TRANSICIÓN DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO AL PENSAMIENTO ALGEBRAICO A TRAVÉS DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA-ALGEBLOCKS.

TRANSITION TO NUMERICAL ALGEBRAIC THINKING THINKING THROUGH TEACHING STRATEGY ALGEBLOCKS

DAMARIS TANGARIFE CARDONA

Universidad Nacional De Colombia
Sede Manizales
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de matemáticas y estadística
Manizales, Colombia
2013

TRANSICIÓN DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO AL PENSAMIENTO ALGEBRAICO A TRAVÉS DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA-ALGEBLOCKS.

DAMARIS TANGARIFE CARDONA

Propuesta de Trabajo para optar al Título de
Magister en la Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director:
Doctor, Fabián Fernando Serrano.

Universidad Nacional De Colombia
Sede Manizales
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de matemáticas y estadística
Manizales, Colombia
2013

Dedicatoria

Este logro te lo dedicó a ti, mi nene hermoso,
Gracias por ser mi compañía, mi amor,
Mi alma, mi razón para luchar y vivir,

Te amo Tomás…

Defiende tu derecho a pensar porque,
incluso pensar de manera errónea,
es mejor que no pensar.

Hipatia De Alejandría.

AGRADECIMIENTOS:

Muchas gracias primero Dios todo poderoso que me ilumina y me ayuda siempre que lo necesito, a la Universidad nacional de Colombia sede Manizales por brindarme por brindarme la oportunidad de seguirme formando y poder culminar con éxito esta maestría, a mi docente tutor doctor Fabián Fernando Serrano por colaborarme en la elaboración y corrección de este proyecto, al vicedecano de la facultad de ciencias exactas y el coordinador John Jairo Salazar, vicedecano de la facultad, a los docentes Gonzálo medina y Omar Evelio Ospina quienes aman las matemáticas y nos enseñan la importancia de conocer su historia y evolución.
A mi familia y amigos más queridos,
Gracias.

RESUMEN

Esta propuesta de trabajo a través de la manipulación de algeblocks para lograr una transición lógica del pensamiento numérico al pensamiento algebraico fue desarrollada con los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Estambul de la ciudad de Manizales.

Implementando esta propuesta didáctica se logró que los estudiantes diseñaran fichas de trabajo llamadas algeblocks y demostraciones, que les permitieran el desarrollo significativo del pensamiento algebraico y pudieran comprender y aplicar el concepto de variable a través de actividades lúdicas, resuelvan problemas y usen figuras geométricas que impliquen la utilización de operaciones algebraicas y las puedan representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en situaciones problémicas matemáticos por medio de la estrategia didáctica algeblocks, además se evaluó el uso del lenguaje y del simbolismo en el inicio del estudio del algebra a través de guías prácticas apoyadas con estas fichas.

Palabras claves: algeblocks, guías de aprendizaje, pensamiento algebraico, pensamiento numérico, tipos de variables, transición del pensamiento, pruebas tipo saber.

ABSTRACT

This proposed work through algeblocks manipulation to achieve numerical thinking logical transition to algebraic thinking was developed with eighth grade students of I Estambul School Manizales city.

Implementing this succeeded didactic teaching blocks proposal will design students working through algeblocks and demonstrations, to enable them to significant development of algebraic thinking and could understand and apply the concept of variable through play, solve problems and use geometric figures involving the use of algebraic operations and may represent, generalize and formalize patterns and regularities in mathematical problem situations through algeblocks teaching strategy also evaluated the use of language and symbolism in the beginning of the study of algebra through practice guidelines supported with these blocks.

Keywords: algeblocks, tutorials, algebraic thinking, numerical thinking, variable types, transition of thought, namely type tests.

Contenido

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Se ha tenido la idea del algebra como una combinación de operaciones y letras, que representan operaciones entre números no especificados, la idea es trabajar en el desarrollo del pensamiento algebraico a través de actividades que permitan generar procesos de simbolización, expresión de relaciones, identificación de patrones; con ayuda de representaciones gráficas, que relacionaran conceptos geométricos, y con tablas que representaran conceptos numéricos y cuantitativos que serán potencializados por medio de la ayuda visual, y sobre de todo del tacto.
Desde tiempos muy remotos, se ha verificado que la comprobación mecánica de resultados juega un papel importante en el proceso de enseñanza aprendizaje y en la construcción del conocimiento; al respecto Arquímedes señalaba:

"Mediante el método mecánico logré entender ciertos resultados, aunque posteriormente tuviesen que ser demostrados geométricamente ya que la investigación mediante el método mecánico no proveía las demostraciones. Pero es mucho más fácil poder dar una demostración de una situación, después de haberla comprendido mediante el mencionado método que intentar demostrarla sin ningún conocimiento previo"[1]

Entre estudiantes de grado octavo se tiene la idea de que, el álgebra es exclusiva de la secundaria, es una disciplina demasiado ardua, fuerte y rígida y, que es un área de genios y superdotados.

Este problema se agudiza porque los profesores que orientan esta materia no introducen de manera apropiada las nociones básicas del álgebra, en particular, no se introducen de manera apropiada los conceptos de variable, incógnita, etc. que permitan ver el álgebra como un conjunto de competencias y representaciones cuantitativas que le permitan trascender sin percepción aparente al pensamiento abstracto.

De esta forma, se presenta una brecha entre el raciocinio para la comprensión del algebra el cual es más abstracto y poco comprensible para el adolescente de octavo grado. Normalmente este proceso se enseña de manera abrupta, sin hacer una transición entre estos tipos de razonamiento.

Por lo anterior surgen interrogantes como los siguientes:

¿Cómo lograr una transición lógica del pensamiento numérico al pensamiento algebraico en los estudiantes de octavo?

¿Con que herramienta didáctica se podría lograr una mejor transición al concepto de pensamiento algebraico?

---

[1] Arquímedes, inventor, Físico y Matemático Griego (287-212 a.C.)

2. JUSTIFICACIÓN:

Teniendo en cuenta que el estudio del álgebra, solo se inicia formalmente en el grado octavo de educación secundaria, y que los estudiantes han trabajado en grados anteriores una matemática basada en números, cantidades y situaciones problémicas comprobables desde el pensamiento numérico concreto, al estudiante que comienza el aprendizaje del algebra se le abre un nuevo mundo por conocer, nunca visto, distante, totalmente abstracto, con un sin número de símbolos, mezclados con cantidades difíciles de entender.

La mayoría de estudiantes inician el estudio del álgebra en una tabula rasa, pasando del pensamiento numérico, en el que se hace más énfasis en procesos que son aparentemente más concretos, al pensamiento algebraico donde los números son combinados con letras para el estudiante adolescente, no representan ninguna cantidad lógica con que operar.

Los estudiantes aprenden a solucionar operaciones algebraicas mecánicamente, pero en el momento de solucionar una situación problémica se le dificulta hallar la relación lógica entre el significado del concepto de número y variable. Esto se debe, en parte, a que este contenido matemático se enseña por lo general a partir de fuentes limitadas de significados; usualmente se toma como base el dominio numérico (los símbolos numéricos), dejando a un lado ideas importantes que se interconectan con otros dominios matemáticos como la geometría, la enseñanza problémica y actividades de tipo lúdico lógico.

Debemos recordar que los principales objetivos en la enseñanza de la matemática según los lineamientos curriculares que la fundamentan, emitidos desde el ministerio de educación, afirman: "Incorporar al lenguaje y modos de argumentación habituales las distintas formas de expresión matemática (numérica, gráfica, geométrica, lógica, algebraica, probabilística) con el fin de comunicarse de manera precisa y rigurosa" y "Actuar, en situaciones cotidianas y en la resolución de problemas, de acuerdo con modos propios de la actividad matemática tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones"

Si se cumpliesen estos objetivos a cabalidad, nuestros estudiantes no tendrían tanto problema para comprender desde cualquier ángulo matemático, al menos el lenguaje propio del álgebra, que para iniciar es un obstáculo en su comprensión.

La transición de la aritmética al algebra es un paso importante para llegar a ideas más complejas, que facilitaran procesos matemáticos incluso en el estudiante universitario.

3. OBJETIVOS.

3.1 OBJETIVO GENERAL:

Implementar el trabajo con el material concreto algeblocks como estrategia didáctica que permitan la transición lógica del pensamiento numérico al pensamiento algebraico en los estudiantes de grado octavo de la institución educativa Estambul de la ciudad de Manizales.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

Diseñar estrategias didácticas de trabajo a través de algeblocks y demostraciones, que permitan el desarrollo significativo del pensamiento algebraico.

Implementar la estrategia didáctica algeblocks para lograr que el alumno comprenda y aplique el concepto de variable a través de actividades lúdicas, la resolución de problemas y el uso de figuras geométricas que impliquen la utilización de operaciones algebraicas.

Representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en situaciones problémicas matemáticas por medio de la estrategia didáctica algeblocks.

Evaluar el uso del lenguaje y del simbolismo en el inicio del estudio del álgebra a través de guías prácticas que apoyen el trabajo con algeblocks.

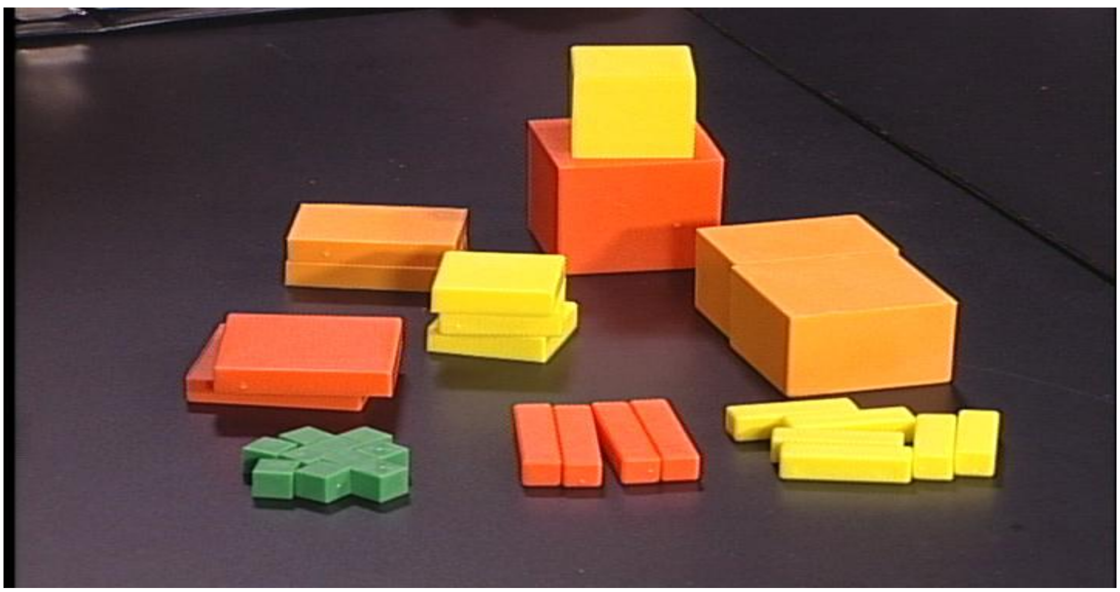
4. REFERENTE TEÓRICO

4.1 ANTECEDENTES:

A continuación se presenta la descripción de algunos proyectos que han trabajado el pensamiento algebraico a través de material manipulable, específicamente algeblocks; los cuales sirvieron de apoyo para implementar la propuesta.

4.1.1 NATURALEZA DE LOS ALGEBLOCKS.

Está formado por piezas que representan las variables x, y, x^2, y^2, xy, x^2 y, xy^2, x^3, y^3, así como las unidades; está diseñado para que el estudiante desarrolle conceptos matemáticos desde una perspectiva constructivista. Mediante el uso de dichas piezas, los estudiantes exploran y conceptualizan las nociones básicas de Pre álgebra y Álgebra, pueden crear reglas en forma inductiva, es decir, van de lo concreto a lo abstracto.



Con este material se pueden trabajar las operaciones básicas con números enteros (adición, sustracción, multiplicación y división), adición, sustracción, multiplicación, división y factorización de polinomios, traducción de expresiones lingüísticas a expresiones matemáticas, resolución de ecuaciones lineales, de inecuaciones y de sistemas de ecuaciones lineales de dos variables.

4.1.2 DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO A TRAVÉS DEL USO DE LOS ALGEBLOCKS.

Autor : Norma Angélica Hernández Espejel y Edgar Oliver Cardoso Espinosa.
México, 2007, congreso nacional de investigación educativa. Educación y conocimientos disciplinares.

El objetivo general de su investigación fue evaluar el desarrollo del pensamiento algebraico a través del uso de los algeblocks en alumnos de séptimo.

Su estudio surgió por la necesidad de crear estrategias basadas en un recurso didáctico que favoreciera el aprendizaje de las matemáticas, dado que en la actualidad, es una disciplina que implica dificultad en los alumnos y es una de las causas de fracaso en muchos ámbitos de su entorno social. Los autores afirman:
"Los alumnos, a través de su manipulación, lograron acceder de un conocimiento concreto a través de los algeblocks a un conocimiento abstracto. El empleo de este recurso, contribuyó en gran medida a modificar la idea de que las matemáticas son difíciles''

La situación de los alumnos de educación secundaria en la ciudad de México en el aprendizaje de las matemáticas, considerando los resultados arrojados por el PISA (Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes) aplicada en el año 2006, mostró que más del 50% de los alumnos de tercer grado de secundaria no cuenta con los elementos matemáticos básicos establecidos en los programas de estudio ante esta situación, se propone como una alternativa el uso de recursos didácticos que favorezcan el desarrollo del pensamiento matemático, específicamente el algebraico. Uno de estos materiales son los algeblocks, los cuales permiten a través de manipulaciones la transición de ideas concretas a conceptos abstractos.

4.1.3 ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA LA COMPRENSIÓN DEL CONCEPTO DE VARIABLE EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Autor: Luz María Rojas Herrera.
México, julio 2009.

Nuestra autora diseñó y aplicó una propuesta didáctica a un grupo de estudiantes de segundo grado de secundaria (séptimo) en una institución Mexicana para lograr la comprensión del concepto de variable y la resolución de problemas que involucran operaciones con expresiones algebraicas, por medio del trabajo con algeblocks.
El trabajo lo realizó al tiempo en dos grupos, uno de control (GC) y otro donde se aplicó la estrategia didáctica, grupo de investigación (GI).
La autora concluye su trabajo afirmando:
''Con base en los resultados preliminares de la implementación y el análisis de los datos pudo mencionar que el GI tuvo un ligero mejor desempeño después de la primera etapa al aplicar las estrategias didácticas que el GC.
En cuanto a la identificación de los diferentes usos de la variable, los estudiantes del GC no mostraron mejoría al terminar la primera etapa de la investigación mientras que en el GI los alumnos manifestaron un avance en la comprensión del concepto en sus diferentes usos.
Se debe dar importancia a la comprensión del concepto desde los primeros acercamientos al álgebra, ya que su puesta en práctica es indispensable para la mejora en el desempeño de los estudiantes en las áreas afines de la matemática''

4.1.4 MATERIALES MANIPULATIVOS PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA EN LA EDUCACIÓN OBLIGATORIA.

Autores: Josefa Hernández Domínguez, María Muñoz Pérez, María Mercedes Palarea Medina, Raquel Ruano Barrera, Martín M. Socas Robayna.
Canarias, Universidad de La Laguna, 2008.

Los autores en este trabajo presentan la revisión de algunos recursos y materiales didácticos que sirven de ayuda para organizar y fomentar situaciones de aprendizaje que desarrollen el pensamiento algebraico y faciliten la conceptualización del símbolo de las operaciones, de la cantidad desconocida o general, así como las conversiones entre el lenguaje algebraico y el lenguaje natural, mejorando la comunicación de los objetos en la clase de Álgebra.

Comparan los materiales y recursos didácticos seleccionados con el material didáctico denominado Puzzle Algebraico, que ha sido elaborado como una representación autosuficiente para el desarrollo del pensamiento algebraico requerido en la Educación Obligatoria en este territorio.

Al cabo del estudio los autores luego de comparar materiales tales como el Lab Gear, Algebra Tiles y el uso de algeblocks, consideran:

El uso del material didáctico conocido como Puzzles Algebraicos, como representación semiótica autosuficiente puede facilitar en gran medida la actividad matemática, dado que estimula y favorece el desarrollo del conocimiento matemático. La utilización de materiales didácticos como registros de representaciones semióticas autosuficientes es importante en la Educación Obligatoria, en la que resulta esencial que los alumnos exploren los objetos matemáticos en diferentes representaciones semióticas.

4.2 MARCO TEÓRICO

La siguiente recopilación teórica ha servido de piedra angular para direccionar la implementación de la propuesta.

4.2.1 PIAGET

Este psicólogo propuso una organización de los estadios de desarrollo cognitivos en la que el Álgebra ocupa el estadio de desarrollo formal (Collis, 1974), y en consecuencia se considera fuera de las capacidades cognitivas de los alumnos en los primeros años de la Educación Primaria. Varias investigaciones han puesto de manifiesto ciertos cortes didácticos o rupturas cognitivas entre el pensamiento aritmético y el algebraico.

Estas las rupturas o cortes didácticos encontrados en la Psicogénesis (Piaget 1982), es decir, en el aprendizaje de los alumnos encontramos ciertas incapacidades para operar espontáneamente con variables al igual que las encontramos en la evolución histórica del Álgebra.

Por ello diversos estudios han puesto en evidencia estas dificultades y errores, generados por estas rupturas o cortes didácticos, como las relacionadas con la limitada interpretación del signo igual en matemáticas, las concepciones erróneas de los estudiantes sobre el significado de las letras utilizadas como variables, el rechazo de expresiones no numéricas (letras) como respuestas a un problema, la no aceptación de la falta de finalidad en un ejercicio o la operatividad con las incógnitas.

En términos de la teoría piagetiana, sólo en la etapa de las operaciones formales se puede esperar que vaya desapareciendo la dependencia de los referentes concretos. Frecuentemente todos necesitamos funcionar en un nivel más concreto, y a menudo es útil una introducción de distintos sistemas de representación.

El pensamiento lógico y el pensamiento matemático: A mediados del Siglo XX, Jean Piaget estudió la transición de la manera de razonar de los adolescentes de lo que él llamó “el pensamiento operatorio concreto al operatorio formal y propuso un conjunto de operaciones lógico-matemáticas que podrían explicar ese paso. En sus estudios previos sobre la lógica y la epistemología había propuesto que el pensamiento lógico actúa por medio de operaciones sobre las proposiciones y que el pensamiento matemático se distingue del lógico porque versa sobre el número y sobre el espacio, dando lugar a la aritmética y a la geometría. Tanto el pensamiento lógico como el matemático se distinguirían del pensamiento físico, que utiliza los dos anteriores pero tiene una relación diferente con la realidad y la experiencia.

Sin embargo según Palarea ‘’él acercamiento al algebra se puede considerar para todos los niños y todas las edades en tanto en cuanto es un modo de pensar, sirve como método de aprehender y de explicar interrelaciones, permite una manera de llegar a la generalidad por la vía de lo particular y descubrir los "modelos" que se presentan en lo cotidiano.

4.2.2 HISTORIA DEL CONCEPTO DE VARIABLE.

Tomado: La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes cometidos en álgebra por alumnos de 12 a 14 años.
Autora: Mª de las Mercedes Palarea Medina.
Año: 1998.

Históricamente se comprueba que el uso de la letra como incógnita, logró alcanzarse tras muchos años de intentos y vacilaciones. La incógnita comenzó llamándose la “cosa” durante el nacimiento del Álgebra árabe (comienzos del siglo IX) en su forma “retórica”. Durante los siglos XV y XVI fue reduciéndose mediante abreviaturas.

Luca Pacioli (1445-1514) en su obra “Summa Arithmetica, Geometria, Proportioni e Proportionalita”, impresionante recopilación de material de cuatro campos distintos: Aritmética, Álgebra, geometría euclidiana y contabilidad de doble entrada, en la sección dedicada al Álgebra, considerada la primera Álgebra impresa, incluye las soluciones usuales de las ecuaciones lineales y cuadráticas. Aunque no posee la notación exponencial de Chuquet, hay un uso creciente de cierta sincopación por medio de abreviaturas. En esta época ya se utilizaban ampliamente en Italia las letras “p” y “m” para representar la suma y la resta, y Pacioli utilizó además co, ce y ae para cosa (es decir, la incógnita), censo (el cuadrado de la incógnita) y aequalis (el signo igual). Creía que las ecuaciones cúbicas no se podían resolver algebraicamente, de aquí que no exprese la tercera potencia de la incógnita. Para la cuarta potencia de la incógnita usó de una manera natural, cece (o cuadrado del cuadrado). Michael Stifel (1487-1567) comienza, en su “Arithmetica Integra” (1544), usando abreviaturas para las distintas potencias de la incógnita, representadas por las palabras: coss, zensus, cubus y zenzizensus, y evoluciona hasta proponer después, en su obra “De algoritmi numerorum cossicorum”, el uso de una única letra para representar la incógnita, repitiendo dicha letra, para las potencias, tantas veces como lo indique el exponente. Por ejemplo: “AAAA representaría nuestra actual x^4”.

Rafael Bombelli (1526-1572) en los tres primeros libros de su “Algebra”, utiliza el “tanto” y la “potenza”, para simbolizar la incógnita “x” y su cuadrado “x^2”.

François Viète (1540-1603) propuso concretamente usar las “vocales” para representar las incógnitas y por fin, René Descartes (1596-1650) en su obra “La Géométrie”, utiliza ya las primeras letras del alfabeto: a, b, c, para los parámetros constantes y las últimas: x, y, z… para las incógnitas o variables, por lo que esta obra marca la forma de expresión actual en Álgebra.

Pierre Fermat (1601-1665), por la misma época que Descartes, utiliza la notación de Viète: “D in A aequetur B in E” que traduce nuestra expresión: “Dx = By”, pues “in” es “por”, “aequetur” es “igual” y las vocales, son las incógnitas.

En lo descrito anteriormente se analiza el trabajo de varios matemáticos de épocas y lugares diferentes del mundo quienes construyeron el concepto de variable a través de su propia vivencia, apoyándose conceptualmente a lo largo de sus existencias.

Conocer la historia del objeto de estudio, su desarrollo, en este caso: la variable, es de vital importancia para el matemático y para más para el estudiante quien analizando los siglos y siglos que transcurrieron para su construcción, dará importancia a la significación de un simple símbolo.

4.2.3 BREVE HISTORIA DEL ALGEBRA

Tomado: Revista Digital de la Matemáticas Sacit Ametam.
Máximo Trueba De Boadilla.
Madrid, España, 2010.

ETIMOLOGÍA (origen de la palabra álgebra): Si buscas esta palabra en el diccionario, encontrarás que junto a su significado matemático aparece otro desusado que es el "arte de restituir a su lugar los huesos dislocados".
Por eso algebrista es tanto el matemático dedicado al álgebra como el cirujano que se dedicaba a colocar los huesos en su sitio.
Miguel de Cervantes habla de algebristas al final del capítulo XV de la segunda parte de El Quijote :"En esto fueron razonando los dos, hasta que llegaron a un pueblo donde fue ventura hallar un algebrista, con quien se curó el Sansón desgraciado."
La palabra Álgebra proviene de uno de los más ilustres matemáticos árabes Al-Khowarizmi (800 d.c) que publicó una obra, titulada Al-gebr' we'l mukabala, de suma importancia en la historia de la Matemática, ya que se considera el primer tratado de Álgebra con intenciones didácticas para resolver problemas de la vida cotidiana, con procedimientos parecidos a los actuales, aunque todavía la notación debía perfeccionarse.

En esta obra se inspiraron los matemáticos árabes que le sucedieron, así como las primeras Álgebras medievales de occidente. La citada obra traducida al latín con el título árabe, fue perdiendo paulatinamente la segunda parte del nombre y quedando sólo la primera parte: Al-gebr´ de ahí nuestra Álgebra.

HISTORIA DEL ÁLGEBRA: El álgebra tuvo sus primeros avances en Babilonia, unos 1.000 años a.C. usaban primordialmente el álgebra para resolver ecuaciones de primer y segundo grado.

Por el contrario, la mayoría de los egipcios de esta época resolvían tales ecuaciones por métodos geométricos. El álgebra continuó su constante progreso en la antigua Grecia. Los griegos usaban el álgebra para expresar ecuaciones y teoremas, un ejemplo es el Teorema de Pitágoras. Los matemáticos más destacados en este tiempo fueron Arquímedes, Herón y sobre todo Diofanto de Alejandría (ver boletín Sacit Ámetam nº 14, epitafios matemáticos, BLOG),nacido alrededor del 200-214, que fue considerado "el padre del álgebra".

Más tarde, los matemáticos árabes y musulmanes desarrollaron métodos algebraicos con mucha mayor sofisticación. Al-Khowarizmi fue el primero en resolver ecuaciones usando métodos generales. Un avance importante en el álgebra fue la introducción, en el siglo XVI, de símbolos para las incógnitas y para las operaciones y potencias algebraicas. Debido a este avance, el Libro III de la Geometría (1637), escrito por el matemático y filósofo francés René Descartes se parece bastante a un texto moderno de álgebra.

Sin embargo, la contribución más importante de Descartes a las matemáticas fue el descubrimiento de la geometría analítica, que reduce la resolución de problemas geométricos a la resolución de problemas algebraicos.

Durante el siglo XVIII se continuó trabajando en la teoría de ecuaciones y en 1799 con el matemático alemán Carl F. Gauss, el álgebra había entrado en su etapa moderna.
Ya en el siglo XIX el álgebra se fundió con éxito con otras ramas de las matemáticas como la Lógica (Álgebra de Boole), el Análisis Matemático y la Topología (Álgebra Topológica) ...Isaac Newton en su manual de álgebra titulado Aritmética Universal escribió: "Para resolver un problema referente a números o relaciones abstractas de cantidades basta con traducir dicho problema, del inglés u otra lengua al idioma algebraico "El idioma del álgebra es la ecuación, es un idioma universal que traspasa fronteras y lenguas.

El álgebra da origen al razonamiento abstracto, conocer su origen es importante para su comprensión, dar valor a los sucesos históricos que la fueron estructurando, pues estos recrearán del algún modo las situaciones problémicas que se irán dando en las clases.

4.2.4 EL PENSAMIENTO VARIACIONAL Y LOS SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS:

Tomado: M.E.N. revolución educativa, Colombia aprende. Ministra de educación Cecilia María Vélez White.
Autores: Asociación colombiana de facultades de educación.
Año: 2002-2006.

Según el ministerio de educación nacional con asesoría de la asociación colombiana de facultades de educación, el pensamiento algebraico y analítico debe desarrollarse desde los primeros niveles de la Educación Básica Primaria son muy apropiadas actividades como: analizar de qué forma cambia, aumenta o disminuye la forma o el valor en una secuencia o sucesión de figuras, números o letras; hacer conjeturas sobre la forma o el valor del siguiente término de la secuencia; procurar expresar ese término, o mejor los dos o tres términos siguientes, oralmente o por escrito, o por medio de dibujos y otras representaciones, e intentar formular un procedimiento, algoritmo o fórmula que permita reproducir el mismo patrón, calcular los siguientes términos, confirmar o refutar las conjeturas iniciales e intentar generalizarlas. Las actividades de generalización de patrones numéricos, geométricos y de leyes y reglas de tipo natural o social que rigen los números y las figuras involucran la visualización, exploración y manipulación de los números y las figuras en los cuales se basa el proceso de generalización. Esta es una forma muy apropiada de preparar el aprendizaje significativo y comprensivo de los sistemas algebraicos y su manejo simbólico mucho antes de llegar al séptimo y octavo grado. Estas actividades preparan a los estudiantes para la construcción de la expresión algebraica a través de la formulación verbal de una regla recursiva que muestre cómo construir los términos siguientes a partir de los precedentes y el hallazgo de un patrón que los guíe más o menos directamente a la expresión algebraica.

En la Educación Básica Secundaria, el sistema de representación más directamente ligado con las variaciones es el sistema algebraico, pero éstas también se expresan por medio de otros tipos de representaciones como las gestuales, las del lenguaje ordinario o técnico, las numéricas (tablas), las gráficas (diagramas) y las icónicas, que actúan como intermediarias en la construcción general de los procedimientos, algoritmos o fórmulas que definen el patrón y las respectivas reglas que permiten reproducirlo.

El estudio de los patrones está relacionado con nociones y conceptos propios del pensamiento variacional, como constante, variable, función, razón o tasa de cambio, dependencia e independencia de una variable con respecto a otra, y con los distintos tipos de modelos funcionales asociados a ciertas familias de funciones, como las lineales y las afines (o de gráfica lineal), las polinómicas y las exponenciales, así como con las relaciones de desigualdad y el manejo de ecuaciones e inecuaciones. El estudio de las relaciones funcionales que pueden detectarse en la vida cotidiana, como las relaciones entre edad y altura de un niño (o entre edad y masa o peso corporal), entre la temperatura a lo largo de un día y la hora que marca un reloj, etc., permite coordinar cambios de una magnitud Y con cambios de una magnitud X. Esta primera aproximación a la noción la función es la de dependencia entre magnitudes variables.

Un aspecto importante en el aprendizaje del álgebra corresponde a la utilización con sentido y al estudio formal de los objetos algebraicos (variables, constantes, parámetros, términos, fórmulas y otras expresiones algebraicas como las ecuaciones e inecuaciones, los sistemas de ecuaciones o de inecuaciones, por ejemplo), para lo cual es necesario ampliar la notación del lenguaje aritmético y utilizar las propiedades características de los sistemas numéricos (como la conmutativa y la asociativa de la adición y la multiplicación y la distributiva de la multiplicación respecto de la adición, o el carácter simétrico y transitivo de la igualdad y el carácter anti simétrico y transitivo de la desigualdad). De esta manera, el cálculo algebraico surge como generalización del trabajo aritmético con modelos numéricos en situaciones de variación de los valores de las mediciones de cantidades relacionadas funcionalmente. Es necesario señalar que el desarrollo de este pensamiento debe también atender al estudio de las actividades matemáticas propias de los procesos infinitos, pues son éstos los que caracterizan el campo conceptual del análisis matemático, en el cual se sitúa el cálculo diferencial e integral que se suele introducir en el grado 11. Por tal razón es necesario incorporar tempranamente a los estudiantes en el estudio de los conceptos fundamentales de ese campo y de las técnicas y métodos de estimación y de aproximación, lo cual se logra articulando la búsqueda de soluciones no exactas, de intervalos de valores aceptables, de problemas de estimación de posibles valores en el contexto de medidas de longitudes, áreas y volúmenes y de modelos matemáticos de procesos biológicos, químicos y físicos que utilicen expresiones algebraicas. Se refuerza así a la estimación como núcleo conceptual importante en el desarrollo del pensamiento numérico.

4.2.5 ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN LENGUAJE, MATEMÁTICAS, CIENCIAS Y CIUDADANAS.

Tomado: M.E.N. revolución educativa, Colombia prende. Ministra de educación Cecilia María Vélez White.
Autores: Asociación colombiana de facultades de educación.
Año: 2002-2006.
Según el ministerio de educación nacional al terminar el grado noveno, estos son los estándares que deberán haber alcanzado los estudiantes:

- Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.
- Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.
- Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.
- Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas.

• Identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.
• Analizo los procesos infinitos que subyacen en las notaciones decimales.
• Identifico y utilizo diferentes maneras de definir y medir la pendiente de una curva que representa en el plano cartesiano situaciones de variación.
• Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.
• Analizo en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones específicas pertenecientes a familias de funciones polinómicas, racionales, exponenciales y logarítmicas.

5. PROCESO METODOLÓGICO.

Para el desarrollo de esta propuesta se dividió el trabajo metodológico en tres fases, que a su vez, se subdividieron en pasos, donde se analizaron aspectos cualitativos (test de actitud tipo escala Likert) y cuantitativos (prueba diagnóstica, tipo saber), como parte del proceso inicial, para determinar luego la validez de la herramienta didáctica, centro de la propuesta, que es el uso de algeblocks, para mejorar la transición del pensamiento algebraico al pensamiento numérico desde los enfoques constructivista y empírico.
La propuesta se desarrollará durante el segundo semestre 2012 y se aprobará para su implementación y ejecución en el primer semestre del año 2013.

FASE 5.1: INICIAL

En la fase inicial se identificará y planteará el problema que dará origen a la propuesta didáctica, definiendo la metodología con que se va a trabajar.

5.1.1 Identificación y planteamiento del problema
5.1.2 Construcción de los objetivos
5.1.3 Definición de metodología
5.1.4 Cronograma de actividades

FASE 5.2: DISEÑO METODOLOGICO

En esta fase se pretende diseñar guías que permitan al estudiante pasar del pensamiento numérico al algebraico con ayuda de la herramienta algeblocks.

5.2.1 Revisión bibliográfica acerca del trabajo en algebra con manipulables, y explorar si los algeblocks, son los más apropiados.
5.2.2 Revisión bibliográfica sobre guías de aprendizaje, enfocadas desde el constructivismo.
5.2.3 Revisión bibliográfica específica sobre el trabajo con algeblocks.
5.2.4 Revisión bibliográfica sobre las competencias y lineamientos curriculares del M.E.N.
5.2.5 Revisión bibliográfica sobre el diseño de pruebas tipo saber.
5.2.6 Revisión bibliográfica acerca de la elaboración de guías de trabajo con material concreto (manipulables).
5.2.7 Diseñar las guías trabajo práctico
5.2.8 Diseñar y validar la prueba diagnóstica inicial y el test (Likert), y la prueba diagnóstica final.
5.2.9 Diseñar y validar el test de actitud tipo escala Likert.
5.2.10 Validación de hipótesis, planteadas en el problema y conclusiones.

FASE 5.3: IMPLEMENTACIÓN- APLICACIÓN

En esta fase se implementarán las guías de trabajo práctico como estrategia para facilitar la transición del pensamiento numérico al pensamiento algebraico.

5.3.1 Aplicar la prueba diagnóstica tipo saber.

5.3.2 Aplicación de guías problémicas:

Guía 1 Construcción de algeblocks.
Guía 2, introducción al algebra.
Guía 3, la noción Variable como incógnita específica.
Guía 4, la noción de Variable como número general.
Guía 5, distintos símbolos para representar una variable.
Guía 6, la noción variable como relación funcional.
Guía 7, combinación de todo tipo de ejercicios:

¿Qué es una variable, un término, una expresión algebraica, y su utilización en el mundo real?

¿En qué disciplinas se utilizan las variables y expresiones algebraicas, de la misma forma como se utilizan en la estadística y la geometría?

¿Dónde, y en que situaciones reales, concretas, se utilizan los diversos tipos de variables?

5.3.8 Construcción de tutoriales simples, donde los estudiantes representen los conceptos aprendidos en las guías por medio de demostraciones con la herramienta didáctica de trabajo algeblocks.
5.3.9 Aplicación del pos-test de actitud escala tipo Likert y prueba diagnóstica final tipo saber.

FASE 5.4: PROCESO DE EVALUACIÓN:

Se comparan los resultados obtenidos en el test, la prueba tipo saber inicial y la final.

5.4.1 Recolección de la información.
5.4.2 Organización de la información.
5.4.3 Análisis de resultados comparativos del pre test y el pos test.

5.5 TIPO DE ESTUDIO

Esta propuesta posee un carácter evaluativo, pues su principal fin es evaluar el avance de un colectivo por medio de la herramienta didáctica algeblocks a partir de un enfoque cualitativo, pues se realizará un análisis de actitudes por medio de un post y pre-test y cuantitativo, pues se cuantificará a través de un análisis estadístico los resultados obtenidos por medio de una prueba tipo saber diagnóstica y final.

5.6 DISEÑO DE LA PROPUESTA:

El diseño de la investigación es de corte experimental donde se trabajará con el grado octavo (primer periodo del 2013), las temáticas, contenidos y competencias señalados por el M.E.N. para el área de matemáticas, adaptados a guías de trabajo donde se deba aplicar la herramienta didáctica algeblocks.

5.7 CONTEXTO DONDE SE LLEVARA A CABO LA PROPUESTA

Esta propuesta se llevará a cabo en la Institución Educativa Estambul, ubicada en el barrio Estambul de la ciudad de Manizales, entidad pública con una población de nivel socio-económico medio bajo (estratos 1. 2. 3).
Dicha propuesta se desarrollará con el grado octavo 2013, grupo mixto, que cuenta con 42 estudiantes, cuyas edades oscilan entre los 13 y 14 años de edad.

5.8 INSTRUMENTOS UTILIZADOS:

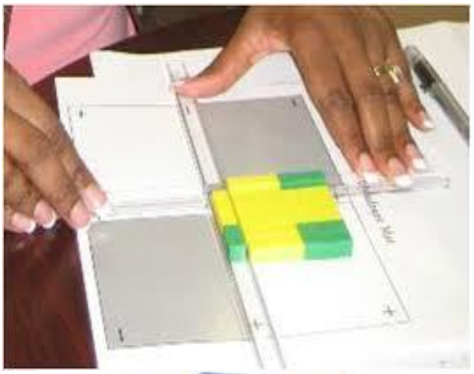
Se utilizarán varias herramientas, el test de actitud tipo escala Likert, para medir la disponibilidad y productividad del estudiante frente al algebra y la metodología de trabajo conocida por ellos, antes y después de aplicada la propuesta; pruebas tipo saber, para medir razonamientos específicos del álgebra (concepto de variable, término algebraico, expresión algebraica, tipos de variables), antes y después de aplicar las guías de trabajo propuestas.

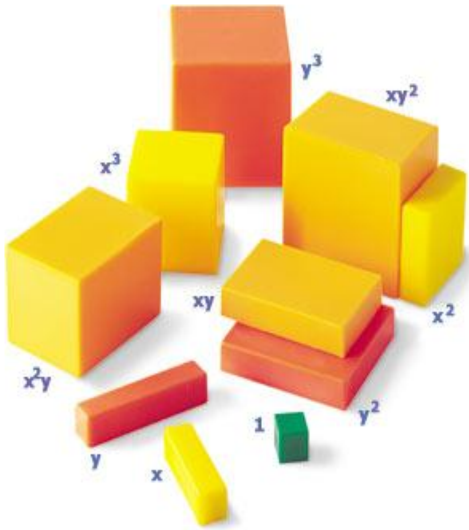
5.9 HERRAMIENTA DIDÁCTICA:

Material manipulable algeblocks, de tal forma que con su manipulación se logrará transcender de un conocimiento concreto (modelo geométrico a través de los algeblocks) a un conocimiento abstracto (representación algebraica).

Se espera que con el uso de los algeblocks que los estudiantes puedan llegar a generalizaciones a través de experiencias concretas y motivantes. Dichas experiencias les permitirán a los estudiantes hacer conjeturas y al mismo tiempo demostrarlas, por medio de estas fichas didácticas.

ALGEBLOCKS:





Las guías de trabajo estarán organizadas de acuerdo a los temas, logros, y competencias. Así:

EJES PROBLÉMICOS.	TEMAS/ CONTENIDOS	LOGROS/INDICADORES DE LOGRO
¿Qué es una variable, un término, una expresión algebraica, y su utilización en el mundo real?	.Guía 1, construcción de algeblocks. .Guía 2, noción de variable, introducción al algebra. .Guía 3, distintos símbolos para representar una variable.	-Uso símbolos matemáticos para lograr expresar ideas del lenguaje común en el matemático. -Identifico situaciones en las cuales el uso de la simbología matemática es práctica para interpretar enunciados. -Determina y justifica cuando es posible generalizar una propiedad y cuando no. -Propone ejemplos para identificar una generalización válida o no válida.
¿En qué disciplinas se utilizan las variables y expresiones algebraicas, de la misma forma como se utilizan en la estadística y la geometría?	. Guía 4, la Variable como incógnita específica. . Guía 5, la Variable como número general.	- Interpreta diagramas de flujo para hallar el resultado de cálculos sugeridos en ellos. -Argumenta resultados obtenidos al evaluar expresiones algebraicas. - Plantea ecuaciones sencillas a partir de un enunciado.
¿Dónde, y en que situaciones reales, concretas, se utilizan los diversos tipos de variables?	.Guía 6, la variable como relación funcional. . Guía 7, combinación de todo tipo de ejercicios:	-Traduce expresiones al lenguaje verbal y viceversa. -Plantea expresiones algebraicas para determinar, áreas, volúmenes y perímetros. -Expreso hechos matemáticos mediante la representación gráfica. -Uso elementos propios de la geometría para explicar y entender hechos algebraicos. -Dado un enunciado, deduce, dando el razonamiento, la conclusión de este.

6. ANÁLISIS DE RESULTADOS:

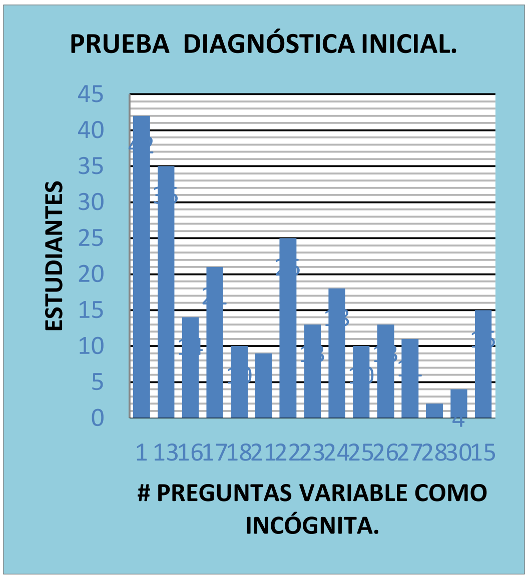
A continuación se muestra la caracterización que se hizo de las 30 preguntas seleccionadas para aplicar en la etapa diagnóstica de la prueba tipo saber y en la prueba final. (ver anexo)

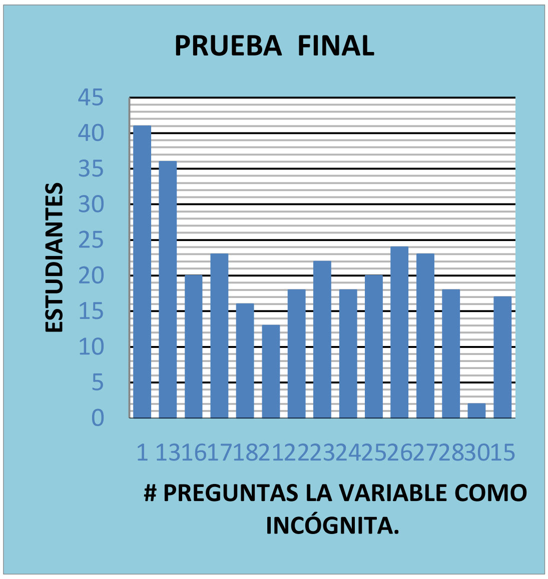
Caracterización de las situaciones de las pruebas aplicadas en la etapa diagnóstica y la etapa final según:	
Número de preguntas:	Enfoque:
1, 13, 15, 16, 17, 18, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 30.	La variable como incógnita. (Confundida cómo símbolo)
10, 12, 14, 19,20, 29.	La variable como fórmula general.
2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11.	La variable como relación funcional

Caracterización de las situaciones de las pruebas aplicadas en la etapa diagnóstica y la etapa final según:	
Número de preguntas:	Competencia.
1, 6, 8, 10, 11, 13, 17, 18, 19, 20, 22, 23, 24, 25, 30.	Indagar.
3, 4, 7, 12, 14, 21, 26, 27, 28, 29.	Interpretar.
2.	Argumentar.
5, 9, 15, 16.	Proponer.

Las preguntas fueron caracterizadas de acuerdo a las competencias estipuladas por el M.E.N. y sobre todo al enfoque que fue trabajado en cada una de las 7 guías de la propuesta didáctica (ver anexos)

La variable como incógnita:
Preguntas enfocadas a que el estudiante reconozca cuando se usan para representar números (u otros objetos) uno de cuyos valores posibles hace verdadera una expresión. La incógnita interviene como un objeto matemático desconocido que se manipula como si fuera conocido.





CANTIDAD DE ESTUDIANTES QUE RESPONDIERON CORRECTAMENTE:

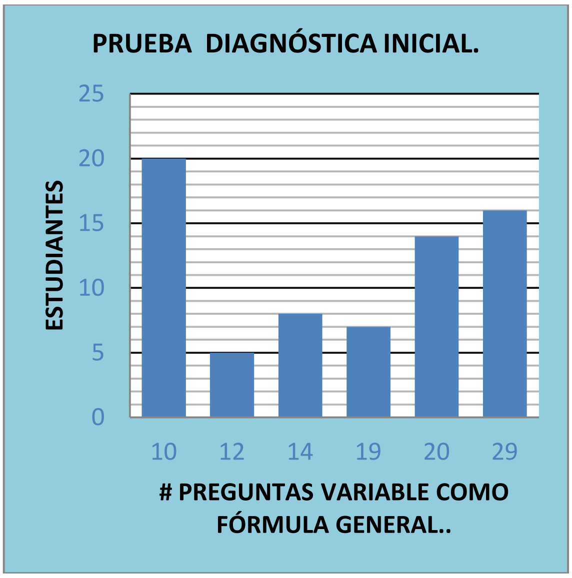
Pregunta # (15 ítems en total)	Prueba inicial.	Prueba final	- : desmejoro. =: igual. +: mejoro
1	42	41	**-**
13	35	36	+
15	15	17	+
16	14	20	+
17	21	23	+
18	10	16	+
21	9	13	+
22	25	18	-
23	13	22	+
24	18	18	=
25	10	20	+
26	13	24	+
27	11	23	+
28	2	18	+
30	4	2	-

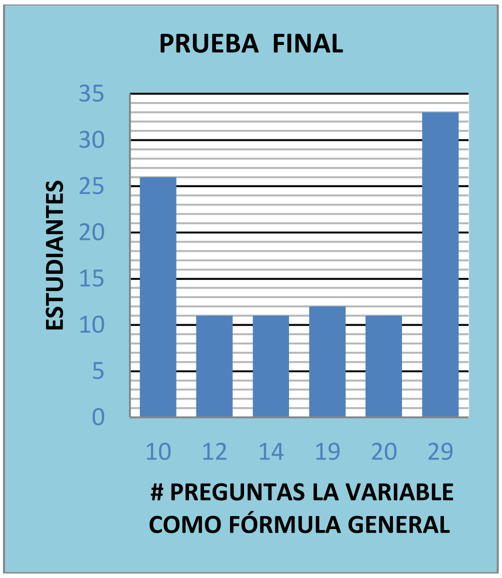
De los 15 ítems correspondientes a las preguntas que estaban enfocadas hacia la variable cómo incógnita un 72,42% de los estudiantes mostraron un avance significado comparando los resultados obtenidos en la prueba inicial con un 28,57%. Estos conceptos y ejercicios fueron trabajados con las guías de la propuesta didáctica # 1, noción de variable; # 2, construcción de algeblocks; # 3, distintos símbolos para representar una variable y # 4, la variable cómo incógnita específica. (Ver anexos)

Análisis por pregunta de la prueba final frente a la prueba inicial. La variable cómo incógnita específica.

# de preguntas	Porcentaje	Estado
11	73,33	Mejoro +
1	7,14	Estable =
3	21,42	Retroceso -

Vemos que porcentaje significativo del 73,33% mejoró frente a los resultados obtenidos en la prueba inicial en 10 ítems de la prueba.
Un porcentaje mínimo no mostró ningún cambio frente a las 2 etapas de las pruebas 7,14% equivalentes a 1ítem de la prueba.
Y un porcentaje considerable 21,42 mostró un retroceso en 3 de los 14 ítems de la prueba, mostraron confusión en los conceptos.
La variable como fórmula general:
Preguntas enfocadas a que el estudiante analice cuando las variables aparecen como indeterminadas o expresión de patrones generales. Es el caso cuando la variable se usa en enunciados que son ciertos para todos los números (o elementos del conjunto que se trate).





Cantidad de estudiantes que respondieron correctamente: en la prueba inicial y en la prueba final:

Pregunta # (6 ítems en total)	Prueba inicial.	Prueba final	- : desmejoro. =: igual. +: mejoro
10	20	26	+
12	5	11	+
14	8	11	+
19	7	12	+
20	14	11	-
29	16	33	+

De los 6 ítems que preguntaban por la variable cómo fórmula general un 83,33% mostró un avance significativo en comparación con la prueba final con un 16,66% estos conceptos fueron trabajados por medio de la guía de la propuesta didáctica # 5, la variable cómo fórmula general y la # 7 combinación de todo tipo de ejercicios con variables y algeblocks.

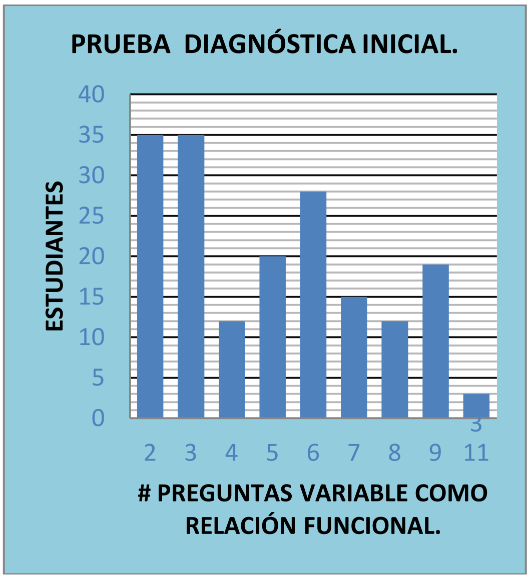
Análisis por pregunta de la prueba final frente a la prueba inicial. La variable cómo fórmula general.

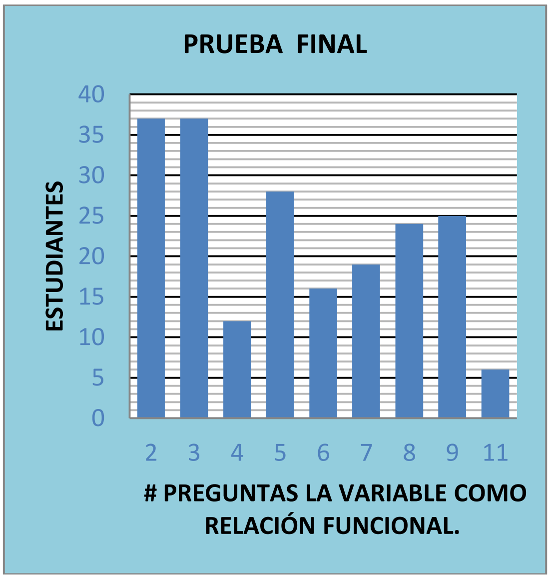
# de preguntas	Porcentaje	Estado
5	83,33	Mejoro +
1	16,66	Retroceso -

La tabla nos muestra como un porcentaje significativo del 83,33% correspondiente a los 6 ítems que indagaban por la variable como fórmula general tuvieron una mejoría notable frente a la prueba inicial, un 16,66% correspondiente a un ítem mostró retroceso al contestar la pregunta.

La variable como relación funcional:

Preguntas enfocadas a que el estudiante reconozca cuando las variables se usan para expresar cantidades que varían conjuntamente. La relación de dependencia entre variables ocurre cuando el cambio en una variable determina el cambio en la otra.





Cantidad de estudiantes que respondieron correctamente: en la prueba inicial y en la prueba final:

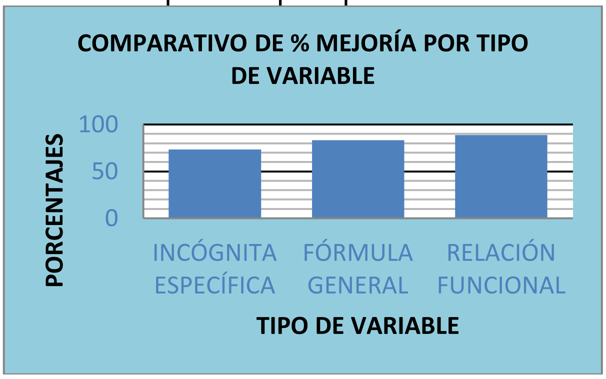
Pregunta # (9 ítems en total)	Prueba inicial.	Prueba final	- : desmejoro. =: igual. +: mejoro
2	35	37	+
3	35	37	+
4	12	12	+
5	20	28	+
6	28	16	-
7	15	19	+
8	12	24	+
9	19	25	+
11	3	6	+

De los 9 ítems que preguntaban por la incógnita como relación funcional un 77,77% mostro mejoría considerable con respecto a un 22,22% resultado obtenido en la prueba inicial, estos conceptos fueron trabajados y reforzados por medio de la guía # 6 de la propuesta didáctica la variable como relación funcional y la guía # 7 combinación de todo tipo de ejercicios con variables.

Análisis por pregunta de la prueba final frente a la prueba inicial. La variable cómo relación funcional.

# de preguntas	Porcentaje	Estado
8	88,88	Mejoro +
1	11,11	Retroceso -

Análisis comparativo por tipo de variable.



TIPO DE VARIABLE	PORCENTAJE DE MEJORÍA +
INCÓGNITA ESPECÍFICA	73,33
FÓRMULA GENERAL	83,33
RELACIÓN FUNCIONAL	88,88

Analizando el avance que se dio por tipo de variable comparando la prueba inicial con la prueba final que constó de 30 ítems tipo saber donde los estudiantes debían dar solución a diversos ejercicios que se plantearon enfocados al trabajo con 3 tipos de variables observamos en mayor porcentaje 88,88% de avance en la comprensión de ejercicios que tenían que ver con la variable cómo relación funcional, un 83,33% en ejercicios que implicaban la comprensión de la variable cómo fórmula general y 73,33% en ejercicios que requerían del análisis de la variable cómo incógnita específica.

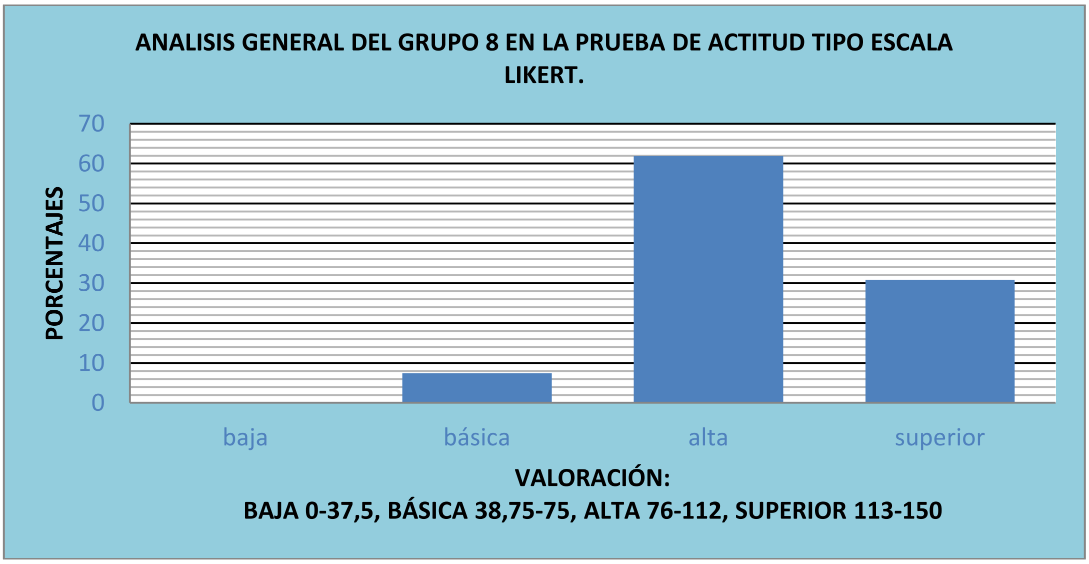
Análisis general del grupo con respecto a la prueba final: 42 estudiantes.

# de estudiantes	Porcentaje (%)	situación
31	73,80	Mejoro +
4	9,52	Estable =
7	16,66	Retroceso -

Observemos en la tabla y gráfica el análisis general del grupo con respecto a la prueba final el 73,80% equivalente a 31 estudiantes mostró mejoría diferenciando todo tipo de ejercicios con variables, progresando en el uso del lenguaje y del simbolismo en el inicio del estudio del algebra a través de guías prácticas que apoyaron el trabajo con algeblocks. 4 estudiantes, 9,52% mostraron estabilidad o sea ningún cambio con respecto a la prueba final y un 16,66% nos muestra que 7 de los 42 estudiantes tuvieron un retroceso en la prueba final con respecto a la inicial.

Análisis prueba de actitud tipo escala Likert.

La prueba tipo escala Likert trata de medir la actitud con una serie de preguntas desde diversos enfoques redactados con ítems de modo positivo y negativo con una valoración de 1 a 5 dependiendo la respuesta esta escala se valoró adaptándola al sistema calificativo institucional.(ver anexo modelo prueba tipo escala Likert).



Calificación	Frecuencia absoluta (estudiantes)	Porcentaje
1 a 37,5 Baja	0	0
38,75 a 75 Básica	3	7,14
76 a 112 Alta	26	61,90
113 a150 Superior	13	30,95

La información anterior nos muestra como un 0%, o sea ningún estudiante tiene una actitud totalmente negativa frente a la asignatura y sus métodos de enseñanza, un 7,14% tienen una actitud moderada o básica, también es un valor muy bajo frente al área; un porcentaje significativo 61,90% tiene una actitud alta frente a la enseñanza de las matemáticas en general y porcentaje no tan representativo pero si muy bueno tiene una actitud superior hacia la asignatura.

7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

7.1 CONCLUSIONES:

- Al implementar estrategias como el uso de fichas algeblocks en la introducción a la enseñanza del álgebra, facilitó la transición lógica del pensamiento numérico al pensamiento algebraico en los estudiantes de grado octavo de la institución educativa Estambul de la ciudad de Manizales, pues este trabajo se hizo desde lo concreto trabajando simultáneamente conceptos geométricos y estadísticos.

- Es importante siempre aclarar y reforzar conceptos básicos antes de llegar al trabajo escrito para que el estudiante comprenda y pueda diferenciar el tipo según el uso de la variable a través de actividades lúdicas y guías que le sirven de apoyo para solucionar diferentes situaciones problémicas.

- El uso de figuras geométricas algeblocks permite al estudiante ubicar espacios y valores de mediciones que para ellos son abstractas en lo concreto para así luego implementar la utilización de operaciones algebraicas.

- Por medio de gráficos y fichas de trabajo algeblocks a través de las guías de trabajo se facilitó la representación, la generalización y la formalización de patrones y regularidades en situaciones problémicas matemáticos.

- Los estudiantes mostraron progreso en el uso del lenguaje y del simbolismo en el inicio del estudio del álgebra a través de guías prácticas que apoyaron este trabajo con algeblocks.

- Trabajando la transición del pensamiento numérico al pensamiento algebraico desde situaciones problémicas contextualizadas se logra capturar más la atención del estudiante e involucrarlo en la situación.

7.2 RECOMENDACIONES

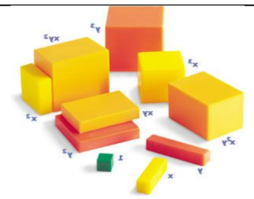
- Es importante trabajar el concepto de variable desde la enseñanza del algebra, la geometría y la estadística pues es un contenido transversal que pierde su aplicabilidad y esencia si se trabaja por separado como si no fueran temas afines.

- Trabajar el desarrollo del pensamiento algebraico desde lo concreto permite avanzar con más naturalidad hacia el universo abstracto de la matemática.

- La elaboración de guías de trabajo práctico apoyadas en material concreto crean cierta independencia en el estudiante y le permite el trabajo colaborativo.

ANEXOS

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ESTAMBUL
GUÍA DE APRENDIZAJE NÚMERO 1.
INTRODUCCIÓN AL PENSAMIENTO ALGEBRAICO.



ESTUDIANTE: FECHA:
GRADO: 8º___ DOCENTE: DAMARIS TANGARIFE CARDONA

TEMA: Introducción al pensamiento algebraico, Noción de variable.

INDICADOR DE LOGRO: Descubro patrones numéricos mediante el estudio de expresiones algebraicas sencillas.

INTRODUCCION

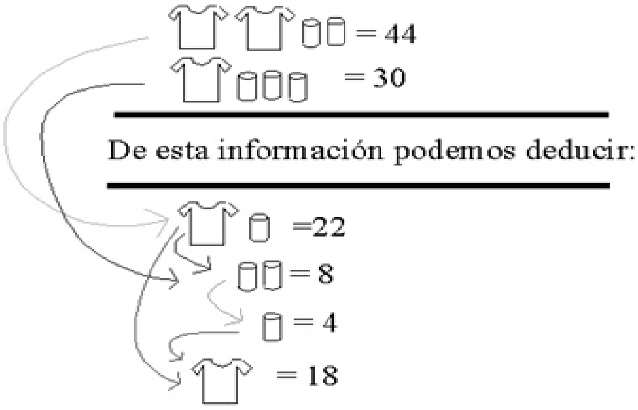
En esta nueva etapa de aprendizaje veras otras formas de otras formas de representación matemática, hasta que llegaste a 7º normalmente has usado en Matemáticas unos símbolos que son los números. Pero algunas veces ocurre que no has podido usar números porque no conoces el valor de una medida, de una cantidad o de un dato cualquiera. En esos casos tienes que utilizar otros símbolos diferentes a los números.

REFLEXIONA:
Trata de dar solución a las siguientes situaciones; utiliza símbolos para representar el dato faltante.

1. Al llegar a su casa Ángela escribe los gastos que tuvo durante todo el día, pero tiene un problema pues no se acuerda de lo que le costó el cuaderno, ya que hizo varias compras en la papelería. ¿Cómo podría representar el precio del cuaderno?

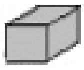
Cartulina octavo: 250 $
Borrador: 350 $
Lápiz: 850 $
Cuaderno:
Sacapuntas: 400 $
Lapicero: 1100 $

2. El peso de dos camisetas y de dos latas vacías es de 44 decigramos, el peso de una Camiseta y tres latas es de 30 decigramos ¿Cuál es el peso de una camiseta y el de una lata vacía?

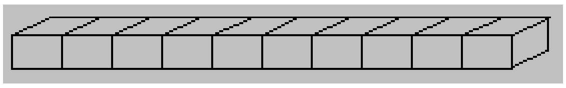


Tenemos que c: camisetas y l: lata. 2C + 2L = 44. Primer renglón del ejercicio, escribe las representaciones de los renglones faltantes.

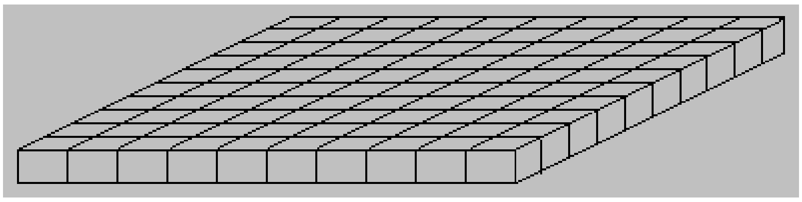
3. Tenemos un cubo pequeño que mide 1 cm de lado. Su volumen es ....cm3.



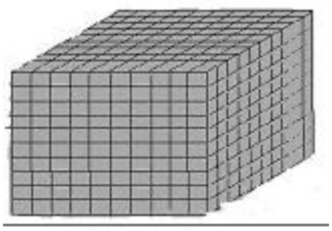
Con 10 cubos pequeños juntos tenemos una barra. Su volumen es ...cm^3.



Si juntamos 10 barras tenemos una placa. Su volumen es ...cm^3



Si apilamos 10 placas obtenemos un bloque (cubo grande). Su volumen es…



CONCEPTUALIZA:

El Álgebra es la parte de las Matemáticas que utiliza símbolos para representar números desconocidos. Los símbolos más utilizados por el lenguaje algebraico son las letras. Cuando las letras representan a números, se pueden hacer operaciones con ellas, igual que con los números.

Se manipulan expresiones con letras, operaciones y números. Por ejemplo, para buscar el perímetro de un rectángulo, el área de un triángulo, la longitud de una circunferencia, etc. tienen que utilizar las expresiones siguientes: h: altura y b: base.

P □ = 2h+2b,
A △ = h·b/2,
L ○ = 2πr.

En este grado iniciarás un camino donde aprenderás que el uso de las expresiones algebraicas (expresiones con letras, operaciones y números) aumenta considerablemente pasas a utilizar, productos notables (por ejemplo el cuadrado de una suma: (*a*+*b*)2 = *a*2 + 2*ab* + *b*2), ecuaciones (por ejemplo, 3*x*+2=5) y polinomios (por ejemplo, 2*x*3 + 3*x* +7), este camino va desde la manipulación, por ejemplo, de fórmulas geométricas para hallar longitudes y áreas.
En este camino conviene distinguir dos etapas.

I) En la primera los símbolos substituyen a números, segmentos u otros objetos y su función es representarlos. En esta etapa los símbolos representan objetos, acciones sobre objetos o relaciones entre objetos, pero ellos mismos no se consideran objetos sobre los cuales se pueden realizar acciones. Los valores que pueden tener los símbolos son los que permiten los objetos y la situación que representan (ejemplos de la reflexión).

II) En una segunda etapa los valores que pueden tener los símbolos son los que se quiera considerar y no están condicionados por la situación que inicialmente representaban. Ahora los símbolos se consideran objetos sobre los cuales se pueden realizar acciones e incluso se puede prescindir de los objetos, relaciones y situaciones que representan.

La abstracción que, para el proceso de cálculo, se hace de la significación de la incógnita, debe incluir la posibilidad de que ésta represente a varios números, la incógnita es, en cierto modo, una variable.

El adquirir el concepto de variable supone la conjunción de dos procesos: Generalización, que permite pasar de un conjunto de situaciones concretas a algún aspecto común a todas ellas, y, simbolización, que permite expresar de forma abreviada lo que tienen en común todas las situaciones. Para que se pongan en práctica de forma simultánea estos dos procesos hace falta utilizar, en cada caso, capacidades muy distintas y a la hora de planificar cualquier estrategia de enseñanza, se debe abordar cada uno de ellos de forma diferente. Cuando se habla del concepto de variable, se incluyen múltiples significados, y cada uno de ellos se corresponde con las distintas formas de enfrentarnos a la generalización. Podemos decir que es una variable con cierta “predeterminación”, esta puede tomar uno o dos valores.

Responde de acuerdo a la anterior información:

1. ¿Qué es una incógnita?
....
Un ejemplo sería:……………………………………………………

2. Qué es una variable………………………………………………….
Un ejemplo sería:……………………………………………………..

3. ¿Es en todas las situaciones el símbolo es una variable?
....

Una señal de transito se considera un símbolo, entonces ¿también puede considerarse como variable?

2C + 3L= 44

Cuando sí lo es ……………………………
Cuando no lo es ……………………………

4. Escribe al menos tres fórmulas diferentes a las del texto que recuerdes hayas visto desde geometría, estadística u otra asignatura.

a) b) c)

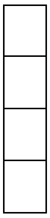
ACTIVIDAD PRÁCTICA:

Concepto previo: área de rectángulos y cuadrados.
Analiza cada vez que aparece un número solo o una letra sola, la representaremos por un rectángulo.

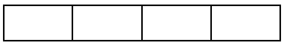
Ejemplo: 1 . 4 = 4 Y 4 . 1 = 4

Se representa así:

1

4 

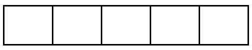
4

 1

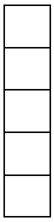
Ahora representemos un segundo ejemplo, pero, utilizando solo letras, así.

F. 1 = F Y 1.F = F

F

1 

1

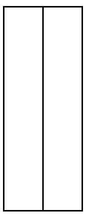
F 

F esta repetido 1 vez y 1 esta repetido F veces.

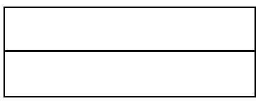
Ejemplo 3: El doble de T

2. T = 2T Y T.2 = 2T.

2

 T

T

2 

2 esta repetido t veces   y   T esta repetido 2 veces.

TU TURNO:
1. Representa con rectángulos:

a) 2   b) x   c) 4 . 3
d) v. t

2. Representa y compara:

a) 5. 3   y   5 + 3

b) 2 . v   y   2 + v

Responde: ¿son iguales sus representaciones? ¿Por qué?
RECUERDA:

UNA MULTIPLICACIÓN ES UNA SUMA REPETIDA

3. Representa gráficamente y escribe una expresión matemática sencilla utilizando números y letras como en los anteriores ejemplos:

a) el doble de una cantidad desconocida:
b) 4 veces un número:
c) El triple de y.
d) El doble de t menos 4.
e) El producto de x, y, z.
f) El triple de la suma de a y b.
g) El doble de la diferencia entre h e i.

4. Usa expresiones algebraicas para matematizar la situación, ejemplo: Ana tiene 14 dulces más que Juan, o sea que Ana= Juan más 14. A= J+14.

a) Felipe vino a clase el doble de días que Carlos, y Lilí el triple que Felipe.

c) Un cuadrado tiene de lado 3 metros, ¿cuál es su perímetro? ¿Y su área? dibújalo.

d) Al final de una partida de bolos, René tenía tres bolos más que Luis, y Lina la mitad de René.

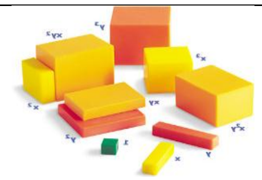
¿Cuál de los tres tiene más? .... ¿Por qué? ....
....

e) Tres hermanos tienen unas cantidades de dinero. Tania tiene 500 pesos más que Miguel y Pablo tiene el doble que los dos juntos.

DIVIERTETE:
Resuelve la sopa de letras encontrando las palabras claves de la guía:

INCÓGNITA RELACIÓN NOCIÓN LETRAS
VARIABLE
PENSAMIENTO ALGEBRA NÚMERO ABSTRACTO
CONCEPTO.

E	N	L	A	C	M	E	D	I	D	A	E	N	Q	V
U	E	I	O	L	A	S	L	E	Y	E	S	N	A	D
E	L	A	N	M	A	T	E	M	A	T	O	R	I	C
A	S	E	C	C	R	E	F	I	E	I	I	R	E	N
A	L	A	E	R	O	N	0	I	C	A	L	E	R	E
A	L	I	P	D	A	G	D	O	B	N	O	S	O	N
C	I	E	T	A	R	T	N	L	A	S	Y	E	N	L
A	M	E	O	B	D	I	E	I	D	A	Q	U	E	A
S	O	N	C	S	I	E	R	T	T	A	S	N	O	R
S	E	R	E	T	F	I	E	R	E	A	N	A	L	B
A	R	E	O	R	E	M	U	N	A	L	I	D	A	E
D	.	A	L	A	B	E	R	T	E	I	N	S	T	G
E	I	N	M	C	A	T	E	M	S	A	R	T	E	L
A	T	I	C	T	O	D	E	L	S	I	G	L	O	A
X	X	☺	☺	O	T	N	E	I	M	A	S	N	E	P



Con las letras restantes encuentra el mensaje oculto, escríbelo en tu cuaderno.

ESTUDIANTE: FECHA:
GRADO: 8º___ DOCENTE: DAMARIS TANGARIFE CARDONA

TEMA: CONSTRUCCIÓN DE MATERIAL DEL TRABAJO: ALGEBLOCKS

INDICADOR DE LOGRO: Construir y utilizar algeblocks para comprender mejor el significado del pensamiento algebraico.

INTRODUCCION

Los contenidos de esta guía sintetizan otros que abordaste en el grado séptimo y sirven para repasar algunos procedimientos. Utilizando figuras geométricas aprenderás algunos elementos de álgebra elemental que sentarán las bases para abordar contenidos de mayor complejidad. En esta guía las letras representan números y se pueden operar como tales aunque no se conozca su valor numérico. Las reglas de este tipo de manipulación algebraica las podrás descubrir empleando agrupaciones de figuras geométricas, que construirás siguiendo las instrucciones.
Dichas figuras que llamaremos fichas son conocidas en el mundo matemático como algeblocks o bloques de Dienes.

A. REFLEXIONA: *¡Poner y quitar, ganar o perder!*

Si tienes cinco monedas de $1.00 y ganas en un juego ocho monedas más, pero pierdes nueve monedas en otro juego, ¿con cuántas te quedas? …………………………………………………………………………………………………

• Si pierdes 10 monedas y ganas otras 10, ¿cuánto te queda? ……………………………………………………………….

• Si ganas tres veces cuatro monedas, ¿cuán tas monedas tendrás? ……………………………………………………………………………………….

• ¿Ganar tres monedas y perder cuatro da el mismo resultado que ganar siete monedas y perder seis? ……………………………………………………………….

Podemos representar y resolver lo que se plantea en situaciones como las anteriores mediante el uso de los números con signo y ayudados con algeblocks.

B. CONCEPTUALIZA:

ALGEBLOCKS Y/O BLOQUES DE DIENES.
Existen diversos materiales denominados Bloques de Dienes (figuras planas) y algeblocks, (figuras sólidas) este último representa variaciones importantes que

amplían las posibilidades de uso. Los Bloques de Dienes constan de varios cuadrados grandes y pequeños con regletas de ciertas dimensiones. Vienen en dos colores por lo general, para diferenciar las cantidades negativas de las positivas.

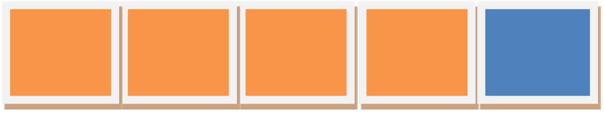
Operaciones de cuadritos:
Para estudiar los números negativos trabajaste con la recta numérica, ahora, para comprender mejor la adición y sustracción de números con signo podemos recurrir a representaciones diferentes a la recta numérica; tal es el caso de la siguiente actividad, en la que emplearemos fichas de dos colores.

1. De una cartulina recorta 20 fichas azules y 20 amarillas, todas de forma cuadrada y de 1 cm de lado, como las que se muestran en la figura.
*Elabora un sobre y decóralo a tu gusto para guardarlas.

Analiza si tomas al azar varias de estas fichas recortadas, ¿cómo sabrás que tienes un "equilibrio" en el número de fichas de cada color? Si conviniéramos en que una ficha azul indica "ganar" una vez y una ficha amarilla "perder" una vez, ¿cómo representarías cuándo ganaste y perdiste lo mismo? ¿Qué instrucciones darías a un compañero para representar mediante agregados de fichas el resultado de un partido de futbol? Con nuestro material podemos investigar algunos hechos interesantes sobre las operaciones de números con signo. Asignaremos el valor (+1) a cada ficha azul y (-1).

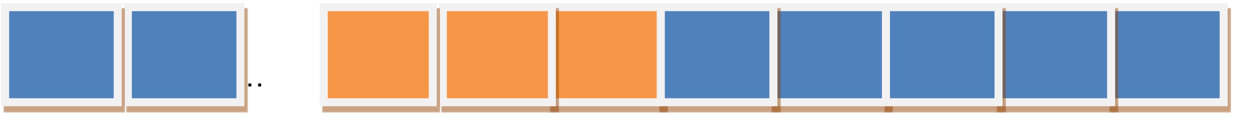
De esta forma, el cero = 0, se representará con un *equilibrio* de fichas: es decir, un agrupamiento compuesto por una misma cantidad de fichas de cada color, como se ilustra en la figura.

2. Cada número puede representarse de varias maneras con estas fichas, así: Por ejemplo el número +3 y el número -2



+3 ....+4..-1.. = 6

+3



...........-2.............................+3...................... ...... -5   .... = 4

3. Responde:

a. ¿De cuantas formas se pueden representar números con signo (enteros)?

b. Encuentra varias representaciones con fichas para los siguientes números: (-5), (-2), (+4) y (+7).

c. ¿Las fichas tienen que ser necesariamente cuadradas? ¿Pueden ser de otra forma?

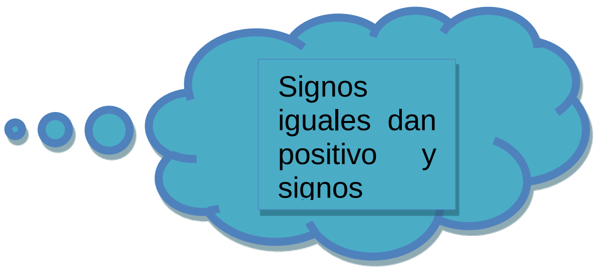
d. ¿Los colores tienen que ser azul y amarillo?

e. ¿Las fichas amarillas siempre deben estar a la izquierda y las azules a la derecha?

f. ¿Es necesario colocar las fichas en alineadas?

4. Actividad práctica:
Como puedes deducir con las fichas anteriores podemos hacer sumas y restas con números enteros, ahora intenta dibujar en tu cuaderno como representarías la multiplicación y división entre números enteros, no olvides tener presente la ley de signos que aprendiste en el grado séptimo.

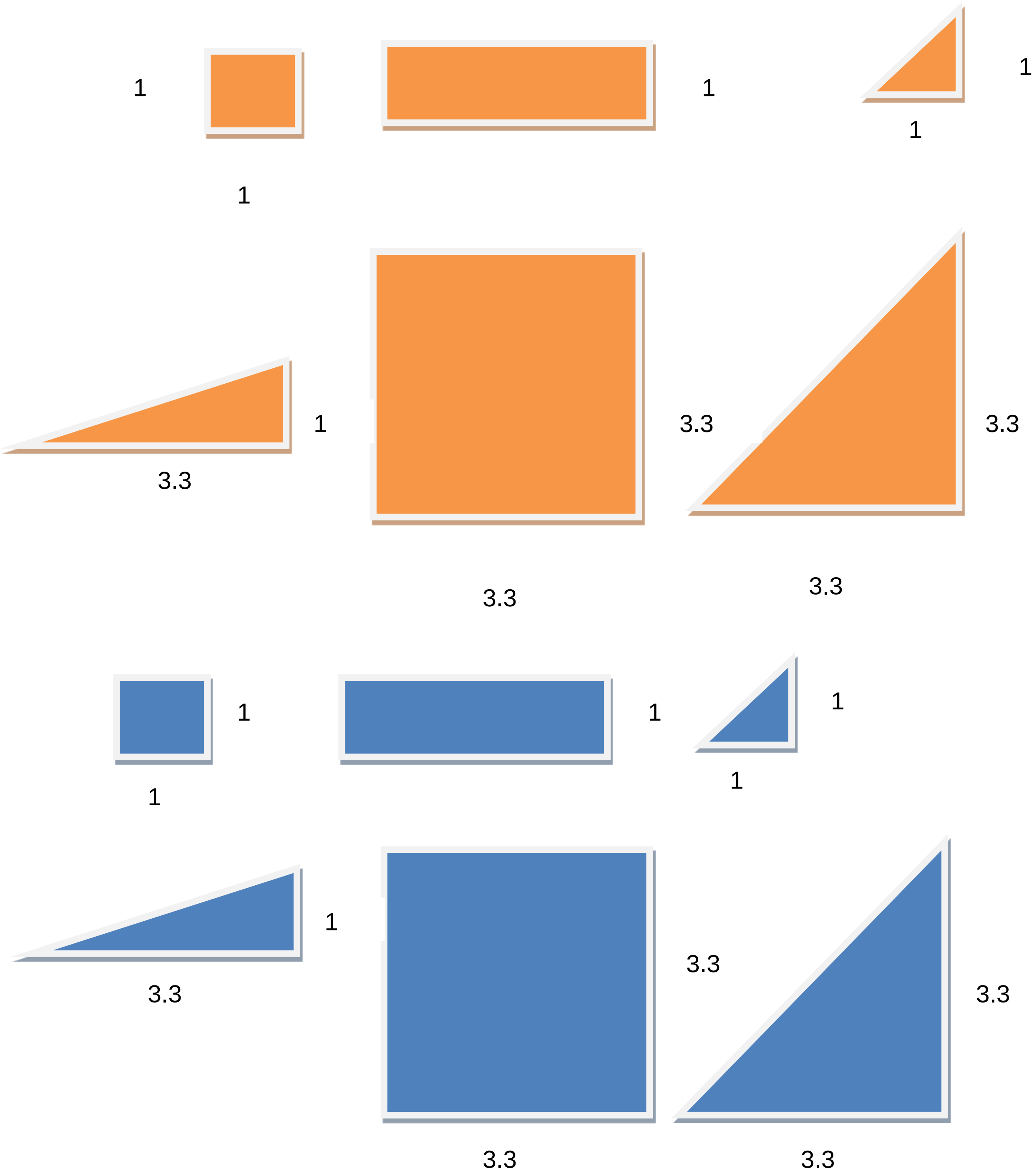
+ x + = +   - x - = -
+ x - = -   - x + = -



C. TU TURNO:
Ahora vamos a ampliar el material que construimos en la parte inicial para repasar operaciones con enteros. (40 fichas de 1cm de lado, 20 azules y 20 amarillas).

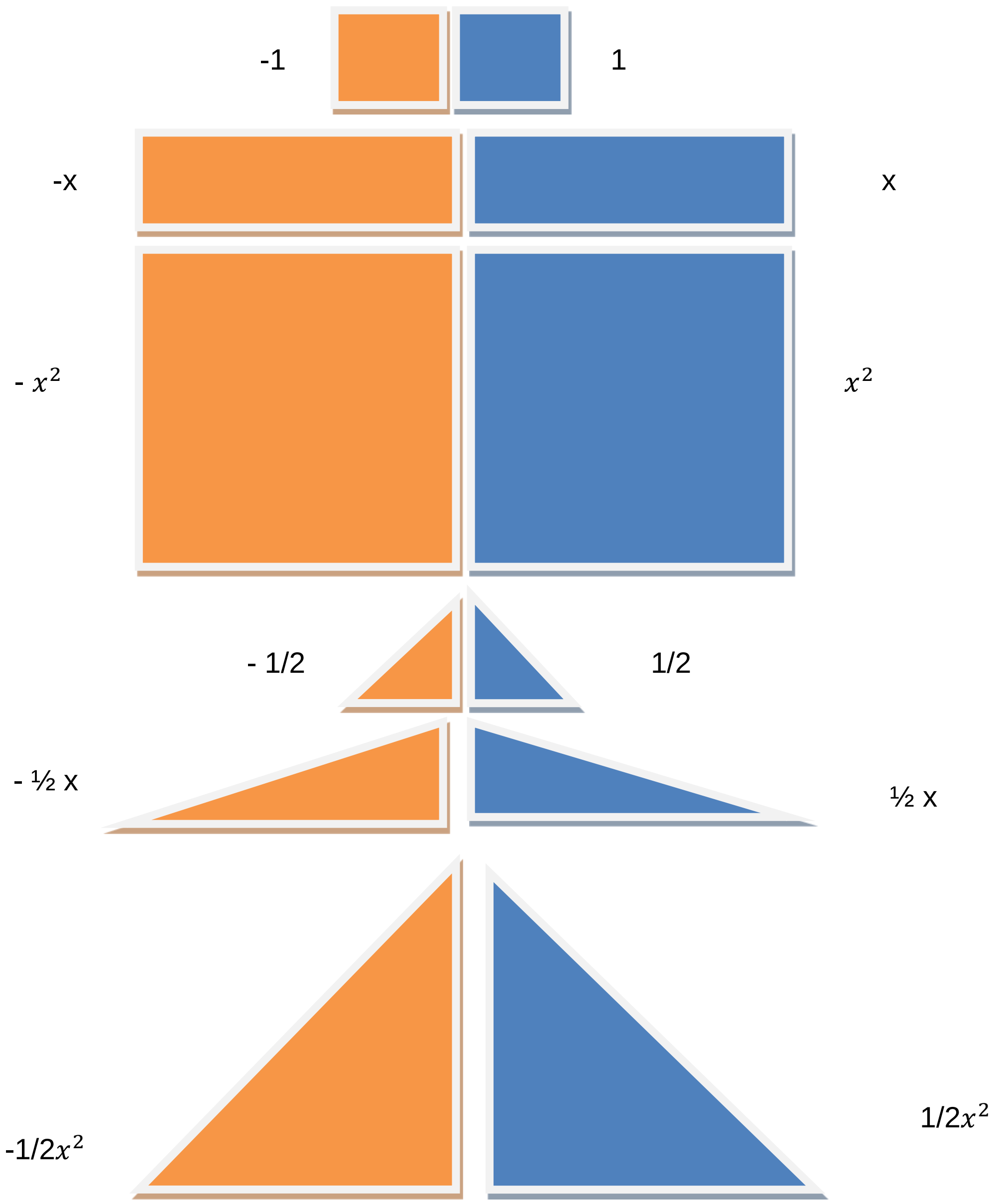
1. De un material rígido (fomy) recorta 10 piezas azules y 10 amarillas de cada una de las unidades que se muestran en la figura siguiente teniendo en cuenta las medidas que se indican.

*Elabora otro para guardarlas no olvides decorarlo a tu gusto.



Antes asignamos a cada cuadrado pequeño de color azul el valor (+1) y a cada cuadrado amarillo el valor (-1).

2. Ahora, a cada rectángulo de color azul le asignaremos el símbolo "*x*" y al de color amarillo, "-*x*", así mismo, cada cuadrado grande azul se asociará con "$\boldsymbol{x^2}$", y cada cuadrado grande amarillo con "$\boldsymbol{-x^2}$". Como cada triángulo se obtiene al dividir por la mitad, respectivamente, el cuadrado pequeño, el rectángulo y el cuadrado grande les asignaremos la mitad del valor que tenga el cuadrilátero que les corresponda. Así pues, en la figura se muestra el valor asociado a cada pieza.



D. DIVIÉRTETE!

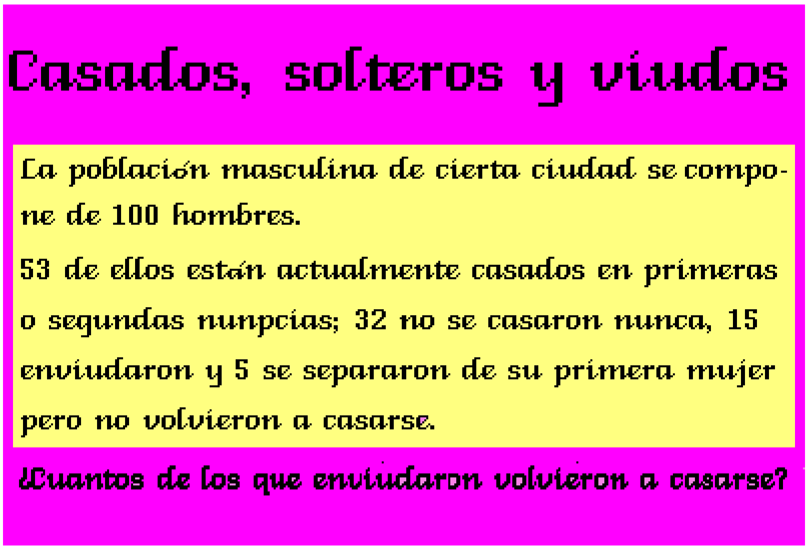
1.Juegos de Calculadora:

a. Ocho y ocho y ocho y ocho me dan ciento veinte. Parece imposible ¿verdad? Coloca los tres signos matemáticos que correspondan entre estos números gemelos y verás cumplirse la igualdad: 8 8 8 8 = 120

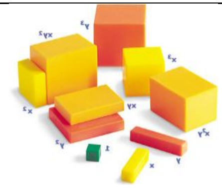
b. Siete seis que hacen un, dos, tres. Con tan solo siete 6 y tres operaciones se puede lograr verificar la siguiente igualdad:
6 6 6 6 6 6 6 = 123

c. Nueve cifras que hacen cien. Con las operaciones que tú mismo elijas, has de llegar al número 100 empleando las nueve cifras sin omitir ni repetir ninguna: 1 2 3 4 5 6 7 8 9.

2. analiza y resuelve el siguiente dilema matemático:



INSTITUCIÓN EDUCATIVA ESTAMBUL
GUÍA DE APRENDIZAJE NÚMERO 3.
DISTINTOS SÍMBOLOS PARA REPRESENTAR UNA VARIABLE.



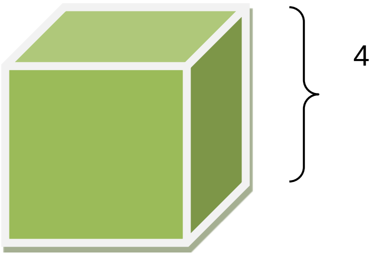
ESTUDIANTE: FECHA:
GRADO: 8º___ DOCENTE: DAMARIS TANGARIFE CARDONA

TEMA: DISTINTOS SÍMBOLOS PARA REPRESENTAR UNA VARIABLE.

INDICADOR DE LOGRO: Utilizo símbolos matemáticos para lograr expresar ideas del lenguaje común en el matemático.

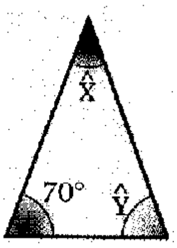
INTRODUCCIÓN

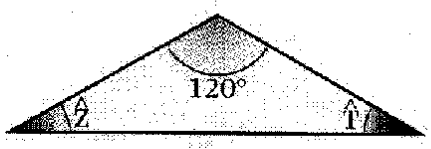
Ya sabes que las letras no solamente sirven para construir palabras, también se han usado para representar números, pero eso no sucedió de un momento a otro, fue el resultado de un largo proceso. Sin embargo existen en el mundo matemático diversos símbolos que son confundidos con variables, pero que en realidad son cantidades estandarizadas que nos indican un valor específico.
A continuación te mostraremos las confusiones más usuales.
A. REFLEXIONA:
1. Identifica las fórmulas o símbolos necesarios para resolver las situaciones siguientes:
a. Si tienes un cubo de 4 cm de arista, ¿cuántos cubos de 1 cm de arista necesitas para igualar su volumen? ¿Cuántos de 2 cm de arista? ¿Cuántos para incrementar 10 el volumen?

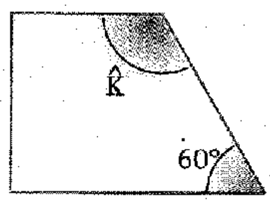


b. Si Eliza compró un tramo de tela de $1\boldsymbol{cm^2}$ 12000 $, ¿cuánto le costará ½$\boldsymbol{m^2}$? ¿Cuánto le costarán 14 cm^2?

C. calcula la medida de los ángulos que se desconocen en estos polígonos.







B.CONCEPTUALIZA:

En la Grecia antigua, Diofanto de Alejandría fue uno de los primeros matemáticos en hacer uso de una notación especial (símbolos) para las expresiones matemáticas. Por ejemplo, en su tratado *Aritmética* introdujo el uso de determinadas letras griegas para representar la incógnita de una ecuación y sus potencias. En la siguiente tabla puedes observar una relación comparativa entre dicha notación de Diofanto y la que emplearon para el mismo propósito matemáticos de épocas posteriores.

DISTINTAS REPRESENTACIONES DE LA INCÓGNITA DE UNA ECUACIÓN. SÍMBOLOS A TRAVÉS DE LA HISTORIA.

Notación actual	Diofanto	Brahmagupta	Leonardo Pisano	Pacioli	Bombelli
x	ς	ya	cosa (o chosa)	co	1
x^2	Δט	va	censo	ce o Z	2
x^3	ĸט	gha	chubo	cu o C	3
x^4	ΔטΔ	vava	censo di censo	ce ce	4
x^5	Δυĸ	ghagha	chubo di censi	pº rº	5

RESPONDE:

1. El hombre a través el tiempo ha estandarizado, utilizado y creado fórmulas utilizando diversas letras que suelen confundirse con variables y que dependiendo del contexto tienen una significación especial, ejemplo:

a. la letra x en el proceso multiplicativo, significa "repetir", 2 x (-3)= -6, se lee dos repetido menos tres veces. -3 y -3 = -6 sumando.

En una ecuación, la x nos representa una incógnita ósea una cantidad desconocida.

Solución:

$-8 + x = \sqrt{144}$
$-8 + x = 12$
$X = 12 - (-8)$
$X = 12 + 8$
$X = 20$

prueba:

$-8 + x = \sqrt{144}$
$-8 + 20 = 12$
$12 = 12$

TU TURNO:

1. Organízate con tus compañeros para responder las siguientes preguntas y ejercicios:

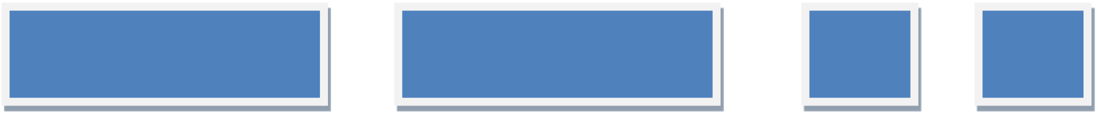
a. ¿Quiénes fueron Diofanto, Brahmagupta, Leonardo Pisano, Pacioli y Bombelli?
b. ¿En qué época vivieron?
c. ¿Cuáles fueron sus principales contribuciones matemáticas?

En la tabla anterior también podrás notar que las incógnitas no siempre se expresaron mediante símbolos, sino también con palabras, de tal modo que en estos casos los procedimientos algebraicos cobraban prácticamente la apariencia de textos.

d. Intenta con tus compañeros un experimento.
Resta $2x - 3$ de $5x + 4$,
e. ¿como lo haría un calculista antiguo?
f. Desarrolla la solución a manera de texto: no puedes referirte a “*x*”, tienes que darle un nombre como “la cosa”, y no puedes usar términos como “más” o “menos” sino “añadir” o “quitar”; tampoco puedes usar la palabra “igualdad”, en vez de ella te debes referir a “el resultado es”.
g. Elabora un texto para indicar como resolver la ecuación $-3x + 7 = 2$.
¿Qué puedes concluir del experimento anterior?

ACTIVIDAD PRÁCTICA:

2. Observa las fichas y según el valor dado anteriormente en la guía 1,
a. Elabora una lista de estas



b. ¿si juntas las piezas cuantas fichas de cada tipo tendrías?
c. ¿a qué operación matemática se refiere el juntar estas fichas?
d. ¿cómo simbolizarías el juntar todas las piezas?

3. ¿Con cuáles piezas representarías:
a . $2x + 2$; b. $3x + 5$; c. $x + 1$; d. $3x + 2$; e. $-2x - 1$;
f. $4x - 5$?

4. Con las piezas de la figura anterior se puede formar el rectángulo mostrado en la figura siguiente.

a. ¿Cómo expresarías, con las denominaciones de las piezas, cada uno de sus lados?

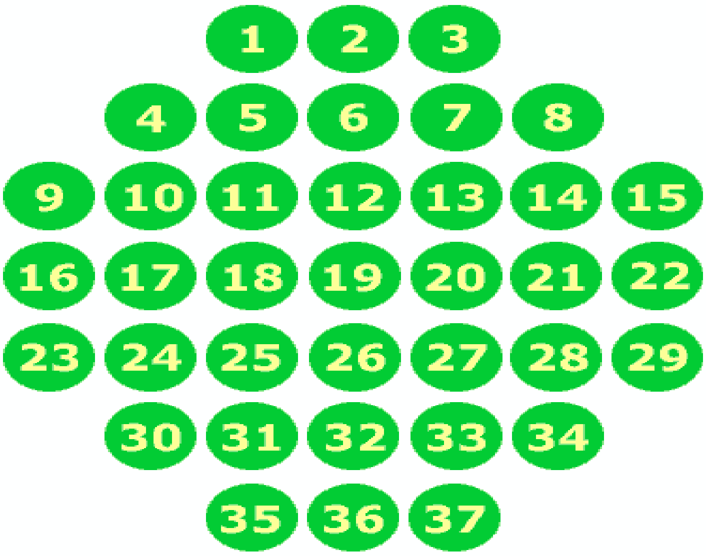
b. ¿Qué operación utilizarías para representar el área del rectángulo?

c. ¿Cómo expresarías, usando las denominaciones de las piezas, el área del rectángulo?

*Como con las mismas piezas *x*, *x*, 1 y 1 construimos distintas cosas, las diferentes expresiones para representar la misma cantidad de piezas se les llama expresiones equivalentes

$$x + x + 1 + 1 = 2x + 2 = 2(x + 1).$$

DIVIERTETE!
Consta de un tablero octagonal como el del dibujo, con 37 casillas en la posición que he dibujado, y 37 fichas colocadas en las casillas.



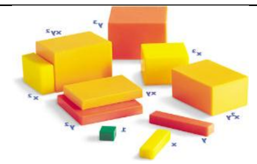
COMO JUGAR

a) Quitamos una ficha del tablero, la que tu quieras, para poder comenzar.
b) Entonces, una ficha puede pasar a ocupar ese hueco saltando sobre otra ficha, a la que se come y se retira del tablero.
Ejemplo: Si quitamos, por ejemplo, la ficha 25. Las fichas 11, 23, 35 y 27 pueden ocupar la casilla 25 saltando respectivamente sobre las fichas 18, 24, 31 ó 26, retirando del tablero la ficha sobre la que han saltado. (La 18, la 24, la31 ó la 26).
c) Las fichas sólo se pueden mover saltando sobre otras, y siempre en ángulo recto, es decir, en vertical u horizontal, nunca en diagonal.

OBJETIVO DEL JUEGO: El juego consiste en dejar únicamente una ficha en el tablero.
Se puede jugar durante mucho tiempo, no tener éxito y dejar 3, 4, 5 o incluso más fichas que al no tener ninguna ficha vecina ya no pueden ni saltar, no comer, ni retirarse del tablero.

Según escribió Ada Byron a Charles Babbage cuando inventó este juego “He estado observando e investigando sobre el juego y ya soy capaz de terminarlo correctamente, pero no conozco si el problema admite alguna fórmula matemática que permita resolverlo. Estoy convencida de que es así. Imagino que debe ser un principio definido, una composición de propiedades numéricas y geométricas de las que dependa la solución, que pueda ser expresada en lenguaje simbólico. Pienso que depende mucho de la primera ficha eliminada.”

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ESTAMBUL
GUÍA DE APRENDIZAJE NÚMERO 4.
LA VARIABLE COMO INCÓGNITA ESPECÍFICA.



ESTUDIANTE: FECHA:
GRADO: 8º___ DOCENTE: DAMARIS TANGARIFE CARDONA

TEMAS: la variable y sus usos, la variable cómo incógnita.

INDICADORES DE LOGRO: entender a la variable como incógnita específica, cuando se reconoce la existencia de algo desconocido que se puede determinar; cuando se simboliza y posteriormente se comprueba dicho resultado mediante una sustitución.

REFLEXIONA:

Caminos entre números y letras:

1. a. La suma 2 + 7 = 9 puede representar la forma de resolver un problema, ¿cómo cuál? Discute con tus compañeros y redacta varios problemas que se resuelvan con dicha suma. Redacta varios problemas que se resuelvan con dicha suma.
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

b. Redacta varios problemas que se relacionen con la resta 8 - 5 = 3.
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

c. Si tienes una operación como 6 + 11 = 17, redacta un problema donde los datos sean 11 y 17. También redacta un problema donde los datos sean 6 y 17.
…………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………

Datos 11 y 17:
………………………………………………………………………………..
Datos 6 y 17:
………………………………………………………………………………..

2. Representa: Si Pedro tiene 63.000 $ y gana 15.000 $ al realizar un trabajo, ¿cuánto tiene en total?

\+ = ¿?

Esta situación se puede modelar mediante la siguiente expresión, que indica que se desconoce la cantidad final después de haber ganado 15.000 $:
63 + (+15) =?
Se puede representar la cantidad desconocida por una letra: 63 + (+15) = *x*.

CONCEPTUALIZA:

LAS VARIABLES Y SUS USOS

Una *variable* es un símbolo (habitualmente una letra) que puede ponerse en lugar de cualquier elemento
de un conjunto, sean números u otros objetos.
Las variables son uno de los instrumentos más poderosos para expresar las regularidades que se encuentran en matemáticas. El principal interés del uso de letras (variables) en matemáticas es que permiten expresar relaciones generales entre los objetos de una manera eficaz.

Ejemplo
Analicemos las frases:
a) Para cualquier par de números naturales *a* y *b*, siempre se verifica que, $a + b = b + a$.
b) 2+3 = 3+2.
La segunda es diferente de la primera, ya que la segunda sólo sirve para estos dos números, mientras que la primera sirve para cualquier par de números.
De la segunda igualdad se puede llegar a pensar que es propia sólo de los números 2 y 3. Incluso aunque se afirmara que esa segunda igualdad es cierta para muchos ejemplos de pares de números, tampoco se estaría haciendo la misma afirmación que en la primera igualdad.
Una manera alternativa de enunciar esa propiedad de los números es mediante una frase del tipo, "La suma de dos números naturales es independiente del orden de los términos de esta suma". Esta segunda alternativa presenta ventajas e inconvenientes con respecto a la primera. Uno de los inconvenientes es que resulta más larga que la primera.

Encontramos varios usos principales de las variables en matemáticas:
· *Las variables como incógnitas*: Cuando se usan para representar números (u otros objetos) uno de cuyos valores posibles hace verdadera una expresión. La *incógnita* interviene como un objeto matemático desconocido que se manipula como si fuera conocido.

Ejemplos:
Cuando en los primeros cursos se escribe, por ejemplo, 9+ __ = 15
Cuando en cursos más avanzados se proponen ejercicios del tipo: ¿Cuánto vale *x* para que sea cierta la igualdad $4x + 2 = 3x + 5$?

1. Resuelve en tu cuaderno: a= 5, b= -8, c= 3, d= 10

a. 2 a – b + c = b. b + d + a - c = c. ½ b – c =
d. (d – c) + (a + c) e. a + c + d – (b + d) f. 3c + 2d – 4a =

2. Resuelve las ecuaciones:

a. x-2 = 21 b. 52 + x = 234 c. $x - \mathbf{4^3} = 56$
d. $\sqrt{\mathbf{81}} - y = -2$ e. $y \cdot \frac{\mathbf{12}}{\mathbf{3}} = 36$ f. $35 = z - \sqrt[3]{\mathbf{64}}$

3. Inventa 5 enunciados que puedas resolver con una ecuación con una incógnita específica:

Ejemplo *cuál es el número que restado con 8 da 54: x - 8 = 54 *la edad de Alice es un número que se suma con la raíz cuadrada de 144 – 3 da 36: $X + \sqrt[2]{\mathbf{144}} - 3 = 36$

TU TURNO:

1. Si $850 es el precio a pagar por un artículo, incluido el IVA (15%),
¿Cuál es el precio del artículo sin incluir el IVA?
¿Qué es lo que se desconoce en este problema?
Precio del producto sin incluir el IVA
¿Se puede diseñar una expresión de la situación que ayude a resolverla?

Recuerda que el 15%, equivale a escribir $\frac{15}{100} = 0.15$

850…………100%
x………..15%

850 (0.15) = x
¿ = x

¿Se puede comprobar el resultado en la expresión planteada? Sustitución del resultado en la expresión planteada.

2. Representa simbólicamente las siguientes situaciones y resuélvelas:

a. Con el balde lleno de agua se llenan 5 jarras, como la que se muestra en el dibujo y con cada una de estas jarras se llenan 4 vasos, ¿cuántos vasos se pueden llenar con el balde de agua

B= balde, J=jarra y V= vaso. B=5J, J=4V, entonces B=?

b. Una deuda de $8950 se reduce a 8100. ¿Qué porcentaje se ha descontado?

c. La ecuación que expresa el enunciado "Andrea tiene 3000$, Carlos tiene el triple de lo que tiene Andrea, más 2500$'' es:

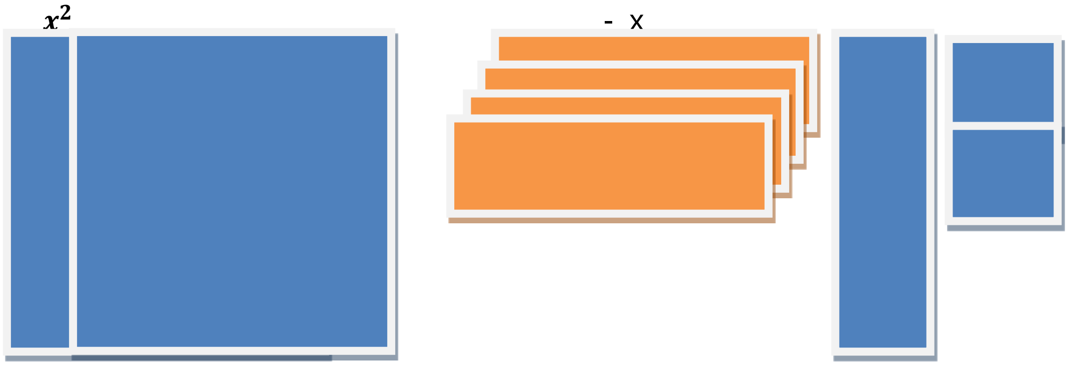
d. Ana debe un dinero a Camila abona 3.450.602 $ y solo le queda un saldo en rojo de 125.350 $.

e. Carlos tenía un dinero ahorrado, y sus padres le completaron para comprar la moto de sus sueños 2.345.600$, si la moto tuvo un costo de 7.385.500$ ¿cuánto dinero tenía Carlos ahorrado

3. Escribe las siguientes expresiones utilizando fichas algeblocks: Reúne, junta las de igual exponente.

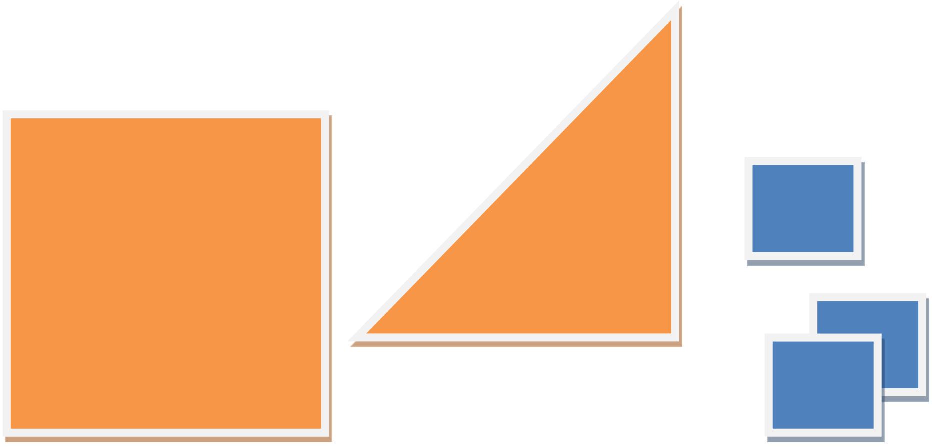
a.

X



$\boxed{2X^2}$ + $\boxed{-4X + X}$ + $\boxed{2}$ = $\boxed{\mathbf{2X^2 - 3X + 2}}$

b.



....
....

c.

....
....

d.

....
....

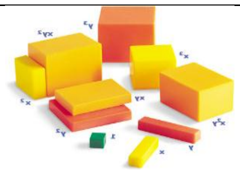
4. ¿Cómo representarías las siguientes operaciones usando fichas de los dos colores?
a (2x + 4) + (-x + 2)= b (-3x + 2) + (4x - 5)=
c ($\boldsymbol{x^2}$ - 2x + 1) + ($-\boldsymbol{2x^2}$ + 3)= d. (5/2x - $\boldsymbol{3x^2}$-4) + ($\boldsymbol{2x^2}$-3x+5)=

5. dibuja los resultados en tu cuaderno.

DIVIERTETE:

a. CUATRO CARTAS: Un hombre tiene cuatro cartas en su mano con la cara hacia él, del 2 al 5. Él quiere colocarlas en orden ascendente de su izquierda a su derecha. Para hacerlo, toma la carta de más hacia la izquierda (desde tu perspectiva) y la pone al último. Luego el toma la tercera carta desde la derecha (tu derecha) y la pone en el último lugar. ¿Cuál era el orden de las cartas al principio?

b. CARTAS POR CARAMELOS: Dos damas jugaron cartas por caramelos; la ganadora recibe un caramelo por juego de la perdedora. Cuando fue hora de que una de las damas se retire a su casa, una dama ha ganado tres juegos, mientras que la otra ha ganado tres caramelos nuevos. Cuántos juegos individuales han jugado?

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA ESTAMBUL GUÍA DE APRENDIZAJE NÚMERO 5. LA VARIABLE COMO NÚMERO GENERAL. GENERALIZACIÓN DE FÓRMULAS.	

ESTUDIANTE: FECHA:
GRADO: 8º___ DOCENTE: DAMARIS TANGARIFE CARDONA
TEMA: La variable como número general, ecuaciones.

INDICADOR DE LOGRO: Abarcar la interpretación de una literal como la representación de un número.
Reconocer patrones y deducciones de métodos generales: fórmulas y parámetros en ecuaciones.

REFLEXIONA:

Un paquete tiene 9 piezas de chocolate, cuántas piezas de chocolate hay en: *a* paquetes*:* <u>*9ª*</u>

Una tienda vende bolsas con *n* dulces cada una. Si compras 7 de esas bolsas ¿Cuántos dulces tienes en total? <u>*7n*</u>

Supón que abriste una de estas bolsas y te comiste 5 dulces. Escribe una expresión algebraica para la cantidad de dulces que te quedó: <u>*7n – 5*</u>

1. Escribe expresiones algebraicas que representen las situaciones como en el ejemplo:

a. Una modista encarga rollos de tela cada uno con 81 $\boldsymbol{m^2}$. ¿Cuántos $\boldsymbol{m^2}$ hay en x rollos de tela? =

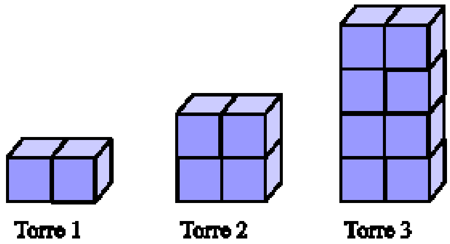
b. Carol compró 16 paquetes de gomitas, de un paquete ya vendió la mitad de uno de sus paquetes =

c. Llenaste el tanque tu auto, más tarde te das cuenta que te quedan 4,5 litros de combustible =

d. En el zoológico de Pereira hay y especies de animales de los cuales 26 son especies de primates =

2. Andrea desea construir un castillo para ello está formando pequeñas torres con cubos así: La primera torre la construyó con dos cubitos, la segunda con el doble de cubitos de la primera y la tercera con el doble de cubitos de la segunda, como se muestra en la figura. Si se continúan armando torres según el mismo proceso.

a. ¿cuántos cubitos se requieren para construir la quinta torre? Dibújalas en tu cuaderno.



b. ¿Cómo representarías la expresión?
El doble de algo ____________el triple de algo______ la mitad de __________
Dos quintos de__________ cuatros veces _________ algo al cuadrado _______

3. a. Si un cuadrado tiene de lado 13 cm, ¿cuál es su área?

b. y si es un cubo con esta misma medida de lado (arista lado de un cubo), ¿sería la misma fórmula?

c. ¿cuál sería la fórmula correcta teniendo en cuenta que el cubo tiene una dimensión más?

CONCEPTUALIZA:

Las variables como indeterminadas o expresión de patrones generales. Es el caso cuando la variable se usa en enunciados que son ciertos para todos los números (o elementos del conjunto que se trate).
Ejemplos de variables generales:
*Para todos los números reales se cumple que $a{\cdot}b = b{\cdot}a$
El área del cualquier rectángulo es $A = b{\cdot}a$ (a = base y b = altura).
El área de un cuadrado es lado x lado. A= l x l o sea A= l^2

*En un almacén de alquiler de disfraces se alquila por tres días a 25.000 $, por cada día de mora se debe pagar una multa de 2.000 $. Al finalizar el mes de octubre sé registra un alquiler de 72 disfraces, pero algunos con diferentes días de mora.
¿Qué expresión algebraica le facilitaría al almacén organizar sus finanzas?

a = alquiler por tres días. x = número de días de mora y = valor a pagar por cliente.
a = 25.000 m = 2.000

Fórmula general a + mx = y, donde podremos hallar el valor a pagar de un cliente que se demora 2 días o un cliente que demora 12 días simplemente reemplazando el valor de x por el número de días de demora, pues es el único número particular de cada cliente. Las letras a, m son constantes o sea que no cambian.

Cliente uno: no tuvo mora.
O sea que x=0
Fórmula general *$a + mx =$ y
25.0000 + 2.000 (0) = y
25.0000 + 0 = y
25.0000 = y

R//   la cliente uno solo paga 25.000 $ por el alquiler.

Cliente dos: 12 días de mora. O sea que x = 12.
Fórmula general **a* + *mx* =   *y*
25.0000 + 2.000 (12)   = y
25.000 + 24.000 = Y
49.000 = Y

R// La cliente dos paga 49.000 $ por el alquiler.

1. Escribe la fórmula general y resuelve:

a. Felipe gana por trabajar en una papelería 350.000 $ mensual, por cada empastada que haga de un libro
se gana 350 $ de más. Cuánto gana en un mes Felipe si:

En enero empastó 9 libros=
En febrero empastó 23 libros=
En marzo empastó=
En abril empastó 1.234 libros=
En mayo empastó 876 libros=
En junio empastó 345 libros=

b. Un asesor de seguros debe vender mínimo diario seguros de vida, por seguro de vida vendido le dan una comisión de 8.500 $. Determina la fórmula general y la comisión diaria:

.Si Andrés vendió el lunes 8 seguros de vida=
.El martes 3 seguros de vida=
.El jueves 14 seguros de vida=
.El miércoles 10 seguros de vida=

c. Andrea lava autos en un parqueadero por cada auto lavado cobra 12.000 $, de ahí debe darle al dueño del parqueadero 4.500 $, para cubrir gastos de agua y local. Determina la fórmula general y la ganancia semanal de Andrea si:

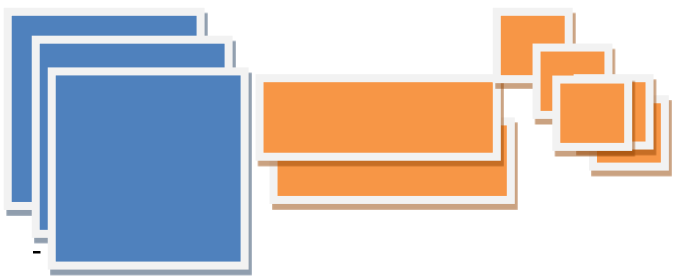
.En su primera semana lavó 8 autos=
.En la segunda semana lavó 12 autos=
.En su tercera semana lavó 11 autos=
.En su cuarta semana lavó 25 autos=

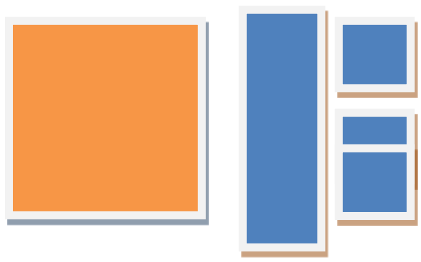
TU TURNO:

Operemos con expresiones algebraicas y a través de algeblocks: Ejemplo: Con los procedimientos para sumar números con signo puedes sumar expresiones algebraicas sumemos las expresiones

$$\begin{array}{rr} & 3x^2 - 2x - 5 \\ + & -\ x^2 + x + 3 \\ \hline & 2x^2 - x - 2 \end{array}$$

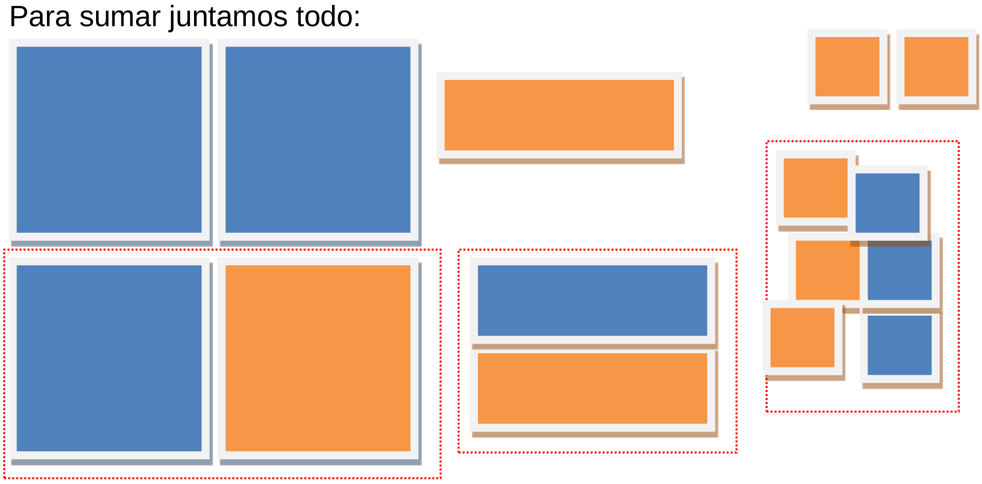
*Representemos cada sumando con piezas





$3x^2 - 2x - 5$ $\quad + \quad$ $-\ x^2 + x + 3$

Para sumar juntamos todo:



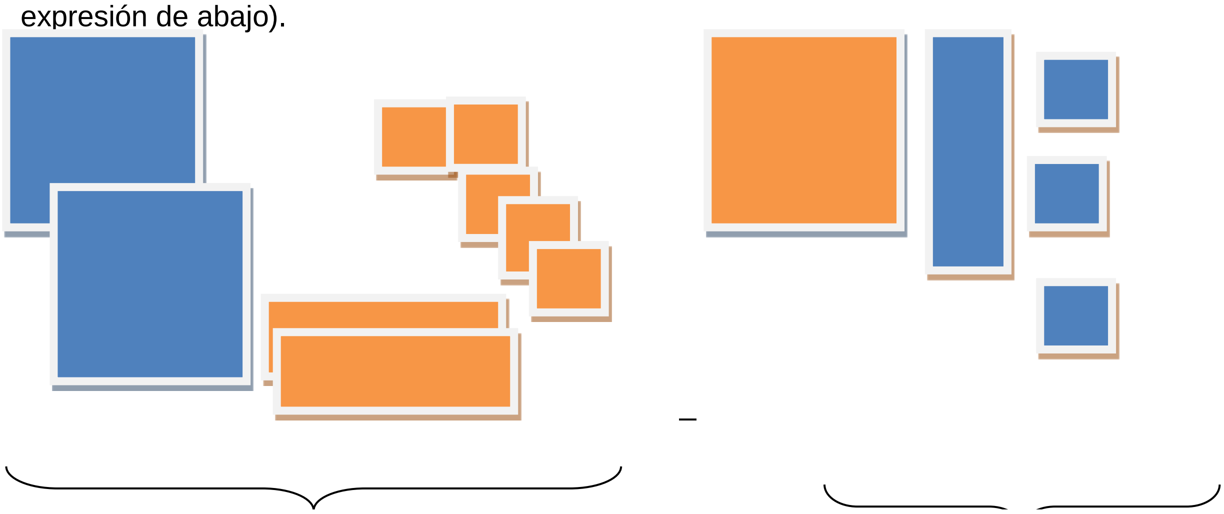
*Procedemos a eliminar las piezas que forman equilibrios. (Solamente podemos “equilibrar” piezas del mismo tipo, es decir, *piezas* semejantes, pero con signo distinto)Llegando a ceros

$2x^2 - x - 2$

La sustracción de expresiones algebraicas la puedes realizar de manera similar, Ejemplo:

$3x^2$- 2x - 5
- x^2 + x + 3

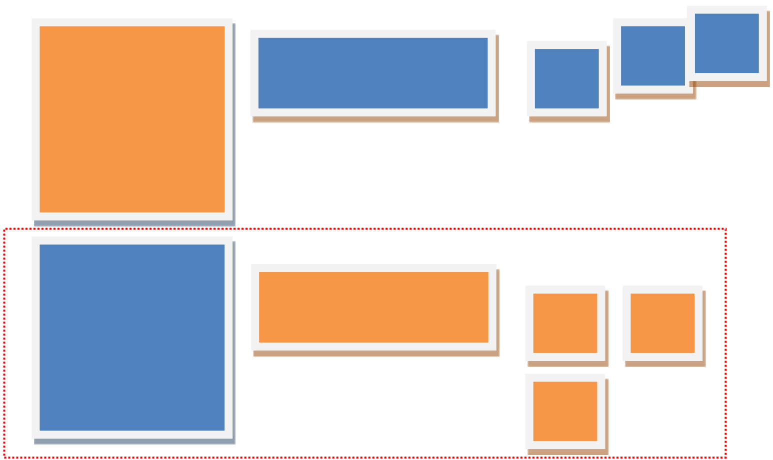
*En este caso, al minuendo (la expresión de arriba) hay que "quitarle" el sustraendo (la expresión de abajo).



$3x^2$- 2x – 5
Minuendo

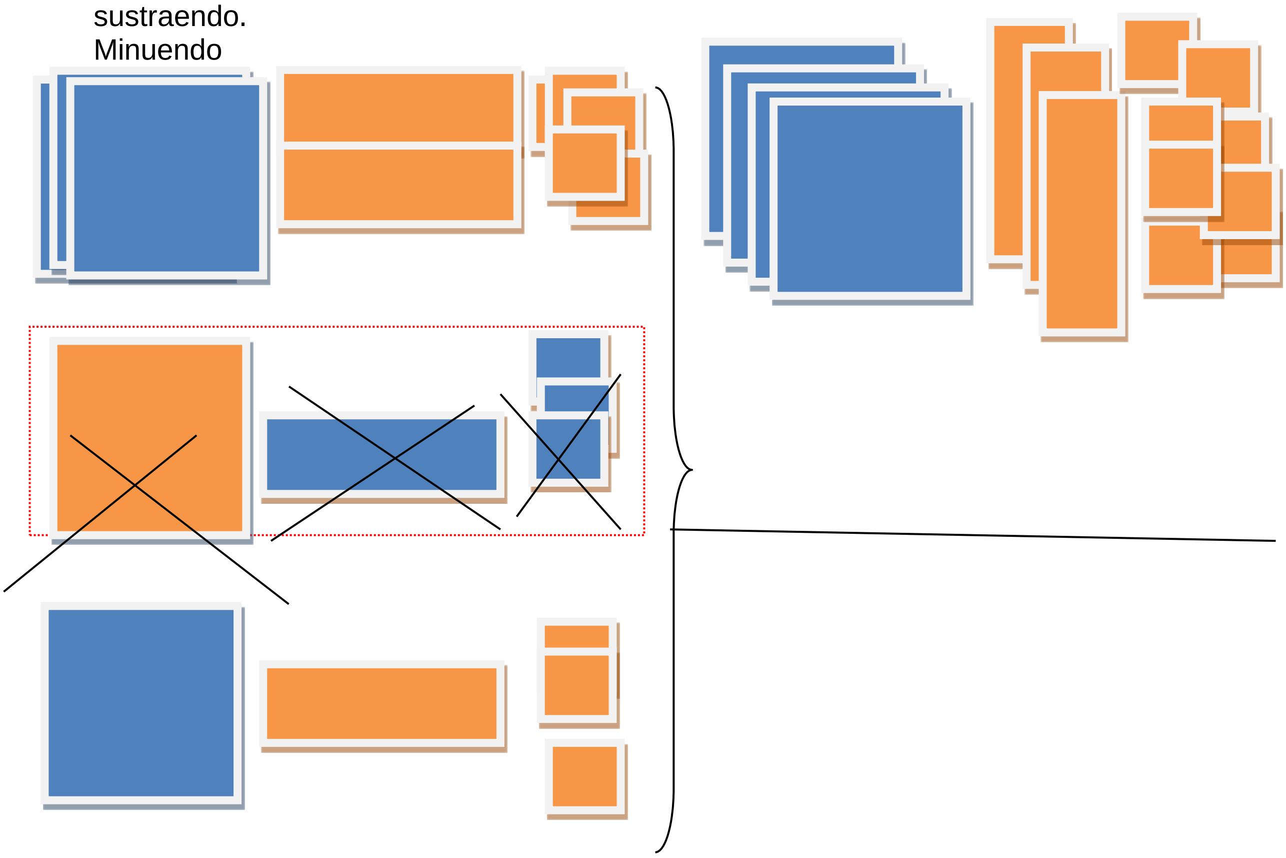
- x^2 + x + 3
Sustraendo

*Si se tiene un minuendo que carece de las piezas necesarias para quitarle el sustraendo, se le agregan ceros al sustraendo. Así



*Para obtener el resultado retiramos del minuendo las piezas que conforman el sustraendo.

Minuendo



Observa que en el ejemplo anterior se puede obtener el mismo resultado sumando el sustraendo con los signos cambiados:

1. Representa con piezas las siguientes expresiones algebraicas.

- -3*x*2 + 2*x* - 1
- 2*x*2 - *x* + 2
- 4*x*2 + 3*x* + 4
- -5*x*2 - 4*x* + 6
- -2*x*2 - 7*x* – 5
- *x*2 - 6*x* + 3

2. Realiza con las piezas las siguientes operaciones entre las expresiones algebraicas dadas y escribe el procedimiento que emplearías si las resolvieras simbólicamente.

a. $+\ \begin{array}{r} \mathbf{5x^2} - 2x - 7 \\ \underline{\mathbf{4x^2} - 3x + 6} \end{array}$

b. $+\ \begin{array}{r} \mathbf{x^2} + 2x + 4 \\ \underline{-\mathbf{3x^2} - 3x + 1} \end{array}$

c. $-\ \begin{array}{r} -\mathbf{2a^2} + 2a - 3 \\ \underline{-\mathbf{3a^2} + 4a - 1} \end{array}$

d. $-\ \begin{array}{r} -\mathbf{4x^2} + 3x - 5 \\ \underline{-\mathbf{2x^2} + 6x - 2} \end{array}$

f. $-\ \begin{array}{r} \mathbf{3m^2} - 2m + 5 \\ \underline{-\mathbf{2m^2} - m - 3} \end{array}$

g. $-\ \begin{array}{r} -\mathbf{3x^2} + 6x - 4 \\ \underline{\mathbf{2x^2} - 4x - 5} \end{array}$

Diviértete:

Juega batalla naval, elabóralo con un compañero así: -Cada jugador tiene a su disposición una hoja con dos tableros dibujados (generalmente de 10×10 casilleros cada uno) en el primero se ubican la “flota” propia, representada por barcos que ocupan cinco, cuatro, tres, dos y un casillero dependiendo del reglamento que se esté utilizando (no hay consenso al respecto, y cada país y familia lo juega como se le canta las pelotas). Por lo general en Argentina se juega con una flota compuesta por un “portaaviones” de cuatro casilleros de longitud, un “crucero” de tres, un “destructor” de dos y dos submarinos uni-celda (un casillero solo). La cantidad de barcos de cada modelo puede variar, pero casi nunca se juega con más de un porta-aviones o crucero.
En el otro tablero se ubica de un modo imaginario la “flota rival”. La acción transcurre por turnos cantando, por ejemplo, “A-4!” (o cualquier otra coordenada) y verificando si en ese casillero se encontraba ubicado un buque rival. Si efectivamente le metimos un cañonazo al muy bastardo, nuestro contrincante debe gritar “averiado” (o “tocado”… pero me parece medio degenerado usar ese término… prefiero decir “averiado” ya que es mas “naval” y bélico) si el barco en cuestión aun ocupa casilleros sin cañonear, o “hundido” si todos los casilleros del buque han sido destruidos. Si nuestro disparo cae al agua, se dice “agua”. Gana el jugador que primero destruya la flota rival.

BATALLA NAVAL:

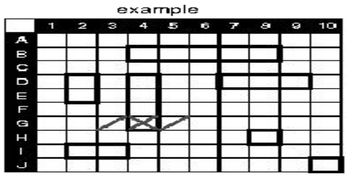
Cuadros para jugar, reprodúcelos en tu cuaderno.

Your Ships

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A										
B										
C										
D										
E										
F										
G										
H										
I										
J										

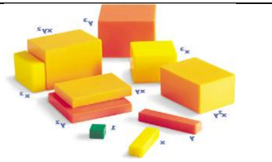
number	ship	size
1 X	Aircraft carrier	5
1 X	Battleship	4
1 X	Cruiser	3
2 X	Destroyer	2
2 X	Submarine	1

example



Enemy Ships

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A										
B										
C										
D										
E										
F										
G										
H										
I										
J										

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ESTAMBUL MANIZALES	INSTITUCIÓN EDUCATIVA ESTAMBUL GUÍA DE APRENDIZAJE NÚMERO 6. LA VARIABLE COMO RELACIÓN FUNCIONAL.	

ESTUDIANTE: FECHA:
GRADO: 8º___ DOCENTE: DAMARIS TANGARIFE CARDONA

TEMA: La variable en una relación funcional.

INDICADORES DE LOGRO: Reconocer que existe una correspondencia entre los valores de las variables involucradas.
Determinar una de las variables cuando se conoce el valor de la otra.
Identificar a su vez la relación entre cantidades y la variación de una cantidad que afecta a la otra independientemente de cómo se proporcione la información (verbal, tabla o gráfica).

REFLEXIONA:
Doña Lucia tiene un puesto donde vende arepas, estos días le ha estado avisando a sus clientes que debido al alza del precio del maíz debe subir también el costo del paquete de arepas, 50 $, pues el maíz aumento 300 $. Así que sus clientes comprenden que cada vez que el maíz aumente, el costo del paquete de arepas también aumentará, la sexta parte del precio del kilo de maíz, así que 300 / 6 = 50
Si el cambio es constante en ambas variables, se puede decir que una variable está en función de otra, y el alza es anual.

a =precio del kilo de maíz 1.100 $. a es una constante
a= 1.100.
Y =alza del precio del kilo de maíz 300 $. Y= variable independiente
Y= 300
X = precio actual del precio del kilo de maíz con el alza. X = 1.100 + Y

$$X = 1.100 + \frac{Y}{6}$$
$$X = 1.100 + \frac{300}{6}$$
$$X = 1.100 + 50$$
$$X = 1.150$$

1. Calcula el costo de x si:

a. Y = 360, b. Y = 480 c. Y = 600 e. Y = 1800
f. Y = 3.500

CONCEPTUALIZA:

Las variables para expresar cantidades que varían conjuntamente. La relación de dependencia entre variables ocurre cuando el cambio en una variable determina el cambio en la otra.

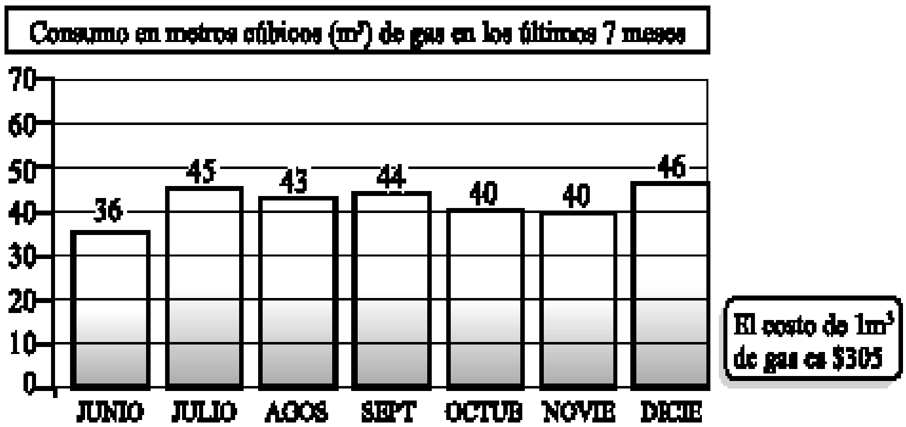
Ejemplos:
En la expresión $y = 5x + 6$, cuando cambia x también lo hace y.
En la fórmula $C = 2\pi r$, cuando cambia el radio r también cambia la longitud de la circunferencia C.
Las variables como constantes o parámetros. Es el caso de la letra a en la fórmula de la función de proporcionalidad y = a. En un primer momento se ha de considerar que la letra a no varía y que sólo lo hacen de manera conjunta la x y la y. De esta manera se obtiene una función de proporcionalidad concreta. En este primer momento no hay diferencia entre tener y = ax o y = 2x. En un segundo momento se ha de considerar que a puede variar y tomar cualquier valor, con lo que obtenemos la familia de todas las funciones de proporcionalidad

Ejemplo: "a es una constante entera y X una incógnita tal que, ax = x+1. ¿Qué puede valer x?"
Aquí se considera que la letra representa un número fijado como dato en el problema, pudiendo ser cualquier número entero, pero cuyo valor no se fija en el problema dado. Esta manera de trabajar confiere al problema un carácter mucho más general. La letra a interviene aquí como un parámetro: objeto matemático conocido (número, conjunto, función, figura, etc.) que se manipula como si fuera desconocido y además puede tomar cualquier valor.

1. Responde en tu cuaderno:

a. ¿qué es una constante?
b. ¿qué significa que una variable este en función de otra?
c. ¿en qué se diferencia una variable de una constante?
d. ¿en qué situaciones de la vida común denotas la existencia de la variable como relación funcional?

2. teniendo en cuenta la siguiente gráfica que nos muestra el consumo y pago de gas durante los últimos 7 meses de la familia Carvajal; responde:



a. El promedio de consumo de gas de la familia Carvajal en los últimos 7 meses fue:……………………………….

b. Encierra en círculo la respuesta correcta y justifica el porqué si de la correcta y el porqué no de las opciones que consideras son incorrectas. La empresa de gas cobra a todos los usuarios $2.500 de cargo fijo mensual por prestar el servicio. Si Y representa la cantidad de metros cúbicos de gas consumidos en un mes, la expresión que corresponde al valor a pagar en dicho mes es:

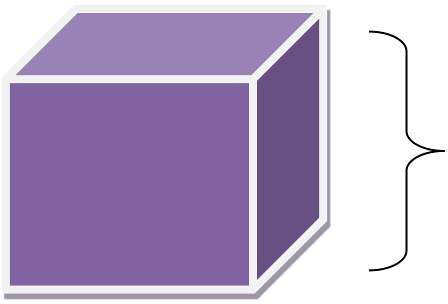
* Y. (305 + 2500) =
*305. Y + 2500 =
*2500. Y + 305 =
*305. (Y + 2500) =

TU TURNO:

1. Si tu padre invierte $85.000 en una comida para 10 personas, ¿cuánto tendrá que invertir en una comida para 24 personas sin disminuir la porción que le corresponde a cada una?

2. Si tienes un cubo de 4 cm de arista.
a. Cuántos cubos de 1 cm de arista necesitas para igualar su volumen?
b. ¿Cuántos de 2 cm de arista? c. ¿Cuántos para incrementar 10 el volumen?

Recuerda: Un cubo es figura en 3 dimensiones, ancha, alta y profunda (X^3)



4 cm

3. ¿Cuántos kilogramos pesan 30 metros de alambre, si 120 metros pesan10 kilogramos?

4. Un vendedor de autos recibe por cada unidad vendida de cierto modelo y marca $\frac{2}{5}$ de su costo, que es de 24'235.890 $ Llena la siguiente tabla:

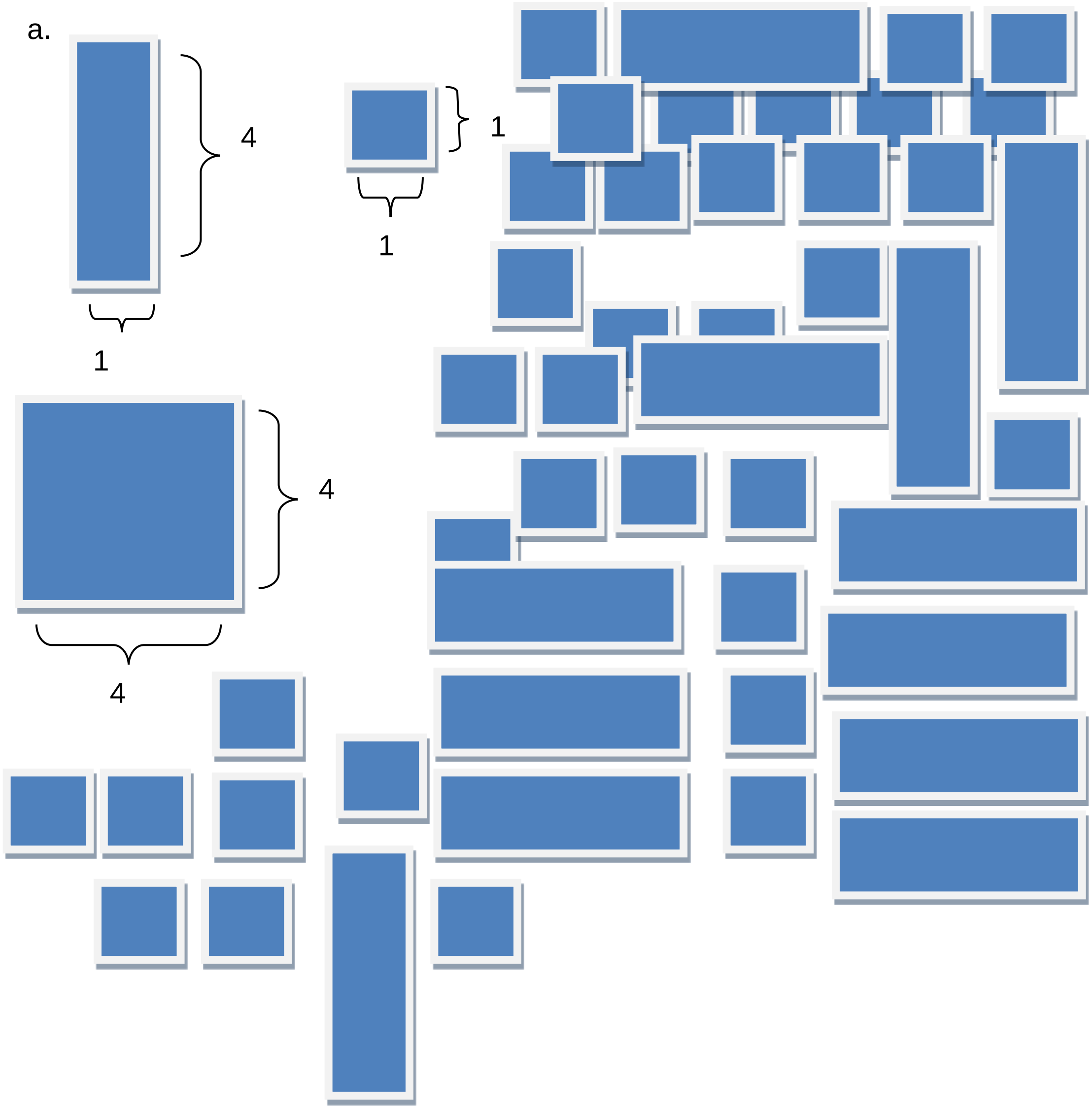
Unidades Vendidas (x)	1	3	5	7	10	15	25
Pago Que recibe (y)							

a. ¿Cuál es la expresión algebraica correspondiente para hacer los cálculos?

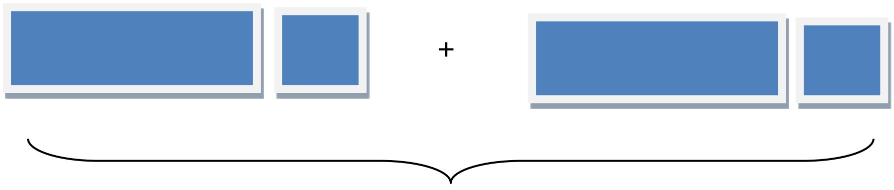
b. Elabora una gráfica de la situación.

5. Con las piezas que se muestran forma un rectángulo y encuentra su área multiplicando la longitud de sus lados y sumando las áreas de las partes.

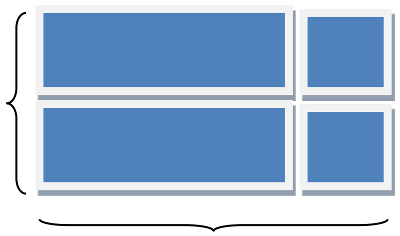
a.



*Trabaja ahora con las siguientes piezas:



*Arma con ellas un rectángulo con base y altura así:



En la anterior expresión ver que la variable X está 2 veces y el número 1 también, podemos escribir 2 veces X+ 1, y se representa en términos multiplicativos así:

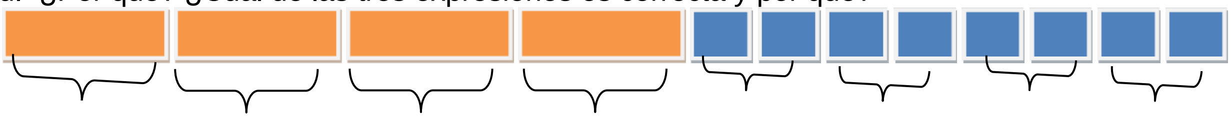
2(X) Y 2(1), 2(X+1)
2X + 2
2(X+1) = 2X+2

Recordemos que el área de un rectángulo se halla multiplicando la base por su altura, donde b: base y h: altura = (b x h).

b. Discute con tus compañeros lo siguiente:
¿Se puede afirmar que 6(x + 1) = 6x + 6 ó que 6(x + 1) = 6x + 1?

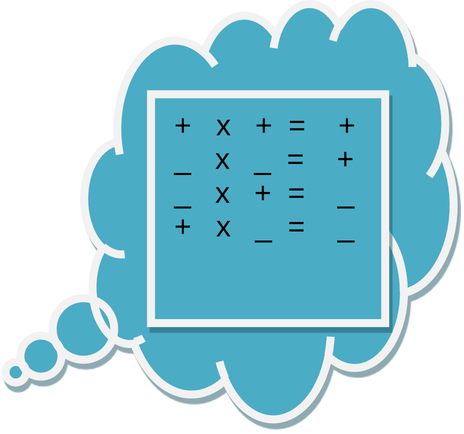
c. ¿Las dos expresiones son correctas? ¿Por qué?
¿Cuál es la expresión correcta: 4(x + 5) = 4x + 20 ó 4(x + 5) = 4x + 5?

d. ¿Por qué? ¿Cuál de las tres expresiones es correcta y por qué?



Si los rodenas en un rectángulo observarás que –X esta repetido 4 veces y el 2 esta repetido 4 veces = 4(-X+2)

4(-X+2) = -4X + 8, multiplicamos números y variables, pero antes aplicamos ley de signos en multiplicación, signos iguales dan positivo y signos desiguales dan negativo, así



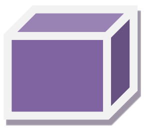
6. Con tus fichas arma y dibuja en tu cuaderno las siguientes operaciones multiplicativas:

a. 2(3*x* + 5) b. 3(*x* - 7) c. -5(2*x* + 4) d. -(*x* + 9)

e. $3\left(\left(\frac{1X}{2}\right)+4\right)$ f. $3(x^2 - x)$ g. $2\left(-x^2+\frac{1}{2}\right)$ h. 5(-3x-1)

i. -(2x-6) j. 4(-x-5).

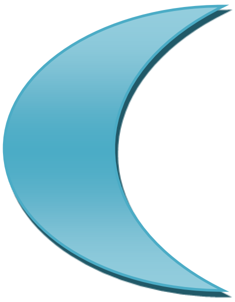
g. Recuerda que en las guías anteriores reconociste geométricamente por medio de algeblocks la representación con estas fichas de X, X^2 , un X^3, se representa con la figura del punto 2:



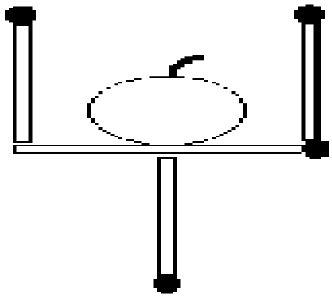
DIVIERTETE:

1. Resuelve los acertijos matemáticos.

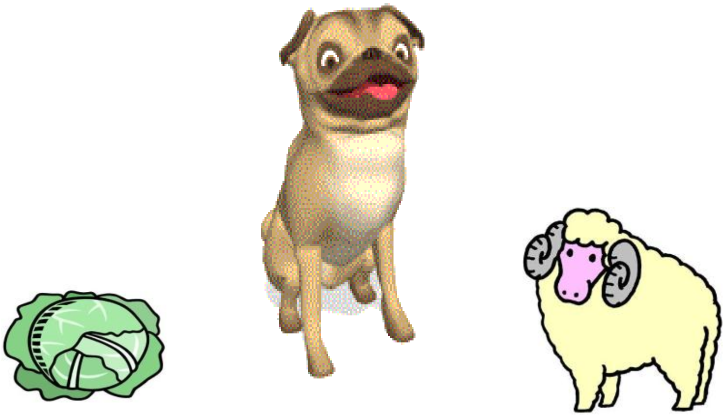
a. <u>La media luna</u>: Has de dividir la figura en 6 partes, utilizando para ello solo 2 líneas rectas.



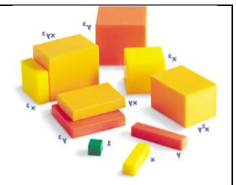
<u>La fruta y la copa:</u> Moviendo solo 2 palillos, y sin mover la fruta tienes que conseguir sacar la fruta de la copa, como en la gráfica se muestra.



c. <u>El perro, la oveja y la col</u>: Un pastor, quiere pasar un perro, una oveja y una col de una a otra orilla de un río. Dispone para ello de una barca en la que solo caben él y una de las otras tres "cosas". Si el perro, se queda solo con la oveja, se la come. Si la oveja se queda sola con la col, se la come. ¿Cómo debe proceder el pastor?



INSTITUCIÓN EDUCATIVA ESTAMBUL
GUÍA DE APRENDIZAJE NÚMERO 7.
COMBINACIÓN DE TODO TIPO DE EJERCICIOS CON VARIABLES.



ESTUDIANTE: FECHA:
GRADO:___ DOCENTE: DAMARIS TANGARIFE CARDONA

TEMA: Problemas combinados tipos de variables.

INDICADOR DE LOGRO:
*Reconoce en una situación matemática la variable correspondiente.
*Determinar lo que se pide hallar en el enunciado e introducir una variable para representar la cantidad desconocida.
*Algunas palabras claves como, qué, cuántos, y encontrar, señalan la cantidad desconocida.
*Buscar relaciones matemáticas entre las cantidades conocidas y desconocidas.
*Reconocer algunas palabras que proporcionan claves lingüísticas de posibles igualdades y operaciones. Escribir las relaciones mediante expresiones algebraicas.

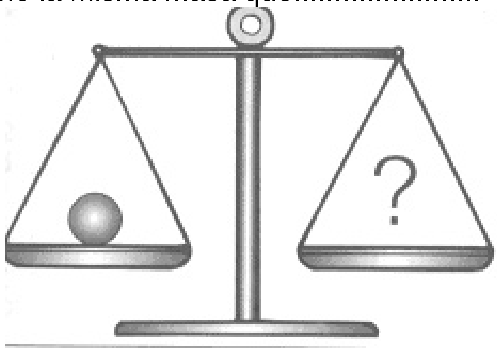
REFLEXIONA:

1. Las figuras siguientes representan dos platos de una balanza en equilibrio. *Intenta resolver esta actividad utilizando sólo ecuaciones.* ¿Qué inconvenientes y que ventajas encuentras en el uso de representaciones icónicas (simbólicas) en este caso? En el de la izquierda hay latas de espárragos y en el de la derecha hay barras de hierro.

a) 7 latas de espárragos tienen la misma masa que........ ....barras de hierro.

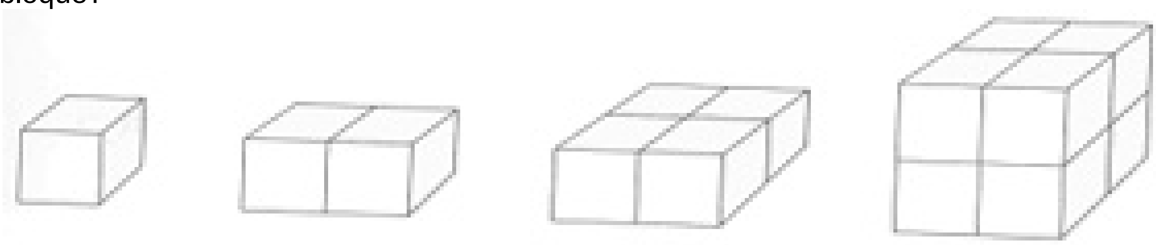
b)...... barras de hierro tienen la misma masa que una bola de hierro y........ Latas de espárrago

c) Una bola de hierro tiene la misma masa que......................



2. Si una barra sólo estuviese formada por dos cubos pequeños, una placa por dos barras y un cubo por dos placas:

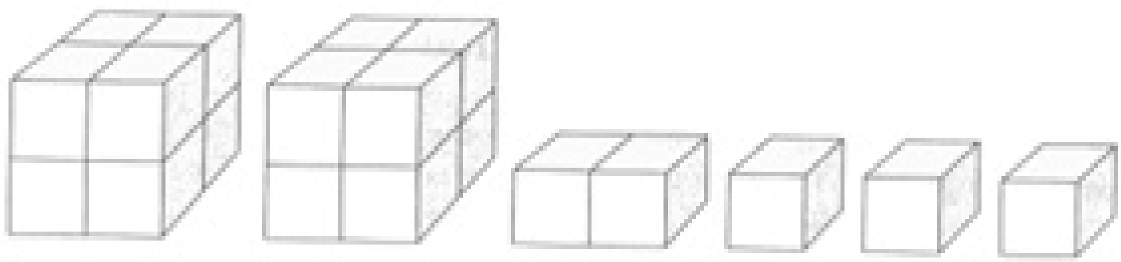
a. ¿cuál sería el volumen de una barra? b. ¿Y el de una placa? c. ¿Y el del bloque?



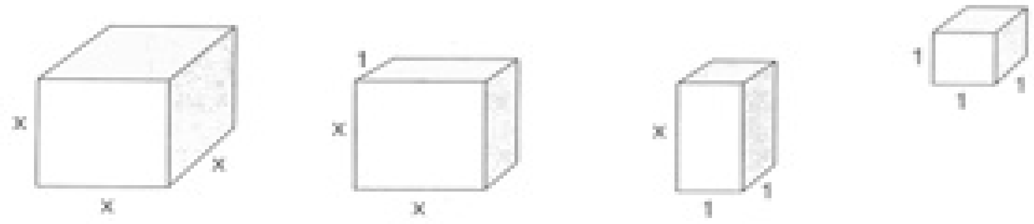
Cubo Barra Placa Bloque

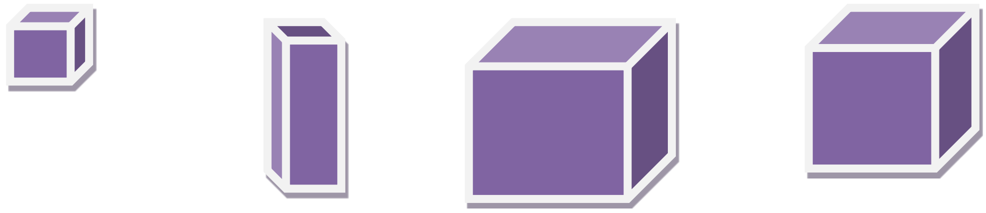
d. Cómo lo representarías algebraicamente?

e. Con este tipo de piezas, ¿qué volumen ocupan tres cubos pequeños, una barra y dos bloques?



3. Si la barra estuviese formada por *x* cubos pequeños, la placa por *x* barras y el cubo grande por *x* placas, ¿cuál sería el volumen de la barra? ¿Y el volumen de la placa? ¿Y el volumen del cubo?





V= $\mathbf{1^3}$ V= $\mathbf{1^2}$.X V= $\boldsymbol{X^2}$.1 V=$\boldsymbol{X^3}$

a. Con este tipo de piezas, ¿qué volumen ocupan tres cubos pequeños, una barra y dos bloques?

b. Relaciona con una línea las figuras que tienen marcadas sus aristas (sin relleno), con las figuras y sus fórmulas de volumen (con relleno)

4. Dibuja el volumen utilizando todo tipo de algeblocks (planos y sólidos):

a. $3\boldsymbol{X^3}$ + $2\boldsymbol{X^2}$ + 4*x* + 7. b. - $4\boldsymbol{X^3}$ - $3\boldsymbol{X^2}$ + 5*x* -2. c. $\boldsymbol{X^3}$ +$\boldsymbol{X^2}$ - 4*x* + *1*.
d. $\boldsymbol{6x^2}$ +X - 4 e. $\boldsymbol{-3x^2}$ - 7X + 2 f. $\boldsymbol{2X^3}$ +$\boldsymbol{2X^2}$ - 2*x* + *2*.

5. Matematiza las situaciones con expresiones algebraicas.

a. Andrea tiene cinco veces menos la edad de su hermana mayor, y esta tiene la mitad de la edad de su madre, que recién cumplió medio siglo.
*Expresión algebraica =
* ¿Qué edad tiene cada una?

b. Si una caja trae 24 chocolatas y compré 9 cajas, y he vendido la mitad de la primera caja.
*Expresión algebraica =
*¿Cuántas chocolatas vendí y cuántas me quedan?

c. Inventa una situación matemática para las siguientes expresiones algebraicas:
* 4X-2 * A + L = 60 *52 = $\frac{Y}{2}$ 2Z – 3 = V

6. Una empresa fabrica carteras y maletines con el mismo tipo de piel. Para fabricar una cartera utiliza 1 $\boldsymbol{m^2}$ de piel y 3 $\boldsymbol{m^2}$ para un maletín. En total dispone de 27 $\boldsymbol{m^2}$ de piel. Utilizando toda la piel disponible contesta:

a. ¿Es posible producir 9 carteras y 6 maletines?

b. ¿Es posible producir 12 carteras y 5 maletines? c. Busca otras posibilidades de producción.

7. Un grupo de amigos quiere comprar vía internet un balón que cuesta 35 euros.

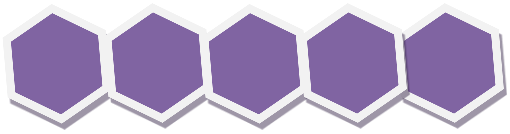
a. ¿Cuánto pagarán si son 10 chicos? b. ¿Y si son 25?
c. Construye una tabla con los datos anteriores, que nos dé lo que debe pagar cada uno según el número de chicos, y añade otros pares de valores.
d. Sitúa en una gráfica los datos de la tabla.
e. ¿Qué propiedad cumplen los pares de valores de la tabla?
f. Si el número de chicos es *x*, y lo que paga cada uno es *y*, escribe una fórmula que exprese esta situación.

8. Una llave llena un tanque en 90 minutos, mientras que otra lo hace en 135 minutos.

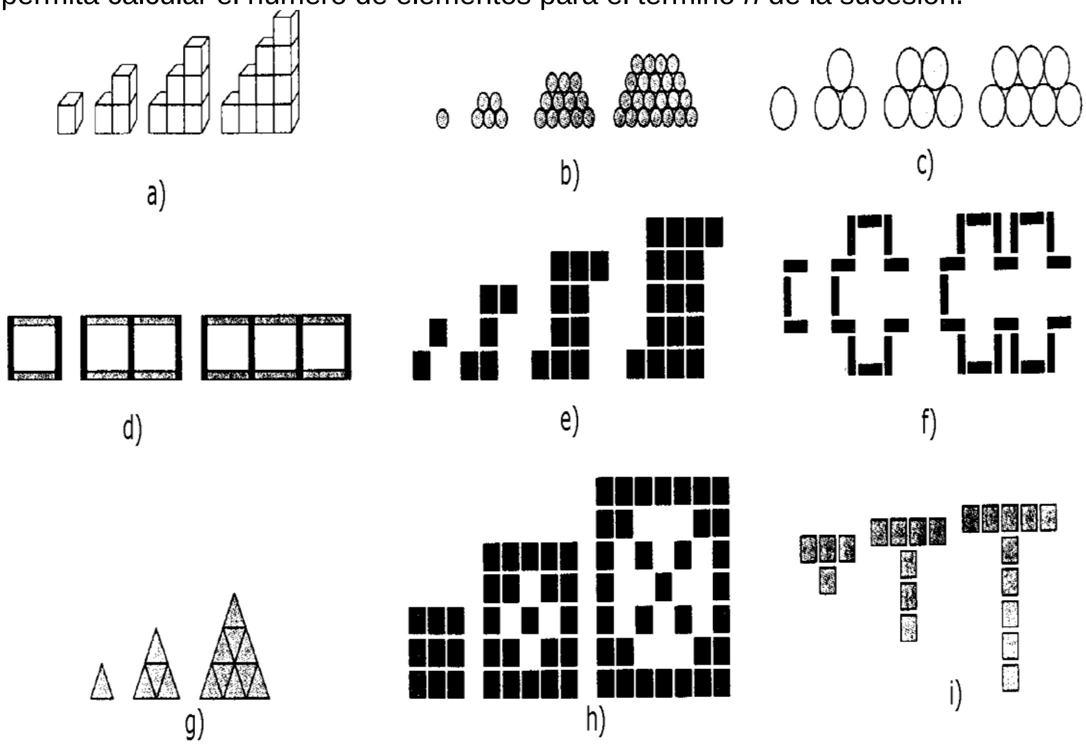
a. ¿Cuánto tardan las dos llaves juntas?

9. Cuál es el perímetro de un friso formado por *n* teselas de formas:

a. cuadrangulares b. Hexágonos regulares.



9. Para los patrones de crecimiento de la figura adjunta encontrar una función que permita calcular el número de elementos para el término *n* de la sucesión.



10. Crea tu propio patrón de crecimiento con un objeto ó símbolo de tu preferencia:

11. Continua la serie:

a.

*　　*　　*　　*
　　**　　**　　**
　　　　***　　***
　　　　　　****

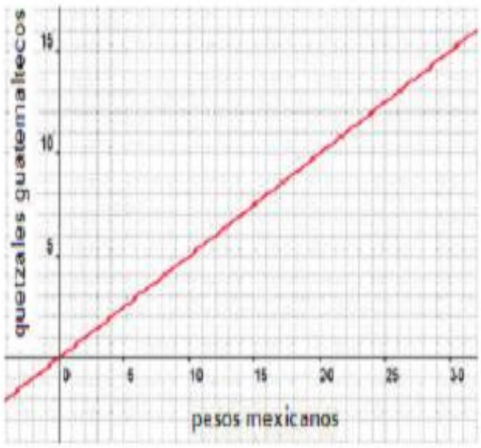
b. Qué fórmula general representaría la siguiente serie:

*　　**　　***
　　**　　***

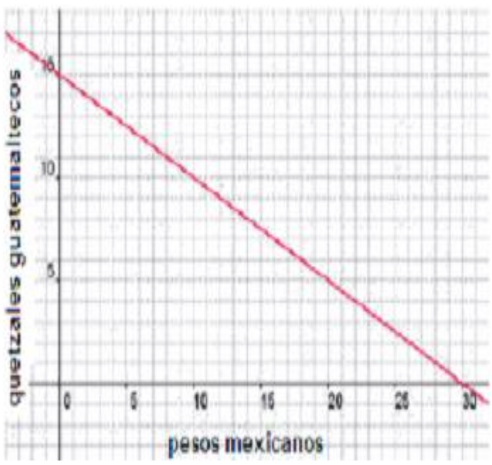
1 .Si 15 pesos mexicanos equivalen a 30 quetzales guatemaltecos.

*¿Cuál de las gráficas es la que corresponde al tipo de cambio entre el peso mexicano y el quetzal guatemalteco, a ó b?

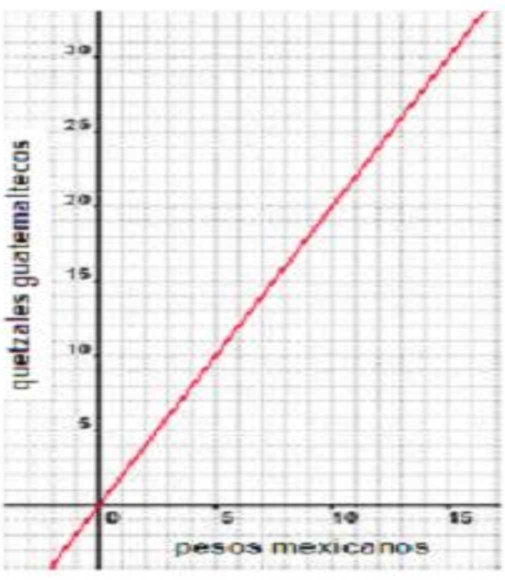
a.



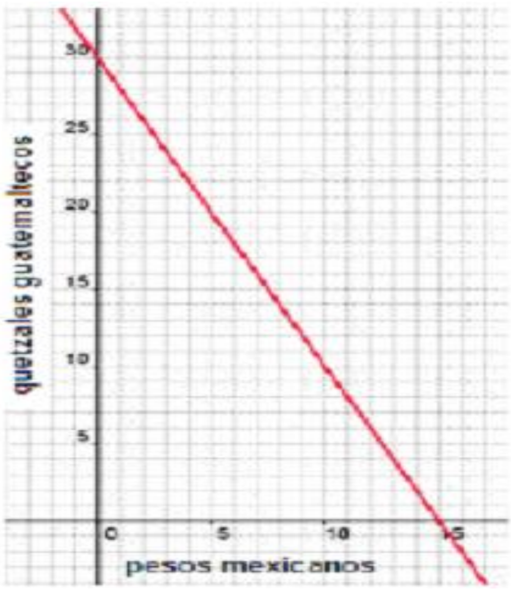
b.



c.



d.

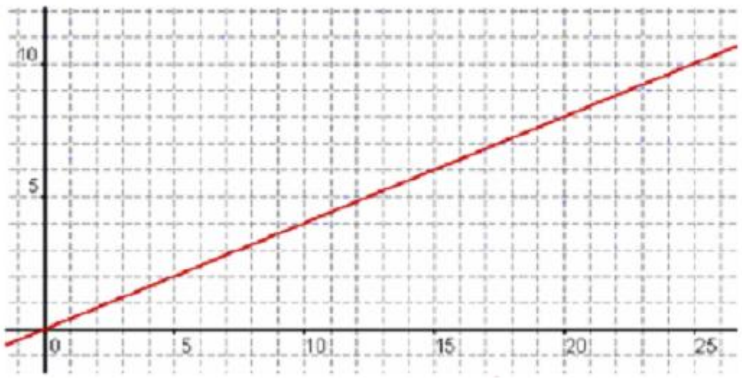


12. ¿Cuál de las siguientes situaciones está asociada a la gráfica siguiente?
a. El peso de un objeto en Júpiter y su correspondiente peso en la tierra; si se sabe que un objeto en Júpiter pesa 400 kg. Cuando en la tierra pesa 160 kg.

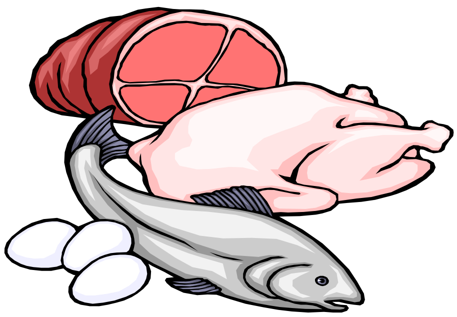
b. Las edades de Lupe y Carlos, si se sabe que cuando Lupe cumpla 20 años, Carlos cumplirá 8 años?

c. El peso de un objeto en Júpiter y su correspondiente peso en la tierra; si se sabe que un objeto en en la tierra pesa 160 kg. Y en Júpiter pesa 400 kg.

d. El cambio de pesos a yuanes chinos si se sabe que 100 pesos mexicanos equivalen a 50 yuanes chinos.



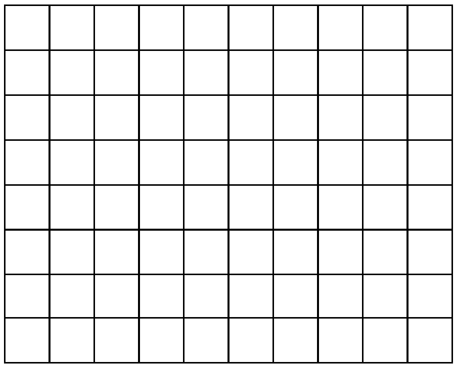
13. En una tienda venden el kilo de pollo a 12.500 $. En una compra mayor a cinco kilos, la tienda te descuenta 500 pesos por cada kilo adicional.



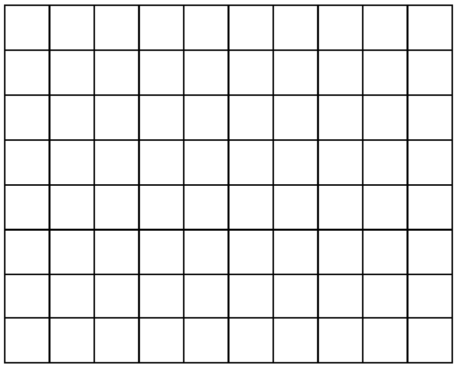
a. ¿Cuánto debes pagar por 7 kilos de pollo?

b. Si compras 20 kilos de pollo cuánto dinero ahorraste.

14. En los siguientes cuadrados colorea:
a. un rectángulo, sabiendo que tiene un área de $24\ u^2$. Compara con tus compañeros.

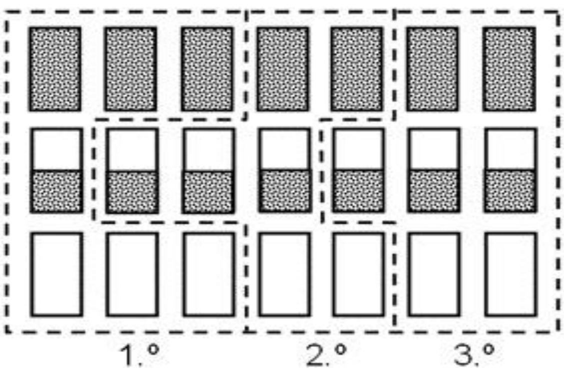


b. Construye un triángulo de 3, 4 y 7 unidades, en cada uno de sus lados. ¿Se puede? ¿Por qué?



DIVIERTETE:

15. Del siguiente fragmento del uno de los capítulos de “EL HOMBRE QUE CALCULABA”, analiza y resuelve con el calculista árabe Beremis Zamir, el dilema matemático.
“Estos tres hombres recibirán, como pago de un servicio hecho, una partida de vino compuesta de 21 vasos iguales, estando 7 llenos, 7 medio llenos y 7 vacíos. Quieren ahora dividir los 21 vasos de manera que cada uno reciba el mismo número de vasos y la misma cantidad de vino. ¿Cómo hacer el reparto? Ese es el primer problema.



Esta figura indica, claramente, la solución del problema de los 21 vasos. Los siete primeros rectángulos representan los vasos llenos; los 7 siguientes rectángulos representan los vasos medio llenos y los otros 7 vasos vacíos. Para que los tres mercaderes reciban el mismo número de vasos y cantidades iguales de vino, la división deberá efectuarse cómo indican las líneas punteadas del dibujo.

Pasados algunos minutos de silencio, Beremís respondió: *La división que acabáis de proponer se puede hacer de varias maneras. Indicaré una de ellas:

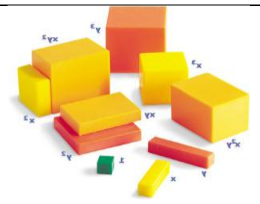
a. Dibuja los vasos descritos por el calculista:

El primer socio recibirá: 3 vasos llenos, 1 medio lleno, 3 vasos vacíos.
Dibuja los vasos.
Al segundo le corresponderán: 2 vasos llenos, medio lleno, 2 vasos vacíos.
Dibuja los vasos.
Al tercero le corresponderán: 2 vasos llenos, 3 medio lleno, 2 vasos vacíos.

Dibuja los vasos.

Según ese reparto, cada socio recibirá 7 vasos y la misma cantidad de vino. Ya ve, sheik, que el problema no presenta dificultad alguna, y que si analizamos el enunciado no es difícil demostrar que él admite otra solución rigurosamente exacta.

b. Haz el experimento con dos compañeros más representando la anterior situación con vasos reales y líquido.

MANIZALES	INSTITUCIÓN EDUCATIVA ESTAMBUL PRUEBA PARA MEDIR LA ACTITUD TIPO ESCALA LIKERT	

“La actitud es una predisposición aprendida para responder consistentemente de modo favorable o desfavorable hacia el objeto de la actitud”

(Fishbein y Ajzen, 1975 en Bolivar,1995).

Marca con una X: <u>MF</u> = Muy a favor <u>F</u> = A favor <u>NS</u> = No se, indiferente. <u>C</u> = En contra <u>MC</u> = Muy en contra

Responde con toda sinceridad desde tu vivencia frente al proceso matemático	MF	F	NS	C	MC
1. 1. Las matemáticas son chéveres para mí.					
2. 2 .Las matemáticas son importantes y necesarias.					
3. 3. Podría estudiar temas de matemáticas más difíciles.					
4. 4. Las matemáticas usualmente me hacen sentir incómodo (a) y nervioso (a).					
5. 5. No me gusta hacer las tareas de matemáticas.					
6. 6. Las matemáticas me servirán para hacer estudios universitarios					
7. 7. Aunque estudio, las matemáticas siempre me parecen muy difíciles					
8. 8. Si estudio puedo entender cualquier tema matemático					
9. 9. Me agrada realizar problemas que me dejan como tarea en matemáticas.					
10. Las matemáticas enseñan a pensar.					
11. Me aburro estudiando matemáticas.					
12. Los temas de matemáticas están dentro de mis favoritos.					
13. Sólo deberían estudiar matemáticas aquellos que la aplicarán en sus futuras ocupaciones.					
14. No entiendo las matemáticas porque son muy complicadas					
15. Me siento seguro al trabajar en matemáticas.					
16. No me molestaría seguir estudiando matemáticas.					
17. Las matemáticas me parecen útiles para mi futura profesión.					
18. Puedo hacer ejercicios más complicados de matemáticas					
19. Sólo en los exámenes de matemáticas me siento nervioso.					
20. Prefiero estudiar cualquier otra materia en lugar de matemáticas.					
21. Guardaré mis cuadernos de matemáticas porque probablemente me servirán.					
22. Me gusta resolver ejercicios de matemáticas					
.23. Me gustaría usar las matemáticas en mis trabajos futuros.					
24. Puedo entender cualquier tema de matemáticas si está bien explicado					
25 No analizo adecuadamente cuando estudio matemáticas.					
26. Ojalá nunca hubieran inventado las matemáticas.					
27. Las matemáticas son muy interesantes para mi					
28. Estudiar matemáticas me hace perder tiempo valioso.					
29 Si pudiera no estudiaría más matemáticas					
30. En la clase de matemáticas siempre estoy esperando que se acabe					

Determinación de la escala de medición de los ítems.
A cada respuesta se le asigna una puntuación favorable o desfavorable. La suma de las puntuaciones de las respuestas de cada estudiante a todos los ítems, genera su

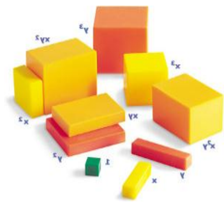
puntuación global que se entiende como representativa de su posición favorable-desfavorable con respecto al objeto actitudinal que se está midiendo .A cada ítem se le asigna un valor, según sea clasificado como positivo o negativo, de acuerdo al modo de respuesta planteado. A continuación se presenta el valor asignado para cada uno de los ítems.

Ítems positivos: valores.
MF= 5   F=4   NS=3   C=2 MC=1
Ítems negativos: valores.
MF=1   F=2   NS=3   C=4   MC=5.

Para obtener las puntuaciones de la escala de Likert, se suman los valores obtenidos respecto de cada frase. El puntaje mínimo resulta de la multiplicación del número de ítems por 1. Una puntuación se considera alta o baja respecto del puntaje total (PT); este último está dado por el número de ítems o afirmaciones multiplicado por 5.
Puntaje menor: 1 X 30 = 30   y   Puntaje mayor: 5 x 30 = 150.
Como el máximo es 150 puntos, la mitad seria 75, o sea un estudiante de mediana actitud.

```
     1            37,5               75                112,5        150
PM--------------------I----------------------I----------------------I---------------PT
```

1-37: actitud baja.   38-75: actitud básica   76-112: actitud alta.   113-150: actitud superior.

MANIZALES	**INSTITUCIÓN EDUCATIVA ESTAMBUL.** **PRUEBA DIAGNÓSTICA TIPO SABER.** **INTRODUCCIÓN AL PENSAMIENTO ALGEBRAICO.** **Docente: Damaris Tangarife Cardona.** **Estudiante:**_______________________________________ **Grupo:**_________**Fecha:**__________________	

1. Para obtener la misma cantidad de dinero, un billete de $ 2.000 lo puedo cambiar por:

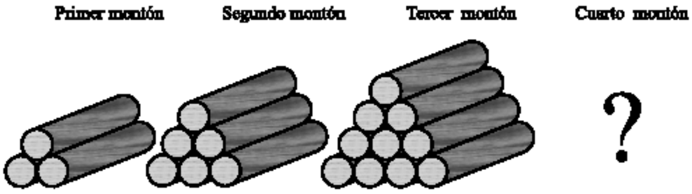
A. 3 monedas de $ 200, 2 monedas de $ 500 y 7 monedas de $100

B. 5 monedas de $ 200, 4 monedas de $ 500 y 6 monedas de $ 100

C. 2 monedas de $ 500, 2 monedas de $ 200 y 6 monedas de $ 100

D. 3 monedas de $ 500, 3 monedas de $ 200 y 4 monedas de $ 100

2. Observa el dibujo, analiza cómo el número de troncos aumenta en cada montón



Si se arma un cuarto montón siguiendo estas secuencias ¿cuántos troncos tendría?

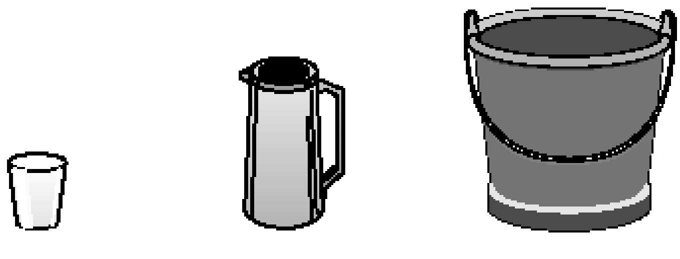
A. 11 troncos

B. 13 troncos

C. 15 troncos

D. 16 troncos

3.



Vaso Jarra Balde

Con el balde lleno de agua se llenan 5 jarras, como la que se muestra en el dibujo y con cada una de estas jarras se llenan 4 vasos, ¿cuántos vasos se pueden llenar con el balde de agua?

A. 4

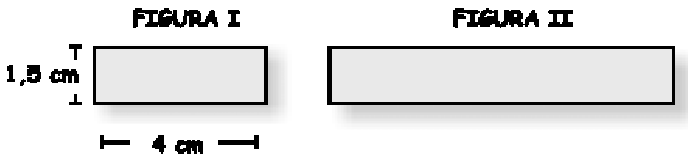
B. 5

C. 9

D. 20

CONTESTA LAS PREGUNTAS 4 Y 5 TENIENDO EN CUENTA LA SIGUIENTE INFORMACION

El rectángulo de la figura I se duplicó en su superficie, formando la figura II



4. El perímetro de la figura I es:

A. 5,5 cm

B. 6 cm

C. 9,5 cm

D. 11 cm

5. Respecto al perímetro de las dos figuras, podemos afirmar que:

A. el perímetro de la figura I es la mitad del perímetro de la figura II

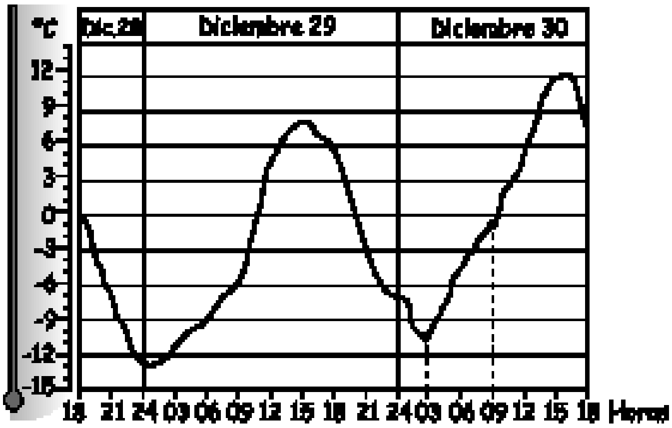
B. el perímetro de la figura II es 1,5 cm más pequeño que dos veces el perímetro de la figura I

C. dos veces el perímetro de la figura I es 3 cm más grande que el perímetro de la figura II

D. la mitad del perímetro de la figura II es igual al perímetro de la figura I más 3 cm.

RESPONDE LAS PREGUNTAS 6 Y 7 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACION:

La siguiente gráfica muestra la variación de la temperatura en la ciudad de Nueva York desde las 18 horas del 28 de diciembre hasta las 18 horas del 30 de diciembre



6. De acuerdo con la gráfica, la menor temperatura que se presentó en estos días fue
A. -15º
B. -13º
C. 0º
D. 12º

7. El 30 de diciembre a las 03 horas el termómetro marcó -11º y a las 09 horas del mismo día marcó -1º, esto significa que la temperatura en este lapso de tiempo:
A. aumentó 10º
B. disminuyó 10º
C. aumentó 12º
D. disminuyó 12º

8. ¿Cuál es la diferencia entre las temperaturas más alta y la más baja registradas en la superficie de los planetas? Cuál es el cálculo incorrecto?
A. La más alta es 464 °C y la más baja es 20 °C; la diferencia es 424 °C.
B. La más baja es – 250 °C y la más alta es 464 °C; la diferencia es 464 – 250 = 214 ° C.
C. La más alta es 464 °C y la más baja es – 250 °C; la diferencia entre las dos es 464 – (– 250) = 714 C °.
D. La más baja es – 22 °C y la más alta es 464 °C; la diferencia entre ellas es – 22 – 464 = - 486 ° C.

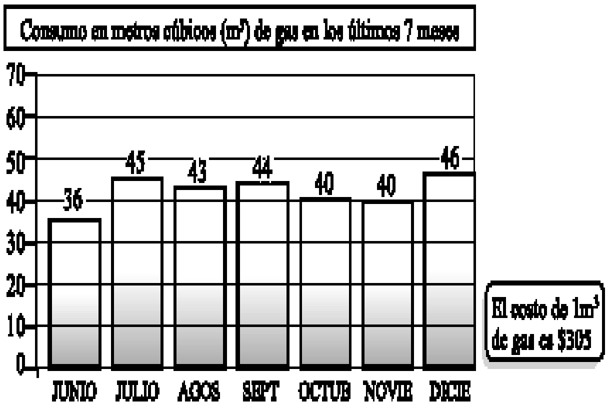
9. Si un astronauta sale de Neptuno, llega a otro planeta y al llegar lee en sus instrumentos que la temperatura ha variado 30 grados, ¿A qué planeta llegó?
A. A Plutón, porque la diferencia entre – 220 y – 250 es 30°.
B. A Urano, porque al viajar de Neptuno a Urano la temperatura aumenta en 30°.
C. A Plutón, porque al viajar de Neptuno a Plutón la temperatura disminuye en 30°.
D. Puede haber llegado a Urano o a Plutón, porque en ambos casos la diferencia es 30°.

10. Andrés construye torres con cubitos de igual tamaño. La primera torre la construyó con dos cubitos, la segunda con el doble de cubitos de la primera y la tercera con el doble de cubitos de la segunda, como se muestra en la figura. Si se continúan armando torres según el mismo proceso, ¿cuántos cubitos se requieren para construir la quinta torre?

15. Un gran hacendado llanero tiene una finca de 10.005 hectáreas que decidió repartir entre 5 de sus mejores empleados. Al mayordomo le dio los 3/5 del total de hectáreas, a su ama de llaves el 50% del terreno restante, a su capataz la mitad del terreno que queda y el terreno restante lo repartió en partes iguales, entre las dos empleadas de la cocina.
¿Podemos afirmar que sobró terreno de la finca después de que el hacendado hizo los repartos?
A. No, porque aunque no se repartió por partes iguales a

A. 2
B. 8
C. 16
D. 32

RESPONDE LAS PREGUNTAS 11 Y 12 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACION:
A continuación se muestran algunos datos de la factura correspondiente al cobro del servicio de gas de la familia Carvajal.



11. El promedio de consumo de gas de la familia Carvajal en los últimos 7 meses fue
A. 42 m3
B. 44 m3
C. 147 m3
D. 294 m3

12. La empresa de gas cobra a todos los usuarios $2.500 de cargo fijo mensual por prestar el servicio. Si b representa la cantidad de metros cúbicos de gas consumidos en un mes, la expresión que corresponde al valor a pagar en dicho mes es:
A. b x (305 + 2500)
B. 305 x b + 2500
C. 2500 x b + 305
D. 305 x (b + 2500)

13. 180 minutos y 120 segundos, equivalen a:
A. 240 segundos
B. 4 horas
C. 1 hora y 3 minutos
D. 3 horas y 2 minutos

14. Dos rectángulos tienen la misma área, uno de ellos tiene 36 cm de largo y 8 cm de ancho. Si el otro rectángulo tiene de largo 18 cm, su ancho es:
A. 4 cm
B. 8 cm
C. 16 cm
D. 26 cm

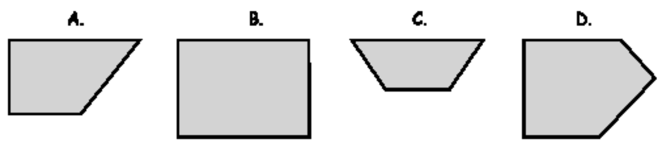
RESPONDE LAS PREGUNTAS 19 Y 20 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE SITUACION:
A continuación se muestran cuatro rectángulos con las medidas de sus lados en centímetros (cm) y su respectiva área (A) en centímetros cuadrados (cm2)

todos los empleados, se repartió el total de las hectáreas de la finca
B. Si, porque no todos los empleados recibieron partes iguales de las hectáreas de la finca
C. No, porque algunos empleados recibieron mayor porción de hectáreas que otros
D. Si, porque aunque los empleados recibieron alguna porción de las hectáreas de la finca, faltaron partes de la finca por repartir

16. Juan vende un reloj y obtiene como ganancia $6.000 que equivalen a los tres quintos (3/5) del precio de la compra. Un procedimiento para hallar el valor en que fue comprado el reloj es:
A. multiplicar 6.000 por 3 y dividirlo en 5
B. multiplicar 6.000 por dos quintos
C. multiplicar 6.000 por 5 y dividirlo en 3
D. multiplicar 6.000 por dos quintos y restar este resultado de 6.000

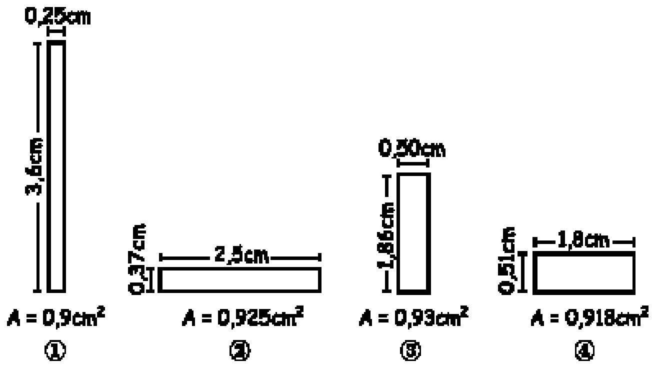
17. Wilson está haciendo una rifa y Laura quiere comprarle una boleta, cuyo número cumpla las siguientes condiciones:
* Las cifras de las decenas y centenas deben ser números primos
* la suma de las cifras de las unidades, decenas y centenas debe ser un múltiplo de la cifra de las unidades de mil
¿Cual de los siguientes números escoge Laura?
A. 2.318
B. 2.754
C. 4.325
D. 4.853

18. La figura que tiene las siguientes características: cuadrilátero con dos de sus lados de igual longitud, dos de sus ángulos rectos y otro agudo, es



24 . En USA, Cuál es el precio de 340 Kg de café a 178 dólares 85 kilos:
A. $145
B. $268
C. $712
D. $44.5

25. Sabiendo que 162 litros de vino cuestan 324 dólares, ¿cuál es el valor de 285 litros de la misma calidad?
A. $144.2
B. $420
C. $285
D. $570.



19. ¿Cuál de los rectángulos tiene mayor área?
A. Rectángulo 1
B. Rectángulo 2
C. Rectángulo 3
D. Rectángulo 4

20. El perímetro del rectángulo 2 es:
A. 1, 24 centímetros
B. 4,174 centímetros
C. 4,84 centímetros
D. 5,74 centímetro.

21. Un cuarto de la edad de María corresponde a la mitad de la edad de Ana. Si Ana tiene 24 años entonces la edad de María es:
A. la mitad de la edad de Ana
B. el doble de la edad de Ana
C. cuatro veces la edad de Ana
D. un cuarto de la edad de Ana

Las preguntas 22 y 23 se responden con base en el siguiente enunciado: Un número aumentado en 42 da -100.
22. La ecuación correspondiente al enunciado es:
A. x - 42 = 100
B. x + 42 = 100
C. x + 42 = -100
D. x - 42 = -100.

23. El resultado de la ecuación es:
A. 58
B. -58
C. 142
D. -142

HOJA DE RESPUESTAS:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

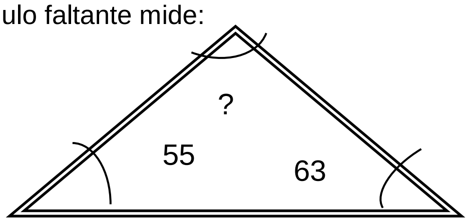
26. Para hacer una obra, 28 obreros han empleado 45 días. ¿Cuántos días emplearán para hacer otra obra semejante a la anterior 15 obreros?
A. 84
B. 45
C. 63
D.110

27. Luís ganó el 35% al cobrar una deuda de $18400. ¿Cuánto ganó?
A. $3540
B. $5784
C. $6440
D. $9721

28. Una deuda de $850 se reduce a 816. ¿Qué porcentaje se ha descontado?
A. 96%
B. 4%
C. 18%
D. 25% .

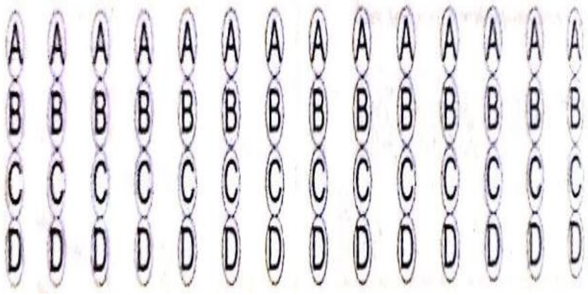
29 La ecuación que expresa el enunciado “Andrea tiene 3000$, Carlos tiene el triple de lo que tiene Andrea, más 2500$’’
A. 300* 2500X=3000
B. 2500= 300X
C. 3000(3)+2500= X
D. (3)2500 + 3000=X

30. El ángulo faltante mide:

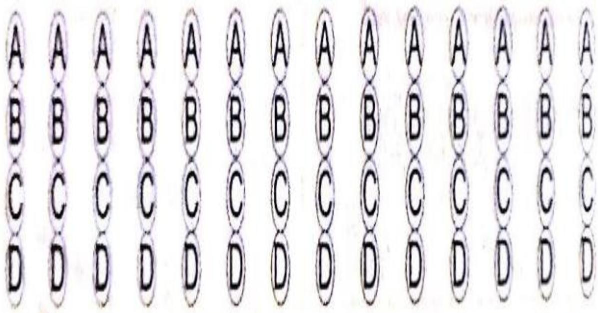


A. 54.
B. 60.
C. 53.
D. 62.

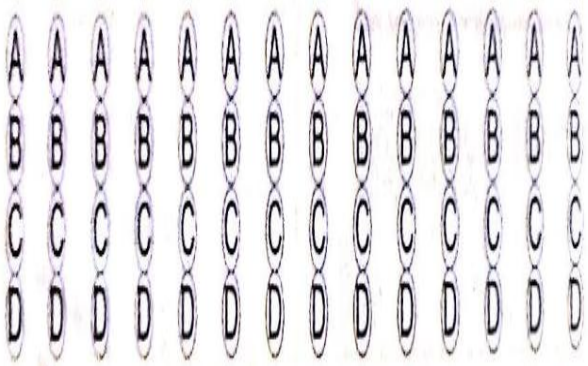
.



15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28



29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42



BIBLIOGRAFÍA: RECOPILACIÓN BANCO DE PREGUNTAS PRUEBAS TIPO SABER, FUENTES VARIAS.DAMARIS TANGARIFE CARDONA

CRONOGRAMA

ACCIONES O ACTIVIDADES	Agosto y Septiembre de 2012	Octubre y Noviembre de 2012	Noviembre de 2012	Diciembre de 2012 Enero de 2013	FEBRERO Y MARZO DE 2013	ABRIL Y MAYO DE 2013
Etapa Inicial	X					
Etapa de Diseño		X				
Presentación y entrega de la propuesta.			X			
Revisión Bibliográfica y ajustes de la propuesta				X		
Etapa de Aplicación					X	
Evaluación					X	
ETAPA FINAL: CONCLUSIONES						X

BIBLIOGRAFÍA

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Serie lineamientos curriculares de Matemáticas. 1998

SOCAS, M.M., Camacho, M., Palarea, M. y Fernández, J. (1989). *Iniciación al álgebra*. Madrid: Síntesis.

GODINO, Juan D. Matemáticas y su didáctica para maestros. 2003.

YÁÑEZ ALEMÁN, Blanca Estela; Ramírez Morales, José Luis; secretaría de educación del Huila, Cuaderno de trabajo de Matemáticas, 2008.

MANCERA MARTÍNEZ, Eduardo, Matemáticas 2 y 3, editorial, Santillana Ateneo, México, 2009.

HERNÁNDEZ ESPEJEL, Norma angélica; CARDOSO ESPINOSA Edgar Oliver. Desarrollo del pensamiento algebraico a través del uso de los algeblocks.2008.

MORALES G, Ignacio; SEPÚLVEDA L, Armando. Propuesta para la enseñanza de la factorización en el curso de álgebra.

MEDICIÓN Y EVALUACIÓN EDUCATIVA Construcción de Escalas tipo *Likert* 2005-06. Norma Angélica Hernández Espejel y Edgar Oliver Cardoso Espinosa, congreso nacional de investigación educativa. Educación y conocimientos disciplinares. México, 2007.

ROJAS HERRERA, Luz Marina Estrategias Didácticas para la Comprensión del Concepto de Variable en la Resolución de problemas, 2009.

HERNÁNDEZ DOMÍNGUEZ, Josefa; MUÑOZ PÉREZ, María; PALAREA MEDINA, María Mercedes; RUANO BARRERA, Raquel; SOCAS ROBAYNA, Martín. Materiales manipulativos para la enseñanza y aprendizaje del álgebra en la educación obligatoria, Universidad De La Laguna, Canarias, 2008.

ASOCIACIÓN COLOMBIANA DE FACULTADES DE EDUCACIÓN. Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas y ciencias y ciudadanas. M.E.N. revolución educativa, Colombia prende. Ministra de educación Cecilia María Vélez White. 2002-2006.

TRUEBA DE BOADILLA, Máximo; Historia del algebra, revista Digital de la Matemáticas Sacit Ametam, Madrid, España, 2010.

PÁGINAS WEB:

roble.pntic.mec.es/~rsoto1/acertijo.htm

http://www.librosmaravillosos.com/hombrecalculaba/capitulo08.html.

http://ejerciciosdematematicas.org/spanish/ecuaciones.php

http://www.tareasymas.es/consulta.html.

http://revistasacitametam.blogspot.com/2010/03/breve-historia-del-algebra.html.