



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Diseño de una propuesta didáctica teórico-experimental para la enseñanza de la interferencia entre ondas electromagnéticas con estudiantes de grado undécimo

Johanna Resnick Freyre

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales.
Bogotá D.C.
2017

Diseño de una propuesta didáctica teórico-experimental para la enseñanza de la interferencia entre ondas electromagnéticas con estudiantes de grado undécimo

Johanna Resnick Freyre

Trabajo Final presentado como requisito parcial para optar al título de:

Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director:

Ph.D. Freddy Alberto Monroy Ramírez
Profesor del Departamento de Física

Vo.Bo. _____



Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales.

Bogotá D.C.

2017

*El azar no existe,
Dios no juega a los dados.*

Albert Einstein.

Agradecimientos

A Dios, porque me ha dado la fortaleza para alcanzar todo lo que me he propuesto, pues su mano siempre me ha sostenido en cada proyecto de mi vida.

A mi familia, por su apoyo y amor incondicional, por confiar en mí y estar conmigo a lo largo de mi trayectoria académica y profesional.

Al profesor Freddy Alberto Monroy por su tiempo, su dedicación y todo lo que me permitió aprender de él en este proceso.

Una y mil veces gracias.

Johanna Resnick Freyre.

1.RESUMEN

La propuesta didáctica aquí presentada está diseñada para enseñar el concepto de interferencia a partir de talleres teórico-experimentales, cuyo objetivo reside en vincular el fenómeno experimental con su representación matemática, una vez se profundice conceptualmente en la comprensión de los elementos presentes en la representación trigonométrica de la misma.

El trabajo diseñado se aplicó a diez estudiantes de grado undécimo del Colegio Abraham Maslow situado en el municipio de Chía, en el Departamento de Cundinamarca, labor que se inició fortaleciendo los conceptos de interferencia, operaciones con números complejos y expresiones trigonométricas. Adicionalmente, a través de un conjunto de guías teórico-experimentales de estudio se presentó el concepto a reforzar; luego se presentaron ejemplos resueltos y finalmente en cada actividad, los estudiantes desarrollaron algunos ejercicios con interés práctico.

Para medir la efectividad de la propuesta didáctica, se compararon los resultados obtenidos por los estudiantes en las pruebas iniciales con los posteriores a la aplicación de la propuesta, acción que mostró un avance en la comprensión de los conceptos trabajados sobre el álgebra de números complejos, funciones trigonométricas y el concepto de interferencia, así como de algunas aplicaciones del fenómeno físico.

Palabras claves: números complejos, funciones trigonométricas, fenómeno de interferencia, proyección de franjas, efecto Moiré, aprendizaje activo.

ABSTRACT

The didactic proposal presented is designed to teach the concept of interference from theoretical-experimental workshops whose objective is to link the experimental phenomenon with its mathematical representation, once deepening the understanding of the elements present in the trigonometric representation of the same. The work designed was applied to 10 undergraduate students at Abraham Maslow College located in the municipality of Chia, on the Cundinamarca department, a work that began by strengthening the concepts of interference between waves, Operations with complex numbers and trigonometric expressions through a set theory-experimental guides was presented the concept of reinforcing. Then, examples of solved were placed and finally in each activity they developed some practice exercises. To measure the effectiveness of the didactic proposal, we compared the results obtained by the students in the initial tests with those after the application of the proposal, an action that showed an advance in the understanding of the concepts worked in the algebra complex numbers, trigonometric functions and the concept of interference, as well as some applications of the physical phenomenon.

Key words Complex numbers, trigonometric functions, interference phenomenon, fringes projection, Moire effect, active learning.

Contenido

1. RESUMEN.....	V
2. INTRODUCCIÓN.....	1
3. OBJETIVOS.....	2
3.1. Objetivo General.....	2
3.2. Objetivos Específicos.....	2
4. ANTECEDENTES.....	3
5. MARCO TEÓRICO.....	6
5.1. Fundamentos desde lo histórico y epistemológico.....	6
5.2. Fundamento disciplinar.....	7
5.2.1. Fundamento disciplinar desde las matemáticas.....	8
5.2.1.1. Números complejos.....	8
5.2.2. Fundamento disciplinar desde la física.....	10
5.2.2.1. Ecuación de onda unidimensional.....	10
5.2.2.2. Ecuación de onda bidimensional.....	11
5.2.2.3. Ecuación de onda tridimensional.....	13
5.2.2.4. Representación compleja de una onda.....	14
5.2.2.5. Superposición de ondas.....	16
5.2.2.5.1. Superposición de ondas unidimensionales.....	16
5.2.2.6. Interferencia.....	18
5.2.2.6.1. Condiciones para la interferencia.....	20
5.2.2.6.2. Interferencia de ondas planas.....	20
5.2.2.6.3. Interferencia de ondas esféricas.....	23
5.2.2.7. Luz estructurada y proyección de franjas.....	24
5.2.2.8. Efecto Moiré.....	28
5.3. Fundamentos pedagógicos.....	29
6. PROPUESTA DIDÁCTICA.....	31
6.1. Descripción de la propuesta Didáctica.....	31
6.2. Implementación y análisis de resultados de la propuesta.....	31
6.2.1. Caracterización de la población.....	31
6.2.2. Prueba diagnóstico.....	32
6.2.3. Guía 1 y 2: Álgebra de números complejos y expresiones trigonométricas.....	33
6.2.4. Guía 3 y 4: Gráficas de funciones trigonométricas e interpretación del fenómeno de interferencia.....	35
6.2.5. Guías experimentales 5 y 6: Luz estructurada y efecto Moiré.....	37
6.2.6. Resultados de las pruebas de entrada y salida.....	42
6.2.6.1. Prueba de entrada.....	42
6.2.6.2. Prueba de salida.....	45
6.2.6.3. Análisis cuantitativo de los resultados de las pruebas inicial y final.....	47
7. CONCLUSIONES.....	50
8. BIBLIOGRAFÍA.....	52

9. ANEXOS.....	55
ANEXO A: PRUEBA DIAGNÓSTICA TEÓRICA.....	55
ANEXO B: PRUEBA DIAGNÓSTICA EXPERIMENTAL.	59
ANEXO C: GUÍA 1. REFUERZO DE CONCEPTOS PREVIOS EN ÁLGEBRA DE NÚMEROS COMPLEJOS.	62
ANEXO D: GUÍA 2. REFUERZO DE CONCEPTOS PREVIOS EN EXPRESIONES TRIGONOMÉTRICAS	64
ANEXO E: REFUERZO DE CONCEPTOS PREVIOS SOBRE GRÁFICAS DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS	66
ANEXO F: GUÍA 4. COMPRESIÓN DEL FENÓMENO INTERFERENCIA.....	74
ANEXO G: GUÍA 5. LUZ ESTRUCTURADA Y PROYECCIÓN DE FRANJAS.....	78
ANEXO H: GUÍA 6. EFECTO MOIRÉ. PRÁCTICA DEMOSTRATIVA.	88

Lista de figuras

	Pág.
Figura 5- 1 Experimento de Young	7
Figura 5- 2 Representación de un número complejo y su conjugado en el diagrama de Argand.....	8
Figura 5- 3 Representación de un número complejo en coordenadas polares.....	9
Figura 5- 4 Onda unidimensional	11
Figura 5- 5 Propagación de una onda plana	12
Figura 5- 6 Propagación de una onda esférica.....	13
Figura 5- 7 Propagación de una onda cilíndrica	14
Figura 5- 8 Superposición de dos ondas unidimensionales.....	18
Figura 5- 9 Interferograma resultante de la suma de dos ondas planas	21
Figura 5- 10 Perfil de intensidad calculado a lo largo de la línea roja mostrada en la figura ..	21
Figura 5- 11 Intensidad de la interferencia de dos ondas planas en tres dimensiones.....	22
Figura 5-12 Interferograma resultante de la suma de dos ondas esféricas	23
Figura 5-13 Perfil de intensidad calculado a lo largo de la línea roja mostrada en la figura 10a	23
Figura 5- 14. Intensidad de la interferencia de dos ondas esféricas en tres dimensiones.	24
Figura 5- 15. Montaje experimental de proyección de franjas.	25
Figura 5- 16. Franjas paralelas de periodo p o rejilla binaria.	25
Figura 5- 17. Ilustración del desplazamiento vertical cuando la superficie es irregular y el punto B se desliza hasta C y debido a la dirección de iluminación debería incidir en C se desplaza hasta D [9].	26
Figura 5-18. Patrón de franjas rectas dibujado.....	27
Figura 5-19. Patrón de franjas proyectado sobre un rostro. La topografía deforma las franjas.	27
Figura 5- 20 Ejemplo de reconstrucción de una topografía con la técnica de proyección de franjas.....	27
Figura 5-21. Patrón de Moiré recto.	28
Figura 5-22. Patrón de Moiré formado con un patrón radial	28
Figura 5-23. Patrón de Moiré formado entre las rayas de la camisa y la frecuencia de la cámara.....	28
Figura 5-24. Deformación de las franjas de Moiré al deformar los patrones que lo conforman	29
Figura 6-1 Respuesta de uno de los estudiantes a la pregunta 1 de la prueba de entrada. .	32
Figura 6-2 Respuesta de uno de los estudiantes a la pregunta 2 de la prueba de entrada. .	33
Figura 6-3 Respuesta de uno de los estudiantes a la pregunta 3 de la prueba de entrada. .	33
Figura 6-4 Estudiantes de grado undécimo solucionando la guía 1.	34

Figura 6-5. Estudiantes de grado undécimo trabajando en la guía 2.....	34
Figura 6-6. Ejemplo de solución de la guía 1.	34
Figura 6-7. Ejemplo de solución de la guía 2.	34
Figura 6-8 Representación de la suma de un par de expresiones trigonométricas con la misma amplitud.....	36
Figura 6-9. Representación de la suma de un par de expresiones trigonométricas con la diferente amplitud.	36
Figura 6-10. Representación del cambio en la frecuencia de una función trigonométrica.....	36
Figura 6-11. Estudiante de grado undécimo solucionando la guía 3.	36
Figura 6-12 Modelo representativo de la interferencia de dos ondas	37
Figura 6-13 Desarrollo de la guía 4.	37
Figura 6-14 Estudiante de grado undécimo resolviendo la guía 4.	37
Figura 6-15. Estudiante enfocando un proyector casero	38
Figura 6-16. Proyector casero en funcionamiento.	38
Figura 6-17. Desarrollo de la guía 5, punto 1. Predicciones grupales e individuales. .	39
Figura 6-18. Proyección de franjas sobre una semiesfera.....	39
Figura 6-19. Proyección de franjas sobre el rostro de un estudiante.	39
Figura 6-20. Desarrollo de la guía 5 punto 7. Predicciones grupales e individuales.	39
Figura 6-21.Respuesta de un estudiante a las preguntas 1 y 2 de la evaluación de la guía 5	40
Figura 6-22. Estudiantes de grado undécimo resolviendo la guía 5.	40
Figura 6-23. Respuestas de un estudiante a las preguntas 1, 2 y 3 de la evaluación de la guía 5.....	40
Figura 6-24. Estudiantes de grado undécimo trabajando en la guía 6.....	41
Figura 6-25.Desarrollo de la guía 6, punto 1. Predicciones grupales e individuales.	41
Figura 6-26.Desarrollo de la guía 6 punto 1.	41
Figura 6-27. Desarrollo de la guía 6 punto 2.	41
Figura 6-28. Estudiantes observando el efecto Moiré.....	42
Figura 6-29.Estudiantes de grado undécimo viendo un video sobre la aplicación de la interferencia de ondas electromagnéticas.	42
Figura 6-30. Gráfica de los resultados por pregunta de la prueba diagnóstica.	43
Figura 6-31. Gráfica de los resultados por estudiante de la prueba diagnóstica.	44
Figura 6-32. Gráfica de los resultados de la prueba de salida por guía evaluada.....	45
Figura 6-33. Gráfica de los resultados de la prueba de salida.....	47

Lista de tablas

	Pág.
Tabla 6-1 Resultados por estudiante de la prueba diagnóstica	48
Tabla 6-2. Zonas de ganancia normalizada	48

2.INTRODUCCIÓN

De acuerdo a lo planteado en Colombia por el Ministerio de Educación Nacional (MEN); un estudiante desde el grado noveno de educación básica secundaria, debe estar en capacidad de expresar los resultados obtenidos en un experimento de interferencia, utilizando herramientas matemáticas, extraer conclusiones, aunque no se obtengan los resultados esperados, y formular nuevas preguntas sobre las ondas y sus interacciones [11]. No obstante, los estudiantes de undécimo grado del Colegio Abraham Maslow evidencian dificultades en la comprensión y modelamiento matemático del concepto de interferencia debido a que no hay claridad del significado físico de cada término en su representación matemática, trayendo como consecuencia que la resolución de ejercicios se convierta únicamente en un desarrollo algebraico sin significado físico.

Si se tiene en cuenta que la matemática es una ciencia que se utiliza como herramienta en la física para describir cuantitativamente fenómenos de la naturaleza, y que no se trata sólo de un tratamiento algebraico para despejar una incógnita, resulta pertinente preguntar: ¿Qué estrategia didáctica se puede aplicar con estudiantes de grado undécimo para la enseñanza-aprendizaje del concepto de interferencia, para que lo relacionen correctamente con un modelo matemático y que además sea de fácil manejo?. El presente documento está direccionado a responder esta pregunta.

Para el efecto, en 6 capítulos, se presenta una revisión de los conceptos matemáticos y físicos correspondientes, discriminados así: Los primeros 4 capítulos se ocupan del resumen, introducción, objetivos y antecedentes; el capítulo 5 resume los fundamentos epistemológicos, pedagógicos y disciplinares que soportan este trabajo, y en el capítulo 6, se exponen aspectos generales del desarrollo metodológico usados en la propuesta,- tanto en talleres como en y prácticas experimentales- la descripción de la propuesta y los resultados obtenidos en cada una de las actividades, así como la comparación de los resultados de la prueba diagnóstica con la prueba de salida. Por último, el capítulo 7 contiene las conclusiones a partir de la aplicación de la propuesta didáctica.

3.OBJETIVOS

3.1. Objetivo General

Desarrollar una estrategia didáctica para la enseñanza de la interferencia entre ondas electromagnéticas, utilizando una metodología que propicie un proceso de enseñanza – aprendizaje que permita involucrar la descripción del concepto fenomenológica, experimental y matemáticamente.

3.2. Objetivos Específicos

1. Identificar las nociones previas que tienen los estudiantes sobre el fenómeno de interferencia por medio de una práctica experimental.
2. Determinar los conceptos físicos relacionados con la interferencia y su relación con los modelos matemáticos que se utilizan para describir el fenómeno de interferencia entre ondas electromagnéticas.
3. Establecer la relación entre la superposición de ondas electromagnéticas y la luz estructurada mediante el diseño de una práctica experimental.
4. Implementar la estrategia didáctica diseñada con estudiantes de grado undécimo.
5. Validar la efectividad de la estrategia aplicada evidenciándola a través de la integración, entre la descripción matemática y fenomenológica, por medio de aplicaciones concretas.

4. ANTECEDENTES

Sobre la enseñanza de la interferencia se encontraron diferentes trabajos enfocados desde varias perspectivas con el objetivo de diseñar e implementar una forma de transmitir el concepto mencionado para superar la dificultad que encuentran los estudiantes en su aprendizaje.

La mayoría de los autores citados en este apartado han trabajado el concepto de interferencia porque coinciden en que los estudiantes, tanto a nivel escolar como universitario, presentan dificultades en la comprensión del concepto de interferencia, atribuidas a factores como: el poco tiempo que se le dedica a su aprendizaje, la falta de prácticas experimentales, la poca participación e interés por parte de los estudiantes y los inconvenientes en la comprensión del modelo matemático que se usa para describir el fenómeno.

A nivel de educación superior, en la Universidad Nacional de Tucumán, Argentina se desarrolló un trabajo cuyo objetivo fue identificar las dificultades de los estudiantes de pregrado durante el proceso de aprendizaje del modelo ondulatorio. La parte conceptual de la óptica ondulatoria hace parte de los conocimientos básicos de ingenieros y físicos. Las complicaciones desde el ejercicio docente, que se identifican tanto teórica como experimentalmente son las siguientes: la falta de comprensión del significado físico de las expresiones matemáticas usadas para describir las ondas, pues se les dificulta identificar situaciones en las que se dan fenómenos de interferencia, no tienen claros los criterios para describir mediante esquemas gráficos patrones de intensidad, no diferencian un patrón de interferencia de uno de difracción. Para dar solución a las problemáticas anteriores, se propuso un conjunto de ejercicios indagando sobre los elementos de una onda y un taller experimental realizado con ondas mecánicas (ondas en el agua) y ondas electromagnéticas (ondas de luz) y una discusión sobre los resultados observados [2].

Belendez, A, señala que una de los mayores problemas de los estudiantes no solo a nivel elemental sino también a nivel de educación superior, es la representación matemática de los fenómenos físicos; a ello se le suma que, en los libros de texto, los conceptos enseñados en la óptica son presentados como la realidad del fenómeno, no como una aproximación al mismo, por lo que interiorizan el concepto como dogma. Para solucionarlo se propuso diseñar modelos cuyo análisis sea factible para el estudiante según su edad [3].

Por su parte, la Universidad Nacional de Colombia ha aportado a la solución de algunos de los puntos problemáticos ya mencionados con trabajos como los de Zabala D, Muñoz L y Tolosa W.

El primero fue diseñado con el objetivo de mejorar la comprensión de los conceptos de interferencia y difracción de la luz diseñando una propuesta didáctica basada en el aprendizaje activo, para que partiendo de la interferencia, se llegue a la difracción por una vía experimental; en la propuesta desarrollada se identifica una actitud pasiva por parte de los estudiantes frente a su propio aprendizaje, lo que les genera una actitud inactiva, la cual se refleja en los resultados académicos obtenidos en pruebas estandarizadas. Otros problemas identificados es el breve tiempo utilizado para enseñar el concepto de interferencia, así como también, la metodología tradicional donde el docente da su clase magistral. Y por último la carencia de prácticas experimentales en la enseñanza de estos conceptos; para superar estas dificultades la propuesta didáctica está encaminada a enseñar el fenómeno de interferencia y difracción a partir de la relación fenomenológica entre ellos [4].

El segundo coincide con la opinión general en que se dedica un lapso muy corto a la enseñanza de este fenómeno por lo que el estudiante puede profundizar muy poco acerca de él. Allí, usando los pasos de la metodología aprendizaje activo se diseñaron dos guías una para el docente y otra para el estudiante, con el objetivo de enseñar el fenómeno de interferencia, relacionando este concepto de manera interdisciplinar con otras áreas [5].

El tercero, respondiendo a los requerimientos del Ministerio de Educación Nacional en el que un estudiante de grado undécimo debe reconocer, describir, diferenciar y evidenciar modelos y leyes de la naturaleza de la luz y encontrando que son pocos los experimentos que se realizan, se genera en los estudiantes una actitud negativa hacia el aprendizaje y hacia la ciencia, allí se propone un trabajo en el que se construyó un kit de materiales didácticos con el fin de realizar prácticas experimentales sobre los fundamentos conceptuales de la interferencia y la difracción de la luz usando la Metodología de Aprendizaje Activo [6].

Si bien como se mencionó, en general los trabajos anteriores, centran su atención y esfuerzos en la comprensión del concepto de interferencia a partir del estudio del fenómeno experimentalmente y su representación matemática, no se hace énfasis en las posibles aplicaciones que tiene éste. La propuesta didáctica que se muestra en éste

documento no solo presenta una posible solución al problema de la representación matemática y su interpretación fenomenológica, sino que a partir de la construcción del concepto desde sus bases matemáticas y su comprensión a través de prácticas experimentales, usando la Metodología de Aprendizaje Activo, identifican mediante aplicaciones prácticas y extrapolables a soluciones tecnológicas (tales como la posibilidad de reconstrucciones 3D y efectos de animaciones), la utilidad de los conceptos estudiados de tal manera que motivan, dan significado y muestran utilidad a lo que los estudiantes están aprendiendo sobre el fenómeno de la interferencia.

5.MARCO TEÓRICO

5.1. Fundamentos desde lo histórico y epistemológico.

En este inciso se hace un breve recuento histórico del desarrollo del concepto de interferencia, desde Isaac Newton, quien dedicó parte de sus estudios al comportamiento de la luz, hasta Thomas Young, famoso por su experimento de la doble rendija.

El estudio de la naturaleza de la luz ha sido quizás, uno de los más controversiales de la historia de la epistemología de la física. En el siglo XVII existían razones de peso para definir la luz como una onda gracias a las investigaciones de científicos como Grimaldi, Huygens y Hooke. Sin embargo, el criterio de Isaac Newton, uno de los más importantes científicos de la historia de la física y de su época, sostenía que la luz era de naturaleza corpuscular, por lo tanto su teoría tenía gozaba de una gran aceptación y respeto, basado en su visión mecánica del mundo, argumentando que una sustancia llamada éter (sustancia, que debía ser mucho menos densa y mucho más elástica que el aire) era la responsable de la transmisión de una onda luminosa [7].

El concepto de interferencia se remonta al estudio de la naturaleza de la luz y su larga discusión en torno a su carácter ondulatorio o corpuscular, pero por otra parte, muchos de los científicos que acogían la teoría ondulatoria de la luz, como Gregory, influidos por los argumentos de Newton, abandonaban aquel concepto. En el siglo XIX surge nuevamente la teoría ondulatoria de la luz gracias a los aportes de científicos como Agustin Fresnel y Thomas Young, quien demuestra la naturaleza ondulatoria de la luz con el experimento de la doble rendija, agregando un concepto fundamental: el de interferencia, cuyo origen radica en la necesidad de explicar el fenómeno de difracción. Así mismo, hace una analogía entre el “éter universal” y el agua y las ondas propagándose en cada medio, las que en sus intersecciones producían ondulaciones con picos más altos, más bajos o su desaparición según el tipo de interferencia [4].

Con sus estudios, Young buscaba probar que las ondas lumínicas interferían consigo mismas; para demostrarlo preparó un experimento en el cual iluminaba ambos bordes de un pedazo de cartulina delgado, con el que obtuvo un patrón de franjas claras y oscuras al que llamó interferencia [8].

El experimento de la doble rendija fue descrito por Young en su conferencia: “Lectures on Natural Philosophy and the Mechanical Arts” en 1807, que puso de manifiesto tres resultados importantes: evidenció el fenómeno de difracción de la luz, produjo un patrón de interferencia y permitió medir la longitud y frecuencia de onda. No obstante, éste experimento, no logró la aceptación inmediata de la teoría ondulatoria de la luz, debido, por una parte, al peso de la teoría corpuscular de Newton al respecto, porque eran pocos los que se atrevían a contradecirlo, y por otra, a las limitaciones que tenía Young en su expresión oral y escrita [7].

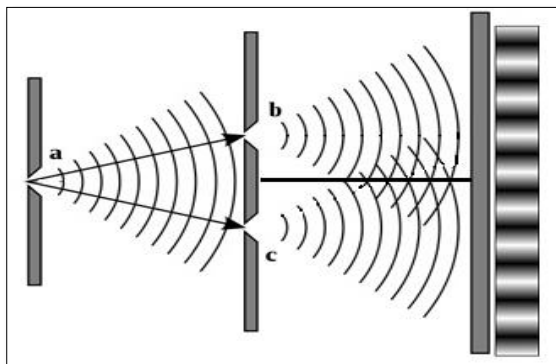


Figura 5- 1 Experimento de Young¹

La figura 5-1 muestra el experimento de Young donde a través de la rendija a sale un rayo de luz que atraviesa las aberturas igualmente espaciadas b y c respecto al orificio a. Los haces de luz se interceptan formando un patrón de interferencia en la pantalla caracterizado por una franja brillante ubicada en todo el centro de la pantalla debido a que la trayectoria de los haces desde b y c es la misma, por lo tanto, generan una interferencia constructiva [10].

5.2. Fundamento disciplinar

Para el desarrollo del presente trabajo, se expondrán los fundamentos disciplinares correspondientes. Desde la física: el concepto de onda, interferencia y luz estructurada. Desde las matemáticas: el álgebra de números complejos y su representación exponencial.

¹ Imagen libre de derechos de autor disponible en la web.

5.2.1. Fundamento disciplinar desde las matemáticas².

A continuación, se abordan los temas de números complejos, operaciones entre ellos y su relación con las funciones trigonométricas a través del diagrama de Argand y el uso de coordenadas polares, así como la ecuación de Euler que establece una relación entre expresiones trigonométricas y una representación exponencial.

5.2.1.1. Números complejos.

Un número complejo se expresa de la siguiente la forma

$$z = x + iy \quad (1)$$

donde $i = \sqrt{-1}$, y representa la parte imaginaria de z y x e y son números reales.

El conjugado de un número complejo se denota como z^* y se obtiene multiplicando por -1 la parte imaginaria de z

$$z^* = x - iy \quad (2)$$

En la figura 5-2 se ilustran z y z^* en función de sus componentes real e imaginaria, a esta construcción se le llama diagrama de Argand.

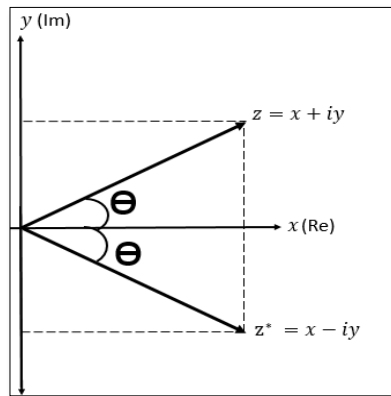


Figura 5- 2 Representación de un número complejo y su conjugado en el diagrama de Argand

² Definiciones y conceptos tomados de Hecht (2006) Óptica. Ed. Pearson.

Usando coordenadas las polares (r, θ) como se ve en la figura 5-3, las componentes de un número complejo se representan como $y = r \text{sen } \theta$ y $x = r \text{cos } \theta$

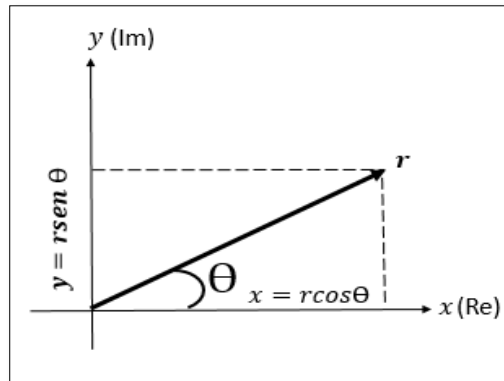


Figura 5- 3 Representación de un número complejo en coordenadas polares

De acuerdo a las ecuaciones (1) y (2), y la representación de un número complejo en coordenadas polares, resultan las expresiones (3.a) y (3.b)

$$z = x + iy = r(\text{cos } \theta + i \text{sen } \theta) \quad (3.a)$$

$$z^* = x - iy = r(\text{cos } \theta - i \text{sen } \theta) \quad (3.b)$$

Ahora se introduce la ecuación de Euler (ecuación (4)) que permite expresar un número complejo de forma exponencial como en la expresión 5 [10].

$$e^{i\theta} = \text{cos } \theta + i \text{sen } \theta \quad (4)$$

$$z = r \text{cos } \theta + i r \text{sen } \theta \quad (5)$$

$$z = r e^{i\theta} \quad (6)$$

La ecuación (6) denota un número complejo, cuyo conjugado z^* escrito de forma exponencial como se ve en la expresión (8):

$$z^* = r (\text{cos } \theta - i \text{sen } \theta) \quad (7)$$

$$z^* = r e^{-i\theta} \quad (8)$$

Las operaciones de suma y resta con números complejos funcionan de manera similar a la suma o resta entre vectores componente a componente.

$$z_1 \pm z_2 = (x_1 \pm x_2) + i(y_1 \pm y_2)$$

Sin embargo, la multiplicación y la división se operan de manera más sencilla usando la notación en forma polar

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 e^{(\theta_1 + \theta_2)} \quad \text{y} \quad \frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} e^{(\theta_1 - \theta_2)}$$

5.2.2. Fundamento disciplinar desde la física³

En este apartado se exponen el concepto de onda, y la representación en forma compleja de una onda unidimensional, bidimensional y tridimensional. Luego se tratan los temas de superposición de ondas e interferencia entre ondas unidimensionales, planas y esféricas junto con las condiciones para que se produzca el fenómeno de interferencia. Finalmente se presenta una de las aplicaciones de la interferencia entre ondas electromagnéticas, tal es el caso de la luz estructurada y el efecto Moiré.

5.2.2.1. Ecuación de onda unidimensional

Una onda transporta energía y se produce por la perturbación de un medio elástico, bien sea material o inmaterial; tal es en el caso de una onda mecánica como el sonido o una onda electromagnética como la luz respectivamente. Esta perturbación está descrita por una ecuación diferencial en derivadas parciales de segundo orden lineal que es función de distintas variables independientes como el tiempo y el espacio. Por lo general una ecuación diferencial tiene una o varias soluciones que la satisfacen, es decir una o varias funciones cualesquiera en un intervalo dado, pueden ser soluciones de una ecuación diferencial si al sustituirse en ésta se obtiene una identidad [9].

Existen varios tipos de ondas en relación a la forma de su frente de onda, sin embargo, se verán a continuación únicamente las ondas unidimensionales, planas, esféricas y cilíndricas.

³ Definiciones y conceptos tomados de Hecht (1994) Óptica. Ed. Pearson

La expresión (9) es la ecuación diferencial de una onda unidimensional, siendo ψ una función del tiempo y del espacio, donde v describe la velocidad con la que se mueve la perturbación

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (9)$$

Una onda unidimensional se caracteriza por desplazarse en una única dirección, como se muestra en la figura 5-4.

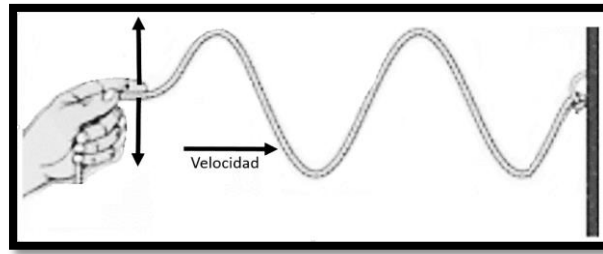


Figura 5- 4 Onda unidimensional

Una solución a la ecuación (9) es:

$$\psi(x, t) = A \sin(kx - \omega t) \quad (10)$$

Porque satisface la expresión (9). En la ecuación (10), A es la amplitud, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ es la frecuencia angular, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ el número de onda, ε la diferencia de fase, t el tiempo y x es la coordenada espacial.

5.2.2.2. Ecuación de onda bidimensional.

Una onda bidimensional se llama plana si todos los puntos equifásicos (de igual fase) quedan sobre un mismo plano, es decir tienen fase constante y forman un conjunto de planos perpendiculares a la dirección de propagación de la onda, como se muestra en la figura 5, donde la dirección de propagación de la onda es la misma que el vector de onda \vec{k} y λ es la longitud de onda, $\psi(x, y, t)$ es una función que describe la propagación espacio temporal de la onda.

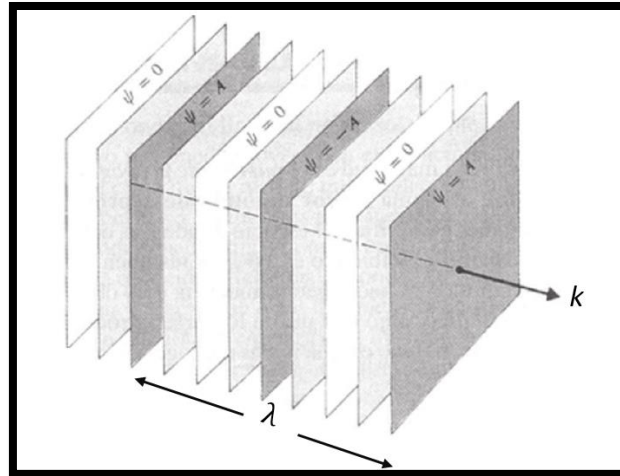


Figura 5- 5 Propagación de una onda plana⁴

La expresión (11) es la ecuación que describe una onda plana, donde $\psi(x, y, t)$ es una función del tiempo y el espacio que describe una perturbación cuya velocidad es v [7]:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (11)$$

Un par de soluciones que satisfacen la expresión (11), son las ecuaciones (12.a) y (12.b) y que forman el conjunto de planos como los mostrados en la figura 5-5:

$$\psi(r) = A \cos(\vec{k} \cdot \vec{r}) \quad (12.a)$$

$$\psi(r) = A \text{sen}(\vec{k} \cdot \vec{r}) \quad (12.b)$$

Dónde A es la amplitud, \vec{k} el vector de onda que pasa por un punto en el espacio, $\vec{r} = (x, y)$ un vector perpendicular a \vec{k} y el producto $\vec{k} \cdot \vec{r}$ es constante [10].

⁴ Imagen tomada de Hecht (1994) Óptica. Ed. Pearson pág 27

5.2.2.3. Ecuación de onda tridimensional.

Una onda tridimensional se puede expresar como una combinación de ondas planas, cada una tiene una dirección y amplitud diferentes; una onda plana es un caso particular de una tridimensional que se desplaza en el espacio sin cambiar de perfil. Una onda tridimensional como la esférica está dada por la expresión (13) y $\psi(x, y, z, t)$ es la función del tiempo y el espacio que describe dicha perturbación con velocidad es v , [10]:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (13)$$

Un caso especial de la solución de la ecuación (13) es la expresión (14):

$$\psi(r, t) = \left(\frac{A}{r}\right) \cos k(r \mp vt) \quad (14)$$

donde la amplitud está siendo modificada por un término que cambia inversamente proporcional a la distancia $\vec{r} = (x, y, z)$ al punto origen de la onda como se muestra en la figura 5-6 [10].

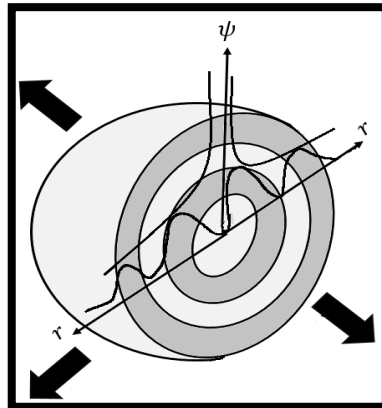


Figura 5- 6 Propagación de una onda esférica⁵

Otro tipo de onda tridimensional común es la onda cilíndrica, la cual está descrita por la expresión [10]:

$$\psi(r, t) \approx \left(\frac{A}{\sqrt{r}}\right) \cos k(r \mp vt) \quad (15)$$

A es la intensidad de la fuente, $k \cdot r$ es constante y la amplitud varía con la raíz de r : \sqrt{r} .

⁵ Imagen tomada de Hecht (1994) Óptica. Ed. Pearson pág. 32

La ecuación (15) representa un conjunto de cilindros circulares coaxiales propagándose en el espacio que se acercan o alejan respecto una fuente lineal infinita. Una onda de este tipo se produce a partir del paso de una onda plana a través de una rendija delgada y alargada, generando una perturbación semejante a una onda cilíndrica tal como lo indica la figura 5-7

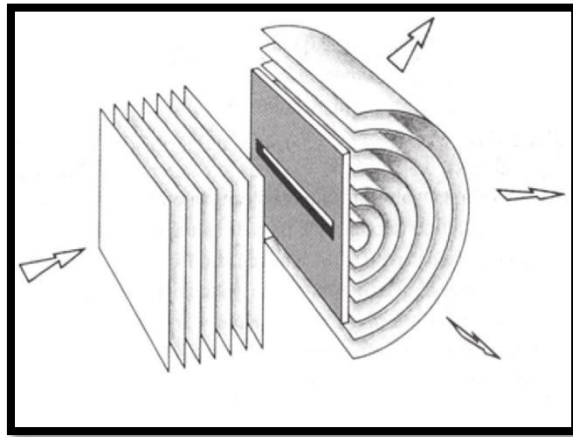


Figura 5- 7 Propagación de una onda cilíndrica⁶

5.2.2.4. Representación compleja de una onda.

Una forma de expresar una onda, es escribirla en términos de funciones armónicas de la siguiente forma:

$$\psi(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varepsilon) \quad (16)$$

En la ecuación (16), A es la amplitud, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ es la frecuencia angular, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ el número de onda, ε la fase, t el tiempo y x la coordenada espacial.

De acuerdo a la expresión (6), el término $\cos(\omega t - kx + \varepsilon)$ de la expresión (16), se puede escribir en forma exponencial como $\cos(\omega t - kx + \varepsilon) = \text{Re}[e^{i(\omega t - kx + \varepsilon)}]$, donde Re representa la parte real del número complejo. Para simplificar la escritura se sustituye $\varphi = (\omega t - kx + \varepsilon)$

⁶ Imagen tomada de Hecht (1994) Óptica. Ed. Pearson pág. 33

Por lo tanto, la expresión (16) puede reescribirse como:

$$\psi(x, t) = \text{Re}[Ae^{i(\omega t - kx + \varepsilon)}] = A \cos(\omega t - kx + \varepsilon) \quad (17)$$

La cual suele simplificarse como:

$$\psi(x, t) = Ae^{i(\omega t - kx + \varepsilon)} = Ae^{i\varphi}$$

La expresión inmediatamente anterior es una onda unidimensional que se mueve en la dirección positiva del eje X .

Según los lineamientos anteriores, una onda plana en la representación compleja se puede expresar de la siguiente manera:

$$\psi(r) = Ae^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} \quad (18)$$

$$\psi(r, t) = Ae^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} + \omega t)} \quad (19)$$

Siendo A la amplitud, \vec{k} el vector de onda que indica la dirección de propagación de la onda, \vec{r} el vector de coordenadas (x, y) y el producto $\vec{k} \cdot \vec{r} = \text{constante}$.

Una onda esférica escrita en la representación compleja, puede escribirse como:

$$\psi(r, t) = \left(\frac{A}{r}\right) e^{i\vec{k}(\vec{r} \pm vt)} \quad (20)$$

Aquí, A es la amplitud de la fuente, \vec{k} el vector de onda que indica la dirección de propagación de la onda, $\vec{r} = (x, y, z)$ el vector de coordenadas (x, y, z) y el producto $\vec{k} \cdot \vec{r} = \text{constante}$ de manera similar a una plana, sin embargo es importante resaltar que la amplitud de una onda esférica es una función del inverso de r , siendo el término r^{-1} un factor de atenuación. Por otra parte, en contraste con las ondas planas, las esféricas disminuyen en intensidad, pues su amplitud es inversamente proporcional a r por lo que su perfil cambia al alejarse de la fuente.

Por último, la expresión (21) muestra una onda cilíndrica representada exponencialmente

$$\psi(r, t) = \left(\frac{A}{\sqrt{r}}\right) e^{i\vec{k}(\vec{r} \pm vt)} \quad (21)$$

En la ecuación (21), $\vec{k} \cdot \vec{r} = \text{constante}$ y la amplitud $\frac{A}{\sqrt{r}}$ es una función que varía inversamente con \sqrt{r} .

Todas las ondas estudiadas hasta ahora, tanto planas, como esféricas y cilíndricas se caracterizan por la forma en la que varía su amplitud (y por lo tanto su intensidad, ya que esta es proporcional al cuadrado de la amplitud). Para el caso de una onda plana la amplitud es A , en tanto que para una onda esférica su amplitud es $\frac{A}{r}$, mientras que para una onda cilíndrica es $\frac{A}{\sqrt{r}}$. Estas dos últimas ondas presentan una variación inversamente proporcional a r y a \sqrt{r} , que las identifica como ondas esféricas o cilíndricas respectivamente [10].

5.2.2.5. Superposición de ondas.

Para que varias ondas se puedan sumar deben cumplir con el principio de superposición, es decir, que las funciones que describen las ondas participantes, individualmente sean soluciones de la ecuación diferencial de onda, lo cual implica que cuando las ondas lleguen simultáneamente a algún punto del espacio en el que se superponen, simplemente se sumen o se resten, según el caso, y luego de ello cada una pueda seguir su camino inalterado por la intersección. Cuando dos o más ondas se cruzan simultáneamente en una región del espacio, se produce una onda que resulta de la superposición de ellas. El objetivo de la observación de este fenómeno es estudiar las características de la onda resultante en cuanto a su amplitud, fase y frecuencia.

Otra propiedad importante es que, si un conjunto de funciones es solución individual de esta ecuación diferencial, la suma de dichas funciones también es solución de la ecuación diferencial. Esta propiedad se conoce como principio de superposición, el cual indica que la perturbación que resulta en cualquier punto de un medio, equivale a la suma algebraica de las ondas que constituyen esta perturbación por separado.

5.2.2.5.1. Superposición de ondas unidimensionales.

La expresión (9) es una onda unidimensional cuya solución es la ecuación (10). Una onda de este tipo se propaga en una sola dirección en el espacio, tal es el caso de una onda que se propaga a través de una cuerda.

Otra solución a la ecuación diferencial de onda en la expresión (10) se escribe de la siguiente manera [10]:

$$E(x, t) = E_0 \text{sen}[\omega t - (kx + \varepsilon)] \quad (22)$$

Donde E_0 es la amplitud de la perturbación armónica propagándose a lo largo del eje x en dirección positiva.

A fin de separar las variables temporales y espaciales dentro de la fase se hace la siguiente sustitución:

$$\alpha(x, \varepsilon) = -(kx + \varepsilon) \quad (23)$$

Por tanto, la ecuación (22) queda expresada como:

$$E(x, t) = E_0 \text{sen}[\omega t + \alpha(x, \varepsilon)] \quad (24)$$

Ahora, si se suman dos ondas E_1 y E_2 considerando lo anterior:

$$E_1 = E_{01} \text{sen}(\omega t + \alpha_1) \quad (25)$$

$$E_2 = E_{02} \text{sen}(\omega t + \alpha_2) \quad (26)$$

Se tiene que, si $E = E_1 + E_2$

$$E = E_0 \text{sen}(\omega t + \alpha) \quad (27)$$

Donde E_0 es la amplitud de la nueva onda y α su diferencia de fase. Un factor determinante en la forma de la onda resultante a partir de la superposición, es la diferencia de fases. Así, cuando la diferencia de fases sea un múltiplo entero de 2π , se obtendrá una amplitud máxima, y se dice que las ondas están en fase; pero si por el contrario la diferencia de fases es un múltiplo impar de π , dará como resultado una interferencia destructiva, es decir, la cancelación de una cresta con un valle, esto en el caso particular de que ambas ondas tengan la misma amplitud. Entonces una diferencia de fase también se produce por: la diferencia de longitud del trayecto recorrido por dos ondas, llamado diferencia de camino óptico (D.C.O), así como también por la diferencia de la fase inicial de una onda respecto a la otra [10].

Con el objetivo de mostrar un ejemplo de la superposición de ondas unidimensionales, considérese en la gráfica de la figura 5-8, las siguientes ondas, graficadas en $t = 0$:

$$\psi_1 = 1 \text{ sen } kx \quad \text{y} \quad \psi_2 = 0.8 \text{ sen} \left(kx - \frac{\pi}{3} \right)$$

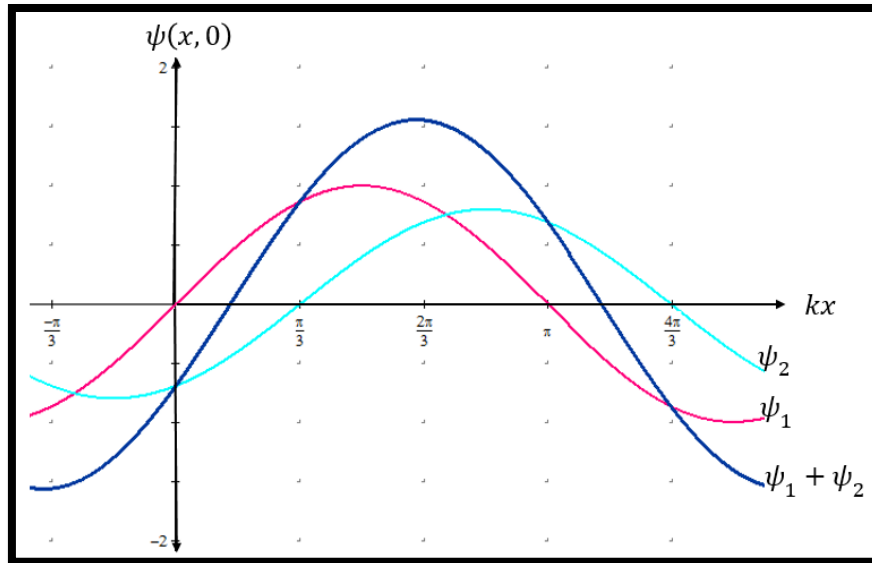


Figura 5- 8 Superposición de dos ondas unidimensionales.

La figura 5-8 muestra las ondas ψ_1 y ψ_2 , ψ_2 está desplazada a la derecha con respecto a ψ_1 , es decir está desfasada $\frac{\pi}{3}$. La suma o superposición de estas es $\psi_1 + \psi_2$, y dado que tanto ψ_1 como ψ_2 son soluciones individuales de la ecuación (9), la suma también es solución de esta misma expresión.

5.2.2.6. Interferencia.

Dos ondas de luz pueden atravesarse, sin que sean modificadas luego de pasar por la región en la que se cruzaron. En este sentido las ondas no interfieren la una con la otra, sin embargo, en la región de cruce de las ondas, se esperaría que la amplitud y la intensidad resultantes puedan ser muy diferentes desde la suma de las contribuciones de cada una por separado, esta modificación de la intensidad obtenida por la superposición de dos o más ondas de luz es a lo que se llama interferencia de la luz.

El fenómeno de la interferencia a escala macroscópica puede compararse con la interacción de dos ondas sobre la superficie de agua, porque se perciben el conjunto de perturbaciones que se producen, tales como las regiones en las que los valles o crestas sean más sobresalientes en relación con cualquiera de las perturbaciones originales. Las zonas más prominentes muestran una interferencia constructiva, en tanto que los valles

muestran una interferencia destructiva. Luego de la interacción entre el par de ondas en cuestión, cada una sigue su trayectoria sin sufrir modificaciones.

Algunos puntos a tener en cuenta respecto al estudio de la interferencia en este apartado son los siguientes:

Se ha considerado la superposición de un par de ondas escalares, no obstante, la luz es un fenómeno vectorial y aunque es un aspecto importante, hay casos en los que esto tiene poco significado práctico. Sin embargo, se puede usar un tratamiento escalar teniendo en cuenta algunas condiciones [10]:

- Cuando se superponen varias ondas, la amplitud del campo eléctrico E está dada por la contribución de varias fuentes por separado:

$$E = E_1 + E_2 \quad (28)$$

- Debido a que el campo E varía en frecuencias de $4.3 \times 10^{14} \text{ Hz}$ a $7.5 \times 10^{14} \text{ Hz}$, siendo esta una cantidad difícil de detectar, la interferencia se estudió teniendo en cuenta la irradiancia, dado que esta (considerada proporcional a la amplitud o intensidad del campo al cuadrado) es de más fácil detección. La irradiancia total en un fenómeno de interferencia está dada por la siguiente expresión [10]:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta \quad (29)$$

Donde I_1 e I_2 son las intensidades de las ondas respectivas descritas por E_1 y E_2 , I corresponde a la intensidad de la onda resultante y δ corresponde a la diferencia de fase entre las dos ondas que se están interfiriendo. En la ecuación (29), I puede ser mayor, menor o igual a $I_1 + I_2$ según el valor de δ , produciendo interferencia constructiva, destructiva, interferencia constructiva total o destructiva total, considerando lo siguiente:

$I > I_1 + I_2$, cuando $0 < \cos \delta < 1$ pues las perturbaciones están fuera de fase $I_1 + I_2 < I < I_{máx}$, esta es la interferencia constructiva, pero si $\delta = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \pm 6\pi \dots$ $\cos \delta = 1$, se produce un máximo de intensidad y la interferencia es constructiva total.

$I = I_1 + I_2$, si $\cos \delta = 0$, $\delta = \frac{\pi}{2}$, es decir para desfases de 90° , la interferencia destructiva se da cuando $0 > \cos \delta > -1$, y mínima o interferencia destructiva total se da cuando se tiene $\delta = \pm\pi, \pm 3\pi, \pm 5\pi \dots$ éste es el caso en el que las ondas están desfasadas 180° , y las crestas y los valles se superponen completamente [10].

5.2.2.6.1. Condiciones para la interferencia.

Para que se dé un patrón de interferencia estable, es decir observable, entre un par de ondas luminosas se deben cumplir las siguientes condiciones:

1. La luz debe ser coherente, es decir, debe tener coherencia temporal y espacial.
2. La luz debe ser cuasi-monocromática, es decir, debe estar compuesta de una sola longitud de onda, de un solo color.
3. Debe ser posible aplicar el principio de superposición.

Una manera en la que se puede generar un patrón de interferencia estable, es usando una misma fuente emisora, o al menos un par de fuentes cuya diferencia de fase sea constante,

Si las ondas que emiten las fuentes de luz son de longitud de onda finita, es posible medir la longitud de coherencia de forma práctica, cuyo promedio de existencia es la del tiempo de radiación del átomo: $1,6 \times 10^{-8} \text{s}$, donde la longitud de coherencia está dada por $\Delta l_c = c \Delta t_c$, y donde Δt_c es el tiempo en el que se da la longitud de coherencia, decir [11].

Por otra parte, si las fuentes luminosas como un par de bombillas comunes, se colocan una frente a la otra, no hay un patrón de interferencia estable porque las ondas luminosas de una fuente se emiten independientemente de la otra, es decir, no hay una relación constante de fase entre las dos fuentes en el tiempo, porque cada fuente experimentará un cambio diferente en su fase, por tanto las condiciones para que la interferencia constructiva o destructiva se dé en algún momento dura un tiempo muy breve.

En realidad, no es que no se dé el fenómeno interferencia, lo que sucede es que el ojo humano no alcanza a percibir las interferencias destructivas y constructivas debido a la corta duración de estos cambios. Estas fuentes de luz se denominan incoherentes.

5.2.2.6.2. Interferencia de ondas planas.

A partir de las ecuaciones (12.a) y (12.b), se puede escribir una expresión para una onda plana usando la representación exponencial:

$$\psi(r) = Ae^{ik.r} \quad (30)$$

$$\psi(r, t) = Ae^{i(k.r+\omega t)} \quad (31)$$

La expresión (11), como ya se mencionó, es una onda bidimensional plana. Una onda de este tipo se propaga en dos direcciones en el espacio, como por ejemplo la vibración de la superficie de un tambor o la perturbación sobre la superficie de una cubeta de agua.

A manera de ejemplo, se pueden simular dos ondas planas (lo cual se ha hecho para este trabajo bajo la plataforma Matlab®). Considérese la superposición de dos ondas planas propagándose en la dirección del eje x , usando la notación de la ecuación (30), (asumiendo $t = 0$):

$$\psi_1 = 100e^{i\varphi_1} \quad (32)$$

$$\psi_2 = 100e^{i\varphi_2} \quad (33)$$

Para la visualización gráfica se puede suponer, por ejemplo, que $\varphi_1 = 0$ y $\varphi_2 = 0,069012x$ (el coeficiente de x es un número arbitrario dado para poder visualizar la onda y se corresponde con el valor del número de onda $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, con λ la longitud de onda de la luz utilizada).

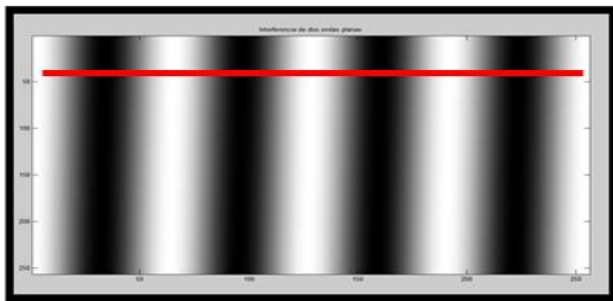


Figura 5- 9 Interferograma resultante de la suma de dos ondas planas⁷

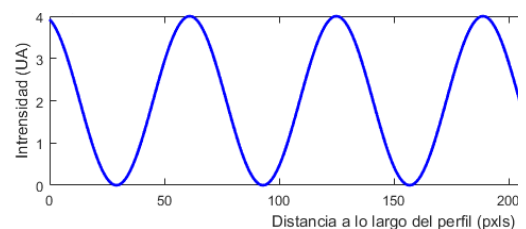


Figura 5- 10 Perfil de intensidad calculado a lo largo de la línea roja mostrada en la figura⁸

La figura 5-9, muestra el llamado mapa 2D de intensidades (o interferograma), de la superposición de las dos ondas planas. Las franjas oscuras indican zonas de baja

⁷ Imagen elaborada por el autor en Matlab®

⁸ Imagen elaborada por el autor en Matlab®

intensidad en tanto que las claras, por el contrario, muestran zonas de alta intensidad. La figura 5-10 muestra un perfil de intensidad calculado a lo largo de la línea roja horizontal mostrada en la figura 5-9, en ella se puede observar claramente la variación sinusoidal de la intensidad resultante de la suma de las dos ondas, manteniendo la frecuencia constante.

Por lo tanto, el resultado de la suma de las dos ondas planas, tiene una variación sinusoidal en amplitud, pero mantendrá una diferencia de fase que varía linealmente con la fase de la onda inicial.

Al realizar esta misma gráfica, pero en 3D se obtiene el interferograma mostrado en la figura 5-11.

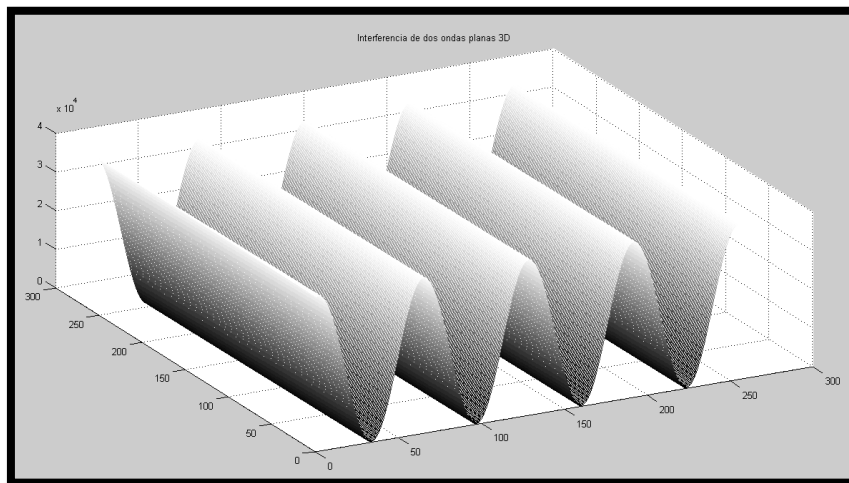


Figura 5- 11 Intensidad de la interferencia de dos ondas planas en tres dimensiones⁹

La figura 5-11 muestra la variación de la intensidad de la resultante de la interferencia de las dos ondas planas, los valles son zonas de mínima intensidad y las crestas son zonas de máxima intensidad.

⁹ Imágenes elaboradas por el autor en Matlab®

5.2.2.6.3. Interferencia de ondas esféricas.

A partir de las ecuaciones (14), se puede escribir una expresión para una onda esférica usando la notación exponencial:

$$\psi(r, t) = \left(\frac{A}{r}\right) e^{ik(r \mp vt)} \quad (34)$$

Una onda esférica se propaga en todas direcciones en el espacio, tal es el caso de una onda de sonido o la propagación de la luz.

A manera de ejemplo, se pueden simular dos ondas esféricas (lo cual se ha hecho para este trabajo bajo la plataforma Matlab®). Considérese la superposición de dos ondas esféricas, usando la notación de la ecuación (34), (asumiendo $t = 0$):

$$\psi_1(r, t) = \left(\frac{A_1}{r}\right) e^{ikr} \quad \psi_2(r, t) = \left(\frac{A_2}{r}\right) e^{i(kr+\alpha)}$$

Asumiendo que $\psi(r, t) = \psi_1(r, t) + \psi_2(r, t)$ se puede graficar la intensidad de la resultante:



Figura 5-12 Interferograma resultante de la suma de dos ondas esféricas¹⁰

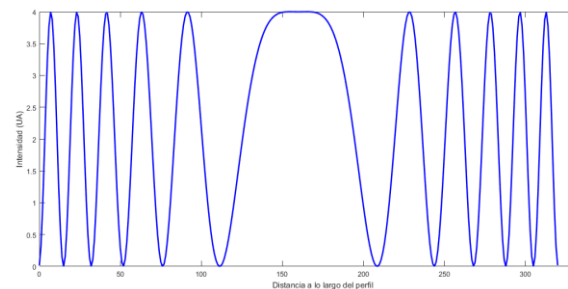


Figura 5-13 Perfil de intensidad calculado a lo largo de la línea roja mostrada en la figura 10a¹¹

La figura 5-12, es también un mapa de intensidades de la superposición de dos ondas esféricas. Las franjas oscuras indican zonas de baja intensidad y las claras muestran zonas de alta intensidad. La figura 5-13 muestra un perfil de intensidad calculado a lo largo de la

¹⁰ Imagen elaborada por el autor en Matlab®

¹¹ Imagen elaborada por el autor en Matlab®

línea roja horizontal mostrada en 5-12, en ella se puede observar claramente la variación sinusoidal de la intensidad resultante de la suma de las dos ondas, pero en este caso, la frecuencia de la variación de intensidades va aumentando a medida que se aleja del centro, haciendo que las franjas sean cada vez más delgadas.

Por lo anterior, la amplitud de la resultante de la interferencia entre las dos ondas esféricas varía sinusoidalmente, pero con frecuencia decreciente y se podría mostrar que tendrá una fase que también varía sinusoidalmente, relacionando la diferencia de fase entre las dos ondas que se están superponiendo.

La figura 5-14 muestra la intensidad en 3D de la interferencia entre las dos ondas esféricas, los valles representan zonas de mínima intensidad y las crestas representan zonas de máxima intensidad.

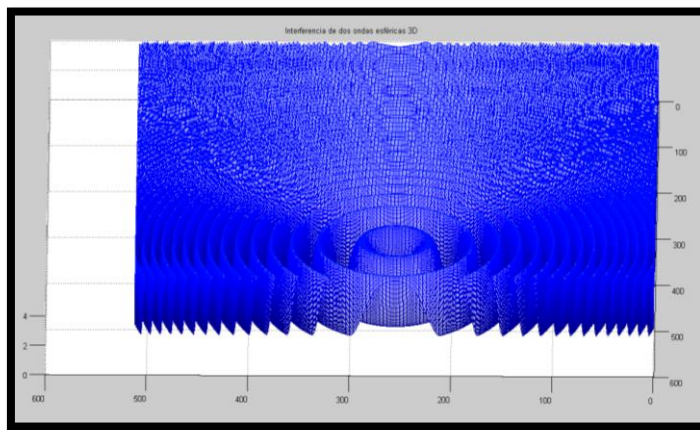


Figura 5- 14. Intensidad de la interferencia de dos ondas esféricas en tres dimensiones.¹²

5.2.2.7. Luz estructurada y proyección de franjas.

La luz estructurada es generada a partir de la superposición de ondas de luz o de patrones de interferencia periódicos y puede presentarse como una serie de franjas brillantes y oscuras para el caso particular de la superposición de ondas planas.

¹² Imagen elaborada por el autor en Matlab®

La luz estructurada puede ser obtenida de varias formas: como resultado de un patrón de interferencia entre ondas planas se obtiene un patrón de franjas rectas, las cuales se pueden proyectar sobre la topografía que se desea estudiar; la otra manera es dibujar en una diapositiva un patrón de franjas negras muy delgadas, de ancho y separación constante y luego con la ayuda de un proyector, proyectarlas sobre el objeto cuya topografía se desea estudiar.

Ésta es utilizada en muchos campos de la ciencia, para conocer en detalle el relieve o las irregularidades de una superficie, usando, por ejemplo, la técnica de proyección de franjas, la cual es la proyección de luz estructurada sobre la superficie objeto de estudio.

Observando la figura 5-15, la proyección de franjas se usa para medir la componente vertical de desplazamiento de una superficie y sobre ella se proyectan franjas paralelas de periodo conocido usado un proyector.

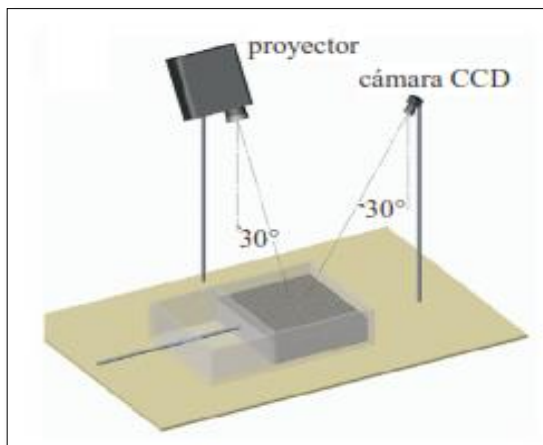


Figura 5- 15. Montaje experimental de proyección de franjas.¹³

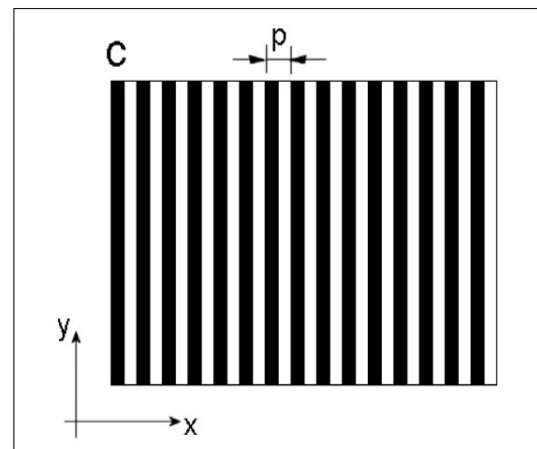


Figura 5- 16. Franjas paralelas de periodo p o rejilla binaria.¹⁴

La figura 5-15, muestra cómo sería un montaje experimental para usar la técnica de proyección de franjas. El proyector y la cámara CCD tienen cada uno un ángulo de 30° respecto a la normal de la superficie que se estudia, y la figura 5-16 muestra el patrón de

¹³ Imagen tomada de CERCA, BARRIENTOS, GARCÍA, HERNANDEZ (2007)

¹⁴ Imagen tomada de CERCA, BARRIENTOS, GARCÍA, HERNANDEZ (2007)

franjas, con periodo p o rejilla binaria, que se proyecta sobre la superficie que se va a estudiar.

Para iniciar la preparación del experimento se proyectan las franjas sobre una superficie de referencia, por lo que las franjas no se deforman y el periodo de éstas sobre cualquier punto de la superficie es constante. Luego esas son capturadas por una cámara CCD (en inglés Charge Coupled Device) y debido al ángulo de captura el periodo deja de ser constante variando respecto a las coordenadas (x, y) .

Cuando la superficie de estudio tiene desniveles o irregularidades, su topografía varía entre dos puntos generando una distribución de diferentes alturas sobre la superficie de referencia, razón por la cual el periodo de las franjas varía [12].

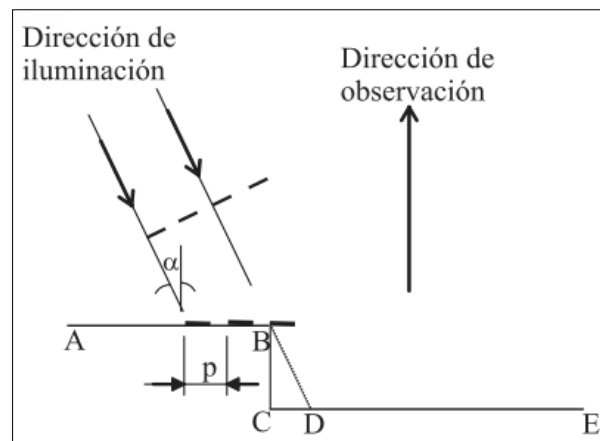


Figura 5- 17. Ilustración del desplazamiento vertical cuando la superficie es irregular y el punto B se desliza hasta C y debido a la dirección de iluminación debería incidir en C se desliza hasta D¹⁵ [9].

De acuerdo con la representación geométrica de la proyección de las franjas en la figura 5-17, en una superficie se encuentra que las franjas que deberían incidir en B lo hacen en D , visto desde el observador.

La resolución del método depende de cómo se elijan el ángulo de observación y el periodo de la rejilla binaria de referencia [9].

La figura 5-18 muestra un ejemplo de rejilla binaria o de referencia lineal dibujada en un computador, la cual después con ayuda de un videobeam se proyecta sobre la topografía

¹⁵ Imagen tomada de CERCA, BARRIENTOS, GARCÍA, HERNANDEZ (2007)

que se desea estudiar. La figura 5-19 muestra las franjas proyectadas sobre un rostro humano, en donde se puede evidenciar que, dependiendo del tipo de irregularidad de la topografía, se tendrá un tipo de deformación en las franjas y, la magnitud que revela cuantitativamente esta deformación de las franjas, es precisamente la diferencia de fase de ellas con respecto a las franjas de referencia de la rejilla binaria.

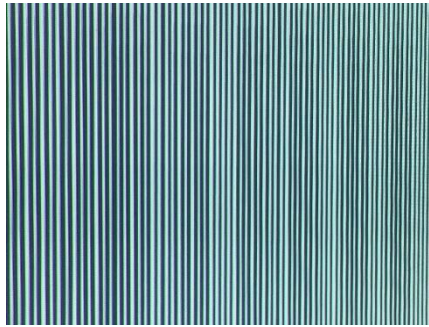


Figura 5-18. Patrón de franjas rectas dibujado.



Figura 5-19. Patrón de franjas proyectado sobre un rostro. La topografía deforma las franjas.

El procedimiento para la medición de esta diferencia de fase y por lo tanto la reconstrucción de la topografía se sale del alcance de este trabajo, pero es una de las aplicaciones más importantes que tiene esta técnica interferométrica [12].

La figura 5-20 muestra un ejemplo de un objeto cuya topografía ha sido reconstruida a partir de la reconstrucción del mapa de diferencia de fases entre las franjas proyectadas y las franjas de referencia [13].



Figura 5- 20 Ejemplo de reconstrucción de una topografía con la técnica de proyección de franjas¹⁶.

¹⁶ Imagen tomada de LI. B, OU. P, ZHANG. S, (2014)

5.2.2.8. Efecto Moiré.

Se llama efecto Moiré a aquel patrón de interferencia que se forma por la superposición de dos o más patrones periódicos con un determinado ángulo, es decir que éste puede ser formado por la superposición de dos patrones de interferencia, por ejemplo, si se considera el patrón de interferencia entre dos ondas planas, se tiene un conjunto de franjas de frecuencia constante, si superponemos dos patrones de estos (idénticos o no), con un determinado ángulo, se observará entonces un tercer patrón de franjas resultado de la superposición de los dos anteriores.

Dado que se puede simular un patrón de franjas resultado de la interferencia entre ondas planas, como un conjunto de delgadas franjas rectas de frecuencia constante, dibujada en un computador o impresa en un acetato transparente, al superponer dos acetatos de estos con algún ángulo se podrá observar el patrón de Moiré, como se observa en la figura 5-21:

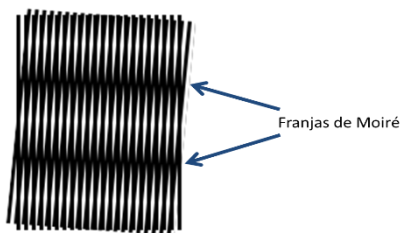


Figura 5-21. Patrón de Moiré recto.

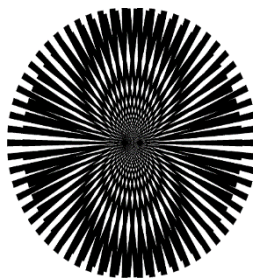


Figura 5-22. Patrón de Moiré formado con un patrón radial



Figura 5-23. Patrón de Moiré formado entre las rayas de la camisa y la frecuencia de la cámara.

La forma del patrón de Moiré cambia dependiendo de varias variables, por ejemplo, para el caso de la figura 5-21, la frecuencia del patrón de Moiré de franjas rectas va a cambiar al cambiar el ángulo entre los dos acetatos donde están dibujados los otros dos patrones rectos. La figura 5-22 muestra el patrón de Moiré formado al superponer dos patrones de franjas rectas distribuidas radialmente; este patrón de Moiré cambiará al cambiar la posición relativa de los dos patrones radiales, es decir, de los dos acetatos. El patrón de Moiré se forma también como un patrón de interferencia perjudicial cuando se superpone la imagen de una prenda de vestir rayada con el patrón de las franjas que conforman el sensor de una cámara (como se muestra en la figura 5-23), esta es la razón de las líneas que observamos cuando al ver la televisión observamos la camisa rayada de una persona que aparece allí.

Si los patrones periódicos que se superponen para formar el patrón de Moiré no son rectos (por ejemplo, si están sobre una superficie no plana, irregular), el patrón de Moiré también se deformará, esto es lo que se usa para describir la planitud de las superficies, como se ve en la figura 5-24 [14]:

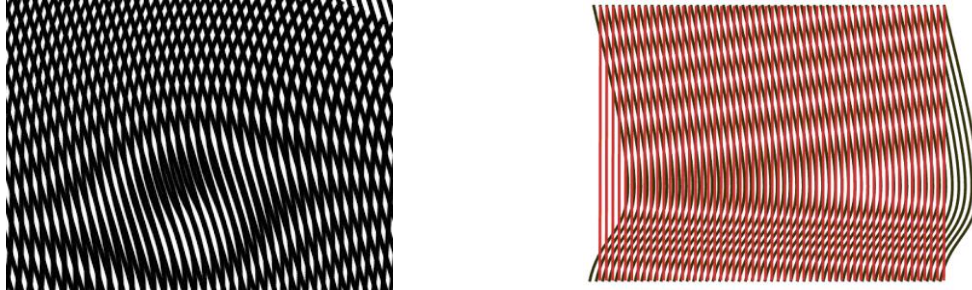


Figura 5-24. Deformación de las franjas de Moiré al deformar los patrones que lo conforman

5.3. Fundamentos pedagógicos

El modelo pedagógico que se implementó en este trabajo final, fue la Metodología del Aprendizaje Activo (*MAA*). Esta metodología es la que actualmente se trabaja en los Talleres de aprendizaje Activo en Óptica y Fotónica (*ALOP*, por sus siglas en inglés Active Learning in Optics and Photonics) propuestos por la *UNESCO*, como respuesta a la necesidad de países en vía de desarrollo, de incentivar en la enseñanza de la física el uso de estrategias en las que sea el estudiante quien construya su propio conocimiento durante un proceso constante de autorreflexión sobre el concepto físico en estudio, por medio de la observación del mundo real a través del experimento. Las prácticas experimentales propuestas se caracterizan por requerir materiales de fácil adquisición, en su mayoría elementos caseros o reutilizables, con el objetivo de poner al alcance de cualquier tipo de población socioeconómica las actividades presentadas.

La *MAA* es aplicable no solo para estudiantes de colegio, sino también universitarios, arrojando resultados positivos en el aprendizaje del concepto estudiando, en comparación con la metodología tradicional, mientras que en la última es el docente quien tiene la última palabra respecto a la veracidad de un concepto, donde no se cuestionan los preconceptos de los estudiantes, ni se incentiva el trabajo en equipo y son pocos los experimentos que se realizan (los cuales son importantes para confirmar lo aprendido); en el *MAA* el profesor es un guía en el proceso de aprendizaje y el estudiante es quien construye su propio conocimiento a partir de la discusión de sus ideas con sus iguales sobre los posibles

resultados del experimento, luego afianza su saber al momento de ver los resultados de la práctica experimental lo cual le resulta útil para aprender los conceptos en vez de confírmalos [15].

La MAA utiliza un ciclo llamado PODS (Predicción, Observación, Discusión y Síntesis.) siguiendo los siguientes pasos:

1. El docente describe el experimento y, si es necesario, lo realiza sin proyectar el resultado del experimento.
2. Los estudiantes deben anotar su predicción individual en la Hoja de Predicciones, la cual será recogida al final de la clase debidamente marcada con su nombre. (Se debe asegurar a los estudiantes que estas predicciones no serán evaluadas, aunque una parte de la nota final del curso puede ser asignada por la simple asistencia a los talleres).
3. Los estudiantes discuten sus predicciones en un pequeño grupo de discusión con los dos o tres compañeros más cercanos.
4. El docente obtiene las predicciones más comunes de toda la clase.
5. Los estudiantes registran la predicción final en la Hoja de Predicciones.
6. El docente realiza el experimento (en las clases interactivas demostrativas CID) o los estudiantes realizan el experimento (en los talleres interactivos), mostrando claramente los resultados.
7. Se le solicita a algunos estudiantes que describan los resultados y que los discutan en el contexto de la demostración. Los estudiantes anotan estos resultados en la Hoja de Resultados, la cual se llevan para estudiar.
8. Los estudiantes discuten o el docente expone situaciones físicas análogas con diferentes características superficiales, o sea, diferentes situaciones físicas, pero que responden al mismo concepto físico.

6. PROPUESTA DIDÁCTICA

En este capítulo se describe de forma detallada la propuesta diseñada y la población a la que fue aplicada así también los resultados obtenidos en cada una de las actividades propuestas.

6.1. Descripción de la propuesta Didáctica

La estrategia didáctica para enseñar el concepto de interferencia a los estudiantes de grado undécimo contiene las siguientes actividades:

1. Prueba diagnóstica de selección múltiple indagando sobre el concepto de interferencia, algebra de números complejos y funciones trigonométricas.
2. Prueba diagnóstica de pregunta abierta en la que se hizo una práctica demostrativa sobre el concepto de interferencia.
3. Dos guías para reforzar conceptos en matemáticas sobre álgebra de números complejos y funciones trigonométricas.
4. Dos guías sobre gráficas de funciones trigonométricas y su relación con la óptica ondulatoria.
5. Dos guías experimentales relacionadas con la aplicación del fenómeno interferencia.

Al final de cada actividad se aplicó una evaluación a fin de conocer la efectividad del mismo.

6.2. Implementación y análisis de resultados de la propuesta

6.2.1. Caracterización de la población

a estrategia didáctica diseñada, se aplicó a un grupo de 11 estudiantes de grado undécimo del Colegio Abraham Maslow ubicado en el municipio de Chía, colegio de carácter privado bilingüe, calendario A, mixto cuya jornada es única de 7:15 am a 3:00 pm con 9 bloques de clase cada uno de 45 minutos.

Las instalaciones del colegio albergan alrededor de 300 estudiantes entre los 18 meses y los 17 años de edad, que van desde párvulos hasta grado undécimo. El objetivo central de la institución plasmado en su Proyecto Educativo Institucional está enfocado en la educación en valores

6.2.2. Prueba diagnóstica.

Las actividades que se aplicaron a los alumnos están en los anexos A y B. La prueba diagnóstica constaba de dos partes una teórica y otra experimental. En la primera se revisaron aspectos conceptuales relacionados con el componente físico y matemático del fenómeno de interferencia, con preguntas de selección múltiple y única respuesta. Las preguntas estaban direccionadas a revisar las fortalezas y debilidades de los estudiantes en los conceptos de interferencia, álgebra de números complejos y expresiones trigonométricas, graficas de funciones trigonométricas y la relación de tales conceptos con la óptica ondulatoria; en la segunda, en la práctica demostrativa sobre el fenómeno de interferencia, se aplicó el experimento realizado por Thomas Young, siguiendo los pasos del MAA. El objetivo fue revisar los conceptos de interferencia constructiva, destructiva y el patrón generado por la interferencia, mediante preguntas orientadas a la revisión de la comprensión del mismo.

A continuación, se exponen algunas de las respuestas más comunes a las preguntas planteadas en la prueba diagnóstica experimental que se encuentra en el anexo B.

La figura 6-1 muestra una de las respuestas más comunes de los estudiantes a la pregunta 1 de la prueba diagnóstica experimental en la parte de predicciones individuales, donde se indagaba sobre lo que creían que verían en la pantalla C cuando el rayo de luz láser atravesara los dos orificios.

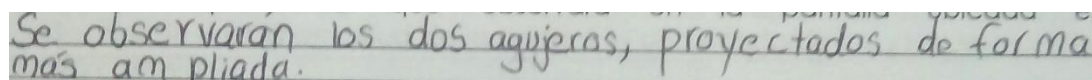
A photograph of a handwritten student response on lined paper. The text is written in black ink and reads: "Se observarán los dos agujeros, proyectados de forma más ampliada." The handwriting is somewhat cursive and slightly slanted.

Figura 6-1 Respuesta de uno de los estudiantes a la pregunta 1 de la prueba de entrada.

Respecto a la pregunta 2 en la parte de predicciones individuales se les pidió a los estudiantes que dibujaran lo que observarían en la pantalla. La mayoría de ellos coincidió en que se verían dos puntos en la pantalla como se ilustra en la figura 6-2.

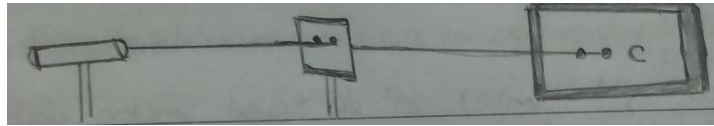


Figura 6-2 Respuesta de uno de los estudiantes a la pregunta 2 de la prueba de entrada.

En la discusión de resultados, la respuesta más común a la pregunta 2 es la que se ve en la figura 6-3, donde se aprecia que justifican el patrón de interferencia observado debido al obstáculo entre la pantalla y la luz porque no permite el paso de todo el rayo sino parte de él.

la banda oscura no den pasar toda la cantidad de luz que es proyectada, la oscura destruye y la clara construye

Figura 6-3 Respuesta de uno de los estudiantes a la pregunta 3 de la prueba de entrada.

6.2.3. Guía 1 y 2: Álgebra de números complejos y expresiones trigonométricas.

El propósito de las guías 1 y 2 fue el de reforzar la habilidad de los estudiantes en el manejo de operaciones básicas con números complejos y expresiones trigonométricas, temas indispensables en la enseñanza del concepto de interferencia y en los cuales los estudiantes presentaron dificultades según los resultados de la prueba diagnóstica. Cada guía estaba compuesta de tres partes:

- Una sección explicativa donde se abordaron las temáticas retomando conceptos claves vistos en años anteriores, así como también las operaciones básicas de suma resta multiplicación y división con números complejos y funciones trigonométricas de la suma y diferencia de dos ángulos.
- Una sección de ejemplos resueltos donde se pone en práctica lo aprendido en la parte explicativa.
- Una sección de evaluación donde se revisa la efectividad de la actividad propuesta.

El contenido de las guías 1 y 2 se encuentra en los anexos C y D.



Figura 6-4 Estudiantes de grado undécimo solucionando la guía 1.



Figura 6-5. Estudiantes de grado undécimo trabajando en la guía 2.

El desarrollo de la guía 1 le permitió a los estudiantes mejorar su destreza para desarrollar operaciones con números complejos, tales como suma, resta, multiplicación y división, así mismo comprender a partir de su representación en el plano coordenado que un número complejo puede contener o no, una parte real o imaginaria.

$$\begin{aligned}
 1. z_1 - z_2 &= (4 + 5i) - (6 - 7i) = -2 + 12i \\
 2. z_1 \cdot z_2 &= (4 + 5i) \cdot (6 - 7i) = 24 - 28i + 30i - 35i^2 = 24 + 2i + 35 = 59 + 2i \\
 3. \frac{z_1}{z_2} &= \frac{(4 + 5i)}{(6 - 7i)} = \frac{(4 + 5i) \cdot (6 + 7i)}{(6 - 7i) \cdot (6 + 7i)} = \frac{24 + 28i + 30i + 35i^2}{36 + 49i^2} = \frac{24 + 58i - 35}{36 - 49} = \frac{-11 + 58i}{-13} = \frac{11 - 58i}{13}
 \end{aligned}$$

Figura 6-6. Ejemplo de solución de la guía 1.

La guía 2 sobre funciones de la suma y diferencia de dos ángulos, les facilitó recordar las fórmulas generales para resolver ejercicios de este tipo. El desarrollo de la actividad permitió que los estudiantes lograran concentrar la atención en la aplicación de las fórmulas generales, siguiendo el procedimiento, paso por paso, dado que un mínimo error puede conducir a una respuesta incorrecta. Cabe resaltar que el objetivo no era memorizar las formulas, sino recordar cómo aplicarlas para calcular los resultados manualmente.

$$\begin{aligned}
 1. \sin(\alpha + \beta) &= \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta = \sin\frac{\pi}{3} \cos\frac{\pi}{2} + \cos\frac{\pi}{3} \sin\frac{\pi}{2} = \sin\frac{180}{3} \cos\frac{180}{2} + \cos\frac{180}{3} \cdot \sin\frac{180}{2} = 0,5 \\
 2. \sin\beta - \sin\alpha &= 2\sin\left(\frac{\beta - \alpha}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\beta + \alpha}{2}\right) = 2\sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}}{2}\right) = 2\sin 15^\circ \cdot \cos 75^\circ = 0,13 \\
 3. \cos\beta - \cos\alpha &= 2\sin\left(\frac{\beta + \alpha}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\beta - \alpha}{2}\right) = 2\sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}}{2}\right) = 2\sin 75^\circ \cdot \sin 15^\circ = 0,5 \\
 4. \cos\alpha + \sin\alpha &= \sqrt{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \sqrt{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{2} \cdot \sin 105^\circ = 1,36
 \end{aligned}$$

Figura 6-7. Ejemplo de solución de la guía 2.

Los resultados muestran que los estudiantes alcanzaron el objetivo trazado pues como se ve en uno de los resultados obtenidos en la figura 6-7 la solución a los ejercicios propuestos fue correcta.

6.2.4. Guía 3 y 4: Gráficas de funciones trigonométricas e interpretación del fenómeno de interferencia.

En los anexos E y F se encuentran las guías 3 y 4 respectivamente, que se diseñaron respondiendo a la necesidad detectada en la prueba diagnóstica del estudio de gráficas de funciones trigonométricas, sus elementos y su relación con la física ondulatoria.

La actividad propuesta en la guía 3 comprendía seis pasos, a saber:

- Uso de diferentes colores con el objetivo de identificar las gráficas que se sumaron, las de referencia y la gráfica resultante.
- Uso del teléfono celular como graficadora para corroborar la forma de la curva dada en cada punto.
- Uso de un trozo de papel plástico transparente para calcar las curvas de las gráficas en el anexo E, y aplicarles el corrimiento indicado en cada una.
- Análisis los resultados.
- Relación de las funciones trigonométricas con la óptica ondulatoria.
- Aplicación de evaluación de progreso.

La guía 4 buscaba relacionar el fenómeno de interferencia con los elementos matemáticos aprendidos en la guía 3. Para la realización de esta guía se usó una estrategia didáctica con material concreto en la que, sobre un soporte de cartón, se dibujó una línea horizontal en la mitad y se ubicaron dos tiritas de acetato en las que estaba impresa una función cosenoidal (ver figura 1 anexo f). Posteriormente se colocaron las láminas de acetato equidistantemente respecto a la división horizontal a un punto fijo con un chinche (alfiler) que les permitía rotar libremente.

Los estudiantes debían señalar la intersección entre las ondas en la región resaltada con amarillo y ubicar el punto donde coincidieron los máximos y los mínimos de éstas, marcando con negro los mínimos y con otro color los máximos, repitiendo el proceso hasta encontrar al menos tres máximos y tres mínimos.

Las actividades en la guía 4 cumplieron su propósito ya que los estudiantes recordaron y aprendieron a identificar en una gráfica de una función trigonométrica, la frecuencia, la amplitud y la fase, además de comprender cómo aumenta o disminuye la amplitud y la frecuencia, aunque la mayoría presentó dificultades en reconocer en qué dirección sobre el eje x hay un desplazamiento positivo o negativo, según el signo del ángulo de desfase.

Un factor importante en estas guías fue el uso de material concreto. En la guía 3 para comprender cómo graficar una función trigonométrica si hay variaciones en su amplitud, frecuencia o fase, se copió en un trozo de plástico transparente la gráfica original para compararla con la gráfica de la función cuya amplitud, frecuencia y fase eran diferentes. Con esta estrategia se mejoró significativamente la comprensión del tema, hecho observado en el resultado de la prueba de salida.

Posteriormente mediante una explicación se vincularon los conceptos matemáticos aprendidos con los elementos de una onda como la amplitud, longitud de onda, número de onda, período, frecuencia y fase.

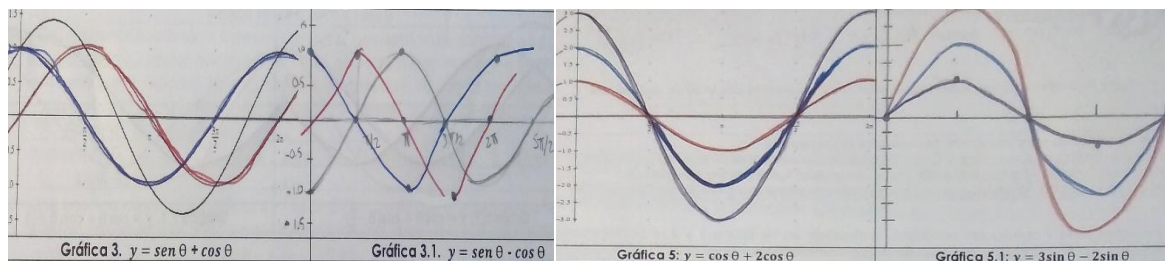


Figura 6-8 Representación de la suma de un par de expresiones trigonométricas con la misma amplitud.

Figura 6-9. Representación de la suma de un par de expresiones trigonométricas con la diferente amplitud.

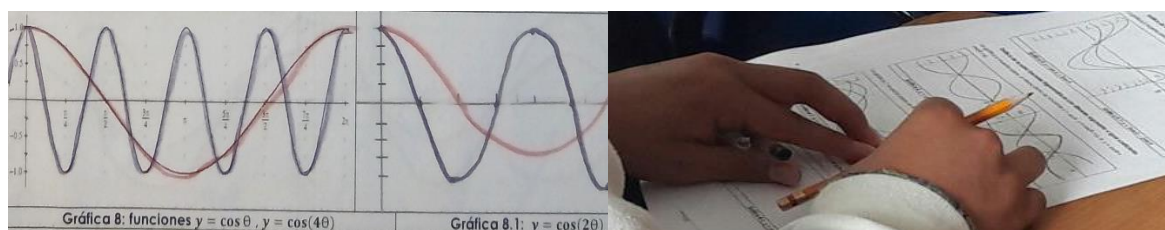


Figura 6-10. Representación del cambio en la frecuencia de una función trigonométrica.

Figura 6-11. Estudiante de grado undécimo solucionando la guía 3.

El material concreto que se usó en la Guía 4, le permitió a los estudiantes visualizar de una manera más clara porqué se presentan bandas claras y oscuras en el fenómeno de

interferencia y porque están igualmente espaciadas, afirmación basada en los resultados de la prueba de salida.

En los acetatos se representaron las ondas que salen desde cada una de las dos rendijas como se vio en el experimento que se aplicó en la prueba diagnóstica.

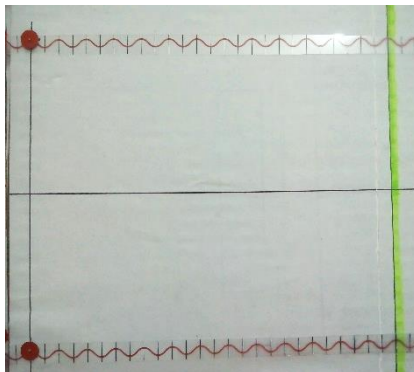


Figura 6-12 Modelo representativo de la interferencia de dos ondas

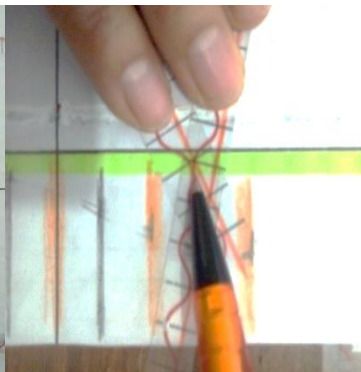


Figura 6-13 Desarrollo de la guía 4.



Figura 6-14 Estudiante de grado undécimo resolviendo la guía 4.

En general, la aplicación de las actividades planteadas en este apartado les proporcionó a los estudiantes las herramientas necesarias para describir el fenómeno de interferencia de una forma cualitativa, comprendiendo la interpretación de la interferencia constructiva y destructiva a partir de la superposición de dos ondas.

6.2.5. Guías experimentales 5 y 6: Luz estructurada y efecto Moiré.

Esta parte del desarrollo del trabajo final estuvo enfocado a mostrar al estudiante las aplicaciones que se le puede dar a los conocimientos adquiridos a lo largo de la propuesta didáctica, a fin de que pueda visualizar en la vida cotidiana la utilidad de aprender la física de fenómenos ondulatorios como la luz. La guía experimental 5 trató el tema de la simulación de la interferencia entre un par de ondas planas para imitar la proyección de luz estructurada sobre diferentes superficies irregulares.

Por otra parte, la guía experimental 6 fue interactiva acerca de la interferencia entre un par de ondas planas usando el efecto Moiré.

En la guía 5 los estudiantes tuvieron la oportunidad de ser ellos mismos quienes bajo la guía de la docente prepararan el experimento.



Figura 6-15. Estudiante enfocando un proyector casero



Figura 6-16. Proyector casero en funcionamiento.

Las figuras 6-15 y 6-16 muestran el proyector casero que se puede usar para hacer esta práctica experimental, el cual está conformado por dos lentes y una estructura en madera reciclable, pegante, tornillos y una bombilla, elementos de fácil acceso y de bajo costo. Las franjas se proyectaron a través de unas pequeñas láminas de acetato con rayas negras y diferente espaciamiento entre ellas.

A través del *MAA* los estudiantes desarrollaron esta práctica logrando, mediante la observación directa de los resultados del experimento, ser ellos quienes construyeran el concepto del fenómeno expuesto en la guía 5, mediante el contraste de sus propias conjeturas respecto a lo que sucedería en el experimento. La discusión de sus opiniones con sus compañeros y con el resultado experimental les permitieron construir el concepto de interferencia de dos ondas planas, que a la postre se llamaron luz estructurada.

Cuando se les solicitó a los estudiantes que hicieran sus predicciones tanto individuales como grupales respecto a la situación planteada en la guía 5, en los puntos 1 a 13, donde se ilumina con dos diferentes frecuencias de franjas diferentes objetos, entre ellos una semiesfera y un rostro, se evidenció que la mayoría de los estudiantes no pensaron en la forma en la que se curvarían las franjas ni en el espaciamiento entre ellas.

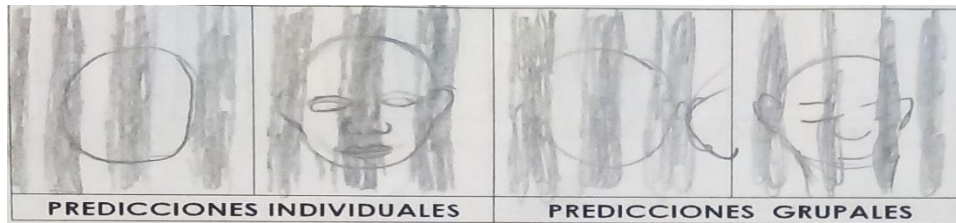


Figura 6-17. Desarrollo de la guía 5, punto 1. Predicciones grupales e individuales.

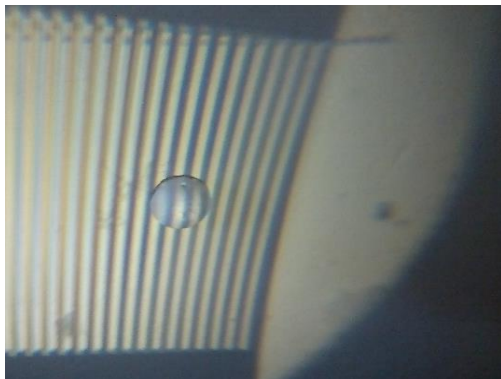


Figura 6-18. Proyección de franjas sobre una semiesfera



Figura 6-19. Proyección de franjas sobre el rostro de un estudiante.

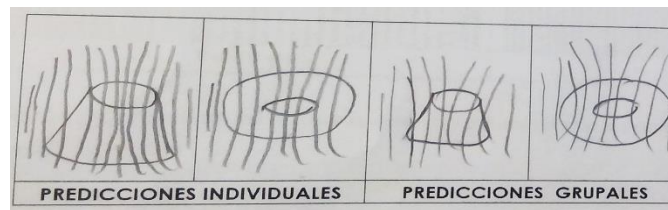


Figura 6-20. Desarrollo de la guía 5 punto 7. Predicciones grupales e individuales.

Luego de la práctica experimental, en el ejercicio de reflexionar sobre lo que observaron y cómo lo podían relacionar con lo que habían aprendido hasta el momento, la mayoría logró notar que la separación entre las franjas indicaba como era la frecuencia de la luz aplicada, pues reconocieron que a mayor separación entre las bandas había una frecuencia menor y a menor separación entre las bandas había una frecuencia mayor. En las figuras 6-20 y 6-21 se muestran algunas de las respuestas dadas por los estudiantes a la evaluación de la guía 5.

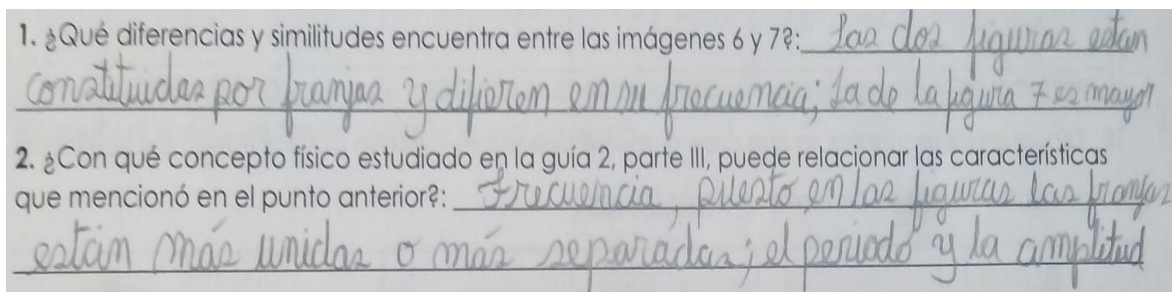


Figura 6-21. Respuesta de un estudiante a las preguntas 1 y 2 de la evaluación de la guía 5



Figura 6-22. Estudiantes de grado undécimo resolviendo la guía 5.

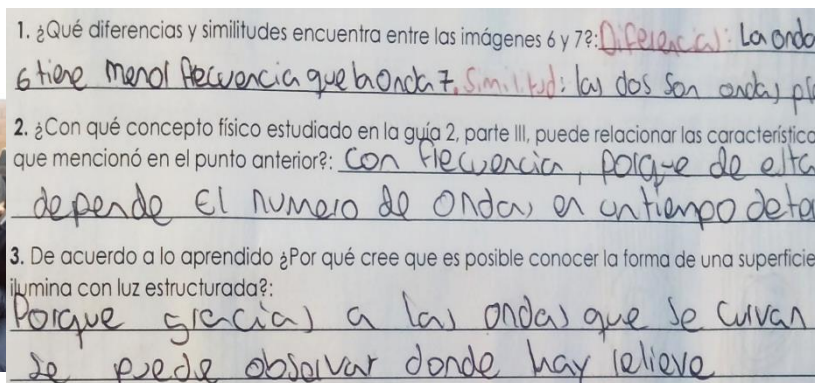


Figura 6-23. Respuestas de un estudiante a las preguntas 1, 2 y 3 de la evaluación de la guía 5.

En general, la gran mayoría de los estudiantes asimiló el concepto de interferencia de dos ondas planas a través de la representación de estas y su proyección sobre superficies; comprendieron que la deformación de las franjas proporcionaba información sobre la forma del objeto.

Otra aplicación de la interferencia entre ondas, se estudió en la guía 6, donde se trabajó el efecto Moiré.

La parte práctica se trabajó usando la MAA, donde los estudiantes, a través la observación de los resultados del efecto Moiré, identificaron la similitud entre el fenómeno observado y el de interferencia en la práctica, confrontando sus predicciones respecto a lo que sucedería experimentalmente.

Las predicciones tanto grupales como individuales respecto a lo que su sucedería en el escenario planteado en la guía 6 con referencia a las preguntas de la 1 a la 4, reflejan una comprensión más profunda del concepto de interferencia, pues consiguieron identificar en

qué casos y en cuales, no se generaba la sensación de movimiento de la figura en estudio (ver anexo H)

A diferencia de la práctica anterior, la mayoría de los estudiantes consideraron el espaciamiento entre las líneas de la figura estudiada como una variación de la frecuencia de la luz estructurada simulada por un acetato con franjas negras igualmente espaciadas, desplazado sobre la imagen.



Figura 6-24. Estudiantes de grado undécimo trabajando en la guía 6.

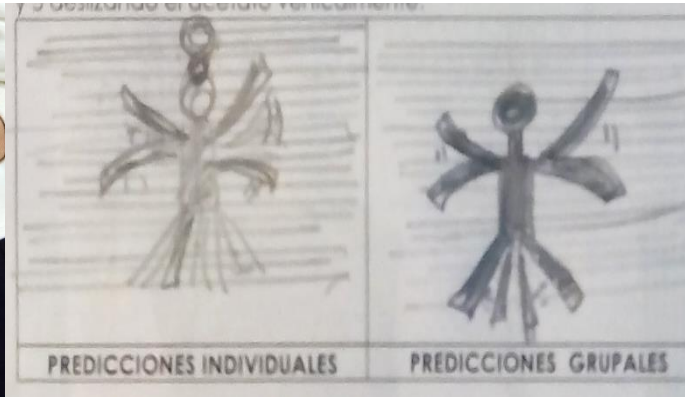


Figura 6-25. Desarrollo de la guía 6, punto 1. Predicciones grupales e individuales.

Las imágenes de la 6-24 a la 6-29 muestran a los estudiantes experimentando con el efecto Moiré.



Figura 6-26. Desarrollo de la guía 6 punto 1.



Figura 6-27. Desarrollo de la guía 6 punto 2.



Figura 6-28. Estudiantes observando el efecto Moiré.



Figura 6-29. Estudiantes de grado undécimo viendo un video sobre la aplicación de la interferencia de ondas electromagnéticas.

La guía 6, por otra parte, permitió vislumbrar qué tanto entendieron los estudiantes, los temas desarrollados, respecto a la aplicación de la presente propuesta didáctica, pues en este punto del trayecto era necesario aplicar los conocimientos aprendidos.

Para concluir la actividad se les presentó a los estudiantes una serie de videos donde se expusieron aplicaciones adicionales del fenómeno de interferencia.

6.2.6. Resultados de las pruebas de entrada y salida.

A continuación, se presentan y comparan los resultados de las pruebas de entrada y de salida con el objetivo de identificar fortalezas y debilidades de los estudiantes antes y después de la aplicación de la propuesta didáctica.

6.2.6.1. Prueba de entrada.

Los resultados de la prueba diagnóstica o pre-test, se muestran en la gráfica siguiente, que muestra un comparativo de respuestas correctas a la derecha, respecto a las no acertadas a la izquierda:

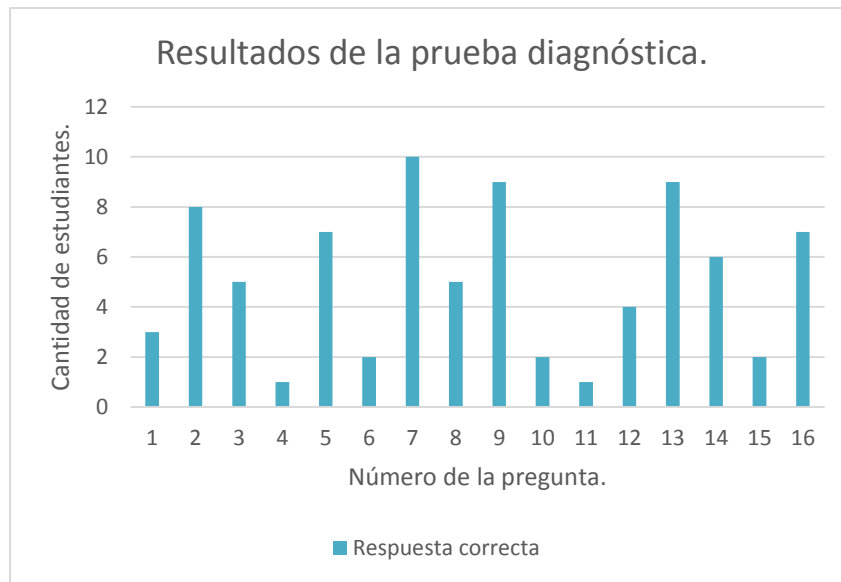


Figura 6-30. Gráfica de los resultados por pregunta de la prueba diagnóstica.

De acuerdo a los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica se pueden extraer las siguientes observaciones:

- Sólo un porcentaje muy pequeño de los estudiantes identificó la relación entre los números complejos y reales, lo que mostraría alguna dificultad en la comprensión del concepto de número complejo. No obstante, un grupo un poco más grande maneja las operaciones con números complejos.
- Respecto a la representación gráfica de la parte real de un número complejo (cuya curva es una función cosenoidal), expresado en forma exponencial, la mayoría de los estudiantes asoció su gráfica a una curva exponencial, por tanto se evidencia que los estudiantes no conocen la relación entre números complejos, funciones exponenciales y trigonométricas, sin embargo más del 60% de los estudiantes conocen la forma de las gráficas de las funciones seno y coseno, presentando dificultades en la suma de éstas.
- El 90% de los estudiantes supo cómo operar funciones trigonométricas cuando los ángulos son iguales, empero, menos de la mitad supo cómo sumar funciones senoidales cuando los ángulos difieren.

- Respecto a las preguntas que indagan sobre la parte física, se nota que casi todos los estudiantes presentaron problemas en el manejo del concepto de onda y su relación con una expresión matemática, porque no reconocieron en qué casos de la vida real, se produce una onda y como se relaciona con una expresión matemática.
- El resultado arrojado respecto a las preguntas 11 y 12, revelan que los estudiantes no tuvieron claridad respecto a la diferencia entre los conceptos de frecuencia y fase de una onda y lo que sucede al sumar ondas con las mismas características en cuanto a su amplitud, fase y frecuencia.
- Para el caso en el que se pregunta sobre el fenómeno de interferencia, se observa que casi todos los estudiantes intuyeron de qué se trata, pero dos de ellos presentaron dificultades en la comprensión de la relación entre interferencia y movimiento ondulatorio.
- La gran mayoría de los estudiantes no comprendieron cómo se presenta gráficamente un par de ondas con una determinada diferencia de fase entre ellas, no obstante, entendieron en qué casos respecto a la diferencia de fase, una interferencia es constructiva o destructiva.

En general los resultados de pre-test por estudiante se muestran la figura 6-31.

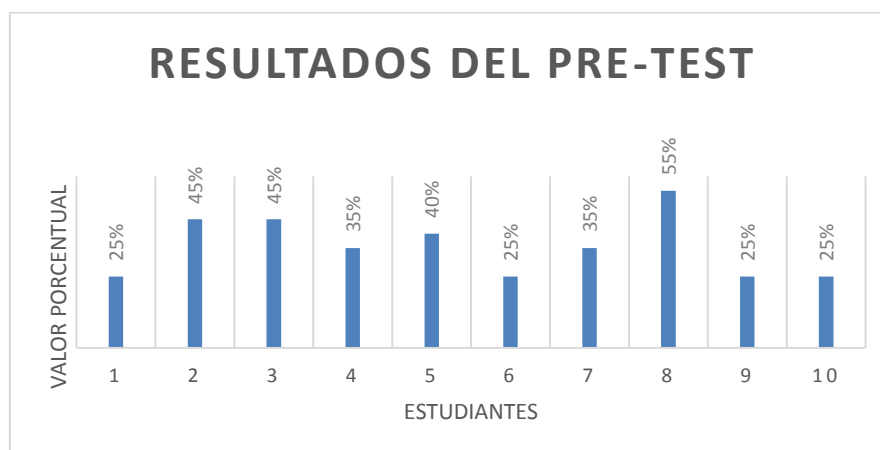


Figura 6-31. Gráfica de los resultados por estudiante de la prueba diagnóstica.

A partir de estos resultados, se vislumbró la necesidad de reforzar: el desarrollo de operaciones con números complejos y expresiones trigonométricas, así como los conceptos físicos relacionados con una onda y sus elementos, su representación matemática, el concepto de interferencia y las condiciones para que se produzca este fenómeno, y adicionalmente la relación existente entre los conceptos que fueron evaluados desde la parte física y las expresiones matemáticas que los representan.

6.2.6.2. Prueba de salida.

La presente propuesta didáctica se caracterizó por la evaluación constante de las actividades propuestas, pues cada guía estaba compuesta por una parte final, donde se evaluaron los conceptos estudiados durante su realización y que permitieron revisar la efectividad inmediata del taller aplicado.

Luego, se evaluó en cada guía el conjunto de preguntas de acuerdo a la temática que se estudió. Así, se valoraron conocimientos sobre: álgebra de números complejos evaluada en la guía 1, operaciones con funciones trigonométricas evaluada en la guía 2, gráficas de funciones trigonométricas, y elementos de una onda evaluados en la guía 3, relación de un fenómeno ondulatorio con una expresión matemática vista en la guía 4 y por último el concepto de interferencia de las guías experimentales 5 y 6. La figura 6-32 muestra el promedio general del curso respecto a los resultados obtenidos en la evaluación de salida de cada guía

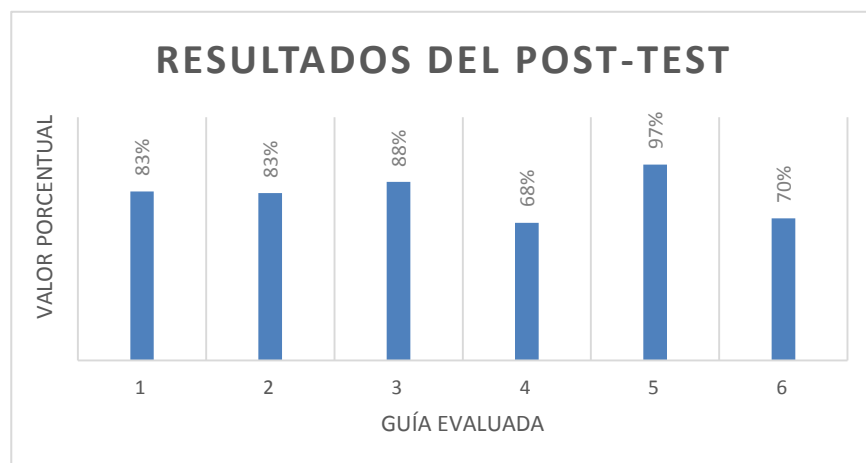


Figura 6-32. Gráfica de los resultados de la prueba de salida por guía evaluada.

Respecto a la prueba de salida, aunque no se aplicaron las mismas preguntas del pre-test, se evaluaron los mismos conceptos presentes en la prueba diagnóstica, lo que asegura la confiabilidad de la comparación de los resultados del pre y post test.

Todos los estudiantes evaluados alcanzaron un resultado por encima de 60% de respuestas acertadas como se aprecia en la figura 6-32, lo que muestra un avance importante en la comprensión de la temática propuesta.

De conformidad con los resultados obtenidos en la prueba de salida se hace el siguiente análisis:

- Las guías 1 y 2 evaluaron el manejo de números complejos y expresiones trigonométricas, aquí se evidenció que los estudiantes comprendieron los conceptos abordados, ya que el promedio de los porcentajes alcanzados por los estudiantes en esta prueba supera el 80%.
- La representación gráfica de funciones trigonométricas y su relación con la física ondulatoria se valoró en la guía 3. En ésta el promedio de los resultados alcanzados por el curso es del casi el 90%, lo que refleja un importante nivel de comprensión de la temática tratada.

En alrededor del 70%, los resultados obtenidos señalan que los estudiantes lograron comprender la relación entre el fenómeno de interferencia y su interpretación desde la matemática, tema que fue evaluado en la guía 4. Éste resultado indicaría que la propuesta es susceptible de modificaciones en procura de incrementar los resultados positivos en una próxima aplicación.

- En las guías 5 y 6 se indagó sobre la comprensión del fenómeno de interferencia a través de aplicaciones concretas como la de la luz estructurada para el caso de la guía 5 y el del efecto Moiré en la guía 6, donde la comprensión de la temática de la guía 5 fue de un 97%.

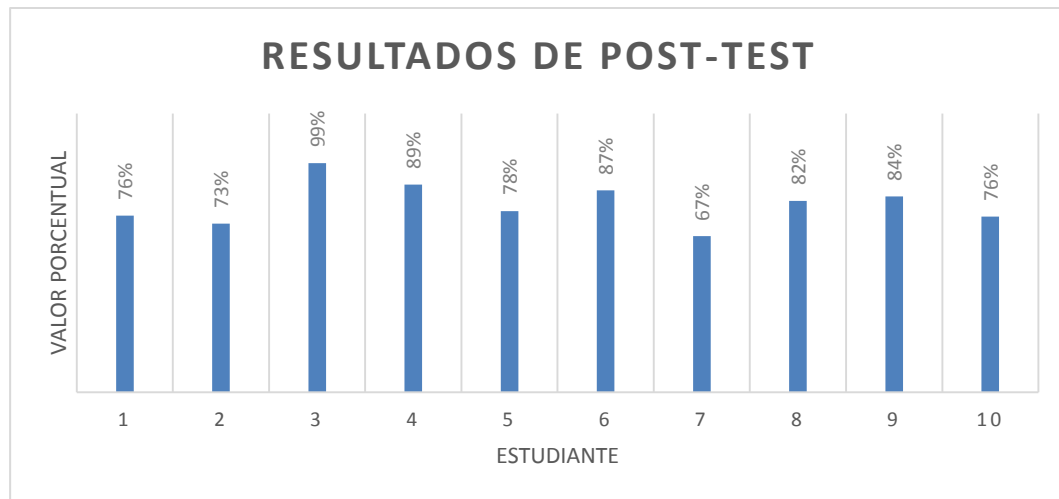


Figura 6-33. Gráfica de los resultados de la prueba de salida.

En la figura 6-33 que muestran los porcentajes generales obtenidos por los estudiantes, se observa que lograron en cada prueba un resultado superior al 65%

6.2.6.3. Análisis cuantitativo de los resultados de las pruebas inicial y final.

- Ganancia Hake.

Con el objetivo de determinar la efectividad de la propuesta didáctica aplicada, se analizaron cuantitativamente los resultados obtenidos, tanto en la prueba diagnóstica como en la de salida, usando la ganancia normalizada propuesta por Hake (1998) que permite comparar los resultados de la ganancia conceptual a partir de la ganancia normalizada $\langle g \rangle$ dada por la expresión [16]:

$$\langle g \rangle = \frac{\% \langle Sf \rangle - \% \langle Si \rangle}{100 - \% \langle Si \rangle} \quad (6-1)$$

Donde $\% \langle Sf \rangle$ es el porcentaje obtenido en la prueba de salida o post-test y $\% \langle Si \rangle$ es el porcentaje obtenido en la prueba diagnóstica de entrada.

Para establecer la ganancia del grupo respecto a los resultados obtenidos en el pre-test y el post-test, se utilizó la ecuación 6-2 con la que se puede calcular el promedio de la ganancia normalizada $\langle \bar{g} \rangle$ a partir del promedio de la ganancia normalizada de los 10 estudiantes de grado undécimo, se tiene que

$$\langle \bar{g} \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \langle gi \rangle \quad (6-2)$$

En la ecuación 6-2 n es el número de estudiantes con los cuales se aplicó el pre y post-test.

El cálculo de la ganancia g_i que se representa en cuarta columna de la tabla 6-1 y se calculó para cada estudiante utilizando la ecuación 6-1.

ESTUDIANTE	PRE-TEST	POST-TEST	$\langle g \rangle$
1	25	76	0,68
2	45	73	0,50
3	45	99	0,97
4	35	89	0,84
5	40	78	0,63
6	25	87	0,82
7	35	67	0,49
8	55	82	0,61
9	25	84	0,79
10	25	76	0,67

Tabla 6-1 Resultados por estudiante de la prueba diagnóstica.

La ganancia normalizada obtenida en la ecuación 6-2 ubica los datos obtenidos en zonas de ganancia como se aprecia en la tabla 6-2.

Zona	Intervalo
Baja	$g < 0,3$
Media	$0,3 < g < 0,7$
Alta	$g > 0,7$

Tabla 6-2. Zonas de ganancia normalizada

De acuerdo a la tabla 6-2 se obtuvo el valor de la ganancia promedio normalizada, ubicada en la zona alta de ganancia, con un valor de $\langle \bar{g} \rangle = 0,7$. El resultado obtenido permite afirmar que la propuesta aplicada a los estudiantes fue efectiva, porque revela un incremento en los resultados del post-test respecto al pre-test, demostrando una mayor comprensión acerca del fenómeno de interferencia, su interpretación desde la parte

matemática, así también la aplicación de este a situaciones concretas, como puede verse en la figura 6-34.

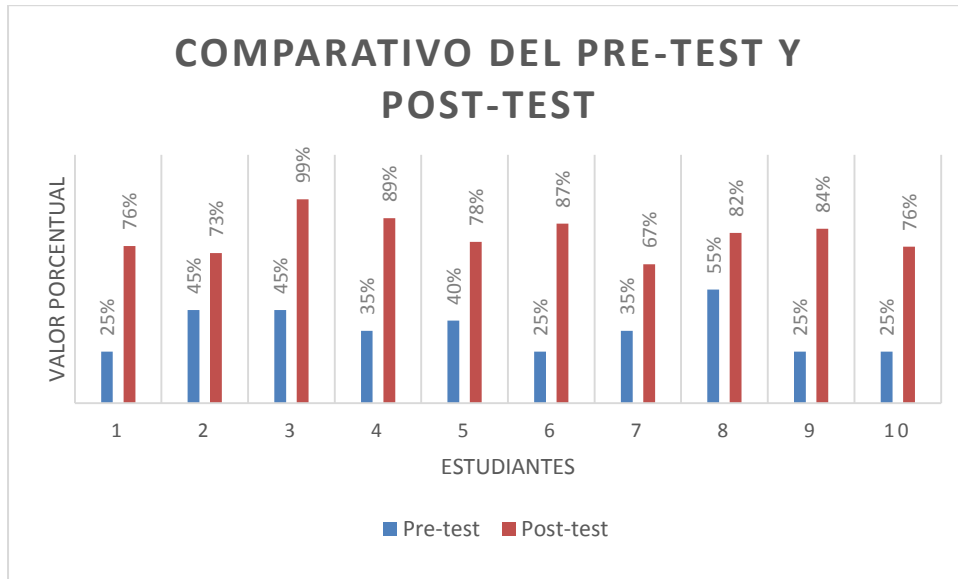


Figura 6-34. Gráfica de los resultados de la prueba de salida comparada con la de salida

7. CONCLUSIONES

1. De acuerdo a los resultados arrojados por el análisis mediante la ganancia Hake dentro de la práctica de los talleres teórico-experimentales de interferencia propuestos con objetivo de vincular el fenómeno experimental con su representación matemática usando la forma exponencial de una onda, se obtuvieron resultados positivos. Así, ninguno de los estudiantes de la muestra quedó ubicado en la zona de ganancia normalizada baja; el 40% de ellos estuvieron ubicados en la zona de ganancia normalizada alta y el porcentaje restante en la zona de ganancia normalizada media, resultados que permiten concluir que la propuesta aplicada fue efectiva individualmente
2. Por otra parte, el análisis a nivel grupal de los resultados obtenidos en la ganancia Hake, $\langle \bar{g} \rangle = 0,7$ los ubica en una zona de ganancia normalizada alta, por lo que se puede afirmar que las actividades aplicadas fueron efectivas cumpliendo con el propósito del presente trabajo.
3. -Similarmente, aplicando las guías 2 y 3 se logró desarrollar en los estudiantes destrezas en el manejo de operaciones con números complejos y de expresiones trigonométricas, resultando útil la explicación dada del tema y la revisión de ejemplos con el objetivo de resolver los ejercicios propuestos por su cuenta, como se demuestra en el capítulo 6.
4. En la sección 6.2.4 se muestra que el material utilizado para facilitar la representación gráfica de funciones trigonométricas facilitó la comprensión del tema y su relación con un fenómeno ondulatorio.
5. Gracias a la aplicación de la propuesta didáctica los estudiantes lograron describir el fenómeno de interferencia interpretando el significado de cada término en una representación matemática como se evidencia en la sección 6.2.4
6. El mostrarles a los estudiantes la aplicación práctica de los conocimientos aprendidos le dio significado en la vida real a la matemática y a la física estudiada, pues los resultados obtenidos en las pruebas que indagaban sobre un par de aplicaciones del fenómeno de interferencia superan el 80% de respuestas correctas a nivel grupal, así lo muestra la sección 6.2.5
7. La metodología del aprendizaje activo (MAA) estimuló al estudiante a que, mediante la observación directa de los resultados experimentales, fuera él mismo quien llegara a la comprensión del fenómeno estudiado a través de la comparación

de sus propias hipótesis con lo que pudo ver en el experimento. Igualmente, discusión de éstas con sus compañeros y el contraste con la evidencia experimental les permitió construir el concepto de interferencia, como está especificado en 6.2.2.

8. El desarrollo de las actividades propuestas en la sección 6.23 proporcionaron las bases necesarias para solucionar las guías 5 y 6, ya que los estudiantes se remitieron a ellas para identificar la relación entre los elementos de una onda y su relación con los fenómenos evidenciados durante las prácticas experimentales, para finalmente lograr el objetivo de relacionar el fenómeno físico de la interferencia electromagnética con el desarrollo matemático, por medio del cual se puede explicar y cuantificar.

8. BIBLIOGRAFÍA

- [1] MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (1998) Estándares Básicos de Competencias en Ciencias Sociales y Ciencias Naturales.
- [2] DEL VALLE S, PESA M. Aprendizaje de los fenómenos de interferencia luminosa, Universidad Nacional de Tucumán Argentina
- [3]BELENDEZ, A. PASCUAL, I. ROSADO, L (1989) La Enseñanza de los Modelos de la Naturaleza de la Luz. Universidad de Alicante, Enseñanza de las Ciencias
- [4] ZABALA, D.(2015) De la interferencia a la difracción: estrategia didáctica para estudiantes de secundaria. Universidad Nacional de Colombia
- [5] MUÑOZ, L. (2014), Enseñanza del concepto de interferencia utilizando la Metodología de Aprendizaje Activo como estrategia didáctica. Universidad Nacional de Colombia
- [6] TOLOSA, W. Enseñanza de los fenómenos de difracción e interferencia de la luz a partir de procesos experimentales (2016) Universidad Nacional de Colombia
- [7] BRAVO B, PESA M (2015) El fenómeno de la difracción en la historia de la óptica y en los Libros de texto Reflexiones sobre sus dificultades de aprendizaje Investigações em Ensino de Ciências — V20(2), pp. 76-102, 2015.
- [8] MOLLON J. (2002) The origins of the concept of interference. Department of Experimental Psychology, University of Cambridge, Downing Street, Cambridge CB2 3EB, UK Published online 28 March.
- [9] ZILL, D (1993) Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones. Grupo Editorial Iberoamericano.
- [10] HECHT E.; ZAJAC A., (1974)Optics. Adisson-Wesley, Massachusetts. Pearson.
- [11] JENKINS, WHITE. (1965). Fundamentals of Optics. Mac Graw Hill
- [12] CERCA, BARRIENTOS, GARCÍA, HERNANDEZ (2007) Obtención del relieve digital mediante proyección de luz estructurada en modelos analógicos de extensión. Boletín De La Sociedad Geológica Mexicana Tomo LIX, NÚM. 1, 2007, P. 101-113.
- [13] LI. B, OU. P, ZHANG. S, (2014) Superfast 3D optical sensing with fiber interference. Newsroom

- [14] MALACARA, D. (2015) Óptica Básica. Fondo de Cultura Económico.
- [15] MANUAL DE ENTRENAMIENTO ALOP de sokoloff d. (2006), Manual De entrenamiento "Active Learning in Optics and Photonics (ALOP) pp (22 al 26).
- [16] HAKE (1998) Interactive-engagement methods in introductory mechanics courses. Physics Education Research.

ANEXOS

9. ANEXOS

ANEXO A: PRUEBA DIAGNÓSTICA TEÓRICA.



PRUEBA DIAGNÓSTICA. Conceptos previos sobre interferencia, álgebra de números complejos y expresiones trigonométricas.

Nombre: _____ Grado: _____

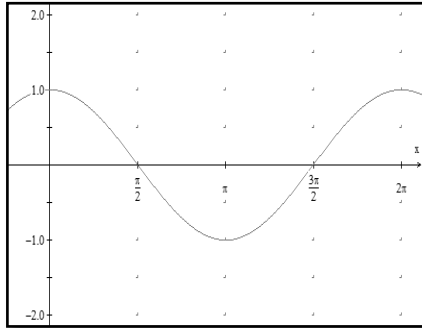
1. Los números Complejos
 - a. Son un subconjunto de los números Reales, es decir están contenidos dentro de conjunto de los números Reales.
 - b. Son un subconjunto de los números Racionales.
 - c. Son un subconjunto de los números Imaginarios.
 - d. Contienen los números reales e imaginarios.

2. De la siguiente expresión $\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta$, donde θ es un número real
 - a. $\cos \theta$ es un número real e $i \operatorname{sen} \theta$ también lo es.
 - b. $\cos \theta$ es un número imaginario e $i \operatorname{sen} \theta$ también lo es.
 - c. $\cos \theta$ es un número real e $i \operatorname{sen} \theta$ es un número imaginario.
 - d. $\cos \theta$ es un número imaginario e $i \operatorname{sen} \theta$ es un número real.

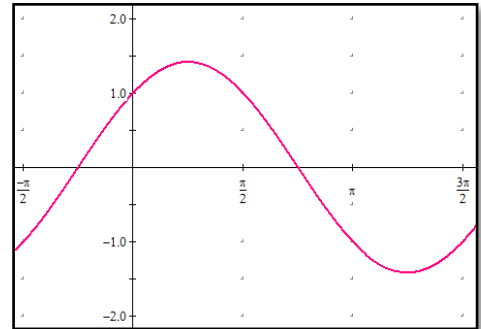
3. La operación cuyo resultado es incorrecto es:
 - a. $8 - 16 + 6i = -8 + 6i$
 - b. $3i - 34 - 6i = -34 - 3i$
 - c. $(8 - i) \cdot (1 + 4i) = 8 + 4i$
 - d. $\frac{(8-i)}{(1+4i)} = \frac{4}{17} - \frac{33}{17}i$.

4. La gráfica que mejor puede representar la parte real de la función e^{ix} es

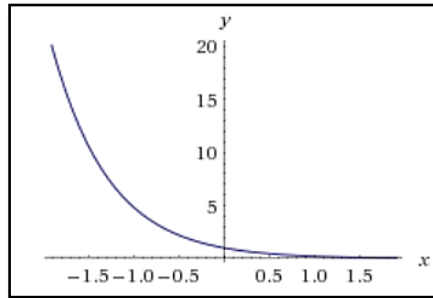
a.



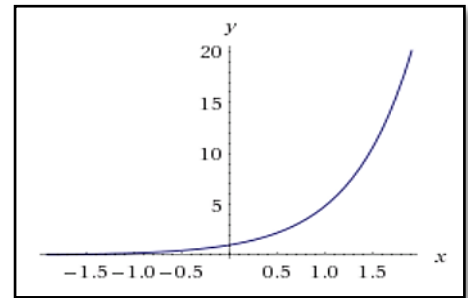
b.



c.



d.



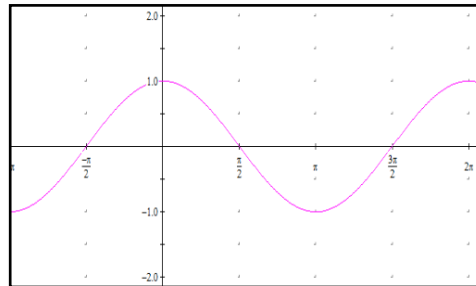
5. De las siguientes opciones la que corresponde a la gráfica es

a. $\cos \theta + \sin \theta$

b. $\cos \theta - \sin \theta$

c. $\cos \theta$

d. $\sin \theta$



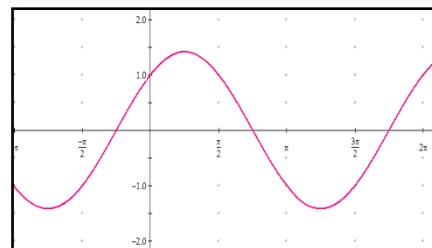
6. De las siguientes opciones la que corresponde a la gráfica es

a. $\cos \theta + \sin \theta$

b. $\cos \theta - \sin \theta$

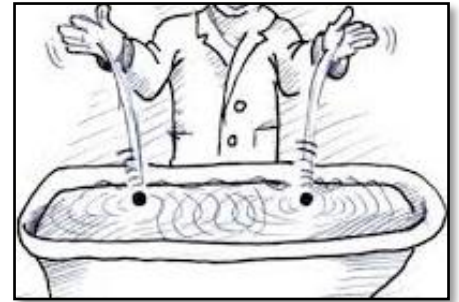
c. $\frac{3}{2} \cos \theta$

d. $\sin \frac{3}{2} \theta$



7. Al operar las expresiones $(2\sin\theta - \sin\theta)$ se obtiene
- a. $\sin\theta$ b. $3\sin 2\theta$ c. $-3\sin\theta$ d. $-\sin 2\theta$
8. $\sin\theta + \sin\alpha = 2\sin\left(\frac{\theta+\alpha}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\theta-\alpha}{2}\right)$ es la expresión usada para sumar funciones senoidales con ángulos diferentes. Al sumar $\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$ se puede llegar al siguiente resultado
- a. $2\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$
- b. $2\sin(\pi) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$
- c. $2\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) \cdot \sin(\pi)$
- d. $2\cos(\pi) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$
9. ¿Cuál de las siguientes situaciones no produce una onda?
- a. El movimiento pendular de un reloj.
- b. Lanzar una piedra a un estanque.
- c. Encender la radio.
- d. Encender un bombillo.
10. De las siguientes expresiones matemáticas no representa una onda
- a. $e^{\frac{1}{2}\pi x}$ b. $e^{i\pi x}$ c. $\frac{1}{4}\sin\theta$ d. $\cos 3\theta$
11. De la siguiente expresión $3\sin(\omega t)$ la amplitud es _____, _____ la frecuencia y _____ es la fase de una onda
- a. $\sin, \omega, 0$ b. $\omega, 3, 0.$ c. $3, \omega, 0.$ d. $3, \sin(\omega t), 0$
12. Al sumar dos ondas en fase con la misma amplitud y frecuencia se obtiene una onda con
- a. La misma amplitud, la misma frecuencia.
- b. El doble de la amplitud, la mitad frecuencia.
- c. La misma amplitud, el doble de la frecuencia.
- d. El doble de la amplitud, la misma frecuencia.

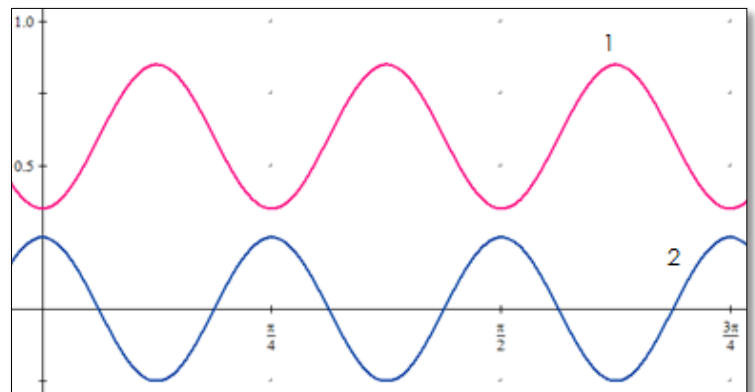
13. De la siguiente imagen se puede decir que
- Se produce interferencia entre un par de ondas.
 - Se produce un movimiento ondulatorio, pero no uno de interferencia porque solo hay dos fuentes de ondas.
 - No se produce un fenómeno de interferencia porque solo interactúan un par de ondas.
 - No se produce un fenómeno de interferencia porque no interactúan al menos tres ondas.



14. El fenómeno de interferencia se produce
- Cuando se superponen únicamente dos ondas.
 - Cuando se produce únicamente una onda.
 - Cuando se superponen al menos dos ondas.
 - Cuando se superponen al menos tres ondas.

15. La diferencia de fase entre las ondas 1 y 2 de la figura es:

- $\pi/2$
- $\pi/4$
- $\pi/8$
- π



16. Cuando las ondas que interfieren **están** en fase, se produce una interferencia _____, y cuando **no están** en fase, se produce una interferencia _____.

- constructiva, constructiva.
- destruktiva, destruktiva.
- destruktiva, constructiva.
- constructiva, destruktiva.

ANEXO B: PRUEBA DIAGNÓSTICA EXPERIMENTAL.



PRUEBA DIAGNÓSTICA EXPERIMENTAL. Práctica de laboratorio demostrativa sobre el concepto de interferencia

Nombre: _____ Grado: _____

Descripción de la práctica.

Se tienen dos pequeños agujeros (de 1 mm de diámetro aproximadamente) separados una distancia muy pequeña (de 2 mm aproximadamente) sobre una lámina oscura en **B**, a través de los cuales se hace pasar un haz de luz con un apuntador láser desde **A**, que se proyecta en una pantalla en **C** como lo muestra figura 1.

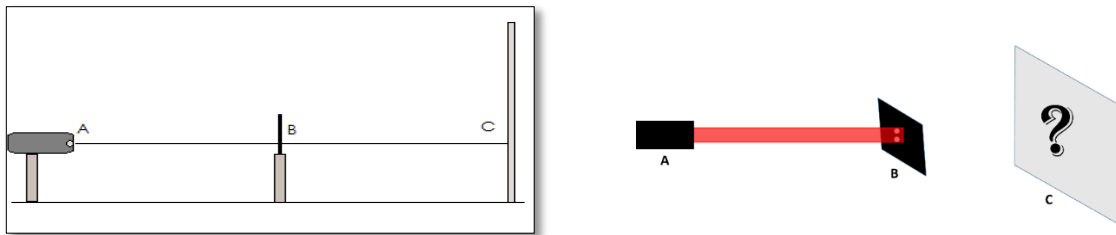
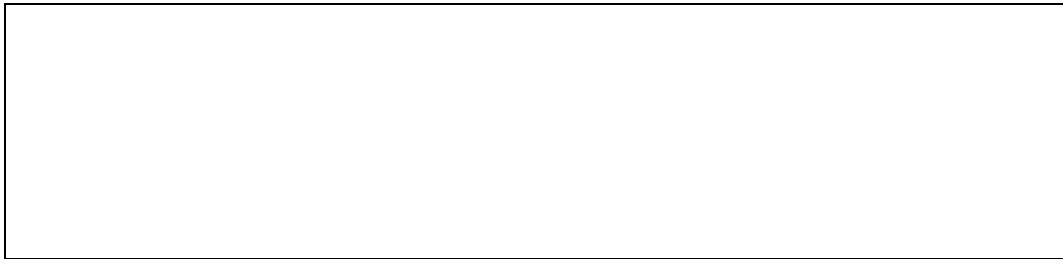


Figura 1

Predicciones individuales.

1. ¿Escriba lo que cree que observará en la pantalla ubicada en **C**?

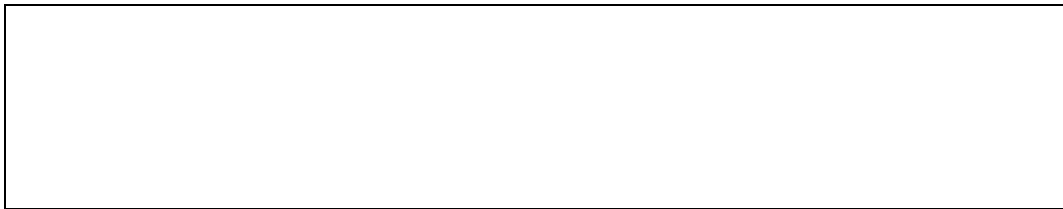
2. Dibuje lo que espera observar en la pantalla **C**.

**Predicciones grupales.**

En grupos de tres personas, discutan las respuestas proporcionadas en las predicciones individuales y lleguen a un consenso. Escriba a continuación a que consenso llegaron para cada respuesta.

1. _____

2. Realicen un dibujo ilustrando lo que esperan observar según el consenso del grupo en la pantalla C:

**Realización de la práctica demostrativa.**

Nota: las bandas de luz son llamadas por lo general franjas. Son las franjas brillantes de igual ancho, Son las franjas oscuras de igual ancho.

Discusión de resultados.

1. Describa y dibuje lo que observó.

2. ¿Cómo es la franja central y por qué cree que es así? De ser necesario dibújelo.

- 3.** Si las bandas claras son consideradas zonas de máxima intensidad y las bandas oscuras zonas de mínima intensidad, ¿Qué tipo de interferencia se da en cada caso?

ANEXO C: GUÍA 1. REFUERZO DE CONCEPTOS PREVIOS EN ÁLGEBRA DE NÚMEROS COMPLEJOS.



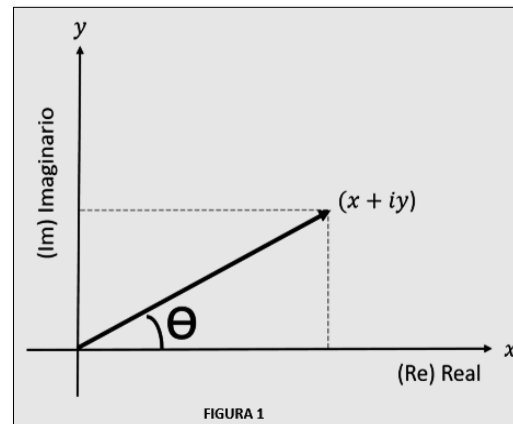
GUÍA 1. Refuerzo de conceptos previos en álgebra de números complejos.

Nombre : _____ Grado: _____

Álgebra de números complejos.

Definición: El conjunto de los números complejos contiene a los números reales y a los números imaginarios. Todo número complejo puede expresarse de la forma: $z = x + iy$, donde $i = \sqrt{-1}$, x e y pertenecen a los reales y la unidad imaginaria es i .

Un número complejo se representa en el plano coordenado (llamado plano de Argand) como se ve en la figura a la derecha y los números reales se ubican en el eje x y los imaginarios en el eje y .



De acuerdo a esta relación a todo punto del plano se le hace corresponder un número complejo z .

Operaciones con números complejos.

Considere los siguientes números complejos: $z_1 = 3 + 4i$ $z_2 = 1 - 5i$ $z_1^* = 3 - 4i$ $z_2^* = 1 + 5i$

Suma y resta: se operan términos semejantes, por una parte imaginarios y por otra reales.

Ej. $z_1 - z_2 = 3 + 4i - (1 - 5i) = 2 + 9i$

Multiplicación: se aplica la ley distributiva de la multiplicación y luego se operan términos semejantes. Ej. $z_1 \cdot z_2 = (3 + 4i) \cdot (1 - 5i) = 3 - 15i + 4i - 20i^2 = 3 - 11i + 20 = 23 - 11i$; donde se ha utilizado el hecho de que $i^2 = -1$

Nota: El complejo conjugado de un número z es el complejo z^* que se obtiene al cambiar de signo la parte imaginaria de z , es decir, si $z = x + iy$ entonces $z^* = x - iy$

División: se multiplica tanto el denominador como el numerador por el complejo conjugado del denominador y se separan las partes real e imaginaria, para éste caso el complejo

conjugado de z_2 es $z_2^* = 1 + 5i$ Ej. $\frac{3+4i}{1-5i} = \frac{(3+4i)(1+5i)}{(1-5i)(1+5i)} = -\frac{17}{26} + \frac{19i}{26}$

EVALUE SU PROGRESO

Considere los siguientes números complejos: $z_1 = 4 + 5i$ $z_2 = 6 - 7i$ $z_1^* = 4 - 5i$ $z_2^* = 6 + 7i$

1. $z_1 - z_2 =$

2. $z_1 \cdot z_2 =$

3. $\frac{z_1}{z_2} =$

ANEXO D: GUÍA 2. REFUERZO DE CONCEPTOS PREVIOS EN EXPRESIONES TRIGONOMÉTRICAS



GUÍA 2. Refuerzo de conceptos previos en expresiones trigonométricas.

Nombre: _____ Grado: _____

A fin de hacer uso de las herramientas matemáticas utilizadas en la interferencia de ondas, se hace necesario tener en cuenta y aprender a usar las identidades de suma y diferencia de ángulos y funciones trigonométricas que se citan a continuación (estas identidades no es necesario memorizarlas, solo tenerlas a disposición para su uso en cualquier momento).

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta \quad (1)$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta \quad (2)$$

$$\sin \beta \pm \sin \alpha = 2 \sin \left(\frac{\beta \pm \alpha}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{\beta \mp \alpha}{2} \right) \quad (3)$$

$$\cos \beta + \cos \alpha = 2 \cos \left(\frac{\beta + \alpha}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{\beta - \alpha}{2} \right) \quad (4)$$

$$\cos \beta - \cos \alpha = 2 \sin \left(\frac{\beta + \alpha}{2} \right) \cdot \sin \left(\frac{\beta - \alpha}{2} \right) \quad (5)$$

$$\cos \alpha \pm \sin \alpha = \sqrt{2} \cdot \sin \left(\frac{\pi}{4} \pm \alpha \right) \quad (6)$$

Lo más importante para hallar el valor de estas expresiones, es operar cuidadosamente el argumento, es decir, el ángulo de cada función y posteriormente introducir lo datos en la calculadora sin olvidar que $\pi = 180^\circ$.

Ej. Considere los siguientes ángulos $\alpha = \frac{\pi}{6}$ y $\beta = \frac{\pi}{4}$ para calcular:

$$1. \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta = \sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{4} =$$

$$\sin \frac{180^\circ}{6} \cos \frac{180^\circ}{4} + \cos \frac{180^\circ}{6} \sin \frac{180^\circ}{4} = 0,9659$$

$$2. \sin \beta - \sin \alpha = 2 \sin \left(\frac{\beta - \alpha}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{\beta + \alpha}{2} \right) = 2 \sin \left(\frac{\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6}}{2} \right) = 2 \sin \left(\frac{\pi}{24} \right) \cdot \cos \left(\frac{5\pi}{24} \right) =$$

$$2\sin\left(\frac{180^\circ}{24}\right) \cdot \cos\left(\frac{5 \cdot 180^\circ}{24}\right) = 0,26105$$

$$3. \cos \beta - \cos \alpha = 2\sin\left(\frac{\beta+\alpha}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\beta-\alpha}{2}\right) = 2\sin\left(\frac{\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}}{2}\right) = 2\sin\left(\frac{5 \cdot 180^\circ}{24}\right) \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{24}\right) = 0,0009$$

$$4. \cos \alpha + \sin \alpha = \sqrt{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \sqrt{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{2} \cdot \sin\left(\frac{5\pi}{24}\right) = \sqrt{2} \cdot \sin\left(\frac{5 \cdot 180^\circ}{24}\right) = 0,00533$$

EVALUE SU PROGRESO

Considere los siguientes ángulos $\alpha = \frac{\pi}{3}$ y $\beta = \frac{\pi}{2}$ para calcular:

$$1. \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta = \sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{2} =$$

$$2. \sin \beta - \sin \alpha = 2\sin\left(\frac{\beta-\alpha}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\beta+\alpha}{2}\right) = 2\sin\left(\frac{\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}}{2}\right) =$$

$$3. \cos \beta - \cos \alpha = 2\sin\left(\frac{\beta+\alpha}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\beta-\alpha}{2}\right) = 2\sin\left(\frac{\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}}{2}\right) =$$

$$4. \cos \alpha + \sin \alpha = \sqrt{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \sqrt{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}\right) =$$

ANEXO E: REFUERZO DE CONCEPTOS PREVIOS SOBRE GRÁFICAS DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS



GUÍA 3. Refuerzo de conceptos previos sobre gráficas de funciones trigonométricas.

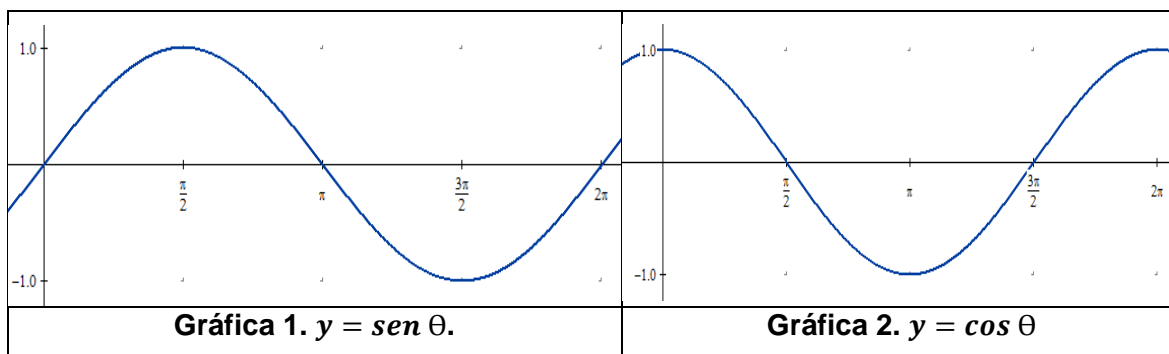
Nombre: _____ Grado: _____

Gráficas de funciones trigonométricas y su relación con la física ondulatoria.

Lo que necesitamos para desarrollar las actividades propuestas:

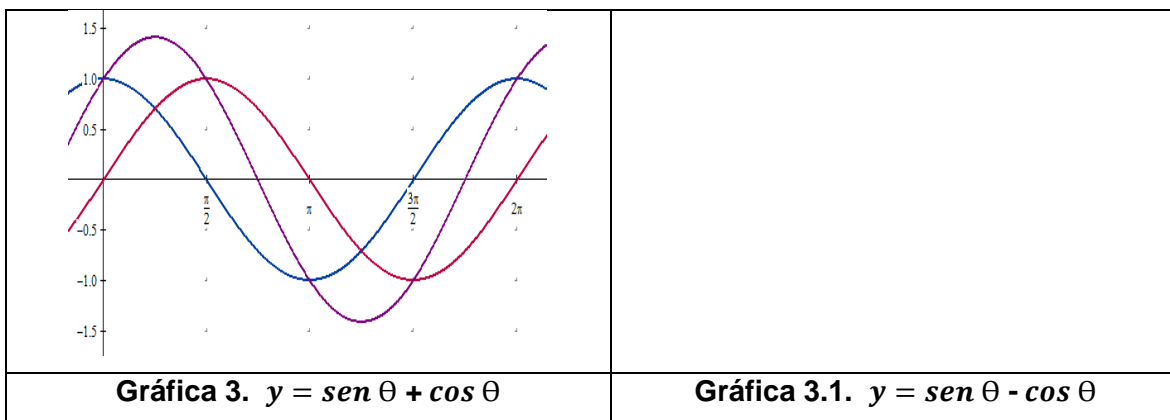
- Lápices de colores azul, rojo, negro, café y morado, marcador borrable, plástico transparente.
- Teléfono con una graficadora instalada, capaz de graficar funciones trigonométricas.
- Leer cuidadosamente la información a continuación para resolver las actividades propuestas.

Las funciones seno y coseno son periódicas, y muestran en las figuras 1 y 2 respectivamente. Se caracterizan por no estar acompañadas de ningún coeficiente, por lo tanto, es 1 y en su argumento no aparece ningún otro término diferente del ángulo θ .

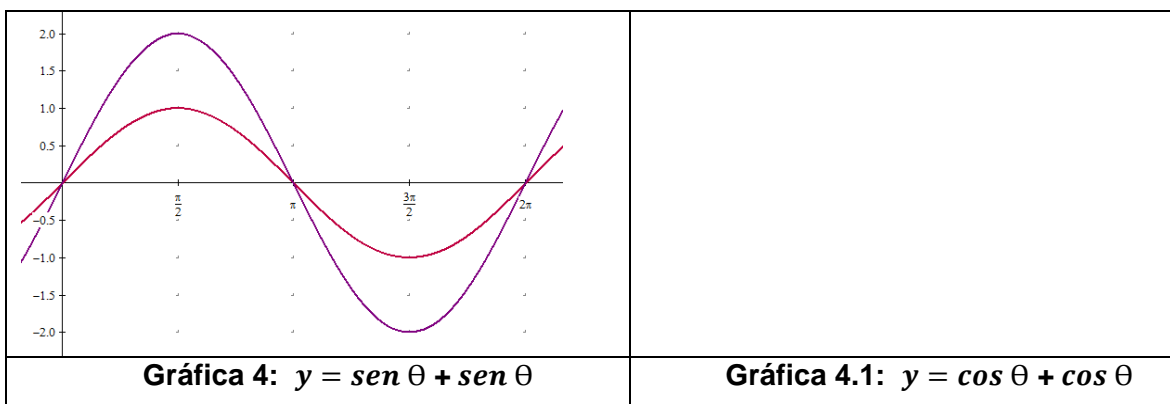


Gráfica de la suma funciones trigonométricas con igual argumento y coeficiente.

Como se estudio, es posible operar entre funciones trigonométricas, a continuación se muestran la gráficas 1 y 2 y la gráfica de la suma ambas (Gráfica 3)

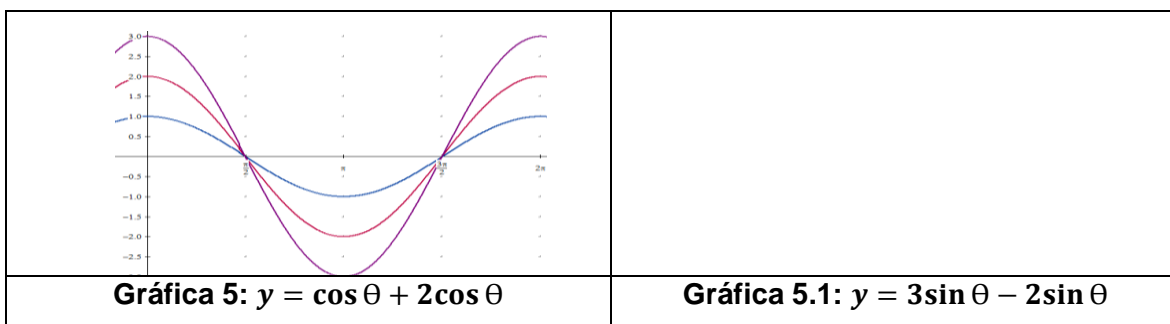


La gráfica 4 muestra la suma de un par de funciones senoidales; $y = \text{sen } \theta + \text{sen } \theta$



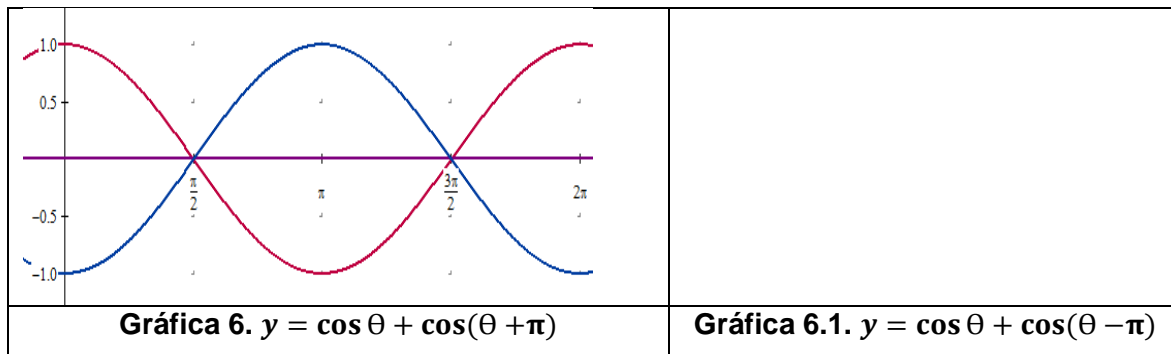
Gráfica de la suma funciones trigonométricas con igual argumento y diferente coeficiente.

La gráfica 5 muestra sobre un mismo plano las funciones $y = \text{cos } \theta$, $y = 2\text{cos } \theta$, e $y = \text{cos } \theta + 2\text{cos } \theta$.

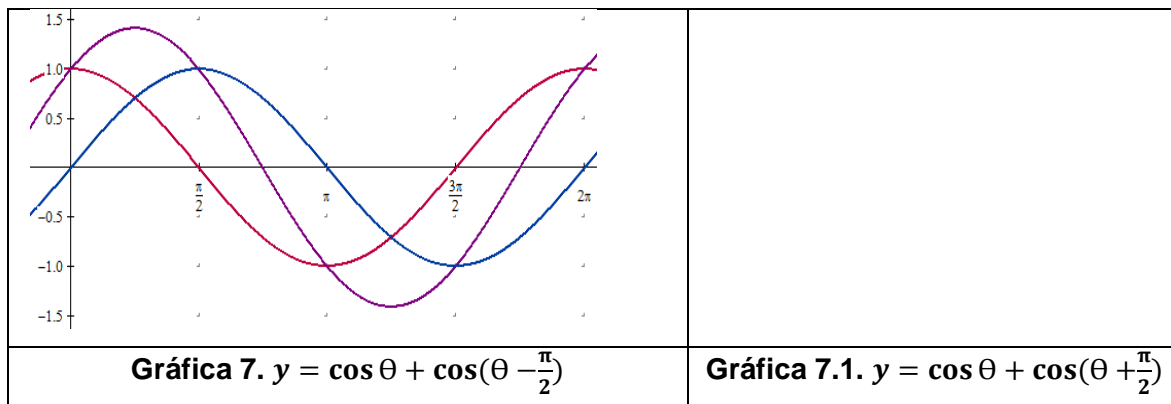


Gráfica de la suma funciones trigonométricas con diferente argumento e igual coeficiente.

La gráfica 6 muestra sobre un mismo plano las funciones $y = \cos \theta$, $y = \cos(\theta + \pi)$, e $y = \cos \theta + \cos(\theta + \pi)$.

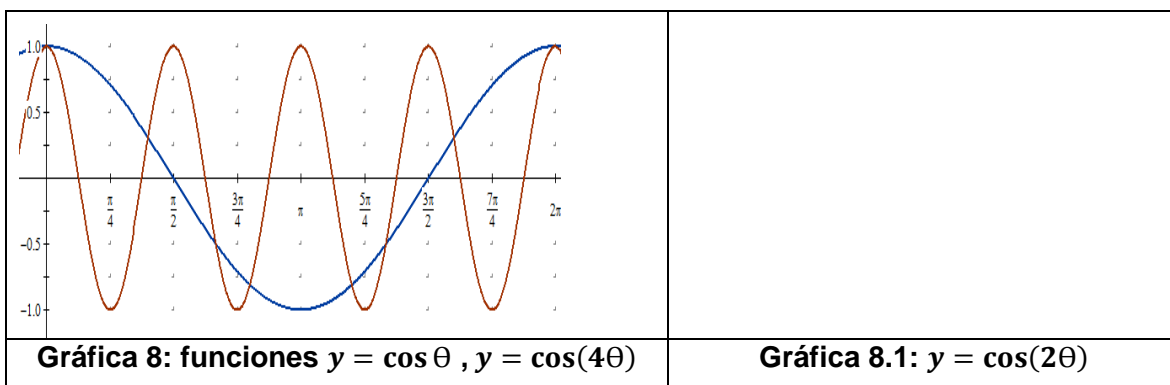


La gráfica 7 muestra sobre un mismo plano las funciones $y = \cos \theta$, $y = \cos(\theta - \frac{\pi}{2})$, $y = \cos \theta + \cos(\theta - \frac{\pi}{2})$.

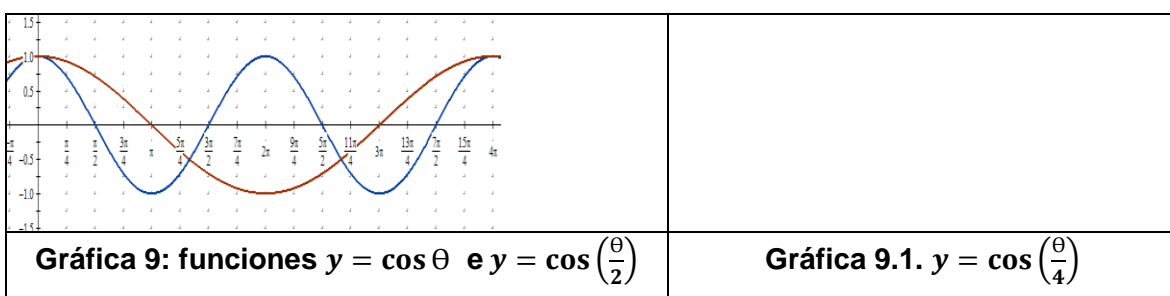


Gráfica de la comparación funciones trigonométricas con diferente argumento e igual coeficiente.

La gráfica 8 muestra sobre un mismo plano las funciones $y = \cos \theta$, $y = \cos(4\theta)$



La gráfica 9 muestra sobre un mismo plano las funciones $y = \cos \theta$ e $y = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$.



ACTIVIDADES

1. En las gráficas de la 3 a la 5 resalte con azul una de las funciones trigonométricas, la otra con rojo y la que representa la operación entre ambas funciones con morado, luego use su teléfono celular para trazar las gráficas de cada punto y la gráfica que representa la operación entre ambas funciones también.
2. En las gráficas de a 6 a la 7 resalte con azul una de las funciones trigonométricas, la otra con rojo y la que representa la operación entre ambas funciones con morado. Con el trozo de plástico calque con el marcador borrable, la gráfica original y trasládela hasta sobreponerla en la gráfica cuyo argumento se le ha sumado o restado una constante. Ponga especial atención a: que tanto se desplazó y si el movimiento es hacia la derecha o la izquierda , luego use su celular para trazar las gráficas de cada punto y la gráfica que representa la operación entre ambas funciones también.
3. En las gráficas 8 y 9 resalte con azul la función $\cos \theta$ y la restante con café.
4. ¿Qué conclusión puede sacar respecto a las gráficas resultates en las gráficas 3 a 5 si observa el punto máximo y mínimo que alcanza la curva, para los casos en

los que el argumento no está sumado ni multiplicado por ningún término diferente de 1, cuando las funciones están

-sumando?:

-Restando?:

¿Qué puede observar de las gráficas 6 y 7 teniendo en cuenta que al argumento se le suma o resta una constante, si se compara con la función original, respecto a su desplazamiento en la

- gráfica 6?:

- gráfica 7?:

¿Qué puede observar de las gráficas 8 y 9 respecto a que al argumento está multiplicado por una constante, si se compara con la función original, respecto a la cantidad de veces que se repite la curva de 0 a 2π en la

- gráfica 8?:

- gráfica 9?:

CONEXIÓN CON LA FÍSICA ONDULATORIA.

La física usa la matemática para modelar, es decir, para describir y predecir un fenómeno natural. Tal es el caso de las expresiones que se han estudiado a lo largo de esta guía, las cuales se usarán para representar fenómenos ondulatorios, como la propagación de ondas y la interacción entre éstas, pues tal como en una función trigonométrica, un fenómeno ondulatorio, también es periódico, por lo cual es un modelo apropiado. El movimiento ondulatorio está representado por una función trigonométrica e involucra todos los términos matemáticos presentes en ésta, con la salvedad de que en la física toman otro nombre.

Elementos fundamentales de una onda

Un movimiento ondulatorio se representa matemáticamente por la expresión 1

$$A \cos(\omega t - (kx + \varepsilon)) \quad (1)$$

sin embargo se puede simplificar el argumento haciendo una separación de las partes que relacionan la evolución temporal de la espacial.

$$\alpha = (kx + \varepsilon) \quad (2)$$

Ahora se sustituyendo la ecuación 2 en la 1 se obtiene la expresión 3

$$A \cos(\omega t - \alpha) \quad (3)$$

A continuación se citan los elementos de una onda junto con su descripción:

Amplitud (A): punto máximo (crestas) o mínimo (valles) que alcanza una onda, llamada también intensidad de la onda, que es la cantidad de energía que es capaz de transferir.

Longitud de onda (λ): distancia entre un par de crestas o valles consecutivos.

Número de onda ($k = \frac{2\pi}{\lambda}$): cantidad de veces que se repite un fenómeno periódico.

Periodo (T): tiempo en que se completa una vibración completa

Frecuencia ($\omega = \frac{2\pi}{T}$): cantidad de veces que se repite un fenómeno periódico.

Fase (ε o α): medida de la diferencia temporal de salida de la fuente de una onda respecto a otra.

ACTIVIDADES

5. De acuerdo a la información proporcionada complete la siguiente tabla si se considera ω constante.

Ecuación	Amplitud (A)	Numero de onda (k)	Fase (α)
$y = \cos \theta$			
$y = 2\cos \theta$			
$y = \cos(\theta + \pi)$			
$y = \cos(\theta + \frac{\pi}{2})$			
$y = \cos 4\theta$			
$y = \cos \left(\frac{\theta}{2}\right)$			
$y = 1,2\cos(3,2\theta - \frac{\pi}{4})$			

EVALUE SU PROGRESO

1. En las gráficas de a 3.1 a la 5.1 resalte con azul una de las funciones trigonométricas, la otra con rojo y la que representa la operación entre ambas funciones con morado, sin usar graficadora.
2. En las gráficas de a 6.1 a la 7.1 resalte con azul una de las funciones trigonométricas, la otra con rojo y la que representa la operación entre ambas funciones con morado. Con el trozo de plástico calque con el marcador borrable, la gráfica original y trasládela hasta sobreponerla en la gráfica cuyo argumento se le ha sumado o restado una constante, sin usar graficadora.
3. En las gráficas 8.1 y 9.1 resalte con azul la función $\cos \theta$ y la restante con café.
4. Complete la siguiente tabla si, se considera ω constante.

Ecuación	Amplitud (A)	Numero de onda (k)	Fase (α)
$y = 2\cos \theta$			
$y = \cos(\theta + \pi)$			
$y = \cos(\theta + \frac{\pi}{2})$			
$y = \cos 4\theta$			
$y = \cos \left(\frac{\theta}{2}\right)$			
$y = 1,5\cos(3\theta - \frac{\pi}{6})$			

ANEXO F: GUÍA 4. COMPRESIÓN DEL FENÓMENO INTERFERENCIA



GUÍA 4: Comprensión del fenómeno de interferencia.

Nombre: _____ Grado: _____

Descripción de la actividad.

Formen grupos de tres personas.

- Sobre un soporte de cartón, dibuje una división horizontal en la mitad, y ubique las láminas de acetato con las indicaciones que se aprecian en la figura 2. Cerciórese de que las dos láminas representen la función coseno.

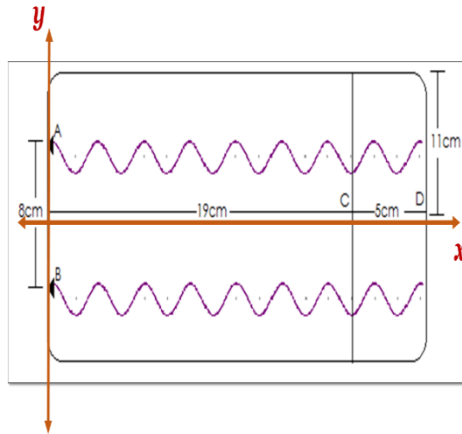


Figura 2.

1. ¿Cómo es el periodo y la amplitud de la onda **A** respecto a los de la onda **B**? (compárelos)

Nota: Una posible expresión matemática para representar cada una de estas ondas es: $y = A \cos kx$, donde A es la amplitud de la onda, k es una constante y x, y son las coordenadas en el plano cartesiano.

2. Si se fijan las ondas en los puntos A y B respectivamente, permitiendo su rotación, mueva las ondas en la región CD y ubique donde coinciden dos máximos de ellas, pinte allí una marca roja, sígalas moviendo hasta ubicar en la región CD varios puntos donde coincidan dos máximos o dos mínimos de las dos ondas y dibuje en esos sitios una marca roja. ¿Qué representarán esas marcas rojas que acaba de pintar?

Mueva las ondas en la región CD y ubique donde coincide un máximo de una onda con el mínimo de la otra y viceversa, pinte allí una marca negra, sígalas moviendo hasta ubicar en la región CD varios puntos donde coincida máximo con mínimo y mínimo con máximo de las dos ondas y dibuje en esos sitios una marca negra. ¿Qué representarán esas marcas negras que acaba de pintar?

Considere la figura 3 a continuación y responda las preguntas 4 y 5.

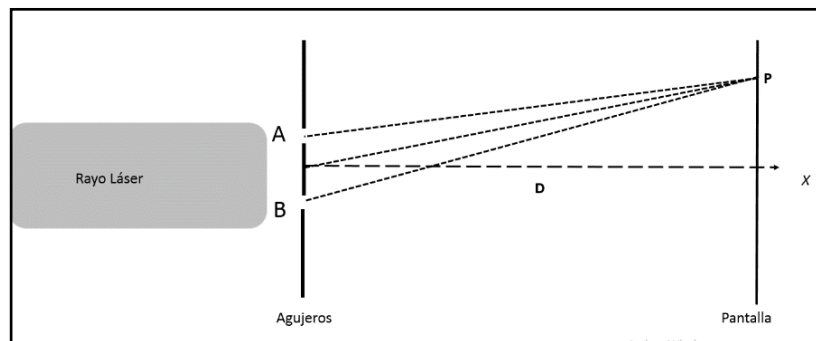


Figura 3

Las ondas de luz que salen de A y B tienen:

¿La misma longitud de onda en el momento en el que salen de los agujeros?

¿La misma longitud de onda en el momento en el que llegan a la pantalla? Justifique su respuesta.

Nota: las ondas de A y B viene de la misma fuente salen en fase y con la misma longitud de onda, eso se llama luz coherente. Ay B se comportan como fuentes de luz coherente.

Las ondas cosenoidales A y B en la figura 2 representan las ondas de luz de los agujeros A y B cuando alcanzan la pantalla C, y la amplitud está asociada con la intensidad de la luz de cada onda.

3. Si en la figura 3 las ondas A y B salen en fase, en la última línea dibuje la onda que resulta de sumar estas dos ondas.

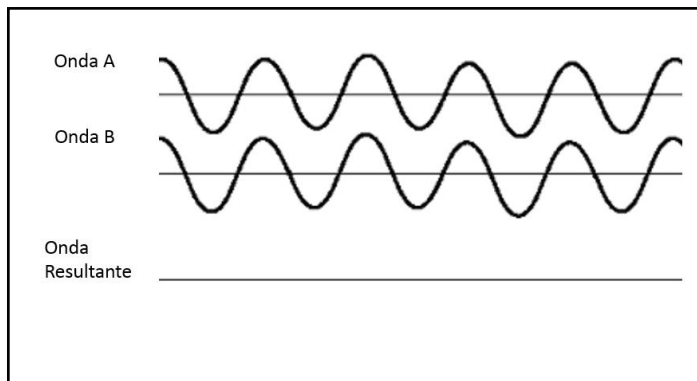
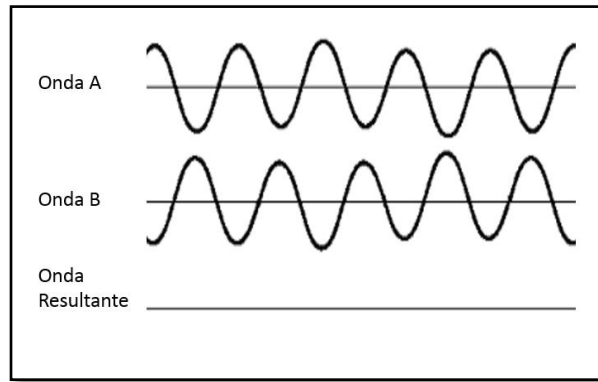


Figura 4

Ahora suponga que las ondas cosenoidales representan las ondas A y B cuando llegan a la pantalla

**Figura 5**

4. De las figuras 4 y 5, ¿cuál producirá una franja brillante en la pantalla en el punto P? justifique su respuesta. _____
5. De las figuras 4 y 5, ¿cuál producirá una oscura en la pantalla en el punto P? justifique su respuesta. _____

¿Cuál es la causa de la diferencia de fase de las ondas que salen de A y B hacia la pantalla?

Use la práctica demostrativa para explicar los patrones en la pantalla.

¿Por qué la franja central es brillante?

ANEXO G: GUÍA 5. LUZ ESTRUCTURADA Y PROYECCIÓN DE FRANJAS

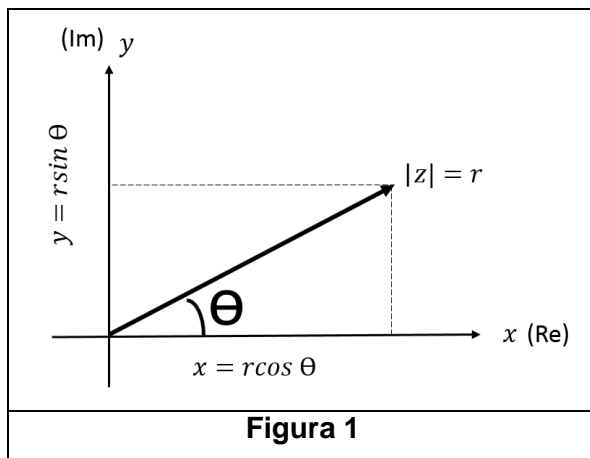


GUÍA 5. Luz estructurada y proyección de franjas

Nombre: _____ Grado: _____

Lo que se necesita saber para desarrollar las actividades propuestas.

Ecuación de Euler.



La expresión 1 es la fórmula de Euler, la cual establece una relación entre las funciones trigonométricas y los números complejos.

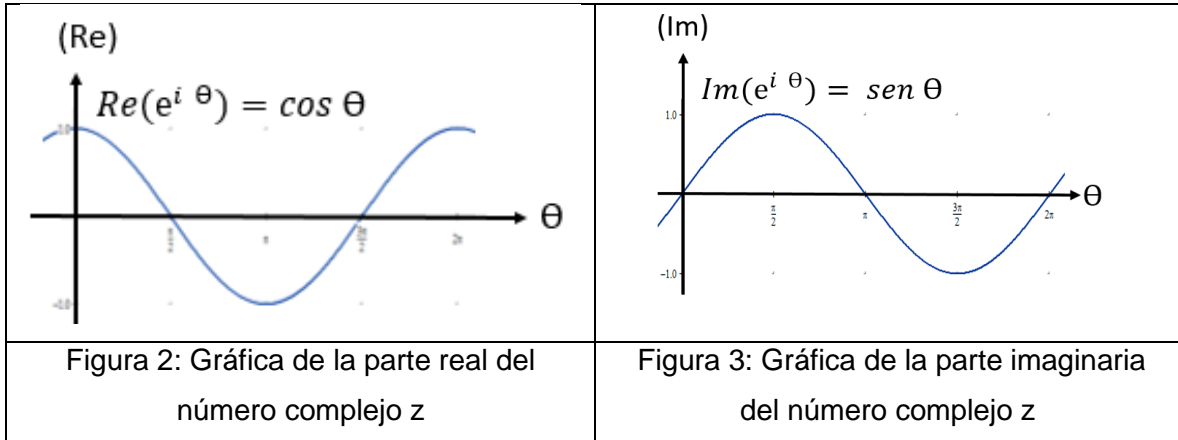
$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \operatorname{sen} \theta \quad (1)$$

A través del plano de Argand en la figura 1 es posible ver esta relación.

Como ya se vio, todo número complejo se expresa de la forma: $z = x + iy$, por lo tanto $z = x + iy = r(\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta)$, y mediante la fórmula de Euler es posible escribir

$$z = r e^{i\theta} = r \cos \theta + i r \operatorname{sen} \theta. \quad (2)$$

z está compuesto por una parte real $\operatorname{Re}(e^{i\theta}) = \cos \theta$ y una imaginaria $\operatorname{Im}(e^{i\theta}) = \operatorname{sen} \theta$, aunque, generalmente en la física ondulatoria se toma la parte real y cada una se gráfica en un plano diferente, en uno la parte real y en otro la parte imaginaria respectivamente como se ve en las figuras 2 y 3.



Recordando lo que se estudió, una onda armónica está descrita de la siguiente forma

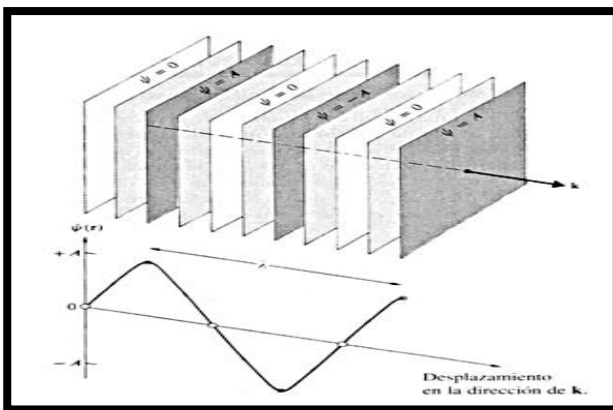
$$y = A \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x} + \varepsilon) = A \cos(\alpha - \vec{k} \cdot \vec{x}) \quad (3)$$

Para simplificar la escritura, asumiendo un instante de tiempo determinado (congelar el tiempo), se puede llamar $\alpha = \omega t + \varepsilon$. Por lo tanto, la ecuación de una onda en notación compleja se puede escribir:

$$y = \text{Re} \left[A e^{(\alpha - \vec{k} \cdot \vec{x})} \right] \quad (4)$$

Para simplificar aún más la expresión 4, se puede sustituir $\theta = \alpha - \vec{k} \cdot \vec{x}$, por lo tanto, la ecuación de una onda en notación compleja queda:

$$y = A e^{i\theta} \quad (5)$$



Las ondas pueden propagarse en una, dos o tres dimensiones. Una onda plana es bidimensional y se propaga en una dimensión a manera de un conjunto de planos moviéndose en el espacio como se ve en la figura 4. **Nota:** Un frente de onda corresponde a los puntos que tiene la misma fase en una determinada región del espacio.

Cada plano es un frente de onda que se aleja de la fuente emisora en una dirección \vec{k} . Una onda plana está descrita por la ecuación 5, si $\theta = \vec{k} \cdot \vec{x} = \text{constante}$, (sin pérdida de

generalidad se puede asumir $\alpha = 0$), lo que significa que \vec{k} o \vec{x} , si pueden variar, pero con la condición que el producto de $\vec{k} \cdot \vec{x}$ no cambie. Adicionalmente, se consideró que $\omega t = 0, \varepsilon = 0$; es como si se tomara una fotografía, lo que equivale a congelar la onda en el tiempo.

Para hacerse una imagen de lo que es una onda plana en un contexto real, suponga la situación en la cual se perturba la superficie de un estanque con una vara recta y se forman frentes de onda planos.

Condiciones para que se produzca un patrón de interferencia

Se van a aplicar los conocimientos adquiridos en la guía 2, para empezar, es necesario comprender que para que se produzca un patrón de interferencia estable, es decir visible, es necesario que se cumplan las siguientes condiciones:

1. Que la luz usada sea coherente, es decir, debe tener coherencia temporal y espacial. La coherencia espacial se puede ilustrar imaginando dos ondas moviéndose en la misma dirección y hay una persona parada en una de las crestas, la cual fija su mirada en una de las crestas de la otra onda y la ve moviéndose al mismo tiempo con él, en todo momento, por tanto, el espacio entre el observador y la cresta que eligió es la misma siempre. Para comprender la coherencia temporal, suponga ahora que la persona está en un punto fijo sobre una onda y mide el tiempo que tarda en pasar una cresta y la siguiente, encontrando el mismo lapso entre cresta y cresta. La persona mide siempre el mismo tiempo que tarda en ver una cresta y la siguiente.
2. Que la luz sea cuasi-monocromática, es decir, debe estar compuesta de una sola longitud de onda, de un solo color.

Una manera en la que se puede generar un patrón de interferencia, es usar una misma fuente emisora, o al menos un par de fuentes cuya diferencia de fase sea constante, condición que se cumple también en el primer caso.

Dibuje lo que cree que vería en una pantalla donde se proyecta la interferencia de dos ondas planas que interfieren con algún ángulo conocido, en alguna región del espacio, que cree que observaría?



¿Qué es la luz estructurada y proyección de franjas?

Se llama luz estructurada a aquella que contiene un patrón de interferencia regular y se produce a partir de la interferencia entre ondas luminosas que puede ser de varios tipos, entre ellos ondas planas, las cuales forman un patrón de franjas rectas de frecuencia constante. La técnica de proyección de franjas, usa la luz estructurada para iluminar una superficie con patrones de franjas y obtener información acerca de la forma superficial del objeto que es iluminado con estas a fin de conocer su topografía o sus irregularidades.

La figuras 6 y 7 muestran dos patrones de luz estructurada.



Figura 6

Figura 7



Las

Figura 8.**Figura 9.**

figuras 8 y 9 muestran los objetos que se van a iluminar con los patrones en las figuras 6 y 7.

PREDICCIONES INDIVIDUALES Y GRUPALES

1. Dibuje en los recuadros, lo que cree que verá cuando se iluminen con las franjas de la figura 6, la figuras 8 y 9, luego de tomar una foto frontal.

PREDICCIONES INDIVIDUALES	PREDICCIONES GRUPALES		OBSERVACIÓN		

2. Dibuje en los recuadros, lo que cree que verá cuando se iluminen con las franjas de la figura 6, la figuras 8 y 9, luego de tomar una foto lateral derecha.

PREDICCIONES INDIVIDUALES	PREDICCIONES GRUPALES		OBSERVACIÓN		

3. Dibuje en los recuadros, lo que cree que verá cuando se iluminen con las franjas de la figura 6, la figuras 8 y 9, luego de tomar una foto lateral izquierda.

PREDICCIONES INDIVIDUALES		PREDICCIONES GRUPALES		OBSERVACIÓN	

4. Dibuje en los recuadros, lo que cree que verá cuando se iluminen con las franjas de la figura 7, la figuras 8 y 9, luego de tomar una foto frontal.

PREDICCIONES INDIVIDUALES		PREDICCIONES GRUPALES		OBSERVACIÓN	

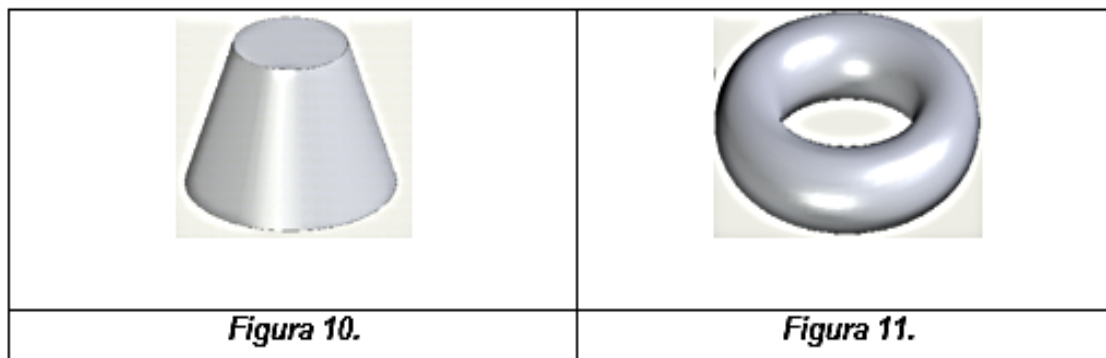
5. Dibuje en los recuadros, lo que cree que verá cuando se iluminen con las franjas de la figura 7, la figuras 8 y 9, luego de tomar una foto lateral derecha.

PREDICCIONES INDIVIDUALES		PREDICCIONES GRUPALES		OBSERVACIÓN	

6. Dibuje en los recuadros, lo que cree que verá cuando se iluminen con las franjas de la figura 7, la figuras 8 y 9, luego de tomar una foto lateral izquierda.

PREDICCIONES INDIVIDUALES		PREDICCIONES GRUPALES		OBSERVACIÓN	

Las figuras 10 y 11 muestran los objetos que se van a iluminar con los patrones en las figuras 6 y 7.



7. Dibuje en los recuadros, lo que cree que verá cuando se iluminen con las franjas de la figura 6, la figuras 10 y 11, luego de tomar una foto frontal.

PREDICCIONES INDIVIDUALES		PREDICCIONES GRUPALES		OBSERVACIÓN	

8. Dibuje en los recuadros, lo que cree que verá cuando se iluminen con las frangas de la figura 6, la figuras 10 y 11 luego de tomar una foto lateral derecha.

PREDICCIONES INDIVIDUALES		PREDICCIONES GRUPALES		OBSERVACIÓN	

9. Dibuje en los recuadros, lo que cree que verá cuando se iluminen con las frangas de la figura 6, la figuras 10 y 11, luego de tomar una foto lateral izquierda.

PREDICCIONES INDIVIDUALES		PREDICCIONES GRUPALES		OBSERVACIÓN	

10. Dibuje en los recuadros, lo que cree que verá cuando se iluminen con las frangas de la figura 7, la figuras 10 y 11, luego de tomar una foto frontal.

PREDICCIONES INDIVIDUALES		PREDICCIONES GRUPALES		OBSERVACIÓN	

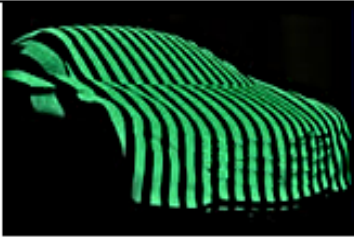
11. Dibuje en los recuadros, lo que cree que verá cuando se iluminen con las franjas de la figura 7, la figuras 10 y 11, luego de tomar una foto lateral derecha.

PREDICCIONES INDIVIDUALES		PREDICCIONES GRUPALES		OBSERVACIÓN	

12. Dibuje en los recuadros, lo que cree que verá cuando se iluminen con las franjas de la figura 7, la figuras 10 y 11, luego de tomar una foto lateral izquierda.

PREDICCIONES INDIVIDUALES		PREDICCIONES GRUPALES		OBSERVACIÓN	

13. Dibuje el objeto que cree que se iluminó.

		
<i>Figura 12</i>	PREDICCIONES INDIVIDUALES	PREDICCIONES GRUPALES

EVALUE SU PROGRESO

1. ¿Qué diferencias y similitudes encuentra entre las imágenes 6 y 7?:

2. ¿Con qué concepto físico estudiado en la guía 2, parte III, puede relacionar las características que mencionó en el punto anterior?:

3. De acuerdo a lo aprendido ¿Por qué cree que es posible conocer la forma de una superficie si le ilumina con luz estructurada?:

ANEXO H: GUÍA 6. EFECTO MOIRÉ. PRÁCTICA DEMOSTRATIVA.

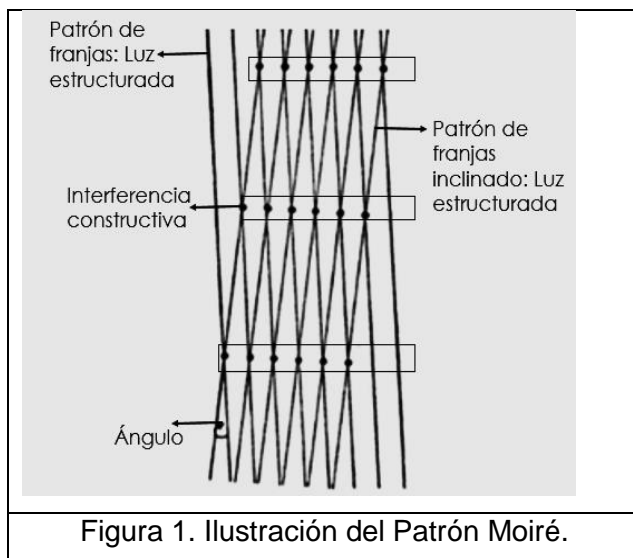


GUÍA 6. Efecto Moiré. Práctica demostrativa.

Nombre: _____

Grado: _____

Afiancemos lo aprendido.

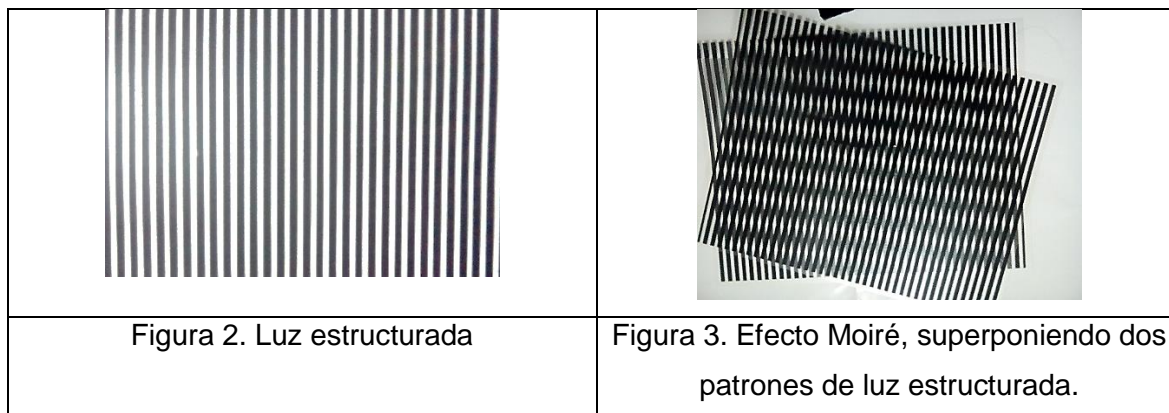


¿Qué es el Efecto Moiré?

El efecto Moiré, se produce cuando por lo menos dos patrones de franjas como las de la figura 2, se superponen formando un determinado ángulo entre éstas, formando un nuevo patrón de franjas, así como se aprecian en las figuras 1 y 3.

Éste fenómeno se comprende a través del concepto de interferencia, pues

como se estudió en las guías 2 y 3 la interferencia es la superposición de ondas, en éste caso, el patrón de franjas es la interferencia de ondas planas que hace el papel de luz estructurada.



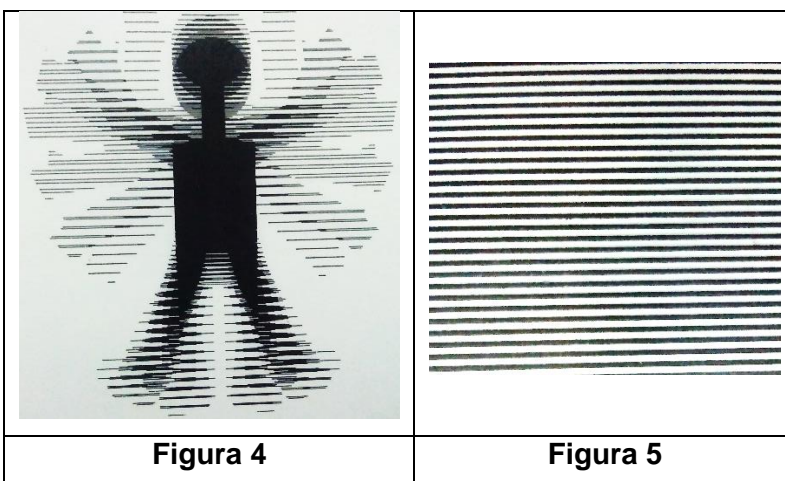
PRÁCTICA DEMOSTRATIVA

PARTE I: ¿Qué vamos a hacer?

La figura 4 es una la impresión sobre papel blanco de una figura, y la 5, es un acetato con franjas claras y oscuras a manera de luz estructurada.

¿Qué necesitamos?

- Figura 4 impresa en una hoja de papel blanca.
- Impresión de franjas sobre acetato Figura 5.



¿Cómo lo vamos a hacer?

Paso 1: Sujete la figura impresa a un punto fijo.

Paso 2: Superponga el acetato con franjas claras y oscuras sobre la figura 4 y siga las instrucciones.

PARTE II: ¿Qué cree que va a observar?

Predicciones individuales y grupales.

1. Dibuje en los recuadros, lo que cree que verá cuando sobreponga perpendicularmente las figuras 4 y 5 sin generar ningún movimiento.

PREDICCIONES INDIVIDUALES	PREDICCIONES GRUPALES	OBSERVACIÓN

2. Dibuje en los recuadros, lo que cree que verá cuando sobreponga paralelamente las figuras 4 y 5 sin generar ningún movimiento.

PREDICCIONES INDIVIDUALES	PREDICCIONES GRUPALES	OBSERVACIÓN

3. Dibuje en los recuadros, lo que cree que verá cuando sobreponga perpendicularmente las figuras 4 y 5 deslizando el acetato verticalmente.

PREDICCIONES INDIVIDUALES	PREDICCIONES GRUPALES	OBSERVACIÓN

4. Dibuje en los recuadros, lo que cree que verá cuando sobreponga paralelamente las figuras 4 y 5 deslizando el acetato verticalmente.

PREDICCIONES INDIVIDUALES	PREDICCIONES GRUPALES	OBSERVACIÓN

EVALUE SU PROGRESO

1. De acuerdo a la figura 5, identifique los valles y las crestas de una onda:

2. Explique el concepto de frecuencia usando la figura 4:

4. ¿Cuál es el propósito en la figura 4 de incluir diferentes frecuencias de líneas en una misma figura?

5. ¿Qué tipo de interferencia se da cuando se superponen máximos con máximos o mínimos con mínimos? explique lo que se observaría en este tipo de interferencia y realice un dibujo.

6. ¿Qué tipo de interferencia se da cuando se superponen un máximo con un mínimo? explique lo que se observaría en este tipo de interferencia y realice un dibujo.

7. ¿Escriba posibles analogías que puede hacer con lo aprendido en esta guía y con la guía 3 sobre luz estructurada?

En los siguientes videos veremos imágenes adicionales del efecto Moiré. Busque por internet un programa para construir éste tipo de animaciones e intente crear una.



https://www.youtube.com/watch?v=vJpM_ZOR89kU

<https://www.youtube.com/watch?v=DoEvdNxleSk>

<https://www.youtube.com/watch?v=Audku2Nyqng>

<https://www.youtube.com/watch?v=PtmCE1quYIs>

En el video se mostrará la utilidad de la de proyección de franjas, investigue otras aplicaciones.



<https://www.youtube.com/watch?v=lefdSEHDAA0>