Organización redaccional de los enunciados-problema del campo aditivo de los números enteros desde una perspectiva semiótica cognitiva. Propuesta para los estudiantes del grado 7° de la Institución Educativa Asnazú, Suárez (Cauca).

Diana Patricia Ramos Álvarez

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Postgrados de Ingeniería y Administración

Maestría en la Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Palmira, Colombia

2025

Organización redaccional de los enunciados-problema del campo aditivo de los números enteros desde una perspectiva semiótica cognitiva. Propuesta para los estudiantes del grado 7° de la Institución Educativa Asnazú, Suárez (Cauca).

Diana Patricia Ramos Álvarez

Trabajo final presentado como requisito parcial para optar al título de Magister en la Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Directora:

Doctora Teresa Pontón Ladino

Línea de Investigación:

Educación en Matemática

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Postgrados de Ingeniería y Administración

Maestría en la Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Palmira, Colombia

2025

Dedicatoria

De todo corazón quiero dedicar este logro a mi esposo William, a mis hijos Samuel y Luciana, para quienes siempre estaré. A mi familia, padres y hermana, por su amor y apoyo y a mis estudiantes por día a día reflexionar sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Declaración de obra original

Yo declaro lo siguiente:

He leído el Acuerdo 035 de 2003 del Consejo Académico de la Universidad Nacional. «Reglamento sobre propiedad intelectual» y la Normatividad Nacional relacionada al respeto de los derechos de autor. Esta disertación representa mi trabajo original, excepto donde he reconocido las ideas, las palabras, o materiales de otros autores.

Cuando se han presentado ideas o palabras de otros autores en esta disertación, he realizado su respectivo reconocimiento aplicando correctamente los esquemas de citas y referencias bibliográficas en el estilo requerido.

He obtenido el permiso del autor o editor para incluir cualquier material con derechos de autor (por ejemplo, tablas, figuras, instrumentos de encuesta o grandes porciones de texto).

Por último, he sometido esta disertación a la herramienta de integridad académica, definida por la universidad.

<u>Diana Patricia Ramos Álvarez</u>

Nombre

Fecha : 01/07/2025

Agradecimientos

Quiero agradecer primero que todo a Dios, a mis estudiantes por ser ellos el motivo de mis inquietudes, a mi tutora la Dra. Teresa Pontón Ladino por sus importantes y oportunas observaciones que fueron dando claridad a los planteamientos de un trabajo riguroso y por su apoyo emocional. A los docentes de la maestría por las conceptualizaciones que se fueron engranando para formalizar un hilo conductor del presente trabajo.

A mis padres, por siempre apoyarme en todos mis proyectos, por alentarme a tener un proyecto de vida para mi beneficio y sociedad. A mi hermana, por ser la incondicional en todo. A mi esposo e hijos por permitirme parte del tiempo que debía dedicarles a ellos. A mis compañeros de estudio en especial a Juan Jaime que con las discusiones en clase, exposiciones y debates afirmaron más los conceptos claves del presente trabajo. A todos, muchísimas gracias.

Resumen

Organización redaccional de los enunciados-problema del campo aditivo de los números enteros desde una perspectiva semiótica cognitiva. Propuesta para los estudiantes del grado 7° de la Institución Educativa Asnazú, Suárez (Cauca).

Este trabajo analiza los enunciados-problema del campo aditivo de los números enteros presentes en dos textos escolares de matemáticas del grado 7° para proponer una organización redaccional de tales enunciados-problema con una perspectiva semiótica cognitiva puesto se identificaron dificultades en la comprensión de los estudiantes del grado 7° de la Institución Educativa Asnazú de Suárez (Cauca). El objetivo principal fue modificar la organización redaccional que presentan los enunciados-problema desde una perspectiva semiótica cognitiva en el campo de la didáctica de las matemáticas para facilitar su comprensión y mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje en el aula de clase.

Tal propuesta surge a partir de la identificación de las falencias que tienen los estudiantes en la comprensión de los problemas con los números enteros, específicamente en el campo aditivo. A su vez, este caso pone de relieve la importancia de las marcas lingüísticas y los distintos registros de representación semiótica, ya sea verbal, numérico o gráfico, afectan la comprensión y solución de los problemas.

De ahí que, la propuesta de organización cambio redaccional consista en modificar la redacción de las oraciones para que sean más comprensibles, accesibles y pertinentes, utilizando diversos tipos de representaciones y facilitando su intercambio. Esto ayudará a los estudiantes a adquirir un mayor conocimiento sobre los números enteros y a mejorar su habilidad para utilizar conceptos matemáticos en contextos prácticos.

Palabras clave: comprensión de enunciados problema, campo aditivo de los enteros, perspectiva semiótica, organización redaccional en enunciados problema.

Abstract

Textual organization of the problem-statements of the additive field of integers from a cognitive semiotic perspective. Proposal for students of grade 7 of the Institución Educativa Asnazú, Suárez (Cauca).

This paper analyzes the problem statements about the additive field of integers found in two 7th grade mathematics textbooks to propose a written organization for these problem statements from a semiotic-cognitive perspective. Since difficulties were identified in the comprehension of 7th grade students at Asnazú Educational Institution, the paper's main objective was to modify the written organization of the problem statements from a semiotic-cognitive perspective in the field of mathematics didactics to facilitate their understanding and improve teaching-learning processes in the classroom.

This proposal arises from the identification of students' shortcomings in understanding problems with integers, specifically in the additive field. This case also highlights the importance of linguistic markers and the different registers of semiotic representation, whether verbal, numerical, or graphic, that affect the understanding and solution of problems. Therefore, the proposed organizational change in wording consists of modifying the wording of sentences to make them more understandable, accessible, and relevant, using various types of representations and facilitating their exchange. This will help students acquire greater knowledge about integers and improve their ability to use mathematical concepts in practical contexts.

Keywords: comprehension of problem statements, additive field of integers, semiotic perspective, redactional organization in problem statements.

Contenido

Lista de figuras

Lista de tablas

Lista de anexos

Introducción

La enseñanza de las matemáticas en los niños y jóvenes es una de las actividades más difíciles e importantes que requiere un alto nivel de comprensión del docente y del estudiante, puesto que se requiere una multiplicidad de registros de representación semióticos que movilizan los saberes. Para ello, es fundamental que el docente sea consciente del contexto de los estudiantes a quienes va a impartir clases, que conozca de antemano las fortalezas y falencias de estos, sus motivaciones y sus saberes previos; puesto que si la enseñanza de las matemáticas se hace de manera descontextualizada puede ocurrir que en el futuro no puedan entender ni solucionar problemas matemáticos que atañen a escalas de medición, progresiones, y por ende, tendrían un uso limitado del razonamiento abstracto.

Temas como los *números enteros* en el ámbito de la enseñanza de las matemáticas son centrales en los primeros niveles educativos porque introducen a un concepto fundamental como las escalas, ya sea de temperatura, altitud o de tiempo histórico; por ello, se abre la puerta a la comprensión de múltiples campos como los de las ciencias humanas, naturales, entre otras. Sin embargo, aprehender el concepto de los números enteros representa desafíos para los estudiantes, especialmente en el campo aditivo. Entre los principales desafíos está la comprensión de los enunciados-problema porque no se redactan o explican de forma comprensiva para un estudiante de grado séptimo, siendo este desafío el que se abordará en este trabajo.

Por ello, el presente trabajo está enfocado en primer lugar, en analizar los enunciados-problema presentes en dos textos escolares —*Vamos a aprender matemáticas, Libro del estudiante 7* y *Nuevas matemáticas 7*— para proponer una organización redaccional de los enunciados-problema del campo aditivo de los números enteros con una perspectiva semiótica-cognitiva que mejore las dificultades de comprensión de los estudiantes de grado séptimo cuando se enfrentan a enunciados-problema.

El marco teórico que guía esta propuesta didáctica es el de la semiótica cognitiva, la cual parte de estudiar el rol que las representaciones semióticas, ya sean palabras, números o cualquier otro morfema, juegan en el proceso de aprendizaje. Aplicar este campo de estudio en el análisis de la didáctica de las matemáticas permite elaborar estrategias que faciliten el entendimiento de los enunciados-problema permitiendo así que los estudiantes puedan conectar el lenguaje con las operaciones matemáticas, así como con las representaciones visuales.

El trabajo se estructura en cinco secciones principales. En la primera parte, se presenta el problema central, al igual que la justificación; luego se aportan los antecedentes donde se exploran las principales dificultades de comprensión de los enunciados-problema relacionados con los números enteros en los ámbitos internacional y local, al final de esta sección se establecen los objetivos. En la segunda, se desarrolla el marco teórico partiendo de las bases generales que brinda la semiótica para posteriormente, articularla con la enseñanza de las matemáticas, particularmente con la comprensión de los enunciados-problema del campo aditivo de los números enteros. En la tercera parte se ubica la metodología, donde se describen las fases de implementación del trabajo. En la cuarta parte, se realiza un análisis detallado de los enunciados presentes en los textos escolares. Finalmente, se presenta una propuesta didáctica cimentada en la semiótica cognitiva que permitirá mejorar la comprensión de los enunciados-problema del campo aditivo de los números enteros.

Descripción del Problema

El ejercicio de la enseñanza de aprendizaje de las matemáticas en la escuela secundaria permite identificar diferentes falencias de los estudiantes en el momento de enfrentar el reto de la comprensión de los problemas matemáticos. Algunos estudios como los arrojados por las pruebas Pisa (2018) y el ICFES (2022) dan cuenta de qué existen múltiples dificultades con el área de matemáticas, entre ellas sobresalen los errores en la resolución de los problemas matemáticos, y tal falencia no se debe solamente a la falta de dominio de conceptos numéricos o procedimentales sino más bien a dificultades en la comprensión lectora de los enunciados-problemas y en el razonamiento necesario para encontrar su solución.

En esa medida, algunos estudios como los de Londoño (2018) y Goyes (2021) identifican que algunas de las dificultades de la comprensión lectora están relacionadas con la organización redaccional de los enunciados problemas matemáticos, aspecto que se convierte en la raíz del problema puesto que no permite la comprensión del texto, el razonamiento y el análisis que los estudiantes deben realizar cuando tratan de comprender el significado de los enunciados para solucionar los problemas que plantean las matemáticas.

Los estudiantes tienen habilidades para resolver algunos algoritmos, sin embargo, presentan dificultades en la comprensión de los enunciados matemáticos. Para tratar dicha falencia, Mahecha y Montero (2020), sugieren abortarlas desde el concepto de *macroestructura textual* (*s.p.*) integrando las áreas de matemáticas y lenguaje. No obstante, a los estudiantes se les dificulta la identificación de incógnitas y otros datos importantes para la comprensión y resolución de un problema puesto que carecen de habilidades para reinscribir de manera simple el enunciado o definir etapas que les permitan resolver el problema de forma sencilla. Así lo confirman

Domínguez *et al.* (1994), cuando expresan que para solucionar un problema el alumno debe interpretar y entender el enunciado, traducirlo y transformarlo en un lenguaje más sencillo, según los autores para no incurrir en interpretaciones erróneas que dificultan la solución, incluso de las más elementales operaciones matemáticas, como lo son la suma y la resta con un solo dígito. Los autores mencionados sugieren que es necesario aprender a diferenciar entre un problema y un ejercicio, debido a que un problema permite diferentes mecanismos de solución; mientras que un ejercicio es una situación habitual donde se conoce el procedimiento para alcanzar la meta; para el caso que nos ocupa, el interés se centra en la comprensión de los enunciados de los problemas, proceso en el que es preponderante el papel que desempeña el profesor y las estrategias que emplea para facilitar la resolución de los mismos.

Al respecto, Duval (2004) afirma que en la enseñanza de la comprensión de los enunciados de los problemas usan solo variaciones estructurales de redacción y le restan importancia a los elementos cognitivos y semióticos que están involucrados y que inciden en la comprensión; ya que, desde el punto de vista cognitivo, la actividad matemática incluye la interacción de por lo menos de "dos registros de representación o permite el cambio de un registro a otro" (Duval y Sáenz-Ludlow, 2016, p. 36). Esto explica porque lo que matemáticamente es simple, cognitivamente es complejo y requiere un desarrollo de una conciencia específica sobre cómo coordinar los registros. La actividad matemática empieza cuando comienza la coordinación de registros.

A pesar de que la realización de operaciones con números enteros son ejercicios numéricos usuales que hacen parte de las actividades cotidianas de los individuos como hacer compras, vender, calcular inversiones, ganancias y pérdidas, entre otras, existen dificultades en el manejo. Según los informes del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes —PISA— en la mayoría de los colegios de Colombia los resultados de estas pruebas no son alentadores: nuestro país ocupa el penúltimo lugar con un puntaje en matemáticas 391, ciencias 413 y lectura 412 puntos (Sánchez, 2023). Los alumnos del grado séptimo que hacen parte de estos estudios no son ajenos a esta situación; una de las posibles causas es que los enunciados de los problemas matemáticos no son lo suficientemente explícitos, dificultando la comprensión de los mismos y, por tanto, el ejercicio de resolución. Así las cosas, el avance y agudización del problema terminan por generar odio, aversión y rechazo por las matemáticas, y por otras asignaturas del currículo relacionadas con esta área de conocimiento.

Ahora bien, también es probable que las estrategias que emplean los docentes al enseñar lo relacionado con el campo de los números enteros no sean suficientes ni eficientes para evitar que los alumnos resuelvan de manera mecánica los problemas matemáticos debido a la falta de comprensión del enunciado-problema puesto que ello limita la ejecución de un proceso de interpretación y de comprensión de los enunciados. De esta manera, la aprehensión que se hace del enunciado, cuando no es errónea, es mínima, y ello dificulta la asimilación del valor negativo o el valor absoluto de los números enteros y reduce las posibilidades de diseñar y proponer alternativas de solución. Ello, se sustenta en el pensamiento de Duval (1999) que está centrado en la idea de que la comprensión de los enunciados matemáticos no solo depende del conocimiento previo, sino también de la interpretación semiótica de los símbolos y los conceptos que se presenten en dichos enunciados.

La semiótica, en este caso, hace referencia al estudio de los signos y cómo estos signos se interpretan —en el campo aditivo de los números enteros se deben ejecutar operaciones matemáticas como sumar o restar— y la transformación en significados —signos del resultado— dentro del proceso de resolución de problemas, a lo que Duval ha denominado *conversión* (1999).

Justificación

La enseñanza de aprendizaje de las matemáticas en la educación básica permite el desarrollo de competencias lógico-matemáticas que inciden en la formación integral de los estudiantes; sin embargo, como se precisó anteriormente tanto los resultados de las pruebas nacionales e internacionales, y el ejercicio pedagógico en el aula dan cuenta de las dificultades que poseen los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos debido a la falta de comprensión de los enunciados-problemas del campo aditivo de los números enteros. Tal falencia incide directamente en el desempeño académico de los estudiantes en esta área y también limitan el desarrollo de sus habilidades matemáticas que son indispensables para su aprendizaje y para la progresión y coherencia tanto vertical como horizontal que proponen los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.

Así las cosas, la comprensión lectora es un factor fundamental que incide en la comprensión de los enunciados matemáticos, y sumado a ello la redacción de estos incide en su comprensión, puesto que en varias ocasiones los estudiantes no logran comprender adecuadamente el problema debido a la complejidad de la redacción, la falta de claridad de la información y la ausencia de estrategias cognitivas que faciliten el desarrollo y resolución del problema matemático propuesto. Por ello, es necesario identificar estas falencias y proponer estrategias que favorezcan la comprensión, así como la organización redaccional de los enunciados de los problemas matemáticos del campo aditivo de los números enteros.

De ahí que, el presente trabajo responda a la necesidad de mejorar el ejercicio pedagógico y de aprendizaje en la resolución de los problemas matemáticos del campo aditivo de los números enteros por medio de la organización redaccional de los enunciados- problema, aspecto que aborda no solamente los aspectos matemáticos sino también lingüísticos y semióticos que intervienen en el proceso de comprensión y resolución de problemas. Por ello, desde los aspectos teóricos este estudio se pone de relieve la importancia y transversalidad que tiene el área de lenguaje y sus procesos lingüísticos y semióticos en la comprensión de los problemas matemáticos, puesto que una reorganización redaccional de los enunciados-problema permite que los estudiantes comprendan el propio enunciado y puedan solucionarlos eficazmente.

Según la Comisión Económica para América Latina y el Caribe ——CEPAL— (2003), los problemas deben estudiarse desde varias disciplinas de manera que se puedan crear equipos en busca de soluciones integrales. En consonancia con la CEPAL, Ruíz (2002) afirma que la educación debe concebirse como un cuerpo articulador de varios sistemas para que pueda funcionar eficientemente; entonces, es importante que los profesores generen espacios de diálogo entre los saberes de diferentes disciplinas, para lograr la formación integral del alumno. Bajo esta perspectiva, en relación con el tema de la presente investigación, es evidente que la transversalidad entre las matemáticas, los procesos de lectoescritura de la lengua materna, la semiótica, e incluso la pragmática, fortalecerán el procesamiento de la información de los enunciados y la subsecuente comprensión y resolución de los problemas matemáticos del campo de los números enteros.

De igual modo, ese trabajo permitirá que los docentes tengan herramientas didácticas que faciliten la enseñanza de los números enteros y la resolución de sus problemas, así como que puedan realizar las modificaciones pertinentes a nivel redaccional de los enunciados de los problemas matemáticos, para que puedan lograr aprendizajes significativos y eficaces en sus estudiantes, mejorando su práctica docente, fomentando pensamiento número, lógico y variacional y mejorando los resultados académicos de los estudiantes. Este último aspecto también incide en los resultados y posicionamiento que pueda tener la institución educativa en el marco de las pruebas de Estado o Pruebas Saber, puesto que la resolución de problemas matemáticos es una competencia transversal que permite el desarrollo del pensamiento lógico, la toma de decisiones e inclusive la resolución de situaciones de la cotidianidad.

Sumado a ello, el presente trabajo se encuentra alineado por las directrices que establecen la legislación colombiana frente al aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, alineando sus objetivos con los propuestos en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, dado que la finalidad de la educación matemática es "responder a las nuevas demandas globales, debe encaminarse a formar ciudadanos y ciudadanas con las competencias necesarias para el ejercicio de sus deberes y sus derechos" (MEN, 2006, p. 46); donde el conocimiento matemático es imprescindible para que se desempeñen en forma activa en sus vida social y política y, sobre todo, con los argumentos necesarios para la toma de decisiones.

Antecedentes

Este apartado contiene las investigaciones relacionadas con el tema de estudio, estás enriquecen el tratamiento del objeto de investigado a partir de la confrontación y determinación de puntos de encuentro o diferencias. Sus aportes, aunados a la identificación de la situación particular que viven los estudiantes de grado séptimo que hacen parte del presente estudio, permiten conocer cómo y qué soluciones se han planteado para atender la falta de comprensión de los enunciados-problema del campo aditivo de los números enteros. La información obtenida procede de diferentes bases de datos como Google Scholar, Scielo, Redalyc y los repositorios de universidades internacionales, nacionales y locales. A continuación, se refieren en primera instancia los artículos y trabajos de grado identificados en el ámbito internacional.

A Nivel Internacional

En las investigaciones internacionales, en primera instancia se relaciona la tesis doctoral: "Aprendizaje de los problemas aditivos y comprensión de textos" de Damm (1992); la autora describe los problemas aditivos como problemas de enunciado de una situación social o económica simple, cuya solución requiere de utilizar la adición o la sustracción. Los análisis sobre la solución de problemas aditivos presentan características comunes como: únicamente requieren de una operación, suma o resta para su resolución. Los resultados hacen aparecer dos grupos de problemas aditivos: los que presentan dificultados entre los 6 y 9 años de primaria y los que se presentan en los últimos años con dificultades mayores (9-12 años). Las dificultades de resolución son asociadas a dificultades de representación, sobre las descritas en el enunciado entre los datos del problema. La resolución de los problemas aditivos se centra en enseñar a proponer tipos de representación de acuerdo con la categoría del problema, dichas representaciones presuponen una comprensión del enunciado del problema por parte de los estudiantes. En ese sentido, las dificultades no radican en los aspectos numéricos y pragmáticos, sino que son más relevantes las relaciones de orden temporal del enunciado y en el sentido de los verbos portadores de la información numérica; la organización de la redacción del texto del problema que, al contenido cognitivo necesario para resolverlos, para una misma situación descrita la presentación de la descripción puede variar, influyendo en el desempeño de los alumnos.

En ese contexto, la organización redaccional del texto es decisivo para resolver el problema. Por un lado, se supone que los estudiantes emplearan una operación suma o resta para resolverlo, o sea, semánticamente se considera neutros y, por otro lado, el enunciado hace referencia a una situación no matemática donde los números dados pueden significar ganancia, pérdida, diferencia de precio o gastos. En esa medida, esta investigación reitera y pone de relieve que el orden y la redacción del enunciado influyen en el desempeño del estudiante, ratificando la presente propuesta.

Por otro lado, Flores y Pluvinage (2016) en "Génesis Semiótica de los Enteros" centran su atención en las dificultades operativas y conceptuales de los números negativos, cuyo manejo por parte de la comunidad educativa es insuficiente, con espacios reducidos en los programas curriculares y en los textos de estudio. La investigación se enfocó en el fortalecimiento del aprendizaje de los números con signo negativo, las consideraciones socio-epistemológicas de la aparición e inclusión de los signos, la enseñanza de los números enteros con énfasis en la propiedad distributiva del producto sobre la suma y en operaciones del producto de enteros.

El estudio en referencia evidencia las dificultades de la enseñanza de los números con signos negativos, cuyo aprendizaje se torna complicado y de difícil comprensión debido a la ausencia de la génesis discursiva y semiótica y a la omisión de la visualización gráfica como estrategia didáctica. Flórez y Pluvinage (2016), concluyeron que los responsables de las decisiones a nivel educativo le dan poca importancia a la enseñanza de la regla de los signos y que las consecuencias negativas son significativas.

En la investigación destacan que el enunciado de la regla de los signos es muy operativo, útil para resolver problemas de contabilidad y de ecuaciones sencillas, más aún, cuando el uso de las herramientas tecnológicas facilita las operaciones y minimiza los riesgos de error. Estas consideraciones son la justificación para no hacer énfasis en la regla de los signos. Sin lugar, a dudas este es otro aspecto importante en la enseñanza de los números enteros, dado que si no se brindan las bases teóricas pertinentes el estudiante no logra comprender las reglas de los signos y ello, sin lugar a duda, afecta la comprensión y desarrollo de los enunciados-problema.

Seguidamente, otro trabajo importante lo constituye el publicado por el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados de México de Gallardo y Mejía (2016) titulado “Textos producidos por alumnos del cuarto grado de primaria al resolver problemas elementales con números enteros”. En esta investigación se estudiaron las dificultades de los estudiantes al realizar operaciones de adición, sustracción y problemas de orden con este tipo de números. La investigación se llevó a cabo empleando el método cualitativo, la entrevista y la encuesta que se aplicó a 16 estudiantes; se analizaron los textos producidos por ellos, para describir los procesos cognitivos que se ejecutan en la realización de operaciones básicas con números enteros.

En el mismo sentido del presente trabajo, Auqui (2019) analiza las dificultades que enfrentan los estudiantes de una institución en Huancayo, Perú cuando realizan operaciones con números enteros. La investigación aplicó los lineamientos del enfoque cualitativo para recolectar información sobre tres tipos de obstáculos: didácticos, ontogenéticos y epistemológicos que enfrentan los estudiantes al realizar las operaciones con números enteros y al tratar de comprender los enunciados de los problemas. El investigador se fundamentó en los aportes de Brousseau en el campo de la didáctica de las matemáticas, quien afirma que los obstáculos epistemológicos están relacionados con la dificultad para comprender las cantidades negativas y con la falta de habilidades para manejar dichos valores. Los obstáculos didácticos tienen que ver con fallas en la enseñanza impartida por el docente, cuando usa palabras o signos que generan nociones falsas que afectan el significado conceptual matemático; por otra parte, los obstáculos ontogénicos se refieren a condiciones genéticas específicas del estudiante.

Al relacionar los anteriores conceptos con los resultados de la investigación, Auqui (2019) concluyó que en el 55% de los alumnos la dificultad para resolver operaciones con números enteros y comprender los enunciados es causada por obstáculos epistémicos, en el 25% por obstáculos didácticos y en un número reducido de estudiantes se debe a obstáculos ontogenéticos.

Seguidamente, Domínguez (2021) adelantó el trabajo de grado titulado "Nivel de resolución de problemas de enunciado verbal en estudiantes de 2° de primaria de Nuevo Chimbote", con el objetivo de determinar la existencia de diferencias significativas en la resolución de problemas aditivos de enunciado verbal —PAEV— en estudiantes de segundo grado de dos instituciones educativas Gastón Vidal Porturas y Paz y Amistad. El trabajo se realizó con una población de 268 estudiantes, una muestra no probabilística de 56 siguió los lineamientos y procesos de la investigación cuantitativa y el diseño descriptivo comparativo. Se aplicó una prueba de rendimiento que fue validada por expertos y su confiabilidad se constató a través del alfa crombah.

Domínguez (2021) concluyó el 39% de los estudiantes de la Institución Educativa Gastón Vidal Porturas se ubican en el nivel de proceso en la resolución de PAEV, el 32% en inicio y el 29% alcanzó el logro esperado; mientras que el 50% los estudiantes de la Institución Educativa Paz y Amistad se ubican en nivel de proceso, el 43% en inicio y solo el 7% alcanzó el logro esperado. Estos resultados demostraron las diferencias evidentes que existen en el nivel de resolución de problemas aditivos de enunciado verbal en la muestra que hizo parte de la investigación.

Respecto a las anteriores investigaciones, se puede evidenciar que presentan elementos en común que resultan fundamentales para sustentar y enriquecer la presente investigación, en particular por su enfoque en las dificultades cognitivas, semióticas y didácticas que enfrentan los estudiantes al resolver problemas aditivos con números enteros. Un aspecto transversal en todos los trabajos es la identificación de la *comprensión del enunciado* como eje crítico del desempeño estudiantil. Tanto Damm (1992) como Domínguez (2021) destacan que no basta con el dominio operativo de la suma o la resta; la redacción, el orden temporal de los enunciados y la semántica de los verbos inciden significativamente en la correcta interpretación del problema.

Asimismo, investigaciones como las de Flores y Pluvinage (2016) y Auqui (2019) profundizan en las barreras que se interponen entre el estudiante y la apropiación de los números enteros, particularmente aquellos con signo negativo. Sus hallazgos ponen en evidencia la necesidad de abordar el aprendizaje desde un enfoque más discursivo, visual y epistemológico, reconociendo que muchos errores derivan de una enseñanza centrada en reglas sin sentido teórico claro para los estudiantes.

Por otro lado, Gallardo y Mejía (2016) aportan una mirada cualitativa que revela los procesos internos que los alumnos activan cuando enfrentan este tipo de problemas, especialmente en los niveles básicos, lo cual refuerza la idea de que el desarrollo de habilidades de interpretación textual es clave para avanzar en la comprensión matemática.

En conjunto, estos trabajos permiten establecer que la dificultad en la resolución de problemas aditivos con números enteros no se origina exclusivamente en los contenidos matemáticos, sino en una interacción compleja entre el lenguaje, la representación semiótica, los obstáculos didácticos y la manera en que se redactan y presentan los enunciados. Este hallazgo respalda la necesidad de reorganizar los enunciados-problema, tal como lo propone esta investigación, con el fin de favorecer un aprendizaje más significativo y accesible para los estudiantes de grado séptimo. Por tanto, se justifica plenamente una intervención centrada en el análisis, rediseño y estructuración lingüística de los enunciados del campo aditivo, como vía para potenciar la comprensión y el rendimiento en esta área del conocimiento.

A Nivel Nacional

El artículo “Comprensión y resolución de problemas matemáticos desde la macroestructura del texto” de Mahecha y Montero (2020) da cuenta de la aptitud de los estudiantes en la resolución de algoritmos matemáticos y la persistencia de la dificultad para comprender los enunciados de los problemas matemáticos, es de necesaria referencia entre los estudios registrados en el panorama académico nacional, porque coincide con el tema del presente estudio.

El objetivo de los investigadores fue diseñar y compartir una propuesta metodológica que mejore la comprensión de los enunciados y facilite la resolución de los problemas. La propuesta se fundamentó en la integración de las áreas de matemáticas y lenguaje a través del concepto de *macroestructura textual*, asumida como punto de partida que contribuye a reducir la distancia entre estas áreas, bajo la consideración de que el análisis de los enunciados de los problemas matemáticos y la comprensión de textos son procesos interdependientes; por lo tanto, la escuela debe ofrecer herramientas y estrategias para potenciar la habilidad lectora en los estudiantes.

Este estudio tuvo un enfoque cualitativo y se realizó a partir de la investigación-acción, a través del análisis de textos cortos se identificó las dificultades y fortalezas de los estudiantes en la resolución de problemas y en la interpretación y manejo de la información del enunciado. Los resultados del análisis de las dificultades que presentan de los estudiantes evidenciaron que la mayoría de los estudiantes se ocupan solamente de los datos numéricos del problema dejando de lado la categorización de dichos datos y el reconocimiento de aquellos que no se presentan en forma numérica, es decir, aquellos que se expresan con las palabras: un, una, uno, diariamente, cada, etc.

Al finalizar la investigación, Mahecha y Montero (2020) hicieron las siguientes recomendaciones: construir los enunciados de los problemas con los estudiantes para motivarlos a realizar un análisis de carácter literal e inferencial de los mismos; identificar las habilidades que posee el estudiante para hacer el análisis literal del enunciado; promover el uso adecuado del vocabulario; fortalecer el uso de los signos de puntuación. En resumen, según Tamariz (*s.f.*), el docente debe orientar continuamente a los estudiantes, principalmente, cuando sea necesario "traducir" del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático; la traducción es una habilidad básica para solucionar problemas.

Por otro lado, en lo que respecta la semiótica cognitiva como perspectiva teórica del presente trabajo vale la pena resaltar el estudio de Londoño (2018) titulado "Comprensión de enunciados de problemas multiplicativos: algunas dificultades semiótica-cognitivas", investigación cualitativa, descriptiva e interpretativa, adelantada con estudiantes de grado sexto.

El investigador organizó el proceso en dos etapas. Inicialmente, seleccionó los enunciados representativos de comparación, proporcionalidad y de combinación de los problemas y en la segunda realizó observaciones a la interpretación que hicieron los estudiantes de los enunciados. Con base en los resultados de las fases precedentes, modificó los enunciados de la primera fase para cambiar el trasfondo que obtendría el alumno al leer el enunciado problema; posteriormente, agregó a los enunciados, representaciones auxiliares, como figuras e iconos para determinar si la comprensión mejoraba, empeoraba o si persistían los mismos problemas.

Londoño (2018) concluyó que los estudiantes tienen dificultad para comprender los enunciados de los problemas porque el escritor del enunciado no concibe a su potencial lector antes de producir el enunciado, es decir, no considera si el aprendiente posee las herramientas, los conocimientos necesarios y las estructuras cognitivas que se requieren para procesar este tipo de información. Cuando el autor modificó la redacción del enunciado, salieron a flote los problemas de redacción y las dificultades de comprensión que estaban causando. Tales hallazgos por parte de

Londoño (2018) permiten vaticinar los resultados de la presente investigación puesto que dan cuenta del mismo problema y objetivos investigativos.

Otro aspecto relevante para el presente trabajo atañe a los procesos cognitivos. Al respecto, Arteafa, Rodríguez y Rosero (2019) presentan una investigación de corte cualitativo, interpretativo y descriptivo denominada "Procesos de regulación metacognitiva en las transformaciones de tratamiento y conversión para solucionar problemas en estructuras aditivas de los números enteros". El objetivo de este estudio fue analizar la importancia de la regulación metacognitiva en la resolución de problemas aditivos de números enteros.

Arteaga, Rodríguez y Rosero (2019) demostraron que cuando los estudiantes de grado sexto tratan de solucionar problemas de estructuras aditivas con números enteros tienen dificultades en "la interpretación, planificación, monitoreo y uso de registros" (p. 13). Para tratar estas deficiencias, las investigadoras diseñaron e implementaron actividades para fortalecer el uso de las regulaciones metacognitivas de los estudiantes, después de este proceso lograron avances significativos en las operaciones de suma, resta e interpretación del signo negativo; además, los estudiantes lograron producir argumentos para sustentar y validar sus respuestas. Estos resultados les permitieron sugerir que el docente debe motivar permanentemente al estudiante y sustituir el método tradicional de encontrar la respuesta a los problemas matemáticos, sin considerar si es o no correcta.

Otro estudio que guarda relación con la problemática de la presente investigación es el realizado por Arrieta y Martínez (2021) *Resolución de problemas matemáticos desde la comprensión lectora una gestión de docentes de educación básica,* que cuestiona las estrategias de los docentes para enseñar a comprender textos de matemáticas. Con relación a la metodología de investigación, se aplicó el enfoque cualitativo y la investigación-acción, la muestra estuvo constituida por 9 docentes; a quienes se aplicó una encuesta para conocer las estrategias que implementan para mejorar la comprensión de lectura; se enfatizó en que esta habilidad no debe centrarse solamente en leer claramente, sino en entender, analizar, socializar y controvertir el texto leído; además, estructurar y planear como utilizar lo aprendido en la solución de problemas matemáticos. Los investigadores destacaron el invaluable aporte que hicieron los docentes para lograr el aprendizaje significativo de sus estudiantes.

De este modo, estas investigaciones coinciden en resaltar la importancia de la comprensión lectora como componente fundamental en la resolución de problemas matemáticos, aspecto que se relaciona directamente con los objetivos de la presente investigación. Las investigaciones presentadas evidencian que la principal dificultad en la resolución de problemas matemáticos no está en los cálculos, sino en la comprensión de los enunciados. Investigaciones como las de Mahecha y Montero (2020) y Londoño (2018) coinciden en que el lenguaje y la estructura del texto influyen directamente en el desempeño de los estudiantes. Por su parte, Arteaga, Rodríguez y Rosero (2019) destacan la importancia de las habilidades metacognitivas para interpretar correctamente los problemas, mientras que Arrieta y Martínez (2021) enfatizan el rol del docente y la necesidad de estrategias que integren lectura y matemáticas.

En conjunto, estos trabajos aportan evidencias claras de que la forma en que se redactan los problemas afecta la comprensión y el aprendizaje. Por eso, reorganizar los enunciados-problema del campo aditivo de los números enteros es una propuesta pertinente y necesaria para mejorar el desempeño de los estudiantes de grado séptimo.

A Nivel Regional

En esta categoría se incluye la investigación "Las representaciones semióticas en el aprendizaje de los números enteros" realizada en el Colegio Nuevo Horizonte del municipio de Andalucía, Valle del Cauca por Veloza (2020). El objetivo fue identificar los conocimientos previos de los estudiantes, describir los cambios y "caracterizar la influencia de las actividades cognitivas en el tratamiento y en la conversión de las representaciones semióticas en la enseñanza y aprendizaje de los números enteros" (p. 5).

A través del enfoque cualitativo, en primer lugar, se analizaron los problemas de comprensión que presentaban los estudiantes cuando interpretan la recta numérica y la expresión algebraica, tabular y cartesiana que frecuentemente se usan en las clases de matemáticas; en segundo lugar, se identificaron las estrategias didácticas que mejoran la comprensión, tratamiento y conversión de las representaciones semióticas.

Veloza (2020) concluyó que los estudiantes tienen dificultad para manejar valores negativos, comenten errores en el reconocimiento de unidades significativas y fallan en la interpretación del registro inicial, entre las causas del problema, mencionaron la falta de claridad del enunciado y en general, el desconocimiento de las reglas semióticas que facilitan el tratamiento de las representaciones; por consiguiente, recomendaron al docente analizar la manera en que aprenden los estudiantes e identificar las reglas que utilizan y las actividades que aportan al aprendizaje de los números enteros.

Para cerrar este capítulo, conviene ahora mencionar el estudio "Las representaciones semióticas (registro numérico decimal y figural unidimensional) en operaciones aditivas con números enteros a través del sitio web ThatQuiz", adelantado por Rivera (2021), quien pretendía generar una propuesta para solucionar las falencias académicas del área de las matemáticas en una institución educativa pública del municipio de Miranda (Cauca) donde la enseñanza se basaba en métodos que estaban fundamentados en lo operacional que desconocían la importancia de las representaciones semióticas. Las actividades de la propuesta fueron diseñadas para fortalecer el desarrollo de operaciones aditivas con números enteros a través del sitio web *ThatQuiz*.

Para desarrollar la investigación, se adoptó el enfoque cualitativo de tipo descriptivo; la población estuvo conformada por los alumnos de la institución de Miranda; la muestra fueron 34 estudiantes del grado séptimo, con los cuales se identificó los elementos de suma en sentido mismo y opuesto; se establecieron las debilidades que tenían los estudiantes al realizar operaciones aditivas con números enteros; finalmente, después de analizar los resultados, se diseñó una valoración diagnóstica.

Esta investigación constituye un interesante punto de referencia porque al igual que el presente estudio, se llevó a cabo con estudiantes del grado séptimo en instituciones educativas del departamento del Cauca y porque el cometido de las dos investigaciones es generar una estrategia pedagógica que facilite la comprensión de los enunciados y la resolución de los problemas matemáticos.

Así pues, las investigaciones de Veloza (2020) y Rivera (2021) resaltan el papel clave de las representaciones semióticas en el aprendizaje de los números enteros. Ambas evidencian que los estudiantes tienen dificultades para interpretar y convertir registros como la recta numérica o expresiones algebraicas, en parte por la falta de claridad en los enunciados y por una enseñanza centrada solo en lo operativo. Además, muestran que el uso de estrategias didácticas enfocadas en la comprensión de esas representaciones mejora significativamente el desempeño estudiantil.

Estos hallazgos refuerzan la necesidad de rediseñar los enunciados de los problemas del campo aditivo de los números enteros. Así, el estado del arte respalda la propuesta de esta investigación de reorganizar la redacción de los enunciados-problemas del campo aditivo de los números enteros como una vía efectiva para facilitar la comprensión y mejorar el aprendizaje en estudiantes de grado séptimo.

De este modo, la revisión de los antecedentes evidencia que las dificultades de aprendizaje de los estudiantes no están ligadas con los problemas matemáticos en sí mismos, sino en la comprensión de los enunciados-problema redactados. Varias investigaciones coinciden en que las dificultades surgen por una comprensión limitada del texto, una interpretación vaga de las representaciones semióticas y una enseñanza centrada solo en los aspectos técnicos.

Estudios como los de Mahecha y Montero (2020), Londoño (2018), y Veloza (2020) resaltan que la forma en que se redacta un problema puede facilitar o dificultar su comprensión, mientras que otros muestran que el uso adecuado de representaciones y estrategias metacognitivas mejora el aprendizaje. Además, el rol del docente y la forma en que se enseñan estas habilidades es fundamental, como lo proponen Arrieta y Martínez (2021).

En resumen, todos estos trabajos refuerzan la idea central de esta investigación: la reorganización redaccional de los enunciados-problema del campo aditivo no solo es necesario, sino que puede marcar la diferencia en la comprensión de los números enteros en estudiantes de grado séptimo. Aunque algunos estudios se enfocan más aspectos de carácter visual u operativo mientas que esta propuesta pretende integrar redacción, comprensión y representación para lograr un aprendizaje efectivo.

Objetivos

Objetivo general

Modificar la organización redaccional de los enunciados-problema del campo aditivo de los números enteros desde una perspectiva semiótica-cognitiva para facilitar su comprensión y mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje en el aula de clase de los estudiantes del grado 7° de la Institución Educativa Asnazú.

Objetivos específicos

- Analizar las falencias lingüísticas a las que se enfrentan los estudiantes del grado 7° en la comprensión y resolución de los enunciados-problema matemáticos del campo aditivo de los números enteros desde los registros de representación semiótica de Raymond Duval.
- Ejecutar una estrategia de reorganización redaccional de los enunciados-problema del campo aditivo de los números enteros para facilitar la comprensión y razonamiento matemáticos de los estudiantes del grado 7°.
- Evaluar el impacto de la reorganización redaccional de los enunciados-problema del campo aditivo de los números enteros para dar cuenta de la factibilidad de los cambios propuestos evidenciados en el mejoramiento de la comprensión de los estudiantes del grado 7°.

Preguntas de Investigación

- ¿Cuáles son las principales dificultades que tienen los estudiantes del grado séptimo en la comprensión de enunciados problema del campo aditivo de los enteros?

- ¿Los enunciados problema propuestos por los libros permiten la comprensión del problema del campo aditivo por parte de los estudiantes?
- ¿Cómo la reorganización redaccional de los enunciados-problema del campo aditivo de los números enteros contribuye en la compresión y solución de estos en los estudiantes del grado 7°?

Pregunta que Recoge el Problema

¿Una reorganización redaccional de los enunciados-problema del campo aditivo de los números enteros desde una perspectiva semiótica puede cualificar el proceso de comprensión lectora de los estudiantes cuando analizan los enunciados problema del campo aditivo de los enteros?

Capítulo 1. Marco Teórico

En este apartado se presentan conceptos que son importantes y necesarios para este estudio, estos versan sobre el asumir el problema desde una perspectiva semiótica cognitiva, registro semiótico, la actividad matemática y la resolución de problemas aditivos, el lenguaje de las matemáticas, marcas lingüísticas en los enunciados problemas del campo aditivo de los enteros, las estructuras aditivas, comprensión lectora de las matemáticas, entre otros. Esta información es fundamental para profundizar en la comprensión y tratamiento del objeto de interés del estudio investigado y en la generación de una propuesta didáctica que responda a las dificultades encontradas en el procesamiento de la información de los enunciados problema del campo aditivo de los enteros que hacen los estudiantes de grado séptimo.

1.1 La Semiótica

Sobre su teoría denominada *semiótica cognitiva*, Duval (2016) sostiene que adquirir conocimiento matemático es un proceso complejo que requiere de la aplicación de los enfoques epistemológico y educativo, y los dos usan la representación para caracterizar cualquier fenómeno que se presente en el proceso de conocimiento. "La representación es algo que se pone en lugar de otro algo" (p. 62). Estas pueden ser concepciones particulares o erróneas de cada individuo a las que accedió a través de su producción verbal o esquemática. Además, sostiene que la manera de pensar es la misma en todas las áreas del conocimiento; no obstante, considerando que el conocimiento matemático es más abstracto, plantea las siguientes preguntas:

> ¿La manera de pensar en matemáticas es la misma que en otras áreas de conocimiento? En otras palabras, ¿La actividad matemática requiere solamente los procesos cognitivos comunes o, de hecho, requiere ciertas estructuras cognitivas muy específicas cuyo desarrollo se debe tener en cuenta en la enseñanza? (p. 63).

En este sentido, Duval (2016) sugiere preguntarnos: ¿El objetivo del aprendizaje de las matemáticas es propender por el desarrollo de las capacidades de razonamiento y análisis o formar futuros matemáticos? La respuesta es que las representaciones semióticas deben considerar el nivel de la estructura mental y el requerimiento epistemológico de las misma, por esta razón, las representaciones semióticas son un medio de acceso a los objetos matemáticos. Así las cosas, "El desarrollo de las representaciones semióticas fue una condición esencial para el desarrollo del pensamiento matemático" (p.64).

1.1.1 La Semiótica Cognitiva en la Comprensión de Enunciados

En el marco de la teoría semiótica de Duval (1999), la comprensión en la resolución de problemas matemáticos está íntimamente relacionada con la congruencia entre registros de representación. Esta congruencia se manifiesta cuando un estudiante logra establecer una correspondencia funcional entre distintas formas de representación; por ejemplo, entre una expresión simbólica y su interpretación gráfica o lengua natural, permitiéndole mantener la coherencia semántica del objeto matemático en cuestión (1999). La comprensión, entonces, no puede reducirse a la manipulación de símbolos o al seguimiento de procedimientos, sino que depende de la capacidad de coordinar distintos registros y realizar conversiones entre ellos. Esta habilidad se vuelve central en los procesos de aprendizaje, ya que sin ella no es posible acceder a la pluralidad semiótica que constituye el conocimiento matemático (Duval, 2004).

Por el contrario, cuando se produce no congruencia en los registros, es decir, cuando el estudiante no logra establecer conexiones semánticas consistentes entre representaciones diferentes, emergen dificultades fundamentales en la comprensión. Estas situaciones de no congruencia pueden dar lugar a errores sistemáticos o interpretaciones equivocadas, incluso si los procedimientos aplicados son formalmente correctos (Duval, 2017). La no congruencia revela un obstáculo cognitivo crítico: el estudiante puede operar en un registro sin lograr reconocer el objeto matemático en otro, lo que impide tanto la generalización como la validación del conocimiento. Por ello, Duval (1999) sostiene que el cambio de registro no es una habilidad suplementaria, sino una condición esencial del pensamiento matemático, y que la educación matemática debe centrarse en el desarrollo de esta competencia para garantizar una comprensión auténtica y profunda de los conceptos.

Sobre las frases del enunciado problema, Duval (1986) expone que deben estar "encadenadas" en torno a un campo de referencia común que comparten el destinador y el potencial destinatario, entonces la coherencia del enunciado no solo depende del componente lingüístico, sino de lo que esta implica cognitiva y semióticamente. Duval (1999) y Pontón (2008) agregan que, en la comprensión de los enunciados, en primer lugar, es necesario identificar la tipología de los textos de acuerdo con su naturaleza, con la variación de los modos de lectura y con las anotaciones y marcas propias del texto; en segundo lugar, es preciso reconocer los elementos que estructuran la redacción del texto.

1.1.2 Registro Semiótico y Congruencia entre los Registros

Para Duval (1995), *el registro semiótico* es el que permite cumplir con las tres actividades cognitivas de toda representación: constituyen o crean una marca o un conjunto ellas que se pueden identificar al representarlas en una cosa o un sistema determinado; transforman de acuerdo con las reglas establecidas las representaciones en otras representaciones en las cuales se obtenga ganancia de conocimiento y, por último, con las representaciones convertidas en otro sistema, es posible explicar otras significaciones respecto al objeto que representan.

Aquí es importante incluir la clasificación de los registros que hace Duval (1995): "discursivos permiten describir, inferir, razonar, calcular y los no discursivos que permiten visualizar lo que nunca es dado de manera simple" (p. 51). Los registros discursivos son los empleados por una lengua y con ellos se puede formular proposiciones o transformar expresiones, los no discursivos muestran maneras de configuración de formas.

Ahora, al cambiar de registros es posible que se pierda información o que esta se distorsione, por eso es importante mantener la coherencia conceptual al hacer el cambio, y para evaluar o hacer efectivo esto, Duval (1999a, 1999b, 2016) recomienda usar tres criterios: el primero es que *las unidades significantes estén tanto en uno como en otro registro*, es decir, si en un registro hay 5 unidades significantes, en el otro también deben estar esas cinco unidades sin importar el orden o ramificación que presente. El otro criterio es que *cada unidad significante debe corresponder a una única unidad en el otro registro y no a varias unidades*, lo que quiere decir que no se pueden añadir o quitar más ideas a uno de los registros, esto para evitar ambivalencias. Por ejemplo, en la conversión de un gráfico a una descripción verbal, un punto en el gráfico debe corresponder a una única descripción o palabra, y no a múltiples interpretaciones. Y, el último criterio, es que *el orden de las unidades significantes debe conservar la idea general*, o dicho de otro modo, el cambio de un registro a otro permite la trasposición de las unidades pero cuidando de no cambiar el significado macro, sin embargo, este criterio requiere más cuidado porque el cambio de orden de las unidades lógicas puede tornar críptico el mensaje, por esto, si se está traduciendo una secuencia de operaciones matemáticas en un problema escrito a un diagrama de flujo, el orden en que se presentan.

A esta situación de los enunciados de problemas aritméticos, Duval (1991) los denomina los *fenómenos de congruencia y no congruencia*, entre la operación aritmética a realizar y el valor positivo o negativo asociado al verbo portador de la información. La congruencia de dos representaciones de un mismo objeto matemático en registros distintos es posible cuando el paso de la una a la otra es espontáneo se presenta de forma natural, en caso contrario se denomina no congruencia; para identificarlo, es necesario segmentar las representaciones en sus unidades; esto implica identificar los detalles que componen cada representación para determinar los elementos que le dan sentido. La segmentación permite extraer las particularidades y los parámetros que facilitan su reconocimiento en otras representaciones, de tal manera que permitan reconocer la totalidad o parte del contenido de la representación inicial. Esto es, dos representaciones semióticamente diferentes, que matemáticamente representan el mismo objeto.

La congruencia o no congruencia de las representaciones según Duval (2004), depende de tres criterios: el primer criterio es el de *correspondencia semántica* y se refiere a las unidades significantes de cada representación. Para que se cumpla, las unidades deben estar explícitas en los dos registros; se presenta cuando la interpretación de “cada unidad del registro de partida, es semánticamente correspondida con una unidad en el registro de llegada” (Montaño, 2019, p. 46); y deben tener el mismo significado al interior de cada representación. El segundo criterio, “el de univocidad semántica terminal, esto significa, que una misma unidad significante dada en un registro, debe estar en correspondencia con una y solo una unidad significante dada en otro registro” (p. 46); la relación es uno a uno. El último criterio es el *arreglo de las unidades de cada representación*; esto implica que las unidades que se ponen en correspondencia deben darse en el mismo orden en las dos representaciones.

1.1.3 Registro de Lengua Natural

Sobre el papel de la lengua natural en la comprensión matemática, en el enfoque de Pontón (2017), la lengua natural no se acorta a ser un canal de sucesión de enunciados matemáticos, sino que constituye una dimensión cognitiva fundamental para interpretar y construir sentido en estos textos. La comprensión de un problema matemático exige que el estudiante acceda a los significados expresados en el registro de lengua natural, identifique las estructuras semánticas del enunciado y anticipe posibles rutas de razonamiento. Por ello, se considera que el dominio de esta lengua es una condición inevitable para activar procesos de tratamiento y conversión hacia otros registros de representación, como el simbólico o el gráfico.

Sobre la enseñanza del registro natural en la didáctica de las matemáticas, Pontón (2017) sostiene que la enseñanza de la lengua natural debe ser idónea como parte integral de la didáctica matemática. Desde este punto de vista, el desarrollo de competencias lingüísticas en registro lengua natural proporciona a los estudiantes no solo leer y comprender enunciados, sino también organizar y argumentar su pensamiento matemático. Esta competencia semiótico-lingüística posibilita una mejor articulación entre el texto del problema, las representaciones internas del estudiante y las técnicas de solución que se puedan desplegar a través de conversiones con otros registros semióticos.

Y con respecto a la necesidad de enseñar explícitamente la conversión entre registros, uno de los aportes clave de Pontón (2017) es visibilizar que la comprensión de enunciados matemáticos no puede asumirse como una habilidad espontánea del estudiante. La autora argumenta que la transformación de información expresada en registro de lengua natural hacia otros registros como el fraccionario, decimal o gráfico requiere enseñanza explícita. Específicamente, resalta que no todo el enunciado se convierte, sino ciertos segmentos que contienen información clave para el tratamiento matemático. Esta selección y conversión son operaciones cognitivas complejas que deben trabajarse intencionadamente en la escolaridad, específicamente el relacionado con el registro de la lengua natural.

1.1.4. Apuntes de Raymond Duval sobre la lengua natural

En el marco teórico de los registros de representación semiótica, Duval (2006) contempla la lengua natural como un registro particular, cuya multiplicidad lo distingue de los demás. A diferencia de registros más estructurados y formales, como el numérico o el gráfico, la lengua natural opera mediante una amplia variedad de formas discursivas. Esta pluralidad le permite participar tanto en interacciones cotidianas como conversaciones o narraciones espontáneas, así como en usos más formales y especializados, entre ellos el razonamiento matemático deductivo. Esta dualidad funcional implica que el tratamiento de información en este registro no es homogéneo, y, por tanto, su análisis y enseñanza requieren una atención específica y diferenciada.

Duval (2006) identifica al menos cuatro funciones discursivas esenciales que definen a cualquier sistema lingüístico entendido como registro: *la función referencial*, que permite nombrar o designar objetos; *la función apofántica*, relacionada con la formulación de enunciados completos; *la función de expansión discursiva* que posibilita desarrollar y extender ideas expresadas previamente; y *la función reflexiva* que permite al discurso analizarse y comentarse a sí mismo. Estas características hacen que la lengua natural sea plurifuncional, lo cual le otorga una figura semiótica clave para la construcción del conocimiento matemático, pero también plantea retos en su integración didáctica, ya que su uso eficaz en contextos matemáticos exige el dominio consciente de sus distintas funciones.

1.2 La Actividad Matemática

Ahora bien, la actividad matemática, entendida como un proceso cognitivo y semiótico, implica mucho más que la mera ejecución de algoritmos: requiere la movilización de distintos registros de representación y la coordinación entre ellos para construir significado. En el caso de la resolución de problemas aditivos con números enteros, esta complejidad se acentúa por las dificultades que enfrentan los estudiantes al interpretar signos, símbolos y enunciados que no siempre tienen un correlato directo en su experiencia concreta. Desde la perspectiva semiótica propuesta por Duval (1996, 1999), la comprensión matemática exige traducir y articular representaciones —como lo numérico, lo gráfico o lo verbal—, lo cual se convierte en un obstáculo cuando los estudiantes no logran efectuar adecuadamente estos tratamientos y conversiones. A ello se suma, como plantea Pontón (2017) el carácter interpretativo de la actividad matemática, donde los significados no están dados de forma inmediata, sino que deben construirse a partir de una lectura activa de las situaciones problemáticas. Así, la dificultad matemática en torno a los números enteros no solo radica en su carga conceptual, sino también en las barreras semióticas que median el acceso al sentido y a la solución de los problemas.

1.2.1 La Actividad Matemática y la Resolución de Problemas Aditivos

Para Godino (*s.f.*), la semiótica "se ha constituido en una técnica analítica que facilita los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas" (p. 7); sin embargo, muchas veces ha sido olvidada debido a la complejidad de las representaciones semióticas que usa el docente y la institución educativa. En este momento, el docente es el indicado para facilitar la comprensión de dichas representaciones porque un signo puede tener varios significados; es decir, se puede analizar y presentar desde diferentes puntos de vista. Entonces, en palabras de Godino (*s.f.*): "El estudio de las matemáticas, más que una práctica particular ante un problema concreto le interesa considerar los sistemas de las prácticas puestas de manifiesto por las personas, en su actuación ante tipos de situaciones problemáticas" (p. 21).

Por su parte Duval (1999a), distingue dos clases de registros que se emplean en matemáticas y los clasifican en: *discursivos,* los cuales permiten inferir, calcular y razonar, y los *no discursivos* que visualizan lo que no ha sido mostrado.

Así mismo, Pontón (2012) plantea que el conocimiento previo de los estudiantes influye en cómo interpretan los enunciados de los problemas matemáticos, pero esa interpretación no siempre lleva a una solución adecuada. Aunque los estudiantes pueden manipular las representaciones semióticas (como números o lenguaje), muchas veces los razonamientos que aplican no se ajustan a los procesos matemáticos requeridos ni a las transformaciones válidas entre registros implicados en el problema. En otras palabras, pueden parecer que comprenden, pero su interpretación no es congruente con el sentido matemático del enunciado.

Los estudiantes pueden manejar los registros, pero sin comprender lo que realmente significan en el contexto del problema, y es la razón que sus respuestas no sean correctas. No es que no sepan hacer tratamientos (operar), sino que interpretan mal en el sentido del problema por falta de una comprensión semiótica.

1.2.3 Marcas Lingüísticas en los Enunciados de los Problemas Matemáticos

En los enunciados de los problemas matemáticos se encuentran señales, marcas, indicios o palabras clave que, de acuerdo con Pontón (2012), permiten reconocer "el tipo de relaciones, operaciones, categorías, estructura semántica que se establecen en la situación extra-matemática que se pretende modelizar" (p. 33). Dichas marcas son fundamentales en la comprensión de los enunciados problemas, pues a su paso van tejiendo el texto y generando la coherencia y cohesión textual que son necesarias para encontrar los significados explícitos e implícitos de los enunciados.

Existe una gran variedad como sustantivos propios y comunes, adjetivos, adverbios, verbos, artículos definidos e indefinidos, deícticos, palabras que expresan interrogación como: qué … cuál… quién… cuántos y los conectores como las conjunciones y preposiciones, estos elementos lingüísticos y discursivos establecen necesarias relaciones que determinan el significado central — por lo tanto, a la operación matemática a aplicar— al que aluden los enunciados como: comparación, tipo de comparación, parte/todo, todo/parte, relaciones de orden, suma, obtener, agregar, reducir etc.

Un ejemplo de lo que Pontón (2012) plantea, se puede evidenciar al segmentar el enunciado-problema como se evidencia en el siguiente ejemplo:

Tabla 1

Ejemplo de segmentación de un enunciado-problema.

T1-E16-d-RLn Ln	**Segmentación 1**	**Segmentación 2**	**Segmentación 3**
Marcas lingüísticas	"De los 328 escalones que tiene un edificio"	"a Fernando le falta subir 79"	"¿Cuántos escalones ha subido?"
Unidad significante	328 escalones	79	Escalones
Marca de cantidad / relación	Que tiene un edificio	Le falta subir (relación) Verbo y estructura que indica faltante	¿Cuántos? Palabra interrogativa

Unidad de contenido	Cantidad total de escalones	Cantidad de escalones que aún debe subir Fernando.	Cantidad de escalones que Fernando ha subido
Estructura aditiva	Estado final	Cambio negativo	Estado inicial, incógnita
Conjunciones	No hay conjunciones explícitas en el enunciado, pero hay una relación lógica entre las partes: la diferencia entre la cantidad total y la cantidad que falta.		
Condicionales	La estructura implícita puede interpretarse como una condición: si el total son 328 escalones y a Fernando le falta subir 79, entonces la cantidad que ha subido es la diferencia entre ambos.		

Fuente: elaboración propia.

Específicamente, las marcas lingüísticas matemáticas son elementos del lenguaje que cumple un papel crucial en la comprensión y resolución de problemas matemáticos. Un ejemplo de esto son las palabras clave como *variación, diferencia, proposiciones, incógnita, números, suma, resta, problemas de dos cambios, estructura aditiva, contextos, sumar, restar, nivel del mar, temperaturas, ascensor y deudas*. Estas palabras indican operaciones matemáticas, relaciones entre números y situaciones contextuales específicas propias de las matemáticas (Díaz, 2005).

La posición de la incógnita es otro factor relevante pues su ubicación en el enunciado está relacionada con la estructura del problema matemático, influyendo en su complejidad y, por lo tanto, constituye una marca lingüística importante. Además, las referencias a operaciones matemáticas también son evidentes en los términos *suma, resta* y *unificación de operaciones,* que indican las acciones matemáticas que se deben realizar. Luego, indicadores de tiempo y de relación temporal, como *antes/después de Cristo* y *años vividos*, son marcas que sitúan los problemas en términos cronológicos, esencial para resolver problemas mediante la recta numérica (Díaz, 2005).

De esta forma, contextos como *nivel del mar, temperaturas, ascensor* y *cronología*, muestran cómo se enmarcan los problemas matemáticos en situaciones del mundo real, lo cual es fundamental para comprender el enunciado y aplicar las operaciones matemáticas adecuadas, y así, estas marcas lingüísticas ayudan a los estudiantes a identificar qué tipo de operación matemática es necesaria y cómo deben abordar la solución del problema planteado.

En la Tabla 2 se hace la tipología y se ejemplifica con enunciados.

Tabla 2

Tipología de las marcas lingüísticas[1]

Marcas	Descripción de la relación	Ejemplo
Sustantivos y verbos clave	Estas palabras suelen definir las acciones matemáticas que se deben realizar o los elementos esenciales del problema.	Un **submarino** está a 300 metros bajo el nivel del mar y **asciende** 150 metros. ¿A qué ***profundidad*** se encuentra ahora?
Conectores lógicos y preposiciones	Palabras que establecen relaciones entre las diferentes partes del enunciado y guían hacia la operación matemática adecuada	Pedro tenía una deuda de $50 *y* pagó $20, **pero** luego gastó otros $10. ¿Cuál es su saldo actual?
Comparación y relaciones	Marcas que sugieren la comparación entre magnitudes o la relación entre partes	El punto **más alto** de la montaña A es 200 metros **más bajo** que el de la montaña B, cuya altura es de 1500 metros. ¿Cuál es la altura de la montaña A?
Adjetivos y adverbios	Describen características que ayudan a especificar las magnitudes o contextos matemáticos	Juan tiene una deuda **mayor** que la de Carlos, si Carlos debe $70 y la deuda de Juan es $30 **más** alta. ¿Cuánto debe Juan?
Contexto temporal o espacial	Sitúan los problemas en un marco real o cronológico	En invierno, la **temperatura** de la ciudad es de -5°C, pero durante el día sube 8 grados. ¿Cuál es la temperatura al final del día?
Deícticos y artículos	Señalan o delimitan elementos específicos del enunciado	En **ese** preciso momento, la temperatura cayó 12 grados respecto a la mañana, cuando era **de** 20°C. ¿Cuál es la temperatura ahora?
Palabras interrogativas	Indican que se está planteando una pregunta y guían hacia la incógnita	¿**Cuántos** metros descendió un buceador que bajó 8 metros, luego subió 3 metros, y después bajó otros 5 metros?

[1] La palabra en negrita en el ejemplo es la marca lingüística.

Fuente: elaboración propia.

1.2.4 Variables de Redacción

La comprensión de textos implica una interacción entre el lector y el texto, donde intervienen diferentes variables. Por parte del lector, esta interacción depende de factores como su conocimiento previo, su comprensión del vocabulario específico y su capacidad para decodificar la información. Es decir, lo que el lector ya sabe y cómo interpreta lo que lee influye directamente en su comprensión.

En cuanto al texto, la comprensión se ve afectada por la organización del contenido y la forma en que está redactado. Estas variables textuales incluyen la estructura lógica, el orden de presentación de los elementos, y el uso de expresiones que hacen referencia a objetos, relaciones o estados. Para comprender un texto, es necesario que el lector realice un proceso de segmentación (dividir el texto en partes significativas) y recontextualización (dar sentido a esas partes dentro del contexto del problema o tema). Además, debe tener conciencia de las expresiones referenciales (que señalan cosas o ideas ya mencionadas o conocidas) y apofánticas (que afirman o niegan algo, y permiten tematizar). En conjunto, estos elementos muestran que la comprensión no depende solo del lector ni del texto de manera aislada, sino de la manera en que ambos interactúan activamente durante la lectura.

Siguiendo a Londoño (2018), hay dos tipos de variables de acuerdo con la fuente y con el emisor del contenido, esto es, hay unas variables para el lector y otras relativas al redactor. Las variables de la redacción se mueven entre el plano cognitivo que es el de las ideas matemáticas y en el plano lingüístico. Así, en el plano cognitivo puede haber 10 ejercicios similares del mismo tema, por ejemplo, de los números enteros, pero cada uno con un nivel de dificultad diferente;

entonces, la variable en juego es el presupuesto cognitivo que se requiere para desarrollar cada uno de los ejercicios. Ahora, en el plano lingüístico esos 10 ejercicios presentan la misma estructura gramatical, por eso se puede decir que son similares en apariencia, de esta forma la variable lingüística del enunciado permite hacer que un enunciado sea asequible o críptico. Seguido, en lo que atañe a las variables del lector, se debe considerar el bagaje matemático, la comprensión lectora y el vocabulario con el que cuenta el lector (Duval, 1986; 1999b); por ejemplo, en el enunciado "*En un huerto hay 5 filas de árboles frutales, cada una con 7 árboles. ¿Cuántos árboles hay en total*?"

El estudiante debe tener conocimientos previos sobre la operación de multiplicación, comprendiendo que *5 filas de árboles* y *cada una con 7 árboles* requiere aplicar una multiplicación para encontrar el total; así mismo, debe entender las palabras claves en el enunciado como *filas*, *cada* y *total* para identificar la relación entre las cantidades, y por último, debe ser capaz de entender la estructura sintáctica, que en este caso requiere reconocer que *cada una con 7 árboles* se refiere a las 5 filas mencionadas anteriormente, lo que implica una multiplicación.

A continuación, surge la pregunta de cómo enlazar los dos tipos de variables para permitir una lectura más fácil, a lo que Duval (1986) responde con la propuesta de acortar la distancia entre la fuente y el receptor del contenido. En otras palabras, estas interacciones entre las variables de redacción del texto y las variables relativas al lector pueden dar lugar a distintas situaciones de lectura, que varían en dificultad según la distancia entre el contenido cognitivo del texto y los conocimientos previos del lector, así como la diferencia entre la organización lógica del contenido y la manera en que está redactado. De este modo, cuando estas distancias o diferencias son mínimas, la situación de lectura es más sencilla y se asemeja a la comprensión del habla cotidiana. Sin embargo, cuando hay una distancia significativa en alguno de estos dos factores se complica la comprensión del texto. Puntualmente, dicho autor propone dividir el texto en unidades significantes, que son partes del enunciado que pueden ser procesadas semántica o cognitivamente, para luego integrar las unidades segmentadas y así poder entender el enunciado en su totalidad. Esto significa conectar las unidades de manera coherente con la estructura y el tema del texto, más allá de la disposición de las palabras.

1.3. Estructuras Aditivas

Este apartado se basa en la caracterización de situaciones de relación, estados cuyos tratamientos deriven varias operaciones aditivas o aditivas inversas, inclusive combinación de estas.

Vergnaud (2002) las considera como "un conjunto informal y heterogéneo de problemas, situaciones, estructuras, relaciones, contenidos y operaciones del pensamiento" (p. 40), que están interrelacionadas unas con otras durante el proceso de aprendizaje, cuyo tratamiento implica usar una o varias sumas o restas; a la vez que los conceptos permiten analizarlas como tareas matemáticas. Las estructuras las conforman los conceptos de medida, de composición binaria, de inversión, de comparación cuantificada, de desplazamiento, de cardinalidad o de unidad.

Para ilustrar esta categoría, son relevantes las explicaciones que al respecto hace Vergnaud (2003):

A esta categoría pertenecen los problemas verbales; se caracteriza porque en la comprensión de la situación problema se presentan tres momentos donde se puede apreciar como una cantidad inicial, puede cambiar después de ser sometida a una acción determinada.

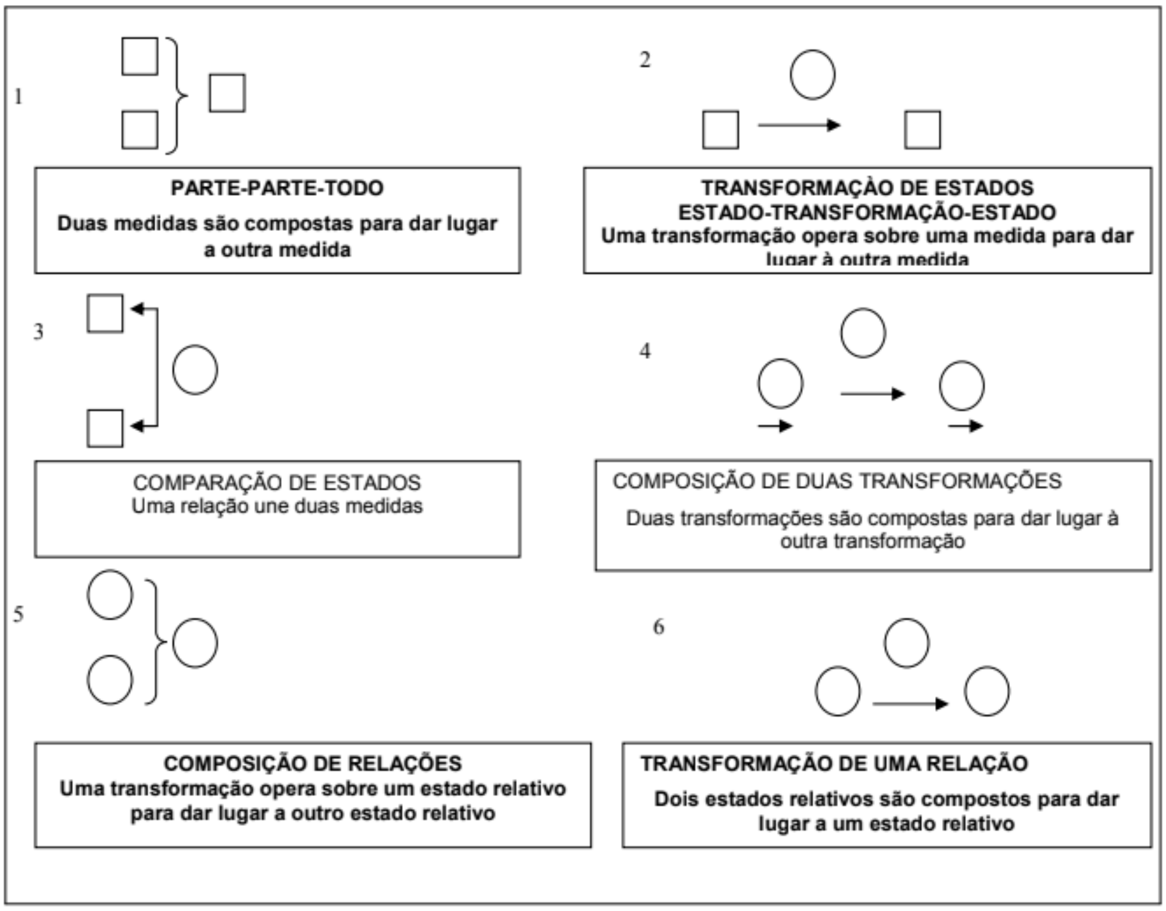
- Dos medidas se componen para dar lugar a otra medida; se refiere al desarrollo de una operación básica matemática de sumar o restar dos cantidades para obtener como resultado otro valor, por ejemplo: un estudiante tiene 8 canicas de acero y 4 de vidrio. ¿Cuántas canicas tiene? $8 + 4 = 12$.

- Cuando una medida se somete a una transformación, se obtiene otra medida, Eje: si un estudiante tenía 5 manzanas antes de empezar a jugar, y ganó 3, ahora tiene: $5 + 3 = 8$
- Se utiliza una relación, para unir dos medidas. Eje: Juan tiene 10 libros y Pedro tiene 3 menos. Entonces Pedro 7 libros: $10 + (-3) = 7$.
- A través de la composición de dos transformaciones se puede llegar a otra transformación. Eje: Carlos perdió 8 pesos ayer y hoy ganó 10. Como resultado se obtiene una ganancia de 2 pesos: $(-8) + (+10) = 2$
- Un estado relativo, se puede alterar cuando una transformación se opera sobre él. Eje: María debía 100 pesos a Alicia, le cancela 35. Ahora le debe 65 pesos: $(+100) + (-35) = 65$
- Es la combinación de dos estados relativos, para dar lugar a un estado relativo. Eje: José debe a Miguel 10 canicas, pero Miguel le debe 9. Entonces, José solo le debe 1 canica a Miguel: $(-10) + (9) = -1$

Los problemas aditivos cuyos enunciados muestran una igualación, hacen parte de esta categoría en los cuales se distinguen tres cantidades: la de referencia, la comparada y la diferencia. Para la pregunta es muy común utilizar la frase: tantos como. Ej. Carlos tiene 10 libros y Pedro tiene 5 libros. ¿Cuántos tiene que comprar Pedro, para tener “tantos como” tiene Carlos?: $(10) + (-5) = 5$

En resumen, para Vergnaud (2002) la estructura aditiva es aquella que para solucionar el problema planteado requiere del uso de la suma y en este caso la resta se la considera como un tipo especial de adición; o sea, aquella estructura que está conformada por sumas o sustracciones, cuyo uso es trascendental para el desarrollo cognitivo del estudiante el cual empieza en los primeros años de escolaridad, cuando el niño siente la necesidad de agrupar o de contar objetos.

QUADRO 1- RELAÇÕES ADITIVAS DE BASE (VERGNAUD et al, 1997)



Fuente: Vergnaud *et al*. (1997).

1.4.Comprensión de Enunciados de los Problemas Matemáticos

La comprensión de los enunciados-problema matemáticos es el punto central de esta investigación, y como se ha venido expresando en el hilo argumentativo de este trabajo es esencial para proceder con la solución de estos. Al respecto, Pontón (2017), sostiene que:

> La comprensión de los problemas no se basa exclusivamente en seguir las reglas de la lengua, también está condicionada por la organización de los objetos, el conocimiento previo del estudiante, el conocimiento de las palabras empleadas y de las operaciones discursivas las cuales organizan la información y dan sentido al enunciado (p. 2).

El enunciado incluye la pregunta, la cual conduce a la respuesta que se espera obtener del estudiante. La mencionada autora asegura que, en todo enunciado de un problema, existen dos niveles:

> El primer nivel concerniente a la naturaleza del problema y el segundo nivel al enunciado, en el cual es necesario distinguir: el texto propiamente dicho (donde se explicita el contexto, los datos y las relaciones entre los datos) y la pregunta (directa, indirecta explícita o implícita, donde se pregunta por uno de los datos numéricos no dados por la descripción) (p. 2).

Además, que:

> Un enunciado del problema dado en lengua natural se construye de sus autores bajo ciertos presupuestos; uno de ellos es el que su enunciatario-lector tenga alguna base de conocimientos previos a las representaciones semióticas de la lengua natural o registros semióticos (pp. 5-6).

En conclusión, la comprensión es indispensable para la solución de problemas matemáticos, sino se comprende no se puede obtener resultados satisfactorios, porque como lo expresa Duval (1999a), cuando la adquisición de conocimiento se realiza a través de la formación y uso de representaciones en un solo registro; el conocimiento queda limitado a ese único registro. La comprensión debe al menos coordinar dos registros, lo cual no lo hace el estudiante de manera inmediata, y es indispensable el rol del docente para explicar y diseñar tareas de coordinación de registros para estimular al estudiante en el proceso de aprendizaje.

Para Duval (1999a) la comprensión del texto se enlaza con la necesidad de convertir el enunciado en una figura, un esquema o un dibujo para estar en capacidad de realizar cualquier cambio al registro, o sea, se desarrolla la capacidad cognitiva de la conversión, y así mismo, para lograr la comprensión del enunciado de un problema es necesario conservar cognitivamente las unidades que están definidas por dos dimensiones semánticas diferentes: la dimensión semántica de los valores numéricos que pueden tomar de acuerdo con el enunciado del problema y la dimensión semántica de orden para los sucesos de la situación extra matemática del enunciado del problema (Duval, 2004). El siguiente ejemplo se explica lo expuesto por el autor.

En una bodega caben 1.200 cajas con 12 peras cada una. Si ya se llenaron las 3 bodegas ¿Cuántas peras hay en las tres bodegas? La dimensión semántica de la situación matemática se refiere a la cantidad de peras y la situación extra matemática, la determinan las peras dentro de una caja y las cajas en una bodega (Londoño, 2018).

Este segundo ejemplo se utiliza para demostrar la congruencia de dos representaciones: si a y b son números enteros y n es un número natural, decimos que a y b son congruentes modulo n si a – b es divisible por n. se representa $a \equiv b \pmod{n}$

$3 \equiv 7 \pmod{4}$ $12 \equiv 5 \pmod{7}$ $6 \equiv 5 \pmod{11}$ $8 \equiv 14 \pmod{6}$.

En los ejemplos se puede observar que es a congruente con b módulo n, si y solo sí la resta de a menos b, deja el mismo residuo al ser divididos por *n* (Universidad Autónoma de México, *s.f.*)

Por su parte, Londoño (2018) expresa que en el aula de clase se presentan ejercicios en los cuales la dificultad para resolver el problema matemático se basa en la no comprensión del vocabulario, por ejemplo: ¿Qué operación posibilita el cálculo de la cantidad de años a la que equivalen 3 lustros?

$$2 + 3$$

$$29 + 5$$

$$3 \times 5$$

El vocablo *operación* entre otros significados hace alusión a una cirugía; en este caso se puede presentar dificultad en la comprensión del enunciado. En este ejemplo también se visibiliza un problema de abstracción, puesto que pide plantear la operación, más no resolverla y la dificultad puede ser mayor, si el estudiante no conoce la operación de multiplicación y tampoco sabe que significa la palabra *lustro.*

En el siguiente ejemplo, el autor manifiesta que las dificultades para resolver un problema matemático están relacionadas con el vocabulario involucrado, el orden de los datos del enunciado y en el nivel de abstracción requerida. Ejemplo: en un evento de carácter deportivo hay niños adultos y por cada 5 niños, había 2 adultos. Si el total de niños fue de 30. ¿Cuántos adultos estaban en el evento deportivo?

$$15$$

$$20$$

$$12$$

Para ilustrar el concepto de comprensión de los enunciados se presenta el siguiente texto de un problema matemático:

Ordenar en sentido creciente los siguientes números enteros: $8, -6, -5, 1, 0, 9, -1, 2, -3, 7$

Para solucionar el problema es necesario que el estudiante comprenda los conceptos de números enteros negativos, positivos y conozca su ubicación en la recta numérica. Con estos conocimientos claros puede proponer la siguiente respuesta:

$$\{-6,-5,-3,-1,0,1,2,7,8,9\}$$

1.5. Números Enteros

Los números enteros son un conjunto conformado por todos los números naturales, sus inversos negativos y al cero, se los representa por medio de la letra Z y se sitúan en la recta numérica con el cero al centro, los negativos a la izquierda y los positivos a la derecha; la extensión de ambos lados es hasta el infinito. Para Bernal (2011) son la generalización de los números naturales. Según Torres (2017), se utilizan para contabilizar las cosas con las que el ser humano se relaciona en su cotidianidad, para suplir la necesidad de hallar solución a las operaciones de sustracción, para lo cual se requiere la ampliación que generan los negativos, por su importancia en el aprendizaje y desarrollo del pensamiento numérico, se constituyen en un referente fundamental para otras áreas como la trigonometría, álgebra, cálculo y geometría. En ese sentido, Hernández *et al.* (2018) explica que el concepto o término de números enteros incluye los números positivos, negativos que no se fraccionan y el cero.

Para abordar el tema de los números enteros negativos, la investigación se remite a la publicación de Gallardo (2002). El autor afirma que estos números aparecieron en el año 400 a. C. en la cultura china, para hacer cálculos sobre un tablero donde identificaban los negativos con el color negro y los positivos con el color rojo y los usaban no solo en problemas cotidianos sino también los aplicaban en conjuntos de problemas. La aceptación de la solución negativa fue primordial para el reconocimiento de los números negativos. En este mismo sentido, Freudentahl (1983), sostiene que el origen de los números negativos es el álgebra de ecuaciones; lo que permitió resolver las ecuaciones bajo cualquier circunstancia.

En el ámbito nacional, en los Estándares Básicos de Competencias del Ministerio de Educación (2006) establece que el número negativo se puede relacionar como un punto de referencia en las medidas y considera la dificultad que tienen los estudiantes cuando tienen que pasar de los números naturales a los enteros ya sean positivos o negativos o el cero. Por lo tanto, establece como requisito que estudiantes de grado séptimo deben estar en capacidad de formular y resolver problemas de medidas relativas y de variaciones y en los Lineamientos Curriculares del Ministerio de Educación (1988) establece que el aprendizaje de los números enteros es indispensable para construir el razonamiento. Los números enteros son la base para la formulación y solución de problemas; por consiguiente, su aprendizaje y el desarrollo del pensamiento numérico es de gran importancia para la educación y para el progreso de los diferentes tipos de razonamiento que se pueden aplicar a los acontecimientos de la cotidianidad.

Los números enteros son infinitos y se representan mediante el conjunto:

$$Z = \{\ldots -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, -1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \ldots\}$$

En los números enteros la suma cumple con las siguientes propiedades:

Asociativa: $(x + y) + z = x + (y + z)$

Conmutativa: $x + y = y + x$

El cero (cero) es el elemento neutro de la suma: $o + x = x + 0 = x$

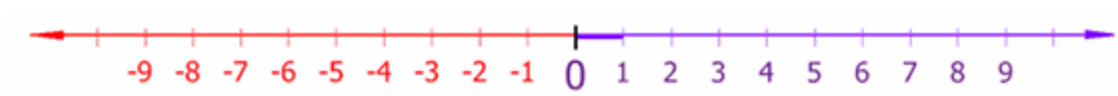
1.6.La Recta Numérica

Se considera como el esquema que combina el aspecto cardinal con el ordinal del número; facilita la comprensión del concepto número; la posición de los números en la recta, determinan si son mayores o menores que su predecesor o sucesor; en el centro siempre se ubica al cero (0); está dividida en segmentos de igual magnitud; y, además, en ella se pueden relacionar datos aritméticos y geométricos (Alvarado, 2022).

La recta numérica (Figura 1), según Frykholm (2010), es una buena herramienta que facilita la visualización de los conceptos matemáticos y ayuda a los estudiantes a desarrollar y comprender la estructura de las matemáticas; sin embargo, es poco utilizada por los docentes como estrategia para fomentar el sentido del número y despertar las habilidades operativas de los alumnos. Frykholm (2010) resalta la importancia del carácter lineal para mejorar el razonamiento; las marcas colocadas en ella les permiten que dividan o subdividan el espacio promueve en el estudiantado el desarrollo de estrategias creativas de solución y razonamiento creativo; la recta numérica bien utilizada en comparación con otros modelos mantiene a los alumnos más activos cognitivamente, participan más de manera activa y sistemática en la resolución de problemas.

Figura 1

Recta numérica

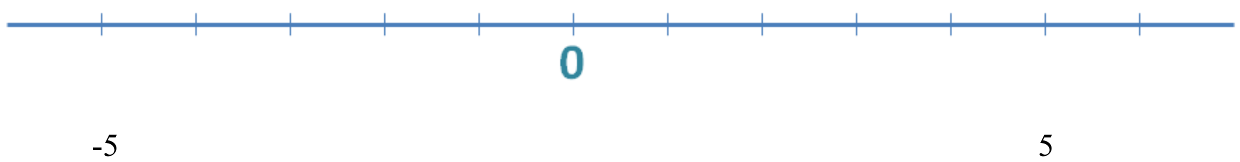


Enteros negativos Enteros positivos

Bruno (2003), en su investigación sobre las estructuras aditivas representa situaciones cotidianas, toma como foco la dimensión contextual partiendo de que el conocimiento numérico no solo afecta a las dimensiones, sino que también abarca las traducciones de ellas. En ese sentido, las estructuras lingüísticas son relevantes para comprender el enunciado del problema porque los alumnos hacen la traducción lineal del enunciado y dan importancia a como aparecen: más, menos, añadir o quitar y con ellas buscan la solución del problema. La autora presenta la recta numérica como una herramienta valiosa para explicar las operaciones con números enteros, con ella es fácil comprender el inverso aditivo en los números enteros; por ejemplo, el inverso aditivo de 5 es -5 y en la recta numérica se ubican a igual distancia del 0, pero en lados opuestos, como se puede ver en la Figura 2.

Figura 2

Inversos aditivos en la recta numérica.

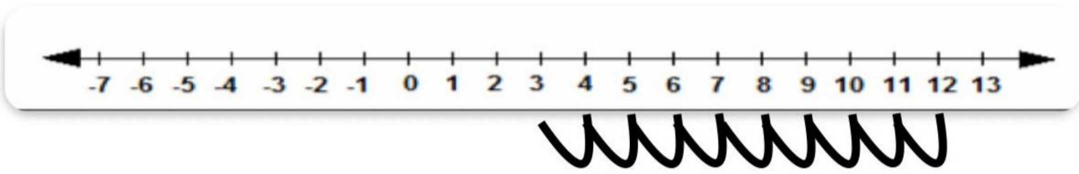


Los estudiantes al resolver los problemas matemáticos, por regla general tienden a seguir el mismo orden del enunciado y a colocar los signos que indican las operaciones. Esto da origen a diferentes situaciones en la resolución.

Cuando los estudiantes los resuelven primero en la recta y luego deciden la operación que respalda su respuesta; a esto se conoce como adaptación de la operación al resultado de la recta, e incluso hacen varios intentos, antes de decidir cuál es la operación adecuada. Por ejemplo: si al inicio de un juego, José tiene 3 bolas y una vez finalizado el juego, tiene 12 bolas ¿Cuánto bolas ganó? (Figura 3).

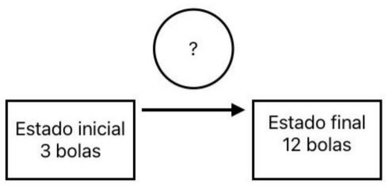
Figura 3

Representación del problema en la recta numérica



Solución mediante un registro intermediario, el estudiante llega de manera fácil a la respuesta contando los saltos desde 3 hasta 12.

La relación matemática que plantea estos dos estados nuevos se establece mediante el siguiente esquema:



El tratamiento matemático en el registro numérico es:

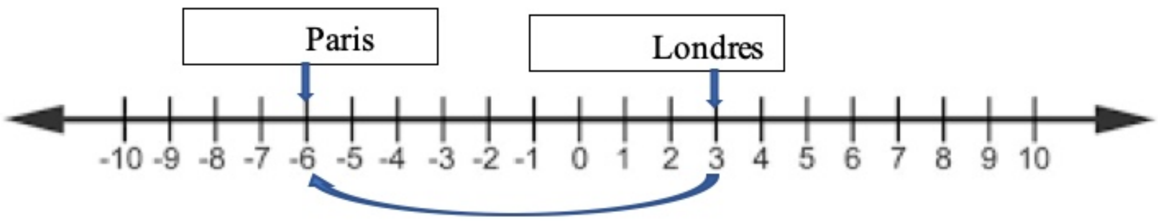
12-3= 9

Respuesta: José ganó 9 bolas en el juego.

Una segunda situación se presenta cuando falsean el resultado: los estudiantes buscan una operación cuyo resultado coincida con la recta, las operaciones que proponen son inadecuadas, pero están seguros de que el resultado de la recta es el correcto, por eso dan un resultado falso, haciéndolo coincidir con el que obtuvieron en la recta. Ejemplo: Si en Londres la temperatura es de 3 grados y en París 6 grados bajo cero. ¿Cuánto debe bajar la temperatura de Londres para ser igual a la de París? La respuesta correcta es tendría que bajar 9 grados (Figura 4).

Figura 4

Representación del problema en la recta numérica



Desde una mirada semiótica, este enunciado se presenta en el registro verbal, pero su interpretación exige una transformación al registro simbólico que permita modelar cuantitativamente la situación. Sin embargo, el verbo "bajar" introduce una dificultad interpretativa que, lejos de guiar al estudiante hacia una representación directa de la relación entre los dos valores, puede inducir una lectura errónea de la estructura matemática subyacente. Semióticamente, se esperaría que el estudiante transforme este enunciado en una relación de igualdad mediada por una transformación: ¿cuánto debe cambiar la temperatura de Londres para alcanzar el valor de la temperatura en París? Esta incongruencia entre el lenguaje natural y la estructura matemática genera un conflicto semántico que interfiere con la conversión de registros, en los términos propuestos por Duval (1995).

Desde el punto de vista de las relaciones aditivas, lo que realmente se plantea es una comparación aditiva dirigida: la diferencia entre 3 °C y 6 °C bajo cero. Sin embargo, si el estudiante interpreta literalmente la consigna, podría pensar en cuánto debe disminuir 3 °C para volverse igual a 6 °C, lo cual es matemáticamente incoherente. En cambio, si reformula mentalmente la pregunta como "¿cuál es la distancia numérica entre las temperaturas de Londres y París?", entonces puede acceder a la noción de diferencia absoluta entre los valores. En este caso, se trata de una operación de distancia entre magnitudes, que se modela como $|3 - (-6)| = 9$ °C, al interpretar la pregunta correctamente: ¿cuánto tendría que bajar Londres para alcanzar –6 °C?, siendo esa la temperatura de París, según el valor real planteado en el error inicial.

En términos de congruencia matemática, la redacción del enunciado presenta una inconsistencia lógica que puede confundir incluso a lectores competentes. Si la temperatura de Londres es 3 °C y la de París 6 °C (como se enuncia inicialmente), no tiene sentido preguntar cuánto debe "bajar" la temperatura de Londres para igualar un valor mayor. El uso del verbo "bajar" es, por tanto, semánticamente inadecuado para la relación que se quiere establecer. No solo se trata de una elección lexical incorrecta, sino que además conlleva una representación incorrecta del fenómeno físico: si se desea que Londres tenga la misma temperatura que París, cuya temperatura es mayor, lo que debe ocurrir es que la temperatura de Londres aumente, no que disminuya. Si, en cambio, el valor de París fuera –6 °C, entonces sí tendría sentido preguntarse cuánto debe bajar Londres desde 3 °C hasta –6 °C, siendo la respuesta 9 °C. En este caso, la operación se modelaría correctamente como $3 - (-6) = 9$.

Finalmente, en cuanto a la redacción del enunciado, es evidente que una redacción ambigua o contradictoria puede afectar profundamente el acceso del estudiante al sentido matemático de la situación. Para evitar estos errores de interpretación, sería conveniente reformular el enunciado de forma más precisa, por ejemplo: "¿Cuál es la diferencia entre las temperaturas de Londres y París?" o bien "¿Cuántos grados debe aumentar/disminuir la temperatura en una ciudad para igualar la de la otra, si Londres está a 3 °C y París a –6 °C?". Estas formulaciones promueven una lectura más coherente con la estructura matemática y reducen la posibilidad de conflicto semántico al alumno realizar esta representación del registro auxiliar y hacer el proceso de conversión al registro numérico; presenta dificultad y es importante reconocer que el campo aditivo requiere tener claridad en las reglas y propiedades propias del campo tanto de los números enteros como de la estructura del campo aditivo, e inclusive implícitamente hay un proceso del campo multiplicativo.

En la Figura 4 se observa cómo la recta numérica sirve como intermediario para establecer las distancias, cambios de posición 3 grados de Londres para llegar a – 6 grados posición de París, la diferencia son 9 grados entre las dos ciudades.

Emplear este tipo de estructuras para el alumno no es fácil, relacionar el enunciado de la lengua natural y hacer la transformación de registro auxiliar a numérico y de nuevo al natural, no es un proceso de comprensión de mucha dificultad que requiere de acompañamiento y reordenar o estructurar un enunciado que facilite este proceso.

Otra situación se presenta cuando los estudiantes en sus explicaciones no relacionan la situación contextual que presenta el enunciado con la información numérica, incluso en otros casos, las justificaciones son forzadas. Esto se conoce como interpretación incorrecta del resultado.

El siguiente ejemplo permite entender mejor lo descrito: un edificio tiene 25 pisos y 5 más en el sótano. Si el ascensor bajó 8 pisos y se ubicó en el piso 4 del sótano. ¿Dónde estaba el ascensor antes de iniciar el descenso?

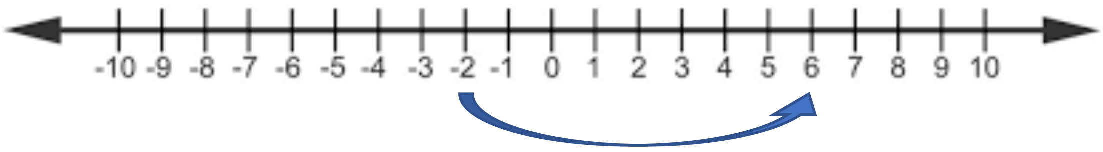
La respuesta del alumno puede ser: $-8-4=-12$

Está en el puesto 12, menos y menos se suma y se obtiene -12; pero como en el sótano solo hay 5, entonces estaría en el piso por encima. Si el docente le cuestiona y le dice ¿Pero ese valor no es negativo? Una posible respuesta del alumno -12 porque me pregunta donde estaba, en pasado.

Además, también se puede presentar la siguiente alternativa: tener reglas operatorias erróneas. Esto lleva a proponer operaciones incorrectas para solucionar el problema. Por lo general, se presenta cuando el estudiante conoce de antemano el resultado, porque lo comprobó en la recta numérica y plantea una operación que coincida con ese resultado; pero como sus reglas operatorias son incorrectas, lo inducen a plantear operaciones incorrectas. Por ejemplo: un automóvil está en el kilómetro 2 a la izquierda del cero y una motocicleta está 8 kilómetros a la derecha del automóvil. ¿Cuál es la posición de la moto? (Figura 5).

Figura 5

Posible interpretación de un estudiante en la recta numérica (I).



El alumno presenta la siguiente operación como resolución:

$$-2 - 8 = 6$$

Al solicitarle que sustente la respuesta, sostiene: -2 es donde estaba el automóvil y -8, para que me dé como respuesta 6, coloco el signo menos, porque menos y menos, es más, para obtener el resultado positivo. En este caso, el alumno explica la operación de manera que coincida con el valor de la recta; lo cual es falso, porque está empleando reglas de signos del campo multiplicativo, (menos por menos, es más, en lugar de aplicar la regla del campo aditivo; signos diferentes su operación es una resta y debe definir el signo del resultado del número mayor en valor absoluto).

-2+8=6……… $M_1 + V \longrightarrow M_2$, en donde M son medidas y V representa la variación (Figura 5).

1.7 El Texto Escolar y la Comprensión de Enunciados Problema

En este apartado se expondrán sobre las implicaciones semióticas en un texto escolar como medio de apoyo al docente y las tareas propuestas a sus lectores, se evidenciará la búsqueda cognitiva de lo que representan estas tareas bajo la mirada semiótica de los ponentes actores en este documento.

Según Fernández y Bernardis (2023), para analizar la función que tiene la demanda cognitiva de una tarea en la conversión de registros en textos escolares, se puede revisar esta perspectiva:

- En el nivel 1 se encuentran tareas de memorización o de aplicación de procedimientos sin conexión conceptual. Estas tareas consisten en reproducir definiciones o algoritmos previamente expuestos, carecen de ambigüedad y no proponen conversión de registros.

- En el nivel 2, las tareas requieren establecer conversiones entre distintos registros de representación. Los estudiantes deben tomar decisiones, establecer relaciones entre ideas y poner en juego el concepto que se pretende trabajar, lo cual posibilita una comprensión más profunda.

- En el nivel 3, las tareas exigen la producción, explicación o justificación de los resultados. Este tipo de demandas requieren tanto la comprensión conceptual de la noción matemática como la capacidad para comprobar y explicar las respuestas producidas.

Esta clasificación permite analizar cómo los textos escolares promueven (o no) la conversión entre registros y el desarrollo del pensamiento matemático.

Según Duval (2017), la comprensión de un concepto matemático requiere la capacidad de transitar entre al menos dos representaciones semióticas distintas, ya que la construcción, comunicación y comprensión de los contenidos matemáticos dependen del uso, transformación y conversión entre diversos sistemas de representación. Esta perspectiva permite interpretar que las tareas matemáticas exigen distintos niveles de demanda según las representaciones involucradas.

En este sentido, el marco del Programme for International Student Assessment (PISA) establece tres niveles de exigencia cognitiva: el primero, centrado en la reproducción y aplicación de procedimientos rutinarios; el segundo, que implica establecer conexiones entre representaciones para resolver problemas estándar; y el tercero, que requiere razonamiento, argumentación y generalización para enfrentar problemas originales. Así, se evidencia que el trabajo con las conversiones entre representaciones semióticas es un indicador clave para identificar el aumento en la complejidad y demanda cognitiva de una tarea.

Ahora bien, el texto escolar como recurso didáctico es una fuente inagotable de información pues es el instrumento pedagógico de mayor importancia en el proceso enseñanza aprendizaje en la actividad educativa, sin ocultar que muchas veces su contenido, los criterios de selección de los docentes o las omisiones constituyen algunos de los problemas que se les adjudica. En este sentido, es válida la constante actualización y corrección que se les hace para convertirlos en instrumentos eficaces de la transmisión de nuevos saberes (Stevenson, 2003*)*.

Para Kaufman y Rodríguez (2001), la importancia del texto escolar como recurso didáctico radica que es producido para ser empleado en forma consecuente por el docente y el estudiante. El texto hace parte de la institución escolar y es un recurso técnico legalmente reconocido que facilita el aprendizaje al brindar información sobre cualquier área del conocimiento e indispensable en el proceso didáctico de la enseñanza.

Capítulo 2. Diseño Metodológico de la Investigación

El presente capítulo expone el enfoque y los parámetros de la metodología de la investigación científica que orientaron este estudio los cuales guardan estrecha relación con los objetivos propuestos, el grupo de trabajo, la temática, la pregunta de investigación y la naturaleza de la investigación. Para el caso que nos ocupa se realizó una investigación enmarcada en un *enfoque cualitativo*, ya que busca comprender, inicialmente las dificultades que existen en el desarrollo de actividades matemáticas relacionadas con el campo aditivo de los números enteros, propiamente en las dificultades de comprensión que presentan los estudiante frente a los enunciados-problema, y posteriormente proponer una reorganización redaccional de tales enunciados-problema del campo aditivo de los números enteros que fortalezca la comprensión, interpretación y solución de este tipo de problemas matemáticos desde los aportes de la semiótica de Duval (2006).

Para ello, la investigación se ampara en dos libros de texto —*Vamos a aprender Matemáticas 7°* y *Nuevas Matemáticas 7°*— que permiten hacer un análisis comparativo de los enunciados-problema planteados en ellos, ejercicio que posibilita la identificación y comparación de los registros de representación semiótica, el lenguaje natural, simbólico y gráfico presente, y de esa manera dar cuenta de cuál de ellos posibilita la comprensión de los enunciados-problema.

Dicho análisis comparativo se fundamenta en dos perspectivas: en primer lugar, una perspectiva semiótica que permite identificar los registros de los enunciados-problema, descomponerlos desde su misma estructura y significación textual; y seguidamente, una perspectiva didáctica que permite la interpretación pedagógica de la reorganización de los enunciados, a la vez que promueve la reflexión del proceso de enseñanza-aprendizaje y ejecución de la propuesta en el aula de clase.

2.1 Metodología Cualitativa de Corte Descriptivo e Interpretativo

De acuerdo con Ramos (2015), el enfoque cualitativo incluye "el análisis de los significados subjetivos y la comprensión del contexto donde ocurre un fenómeno, más allá de las mediciones que se pudieran hacer sobre ellos" (p. 15). En coherencia con ello, la aplicación del enfoque cualitativo en esta investigación permitió identificar cómo el grupo de trabajo interpreta y vive su realidad escolar, particularmente en relación con sus percepciones, emociones, fortalezas y dificultades frente a la comprensión de los sistemas semióticos y de los significados que teje la lengua natural en la compresión de los enunciados-problema del campo aditivo de los números enteros.

De igual modo, Sautu (2005) complementa esta visión al señalar que uno de los intereses centrales del enfoque cualitativo es el *significado de los textos*, ello se traduce en la necesidad de describir e interpretar los enunciados empleados en la formulación de problemas del campo aditivo de los enteros. En consecuencia, se optó por un estudio de alcance descriptivo, en tanto que, como afirman Hernández, Fernández y Baptista (2014), este tipo de estudios "darán cuenta de las propiedades, características y perfiles de los procesos, objetos o fenómenos que se someten a análisis" (p. 92). Esta postura es respaldada por Dankhe (1986), quien destaca la importancia de realizar descripciones precisas que garanticen una adecuada interpretación de las características fundamentales de los objetos de estudio; en este caso, los enunciados problema del campo aditivo.

Desde esta perspectiva, el enfoque cualitativo y el alcance descriptivo trazaron una línea lógica de razonamiento que permitió partir del análisis de rasgos lingüísticos y semióticos recurrentes en los enunciados-problema para obtener información relevante sobre cómo estos elementos pueden facilitar o dificultar la lectura, interpretación, comprensión y resolución de los problemas del campo aditivo de los números enteros.

Así pues, la metodología cualitativa de corte descriptivo e interpretativo fue la más adecuada para este estudio, ya que permitió analizar las estructuras textuales y los significados pedagógicos que subyacen en los enunciados-problema. Al centrarse en la comprensión, esta metodología aporta una mirada integral sobre cómo el lenguaje matemático y natural interactúan en la enseñanza de los números enteros y cómo dicha interacción impacta los procesos de aprendizaje de los estudiantes.

2.2 Grupo de Trabajo y Grupo de Estudio

Ahora bien, para el desarrollo de esta investigación, se contó con un total de 73 estudiantes matriculados en el grado séptimo de la institución educativa, distribuidos en tres grupos distintos conforme a la organización interna del plantel. El grupo de estudio seleccionado estuvo conformado por 25 estudiantes, quienes pertenecen al curso a cargo de la docente investigadora. Esta elección no respondió a criterios de selección externa o del azar ni a características particulares del estudiantado, sino que obedeció exclusivamente a la asignación académica institucional, que determina qué docente tiene a su cargo cada grupo. En este sentido, el grupo de estudio se definió en función de la estructura organizativa de la institución educativa y de la viabilidad del acompañamiento continuo durante el proceso investigativo. A continuación, la Tabla 3 relaciona el grupo de trabajo y el grupo de estudio que hicieron parte de esta investigación:

Tabla 3

Grupo de trabajo y grupo de estudio.

Grupo de trabajo	• **73 estudiantes de grado séptimo**
Grupo de estudio	• 25 estudiantes del grado 7-1 12 niñas y 13 niños

	Entre los 12 y 15 años de edad
Fuentes de información	• Taller diagnóstico aplicado al grupo de estudio • Textos de matemáticas: *Vamos a aprender matemáticas Libro del estudiante 7* y *Nuevas matemáticas 7*.

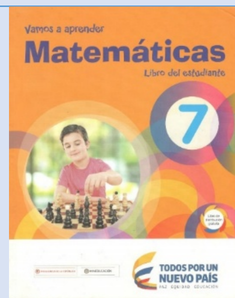
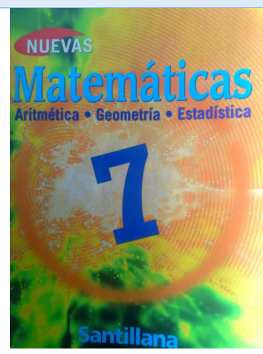
Fuente: elaboración propia.

2.2.1. Fuentes de Información

Así mismo, el material de trabajo que posibilitó el ejercicio comparativo fueron los libros de texto *Vamos a aprender matemáticas Libro del estudiante 7* y *Nuevas matemáticas 7*. Entre los criterios que se consideraron para seleccionar estos textos está la vigencia de este material didáctico y, por lo tanto, la utilización de este, no solo en la institución educativa donde se realizó el estudio, sino en otras de la región; el reconocimiento de las editoriales que avalaron e hicieron posible su publicación y la presencia de problemas que sean representativos del campo aditivo de los enteros. La selección de los enunciados-problema se hizo con los criterios tanto temáticos como redaccionales, es decir, que se enmarquen en los números enteros, y que se trate de problemas, no de ejercicios. En la Tabla 4 se puede constatar la información sobre los autores, editorial y demás datos pertinentes de los libros de texto.

Tabla 4

Fuentes de información.

	• Taller diagnóstico aplicado al grupo de estudio	
Libro de texto 1		
Título:	*Vamos a aprender matemáticas Libro del estudiante 7*	
Autores:	**Jaime Marco Frontelo (director editorial)**	
Datos bibliográficos	**Editorial:**	Ediciones SM
	Edición:	1
	Lugar de edición:	Bogotá DC
	Año:	2017
	Grado:	7°
Formato de presentación	**Impreso**	x
	Audiovisual	
	Multimedia	
Libro de texto 2		
Título:	*Nuevas Matemáticas 7*	
Autores:	Mauricio Bautista Ballén *et al*.	
Datos bibliográficos	**Editorial:**	Santillana
	Edición:	1

	Lugar de edición:	Bogotá DC
	Año:	2007
	Grado:	7°
Formato de presentación	**Impreso**	X
	Audiovisual	
	Multimedia	

Fuente: elaboración propia.

La elección de estos textos responde a criterios tanto pedagógicos como contextuales, que se consideran fundamentales para el análisis de los enunciados-problema en el campo aditivo de los números enteros.

En primer lugar, el libro *Vamos a aprender matemáticas 7°* fue seleccionado por ser el texto proporcionado por el Ministerio de Educación Nacional en su versión más reciente (2019). Este libro es de uso común en la institución educativa rural donde se desarrolla esta investigación, dado que el Ministerio distribuye gratuitamente la colección a las escuelas oficiales. En contextos rurales, donde los estudiantes enfrentan limitaciones económicas y el acceso a recursos pedagógicos suele ser restringido, el uso de materiales disponibles en la institución cobra especial relevancia. Por ello, analizar este texto resulta pertinente, ya que refleja directamente los recursos con los que la mayoría del estudiantado trabaja cotidianamente.

En segundo lugar, el libro *Nuevas matemáticas 7°* fue incluido por su valor didáctico. Aunque no es el texto actual, la institución educativa conserva varias copias disponibles, lo que permite su uso en el aula. Este libro se caracteriza por presentar un contenido temático más profundo, con explicaciones teóricas claras y estructuradas, que facilitan la comprensión autónoma por parte de los estudiantes. Su inclusión en el análisis permite contrastar dos enfoques editoriales distintos: uno más guiado por la práctica directa, con escasa fundamentación teórica (*Vamos a aprender matemáticas 7°)*, y otro con una orientación más formativa y explicativa (*Nuevas matemáticas 7°*).

De esta forma, la selección de ambos textos no solo obedece a su disponibilidad real en el contexto escolar, sino también a la posibilidad de analizar diferentes formas de presentar los enunciados matemáticos y sus implicaciones en el proceso de enseñanza y aprendizaje del campo aditivo de los números enteros.

Al mismo tiempo, es pertinente mencionar que el libro *Vamos a aprender matemáticas 7°* es una propuesta pedagógica simplificada y descontextualizada, con escasa profundización teórica y limitada orientación didáctica, lo cual puede dificultar una comprensión significativa del concepto matemático. En contraste, Nuevas *matemáticas* 7°, aunque de edición más antigua, ofrece una estructura pedagógica más sólida, con un desarrollo teórico más completo y una secuencialidad coherente que facilita el trabajo autónomo del estudiante y favorece una enseñanza más organizada. Esta diferencia entre ambos textos permitió establecer puntos de comparación para el análisis, evidenciando cómo las decisiones editoriales inciden en la accesibilidad, la comprensión y la función didáctica de los enunciados-problema.

2.3 Fases del Proceso de Investigación

Las fases de la investigación concuerdan con la ejecución sistemática y ordenada de las acciones que proponen los objetivos específicos del presente estudio. Entre ellas se encuentran, una primera fase donde se seleccionaron los textos y se identificaron los enunciados-problema del campo aditivo de los números enteros; una segunda fase se encargó del análisis semiótico de dicho enunciados-problema (identificación del registro presente, tipo de operación, correspondencia entre registros etc.). Por otro lado, la tercera fase estuvo centrada en analizar los registros: si eran comprensibles, si existía algún tipo de apoyo visual o registro auxiliar, así como de explicar el vínculo existente entre la operación simbólica y el modelo grafico o natural.

Finalmente, la cuarta fase estuvo direccionada a la comparación de los textos, las observaciones didácticas y la reorganización redaccional de los enunciados-problema del campo aditivo de los números enteros desde un enfoque semiótico. A continuación, se expone la descripción minuciosa de cada una de ellas y se resumen en la Tabla 5.

Tabla 5

Fases del proceso de investigación.

Fases	• Identificación del problema • Selección de los enunciados de problemas del campo aditivo de los enteros • Análisis de la información • Conclusiones

Fuente: elaboración propia.

2.3.1. Fase 1: Identificación de las Dificultades que Tienen los Estudiantes Cuando Resuelven Problemas del Campo Aditivo de los Enteros

En consonancia con el primer objetivo específico de esta investigación, a saber, la identificación de las dificultades de los estudiantes del grado séptimo en la comprensión de los enunciados-problema del campo aditivo de los números enteros, se aplicó un taller diagnóstico compuesto por ejercicios que se encontraban disponibles en plataformas educativas y repositorios digitales. La elección de sus ejercicios predeterminados y no el diseño original de un taller se justifica por su validez pedagógica al estar creados por expertos y ser utilizados en los entornos escolares. Además de ello, se alinean con los estándares curriculares del grado séptimo y son pertinentes para evaluar las habilidades de razonamiento aditivo; sumado a ello, esta determinación permitió la optimización del tiempo, así como el uso de los recursos disponibles sin comprometer la calidad del estudio (Anexo 1).

Seguidamente, en la elección de los enunciados-problema y organización de este taller se tuvieron en cuenta variables como por ejemplo el *tipo de operación aditiva*, puesto que seleccionaron enunciados-problema que involucraran suma, resta y combinación de ambas operaciones con números enteros para evaluar la comprensión integral del campo aditivo; *presencia de signos negativos y positivos* para evidenciar cómo los estudiantes interpretan y operan con los signos en contextos variados; *enunciados contextualizados* que facilitarán la activación de conocimientos previos y la comprensión del planteamiento del problema. De igual modo, se tuvo en cuenta aspectos como el *nivel de complejidad cognitiva*, es decir, desde problemas directos hasta aquellos que implicarán inferencias, relaciones de cantidades o pasos intermedios, permitiendo observar diferentes niveles de comprensión.

Posteriormente, en un conversatorio se comentaron los resultados, la experiencia vivida (sentimientos, fortalezas, obstáculos) en el proceso de solución de los problemas y la correspondiente justificación sobre los problemas que resolvieron fácilmente, los que les resultaron difíciles y aquellos que definitivamente no pudieron resolver. El taller diagnóstico permitió evidenciar que:

a) Las dificultades de los estudiantes al resolver los problemas aditivos están relacionadas con los vacíos cognitivos y con obstáculos lingüísticos que impiden el procesamiento de la información del enunciado.
b) Asimismo, las palabras clave en cuyo uso se enfatiza, no garantizan la comprensión del enunciado, cuando dichas lexías no corresponden con la operación correcta y en vez de brindar luces para lograr el objetivo, causan confusión.

Una de las condiciones para evolucionar exitosamente en la solución de los problemas matemáticos, que Duval (1999a) denomina "exigencia cognitiva" es que el estudiante sea capaz de pasar de un sistema de representación semiótico a otro. Los estudiantes que hicieron parte del grupo de estudio no pueden traducir la información y las representaciones que plantean los problemas.

Por otra parte, el conversatorio permitió conocer que los estudiantes experimentan gran temor cuando tienen que resolver este tipo de problemas matemáticos, que no saben cómo transformar la información a representaciones numéricas y/o gráficas, que no conocen el vocabulario que emplean los enunciados, que muchos problemas los "*aturden*" con la cantidad exagerada de información que presentan, (ellos no están seguros y no pueden argumentar sobre la importancia y pertinencia de dicha información); otros por el contrario, afirman: *"parece que falta algo … no se entiende… deberían explicar un poco más"* .

Desde una mirada semiótico-cognitiva, los hallazgos del conversatorio revelan que muchos estudiantes enfrentan serias dificultades al abordar problemas matemáticos contextualizados. En primer lugar, expresan sentimientos de temor e inseguridad frente a este tipo de tareas, lo cual se relaciona con una escasa familiaridad en la transformación de la información lingüística a registros de representación numérica o gráfica, tal como lo plantea Duval (1993) al referirse a la conversión entre registros como operación fundamental para la comprensión matemática. Esta carencia de habilidad para traducir los enunciados a sistemas simbólicos adecuados se ve agravada por el desconocimiento del vocabulario específico empleado en los problemas lo que, como señala Pontón (2007), limita la construcción de significados pertinentes y obstaculiza la organización del pensamiento matemático.

Además, los estudiantes manifiestan sentirse abrumados por la cantidad de información contenida en los enunciados. No logran discriminar cuál es relevante para la resolución del problema ni argumentar sobre su pertinencia, lo que indica una débil estructura semántica interna y una falta de estrategias para interpretar el texto matemático. Otros estudiantes, en cambio, perciben que "algo falta" o "no se entiende", lo que refleja una necesidad de mayor claridad o apoyo en los elementos semióticos del enunciado, y pone en evidencia la importancia de diseñar situaciones problemáticas que faciliten la construcción progresiva de significados y favorezcan la articulación entre registros.

2.3.2. Fase 2: Selección de los Enunciados de Problemas del Campo Aditivo de los Números Enteros que Proponen Dos Textos de Matemáticas

Para dar cumplimiento al segundo objetivo específico, se desarrolló una revisión documental bibliográfica tipo exploratorio; de acuerdo con Alfonso (1995) este tipo de investigación es "un proceso sistemático" de recolección, selección, indagación, evaluación y análisis de datos y contenidos relacionados con un tema determinado. Vargas (1992) agrega que es una "investigación reconstructiva" que plantea nuevos interrogantes que están orientados a la reelaboración de conocimientos. Se analizaron los dos textos que se mencionaron en las fuentes de información los cuales se emplean en la enseñanza de las matemáticas del grado séptimo.

Se tuvo en cuenta que los enunciados sean representativos del campo aditivo de enteros, de acuerdo con Duval (1999a) existe un enunciado problema que corresponde a una descripción de varias situaciones que "accede a un campo de enunciado de problemas considerando todas las variaciones de descripción (cambiando el dato que se silencia y que constituye el objeto de la pregunta, informaciones de más). Llamamos redaccionales a estas variaciones que permiten definir el campo de enunciados posibles de problemas cuya solución depende del mismo tipo de tratamiento matemático" (p. 94). A continuación, en la Tabla 6 se relacionan los 15 enunciados que fueron seleccionados.

Tabla 6

Codificación de los enunciados-problema.

Código	Enunciado	Categoría de aplicación	Registro inicial y final Ln (RLn) Simbólico (RS)
T1 E11 f RLn	Tres niñas recibieron de sus padres cierta cantidad de dinero para ir de compras. La primera recibe $55,000, la segunda $5000 más que la primera y la tercera recibe la suma de las otras dos juntas. ¿Cuánto recibió cada niña?	Financiero	RLn---RS
T1 E12 t RLn	Pitágoras, famoso filósofo y matemático griego. Nació en el año 571 a. C. Según la historia, este personaje murió a los 85 años de edad. ¿En qué año murió Pitágoras?	Línea de tiempo	RLn---RS
	Tiberio Claudio César Augusto Germánico, historiador y político romano, nació el 1 de agosto del año 11 a. C. y murió el 13 de octubre del año 54 d.C. ¿Cuántos años vivió?	Línea de tiempo	RLn---RS
	La adición de dos números es -17. Calcula el número menor, si el mayor es -8.	No	RLn---RS
T1E3dRLn	Liliana, sigue un plan de entrenamiento antes de participar en una maratón. El plan incluye correr 20 semanas: 8 km el lunes, 8 km el miércoles, 8 km el viernes y 16 km el sábado. ¿Cuántos kilómetros corre Liliana semanalmente?	Distancia	RLn---RS

	Un termómetro marcaba -5 °C a las 5 a.m y 12 °C al mediodía. ¿Cuál fue la variación de la temperatura?	Temperatura	
	Si en una sustracción, el minuendo es -125 y la diferencia es -125. ¿Cuál es el sustraendo?	No	
T1E9TRLn	En un año se observó que las temperaturas promedio en la cima del monte Everest en Enero y Septiembre, fueron de 36 °C bajo cero y -9 °C respectivamente. ¿Cuántos grados aumentó la temperatura entre enero y septiembre en ese año ?	Temperatura	
T1E16dRLn	De los 328 escalones que tiene un edificio a Fernando le falta subir 79. cuántos escalones ha subido?	Desplazamiento	RLn
T2E58dRLn	Mientras busca una dirección, un mensajero camina 10 cuadras, al oriente, se devuelve cuatro cuadras y nuevamente camina siete cuadras al oriente. ¿Cuántas cuadras recorrió en total?, a cuantas cuadras está de su posición inicial?		
T2E57aRLn	Un caracol asciende por una pared de 10 m de altura. Durante el día sube 3 m, pero durante la noche se queda dormido y se resbala 2 m. ¿Al cabo de cuantos días logra llegar a la cima de la pared? Hay una ilustración de un caracol		RLn
T2E56TRLn	En la Antártida se han registrado temperaturas que oscilan entre -83 °C en el interior y 60 °C en la costa. ¿Cuál es la diferencia de temperatura entre el interior y la costa de la Antártida?		
T2E55pRLn	Un buzo encargado de fotografiar la fauna marina desciende a una profundidad de 5 m con respecto a nivel del mar. Luego, sube 2 m, vuelve a descender 3 m y sube 4 m. ¿A qué profundidad se encuentra el buzo? Hay una ilustración que no da evidencia de la situación, simplemente es una imagen de un buzón en el océano. 		
	La isla de Hawái, en el océano Pacífico, se apoya en una base que se encuentra a 5500 metros bajo el nivel del mar. Esta enorme montaña termina en cuatro picos, de los cuales el Mauna Kea es el		

	más alto, con 4200 msnm. Respecto al nivel del mar, ¿qué longitud es mayor, la cumbre de la montaña o la base de la isla?		

Nota. *#TEXTO, #EJERCICIO, CATEGORÍA Ex, REGISTRO INCIAL*

Capítulo 3. Análisis de los Textos Escolares

Ahora bien, para comprender cómo influyen los enunciados-problema en la comprensión y solución de los problemas matemáticos del campo aditivo de los números enteros es necesario analizar el modo como están configurados en los libros que texto que posibilitan esta investigación, a saber, *Vamos a aprender matemáticas 7°* y *Nuevas Matemáticas 7°*.

La elección de estos textos responde a criterios tanto pedagógicos como contextuales, que se consideran fundamentales para el análisis de la reorganización redaccional de los enunciados problema en el campo aditivo de los números enteros. En primer lugar, el libro Vamos a aprender matemáticas séptimo fue seleccionado por ser el texto proporcionado por el Ministerio de Educación Nacional en su versión más reciente. Este libro es de uso común en la institución educativa rural donde se desarrolla esta investigación, dado que el Ministerio distribuye gratuitamente la colección a las escuelas oficiales. En contextos rurales, donde los estudiantes enfrentan limitaciones económicas y el acceso a recursos pedagógicos suele ser restringido, el uso de materiales disponibles en la institución cobra especial relevancia. Por ello, analizar este texto resulta pertinente, ya que refleja directamente los recursos con los que la mayoría del estudiantado trabaja cotidianamente.

En segundo lugar, el libro *Nuevas matemáticas 7°* fue incluido por su valor didáctico a pesar de ser una edición anterior. Aunque no es el texto oficial actual, la institución educativa conserva varias copias disponibles, lo que permite su uso en el aula. Este libro se caracteriza por presentar un contenido temático más profundo, con explicaciones teóricas claras y estructuradas, que facilitan la comprensión autónoma por parte de los estudiantes. Su inclusión en el análisis permite contrastar dos enfoques editoriales distintos: uno más guiado por la práctica directa, con escasa fundamentación teórica (el primero), y otro con una orientación más formativa y explicativa (el segundo).

De esta forma, la selección de ambos textos no solo obedece a su disponibilidad real en el contexto escolar, sino también a la posibilidad de analizar diferentes formas de presentar los enunciados matemáticos y sus implicaciones en el proceso de enseñanza y aprendizaje del campo aditivo de los números enteros.

Ahora bien, el presente análisis se desarrollará a partir de las siguientes categorías analíticas.

En primer lugar, la *organización temática* y *la progresión didáctica* dado que es importante dar cuenta de la jerarquización de la información para evidenciar que su diseño permita la comprensión lógica y coherente de los números enteros; en segundo lugar, *el desarrollo de los conceptos* que evidencian el manejo lingüístico dado a la fundamentación y su pertinencia de acuerdo al nivel cognitivo de los estudiantes para asegurar a comprensión las características y aplicaciones de los números enteros; seguidamente, las *implicaciones teóricas* que dan cuenta del enfoque pedagógico desde el cual se fundamenta el contenido del texto escolar.

A su vez, otra categoría de análisis fundamental es *la profundidad del contenido y la estructura del texto* puesto que exponen el nivel de rigurosidad y configuración de las explicaciones teóricas, los ejemplos y las actividades presentadas. De dicha categoría, se da paso a *los enunciados-problema*, categoría central del presente trabajo; el análisis del estos permitirá constatar la importancia de la organización redaccional de la presente investigación y, al mismo tiempo, indican la calidad, diversidad y contextos de los ejercicios matemáticos propuestos para la comprensión integral por parte de los estudiantes. Finalmente, *el uso del lenguaje y la semiótica* es otra categoría que proporciona aspectos relevantes sobre la claridad, precisión, coherencia y accesibilidad de los conceptos matemáticos y que facilitan o no la comprensión del campo aditivo de los números enteros para los estudiantes del grado 7°.

3.1. Organización Temática y la Progresión Didáctica

El primer texto, *Vamos a aprender matemáticas 7°*, parte de los conocimientos previos que sirven de base al concepto de número entero en el texto 1 incluyen varios aspectos esenciales que ayudan a comprender este concepto matemático. Inicialmente, se analizan los números relativos y los puntos de referencia los cuales están expuestos en dos páginas, lo suficiente para comprender cómo los números enteros se ubican en una recta y se emplean para representar situaciones como ganancias, pérdidas, avances y retrocesos. Estos valores proporcionados permiten crear un marco de referencia que es fundamental para comprender las operaciones con números enteros. El libro se encuentra organizado de la siguiente manera:

Unidad 1. Capítulo 1: Números relativos como punto de referencia, ejemplos de aplicación. (pp. 10-11).

Capítulo 2: Números enteros, definición del conjunto de los números enteros, ejemplos y ubicación en la recta numérica y opuesto de los números enteros. (pp. 12-13).

Capítulo 3: Ejemplos de la recta numérica y actividades de aprendizaje. Incluye ejercitación, comunicación, razonamiento, resolución de problemas 2 de comunicación, en el cual se le pide al estudiante que utilice un número entero para describir una situación (LN a Registro simbólico), 3 ejercicios de razonamiento que le proponen al estudiante reconocer la pertenencia de dicho número en los enteros, seguido por confrontación en diferentes afirmaciones que buscan que el estudiante revise la teoría de las páginas anteriores, dos ejercicios de comunicación en los cuales en el primero, exponen dos grupos de números para ubicarlas en la recta numérica (R simbólico a Registro auxiliar y en el segundo escribir el número opuesto (R simbólico a Registro simbólico); y por último un ejercicio de razonamiento en la cual exponen una imagen es una situación de profundidad para responder preguntas, las respuestas deben ser en registro simbólico. El registro auxiliar de la recta numérica no se pide en este tipo de ejercicios solo es solicitado para ubicar posicionalmente un número entero. (pp. 15-16).

Capítulo 4: valor absoluto de un número entero, referencia la definición, algunos ejemplos y actividades de aprendizaje. Estas actividades se caracterizan por registro simbólico al mismo registro; en este caso no hay tratamiento es recordar la regla del valor absoluto. (pp. 16-17).

Capítulo 5: orden de los números enteros; se usa el registro auxiliar para explicar la teoría dada por el texto, en varios ejemplos se emplea este registro auxiliar y en la actividad de aprendizaje hay 7 ejercicios propuestos como se espera presenta indicación de la recta numérica en dos de ellos, mientras que en los otros 4 a pesar de ser un tema que haciendo uso de este registro auxiliar se facilita la comprensión, no hay indicación de él. En un ejercicio de resolución de problemas exponen 3 situaciones y deben comparar por profundidades, responder unas preguntas. Y hay un ejercicio extra matemático que está en un registro tabular y piden ordenar la temperatura mayor a menor, responder a unas preguntas sobre cuál es la mayor o menor medida. (pp. 18-19)

Capítulo 6. Descripción de la organización del texto e interpretamos su intención, en este caso particular a partir de este capítulo del libro será material central para el presente trabajo. Este capítulo está dividido en:

6.1 Adición con el mismo signo, está la definición en registro natural y la explicación de ejercicios en registro simbólico y hacen uso de la recta numérica.

6.2 Adición con diferente signo, hacen la definición e involucran el valor absoluto y realizan ejemplos en registro simbólico solamente.

6.3 y 6.4 Propiedades de los números enteros y la adición de varios números enteros, en este se observa que buscan resolver el ejercicio de dos en dos, aplicar las propiedades para la realización del tratamiento y agrupar por subgrupos de los números enteros, equivalencias para resolver y llegar a un mismo resultado. La explicación es en registro natural y señalamiento en cada procedimiento del ejercicio en registro simbólico (pp. 20-23).

Por último, está la actividad de aprendizaje en la cual los dos primeros ejercicios son de ejercitación y lo que propone es realizar una relación de cada operación con una recta numérica. En este caso estamos hablando de un registro simbólico a un registro auxiliar. En el segundo ejercicio piden hacer un cálculo de una suma, y ahí solamente están haciendo un proceso de tratamiento, en un tercer ejercicio es de comunicación y piden completar unos valores en tablas, en realidad está diseñado solo para realizar tratamiento, en un cuarto ejercicio de razonamiento piden reemplazar una letra e identificar las propiedades, razonamiento abstracto. A su vez, hay un ejercicio de completar una pirámide con valores, pero es solamente el tratamiento y el último ejercicio de comunicación en el cual deben identificar la propiedad y establecer la relación (lenguaje natural a registro simbólico).

Hay dos ejercicios de resolución de problemas extra matemáticos en uno de ellos es la categoría de financiero: ganancia y pérdida y en el otro es de línea de tiempo, no hay sugerencia de uso de la recta numérica (el enunciado está en registro natural y la respuesta es pedida en registro simbólico). También hay dos ejercicios extra con enunciados-problema uno es extra matemático también es de línea de tiempo, y el último es sin contexto.

Capítulo 7: aborda la temática de la sustracción de números enteros desde una perspectiva didáctica que combina el registro natural, los registros simbólicos y la representación gráfica mediante la recta numérica. La explicación inicia con una definición en registro natural, acompañada de un ejemplo que presenta cuatro variaciones simbólicas, las cuales son resueltas mediante la utilización de la recta numérica como registro auxiliar. Sin embargo, se observa que en esta secuencia no se evidencia claramente el proceso semiótico que explica los cambios en el sentido del movimiento de los números enteros durante la operación, especialmente en relación con la alteración de los signos y su impacto en la interpretación del resultado (pp. 24 y 25).

Asimismo, en un segundo ejemplo, que involucra un enunciado contextual sobre temperatura expresado en el registro natural, se solicita su transformación a un registro simbólico. En este caso, no se emplea un registro auxiliar como la recta numérica, sino que se realiza directamente la conversión a RS, limitándose a una respuesta única. La ausencia de un análisis semiótico que explique la relación entre los diferentes registros y cómo estos influyen en la comprensión del concepto de sustracción de enteros revela una posible brecha en la didáctica de la materia, en la que la transición entre el registro natural y simbólico no se acompaña de una reflexión sobre los cambios en el sentido y significado de los signos utilizados.

Adicionalmente, el contenido es sobre los números enteros y sus inversos en otras dos páginas, aquí se resalta la importancia de los números enteros al abarcar los positivos y negativos, y menciona los opuestos, donde cada número tiene su negativo en la recta numérica.

Ahora bien, esta organización de los contenidos es pertinente para la comprensión y el aprendizaje porque proporciona una estructura lógica y progresiva como guía al lector en la construcción de conocimiento, al presentar de forma secuencial de lo más básico a lo más complejo, el desarrollo cognitivo del estudiante se hace presente pues este aprende a relacionar nuevos saberes con conocimientos previos.

Desde una perspectiva semiótica, este análisis evidencia la importancia de comprender cómo los diferentes registros (natural, simbólico y gráfico) interactúan y se transforman en el proceso de enseñanza-aprendizaje, y cómo estos cambios afectan la interpretación y el sentido de las operaciones matemáticas. La falta de una explicación explícita sobre los cambios en el sentido del movimiento en la recta numérica y la relación entre los signos en los diferentes registros puede limitar la comprensión profunda del concepto por parte del estudiante, resaltando la necesidad de integrar una mirada semiótica en la didáctica de las matemáticas para favorecer una enseñanza más coherente y significativa.

A su vez, esta organización permite al estudiante avanzar en la identificación de los objetivos de aprendizaje su propio ritmo, y, por tanto, también contribuye al desarrollo de habilidades metacognitivas, pues un contenido estructurado incluye actividades de reflexión, síntesis o autoevaluación, herramientas que permiten al estudiante medir su propio aprendizaje.

3.2. El Desarrollo de los Conceptos

En lo que respecta al desarrollo de los conceptos numéricos relacionados con los enteros, el texto 1 —*Vamos a aprender matemáticas 7°* del Ministerio de Educación, 2017— expone en el concepto del *valor absoluto*, el cual establece la distancia de un número entero al cero sin importar su signo. Este concepto de valor absoluto es esencial para realizar comparaciones y cálculos con números enteros en el campo aditivo (resta), ya que facilita la comprensión de magnitudes sin considerar la dirección.

Desde una perspectiva semiótica cognitiva, el análisis del contenido del texto 1 revela una estructura didáctica que aborda progresivamente los conceptos relacionados con los números relativos y enteros. En el primer apartado, dedicado a los números relativos, se destaca la importancia del punto de referencia, ya que este elemento semiótico funciona como un signo clave que ayuda al estudiante a determinar los sentidos y orientaciones en la representación numérica. La referencia a una cantidad respecto a un punto de referencia establece un sistema de signos que facilita la comprensión del sentido de los números relativos, permitiendo al estudiante construir un marco de referencia espacial y conceptual.

Posteriormente, el texto introduce la noción de *los números enteros*, incluyendo su conjunto, los positivos, negativos, el cero como punto de referencia y el concepto del opuesto. La representación en la recta numérica actúa como un registro auxiliar que visualiza las relaciones entre estos elementos, fortaleciendo la comprensión del valor absoluto y el orden en los números enteros. La introducción de la adición de números enteros, diferenciando entre casos de signos iguales y diferentes, se apoya en propiedades del campo aditivo, que constituyen signos y reglas que guían la operación, consolidando así un sistema semiótico coherente para la operación.

No obstante, en el capítulo dedicado a la sustracción de números enteros, se observa una discontinuidad semiótica que puede afectar la coherencia del proceso de enseñanza. La introducción de la sustracción parece perder la continuidad con los conceptos previos, ya que en la sección anterior se enfatizó la adición y las propiedades del campo aditivo, incluyendo las reglas para números con signos diferentes. La falta de una transición explícita y contextualizada hacia la sustracción, que en la semiótica cognitiva implica una reinterpretación de signos y reglas previas, puede generar confusión en el estudiante, pues se percibe una discontinuidad en la lógica semiótica del contenido.

Este análisis sugiere que, desde una perspectiva pedagógica basada en la semiótica cognitiva, sería beneficioso fortalecer la relación entre los conceptos de adición y sustracción, explicando cómo la sustracción puede entenderse como la adición del opuesto, y asegurando que los signos y reglas utilizados en los capítulos anteriores se integren de manera coherente en la introducción de la sustracción. Esto facilitaría una construcción semiótica más sólida y una comprensión más profunda del sistema numérico entero, promoviendo una enseñanza más coherente y significativa.

3.3. Implicaciones Teóricas

En términos teóricos, el texto 1 —*Vamos a aprender matemáticas 7°* del Ministerio de Educación, 2017— se inclina por un enfoque constructivista de aprendizaje, donde los estudiantes crean el conocimiento mediante la exploración gradual de conceptos y su aplicación en diversas situaciones. Este método podría ayudar a entender mejor las conexiones entre los números y las operaciones al relacionar los números enteros con la vida real. En comparación con el texto 2 que al parecer adopta un enfoque convencional y claro, donde la información se expone de forma concisa, sin una evolución progresiva. Esto podría resultar menos eficaz para alumnos que requieren ejemplos visuales y contextuales para entender completamente los conceptos, ya que la aplicación práctica se aborda de forma limitada.

3.4. La Profundidad del Contenido y la Estructura del Texto

Respecto a esta categoría, en el texto 1 —*Vamos a aprender matemáticas 7°* del Ministerio de Educación, 2017—, la temática de los problemas planteados se enfoca en la utilización y entendimiento de los números enteros en varios escenarios, ya sean comunes o abstractos. Se emplean casos reales y ejemplos concretos como la elevación de un cerro o el clima, para explicar la representación y sentido de los números enteros, escenarios que posibilitan que los alumnos asocien los conceptos de matemáticas con situaciones cotidianas, lo que ayuda a comprender palabras como *altura, profundidad y, temperatura.*

El texto 1 —*Vamos a aprender matemáticas 7°* del Ministerio de Educación, 2017— presenta el tema de forma extensa y detallada. Desglosa conceptos clave como la posición en la recta, el valor absoluto y su aplicación en la cotidianidad. La pedagogía del contenido de este texto es progresiva, en el que se aporta con contexto y enunciados-problema en varias páginas, lo que permite a los estudiantes analizar y comprender los números enteros desde varias perspectivas. Dichos enunciados se plantean con una intención didáctica que fomenta la reflexión sobre el uso práctico y las características de los números enteros.

El texto 2 —*Nuevas Matemáticas* de Santillana, 2007— por el contrario, ofrece una introducción más concisa que se limita a dar una visión rápida sobre los números enteros, incluyendo su origen histórico y un problema abstracto que implica el uso de estos números. Esta falta de profundidad puede dar lugar a vacíos en la comprensión conceptual y operativa de los números enteros. Luego, este texto no desarrolla con amplitud las propiedades matemáticas, ni la representación de estos números en la vida cotidiana.

3.5. Los Enunciados-Problema

Ahora bien, en los enunciados-problema, como asunto central de este trabajo, en el texto 1, —*Vamos a aprender matemáticas 7°* del Ministerio de Educación, 2017— los ejercicios planteados también abarcan conceptos clave como la resta de números enteros, la correlación entre números y su proximidad al cero y la representación en una recta numérica, con esto, el diseño de la estructura tiene como objetivo conducir a los estudiantes a través de un proceso de análisis, comparación y aplicación de números enteros, fortaleciendo así su comprensión de las operaciones básicas y su conexión con el entorno en el que se aplican. La diversidad de ejercicios promueve la reflexión sobre las características de los números enteros y su aplicación en contextos específicos (Ramírez, 2024).

3.5. Aplicación de los Números Enteros en Contextos Extra matemáticos *Vs* Contextos Abstractos

El enfoque del texto 1 es relacionar los números enteros con situaciones extra matemáticas específicas, tales como beneficios, pérdidas, altitud y temperatura. Esto posibilita que los estudiantes comprendan el uso de los números enteros en su día a día y establecer una conexión entre el concepto matemático y su uso en la vida real. La comprensión de palabras como altura, profundidad o temperatura se adquiere a través de ejemplos en la práctica.

La enseñanza de la matemática en los textos suele privilegiar el registro simbólico desde un inicio sin ser cautelosos en la construcción en primer lugar de un significado semántico sólido. Las situaciones extra matemáticas mencionadas anteriormente, se constituyen como registros narrativos o discursivos que representan vivencias del mundo real; estas permiten ser una respuesta significativa relacionadas con la actividad matemática.

El empleo de los contextos extra matemáticos permite a los estudiantes realizar conversiones entre el registro natural y el simbólico, punto clave en la comprensión, referenciadas constantemente en sus aportes Duval. Esta estrategia facilita lo que Pontón denomina una transición significativa entre registros, con ayuda a una representación conceptual con sentido.

El número entero como signo no tiene sentido por sí mismo, sino que su significado emerge de su funcionalidad dentro de un sistema de representación, por ejemplo, el numero -5 representa una temperatura bajo cero o una deuda dependiendo del sentido contextual.

Para Damm (1992), destaca que la representación de situaciones matemáticas contiene dos dimensiones semánticas esenciales:

- Una relacionada con el orden de sucesión de los estados o transformaciones, expresadas por los verbos que portan la información numérica.
- Otra basada en las oposiciones semánticas entre verbos (como tener/ganar, ganar/perder), que permiten representar transformaciones contrarias.

Estas dimensiones semánticas son fundamentales para interpretar correctamente un enunciado matemático, especialmente en los problemas aditivos. La autora subraya la importancia de comprender cómo el lenguaje construye estructuras cognitivas que luego deben ser traducidas a representaciones matemáticas. Esta conversión entre lo lingüístico y lo simbólico representa una forma de registro semiótico crucial para el aprendizaje.

En el mismo sentido, el concepto de números enteros es presentado en el texto 2 —*Nuevas Matemáticas*— mediante un problema abstracto, lo cual puede facilitar el desarrollo del razonamiento matemático, aunque no lo relaciona directamente con situaciones cotidianas. Esta disparidad significa que el texto 1 promueve una comprensión más situacional, mientras que el texto 2 resalta la abstracción matemática.

En esa medida, el texto 1 define los conceptos teóricos y muestra los ejemplos o ejercicios resueltos en su secuencia, pero el texto 2, inicia con el planteamiento de situaciones abstractas para llegar al concepto.

3.6. Uso del lenguaje y la semiótica

El texto 1 adopta un lenguaje detallado y emplea varios registros de representación, ya sea verbal, gráfica, o numérica, a diferencia de esto, el texto 2 usa un lenguaje más abstracto y simbólico restringiendo así a que los estudiantes aprendan mediante métodos más visuales y concretos.

En cuanto a la estructura, el texto 1 tiene una estructura más sólida debido a que su contenido es más práctico, mientras que el texto 2, aunque incluye una perspectiva histórica interesante, carece de profundidad y ejemplos prácticos suficientes para consolidar el aprendizaje.

3.7. Consideraciones Respecto a los Números Enteros en los Textos Analizados

En principio, los problemas planteados destacan la importancia de los números enteros en distintas situaciones prácticas, lo que permite a los alumnos comprender su aplicación en la cotidianidad, como la medición de temperaturas, la administración de finanzas y el seguimiento de eventos en el tiempo y el espacio. Estos desafíos no solo enseñan a los alumnos sobre números enteros y su valor absoluto, sino que también permiten la práctica de operaciones simples y la comprensión de las conexiones entre distintas cantidades. Además, los ejercicios planteados no se limitan a operaciones básicas, sino que incluyen retos que demandan un análisis más detallado, como la comparación de magnitudes o la medición en contextos geográficos e históricos, lo que amplía la comprensión de los números enteros.

Sin embargo, se pueden identificar algunas restricciones en los enunciados. En primer lugar, faltan problemas que motiven al estudiante a usar diversos registros de representación para interpretar números enteros desde distintas perspectivas visuales, simbólicas o gráficas.

Desde una perspectiva investigativa, la ausencia del uso de registros de representación semiótica en los estudiantes tiene implicaciones profundas en los procesos de comprensión, resolución de problemas y construcción conceptual. Esta situación se puede analizar eficazmente desde la teoría semiótica de Duval y los aportes de Pontón.

Duval (2006) sostiene que la actividad matemática no puede reducirse al cálculo o a la manipulación de símbolos; su núcleo es la representación semiótica y, más aún, la coordinación entre distintos registros de representación. Según él, hay dos operaciones cognitivas esenciales: tratamiento (transformaciones dentro del mismo registro) y conversión (movilización de registros de representación). Así mismo, Pontón (2007) retoma y profundiza las ideas de Duval (2006) desde un enfoque didáctico centrado en la enseñanza de la matemática en educación básica y media; y afirma que los registros no solo son vehículos de comunicación, sino formas de organización del pensamiento matemático. La falta de trabajo explícito con múltiples registros es una de las causas del fracaso escolar en matemáticas.

En esa medida, la enseñanza debe promover la movilización y articulación entre registros, no solo el uso mecánico de uno de ellos (generalmente el simbólico). Así, cuando un estudiante no emplea registros (o no se le han enseñado a hacerlo), no solo se dificulta la resolución de problemas, sino que se debilita la comprensión semántica de los conceptos. Como señala Pontón (2007), esto puede conducir a un aprendizaje algorítmico, pero sin sentido.

Además, a pesar de que los problemas presentan situaciones de uso de los números enteros, falta una fundamentación teórica que aclare las propiedades principales de estos números y las operaciones efectuadas, lo que podría dificultar la comprensión de los estudiantes.

Desde esta perspectiva, la ausencia de registros de representación en los procesos matemáticos de un estudiante no es una falencia menor: es una señal de una estructura cognitiva empobrecida en su pensamiento matemático. Esta situación puede analizarse como: una barrera epistémica para la apropiación significativa de conceptos, un indicador de dificultades didácticas en la enseñanza de la matemática y es en este punto donde el docente debe intervenir pedagógicamente, mediante tareas que favorezcan la conversión y articulación entre registros (natural, gráfico, simbólico, tabular, etc.).

Este enfoque puede sustentar el diseño de propuestas didácticas o curriculares que busquen formar estudiantes capaces de pensar matemáticamente desde la multiplicidad de representaciones, como lo demandan tanto la teoría como la práctica educativa.

3.8. Análisis Enunciados desde una Mirada Semiótica

La interpretación de enunciados matemáticos requiere una atención especial a los procesos de representación y transformación de significados que se activan durante la resolución de problemas. Desde una mirada semiótica, autores como Duval (1999), Pontón (2007) y Damm (1992) han destacado la importancia de los registros de representación y la coordinación entre ellos como elementos fundamentales para acceder al sentido matemático de los enunciados. Esta perspectiva permite analizar no solo los obstáculos lingüísticos o conceptuales, sino también las transcodificaciones necesarias que el estudiante debe realizar para construir significados adecuados en distintos registros semióticos durante el proceso de resolución.

A continuación, en la Tabla 7 se presentan las frecuencias de los 10 enunciados separados por texto analizado y categorizados de acuerdo con el contexto situacional. En la Tabla 7 se hace una categorización de acuerdo a la naturaleza matemática de los problemas y a las posibles dificultades de comprensión, cabe aclarar que la categoría de *problemas contextualizados* se refiere a problemas que presentan situaciones del mundo real como altitud, profundidad o temperatura, que los estudiantes deben interpretar; la categoría *de comparación y diferencia* involucra la comparación de magnitudes o diferencias entre valores; la *aplicación de conceptos* trata de problemas que requieren aplicar conceptos matemáticos específicos como valor absoluto, opuestos, o posiciones relativas; *la resolución de problemas secuenciales* se refiere a enunciados que requieren una serie de pasos para encontrar la solución, involucrando cambios en las condiciones o la resolución de problemas en etapas.

Tabla 7

Codificación de los enunciados-problema escogidos para la organización redaccional.

Código	**Enunciado**	**Categoría em extra matemática**	**Registro inicial y final Ln (RLn) Simbólico(RS)**
T1E11fRLn	Tres niñas recibieron de sus padres cierta cantidad de dinero para ir de compras. La primera recibe $55,000, la segunda $5000 más que la primera y la tercera recibe la suma de las otras dos juntas. ¿Cuánto recibió cada niña?	Financiero	RLn---RS
T1E12tRLn	Pitágoras, famoso filósofo y matemático griego. Nació en el año 571 a. C. Según la historia, este personaje murió a los 85 años de edad. ¿En qué año murió Pitágoras?	Línea de tiempo	RLn---RS
T1E3dRLn	Liliana, sigue un plan de entrenamiento antes de participar en una maratón. El plan incluye correr 20 semanas: 8 km el lunes, 8 km el miércoles, 8 km el viernes y 16 km el sábado. ¿Cuántos kilómetros corre Liliana semanalmente?	Distancia	RLn---RS
T1E9TRLn	En un año se observó que las temperaturas promedio en la cima del monte Everest en Enero y Septiembre, fueron de 36 °C bajo cero y -9 °C respectivamente. ¿Cuántos grados aumentó la temperatura entre enero y septiembre en ese año ?	Temperatura	
T1E16dRLn	De los 328 escalones que tiene un edificio a Fernando le falta subir 79. cuántos escalones ha subido?	Desplazamiento	RLn
T2E57aRLn	Un caracol asciende por una pared de 10 m de altura. Durante el día sube 3 m, pero durante la noche se queda dormido y se resbala 2 m. ¿Al cabo de cuantos días logra llegar a la cima de la pared? Hay una ilustración de un caracol		RLn
T2E56TRLn	En la Antártida se han registrado temperaturas que oscilan entre -83 °C en el interior y 60 °C en la costa. ¿Cuál es la diferencia de temperatura entre el interior y la costa de la Antártida?		
T2E55pRLn	Un buzo encargado de fotografiar la fauna marina desciende a una profundidad de 5 m con respecto a nivel del mar. Luego, sube 2 m, vuelve a descender 3 m y sube 4 m. ¿A qué profundidad se encuentra el buzo?		

	Hay una ilustración que no da evidencia de la situación, simplemente es una imagen de un buzón en el océano		
	La isla de Hawái, en el océano Pacífico, se apoya en una base que se encuentra a 5500 metros bajo el nivel del mar. Esta enorme montaña termina en cuatro picos, de los cuales el Mauna Kea es el más alto, con 4200 msnm. Respecto al nivel del mar, ¿qué longitud es mayor, la cumbre de la montaña o la base de la isla?		

Fuente: elaboración propia.

A continuación, se analizarán algunos enunciados-problema del campo aditivo de los números enteros. Este análisis permitirá comprender cómo las estructuras lingüísticas y semióticas contribuyen a la construcción de sentido en los enunciados, facilitando una interpretación precisa de los problemas planteados; para ello, el centro del análisis estará en identificar las marcas lingüísticas, las unidades significantes, las marcas de relación, unidades de contenido, la estructura aditiva y las conjunciones utilizadas.

El primer enunciado a analizar presenta un problema de composición de cantidades, ejercicio matemático bastante común en el razonamiento del campo aditivo de los números enteros. Veamos su proceso de segmentación y análisis de este como se presenta en la Tabla 8.

Tabla 8

Segmentación discursiva del primer enunciado-problema (composición de cantidades).

T1 E11 f RLn	**Segmentación 1**	**Segmentación 2**	**Segmentación 3**	**Segmentación 4**	**Segmentación 5**
Marcas lingüísticas	Tres niñas recibieron de sus padres cierta cantidad	La primera recibe $55,000.	La segunda recibe$5,000 más que la primera.	La tercera recibe la suma de las otras dos juntas.	¿Cuánto recibió cada niña?

	de dinero para ir de compras.				
Unidad significante	Recibieron, cantidad de dinero	recibe	más que	la suma de	¿Cuánto recibió cada niña?
Marca de cantidad / relación					
Unidad de contenido					
Estructura aditiva			Comparación aditiva	Composición de cantidades	

Desde una perspectiva semiótica el enunciado T1 E11 f RLn moviliza principalmente el registro lengua natural, el cual debe ser traducido por el estudiante al registro simbólico algebraico o aritmético para su resolución. En este sentido, siguiendo a Duval (1995), la comprensión del problema no se limita a la decodificación del lenguaje natural, sino que exige una conversión entre registros que permita representar las relaciones cuantitativas de forma operativa. El estudiante debe identificar y simbolizar correctamente las cantidades mencionadas: la cantidad fija recibida por la primera niña ($55,000), la expresión de incremento en la segunda (" $5,000 más que la primera"), y la dependencia total de la tercera respecto a las otras dos ("la suma de las otras dos juntas").

En cuanto al análisis semántico, el enunciado presenta relaciones aditivas encadenadas que requieren una comprensión clara de los vínculos entre las cantidades. La expresión "la segunda recibe $5,000 más que la primera" implica una relación de comparación aditiva, mientras que "la tercera recibe la suma de las otras dos" introduce una relación de composición aditiva. El significado de cada parte del enunciado debe ser interpretado correctamente para evitar errores comunes, como asumir independencias entre las cantidades cuando en realidad todas están jerárquicamente relacionadas. Esta dependencia progresiva entre los valores asignados requiere que el lector identifique un orden lógico en la interpretación y asignación de cantidades, lo cual es un indicador de comprensión semántica profunda.

Desde la congruencia matemática, el enunciado es coherente internamente y presenta información suficiente para llegar a una solución única. No existen ambigüedades sintácticas ni semánticas que interfieran con la interpretación de los datos. Sin embargo, la dificultad puede surgir si el estudiante no establece una estrategia ordenada de resolución, dado que la última cantidad depende de las dos anteriores. Una posible solución se estructura de la siguiente manera:

- Primera niña: $55,000
- Segunda niña: $55,000 + $5,000 = $60,000
- Tercera niña: $55,000 + $60,000 = $115,000

En este caso, el problema no solo demanda tratamiento, sino también identificar correctamente las relaciones entre las cantidades, lo cual involucra procesos de comprensión lectora, razonamiento aditivo y representación simbólica.

Otro enunciado-problema del campo aditivo de los números enteros está relacionado con la transformación de la información.

Pitágoras fue un famoso filósofo y matemático griego y nació en el año 571 a. C. Según la historia, este personaje murió a los 85 años de edad. ¿En qué año murió Pitágoras?

Tal enunciado puede generar confusión si no se interpretan correctamente las marcas lingüísticas y las unidades significantes relacionadas con el tiempo y la cronología. Semióticamente, es decir, analizar cómo la estructura del enunciado y las relaciones temporales expresadas influyen en la comprensión del problema.

Tabla 9

Segmentación discursiva del segundo enunciado-problema (Información de transformación)

T1 E12 t RLn	Segmentación 1	Segmentación 2	Segmentación 3	Segmentación 4
Marcas lingüísticas	Pitágoras, famoso filósofo y matemático griego: Introducción contextual.	Nació en el año 571 a. C.: Dato matemático	Según la historia, este personaje murió a los 85 años de edad."	¿En qué año murió Pitágoras?
Unidad significante	N.A	571 a. C	85 años	¿Año de muerte?
Marca de cantidad / relación	N.A.	a.C. negativo	Edad positiva	Respuesta negativa, a.C.
Unidad de contenido	N.A			
Estructura aditiva	N.A.	(Estado inicial). negativo	Información de transformación +	Pregunta con incógnita (estado final). negativo
Variables redaccionales	Dificultad en el tratamiento de signos temporales (a. C.).			
Variables cognitivas	Conversión de registros: natural a simbólico cronológico.			

El enunciado *T1 E12 t RLn* integra una estructura aditiva cronológica que requiere del estudiante habilidades de conversión entre registros y comprensión semántica del tiempo histórico. Su resolución implica interpretar correctamente el desplazamiento temporal hacia atrás (años antes de Cristo) y realizar el tratamiento. La claridad del enunciado y la mediación docente son esenciales para superar los obstáculos cognitivos presentes.

Por otro lado, el siguiente enunciado-problema describe un plan de entrenamiento previo a una maratón, detallando distancias recorridas en diferentes días y preguntando cuál es la cantidad de kilómetros recorridos semanalmente.

Liliana sigue un plan de entrenamiento antes de participar en una maratón. El plan incluye correr durante 20 semanas: 8 km el lunes, 8 km el miércoles ,8 km el viernes y el 16 km el sábado ¿cuántos kilómetros corre Liliana?

La dificultad de este enunciado radica en la necesidad de las distancias, comprendiendo la estructura aditiva denunciado. A nivel semiótico permite identificar cómo las marcas lingüísticas y las unidades de contenido guían o, por el contrario, dificultan la construcción del significado necesario para resolver el problema.

Tabla 10

Segmentación discursiva del tercer enunciado-problema (Acumulación de actividades)

T1-E3-d-RLn	Segmentación 1	Segmentación 2	Segmentación 3
Marcas lingüísticas	Sigue un plan de entrenamiento antes de participar en una maratón.	El plan incluye correr 20 semanas: 8 km el lunes, 8 km el miércoles, 8 km el viernes y 16 km el sábado	¿Cuántos kilómetros corre Liliana semanalmente?
Unidad significante		Días y cantidad	Cantidad total recorrido
Marca de cantidad / relación		20 semanas 8 km 16 km	
Unidad de contenido		Suma de cantidades	
Estructura aditiva		Transformación acumulada: combinación	
Conjunciones	Y, acumulación de actividades		
Función discursiva	Rutina repetida, 20 semanas es irrelevante		

Este enunciado *T1-E3-d-RLn* relaciona elementos de comprensión semántica, representación simbólica y pensamiento aditivo. Según Duval, el principal reto está en el cambio de registro del lenguaje natural a registro simbólico. Según Pontón, la carga cognitiva aparece en identificar lo esencial (ej. las "20 semanas" distractor, no son relevantes). Y, según Vergnaud (2003), se trata de una estructura aditiva de tipo combinación, donde se reúnen varias cantidades parciales.

Seguidamente, otro enunciado-problema bastante común en el campo aditivo de los números enteros tiene que ver con los cambios de estado y temperatura:

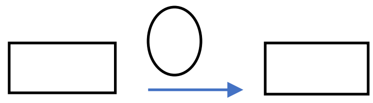
Un año se observó que las temperaturas promedio en la cima del monte Everest en enero y septiembre, fueron de 36 °C bajo cero y -9 °C respectivamente. ¿Cuántos grados aumentó la temperatura entre enero y septiembre en ese año?

La comprensión adecuada de este enunciado requiere interpretar correctamente expresiones relacionadas con los cambios térmicos y las Relaciones. Implícitas. A nivel semiótico. Este análisis permite desentrañar cómo las marcas lingüísticas y las unidades significantes afectan la interpretación del cambio descrito.

Tabla 11

Segmentación discursiva del cuarto enunciado-problema (Cambios de estado).

T1-E9-T-RLn	**Segmentación 1**	**Segmentación 2**
Marcas lingüísticas	Un año se **observó** que las temperaturas promedio en la cima del monte Everest en enero y septiembre, **fueron** de 36 °C bajo cero y -9 °C respectivamente.	¿Cuántos grados **aumentó** la temperatura entre enero y septiembre en ese año?"
Unidad significante	–36 °C (36 °C bajo cero). Estado inicial -9 °C estado final	Incógnita, distancia
Marca de cantidad / relación	Respectivamente, bajo cero	Implícita, diferencia entre dos temperaturas

		negativas, resultado una variación positiva.
Unidad de contenido	Año, temperatura, unidades de medición	Aumento como distancia entre valores negativos
Estructura aditiva	Cambio de estado: de un estado negativo hacía otro menos negativo.	Transformación positiva 
Conjunciones	Respectivamente, correlaciona cada mes con su temperatura	“y” conecta los meses con sus respectivas temperaturas
Variable redaccional	Bajo cero --- número negativo	Aumento --- diferencia entre dos valores, no una suma directa.

El enunciado *T1-E9-T-RLn*, a pesar de su brevedad, exige un procesamiento cognitivo complejo por parte del estudiante, ya que demanda una comprensión semántica profunda del contexto, así como la capacidad de realizar conversiones entre distintos registros de representación. Además, requiere discriminar información relevante tanto en el plano de los datos como en la forma verbal del enunciado. La resolución implica el uso del modelo aditivo, específicamente mediante una operación de diferencia entre dos temperaturas que el estudiante debe interpretar como una transformación positiva. Este aspecto resulta clave, ya que el enunciado plantea una situación de cambio expresada con una frase de aumento, la cual puede inducir erróneamente a pensar en una suma directa, cuando en realidad se trata de establecer una diferencia entre dos valores. Por otro lado, es indispensable que el estudiante logre establecer una correspondencia adecuada entre los meses mencionados y sus respectivas temperaturas, articulando así la información temporal con la magnitud térmica de manera coherente. Se requiere comprensión semántica del contexto, conversión de registros según Duval (2006), discriminación entre datos útiles y forma verbal, y el uso adecuado del modelo aditivo según Vergnaud (2003). Según Pontón (2007), la complejidad se intensifica si no se han trabajado las relaciones entre temperatura y números enteros en contextos concretos previamente.

Ahora, seguidamente, los enunciados problema relacionados con las sumas acumulativas. Son frecuentemente usados y en la interpretación de los estudiantes se generan bastantes conclusiones, dado que aparentemente la respuesta es bastante simple.

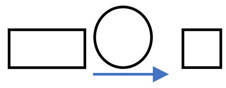
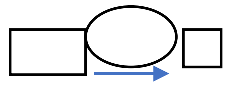
Un caracol asciende por una pared de 10 metros de altura. Durante el día sube 3 metros, pero durante la noche se queda dormido y se resbala 2 metros. ¿Al cabo de cuántos días logra llegar a la cima de la pared?

No obstante, la complejidad de este enunciado radica en que se debe interpretar la dinámica de ascenso y descenso acumulativo semióticamente es crucial analizar cómo las estructuras aditivas y las conjunciones utilizadas en el ejercicio influyen en la construcción del modelo mental necesario para resolver el problema.

Tabla 12

Segmentación discursiva del quinto enunciado-problema (sumas acumulativas)

T2E57aRLn	**Segmentación 1**	**Segmentación 2**	**Segmentación 3**	**Segmentación 4**
	Un caracol asciende por una pared de 10 metros de altura	Durante el día sube 3 metros,	pero durante la noche se queda dormido y se resbala 2 metros.	¿Al cabo de cuántos días logra llegar a la cima de la pared?
Marcas lingüísticas	Asciende	Durante, Sube	Pero Resbala (pérdida)	
Unidad significante	Altura pared	Recorrido +	Recorrido -	
Marca de cantidad / relación	10 metros / cantidad	3 metros/cantidad		
Función discursiva	Narrativo, metamatemática	Acción repetitiva		

Estructura aditiva	NA			Sumas acumulativas
Función apofántica			Pero/ oposición (juicio de pérdida)	Interrogativa ilocutiva
Función referencial		Determinación temporal	Acción regresiva	Determinación temporal

El enunciado T2E57aRLn presenta una estructura que se aleja de las formas habituales de resolución, lo que demanda del estudiante no solo una comprensión profunda de la situación, sino también el uso de múltiples registros de representación semiótica para organizar y procesar la información. En particular, se hace necesario emplear un registro intermediario, como el tabular, que permite condensar los datos relativos a los períodos de tiempo y a las variaciones acumuladas (subidas y bajadas). Sin embargo, dicho registro resulta aún insuficiente si no se establece una articulación coherente entre los valores parciales y los acumulados, especialmente considerando que la meta del problema alcanzar los 10 metros se logra en el octavo día, aunque podría interpretarse erróneamente como un proceso de 10 días, dada una posible incongruencia en el corte temporal. Esta tarea no es automática ni trivial: exige del estudiante la movilización de registros auxiliares, como el simbólico o la recta numérica, para posteriormente recurrir al registro tabular como herramienta de organización de las operaciones reiterativas. En este sentido, el enunciado se constituye en un objeto de análisis didáctico relevante, ya que permite explorar si mediante ajustes redaccionales se facilita el acceso a la invariante condicional de la relación aditiva.

También nos invita a los docentes a reflexionar sobre los procesos en el aula en las tareas matemáticas propuestas, trabajadas con anterioridad ya sea de los textos o secuencias didácticas que tengan un objetivo de aprendizaje claro y que estén consignadas las tareas cognitivas propuestas por Duval (2006) la formación de representaciones, tratamiento y conversión; tomar criterios de otros autores como Pontón en la transformación de los enunciados, variación redaccional que le dé un significado cognitivo a nuestros estudiantes.

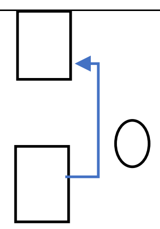
Finalmente, este ejercicio está enfocado en las comparaciones de diferencias térmicas.

En la Antártida se han registrado temperaturas que oscilan entre -83 °C en el interior y 60 °C en la costa. ¿Cuál es la diferencia de temperatura entre el interior y la costa de la Antártida?

Su dificultad reside en la interpretación de las comparaciones reiterativas y las relaciones cuantitativas expresadas. Semióticamente permite examinar cómo las marcas lingüísticas y las unidades de contenido afectan la comprensión de las comparaciones y la identificación de las diferencias solicitadas.

Tabla 13

Segmentación discursiva del sexto enunciado-problema (comparación entre dos estados).

T2E56TRLn	**Segmentación 1**	**Segmentación 2**
	En la Antártida se han registrado temperaturas que oscilan entre -83 °C en el interior y 60 °C en la costa.	¿Cuál es la diferencia de temperatura entre el interior y la costa de la Antártida?
Marcas lingüísticas relación	***Oscilan entre***	***Diferencia de***
Unidad significante		Diferencia de temperatura
Marca lingüísticas cantidad	-83 °C y 60 °C	
Función discursiva	Contexto físico y numérico, 2 valores como punto de comparación.	
Estructura aditiva		 Comparación entre dos estados
Función apofántica		Interrogativa, juicio verdadero

Función referencial	Categorización (extremos Térmicos). Descripción cuantitativa de los datos.	Reitera comparación

Fuente: elaboración propia.

Este enunciado se formula íntegramente en el registro de la lengua natural (RLn), lo que implica que su comprensión depende no solo del conocimiento matemático del estudiante, sino también de su competencia lingüística. A diferencia de otros registros (como el numérico o el gráfico), el registro de lengua natural en este caso permite la transmisión de la información a través de construcciones narrativas y descripciones contextuales, y no directamente mediante símbolos matemáticos.

La lengua natural, como plantea Duval (2006), es plurifuncional: no solo comunica datos, sino que establece relaciones entre ellos y guía al lector hacia una interpretación específica de la situación. En este caso, el registro de lengua natural enmascara un problema del campo aditivo (resta de enteros con signos opuestos) en una narrativa geográfica y descriptiva que requiere ser interpretada semióticamente antes de que se pueda realizar cualquier tratamiento matemático.

En cuanto las funciones discursivas, en específico de la función referencial, aparece en la designación de los objetos o datos matemáticos: "-83 °C" y "60 °C", así como en las localizaciones "interior" y "costa de la Antártida". Estas expresiones permiten identificar los elementos cuantitativos clave del enunciado y su ubicación contextual. Esta función es fundamental para reconocer qué magnitudes están en juego y sobre qué contexto se desarrolla el problema.

En lo que respecta a la función apofántica se manifiesta en el enunciado interrogativo final: "¿Cuál es la diferencia de temperatura entre el interior y la costa de la Antártida?". Este fragmento representa un enunciado completo con sentido lógico y una proposición que espera ser validada mediante un proceso matemático. Aquí se explicita la operación matemática a realizar (una diferencia), aunque no en términos técnicos, sino mediante lenguaje natural que debe ser interpretado correctamente.

Adicional, en la funcionalidad discursiva expansiva la frase inicial “En la Antártida se han registrado temperaturas que oscilan entre...” ofrece un contexto general antes de introducir los datos numéricos. Esta expansión discursiva cumple la función de introducir el problema en una situación realista, pero también puede convertirse en una barrera si el lector no logra identificar qué partes del enunciado son esenciales para el tratamiento matemático. Esta función introduce complejidad semántica, ya que añade información no estrictamente necesaria para el cálculo, pero útil para contextualizar el problema.

En las implicaciones para la comprensión, este enunciado requiere que el estudiante realice una conversión semiótica desde el registro de lengua natural al registro simbólico de los enteros. Para ello, debe identificar que se trata de una diferencia entre dos cantidades con signos opuestos: una temperatura negativa y una positiva. El tratamiento matemático que debe surgir de esta conversión es la operación:

$$60°C - (-83°C) = 60°C + 83°C = 143°C$$

Sin embargo, este tratamiento no será posible si el lector no realiza previamente las funciones discursivas mencionadas: reconocer (referencial), interpretar (apofántica) y seleccionar la información relevante (expansiva). De allí que el registro de lengua natural no solo introduce el problema, sino que condiciona la posibilidad de resolverlo.

A partir entonces de lo expuesto anteriormente frente al análisis y comprensión de los segmentos discursivos que exige cada uno de los enunciados-problema del campo aditivo de los números enteros, puede exponer que, en primer lugar, estos enunciados ejemplifican cómo el registro de la lengua natural, con su riqueza y complejidad, puede facilitar o dificultar el acceso al pensamiento matemático, dependiendo del grado de dominio semiótico-lingüístico del estudiante. Reconocer y trabajar explícitamente estas funciones discursivas en el aula es clave para formar lectores competentes de problemas matemáticos, capaces de navegar entre registros y comprender la matemática más allá de los símbolos.

Los enunciados analizados evidencian con claridad la relevancia del registro de la lengua natural en la construcción y comprensión de problemas matemáticos, especialmente aquellos pertenecientes al campo aditivo de los números enteros. Lejos de ser un solo vehículo para presentar datos, la lengua natural desempeña un papel estructurante en la configuración del pensamiento matemático, ya que a través de sus formas discursivas no solo se presentan los contenidos, sino que también se orienta al lector hacia ciertos tipos de relaciones y operaciones. Como ha planteado Duval (2006), este registro es plurifuncional: su riqueza semántica permite referirse a objetos, expresar enunciados completos, desarrollar ideas y reflexionar sobre ellas, lo que le confiere un rol clave pero también complejo en la enseñanza de las matemáticas.

Desde esta perspectiva, la comprensión de problemas en registro de la lengua natural no puede reducirse a una lectura superficial o literal; implica una serie de procesos semiótico-cognitivos que exigen del estudiante la activación de distintas funciones discursivas como la referencial, apofántica y de expansión, para identificar, relacionar e interpretar adecuadamente los elementos relevantes del enunciado.

Así, esta problemática nos invita directamente como investigadores y docentes: si la lengua natural condiciona la posibilidad de acceder a la comprensión matemática, entonces la enseñanza de las matemáticas debe incorporar, de manera explícita, el trabajo con las estructuras lingüísticas que conforman los enunciados de problema. Esto incluye el análisis de los diferentes tipos de relaciones semánticas que se establecen entre datos y preguntas, la distinción entre información esencial y contextual, y la identificación de aquellas expresiones que insinúan operaciones matemáticas. Solo mediante esta articulación entre registros semióticos y funciones discursivas, el estudiante podrá no solo resolver correctamente el problema, sino también comprenderlo en su totalidad, argumentar sus decisiones y construir un pensamiento matemático más potente, situado y comunicativo.

Capítulo 4. Cambio Redaccional

En este capítulo se expone la organización redaccional de los enunciados-problema del campo aditivo de los números enteros con el propósito de hacerlos más comprensibles para los estudiantes. Esta tarea se realiza a partir del enfoque teórico de la semiótica cognitiva propuesta por Duval (1999, 2006), que permite analizar las dificultades en la comprensión matemática desde los registros de representación y los procesos de tratamiento y conversión. A través de esta perspectiva, se busca evidenciar cómo ciertos ajustes en la formulación de los problemas pueden favorecer una mejor interpretación y resolución por parte de los estudiantes del grado séptimo.

4.1. Cambio Redaccional 1.

Enunciado-problema 1. E3dRLn

Liliana, sigue un plan de entrenamiento antes de participar en una maratón. El plan incluye correr 20 semanas: 8 km el lunes, 8 km el miércoles, 8 km el viernes y 16 km el sábado. ¿Cuántos kilómetros corre Liliana semanalmente?

Enunciado reorganizado:

Liliana está entrenando para participar en una maratón. Durante 20 semanas, sigue un plan semanal que consiste en correr 8 kilómetros los lunes, 8 kilómetros los miércoles, 8 kilómetros los viernes y 16 kilómetros los sábados. ¿Cuántos kilómetros corre Liliana en total durante una semana de entrenamiento?

4.1.1. Análisis de la Propuesta

4.1.1.1. Congruencia semiótica: registros de entrada y salida.

Registro de entrada: El problema está formulado completamente en el registro natural, con unidades explícitas ("kilómetros") y frecuencia temporal clara ("lunes", "una semana").

Registro de salida esperado: También lengua natural o simbólico (respuesta con número + unidad), pero permite traducción natural a un registro tabular o numérico (si el docente o estudiante decide organizar los datos).

Esta congruencia y posibilidad de conversión entre registros favorece lo que Duval (2006) denomina operaciones de tratamiento y conversión, necesarias para la comprensión semiótica.

4.1.1.2. Estructura aditiva según Vergnaud (2003).

Este problema se inscribe en la estructura aditiva de combinación:

Se trata de reunir varias cantidades parciales (distancias recorridas en diferentes días) para determinar un total. Las cantidades no se presentan en forma de datos aislados, sino en el marco de una situación funcional, lo que permite activar la relación entre los esquemas aditivos y la situación contextualizada.

En términos de "tripletas" de Vergnaud (2003) (situación – esquema – representación simbólica), el problema activa una estructura mental de acumulación (esquema aditivo), que puede representarse como:

$$8\ (Lunes) + 8\ (miércoles) + 8\ (viernes) + 16\ (sábado) = ?\ Km$$

4.1.1.3. Funciones discursivas mejoradas

La versión original mezcla varios elementos sin una separación clara de contexto, datos y pregunta. Esto puede dificultar el reconocimiento del objetivo del problema; en la versión reescrita, los datos se presentan de forma escalonada y sintética, favoreciendo lo que Pontón (2007) llama "coherencia comunicativa" del enunciado.

La pregunta se formula de manera directa, utilizando conectores temporales claros ("durante una semana"), evitando ambigüedades entre las 20 semanas del plan completo y la semana tipo a la que se refiere la pregunta.

4.1.1.4. Adecuación cognitiva

La cantidad de datos es manejable, y la estructura aditiva está claramente sugerida por la regularidad del patrón semanal.

La repetición (8 km x 3 días + 16 km) permite aplicar estrategias como agrupamiento o uso de propiedades conmutativas, por ejemplo:

$$8Km + 8Km \ + 8Km = 24\ Km, y\ luego, 24Km + 16\ Km = \ 40\ Km$$

Ventajas pedagógicas de esta reformulación

- Favorece la comprensión del modelo matemático implícito: combinación de cantidades parciales en un período definido.
- Clarifica la estructura del enunciado, segmentando contexto, datos y pregunta.
- Permite trabajar con representaciones múltiples: tabla, suma, diagrama de barras, etc.
- Promueve habilidades metacognitivas: los estudiantes pueden "ver" qué se les pide antes de operar.

4.2. Cambio redaccional 2

Enunciado-problema 2. T2E57aRLn

"Un caracol asciende por una pared de 10 metros de altura. Durante el día sube 3 metros, pero durante la noche se queda dormido y desciende 2 metros. ¿Al cabo de cuántos días logra llegar a la cima de la pared?"

Enunciado reorganizado:

Un caracol intenta subir una pared vertical de 10 metros de altura. Cada día, durante el día, logra subir 3 metros, pero por la noche, mientras duerme, resbala y baja 2 metros. ¿Cuántos días necesita el caracol para alcanzar la cima de la pared por primera vez?

Realiza este ejercicio haciendo uso de la recta numérica, utiliza el registro tabular para resumir la información por día.

4.2.1. Análisis Teórico y Didáctico de la Nueva Redacción

4.2.1.1. Desde la teoría semiótica de Duval: claridad en registros y operaciones

Registro de entrada: lengua natural (narrativo), estructurado de forma secuencial (día → noche), con magnitudes explícitas (metros).

Conversión esperada: para resolverlo, el estudiante necesita hacer una representación intermedia (registro simbólico o tabular), con los avances netos por día:

Esta traducción entre registros es clave en la teoría de Duval (1999, 2006). La comprensión real del problema ocurre cuando el estudiante se da cuenta de que el último ascenso rompe el patrón, ya que, al llegar a 7 metros, al día siguiente sube directamente a 10 metros sin resbalar, lo que exige una ruptura en la rutina semiótica.

4.2.1.2. Desde la perspectiva discursiva y cognitiva (Pontón, 2007)

El enunciado original, puede generar confusión porque no delimita bien el corte temporal (cuándo termina un día: ¿antes o después de bajar?).

La nueva versión introduce coherencia comunicativa: especifica qué sucede "durante el día" y "durante la noche" como dos fases temporales separadas y sistemáticas.

La pregunta "¿cuántos días necesita el caracol para alcanzar la cima por primera vez?" está redactada de forma clara y en modo meta-operativo, lo que facilita la identificación del evento meta y evita que el estudiante incluya un día adicional innecesario.

4.2.1.3. Estructura aditiva con progresión recurrente (Vergnaud, 2007)

Este problema pertenece a una estructura aditiva de transformación recurrente, donde hay una secuencia de cambios con acumulación parcial y un evento terminal condicionado.

Cada ciclo (día completo) genera un avance neto de +1 metro, excepto el último día, cuando el caracol asciende directamente sin bajar, al llegar a 7 metros.

Modelo mental de resolución esperada:

Avanza 1 metro neto por día hasta alcanzar 7 metros al final del día 7.

- Al día 8, asciende 3 metros → alcanza 10 metros → fin, no resbala.

Respuesta correcta: 8 días

Este razonamiento involucra un modelo funcional y discreto del tiempo, lo que requiere una representación simbólica o gráfica del proceso: una tabla, una recta numérica, o incluso un esquema.

La versión reorganizada del enunciado sugiere varios criterios fundamentales para facilitar la comprensión y la resolución desde una mirada semiótica:

- Favorece la conversión entre registros (lengua natural → gráfico/simbólico).
- Delimita claramente las fases discursivas (día/noche), lo que permite organizar cognitivamente la información y mantener la coherencia semiótica.
- Permite al estudiante identificar una ruptura del patrón repetitivo, que demanda una lectura crítica, no mecánica del problema.
- Estimula la construcción de representaciones sucesivas, lo cual es esencial en problemas con progresiones acumulativas y condiciones terminales.

Conclusiones y Recomendaciones

La comprensión de los enunciados-problema en el campo aditivo de los enteros es un desafío considerable para los alumnos, en específico cuando se refiere a la identificación del campo aditivo debido a la complejidad semiótica que involucra los signos operativos más y menos. Según los autores Duval (1999, 2006) y Pontón (2007) expresan que esta complejidad se manifiesta cuando los estudiantes deben discernir entre diferentes significados que pueden asociarse a estos signos en contextos variados. Por ejemplo, el signo más no siempre implica una operación de suma, y el signo menos no siempre indica resta, lo que puede llevar a confusiones y errores en la resolución de problemas. Esta ambigüedad en la representación semiótica dificulta la identificación clara de las operaciones necesarias, haciendo que los estudiantes se enfrenten a un verdadero reto cognitivo. Además, la variabilidad en la definición del signo de resultado según el tipo de operación que se realiza añade otra capa de complejidad. Los estudiantes deben no solo reconocer la operación que se debe realizar, sino también entender cómo la interpretación del signo puede cambiar en función del contexto del problema.

Por ello, Duval (1999, 2006) y Pontón (2007) enfatizan la importancia de desarrollar un entendimiento profundo de estas relaciones semióticas para facilitar el aprendizaje. Al abordar problemas del campo aditivo de manera que se aclare los elementos de la semiótica, se puede mejorar la habilidad de los estudiantes para interpretar y solucionar enunciados, promoviendo así un aprendizaje más efectivo y una comprensión sólida de los números enteros.

Asimismo, se encontraron múltiples obstáculos al entender enunciados-problema sobre el campo aditivo de los números enteros, sobre todo en la comprensión del enunciado en lengua natural, extra matemático estructural del enunciado. Los alumnos de séptimo grado comúnmente tienen dificultades al comprender proposiciones que contienen comparaciones, contrastes e ideas abstractas tales como el valor absoluto o las relaciones de magnitud. En los textos de matemáticas se observó que se tiende a emplear un lenguaje técnico y estructuras no congruentes con los registros de entrada y salida que pueden resultar complicadas de comprender para los estudiantes, incluso la carencia de una división definida y la escasa utilización de registro de visualización también influyeron en estas dificultades. En conclusión, validar los procesos cognitivos desde la semiótica cognitiva no implica solo observar el desempeño del estudiante frente a una tarea matemática, sino interpretar las trayectorias de significación que construye a través del lenguaje, los símbolos y las representaciones. Es una validación que exige al docente-investigador una mirada analítica, una comprensión profunda del lenguaje matemático en su dimensión semiótica, y una disposición a reconocer el carácter complejo, plural y representacional del pensamiento matemático en el aula.

El cambio redaccional propuesto para el mejoramiento de la comprensión de enunciados problemáticos en la adición de números enteros se fundamenta en la teoría de la semiótica cognitiva de Duval (1999, 2006) y Pontón (2007). Esta propuesta resalta la necesidad de aclarar el lenguaje y dividir los enunciados en partes manejables, lo que permite a los estudiantes abordar los problemas en congruencia. Al simplificar el lenguaje y añadir contexto relevante, así como reestructurar los enunciados en una secuencia lógica, se facilita la comprensión y el acceso a la solución de problemas, lo que centra en mejorar la carga cognitiva y mejora el aprendizaje.

Además, la inclusión de representaciones visuales, como la recta numérica, juega un papel crucial en este enfoque, como señala Damm (1992). La validez visual de la representación bidimensional brinda a los estudiantes una herramienta concreta para visualizar las relaciones entre los números, lo que refuerza la comprensión semiótica. Al permitir que los estudiantes puedan visualizar cómo se relacionan los números en el contexto de las operaciones de adición y resta, se facilita una mejor interpretación de los enunciados y se apoya el desarrollo de un razonamiento matemático más sólido. Integrar estas estrategias en la enseñanza mejora la comprensión de los enunciados y, a la vez, favorece el aprendizaje significativo y duradero en el campo de los números enteros.

Recomendaciones

Capacitación docente continua con enfoque semiótico y comunicativo

Se recomienda que los docentes de matemáticas reciban una formación constante en el uso de un lenguaje matemático accesible, claro y adaptado al nivel cognitivo y discursivo de sus estudiantes. Esta formación debe estar fundamentada en la teoría semiótica de Raymond Duval (1999, 2006), que distingue entre:

Tratamientos: operaciones dentro del mismo registro (por ejemplo, simplificar una expresión algebraica).

Conversiones: pasajes de un registro a otro (por ejemplo, de un enunciado verbal a una representación gráfica), esenciales para la comprensión profunda.

Y complementada con la visión de Teresa Pontón Ladino (2007), que destaca la necesidad de abordar la estructura discursiva de los enunciados, el rol del lector-intérprete y la comunicación matemática como proceso cognitivo y social.

Evaluación crítica de los materiales educativos desde una perspectiva semiótica

Es esencial revisar y rediseñar los materiales didácticos (libros, guías, actividades) teniendo en cuenta:

La claridad del registro lingüístico: los enunciados deben estar bien organizados sintáctica y semánticamente, evitando ambigüedades.

La inclusión de representaciones múltiples (gráficas, diagramas, tablas, dibujos), que permitan activar diversos registros semióticos y facilitar conversiones.

La conexión con contextos significativos y cotidianos, que faciliten la identificación de situaciones problema desde el mundo del estudiante.

Esta evaluación debe asegurar que los materiales no solo transmitan contenido, sino que faciliten procesos de interpretación, construcción de sentido y reestructuración cognitiva, como indican Duval (1999, 2006) y Pontón (2007).

Incorporación de prácticas semióticas en la enseñanza cotidiana.

Desde el aula, es necesario integrar prácticas que fortalezcan la comprensión semiótica del enunciado matemático, tales como:

Descomponer enunciados complejos en unidades de sentido, para facilitar su análisis y traducción.

Trabajar explícitamente en la identificación de palabras clave (como conectores lógicos, cuantificadores, condiciones), lo que contribuye a una lectura estratégica del texto matemático.

Utilizar y promover representaciones visuales, no solo como apoyo ilustrativo, sino como recursos cognitivos que permiten reorganizar el pensamiento y generar nuevas comprensiones.

Validación y seguimiento de los procesos cognitivos desde la semiótica cognitiva

Desde la perspectiva de la semiótica cognitiva propuesta por Raymond Duval (1999, 2006) y ampliada por Teresa Pontón Ladino (2007), la comprensión de enunciados matemáticos no se reduce a la mera decodificación del texto o la aplicación mecánica de algoritmos, sino que involucra una serie de operaciones cognitivas complejas relacionadas con la producción, interpretación, conversión y validación de significados en distintos registros de representación semiótica. En este sentido, la validación de los procesos cognitivos en el aula de matemáticas exige un enfoque que priorice no solo los productos del pensamiento (respuestas correctas o incorrectas), sino especialmente los procesos de significación que los estudiantes activan durante la resolución de tareas matemáticas.

En particular, uno de los elementos clave en este enfoque es la conversión entre registros semióticos, entendida como la capacidad del estudiante para trasladar la información de un registro (por ejemplo, lengua natural) a otro (como el gráfico, tabular o algebraico), sin perder el sentido matemático subyacente. Este proceso de conversión es mucho más exigente cognitivamente que el tratamiento (operaciones internas dentro de un mismo registro), y su éxito constituye un indicio sólido de comprensión profunda. Por lo tanto, la validación debe contemplar si el estudiante logra establecer correspondencias funcionales entre los distintos registros utilizados en un problema, si puede justificar su uso, y si reconoce qué elementos son invariantes en esas representaciones.

Asimismo, siguiendo los postulados de Teresa Pontón Ladino (2007, 2012), es imprescindible considerar los aspectos discursivos y comunicativos de la actividad matemática. El lenguaje en el aula no solo vehicula conocimiento, sino que lo configura. De ahí que la evaluación de los procesos cognitivos deba incluir el análisis del discurso producido por el estudiante: cómo interpreta los enunciados, cómo argumenta, cómo reformula los datos, y cómo articula las relaciones entre los objetos matemáticos que emergen del problema. El seguimiento de este discurso permite identificar obstáculos semióticos que van más allá del dominio conceptual, como el mal uso de conectores, la interpretación errónea de cuantificadores, o la identificación incorrecta de condiciones implícitas en el enunciado.

Otra dimensión clave en la validación es la exploración de los errores como indicadores semióticos, no como simples fallos operativos. El error puede ser una ventana al proceso de pensamiento del estudiante, revelando, por ejemplo, rupturas en la coherencia entre registros, uso inadecuado de una representación, o comprensión literal de un enunciado verbal sin reconocimiento de su estructura lógico-matemática. Por tanto, los errores deben analizarse en su contexto representacional y discursivo, y no solo desde una lógica de calificación.

Por último, se recomienda que el seguimiento de estos procesos se realice a través de instrumentos cualitativos y mixtos, como protocolos de pensamiento en voz alta, análisis de producciones escritas, diálogos, registros audiovisuales de la interacción en clase, y rúbricas analíticas que consideren dimensiones semióticas. Estos instrumentos permiten obtener una visión valiosa y profunda de los modos en que los estudiantes significan las situaciones matemáticas planteadas, cómo se posicionan ante ellas, y qué rutas cognitivas recorren para darles sentido.

Referencias citadas

Alvarado, M. (2022). *¿Qué es la recta numérica y como se representa?*

Ariza, A. y Rojas, J. (2013). Propuesta didáctica para la enseñanza de los números enteros. https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/propuesta-didactica-para-la-ensenanza-de-los-numeros-enteros/

Arnaldo, F., Arrocha, O. y Pozo, E. (2012). *Fundamentos epistemológicos que intervienen en el desarrollo de la comunicación matemática* – Biblioteca Virtual. La Semántica - Libro Gratis (eumed.net)

Arrieta, O. y Martínez, S. *Resolución de problemas desde la comprensión lectora una gestión necesaria con docentes de educación básica*. Trabajo presentado para obtener el título de Magister en Educación. Universidad de la Costa, Cartagena.

Arteaga, S., Rodríguez, A. y Rosero, R. (2019). Procesos de regulación metacognitiva en las transformaciones de tratamiento y conversión para solucionar problemas en estructuras aditivas de los números enteros. [Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Manizales]. https://repositorio.autonoma.edu.co/bitstream/11182/853/1/Procesos_regulaci%C3%B3n_metacognitiva_transformaciones_tratamiento_conversi%C3%B3n_solucionar_problemas_estructuras_aditivas_n%C3%BAmeros_enteros.pdf

Auqui, J. (2019). Obstáculos en las operaciones con enteros en estudiantes del primer grado de la institución Educativa "Tupac Amaru" de Huancayo. Obtenido de: Obstáculos en las operaciones con enteros en estudiantes del primer grado de la institución educativa "Túpac Amaru" de Huancayo.

Bautista Ballén, M. (2007). *Nuevas Matemáticas*. Bogotá: Santillana.

Bernal, C. (2011). Unidad didáctica: introducción a los números enteros. Semantic Scholar

Bernárdez, E. (1982). *Introducción a la lingüística del texto*. Espasa

Bogomolny, A. (2010). Matemáticas como un lenguaje. http://www.cut-the-knot.org/language/index.shtml

Brousseau, G. (1989). Los obstáculos epistemológicos en la didáctica de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. 1(2).

Bruno, A. (2003) Estructuras aditivas. Obtenido de: Estructuras aditivas. Alicia Bruno Universidad de La Laguna.

Dankhe, G. (1986). Clasificación de los tipos de investigación. En Hernández, R. Fernández, C. y Baptista, P., *Metodología de la investigación.* McGraw-Hill.

Damm, R. (1992) *Aprendizaje de los problemas aditivos y comprensión de texto*. (Vásquez, M, 2014)

Díaz, J. J. (2005). El grado de abstracción en la resolución de problemas de cambio de suma y resta en contextos rural y urbano. Universidad Complutense de Madrid, Servicio de Publicaciones.

Domínguez, E. (2021). Nivel de resolución de problemas aditivos de enunciado verbal de estudiantes de 2° de primaria de Nuevo Chimbote 2020. Tesis para obtener el grado académico de Maestro en Educación con mención en Docencia y Gestión Educativa.

Universidad César Vallejo. Perú. Obtenido de: Nivel de resolución de problemas aditivos de enunciado verbal en estudiantes del 2° de primaria de Nuevo Chimbote, 2020 (ucv.edu.pe)

Domínguez, J., Gómez, M., Pérez, M., Postigo, Y. y Pozo, J. (1994). *La solución de problemas*. Aula XXI Santillana.

Duval, R. (1981). *Pour une description quantitative des caractéristiques rédactionnelles d'un texte.*

______________ (1986). *Lecture et compréhension des textes: modèles théoriques et exigences didactiques.*

______________ Duval, R. (1999a). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizaje intelectuales*. Cali: Artes Gráficas Universidad del Valle.

______________ Duval, R. (1999b). Los problemas fundamentales en el aprendizaje de la matemáticas y las formas superiores del desarrollo cognitivo. Cali: Universidad del Valle.

______________ Duval, R. (2004). *Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores del desarrollo cognitivo*. Bogotá: Editorial Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

______________ Duval, R. (2006a). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, 9, 143-168.

______________ Duval, R. (2006b). La conversión de representaciones: Uno de los dos procesos fundamentales del pensamiento. *Grenoble: Presses univesitaires de Grenoble*

_____________ Duval, R. (2016). Un análisis cognitivo de problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas. En R. Duval, & A. Saénz-Ludlow, *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas* (pp.61-94). Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Duval, R. y Sáenz A. (2016). *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas*. Doctorado Interinstitucional en Educación, énfasis de Educación Matemática. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá.

_____________ (2006). Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá.

Eduteka (*s.f.)* Colombia*: Estándares de Competencias en Matemáticas*. Universidad ICESI. Colombia: Estándares de Competencias en Matemáticas (PDF) (icesi.edu.co).

Fernández, J.y Bernardis, S. (2023). Función: conversiones de registros en textos escolares. *Matemáticas, educación y sociedad*. 6(1), 40–53. https://journals.uco.es/mes/article/view/15347

Fernández, K., Gutiérrez, I., Gómez, M., L.& Orozco, M. (2004). El pensamiento matemático informal de niños en edad preescolar. *Zona Próxima,* pp. 42-73. Disponible en; https://eprints.ucm.es/id/eprint/40436/1/T38109.pdf

Flórez, P. y Pluvinage, F. (2016), *Génesis Semiótica de los Enteros*. *Boletín de Educación Matemática. Bolema. 30 (54).* Obtenido de: Génesis Semiótica de los Enteros (redalyc.org)

Frykholm, J. (2010) *Aprendiendo a pensar matemáticamente con la recta numérica. Un recurso para profesores, una herramienta para los niños.* Colorado: The Math Learning Center.

Gallardo, A. (2002). The Extension of the Natural-Number Domain to the Integers in the Transition from Arithmetic to Algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 49, 171-192.

Gallardo, A. y Mejía, L. (2016). Textos producidos por alumnos del cuarto grado de primaria al resolver problemas elementales con números enteros. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados. https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1156795/Mejia2015Textos.pdf

Godino, J. (2004). Didáctica de las matemáticas para maestros. http://www.ugr.es/local/jgodino/fprofesores.htm/

Godino, J. (*s.f.*) Teoría de las funciones semióticas en didáctica e las matemáticas: Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática. Obtenido de: Teoría de las Funciones Semióticas en Didáctica de las Matemáticas (ugr.es)

Goyes Bastidas, N. (2021). La comprensión de los enunciados de problemas de la función logarítmica a partir de una mirada semiótica cognitiva. Universidad Nacional de Colombia. https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/81147

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6ª ed.). México: McGrwall Hill Education.

Hernández, G., Parada, S. y Pineda, S. (2018). El conjunto de los números enteros y la operación de adición en estudiantes con dificultades de aprendizaje en matemáticas. Revista *Colombiana de matemáticas educativa.* 3(1), 42-52

Kaufman, A, y Rodríguez, M, (2001). *La escuela y los textos*. Santillana

Londoño, Y. (2018). *Comprensión de enunciados de problemas multiplicativos: algunas dificultades semiótico-cognitivas*. Tesis de grado para optar por el título de Magister en Educación, con énfasis en Educación Matemática. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá. Comprensión de enunciados de problemas multiplicativos: algunas dificultades semiótico-cognitivas http://hdl.handle.net/11349/8902-

Mahecha, J. y Montero, L. (2020). *Comprensión y resolución de problemas matemáticos desde la macroestructura del texto*. *Praxix & Saber 11(26)*. Obtenido de: Comprensión y resolución de problemas matemáticos desde la macroestructura del texto (scielo.org.co)

Ministerio de Educación (2006), Estándares básicos de competencias. Obtenido de: www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf.pdf

______________________ (2017). *Vamos a aprender matemáticas 7*. Bogotá: Ediciones S.A.

Pontón, T. (2008). Una propuesta multirregistro para la conceptualización inicial de las fracciones.

Pontón, T. (2012). La comprensión de enunciados de problemas en la enseñanza y el aprendizaje.

Pontón, T. (2017). La comprensión de enunciados de problemas: el caso de la introducción de la representación numérico-fraccionaria. https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/la-comprension-de-enunciados-de-problemas-el-caso-de-la-introduccion-de-la-representacion-numerica-fraccionaria/

Ramírez, C. M. (2024). Fortalecimiento de las habilidades relacionadas con la resolución de problemas de suma y resta de números enteros, a través de la implementación de una secuencia didáctica aplicada en los estudiantes del grado séptimo del CER Obispo Emilio Botero González del municipio de Marinilla, Antioquia. Universidad Cooperativa de Colombia

Rivera, H. (2021*). Las representaciones semióticas (registro numérico decimal y figural unidimensional) en operaciones aditivas con números enteros a través del sitio web ThatQuiz*. Tesis para optar al título de Magister en Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de Colombia, Palmira. Obtenido de: Las representaciones semióticas (registro numérico decimal y figural unidimensional) en operaciones aditivas con números enteros a través del sitio ThatQuiz (unal.edu.co)

Ruíz, L. (2020). La interdisciplinariedad para la resolución de problemas. Obtenido de: La interdisciplinariedad para la resolución de problemas - Las2orillas.co

Sánchez, V. (enero 2, 2023). Colombia se ha mantenido en los lugares de prueba PISA en recientes dediciones. *La República.* https://www.larepublica.co/globoeconomia/colombia-se-ha-mantenido-en-los-ultimos-puestos-de-la-prueba-pisa-durante-ultimas-ediciones-3517806

Sautu, R. *et al.* (2005). Manual de metodología, construcción del Marco teórico, formulación de los objetivos y elección de la metodología. Consejo Latinoamericano de Ciencias Sociales. Buenos Aires: CLACSO.

Stevenson Valdés, A. (2003). El texto escolar: un material curricular al servicio de los procesos de enseñanza y de aprendizaje. *Educación*, *12*(22), 77-98. https://doi.org/10.18800/educacion.200301.004

Tamariz, M. (*s.f.*). Traducción del lenguaje común al lenguaje matemático. Obtenido de: traducción Del Lenguaje Común Al Lenguaje Matemático (1library.co)

Tobón, de Castro, L. (2001). La lingüística del lenguaje. Estudios en torno a los procesos de significar y comunicar. Universidad Pedagógica Nacional. Arfor Editores.

Torres, A. (2017). Intervención en educación investigativa. Obtenido de: Milenio. https://www.milenio.com/opinion/alfonso-torres-hernandez/apuntespedagogicos/intervencion-e-investigacion-educativ

Vargas, X. (2011). ¿Cómo hacer investigación cualitativa? Una guía práctica para saber qué es la investigación en general y cómo hacerla, con énfasis en las etapas de la investigación cualitativa. https://archive.org/details/vargas-xavier-2011.-como-hacer-investigacion-cualitativa.-biblioteca-rambell

Vásquez, M. (2014). *Aprendizaje de los problemas aditivos y comprensión de textos*. Grupo GIECE – Proyecto de Investigación. Universidad San Buenaventura.

Velosa E. (2020) *Las representaciones semióticas en el aprendizaje de los números enteros*. Proyecto de grado para optar por el título de Magister en Enseñanza de la Ciencia. Universidad Autónoma de Manizales. Obtenido de: Detalles de: Las representaciones semióticas en el aprendizaje de los números enteros › Biblioteca Alfonso Borrero Cabal BiblioUAM Koha (autonoma.edu.co)

Vergnaud, G. (2003). *El niño, las matemáticas y la realidad*. Trillas

____________ (1997) Álgebra, estructuras aditivas y multiplicativas. ¿Existe alguna ¿Coherencia en el nivel secundario temprano? Conferencia Europea de Investigación sobre Educación Matemática. pp. 33-45

Anexos

Anexo 1

Taller diagnóstico

FACULTAD DE POSTGRADOS DE INGENIERÍA Y ADMINISTRACIÓN

MAESTRÍA EN LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

COMPRENSIÓN DE ENUNCIADOS PROBLEMA DEL CAMPO ADITIVO DE LOS ENTEROS DESDE LA SEMIÓTICA COGNITIVA

TALLER DIAGNÓSTICO DE SOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS DEL CAMPO ADITIVO DE LOS ENTEROS

Objetivo

Identificar las principales dificultades de comprensión de los enunciados problema del campo aditivo de los enteros que tienen los estudiantes del grado séptimo.

Resuelve los siguientes problemas

1. Un tiburón que nadaba 12 metros bajo el nivel del mar subió cinco metros ¿A cuántos metros del nivel del mar se encuentra el tiburón ahora?

2. A las 8 de la mañana, un termómetro marcaba -3°C. Cuatro horas después, la temperatura subió 5°C y siete horas después bajó 8°C. ¿Qué temperatura marcaba el termómetro a las 7 p.m.?

3. Sandra e Isabel están jugando a la Tapa de la Suerte. En uno de los turnos, Isabel sacó -4 y 4 y Sandra sacó -8 y 6.

Preguntas:

a. ¿Cuál fue el puntaje final obtenido por cada una de ellas?

b. ¿Cuál de las dos participantes obtuvo mayor puntaje?

c. ¿Cuántos puntos más obtuvo quien ganó el juego?

d. ¿Cuál fue el procedimiento que utilizamos para determinar el puntaje final en cada lanzamiento?

4. En una mina de donde se extraen esmeraldas Carlos, un trabajador, desciende desde la entrada del socavón -3 m hasta el lugar en donde se encuentra excavando. Andrés que se encontraba en la entrada de la mina, sube a la oficina del administrador que se encuentra a 3 m sobre la entrada del socavón.

Preguntas:

a. ¿Cuál de los dos mineros realizó el mayor desplazamiento?

b. ¿El signo negativo influye en el valor de la distancia desde la entrada del socavón? (la entrada del socavón es el punto de partida de ambos mineros y se puede comparar con el punto cero de la recta numérica)

Anexo 2

Entrevista dirigida a los docentes.

COMPRENSIÓN DE ENUNCIADOS PROBLEMA DEL CAMPO ADITIVO DE LOS ENTEROS DESDE LA SEMIÓTICA COGNITIVA

COMPRENSIÓN DE ENUNCIADOS PROBLEMA DEL CAMPO ADITIVO DE LOS ENTEROS DESDE LA SEMIÓTICA COGNITIVA

Entrevista dirigida a los docentes de matemáticas de la Institución Educativa Asnazú – Municipio de Suárez, Departamento del Cauca

El objetivo es determinar las estrategias didácticas que se emplean para fortalecer la comprensión y solución de problemas matemáticos del campo aditivo de los enteros.

1. Presentación de la docente maestrante e información sobre el propósito de la entrevista.
2. Explicación sobre el manejo confidencial y uso de la información obtenida. Se enfatizará en que se requieren opiniones espontáneas y sinceras sobre el tema de la investigación.
3. Solicitud de la autorización para grabar la sesión, explicando que es importante para tomar la totalidad de la información.

Guion de preguntas

De acuerdo con su experiencia en la enseñanza de las matemáticas y con los libros de texto que emplea para enseñar a resolver problemas matemáticos del campo aditivo de los enteros, responda las siguientes preguntas:

] o.	**PREGUNTA GUÍA**	**PREGUNTAS COMPLEMENTARIAS**
1.	¿Sus estudiantes presentan dificultades para solucionar problemas matemáticos del campo aditivo de los enteros?	**2.** Si o no. ¿Cuáles?
3.	¿Cuáles son las causas de la presencia de estas dificultades en sus estudiantes?	
4.	¿Qué estrategias didácticas ha implementado para solucionar estas dificultades?	**5.** ¿Cuál es la estrategia que mejor le ha funcionado? **6.** ¿Por qué?
7.	¿Cuál es su sugerencia puntual sobre el uso del libro de texto de matemáticas para enseñar a sus estudiantes a resolver problemas matemáticos del campo aditivo de los enteros?	**8.** ¿Por qué?

Muchas gracias por su colaboración

Anexo 3

Parrilla de revisión documental

PARRILLA DE REVISIÓN DOCUMENTAL

1.	Título						
2.	Autor(es)						
		Editorial:					
		Edición:					
3.	**Datos bibliográficos**	**Lugar de edición:**					
		Año:					
		Número de unidades:					
		Grado					
		Impreso	SI		NO		
4.	**Formato de presentación**	**Audiovisual**	SI		NO		
		Multimedia	SI		NO		
					En el prólogo		
5.	**Descripción interna del libro**	**objetivos de aprendizaje**	SI		Al principio de cada unidad		
		Instrucciones para el docente	NO		Al principio de cada temática		