,2,\dots,N$

Sujeto a

$$v_{n,m} + \varepsilon_{v_{n,m}} - \hat{v}_{n,m} = 0 \tag{20}$$

$$\hat{v}_{n,m} = \frac{1}{L}\left(\left(\sum_{j=m-1}^{m+1}\sum_{i=n-1}^{n+1}\left(v_{i,j} + \widehat{\varepsilon_v}_{i,j}\right)\right) - v_{n,m} - \widehat{\varepsilon_v}_{n,m}\right) \tag{21}$$

Donde

$u \in \mathbb{R}^{nxm}$, Componente de la velocidad u estimada con PIV.

$v \in \mathbb{R}^{nxm}$, Componente de la velocidad v estimada con PIV.

$\hat{u} \in \mathbb{R}^{nxm}$, Componente de la velocidad u real.

$\hat{v} \in \mathbb{R}^{nxm}$, Componente de la velocidad v real.

$\varepsilon_u \in \mathbb{R}^{nxm}$, Corrección de la estimación de la componente de velocidad u respecto al valor real.

$\varepsilon_v \in \mathbb{R}^{nxm}$, Corrección de la estimación de la componente de velocidad v respecto al valor real.

$\widehat{\varepsilon_u} \in \mathbb{R}^{nxm}$, Corrección del valor real de la componente de velocidad u respecto a sus vecinos.

$\widehat{\varepsilon_v} \in \mathbb{R}^{nxm}$, Corrección del valor real de la componente de velocidad v respecto a sus vecinos.

M $\in \mathbb{Z}$, Coordenada x máxima de la ubicación de la ventana de interrogación a evaluar.

N $\in \mathbb{Z}$, Coordenada y máxima de la ubicación de la ventana de interrogación a evaluar.

L $\in \mathbb{Z}$, Número de ventanas de interrogación vecinas sin incluir la ventana de interrogación central.

Se observa que el problema descrito en las ecuaciones (16)-(21) está compuesto por funciones de costo no lineales con restricción de igualdad lineales. Por ende, se decide solucionar el problema mediante la implementación de los multiplicadores de LaGrange para encontrar el mínimo error de los vectores de velocidad. En las ecuaciones (22) y (23), se muestran las condiciones de LaGrange que debe cumplir el problema propuesto.(Griva, Nash, & Sofer, 2009)

$$\nabla f(x) + \nabla h(x)\lambda = 0 \tag{22}$$

$$h(x) = 0 \tag{23}$$

Tal que $f(x)$ es la función objetivo y $h(x)$ la restricción de igualdad.

En la Figura 51, se observa el diagrama de flujo del algoritmo diseñado para encontrar la mínima divergencia de los vectores de velocidad y a su vez para corregir los vectores erróneos del campo de velocidades obtenido.

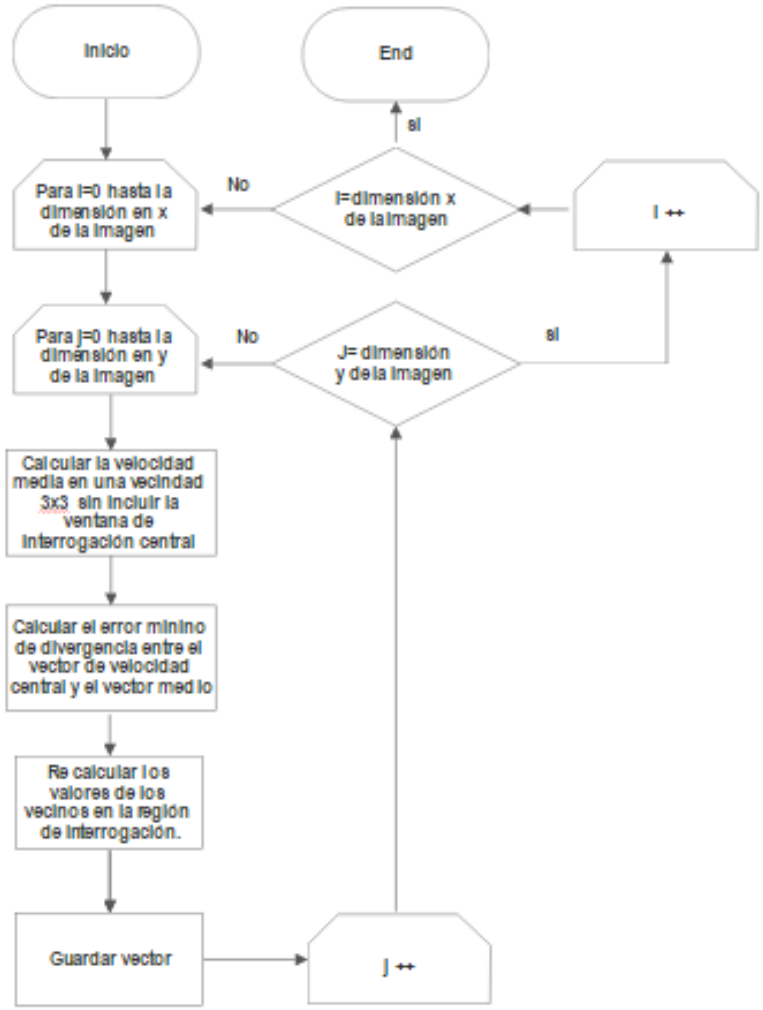

Figura 51. Diagrama de flujo algoritmo para corrección de vectores con criterio de mínima divergencia.

3. Casos de estudio

A. Caso de estudio vórtice fuerte

Para evaluar la metodología desarrollada se utilizaron como imágenes de prueba mostradas en Figura 52, grabadas en el túnel de viento Alemán-Holandés DNW-LLF por el centro aeroespacial alemán (DLR), con el fin de estudiar experimentalmente la formación de vórtices de estela detrás de un avión de transporte (Stanislas et al., 2003). La imagen tiene un tamaño de 1280x1018 pixeles. Presenta gradientes fuertes, perdida de densidad de imagen y tamaños de imagen de partículas variables.

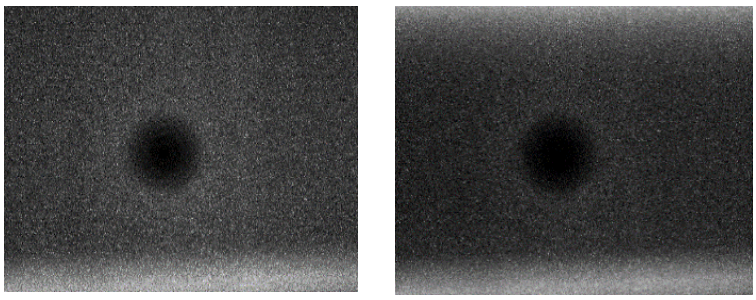

Figura 52 . Imágenes de prueba, grabadas por en el DNW-LLF por el DLR.

Tomado de (Stanislas et al., 2003)

Para analizar el desempeño del algoritmo de minimización del error de divergencia, se analizan dos escenarios: Primero se post procesan las imágenes originales mostradas en las Figura 52. En segunda instancia, se agrega error de forma artificial a los datos de velocimetría luego del post procesamiento, con el objeto de validar la efectividad de la técnica de optimización propuesta, se alteran la dirección y la magnitud de 52 vectores del campo de velocidades post procesado, esta metodología para el análisis del error fue propuesta en (Boonlong et al., 2006).

1) *Caso de estudio original*

Las imágenes del vórtice fuerte presentan vectores divergentes en el núcleo del mismo, tal como se observa en Figura 53 y Figura 54. Los errores se deben a que las partículas de interés en dicha área no se logran distinguir del fondo. Por ende, se implementa el algoritmo basado en los multiplicadores de LaGrange para realizar el post procesamiento de las imagenes. Se obtiene el campo de velocidades descrito en Figura 55 y Figura 56, en donde se evidencia que las direcciones de los vectores son corregidos satisfactoriamente.

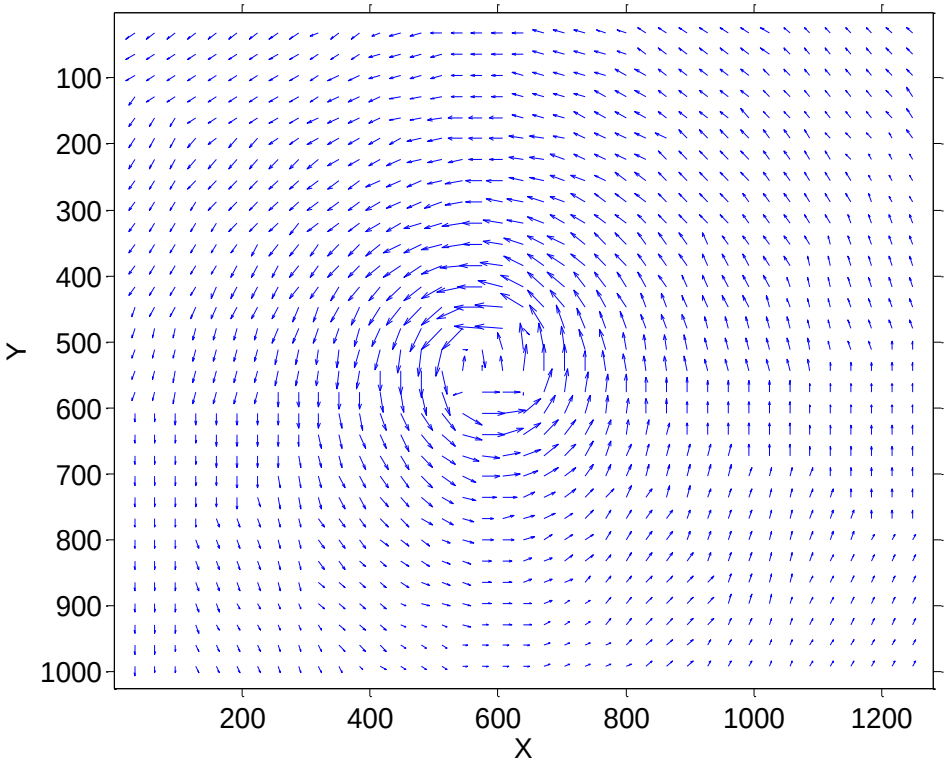

Figura 53. Campo de velocidades original vórtice fuerte.

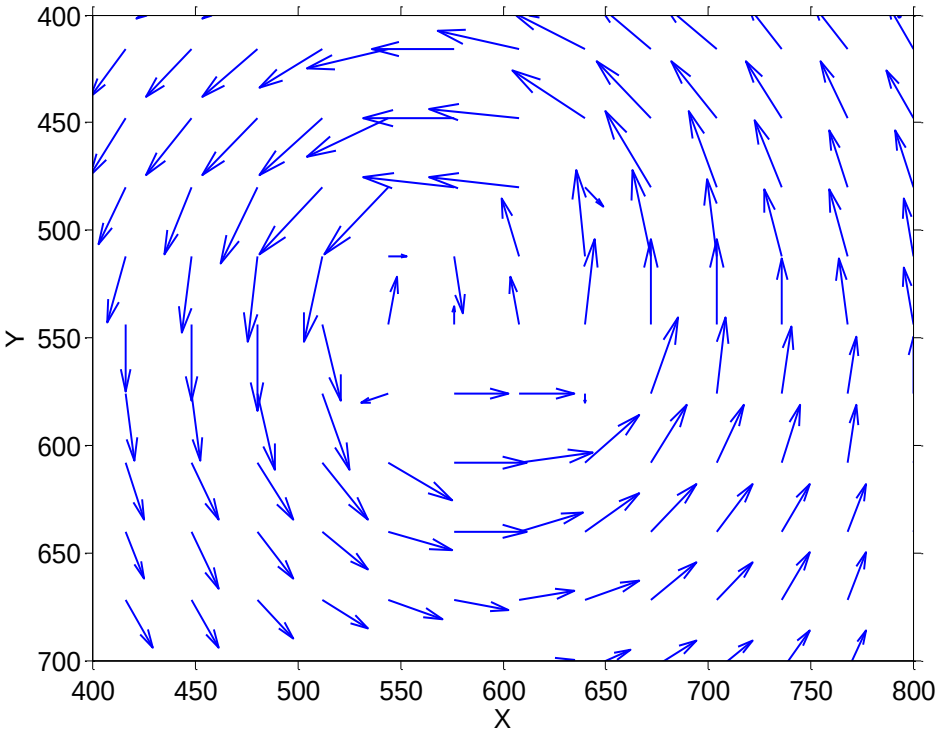

Figura 54. Campo de velocidades en el núcleo del vórtice.

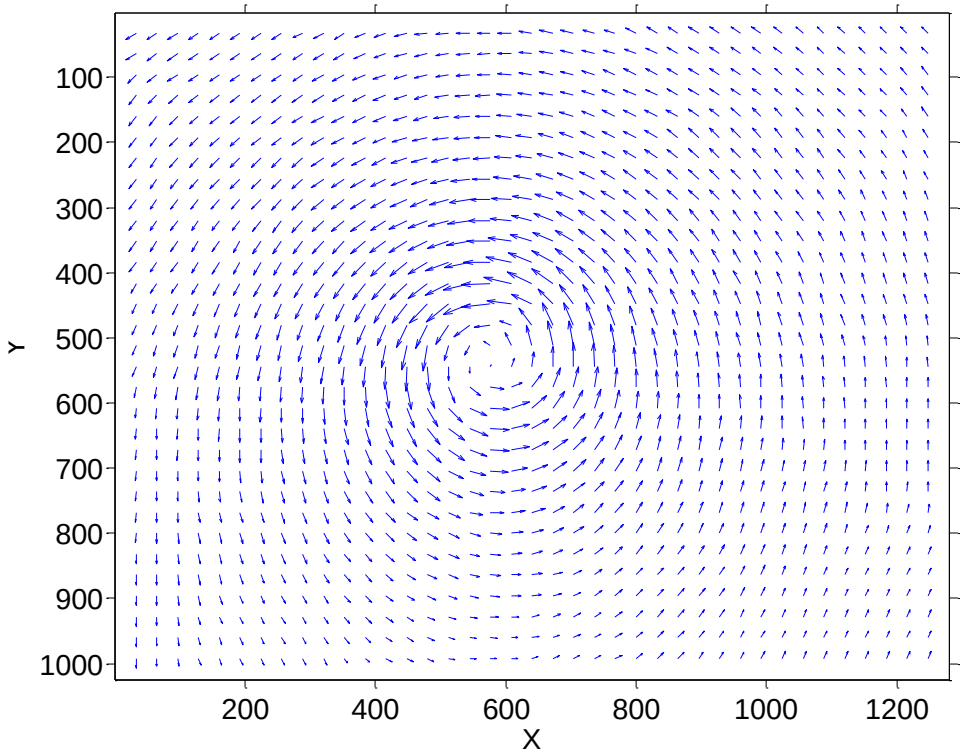

Figura 55. Campo de vectores corregido vórtice fuerte.

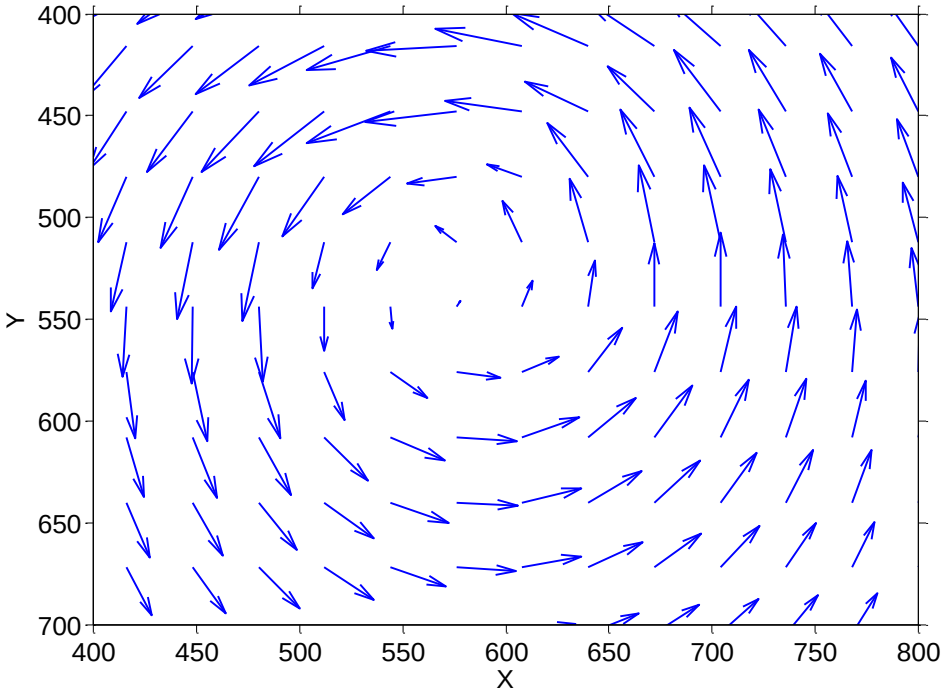

Figura 56. Campo de vectores en el núcleo del vórtice después de corregir vectores erróneos.

2) *Caso de estudio campo de velocidades post procesado con vectores modificados.*

En Figura 57, se puede apreciar el campo de velocidades con los datos erróneos incorporados. En total se modificaron 52 vectores, realizando cambios tanto de magnitud como de dirección. Posteriormente en Figura 58, se muestra el campo con los vectores corregidos y se evidencia

que el algoritmo diseñado es capaz de modificar adecuadamente la dirección de los vectores de velocidad.

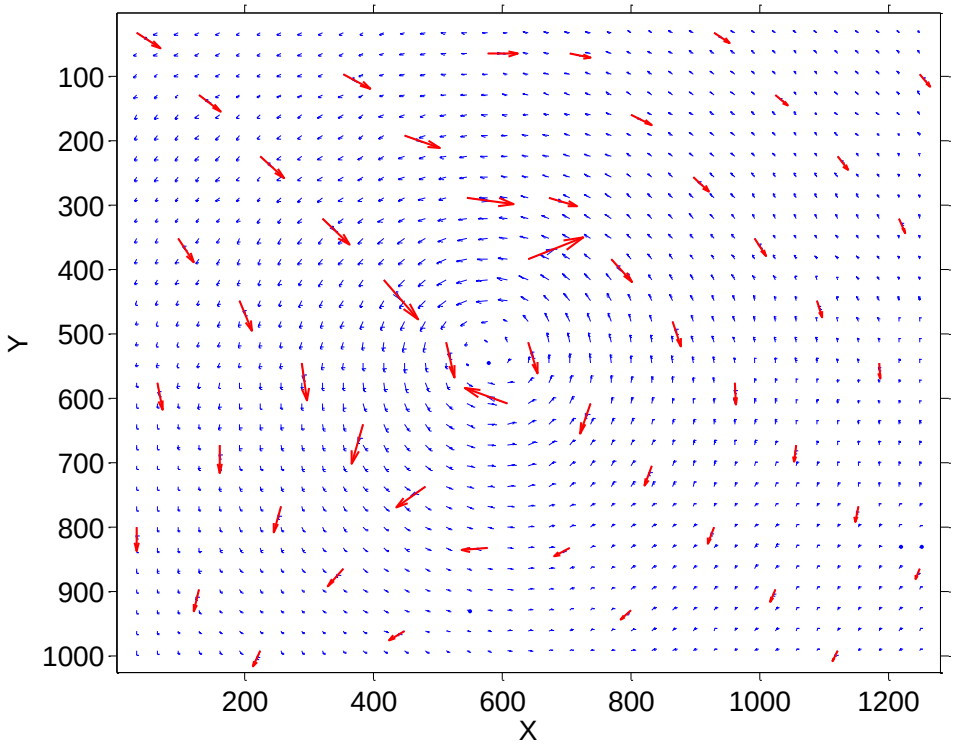

Figura 57. Vectores del campo de velocidad con datos erróneos del vórtice fuerte.

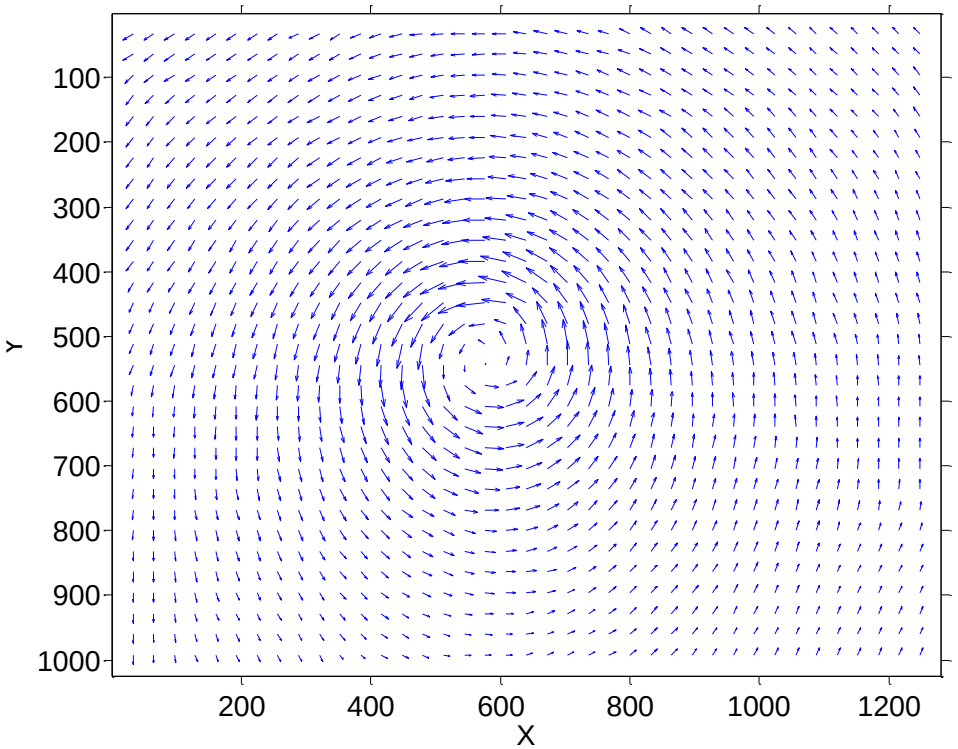

Figura 58. Campo de velocidades después de corregir vectores erróneos del vórtice fuerte.

Para realizar un analisis de los datos obtenidos, se comparan los perfiles de desplazamiento horizontal y vertical del campo de velocidad original vs los perfiles de la distribución de velocidades post procesada, para X variable y Y=512. Se elige esta línea de ubicación porque en el núcleo de vórtice es donde existe mayor ambigüedad en los datos, por la inadecuada distribución de las partículas en esta zona. En las Figura 59 y Figura 60, se muestra la comparación de las componentes reales vs corregidas, la componente U del vórtice presenta en general un desfase entre los datos comparados de 0.5 pixeles/frame. Es importante resaltar que a pesar de que solo se incorporaron algunos vectores aleatorios, todo el campo de velocidades puede experimentar algún tipo de corrección debido a la recursividad del método. Respecto a la componente V post procesada se tiene un perfil bastante similar al perfil de los datos originales. Sin embargo, presenta una diferencia entre el perfil original y post procesado de 4 pixeles/frame al interior del núcleo.

Estos resultados se corroboran en Figura 61, donde se observan los errores de las componentes de velocidad punto a punto obtenidas para la polilinea propuesta. Estos se calcularon de acuerdo a las ecuaciones (24) y (25). Tambien se evidencia que en la componente del centro del vórtice es donde se obtienen los errores más alto de todo el campo de velocidades.

$$error_u(i,j) = u(i,j) - u_{post-procesada}(i,j) \quad (24)$$

$$error_v(i,j) = v(i,j) - v_{post-procesada}(i,j) \quad (25)$$

Donde i=1,2,..,M j= 512

Tal que

u(i,j) es el valor de la componente horizontal en la coordenada (i,j).

v(i,j) es el valor de la componente horizontal en la coordenada (i,j).

$u_{post-procesada}$ es el valor de la componente horizontal obtenida despues de corregir vectores alterado en la coordenada (i,j).

$v_{post-procesada}$ es el valor de la componente horizontal obtenida despues de corregir vectores alterado en la coordenada (i,j).

En la Tabla 5. Errores campo de velocidades vórtice fuerte. se observa que la magnitud del error medio para el desplazamiento horizontal es de aproximadamente 0.13 pixeles/frame, esto indica que la ecuación de continuidad se cumple para la mayoria de vectores del campo generado. Sin embargo debido a la ambigüedad en las medidas del núcleo de vórtice la desviación estandar es de 0.73 pixeles/frame. Tras analizar los errores de la componente

vertical, se observa que en general los vectores divergen más que los de la componente U, aunque presenta una menor desviación estandar de los datos.

Tabla 5. Errores campo de velocidades vórtice fuerte.

Componente	Error medio (px/frame)	Desviación estándar (px/frame)
U	0.13	0.73
V	0.29	0.53

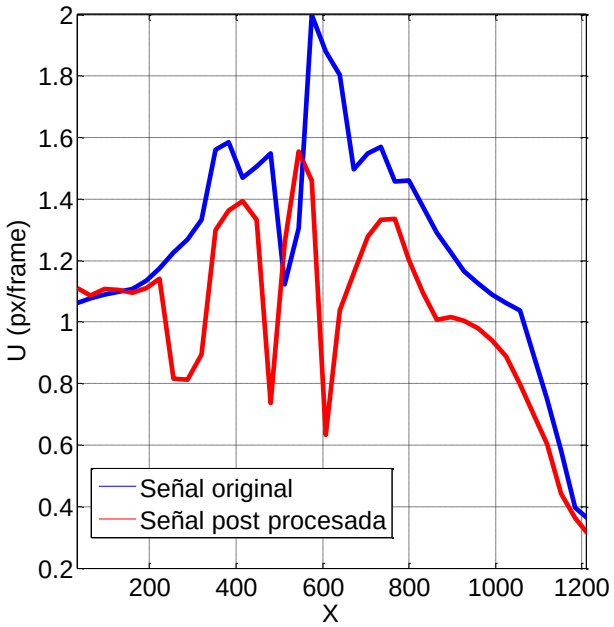

Figura 59. Comparación Componente U en el campo de velocidad original vs el campo de velocidades después de corregir vectores incorrectos del vórtice fuerte.

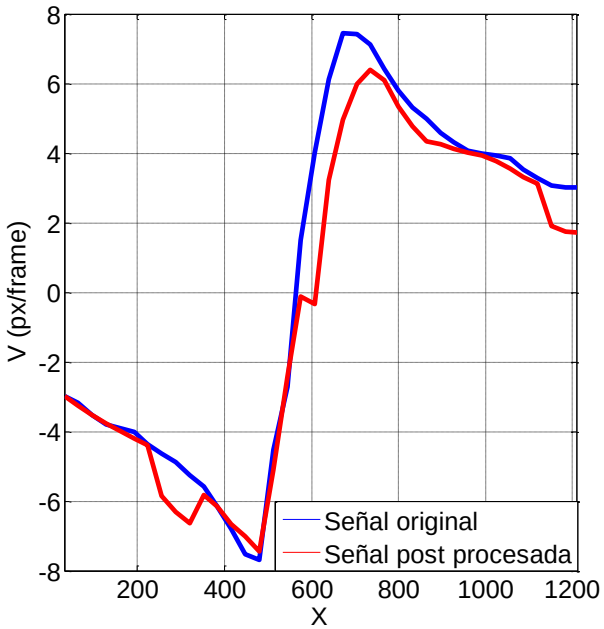

Figura 60. Comparación Componente V en el campo de velocidad original vs el campo de velocidades después de corregir vectores incorrectos del vórtice fuerte.

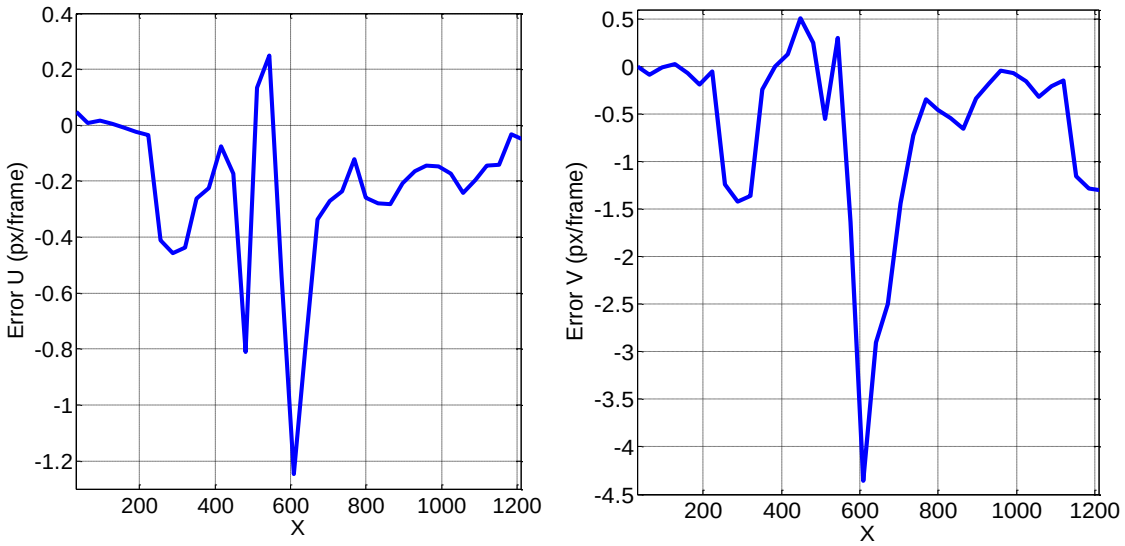

Figura 61. Error del perfil de desplazamiento horizontal (izq.) a lo largo de X y Y=490 del vórtice fuerte.

Por último, se analizan los histogramas de los errores de desplazamiento horizontal y vertical de todo el campo de velocidades. Tal como se muestra en Figura 62 y Figura 63, más de la mitad de los errores del campo de velocidades analizado son inferiores a 0.5 pixeles/frame. Sin embargo, poseen algunas magnitudes de errores de hasta 6 pixeles de poca frecuencia que podría atribuirse a los valores centrales del núcleo del vórtice, puesto que en dicho lugar el tamaño de las partículas dificulta los cálculos de correlación.

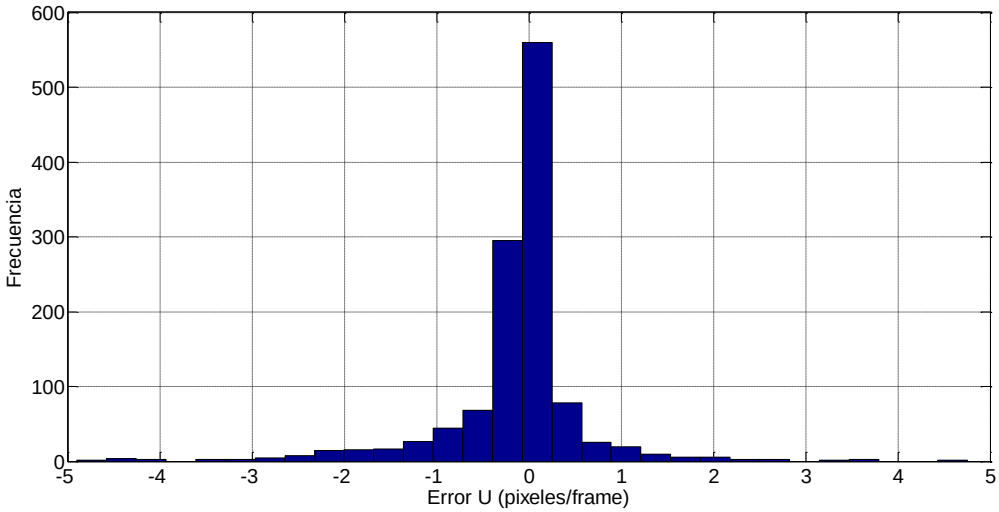

Figura 62. Histograma del error asociado a la componente de velocidad U del campo de velocidad del vórtice fuerte.

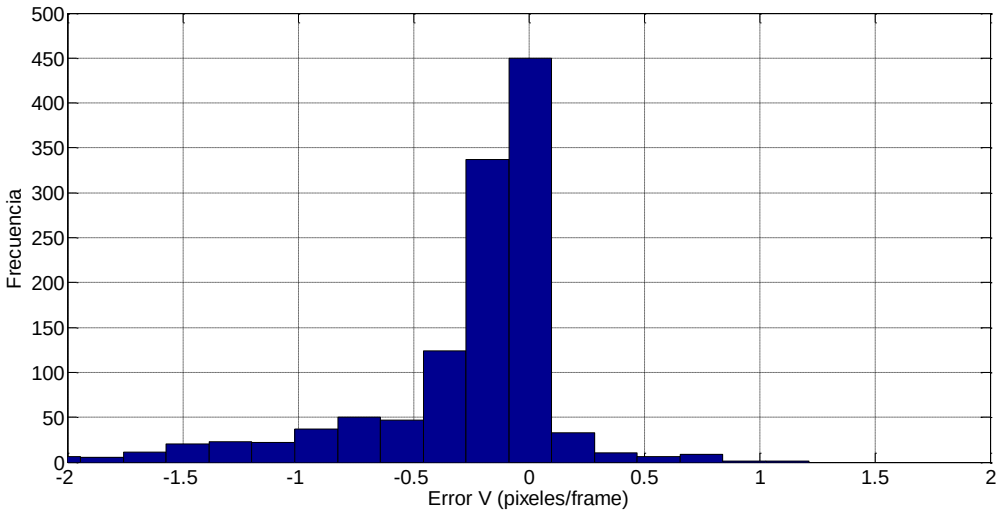

Figura 63. Histograma del error asociado a la componente de velocidad V del campo de velocidad del vórtice fuerte.

B. Caso de estudio flujo turbulento

Se presenta en Figura 64 otro par de imágenes tomadas de PIV Challenge, en este caso se muestran las imágenes de un PIV real de un chorro turbulento auto-similar.(Stanislas et al., 2005)

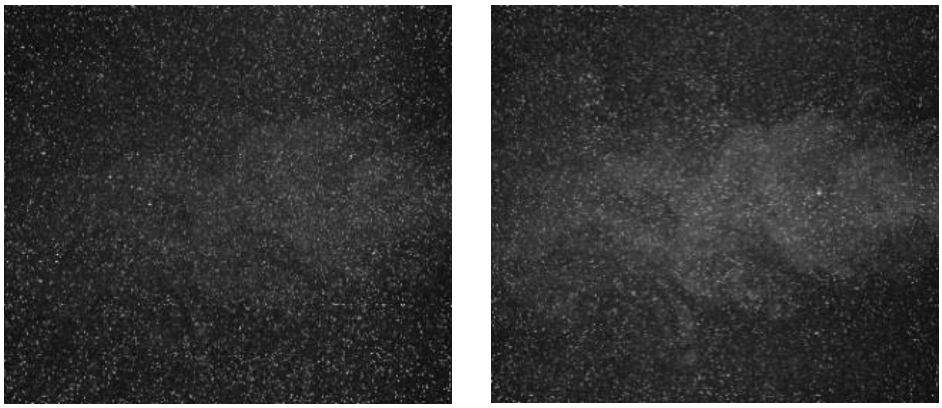

Figura 64. Imágenes de prueba flujo turbulento. Tomado de (Stanislas et al., 2005)

Al igual que con el vórtice fuerte, se alteran algunos vectores del campo de velocidad, en este caso 50 vectores son modificados para evaluar el desempeño de la metodologia implementada. Se observa en la Figura 65 el perfil de velocidad con los datos modificados y en Figura 66 el perfil resultante después de corregir los vectores erróneos, se evidencia que el algoritmo en general es capaz de corregir la dirección de los datos incorrectos. Se compara los perfiles de desplazamiento horizontal y vertical, U y V, del campo de velocidad original y el campo corregido, para Y=512 y X variable, los resultados pueden observarse en Figura 67 y Figura 68.

En Figura 69, se observa el error de las componentes U y V a lo largo de X y Y=512. El error del perfil de desplazamiento vertical en los diferentes valores de X es cercano a cero, de esta manera se observa que se cumplen el criterio de minima divergencia. En cuanto al desplazamiento horizontal existe una mayor variabilidad en las magnitudes del error que en la componente V. Sin embargo dichos errores no superan los 0.8 pixeles/frame. En la Tabla 6 se cuantifican las magnitudes de los errores medios y la desviación estandar asociada a las componentes de velocidad estudiadas, en donde se verifica que V es la componente con el menor error de divergencia.

Tabla 6. Errores campo de velocidad del flujo turbulento.

Componente	**Error medio (pixel/frame)**	**Desviación estándar (pixel/frame)**
U	0.26	0.59
V	0.01	0.22

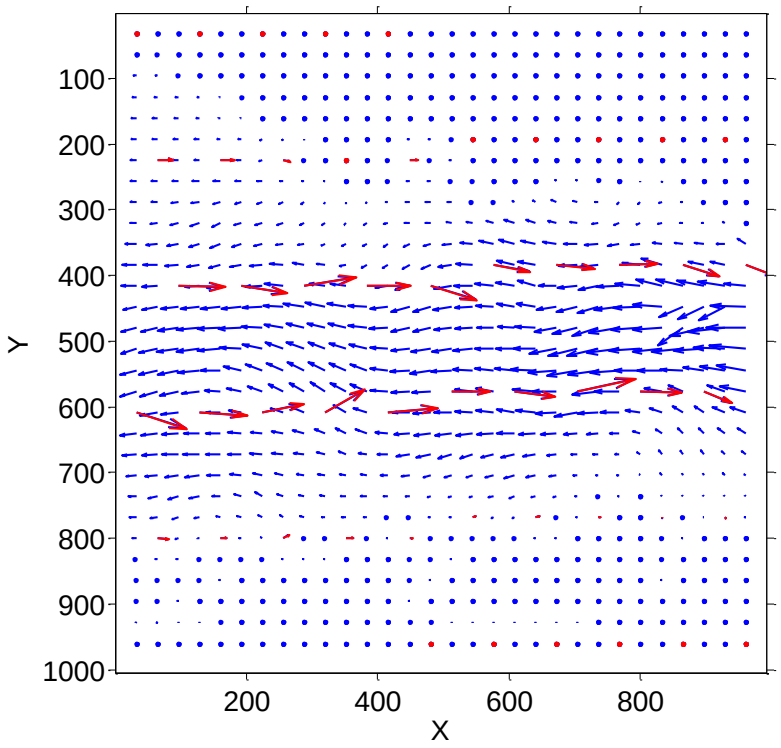

Figura 65. Vectores del campo de velocidad con datos erróneo del flujo turbulento.

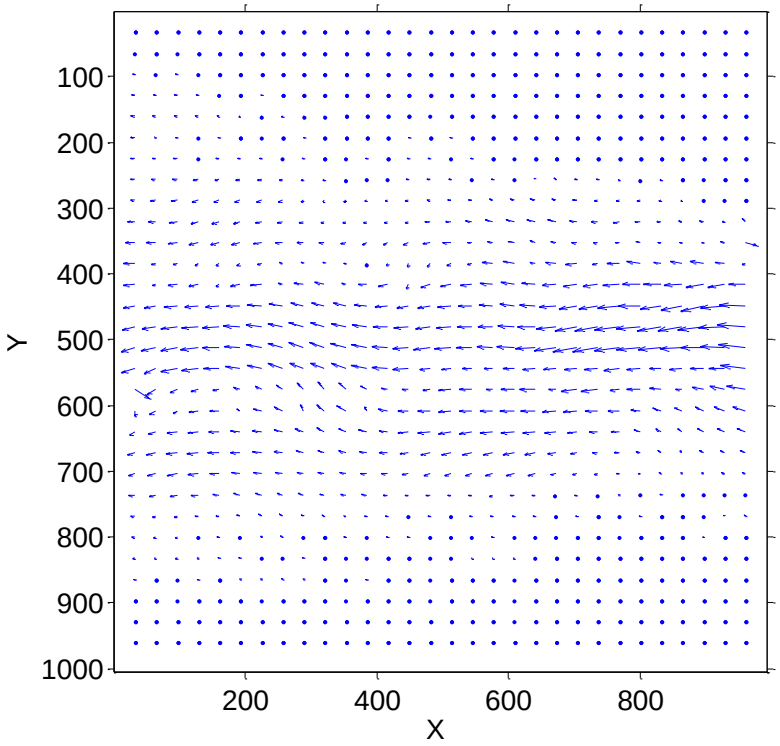

Figura 66. Perfil de velocidad después de corregir datos erróneos del flujo turbulento.

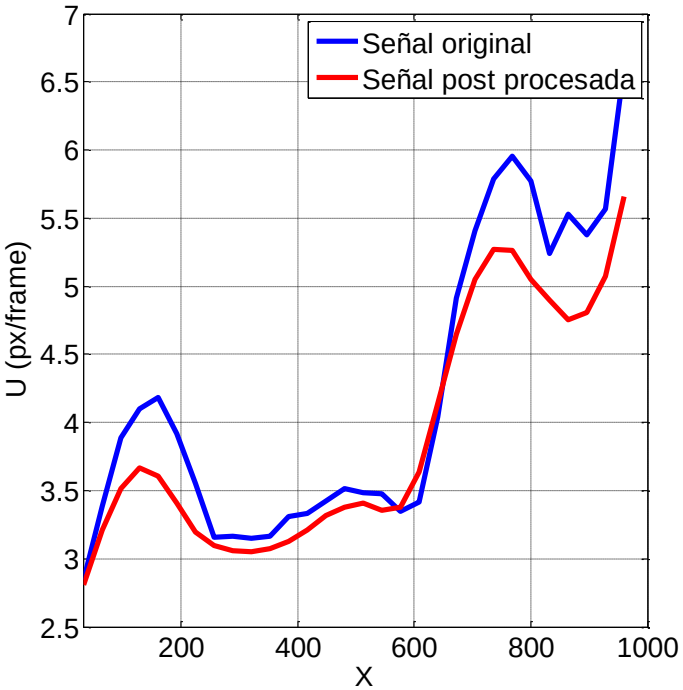

Figura 67. Comparación Componente U en el campo de velocidad original vs el campo de velocidades después de corregir vectores incorrectos a lo largo de X y Y=512 del caso de flujo turbulento.

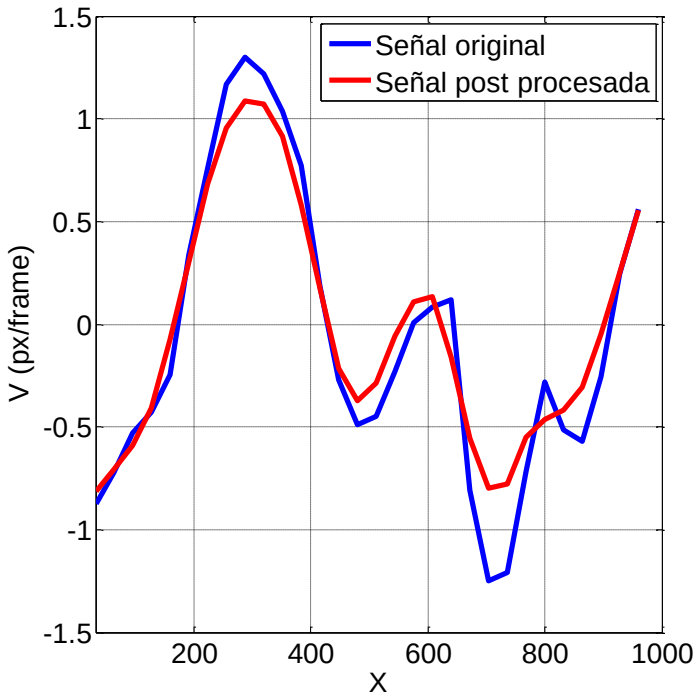

Figura 68. Comparación componente V en el campo de velocidad original vs el campo de velocidades después de corregir vectores incorrectos a lo largo de X y Y=512 del caso de flujo turbulento.

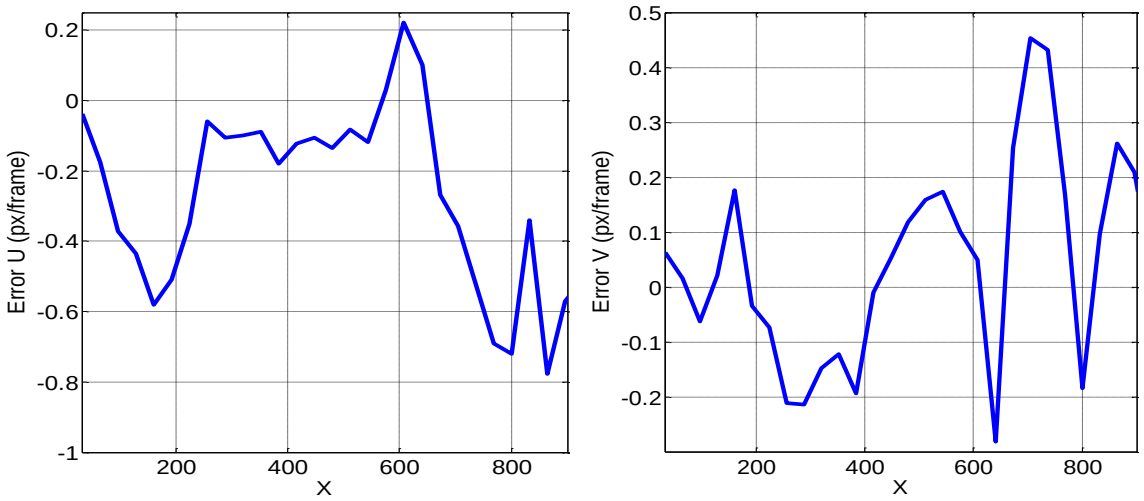

Figura 69. Error del perfil de desplazamiento horizontal (izq.) y perfil de desplazamiento vertical (der) a lo largo de X y Y=490 del caso de flujo turbulento.

Para finalizar el análisis de resultados en el caso de estudio del flujo turbulento, se comparan los histogramas de los errores obtenidos en todo el campo de velocidades después de realizar el post procesarlo de los datos. Como se muestra en Figura 70 y Figura 71 las distribuciones de ambas componentes poseen errores cercanos a cero para más de la mitad de los datos corregidos. También se pudo validar lo planteado en la Tabla 6, en general los datos del histograma asociado a la componente V presentan una menor dispersión que los datos de U, de esta manera se demuestra que el algoritmo está corrigiendo acertadamente los vectores erróneos.

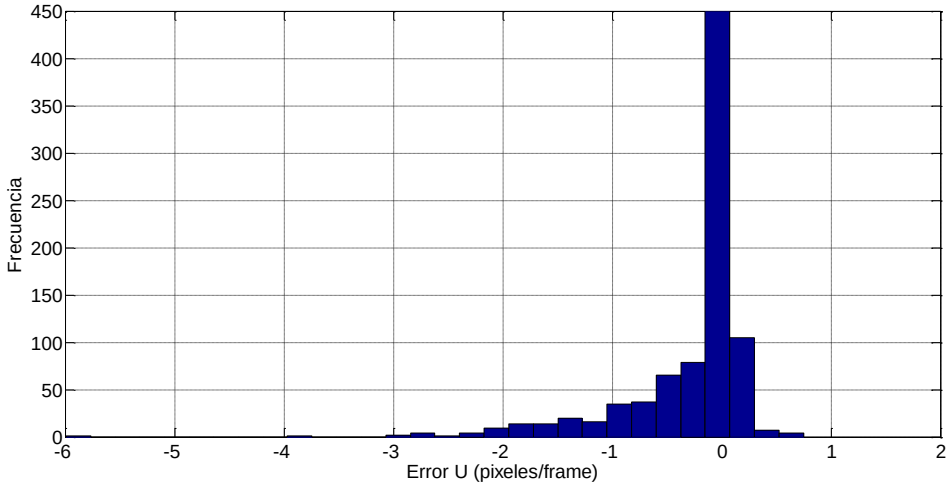

Figura 70. Histograma del error asociado a la componente de velocidad U del campo de velocidad del flujo turbulento.

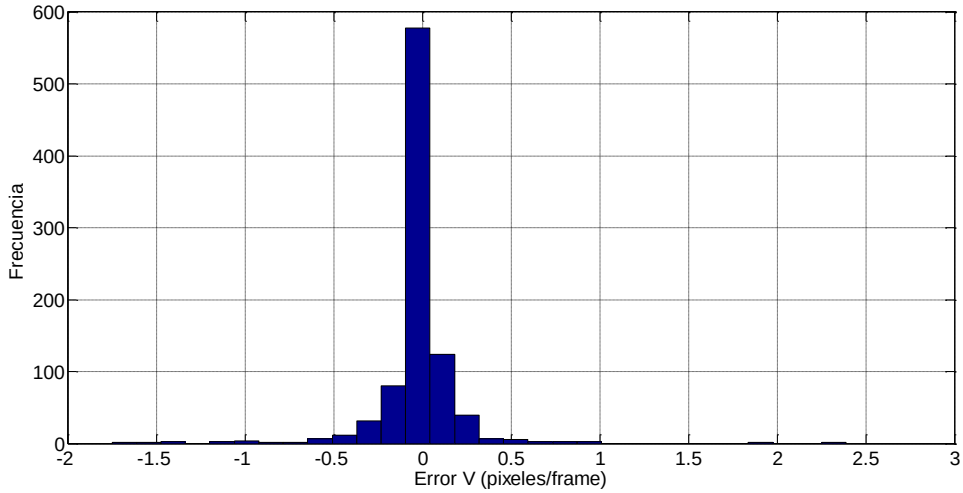

Figura 71. Histograma del error asociado a la componente de velocidad V del campo de velocidad del flujo turbulento.

4. Discusión y conclusiones

La solución planteada al problema de los vectores PIV erróneos, basada en la ecuación de continuidad de un flujo incomprensible, demuestra ser fiable y eficaz para el método de LaGrange implementado en este artículo, puesto que filtra adecuadamente los vectores incorrectos permitiendo encontrar campos de velocidades con mínima cantidad de datos erróneos.

Los algoritmos de determinación de errores basados en la media y la mediana propuesto en (Hart, 1998b) y (Westerweel & Scarano, 2005), tradicionalmente implementados en sistemas PIV, son de gran utilidad cuando los vectores espurios son de magnitudes y direcciones muy diferentes a los de los vectores del campo de velocidad en general, puesto que estas técnicas

típicamente realizan una umbralización para determinar dichos errores. Adicional, si en una vecindad hay varios vectores erróneos, no se logra una corrección adecuada puesto que se está realizando el cálculo de velocidad promedio con distintos datos incorrectos. A diferencia de la metodología propuesta en este artículo, que no requiere una umbralización de los datos, y que dado su comportamiento iterativo para la corrección del error, es menos vulnerable a tener distintos datos erróneos en determinada ventana de interrogación.

En cuanto al caso de estudio del vórtice fuerte, se observa que a pesar de que el tamaño de las partículas en el núcleo del vórtice es inadecuado para los cálculos de correlación, el algoritmo de determinación de vectores incorrectos permite obtener vectores de velocidad con menor divergencia que los encontrados por el algoritmo clásico de PIV basado en la correlación cruzada.

Debido a las malas condiciones de adquisición de la imagen al interior del vórtice fuerte, es necesario desarrollar un algoritmo de tratamiento de imágenes más robusto, puesto que aun después de implementar el algoritmo de pos-procesamiento de imágenes, el centro del vórtice sigue teniendo vectores de velocidad imprecisos.

Se espera en próximos trabajos hacer un análisis de sensibilidad para gradientes fuertes y tamaños de partículas inadecuados, que permitan determinar a qué fenómeno es más vulnerable el método propuesto.

Los histogramas de error en ambos casos de estudio muestran que la incertidumbre de las medidas de PIV está fuertemente concentrada en torno a 0 píxeles, lo que permite inferir que el método propuesto minimiza el error introducido por los vectores de velocidad espurios. A pesar de que el método propuesto puede ser menos efectivo en ciertas circunstancias (como velocidades fuertes o tamaños variables de partículas), se presenta como una alternativa de post-procesamiento confiable y rentable para los enfoques tradicionales de PIV.

5. Agradecimientos

Los autores agradecen a COLCIENCIAS y al proyecto “Estudio de la disipación de oleaje en estructuras naturales y su respuesta ante eventos extremos” número 111866044690 por el apoyo financiero y a la Universidad Nacional de Colombia por la beca de grado de honor de la cual es beneficiaria la autora Michelle Maceas Henao.

6. Referencias

Ir a la sección 7 de la tesis para ver la bibliografía.

5. Conclusiones y recomendaciones

5.1 Conclusiones

En esta tesis titulada “Metodología para el análisis de velocimetría de partículas por medio del tratamiento de imágenes” se planteó una metodología para analizar imágenes de PIV comprimidas tal que se garantizara la precisión de los datos. Para esto se desarrolló un algoritmo basado en transformada Wavelet para compresión de imágenes y correlación de fase para el procesamiento de las imágenes de PIV.

El objetivo general de este trabajo era: “Desarrollar un algoritmo de procesamiento de imágenes para sistemas de velocimetría por imágenes de partículas, que permita obtener datos precisos con un menor desempeño computacional con respecto a las técnicas clásicas”.

Tal como se mostró en el artículo de la sección 3 titulado “Desarrollo de la técnica de compresión de imágenes Wavelet y correlación de fase para mejorar el procesamiento de imágenes de PIV”, se compararon los resultados de aplicar tanto la técnica clásica de correlación cruzada como la metodología propuesta en diferentes casos de estudio de imágenes de PIV tanto sintéticas como experimentales. Dichas comparaciones demostraron que la metodología propuesta genera ahorros computacional entre el 40% y 55% en comparación con la técnica de correlación cruzada clásica en imágenes originales y a su vez disminuye el almacenamiento físico de las imágenes a una cuarta parte del tamaño original. Adicionalmente se demostró que la implementación de la correlación de fase permite mejorar la precisión de los datos de velocidad obtenidos. Inclusive se corrigieron vectores espurios sin la necesidad de utilizar técnicas de post procesamiento.

En cuanto al cumplimiento de los objetivos específicos se tienen las siguientes conclusiones

- Plantear un algoritmo para minimizar el número de datos incorrectos en sistemas de velocimetría por imágenes de partículas.

En la sección 4 se reportó un artículo titulado como “Minimización del error divergente para la determinación de vectores incorrectos en sistemas de velocimetría por imágenes”, allí se planteó una técnica de post procesamiento de imágenes de PIV basado en el criterio de la mínima divergencia utilizando optimización no lineal con restricciones. Se analizaron dos casos de estudio para evaluar el desempeño del método de corrección de vectores. Se determinó que la técnica filtra adecuadamente los vectores espurios permitiendo obtener campos de velocidades con mínima cantidad de datos erróneos. Adicional la metodología planteada presenta ventajas sobre las técnicas convencionales de determinación de errores basados en la mediana, puesto que la técnica planteada no realiza umbralización de los datos y dado su comportamiento iterativo es menos vulnerable a tener distintos datos erróneos en una misma zona de interrogación.

- Proponer una metodología para compresión de imágenes de PIV.

En el capítulo 3, se muestra la metodología propuesta basada en compresión de imágenes de PIV utilizando la transformada Wavelet, que a diferencia de la técnica propuesta por Li (2003), realiza el procesamiento de las imágenes utilizando la correlación de fase en vez de la correlación cruzada clásica.

- Validar la solución propuesta por medio de la comparación con respecto a las técnicas tradicionalmente aceptadas.

Tanto en el capítulo 3 y 4 se realizan distintas comparaciones entre las metodologías planteadas y la técnica clásica de PIV. Inclusive se demostró que la metodología de análisis de imágenes comprimidas utilizando correlación de fase es más precisa que la técnica de análisis basada en correlación cruzada en imágenes experimentales.

5.2 Recomendaciones

En próximos trabajos es deseable realizar pruebas de la metodología de procesamiento de imágenes propuesta utilizando algoritmos iterativos como el de deformación de ventanas de interrogación para realizar mejoras de resolución espacial. Puesto que en este trabajo no se consideró mejoras en este aspecto. También sería interesante desarrollar una metodología de

procesamiento de imágenes de PIV en línea, que permita ver en tiempo real el comportamiento del fluido. Para evitar el almacenaje de las imágenes en la computadora y poder realizar comparaciones en tiempo real con otras técnicas de medición de velocidad.

También se desea realizar un análisis de sensibilidad para gradientes fuertes y tamaños de partículas inadecuados, que permitan determinar a qué fenómeno es más vulnerable el método de post procesamiento propuesto.

Por último, para mejorar la calidad de imágenes experimentales adquiridas, se recomienda mantener buenos niveles de intensidad del láser, puesto que cuando esta se disminuye, se aumenta considerablemente la cantidad de vectores erróneos. Adicional de garantizar alta densidad de partículas en el flujo.

Las técnicas de procesamiento y post procesamiento de PIV desarrolladas en esta tesis, no fueron probadas en imágenes de microPIV, se recomienda en futuros trabajos verificar su correcto funcionamiento en este tipo de imágenes.

6. Anexo 1 - Montaje experimental

6.1 Elección de los parámetros del montaje físico de PIV

Dedicaré esta sección a los parámetros de diseño del montaje experimental. Dicho montaje se realizó en el laboratorio de Hidráulica de la Facultad de Minas de la Universidad Nacional de Colombia. Es importante resalta que el PIV planteado en esta institución es de bajo costo y fue financiado por el proyecto "Disipación de energía en estructuras naturales para la protección costera" de COLCIENCIAS.

Un sistema PIV se compone básicamente de un fluido con partículas incorporadas para el análisis, una cámara, una fuente de luz para iluminar la zona de interés, un sistema de control y uno de adquisición de datos.

En cuanto a las partículas de seguimiento estas deben cumplir dos condiciones:

1. Deben seguir las líneas de corriente del flujo sin excesivo resbalamiento.
2. Deben ser buenas dispersoras de la luz láser.(Muñoz iriarte, 2008)

Es fundamental elegir las partículas adecuadas puesto que son las componentes más críticas del PIV, si estas se eligen de manera incorrecta los datos experimentales serán erróneos; se debe garantizar que el tamaño sea lo suficientemente pequeño para no alterar el flujo (Jahanmiri, 2011).

En cuanto a la condición de seguir las líneas de flujo sin resbalamiento, es posible garantizarlo al determinar la velocidad terminal de la partícula bajo gravedad. Se intuye que el proceso es gobernado por el teorema de arrastre de Stokes, como se muestra en (26). Si U_∞ es despreciable comparado a las velocidades del flujo real se dice que las partículas de PIV son apropiadas.(Muñoz iriarte, 2008).

$$U_\infty = \frac{g d_p (\rho_p - \rho_f)}{18\mu} \qquad (26)$$

Tal que

d_p, Diámetro de la partícula.

ρ_p, Densidad de la partícula.

g, Gravedad.

μ, Viscosidad del fluido.

ρ_f Densidad del fluido.

Para la implementación del PIV de bajo costo del laboratorio de hidráulica se decide utilizar unas partículas de poliamida con un diámetro medio de 50 μm. En la Figura 72 se observan dichas partículas.

Figura 72. Partículas de seguimiento de flujo. Fuente propia.

Otro factor fundamental para evitar errores de medición, es la correcta elección de la cámara. La característica más importante para seleccionar la cámara apropiada para el sistema de velocimetría, es verificar que la resolución temporal y espacial sean adecuadas; el estado del arte indica que una de las mayores causas de error en la medición de los momentos estadísticos de las fluctuaciones de velocidad turbulenta, se deben a la mala elección de dichos parámetros lo cual aplica de igual forma para el gradiente de velocidad, (Korobeinichev et al., 2014). Por ende se deben verificar escalas de tiempo y espacio de los

fenómenos de interés. De esta manera, mientras el tiempo de exposición sea lo más pequeño posible se garantiza imágenes más estáticas. Sin embargo en algunas ocasiones el factor económico impide que se puede tener la cámara con mayor velocidad de exposición, para mejorar esta característica es necesario modificar algunos parámetros como lo son la apertura del diafragma y la sensibilidad ISO (Martin, 2008). También es importante elegir el tipo de sensor de la cámara, ¿cómo saber si elegimos tecnología CMOS o CCD?, los sistemas de PIV se deben caracterizar por las velocidades de obturación altas. En general la velocidad del sensor CMOS es mayor. Sin embargo se debe tener en cuenta que este tipo de sensor provoca más ruido que el CCD, por tanto se recomienda calcular la relación señal-ruido para verificar el desempeño de la electrónica del sensor y de esta manera elegir el que genere menor ruido, lo ideal es que dicha relación sea lo más próximo a 1.

Para el montaje experimental se elige una cámara Nikon 1 J5 con 20.8 MP, y en modo video tiene la opción de configurarse a: 1280x720/120 fps y 800x296/400 fps. En la Figura 73 se observa la cámara especificada.

Figura 73. Cámara utilizada en el sistema PIV del Laboratorio de Hidráulica de la Facultad de Minas. Fuente propia.

La fuente de luz es otra componente básica de un sistema PIV, actualmente existen diferentes formas de iluminar el flujo, se destacan los rayos laser, la luz blanca y la iluminación LED. Se recomienda utilizar fuentes de luz intensas, entre las opciones del mercado una de las más viable son las fuentes laser, puesto que poseen intensidades deseables para PIV, además tanto su calidad como las características de iluminación son fáciles de controlar. La utilización de láseres en laboratorio implica tener medidas de

seguridad como gafas de protección para trabajar con estos equipos, con el fin de evitar accidentes oculares. Dadas las exigencias de seguridad que se necesitan para utilizar láseres, se ha empezado a optar por utilizar iluminación led, que a pesar de no tener altas intensidades como el láser, permite obtener datos validos con una buena configuración. Es importante garantizar que la longitud de onda del sistema de iluminación que se elija sea congruente con el valor máximo de la eficiencia cuántica de la cámara, de esta forma se captura más eficientemente la luz, usualmente los sensores CMOS y CCD trabajan mejor en el espectro visible verde (European Machine Vision Association, 2012).

Por temas de costos e intensidad de la fuente de luz, se elige un puntero laser de alta potencia 1000mW y una longitud de onda de 532 nm. Adicional se compran gafas de protección especiales para láseres con longitudes de onda de alrededor de 532 nm. También se debe elegir la óptica adecuada para generar el haz de luz del láser, típicamente se utiliza una configuración de lente cilíndrico y esférico. Sin embargo, si el tamaño de la boquilla del puntero laser elegido es pequeña (4 mm), se opta por utilizar únicamente el lente cilíndrico. Este lente es plano cóncavo con una distancia focal de -9,7 mm. En la Figura 74 se observa el montaje para generar el haz de luz en el sistema PIV descrito. Se obtuvo un haz de luz de 10 cm de ancho con un espesor de 1 mm, utilizando la siguiente configuración: distancia entre láser y lente cilíndrico = 35 cm, y la del láser al canal recto la distancia = 90 cm.

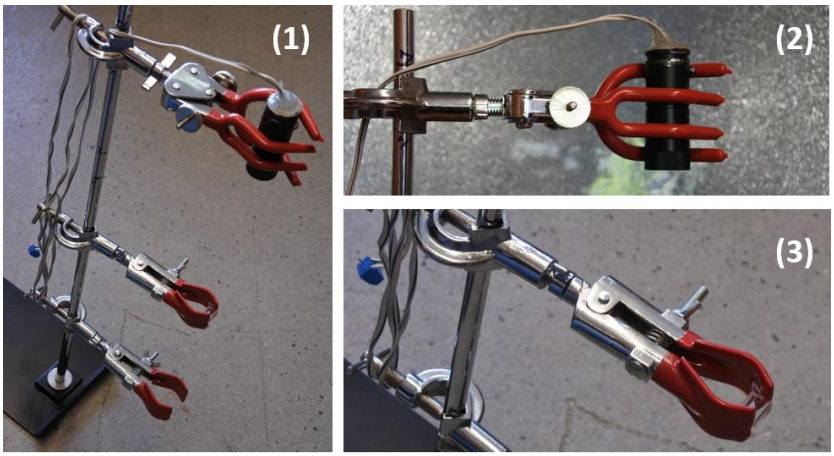

Figura 74. Configuración para generar hoja de luz láser (1), laser 1000 mW (2) y lente cilíndrico (3). Fuente propia.

Finalmente se debe realizar la sincronización del pulso del láser con el pulso de la cámara para esto se utilizó un microprocesador Arduino. Es importante resaltar que se debió utilizar un solenoide para realizar la obturación de la cámara puesto que esta no tenía la opción de obturarse remotamente. En la Figura 73, se observa la cámara utilizada con el solenoide.

6.2 Casos de estudio

Para analizar el desempeño del sistema de PIV propuesto se realizaron pruebas en un canal recto. Se estudió tanto el movimiento del flujo en fondo plano como con estructuras sumergidas.

6.2.1 Flujo en Fondo plano

A continuación se presentan los resultados obtenidos de distintos datos de velocidad de un flujo en fondo plano utilizando un sistema PIV. Dichas mediciones se comparan con los datos obtenidos con un Velocímetro Doppler Acústico (ADV). En la Tabla 7 se observa la velocidad U media obtenida con ambas técnicas. Se observa que el sistema PIV tiene una incertidumbre de 2 a 3 cm/s en todos los casos de estudio. Las mediciones de velocidad más altas analizadas fueron las que presentaron menor error. En la Figura 75 se observan los campos de velocidad para los diferentes ensayos realizados.

Tabla 7. Comparación de mediciones de velocidad U obtenidas con ADV y PIV.

N° Ensayos	**Velocidad U ADV (cm/s)**	**Velocidad U PIV (cm/s)**	**Error absoluto (cm/s)**
Ensayo 1	30	32	2
Ensayo 2	15	18	3
Ensayo 3	23	25	2
Ensayo 4	18	21	3

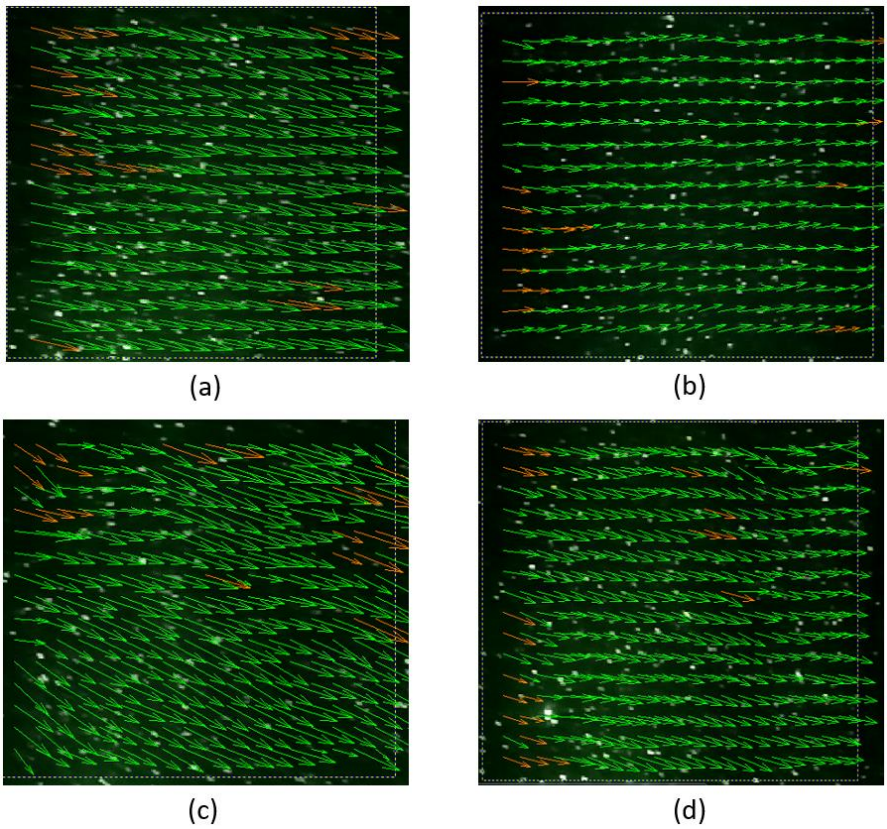

Figura 75. Campos de velocidades distintas velocidades. (a) velocidad ensayo 1, (b) velocidad ensayo 2, (c) velocidad ensayo 3 y (d) velocidad ensayo 4. Fuente propia.

6.2.2 Flujo con estructura rectangular sumergida

Se estudia el comportamiento de la velocidad en un flujo con estructura rectangular sumergida dentro de un canal recto. Dadas las vorticidades que se producen no se puede realizar comparación con el ADV puesto que este analiza velocidades en una malla muy pequeña y se tendría una gran variabilidad en las velocidades.

En la Figura 76, se observa el montaje experimental realizado, se tomaron alrededor de 400 fps durante 3 segundos de grabación. El láser oscila a 1.6 ms y el haz de luz generado con el láser tiene un ancho de 5 cm aproximadamente con un espesor de 1mm. Adicionalmente en la Figura 77 se observan 6 campos de velocidades diferentes que fueron obtenidos durante los 3 segundos de grabación de PIV. En estas imágenes se observa la separación de flujos y recirculación de flujo al lado del escalón.

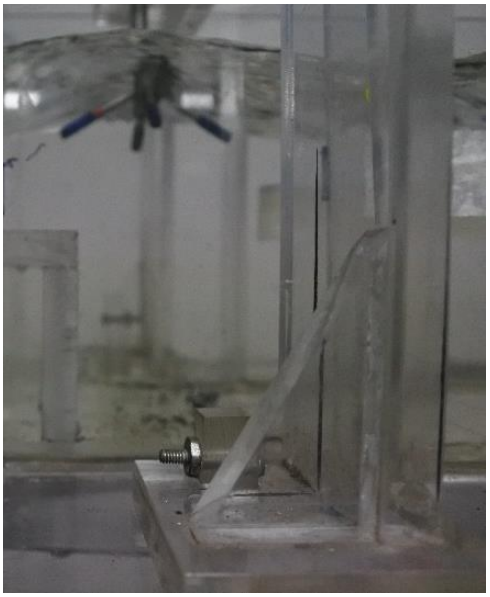

Figura 76. Montaje experimental caso de estudio de flujo con estructura rectangular sumergida. Fuente propia.

6.2.3 Flujo con estructura ilustrativa sumergida

El segundo caso de estudio es ilustrativo se basa en el movimiento de una cuchara dentro del canal recto, se consideró interesante para el análisis debido a que se generan gran cantidad de vorticidades. Se utilizaron los mismos parámetros del caso de estudio anterior. Es importante resaltar que dado el material de la estructura, el software presenta limitaciones para calcular desplazamientos de partículas por los problemas de iluminación que genera la cuchara (brillo y oscuridad). Sin embargo se logran apreciar los vórtices que se forman al mover la estructura, en la Figura 78 se muestran algunos de los campos de velocidad obtenidos.

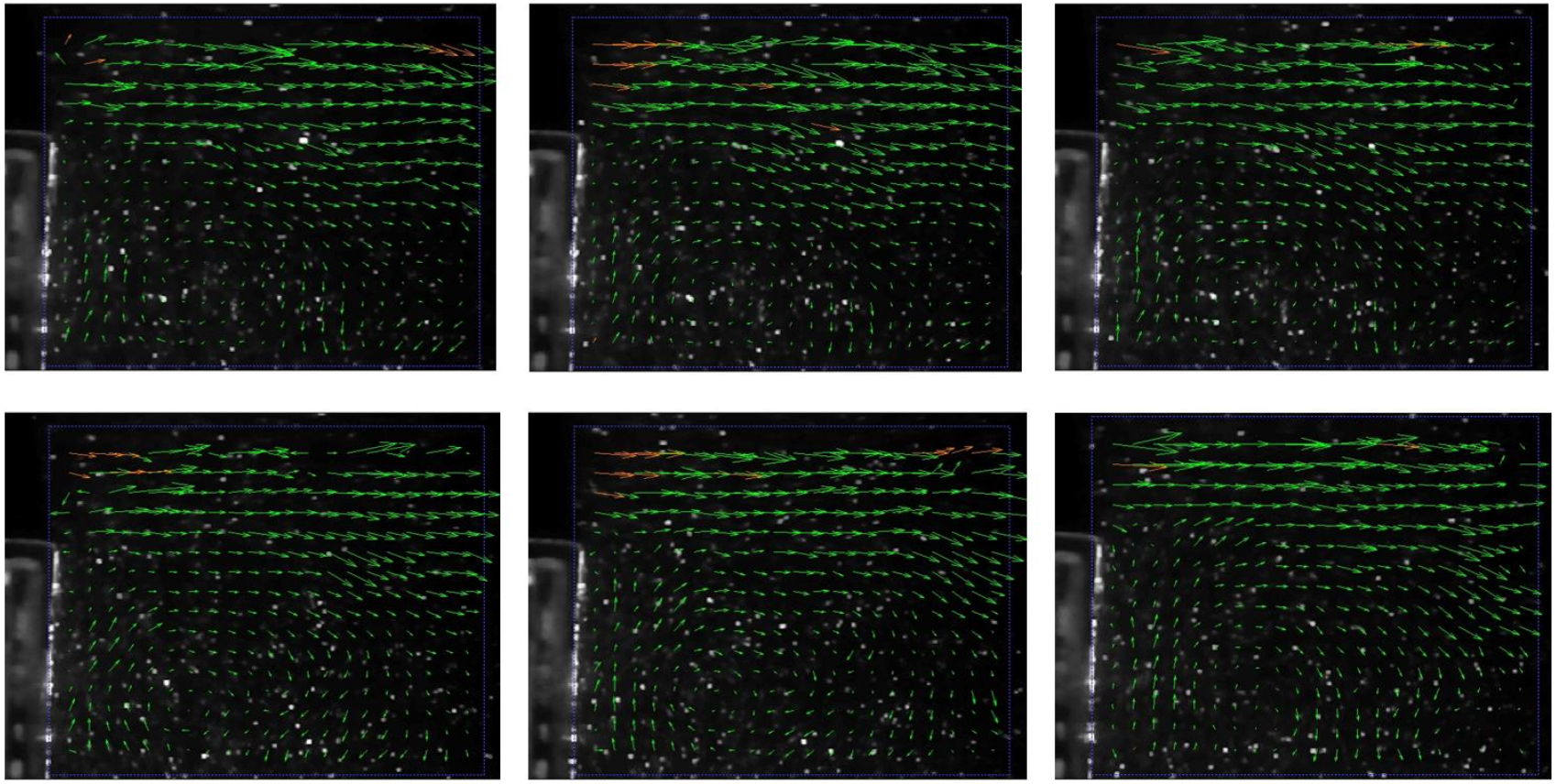

Figura 77. Secuencia de imágenes de los campos de velocidades alrededor de una estructura rectangular inmersa utilizando un sistema de PIV. Fuente propia.

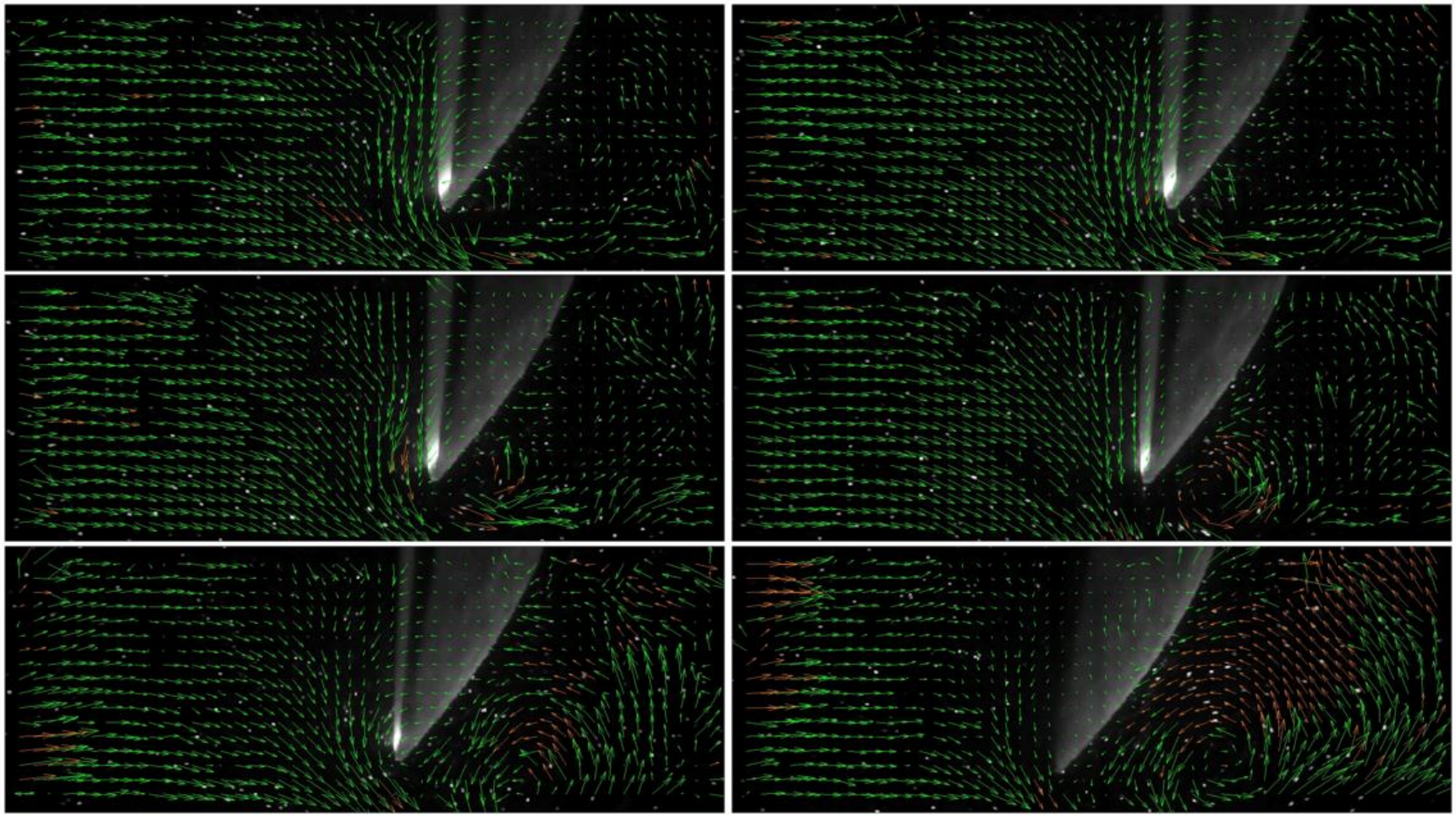

Figura 78. Secuencia de imágenes de los campos de velocidades alrededor de una cuchara inmersa utilizando un sistema de PIV. Fuente propia.

7. Bibliografía

Adrian, R. J. (1991). Particle-image techniques for experimental fluid mechanics. *Annual Review of Fluid Mechanics*, *23*, 261–304. https://doi.org/10.1146/annurev.fl.23.010191.001401

Adrian, R. J. (2005). Twenty years of particle image velocimetry. *Experiments in Fluids*, *39*(2), 159–169. https://doi.org/10.1007/s00348-005-0991-7

Adrian, R. J., & J Westerweel. (2011). *Particle Image Velocimetry*. Cambridge ; New York.

Astarita, T. (2009). Adaptive space resolution for PIV. *Experiments in Fluids*, *46*, 1115–1123. https://doi.org/10.1007/s00348-009-0618-5

Bernal, G., Osorio, A. F., Urrego, L., Peláez, D., Molina, E., Zea, S., … Villegas, N. (2016). Occurrence of energetic extreme oceanic events in the Colombian Caribbean coasts and some approaches to assess their impact on ecosystems. *Journal of Marine Systems*, *164*, 85–100. https://doi.org/10.1016/j.jmarsys.2016.08.007

Boonlong, K., Maneeratana, K., & Chaiyaratana, N. (2006). Determination of erroneous velocity vectors by co-operative co-evolutionary genetic algorithms. *2006 IEEE Conference on Cybernetics and Intelligent Systems*, 1–6. https://doi.org/10.1109/ICCIS.2006.252288

Bugg, J. D., & Rezkallah, K. S. (1998). An analysis of noise in PIV images. *Journal of Visualization*, *1*(2), 217–226. https://doi.org/10.1007/BF03182515

Bulnes, J. D., Amapá, F., Kubitschek, R. J., & Zero, J. M. (2013). El método de correlación cruzada de matrices y la generación de un campo de desplazamientos para pequeñas esferas. *Latin-American Journal of Physics Education*, *7*(3), 498–503.

Cozzella, L., & Spagnolo, G. S. (2014). Phase-only Correlation function by means of Hartley transform. *JSM Mathematics and Statistics*, *1*(1), 1–8.

Eckstein, A. C., Charonko, J., & Vlachos, P. (2008). Phase correlation processing for DPIV measurements. *Experiments in Fluids*, *45*(3), 485–500. https://doi.org/10.1007/s00348-008-0492-6

Eckstein, A., & Vlachos, P. P. (2009). Digital particle image velocimetry (DPIV) robust phase correlation. *Measurement Science and Technology*, *20*(5), 55401. https://doi.org/10.1088/0957-0233/20/5/055401

European Machine Vision Association. EMVA Standard 1288 Standar for Characterization of image sensors and cameras. (2012).

F scarano. (2002). Iterative image deformation methods in PIV. *Measurement Science and Technology*, *13*, 1–19.

Florio, D. Di, Felice, F. Di, & Romano, G. P. (2002). Reverse hierarchical PIV processing. *Measurement Science and Technology*, *13*, 984–996.

Foreman, J. W., George, E. W., & Jetton, J. L. (1966). 8C2- Fluid flow measurements with a laser doppler velocimeter. *Quantum Electronics, QE 2*(8), 260–266.

Foucaut, J. M., Carlier, J., & Stanislas, M. (2000). Post-processing of PIV records to allow derivative computation . In *Proceedings of 10th international symposium on the applications of laser techniques to fluid mechanics* (pp. 1–9). Lisbon,Portugal.

Fournier, N., & Castro, G. (1997). *Compresión de imagenes fijas utilizando la transformada Wavelet*. Universidad de la Plata.

Freek, C., Sousa, J. M. M., Hentschel, W., & Merzkirch, W. (1999). On the accuracy of a MJPEG-based digital image compression PIV-system. *Experiments in Fluids*, *27*(1988), 310–320.

G I Roth, & Katz, J. (2001). Five techniques for increasing the speed and accuracy of PIV interrogation. *Measurement Science and Technology*, *12*, 238–245.

Garcia, D. (2010). Robust smoothing of gridded data in one and higher dimensions with missing values. *Comput Stat Data Anal*, *54*(4), 1167–1178. https://doi.org/10.1016/j.csda.2009.09.020.Robust

Gonzalez, R. C. ., & Woods, R. E. (2008). *Digital image processing*. *Nueva Jersey*. https://doi.org/10.1049/ep.1978.0474

Griva, I., Nash, S. G., & Sofer, A. (2009). *Linear and nonlinear optimization*. https://doi.org/10.1137/1.9780898717730

H.T.Huang,H.E.Fiedler, J. J. W. (1993). Limitation and improvement of PIV. *Experiments in Fluids*, *174*, 168–169.

Hart, D. P. (1998a). High-Speed PIV Analysis Using Compressed Image Correlation. *Journal of Fluids Engineering*, *120*, 463–470.

Hart, D. P. (1998b). PIV Error Correction. In *9th International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics* (Vol. 9, pp. 1–17).

Hart, D. P. (1998c). The Elimination of Correlation Errors in PIV Processing. *9th International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics*, *i*, 13–16.

Hart, D. P. (2000). PIV error correction. *Experiments in Fluids*, *29*(1), 13–22. https://doi.org/10.1007/s003480050421

Huang, H., Dabiri, D., & Gharib, M. (1997). On errors of digital particle image velocimetry. *Meas. Sci. Technol. Meas. Sci. Technol*, *8*(897), 1427–1440. https://doi.org/10.1088/0957-0233/8/12/007

J.D. Osorio-Cano, A. F. O. (2017). Ecosystem management tools to study natural habitats as wave damping structures and coastal protection mechanisms. *Ecological Engineering*, 14.

https://doi.org/10.1016/j.ecoleng.2017.07.015

Jambunathan, K., Ju, X. Y., Dobbins, B. N., & Ashforth-Frost, S. (1995). An improved cross correlation technique for particle image velocimetry. *Measurement Science and Technology*, *6*(5), 507–514. https://doi.org/10.1088/0957-0233/6/5/012

Kähler, C. J., Scharnowski, S., & Cierpka, C. (2012). On the resolution limit of digital particle image velocimetry. *Experiments in Fluids*, *52*(6), 1629–1639. https://doi.org/10.1007/s00348-012-1280-x

Kimura.I. (1999). Applications of Artificial Neural Networks and Genetic Algorithms to PIV. *Proceedings of the 3rd ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference*.

Korobeinichev, O. P., Shmakov, a. G., Chernov, a. a., Markovich, D. M., Dulin, V. M., & Sharaborin, D. K. (2014). Spatial and temporal resolution of the particle image velocimetry technique in flame speed measurements. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*, *50*(5), 510–517. https://doi.org/10.1134/S0010508214050025

Lee, Y., Yang, H., & Yin, Z. (2016). A robust vector field correction method via a mixture statistical model of PIV signal. *Experiments in Fluids*, *57*(3), 1–20. https://doi.org/10.1007/s00348-016-2115-y

Li, H. (1998). Development of Wavelet Image Compression Technique to Particle Image Velocimetry V ..(x). *Thermal Science*, *9*(4), 346–351.

Li, H. (2000). Development of wavelet image compression technique to particle image velocimetry. *Journal of Thermal Science*, *9*(4), 345–351. https://doi.org/10.1007/s11630-000-0075-1

Li, H. (2003). Application of Wavelet Technique to False Vector Correction and Data Compression in PIV. *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, *45*(150), 224–228. https://doi.org/10.2322/tjsass.45.224

Li, H., Takei, M., Ochi, M., Saito, Y., & Horii, K. (1999). Choice of Wavelets for PIV Image Compression. In *Proceedings of the 3rd ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference* (pp. 1–6). San Francisco, California.

Liang, D. F., Jiang, C. B., & Li, Y. L. (2003). Cellular neural network to detect spurious vectors in PIV data. *Experiments in Fluids*, *34*(1), 52–62. https://doi.org/10.1007/s00348-002-0530-8

Lopez Hinojoza, M., González Santos, G., & Gusmán Arenas, A. (2006). *Un nuevo algoritmo en la técnica de velocimetría por imágenes de partículas*. Instituto Politecnico Nacional.México D.F.

Lugt, A. V. (1964). Signal detection by complex spatial filteringitle. *IEEE Transactions on Information Theory*, *10*, 139–145.

M.Falchi, G.Querzoli, & G.P.Romano. (2006). Robust evaluation of the dissimilarity between interrogation windows in image velocimetry. *Experiments in Fluids*, *41*, 279–293. https://doi.org/10.1007/s00348-006-0148-3

Masullo, A., & Theunissen, R. (2016). Adaptive vector validation in image velocimetry to minimise the influence of outlier clusters. *Experiments in Fluids*, *57*(3), 1–21.

https://doi.org/10.1007/s00348-015-2110-8

Meng, J., Li, M., & Du, H. (2010). Optimization design of genetic algorithm in particle image velocimetry. *Image and Signal Processing (CISP), …*, (1), 1662–1666. Retrieved from http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs_all.jsp?arnumber=5647730

Muñoz iriarte, J. (2008). *Velocimetría PIV en tiempo real basada en lógica programable FPGA*. Universidad Nacional de Cuyo.

Nakami, Y., Words, K., & Electro, O. (1995). Determination of Erroneous Using Vectors in a Velocity Field Many measurement methods of velocity vector distributions by image processing have been developed and applied to various flows . Most of them , however , have a serious problem . The estimated v. *IEEE Explorer*, *1304*(C).

Nogueira, J., Lecuona, a, & Rodríguez, P. a. (2001). Local field correction PIV, implemented by means of simple algorithms, and multigrid versions. *Measurement Science and Technology*, *12*(11), 1911–1921. https://doi.org/10.1088/0957-0233/12/11/321

Padilla, P., Funes.M, Berriel.L.R, Guerrero, A., & Moreno, D. (2005). Algorithm for High-Accuracy particle image position estimation in PIV applications. *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, *5776*, 163–167. https://doi.org/10.1117/12.611621

Pasinato, H. D. (2008). *Fundamentos De Mecanica De Fluidos*. Argentina.

Raffel, M. ., Willert, M. ., & Kompenhans, J. (1998). *Particle Image Velocimetry, A Practical Guide*. Berlin, Heidelberg.

Scarano, F., & Riethmuller, L. M. (1999). Iterative multigrid approach in PIV image processing with discrete window offset. *Experiments in Fluids*, *26*(6), 513–523. https://doi.org/10.1007/s003480050318

Scarano, F., & Riethmuller, M. L. (2000). Advances in iterative multigrid PIV image processing. *Experiments in Fluids*, *29*(1), S051--S060. https://doi.org/10.1007/s003480070007

Sheng, J., & Meng, H. (1998). A genetic algorithm particle pairing technique for 3D velocity field extraction in holographic particle image velocimetry. *Experiments in Fluids*, *25*(5–6), 461–473. https://doi.org/10.1007/s003480050252

Shi, B., & Zhang, Y. (2015). Phase discrimination and a high accuracy algorithm for PIV image processing of particle – fl uid two-phase fl ow inside high-speed rotating centrifugal slurry pump. *Flow Measurement and Instrumentation*, *45*, 93–104. https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2015.05.002

Stanislas, M., Okamoto, K., & Kähler, C. J. (2003). Main results of the Second International PIV Challenge. *Experiments in Fluids*, *14*(September 2002), 170–191. https://doi.org/10.1007/s00348-005-0951-2

Stanislas, M., Okamoto, K., Kähler, C. J., & Westerweel, J. (2005). Main results of the Second International PIV Challenge. *Experiments in Fluids*, *39*(2), 170–191. https://doi.org/10.1007/s00348-005-0951-2

Susset, A., Most, J. M., & Honore, D. (2006). A novel architecture for a super-resolution PIV

algorithm developed for the improvement of the resolution of large velocity gradient measurements. *Exp. Fluids*, *40*, 70–79. https://doi.org/10.1007/s00348-005-0047-z

The Hot-Wire Anemometer in Supersonic Flow. (1950). *Journal of the Aeronautical Sciences*, *17*(9), 565–572. https://doi.org/10.2514/8.1725

Thielicke, W. (2014). *The flapping flight of birds :Analysis and application*. University Medical Center Groingen.

Vanegas, C., Osorio, A. F., & Urrego, L. E. (2017). Wave dissipation across a Rhizophora mangrove patch on a Colombian Caribbean Island : An experimental approach. *Ecological Engineering*. https://doi.org/10.1016/j.ecoleng.2017.07.014

Weng, W. G., Fan, W. C., Liao, G. X., & Qin, J. (2001). Wavelet-based image denoising in (digital) particle image velocimetry. *Signal Processing*, *81*, 1503–1512.

Wernet, M. P. (2005a). Symmetric phase only filtering : a new paradigm for DPIV data processing. *Measurement Science and Technology*, *16*, 601–618. https://doi.org/10.1088/0957-0233/16/3/001

Wernet, M. P. (2005b). Symmetric phase only filtering: a new paradigm for DPIV data processing. *Measurement Science and Technology*, *16*(3), 601–618. https://doi.org/10.1088/0957-0233/16/3/001

Wernet, M. P. (2006). Symmetric phase only filtering: a new paradigm for DPIV data processing. *Measurement Science and Technology*, *16*(3), 601–618. https://doi.org/10.1088/0957-0233/16/3/001

Westerweel, J. (1994). Efficient detection of spurious vectors in particle image velocimetry data. *Experiments in Fluids*, *16*(3), 236–247. https://doi.org/10.1007/BF00206543

Westerweel, J. (1997). Fundamentals of digital particle image velocimetry. *Measurement Science and Technology*, *8*(12), 1379. Retrieved from http://stacks.iop.org/0957-0233/8/i=12/a=002

Westerweel, J., & Scarano, F. (2005). Universal outlier detection for PIV data. *Experiments in Fluids*, *39*(6), 1096–1100. https://doi.org/10.1007/s00348-005-0016-6

Westerweel, J., & Scarano, F. (2005). Universal outlier detection for PIV data. *Experiments in Fluids*, *39*(6), 1096–1100. https://doi.org/10.1007/s00348-005-0016-6

Y.D. Adanasyec; E.K.Demirov. (2005). Variational filtration and interpolation technique for PIV employing fluid dynamical constraints. *Experiments in Fluids*, *39*, 828–835. https://doi.org/10.1007/s00348-005-0017-5

Yu Heng, & Lv Qiongshuia. (2013). Study on Particle Image Velocimetry Technique in the Surface Flow Field of River Model. In *Internacional Conference on Mechatronic Sciences,Electric Engineering and Computer*. (pp. 968–972).