



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

PROPUESTA INTEGRADORA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO EN ESTUDIANTES CON DISCAPACIDAD INTELECTUAL

César Augusto Osorno Monsalve

**Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Maestría Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales
Medellín, Colombia
Junio 2014**

PROPUESTA INTEGRADORA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO EN ESTUDIANTES CON DISCAPACIDAD INTELECTUAL

César Augusto Osorno Monsalve

Trabajo de investigación presentado como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales.

Director:

Magíster Wilson Alonso Piedrahita Restrepo

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Maestría Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Medellín, Colombia

Junio 2014

*A mi madre, ejemplo de perseverancia,
fe y amor; quien siempre ha estado
conmigo en los buenos y malos
momentos, para apoyarme y guiarme;
no dejó que me diera por vencido y me
enseñó a luchar hasta el final.*

Agradecimientos

A mi amigo y asesor Wilson Alonso Piedrahita Restrepo por el acompañamiento en mi proceso de formación profesional y personal.

A mi esposa Elizabeth por ser mi apoyo constante, mi mano derecha, mi amiga y compañía incondicional.

A todos mis maestros que han permitido que me interese cada día por avanzar académicamente

Resumen

El presente documento identifica avances en el desarrollo del pensamiento geométrico, mediante el estudio de algunos cuerpos geométricos, en 4 jóvenes con discapacidad intelectual del grado sexto de la Institución Educativa de carácter oficial Pedro Luis Villa, ubicada en el municipio de Medellín. Esta iniciativa surge como respuesta a la necesidad latente sobre el reconocimiento de los procesos de aprendizaje de la geometría en estudiantes con algún tipo de discapacidad, además de configurar una intervención de aula intencionada e integradora con estrategias inclusivas que permitan que todas las personas tengan posibilidad de desarrollarse en un contexto social académico real.

Palabras claves:

Pensamiento geométrico, discapacidad intelectual, inclusión, cuerpos geométricos, aprendizaje de la geometría.

Abstract

This research project aims to identify progress in the development of geometric thinking, especially with the study of some geometric bodies in 4 young people with intellectual disabilities in the sixth grade of School Pedro Luis Villa official character of the town of Medellin, without neglecting the overall process with the entire group of students. This initiative is a response to the loss on the recognition of the learning processes of mathematics in students with disabilities need.

The importance of this project as a contribution to mathematics education, focuses on intervention set intentionally and inclusive classroom inclusive strategies that allow everyone to have a chance to develop into a real academic social context.

Keywords:

Geometric thinking, intellectual disability, inclusion, geometric shapes, mathematical education.

Tabla de contenido

Resumen.....	VI
Abstract	VII
1. Introducción.....	13
2. Objetivos	15
3. Marco Teórico	16
3.1 La educación, un concepto actual o de tradición.....	17
3.2 Dificultades de aprendizaje: ¿Dificultad u oportunidad?	19
3.3 El retraso mental o discapacidad intelectual	20
3.4 Apuntes sobre la educación matemática	25
3.5 ¿Por qué enseñar geometría en la escuela?	26
3.6 Procesos cognitivos en el desarrollo del pensamiento geométrico	28
3.6.1 Visualización	30
3.6.2 Razonamiento.....	33
3.6.3 Construcción	34
3.7 Modelo de Van Hiele para el desarrollo del pensamiento geométrico.....	35
3.8 Cuerpos geométricos	38
4. Estado del arte	42
5. Diseño metodológico	46
5.1 Tipo de investigación	47
5.2 Unidades de análisis.....	48
5.3 Diseño y aplicación de la secuencia didáctica.....	49
5.4 Técnicas para recoger la información	54

5.5 Criterios y procedimiento de análisis.....	57
6. Análisis de resultados.....	60
6.1 Análisis de resultados del grupo en general.....	60
6.2 Análisis de resultados de los estudiantes con discapacidad intelectual.....	66
6.3 Representación integral de los avances obtenidos por los sujetos en estudio.....	78
7. Conclusiones.....	80
8. Limitaciones de la investigación	81
9. Recomendaciones.....	82
10. Bibliografía	84

Lista de gráficas

Gráfica 3.1 Esquema de la investigación.....	16
Gráfica 3.8.1 Poliedros regulares	38
Gráfica 3.8.2 Sólidos de Kepler-Poinsot	39
Gráfica 3.8.3 Pirámides	39
Gráfica 3.8.4 Bpirámides	40
Gráfica 3.8.5 Prismas	40
Gráfica 3.8.6 Antiprismas	40
Gráfica 3.8.7 Cuerpos redondos.....	41
Gráfica 5.1 Diseño Metodológico.....	46
Gráfica 6.1.1 Ruta de análisis de los resultados	59
Gráfica 6.1.2 Comparación de los resultados prediseño-posdiseño del subproceso IRS..	62
Gráfica 6.1.3 Resultados del subproceso IRS	63
Gráfica 6.1.4 Comparación de los resultados prediseño-posdiseño del subproceso PV...	64
Gráfica 6.1.5 Resultados del subproceso PV	65
Gráfica 6.2.1 Maqueta realizada por el equipo de Venus	67
Gráfica 6.2.2 Maqueta realizada por el equipo de Mercurio.....	70
Gráfica 6.2.3 Maqueta realizada por el equipo de Júpiter.....	73
Gráfica 6.2.4 Maqueta realizada por el equipo de Tierra	77
Gráfica 6.3.1 Avances general de los estudiantes con DI.....	79

Lista de tablas

Tabla 5.3 Actividades según las fases para el aprendizaje.....	53
Tabla 6.2.1 Resultados actividad 5 Venus.....	68
Tabla 6.2.2 Resultados prediseño - posdiseño Venus.....	68
Tabla 6.2.3 Resultados actividad 5 Mercurio.....	71
Tabla 6.2.4 Resultados prediseño - posdiseño Mercurio.....	71
Tabla 6.2.5 Resultados actividad 5 Júpiter.....	74
Tabla 6.2.6 Resultados prediseño - posdiseño Júpiter.....	74
Tabla 6.2.7 Resultados actividad 5 Tierra.....	77
Tabla 6.2.8 Resultados prediseño - posdiseño Tierra.....	78

Lista de anexos

Anexo A: Análisis general prediseño	87
Anexo B: Análisis General posdiseño.....	88
Anexo C: Gráfica general prediseño.....	89
Anexo D: Gráfica general posdiseño	89
Anexo E: Análisis general actividad 5.....	90
Anexo F: Prediseño - Posdiseño	91
Anexo G: Actividad 5: Tiene forma de:	96

1. Introducción

Los estándares básicos de competencias en matemáticas propuestos por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN), son la guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden en el contexto escolar, es decir, son referentes que permiten evaluar los niveles de desarrollo de las competencias que van alcanzando los y las estudiantes en el transcurrir de su vida escolar. Sin embargo el MEN no define si estas capacidades son las esperadas para todos los estudiantes sin importar sus ritmos de aprendizaje, lo cual no favorece el proceso de evaluación integral; debido a que las múltiples dificultades en el aprendizaje que cotidianamente se encuentran en las aulas de clase (entre las cuales están las dificultades auditivas, visuales, motoras, de lenguaje, el trastorno por déficit de atención con hiperactividad (TDAH), el autismo y el retardo mental o discapacidad intelectual), son un reto para un buen desempeño de la labor docente en Colombia. Si anteponemos la idea que los estudiantes aprenden de formas diferentes y constantemente se crea la necesidad de idear nuevas estrategias de enseñanza para contribuir a que se aprenda lo que se les quiere enseñar, se debe tener aún más presente que cada dificultad en el aprendizaje debe tratarse de forma particular para

cumplir con los estándares mínimos establecidos inicialmente para estudiantes sin dificultades.

Con base en la necesidad latente sobre el reconocimiento de los procesos de aprendizaje de las matemáticas en estudiantes con algún tipo de discapacidad, surge la siguiente pregunta: ***¿Qué estrategias de enseñanza integradoras permiten identificar avances en el desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes con discapacidad intelectual, a partir del reconocimiento de los poliedros y cuerpos redondos?***

De las diferentes dificultades de aprendizaje diagnosticadas en el grado sexto de la Institución Educativa Pedro Luis Villa, de 39 estudiantes, 19 estudiantes presentan diagnóstico etiológico, discriminadas de la siguiente manera: 7 con TDAH, 6 con discapacidad intelectual (retardo) y 5 con dificultades de lenguaje; se tomó una muestra de esta población (los estudiantes con discapacidad intelectual) y se realizó una intervención de carácter didáctico en el componente geométrico-métrico, la cual permitió generar y caracterizar avances en el proceso cognitivo de visualización. Lo anterior, exigió el diseño de estrategias que permitieron verificar si con la intervención se lograba que los demás estudiantes involucrados en el proceso también presentaran avances significativos en el desarrollo del pensamiento geométrico.

La importancia de esta propuesta como aporte a la educación matemática, se centra en configurar una intervención de aula intencionada e integradora con estrategias inclusivas que permitan que todas las personas que interactúan en esta, sea que posean discapacidad cognitiva o no, tengan posibilidad de desarrollarse en un contexto social académico real que los acoja a todos.

2.Objetivos

2.1 Objetivo General

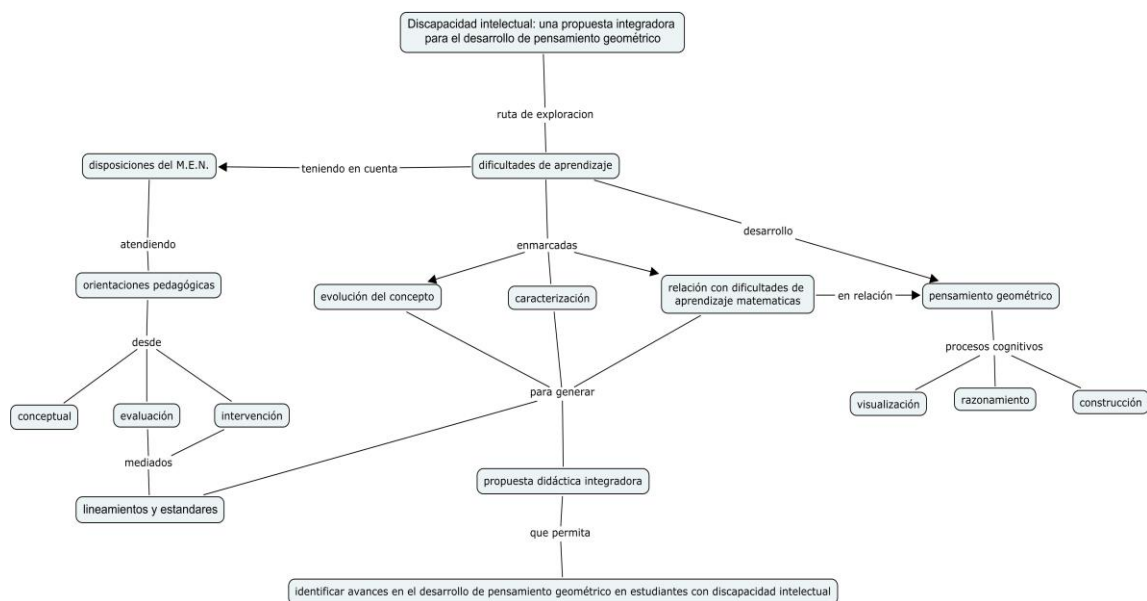
- Validar una estrategia de intervención didáctica integradora que permita caracterizar avances en el desarrollo del pensamiento geométrico de estudiantes con discapacidad intelectual, mediante el reconocimiento de cuerpos geométrico.

2.2 Objetivos específicos:

- Clasificar estrategias didácticas exitosas que permiten desarrollar pensamiento geométrico en los estudiantes con discapacidad intelectual.
- Diseñar una estrategia de intervención didáctica orientada por el modelo de van Hiele, para la enseñanza de los poliedros y cuerpos redondos en el grado quinto de educación básica.
- Caracterizar los avances alcanzados por los estudiantes con discapacidad intelectual en la identificación de los cuerpos geométricos de su entorno y compararlos con los avances de los estudiantes compañeros de aula que no tienen diagnóstico de discapacidad intelectual.

3. Marco teórico

El esquema que se presentará a continuación, permitió orientar la ruta de exploración teórica que sustenta el desarrollo de la investigación, la cual partió en primera instancia con el reconocimiento de algunas de las dificultades de aprendizaje, hasta focalizar la atención en la discapacidad intelectual y las disposiciones que propone el MEN para el tratamiento de ésta, mediante orientaciones pedagógicas tendientes al desarrollo del concepto y la forma de intervenirla, para luego reconocer de qué manera incide en el aprendizaje de las matemáticas, especialmente en el desarrollo del pensamiento geométrico y sus procesos cognitivos. Finalmente se generó una propuesta didáctica integradora mediada por los lineamientos curriculares y estándares básicos de competencias en matemáticas, que permitió identificar avances en el desarrollo de pensamiento geométrico en estudiantes con discapacidad intelectual.



Gráfica 3.1 Esquema de la investigación.

3.1 La educación, un concepto actual o de tradición

El concepto de educación es intrínseco de la cultura, sin embargo a través del tiempo han surgido cambios concernientes a su sentido, es decir, a las respuestas de las preguntas: para qué se quiere educar y cuáles son los procesos para hacerlo. La búsqueda continua de estas respuestas hace emerger cambios estructurales de forma y de fondo, los cuales deben permitir transformaciones de acuerdo con la situación social, política y económica del país. Actualmente en Colombia encontramos algunas definiciones a este concepto expuestas en documentos emanados por las entidades gubernamentales:

- Constitución Política de Colombia

Artículo 67: “La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social: con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica y a los demás bienes y valores de la cultura” (1991:27)

- **Nueva Ley General de Educación** (Ministerio Educación Nacional)

“**Educación** es un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y deberes.” (2002: 49)

En estas definiciones propuestas por los entes que rigen el proceso educativo en el país, se puede evidenciar que el centro de este proceso es la persona, y debido a ello es menester fijar la mirada en el desarrollo personal en contextos sociales que involucran la familia, la comunidad y el entorno cercano, con el fin de comenzar una verdadera revolución de la buena ciudadanía, donde el respeto por el otro, por la diferencia y por la vida, sean pilares que permitan construir una visión crítica, participativa y propositiva que posibiliten avanzar hacia el logro de mejores condiciones de vida.

Es indispensable por parte de los docentes, tener claro cuál es el eje central de la educación, y aplicar en la práctica pedagógica, estrategias que no solo permitan el crecimiento intelectual de los estudiantes, sino que los forme como buenos ciudadanos. Docentes que reconozcan una educación centrada en el ser, y que a partir de estrategias de enseñanza para un aprendizaje profundo, no se confundan más en los escenarios educativos, el aprendizaje con la repetición de información transmitida del docente al estudiante. Por lo anterior, es necesario preguntarse cómo están aprendiendo los estudiantes hoy, debido a que no se puede desarticular el contexto en el que se está educando (el ahora), el cual, de acuerdo a como se asuma, puede potencializarse para que el aprendizaje se desarrolle a profundidad.

En consecuencia, se hace necesario revisar la forma como se están enseñando las matemáticas y los resultados que se están obteniendo en el producto final, concerniente a los aprendizajes.

Posibilitar que los estudiantes desarrollen un aprendizaje a profundidad proporciona herramientas para enfrentarse a contextos cotidianos en los cuales deben ser partícipes en la toma de decisiones en un momento determinado, esto es un forma de llevar a la práctica lo que en el contexto educativo se potencializa con el aprendizaje a profundidad de los procesos que se utilizan para enfrentar una situación problema, en la que se tienen diferentes datos y opciones para enfrentarse a ella; en la que se utilizan métodos como el ensayo- error, entre otros, para identificar no necesariamente el mejor o más ágil procedimiento para solucionar la situación, sino el más eficiente. En ese sentido, el maestro como eje vital de la escuela, se ve en la obligación de liderar una revolución en sus prácticas, para centrar la atención en el desarrollo del aprendizaje a profundidad.

3.2 Dificultades de aprendizaje: ¿dificultad u oportunidad?

Se debe entender que las diferencias son la razón de ser de los seres humanos y que en el campo educativo existen alternativas pedagógicas para cada forma de aprender; el reto es, ver en la diferencia, la posibilidad de crecer y generar una nueva cultura de respeto y de valoración hacia las personas con algún tipo de dificultad de aprendizaje.

Según Carmenza Salazar, citada por el MEN (2006), la forma como denominamos a las personas con dificultades de aprendizaje, da vida, de forma inconsciente, a ciertos mitos existentes en torno a ellas; por ejemplo según el tipo de diagnóstico que posea la persona, son consideradas como eternos niños porque siempre necesitarán un cuidado especial, son personas dependientes de la aprobación del adulto para tomar decisiones o son incapaces de aprender y obtener una imagen o reconocimiento ante la sociedad.

La tendencia a subvalorar las capacidades de personas con discapacidad intelectual, hace que desde nuestro quehacer diario (y esto incluye a los padres) no propiciemos conductas de independencia y autonomía acordes con su edad. Cambia la talla de los zapatos y vestidos pero no la de las responsabilidades que se deben ir asumiendo.

Para el MEN (2006), uno de los grandes errores cuando se pretende educar a personas con discapacidad intelectual, tiene que ver con la aplicación de estrategias de la infancia para manejar pre-adolescentes y adolescentes. Consideramos que su pensamiento no evoluciona y nos queda la duda de la transición de operaciones concretas a operaciones formales; el docente corre el riesgo de asumir dos posiciones extremas: la primera es aferrarse al mito de que no pueden aprender, bajando las expectativas y los niveles de exigencia, limitando al estudiante a actividades de colorear, picar y recortar, haciendo planas interminables o participando en actividades lúdicas; la segunda es tratar de

nivelarlo de acuerdo con las exigencias de los grados escolares, lesionando de algún modo su autoestima al confrontarlo con actividades superiores a sus capacidades.

Surgen como una necesidad las adaptaciones basadas en los estándares curriculares y objetos de enseñanza funcionales, dejando de lado contenidos que no tienen impacto en su vida. Si no se definen con anterioridad unas metas que orienten el proceso educativo con estos estudiantes en el contexto de la Educación Formal, se corre el riesgo de perderse y de terminar en actividades por pasar el tiempo, con grave impacto para el proyecto de vida de estas personas.

La revisión de estos desafíos cobra significado cuando se establece la postura institucional frente al ser humano que queremos formar y que es coherente con la tendencia en derechos humanos. Se debe partir de la valoración del ser humano, creyendo en sus potenciales como la garantía para recorrer nuevos caminos e implementar estrategias poco exploradas en la atención educativa.

3.3 El retraso mental o discapacidad intelectual

Para el MEN es su publicación *Orientaciones pedagógicas para la atención educativa a estudiantes con discapacidad cognitiva (2006)*, el concepto de retraso mental es una de las denominaciones diagnósticas más antiguas con la que se calificaban a todas aquellas personas que presentaban dificultades en la adaptación al medio, por alteraciones en el funcionamiento neurológico

El MEN (2006) plantea que el retraso mental como categoría diagnóstica, abarca una serie bastante amplia de síntomas y manifestaciones de tipo comportamental, adaptativo y de desempeño, que complejiza tanto el proceso de identificación como el de intervención. Por ello, la neurobiología, la psicología, las ciencias del desarrollo y el

comportamiento, han tratado durante años de identificar componentes básicos que permitan caracterizar éste cuadro clínico y establecer con claridad patrones de evaluación y atención oportuna; pero todos los esfuerzos han resultado parcialmente admisibles, pues se trata de un ejercicio en el que juegan un sin fin de variables, concepciones, actitudes y prácticas; sin mencionar los aspectos éticos y los procesos de intervención que impiden tomar decisiones que perduren y tengan trascendencia en la calidad de vida de estas personas.

Según Correa, citado por el MEN (2006), los organismos responsables de mantener la vigencia frente a los enfoques que explican el retraso mental, han venido presentando cambios en los elementos necesarios para definir el concepto, esto con la intención de mantener actualizados los componentes que tradicionalmente lo han conformado y que se refieren básicamente a los medios y técnicas de valoración diagnóstica, tanto como a los procedimientos de intervención y apoyos que se sugieren a partir de esos diagnósticos.

Una de las instancias de mayor nivel de representatividad en materia de retraso mental la constituye la Asociación Americana de Retraso Mental (AAMR), una entidad de trayectoria en la investigación de aspectos conceptuales y prácticos relacionados con el retraso mental. Sus últimas declaraciones y actualizaciones, definen el retraso mental como “una discapacidad caracterizada por limitaciones significativas tanto en el funcionamiento intelectual como en conducta adaptativa, expresada en habilidades adaptativas, conceptuales, sociales y prácticas. Esta discapacidad se origina con anterioridad a los 18 años” (AAMR, 2002)

Desde el análisis de la definición de discapacidad intelectual de la AAMR de 2002 realizado por Alonso (2003), se analiza la evolución del término “retraso mental”, al de “discapacidad intelectual”. El cual plantea que “la principal razón para sugerir un cambio en la terminología se deriva del carácter peyorativo del significado de retraso mental que,

además, reduce la comprensión de las personas con limitaciones intelectuales a una categoría diagnóstica. La discapacidad intelectual debe concebirse hoy desde un enfoque que subraye en primer lugar a la persona como a cualquier otro individuo de la sociedad”

Alonso (2003) plantea que muchos países europeos utilizan actualmente el término de discapacidad intelectual desde hace años (salvo el Reino Unido donde se utiliza el término de dificultades de aprendizaje), y la principal asociación científica internacional, la Asociación Internacional para el Estudio Científico de la Discapacidad intelectual (IASSID; International Association for the Scientific Study of Intellectual Disabilities), lo incluye en su propio nombre desde hace unos cuantos años. Además, la nueva Clasificación Internacional de la Discapacidad de la Organización Mundial de la Salud (2001) coherente con las nuevas concepciones y teorías, propone también el uso del término discapacidad intelectual.

No es objetivo de este trabajo discutir a profundidad cual es el término más preciso para nombrar este tipo de manifestación cognitiva, sino el de revisar cómo se pueden desarrollar dimensiones propias del ser humano en las personas con discapacidad intelectual.

Alonso (2003) en el documento *análisis de la definición de discapacidad intelectual de la Asociación Americana sobre Retraso Mental 2002*, propone tener en cuenta las siguientes dimensiones:

Dimensión I: Habilidades Intelectuales

La inteligencia se considera una capacidad mental general que incluye "razonamiento, planificación, solucionar problemas, pensar de manera abstracta, comprender ideas complejas, aprender con rapidez y aprender de la experiencia" (Luckasson y cols. 2002,

p. 40). Este planteamiento tiene relación con el estado actual de la investigación propuesta por Alonso (2003), la cual plantea que la mejor manera de explicar el funcionamiento intelectual es por un factor general de la inteligencia. Y ese factor va más allá del rendimiento académico o la respuesta a las pruebas para referirse a una "amplia y profunda capacidad para comprender nuestro entorno". Hay que tener en cuenta que la medición de la inteligencia tiene diferente relevancia según se haga con una finalidad diagnóstica o clasificatoria.

Dimensión II: Conducta adaptativa (conceptual, social y práctica)

La conducta adaptativa se entiende como "el conjunto de habilidades conceptuales, sociales y prácticas aprendidas por las personas para funcionar en su vida diaria" (Luckasson y cols. 2002, p. 73). Las limitaciones en la conducta adaptativa afectan tanto a la vida diaria como a la habilidad para responder a los cambios en la vida y a las demandas ambientales.

Dimensión III: Participación, Interacciones y Roles Sociales

Mientras que las otras dimensiones se centran en aspectos personales o ambientales, en este caso el análisis se dirige a evaluar las interacciones con los demás y el rol social desempeñado, destacando así la importancia que se concede a estos aspectos en relación con la vida de la persona. La participación se evalúa por medio de la observación directa de las interacciones del individuo con su mundo material y social en las actividades diarias. Un funcionamiento adaptativo del comportamiento de la persona se da en la medida en que está activamente involucrado (asistiendo a, interaccionando con, participando en) con su ambiente. Los roles sociales (o estatus) se refieren a un conjunto de actividades valoradas como normales para un grupo específico de edad y pueden referirse a aspectos personales, escolares, laborales, comunitarios, de ocio, espirituales, o de otro tipo.

Dimensión IV: Salud (salud física, salud mental, etiología)

La salud es entendida como un "estado de completo bienestar físico, mental y social". El funcionamiento humano está influido por cualquier condición que altere su salud física o mental; por eso cualesquiera de las otras dimensiones propuestas queda influenciada por estos aspectos. Asimismo, los efectos de la salud física y mental sobre el funcionamiento de la persona pueden oscilar desde muy facilitadores a muy inhibidores. Por otro lado, los ambientes también determinan el grado en que la persona puede funcionar y participar, y pueden crear peligros actuales o potenciales en el individuo.

Dimensión V: Contexto (ambientes y cultura)

Esta dimensión describe las condiciones interrelacionadas en las cuales las personas viven diariamente. Se plantea desde una perspectiva ecológica que cuenta al menos con tres niveles diferentes: a) Microsistema: el espacio social inmediato, que incluye a la persona, familia y a otras personas próximas; b) Mesosistema: la vecindad, comunidad y organizaciones que proporcionan servicios educativos o de habilitación o apoyos; y c) Macrosistema o megasistema; que son los patrones generales de la cultura, sociedad, grandes grupos de población, países o influencias sociopolíticas. Los distintos ambientes que se incluyen en los tres niveles pueden proporcionar oportunidades y fomentar el bienestar de las personas.

Las cinco dimensiones propuestas abarcan aspectos diferentes de la persona y el ambiente con vistas a mejorar los apoyos que permitan a su vez un mejor funcionamiento individual.

3.4 Apuntes sobre la educación matemática

El MEN en los *lineamientos curriculares de matemáticas* (1998), plantea que el conocimiento matemático en la escuela es considerado como una actividad social que debe tener en cuenta los intereses y la afectividad del niño y del joven. Como toda tarea social debe ofrecer respuestas a una multiplicidad de opciones e intereses que permanentemente surgen y se entrecruzan en el mundo actual.

Respecto a las relaciones existentes entre cultura y matemáticas, el MEN (1998) identifica numerosas investigaciones que se han ocupado de ellas, algunas se han centrado en la relación entre cultura y aprendizaje. Como resultado de estas investigaciones, se reconoce hoy el contexto cultural como elemento importante que puede proveer al individuo de aptitudes, competencias y herramientas para resolver problemas y para representar las ideas matemáticas, lo que explica que una determinada cultura desarrolle más significativamente unas u otras ramas de la matemática, sin querer esto decir desde luego que la aptitud matemática sea privilegio de una cultura o grupo.

Como una consecuencia fundamental de esta perspectiva cultural, según el MEN (1998) la educación matemática debería conducir al estudiante a la apropiación de los elementos de su cultura y a la construcción de significados socialmente compartidos, desde luego, sin dejar de lado los elementos de la cultura matemática universal construidos por el hombre a través de la historia durante los últimos seis mil años.

Para el MEN (1998), en la década de los ochenta se empezó a rescatar el valor de lo empírico y de lo intuitivo en los procesos de construcción del conocimiento matemático en la escuela. Esto ha llevado a involucrar significativamente la manipulación y la experiencia con los objetos que sirven de apoyo a los procesos de construcción sin restar

importancia desde luego a la comprensión y a la reflexión, que posteriormente deben conducir a la formalización rigurosa.

Es importante resaltar el valor que el MEN (1998) le da al conocimiento matemático, el cual propone que éste no se genera de modo rápido y acabado, porque todo proceso de aprendizaje es lento y nunca está totalmente concluido; desde el documento se plantea también que la red de relaciones entre conceptos y estructuras matemáticas es prácticamente inagotable, permite generar continuamente nuevos procedimientos y algoritmos; no es posible pues, dar por terminado el dominio de ningún concepto en un breve período de tiempo, ni pretender que se logre automáticamente una conexión significativa entre un conocimiento nuevo y aquellos conocimientos previamente establecidos.

La tarea del educador matemático conlleva entonces una gran responsabilidad, puesto que las matemáticas son una herramienta intelectual potente, cuyo dominio proporciona privilegios y ventajas intelectuales. El papel del docente, debe ser el de propiciar una atmósfera cooperativa que conduzca a una mayor autonomía de los alumnos frente al conocimiento. Es así, como enriqueciendo el contexto deberá crear situaciones problemáticas que permitan al alumno explorar problemas, construir estructuras, plantear preguntas y reflexionar sobre modelos; estimular representaciones informales y múltiples y, al mismo tiempo, propiciar gradualmente la adquisición de niveles superiores de formalización y abstracción; diseñar además situaciones que generen conflicto cognitivo teniendo en cuenta el diagnóstico de dificultades y los posibles errores.

3.5 ¿Por qué enseñar geometría en la escuela?

La geometría aparece en los currículos de educación matemática con un renovador vigor, sin embargo en muchos casos, éste no se transmite en su enseñanza en las aulas.

La continua postergación que sufre esta rama de las matemáticas en las escuelas, en favor de la enseñanza de otros tópicos de la aritmética en primaria o de la aritmética y el álgebra en secundaria, no permiten que los estudiantes consoliden un conocimiento geométrico que permita el desarrollo de sus procesos cognitivos propios, debido a que los contenidos geométricos trabajados a lo largo del proceso escolar son escasos, sin grandes cambios en su extensión y complejidad y, por lo tanto, en los niveles de conceptualización de los mismos por parte de los alumnos (Bressan, 2000).

Varios motivos podrían dar cuenta de los hechos mencionados, pero se considerarán dos como de especial relevancia:

El primero tiene que ver con la falta de conciencia de los docentes de los usos de la geometría en la vida cotidiana y de las habilidades que ella desarrolla por su naturaleza intuitiva-espacial y lógica; el otro aspecto es la inseguridad manifiesta que poseen los docentes en el dominio de conceptos y procedimientos en esta rama de la matemática.

Por lo anterior, es necesario hacer seguimiento a la forma como se está abordando la enseñanza de la geometría en las aulas de clase y posibilitar espacios de capacitación, encuentro y discusión frente a esta disciplina debido a la importancia que tiene en el desarrollo de habilidades en los estudiantes, ya que la geometría ha sido considerada como uno de los pilares fundamentales de formación académica y cultural, dada su aplicación en diversos contextos.

La geometría, por su mismo carácter de herramienta para interpretar, entender y apreciar un mundo que es eminentemente geométrico, constituye una importante fuente de modelación y un ámbito por excelencia para desarrollar el pensamiento espacial y procesos cognitivos de nivel superior y, en particular, formas diversas de argumentación. Desde esta perspectiva, los énfasis en el hacer matemático escolar estarían en aspectos

como: el desarrollo de la percepción espacial y de las intuiciones sobre las figuras bi y tridimensionales; la comprensión y uso de las propiedades de las figuras y las interrelaciones entre ellas así como del efecto que ejercen sobre ellas las diferentes transformaciones; el reconocimiento de propiedades, relaciones e invariantes a partir de la observación de regularidades que conduzca al establecimiento de conjeturas y generalizaciones, al análisis y resolución de situaciones problema que propicien diferentes miradas desde lo analítico, desde lo sintético y lo transformacional (MEN, Lineamientos curriculares de matemáticas, 1998).

En cuanto a la medida se refiere, el MEN (1998) propone que los énfasis están en comprender los atributos medibles (longitud, área, capacidad, peso, etc.) y su carácter de invarianza; dar significado al patrón y a la unidad de medida, y a los procesos mismos de medición; desarrollar el sentido de la medida (que involucra la estimación) y las destrezas para medir; involucrar significativamente aspectos geométricos como la semejanza en mediciones indirectas y los aspectos aritméticos fundamentalmente en lo relacionado con la ampliación del concepto de número. Es decir, el énfasis deberá estar en el desarrollo del pensamiento métrico.

Es indudable que la geometría es una parte fundamental de la cultura del hombre. Resulta difícil encontrar contextos en los que la geometría no aparezca de forma directa o indirecta, razón por la cual se hace necesario involucrarla en la cotidianidad del aula.

3.6 Procesos cognitivos en el desarrollo del pensamiento geométrico

Según Acosta (2012), los procesos cognitivos son procesos estructurales inconscientes que derivan de experiencias del pasado, facilitan la interpretación del estímulo y afectan la dirección de conductas futuras, existiendo esquemas para distintas situaciones.

Esta autora plantea que los principales procesos cognitivos inherentes a la naturaleza humana maduran de manera ordenada en el desarrollo humano y las experiencias pueden acelerar o retardar el momento en que estos hagan su aparición, llevando finalmente al complejo proceso denominado aprendizaje, el cual se desarrolla desde los datos aportados por los sentidos, o datos de entrada, pasando por todas las etapas internas de elaboración y almacenamiento para su eventual utilización posterior, la psicología ha descrito una serie de etapas interdependientes que definen diferentes momentos de procesamiento. Estas etapas pueden agruparse para efectos de su estudio, en procesos cognitivos simples, y procesos cognitivos superiores, los cuales son:

Procesos cognitivos básicos o simples: sensación, percepción, memoria, atención y concentración.

Procesos cognitivos superiores o complejos: pensamiento, lenguaje e inteligencia.

Particularmente, desde la geometría se desarrollan tres procesos cognitivos: la visualización, el razonamiento y la construcción, caracterizados por Torregrosa y Quesada (2007) a partir de la teoría cognitiva de Duval.

“La definición y caracterización de los procesos de visualización y razonamiento es un avance en esta línea del conocimiento, ya que separa la acción cognitiva (proceso) de las distintas representaciones e imágenes mentales. En particular consideramos que la caracterización de los procesos de visualización y razonamiento, al igual que el estudio de su coordinación como puerta de entrada hacia el razonamiento deductivo, resulta de gran importancia para resolver problemas geométricos (Duval, 1998)”

3.6.1 Visualización

Gutiérrez (1996) sugiere que la visualización está constituida por cuatro elementos a saber: Imágenes mentales, representaciones externas, procesos de visualización y habilidades de visualización. Para este autor una imagen mental es *cualquier clase de representación cognitiva de un concepto matemático o propiedad por medio de elementos visuales o espaciales*; una representación externa es *cualquier clase de representación gráfica de conceptos o propiedades incluyendo dibujos, bosquejos, diagramas, etc. que ayuda a crear o transformar imágenes mentales y a hacer razonamiento visual*; un proceso de visualización es *una acción mental o física en donde las imágenes mentales están involucradas*; las habilidades de visualización son *aquellas que los individuos deben adquirir y perfeccionar para interpretar los procesos necesarios con imágenes mentales en la resolución de un problema*.

Citado por Gualdrón, Bishop (1983) planteó dos clases diferentes de habilidades espaciales que considera de crucial importancia:

- La habilidad para interpretar información figurativa (IFI): Involucra el conocimiento de convenciones y “vocabulario” espacial usado en el trabajo geométrico, gráficas, tablas, y diagramas de todos los tipos [...] e [...] incluye la “lectura” e interpretación de éstas.
- La habilidad para el procesamiento visual (VP): Implica la visualización, la interpretación de relaciones abstractas y datos no-figurativos en términos visuales, la manipulación y la transformación de unas representaciones visuales e imágenes visuales en otras.

Para efectos de la presente investigación, se asumieron como subprocesos, las habilidades descritas por Bishop, los cuales serán llamados: Interpretación de representaciones semióticas (IRS) y procesamiento visual (PV). A cada uno de estos le asignaremos unas habilidades afines que permitan constituir indicadores para explorar el desarrollo de un subproceso y similarmente, a nivel general, constituir indicadores del desarrollo del proceso cognitivo de visualización, que a su vez, teniendo en cuenta que todos los procesos cognitivos están estrechamente relacionados, darán cuenta sobre el avance en el desarrollo del pensamiento geométrico de los actores educativos que actúan como Casos en esta investigación.

Para el desarrollo de esta investigación, se trabajó sobre las habilidades de visualización descritas por Del Grande (1990), “Coordinación motriz de los ojos”, “Identificación visual”, “Conservación de la percepción”, “Reconocimiento de posiciones en el espacio”, “Reconocimiento de relaciones en el espacio”, “Discriminación visual” y “Memoria visual”, las cuales están descritas de la siguiente manera en el trabajo realizado por Gualdrón (2011).

Coordinación motriz de los ojos: es la habilidad para coordinar la visión con el movimiento del cuerpo. Por ejemplo, se hace evidente en el trazado de figuras o en el coloreado de una región.

Identificación visual: es el acto visual de identificar una figura por aislamiento en un contexto complejo dado. Por ejemplo, identificar una figura en un conjunto de figuras superpuestas.

Conservación de la percepción: involucra el reconocimiento de ciertas figuras geométricas presentadas en una variedad de medidas, colores, texturas y posiciones en el espacio y su discriminación como figuras geométricas semejantes. Por ejemplo, identificar figuras que tienen la misma forma pero distinto tamaño.

Reconocimiento de posiciones en el espacio: es la habilidad para relacionar un objeto en el espacio con sí mismo (el observador) o con otro objeto que actúa como punto de referencia. Involucra la discriminación de figuras mediante la inversión y rotación de las mismas. Por ejemplo, la habilidad para identificar figuras después de un deslizamiento, una reflexión o un giro, lo cual ayuda a los estudiantes a identificar figuras congruentes en dibujos complejos.

Reconocimiento de las relaciones espaciales: es la habilidad para imaginar dos o más objetos en relación con uno mismo o en relación entre ellos. Por ejemplo, en la construcción de una figura utilizando cubos, un estudiante debería percibir la posición de los cubos en relación a sí mismo o la posición de los cubos en relación a ellos mismos.

Discriminación visual: es la habilidad para identificar las semejanzas y diferencias entre varios objetos. Mientras las dos anteriores habilidades se soportan mucho en la posición de los objetos en el espacio, la discriminación visual es independiente de la posición. Por ejemplo, los estudiantes deberán utilizar esta habilidad en tareas de selección y clasificación de objetos o figuras geométricas a partir de un conjunto dado, en relación al color, forma y medida.

Memoria visual: es la habilidad para recordar las características de objetos que no están a la vista y relacionar sus características con otros objetos que estén a la vista o no. Por ejemplo, mostrar brevemente a los estudiantes una figura y luego pedirles que la reproduzcan en una hoja.

Cabe aclarar que en esta investigación se trabajaron solo 5 habilidades, las cuales se especificarán en el diseño metodológico.

3.6.2 Razonamiento

Según Piedrahita (2009), los discursos cotidianos, que nos permiten comunicarnos en los campos de la actividad humana deben ser diferenciados de los discursos deductivos propios de la actividad geométrica. Ante tal situación, es claro que muchos estudiantes se confunden y no identifican la diferencia que existe entre una justificación deductiva y una argumentación en la cual se pone en uso el lenguaje natural.

Para el autor, en el camino que se recorre para desplazarse desde una etapa de aprendizaje de carácter informal a una etapa de carácter formal, el discurso va siendo igualmente afectado y apoyado por la visualización, hasta llegar a tejer un entramado discursivo compuesto por proposiciones y reglas lógicas. En este trasegar, el aprendizaje de la geometría exige cada vez un razonamiento más preciso y riguroso en el manejo del lenguaje geométrico, lo que se va logrando en la medida que se vinculan nuevas definiciones y teoremas.

El paso del discurso informal al discurso formal, según Piedrahita (2009) se ve reflejado desde la visualización de una figura y sus configuraciones. En este proceso se pueden relacionar proposiciones por asociaciones tangibles y espontáneas, hasta lograr trascender la visualización de la figura y relacionar con ésta un acumulado teórico basado en definiciones, teoremas y axiomas, para llegar a conclusiones con sentido geométrico. Estos axiomas, teoremas y definiciones, forman una cadena articulada de manera lógica que lleva de la hipótesis hasta la tesis o viceversa.

Existe un vacío significativo entre la argumentación informal y la argumentación formal, el cual se ve profundizado en la medida que los(as) estudiantes no diferencien adecuadamente ese tipo de discursos y los(as) maestros(as) no generen estrategias para superar esta dificultad.

Puesto que este proceso de transformación del discurso debe hacer énfasis en la interpretación y explicación de situaciones perceptivas y teóricas, el punto de partida del proceso de justificación no deberá ser como el acostumbrado convencionalmente, que utiliza definiciones preestablecidas y no exploradas ni descubiertas por los(as) estudiantes en un entorno cercano a ellos.

3.6.3 Construcción

Entre la posición plenamente perceptiva (razonamiento) hasta esa posición plenamente formal (teórico deductivo), se encuentra un espacio de exploración y de creatividad denominada construcción geométrica. Siendo la construcción geométrica un dibujo técnico que exige un uso adecuado de los instrumentos de medida y está predeterminada por diferentes reglas de construcción, para asegurar la representación de un dibujo correcto geoméricamente (Piedrahita, W., Londoño, J., Uribe, E. (2009)).

Esta construcción geométrica, debe reflejar tanto el cumplimiento de las propiedades geométricas, como la posibilidad de extraer generalizaciones y conclusiones que lo legitimen, puesto que allí se corresponden axiomas y teoremas en un tejido teórico, que a su vez, se debe convertir en un elemento dinámico.

Es en ese ser elemento dinámico, como la construcción geométrica se convierte en impulsadora del desarrollo del pensamiento deductivo, puesto que: “las propiedades explícitamente construidas se convierten en premisas, siendo las conclusiones otras propiedades verificadas en la construcción, pero que de alguna manera son espontáneas” (Castiblanco et al, 2004, p. 17).

La construcción geométrica relaciona propiedades, favorece la argumentación, valida afirmaciones en un contexto específico y es un punto de apoyo fundamental para las demostraciones.

3.7 Modelo de Van Hiele para el desarrollo del pensamiento geométrico.

De acuerdo al estudio realizado por Crowley, L. (1987), sobre *el modelo Van Hiele de desarrollo de pensamiento geométrico*, En los años 50, los esposos Pierre M. Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldof, trabajaban como profesores de geometría de enseñanza secundaria en Holanda. A partir de su experiencia docente y como resultado de su tesis doctoral, elaboraron un modelo que trata de explicar por un lado cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los (as) estudiantes y por otro cómo puede un (una) docente ayudar a sus estudiantes para que mejoren la calidad de su razonamiento.

El modelo está conformado por cinco niveles de aprendizaje, etiquetados como "reconocimiento", "análisis", "deducción informal", "deducción formal" y "rigor"; los cuales describen características del proceso de pensamiento espacial. Auxiliado por experiencias instruccionales adecuadas, en él se afirma que el aprendiz se mueve secuencialmente desde el nivel inicial o básico (reconocimiento), donde el espacio es simplemente observado -las propiedades de las figuras no son reconocidas explícitamente- a través de la secuencia anteriormente enlistada hasta el más alto nivel (rigor), el cual se relaciona con los aspectos abstractos formales de la deducción. Algunos estudiantes pueden alcanzar este último nivel, o tienden a él. A continuación se presenta una sinopsis de los niveles.

NIVEL 0 (nivel básico): reconocimiento

En esta primera etapa, los estudiantes están conscientes del espacio sólo como algo que existe alrededor de ellos. Los conceptos geométricos se ven como entidades totales como algo provisto de componentes o atributos.

Nivel 1: Análisis

En nivel 1 comienza un análisis de los conceptos geométricos. Por ejemplo, a través de la observación y la experimentación, los estudiantes empiezan a discernir las características de las figuras. Estas propiedades que surgen se usan para conceptualizar clases de formas.

Nivel 2: Deducción informal

Aquí, los estudiantes pueden establecer las interrelaciones en las figuras y entre figuras. Así, se pueden deducir propiedades de una figura y reconocer clases de figuras. Se entiende la inclusión de clases y las definiciones adquieren significado. Sin embargo, el estudiante en este nivel, no comprende el significado de la deducción como un todo ni el rol de los axiomas. Algunos resultados obtenidos de manera empírica se usan a menudo conjuntamente con técnicas de deducción. Se pueden seguir pruebas formales; pero los estudiantes no ven cómo el orden lógico podría ser alterado, ni perciben tampoco cómo articular una demostración a partir de premisas diferentes o no familiares

Nivel 3: Deducción formal

En este nivel el estudiante puede llegar a comprender el significado de la deducción como una manera de establecer una teoría geométrica con un sistema de axiomas, postulados, definiciones, teoremas y demostraciones son captadas. Una persona puede construir, y no nada más memorizar demostraciones, percibir la posibilidad del desarrollo de una prueba de varias maneras, entender la interacción de condiciones necesarias y suficientes y distingue entre una afirmación y su recíproca

Nivel 4: Rigor

En esta etapa el aprendiz puede trabajar en una variedad de sistemas axiomáticos. Pueden estudiarse geometrías no euclidianas y compararse diferentes sistemas. La geometría se capta en forma abstracta.

Este es el nivel final que se desarrolla en los trabajos originales y ha recibido poca atención por parte de los investigadores. Pierre y Dina Van Hiele estuvieron más interesados en los primeros tres niveles en particular. Como la mayoría de los cursos de geometría del nivel medio son planeados en el tercero, no es sorprendente que la mayoría de los investigadores estén también concentrados en los niveles inferiores.

El modelo Van Hiele establece que el avance a través de los niveles depende más de la instrucción recibida, que de la edad o madurez. Así, el método y organización de la instrucción, además del contenido y los materiales empleados, son aspectos importantes de referencia pedagógica.

Para llevar a cabo esos principios, el modelo Van Hiele propone cinco fases secuenciales para el aprendizaje: interrogación, orientación directa, explicación, orientación libre e integración. Se asume que la instrucción desarrollada de acuerdo con esa secuencia, promueve la adquisición de un determinado nivel.

En esta investigación se tuvieron en cuenta las fases de enseñanza (para el aprendizaje) para el desarrollo de la secuencia didáctica, en ese sentido, se programaron las actividades con el fin de tener un orden que permita a los y las estudiantes avanzar en el desarrollo del pensamiento geométrico, más no se tomó como relevante el indagar minuciosamente por el avance de un nivel de aprendizaje a otro según el modelo, o interpretar de manera específica como se presentó el trasegar en un nivel determinado.

3.8 Cuerpos geométricos

Con respecto a los cuerpos geométricos, Ortiz, F. G., & Viana, R. C. en el texto *Cuerpos Geométricos: Clasificación y propiedades*, hacen afirmaciones en las cuales, los cuerpos geométricos cuentan con una presencia muy importante dentro del universo de las matemáticas. Gracias a ellos, podemos dar un fundamento teórico a gran cantidad de conceptos tales como: área, volumen, líneas y puntos; por no mencionar sus aplicaciones prácticas en gran cantidad de campos (física, mecánica, astronomía, entre otros.).

Por lo anterior, y como objetivo de este trabajo, resultó de gran interés investigar acerca de la construcción y visualización en contextos cotidianos de algunos cuerpos geométricos, para buscar comprender mejor su composición, forma y propiedades; y así poder entender la importancia que han tenido y el papel que han representado tanto para la historia de las matemáticas como para el desarrollo mismo de la humanidad. Para ello se tomó la clasificación de los cuerpos geométrico propuesta por Ortiz, F. & Viana, R. C.

Poliedros regulares

Los poliedros son cuerpos geométricos formados mediante la unión de los lados de las caras, las cuales son figuras geométricas planas. Los poliedros regulares son aquellos cuyas caras son todas polígonos regulares de igual medida y sus ángulos poliedros son iguales.

Solo existen cinco poliedros regulares convexos llamados Platónicos: el tetraedro, el hexaedro, el octaedro, el dodecaedro y el icosaedro.



tetraedro



hexaedro



octaedro



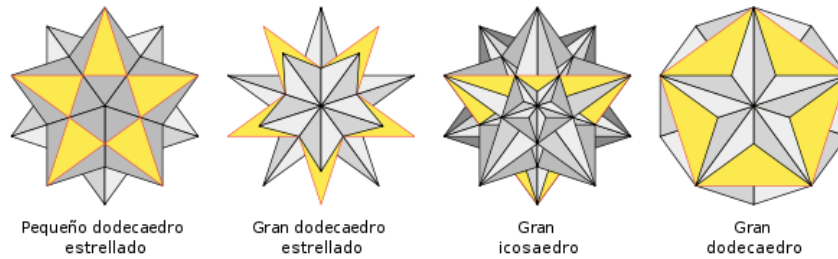
dodecaedro



icosaedro

Gráfica 3.8.1 Poliedros regulares

Existen otros tipos de poliedros regulares; los llamados cóncavos; son cuatro conocidos como sólidos “Kepler-Poinsot”: pequeño dodecaedro estrellado, gran dodecaedro estrellado, gran dodecaedro y gran icosaedro.

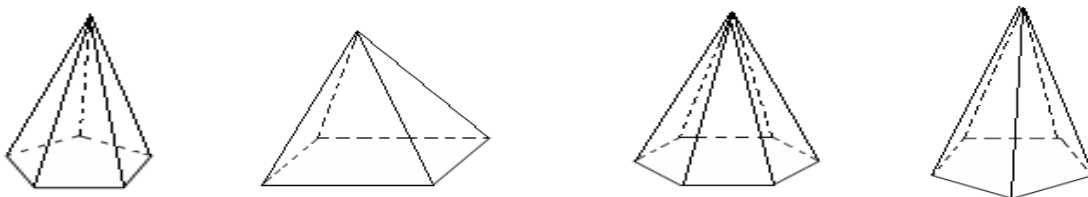


Gráfica 3.8.2 Sólidos de Kepler . Poinsot
 Tomada de: http://es.wikipedia.org/wiki/S%C3%B3lido_de_Kepler-Poinsot

Poliedros Irregulares

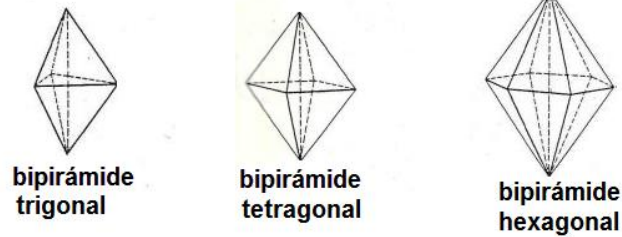
Los poliedros irregulares se pueden clasificar de múltiples maneras. Una forma es atendiendo al número de caras; para ello el prefijo corresponde al número de caras y se le agrega la terminación -edro- tomada de la raíz griega “edron” que significa caras. Por ejemplo, un poliedro irregular de siete caras podría ser un heptaedro. Siendo así, también encontraremos tetraedros, hexaedros y demás, aunque en este caso serán irregulares, es decir, el hexaedro irregular tendrá 6 caras, pero no serán iguales. Otra forma de clasificar estos poliedros es atendiendo a la forma. En esta clasificación se encuentran cuatro grandes grupos:

Pirámides: poliedros limitados por una base formada por un polígono cualquiera, y por triángulos que hacen de caras y coinciden todos en un punto llamado ápice o cúspide.



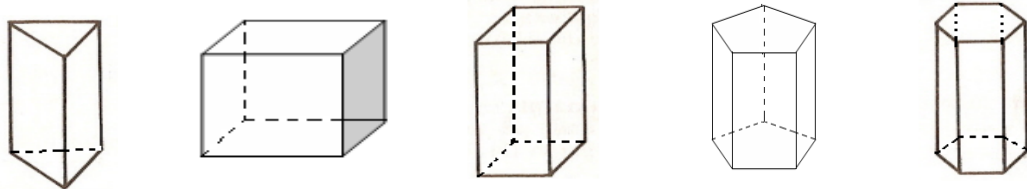
Gráfica 3.8.3 pirámides

Bipirámides: son pirámides dobles, es decir, tienen dos ápices, uno por arriba y otro por abajo.



Gráfica 3.8.4 Bipirámides

Prismas: son poliedros que constan de dos caras paralelas que hacen de bases, y pueden ser cualquier polígono. Y caras laterales que son paralelogramos.



Gráfica 3.8.5 Prismas

Antiprismas: poliedros con dos caras paralelas que hacen de bases, igual que en los prismas. La diferencia es que, en este caso, las caras laterales están formadas por triángulos.

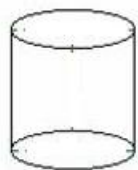


Gráfica 3.8.6 Antiprismas

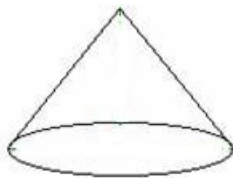
Cuerpos redondos

Los cuerpos redondos tienen la peculiaridad de estar formados parcial o totalmente por figuras geométricas curvas. Son representables en tres dimensiones, ya que poseen

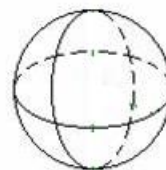
altura, ancho y largo. Y también son conocidos como cuerpos de revolución ya que pueden obtenerse a partir de una figura que gira alrededor de un eje. Podrían clasificarse en tres grupos diferentes: cilindros, conos y esferas



cilindro



cono



esfera

Gráfica 3.8.7 Cuerpos redondos

4. Estado del arte

Como una de las primeras etapas del trabajo, se hizo una exhaustiva revisión literaria sobre la implementación de propuestas de intervención didácticas inclusivas que hayan explorado y formalizado respuestas a preguntas sobre el desarrollo de pensamiento geométrico en estudiantes con discapacidad intelectual. Al respecto y en esta fase de exploración, no se hallaron investigaciones que aborden la totalidad de elementos mencionados en la introducción. No obstante, fue común encontrar investigaciones sobre características de aprendizaje de jóvenes con discapacidad intelectual y sobre propuestas de intervención didáctica acerca del desarrollo de pensamiento geométrico.

Teniendo en cuenta el carácter cualitativo de esta investigación, el propósito de entender el proceso de aprendizaje de jóvenes con discapacidad intelectual y la idea de desarrollar en ellos pensamiento geométrico, se presentan a continuación algunas de las investigaciones encontradas según estos criterios. Pérez Villa, J. G. (2011). *“Diseño de juego didáctico para aprendizaje de geometría básica en niños con síndrome de Down retraso leve.”*; Chaves, A. P. V., Rodríguez, M. S. L., & Ramírez, M. J. R. (2006). *“La metacognición como estrategia para detectar procesos cognitivos en niños con retraso mental.”*; Acosta Rosero, D. C. (2012). *“Guía para el desarrollo de procesos cognitivos en niños/as con retraso mental leve del Centro Educativo Aurelio Espinosa Pólit de la ciudad de Quito.”*; Gualdrón, P. E. (2011). *“Análisis y caracterización de la enseñanza y aprendizaje de la semejanza de figuras planas. Universitat de València. España.”*; Piedrahita, W., Londoño, J., Uribe, E. (2009). *“La enseñanza de la geometría con fundamento en la solución de problemas cotidianos. Universidad de Manizales.”*; Torregrosa, G., & Quesada, H. (2007). *“Coordinación de procesos cognitivos en geometría. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 10(2), 275-300.”*

La propuesta de *diseño de juego geométrico para aprender sobre figuras y formas con niños de retraso mental leve* planteada por Pérez J (2011), propone la innovación en la forma de la estructura de juegos didácticos, teniendo en cuenta que su configuración parte desde el imaginario de las formas geométricas espaciales para construcción y desarrollo mental de los niños en contexto preescolar, el cual pretende fortalecer la capacidad de representación o simbolización. Aunque el producto está dirigido a los niños con Síndrome de Down, también puede ser utilizado por cualquier clase de público, lo cual es parte esencial de la estrategia para conseguir una sociedad en la que todos los individuos pueden participar.

Chaves, A. P. V., Rodríguez, M. S. L., & Ramírez, M. J. R. (2006) realizaron una investigación llamada, *la metacognición como estrategia para detectar procesos cognitivos en niños con retraso mental*, la cual tiende a detectar los procesos cognitivos que emplean los niños con retraso mental en la resolución de situaciones matemáticas mediante el uso de estrategias metacognitivas; esta investigación concluyó que entre mayor sea el compromiso cognitivo de los niños, mayor dificultad presentan al emplear los procesos cognitivos, y al registrar la información en la memoria a corto plazo. El aporte a la investigación que se propone en este trabajo, es concerniente a las orientaciones frente a las instrucciones de las actividades propuestas para el desarrollo de los procesos cognitivos.

Acosta Rosero, D. C. (2012) en su investigación: *guía para el desarrollo de procesos cognitivos en niños con retraso mental leve*, permite identificar estrategias que posibilitan el reconocimiento de avances en el desarrollo de procesos cognitivos, no solo desde un área específica, sino desde la integralidad de la persona. El aporte de esta investigación es importante en el sentido que permite tener un acercamiento a la forma como se desarrollan intelectualmente los niños con discapacidad intelectual.

Con respecto al desarrollo de los procesos cognitivos, Gualdrón, P. E. (2011) en su tesis: “Análisis y caracterización de la enseñanza y aprendizaje de la semejanza de figuras planas”, la cual presentó para acceder al título de Doctor en matemáticas en la Universidad de Valencia, España, centró su atención en el diseño de una secuencia de enseñanza que está organizada mediante la estructura del modelo de van Hiele y la idea de que las tareas propuestas promueven el uso de elementos de visualización y se benefician de las ventajas de su uso. Después de la aplicación de los instrumentos propuestos en la investigación, Gualdrón afirmó que es posible diseñar unidades didácticas con actividades y enfoques diferentes a los que ofrecen los libros de texto actuales, además cabe destacar la afirmación sobre la posibilidad de evidenciar resultados más amplios al realizar estudios, teniendo en cuenta la participación tanto del profesor como de los estudiantes conjuntamente.

El aporte a este trabajo de investigación se centra en la relación entre el modelo de Van Hiele y el proceso cognitivo de visualización; dicha relación es mediada por la aplicación de una estrategia de intervención didáctica, la cual tiene los elementos propuestos por el modelo para el desarrollo del pensamiento geométrico propuesto por los esposos van Hiele, que permiten el desarrollo del proceso cognitivo de visualización.

Piedrahita, W., Londoño, J., Uribe, E. (2009). En su tesis para optar al título de Magíster en la Universidad de Manizales, la cual llamaron: *La enseñanza de la geometría con fundamento en la solución de problemas cotidianos*, proponen una alternativa didáctica guiada por el modelo de Van Hiele para el aprendizaje y enseñanza de la geometría, que permiten desarrollar procesos cognitivos para incrementar la capacidad de los(las) estudiantes para resolver problemas desde diversas situaciones que se pueden observar en la vida cotidiana, con el fin de conseguir un aprendizaje a profundidad. Las implicaciones de la investigación apuntan al reconocimiento del valor de la geometría para el desarrollo de la inteligencia, la creatividad, las capacidades comunicativas, las

representaciones y la valoración del propio ser como persona y de su ubicación en el entorno.

El aporte de esta investigación consiste en la importancia de generar aprendizaje a profundidad a partir de la relación de los tópicos propuestos, con situaciones del entorno cercano de los (as) estudiantes, además de ser un referente del diseño de una secuencia didáctica mediada por el modelo de Van Hiele.

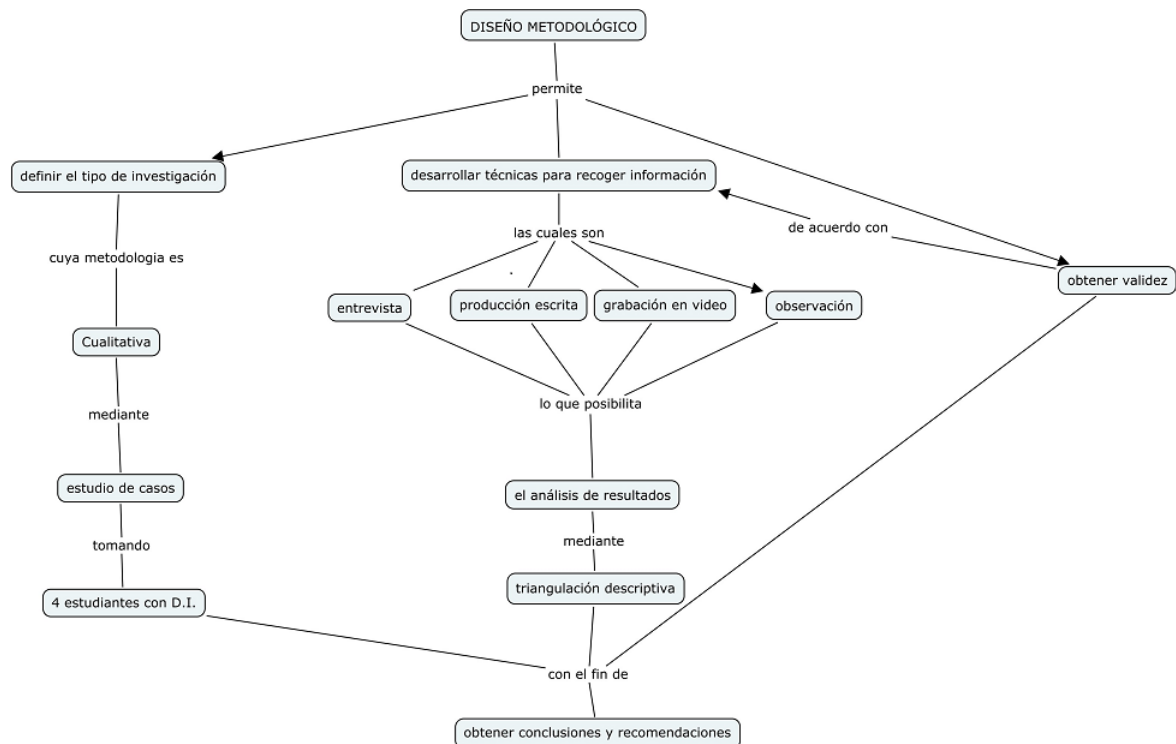
Torregrosa, G., & Quesada, H. (2007), en su publicación en la *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, sobre la coordinación de procesos cognitivos en geometría, proponen caracterizar los procesos cognitivos de visualización y razonamiento que intervienen en la resolución de problemas de geometría y generar un modelo teórico que ayude a interpretar las interacciones de dichos procesos, tomando como base fundamental, el modelo teórico propuesto por Duval (1998).

El modelo teórico propuesto por Torregrosa y Quesada nutre teóricamente esta investigación, porque permitió reconocer y diferenciar cada uno de los procesos cognitivos desarrollados por el estudio de la geometría, e identificar características especiales en ellos que permitan proponer estrategias didácticas con las cuales se avance en el aprendizaje de la geometría, además de reconocer la importancia frente a la necesidad de vincular los tres procesos cognitivos para desarrollar integralmente el pensamiento geométrico.

5. Diseño metodológico

El diseño metodológico desarrollado pretende tener unos criterios claros y responsables de validez y confiabilidad, para ello se exponen a continuación el tipo de investigación, la explicación sobre las actividades desarrolladas en cada una de las etapas de investigación, los medios para recolectar información, la forma de procesar las variables y finalmente el vínculo de estas con la valoración general de la población y caracterización de la muestra; todo esto con el fin de responder a los objetivos planteados al inicio de esta investigación.

En el mapa que se presenta a continuación se evidencia el desarrollo que permitió la sustentación de elementos necesarios para el diseño metodológico



Gráfica 5.1 Diseño metodológico.

5.1 Tipo de investigación.

Teniendo como eje central la pregunta de investigación y los objetivos generales y específicos que la guiarán, se considera necesaria la aplicación de una metodología cualitativa, apoyada en un estudio de casos múltiple.

Según Gutiérrez (1996), la investigación cualitativa requiere que toda la información recolectada se interprete solo en el marco contextual de la situación social estudiada, por lo cual se basa en la contextualización, entendiendo el contexto en la investigación cualitativa como una unión de la comunidad o sistema de personas, su historia, su lenguaje, su habla, sus características.

Muchas de las definiciones acerca del estudio de casos, vienen a coincidir en que éste implica un proceso de indagación que se caracteriza por el examen detallado, comprensivo, sistemático y en profundidad del caso objeto de interés.

Según Eisenhardt (1989), citado Cuéllar (2013, pág. 23), por un estudio de caso debe entenderse una estrategia de investigación dirigida a comprender las dinámicas presentes en contextos singulares, la cual podría tratarse del estudio de un único caso o de varios casos, combinando distintos métodos para la recogida de evidencia cualitativa y/o cuantitativa con el fin de describir, verificar o generar teoría. En este sentido, el presente estudio se trata de un estudio de casos múltiple.

En el estudio de casos múltiples se utilizan varios casos únicos a la vez para estudiar la realidad que se desea explorar, describir, explicar o evaluar. Un ejemplo de ello lo constituye el estudio de las innovaciones educativas que se producen en distintos contextos.

5.2 Unidades de análisis.

Es importante resaltar que el lenguaje utilizado no pretende hacer calificaciones despectivas de los estudiantes con algún tipo de necesidad educativa especial o especialmente con aquellos que presentan discapacidad intelectual (DI), por lo tanto se presentan excusas anticipadamente por el lenguaje utilizado para referirse a estos estudiantes.

Para efectos de esta investigación, la unidad de análisis estuvo conformada por un grupo de sexto grado de la Institución Educativa de carácter oficial Pedro Luis Villa ubicada en el municipio de Medellín, en la cual, de los 22 estudiantes, 8 presentan dificultades de aprendizaje con diagnóstico etiológico, discriminadas de la siguiente manera: 2 con trastorno déficit de atención (TDA), 1 con autismo, 3 con discapacidad intelectual (DI) y 2 con TDA y DI.

Se comenzó a trabajar la investigación con estudiantes de quinto grado de educación básica y cuando se hizo la intervención y se aplicaron los instrumentos de medición, los estudiantes ya se encontraban en sexto grado.

Debido a que la institución educativa es inclusiva, porque cuenta con el servicio de aula de apoyo, donde un equipo de profesionales expertos en pedagogía y psicología acompañan a los jóvenes con necesidades educativas especiales, se escogió de manera intencionada y controlada, donde no figuró el azar o la aleatoriedad, un grupo de 4 estudiantes con discapacidad intelectual; estos estudiantes, según los niveles de aprendizaje del Modelo de Van Hiele para el desarrollo del pensamiento geométrico, están ubicados en el nivel cero (nivel básico: reconocimiento), porque son estudiantes que no han estudiado la geometría con una secuencia estructurada debido a las problemáticas planteadas en el apartado 3.5 del presente trabajo; lo cual determina que

no poseen los elementos teóricos para analizar los conceptos geométricos, es decir, están conscientes del espacio solo como algo que existe alrededor de ellos. Teniendo esto presente, se pone atención especial en el desarrollo del proceso cognitivo de visualización, entendiendo que los tres procesos cognitivos que se desarrollan en geometría, no deben ser atendidos de forma discriminatoria.

Cabe anotar que los demás estudiantes involucrados (distintos a los cuatro seleccionados) en el proceso del aula, van a desarrollar la misma secuencia didáctica. Así pues, se considera pertinente llevar a cabo un registro previo y posterior a la enseñanza y el aprendizaje del campo conceptual geométrico a desarrollar, lo cual se realizará por medio de un prediseño y un posdiseño, con el fin de comparar avances en el desarrollo del pensamiento geométrico, particularmente en el Proceso de Visualización y tener información que permita validar una propuesta que sea realmente integradora y favorezca a todos los actores involucrados en el aula de clase.

Para esta investigación se diseñó una serie ordenada de actividades relacionadas entre sí, que permitirán despertar en los estudiantes el interés por aprender los conceptos teóricos enseñados, posibilitando un acercamiento específico del contenido particular (en este caso los prismas, las pirámides y los cuerpos redondos), favoreciendo con esto la organización, la relación, la construcción y la transformación del conocimiento, para que los estudiantes puedan alcanzar los propósitos de enseñanza, logrando mejorar la comprensión; permitiéndoles adquirir valores, actitudes, habilidades de pensamiento y de conocimiento, con el cual puedan realizar un vínculo entre la teoría y la práctica.

5.3 Diseño y aplicación de la secuencia didáctica

Inicialmente se aplicó una prueba para verificar que los estudiantes tuvieran el manejo adecuado de los conceptos previos para comenzar a desarrollar los conceptos

propuestos sobre prismas, pirámides y cuerpos redondos; en el análisis de esa prueba se evidenciaron dificultades en el reconocimiento de los polígonos y sus elementos, por lo tanto se hizo una intervención para ajustar la muestra mediante la explicación del docente en el aula de clase utilizando la regla y el compás para construir formas geométricas y utilizando algunas en madera para reconocer sus características, las cuales fueron relacionadas con formas del entorno cercano.

Posteriormente se aplicó una prueba (prediseño) para tener una referencia sobre lo que saben los estudiantes sin algún tipo de discapacidad frente a la temática. Luego se comenzó a hablar de los cuerpos geométricos haciendo referencia a que en los contextos cercanos (casa, barrio, colegio, ciudad) hay construcciones y elementos de uso cotidiano que se asemejan a los prismas, pirámides y cuerpos redondos.

Actividad 1: Construcción de cuerpos geométricos con cartulina.

Se propuso la construcción de prismas, pirámides y cuerpos redondos en cartulina, para lo cual se repartieron en parejas plantillas construidas previamente por el docente, las cuales debían calcar, recortar, darle la forma que se quiere construir, agregarle pegante y formar finalmente el cuerpo geométrico indicado; lo cual permite hacer una trasposición de lo bidimensional a lo tridimensional. Después de armados los cuerpos, se orientó el discurso hacia el reconocimiento de las características de los cuerpos construidos, la forma de nombrarlos y la relación con objetos y construcciones que tienen la misma forma o forma parecida.

Actividad 2: Construcción de cuerpos geométricos con pitillos y plastilina

Se propuso formar el cuerpo que habían construido en cartulina pero ahora utilizando pitillos y plastilina, con el fin de manipular los elementos de los prismas y las pirámides,

tales como vértices y aristas, asociando las aristas con los pitillos, y los vértices con la plastilina.

Actividad 3: Entrevista

Se preguntó a los estudiantes cómo se sentían con la estructura de la clase de geometría de acuerdo a las actividades desarrolladas hasta el momento y se propuso hacer un conteo de las características de dichos cuerpos geométricos construidos inicialmente en cartulina y ahora con pitillos y plastilina

Actividad 4: Maqueta

Se propuso que se reunieran en equipos de 4 y 5 estudiantes para que hicieran una composición (maqueta) tanto con los cuerpos construidos previamente por ellos, como con suministrados por el docente encargado, con el fin de que tuvieran suficiente material para hacer realidad la idea que se les ocurriera.

Actividad 5: Tiene forma de: (anexo G)

Se le entregó a cada estudiante una guía con 24 dibujos que hacen referencia a objetos de los contextos de colegio, barrio y ciudad, con el fin de que asociaran ese objeto con alguno de los cuerpos geométricos trabajados durante el desarrollo de las actividades de la secuencia didáctica.

Actividad 6: Memoria visual

Utilizando el Video-Beam se proyectó durante 10 segundos un cuerpo geométrico de los que se habían construido, y luego se seleccionó un estudiante para que hablara sobre

sus elementos y características y lo asociara con un objeto de la cotidianidad. Esta actividad se repitió con cada estudiante.

Finalmente se aplicó un posdiseño (Anexo F) y se les pidió que dibujaran el cuerpo geométrico construido para verificar la trasposición de lo tridimensional a lo bidimensional.

El diseño y aplicación de esta unidad didáctica estuvo iluminada por el Modelo de Enseñanza y Aprendizaje de la geometría de Van Hiele, particularmente, se hizo énfasis en la orientación del diseño a partir de las fases para el aprendizaje.

FASES PARA EL APRENDIZAJE	CARACTERÍSTICAS	ACTIVIDADES	HABILIDAD Y SUBPROCESO	TIEMPO
Fase 1: Interrogación/Información	El propósito de esa actividad consiste en primer lugar, en que el maestro aprende qué conocimiento previo tienen los estudiantes acerca del tema y, en segundo, los estudiantes aprenden en qué dirección se dará el estudio posterior del mismo.	<ul style="list-style-type: none"> - Prediseño - explicación de los elementos necesarios para abordar el tema (ajuste de la muestra) - Explicación de los objetivos de la actividad 		2 horas
Fase 2: Orientación dirigida	Los estudiantes exploran el tema de estudio mediante materiales que el maestro ha ordenado	- Actividad 1: construcción de cuerpos geométricos con cartulina	H1 asociada a S1	3 horas

	cuidadosamente	- Actividad 2: construcción de cuerpos geométricos con pitillos y plastilina	H1 asociada a S1	
Fase 3: Explicación	Los estudiantes expresan e intercambian sus expresiones acerca de las estructuras que han estado observando	- Actividad 3: entrevista sobre las características y elementos de los cuerpos geométricos construidos	H4 asociada a s2	2 hora
		- Actividad 4: composición libre con los cuerpos geométricos construidos.	H3 asociada a S1	
Fase 4: Orientación libre	Los estudiantes se encuentran con tareas más complejas: tareas con muchos pasos, tareas que pueden ser completadas de varias maneras y tareas de final abierto.	- Actividad 5: "Tiene forma de:"	H3 asociada a S1	2 hora
		- Actividad 6: memoria visual	H5 asociada a S2	
Fase 5: Integración.	Los estudiantes repasan y resumen lo que han	Se aplicó el posdiseño	H2, H3, asociadas a S1	1 hora

	aprendido con la meta de formación de un panorama de las nuevas redes de objetos y relaciones		y H4, H5 asociadas a S2	
--	---	--	-------------------------	--

Tabla 5.3 Actividades según las fases para el aprendizaje.

Según Crowley (1987), “*el modelo de Van Hiele plantea que al final de la quinta fase, los estudiantes han alcanzado un nuevo nivel de pensamiento y están listos para repetir las fases de aprendizaje en el siguiente nivel*”, sin embargo esta investigación no tiene su énfasis en la ubicación de los estudiantes en un determinado nivel de aprendizaje.

5.4 Técnicas para recoger la información

En atención a las características de esta investigación se utilizaron diversas técnicas e instrumentos aplicables en las diferentes etapas de la secuencia didáctica. Dichos instrumentos de recolección de información deben permitir la verificación del avance de cada sujeto en cada uno de los dos subprocesos, los cuales son: la identificación de representaciones semióticas (IRS) y el procesamiento visual (PV). Para el desarrollo de ellos se tuvo en cuenta la descripción de cinco habilidades de visualización (coordinación motriz de los ojos, identificación visual, reconocimiento de las relaciones espaciales, discriminación visual, memoria visual) que posibilitaron caracterizar el avance en el proceso cognitivo de Visualización.

Para efectos de hacer un análisis detallado y la triangulación sobre la información recogida en el desarrollo de la secuencia didáctica, fueron varias las fuentes de información utilizadas para recolectar información: entrevista, grabaciones en video, observaciones de clase y producción escrita, las cuales fueron referenciadas desde la tesis doctoral de Gualdrón (2011) y se detallarán a continuación.

ENTREVISTA

Dentro de la variada bibliografía sobre el tema de las entrevistas, se constata que es uno de los instrumentos más empleado en investigación cualitativa.

Citado por Gualdrón, Patton (1983) sugiere tres aproximaciones de tipos de entrevista cualitativa: la conversación informal, la entrevista semiestructurada y la entrevista estándar de respuesta sí/no. Patton sugiere que una característica común entre estas tres aproximaciones es que las personas pueden expresar sus perspectivas personales, es decir, expresarse con sus propias palabras.

Para este estudio se optó por la conversación informal dado que el interés es obtener información sobre determinadas cuestiones relevantes. De este modo, la conversación informal proporciona un marco dentro del cual se pueden plantear cuestiones pertinentes para este proyecto, organizarlas y secuenciarlas. Concretamente, en la práctica, la conversación informal permite ir planteando cuestiones de forma tal que el estudiante se sienta libre de expresar sus opiniones y que no parezca un interrogatorio.

PRODUCCIÓN ESCRITA

Gualdrón (2011) en su tesis doctoral propone que en la jornada escolar, cada estudiante desarrolle la actividad correspondiente, al final de la clase se recojan los resultados y luego se realicen los análisis necesarios (rendimiento de los estudiantes, formas de resolución y formas de escritura en las mismas). Toda vez que las producciones escritas de los estudiantes no se desarrollen de manera adecuada (por ejemplo, poca información sobre el procedimiento utilizado), se motiva a éstos para que lo hagan de una manera espontánea, confiando en lo que saben del tópico tratado.

La producción escrita tiene como objetivo poder “ver” los razonamientos usados por los estudiantes y poder complementar esta información con la obtenida en las grabaciones en video.

En esta investigación la producción escrita permitió identificar avances en las habilidades de identificación visual, reconocimiento de posiciones en el espacio y discriminación visual, lo cual se analizó a partir de la aplicación del prediseño y posdiseño

GRABACIÓN EN VIDEO

Según Gualdrón (2011), las grabaciones en video son uno de los instrumentos que con frecuencia se han utilizado en investigaciones sobre el desarrollo profesional del profesor (en relación con su práctica profesional) y sobre aspectos cognitivos de los estudiantes en relación con la resolución de determinadas tareas; todo lo anterior dada la posibilidad que ofrece de captar con gran fidelidad lo que sucede en el aula de clase y la posibilidad que ofrece de analizar, las veces que sea necesario, algún fragmento de las grabaciones que sea de interés.

El video fue muy importante en esta investigación, ya que a partir de él se pudo observar comportamientos y comentarios de los estudiantes frente a las tareas propuestas, esto a su vez permitió identificar algunos avances en las habilidades del proceso cognitivo de visualización como la coordinación motriz de los ojos; además, es un instrumento que apoya la observación en clase para hacer un análisis más detallado.

OBSERVACIÓN EN CLASE

Para Gualdrón (2011) la observación en clase se asume como un instrumento importante por la necesidad de complementar los datos que no pueden ser captados por las

grabaciones. Algunas características de este instrumento hacen que la información que se recoja pueda depender mucho de la subjetividad del investigador. En relación a este posible obstáculo, se debe ser cuidadoso con las observaciones, es decir, recoger detalladamente la información más relevante.

Durante la presente investigación, la observación jugó un papel importante debido a que los estudiantes con DI necesitan del acompañamiento y la aprobación constante del adulto, además de sentirse más tranquilos para expresar lo que piensan cuando tienen una buena relación con la persona que los está acompañando. Es por eso que tuvieron especial atención las dudas, las acciones y los comentarios que durante la aplicación de la secuencia didáctica presentaron los estudiantes que se estaban observando, las cuales fueron recogidas en forma de registro escrito, para luego hacer reflexiones en relación con los objetivos de la investigación a partir de lo observado.

5.5 Criterios y procedimiento de análisis

Después de la aplicación de los diferentes instrumentos para la recolección de la información, se utilizó el método de triangulación en el que se reúnen los datos obtenidos sobre una misma situación (o sobre algunos aspectos de la misma) efectuados desde diversas perspectivas para compararlos, contrastarlos, y complementarlos.

Con relación a las producciones escritas, se realizó un análisis descriptivo de cada una de las actividades, teniendo en cuenta los elementos de visualización que usaron los estudiantes en sus razonamientos. Para los análisis de las producciones escritas se utilizaron las grabaciones en video que se captaron durante el desarrollo de toda la unidad de enseñanza como material de apoyo.

Para el análisis, se clasificaron cinco habilidades de visualización que permitieron verificar el avance en los subprocesos IRS y PV, que a su vez permiten caracterizar avances en el proceso cognitivo de visualización

Subprocesos de visualización

S1: Interpretación de representaciones semióticas (IRS)

S2: Procesamiento visual (PV)

Habilidades de visualización

H1: Coordinación motriz de los ojos

Habilidad para trazar y formar cuerpos geométricos con la ayuda de plantillas.

H2: Identificación visual:

Habilidad para identificar o clasificar cuerpos geométricos donde hay varios de estos.

H3: Reconocimiento de posiciones en el espacio

Habilidad para relacionar los cuerpos geométricos con objetos o elementos del entorno.

H4: Discriminación visual:

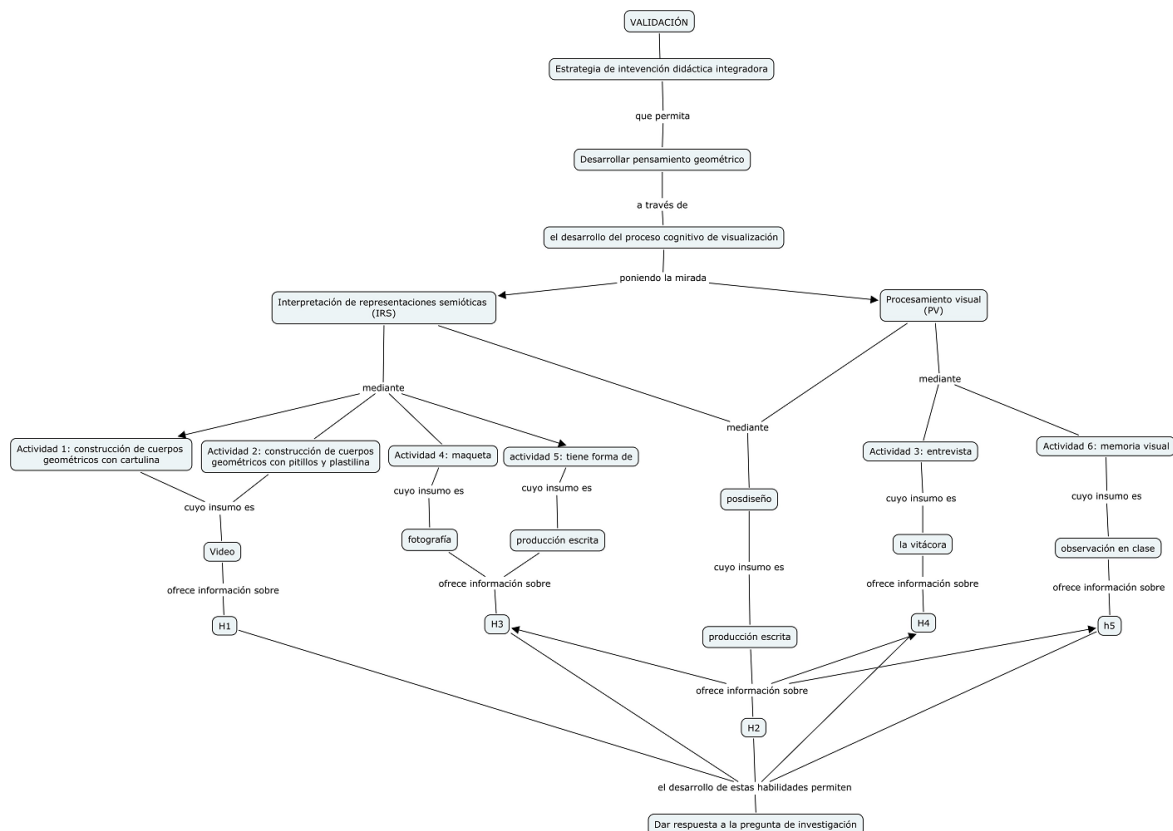
Habilidad para reconocer elementos y características de los cuerpos geométricos, con las cuales es posible establecer semejanzas y diferencias entre estos.

H5: Memoria visual

Habilidad para comunicar características de los cuerpos geométricos si el cuerpo está ausente pero fue presentado con anterioridad.

Para efectos del análisis y según la forma como fueron diseñadas las actividades, se le asoció al subproceso S1 las habilidades H1, H2, H3 y al subproceso S2, las habilidades H4, H5, sin embargo, no podemos desligarnos de la premisa de que la visualización se da a partir de la Interpretación de las representaciones semióticas para llegar a los procesos visuales y a su vez éstos se ven reflejados en las representaciones semióticas.

Para aportar al análisis de los resultados, se seguirá la ruta expuesta en la gráfica 6:



Gráfica 6.1.1 Ruta de análisis de los resultados.

6. Análisis de resultados

Después de haber aplicado los instrumentos para la recolección de información, se hace necesario volver sobre la información obtenida, con el propósito de encontrar respuestas a los interrogantes planteados en la investigación; para ello es necesario hacer una clasificación teniendo en cuenta que la población a evaluar son los y las estudiantes con DI, pero se debe verificar si la propuesta de la secuencia didáctica es integradora y aporta elementos que permitan desarrollar el pensamiento geométrico en todos los actores involucrados en el proceso de enseñanza y aprendizaje en esta investigación.

6.1 Análisis de resultados del grupo en general

Con el fin de hacer una comparación frente a los avances de los estudiantes que no presentan diagnóstico de algún tipo de discapacidad intelectual, se aplicó un prediseño con el cual se pretendió evidenciar el dominio conceptual frente al tema de cuerpos geométricos; dicha prueba buscó verificar el manejo de algunas de las habilidades de visualización (H2, H3, H4, H5) que permitieron a su vez obtener información sobre el desarrollo de los subprocesos IRS y PV, con los cuales es posible evidenciar el desarrollo del pensamiento geométrico, particularmente en el proceso cognitivo de visualización. Cabe anotar que después de aplicada dicha prueba, se desarrolló una secuencia didáctica en la que se manipularon instrumentos concretos para la construcción y posterior análisis de algunos cuerpos geométricos, lo cual tiene algunas implicaciones importantes en el aprendizaje, debido a que en la etapa evolutiva en la que se encuentran los estudiantes, el trabajo con material concreto permite la aprehensión de conceptos y procedimientos en la memoria a mediano o largo plazo, posibilitando un aprendizaje a profundidad. Finalmente, se aplicó una prueba donde se evidenció la pertinencia de la aplicación y funcionalidad de dicha secuencia didáctica y que a su vez permitió verificar los avances con respecto a la temática mencionada.

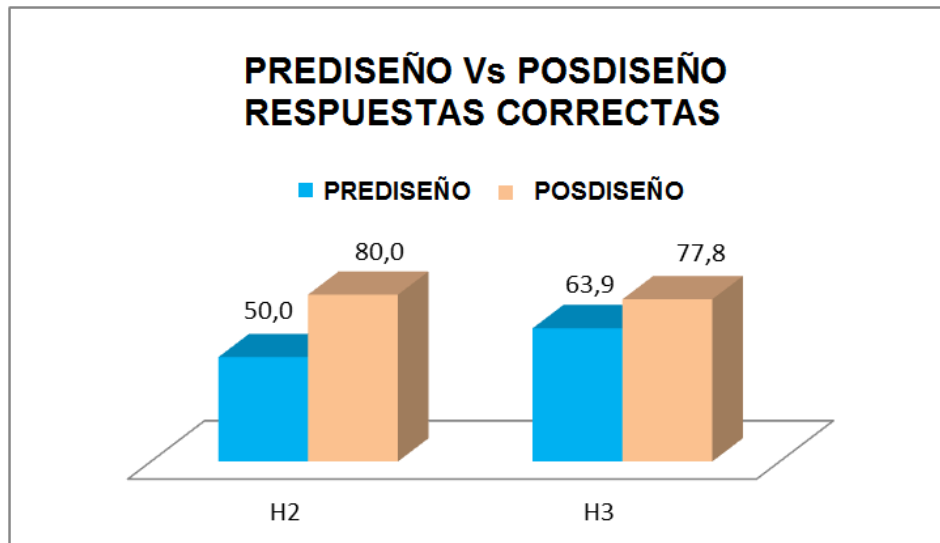
Para el tratamiento de la información, se eligieron 4 categorías: cumple (C), para las respuestas correctas; cumple medianamente (CM), para las respuestas en las cuales se tiene una idea de lo que se está preguntando pero no se utiliza un lenguaje formal o la respuesta no satisface completamente la pregunta; no cumple (N), para las respuestas erradas, y blanco (B) para las preguntas que no fueron respondidas.

El puntaje máximo que se puede obtener con respecto a la cantidad de preguntas que apuntan al desarrollo de H2 es de 90 puntos distribuidos en 5 preguntas por estudiante.

Del análisis de los resultados obtenidos en el prediseño, se pudo establecer que el 50% de las respuestas que permitían verificar el desarrollo de H2, fueron correctas; mientras que al finalizar la aplicación de la secuencia didáctica, el porcentaje de acierto en el posdiseño fue de 80%. Esto permitió verificar un avance del 30%. De lo cual se puede decir que la mayor parte de los estudiantes identifican cuerpos geométricos en una situación donde hay presencia de varios de éstos debido a que tuvieron la posibilidad de construirlos y manipularlos para reconocer características diferenciadoras entre prismas, pirámides y cuerpos redondos.

El puntaje máximo que se puede obtener con respecto a la cantidad de preguntas que apuntan al desarrollo de H3 es de 72 puntos, distribuidos en 4 preguntas por estudiante.

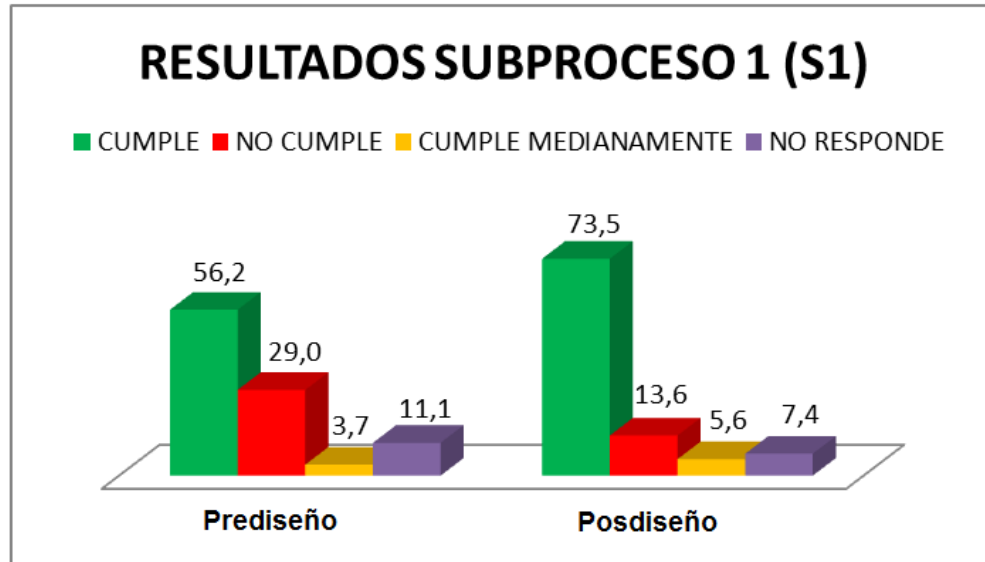
Del análisis de los resultados obtenidos en el prediseño, se pudo establecer que el 63,9% de las respuestas que permitían verificar el desarrollo de H3 fueron correctas, mientras que al finalizar la aplicación de la secuencia didáctica, el porcentaje de acierto en el posdiseño fue de 77,8%; éstos resultados permitieron verificar un avance del 13,9%.



Gráfica 6.1.2 Comparación de los resultados prediseño-posdiseño del subproceso IRS.

Aunque al iniciar con la aplicación de la secuencia didáctica, más de la mitad de las respuestas fueron acertadas, al finalizar se evidenció un avance sobre la habilidad para relacionar los cuerpos geométricos con objetos o elementos del entorno; sin embargo, en el desarrollo de la actividad 5 (ver anexo E) que apuntaba a esta habilidad, se pudo establecer que el 94,4 % de las respuestas fueron acertadas,

Debido a que en las habilidades H2 y H3 se presentaron avances, y siendo ellas indicadores que nos permiten medir a nivel general el avance sobre el subproceso de interpretación de representaciones semióticas (IRS), se puede concluir que los estudiantes avanzaron en el desarrollo de este subproceso después de aplicada la secuencia didáctica; siendo éste además, un indicador sobre el desarrollo del proceso cognitivo de visualización, el cual es uno de los elementos importantes del pensamiento geométrico.



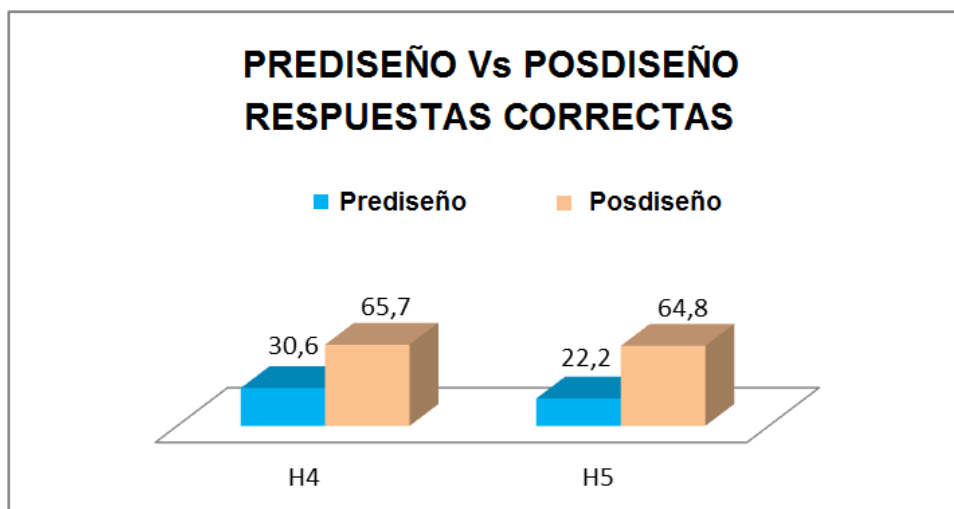
Gráfica 6.1.3 Resultados del subproceso IRS.

El puntaje máximo que se puede obtener con respecto a la cantidad de preguntas que apuntan al desarrollo de H4 es de 108 puntos, distribuidos en 6 preguntas por estudiante.

Del análisis de los resultados obtenidos en el prediseño, se pudo establecer que el 30,6% de las respuestas que permitían verificar el desarrollo de H4 fueron correctas, mientras que al finalizar la aplicación de la secuencia didáctica, el porcentaje de acierto en el posdiseño fue de 65,7%, evidenciando un avance del 35,2%. De lo anterior se puede decir que una parte representativa de los estudiantes desarrollaron la habilidad para reconocer elementos y características de los cuerpos geométricos, con las cuales es posible establecer semejanzas y diferencias entre éstos, debido a que en medio de la aplicación de la secuencia didáctica, interactuaron con las características que permiten diferenciar y establecer semejanzas entre prismas, pirámides y cuerpos redondos.

El puntaje máximo que se puede obtener con respecto a la cantidad de preguntas que apuntan al desarrollo de H5 es de 54 puntos, distribuidos en 3 preguntas por estudiante.

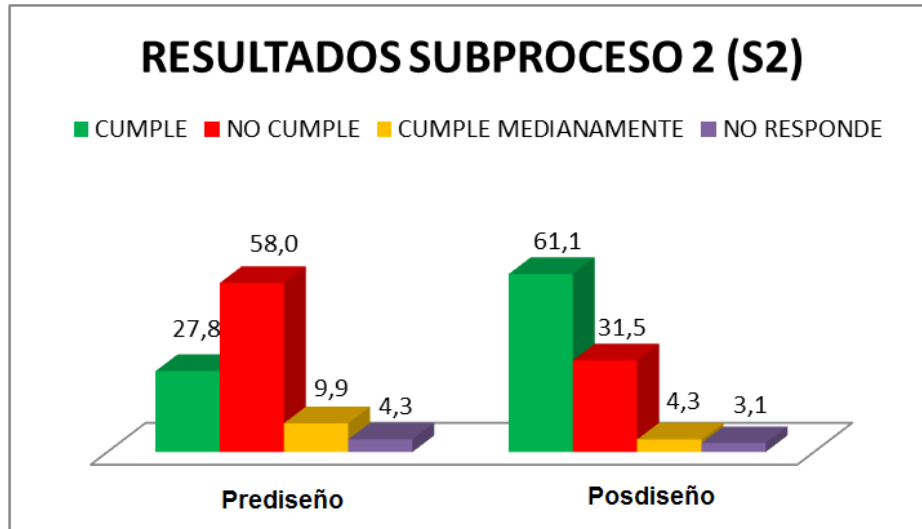
Del análisis de los resultados obtenidos en el prediseño, el 22,2% de las respuestas que permitían verificar el desarrollo de H5 fueron correctas, mientras que al finalizar la aplicación de la secuencia didáctica, el porcentaje de acierto en el posdiseño fue de 64,8%; esto permitió verificar un avance del 42,6%. De lo cual podemos decir que la mayor parte de los estudiantes desarrollaron la habilidad para comunicar características de los cuerpos geométricos si el cuerpo está ausente, pero fue presentado con anterioridad. Vale la pena comentar que ésta habilidad fue trabajada con mayor intensidad al finalizar la aplicación de la secuencia didáctica en la actividad “memoria visual”, lo cual permitió que al presentar el posdiseño, los estudiantes estuvieran familiarizados con las características de los cuerpos geométricos construidos y estudiados durante el desarrollo de la investigación; es por ello que es la habilidad donde hay un mayor avance con respecto a las demás habilidades.



Gráfica 6.1.4 Comparación de los resultados prediseño-posdiseño del subproceso PV.

Debido a que en las habilidades H4 y H5 se presentaron avances, y siendo ellas indicadores que permiten medir a nivel general el avance sobre el subproceso de procesamiento visual (PV), se puede concluir que los estudiantes desarrollaron este

subproceso después de aplicada la secuencia didáctica, siendo éste, además, un indicador sobre el desarrollo del proceso cognitivo de visualización, el cual es uno de los elementos importantes del pensamiento geométrico.



Gráfica 6.1.5 Resultados del subproceso PV.

En el desarrollo de las actividades propuestas en la secuencia didáctica, se evidenció que además de ser una motivación para los estudiantes: la construcción, manipulación y estudio de los cuerpos geométricos, lo cual es fundamental en el aprendizaje de cualquier arte, oficio o contenido. También se destacó el compromiso que tuvieron ellos frente al cumplimiento de las actividades con calidad en los tiempos y espacios establecidos. Todo esto permitió que en general los estudiantes avanzaran en los procesos de visualización, construcción geométrica y razonamiento; debido a que como se planteó al inicio de esta investigación, estos procesos no son excluyentes, lo que quiere decir que para que se desarrolle alguno de ellos, es necesario utilizar elementos de otro proceso.

6.2 Análisis resultados de los estudiantes con discapacidad intelectual.

Para efectos de este análisis, se tomó en cuenta el principio de confidencialidad de la fuente, por lo cual se hará referencia a estos estudiantes con nombres de planetas, lo cual permitirá a su vez una representación pictórica armónica, como sistema, de los avances obtenidos en general por los estudiantes como puede observarse en el gráfico 6.2.5.

Sujeto en estudio: Venus

Actividad 1: Construcción de cuerpos geométricos con cartulina

A Venus se le entregó la plantilla para formar un prisma rectangular regular (cubo). Con respecto a la habilidad para trazar y formar cuerpos geométricos con la ayuda de plantillas (H1), se destacan las siguientes observaciones: demuestra inseguridad en sus trazos al repasar constantemente las líneas ya realizadas; se desconcentra con facilidad inicialmente, al parecer intimidado por la cámara; a pesar de que tiene una plantilla para hacer el dibujo del plano de un cubo, lo trazó con curvas en sus líneas, lo que demuestra dificultades en la motricidad para el trazado; sin embargo, con el uso de las tijeras para recortar el plano del cubo, estuvo muy concentrado, esto le permitió tener una plantilla pulida y con buenas medidas para seguidamente formar dicho cuerpo geométrico.

Al entregarle la plantilla se le dio la instrucción sobre el cuerpo que iba a formar, pero cuando llegó el momento de armarlo, se evidenció que no sabía qué figura debía formar al doblar la plantilla por las líneas; aunque cumplió con el objetivo de la actividad, el cual era construir cuerpos geométrico a partir de plantillas, al finalizar, el resultado no fue muy aceptable.

Actividad 2: Construcción de cuerpos geométricos con pitillos y plastilina

Al pedirle a Venus que forme el cubo con palillos y plastilina, presentó dificultades para comprender las instrucciones; reconoció no saber por donde comenzar. Al finalizar cumplió con el objetivo de la actividad.

Actividad 3: Entrevista

Al iniciar la entrevista, Venus manifestó que se sentía tranquilo y que le gustaban las actividades que se les habían programado hasta el momento. Cuando se le comenzó a indagar sobre los elementos y las características de los cuerpos geométricos, mostró desconocimiento y al ayudarle con la información, se constató que la olvida rápidamente.

Actividad 4: Maqueta

Venus durante esta actividad, trabajó con un grupo en el que no tuvo una participación activa frente a las ideas para desarrollar la maqueta.



Gráfica 6.2.1 Maqueta realizada por el equipo de Venus.

Actividad 5: “Tiene forma de:”

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	2	2	2	2	
Subproceso	S1																										
Habilidad	H3																										
	Venus																										
	N	n	N	n	n	n	C	n	n	n	c	C	c	c	c	c	c	b	C	c	n	C	c	n	C		

Tabla 6.2.1 Resultados actividad 5 Venus.

En la tabla 6,2.1 se muestra que a estas alturas de la aplicación de la secuencia didáctica, Venus está en proceso de desarrollo de la habilidad para relacionar los cuerpos geométricos con objetos o elementos del entorno.

Actividad 6: Memoria visual

Venus respondió de manera correcta sobre la cantidad de caras, pero tuvo dificultades con el número de vértices y aristas del cuerpo presentado; además no asoció el cuerpo geométrico con algún objeto de su entorno cercano.

Los resultados generales sobre el prediseño y posdiseño se presentan a continuación:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Subproceso	S1	S1	S2	S2	S2	S2	S1	S1	S1	S2	S2	S2	S1	S1	S2	S2	S1	S1
Habilidad	H2	H2	H4	H4	H4	H4	H2	H2	H2	H5	H4	H4	H3	H3	H5	H5	H3	H3
	Venus																	
PREDISEÑO	n	n	N	c	n	n	n	C	n	n	n	n	cm	N	Cm	n	cm	c
POSDISEÑO	c	c	N	c	c	c	n	C	c	c	n	n	cm	C	C	n	n	c

Tabla 6.2.2 Resultados prediseño-posdiseño Venus.

El resultado del posdiseño muestra un avance en las habilidades observadas en él, sin embargo en el proceso demostró avances más significativos en el desarrollo de las habilidades H1, H2, H3, y como consecuencia, también en el subproceso IRS (S1). De lo anterior, se puede concluir que para Venus, la secuencia didáctica permitió avances en el desarrollo del pensamiento geométrico.

Sujeto en estudio: Mercurio

Actividad 1: Construcción de cuerpos geométricos con cartulina

A Mercurio se le entregó una plantilla para que formara una pirámide triangular. Con respecto a la habilidad para trazar y formar cuerpos geométricos con la ayuda de plantillas (H1), se destacan las siguientes observaciones: inicialmente demuestra desconfianza con el trazado de líneas; con respecto al recortado, lo hacía lento pero siguiendo siempre la línea que guía la forma del plano. Tiene buen dominio con el doblado de la cartulina para darle la forma al cuerpo geométrico. A pesar de que se dio cuenta que lo estaban filmando, siguió en su trabajo muy concentrado.

El resultado final con respecto a la actividad fue muy bueno, el joven armó una pirámide triangular.

Actividad 2: Construcción de cuerpos geométricos con pitillos y plastilina

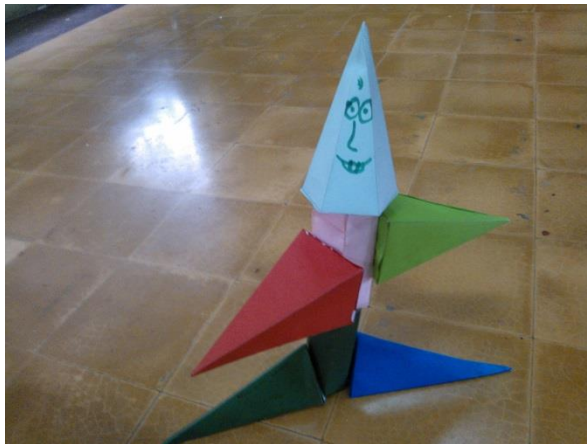
Mercurio demostró ser muy hábil al momento de manipular pitillos y plastilina para hacer la forma de la pirámide triangular que construyó con cartulina y al preguntarle por los elementos y las características, respondió de manera acertada, lo cual muestra un avance en la habilidad 4 (H4)

Actividad 3: Entrevista

Al iniciar la entrevista, Mercurio manifestó que se sentía tranquilo y que le gustaban las actividades que se les habían programado hasta el momento. Cuando se le comenzó a indagar sobre los elementos y las características de los cuerpos geométricos, respondió con mucha propiedad demostrando avances en la habilidad para reconocer elementos y características de los cuerpos geométricos, con las cuales es posible establecer semejanzas y diferencias entre ellos (H4).

Actividad 4: Maqueta

Mercurio, a pesar de ser un estudiante tímido, trabajó con un grupo donde aportó ideas en la construcción de la maqueta.



Gráfica 6.2.2 Maqueta realizada por el equipo de Mercurio.

Actividad 5: “Tiene forma de:”

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	2	2	2	2	
Subproceso	S1																										
Habilidad	H3																										
	Mercurio																										
	C	c	C	c	C	n	n	n	n	n	c	N	n	n	n	n	n	n	N	c	n	c	n	C	c		

Tabla 6.2.3 Resultados actividad 5 Mercurio.

En la tabla 6.2.3 se muestra que a estas alturas de la aplicación de la secuencia didáctica, Mercurio está en proceso de desarrollo de la habilidad para relacionar los cuerpos geométricos con objetos o elementos del entorno.

Actividad 6: Memoria visual.

Mercurio respondió de manera correcta sobre la cantidad de caras, vértices y aristas del cuerpo presentado, y asoció el cuerpo presentado con 2 objetos de su entorno cercano.

Los resultados generales sobre el prediseño y el posdiseño se presentan a continuación

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Subproceso	S1	S1	S2	S2	S2	S2	S1	S1	S1	S2	S2	S2	S1	S1	S2	S2	S1	S1
Habilidad	H2	H2	H4	H4	H4	H4	H2	H2	H2	H5	H4	H4	H3	H3	H5	H5	H3	H3
	Mercurio																	
PREDISEÑO	n	n	C	n	n	n	n	c	n	n	n	n	c	C	n	c	c	c
POSDISEÑO	c	c	C	n	n	n	c	n	c	n	N	cm	c	C	c	n	c	c

Tabla 6.2.4 Resultados prediseño-posdiseño Mercurio.

Aunque en el análisis de posdiseño no fue muy significativo el avance en H4 y H5, en la actividad 2, la actividad 6 y la entrevista donde verbalmente debía comunicar información para reconocer elementos y características de los cuerpos geométricos, con las cuales es posible establecer semejanzas y diferencias entre ellos, lo hizo muy bien. De esto se pudo concluir que es un joven que responde con más confianza de manera verbal que escrita. Además, mostró en el desarrollo de las actividades propuestas en la secuencia didáctica que avanzó en la habilidad para trazar y formar cuerpos geométricos con la ayuda de plantillas H1. De lo anterior se puede concluir que para mercurio, la secuencia didáctica permitió avances en el desarrollo del pensamiento geométrico.

Sujeto en estudio: Júpiter

Actividad 1: Construcción de cuerpos geométricos con cartulina

A Júpiter se le entregó una plantilla para que formara un prisma cuadrangular regular (cubo), con respecto a la habilidad para trazar y formar cuerpos geométricos con la ayuda de plantillas (H1), se destacan las siguientes observaciones: demostró inseguridad al iniciar con el trazo y le pidió ayuda a un compañero, igualmente para recortar el plano del cubo manifestó que no sería capaz de hacerlo y un compañero le hizo el trabajo, esto refleja una dificultad marcada para trazar y recortar.

Al entregarle la plantilla se dio la instrucción sobre el cuerpo que iba a formar, pero cuando llegó el momento de armarlo, se evidenció que no sabía qué figura debía formar al doblar la plantilla por las líneas; al final presentó dificultades para formar y pegar el cubo. Debido a esta situación, no se pudo establecer avance en la habilidad H1.

Actividad 2: Construcción de cuerpos geométricos con pitillos y plastilina

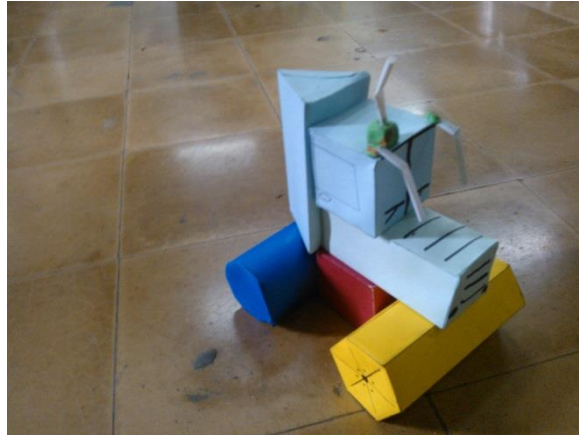
Júpiter fue persistente al tratar de construir por su propia cuenta el cubo utilizando pitillos y plastilina. En medio de la construcción preguntó constantemente qué tenía que hacer, lo cual demostró la dificultad para memorizar las instrucciones para completarlas.

Actividad 3: Entrevista

Al iniciar la entrevista, Júpiter manifestó que le gustaban las actividades que se les habían programado hasta el momento. Cuando se le comenzó a indagar sobre los elementos y las características de los cuerpos geométricos, mostró desconocimiento, y al ayudarlo con la información, se constató que la olvida rápidamente. Este es un indicador de que aún no se ha logrado un avance satisfactorio en el aprendizaje a profundidad.

Actividad 4: Maqueta

Júpiter durante esta actividad trabajó con un grupo en el que no tuvo una participación activa frente a las ideas para desarrollar la maqueta.



Gráfica 6.2.3 Maqueta realizada por el equipo Júpiter.

Actividad 5: “Tiene forma de:”

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	2	2	2	2	
Subproceso	S1																										
Habilidad	H3																										
	Júpiter																										
	C	c	c	c	c	c	c	n	c	c	c	c	C	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c

Tabla 6.2.5 Resultados actividad 5 Júpiter.

En la tabla 6.2.5 se muestra que Júpiter tiene habilidad para relacionar los cuerpos geométricos con objetos o elementos del entorno H3.

Actividad 6: Memoria visual.

Júpiter presentó dificultades para responder de manera correcta sobre la cantidad de caras, vértices y aristas del cuerpo presentado, pero asoció el cuerpo presentado con 1 objeto de su entorno cercano.

Los resultados generales sobre el prediseño y el posdiseño se presentan a continuación

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Subproceso	S1	S1	S2	S2	S2	S2	S1	S1	S1	S2	S2	S2	S1	S1	S2	S2	S1	S1
Habilidad	H2	H2	H4	H4	H4	H4	H2	H2	H2	H5	H4	H4	H3	H3	H5	H5	H3	H3
	Júpiter																	
PREDISEÑO	n	n	c	N	n	n	c	c	b	N	n	n	c	C	cm	n	b	b
POSDISEÑO	n	c	c	C	n	c	c	c	n	N	c	cm	c	C	n	n	b	b

Tabla 6.2.6 Resultados prediseño-posdiseño Júpiter.

Este resultado muestra que el avance más significativo frente a las habilidades, se presentó en la habilidad para reconocer elementos y características de los cuerpos geométricos, con las cuales es posible establecer semejanzas y diferencias, entre ellos, H4. Sin embargo, en el desarrollo de la secuencia didáctica, durante la actividad 4 (la entrevista) en la cual debía dar cuenta verbalmente de esta habilidad, no respondió de forma correcta, lo cual genera dudas al momento de concluir frente al desarrollo de tal habilidad.

En la actividad 5 de la secuencia didáctica mostró que tiene habilidad para relacionar los cuerpos geométricos con objetos o elementos del entorno H3, pero en el prediseño y posdiseño en los cuales habían 2 preguntas abiertas con respecto a ésta habilidad, las dejó en blanco. Lo anterior no permite concluir con certeza que los avances en el subproceso de procesamiento visual (PV) sean significativos.

De acuerdo con lo expuesto en el análisis de los resultados obtenidos por Júpiter en cada una de las actividades, no es posible definir que la secuencia didáctica permitió avances significativos en el desarrollo del pensamiento geométrico.

Sujeto en estudio: Tierra

Actividad 1: Construcción de cuerpos geométricos en cartulina

A Tierra se le entregó una plantilla para que formara un prisma cuadrangular regular (cubo). Con respecto a la habilidad para trazar y formar cuerpos geométricos con la ayuda de plantillas (H1), se destacan las siguientes observaciones: se mostró inseguro y presentó dificultades para realizar los trazos y para recortar, formar y pegar el cuerpo geométrico que se le asignó para construir, lo cual demuestra dificultades en la motricidad para cada una de estas acciones. Sin embargo, estuvo muy concentrado y por esto y la ayuda de un compañero, logró construir dicho cuerpo geométrico.

Al entregarle la plantilla se le dio la instrucción sobre el cuerpo que iba a formar, pero cuando llegó el momento de armarlo, se evidenció que no sabía qué figura debía formar al doblar la plantilla por las líneas. Aunque cumplió con el objetivo de la actividad el cual era construir cuerpos geométricos a partir de plantillas, al finalizar, el resultado no fue muy aceptable.

Actividad 2: Construcción de cuerpos geométricos con pitillos y plastilina

Al pedirle a Tierra que forme el cubo con palillos y plastilina, presentó dificultades para comprender las instrucciones, reconoció no saber por donde comenzar. Se le mostró un ejemplo del trabajo de un compañero y al finalizar cumplió con el objetivo de la actividad.

Actividad 3: Entrevista

Al hablar sobre los elementos y características del cuerpo geométrico construido, se evidenció en Tierra una dificultad de lenguaje debido a que no fue capaz de pronunciar la palabra poliedro; también se hizo evidente la dificultad frente al reconocimiento de los elementos y características del cuerpo geométrico construido por Ella y al ayudarle con la información se constató que la olvida rápidamente

Actividad 4: Maqueta

Durante esta actividad trabajó con un grupo en el que no tuvo ningún tipo de participación frente al desarrollo de la maqueta:



Gráfica 6.2.4 Maqueta realizada por el equipo de Tierra.

Actividad 5: “Tiene forma de:”

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	
Subproceso	S1																								
Habilidad	H3																								
	Tierra																								
	C	c	c	c	c	C	C	n	n	c	c	C	c	c	c	c	C	c	c	c	c	n	c		

Tabla 6.2.7 Resultados actividad 5 Tierra.

En la tabla 6.2.7 se muestra que tierra tiene habilidad para relacionar los cuerpos geométricos con objetos o elementos del entorno H3.

Actividad 6: Memoria visual.

Tierra presentó dificultades para responder de manera correcta sobre la cantidad de caras, vértices y aristas del cuerpo presentado, y no asoció el cuerpo geométrico presentado con algún objeto de su entorno cercano.

Los resultados generales sobre el prediseño y el posdiseño se presentan a continuación

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Subproceso	S1	S1	S2	S2	S2	S2	S1	S1	S1	S2	S2	S2	S1	S1	S2	S2	S1	S1
Habilidad	H2	H2	H4	H4	H4	H4	H2	H2	H2	H5	H4	H4	H3	H3	H5	H5	H3	H3
	Tierra																	
PREDISEÑO	b	n	c	N	N	n	n	n	c	n	b	b	cm	C	b	c	b	c
POSDISEÑO	b	c	c	N	C	c	n	b	b	b	b	b	cm	C	b	n	b	c

Tabla 6.2.8 Resultados prediseño-posdiseño Tierra.

Este resultado muestra que el avance más significativo frente a las habilidades, se presentó en la habilidad para reconocer elementos y características de los cuerpos geométricos, con las cuales es posible establecer semejanzas y diferencias, entre ellos H4. Sin embargo en el desarrollo de la secuencia didáctica, durante la actividad 4 (la entrevista) en la cual debía dar cuenta verbalmente de esta habilidad, no respondió de forma correcta, esto genera dudas al momento de concluir frente al desarrollo de tal habilidad. En la actividad 5 de la secuencia didáctica mostró habilidad para relacionar los cuerpos geométricos con objetos o elementos del entorno H3.

De acuerdo con lo expuesto en el análisis de los resultados obtenidos por Tierra en cada una de las actividades, no es posible definir que la secuencia didáctica permitió avances significativos en el desarrollo del pensamiento geométrico

6.3 REPRESENTACIÓN INTEGRAL DE LOS AVANCES OBTENIDOS POR LOS SUJETOS EN ESTUDIO

El esquema que aparece a continuación, ilustra de manera comparativa el avance más significativo de cada uno de los sujetos en estudio. Teniendo en cuenta que el centro del sistema es parte importante del objetivo principal sobre el desarrollo del pensamiento

geométrico, la proximidad a él, significa un mayor avance. A cada una de las habilidades se le asignó un elemento, el cual se ubicó en cada planeta, siempre que el sujeto representado por este, cumpliera con la habilidad.

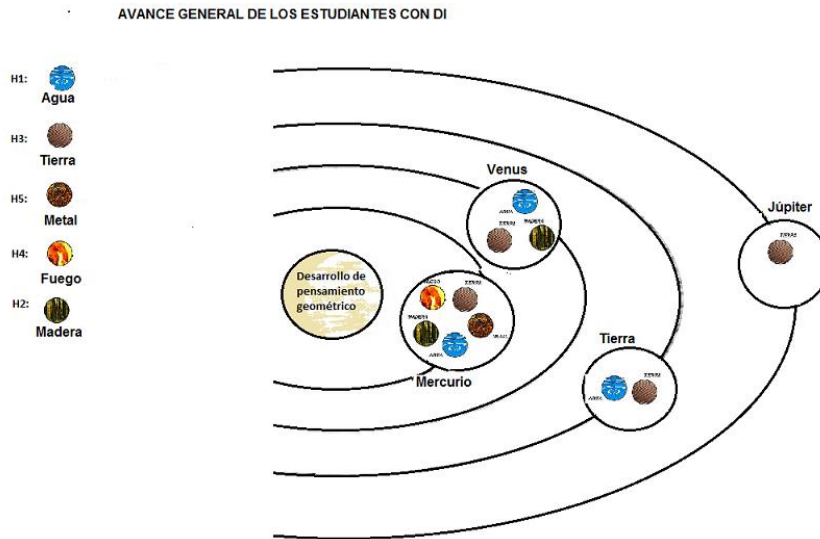


Gráfico 6.3.1 Análisis general de los estudiantes con DI.

Después de analizar toda la información recogida, es posible concluir que para los estudiantes que no tienen algún tipo de diagnóstico de discapacidad intelectual, la secuencia didáctica permitió un aporte a su desarrollo del pensamiento geométrico. Sin embargo, para aquellos estudiantes con discapacidad intelectual (DI), es necesario seguir indagando sobre estrategias que permitan obtener resultados más significativos, ya que ello depende mucho del grado de discapacidad que se tenga y de los factores adicionales que lo acompañan, tales como: las dificultades de lenguaje, el TDH y el TDAH, entre otros. Con base en la actitud reflejada por el grupo de estudiantes, no queda duda que es una muy buena herramienta de motivación para las clases de geometría, ya que permite establecer un vínculo de los estudiantes con el maestro y su entorno cercano provisto por: la asesoría personalizada para la construcción de cuerpos, la entrevista y la constante relación de los temas tratados con elementos de la cotidianidad de los entornos de la casa, el colegio, el barrio y la ciudad.

7. Conclusiones

Al hacer la revisión que permitió clasificar estrategias didácticas para desarrollar pensamiento geométrico en estudiantes con discapacidad intelectual, no se encontraron referencias bibliográficas respecto a estrategias en el área específica de la geometría, enfocadas al desarrollo de los procesos cognitivos en este tipo de población.

El diseño y aplicación de esta estrategia de intervención didáctica, permitió ambientes que involucraron diferentes estilos de aprendizaje. Al estar sustentada por el Modelo para la Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría propuesto por Dina y Pierre Van Hiele, permitió darle credibilidad a la medición de la efectividad en los resultados de las actividades propuestas en dicha estrategia diseñada para desarrollar pensamiento geométrico.

Las características de los avances de los estudiantes con discapacidad intelectual, después de aplicada la secuencia didáctica, tienen su énfasis en la interacción con material concreto, con objetos reales cotidianos y con la socialización; debido a que en la interacción con grupos de pares van demostrándose a ellos mismos y a sus compañeros, que con esfuerzos pueden comenzar a desarrollar algunas habilidades específicas que les permiten avanzar en el desarrollo de su pensamiento geométrico. En el análisis de los resultados obtenidos por los estudiantes sin DI, se pudo establecer que la intervención de aula con la secuencia didáctica propuesta en el presente trabajo de investigación sí fue realmente integradora.

8. Limitaciones de la investigación

Debido a la confidencialidad que tiene la Institución Educativa Pedro Luis Villa sobre los diagnósticos de los estudiantes con necesidades educativas especiales (NEE), no fue posible tener un diagnóstico más preciso frente al grado de discapacidad intelectual que tenían los estudiantes de la muestra.

La cantidad de estudiantes por grupo en las aulas de los colegios de carácter oficial de la ciudad de Medellín, no permiten hacer un acompañamiento más personalizado a los estudiantes con DI, lo cual dificulta que los resultados esperados en la aplicación de estrategias didácticas exitosas e integradoras, generen avances significativos en todos los estudiantes involucrados en los procesos de aula.

9. Recomendaciones

Al MEN, ya que presenta unos estándares para una población que no es posible estandarizar; por lo tanto sería conveniente establecer los criterios mínimos para que estudiantes con NEE sean promovidos y puedan llegar a ser competentes en contextos laborales; además de proporcionar espacios de capacitaciones actualizadas a los docentes que atienden poblaciones con estas características.

A las universidades, para que incluyan en los planes de estudio de las licenciaturas, asignaturas que desarrollen competencias para el trabajo con estudiantes con NEE, las cuales van en crecimiento, y se encuentran en muchas instituciones y en todos los grados.

A las instituciones educativas, para que asuman la responsabilidad de socializar los diagnósticos de los estudiantes con NEE, debido a que se vuelven tabú; y que además apoyen las estrategias educativas novedosas de los formadores, quienes en muchas ocasiones deben abordar este tipo de dificultades, sin ser los especialistas en este campo.

A los padres y madres de familia, para que estén atentos a los diferentes procesos educativos de sus hijos para identificar señales que indiquen algún tipo de dificultad para el aprendizaje, con el fin de tener un diagnóstico temprano que permita formar desde la base sin dejar tantos vacíos en el proceso.

A los docentes, es necesario continuar investigando sobre las estrategias integradoras que permitan desarrollar pensamiento geométrico en estudiantes con discapacidad intelectual, hasta lograr prácticas exitosas que hagan que todos los actores participantes en el proceso educativo, se sientan partícipes de la construcción de su conocimiento y

aptos para desenvolverse en contextos sociales que impliquen competencias geométricas.

10. Bibliografía

Acosta Rosero, D. C. (2012). Guía para el desarrollo de procesos cognitivos en niños/as con retraso mental leve del Centro Educativo Aurelio Espinosa Pólit de la ciudad de Quito.

Alonso, M. Á. V. (2003). Análisis de la definición de discapacidad intelectual de la asociación americana sobre retraso mental de 2002. *Siglo Cero: Revista Española sobre Discapacidad Intelectual*.

Bressan, A. M., & Bogisic, B. (2000). *Razones para enseñar geometría en la educación básica: mirar, construir, decir y pensar*_. Noveduc Libros.

Canet, G. V. (2009). Construyendo un concepto de educación inclusiva: una experiencia compartida. *Aspectos clave de la Educación Inclusiva*, 13.

Castiblanco, Urquina, Camargo & Acosta (2004). *Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales*. Bogotá, D.C., Colombia.

Chaves, A. P. V., Rodríguez, M. S. L., & Ramírez, M. J. R. (2006). La metacognición como estrategia para detectar procesos cognitivos en niños con retraso mental. *Revista Electrónica Educare*, 9(2), 169-185.

Corberán, R. M. (1989). *Didáctica de la geometría: el modelo Van Hiele* (Vol. 1). Publicacions de la Universitat de València.

Crowley, L. (1987). El modelo Van Hiele de desarrollo de pensamiento geométrico.

Cuéllar Rojas, O. A. (2013). Validación de una propuesta evaluativa integral para el curso de cálculo diferencial de la universidad nacional sede Medellín, basada en el uso de un LMS (Learning Mannager System), Moodle. Universidad Nacional de Colombia.

Duval, R. (2001). La geometría desde un punto de vista cognitivo. Consultado el 9 de septiembre de 2013 en <http://fractus.uson.mx/Papers/ICMI/LaGeometria.htm>.

Gualdrón, P. E. (2011). Análisis y caracterización de la enseñanza y aprendizaje de la semejanza de figuras planas. Universitat de València. España.

Gutiérrez, A., Jaime, A. (1996). Educación matemática en secundaria. Barcelona: editorial Síntesis.

Ministerio de Educación Nacional [MEN] (1998). Lineamientos curriculares en Matemáticas. Cooperativa editorial magisterio. Santafé de Bogotá.

Ministerio de Educación Nacional [MEN] (2002), Nueva ley general de educación. Santafé de Bogotá.

Ministerio de Educación Nacional [MEN] (2006), Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.

Ministerio de Educación Nacional [MEN] (2006), Orientaciones pedagógicas para la atención educativa a estudiantes con discapacidad cognitiva.

Múnera, N., Osorno, C., Ramirez. N. (2014). Desarrollo de pensamiento geométrico: Un recorrido desde la educación matemática hasta el modelo de Van Hiele. <http://desarrollodelpensamientoespacial.blogspot.com/>

Ortiz, F. G., & Viana, R. C. Cuerpos Geométricos: Clasificación y propiedades

Piedrahita, W., Londoño, J., Uribe, E. (2009). La enseñanza de la geometría con fundamento en la solución de problemas cotidianos. Universidad de Manizales.

Pérez Villa, J. G. (2011). Diseño de juego didáctico para aprendizaje de geometría básica en niños con síndrome de Down retraso leve.

Torregrosa, G., & Quesada, H. (2007). Coordinación de procesos cognitivos en geometría. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 10(2), 275-300.

Zambrano, M. M. (2005). Los niveles de razonamiento geométrico y la apercepción del método de fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele en estudiantes de educación integral de la UNEG. Universidad nacional experimental de Guayana.

ANEXOS

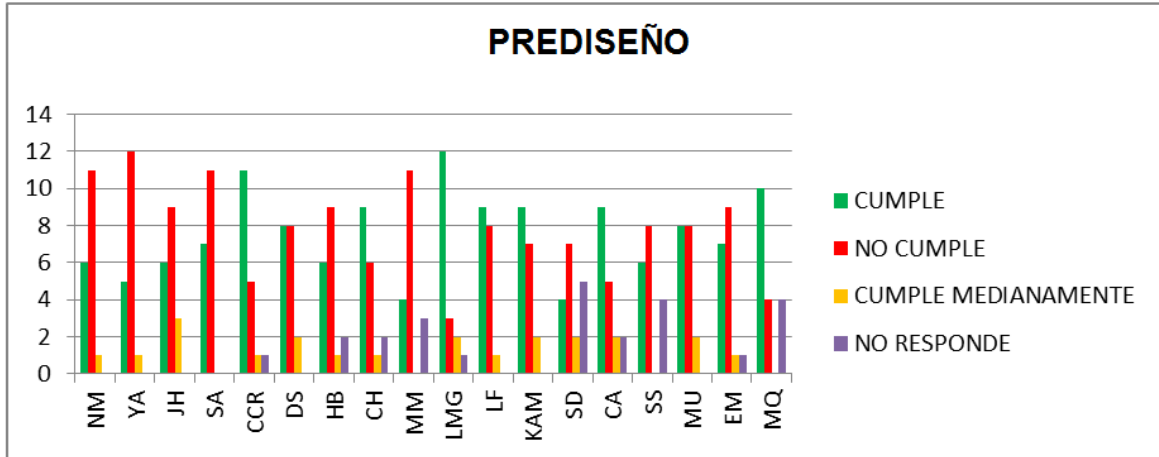
Anexo A: Análisis general prediseño

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
SUBPROCESOS	S1	S1	S2	S2	S2	S2	S1	S1	S1	S2	S2	S2	S1	S1	S2	S2	S1	S1
HABILIDADES																		
NOMBRES	H2	H2	H4	H4	H4	H4	H2	H2	H2	H5	H4	H4	H3	H3	H5	H5	H3	H3
NM	n	n	c	c	n	n	c	c	n	n	n	n	c	n	cm	c	n	n
YA	n	n	n	c	n	n	c	n	n	n	n	n	c	c	cm	c	n	n
JH	n	n	c	n	n	c	c	c	n	n	n	n	c	c	cm	n	cm	cm
SA	n	c	n	n	n	n	c	c	n	n	n	n	c	c	n	c	n	c
CCR	n	c	c	n	n	c	c	c	b	n	n	c	c	c	cm	c	c	c
DS	c	n	c	c	n	c	c	cm	c	n	n	n	c	c	cm	n	n	n
HB	n	n	n	c	n	c	c	c	n	n	n	n	c	c	cm	n	b	b
CH	n	c	c	n	n	n	c	c	n	c	n	cm	c	c	c	c	b	b
MM	n	n	n	n	n	n	n	c	c	n	n	b	c	c	n	n	b	b
LMG	c	c	b	n	c	c	c	c	c	n	cm	c	c	c	cm	n	c	c
LF	n	n	n	c	n	c	c	c	c	n	n	n	c	c	cm	n	c	c
KAM	n	n	n	c	c	n	c	c	c	n	n	n	c	c	cm	c	cm	c
SD	b	n	c	n	n	n	n	c	c	n	b	b	c	cm	cm	n	b	b
CA	n	c	c	c	n	n	c	c	c	n	n	cm	c	c	cm	c	b	b
SS	b	n	n	c	c	n	c	n	n	n	n	b	c	c	n	c	b	b
MU	n	n	c	c	n	c	n	n	c	n	n	cm	c	c	c	n	cm	c
EM	b	n	c	n	n	n	c	c	n	n	n	n	c	c	cm	n	c	c
MQ	b	c	c	c	n	c	c	c	n	n	b	b	c	c	n	c	c	b

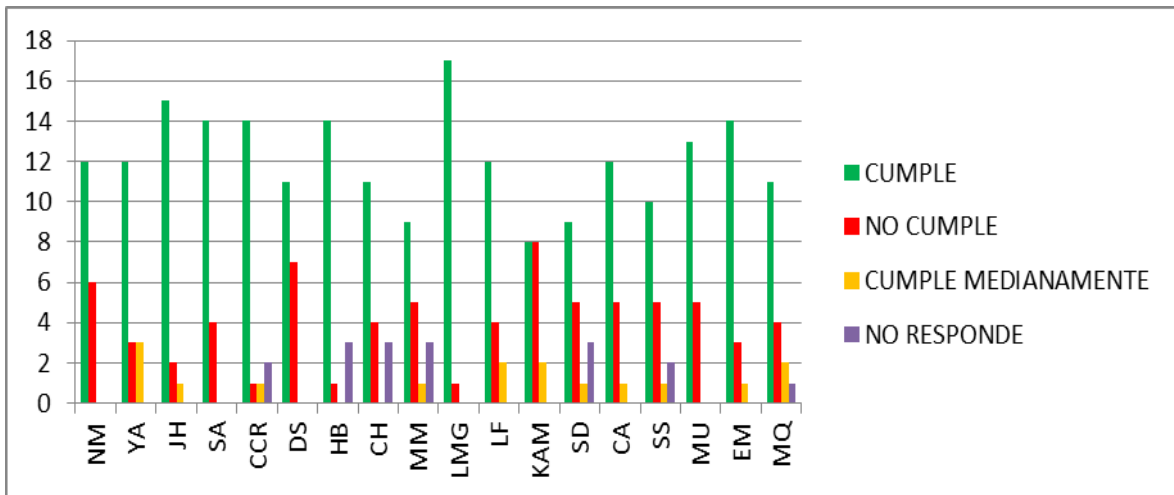
Anexo B: Análisis general posdiseño

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
SUBPROCESOS	S1	S1	S2	S2	S2	S2	S1	S1	S1	S2	S2	S2	S1	S1	S2	S2	S1	S1
HABILIDADES																		
NOMBRES	H2	H2	H4	H4	H4	H4	H2	H2	H2	H5	H4	H4	H3	H3	H5	H5	H3	H3
NM	c	c	n	c	c	c	c	c	n	c	n	cm	c	n	c	n	c	c
YA	c	n	c	c	c	c	n	c	c	c	c	c	c	cm	n	c	cm	cm
JH	c	c	c	c	c	c	c	c	c	n	c	cm	c	c	c	n	c	c
SA	c	c	n	c	n	c	c	c	c	c	n	n	c	c	c	c	c	c
CCR	c	c	c	c	c	n	c	c	c	c	c	c	cm	c	c	c	b	b
DS	c	c	n	c	n	c	c	c	c	n	c	n	c	c	c	n	n	n
HB	c	c	c	c	c	c	c	c	n	c	c	b	c	c	c	c	b	b
CH	c	c	n	c	n	c	n	c	n	c	c	b	c	c	c	c	b	b
MM	c	c	c	c	c	c	n	c	n	n	n	b	cm	c	c	n	b	b
LMG	c	c	c	c	c	c	c	c	c	n	c	c	c	c	c	c	c	c
LF	c	c	n	c	n	c	c	c	c	n	c	cm	c	c	c	n	cm	c
KAM	c	c	n	c	n	n	n	n	c	n	cm	n	c	cm	n	c	c	c
SD	c	c	c	n	n	c	n	c	c	c	cm	b	c	n	c	n	b	b
CA	c	n	c	c	n	c	c	c	c	n	cm	n	c	c	c	n	c	c
SS	c	c	c	c	c	n	n	c	n	n	cm	n	c	c	c	c	b	b
MU	c	n	c	c	n	c	c	n	c	n	c	n	c	c	c	c	c	c
EM	c	c	c	c	c	c	n	c	n	c	c	n	c	c	c	c	cm	c
MQ	c	c	n	n	n	c	c	c	c	c	cm	b	c	c	c	n	cm	c

Anexo C: Gráfica general prediseño



Anexo D: gráfica general posdiseño



Anexo E: Análisis general actividad 5

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Subproceso	S1																							
Habilidad	H3																							
estudiantes																								
NM	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c
YA	c	c	c	c	c	c	c	c	c	n	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c
JH	c	c	c	c	c	c	c	c	c	n	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c
SA	c	c	c	c	c	c	c	c	c	n	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c
CCR	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c
DS	c	c	c	c	c	c	n	n	c	n	n	c	c	c	c	n	n	c	c	c	c	c	c	c
HB	c	c	c	c	c	c	c	n	c	n	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c
CH	c	c	c	c	c	c	c	c	c	n	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c
MM	c	c	c	c	c	c	c	c	c	n	c	c	c	c	c	c	n	c	c	c	c	c	c	c
LMG	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c
LF	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	n	c	c	c	c	c	c	c	c
KAM	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	n	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c
SD	c	c	c	c	c	c	n	c	n	n	c	c	c	c	c	n	c	c	c	c	c	c	c	c
CA	c	c	c	c	c	c	c	c	c	n	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c
SS	c	c	n	c	c	c	c	c	c	n	c	c	c	c	n	c	c	n	n	c	c	c	c	c
MU	c	c	n	c	c	c	c	n	c	n	c	c	c	c	n	c	c	c	n	c	c	c	c	c
EM	c	c	n	c	c	c	n	c	c	n	c	c	c	n	c	c	c	c	n	c	c	c	c	c
MQ	c	c	c	c	c	c	c	c	c	n	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c

Anexo F: Prediseño - Posdiseño

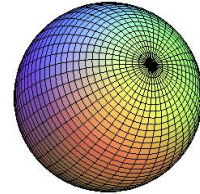
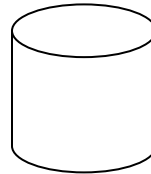
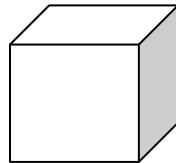
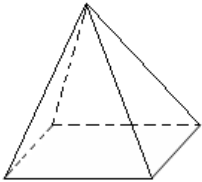
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
PROYECTO DE INVESTIGACIÓN
PREDISEÑO - POSDISEÑO

INVESTIGADOR DOCENTE: César Augusto Osorno Monsalve

Nombre _____ Grupo _____ sexo: _____ Edad: _____ (años)

Responde de acuerdo los conocimientos que tengas sobre los cuerpos geométricos:

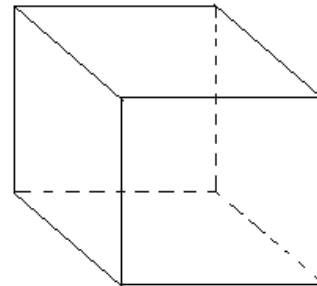
1. (S1, H2) Observo los siguientes cuerpos geométricos y encierro en un círculo los que son prismas.



De acuerdo con la figura respondo las siguientes preguntas:

2. (S1, H2) Esta figura es:

- a. Una pirámide
- b. Un prisma
- c. Un cuerpo redondo
- d. Un polígono



3. (S2, H4) ¿Cuántas superficies se necesitan para formar un cubo?

- a. 2
- b. 4
- c. 6
- d. 8

5. (S2, H4) ¿Cuántas aristas tiene?

- a. 4
- b. 8
- c. 12
- d. 16

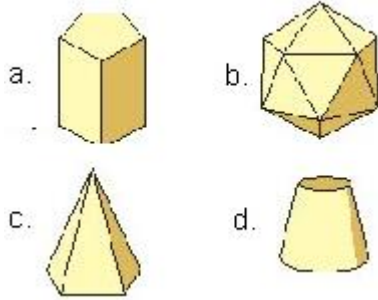
4. (S2, H4) ¿Cuál es la forma de las caras?

- a. Triángulos
- b. Rectángulos
- c. Cuadrados
- d. Cubicas

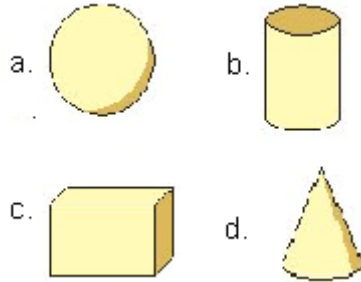
6. (S2, H4) ¿Cuántos vértices tiene?

- a. 2
- b. 4
- c. 6
- d. 8

7. (S1, H2) De las siguientes figuras, **no** es un poliedro

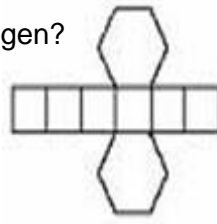


8. (S1, H2) Lucas vio una figura de 3 dimensiones. Tenía 8 vértices y 6 caras. ¿Cuál figura vio Lucas?



9. (S1, H2) ¿Qué cuerpo se forma con la imagen?

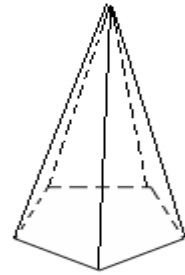
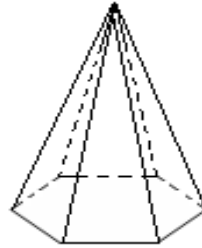
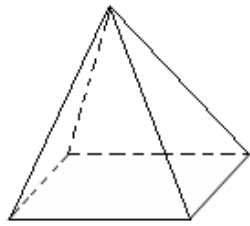
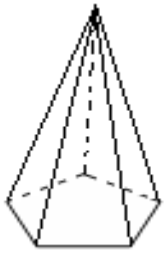
- a. Un cubo
- b. Una pirámide
- c. Un prisma
- d. Un polígono



10. (S2, H5) Una pirámide es:

- a. Un polígono
- b. Un cuerpo redondo
- c. Una figura plana
- d. Un poliedro

11. (S2, H4) Identifico la cantidad de elementos que poseen las siguientes pirámides: (Me servirán de ayuda los modelos que hay en el aula).



Caras _____

Caras _____

Caras _____

Caras _____

Vértices _____

Vértice _____

Vértices _____

Vértices _____

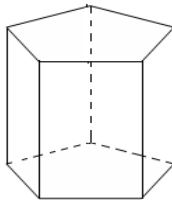
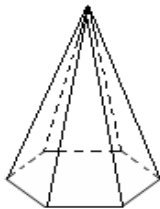
Aristas _____

Aristas _____

Aristas _____

Aristas _____

12. (S2, H4) Establezco las semejanzas y diferencias que hay entre la siguiente pirámide y el prisma:



Semejanzas: _____

Diferencias: _____

13. (S1, H3) De los siguientes cuerpos, selecciona si es poliedro o cuerpo redondo



- poliedro
- cuerpo redondo



- poliedro
- Cuerpo redondo



- poliedro
- cuerpo redondo



- poliedro
- cuerpo redondo

14. (S1, H3) Selecciona el cuerpo redondo que tiene dos bases



15. (S2, H5) Selecciona los cuerpos geométricos que no tienen vértices

- Esfera
- Prisma
- Cono
- Cilindro

16. (S2, H5) En geometría un sinónimo de volumen es:

- a. Área
- b. Capacidad
- c. Superficie
- d. Polígono



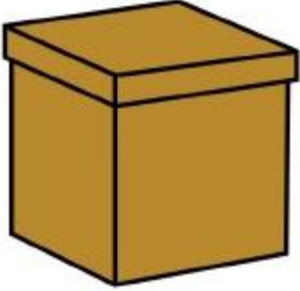


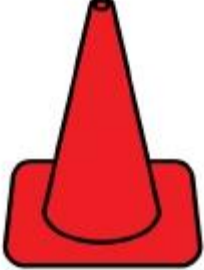






17. (S1, H3) Hago una lista de elementos que tengan forma de poliedro




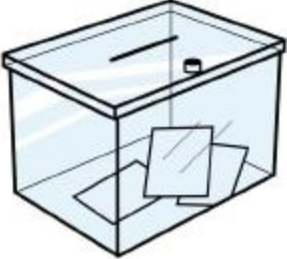








18. (S1, H3) Hago una lista de elementos que tengan forma de cuerpo redondo

Anexo G: Actividad 5: Tiene forma de:

TIENE FORMA DE:

Asocia cada objeto con alguno de los cuerpos geométricos estudiados

		
		
		
		
	96	

		
		
		
		
	97	

