

# Estudio del Efecto Wilson-Bappu para una muestra de estrellas de tipos espectrales tardíos

HERNÁN ENRIQUE GARRIDO VERTEL



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA  
FACULTAD DE CIENCIAS  
OBSERVATORIO ASTRONÓMICO NACIONAL  
BOGOTÁ, COLOMBIA  
2010

# Estudio del Efecto Wilson-Bappu para una muestra de estrellas de tipos espectrales tardíos

HERNÁN ENRIQUE GARRIDO VERTEL

TESIS PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL  
PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
MAGÍSTER EN CIENCIAS - ASTRONOMÍA

DIRECTOR  
GUILLERMO LEÓN FRANCO ALZATE

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA  
FACULTAD DE CIENCIAS  
OBSERVATORIO ASTRONÓMICO NACIONAL  
BOGOTÁ, COLOMBIA

2010

# NOTA DE ACEPTACIÓN

Los abajo firmantes certifican que han leído y aprueban el trabajo de grado titulado **Estudio del Efecto Wilson-Bappu para una muestra de estrellas de tipos espectrales tardíos**, presentado por **Hernán Enrique Garrido Vertel** como requisito parcial para optar al grado de **Magíster en Ciencias - Astronomía**.

Fecha: 2 Agosto de 2010

Director:

---

Guillermo León Franco Alzate

Jurados:

---

Mario Armando Higuera Garzón

---

Benjamín Calvo Mozo

*“It is important to realize that a chromosphere is a completely negligible part of a star. Neither its mass nor its own radiation makes a significant contribution to those quantities for the star as a whole. Moreover, I know of no essential role that a chromosphere fill in the life of a star . . . Hence an outsider might be pardoned for asking why this many people have spent four days here studying something which seems as nonessential and insignificant as chromosphere ” [1]*

OLIN WILSON (1973)

*A mis padres, hermanos y amigos...*

---

---

# TABLA DE CONTENIDO

Índice de tablas	VIII
Índice de figuras	IX
Resumen	XI
Agradecimientos	XII
Introducción	1
<b>1. Transferencia Radiativa</b>	<b>3</b>
1.1. Definiciones . . . . .	3
1.2. Las ecuaciones Básicas . . . . .	6
<b>2. Perfiles de Línea</b>	<b>11</b>
2.1. Introducción . . . . .	11
2.2. Ensanchamiento Doppler de la línea . . . . .	12
2.2.1. Ensanchamiento Rotacional de la línea . . . . .	15
<b>3. El efecto Wilson-Bappu</b>	<b>19</b>
3.1. Introducción . . . . .	19
3.2. Parámetros de las líneas H y K de Ca II. . . . .	21
3.3. Flujo de energía mecánica . . . . .	23
<b>4. Muestras de espectros en alta resolución en líneas H y K de Ca II</b>	<b>26</b>
4.1. Descripción de la muestra . . . . .	26
4.2. Espectros de las estrellas . . . . .	30
4.3. Medidas y resultados . . . . .	42
<b>5. Conclusiones</b>	<b>58</b>

<b>A. coeficiente de correlacin</b>	<b>60</b>
<b>B. Rutinas en IDL para ensanchamiento rotacional</b>	<b>62</b>
B.0.1. Script de Ensanchamiento Rotacional (rotbrod.pro) . . . . .	62
B.0.2. Script para realizar el ensanchamiento (spunlr.pro) . . . . .	65
B.0.3. Script para convertir espectro a .dat (Spectext.pro) . . . . .	67
<b>C. Rutina en IDL para Ajustes Gaussianos.</b>	<b>69</b>
C.0.4. Script para realizar el ajuste Gaussiano (Gauss_fitting.pro). . . . .	69
<b>D. Obtención de anchos estáticos <math>W_0(0)</math> .</b>	<b>71</b>
<b>E. Parámetros Astrofísicos Estelares</b>	<b>78</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>84</b>

---

---

## ÍNDICE DE TABLAS

4.1. Resumen de las observaciones de la región espectral de Ca II. . . . .	26
4.2. Parámetros astrofísicos de las estrellas de la muestra . . . . .	28
4.3. Medidas y errores de los logaritmos de los anchos de los centros de emisión de las líneas H y K de Ca II (columnas 8-15) y magnitudes absolutas visuales obtenidas desde los paralajes de Hipparcos. . . . .	29
E.1. Parámetros Estelares . . . . .	78

---



---

## ÍNDICE DE FIGURAS

1.1. (a) Flujo de energía en una dirección particular, (b) Flujo de energía neto sumado sobre todas las direcciones. . . . .	4
1.2. Definición de intensidad media. . . . .	5
1.3. Campo de radiación de intensidad $I$ atravesando una pequeña distancia $dx$ a lo largo de alguna dirección particular. . . . .	6
1.4. Profundidad óptica en una nube o atmósfera en una dirección particular. . . . .	8
1.5. Situación con simetría esférica. . . . .	8
2.1. Estrella como es vista por el observador . . . . .	15
2.2. Estrella vista a lo largo del eje de rotación. . . . .	16
2.3. Eje de rotación de la estrella inclinada un ángulo $i$ . . . . .	17
2.4. Contribuciones relativas desde bandas a diferentes $p$ de la estrella. . . . .	17
3.1. Magnitudes Visuales absolutas obtenidas desde paralajes trigonométricos $V_s$ anchos de los centros de la línea K de Ca II para 65 estrellas. La línea es la calibración Sol-Hyades realizada por Wilson en 1959. . . . .	20
3.2. Descripción de los parámetros de la línea K del Ca II. . . . .	22
4.1. Espectros en alta resolución de las 22 estrellas de la muestra en las regiones de líneas K y H de Ca II . . . . .	31
4.2. Perfiles de las líneas K ( $\lambda$ centrada en $3933.67 \text{ \AA}$ ) y H ( $\lambda$ centrada en $3968.47 \text{ \AA}$ ) de Ca II, con emisión fuerte, ensanchadas a velocidades rotacionales de 5, 20, 40 y $60 \text{ Km s}^{-1}$ . . . . .	43
4.3. Relación entre las diferencias en el FWHM de la línea K de Ca II de perfiles ensanchados rotacionalmente $\Delta W_0$ y $V_{\text{rot}}$ . La curva representa el mejor ajuste. . . . .	49
4.4. Relación entre las diferencias en el FWHM de la línea H de Ca II de perfiles ensanchados rotacionalmente $\Delta W_0$ y $V_{\text{rot}}$ . La curva representa el mejor ajuste. . . . .	50
4.5. Dependencia de magnitudes absolutas visuales derivadas desde los paralajes de Hipparcos y los centros de emisión de las líneas H y K de Ca II corregidos por ensanchamiento instrumental, la línea representa el mejor ajuste de los datos de la muestra. . . . .	52

4.6.	Dependencia de magnitudes absolutas visuales derivadas desde los paralajes de Hipparcos y los centros de emisión de las líneas H y K de Ca II corregidos por ensanchamiento instrumental y ensanchamiento rotacional, la línea representa el mejor ajuste de los datos de la muestra. . . . .	53
4.7.	Relación O-C (diferencia entre magnitudes absolutas obtenidas desde los paralajes de Hipparcos y las dadas por la calibración en la ecuación 4.8) y la temperatura superficial. . . . .	55
4.8.	Dependencia entre parámetros estelares astrofísicos (gravedad superficial, temperatura y abundancia de metales) y el centro de emisión de la línea K de Ca II, la línea representa el mejor ajuste de los datos de la muestra. . .	56
D.1.	Obtención de los anchos a $V_{rot} = 0$ para la línea K de Ca II, para las 6 estrellas de la muestra. La curva representa el mejor ajuste. . . . .	71
D.2.	Obtención de los anchos a $V_{rot} = 0$ para la línea H de Ca II, para las 6 estrellas de la muestra. La curva representa el mejor ajuste. . . . .	74

---

---

## RESUMEN

Desde el descubrimiento de O. C. Wilson y M. K. Vainu Bappu en 1957 de la existencia de una relación lineal entre el logaritmo del ancho del centro de emisión de la línea K de Ca II ( $W_0$ ) y las magnitudes absolutas estelares (el llamado efecto Wilson-Bappu ó relación Ancho-Luminosidad), varias calibraciones de este efecto han sido realizadas. En el presente trabajo se realizó un estudio en 22 estrellas tipo tardíos de la secuencia principal, usando espectros de alta resolución (20277 - 9119) tomados en los observatorios de Calar alto (Almería - España) y el observatorio Isaac Newton (La Palma - España), en el rango de longitudes de onda entre 3890 a 4950 Å, a partir de los cuales hemos encontrado relaciones Wilson-Bappu para los centros de emisión de las líneas H y K de Ca II con un coeficiente de correlación de 0.95. Además proponemos un método que permite evaluar la influencia del ensanchamiento rotacional de los perfiles de estos centros de emisión, el cual mejora las relaciones Ancho-Luminosidad.

---

---

## AGRADECIMIENTOS

En primer lugar quisiera agradecerle a Dios, por todos los grandes momentos que he vivido en el transcurso de mi vida y los logros alcanzados.

En segundo lugar quisiera agradecer a los profesores del Observatorio Astronomico Nacional (OAN) por el apoyo incondicional en lo referente a mi formación en el campo de la Astronomía y Astrofísica.

A los profesores David Montes Gutierrez y David Ardila por sus valiosos aportes y sugerencias en el proceso y desarrollo del presente trabajo. Además de proporcionarnos los espectros para llevar a cabo esta investigación.

Al profesor Guillermo León Franco Alzate por su constante seguimiento, por su paciencia y consejos para la culminación del presente trabajo.

A mi familia por su gran apoyo .

A mis amigos por su acompañamiento.

Bogotá, Colombia

Hernán Enrique Garrido Vertel

---

---

# INTRODUCCIÓN

Hace más de 50 años la comunidad astronómica fue intrigada por la curiosa relación entre los anchos de los centros de emisión de las líneas de Ca II y la magnitud absoluta visual de estrellas tipos tardíos. La gran fascinación de este problema ha sido la simplicidad inherente de la correlación de estas dos variables y la posibilidad de obtener un entendimiento valioso con respecto a las distancias estelares y las propiedades cromosféricas desde las simples medidas de estos anchos de línea.

En 1957 Wilson y Bappu publicaron medidas de los anchos de los centros de emisión de las líneas H y K de Ca II para 185 estrellas tipo espectrales tardíos G, K y M, las cuales cubrían un gran rango de luminosidades. Estos anchos fueron medidos usando espectros en placas fotográficas obtenidos con el telescopio de 100 pulgadas del Monte Wilson. Wilson y Bappu encontraron que los logaritmos de los anchos de estos centros de emisión correlacionan con las magnitudes visuales absolutas sobre un rango de 15 magnitudes. Lo más sorprendente de esta simple correlación lineal es que es válida sobre un gran rango de luminosidades estelares y los anchos no dependen, de la temperatura superficial, de la fuerza de emisión de la línea ni las abundancias de metales.

Wilson y Bappu demostraron además que el Sol también cumple esta relación Ancho-Luminosidad, esto fue un primer paso en el estudio de los fenómenos solares y estelares ahora llamados “conexión o enlace solar-estelar”.

Un poco después de que Wilson y Bappu presentaran su simple relación de correlación en 1957, los astrónomos ampliaron las bases de datos y propusieron explicaciones para el efecto llegando a relaciones similares en forma funcional a la propuesta originalmente presentada por Wilson y Bappu, sobre las bases de simples cálculos no fundamentados en un modelo físico realista para la formación de las líneas de emisión de Ca II; desafortunadamente, habían cuestiones sutiles en la comprensión del efecto que no se entendían una década después que el artículo original fue publicado.

Aunque ha transcurrido más de medio siglo desde el descubrimiento de este efecto existen aún algunas cuestiones que necesitan ser abordadas, como calcular los perfiles de líneas

en atmósferas que tengan muy bajas densidades, que sean inhomogéneas con grandes movimientos de masas o que tengan fuertes campos magnéticos, pero aún así, el efecto Wilson-Bappu considerado en las líneas de Ca II, Mg II y otras líneas cromosféricas se entiende ahora en base de modelos físicos consistentes.

# CAPÍTULO 1

---

---

## TRANSFERENCIA RADIATIVA

En este capítulo estudiaremos los cambios en intensidad del campo de radiación, esto es, como él esta siendo absorbido y emitido cuando atraviesa un gas, con el objetivo de predecir la intensidad emergente de una nube de gas o estrella. Consideraremos brevemente las formas en la que la intensidad emergente es observada.

La teoría de transferencia radiativa es fundamental para el estudio de la formación de las líneas espectrales, en particular en nuestro caso, para el entendimiento de la formación de la líneas H y K de Ca II y los parámetros que las caracterizan[2].

### 1.1. Definiciones

Las dos medidas fundamentales de flujo de energía son:

- I). El flujo de energía en una dirección particular,  $I$  es el flujo de energía a través de la unidad de área por unidad de tiempo por unidad de ángulo sólido, donde la unidad de área es perpendicular a la dirección definida por el ángulo sólido.
- II). El flujo neto de energía sumado sobre todas las direcciones,  $F$  es el flujo de energía a través de la unidad de área por unidad de tiempo, donde la unidad de área se fija perpendicular a la dirección de donde procede el flujo neto de radiación.

De acuerdo con la figura 1.1 y considerando  $\Omega$  el ángulo solido, tenemos:

$$F = \int I \cos \theta d\Omega$$

Usualmente las intensidades y flujos monocromáticos, se definen como la intensidad por intervalo de frecuencia a la frecuencia  $\nu$ ,  $I_\nu$ , donde la intensidad total viene dada por:

$$I = \int I_\nu d\nu$$

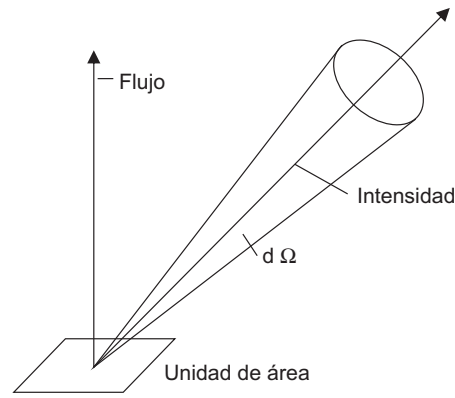
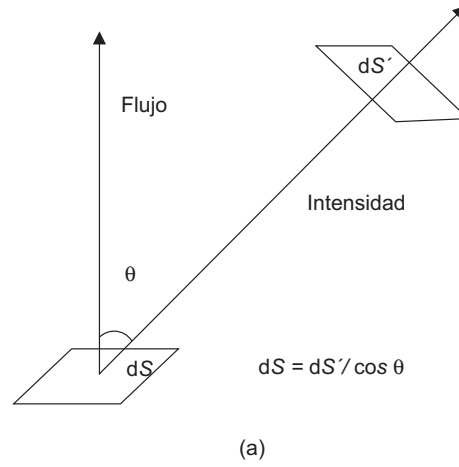


Figura 1.1: (a) Flujo de energía en una dirección particular, (b) Flujo de energía neto sumado sobre todas las direcciones.

Otra cantidad relevante es la *intensidad media*  $J$  (figura 1.2), definida por:

$$J = \frac{1}{4\pi} \int I d\Omega$$

Si definimos la dirección a un punto dado por ángulos polares (figura 1.2), entonces un pequeño cambio en el ángulo sólido  $\Omega$  subtendido en el punto es dado por  $d\Omega = \text{sen } \theta d\theta d\phi$ , esto se obtiene si construimos una esfera de radio  $r$  y notamos que  $d\Omega = dS/r^2$ , donde  $dS$  es el área perpendicular al radio igual a  $(r \text{ sen } \theta d\theta)(r d\phi)$ . En muchas situaciones astrofísicas con simetría esférica,  $I$  es función de  $\theta$  solamente. Tomando entonces  $\text{cos } \theta = \mu$ , tenemos:

$$\int d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \text{sen } \theta d\theta d\phi = 2\pi \int_{-1}^{+1} d\mu$$

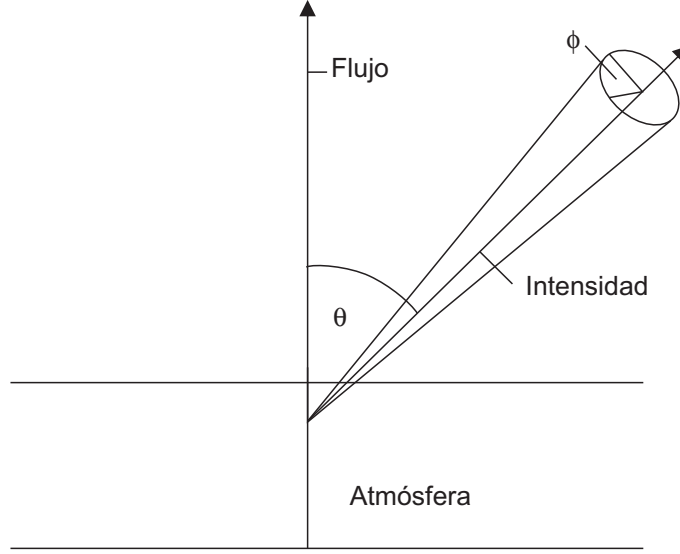


Figura 1.2: Definición de intensidad media.

De aquí encontramos que.

$$J = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I(\mu) d\mu$$

El coeficiente de absorción por unidad de masa,  $\kappa_\nu$  es definido por:

$$\frac{dI_\nu}{I_\nu} = -\kappa_\nu \rho dx$$

donde  $dI$  es el cambio en intensidad  $I$  a la distancia  $dx$ ,  $\rho$  es la densidad y  $\kappa_\nu \rho$  es el coeficiente de absorción por unidad de volumen. En otras palabras, el coeficiente de absorción por unidad de volumen es la fracción decreciente en intensidad por unidad de distancia. La absorción normalmente incluye la emisión estimulada como una contribución negativa, pues este último es proporcional a la intensidad. La sección eficaz de absorción  $\sigma$  es dada por  $\kappa_\nu \rho = N\sigma$ , donde  $N$  es el número de átomos absorbidos por unidad de volumen.

El *coeficiente de emisión*  $j_\nu$  es definido como la emisión por unidad de masa por unidad de intervalo de frecuencia dentro de la unidad de ángulo sólido, así la emisión total por un emisor isotrópico por unidad de volumen en todas las direcciones es  $4\pi j_\nu \rho$ . Finalmente, la *función fuente*  $S$ , es definida como la razón de los coeficientes de emisión y absorción, y la *profundidad óptica*,  $\tau_\nu$ , es definida por  $d\tau_\nu = \kappa_\nu \rho dx$ .

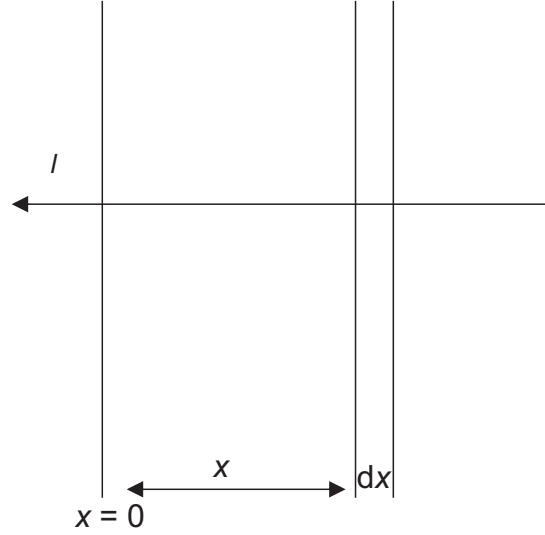


Figura 1.3: Campo de radiación de intensidad  $I$  atravesando una pequeña distancia  $dx$  a lo largo de alguna dirección particular.

## 1.2. Las ecuaciones Básicas

Consideremos una pequeña distancia  $dx$  a lo largo de alguna dirección particular. Entonces si movemos a  $dx$  a lo largo de esta dirección particular, la intensidad es reducida por absorción y aumentada por emisión (Figura 1.3), es decir:

$$dI = -\kappa\rho I dx + j\rho dx$$

$$\frac{dI}{\kappa\rho dx} = -I + \frac{j\rho}{\kappa\rho}$$

$$\frac{dI}{d\tau} = I - S(\tau) \quad (1.1)$$

Esta es la ecuación básica de transferencia radiativa, con la convención de signos que  $I$  es positiva hacia el exterior (en dirección del observador), pero  $\tau$  y  $x$  son positivas hacia el interior siendo cero en la "superficie". Para solucionar esta ecuación, multiplicamos ambos lados por  $e^{-\tau}$ .

$$\frac{dI}{d\tau} e^{-\tau} - I e^{-\tau} = S e^{-\tau}$$

$$\frac{d}{d\tau} (I e^{-\tau}) = S e^{-\tau}$$

$$I e^{-\tau} = \int S e^{-\tau} d\tau$$

$$\begin{aligned}
I(\tau_a)e^{-\tau_a} - I(\tau_b)e^{-\tau_b} &= \int_{\tau_a}^{\tau_b} S(\tau)e^{-\tau} d\tau \\
I(\tau_a) &= I(\tau_b)e^{-(\tau_b-\tau_a)} + e^{\tau_a} \int_{\tau_a}^{\tau_b} S(\tau)e^{-\tau} d\tau
\end{aligned} \tag{1.2}$$

La ecuación 1.2 es una solución general a la ecuación de transferencia radiativa a una profundidad óptica  $\tau_a$ , donde  $\tau_b$  es la condición de frontera.

En particular para la intensidad emergente desde una nube de profundidad óptica total  $\tau_t$ , tenemos  $\tau_a = 0$ ,  $\tau_b = \tau_t$  y  $I(\tau_a) = 0$ , si no hay radiación incidente sobre la nube tenemos de 1.2 que.

$$I(0) = \int_0^{\tau_t} S(\tau)e^{-\tau} d\tau$$

y si la nube tiene una función fuente uniforme,  $S(\tau) = \text{constante}$ ,

$$I(0) = S(1 - e^{-\tau_t}) \tag{1.3}$$

Para la intensidad emergente desde una atmósfera estelar, tenemos de hecho que  $\tau_b = \infty$ , así mientras  $I(\tau_b)$  puede ser grande,  $I(\tau_b)e^{-\tau_b}$  tiende a cero. En este caso no podemos asumir que  $S(\tau)$  es constante, así que.

$$I_\nu(0) = \int_0^\infty S_\nu(\tau_\nu)e^{-\tau_\nu} d\tau_\nu \tag{1.4}$$

Hemos agregado el subíndice  $\nu$ , para recordar que todas éstas cantidades dependen de la frecuencia, ahora  $S_\nu(\tau_\nu)$  aumenta con  $\tau_\nu$  pero no tan rápido como la exponencial, de manera que  $I_\nu(0) \sim S_\nu(\tau_\nu = 1)$ . La profundidad física dentro una nube o atmósfera, correspondiente a una profundidad óptica dada en una dirección particular dependerá de la dirección, así  $I_\nu(\tau_\nu = 0)$  debe ser escrito en término de la dirección, esto es,  $I_\nu(\tau_\nu = 0, \mu)$ , donde  $\mu = \cos \theta$ . Frecuentemente es conveniente usar la profundidad óptica medida en la dirección del flujo neto de radiación, el cual es radial para una distribución simétricamente esférica. Entonces, en que caso la profundidad óptica en la dirección normal,  $d\tau$ , iguala a la profundidad óptica a lo largo de un rayo el cual forma un ángulo  $\theta$  con la dirección normal,  $d\tau'$  (Figura 1.4). Así tenemos que la profundidad óptica a lo largo del rayo  $d\tau'$ , en la ecuación de transferencia radiativa puede ser reemplazada por  $d\tau/\mu$ .

En una distribución esféricamente simétrica, el ángulo que el rayo forma con la dirección radial no es constante,  $\mu$  varía a lo largo del rayo (Figura 1.5 )

De la ecuación 1.1, con  $x$  medido a lo largo de la dirección del rayo y utilizando las variables  $(r, \theta)$ , tenemos que:

$$\frac{d}{dx} = \frac{\partial}{\partial r} \frac{dr}{dx} + \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dx}$$

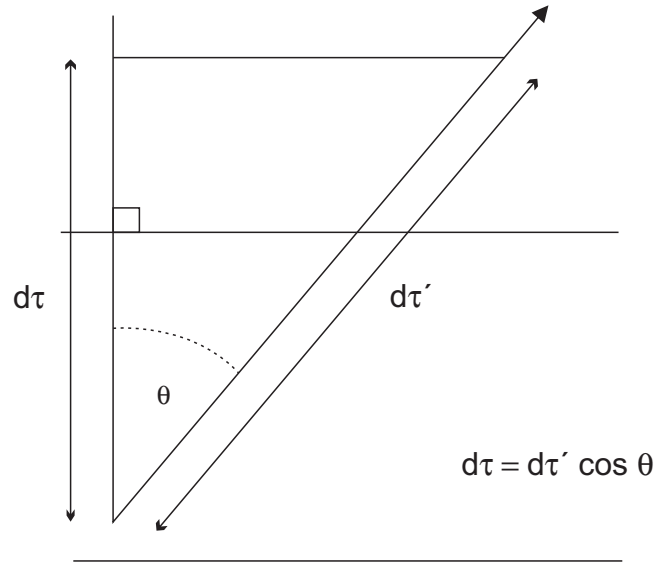


Figura 1.4: Profundidad óptica en una nube o atmósfera en una dirección particular.

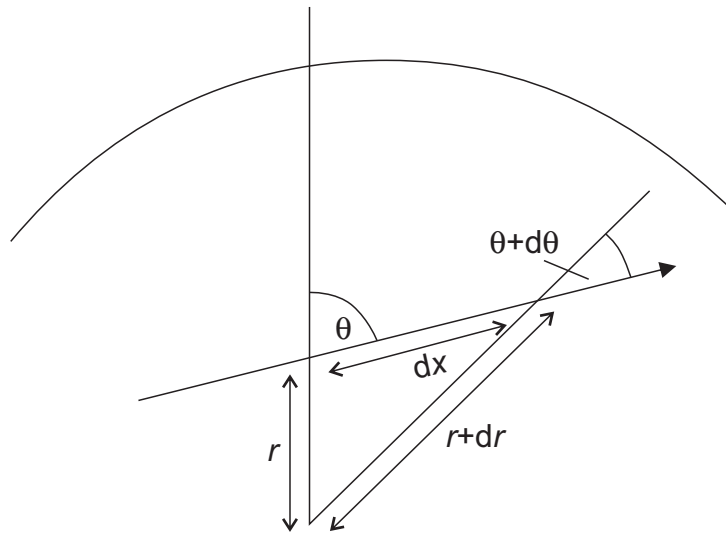


Figura 1.5: Situación con simetría esférica.

Teniendo en cuenta que  $dx \cos \theta = dr$ ,  $dx \sin \theta = -rd\theta$  y  $\mu = \cos \theta$ , tenemos que  $rd\theta = -dx(1 - \mu^2)^{\frac{1}{2}}$ , y realizando el cambio de variable de  $\theta$  a  $\mu$ , obtenemos:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \mu} \frac{d\mu}{d\theta}, \quad \frac{d\mu}{d\theta} = -\sin \theta$$

con lo que llegamos a

$$\frac{\partial}{\partial \theta} = -(1 - \mu^2)^{\frac{1}{2}} \frac{\partial}{\partial \mu}$$

La ecuación de transferencia radiativa con  $\tau_\nu = \int \kappa_\nu \rho dr$  medido a lo largo de la dirección radial es:

$$\mu \frac{\partial I_\nu}{\partial \tau_\nu} + \frac{(1 - \mu^2)}{\tau_\nu} \frac{\partial I_\nu}{\partial \mu} = I_\nu - S_\nu \quad (1.5)$$

Sin embargo, muchas atmósferas estelares se aproximan a una situación plano-paralela, donde se considera que las capas de la atmósfera son planas y paralelas unas de otras; y perpendiculares al flujo neto de radiación. Es evidente que la aproximación plano paralela es válida si el espesor de la atmósfera es pequeño comparado con el radio de curvatura de la estrella. Si se tiene en cuenta la aproximación plano paralela, la ecuación de transferencia radiativa puede escribirse como:

$$\mu \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = I_\nu - S_\nu \quad (1.6)$$

con  $\tau_\nu$  medido a lo largo de la perpendicular a la atmósfera. La solución para la intensidad emergente (1.4) es.

$$I_\nu(0) = \int_0^\infty S_\nu(\tau_\nu) e^{-\tau_\nu/\mu} \frac{d\tau_\nu}{\mu} \quad (1.7)$$

Aún falta discutir como determinar el valor de la función fuente. Para una atmosfera estelar en equilibrio térmico local (ETL) la función fuente se reduce a la función de Planck  $B_\nu$ , la cual es función de la frecuencia y la temperatura local, así podemos escribir  $S_\nu = B_\nu(T)$ . En general, la función fuente también depende de la densidad y del campo de radiación. La determinación de los efectos del campo de radiación requieren el cálculo de la intensidad media  $J_\nu$ , esto es:

$$\begin{aligned} J_\nu &= \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I_\nu(\mu) d\mu \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{+1} I_\nu(\mu) d\mu + \frac{1}{2} \int_{-1}^0 I_\nu(\mu) d\mu \end{aligned}$$

En donde hemos dividido la integral en flujos entrantes y salientes. Esta ecuación debe ser ahora manipulada en una forma directamente calculable. De la ecuación 1.2, en el caso de simetría esférica, tenemos.

$$\begin{aligned} I(\tau, \mu) &= e^{\tau/\mu} \int_\tau^\infty S(t) e^{-t/\mu} \frac{dt}{\mu}, \quad (\mu > 0) \\ I(\tau, \mu) &= e^{\tau/\mu} \int_\tau^0 S(t) e^{-t/\mu} \frac{dt}{\mu}, \quad (\mu < 0) \end{aligned}$$

En la segunda integral podemos cambiar el signo de  $\mu$  y  $(t - \tau)$  y el orden de los límites de integración para obtener:

$$I(\tau, \mu) = \int_0^\tau S(t) e^{-(\tau-t)/-\mu} \frac{dt}{-\mu}, \quad (\mu < 0)$$

Si sustituimos ahora las dos últimas ecuaciones para I en la ecuación para J, y cambiamos el orden de integración  $\mu$  y t, y asumimos que la función fuente es independiente de  $\mu$  (lo cual es usualmente verdad) podemos sacarla de la integral sobre  $\mu$ , para obtener:

$$J(\tau) = \frac{1}{2} \left[ \int_\tau^\infty S(t) \int_0^1 e^{-(t-\tau)/\mu} \frac{d\mu}{\mu} dt + \int_0^\tau S(t) \int_{-1}^0 e^{-(\tau-t)/-\mu} \frac{d\mu}{-\mu} dt \right]$$

Finalmente, si en la primera integral sustituimos  $\mu = 1/x$  y cambiamos el orden de los límites de integración, mientras que en la segunda integral sustituimos por  $\mu = -1/x$ , obtenemos:

$$\begin{aligned} J(\tau) &= \frac{1}{2} \left[ \int_\tau^\infty S(t) \int_1^\infty e^{-x(t-\tau)} \frac{dx}{x} dt + \int_0^\tau S(t) \int_1^\infty e^{-x(\tau-t)} \frac{dx}{x} dt \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[ \int_0^\infty S(t) \int_1^\infty e^{-x|t-\tau|} \frac{dx}{x} dt \right] \\ &= \frac{1}{2} \int_0^\infty S(t) E_1(|t - \tau|) dt \end{aligned}$$

$E_1$  es llamada una *integral exponencial*. Las integrales exponenciales  $E_n$  están definidas por:

$$E_n(z) = \int_1^\infty \frac{e^{-yz}}{y^n} dy$$

y cumplen las siguientes propiedades:  $E_n(0) = 1/(n-1)$ ,  $E_n(z \rightarrow \infty) = \exp(-z)/z \rightarrow 0$  y

$$\frac{dE_n}{dz} = -E_{n-1}, \quad \int E_n(z) dz = -E_{n+1}(z)$$

# CAPÍTULO 2

---

---

## PERFILES DE LÍNEA

### 2.1. Introducción

El ensanchamiento de una línea espectral puede ser dividido en:

- **Ensanchamiento Doppler**; es debido a él movimiento de los átomos observados en diferentes direcciones con diferentes velocidades, dando como resultado corrimientos Doppler que producen una dispersión en la frecuencia de la línea observada.
- **Ensanchamiento colisional o presión**; es debido a los efectos de otras partículas sobre los átomos radiantes. El ensanchamiento colisional es siempre proporcional a el número de partículas que colisionan por unidad de volumen, y de aquí de la presión.
- **Ensanchamiento natural**; las líneas espectrales tiene un ancho intrínseco incluso en la ausencia de todos los efectos externos de movimiento relativo o interacción con otras partículas. Si los estados excitados de un átomo tienen tiempos de vida muy largos, cada estado debería tener una muy pequeña separación en energía y daría lugar a una línea muy aguda. En la práctica, el decaimiento es usualmente muy rápido, así que los tiempos de vida son muy cortos, por el principio de incertidumbre de Heisenberg,  $\Delta E \Delta t \sim h/2\pi$ , habrá una incertidumbre en energía o una separación en el nivel de energía, dando lugar a una línea ensanchada.

El ensanchamiento Doppler tiene la propiedad que es siempre proporcional, a la longitud de onda del centro de la línea; mientras que el ensanchamiento natural y ensanchamiento colisional de la línea varía en sus efectos de línea a línea, sin tendencia sistemática con la longitud de onda.

Hay sin embargo, otra división importante entre los ensanchamientos, unos que ocurren localmente a pequeña escala, y otros que son solo producidos a gran escala. Un ejemplo de este último es la rotación de una estrella, es decir, debido a que las estrellas son irresolubles

los espectros incluyen luz de partes de la estrella que se están moviendo hacia nosotros y luz de partes que se alejan de nosotros, la diferencia en corrimientos Doppler da como resultado un ensanchamiento de línea.

Como además de estudiar las relaciones Wilson-Bappu, para las líneas cromosféricas H y K de Ca II, nos interesa estudiar la influencia del ensanchamiento rotacional sobre los anchos de los centros de emisión de estas líneas, bajo la suposición de que dichas líneas son ensanchadas por efecto Doppler en las atmósferas de las estrellas, únicamente nos interesaremos en este capítulo por el ensanchamiento rotacional de una línea.

## 2.2. Ensanchamiento Doppler de la línea

Consideremos el ensanchamiento de línea debido a él movimiento de átomos individuales radiando en un gas caliente. La frecuencia  $\nu$  de una línea emitida desde un átomo que se mueve con velocidad  $v_r$  en la línea de visión, viene dada por:

$$\Delta\nu = \nu - \nu_0 = -\frac{v_r}{c} \nu_0$$

Donde  $\nu_0$  es la frecuencia en reposo de la línea y  $c$  es la velocidad de la luz.

El perfil normalizado de la línea  $\phi_\nu$  es dado por la distribución de velocidades  $v_r$  en la línea de visión, ya que la radiación que observamos es normalmente el resultado de la radiación de muchos átomos, el número de átomos que se mueven con velocidades entre  $v_r$  y  $v_r + dv_r$  en una dirección particular es dada por la forma “unidimensional” de la ecuación de Maxwell.

$$n(v_r) dv_r = N \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} e^{-mv_r^2/2kT} dv_r$$

Donde  $N$  es el número total de átomos de masa  $m$ . Reemplazando  $v_r$  en términos del corrimiento Doppler, obtenemos el perfil de línea.

$$\phi(\Delta\nu) \propto n[\Delta v_r] = (\text{constante}) \cdot \exp[-(\Delta\nu/\Delta\nu_D)^2]$$

donde  $\Delta\nu_D = \nu_0/c\sqrt{2kT/m}$  es el *ancho Doppler*.

Ahora normalizando a  $\phi(\Delta\nu)$ , tenemos.

$$\int_0^\infty \phi_\nu d\nu = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(\Delta\nu) d(\Delta\nu) = 1$$

Así.

$$(\text{constante})\Delta\nu_D \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = 1, \quad \text{con } x = \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_D}$$

de aquí las constantes tienen el valor  $1/\sqrt{\pi} \Delta\nu_D$  y el valor de la integral es  $\sqrt{\pi}$ .

Así finalmente tenemos para el ensanchamiento Doppler térmico:

$$\phi_\nu = \frac{1}{\sqrt{\pi}\Delta\nu_D} e^{-(\Delta\nu/\Delta\nu_D)^2} \quad (2.1a)$$

con

$$\Delta\nu_D = \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

o en términos de la longitud de onda:

$$\begin{aligned} \phi_\lambda &= \frac{1}{\sqrt{\pi}\Delta\lambda_D} e^{-(\Delta\lambda/\Delta\lambda_D)^2} \\ \Delta\lambda_D &= \frac{\lambda_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m}} \end{aligned} \quad (2.1b)$$

donde  $\lambda_0$  es la longitud de onda del centro de la línea,  $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ , y el perfil es ahora normalizado con respecto a  $\Delta\lambda$ .

La forma de campana del perfil, dado por  $\exp[-(\Delta x)^2]$  es llamado *Gausiano*. El perfil cae a mitad de su altura máxima (la cual se alcanza cuando  $\Delta\lambda = 0$ ) cuando  $\exp[-(\Delta\lambda/\Delta\lambda_D)^2] = 1/2$ , es decir,  $\Delta\lambda = \sqrt{\log 2} \Delta\lambda_D$ .

Así el *Ancho Total a Mitad del Máximo* (FWHM) del perfil de línea, que es la separación en longitud de onda entre los puntos donde el perfil cae a mitad de su altura máxima, es dado por:

$$\text{FWHM} = 2 \sqrt{\log 2} \Delta\lambda_D = 1,667 \Delta\lambda_D$$

De la ecuación (2.1b), se puede observar que el ancho Doppler es proporcional a la longitud de onda en reposo, y inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la masa del átomo afectado.

Los movimientos de los átomos individuales no son solo los que contribuyen al ensanchamiento Doppler de la línea, hay también movimientos colectivos de grupos de átomos a mayor escala usualmente llamados *turbulencia*. Si el tamaño de los elementos que se mueven son considerablemente menores que el grosor de la región que forma la línea, entonces estos movimientos afectarán la formación de la línea, de la misma forma que los movimientos de los átomos individuales, este fenómeno es llamado *microturbulencia*.

Se asume usualmente que las velocidades de los elementos de microturbulencia tienen una

distribución Gaussiana, esto quiere decir que la probabilidad de la velocidad  $v$  en la línea de visión es proporcional a  $\exp(-v^2/V_t^2)$ , donde  $V_t$  es una constante llamada la *velocidad de microturbulencia*. El perfil de línea resultante se asume el mismo del ensanchamiento Doppler térmico, ya que la distribución de velocidades asumida es la misma. En general, ambos el ensanchamiento Doppler térmico y la microturbulencia estarán presentes y el perfil de línea resultante corresponderá a la convolución de los dos perfiles. La convolución de dos Gaussianas es una Gaussiana con ancho igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los anchos de las contribuciones Gaussianas. De aquí el perfil resultante es dado por las ecuaciones (2.1), pero con ancho Doppler:

$$\begin{aligned}\Delta\lambda_D &= \frac{\lambda_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m} + V_t^2} \\ \Delta\nu_D &= \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m} + V_t^2}\end{aligned}\tag{2.2}$$

Observacionalmente, el ensanchamiento Doppler de microturbulencia se comporta como ensanchamiento Doppler térmico, el cual es proporcional a la longitud de onda, pero con la diferencia que el ensanchamiento Doppler de microturbulencia es independiente de la masa del átomo afectado. De aquí en principio, las dos contribuciones pueden ser diferenciadas.

Movimientos que involucran elementos gaseosos más grandes que las regiones de formación de la línea también existen, estos son llamados *macroturbulencia*. Algunos de estos movimientos están en la dirección del observador, dando como resultado una línea con corrimiento Doppler hacia frecuencias altas y algunos están alejándose del observador, dando lugar a una línea con corrimiento Doppler a bajas frecuencias. La línea observada será el resultado de la suma de estos elementos, y como consecuencia veremos un ensanchamiento de línea. Si la distribución de estos movimientos a gran escala es Gaussiana, entonces el coeficiente de absorción de la línea tendrá un perfil Gaussiano, con un FWHM de  $1,667\lambda/cv_{mt}$  en unidades de longitud de onda, donde  $v_{mt}$  es la raíz cuadrada media de la velocidad y es llamada la *velocidad de macroturbulencia*. Un aspecto importante aquí es que la formación de la línea ocurre *dentro* de un elemento móvil y por lo tanto no es afectado por el movimiento. El efecto es como si observáramos la suma de los espectros de un conjunto de estrellas casi idénticas con diversas velocidades radiales. La intensidad de una línea no es afectada por macroturbulencia, al contrario de los casos de velocidades Doppler térmicas y velocidades de microturbulencia.

### 2.2.1. Ensanchamiento Rotacional de la línea

El ensanchamiento rotacional de la línea ocurre debido a que si observamos una estrella rotando perpendicular a el eje de rotación, un borde o limbo estará girando alejándose de nosotros y dará lugar a una línea corrida a longitudes de onda más larga, mientras el otro limbo estará acercándose y dará lugar a una línea corrida a las longitudes de onda más cortas. Como la estrella no puede ser resuelta, veremos una línea que es el resultado de la superposición del limbo y zonas intermedias y de aquí una línea ensanchada. Si el eje de rotación no es perpendicular a la línea de visión, el ensanchamiento sera menor. De hecho, si vemos la estrella desde el polo todos los movimientos estarán a través de la línea de visión, y no se observará ningún ensanchamiento rotacional. Claramente, la rotación no afecta la formación de una línea, y veremos la superposición de regiones de líneas formadas de diferentes corrimientos Doppler, y así la rotación afecta el perfil pero no la fuerza de la línea.

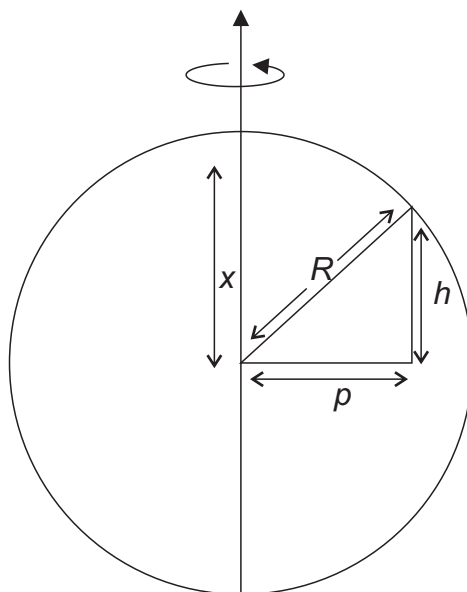


Figura 2.1: Estrella como es vista por el observador

Consideremos una estrella rotando como la ve el observador y asumamos el eje de rotación perpendicular a la línea de visión. Sea  $p$  la distancia desde el eje de rotación hasta el punto de visión,  $x$  la distancia paralela a el eje de rotación (figura 2.1), con  $x = 0$  en el ecuador. Así, una banda fija en  $p$  se extiende desde  $x = h = \sqrt{R^2 - p^2}$  a  $x = -h = -\sqrt{R^2 - p^2}$ , donde  $R$  es el radio de la estrella. Ahora imaginemos que miramos hacia abajo de la estrella a lo largo del eje de la rotación (Figura 2.2), y supongamos que la línea de visión a

la Tierra para algún punto particular  $(p, x)$  en el disco proyectado de la estrella intercepta la superficie esférica en un punto  $O$ , donde el plano que contiene la línea de visión  $O$  se encuentra a una distancia  $r$  del eje de rotación, interceptando el eje al plano en el punto  $C$ . Sea  $\theta$  el ángulo entre  $CO$  y la línea de visión desde  $C$  sobre el eje de rotación de la Tierra.

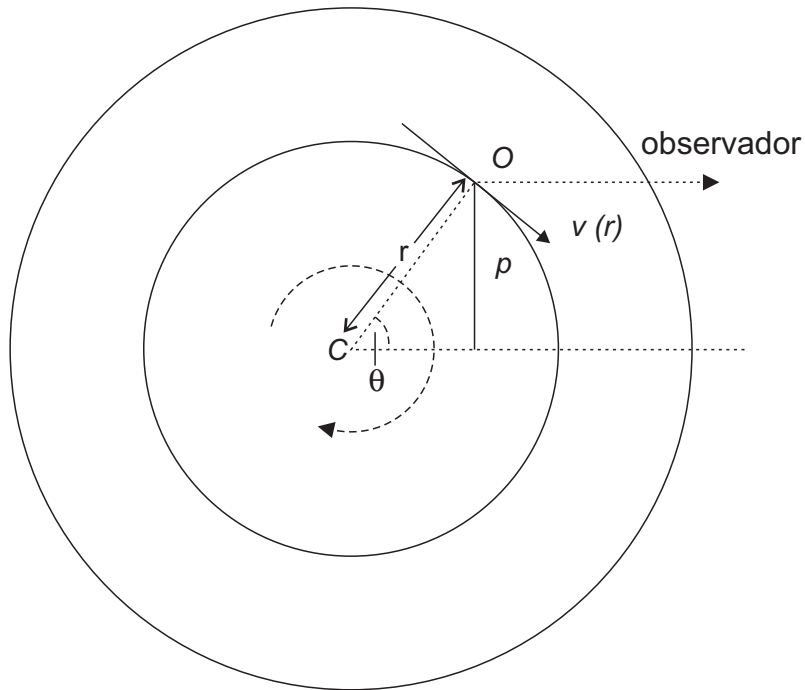


Figura 2.2: Estrella vista a lo largo del eje de rotación.

Entonces  $p = r \sin \theta$ , como puede verse si imaginamos el plano que contiene a  $CO$  interceptando la estrella en un círculo de radio  $r$ . El ángulo entre la tangente a la superficie en  $O$ , perpendicular a  $CO$  y la línea de visión  $O$  es  $90 - \theta$ , y si la superficie esta rotando a una velocidad  $v_r$ , la velocidad radial (que es la componente de la velocidad en la línea de visión) es  $v(r) \sin \theta$ .

Supongamos que la estrella rota como un cuerpo sólido (es decir, todos los puntos sobre la superficie tienen el mismo período de rotación) así  $v(r) \propto r$  ya que el período  $= 2\pi r/v(r)$ . Entonces si la velocidad del ecuador ( $r = R$ ) es  $v_R$ , tenemos que  $v(r) = (r/R) v_R$  y que la velocidad en la línea de vision  $= (r/R) v_R \sin \theta = (p/R) v_R$ . De aquí todos los puntos sobre una banda dada de  $p$  tendrán la misma velocidad en la línea de visión, y darán el mismo corrimiento Doppler para una línea de longitud de onda en reposo  $\lambda_0$ , es decir

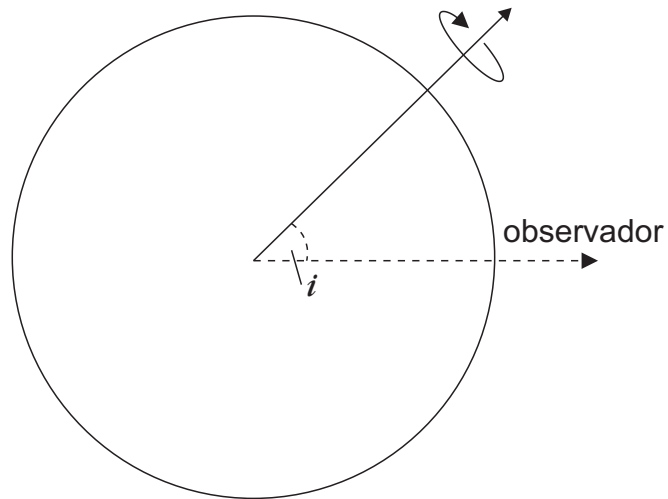


Figura 2.3: Eje de rotación de la estrella inclinada un ángulo  $i$ .

$\Delta\lambda = \lambda_0(p/R) v_R/c$ . En general, el eje de rotación no será perpendicular a la línea de visión pero estará inclinado un ángulo  $i$  a el (figura 2.3), en este caso solo mediremos la componente radial de la velocidad  $v(r)$  sen  $i$ , y así obtenemos  $\Delta\lambda = (\lambda_0/c)(v_R \text{ sen } i)(p/R)$ .

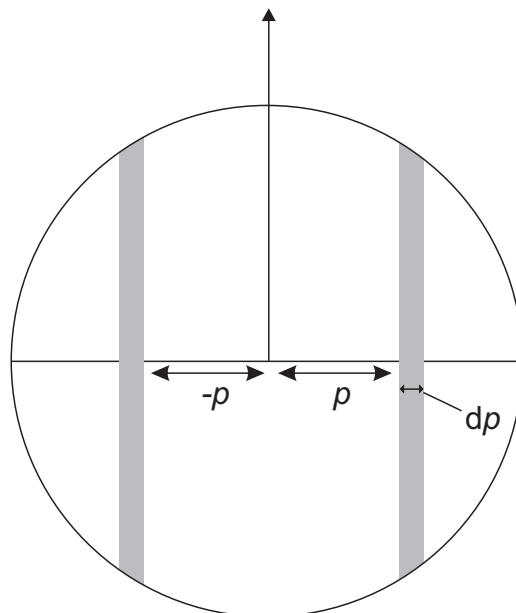


Figura 2.4: Contribuciones relativas desde bandas a diferentes  $p$  de la estrella.

El perfil de línea será dado por las contribuciones relativas desde bandas a diferentes  $p$

(es decir entre  $p$  y  $dp$ ), cada una tiene su  $\Delta\lambda$  característico, con la correspondiente banda en  $-p$  dando  $-\Delta\lambda$  en el otro lado del perfil (figura 2.4). Para un disco uniformemente brillante tenemos:

$$I(\Delta\lambda) d(\Delta\lambda) = I(p) dp 2h$$

ahora

$$\frac{I(p)}{I(0)} = \frac{h}{R} = \sqrt{1 - \frac{p^2}{R^2}}$$

de esta manera

$$\frac{I(p)}{I(0)} = \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta\lambda}{\Delta\lambda_{max}}\right)^2} \quad (2.3)$$

con  $\Delta\lambda_{max} = \lambda_0/c \cdot v_R \text{ sen } i$ .

Esto puede ser normalizado para obtener un perfil normalizado  $\phi(\Delta\lambda)$  tal que  $\int \phi d(\Delta\lambda) = 1$ . Escribiendo  $\phi = \text{constante} \sqrt{1 - (\Delta\lambda/\Delta\lambda_{max})^2}$ , tenemos:

$$\Delta\lambda_{max} \int_{-1}^{+1} (\text{constante}) \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta\lambda}{\Delta\lambda_{max}}\right)^2} d\left(\frac{\Delta\lambda}{\Delta\lambda_{max}}\right) = 1$$

El ancho total a mitad del máximo es  $\sqrt{3}\Delta\lambda_{max}$  y el perfil es mucho más rectangular que la forma Gaussiana encontrada (o asumida) para las otras clases de ensanchamientos Doppler. El ensanchamiento rotacional es relativamente fácil de distinguir del ensanchamiento Doppler térmico o ensanchamiento de microturbulencia por su falta de efectos sobre la intensidad de la línea.

El problema restante es que no hay forma de determinar la inclinación  $i$ , para una estrella sola, y de aquí no podemos sino establecer un límite bajo para la velocidad ecuatorial de la estrella. Sin embargo, si para un tipo particular de estrella, asumimos que todas las estrellas tienen la misma  $v_R$  y están orientadas en forma aleatoria,  $v_R$  puede ser estimada. La medida promedio de la velocidad ecuatorial estará dada por.

$$\begin{aligned} (v_R \text{ sen } i)_{av} &= v_R (\text{sen } i)_{av} \\ &= v_R \frac{1}{4\pi} \int_0^{4\pi} \text{sen } i \, d\Omega \\ &= v_R \frac{2\pi}{4\pi} \int_0^\pi \text{sen}^2 i \, di \\ &= v_R \frac{\pi}{4} \end{aligned}$$

de aquí

$$v_R = \frac{4}{\pi} (v_R \text{ sen } i)_{av} \quad (2.4)$$

---



---

## EL EFECTO WILSON-BAPPU

### 3.1. Introducción

La luminosidad es uno de los parámetros fundamentales de la estructura estelar, por tanto su determinación es uno de los problemas más importantes de la astrofísica observacional. Cuando se conoce el paralaje de la estrella es posible determinar la luminosidad, basta con determinar  $m_V$  y hallar la magnitud visual absoluta  $M_V$  de la estrella. Pero en el caso de estrellas lejanas cuando el paralaje no se puede determinar directamente existen otros métodos como el efecto Wilson-Bappu [3], [4].

En 1957, O. C. Wilson y M. K. Vainu Bappu [5], mostraron que los anchos de los núcleos de emisión de la línea K del Ca II, originados en la cromósfera estelar, se incrementaban con el aumento de los brillos estelares intrínsecos.

Se encontró que, los logaritmos de los anchos de las líneas K del Ca II aumentaban linealmente con el disminución de la magnitud absoluta visual, es decir, una de las propiedades más notables del centro de emisión del Ca II es la correlación entre el ancho  $W_0(K)$  y la magnitud absoluta visual  $M_V$ , esta correlación es conocida como el efecto Wilson-Bappu (WB) y representa una relación fundamental entre las propiedades cromosféricas y los parámetros globales de las estrellas [6], [7].

Los anchos de los centros de emisión deben ser corregidos por ensanchamiento instrumental. Para corregirlos Wilson y Bappu originalmente extrajeron desde el ancho proyectado de su rejilla un ancho de  $15 \text{ Km s}^{-1}$ , después Wilson en 1959 [3] encontró que una corrección de  $18 \text{ Km s}^{-1}$  mejoraba la linealidad de la relación, obteniendo la siguiente calibración Sol-Hyades:

$$M_V = -14,94 \log W_0(K) + 27,59 \quad (3.1)$$

En 1967 Wilson [8] usando 65 estrellas con paralajes trigonométricos precisos obtuvo (figura 3.1):

$$M_V = -14,89 \log W_0(K) + 27,51 \quad (3.2)$$

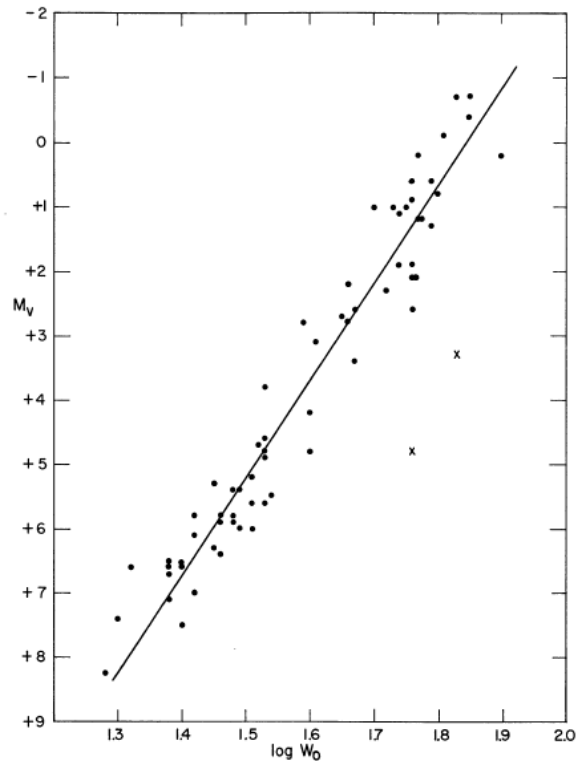


Figura 3.1: Magnitudes Visuales absolutas obtenidas desde paralajes trigonométricos Vs anchos de los centros de la línea K de Ca II para 65 estrellas. La línea es la calibración Sol-Hyades realizada por Wilson en 1959.

Relación muy cercana a la calibración Sol-Hyades.

T. Lutz en 1970 con una mejor regresión lineal, usando magnitudes fotoeléctricas, encontró la siguiente relación:

$$M_V = -15,55 \log W_0(K) + 28,49 \quad (3.3)$$

Varias calibraciones de dicho efecto han sido realizadas hasta la fecha, una de las últimas calibraciones del efecto WB fue realizada en 2003 por G. Pace et. al. [4], utilizando 119 espectros de estrellas cercanas de muy alta resolución ( $R=110000-30000$ ) y alta razón señal ruido, las magnitudes absolutas visuales para la calibración fueron tomadas desde la base de datos de Hipparcos, obteniendo:

$$M_V = -18,0 \log W_0(K) + 33,2 \quad (3.4)$$

Además de la relación lineal encontrada por Wilson-Bappu en el 1957, los centros de emisión de otras líneas fuertes en estrellas tipos tardíos también tienen un ancho que depende de la luminosidad estelar, en particular las líneas de resonancia del Ca II en el ultravioleta cercano debidas al Mg II [9], [10]; otros trabajos de W. McClintock et. al. [11] y R. Fosbury [12] demostraron que las medidas de los centros de los anchos de las líneas de emisión de H $\alpha$  y L $\alpha$  están en una secuencia paralela a las líneas de Ca II y Mg II.

R. Stencel desde 1977 ha intentando extender esta técnica a las supergigantes más brillantes de las galaxias del grupo local, pero sus esfuerzos habían sido frustrados debido a que la sensibilidad de los espectros realizados incluso en los telescopios de 4 metros de la época era limitada, trabajos recientes de Stencel en el cual utiliza la librería de espectros de alta resolución del observatorio de Paranal obtenida con el Instrumento UVES, muestra que pueden deducirse magnitudes absolutas y desde aquí nuevas distancias a estrellas de más alta luminosidad en galaxias cercanas, en lo que el ha llamado el efecto Wilson-Bappu-Stencel o efecto Wilson-Bappu extendido [13], [14], [15], [16].

El significado del efecto Wilson-Bappu aún no es totalmente claro, aunque muchas interpretaciones teóricas han sido propuestas y varios autores han expresado empíricamente los anchos de línea  $W_0$  en términos de los parámetros estelares fundamentales como son: la temperatura efectiva  $T_{\text{eff}}$ , la gravedad superficial  $g$  y la abundancia de metales [17], [18], [19], a partir de los anteriores estudios dos tipos de explicaciones del efecto Wilson-Bappu han sido reportadas:

- a). Una explicación basada en el efecto sistemático del ensanchamiento Doppler sobre el perfil de línea [12], [20], [21], [22].
- b). Otra explicación basada en la dependencia del espesor cromosférico y la densidad electrónica sobre la gravedad superficial en una atmósfera en equilibrio hidrostático [23], [24], [25].

Por otro lado, la influencia de la intensidad de emisión sobre el ancho Wilson-Bappu y el efecto del ensanchamiento rotacional ( $V \text{ Sen } i$ ) en la línea K de Ca II fueron analizados por R. Glebocki et. al. [26] y E. Bielicz et. al. [27].

### 3.2. Parámetros de las líneas H y K de Ca II.

Las líneas H y K del Ca II tienen un perfil característico colisional dominando la línea de resonancia. En este perfil es posible distinguir tres características (Fig. 3.2).

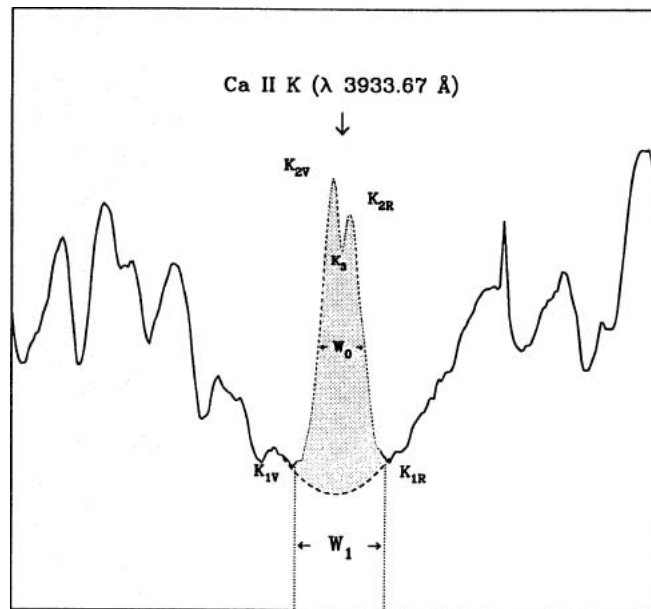


Figura 3.2: Descripción de los parámetros de la línea K del Ca II.

$K_1$ : El ancho característico profundo de absorción producido en la fotosfera.

$K_2$ : El pico de emisión puntiagudo producido en la cromósfera en una capa inmediatamente encima de la fotosfera.

$K_3$ : El centro de inversión producido en la cima de la cromósfera a una altura desde la cual los fotones en el centro de la línea pueden escapar.

Los particulares violeta y rojo que se convierten en los puntos del perfil de emisión del Ca II son denotados como:  $K_{1V}$ ,  $K_{1R}$ ,  $K_{2V}$ ,  $K_{2R}$  [28]. La línea K del Ca II es ancha y alcanza su máximo en estrellas tardías tipo K.

El ancho Wilson-Bappu ( $W_0$ ), es medido como el Ancho Completo a Mitad del Máximo conocido en la literatura con el acrónimo FWHM (del inglés “Full Width at Half Maximum”) entre las características  $K_1$  y  $K_2$ . En general, Wilson y Bappu definieron los anchos de emisión en las líneas de Ca II ( $W_i$  donde  $i = 1, 2$ ), como la diferencia entre los bordes de emisión rojo y violeta, expresados en  $\text{Km s}^{-1}$ . Hay otra razón importante para el estudio de las líneas H y K de Ca II, es bien conocido que en el Sol se presentan una serie de fenómenos relacionados entre sí y que afectan las diferentes partes de la atmósfera solar como son: manchas, fáculas, protuberancias, fulguraciones, bucles coronales, viento solar,

etc. Todos estos fenómenos están estrechamente ligados a la existencia de un campo magnético y se conoce con el nombre de Actividad Magnética Solar. Es de esperar entonces que en otras estrellas similares al Sol también se presenten estos fenómenos en mayor o menor medida y en efecto se han observado en otras estrellas una serie de hechos que confirman la existencia de actividad estelar, uno de ellos es la fuerte emisión de las líneas H y K del Ca II, por este hecho estas estrellas son llamadas “*Estrellas Cromosféricamente Activas*” debido a que estas líneas de emisión son producidas en la cromósfera de la estrella como lo mencionamos anteriormente [29].

En resumen el efecto Wilson-Bappu es notable por tres razones:

1. La relación ancho-luminosidad se cumple en un amplio rango de luminosidades estelares.
2. El ancho de emisión es independiente de la fuerza del centro de emisión.
3. Los anchos no correlacionan fuertemente con la metalicidad estelar.

### 3.3. Flujo de energía mecánica

Wilson y muchos autores asumieron que el ancho de emisión  $W_0$  de la línea K de Ca II es formado en el centro Doppler del perfil de línea y por lo tanto, es debido principalmente a velocidades de turbulencia en la cromósfera [22], [30],[31],[32], [33], [34],[35]. L. Goldberg en 1957 [36], siguiendo esta propuesta y considerando que los centros Doppler de las líneas Ca II son ópticamente gruesos encuentra que la velocidad de turbulencia es proporcional a el ancho  $W_0$  del centro de emisión de la línea K de Ca II, es decir  $W_0 \simeq 6V_D$ , unos años más tarde R. Fosbury [12], identificó las velocidades de turbulencia con el flujo de energía mecánica responsable para el calentamiento de la cromósfera y la corona; esto es, a partir del conocimiento de la velocidad del sonido  $C_s$  y la densidad local media  $\rho_0$  los flujos de energía mecánica pueden ser convertidos a velocidades  $v$  usando.

$$F_M = \zeta \rho_0 v^2 C_s \quad (3.5)$$

En la ecuación (3.5)  $v$  es identificada como la velocidad de ensanchamiento Doppler, el coeficiente  $\zeta$  depende sobre un promedio en el espacio y el tiempo de la función fuente de la línea sobre la onda, B. Boland [37] calculo de manera aproximada  $\zeta$  encontrando que

varía entre  $\frac{1}{2} < \zeta < 1$  y la velocidad del sonido en el Sol viene dada por [38]:

$$C_s = \left[ \frac{\gamma k T (Z + 1)}{m_i} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.6)$$

con  $m_i = 1,56 m_H$  el valor apropiado para la composición solar,  $Z$  es el grado de ionización,  $\gamma$  la razón de los calores específicos y  $T$  la temperatura cinética, la cual se asume que es igual para iones y electrones. Una simple ley de escalamiento de densidad puede ser usada para deducir información acerca del flujo de energía mecánica en otras estrellas diferentes al Sol. Consideraremos que el calcio es ionizado una vez, tal que la opacidad de la línea es proporcional a la presión del gas, entonces para un valor dado de la profundidad óptica del centro de la línea y utilizando la ecuación de equilibrio hidrostático, tenemos que:

$$\int_r^R P(r) = - \int_r^R \frac{g(r) d\tau_r}{\kappa_r} \quad (3.7)$$

No existe por supuesto borde en una estrella, sino que en la mayoría de casos la densidad cae bastante rápido para dar una secuencia de capas muy estrechas de la cual mucha de la radiación escapa, la gran mayoría de estrellas tienen un aumento de temperatura en sus capas exteriores donde  $\tau_0 \ll 1$ , por lo tanto estas capas no pueden ser tratadas por técnicas de modelos de atmósferas normales debido a que el equilibrio térmico local no puede ser asumido, estas capas tienen muy bajas densidades y son virtualmente transparentes a la mayor parte de la radiación que escapa de la estrella, por tanto teniendo en cuenta esta condición a partir de  $P(r = R) = 0$  tenemos que la ecuación anterior la podemos escribir como:

$$P(r) = - \int_r^R \frac{g(r) d\tau_r}{\kappa_r} \quad (3.8)$$

A través de la cual podemos obtener:

$$P_g \propto g v_D \quad (3.9)$$

Donde  $g$  es la aceleración debida a la gravedad y  $v_D$  aparece debido a la dependencia de la opacidad del centro de la línea sobre el ancho Doppler. Usando la ley del gas perfecto y despreciando cambios en el peso molecular medio y temperatura cromosférica de estrella a estrella podemos escribir.

$$\log \rho = \log g + \log v_D + const. \quad (3.10)$$

Escribiendo  $g$  en términos de la temperatura efectiva  $T_{eff}$ , la masa  $M$  y la luminosidad  $L$  tenemos que:

$$\log \rho = \log M + 4 \log T_{eff} - \log L + \log v_D + const. \quad (3.11)$$

O en términos de la magnitud absoluta visual.

$$\log \varrho = \log M + 4 \log T_{eff} + 0,4(M_v + BC) + \log v_D + const. \quad (3.12)$$

Donde BC es la corrección bolométrica, utilizando el ajuste lineal de los datos de Harris [39], BC puede ser introducido en el término de la temperatura obteniendo.

$$\log \varrho \simeq \log M + 6 \log T_{eff} + 0,4 M_v + \log v_D + const. \quad (3.13)$$

Usando ahora la calibración Wilson-Bappu en la forma

$$M_v = -15 \log v_D + const. \quad (3.14)$$

la cual asume que la constante de proporcionalidad entre  $W_0$  y  $v_D$  es siempre la misma. Teniendo en cuenta que  $v_D$  es proporcional a la amplitud de la velocidad y usando la expresión para el flujo de energía mecánica, ecuación 3.5, encontramos que.

$$\log F_M \simeq \log M + 6 \log T_{eff} + 0,2 M_v + const. \quad (3.15)$$

Los modelos completamente teóricos son difíciles de construir puesto que no se conocen bien los detalles del origen, propagación y disipación del flujo de energía mecánico en otras estrellas diferentes al Sol, por esta razón asumiendo el flujo mecánico en el Sol igual a  $10^6 \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  en la región de formación de la línea K, tenemos finalmente que

$$\log F_M \simeq \log M/M_\odot + 6 \log T_{eff} + 0,2 M_v - 17,5 \quad (3.16)$$

A partir de este resultado R. Fosbury propone un ejemplo el cual cubre estrellas desde el Sol hasta  $\alpha$  Orionis (cubriendo  $\sim 10$  ordenes de magnitud), encontrando que  $F_M$  disminuye por 3 ordenes de magnitudes, él también encuentra cuando considera la razón entre el flujo mecánico y el flujo total radiativo que esta razón disminuye un poco más de un orden de magnitud y sugiere que en primera aproximación esta es igual para toda las estrellas de tipo tardío, un resultado similar a el encontrado por Kraft en 1959 para el flujo turbulento fotosférico [40].

# CAPÍTULO 4

---

---

## MUESTRAS DE ESPECTROS EN ALTA RESOLUCIÓN EN LÍNEAS H Y K DE CA II

### 4.1. Descripción de la muestra

Las observaciones espectroscópicas de las líneas H y K de Ca II presentadas aquí fueron obtenidas desde la Librería de espectros de resolución alta y media en regiones de líneas H y K de Ca II,  $H_\alpha$ ,  $H_\beta$ , Na I D<sub>1</sub>, D<sub>2</sub>, y He I en campos de estrellas F, G, K y M; realizadas durante varios tiempos de observación, desde 1988 a 1995, dentro de un programa dedicado a el estudio de los indicadores de actividad óptica en estrellas solas y binarias cromosféricamente activas [41],[42], [43], [44], [45], [46], [47]. Los espectros en alta resolución fueron obtenidos con dos telescopios: el telescopio de 2,2 m en el Observatorio Astronómico Alemán - Español (CAHA) en Calar Alto (Almería, España) y el telescopio Isaac Newton (TIN) localizado en el Observatorio del Roque de los Muchachos (La Palma, España).

Las diferentes observaciones y sus fechas, el telescopio, el detector usado, la dispersión alcanzada y el ancho completo a mitad de máximo (FWHM) del perfil instrumental correspondiente a cada observación son dadas en la Tabla 4.1. También se muestra el rango de longitud de onda cubierta ( $\lambda_i - \lambda_f$ ) de la región espectral observada y la resolución espectral alcanzada con cada detector ( $\delta\lambda$ ). Los espectros fueron previamente extraídos usando los procedimientos estándares de reducción en los paquetes MIDAS y IRAF (sustracción de bias, flatfield, skyfield, extracción óptima del espectro y calibrados por longitud de onda usando lámparas de arco), Como en las regiones de las líneas H y K es muy difícil fijar un

O	Fecha	Tel.	Detector	$\lambda_i - \lambda_f$	$\delta\lambda$	Å/pixel	FWHM(inst)
1	Feb. 1988	2.2 m	RCA	3890-4009	0.198	0.099	0.198
2	Jul. 1989	2.2 m	RCA 006	3883-4015	0.198	0.099	0.198
3	Dic. 1992	TIN	EEV5	3840-4050	0.358	0.179	0.358
4	Mar. 1993	2.2 m	TEK #6	3830-4018	0.420	0.210	0.420

Tabla 4.1: Resumen de las observaciones de la región espectral de Ca II.

continuo los espectros están normalizados en una ventana de  $1 \text{ \AA}$  centrada en  $3950.5 \text{ \AA}$ . Este punto de referencia a  $3950.5 \text{ \AA}$  no es un continuo real, pero es una región libre de las líneas de interés que puede ser usada como un pseudo-continuo para normalizar todos los espectros de Ca II [11]. Los rangos de resolución espectral ( $\delta\lambda$ ) alcanzada para la región espectral de las líneas H y K de Ca II está entre  $0.2$  y  $0.5 \text{ \AA}$  ( $R = \lambda/\delta\lambda, 20277 - 9119$ ) dependiendo del tiempo de observación (Ver Tabla 4.1).

En la Tabla 4.2 se da información acerca de las estrellas de la muestra. Aquí se muestra el nombre, el número HD, tipo espectral y la clase de luminosidad, información que fue obtenida de la base de datos de *Simbad*, los parámetros astrofísicos estelares como son  $T_{eff}$ ,  $\log g$ ,  $[\text{Fe}/\text{H}]$  y sus errores fueron obtenidos desde el Catálogo de determinaciones de  $[\text{Fe}/\text{H}]$  para estrellas FGK: edición 2001 [48], los *V S en i*, los métodos como se obtuvieron y los errores en su determinación fueron tomados desde el catálogo de velocidades rotacionales proyectadas [49]. La columna Ca II muestra la información acerca de las observaciones para el rango espectral, usando el código dado en la primera columna de la tabla 4.1.

Nombre	HD	Tipo Espectral	$T_{eff}$ ( $^{\circ}$ K)	$\delta T_{eff}$ ( $^{\circ}$ K)	$\log g$ ( $cm/s^{-2}$ )	$\delta g$ ( $cm/s^{-2}$ )	[Fe/H] (Sol)	$\delta$ [Fe/H] (Sol)	$V_{Sen\ i}$ (Km/s)	$\delta V_{Sen\ i}$ (Km/s)	Método	INT	Ca II
Estrellas F													
V2213 Oph	154417	F8.5 IV-V	5925	70	4.30	0.10	-0.04	0.10	6.10	0.30	C-C	D	2
44 And	6920	F8 V	5838	80	3.48	0.10	-0.05	0.09	<15.00	-	-	D	3
Estrellas G													
61 Uma	101501	G8 V	5538	-	4.69	-	0.03	-	2.30	0.80	FWHM	MD	4
59 Vir	115383	G0 V	5866	70	4.03	0.10	0.00	0.10	7.40	0.50	C-C	MD	2
$\xi$ Boo A	131156 A	G8 V	5500	-	4.60	-	-0.15	-	3.70	0.50	C-C	M	2
$\kappa^1$ Cet	20630	G5 V	5663	-	4.40	-	-0.01	-	4.30	0.40	C-C	MD	3
HN Peg	206860	G0 V	5798	70	4.25	0.10	-0.20	0.10	9.80	0.40	C-C	MD	2
ADS 16557 A	218739	G5 V	-	-	-	-	-	-	6.20	3.00	C-C	MD	3
$\xi$ UMa	98231	G0 V	5950	-	4.30	-	-0.35	-	1.40	0.70	FTLP	D	1
$\beta$ Aql	188512	G8 IV	5097	50	3.50	0.25	-0.27	0.09	1.20	-	C-C	D	2
Estrellas K													
-	201657	K2	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	D	2
GJ 505 A	115404	K2 V	5200	-	-	-	-0.10	0.07	2.80	0.60	CONV	M	2
$\xi$ Boo B	131156 B	K4 V	5538	-	4.59	-	0.19	-	2.50	1.70	C-C	F	2
$\kappa$ CrB	142091	K1 Iva	4800	-	3.37	-	-0.04	-	1.00	-	C-C	D	4
LHS 15	16160	K3 V	-	-	-	-	-	-	1.00	1.00	C-C	D	3
61 Cyg A	201091	K5 V	4450	100	4.56	0.20	-0.43	0.10	4.00	0.90	C-C	M	2
61 Cyg B	201092	K7 V	4120	100	4.40	0.20	-0.63	0.10	1.70	0.60	C-C	F	2
NSV 14458	219134	K3 V	-	-	-	-	-	-	2.10	0.80	FWHM	MD	2
$\varepsilon$ Eri	22049	K2 V	5110	100	4.38	0.20	-0.14	0.07	2.50	1.30	C-C	M	3
58 Leo	95345	K1 III	4540	-	2.58	-	-0.28	-	<1.00	-	C-C	D	4
LTT 11169	22072	K1 IV	-	-	-	-	-	-	<1.00	-	C-C	D	1
93 Her	164349	K0.5 IIb	4383	-	1.80	-	-0.22	-	<15.00	-	-	D	2

Tabla 4.2: Parámetros astrofísicos de las estrellas de la muestra

Nombre	HD	V (mag)	$\pi$ (mas)	$\delta\pi$ (mas)	$M_V$ (mag)	O - C (mag)	$W_0(K)^*$ (Km/s)	$\delta W_0(K)^*$ (Km/s)	$W_0(H)^*$ (Km/s)	$\delta W_0(H)^*$ (Km/s)	$W_0(K)$ (Km/s)	$\delta W_0(K)$ (Km/s)	$W_0(H)$ (Km/s)	$\delta W_0(H)$ (Km/s)
Estrellas F														
V2213 Oph	154417	6.01	49.06	0.89	4.46	0.89	1.64	0.02	-	-	1.62	0.02	-	-
44 And	6920	5.679	18.98	0.71	2.07	0.42	1.76	0.01	-	-	1.71	-	-	-
Estrellas G														
61 Uma	101501	5.32	104.81	0.72	5.42	0.14	1.55	0.01	1.54	0.02	1.54	0.01	1.53	0.02
59 Vir	115383	5.22	55.71	0.85	3.95	0.81	1.67	0.01	1.65	0.02	1.64	0.01	1.63	0.01
$\xi$ Boo A	131156 A	4.675	149.26	0.76	5.54	0.05	1.55	0.01	1.53	0.01	1.53	0.01	1.52	0.01
$\kappa^1$ Cet	20630	4.83	109.18	0.78	5.02	-0.69	1.54	0.02	1.56	0.01	1.52	0.02	1.54	0.01
HN Peg	206860	6.00	54.37	0.85	4.68	0.89	1.65	0.01	1.63	0.01	1.61	0.01	1.59	0.01
ADS 16557 A	218739	7.138	34.06	2.31	4.80	0.37	1.61	0.02	1.59	0.02	1.58	0.02	1.57	0.01
$\xi$ UMa	98231	4.264	127.00	6.00	4.78	-0.92	1.53	0.02	-	-	1.52	0.02	-	-
$\beta$ Aql	188512	3.71	72.95	0.83	3.03	-0.55	1.63	0.02	-	-	1.62	0.02	-	-
Estrellas K														
-	201657	8.00	4.49	1.07	1.26	-0.60	1.70	0.02	-	-	1.70	-	-	-
GJ 505 A	115404	6.52	89.07	0.99	6.27	-0.29	1.50	0.01	1.47	0.01	1.48	0.01	1.46	0.01
$\xi$ Boo B	131156 B	6.816	149.26	0.48	7.69	0.70	1.47	0.01	1.41	0.01	1.46	0.01	1.40	0.01
$\kappa$ CrB	142091	4.82	32.13	0.61	2.35	0.07	1.68	0.02	-	-	1.68	-	-	-
LHS 15	16160	5.82	138.72	1.04	6.53	-1.10	1.44	0.02	-	-	1.43	0.02	-	-
61 Cyg A	201091	5.21	287.18	1.51	7.50	0.51	1.48	0.01	1.43	0.01	1.46	0.01	1.41	0.01
61 Cyg B	201092	6.03	285.47	0.72	8.31	0.89	1.45	0.01	1.41	0.01	1.44	0.01	1.40	0.01
NSV 14458	219134	5.56	153.24	0.65	6.49	0.14	1.50	0.02	1.46	0.02	1.49	0.02	1.45	0.02
$\varepsilon$ Eri	22049	3.73	310.74	0.85	6.19	-0.80	1.47	0.02	1.45	0.01	1.46	0.02	1.44	0.01
58 Leo	95345	4.852	9.54	0.94	-0.25	-0.40	1.78	0.02	-	-	1.78	-	-	-
LTT 11169	22072	6.17	23.57	0.94	3.03	-0.33	1.63	0.02	-	-	1.63	-	-	-
93 Her	164349	4.674	4.97	0.82	-1.84	-0.29	1.90	0.01	-	-	1.86	-	-	-

Tabla 4.3: Medidas y errores de los logaritmos de los anchos de los centros de emisión de las líneas H y K de Ca II (columnas 8-15) y magnitudes absolutas visuales obtenidas desde los paralajes de Hipparcos.

## 4.2. Espectros de las estrellas

La muestra de estrellas usadas en nuestras medidas consta de 22 estrellas las cuales contienen la regiones de líneas K ( $3933.67 \text{ \AA}$ ) y H ( $3968.47 \text{ \AA}$ ) de Ca II, y consta de 2 estrellas tipo F, 8 tipo G y 12 estrellas del tipo espectral K, esta muestra según la fuerza de los centros de emisión fue dividida en tres grupos:

### 1. *Estrellas de emisión fuerte*

En este grupo incluimos las estrellas HD 131156 A y HD 201092, estas presentan una fuerte emisión en los perfiles de Ca II, esta fuerte emisión está relacionada con la existencia de actividad estelar, por este hecho son llamadas Estrellas Cromosféricamente activas debido a que los perfiles de emisión son producidos en la cromósfera y vemos que este fenómeno de actividad en las estrellas binarias de nuestra muestra es más pronunciado que en las estrellas solas como (HD 6920, 218739), como puede verse en la figura 4.1.

### 2. *Estrellas de emisión intermedia*

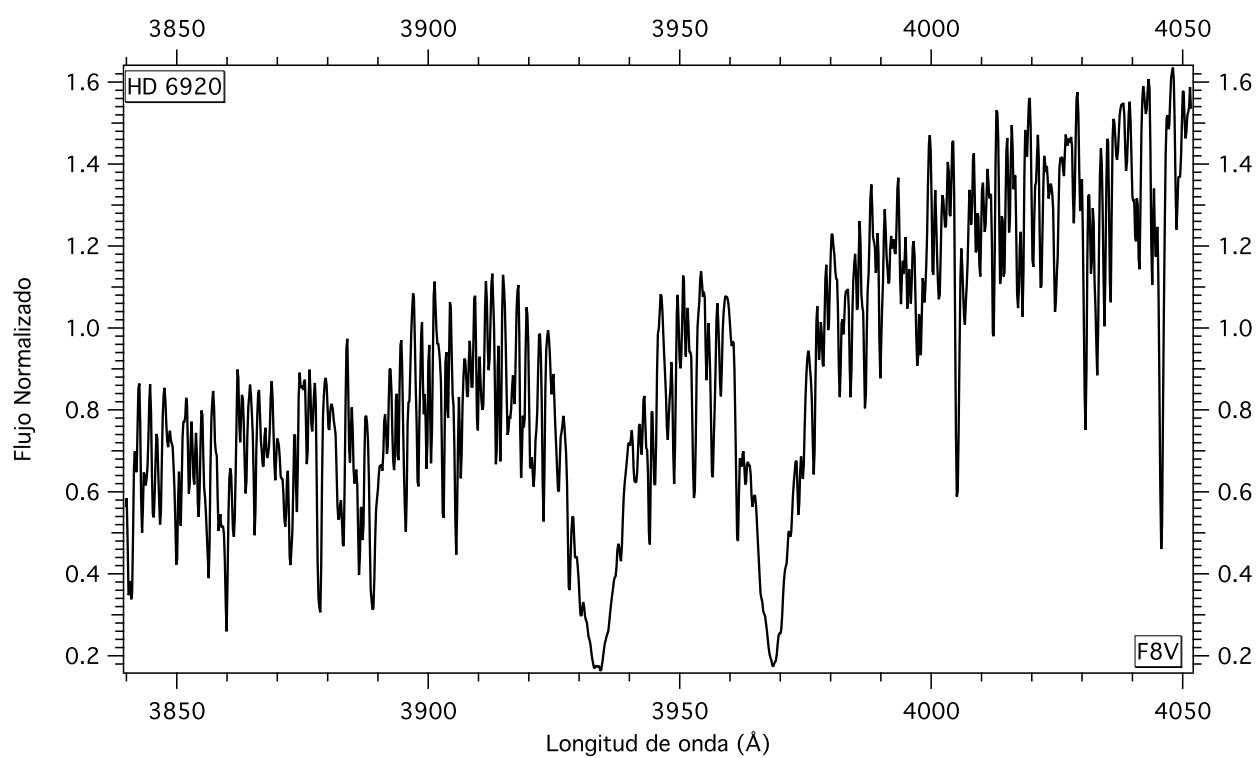
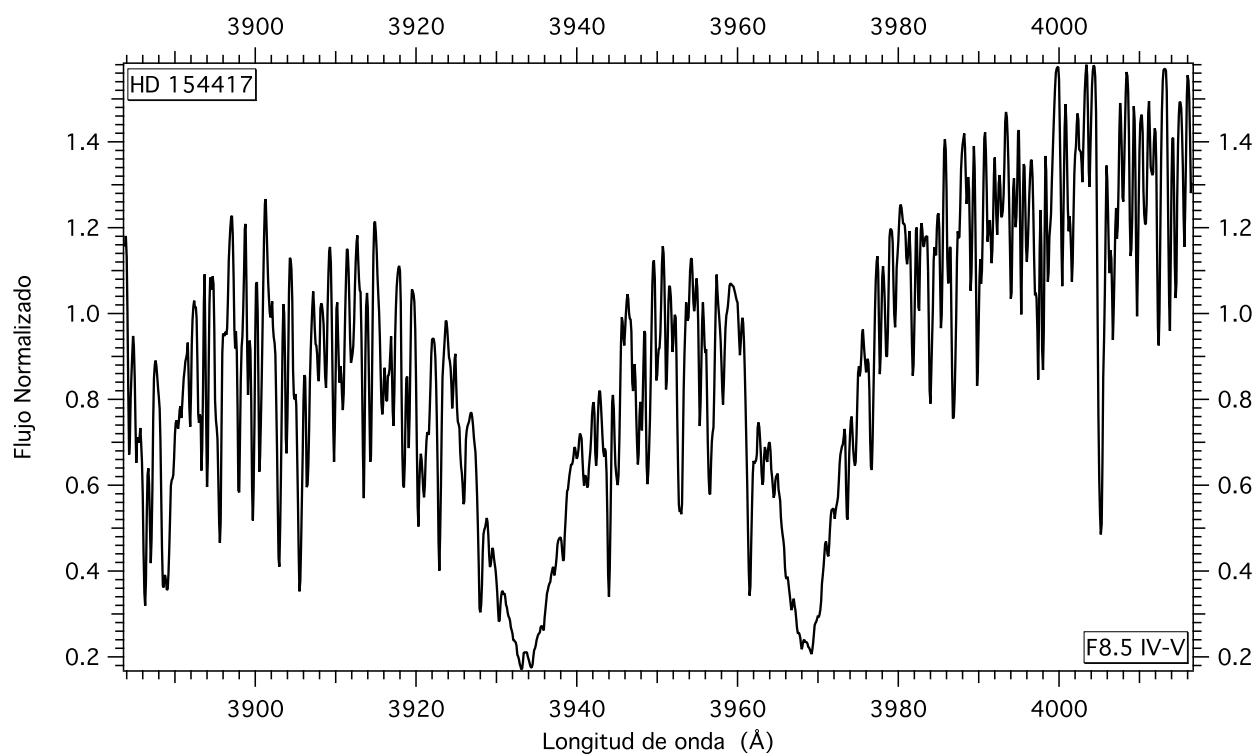
En este grupo incluimos las estrellas HD 131156 B, HD 201091, HD 115404, y HD 22049. Las cuales presentaban un pico de emisión un poco menos fuerte que las del grupo anterior.

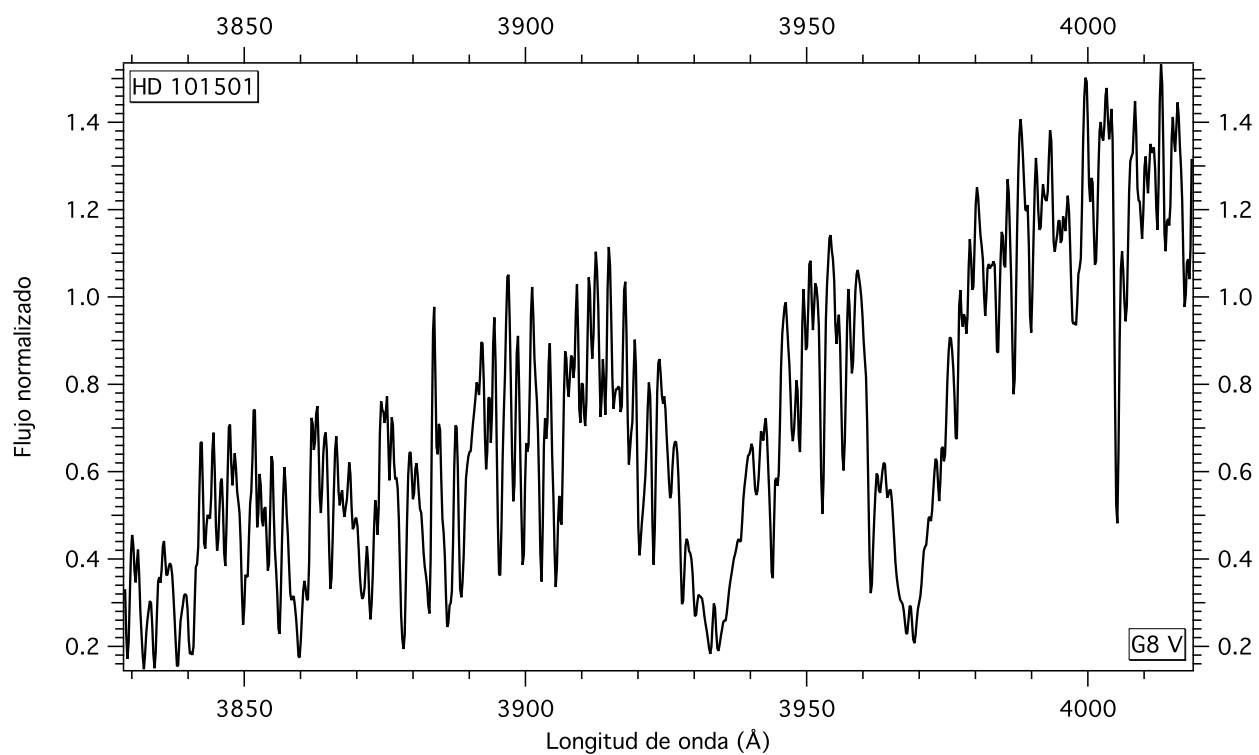
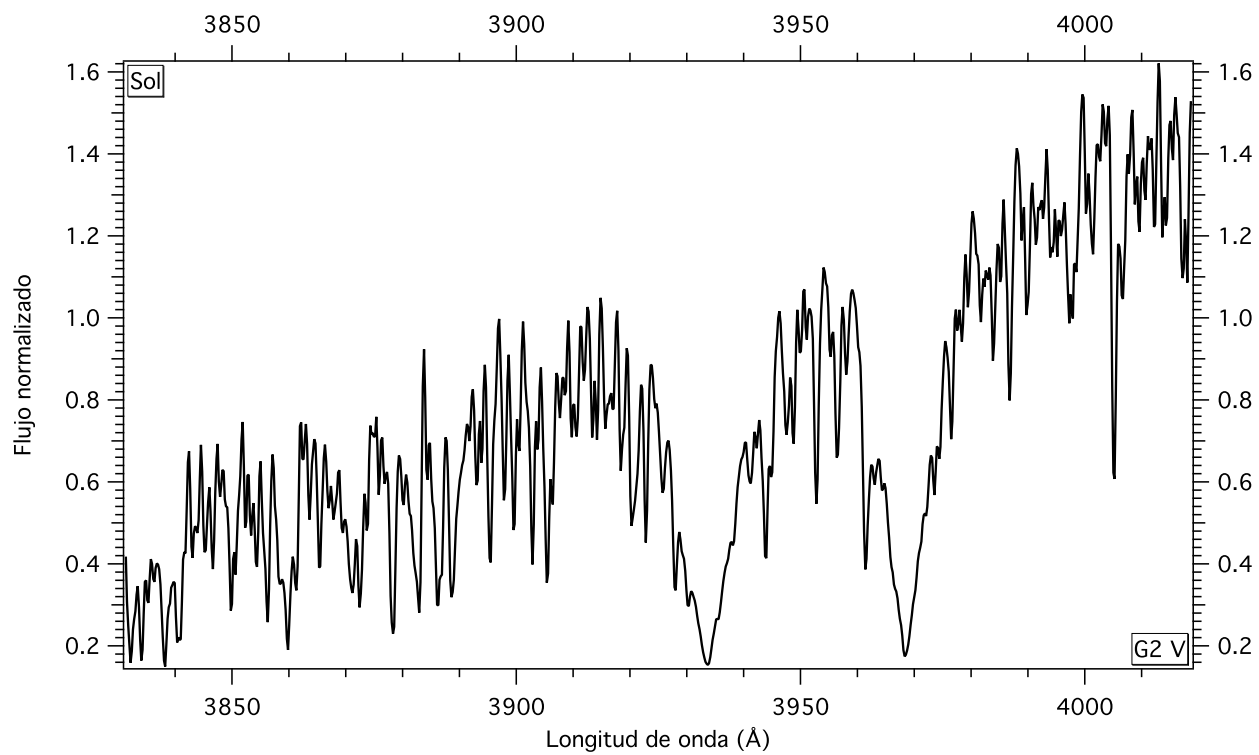
### 3. *Estrellas de emisión medio-débil y débil*

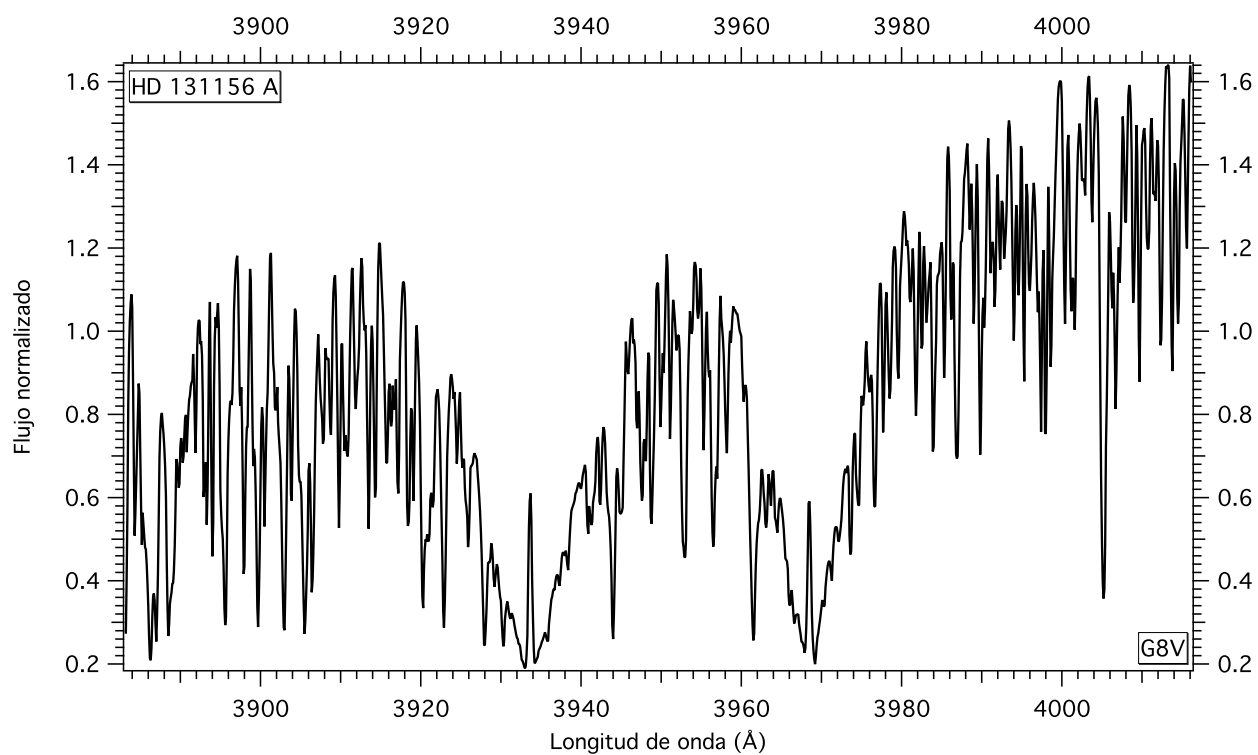
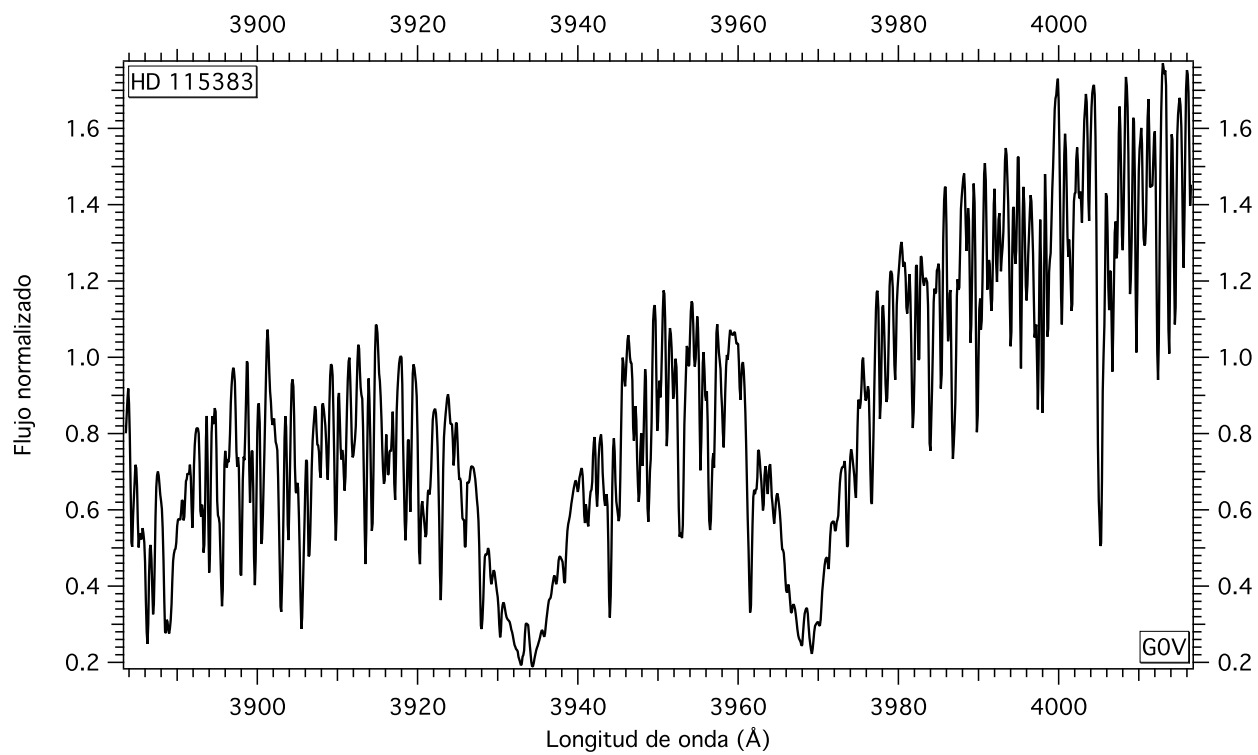
En este grupo incluimos el resto de estrellas que aparecen en la Tabla 4.2, las cuales presentaban un pico de emisión poco apreciable o casi insignificante comparadas con respecto a los perfiles de emisión de las 6 estrellas incluidas en los grupos anteriores, los espectros de éstas estrellas también pueden ser observados en la figura 4.1.

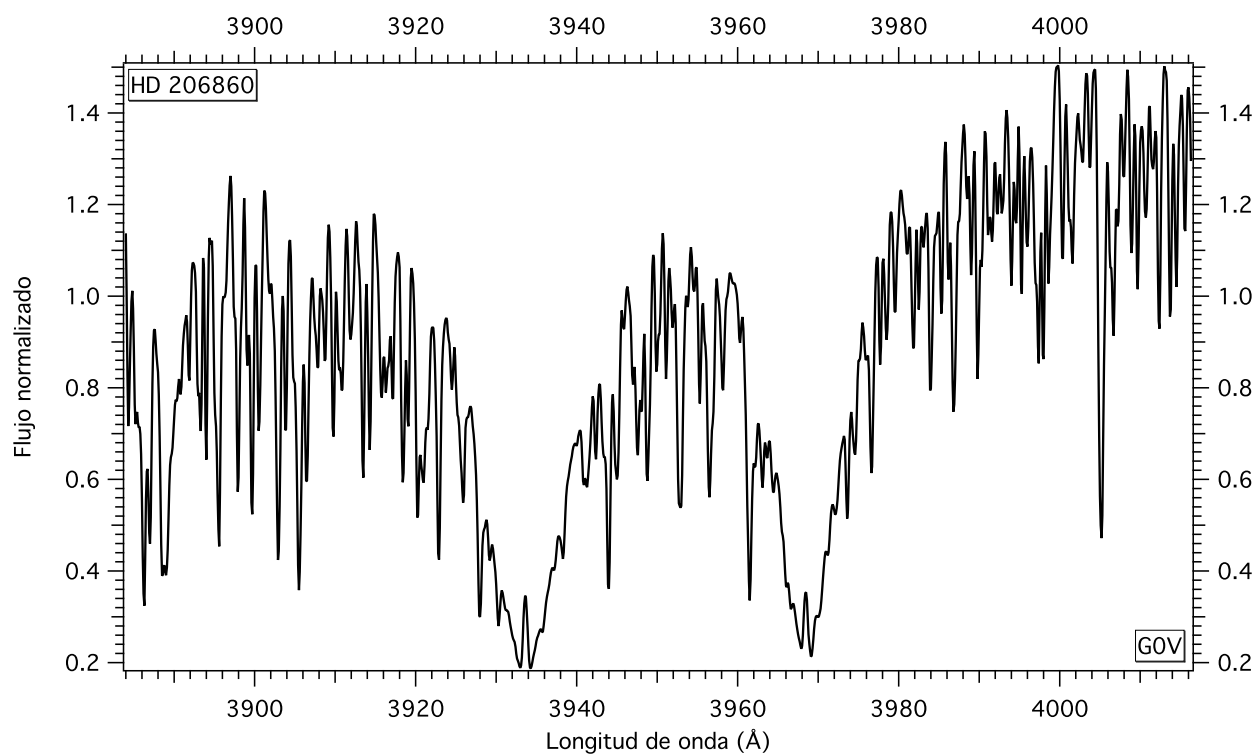
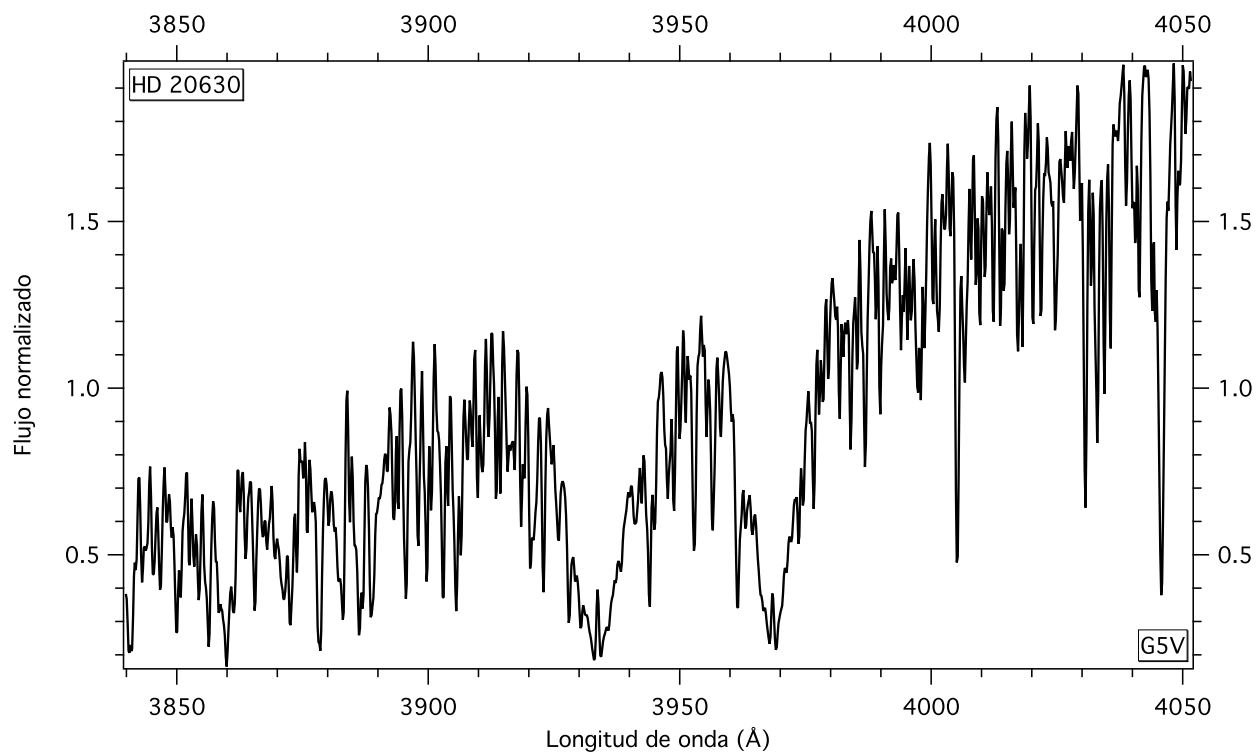
La columna marcada con INT en la tabla 4.2 da información de la intensidad de los centros de emisión de las líneas H y K en la que F (emisión fuerte), M (emisión media), MD (emisión medio-débil) y D (emisión débil), en la siguiente figura se muestra, el rango espectral completo en longitud de onda cubierto en cada espectro, además en las estrellas tipo G se muestra un espectro del Sol en la misma resolución, para que se pueda apreciar que la actividad solar es insignificante en comparación con la actividad de la cromósfera de las estrellas de nuestra muestra.

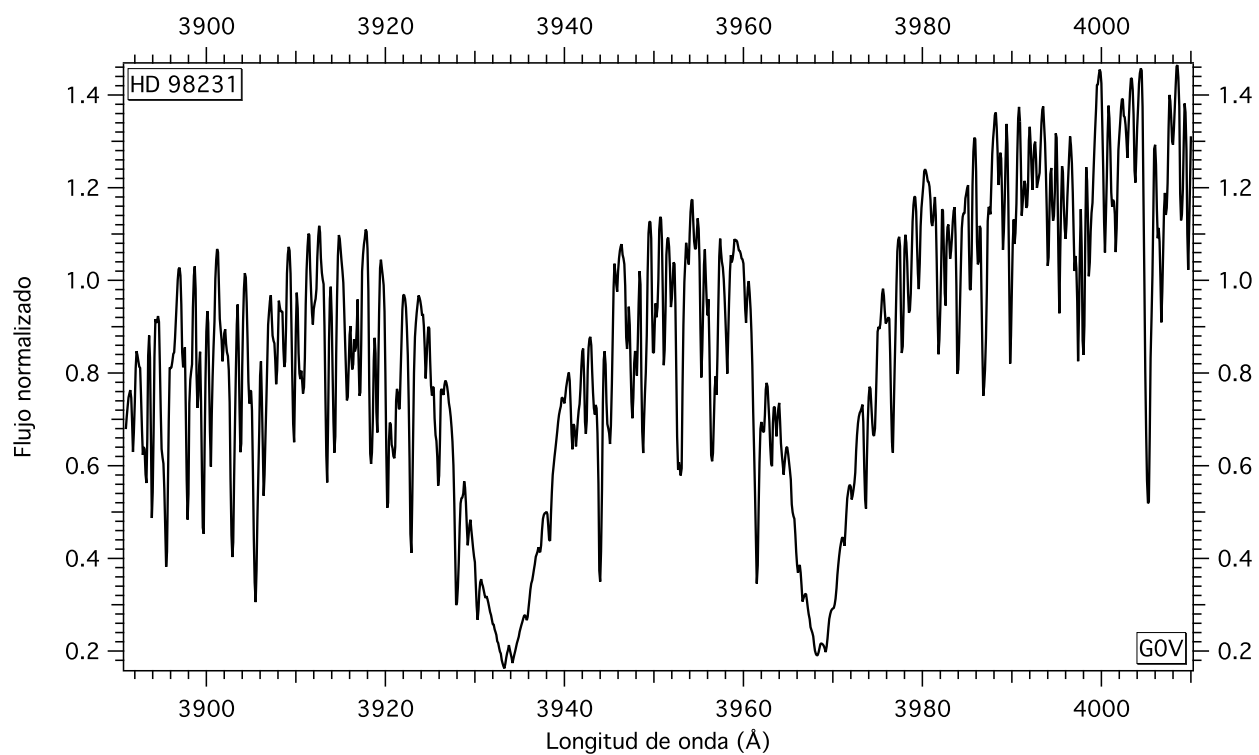
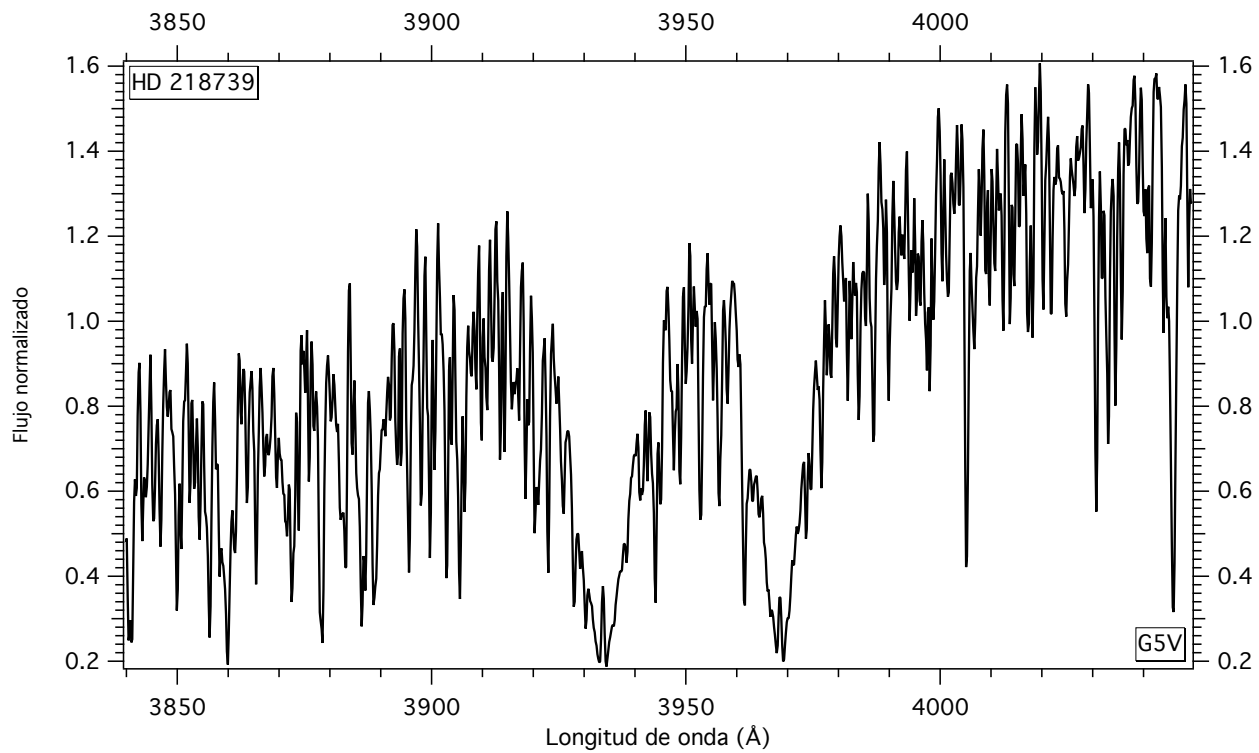
Figura 4.1: Espectros en alta resolución de las 22 estrellas de la muestra en las regiones de líneas K y H de Ca II

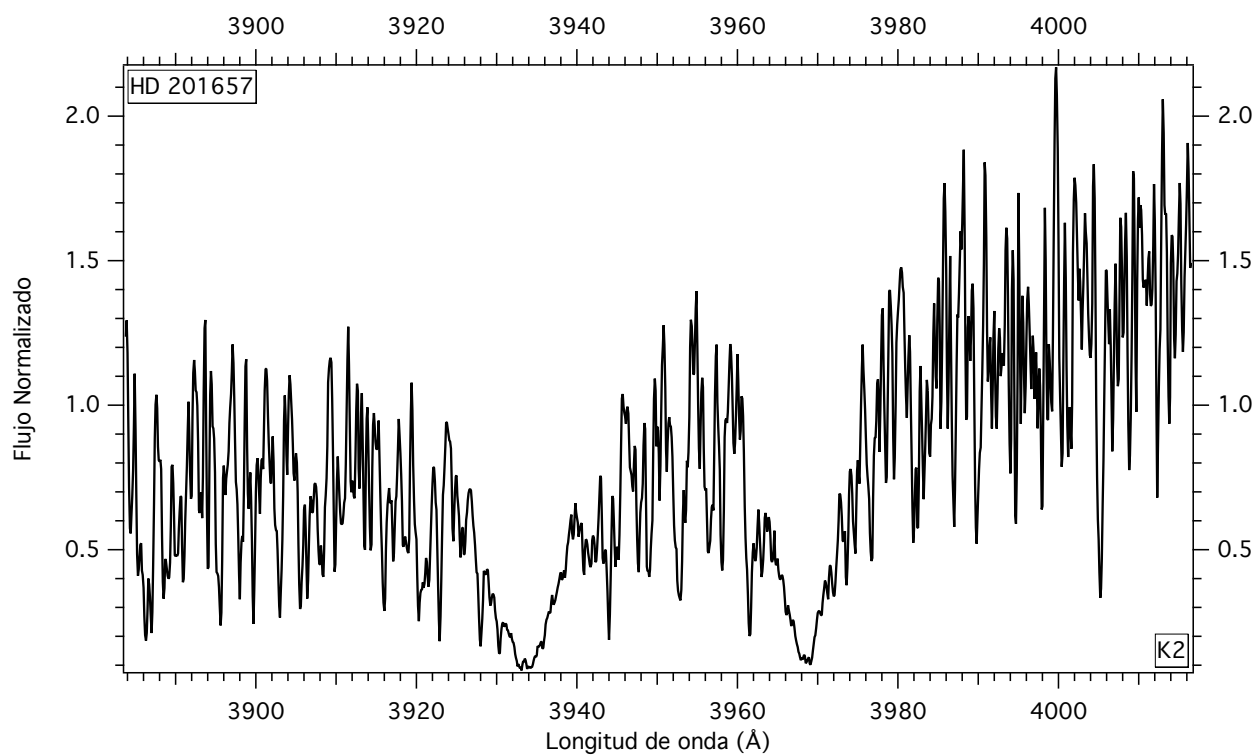
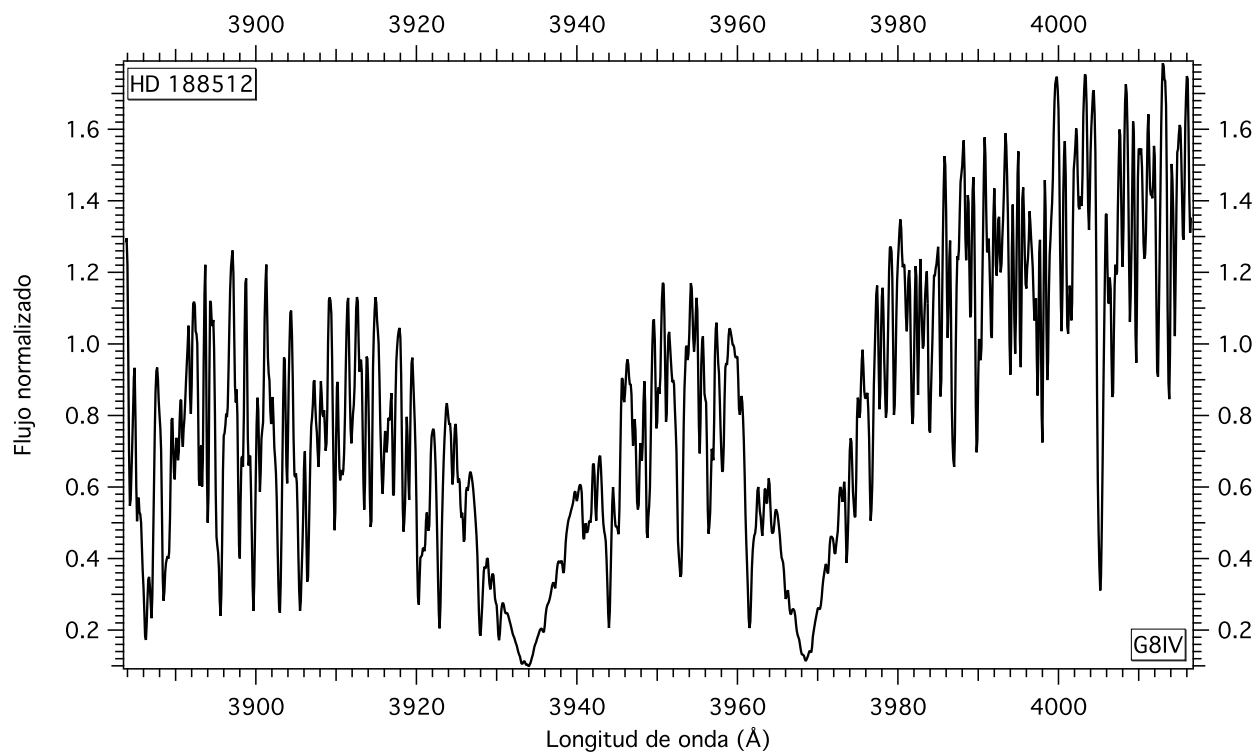


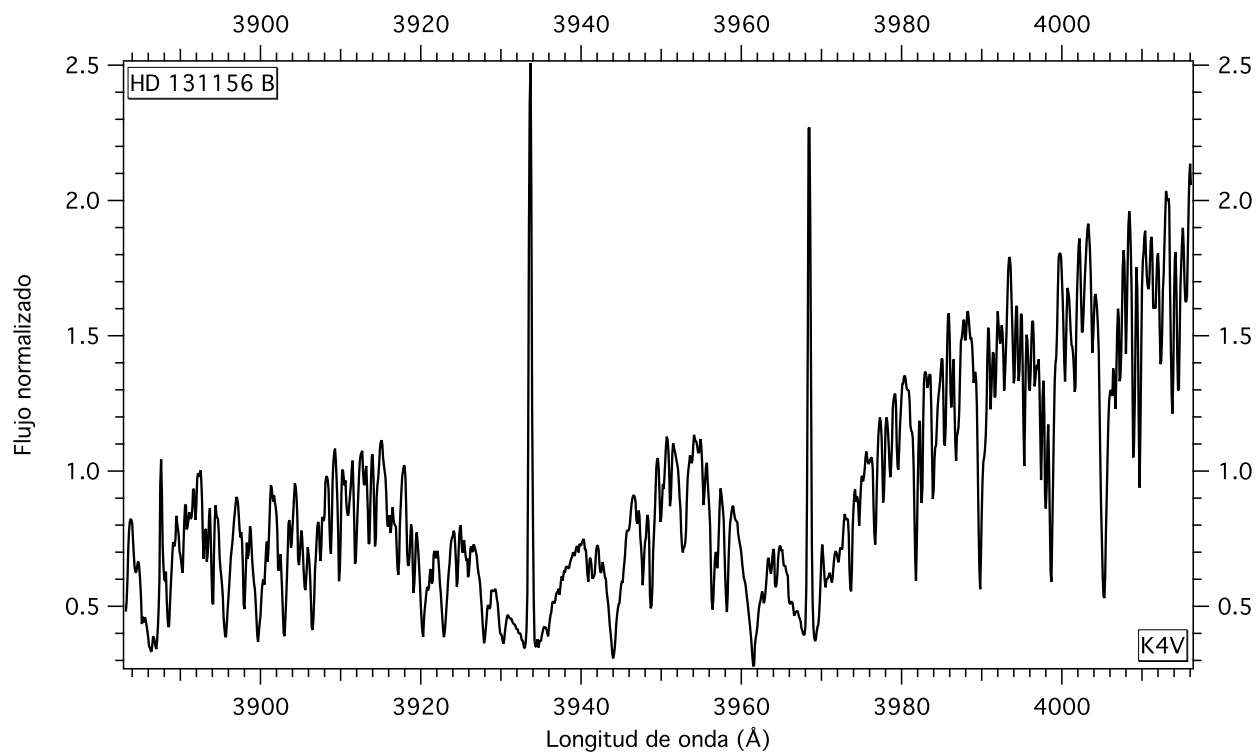
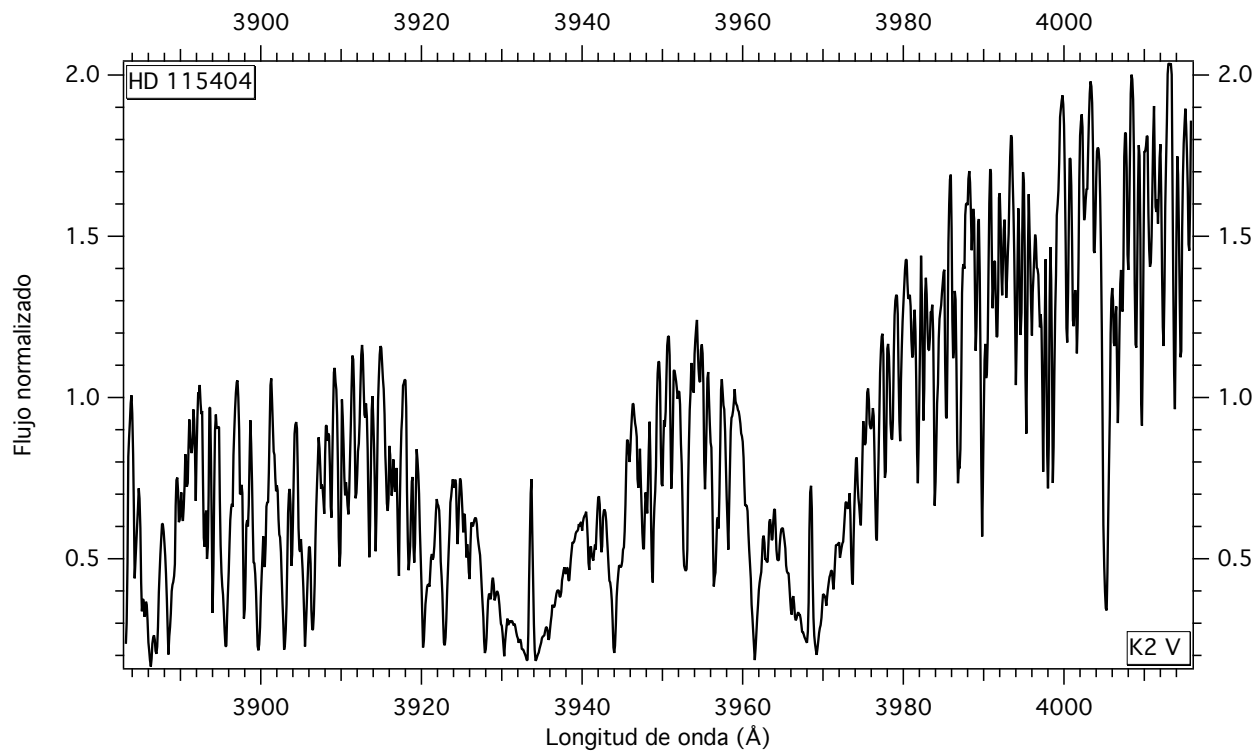


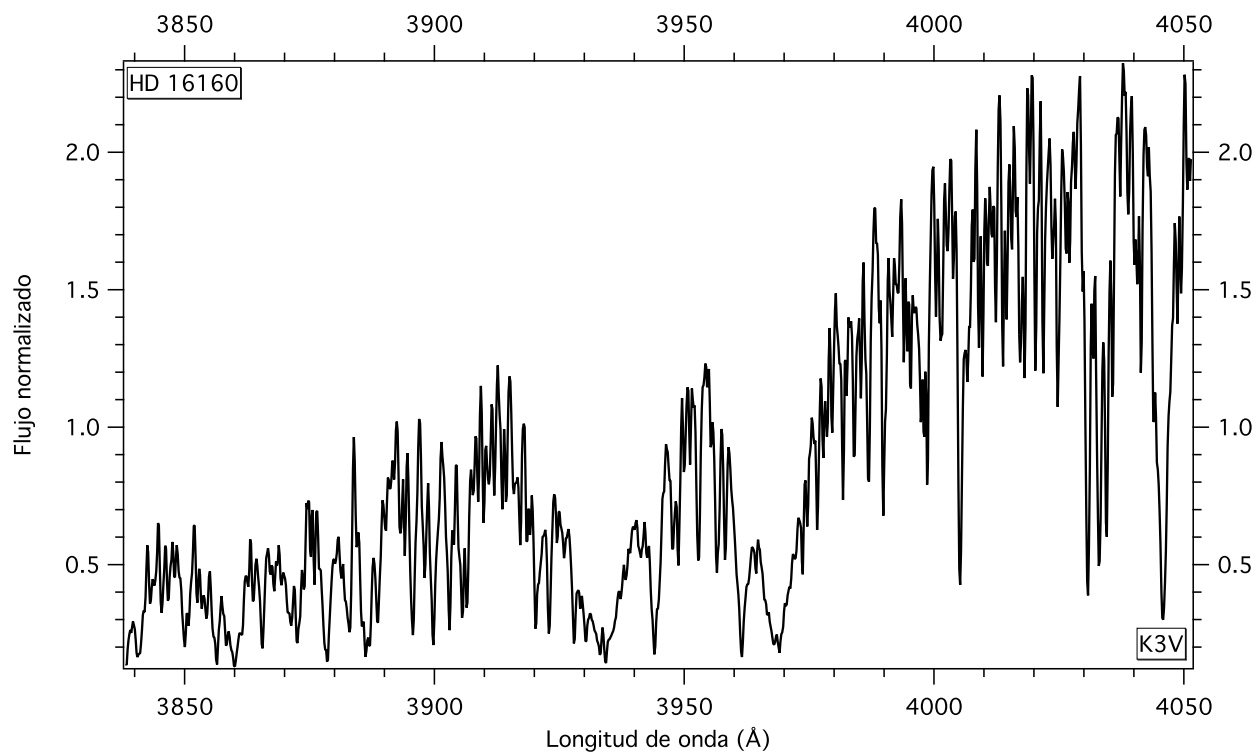
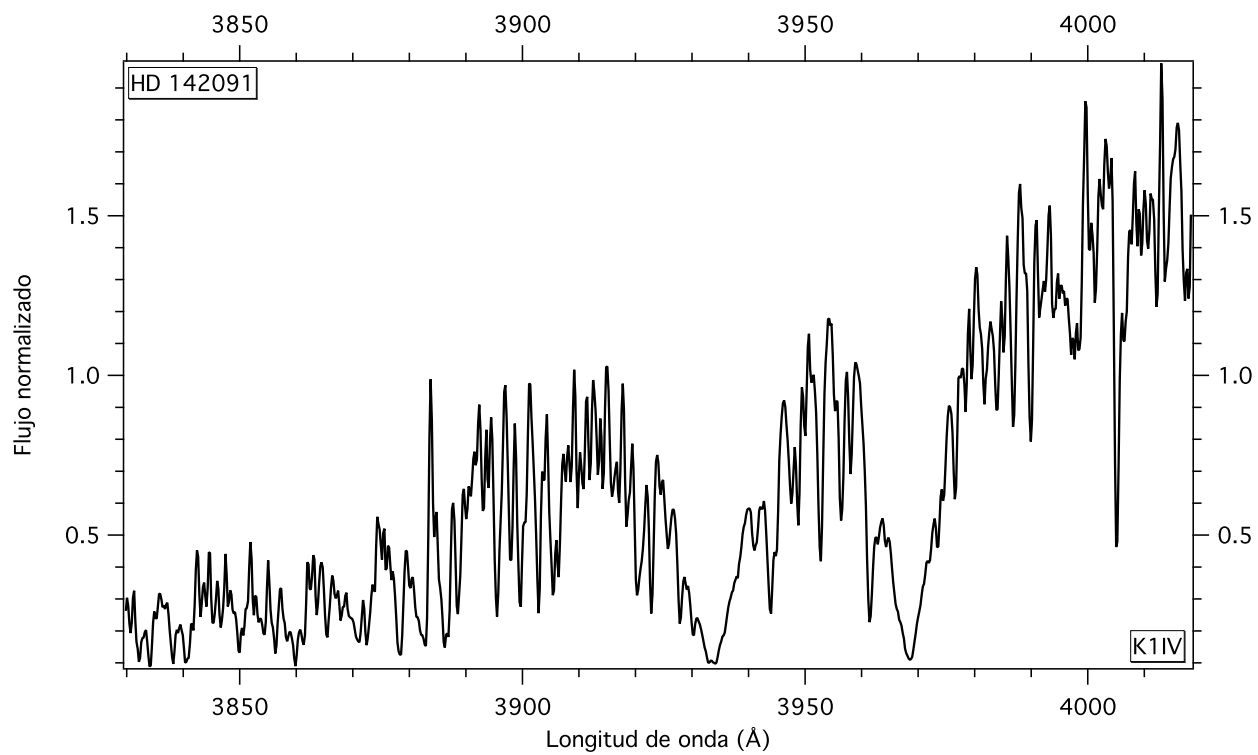


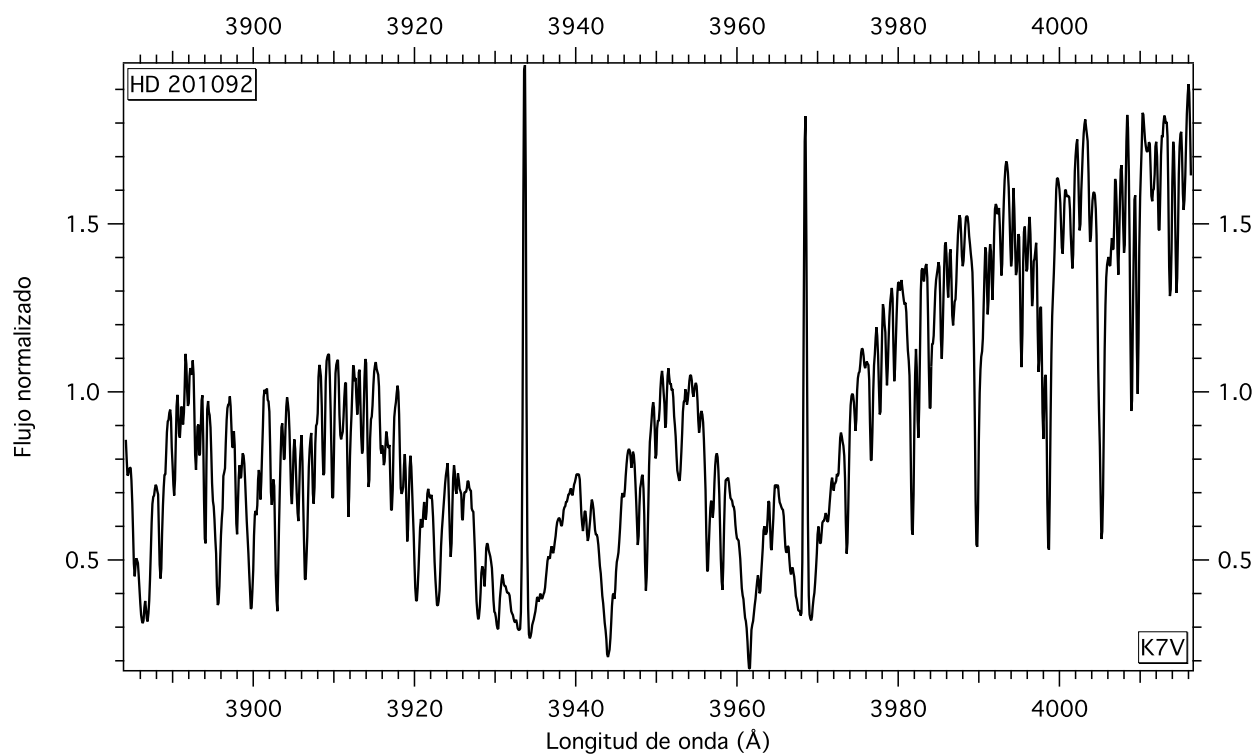
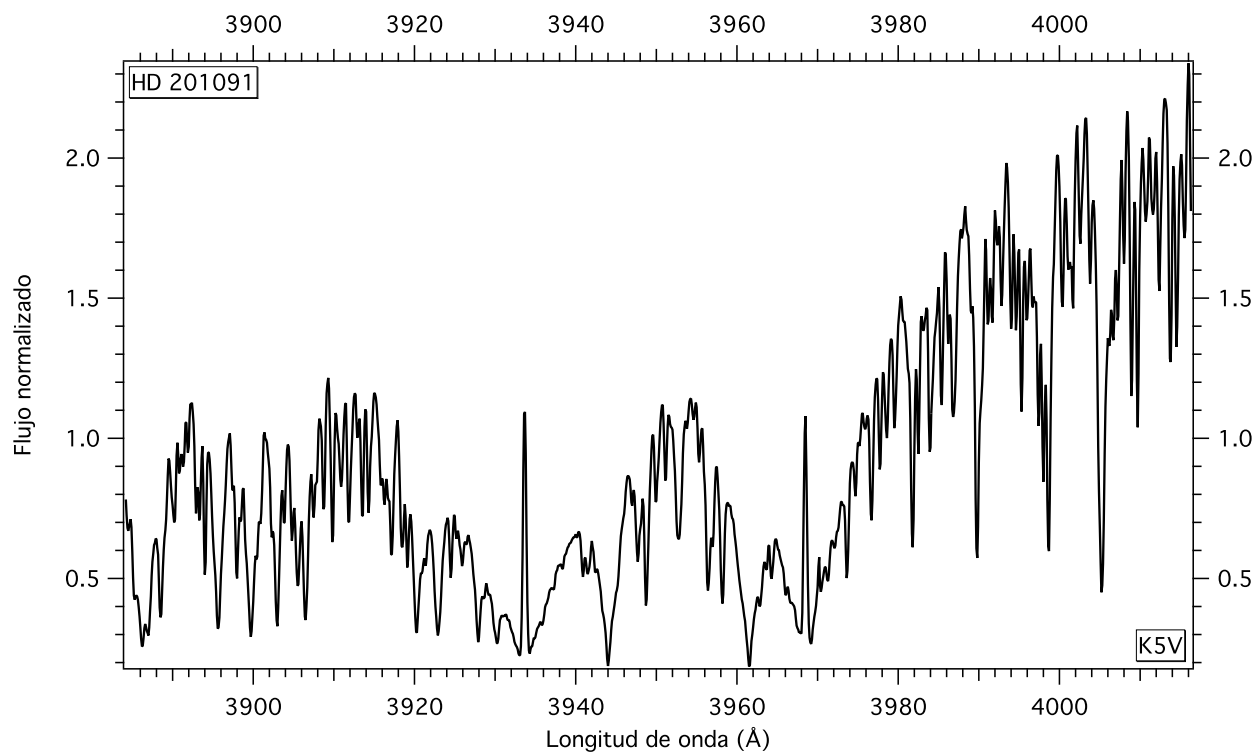


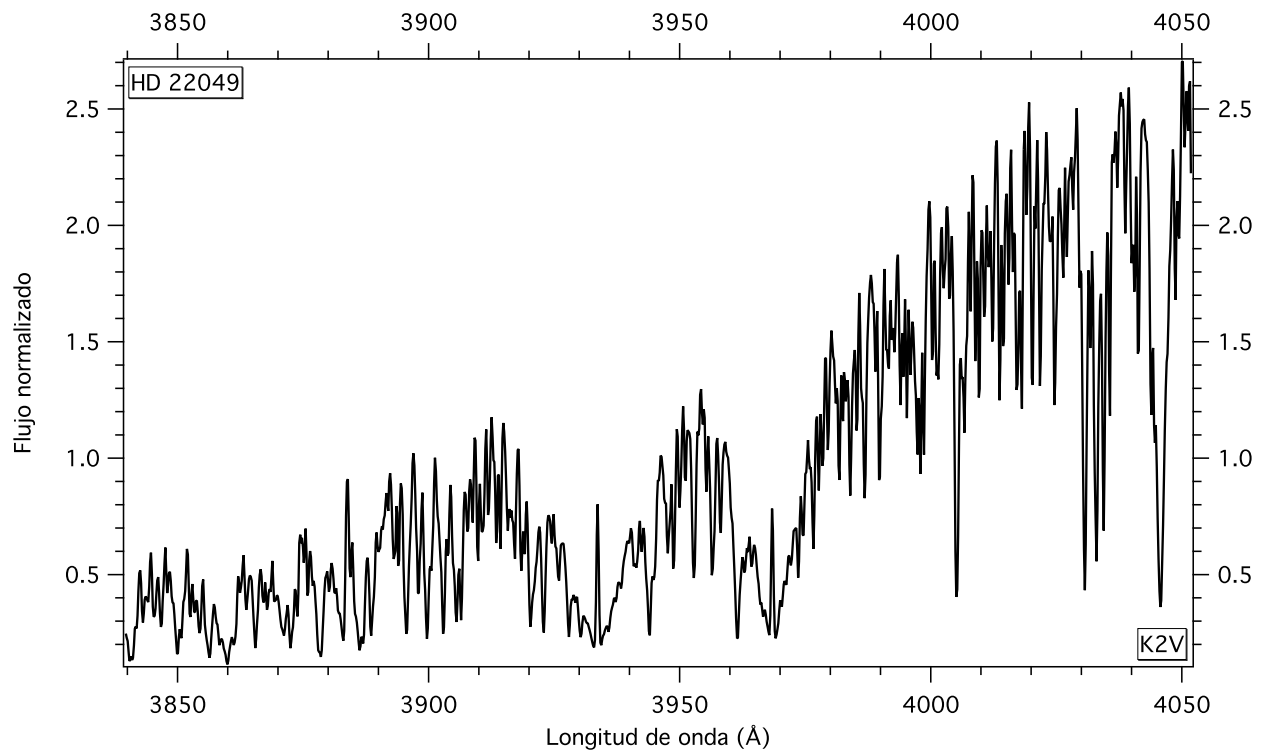
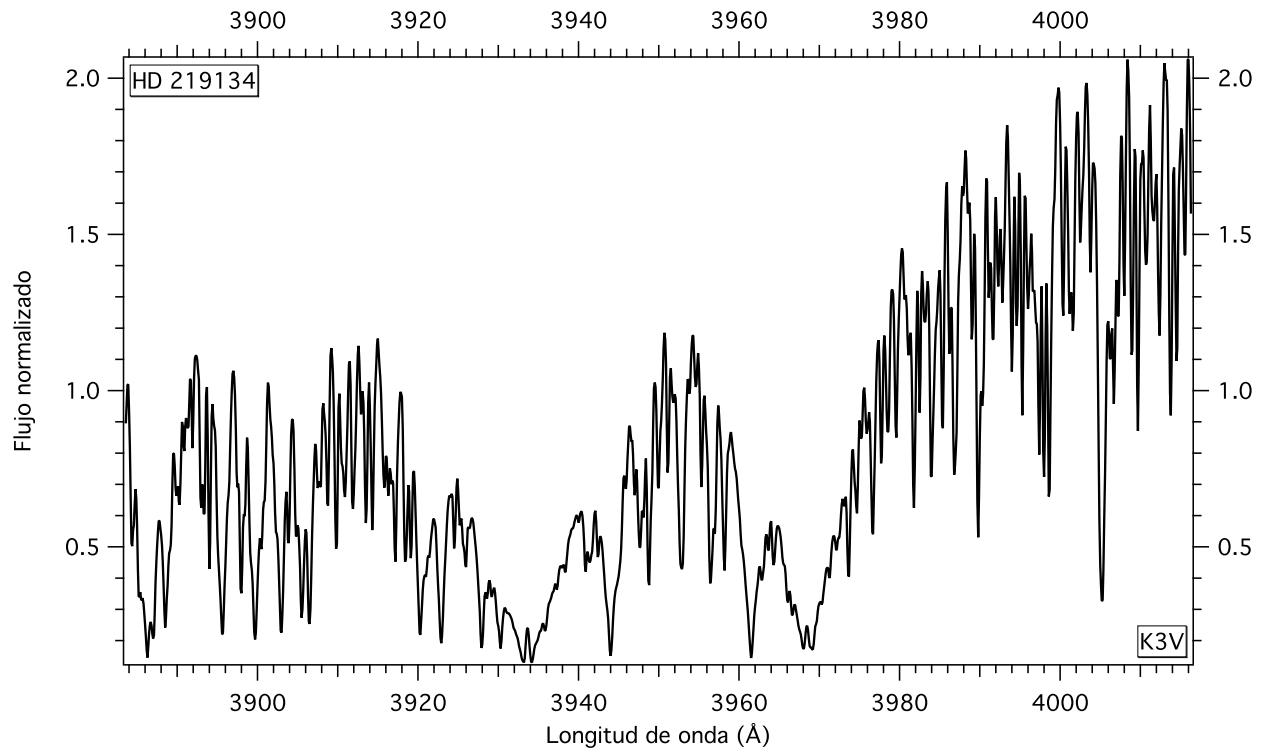


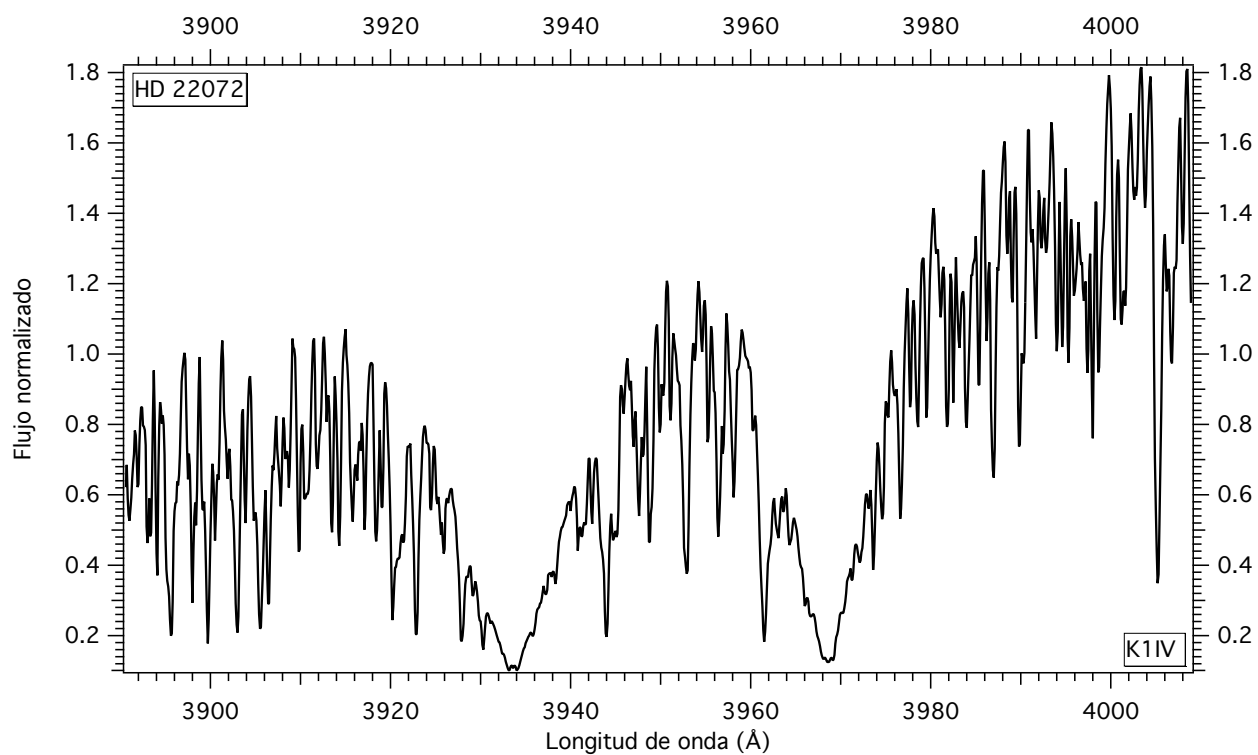
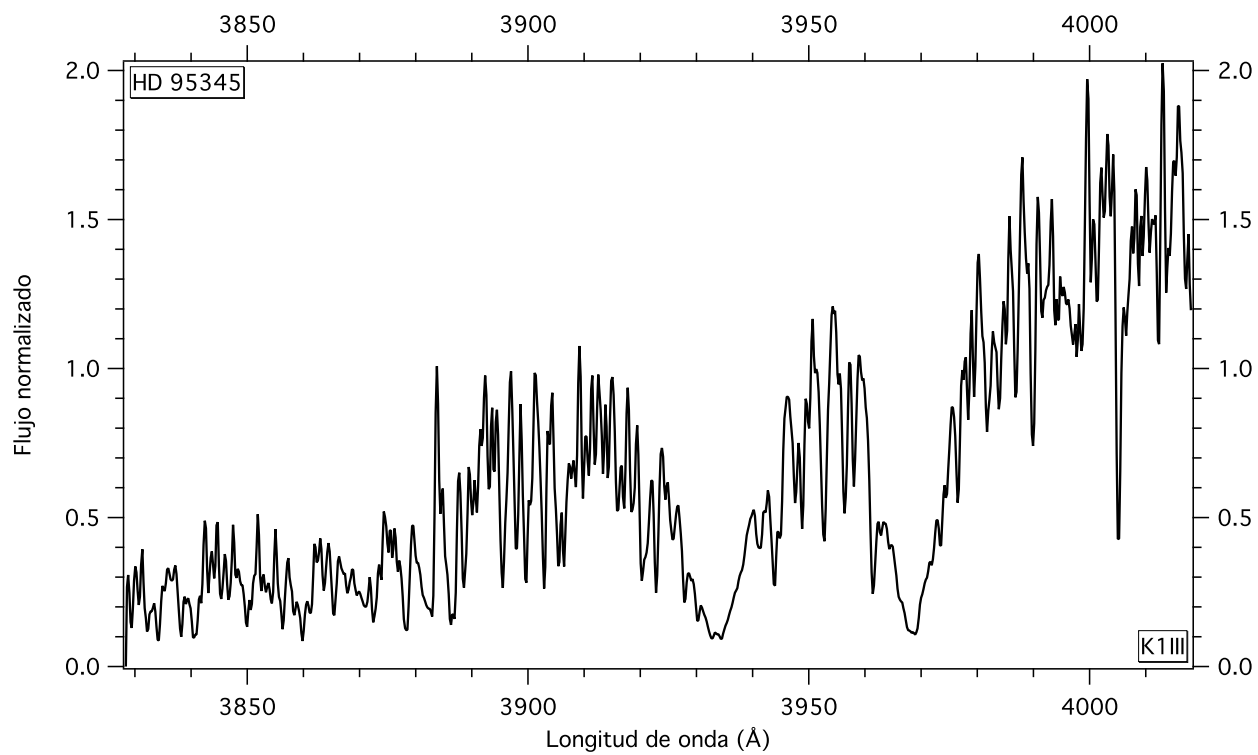


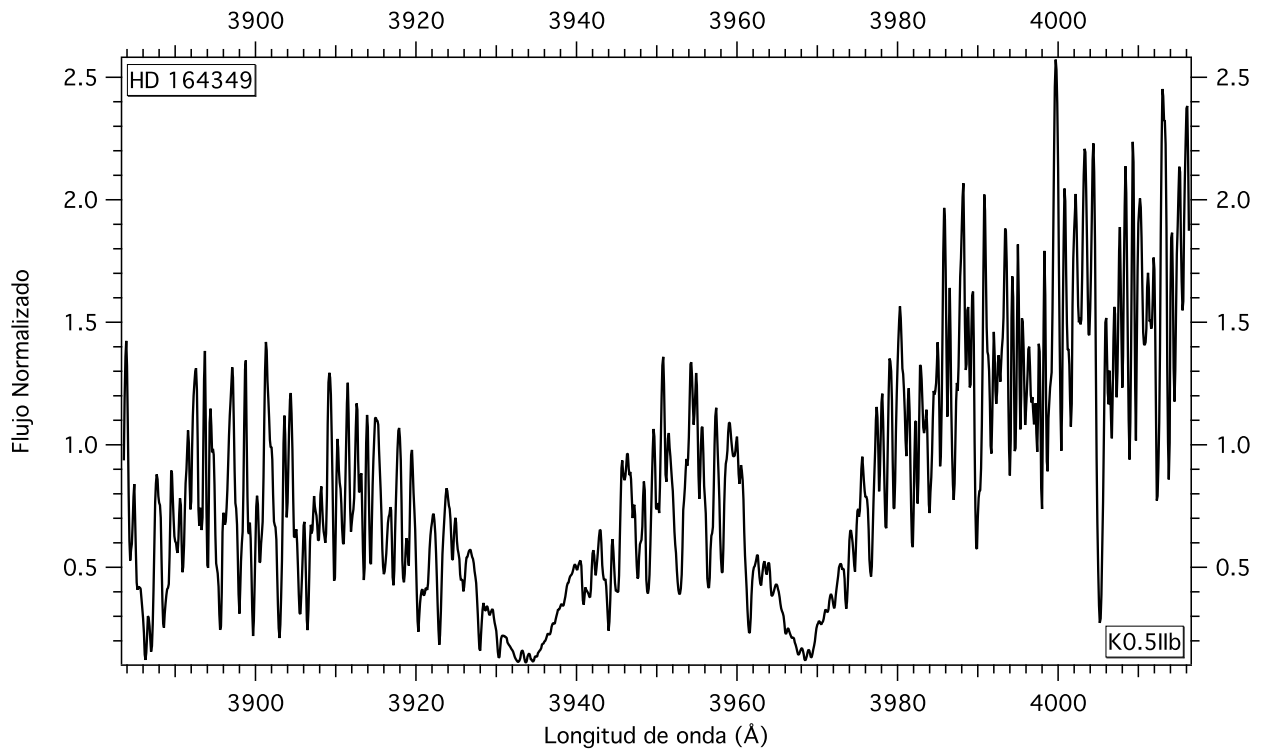








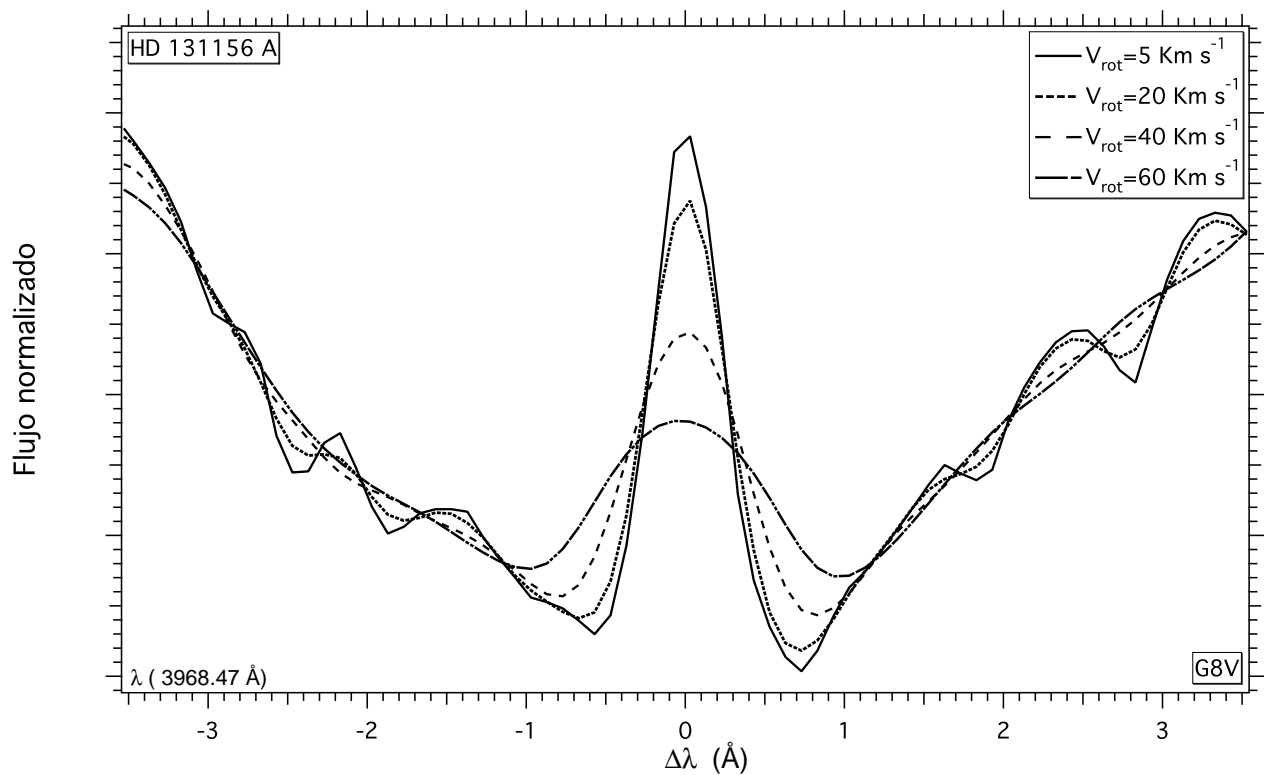
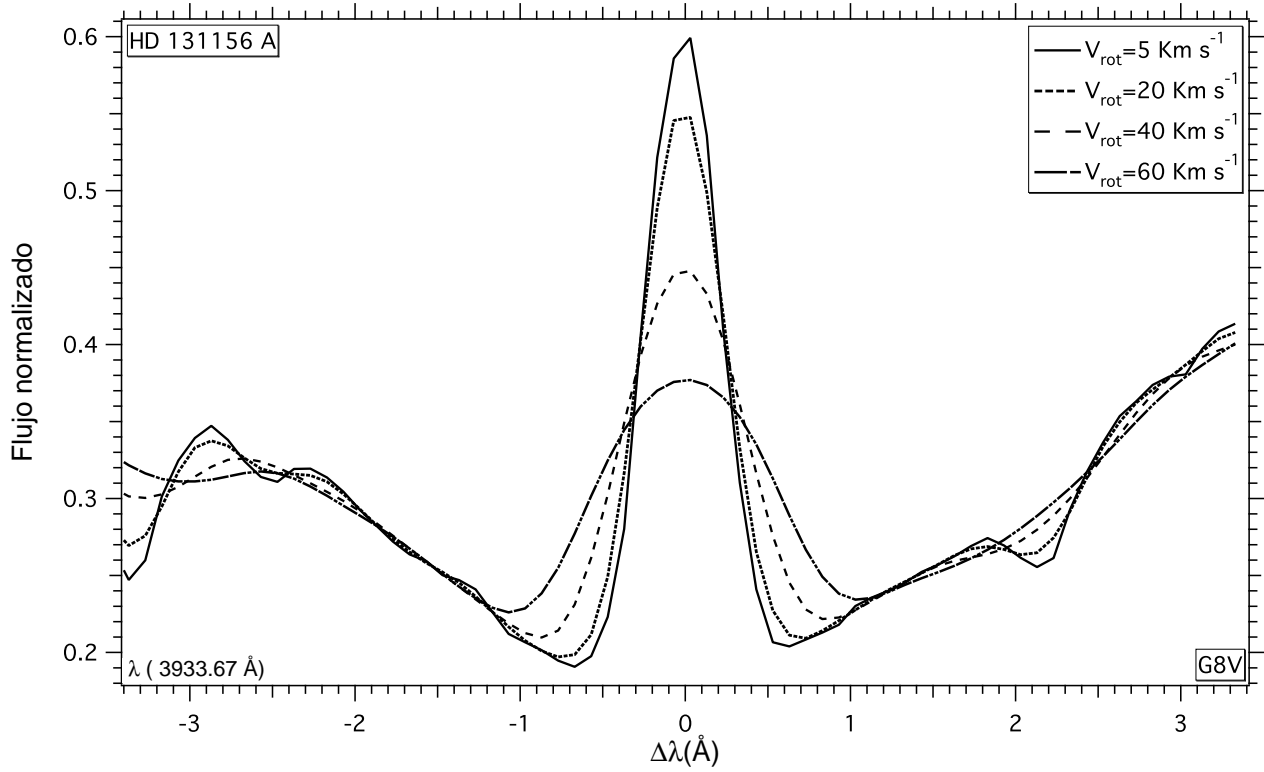


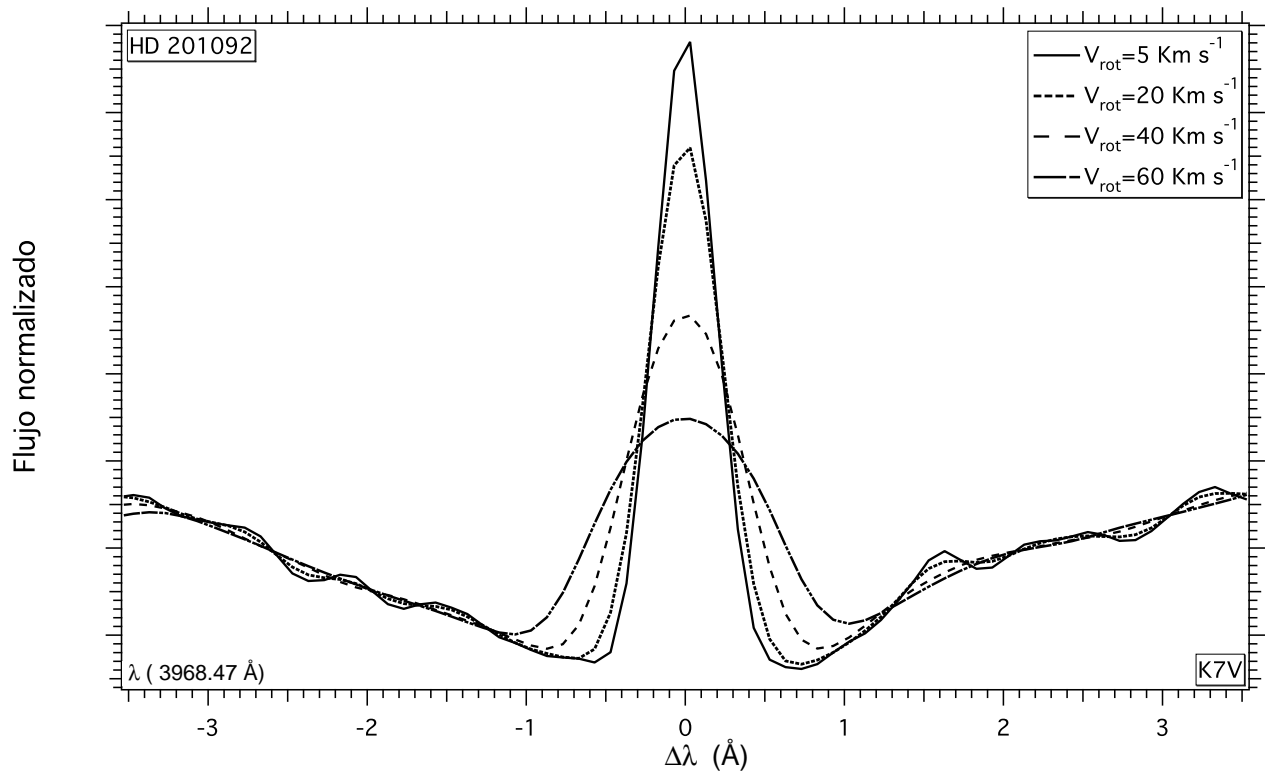
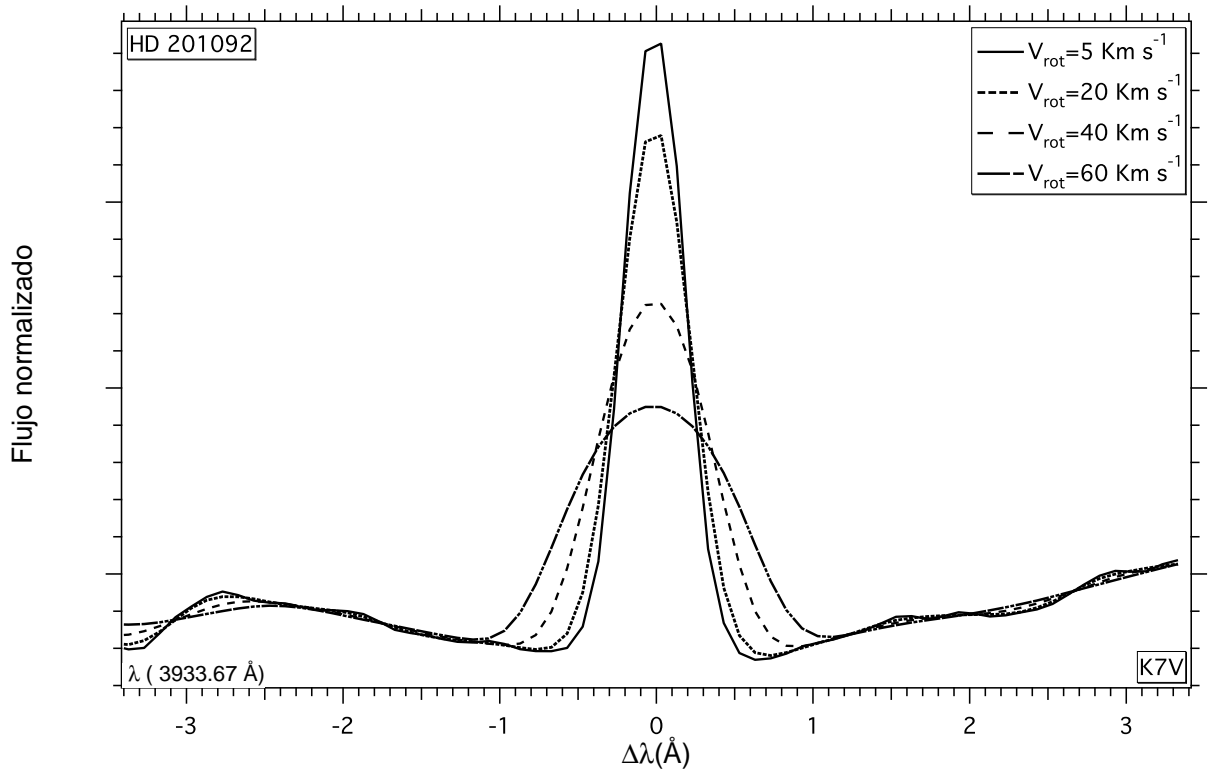


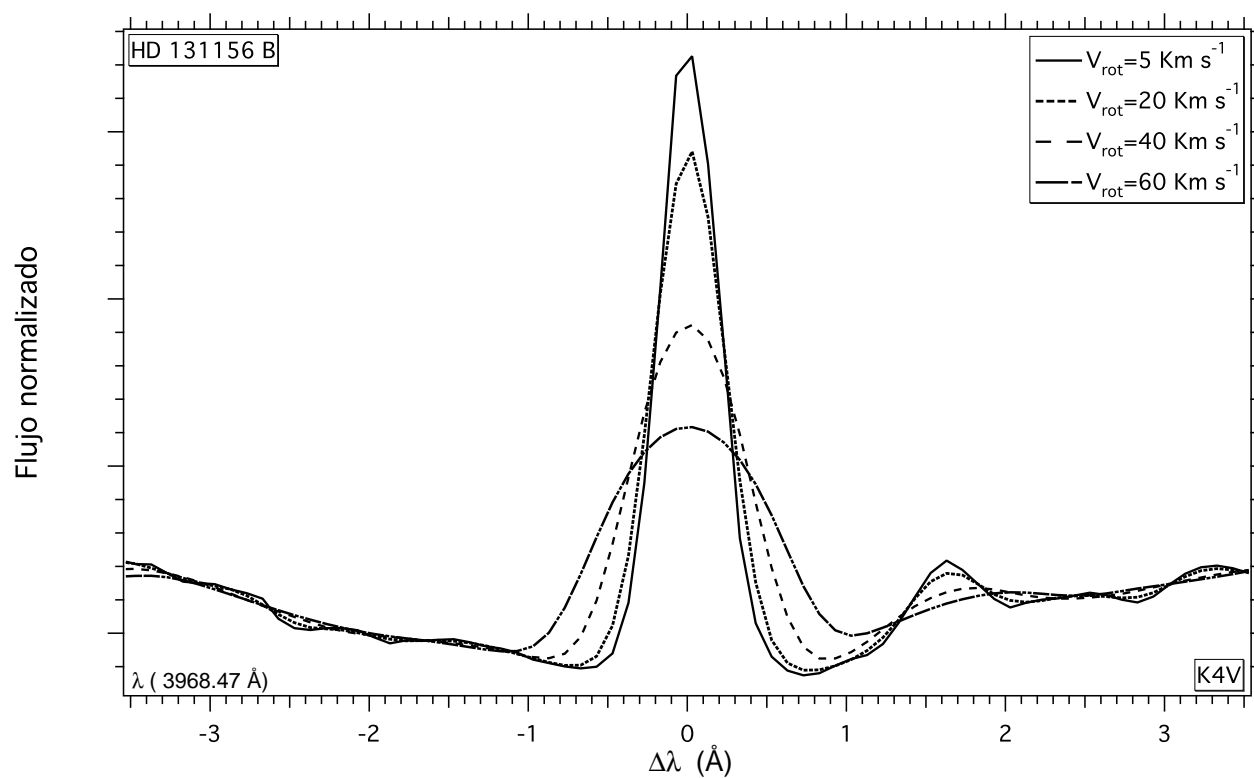
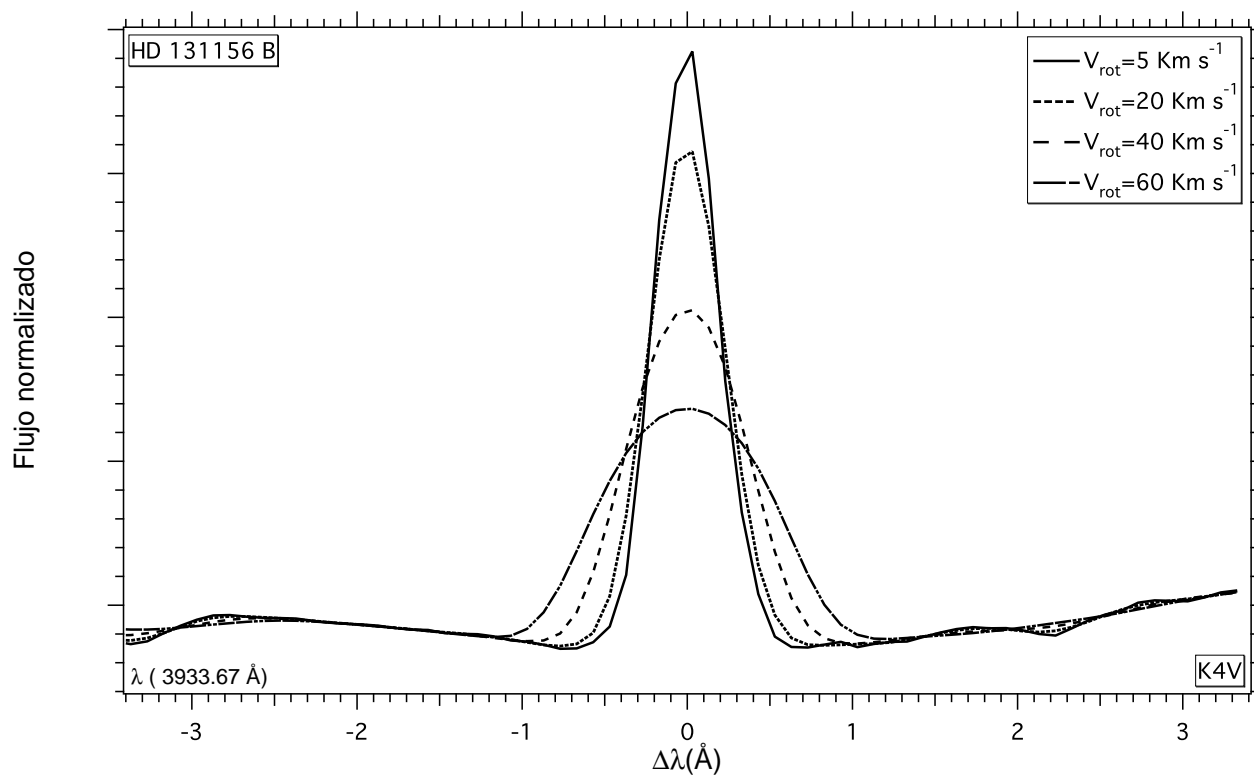
### 4.3. Medidas y resultados

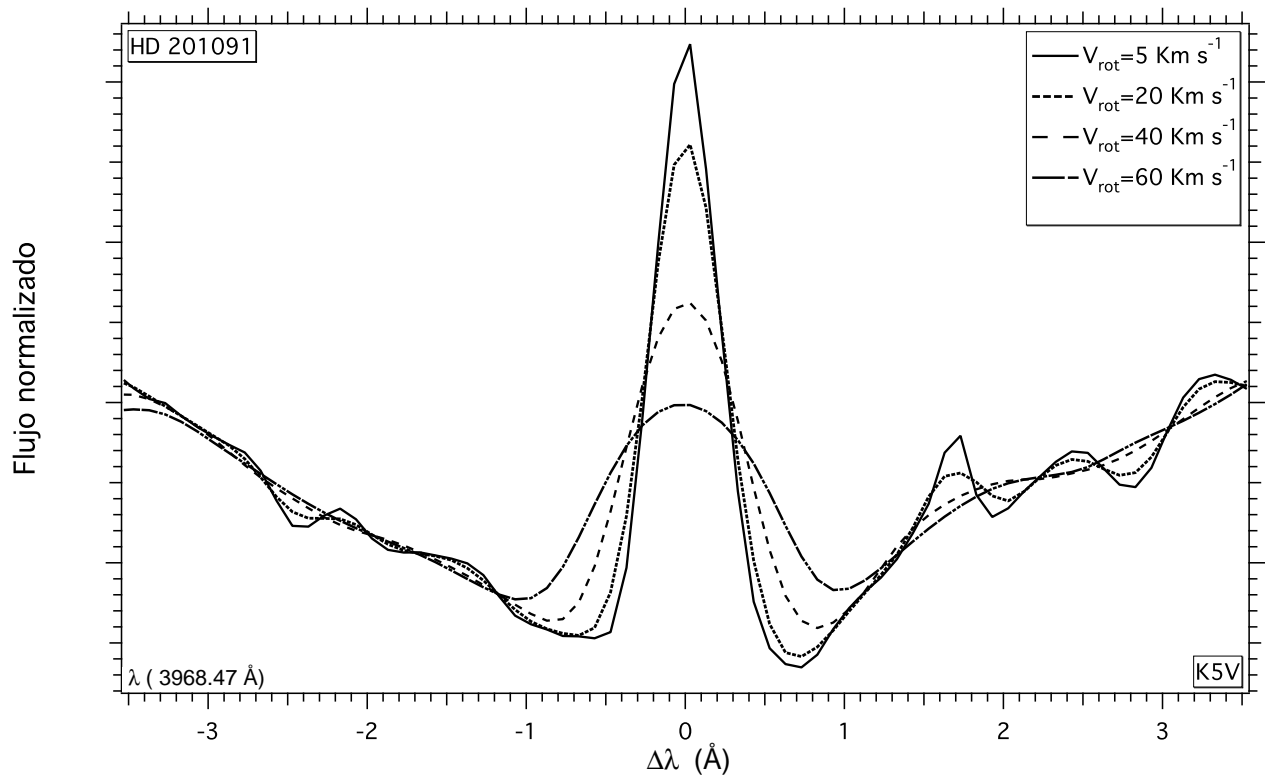
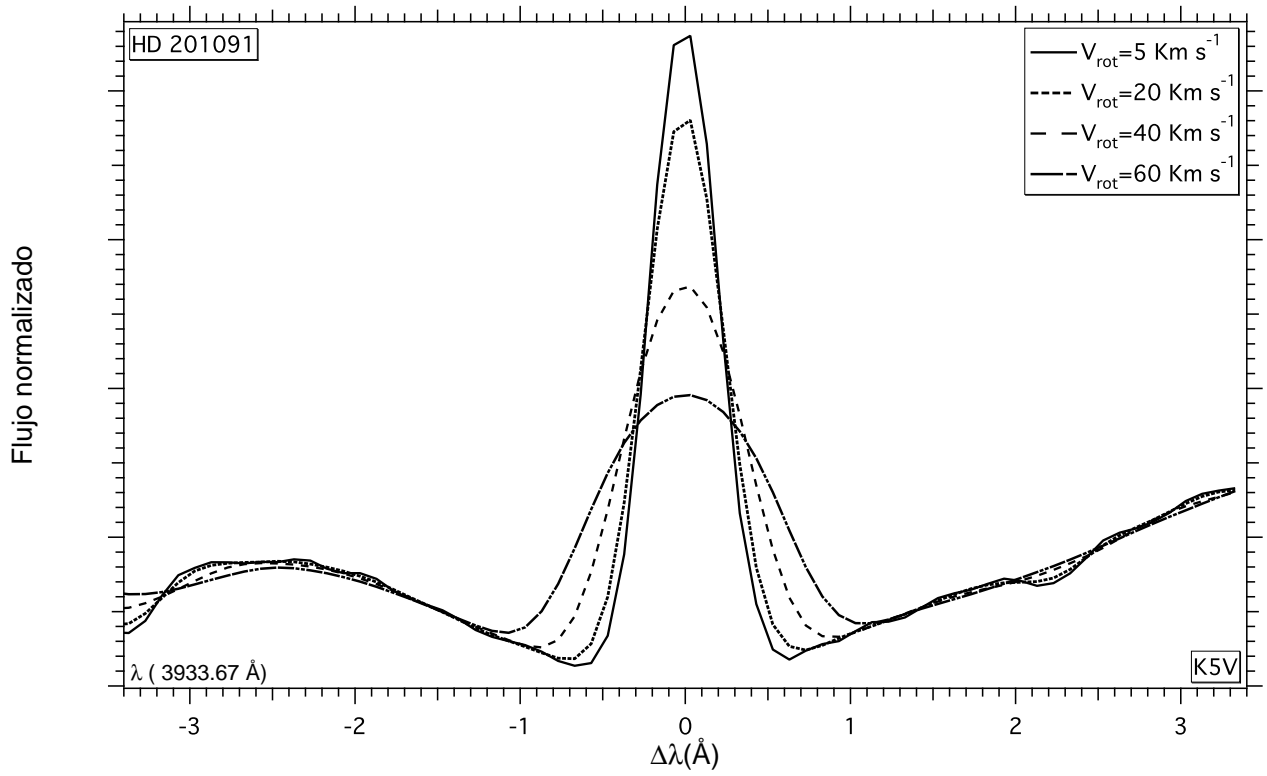
Para los cálculos de ensanchamiento rotacional se utilizaron solo las estrellas del grupo 1 y 2 debido a la fuerza de los centros de emisión de las líneas H y K, estas podían ser ensanchadas en un amplio rango de velocidades, que no habían sido tomadas antes por otros autores [27]. A estas estrellas se les realizó una convolución de los perfiles de las líneas H y K del Ca II, con un “*perfil rotacional*”, este modelo de convolución permite hacer cambios en la velocidad de rotación del espectro calculado y así se obtuvieron espectros ensanchados a velocidades de rotación desde 5 hasta 60  $\text{Km s}^{-1}$ , los resultados para las 6 estrellas de esta muestra (HD 131156 A, HD 131156 B, HD 201091, HD 201092, HD 115404, HD 22049) se presentan en la figura 4.2, y las rutinas de ensanchamiento rotacional pueden ser consultadas en el apéndice B.

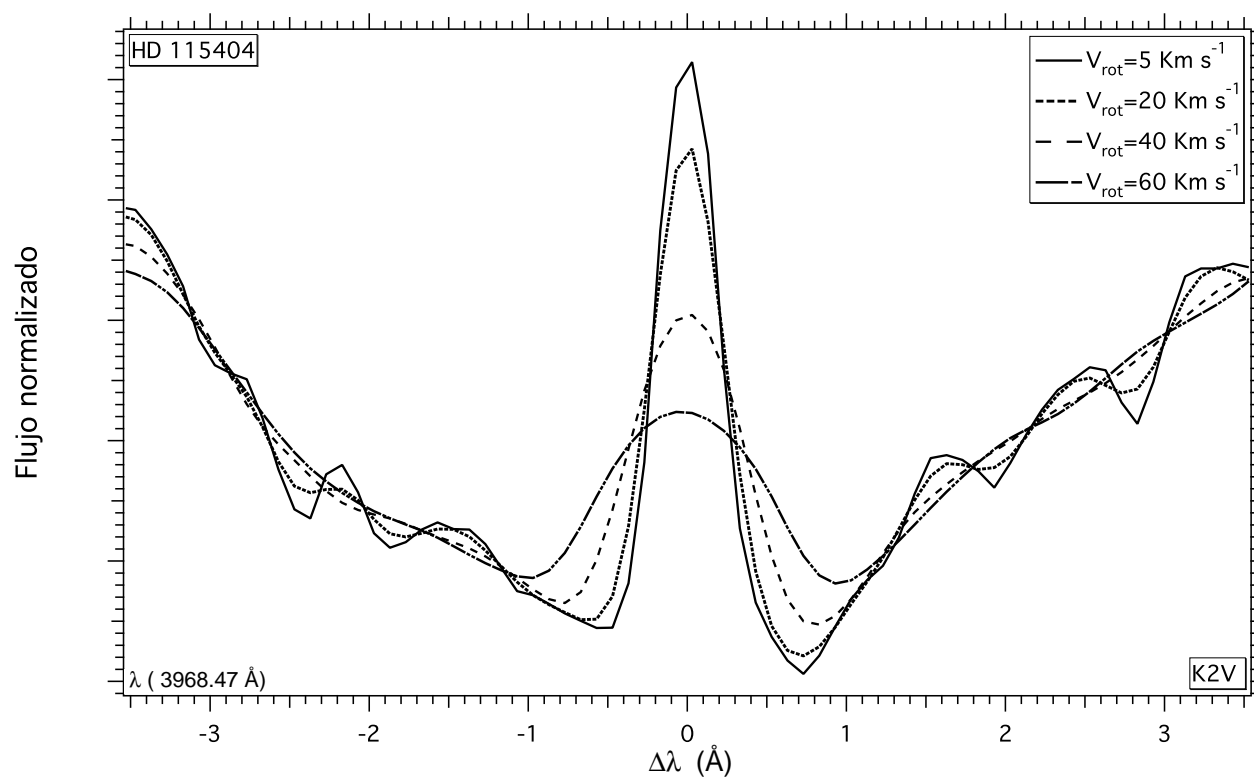
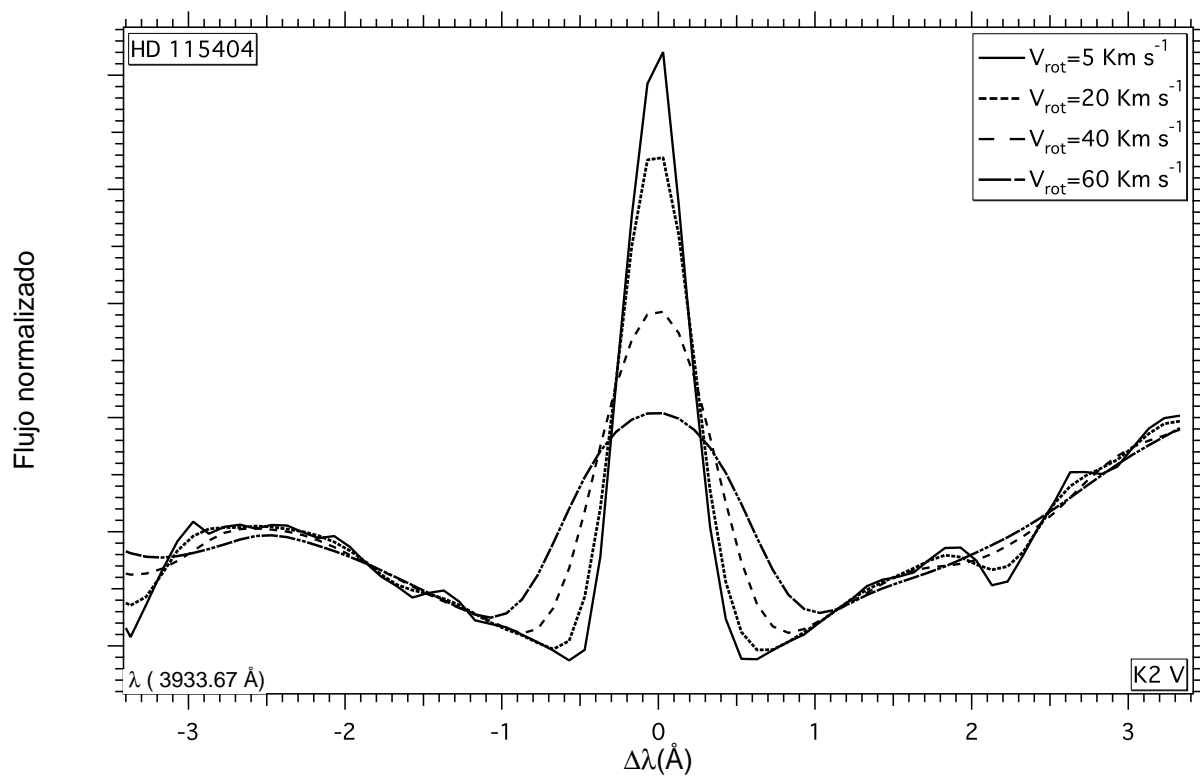
Figura 4.2: Perfiles de las líneas K ( $\lambda$  centrada en  $3933.67 \text{ \AA}$ ) y H ( $\lambda$  centrada en  $3968.47 \text{ \AA}$ ) de Ca II, con emisión fuerte, ensanchadas a velocidades rotacionales de  $5, 20, 40$  y  $60 \text{ Km s}^{-1}$ .

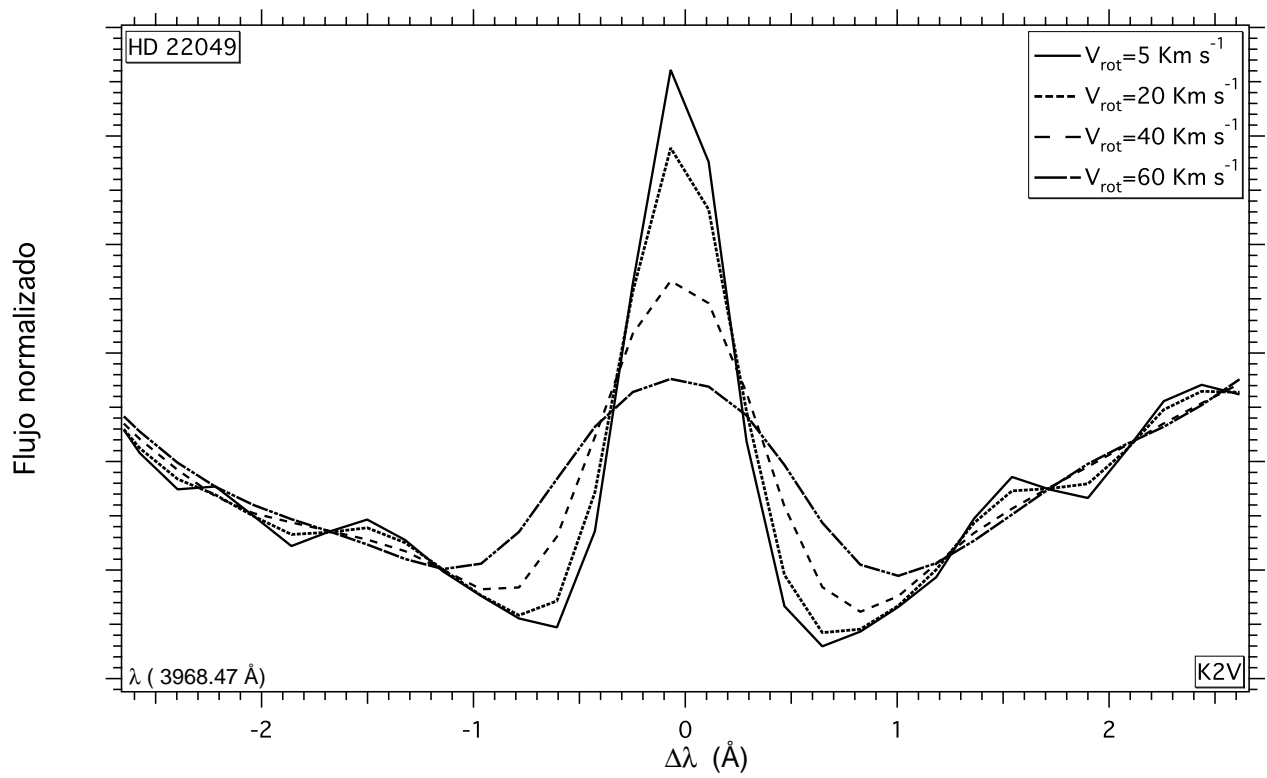
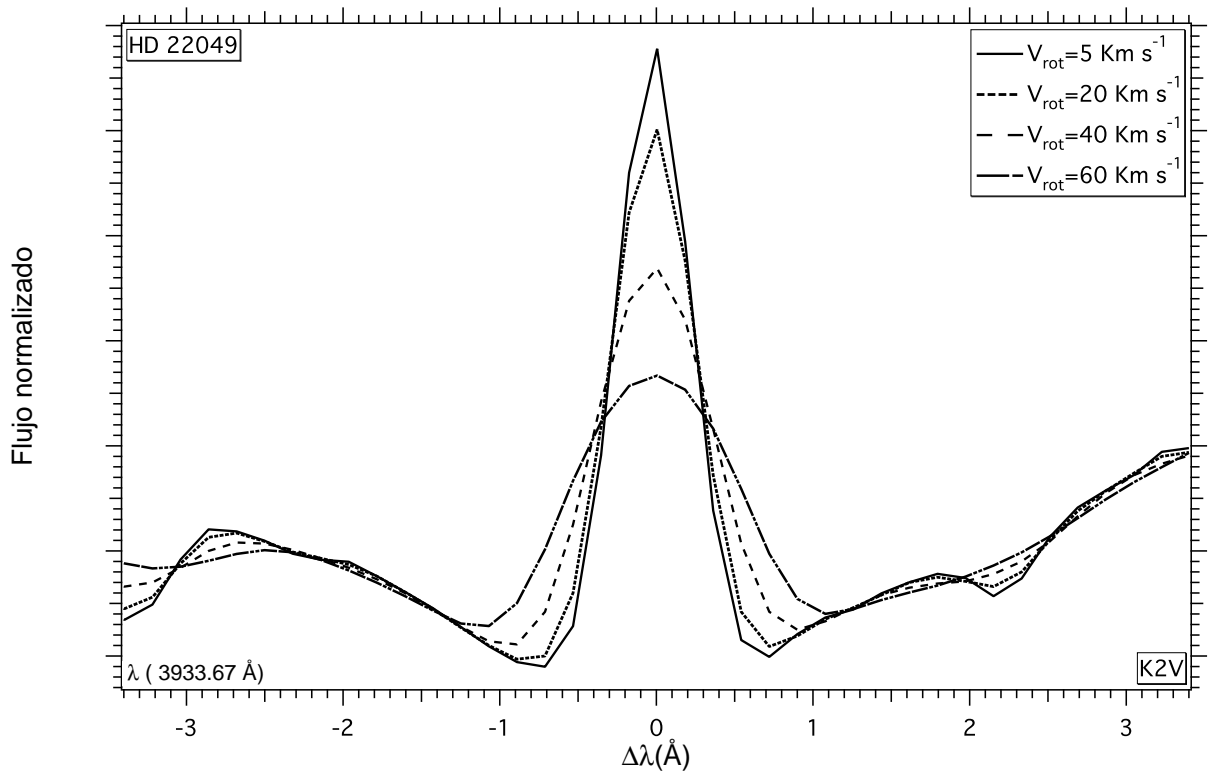












El ancho  $W_0$  en nuestro caso fue definido como el Ancho Completo a mitad del Máximo (FWHM) del centro de emisión como fue demostrado por Lutz (1970) [50]; las medidas de los anchos  $W$  fueron realizadas manualmente en todos los espectros con una rutina en IDL desarrollada por nosotros la cual permite la evaluación de tal ancho a partir de un ajuste Gaussiano (ver apéndice C), el procedimiento adoptado fue el siguiente, se realizó el ajuste de un polinomio a lado y lado de las alas de los centros de emisión de las líneas H y K, se dividió y se normalizó el espectro al polinomio de ajuste para aplanar el espectro y así poder fijar un continuo al perfil de emisión, a partir de aquí se realizó un ajuste gaussiano por medio de la rutina Gauss fit de IDL y se calculó el FWHM del centro de emisión, este ancho  $W$  debe ser corregido por ensanchamiento instrumental, algunos autores sugirieron una fórmula líneal para el ensanchamiento instrumental  $b$ , el cual esta relacionado con el ancho verdadero  $W_0$  por la ecuación:

$$W_0 = W - b \quad (4.1)$$

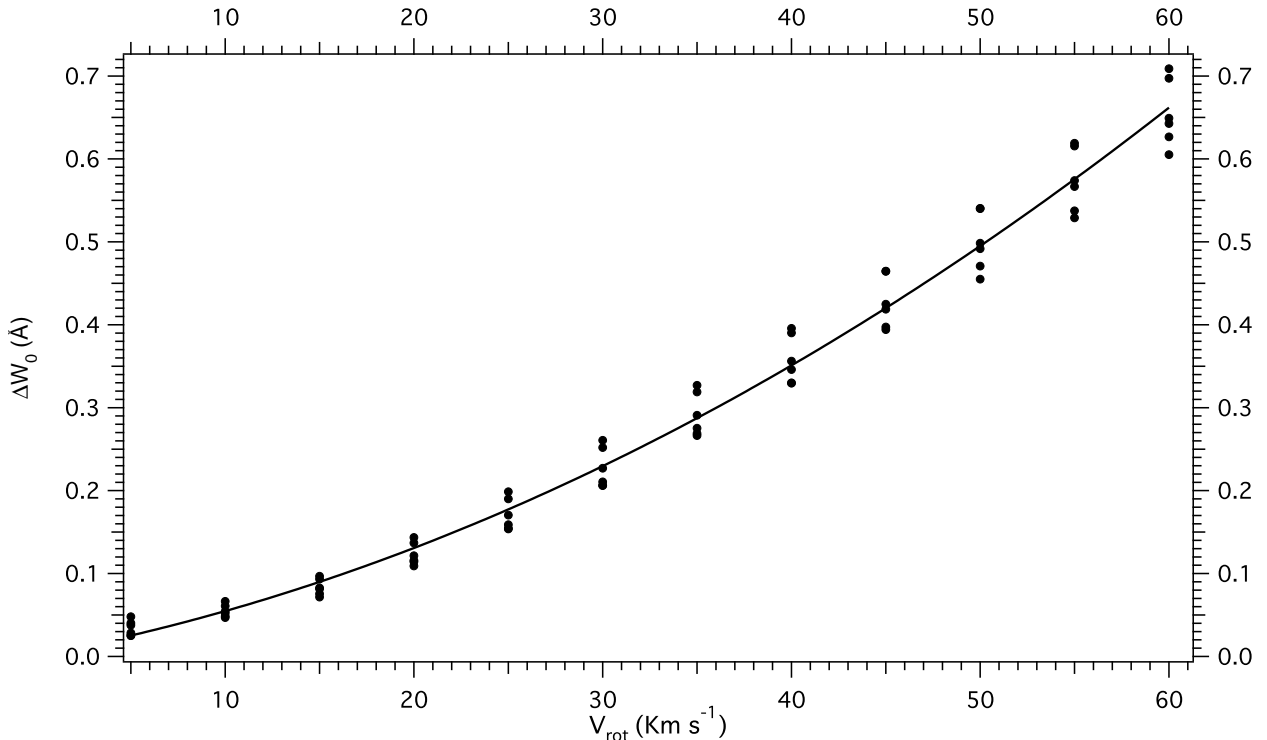


Figura 4.3: Relación entre las diferencias en el FWHM de la línea K de Ca II de perfiles ensanchados rotacionalmente  $\Delta W_0$  y  $V_{\text{rot}}$ . La curva representa el mejor ajuste.

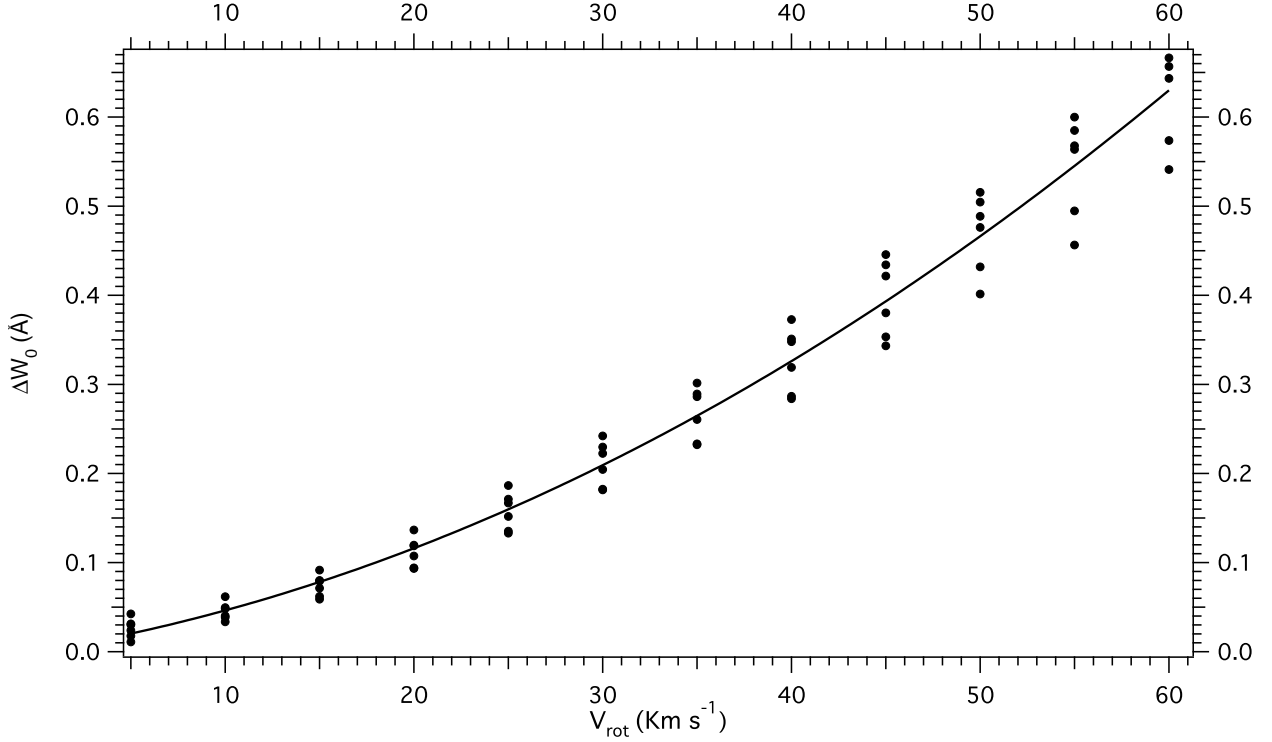


Figura 4.4: Relación entre las diferencias en el FWHM de la línea H de Ca II de perfiles ensanchados rotacionalmente  $\Delta W_0$  y  $V_{\text{rot}}$ . La curva representa el mejor ajuste.

Esta corrección es estrictamente válida cuando  $W$  y  $b$  representan el FWHM de perfiles Lorentzianos. Sin embargo Lutz (1970) [50] propuso una corrección cuadrática válida para perfiles Gaussianos, dada por:

$$W_0^2 = W^2 - b^2 \quad (4.2)$$

Este autor remarca, que la corrección lineal usualmente da un valor de  $W_0$  el cual tiene un error mayor que el ancho sin corregir y que la corrección cuadrática da un resultado que es más cercano al ancho verdadero que el de la corrección lineal. Por tanto, hemos considerado la corrección cuadrática en lugar de la relación lineal, el parámetro  $b$  ha sido tomado como el FWHM instrumental correspondiente a cada observación como se muestra en la Tabla 4.1, los logaritmos de las medidas de los anchos de los centros de emisión corregidos por ensanchamiento instrumental y sus errores se muestran en las columnas 7, 8, 9 y 10 de la tabla 4.3.

A partir de este procedimiento se obtuvieron los FWHM de las 6 estrellas ensanchadas, corregidas por ensanchamiento instrumental y se determinaron los anchos a  $V_{\text{rot}} = 0$ , graficando los anchos  $W_0$  en función de  $V_{\text{rot}}$  (apéndice D); obtenidos los  $W_0(0)$  encontramos

las diferencias entre los anchos ensanchados rotacionalmente y los anchos estáticos, esto es  $\Delta W_0 = W_0(V_{\text{rot}}) - W_0(0)$ , los resultados se muestran en la figura 4.3 y 4.4. A partir del mejor ajuste de los datos mostrados en las gráficas anteriores encontramos la siguiente relaciones:

Para la línea K de Ca II:

$$\Delta W_0 = 1,29 \times 10^{-3} + (4,21 \times 10^{-3})V_{\text{rot}} + (1,13 \times 10^{-4})V_{\text{rot}}^2 \quad (4.3)$$

Para la línea H de Ca II:

$$\Delta W_0 = 1,03 \times 10^{-4} + (3,45 \times 10^{-3})V_{\text{rot}} + (1,18 \times 10^{-4})V_{\text{rot}}^2 \quad (4.4)$$

Donde  $\Delta W_0$  esta en  $\text{\AA}$  y  $V_{\text{rot}}$  en  $\text{Km s}^{-1}$ .

Para la relación Wilson-Bappu clásica, mostramos la mejor curva de ajuste a los datos:

$$M_V = A \log W_0 + B \quad (4.5)$$

donde  $A$  y  $B$  son los coeficientes del ajuste,  $M_V$  es la magnitud absoluta visual, y  $W_0$  es el FWHM del centro de emisión de las líneas H y K de Ca II.

Para el centro de emisión de la línea K, encontramos, la siguiente relación ancho-luminosidad corregida por ensanchamiento instrumental:

$$M_V = -20,27 \log W_0(K)^* + 36,78, \quad r = 0,95 \quad (4.6)$$

Para el centro de emisión de la línea H, encontramos, la siguiente relación ancho-luminosidad corregida por ensanchamiento instrumental:

$$M_V = -15,12 \log W_0(H)^* + 28,83, \quad r = 0,95 \quad (4.7)$$

Donde  $r$  es el coeficiente de correlación lineal, en la figura 4.5 mostramos las gráficas de las medidas para estos centros de emisión, la curva representa el mejor ajuste de los datos y las medidas para las estrellas de la muestra pueden ser observados en la Tabla 4.3 (las columnas 8-15 de la Tabla 4.3 muestra los logaritmos de los anchos de los centros de emisión de las líneas H y K y sus errores corregidos por ensanchamiento instrumental y rotacional).

Figura 4.5: Dependencia de magnitudes absolutas visuales derivadas desde los paralajes de Hipparcos y los centros de emisión de las líneas H y K de Ca II corregidos por ensanchamiento instrumental, la línea representa el mejor ajuste de los datos de la muestra.

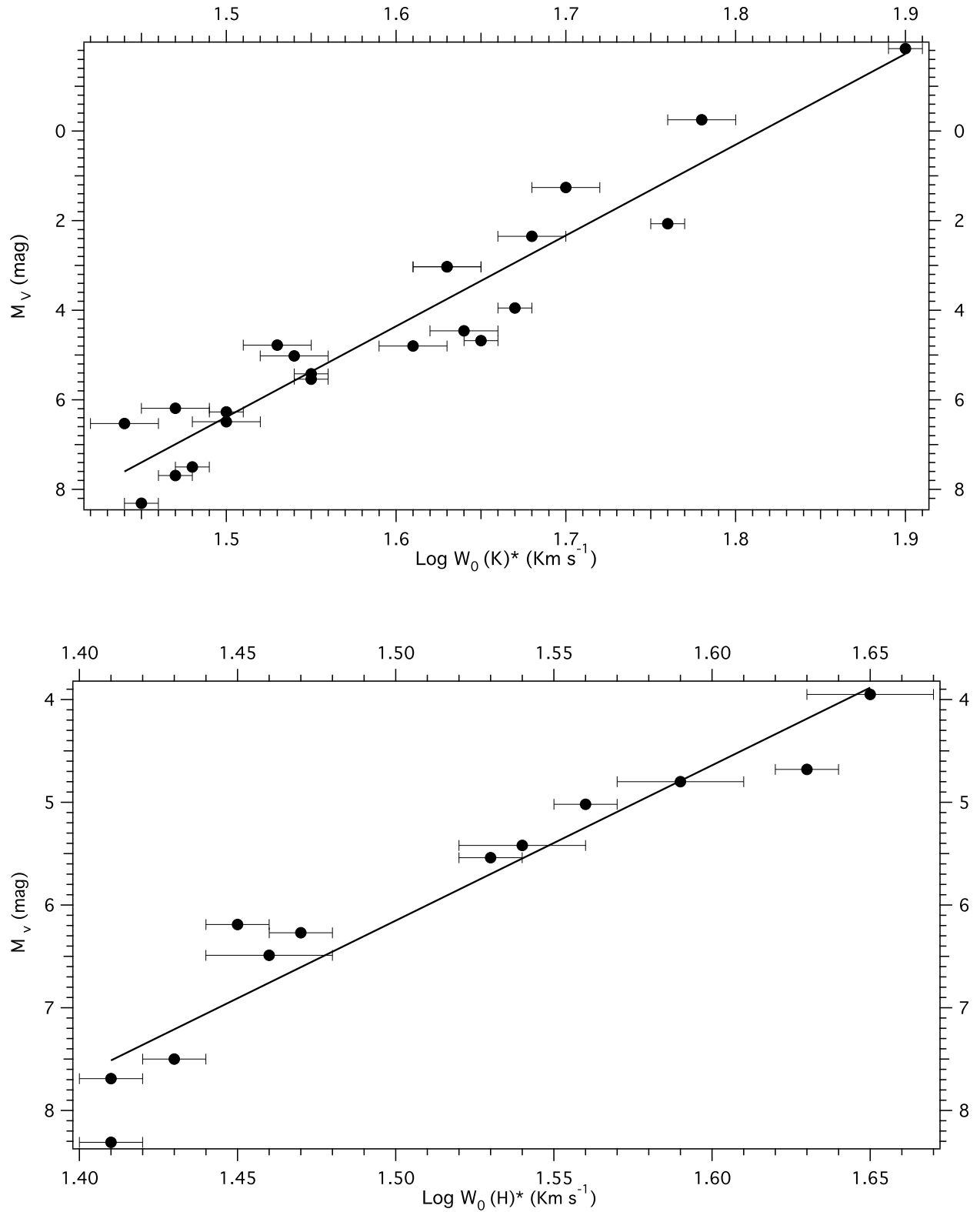
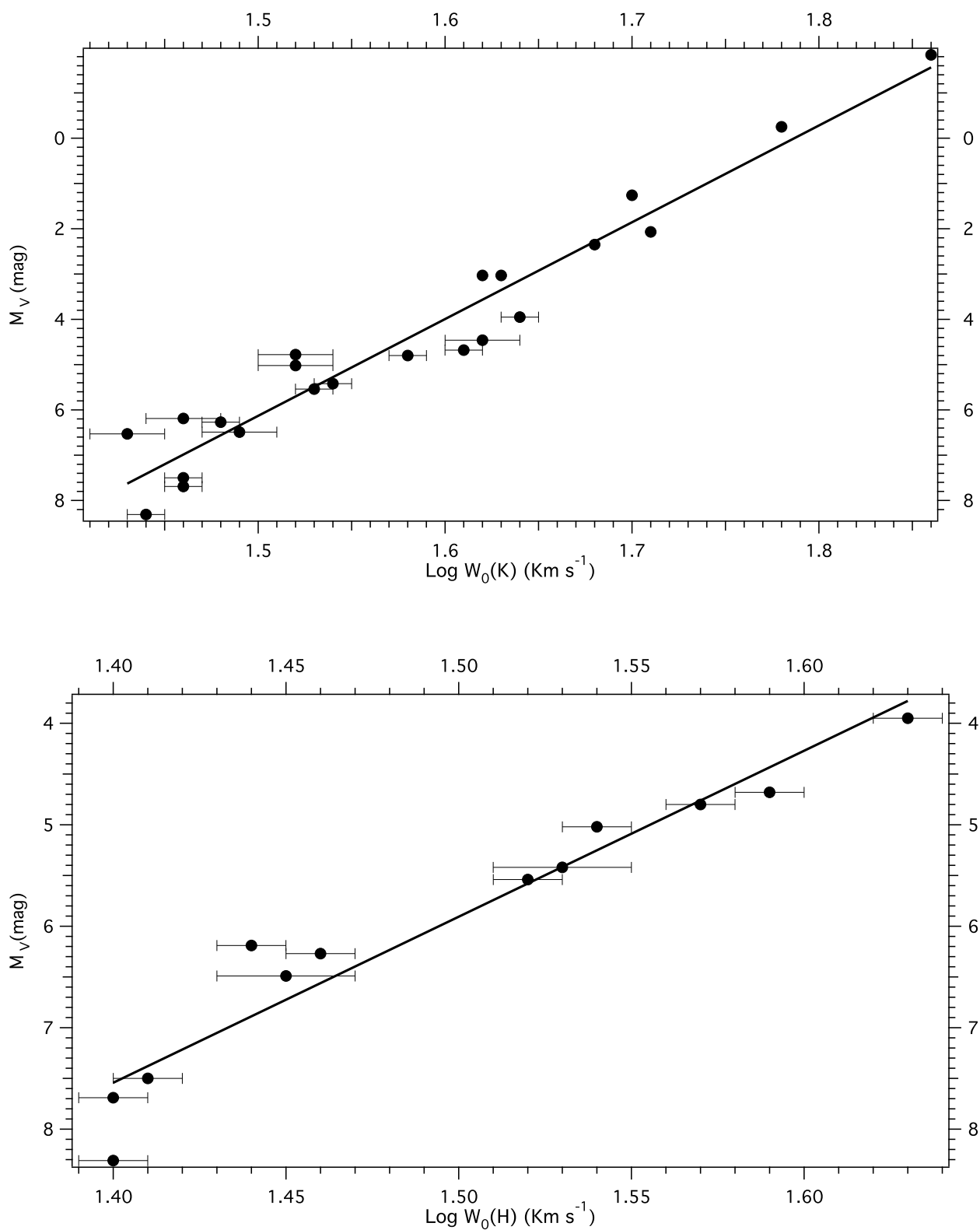


Figura 4.6: Dependencia de magnitudes absolutas visuales derivadas desde los paralajes de Hipparcos y los centros de emisión de las líneas H y K de Ca II corregidos por ensanchamiento instrumental y ensanchamiento rotacional, la línea representa el mejor ajuste de los datos de la muestra.



A partir de los datos mostrados en la Tabla 4.3 para las 22 estrellas de la muestra, corregidos por ensanchamiento instrumental y utilizando las ecuaciones (4.3) y (4.4), se encontraron las siguientes relaciones Wilson-Bappu a partir de los anchos de los centros de emisión corregidos ahora por ensanchamiento rotacional:

Para el centro de emisión de la línea K, encontramos, la siguiente relación ancho-luminosidad:

$$M_V = -21,37 \log W_0(K) + 38,19, \quad r = 0,97 \quad (4.8)$$

Para el centro de emisión de la línea H, encontramos, la siguiente relación ancho-luminosidad:

$$M_V = -16,36 \log W_0(H) + 30,45 \quad r = 0,96 \quad (4.9)$$

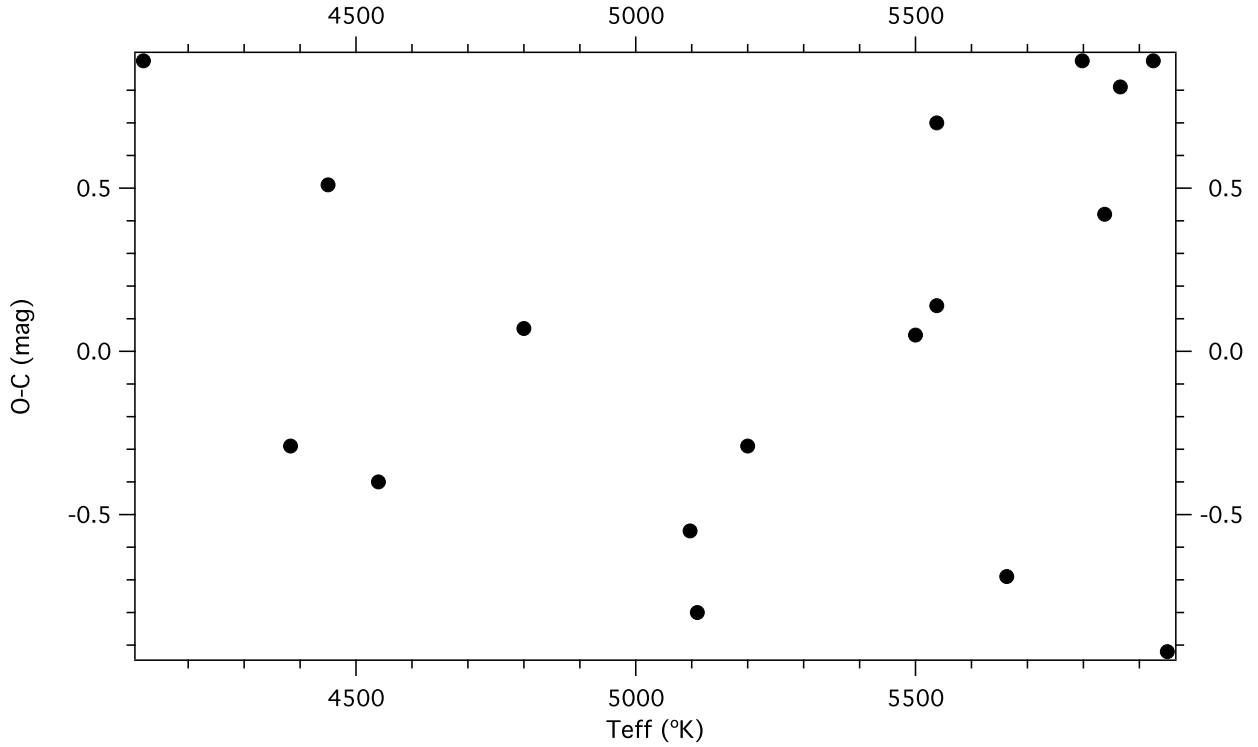
Donde  $r$  es el coeficiente de correlación lineal, en la figura 4.6 mostramos la relación entre la magnitud absoluta visual y los logaritmos de los anchos corregidos por ensanchamiento rotacional para las 22 estrellas de la muestra, las medidas de estos anchos son mostradas en la Tabla 4.3. Las relaciones encontradas en las ecuaciones (4.6) y (4.8) están en acuerdo o son similares a las últimas calibraciones Wilson-Bappu realizadas por G. Pace et. al. (2003)[4].

Sean han buscado otras dependencias del efecto WB y estos estudios han mostrado resultados contradictorios en algunos casos, por ejemplo R. Glebocki et. al. en 1978 [26] propusieron una relación WB corregida con un término para la intensidad del centro de emisión de la línea K que G. Wallerstein et. al. [28] en su trabajo descartó.

S. Parsons en 2001 [51], analizando la calibración de Wallerstein, sugirió una tendencia para estrellas de alta luminosidad, que nuestros datos ni los de Pace et. al. [4] parecen confirmar; él sugirió que la diferencia  $O - C$  (es decir, la diferencia entre la magnitud absoluta desde los paralajes obtenidos de Hipparcos y los dados por medio de las calibraciones WB), se incrementa con el aumento de  $T_{\text{eff}}$  para tipos espectrales anteriores que  $K_3$ , mientras que lo contrario es verdad para las otras estrellas. Él también concluye que esta tendencia es más fuerte para estrellas más brillantes, según la figura 4.7, no podemos extraer ninguna conclusión para las estrellas de nuestros datos.

Finalmente hemos buscado una dependencia entre los parámetros estelares astrofísicos como son gravedad superficial ( $g$ ), temperatura efectiva ( $T_{\text{eff}}$ ) y abundancia de metales  $[\text{Fe}/\text{H}]$  con los anchos de los centros de emisión de la línea K de Ca II, para esto utilizamos las medidas realizadas por Wilson entre 1967 a 1976, las cuales son reportadas en el

Figura 4.7: Relación O-C (diferencia entre magnitudes absolutas obtenidas desde los paralajes de Hipparcos y las dadas por la calibración en la ecuación 4.8) y la temperatura superficial.



trabajo de Wallerstein et. al., los parámetros estelares y sus errores fueron obtenidos del catálogo de determinaciones para estrellas FGK: Edición 2001[48], esta muestra consta de 352 estrellas de los tipos espectrales F, G, K y M; los datos son mostrados en el apéndice E. En la figura 4.8 se muestra la dependencia de los logaritmos de los anchos mencionados anteriormente con los parámetros estelares astrofísicos para las 352 estrellas de la muestra.

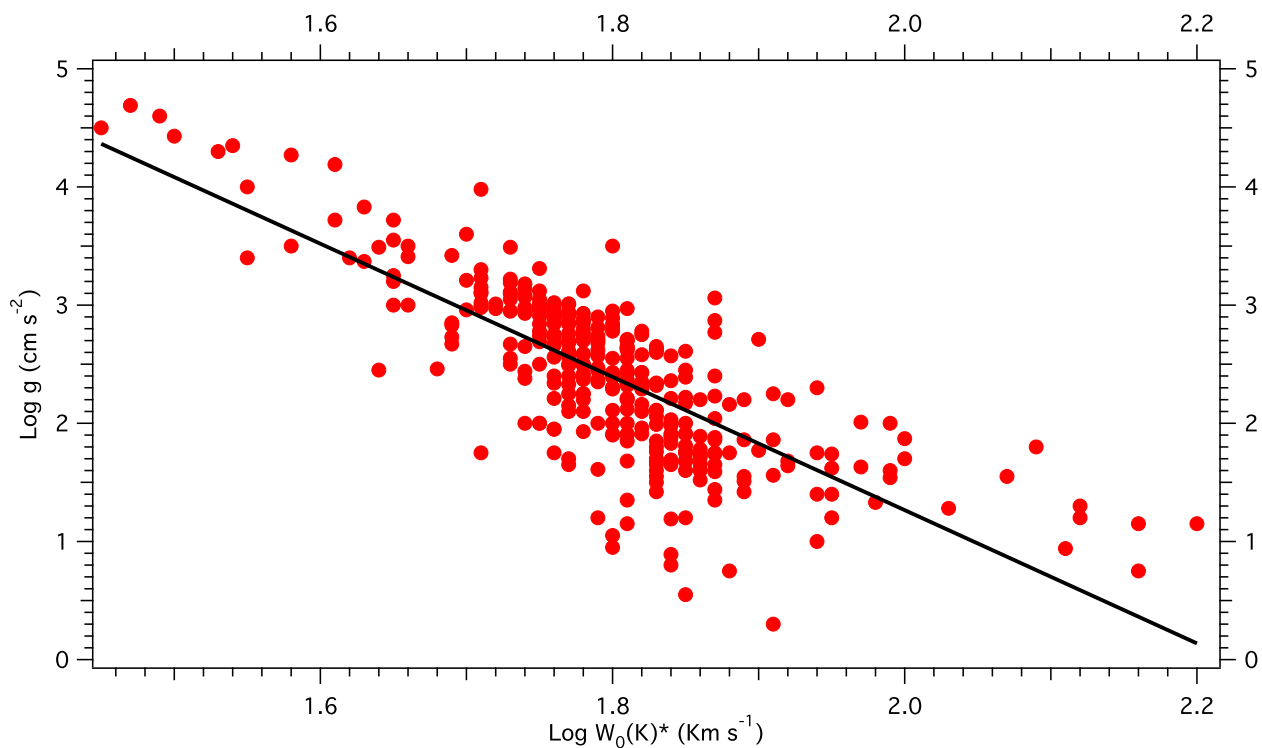
Para los logaritmos de la gravedad superficial encontramos una anticorrelación entre este parámetro y los logaritmos de los anchos de los centros de emisión, el cual reportamos como:

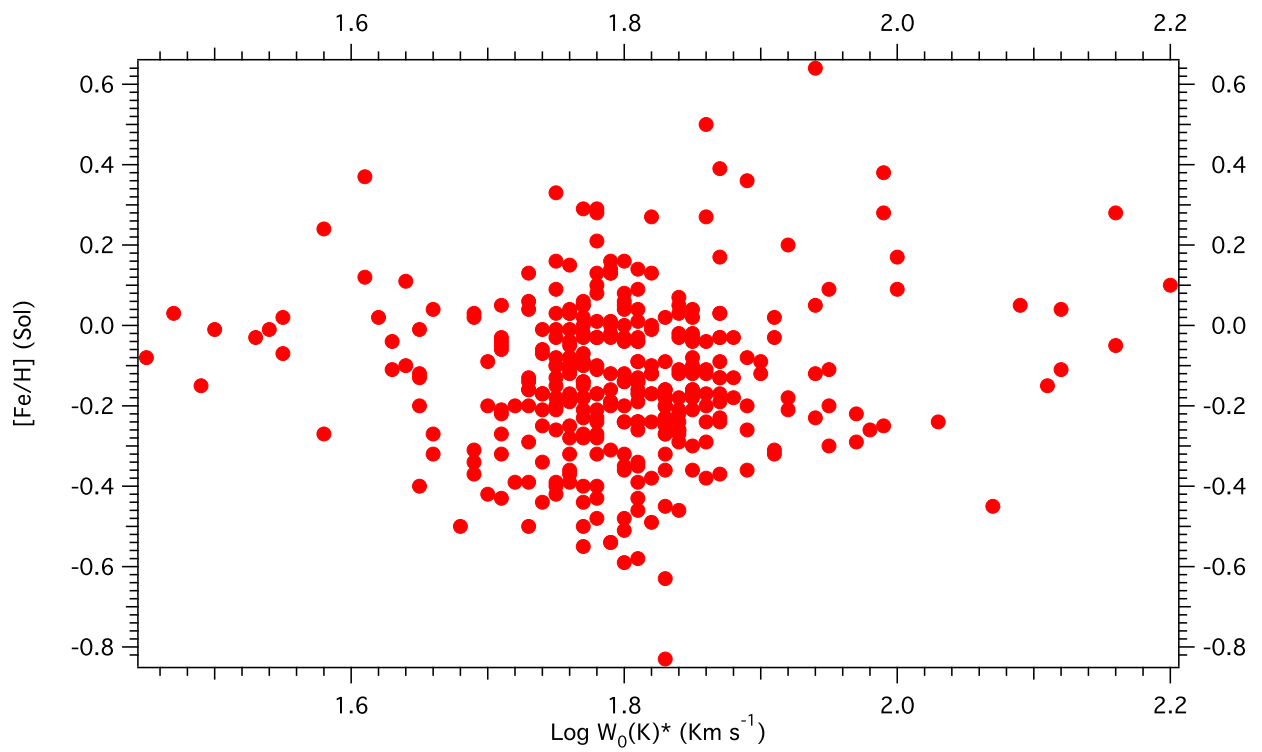
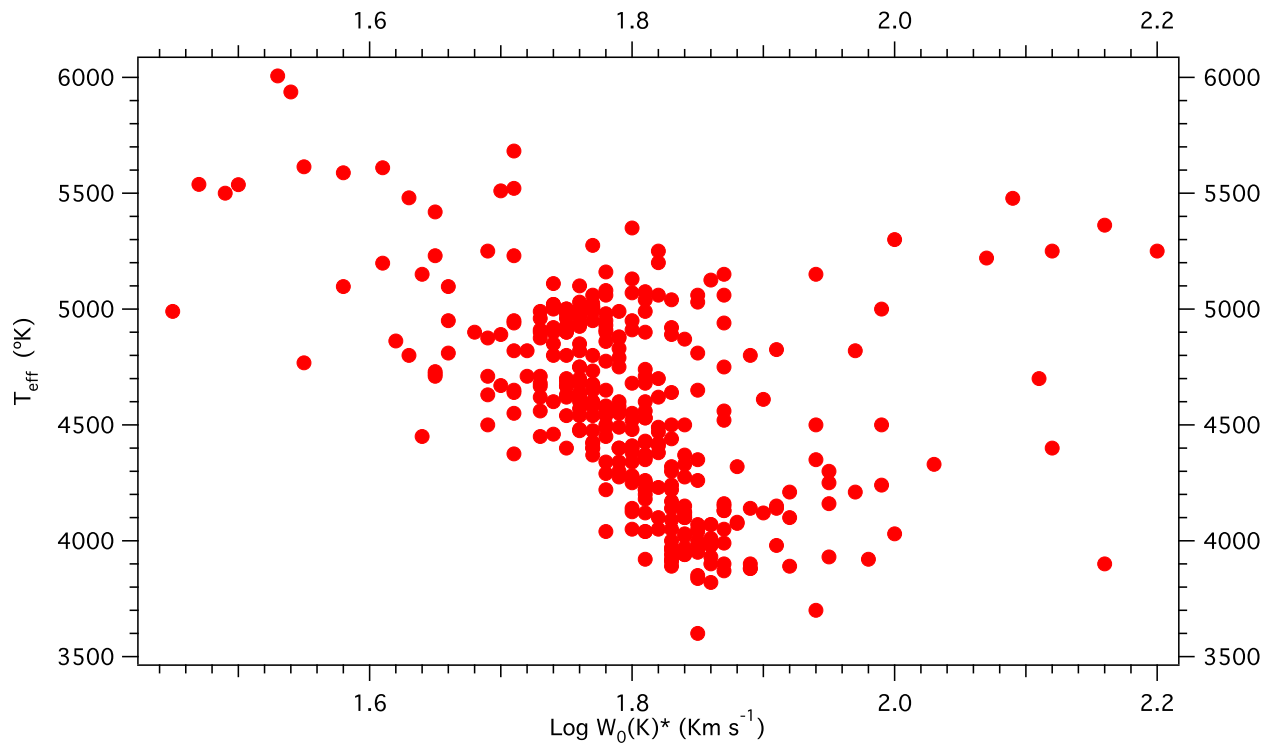
$$\log g = -5,64 \log W_0(K)^* + 12,54 \quad r = 0,77 \quad (4.10)$$

Donde  $r$  es el coeficiente de correlación lineal, en la figura 4.8 la curva representa el mejor ajuste de los datos, esta relación es muy similar a la reportada por Scoville et. al. para el centro de emisión de la línea  $k$  de Mg II [52].

Como ilustramos en la figura 4.8, no encontramos correlaciones obvias entre los logaritmos de los anchos de emisión de la línea K de Ca II con la temperatura efectiva y con la abundancia de metales, esta falta de dependencia del efecto Wilson-Bappu con la abundancia de metales ya había sido reportada en el trabajo original realizado por Wilson y Bappu en 1957 [5].

Figura 4.8: Dependencia entre parámetros estelares astrofísicos (gravedad superficial, temperatura y abundancia de metales) y el centro de emisión de la línea K de Ca II, la línea representa el mejor ajuste de los datos de la muestra.





# CAPÍTULO 5

---

---

## CONCLUSIONES

Como resultado principal, obtuvimos relaciones Ancho-Luminosidad para los centros de emisión de las líneas H y K de Ca II con altos coeficientes de correlación, que están de acuerdo con las últimas calibraciones realizadas por Pace et. al en 2003; la ventaja de las calibraciones WB obtenidas en nuestro trabajo en comparación con los trabajos previos es que los anchos de los centros de emisión de las estrellas de nuestra muestra además de ser corregidas por ensanchamiento instrumental son corregidos por la influencia del ensanchamiento rotacional de las líneas bajo estudio, no se contaba hasta ahora, con un método que tuviera en cuenta la influencia del ensanchamiento rotacional en espectros reales, y lo cual vemos que arroja resultados significativos en las calibraciones realizadas.

Podemos decir además que cuando utilizamos la técnica de convolución para estudiar la influencia del ensanchamiento rotacional sobre los perfiles de los centros de emisión de las líneas H y K de Ca II el procedimiento arroja buenos resultados y lo que necesitamos para su aplicación es que los perfiles de emisión de las líneas H y K presenten una emisión fuerte o intermedia para que los perfiles puedan ser ensanchados en un amplio rango de velocidades radiales proyectadas y así poder medir de una manera confiable los anchos  $W_0$  definidos como el FWHM de los centros de emisión. Proponemos para trabajos futuros con este método de convolución, establecer la influencia real de los niveles de actividad cromosférica y velocidades rotacionales proyectadas en los anchos WB; para hacer esto es necesario contar con espectros de más alta resolución y alta razón S/N para un gran número de estrellas con diferentes niveles de actividad y con velocidades rotacionales proyectadas, bien determinadas. Además, lo que nos incentiva para continuar con este trabajo es que el estudio de las emisiones de las líneas de Ca II proveen de indicadores empíricos muy útiles de la edad estelar, rotación, actividad del dínamo y de la misma evolución estelar.

Con respecto a la dependencia del efecto WB con los parámetros astrofísicos estelares, podemos decir que la única dependencia clara existente, es la anticorrelación de los logaritmos de la gravedad superficial y los anchos del centro de emisión de la línea K de

Ca II. Según los resultados encontrados a partir de los datos reportados en la literatura por Wallerstein et. al. se reafirma la idea principal de Wilson que no existe dependencia del efecto WB con la abundancia de metales o con las temperaturas superficiales de las estrellas.

A partir, de las diferencias entre la magnitud absoluta obtenidas desde los paralajes Hipparcos y los datos por medio de las Calibraciones WB (O-C) (Tabla 4.3), podemos concluir que para poder utilizar el efecto WB en la determinación de distancias a estrellas solas o cúmulos de estrellas es necesario contar con calibraciones Ancho-Luminosidad realizadas con una numerosa muestra de espectros que contengan las líneas de interés de alta resolución y alta razón S/N, que cubran un amplio rango de magnitudes.

# APÉNDICE **A**

---

---

## COEFICIENTE DE CORRELACION

El coeficiente de correlación es una cantidad estadística que indica que tan fuertemente están relacionadas dos variables (y hacia donde tiende esta relación) aleatorias en un ajuste lineal derivado de una muestra. Para poder definir el coeficiente de correlación es necesario tener en cuenta la varianza y la covarianza. A continuación definidas:

$$V_{xx} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2\bar{x} \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n \bar{x}^2 \\ &= \sum x^2 - 2n\bar{x}^2 + n\bar{x}^2 \\ &= \sum x^2 - n\bar{x}^2 \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

$$V_{yy} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=1}^n y_i^2 - 2\bar{y} \sum_{i=1}^n y_i + \sum_{i=1}^n \bar{y}^2 \\ &= \sum y^2 - 2n\bar{y}^2 + n\bar{y}^2 \\ &= \sum y^2 - n\bar{y}^2 \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

$$V_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=1}^n (x_i y_i - x_i \bar{y} - \bar{x} y_i + \bar{x} \bar{y}) \\ &= \sum xy - n\bar{x}\bar{y} - n\bar{x}\bar{y} + n\bar{x}\bar{y} \\ &= \sum xy - n\bar{x}\bar{y} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

De esta forma tenemos las cantidades estadísticas no normalizadas conocidas como la varianza y la covarianza de  $x$  y  $y$  dados por:

$$\begin{aligned} V_{xx} &= N\text{Var}(x) \\ V_{yy} &= N\text{Var}(y) \\ V_{xy} &= N\text{Cov}(x, y) \end{aligned} \tag{A.7}$$

Por otra parte, para un ajuste de mínimos cuadrados, el coeficiente  $b$  en,

$$y = a + bx$$

esta dado por:

$$\begin{aligned} b &= \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \\ &= \frac{V_{xy}}{V_{xx}} \end{aligned}$$

y el coeficiente  $b'$  en:

$$x = a' + b'y$$

esta dado por:

$$\begin{aligned} b' &= \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum y^2 - (\sum y)^2} \\ &= \frac{V_{xy}}{V_{yy}} \end{aligned}$$

Finalmente el coeficiente de correlación  $r$ , esta dado por:

$$\begin{aligned} r^2 &= bb' \\ &= \frac{V_{xy}^2}{V_{xx}V_{yy}} \end{aligned} \tag{A.8}$$

También conocido como correlación de Pearson. Es usual asociarle un símbolo negativo a la correlación cuando la pendiente del ajuste lineal es negativo.

# APÉNDICE B

---

---

## RUTINAS EN IDL PARA ENSANCHAMIENTO ROTACIONAL

### B.0.1. Script de Ensanchamiento Rotacional (rotbrod.pro)

```
; ROTBROD.PRO
;=====
;Name:
;    ROTBROD
;Purpose:
;    This program compute Rotational Broadening function and convolve an
;    spectrum in high resolution.
;Calling sequence:
;    randomn.
;Inputs:
;    Spectrum.
;Output:
;    Compute a rotational broadening function.
;Keywords:
;    Rotational profile,Doppler width.
;Author and history:
;    Program designed by Silvia Alencar.
;Used in other words:
;    Giovanni Pinzón Estrada, 2008.
;    Hernán Enrique Garrido Vertel, 2009.
;    OAN, Bogota - Colombia, abril, 2009.
;-----
```

```
pro rotbrod, ww,ss,v,ssm,eps,nres,plot=pl,out=ot
```

```

if n_params() eq 0 then begin
print, 'ROTBRD,ww,ss,v,ssm[,eps,nres,plot=pl,out=ot]'
return
endif

;ROTATIONAL BROADENING WITH VELOCITY,V (sin i) and NRES*2 points in the
;rotational profile, (there are nres pts per Doppler width)
;spectrum,SS and wave. WW, smoothed spectrum in SSM
;note: do not use too wide a wavelength span at one time (1000 Dop. wids)
;PLOT: 1 on, 0 off
;programers' note: the explosion at the end of ssm is a problem
;Oct-94 GB Modified to change NRES default to increase with V

if n_params() le 4 then eps = 0.6 ;Default values
if n_params() le 5 then nres = max([10,v])
c = 2.998e5
npp = n_elements(ww) & stw = ww(0)
dlam = ww(npp/2)*v/c & dc = nres/dlam
span = ww(npp-1)-ww(0)
np = long(span*dc)
if np le npp then begin
w=ww & s=ss
end else begin
in=findgen(np) & w=stw+in/dc ;make a finer wavelength scale
if keyword_set(ot) then print, 'Dispersion ',dc,
' p/A. Using ',np,'points'
;s = fspline(ww,ss,w) ;interpolate onto finer scale
s=interpol(ss,ww,w)
end

;pad out ends

sec1 = fltarr(nres + 2)

```

```

sec1 = sec1 + randomn(seed,nres +2)*1.e-8 ;call randomn
sec2 = sec1 & sec1 = sec1 + s(0) & sec2 = sec2 + s(np-1)
s = [sec1,s,sec2]
np = n_elements(s)
nw = nres + 2 & sum = 0.0
pr = fltarr(nw)

;*****
;***COMPUTE ROTATIONAL BROADENING FUNCTION (Gray)***
;*****

con1 = 2*(1.-eps)/(!pi*dlam*(1.-eps/3.))
con2 = eps/(2.*(1.-eps/3.)*dlam)

;WARNING: The doppler width is not adjusted for shifting central lambda

for n=0,nw-1 do begin
dl = n/dc & dls = 1.-(dl/dlam)*(dl/dlam)
if dls le 0. then dls = 1.e-10
pr(n) = con1 *sqrt(dls) + con2 * dls
sum = sum + pr(n) * 2
endfor
sum = sum - pr(0)
pr = pr/sum & cen = pr(0)
prf = pr(1:nw-1) & prb = reverse(prf) ;call reverse
rotpr = [prb,cen,prf] & npr = n_elements(rotpr)
if keyword_set(pl) then begin
!p.multi=[0,1,2]
plot,rotpr,psym = 2
endif

;*****
;***CONVOLVE WITH SPECTRUM***
;*****

```

```

rotcv = fltarr(n_elements(s)) & rotcv(np/2-npr/2) = rotpr
nrotcv = n_elements(rotcv)
rotcv = rotcv(1:nrotcv-2)
sm = convol(s,rotpr) ;call convol
if keyword_set(ot) then print,'Subscript where min of rotcv:',where(rotcv eq
max(rotcv))

;clip back to original spectrum

sm = sm(nres + 2:np-nres-3)
ssm = sm(0:npp-2)
nw = ww(0:npp-2)
;ssm = fspline(w,sm,ww)
ssm = interpol(sm,w,ww)
if keyword_set(pl) then begin
plot,ww,ss
oplot,ww,ssm-.5
!p.multi=0
endif

end

```

### B.0.2. Script para realizar el ensanchamiento (spunlr.pro)

```

; SPUNLR.PRO
;=====
;Name:
;      SPUNLR
;Purpose:
;      This program reads a spectrum object, template spectrum and plots the
;      rotational broadening spectrum object and the template spectrum.
;Calling sequence:
;      rotbrod.

```

```

;Inputs:
;   Spectrum object and template.
;Output:
;   Plots the rotational broadening spectrum object.
;Keywords:
;   Rotational broadening function.
;Author and history:
;   Program designed by Silvia Alencar.
;Used in other words:
;   Giovani Pinzón Estrada, 2008.
;   Hernán Enrique Garrido Vertel, 2009.
;   OAN, Bogota - Colombia, abril, 2009.
;-----

;WARNING: Luego de ejecutar la rutina "spunlr.pro" hay que ejecutar la
;rutina "Spectext.pro" con el fin de obtener el archivo "hd218739_vsen20.dat"
;el cual es el espectro ensanchado rotacionalmente.

;*****
;*****LEYENDO EL TEMPLATE*****
;*****

OPENR,lun,'hd218739_caii_3.dat',/GET_LUN
k4v1r1=FLTARR(2,1171)

; 1171 es el número de líneas en el template

readf,lun,k4v1r1
ww=k4v1r1(0,*)
ss=k4v1r1(1,*)

; Aqui se escoge la velocidad de rotación vsin(i) sobre el template
;llamando la rutina rotbrod.pro.

```

```

rotbrod,ww,ss,20,ssm

;*****
;***** LEYENDO EL ESPECTRO OBJETO *****
;*****

; hd218739 espectro en alta resolución:

OPENR,lun,'hd218739_caii_3.dat',/GET_LUN
hd218739hr=FLTARR(2,1171)

readf,lun,hd218739hr
ww3=hd218739hr(0,*)
ss3=hd218739hr(1,*)

;Graficando el espectro objeto y el template ensanchado rotacionalmente
;pero subido una unidad.

Plot,ww3,ss3,xrange=[3900,4015],yrange=[0,3],thick=3
;oplot,ww,ss
oplot,ww,ssm+1
;oplot ww,ssm
;oplot,ww4,ss4,thick=3

end.

```

### B.0.3. Script para convertir espectro a .dat (Spectext.pro)

```

; SPECTEXT.PRO
;=====
;
;Name:
;      SPECTEXT
;Purpose:

```

```
; This program save file of the rotational broadening spectrum object.
;Calling sequence:
; None.
;Inputs:
; Line numbers of spectrum .
;Output:
; Save file rotational broadening spectrum object.
;Keywords:
; None.
;Author and history:
; Program designed by Giovanni Pinzón Estrada, 2008.
;Used in other words:
; Hernán Enrique Garrido Vertel, 2009.
; OAN, Bogota - Colombia, abril, 2009.
;_____
```

```
get_lun,lun
filename='hd218739_vsin60.dat'
openw,lun,filename

FOR i=0L, 1170 DO BEGIN
printf,lun,ww(i),ssm(i),format='(F10.4,,F10.4)'
ENDFOR

close,lun
free_lun,lun

end
```

# APÉNDICE C

---

---

## RUTINA EN IDL PARA AJUSTES GAUSSIANOS.

### C.0.4. Script para realizar el ajuste Gaussiano (Gauss\_fitting.pro).

```
; GAUSS_FITTING.PRO
;=====
;Name:
;   GAUSS_FITTING
;Purpose:
;   This program compute, fitting and plot an Gaussian distribution function
;   a the spectrum.
;Calling sequence:
;   None.
;Inputs:
;   Spectrum.
;Output:
;   Compute the FWHM of the profile .
;Keywords:
;   FWHM.
;Author and history:
;   Program designed by David Ardila and Hernán Garrido Vertel, 2009.
;   OAN, Bogota - Colombia, abril, 2009.
;-----
```

```
OPENR,lun,'hd22049_vsin60.dat',/GET_LUN
hd131156hr=FLTARR(2,1186)
readf,lun,hd131156hr
close,/all ;Agregue esta línea para cerrar el archivo.
ww=hd131156hr(0,*)
```

```
ss=hd131156hr(1,*)
Plot,ww,ss,xrange=[3900,4015],yrange=[0,3],thick=2

Plot,ww,ss,xrange=[3930,3937],yrange=[0,1.5],thick=2
gg=where((ww ge 3931 and ww le 3932.7) or (ww ge 3934.6 and ww le 3936.5))

;WARNING: El 8 en la siguiente línea es el número del polinomio de ajuste.

res=poly_fit(ww[gg]-3933.67,ss[gg],8,yfit=yfit) & plot,ww,ss,xrange=[3930,3937]
& oplot,ww[gg],yfit,thick=2
good1=where(ww ge 3931 and ww le 3937)
fit_completo=poly(ww[good1]-3933.67,res)
plot,ww[good1],ss[good1]/fit_completo
norm=ss[good1]/fit_completo

ygauss=gaussfit(ww[good1],norm,coeff,nterms=4)
oplot,ww[good1],ygauss,thick=2

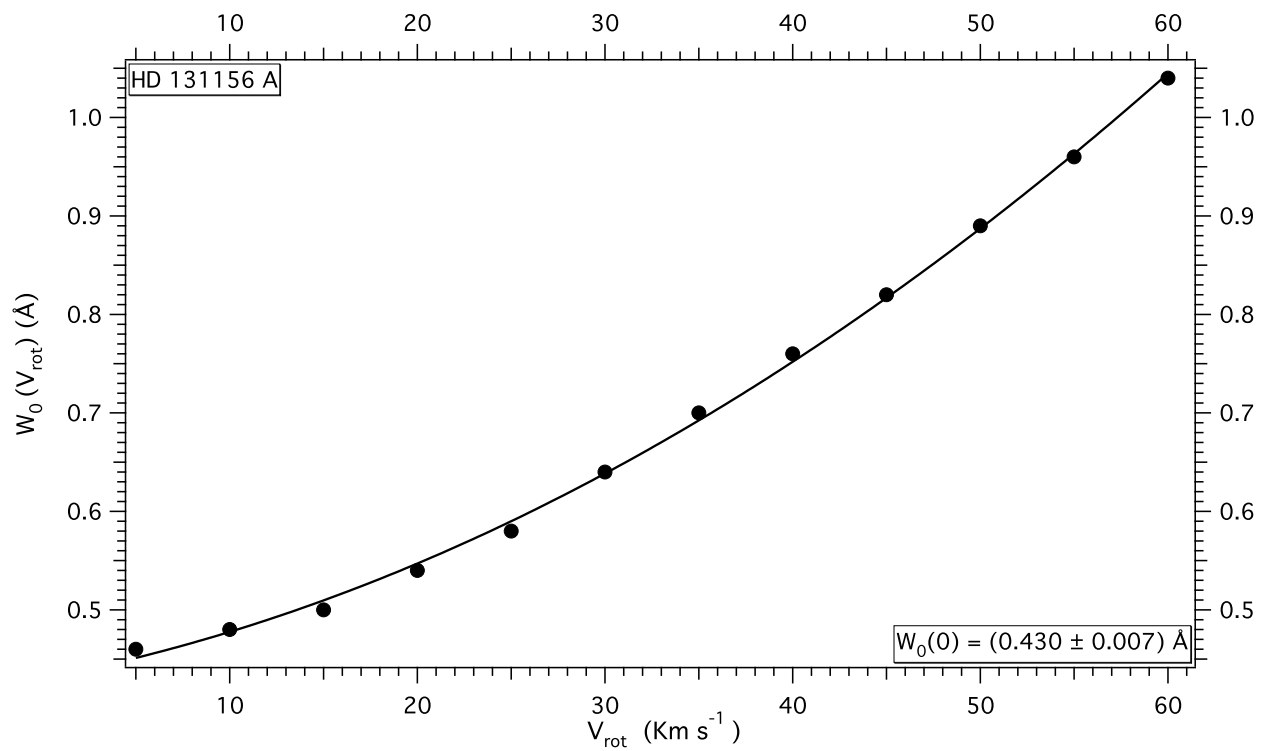
print,coeff
fwhm=2.36*coeff[2]
print,fwhm

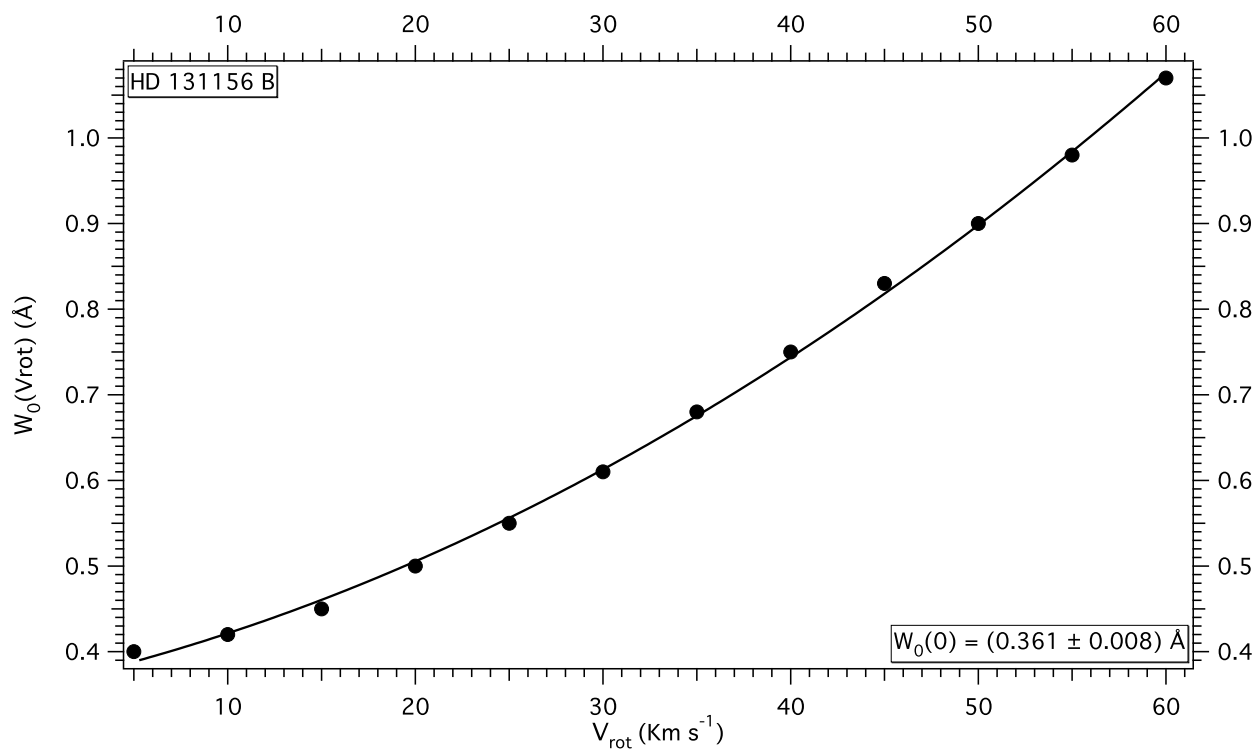
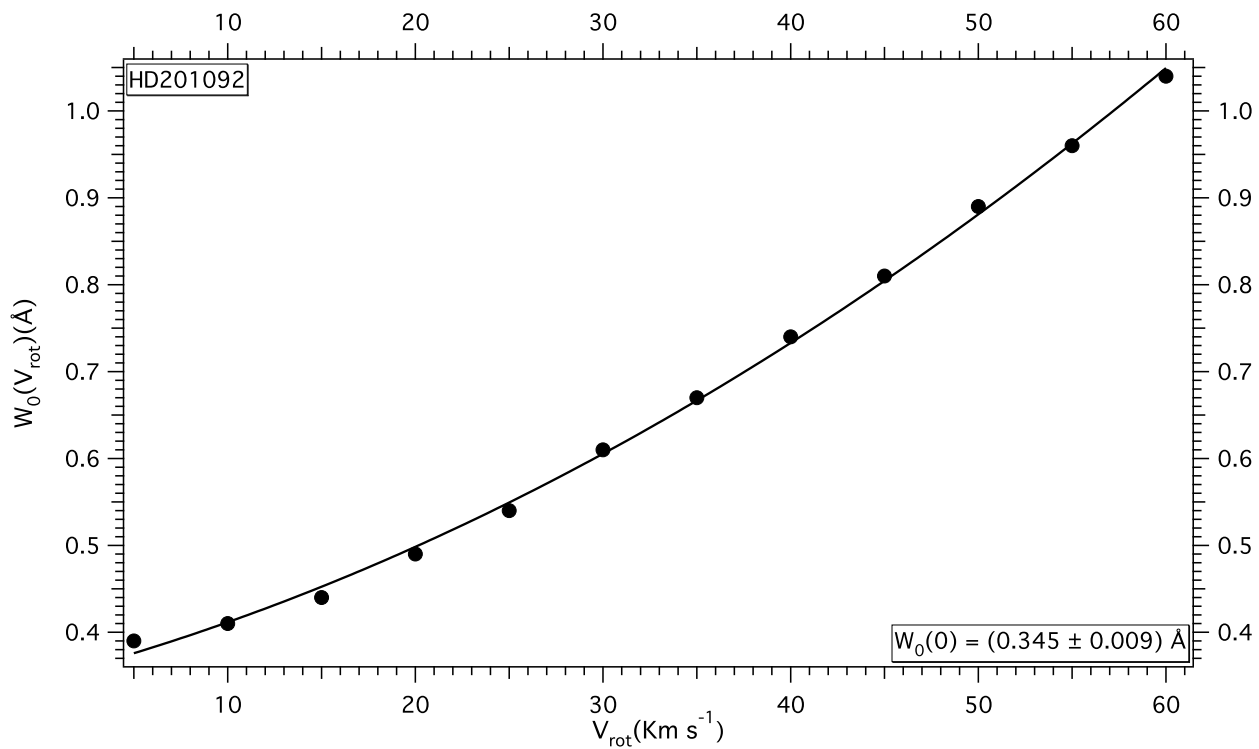
end
```

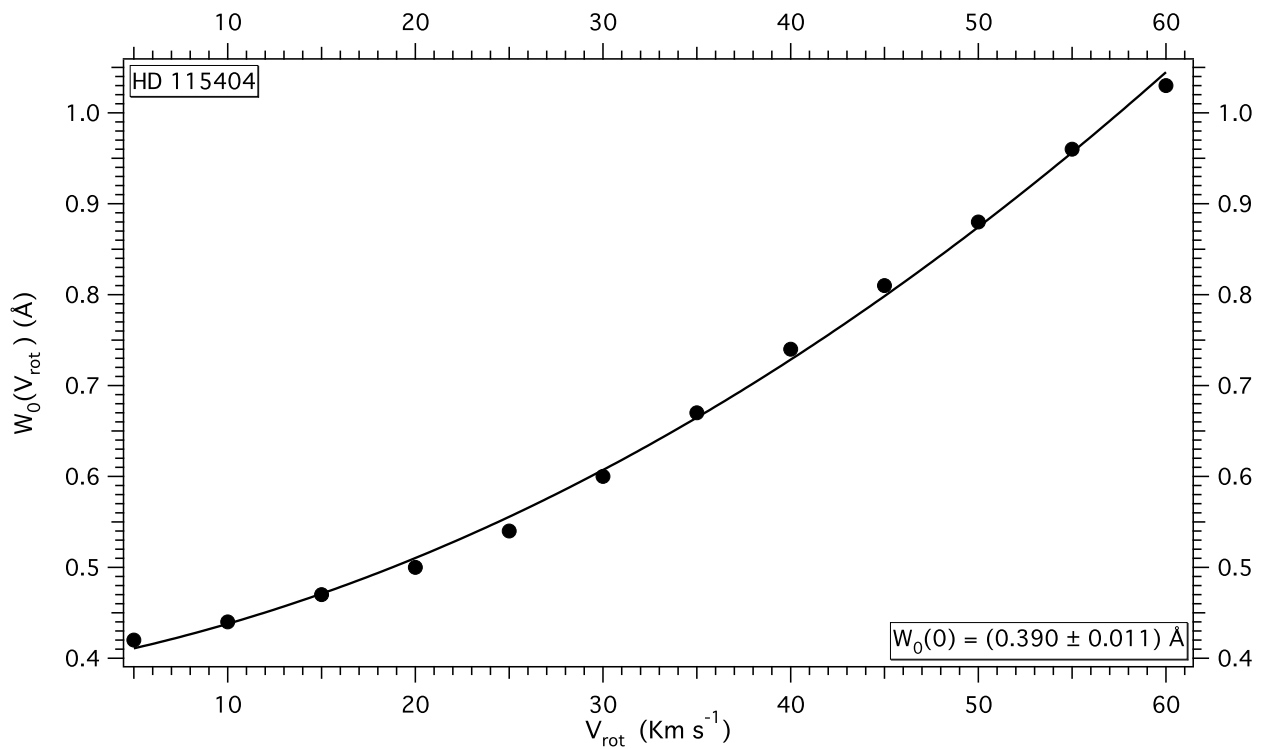
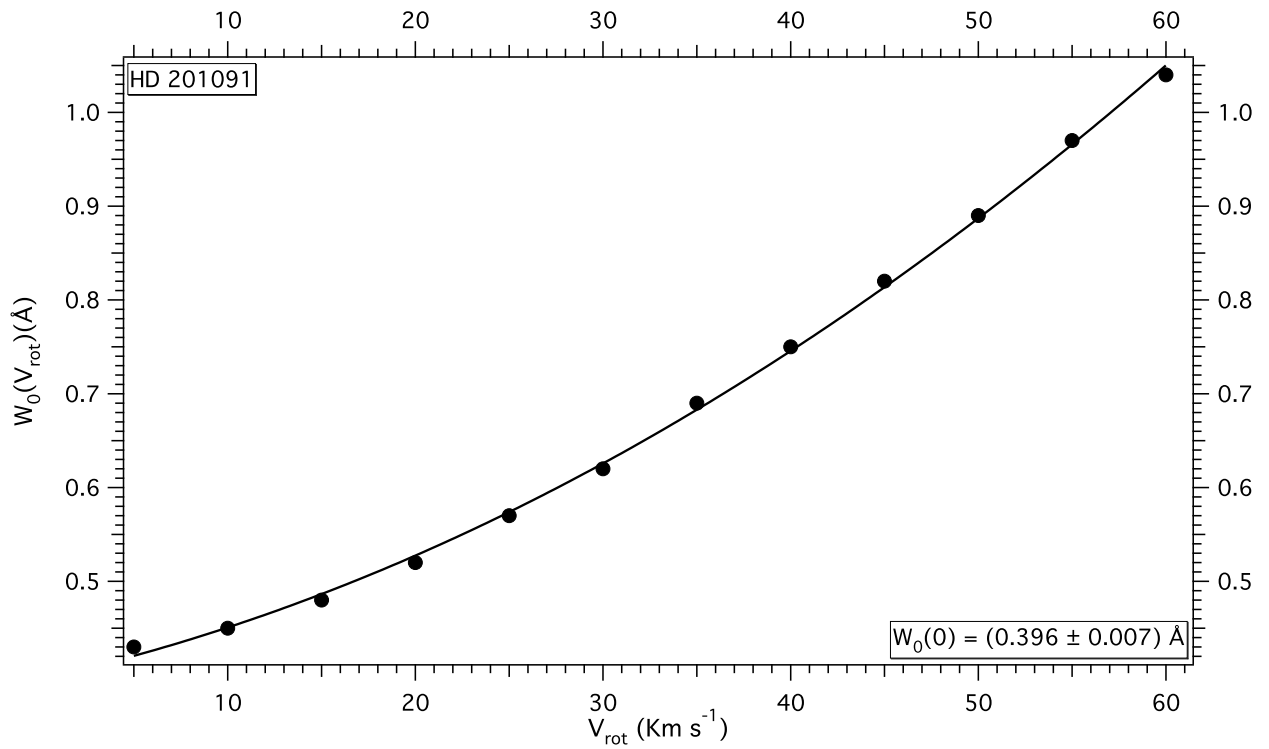
# APÉNDICE D

## OBTENCIÓN DE ANCHOS ESTÁTICOS $W_0(0)$ .

Figura D.1: Obtención de los anchos a  $V_{rot} = 0$  para la línea K de Ca II, para las 6 estrellas de la muestra. La curva representa el mejor ajuste.







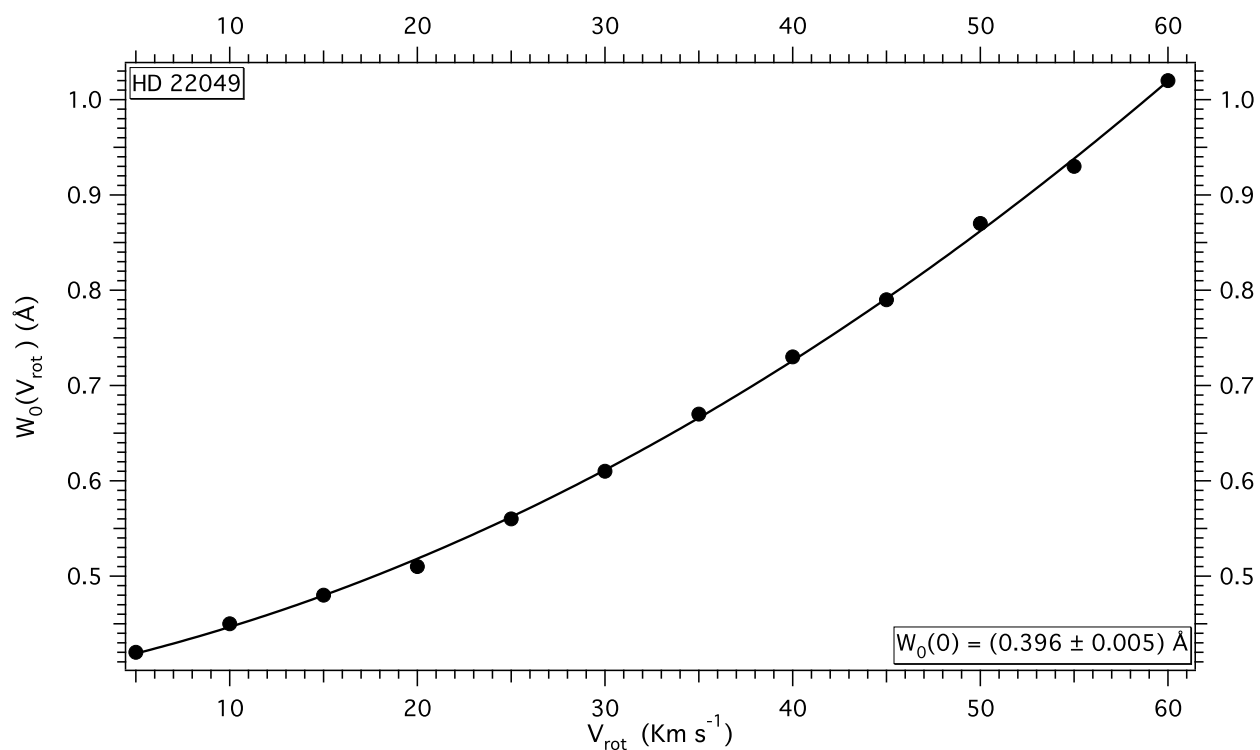
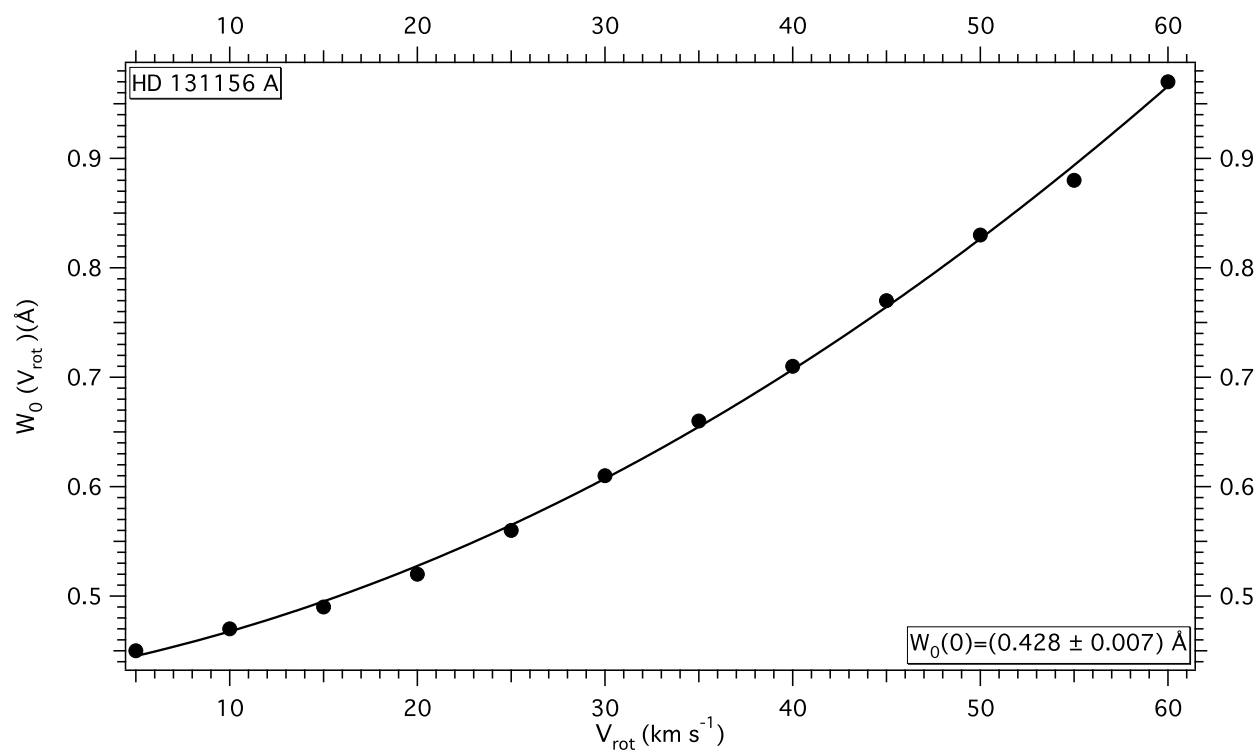
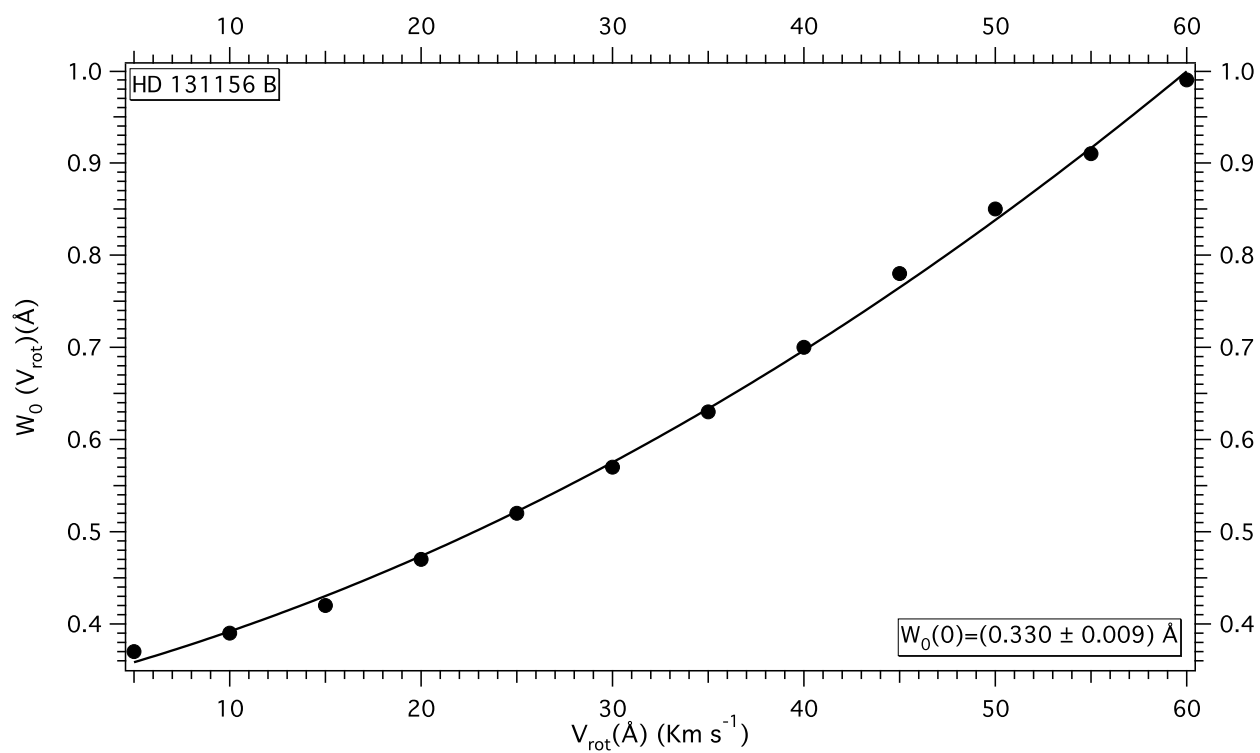
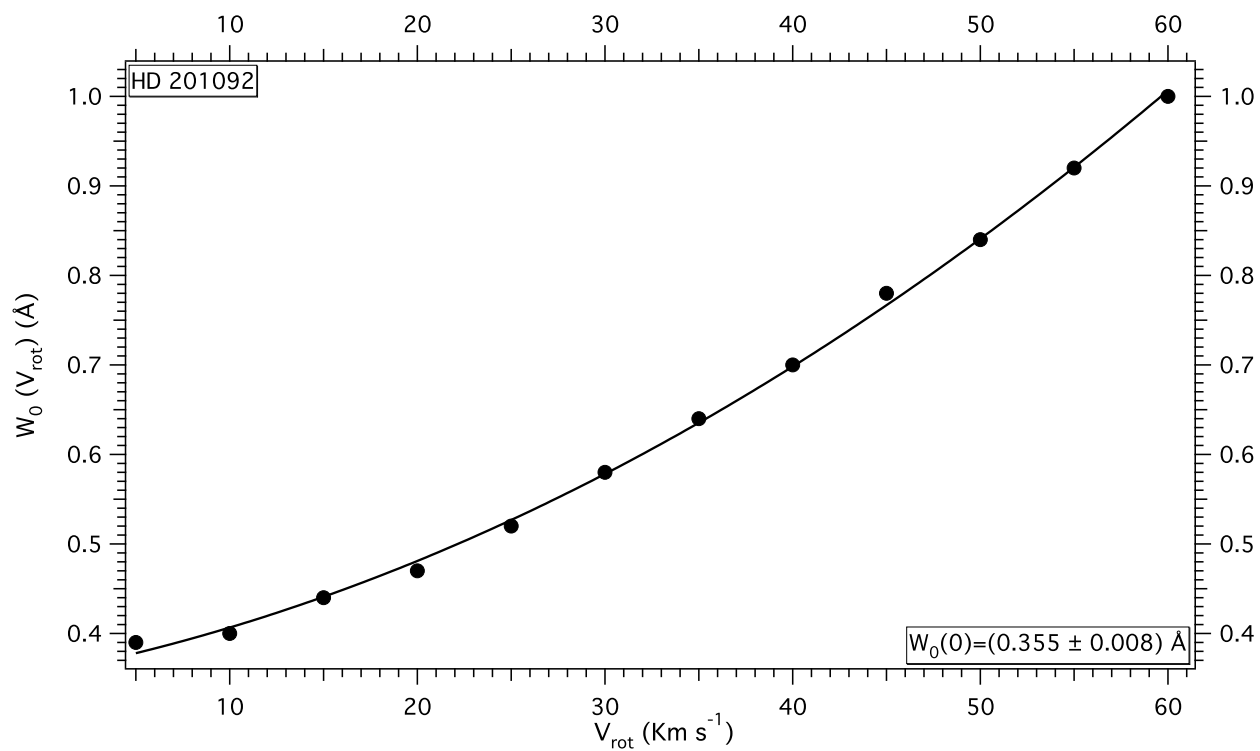
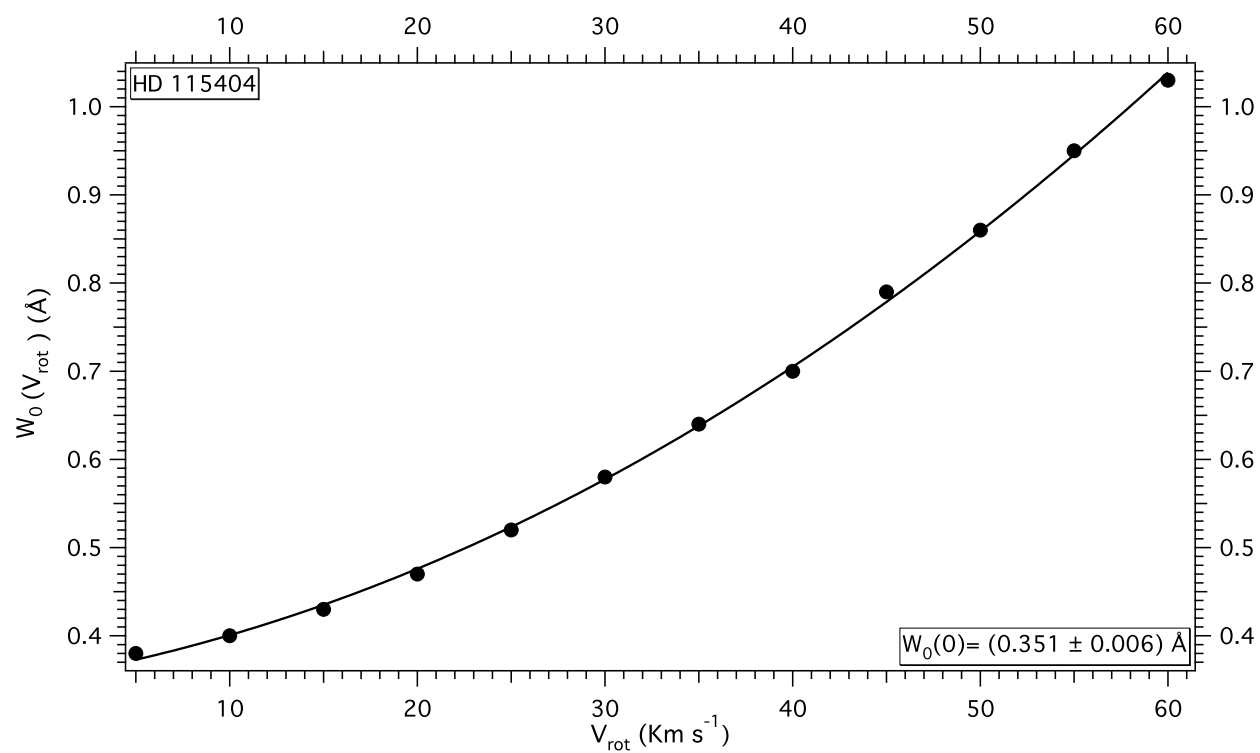
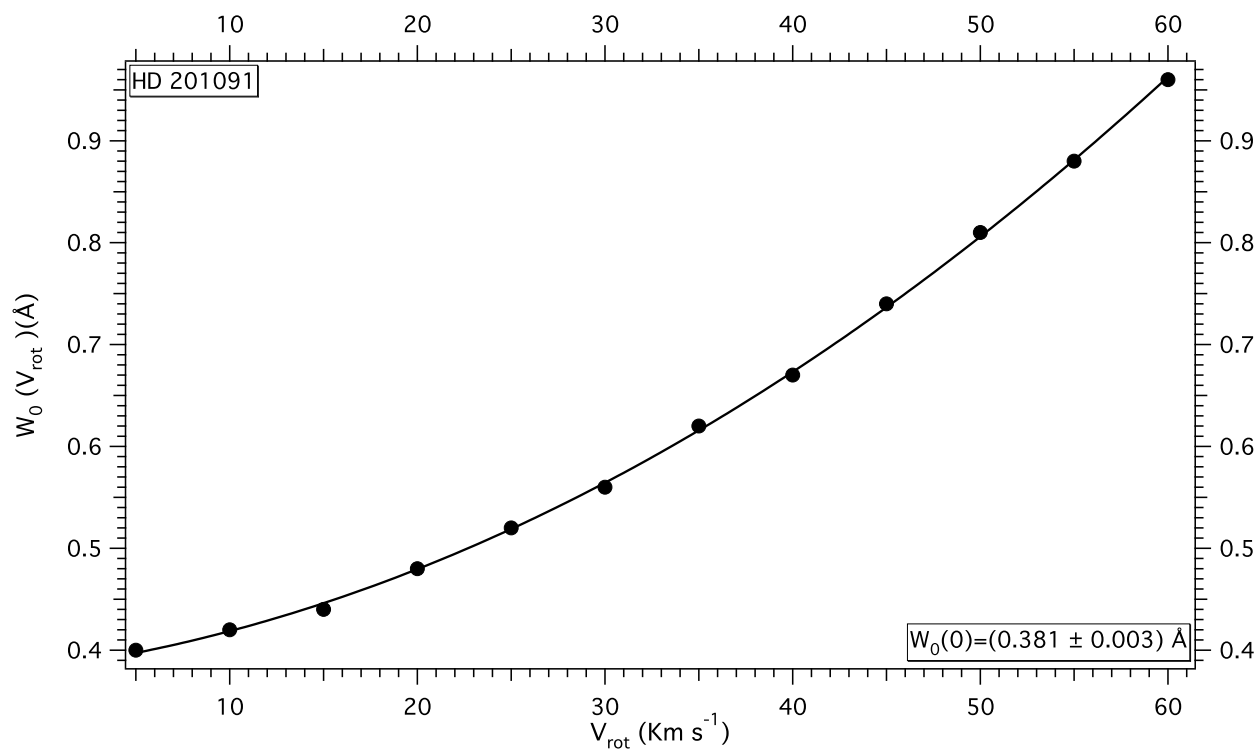
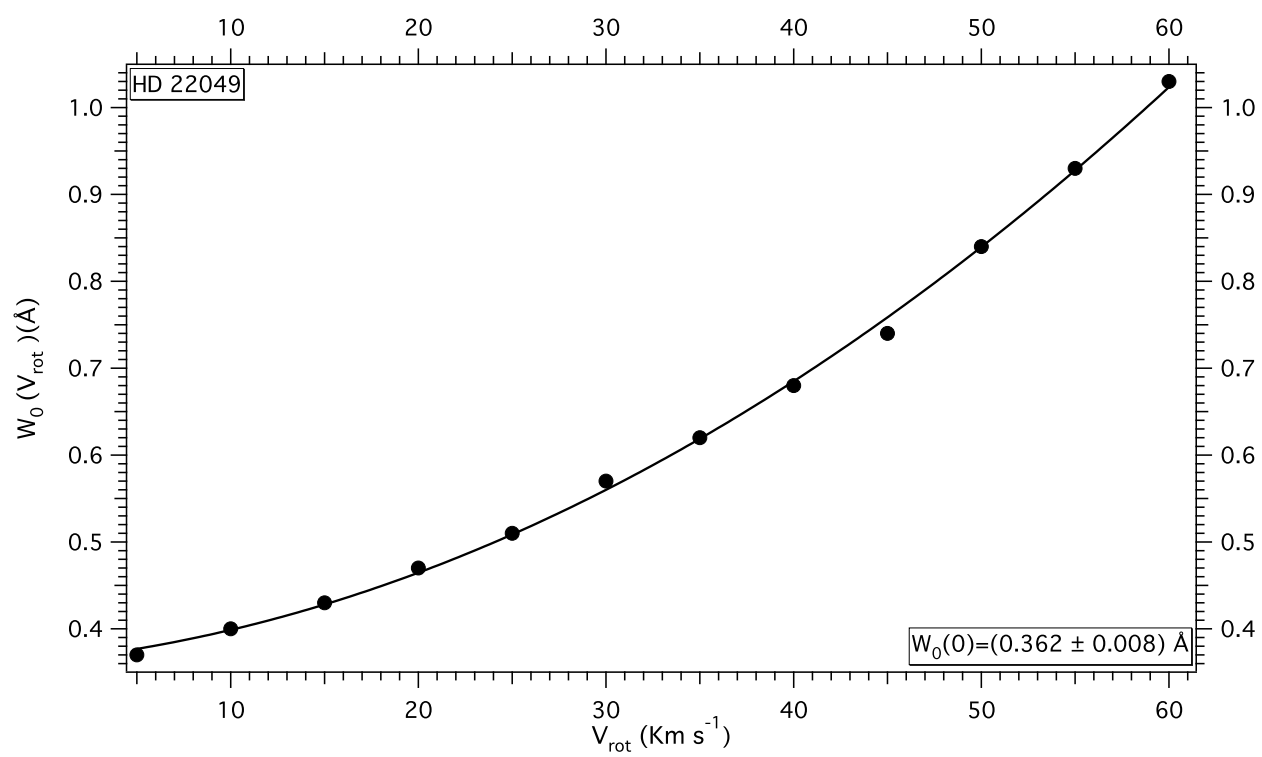


Figura D.2: Obtención de los anchos a  $V_{rot} = 0$  para la línea H de Ca II, para las 6 estrellas de la muestra. La curva representa el mejor ajuste.









# APÉNDICE E

## PARÁMETROS ASTROFÍSICOS ESTELARES

Tabla E.1: Parámetros Astrofísicos Estelares.

HD	V (mag)	Tipo Espectral Espectral	$M_V$ (mag)	Log $W_0$ (K) Km/s	$T_{eff}$ (°K)	$\delta T_{eff}$ (°K)	Log $g$ (cm/s <sup>-2</sup> )	$\delta$ Log $g$ (cm/s <sup>-2</sup> )	[Fe/H] (Sol)	$\delta$ [Fe/H] (Sol)
28	4.60	K0 IIIb	1.63	1.69	4710	-	2.73	-	-0.31	-
1522	3.50	K1,5 III	-1.18	1.83	4500	-	2.34	-	-0.09	-
3627	3.30	K3 III	0.81	1.81	4360	-	2.37	-	0.04	-
3712	2.20	K0 IIIa	-1.99	1.9	4610	-	2.71	-	-0.09	-
4128	2.00	K0 III	-0.30	1.79	4750	-	2.45	-	0.13	-
4188	4.80	K0 III	0.73	1.79	4790	-	2.90	-	-0.16	-
4656	4.40	K4 IIIb	-0.42	1.83	3920	-	1.65	-	-0.20	-
5234	4.80	K2 III	-0.65	1.79	4275	-	1.20	-	-0.31	-
5516	4.40	G8 III-I	0.04	1.79	4880	-	2.70	-	-0.54	-
5848	4.20	K2 II- III	-0.67	1.8	4400	-	2.42	-	0.04	-
8207	4.90	K0 III	0.98	1.75	4630	-	2.95	-	0.03	-
8705	4.90	K2 III	0.17	1.8	4340	-	2.30	-	-0.32	-
9138	4.80	K4 III	-0.38	1.81	4040	-	1.91	-	-0.39	-
9927	3.60	K3 III	-0.04	1.82	4380	-	2.34	-	0.00	-
10072	5.00	G8 III	0.66	1.78	5060	-	2.87	-	-0.21	-
10380	4.40	K3 IIIb	-0.81	1.84	4100	-	0.80	-	-0.24	-
11353	3.70	K0 III	-0.76	1.81	4600	-	2.70	-	-0.13	-
12533	2.10	K3 IIb	-3.08	1.95	4300	-	1.40	-	0.09	-
12929	2.00	K2 III	0.48	1.77	4425	-	1.65	-	-0.21	-
13520	4.80	K4 III	-1.32	1.83	3970	-	1.70	-	-0.24	-
14872	4.70	K4 III	-0.39	1.84	3940	-	1.65	-	-0.21	-
17361	4.50	K1,5 III	0.8	1.77	4600	-	2.85	-	-0.02	-
17709	4.50	K5 III	-0.93	1.89	3880	-	1.42	-	-0.36	-
17824	4.80	K0 III	1.02	1.74	5000	-	3.18	-	-0.17	-
18322	3.90	K1 III	0.83	1.77	4600	-	2.84	-	-0.23	-
18449	4.90	K2 III	-0.22	1.79	4340	-	2.37	-	-0.19	-
20644	4.50	K4 III	-2.00	1.91	3980	-	1.56	-	-0.31	-
21552	4.40	K3 III	-0.81	1.82	4100	-	1.91	-	-0.24	-
21754	4.10	K0 Iab	-1.08	1.82	4700	-	2.58	-	-0.12	-
23413	5.50	K4 III	0.40	1.87	4050	-	1.74	-	-0.23	-
24555	4.50	G8 III	-0.66	1.81	4900	-	2.63	-	-0.16	-
26846	4.90	K3 III	0.86	1.78	4582	-	2.70	-	0.21	-
27022	5.30	G5 Iib	0.22	1.77	5275	-	2.60	-	0.29	-
27348	4.90	G8 III	0.72	1.73	4875	-	2.55	-	0.04	-
27382	5.00	K1 III	-0.13	1.76	4480	-	2.67	-	-0.37	-
29139	0.90	K5 III	-0.63	1.85	3850	-	0.55	-	-0.10	-
30504	4.90	K4 III	-1.16	1.85	4000	-	1.75	-	-0.36	-
30834	4.80	K3 III	-1.39	1.87	4130	-	1.86	-	-0.37	-
31398	2.70	K3 II	-3.29	1.95	4160	-	1.74	-	-0.11	-
31421	4.10	K2 IIIb	0.48	1.77	4400	-	2.56	-	-0.10	-
32068	3.80	K4 Ib-II	-3.22	1.98	3920	-	1.33	-	-0.26	-
32436	5.00	K0 III	0.65	1.83	4640	-	2.65	-	0.02	-
32887	3.20	K4 III	-1.02	1.86	4000	-	1.73	-	-0.17	-
34334	4.50	K2.5 IIIb	0.26	1.81	4180	-	2.12	-	-0.46	-
35186	5.00	K4 III	-0.97	1.88	4080	-	1.75	-	-0.03	-
36167	4.70	K5 III	-1.02	1.95	3930	-	1.62	-	-0.30	-
37160	4.10	K0 IIIb	1.33	1.68	4900	-	2.46	-	-0.50	-

Continúa en la siguiente página

Tabla E.1 – continuación de la pagina anterior

HD	V (mag)	Tipo Espectral Espectral	$M_V$ (mag)	Log $W_0(K)$ Km/s	$T_{eff}$ (°K)	$\delta T_{eff}$ (°K)	Log $g$ (cm/s <sup>-2</sup> )	$\delta$ Log $g$ (cm/s <sup>-2</sup> )	[Fe/H] (Sol)	$\delta$ [Fe/H] (Sol)
37984	4.90	K1 III	0.07	1.77	4370	-	2.49	-	-0.55	-
38656	4.50	G8 III	0.44	1.78	4910	-	2.77	-	-0.27	-
39003	4.00	G9,5 III	-0.13	1.8	4550	-	1.90	-	-0.04	-
39400	4.80	K2 II	-2.91	1.99	4240	-	1.54	-	-0.25	-
39425	3.10	K2 III	1.02	1.78	4450	-	2.80	-	0.28	-
39853	5.70	K5 III	-1.18	1.85	3837	-	1.60	-	-0.30	-
40657	4.50	K2 III	-1.02	1.81	4370	-	2.42	-	-0.58	-
41597	5.40	G8 III	0.20	1.79	4600	-	2.68	-	-0.54	-
41927	5.30	K2 II-II	-1.11	1.87	4160	-	1.88	-	0.03	-
47174	4.80	K3 Iab	-0.81	1.82	4410	-	2.30	-	-0.10	-
47914	5.00	K5 III	0.18	1.85	3980	-	1.76	-	-0.03	-
48433	4.50	K1 III	-0.15	1.81	4425	-	1.35	-	-0.24	-
49161	4.80	K4 III	-1.09	1.91	4140	-	1.86	-	-0.03	-
49293	4.50	K0 III	-0.81	1.82	4620	-	2.29	-	-0.12	-
49520	5.00	K3 III	-0.25	1.79	4300	-	2.35	-	0.00	-
49878	4.50	K4 III	0.76	1.80	4140	-	2.11	-	0.05	-
50778	4.10	K4 III	-0.36	1.83	4000	-	1.80	-	-0.16	-
54716	4.90	K4 Iab	-0.86	1.84	4020	-	1.88	-	-0.26	-
54719	4.40	K2 III	-0.42	1.85	4350	-	2.17	-	0.02	-
57264	5.10	G8 III	0.84	1.73	4620	-	2.95	-	-0.39	-
58367	5.00	G8 III	-2.42	1.97	4820	-	2.01	-	-0.22	-
59294	4.50	K1 III	-1.63	1.84	4330	-	2.21	-	-0.12	-
62721	4.90	K4 III	-0.21	1.84	3940	-	1.67	-	-0.27	-
65695	4.90	K2 III	0.51	1.78	4340	-	2.37	-	-0.24	-
65953	4.70	K4 III	-1.12	1.83	3960	-	1.68	-	-0.36	-
66141	4.40	K2 III	-0.13	1.80	4250	-	2.29	-	-0.36	-
66216	4.90	K2 III	0.45	1.76	4540	-	2.73	-	0.03	-
68290	4.70	K0 III	0.95	1.71	4950	-	3.23	-	-0.03	-
69267	3.50	K4 III	-1.22	1.86	4010	-	1.71	-	-0.24	-
70272	4.20	K7 III	-1.13	1.87	3900	-	1.59	-	-0.03	-
73108	4.60	K1 III	0.15	1.79	4400	-	1.61	-	-0.20	-
73471	4.40	K1 III	-0.72	1.84	4500	-	2.36	-	0.05	-
73840	5.00	K3 III	-0.57	1.85	4050	-	1.91	-	-0.21	-
74137	4.90	K0 IIICN	0.89	1.75	4620	-	3.00	-	-0.01	-
74395	4.60	G2 Iab	-1.71	2.12	5250	-	1.30	-	-0.11	-
74442	3.90	K0 III	0.84	1.75	4670	-	2.84	-	-0.13	-
75691	4.00	K3 III	-0.01	1.81	4200	-	2.35	-	-0.04	-
77912	4.60	G8 Iab	-2.03	1.99	5000	-	2.00	-	0.38	-
80493	3.10	K7 III	-1.02	1.89	3880	-	1.51	-	-0.26	-
80586	4.80	G8 III-IV	0.43	1.77	5010	-	3.01	-	-0.07	-
81146	4.50	K2 III	-2.12	1.81	4370	-	2.34	-	0.01	-
81797	2.00	K3 II-III	-1.69	1.9	4120	-	1.77	-	-0.12	-
81799	4.70	K1 III	1.06	1.82	4490	-	2.43	-	-0.01	-
81817	4.30	K3 IIIa	-3.31	2	4030	-	1.87	-	0.09	-
82210	4.50	G4 III-I	1.99	1.69	5250	-	3.42	-	-0.34	-
82308	4.30	K5 III	-0.75	1.86	3900	-	1.60	-	-0.29	-
82635	4.50	G8 III	0.88	1.75	4960	-	3.00	-	-0.15	-
83425	4.70	K3 III	0.06	1.81	4120	-	2.00	-	-0.35	-
83618	3.90	K3 III	-0.74	1.81	4220	-	2.21	-	-0.14	-
84441	3.00	G1 II	-1.46	2	5300	-	1.70	-	0.17	-
85444	4.10	G8 III	-0.51	1.77	5000	-	2.93	-	-0.14	-
85503	3.90	K2 III	0.83	1.78	4550	50	2.20	0.1	0.29	0.03
87837	4.40	K4 III	-0.23	1.85	4040	-	1.81	-	-0.02	-
89484	2.00	K1 IIIb	-0.92	1.82	4470	-	2.35	-	-0.49	-
90432	3.80	K4 III	-0.58	1.85	3950	-	1.68	-	-0.12	-
93813	3.10	K0/K1 III	-0.03	1.81	4250	-	2.32	-	-0.24	-
94264	3.80	K0 III	1.41	1.7	4670	-	2.96	-	-0.20	-
95345	4.80	K1 III	-0.26	1.78	4540	-	2.58	-	-0.28	-
95578	4.70	M0 III	-1.26	1.94	3700	-	1.40	-	-0.23	-
98262	3.50	K3 III	-2.07	1.89	4140	-	1.86	-	-0.20	-
98430	3.60	K0 III	-0.32	1.78	4500	-	2.59	-	-0.48	-
99167	4.80	K5 III	-0.43	1.86	3930	-	1.61	-	-0.38	-

Continúa en la siguiente pagina

Tabla E.1 – continuación de la pagina anterior

HD	V (mag)	Tipo Espectral Espectral	$M_V$ (mag)	Log $W_0(K)$ Km/s	$T_{eff}$ (°K)	$\delta T_{eff}$ (°K)	Log $g$ (cm/s <sup>-2</sup> )	$\delta$ Log $g$ (cm/s <sup>-2</sup> )	[Fe/H] (Sol)	$\delta$ [Fe/H] (Sol)
102224	3.70	K0,5 IIIb	-0.20	1.81	4350	-	1.15	-	-0.43	-
102328	5.20	K3 III	1.26	1.81	4250	-	1.90	-	0.09	-
105707	3.00	K2 III	-1.82	1.88	4320	-	2.16	-	-0.13	-
107328	5.00	K0 IIIb	0.26	1.8	4380	-	2.39	-	-0.48	-
107383	4.70	G8 III	-0.50	1.75	4690	-	2.91	-	-0.39	-
109551	4.90	K3 III	-1.17	1.92	4210	-	2.20	-	-0.21	-
110014	4.60	K2 III	-0.29	1.8	4275	-	0.95	-	-0.14	-
112033	4.90	G8 III	-0.10	1.8	5070	-	2.95	-	0.16	-
113092	5.30	K2 III	-0.87	1.83	4240	-	2.11	-	-0.83	-
113996	4.80	K5 III	-0.04	1.84	3970	-	1.69	-	-0.26	-
114038	5.20	K1 III	0.29	1.81	4530	-	2.71	-	-0.04	-
116713	5.10	K1 III	1.09	1.75	5000	-	3.00	-	0.16	-
119425	5.30	K2 III	1.23	1.76	4630	-	2.74	-	-0.01	-
120477	4.10	K5 III	-0.33	1.83	3890	-	1.55	-	-0.23	-
120539	4.90	K4 III	-0.34	1.8	4050	-	1.91	-	-0.24	-
120933	4.70	K5 III	-1.58	1.86	3820	-	1.52	-	0.50	-
121299	5.10	K2 III	0.70	1.81	4710	-	2.64	-	-0.03	-
121710	5.00	K3 III	-1.47	1.83	4050	-	1.85	-	-0.27	-
123123	3.30	K2 III	0.79	1.74	4600	-	2.00	-	-0.06	-
124294	4.20	K3 III	0.00	1.8	4125	-	1.05	-	-0.51	-
124547	4.80	K3 III	-1.13	1.87	4130	-	2.04	-	0.17	-
124897	0.10	K1,5 III	-0.31	1.83	4300	100	1.50	0.2	-0.63	0.09
125560	4.80	K3 III	1.01	1.8	4400	-	2.42	-	0.00	-
125932	4.80	K5 III	1.14	1.78	4220	-	2.25	-	0.08	-
126868	4.80	G2 IV	1.72	1.71	5521	50	3.30	0.25	-0.06	0.09
127665	3.60	K3 III	0.27	1.85	4260	-	2.22	-	-0.17	-
127700	4.20	K4 III	-0.87	1.85	4070	-	1.91	-	-0.16	-
130694	4.40	K4 III	-0.44	1.81	4040	-	1.85	-	-0.34	-
130952	4.90	G8 III	0.82	1.76	4820	-	2.91	-	-0.39	-
131507	5.40	K4 III	-0.18	1.83	4140	-	1.99	-	-0.20	-
131873	2.10	K4 III	-0.87	1.84	4030	-	1.83	-	-0.29	-
133124	4.80	K4 III	-0.41	1.85	3960	-	1.68	-	-0.04	-
133165	4.40	K0 III	0.64	1.71	4650	-	2.99	-	-0.22	-
133208	3.50	G8 IIIa	-0.64	1.87	4940	-	3.06	-	-0.13	-
133582	4.50	K2 III	0.10	1.8	4280	-	2.30	-	-0.35	-
136726	5.00	K4 III	-0.37	1.84	4120	-	2.03	-	0.07	-
137704	5.40	K4 III	-0.42	1.78	4040	-	1.93	-	-0.43	-
137759	3.30	K2 III	0.81	1.75	4400	-	2.74	-	0.33	-
138481	5.00	K5 III	-2.10	1.92	3890	-	1.64	-	0.20	-
139063	3.60	K5 III	-0.28	1.84	4150	-	1.98	-	-0.18	-
140573	2.60	K2 IIIb	0.87	1.76	4475	-	1.75	-	-0.05	-
141714	4.60	G3,5 III	3.57	1.71	5230	-	3.15	-	-0.32	-
141992	4.80	K5 III	-0.68	1.81	3920	-	1.68	-	-0.17	-
142980	5.50	K1 IV	1.33	1.73	4560	-	3.22	-	0.06	-
143107	4.20	K2 III	-0.10	1.83	4320	-	2.34	-	-0.32	-
145001	5.00	G8 III	-0.38	1.81	4990	-	2.70	-	-0.26	-
147767	5.40	K5 III	-0.72	1.83	3940	-	1.76	-	-0.16	-
149161	4.80	K4 III	-0.10	1.83	3910	-	1.60	-	-0.23	-
151680	2.30	K2,5 III	0.78	1.78	4560	-	2.49	-	-0.17	-
152879	5.40	K4 III	0.17	1.82	4050	-	1.96	-	-0.17	-
153687	4.80	K4 III	-0.63	1.86	3980	-	1.73	-	-0.12	-
154733	5.60	K3 III	0.36	1.81	4220	-	2.20	-	-0.14	-
155410	5.10	K3 III	0.42	1.78	4290	-	2.40	-	-0.17	-
156266	4.70	K2 III	0.60	1.75	4540	-	2.69	-	-0.03	-
156283	3.20	K3 Iab	-2.10	1.92	4100	-	1.68	-	-0.18	-
158899	4.40	K4 III	-0.85	1.86	4070	-	1.89	-	-0.04	-
163217	5.20	K1 IIIb	-0.07	1.82	4420	-	2.43	-	-0.12	-
163588	3.70	K2 III	1.06	1.77	4420	-	2.61	-	-0.09	-
163770	3.80	K1 IIa	-2.70	2.03	4330	-	1.28	-	-0.24	-
163993	3.70	G8 III	0.61	1.76	5030	-	2.92	-	-0.10	-
164058	2.20	K5 III	-1.04	1.89	3900	-	1.55	-	-0.08	-
166208	5.00	G8 III	-0.23	1.81	5075	-	2.65	-	0.14	-

Continúa en la siguiente pagina

Tabla E.1 – continuación de la pagina anterior

HD	V (mag)	Tipo Espectral Espectral	$M_V$ (mag)	Log $W_0(K)$ Km/s	$T_{eff}$ (°K)	$\delta T_{eff}$ (°K)	Log $g$ (cm/s <sup>-2</sup> )	$\delta$ Log $g$ (cm/s <sup>-2</sup> )	[Fe/H] (Sol)	$\delta$ [Fe/H] (Sol)
168454	2.70	K2 III	-2.14	1.91	4150	-	0.30	-	-0.32	-
168775	4.30	K2 III	0.02	1.81	4530	-	2.45	-	-0.09	-
170693	4.80	K2 III	-0.12	1.77	4400	-	2.57	-	-0.44	-
171443	3.80	K3 III	0.21	1.83	4220	-	2.11	-	-0.18	-
171779	5.40	K0 III	-1.56	1.85	4650	-	2.39	-	-0.18	-
173009	4.90	G8 IIb	-1.14	1.94	4500	-	1.00	-	0.05	-
173764	4.20	G4 IIa	-2.41	2.11	4700	-	0.94	-	-0.15	-
173780	4.80	K3 III	0.39	1.79	4400	-	2.57	-	-0.12	-
175306	4.60	G9 IIIb	-0.34	1.84	4275	-	1.19	-	-0.46	-
175535	4.90	G7 IIIa	-0.15	1.81	5040	-	2.97	-	-0.14	-
175775	3.50	G8/K0 II/ III	-1.77	1.87	4560	-	2.23	-	-0.19	-
176678	4.00	K1 III	0.73	1.76	4600	-	2.75	-	-0.19	-
177716	3.30	K1 IIIb	0.48	1.78	4860	-	2.75	-	-0.23	-
180809	4.40	K0 II	-2.51	1.99	4500	-	1.60	-	0.28	-
181391	5.00	G8 III	1.61	1.75	4900	-	3.31	-	-0.21	-
181984	4.50	K2 III	1.14	1.8	4480	-	2.00	-	0.06	-
184406	4.40	K3 IIIb	1.80	1.71	4375	-	1.75	-	-0.05	-
186791	2.70	K3 II	-3.03	1.97	4210	-	1.63	-	-0.29	-
190940	4.50	K3 III	-0.97	1.84	4370	-	1.90	-	0.03	-
191026	5.40	K0 IV	3.46	1.64	5150	-	3.49	-	-0.10	-
192806	4.50	K3 III	-0.51	1.84	4125	-	0.89	-	-0.22	-
192947	3.60	G6/G8 III	0.97	1.75	5000	-	3.05	-	-0.18	-
194317	4.40	K3 III	-0.04	1.82	4230	-	2.16	-	-0.17	-
197752	4.90	K2 III	-0.32	1.79	4490	-	2.47	-	-0.19	-
197912	4.20	G9,5 III	0.22	1.81	4740	-	2.64	-	-0.24	-
197964	4.30	K1 IV	1.81	1.73	4990	-	3.49	-	0.13	-
197989	2.50	K0 III	0.76	1.77	4675	-	2.10	-	-0.18	-
198542	4.10	M0 III	-2.30	1.87	3870	-	1.44	-	-0.24	-
198809	4.60	G7 III	0.45	1.76	5100	-	2.56	-	-0.04	-
199345	5.50	K5 III	-0.84	1.87	3990	-	1.65	-	-0.17	-
199437	5.40	K1 III	-0.09	1.77	4540	-	2.68	-	-0.27	-
200905	3.70	K4,5 Ib	-4.07	1.83	4090	-	1.42	-	-0.45	-
203387	4.30	G8 III	0.18	1.82	5250	-	2.75	-	0.13	-
204075	3.70	G4 Ibp	-1.66	2.07	5220	-	1.55	-	-0.45	-
204867	2.90	G0 Ib	-3.47	2.16	5362	-	1.15	-	-0.05	-
205435	4.00	G8 III	1.07	1.75	5000	-	2.50	-	-0.10	-
206301	5.20	G2 IV	2.60	1.71	5682	70	3.98	0.1	-0.04	0.1
206778	2.40	K2 Ib	-4.19	2.12	4400	-	1.20	-	0.04	-
206952	4.50	K1 III	0.89	1.76	4570	-	2.66	-	0.04	-
209747	4.80	K4 III	0.32	1.87	4150	-	1.35	-	-0.03	-
209750	2.90	G2I b	-3.88	2.2	5250	-	1.15	-	0.10	-
210434	6.00	K0 III-IV	1.30	1.75	4928	50	3.00	0.25	0.09	0.09
210745	3.40	K1,5 Ib	-3.35	2.16	3900	-	0.75	-	0.28	-
211073	4.50	K3 III	-1.69	1.88	4075	-	0.75	-	-0.18	-
211388	4.10	K3 II-III	-2.28	1.94	4350	-	1.75	-	-0.12	-
214868	4.50	K3 III	-0.33	1.83	4440	-	2.32	-	-0.25	-
215167	4.70	K4 III	-1.18	1.83	4170	-	2.06	-	-0.23	-
216228	3.50	K0 III	0.76	1.77	4675	-	2.15	-	0.02	-
216446	4.70	K3 III	-0.22	1.81	4260	-	2.21	-	-0.19	-
217382	4.70	K4 III	-0.69	1.86	4070	-	1.78	-	-0.11	-
217906	2.40	M2,5 II-III	-1.49	1.85	3600	-	1.20	-	-0.11	-
218356	4.70	K0 Iab	-1.32	1.95	4250	-	1.20	-	-0.20	-
218452	5.30	K5 III	0.20	1.84	4100	-	1.91	-	-0.02	-
218594	3.70	K1 III	-0.60	1.81	4430	-	2.34	-	-0.24	-
219449	4.20	K0 III	0.95	1.78	4575	-	2.10	-	-0.03	-
219615	3.70	G9 III	0.68	1.74	4900	-	2.38	-	-0.44	-
220321	4.00	K0 III	0.48	1.78	4490	-	2.73	-	-0.40	-
220704	4.40	K4 III	-0.50	1.86	3980	-	1.66	-	-0.20	-
220954	4.30	K1 III	0.83	1.76	4625	-	1.95	-	-0.08	-
221148	6.90	K3 IIIvar	3.34	1.64	4450	-	2.45	-	0.11	-
221673	5.00	K4 III	-1.16	1.84	4110	-	2.00	-	-0.03	-
222574	4.80	G2Ib/II	-1.65	2.09	5478	-	1.80	-	0.05	-

Continúa en la siguiente pagina

Tabla E.1 – continuación de la pagina anterior

HD	V (mag)	Tipo Espectral Espectral	$M_V$ (mag)	$\log W_0(K)$ Km/s	$T_{eff}$ (°K)	$\delta T_{eff}$ (°K)	$\log g$ (cm/s <sup>-2</sup> )	$\delta \log g$ (cm/s <sup>-2</sup> )	[Fe/H] (Sol)	$\delta$ [Fe/H] (Sol)
223165	4.90	K1 III	1.26	1.81	4560	-	2.55	-	-0.09	-
100470	6.40	K0 III	0.81	1.77	4667	-	2.50	-	-0.40	-
100920	4.30	G9 III	0.61	1.74	4800	-	2.93	-	-0.34	-
102070	4.70	G8 III	-0.45	1.84	4870	-	2.57	-	-0.11	-
104979	4.10	G8 IIIa	0.52	1.76	4850	-	2.34	-	-0.25	-
107950	4.80	G6 III	-0.64	1.85	5030	-	2.61	-	-0.16	-
108225	5.00	G9 III	0.79	1.78	4980	-	3.12	-	-0.11	-
109379	2.70	G5 II	-0.51	1.86	5125	-	2.20	-	0.27	-
111028	5.70	K1 III-IV	2.40	1.65	4710	-	3.00	-	-0.40	-
113226	2.80	G8 III	0.37	1.79	4990	-	2.74	-	0.13	-
114946	5.30	G8 III/IV	2.38	1.61	5198	-	3.72	-	0.12	-
115004	4.90	K0 III	-1.08	1.85	4810	-	2.45	-	-0.08	-
115659	3.00	G8 III	-0.05	1.77	5025	-	2.60	-	0.06	-
116976	4.80	K1 IIICN	0.27	1.79	4550	-	2.00	-	0.01	-
117176	5.00	G4 V	3.68	1.63	5480	80	3.83	0.1	-0.11	0.05
117876	6.10	G8 III	0.32	1.77	4582	-	2.25	-	-0.50	-
123139	2.00	K0 IIIb	0.70	1.76	4980	-	2.75	-	0.03	-
125351	4.80	K0 III	0.63	1.78	4650	-	2.25	-	-0.03	-
127243	5.60	G3 IV	0.70	1.8	5350	-	3.50	-	-0.59	-
129312	4.90	G7 III	-1.38	1.83	4890	-	2.63	-	-0.18	-
129972	4.60	G8,5 III	0.40	1.78	4930	-	2.88	-	-0.10	-
129989	2.40	K0 II-III	-1.69	1.89	4800	-	2.20	-	0.36	-
131111	5.50	K0 III	1.53	1.73	4710	-	3.11	-	-0.29	-
135482	5.30	K0 III	-0.46	1.87	4520	-	2.77	-	0.03	-
135722	3.50	G8 III	0.69	1.75	4800	-	2.00	-	-0.26	-
138716	4.60	K1 IV	2.30	1.65	4730	-	3.20	-	-0.12	-
138905	3.90	K0 III	0.56	1.75	4700	-	3.01	-	-0.42	-
139195	5.30	K0 III CNs	0.97	1.74	5020	-	3.08	-	-0.17	-
139446	5.40	G8 III/IV	0.27	1.78	5080	-	2.93	-	-0.32	-
141680	5.20	G8 III	0.68	1.76	4700	-	3.02	-	-0.28	-
142091	4.80	K1 IVa	2.32	1.63	4800	-	3.37	-	-0.04	-
144608	4.30	G6/G8 III	-0.24	1.82	5200	-	2.10	-	0.27	-
145148	6.00	K1,5 IV	3.51	1.55	4768	50	3.40	0.25	-0.07	0.09
145328	4.80	K1 III-IV	2.03	1.65	4720	-	3.25	-	-0.20	-
146791	3.20	G9,5 IIIb	0.64	1.74	4850	-	2.44	-	-0.01	-
147677	4.80	K0 III	1.11	1.75	4910	-	2.98	-	-0.08	-
148387	2.70	G8 IIIb	0.58	1.71	4940	-	3.10	-	-0.21	-
148786	4.30	G8/K0 III	0.25	1.8	5130	-	2.81	-	0.08	-
148856	2.80	G7 IIIa	-0.50	1.83	4920	-	2.62	-	-0.27	-
150275	6.30	K1 III	0.87	1.73	4667	-	2.50	-	-0.50	-
150416	4.90	G8 II/III	-0.48	1.85	5060	-	2.00	-	0.04	-
150997	3.50	G7,5 IIIb	0.8	1.76	4925	-	2.21	-	-0.18	-
153210	3.20	K2 III	1.09	1.79	4560	-	2.62	-	-0.03	-
159966	5.10	K0 III	0.95	1.8	4680	-	2.78	-	-0.20	-
161096	2.80	K2 III	0.76	1.77	4475	-	1.70	-	0.00	-
163917	3.30	G9 III	-0.03	1.79	4875	-	2.45	-	0.16	-
165438	5.80	K1 IV	3.02	1.62	4862	50	3.40	0.25	0.02	0.09
165634	4.60	G7 IIIb	-0.59	1.83	5040	-	2.60	-	-0.20	-
165760	4.60	G8 III	0.33	1.75	4900	-	3.00	-	-0.10	-
166460	5.50	K2 III	-0.01	1.80	4410	-	2.43	-	-0.03	-
168322	6.10	G8,5 IIIb	0.98	1.75	4667	-	2.00	-	-0.40	-
168387	5.40	K2 III	2.15	1.71	4640	-	3.02	-	0.05	-
168656	4.90	G8 III	0.27	1.74	5020	-	3.07	-	-0.21	-
168723	3.30	K0 III-IV	1.84	1.70	4890	-	3.21	-	-0.42	-
169156	4.70	G9 IIIb	0.82	1.74	4920	-	2.98	-	-0.17	-
169414	3.80	K2 III	0.87	1.73	4450	-	2.67	-	-0.16	-
169916	2.80	K1 IIIb	0.95	1.73	4680	-	2.95	-	-0.20	-
175225	5.50	G9 IVa	3.43	1.65	5230	-	3.55	-	-0.01	-
175751	4.80	K2 III	0.82	1.76	4680	-	2.84	-	-0.11	-
176411	4.00	K1 III	0.65	1.77	4733	-	2.40	-	0.05	-
176524	4.80	K0 III	-0.30	1.80	4520	-	2.55	-	-0.12	-
177241	3.60	K0 III	0.61	1.78	4900	-	2.50	-	0.13	-

Continúa en la siguiente pagina

Tabla E.1 – continuación de la pagina anterior

HD	V (mag)	Tipo Espectral Espectral	$M_V$ (mag)	$\log W_0(K)$ Km/s	$T_{eff}$ (°K)	$\delta T_{eff}$ (°K)	$\log g$ (cm/s <sup>-2</sup> )	$\delta \log g$ (cm/s <sup>-2</sup> )	[Fe/H] (Sol)	$\delta$ [Fe/H] (Sol)
177463	5.40	K1 III	0.41	1.74	4460	-	2.65	-	-0.25	-
180711	3.10	G9 III	0.63	1.71	4820	-	2.98	-	-0.27	-
181276	3.80	G9 III	0.91	1.76	5000	-	2.95	-	-0.08	-
182572	5.20	G8 IV	4.27	1.61	5610	80	4.19	0.1	0.37	0.07
182762	5.20	K0 III	0.84	1.72	4820	-	3.01	-	-0.20	-
185351	5.20	G9 IIIbCN	2.13	1.69	4875	-	2.83	-	0.02	-
185958	4.40	G8 IIIa	-1.39	1.91	4825	-	2.25	-	0.02	-
186675	4.90	G7 III	0.23	1.80	4910	-	2.89	-	-0.14	-
188119	3.80	G8 III	0.59	1.77	5000	-	2.33	-	-0.18	-
188310	4.70	G9 IIIb	0.73	1.76	4640	-	2.88	-	-0.32	-
188376	4.70	G5 V	2.82	1.65	5419	-	3.72	-	-0.13	-
188512	3.70	G8 IV	3.03	1.58	5097	50	3.50	0.25	-0.27	0.09
188947	3.90	K0 III	0.74	1.77	4800	-	2.76	-	-0.09	-
189005	4.80	G5 III	-0.25	1.82	5060	-	2.78	-	-0.38	-
190360	5.70	G6 IV	4.72	1.58	5588	80	4.27	0.1	0.24	0.08
195564	5.60	G2,5 IV	3.74	1.55	5614	50	4.00	0.25	0.02	0.09
196574	4.30	G8 III	-1.04	1.87	5060	-	2.87	-	-0.13	-
196755	5.00	G5 IV	2.68	1.7	5510	50	3.60	0.25	-0.09	0.09
196787	5.50	G9 III	-0.35	1.76	4750	-	2.87	-	-0.17	-
197177	5.60	G8 IIb	-1.43	1.94	5150	-	2.30	-	0.64	-
198149	3.40	K0 IV	2.63	1.66	4950	-	3.41	-	-0.32	-
199870	5.50	K0 IIIbCN	1.00	1.78	4775	-	2.42	-	0.10	-
201381	4.50	G8 III	1.00	1.77	5010	-	2.94	-	-0.15	-
202109	3.20	G8 III	-0.12	1.77	4950	-	2.70	-	0.05	0.2
203344	5.60	K1 III	0.91	1.81	4680	-	2.62	-	-0.24	-
203504	4.10	K1 III	0.71	1.77	4650	-	2.69	-	-0.14	-
204381	4.50	K0 III	0.80	1.77	5060	-	3.01	-	-0.28	-
205512	4.90	K1 III	0.40	1.76	4625	-	1.95	-	-0.12	-
206453	4.70	G8 III	-0.03	1.75	4980	-	3.12	-	-0.20	-
210807	4.80	G7 II-III	-0.53	1.8	4950	-	2.84	-	-0.24	-
211391	4.20	G8 III	0.33	1.76	4968	50	2.40	0.25	0.15	0.09
212496	4.40	G8,5 IIIb	0.84	1.72	4710	-	2.97	-	-0.39	-
212943	4.80	K0 III	1.33	1.69	4630	-	2.85	-	-0.37	-
214376	5.00	K2 III	0.76	1.79	4580	-	2.71	-	0.14	-
215182	3.00	G2 II-III	-1.16	1.87	5150	-	2.40	-	0.39	-
215665	4.00	G8 Iab	-1.45	1.87	4750	-	1.75	-	-0.09	-
216131	3.50	G8 III	0.74	1.78	4950	-	2.50	-	-0.03	-
216640	5.60	K1 III	2.36	1.69	4500	-	2.67	-	0.03	-
218031	4.60	K0 IIIb	0.94	1.75	4670	-	2.78	-	-0.20	-
218240	4.50	G8 III	0.67	1.73	4900	-	3.10	-	-0.14	-
218658	4.40	G2 III	0.27	1.78	5160	-	2.85	-	0.01	-
219916	4.70	K0 III	0.70	1.74	5110	-	3.14	-	-0.07	-
221115	4.50	G7 III	0.86	1.77	4990	-	2.91	-	-0.03	-
221345	5.20	G8 III	0.80	1.76	4750	-	2.89	-	-0.36	-
222404	3.20	K1 IV	2.51	1.66	4810	-	3.00	-	0.04	-
222493	5.90	K0 III	0.56	1.79	4830	-	2.81	-	-0.02	-
222842	4.90	K0 III	0.65	1.73	4910	-	3.05	-	-0.16	-
223252	5.50	G8 III	0.73	1.76	4940	-	2.97	-	-0.11	-
224533	4.90	G9 III	0.70	1.73	4960	-	3.19	-	-0.13	-
101501	5.40	G8 V	5.41	1.47	5538	-	4.69	-	0.03	-
114710	4.30	F9,5 V	4.42	1.53	6006	70	4.30	0.1	-0.03	0.07
122742	6.30	G8 V	5.17	1.50	5537	80	4.43	0.1	-0.01	0.07
131156	4.50	G8 V	5.41	1.49	5500	-	4.60	-	-0.15	-
188512	3.70	G8 IV	3.03	1.66	5097	50	3.50	0.25	-0.27	0.09
190406	5.80	G1 V	4.56	1.54	5937	70	4.35	0.1	-0.01	0.07
192310	5.70	K3 V	6.00	1.45	4990	-	4.50	-	-0.08	-
222107	3.90	G8 III 1.75	1.71	4550	-	3.11	-	-0.43	-	-

---

---

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] Wilson O. C. Stellar Chromospheres. *Ed. Jordan, S. D., Avrett E. H. NASA SP 317* (1973):305.
- [2] Emerson D. Interpreting Astronomical Spectra. *Wiley* (1997).
- [3] Wilson O. C. Accuracy of absolute magnitudes derived from widths of H and K emission components. *Astrophys. J.* **130** (1959):499–506.
- [4] Pace G.; Pasquini L.; Ortolani S. The Wilson-Bappu effect: A tool to determine stellar distances. *Astron. Astrophys.* **401** (2003):997–1007.
- [5] Wilson O. C.; Bappu M. K. V. H and K emission in late-type stars: Dependence of line width on luminosity and related topic. *ApJ.* **125** (1957):661–684.
- [6] Wilson O. C. Widths of Ca II chromospheric emission lines as a measure of stellar luminosity. *PASP* **82** (1970):865–877.
- [7] Montes D.; Fernandez Figueroa M. J.; De Castro E.; Cornide M. The Wilson-Bappu effect and other Ca II H and K line parameters relationships in chromospherically active binaries. *Astron. Astrophys.* **285** (1994):609–620.
- [8] Wilson O. C. Distance of the Hyades and correlation between luminosity and Ca II emission-line widths. *PASP.* **79** (1967):46–56.
- [9] Weiler E.; Oegerle W. A Copernicus survey of Mg II emission in late-type stars. *ApJS* **39** (1979):537–547.
- [10] Scoville F.; Mena J. W. Recalibration of the Wilson-Bappu Effect Using the Singly Ionized Magnesium K Line. *PASP* **110** (1998):794–803.
- [11] McClintock W.; Henry R.; Moos H; Linsky J. Ultraviolet observations of cool stars. IV - Intensities of Lyman- $\alpha$  and Mg II in epsilon Pegasi and epsilon Eridani, and line width-luminosity correlations. *ApJ* **202** (1975):733–740.
- [12] Fosbury R. A. E. Stellar chromospheric velocity fields and the width luminosity relations. *Astron. Astrophys.* **27** (1973):129–141.
- [13] Stencel R. E. Emission lines in the wings of Ca II H and K. II - Stellar observations-Dependence of line width on luminosity and related topics. *ApJ* **215** (1977):176–187.

- [14] Stencel R. E. The Ca II V/R ratio and mass loss. *ApJ* **223** (1978):L37–L39.
- [15] Stencel R. E. The Wilson-Bappu effect 50 years later. *ASPC* **412** (2009):251–254.
- [16] Wall R; Shetrone M.; Stencel R. E. Distance Determination For High Luminosity Stars Using The Extended Wilson-Bappu Effect. *AAS* **41** (2010):253.
- [17] Reimers D. A study of Ca II K<sub>2</sub> and H<sub>α</sub> line Widths in late type stars. *Astron. Astrophys.* **24** (1973):79–87.
- [18] Neckel H. On a possible generalization of the Wilson-Bappu effect. *Astron. Astrophys.* **35** (1974):99–104.
- [19] Lutz T. E.; Pagel B. E. Dependence of the Wilson-Bappu effect on stellar atmospheric parameters. *MNRAS* **199** (1982):1101–1111.
- [20] Athay Grant R.; Skumanich A. Emission cores in H and K lines III. The Wilson-Bappu effect. *Astrophys. J.* **152** (1968):141–150.
- [21] Linsky J.; Avrett E. The solar H and K lines. *P.A.S.P* **82** (1970):169–248.
- [22] Scharmer G. B. The Wilson-Bappu effect as a result of supersonic turbulence. *Astron. Astrophys.* **53** (1976):341–345.
- [23] Ayres T. R.; Linsky J. L.; Shine R. A. The possible width-luminosity correlation of the Ca II K<sub>1</sub> and Mg K<sub>1</sub> features. *Astrophys. J.* **195** (1975):L121–L124.
- [24] Engvold O.; Rygh B. O. The possible width-luminosity correlation of the Ca II K<sub>1</sub> and Mg K<sub>1</sub> features. *Astron. Astrophys.* **70** (1978):399–407.
- [25] Ayres T. R. Chromospheric scaling laws, width-luminosity correlations, and the Wilson-Bappu effect. *Astrophys. J.* **228** (1979):509–520.
- [26] Glebocki R.; Stawikowski A. The intensity effect in the Wilson-Bappu relationship. *Astron. Astrophys.* **68** (1978):69–74.
- [27] Bielicz E.; Glebocki R.; Sikorski J. Influence of rotational broadening on the width of emission reversals of Ca II and Mg II resonant lines. *Astron. Astrophys.* **153** (1985):269–272.
- [28] Wallerstein G.; Machado Pelaez L.; Gonzalez G. The Ca II-M<sub>V</sub> correlation (Wilson-Bappu effect) calibrated by Hipparcos parallaxes. *PASP.* **111** (1999):335–341.
- [29] Cram L. E.; Krikorian R.; Jefferies J. T. Ca II emission from stellar chromospheres. *Astron. Astrophys.* **71** (1979):14–18.
- [30] Hoyle F.; Wilson O. C. Some theoretical aspects of H and K emission in late-type stars. *ApJ* **128** (1958):604–615.

- [31] Biermann L.. On the cause of chromospheric turbulence and UV excess of solar radiation. *Z. Astrophys.* **25** (1948):161–177.
- [32] Schwarzschild M. On noise arising from the solar granulation. *Astrophys. J.* **107** (1948):1–5.
- [33] Hummer D. G.; Rybicki G. Non LTE line formation with spatial variations in the Doppler width. *JQSRT.* **6** (1966):661–671.
- [34] Athay Grant R.; Skumanich A. Emission cores in H and K lines: The optically thick chromospheres. *SoPh.* **3** (1968a):181–203.
- [35] Athay Grant R.; Skumanich A. Emission cores in H and K lines: center to limb variation. *SoPh.* **4** (1968b):176–184.
- [36] Goldberg Leo. Turbulent velocities inferred from the H and K emission lines in stellar spectra. *Astrophys. J.* **126** (1957):318–321.
- [37] Boland B. C.; Engstrom S.; Jones B.; Wilson R. The heating of the solar corona: Observation of ion energies in the transition zone. *Astron. Astrophys.* **22** (1973):161–169.
- [38] Spitzer L. Jr. Physics of fully ionized gases. *John Wiley and sons inc.* (1967).
- [39] Harris D. L. Basic astronomical data. *Ed. K. Aa. Strand University of Chicago Press* (1963):263.
- [40] Kraft R. P. On the variation of the K<sub>2</sub> emission width as a function of absolute visual magnitude in the spectra of late-type stars. *AnAp* **22** (1959):164–176.
- [41] Cornide M. Fernández-Figueroa M.J. Montes D., De Castro E. in: Cool Stars, Stellar Systems, and the Sun, Eighth Cambridge Worksshop, Caillault J.P (ed.). *ASP Conf. Ser.* **64** (1994):444.
- [42] De Castro E.-Cornide M. Montes D., Fernández-Figueroa M.J. Excess H<sub>α</sub> emission in chromospherically active binaries. *Astron. Astrophys.* **294** (1995):165–176.
- [43] De Castro E.-Cornide M. Montes D., Fernández-Figueroa M.J. Excess H<sub>α</sub> emission in chromospherically active binaries: The spectroscopic survey. *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* **109** (1995):135–145.
- [44] Fernández-Figueroa M.J.-Cornide M. Montes D., De Castro E. Applications of the spectral subtraction technique to Ca II H and K and H<sub>ε</sub> lines in a sample of chromospherically active binaries. *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* **114** (1995):287–323.
- [45] De Castro E.-Cornide M. Montes D., Fernández-Figueroa M.J. Stellar Surface Structure. *IAU Symp. 176, Strassmeier K.* (1995):167.

- [46] Cornide M. De Castro E. Montes D., Fernández-Figueroa M.J. The behaviour of the excess Ca II H and K and H $\epsilon$  emissions in chromospherically active binaries. *Astron. Astrophys.* **312** (1996):221–233.
- [47] Fernández-Figueroa M.J. Lorente R. Montes D., Sanz-Forcada J. Simultaneous H $\alpha$ , Na I D<sub>1</sub>, D<sub>2</sub>, and He I D<sub>3</sub> observations of a flare on the RS CVn system UX Ari. *Astron. Astrophys.* **310** (1996):L29–L32.
- [48] Cayrel de Strobel G.; Soubiran C.; Ralite A. Catalogue of [Fe/H] determinations for FGK stars: 2001 edition. *Astron. Astrophys.* **373** (2001):159–163.
- [49] Glebocki R.; Stawikowski A. Catalog of projected rotational velocities. *Acta Astron.* **50** (2000):509–515.
- [50] T. E. Lutz. Measurement of K-line absolute magnitudes. *AJ.* **75** (1970):1007–1014.
- [51] Parsons S. B. A Large Spectral Class Dependence of the Wilson-Bappu Effect among Luminous Stars. *PASP.* **113** (2001):188–194.
- [52] Scoville F.; Mena-Werth J. Recalibration of the Wilson-Bappu effect using the singly ionized Magnesium k line. *PASP.* **110** (1998):794–803.