



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Simulación, Análisis Bifurcacional y de Estabilidad de un Convertidor SEPIC Controlado con ZAD

Aquiles José Morelo Sanchez

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales.
Maestría en Ciencias-Matemática Aplicada
Manizales, Colombia
2015

Simulación, Análisis Bifurcacional y de Estabilidad de un Convertidor SEPIC Controlado con ZAD

Aquiles José Morelo Sanchez

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Ciencias-Matemática Aplicada

Director:
Simeón Casanova Trujillo, Ph.D

Codirector:
Fredy Edimer Hoyos, Ph.D

Línea de Investigación:
Sistemas Dinámicos
Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales.
Maestría en Ciencias-Matemática Aplicada
Manizales, Colombia
2015

Título en español

Simulación, Análisis Bifurcacional y de Estabilidad de un Convertidor SEPIC Controlado con ZAD

Title in English

Simulation, Analysis and side branch Stability of a SEPIC converter ZAD-controlled

Resumen: En esta tesis de maestría se realiza un estudio analítico y numérico de la dinámica de un convertidor SEPIC cuando es controlado con ZAD. Se usó una superficie de conmutación que cumple con un promedio de dinámica cero en cada instante de muestreo. Se hizo una aproximación lineal de la superficie de conmutación mediante la técnica ZAD (Zero Average Dinamycs) para determinar el ciclo de trabajo. Se determinó el mapa de Poincaré, las órbitas $1T$ -periódicas y su estabilidad. Se muestra la presencia de caos mediante simulación numérica de los exponentes de Lyapunov. El caos es controlado mediante las técnicas FPIC y TDAS. Se determinó la presencia de bifurcaciones tipo flip, Neimar-Sacker y adición de periodo. Se hizo un análisis comparativo de los resultados numérico de las simulaciones del SEPIC sin resistencia y del SEPIC con resistencias internas.

Abstract: In this thesis of Masters I make an analytic and numerical study of the dynamics of a converter SEPIC when is controlled with ZAD. I used a switching surface that accomplish with a dynamic average zero at each instant of sampling. I made a linear approximation to the switching surface developed by tecnic ZAD (Zero Average Dinamycs) to determine the cycle of work. Poincare map determined, the $1T$ -periodic orbits and their stability. We see the presence of chaos through numerical simulation to the exponents of Lyapunov .The chaos is controlled through to the FPIC and TDAS. We determined the presence of bifurcations, type flip, Neimar-Sacker and addition of period. We made a comparative analysis of the numerical results to the simulations to the SEPIC without resistance and SEPIC with internal resistance.

Palabras clave: Sistema dinámico, convertidor de potencia, estabilidad, bifurcaciones, técnica ZAD, caos, Fpic, Tdas, ciclo de trabajo

Keywords: Dynamic system, power converter, stability, bifurcations, technical ZAD, chaos, Fpic, Tdas, duty cycle.

Dedicado a



A Dios el ser más maravilloso del universo.
A mi esposa Huyanith Gil Atencia y a mis hijos Huyanith y Samuel José por su apoyo incondicional.
A mis abuelos paternos por haber forjado en mi esa tenacidad para lograr las metas propuestas.



Agradezco profundamente a mi director de tesis, el Doctor Simeón Casanova Trujillo quien ha sido mi guía a lo largo de la realización de este trabajo.

También agradezco al Doctor Fredy Edimer Hoyos, pues su asesoría fue muy valiosa en la realización de esta tesis.

Quiero hacer una mención especial a mi amigo y compañero de estudio Dario Vergara por compartir conmigo sus valiosos conocimientos.

Índice general



Agradecimientos	2
Agradecimientos	4
Índice general	I
Índice de tablas	VI
Índice de figuras	VII
1. Introducción	1
2. Marco Téorico	3
2.1. Convertidor SEPIC	3
2.1.1. Funcionamiento básico del convertidor SEPIC	4
2.1.2. Sistema que rige al convertidor SEPIC en modo de conducción continua (MCC)	4
2.1.3. Forma matricial del sistema	6
2.1.4. Solución del Sistema	6
2.2. Dinámica ideal de deslizamiento	7
2.3. Modulación de anchura de pulso	7
2.4. Estrategia de dinámica de promediado cero (ZAD)	8
2.5. Órbitas periódicas	9
2.6. Bifurcaciones	9
2.7. Caos	10
2.7.1. Control de caos mediante la técnica FPIC	10
2.7.2. Control de caos mediante la técnica TDAS	10

2.8. Exponentes de Lyapunov	11
3. Análisis de la dinámica del sistema en el caso $u = \{1, 0, 1\}$	12
3.1. Aproximación de la superficie $s(\mathbf{x}(t))$ por rectas a tramos	12
3.2. Cálculo del ciclo de trabajo	14
3.2.1. Ciclo de trabajo en estado estacionario	15
3.3. Aplicación de Poincaré	15
3.3.1. Cálculo de la Aplicación de Poincaré	15
3.4. Desempeño de la técnica ZAD	16
4. Existencia y Estabilidad de Órbitas Periódicas	23
4.1. Órbitas $1T$ -periódicas	23
4.2. Órbitas $2T$ -periódicas	25
4.2.1. Órbitas $2T$ -periódicas no saturadas	25
4.2.2. Órbitas $2T$ -periódicas semi-saturadas	26
4.2.3. Órbitas $2T$ -periódicas saturadas	27
4.3. Estabilidad de las órbitas periódicas	28
4.3.1. Jacobiano de la aplicación de Poincaré	28
4.4. Bifurcaciones	32
4.4.1. Tipo Flip	32
4.4.2. Tipo de Neimark- Sacker	35
4.4.3. Adición de periodo	38
5. Presencia y control de caos en el convertidor SEPIC	41
5.1. Caos	41
5.2. Técnica de control FPIC	43
5.3. Técnica de control TDAS	48
6. Análisis del convertidor SEPIC con inclusión de resistencias internas	52
6.1. Esquema de convertidor SEPIC con resistencias internas	52
6.1.1. Sistema que rige al convertidor SEPIC con resistencias internas en modo de conducción continua MCC	53
6.1.2. Cambio de variable	54
6.1.3. Forma matricial del sistema	55
6.1.4. Solución del Sistema	55
6.2. Ciclo de trabajo	56
6.3. Ciclo de trabajo en estado estacionario	56

6.4. Aplicación de Poincaré	56
6.5. Existencia y Estabilidad de Órbitas Periódicas	57
6.5.1. Órbitas $1T$ -periódicas	57
6.5.2. Órbitas $2T$ -periódicas	58
6.5.3. Órbitas $2T$ -periódicas no saturadas	58
6.5.4. Órbitas $2T$ -periódicas semi-saturadas	59
6.5.5. Órbitas $2T$ -periódicas saturadas	59
6.6. Estabilidad de las órbitas periódicas	59
6.6.1. Jacobiano de la aplicación de Poincaré	59
6.7. Resultados de la aplicación ZAD al modelo del convertidor SEPIC con inclusión de resistencias internas	62
6.7.1. Desempeño de la técnica ZAD	62
6.7.1.1. SEPIC como un reductor	62
6.7.1.2. SEPIC como un elevador	65
6.7.2. Órbitas periódicas	68
6.7.3. Bifurcaciones tipo flip	69
6.7.4. Bifurcaciones tipo Neimar-Sacker	72
6.7.5. Adición de periodo	74
6.7.6. Presencia de caos	76
6.7.7. Control de caos con FPIC	77
6.7.8. Control de caos con TDAS	80
6.8. Contraste entre la dinámica del convertidor SEPIC del modelo simple y la del modelo con resistencias internas cuando es operado mediante la técnica ZAD	83
6.8.1. Análisis de resultados	83
Conclusiones	87
Trabajos futuros	88
Bibliografía	89

Lista de símbolos

Símbolos con letras latinas

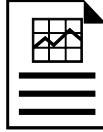
Símbolo	Término	Unidad SI	Definición
C_1	Capacitancia en el capacitor 1 2.1	μF	
C_2	Capacitancia en el capacitor 2 2.1	μF	
d	Ciclo de trabajo 3.2		
d^*	Ciclo de trabajo en estado estacionario 3.2.1		
i_1	Corriente en el inductor L_1 2.1	A	
i_2	Corriente en el inductor L_2 2.1	A	
L_1	Inductancia 1 2.1	μH	
L_2	Inductancia 2 2.1	μH	
L_i	Exponentes de Lyapunov 2.20		
N	Parámetro de control FPIC 5.1		
R	Resistencia de la carga 2.1	Ω	
r_1	Resistencia en el inductor 1 6.1	Ω	
r_2	Resistencia en el inductor 2 6.1	Ω	
r_m	Resistencia en el MOSFET 6.1	Ω	
T	Periodo de muestreo 2.3	seg	
t	Tiempo 2.4	seg	
u	Variable de control 2.1.2		
u_{eq}	Control equivalente 2.2		
V_{in}	Tensión de salida 2.1	V	
v_1	Tensión en el condensador 1 2.1	V	
v_2	Tensión en el condensador 2 2.1	V	
V_{fd}	Voltaje de polarización del diodo 6.1	V	
x_1	Variable de estado 1 2.4	1	$\frac{i_1}{V_{in}} \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$
x_2	Variable de estado 1 2.4	1	$\frac{v_1}{V_{in}}$
x_3	Variable de estado 1 2.4	1	$\frac{i_2}{V_{in}} \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$
x_4	Variable de estado 1 2.4	1	$\frac{v_2}{V_{in}}$
x_{iref}	Señal de referencia de x_i 1	1	

Símbolos con letras griegas

Símbolo	Término	Unidad SI	Definición
α	Constante de adaptación 2.1.2	1	$\frac{L_2}{L_1}$
β	Constante de adaptación 2.1.2	1	$\frac{C_2}{C_1}$
η	Parámetro de control TDAS 5.3		
γ	Constante de adaptación 2.1.2	1	$R\sqrt{\frac{C_1}{L_1}}$
λ_i	Valores propios		
σ_1	Constante de adaptación 6.1.2	1	$r_1\sqrt{\frac{C_1}{L_1}}$
σ_2	Constante de adaptación 6.1.2	1	$r_2\sqrt{\frac{C_1}{L_1}}$
σ_m	Constante de adaptación 6.1.2	1	$r_m\sqrt{\frac{C_1}{L_1}}$
σ_f	Constante de adaptación 6.1.2	1	$r_m\sqrt{\frac{C_1}{L_1}}$

Abreviaturas

Abreviatura	Término
E.L.	Exponentes de Lyapunov. 2.8
FPIC	Control por Inducción al Punto Fijo. 2.7.1
JP	Jacobiano de la aplicación de Poincaré. 2.8
MCC	Modo de conducción continuo. 2.1.1
MCD	Modo de conducción discontinuo. 2.1.1
PB	Punto de bifurcación. 4.3.1
PWM	Pulse-Width Modulation. 2.3
PWMC	Modulación de ancho de Pulso centrado. 2.3
SEPIC	Single-Ended Primary Inductance Converter. 2.1
TDAS	Time Delayed Auto-Synchronization. 2.7.2
T.D	Tiempo discreto. 2.6
ZAD	Zero Average Dynamics. 2.4



2.1. Valores de los diferentes componentes del SEPIC	4
4.1. Valores propios de la aplicación de Poincaré cerca del límite de estabilidad al variar k_3	34
4.2. Valores propios de la aplicación de Poincaré cerca del límite de estabilidad al variar k_1	37
6.1. Valores de las resistencias de los componentes del SEPIC	53
6.2. Valores propios de la aplicación de Poincaré cerca del límite de estabilidad al variar k_3 , SEPIC con resistencias internas	71
6.3. Valores propios de la aplicación de Poincaré cerca del límite de estabilidad al variar k_1 , SEPIC con resistencias internas	74
6.4. Comparación de los dos modelos del SEPIC, simple y con resistencia para k_3	84
6.5. Comparación de los dos modelos del SEPIC, simple y con resistencia para k_1	86

Índice de figuras



2.1. Esquema básico de un convertidor SEPIC	3
2.2. Los dos estados del convertidor SEPIC	4
2.3. Pulso al centro simétrico	8
3.1. Aproximación por rectas a tramos de la superficie de conmutación	13
3.2. Evolución del sistema del SEPIC como un reductor	17
3.3. Evolución del sistema del SEPIC como un reductor	18
3.4. Evolución de las variables de estado del SEPIC como un reductor (azul) y los valores de referencia (rojo)	18
3.5. Evolución del ciclo de trabajo del SEPIC como un reductor	19
3.6. Diagrama retrato de fase $x_1x_2x_3$.Evolución del sistema del SEPIC como un elevador	19
3.7. Diagrama retrato de fase $x_1x_3x_4$. Evolución del sistema del SEPIC como un elevador	20
3.8. Evolución de las variables de estado del SEPIC como un elevador (azul) y los valores de referencia (rojo)	21
3.9. Comportamiento del ciclo trabajo del SEPIC como un elevador	21
4.1. Variación del radio espectral en función de γ	24
4.2. Diagrama de estabilidad órbita $1T$ -periódica, radio espectral vs parámetro k_3	31
4.3. Diagrama de estabilidad órbita $1T$ -periódica, radio espectral vs parámetro k_1	32
4.4. Diagramas de bifurcaciones del SEPIC considerado como un reductor	33
4.5. Diagrama bifurcación k_3 vs d	34
4.6. Evolución de los valores propios en el círculo unitario al variar k_3	35
4.7. Ampliación del círculo unitario al variar k_3	35
4.8. Diagrama bifurcación k_1 vs d	36

4.9. Diagramas de bifurcaciones del SEPIC considerado como un elevador	36
4.10. Evolución de los valores propios en el círculo unitario al variar k_1	37
4.11. Ampliación del círculo unitario al variar k_1	38
4.12. Fenómeno de adición de periodo	39
4.13. Fenómeno de adición de periodo k_3 vs d	39
5.1. Variación de los exponentes de Lyapunov vs k_3	42
5.2. Variación de los exponentes de Lyapunov vs k_1	42
5.3. Variación del radio espectral en función de ciclo de trabajo	44
5.4. Ampliación variación del radio espectral en función del ciclo de trabajo . . .	45
5.5. Diagramas de bifurcaciones, $N = 0.003$	45
5.6. Diagramas de bifurcaciones, $N = 0.005$	46
5.7. Diagramas de bifurcaciones, $N = 0.006$	46
5.8. Diagramas de bifurcaciones, $N = 1.2$	47
5.9. Diagramas de bifurcaciones, $N = 1.6$	47
5.10. Diagramas de bifurcaciones, $N = 1.8$	48
5.11. Diagramas de bifurcaciones, $\eta = -0.001$	49
5.12. Diagramas de bifurcaciones, $\eta = -0.002$	50
5.13. Diagramas de bifurcaciones, $\eta = -0.003$	50
5.14. Diagramas de bifurcaciones para diferentes valores de η al variar k_1	51
6.1. Convertidor SEPIC con resistencias internas	52
6.2. Convertidor SEPIC con resistencias internas en estado ON	53
6.3. Convertidor SEPIC con resistencias internas en estado OFF	54
6.4. Variación del radio espectral en función de γ , SEPIC con resistencias internas	58
6.5. Evolución temporal de las variables de estado del SEPIC con resistencias internas como reductor (azul) y los valores de referencia (rojo)	63
6.6. Evolución temporal del ciclo trabajo del SEPIC con resistencias internas considerado como un reductor	64
6.7. Proyección diagrama de fases $x_1x_2x_3$ del SEPIC con resistencias internas como reductor	64
6.8. Proyección del diagrama de fases $x_1x_2x_4$ del SEPIC con resistencias internas como reductor	65
6.9. Evolución temporal de las variables de estado del SEPIC con resistencias in- ternas, considerado como un elevador(azul) y los valores de referencia(rojo)	66
6.10. Evolución del ciclo de trabajo del SEPIC con resistencias internas, conside- rado como un elevador	67

6.11. Proyección del retrato de fases $x_1x_2x_3$ del SEPIC con resistencias internas, considerado como un elevador	67
6.12. Proyección del retrato de fases $x_1x_2x_3$ del SEPIC con resistencias internas, considerado como un elevador	68
6.13. Radio espectral vs k_3 del SEPIC con resistencia internas	69
6.14. Radio espectral vs k_1 del SEPIC con resistencia internas	69
6.15. Evolución del ciclo de trabajo al variar k_3 , SEPIC con resistencias internas .	70
6.16. Diagramas de bifurcaciones al variar k_3 en el modelo del SEPIC con resistencias internas	71
6.17. Evolución de los valores propios al variar k_3 , modelo del SEPIC con resistencias internas	72
6.18. Ampliación del círculo unitario; modelo del SEPIC con resistencias internas	72
6.19. Evolución del ciclo de trabajo	73
6.20. Diagramas de bifurcaciones al variar k_1 en el modelo del convertidor SEPIC con resistencias internas	73
6.21. Evolución de los valores propios en el círculo unitario al variar k_1	74
6.22. Saturación del ciclo de trabajo del SEPIC con resistencias internas	75
6.23. Fenómeno de adición de periodo del convertidor SEPIC con resistencias internas	75
6.24. Variación de los exponentes de Lyapunov vs k_3 en el convertidor SEPIC con resistencias internas	76
6.25. Variación de los exponentes de Lyapunov vs k_1 en el convertidor SEPIC con resistencias internas	76
6.26. Variación del radio espectral en función de ciclo de trabajo del SEPIC con resistencias internas.	77
6.27. Diagramas de bifurcaciones del SEPIC con resistencias internas al variar k_3 y diferentes valores de N	78
6.28. Diagramas de bifurcaciones del SEPIC con resistencias internas al variar k_1 y diferentes valores de N	79
6.29. Diagramas de bifurcaciones para varios valores de η al variar k_3 para el SEPIC con resistencias internas	81
6.30. Diagramas de bifurcaciones para diferentes valores de η al variar k_1	82
6.31. Contraste: Órbita $1T$ -periódica, al variar k_3	83
6.32. Contraste: exponentes de Lyapunov en función de k_3	84
6.33. Contraste de bifurcaciones al variar k_3	84
6.34. Contraste de la órbita $1T$ -periódica al variar k_1	85
6.35. Contraste de los exponentes de Lyapunov en función de k_1	85
6.36. Contraste de bifurcaciones al variar k_1	86

6.37. Contraste de la adición de periodo	86
--	----

Capítulo 1

Introducción

La teoría de los sistemas dinámicos ha estado en constante crecimiento desde su nacimiento, teoría que abarca una gran variedad de problemas, técnicas y aplicaciones, que esta en estrecha vinculación con otras disciplinas como la física, biología, ecología, economía, ingeniería, ciencias de la computación y otras.

Una de las aplicaciones de la teoría de los sistemas dinámicos ha sido en los dispositivos electrónicos y en particular los convertidores DC-DC.

Los convertidores DC-DC son configuraciones en la electrónica que permiten, a partir de una fuente de tensión determinada, controlar la tensión a la salida del convertidor, es decir, actúan como puentes de transferencia de energía entre fuentes y cargas, ambas de corriente directa. Esto nos lleva a la pregunta de cómo transferir energía desde una fuente con amplitud V_{in} hasta una carga que necesita una tensión V_{ref} y que haya la mínima pérdida de potencia. Dentro de las múltiples aplicaciones que tienen estos convertidores están las fuentes de potencia en computadoras, sistemas distribuidos de potencia, sistemas de potencia en vehículos eléctricos, aeronaves, etc. Por tanto, su estudio ha sido fuente de investigación en los campos de los sistemas dinámicos.

Los convertidores de potencia presentan una serie de no linealidades en el proceso de conmutación, es por esta razón que han sido estudiados como sistemas de estructura variable. A mediados de los 80, Sabanovic y sus colaboradores, empiezan a diseñar controladores en modo deslizante para trabajar este tipo de convertidores [6]. Mas adelante, Carpita[9] diseña un controlador con base en una superficie de deslizamiento dada por una proporción lineal del error y la derivada del error. Estos dos resultados permitieron trabajar con un controlador robusto, estable y eficiente. Sin embargo, al generarse una acción discontinua de este controlador, se presenta un fenómeno de “chattering” en el sistema, lo cual implica aumento en el rizado y la distorsión a la salida.

Con el proposito de eliminar el fenómeno de “chattering” se han planteado diversas técnicas, buscando un esquema de control que garantice una frecuencia de conmutación fija. Por ejemplo en[7] se propone sintetizar un controlador que garantice promedio cero del error de la tensión mediante una técnica conocida como Zero Averaged Current Error (ZACE). En el 2001 Fossas y sus colaboradores plantean una nueva técnica de control para convertidores de potencia, en la cual, se fija una salida auxiliar, se define una acción de control digital que garantiza promedio cero en la salida auxiliar en cada iteración, manteniendo frecuencia fija de conmutación, robustez y estabilidad [13]. Esta técnica es conocida como técnica ZAD (Zero Average Dynamics) y consiste en la definición de una superficie de conmutación

sobre la cual se hace evolucionar el sistema en promedio. En [2] se ha implementado haciendo uso de la superficie de conmutación $s(x(t)) = (x_1(t) - x_{1ref}) + k_s(\dot{x}_1(t) - \dot{x}_{1ref})$ donde se exponen buenos resultados en cuanto a robustez y bajo error de salida. En [1] y [10] se aplica también para analizar la dinámica presente en el convertidor *boost*, estudiando los fenómenos no lineales presentes, manejado por un modulador de ancho de pulso al centro (PWMC).

En estos trabajos se hace el cálculo del ciclo de trabajo mediante la aproximación lineal de la superficie de deslizamiento. Posteriormente se hace el análisis de dinámicas no lineales existentes en el convertidor, en especial, el estudio de órbitas periódicas, bifurcaciones y caos. Se muestra también el estudio relacionado con el control del caos existente en el convertidor *boost*, mediante el uso de las técnicas TDAS (Autosincronización de retardo de tiempo) y FPIC (Control por Inducción al Punto Fijo).

En el presente trabajo, se ha implementado la técnica ZAD para controlar un convertidor SEPIC, la cual se ha usado para controlar los convertidores *boost* y *buck* en trabajos previos [1],[16], [2], [3], y [10]. También se ha hecho el cambio de variable propuesto por [15], para simplificar el sistema original de ecuaciones y se ha tomado como superficie de conmutación una combinación lineal del error en el voltaje y en la corriente $s(\mathbf{x}(t)) = k_1(x_1(t) - x_{1ref}) + k_2(x_2(t) - x_{2ref}) + k_3(x_3(t) - x_{3ref}) + k_4(x_4(t) - x_{4ref})$, y a partir de esta, se ha hecho el cálculo del ciclo de trabajo con el que se hace evolucionar el sistema en un período de tiempo T . De igual forma, se ha hecho una discretización de este sistema utilizando la estrategia de mapas de Poincaré, para posteriormente establecer las condiciones necesarias y suficientes que determinan la existencia de órbitas periódicas, se han caracterizado las bifurcaciones que surgen en la evolución de las órbitas $1T$ -periódicas y se ha determinado la presencia de caos a partir de ciertos valores de las constantes asociadas a la superficie de conmutación, las cuales fueron tomadas como parámetros de bifurcación.

Se ha implementado la técnica TDAS Y FPIC para estabilizar el caos que se determinó en la dinámica del convertidor SEPIC y se concluye que ambas técnicas son efectivas para la estabilización de las órbitas $1T$ -periódica presentes en la dinámica del convertidor en estudio.

Capítulo 2

Marco Téorico

En este capítulo se presentan las herramientas básicas para el estudio posterior de la dinámica del convertidor SEPIC cuando es controlado con la técnica ZAD. Se describe el sistema de ecuaciones que modelan el convertidor SEPIC en MCC, modulación de ancho de pulso, la estrategia de dinámica de promediado cero, órbitas periódicas, exponentes de Lyapunov y fenómenos no lineales como bifurcaciones y caos.

2.1. Convertidor SEPIC

Un convertidor SEPIC (Single-Ended Primary Inductance Converter) es un convertidor DC a DC perteneciente a la familia de convertidores de cuarto orden. Un convertidor de este tipo, es un dispositivo que puede suministrar una tensión mayor o menor que la tensión de entrada. El esquema básico de un convertidor SEPIC es como el que se observa en la Figura 2.1, donde V_{in} es la tensión de entrada, i_1 es la corriente en el inductor L_1 , S es el interruptor, D es el diodo, v_1 es la tensión en condensador C_1 , R la resistencia de la carga, i_2 es la corriente en el inductor L_2 , v_2 es la tensión del condensador C_2 . La función de este convertidor es mantener una tensión de salida regulada frente a variaciones de la tensión de entrada o de la carga.

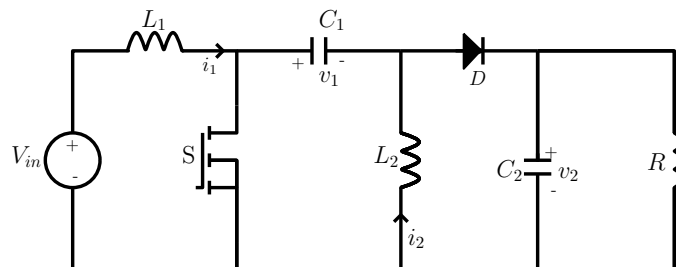


FIGURA 2.1. Esquema básico de un convertidor SEPIC

2.1.1. Funcionamiento básico del convertidor SEPIC

El principio básico del convertidor SEPIC consiste en dos estados distintos, dependiendo del estado del interruptor S .

- Cuando el interruptor S esta cerrado, estado ON , la fuente de entrada V_{in} se conecta a la bobina L_1 , al mismo tiempo que el diodo D queda polarizado inversamente. Como consecuencia de esto, la intensidad que circula por la inductancia L_1 crece linealmente, almacenando energía. En esta situación el condensador C_1 alimenta al inductor L_2 y la tensión de C_2 es entregada a la carga [14].
- Cuando el interruptor S se encuentra abierto, estado OFF , la energía almacenada previamente en la bobina L_1 junto con la de entrada se transfiere al condensador de entrada C_1 y la energía almacenada en el inductor L_2 se transfiere a C_2 y la carga [14].

Se distingue en el convertidor SEPIC dos modos de operación, según las corrientes por los inductores se anulen durante el periodo de operación T : Modo de Conducción Continua (MCC) y Modo de Conducción Discontinua (MCD).

En esta tesis se estudiará la dinámica del convertidor SEPIC en MCC .

Los valores de C_1 , C_2 , L_1 , L_2 y R que usaremos en la simulación de la dinámica del convertidor SEPIC son tomados de [12] y se relacionan en la siguiente tabla.

C_1	C_2	L_1	L_2	R
$470\mu\text{F}$	$330\mu\text{F}$	$820\mu\text{H}$	$220\mu\text{H}$	4.7Ω

TABLA 2.1. Valores de los diferentes componentes del SEPIC

2.1.2. Sistema que rige al convertidor SEPIC en modo de conducción continua (MCC)

Para determinar las ecuaciones que modelan el circuito en modo MCC , se analizan los dos topologías, la primera topología cuando el interruptor está en estado ON ($u = 1$) Figura 2.2a y la segunda topología cuando el interruptor está en el estado OFF ($u = 0$) Figura 2.2b.

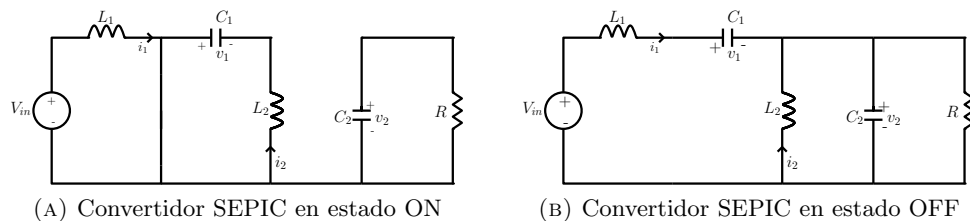


FIGURA 2.2. Los dos estados del convertidor SEPIC

Aplicando la ley de Kirchhoff de nodos y mallas, las ecuaciones que describen cada estado del sistema vienen dado por:

Para la topología ON ($u = 1$)

$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{di_1}{d\tau} &= V_{in} \\
 C_1 \frac{dv_1}{d\tau} &= -i_2 \\
 L_2 \frac{di_2}{d\tau} &= v_1 \\
 C_2 \frac{dv_2}{d\tau} &= -\frac{v_2}{R}
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Para la topología OFF ($u = 0$)

$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{di_1}{d\tau} &= -v_1 - v_2 + V_{in} \\
 C_1 \frac{dv_1}{d\tau} &= i_1 \\
 L_2 \frac{di_2}{d\tau} &= -v_2 \\
 C_2 \frac{dv_2}{d\tau} &= i_1 + i_2 - \frac{v_2}{R}
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Los sistemas de ecuaciones (2.1) y (2.2) que rigen las dos topologías del convertidor SEPIC en MCC , tomando $u \in \{0, 1\}$ se pueden combinar como:

$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{di_1}{d\tau} &= -(1-u)(v_1 + v_2) + V_{in} \\
 C_1 \frac{dv_1}{d\tau} &= (1-u)i_1 - ui_2 \\
 L_2 \frac{di_2}{d\tau} &= uv_1 - (1-u)v_2 \\
 C_1 \frac{dv_2}{d\tau} &= (1-u)(i_1 + i_2) - \frac{v_2}{R}
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Por lo tanto el espacio de estados en el cual evoluciona el sistema que describe el convertidor SEPIC en MCC , es el subconjunto $\mathbb{S}^1 \times \mathbb{R}^4$ (donde \mathbb{S}^1 es el círculo unidad).

Realizando el cambio de variable propuesto en [15]

$$x_1 = \frac{i_1}{V_{in}} \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} \quad x_2 = \frac{v_1}{V_{in}} \quad x_3 = \frac{i_2}{V_{in}} \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} \quad x_4 = \frac{v_2}{V_{in}} \quad t = \frac{\tau}{\sqrt{L_1 C_1}} \tag{2.4}$$

el sistema (2.3) queda expresado en términos de los parámetros $\alpha = \frac{L_2}{L_1}, \beta = \frac{C_2}{C_1}$ y $\gamma = R\sqrt{\frac{C_1}{L_1}}$ en el siguiente modelo simplificado:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= -(1-u)(x_2 + x_4) + 1 \\ \frac{dx_2}{dt} &= (1-u)x_1 - ux_3 \\ \alpha \frac{dx_3}{dt} &= ux_2 - (1-u)x_4 \\ \beta \frac{dx_4}{dt} &= (1-u)(x_1 + x_3) - \frac{x_4}{\gamma}\end{aligned}\tag{2.5}$$

2.1.3. Forma matricial del sistema

El sistema (2.5) lo podemos expresar matricialmente como

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & u-1 & 0 & u-1 \\ 1-u & 0 & -u & 0 \\ 0 & \frac{u}{\alpha} & 0 & \frac{u-1}{\alpha} \\ \frac{1-u}{\beta} & 0 & \frac{1-u}{\beta} & -\frac{1}{\beta\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\tag{2.6}$$

En el sistema (2.5) cuando u varía en $\{0, 1\}$, obtenemos un sistema lineal a trozos que se puede expresar entonces como:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{b}, & \text{si } u = 1 \\ \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}_2 \mathbf{x}(t) + \mathbf{b}, & \text{si } u = 0\end{aligned}\tag{2.7}$$

donde

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\beta\gamma} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\alpha} \\ \frac{1}{\beta} & 0 & \frac{1}{\beta} & -\frac{1}{\beta\gamma} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2.1.4. Solución del Sistema

La solución de cada topología dada en (2.7) con condición inicial $x(t_0)$ y tomando $t \in [t_0, \infty)$ viene dada por

$$\mathbf{x}_i(t) = \phi_i(t-t_0)\mathbf{x}(t_0) + \psi_i(t-t_0)\tag{2.8}$$

donde la solución \mathbf{x}_i esta asociado \mathbf{A}_i cuando $i \in \{1, 2\}$.

además $\phi_i(t-t_0) = e^{\mathbf{A}_i(t-t_0)}$ y $\psi_i(t-t_0) = \int_{t_0}^t e^{\mathbf{A}_i(t-\tau)} \mathbf{b} d\tau$

Teniendo en cuenta cada topología y calculando las exponenciales matriciales, se tiene que:

$$\psi_1(t-t_0) = \mathbf{b}(t-t_0) \quad \text{y} \quad \psi_2(t-t_0) = \mathbf{A}_2^{-1} e^{\mathbf{A}_2(t-t_0)} - \mathbf{I}_4\tag{2.9}$$

donde \mathbf{I}_4 es la matriz identidad 4×4 .

2.2. Dinámica ideal de deslizamiento

Un estudio de las características del sistema de ecuaciones que describen el convertidor SEPIC, sin efectuar control alguno, nos permite establecer las condiciones iniciales mediante las cuales se van a realizar las simulaciones posteriores.

Sea u_{eq} el control equivalente, el cual permitira que el sistema se deslice sobre la superficie de conmutación. Reemplazando u_{eq} en el sistema (2.6) e igualando a cero, se llega al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} 0 & u_{eq} - 1 & 0 & u_{eq} - 1 \\ 1 - u & 0 & -u & 0 \\ 0 & \frac{u_{eq}}{\alpha} & 0 & \frac{u_{eq} - 1}{\alpha} \\ \frac{1 - u_{eq}}{\beta} & 0 & \frac{1 - u_{eq}}{\beta} & -\frac{1}{\beta\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

La solución de este sistema esta dada por:

$$x_1 = \frac{u_{eq}^2}{\gamma(u_{eq} - 1)^2}, \quad x_2 = 1; \quad x_3 = \frac{-u_{eq}}{\gamma(u_{eq} - 1)}, \quad x_4 = \frac{u_{eq}}{1 - u_{eq}} \quad (2.11)$$

Parametrizando de una manera diferente este punto de equilibrio tomando como constante al valor de la tensión de salida x_4 , se obtienen las siguientes relaciones:

$$\bar{x}_1 = \frac{x_4^2}{\gamma}, \quad \bar{x}_2 = 1, \quad \bar{x}_3 = \frac{x_4}{\gamma}, \quad u_{eq} = \frac{x_4}{1 + x_4} \quad (2.12)$$

Observamos a partir de (2.12) que bajo condiciones de no saturación, se debe satisfacer que:

$$0 < u_{eq} < 1$$

Por lo tanto, se sigue que $x_4 \in (0, \infty)$.

Bajo estas condiciones el sistema (2.5) se transforma en el siguiente sistema.

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= \frac{x_1 - x_3 x_4}{1 + x_4} \\ \dot{x}_4 &= \frac{1}{\beta} \left(\frac{x_1 + x_3}{1 + x_4} - \frac{x_4}{\gamma} \right) \end{aligned} \quad (2.13)$$

El punto de equilibrio para el sistema (2.13) está dado por:

$$\bar{x}_2 = 1, \quad \bar{x}_4 = v_2 \quad (2.14)$$

2.3. Modulación de anchura de pulso

La modulación por ancho de pulso PWM (Pulse-Width Modulation) es una técnica que permite variar el ciclo de trabajo de una señal (definido como el tiempo en que

el conmutador se encuentra en la posición ON dividido por el periodo T) con el fin de controlar la tensión de la carga manteniendo fijo el periodo, o de forma equivalente la frecuencia fija. En esta tesis usaremos un modulador PWM (pulso al centro simétrico).

Para un modulador PWM, en un periodo de tiempo T se realizan 2 conmutaciones, de tal manera que un intervalo de tiempo $[nT, (n+1)T]$ queda dividido en tres subintervalos, donde el primero y el último tienen la misma longitud Figura 2.3

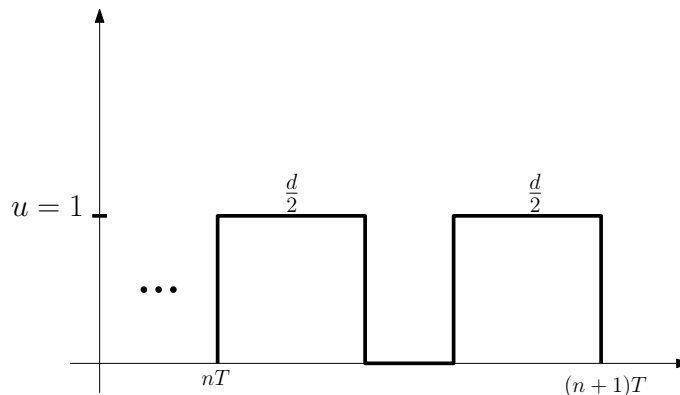


FIGURA 2.3. Pulso al centro simétrico

Las conmutaciones se realizan de acuerdo al esquema $\{1, 0, 1\}$. En general, el ciclo de trabajo varía periodo a periodo debido a la continua conmutación $ON-OFF$. Lo anterior implica que el sistema es T -periódicamente forzado y así la aplicación de Poincaré (que estudiamos en el próximo capítulo) es global y contiene por lo tanto toda la dinámica del sistema.

2.4. Estrategia de dinámica de promediado cero (ZAD)

Después de escoger el esquema de control, debemos decidir como calcular el tiempo en que el sistema debe permanecer en conducción, es decir debemos escoger un criterio que nos permita calcular (periodo a periodo) el ciclo de trabajo d . En este trabajo lo calcularemos utilizando la técnica de control ZAD (Zero Average Dynamics). Esta técnica impone una restricción sobre la variable de control u , para forzar en una superficie de conmutación $s(\mathbf{x}(t))$, una dinámica de promediado cero en estado estacionario en un tiempo de conmutación T .

Esta técnica consiste en:

1. Definir una superficie de conmutación $s(\mathbf{x}(t)) = 0$ en la cual el sistema evolucionará en promedio. En este trabajo usaremos la superficie de conmutación dada por la ecuación:

$$s(\mathbf{x}(t)) = k_1(x_1(t) - x_{1ref}) + k_2(x_2(t) - x_{2ref}) + k_3(x_3(t) - x_{3ref}) + k_4(x_4(t) - x_{4ref}) \quad (2.15)$$

donde $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$, y $x_4(t)$ son las variables de estado, x_{1ref} , x_{2ref} , x_{3ref} y x_{4ref} representan la señal de referencia y k_1 , k_2 , k_3 , y k_4 son parámetros asociados al error entre la señal de salida y la señal de referencia en la superficie de conmutación.

2. Fijar un periodo T .
3. Imponer que s tenga medida cero en el ciclo, esto es:

$$\int_{nT}^{(n+1)T} s(\mathbf{x}(t)) = 0 \quad (2.16)$$

Observese que la expresión (2.15) se puede representar por el siguiente producto de vectores

$$s(\mathbf{x}(t)) = \mathbf{k} \cdot (\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_{ref}) \quad (2.17)$$

donde $\mathbf{k} = [k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4]$ es un vector fila, $\mathbf{x}(t)$ es el vector columna de las variables de estados y \mathbf{x}_{ref} es el vector columna de la señal de referencia.

2.5. Órbitas periódicas

Consideremos un sistema de ecuaciones diferenciales, el cual es autónomo o no autónomo. Una solución a dicho sistema $x(t)$ (caso continuo) o $x(k)$ (caso discreto) es una órbita $1T$ -periódica, si existen constantes $P, T > 0$ tal que:

En el caso continuo.

$$x(t) = x(t + T) \quad \text{para todo } t \quad (2.18)$$

En el caso discreto.

$$x(k) = x(k + P) \quad \text{para todo } k \quad (2.19)$$

Una órbita periódica es una solución para un sistema dinámico, la cual se repite en el tiempo. Un sistema dinámico que exhibe una órbita periódica es llamado a menudo un oscilador.

Una manera de estudiar la estabilidad de las órbitas periódicas es haciendo uso de los multiplicadores característicos, técnica en la que se evalúa el Jacobiano de la aplicación de Poincaré en el punto de equilibrio y se calculan los valores propios λ_i . Los multiplicadores característicos tienen un enfoque de tiempo discreto, es decir, la condición de estabilidad es $|\lambda_i| < 1$.

2.6. Bifurcaciones

Una bifurcación es un fenómeno que ocurre en un sistema dinámico cuando se presenta un cambio cualitativo de su comportamiento como respuesta a la variación de uno o varios de sus parámetros. Este cambio puede hacer que se altere el número de puntos de equilibrio, la característica de las órbitas existentes en el sistema, etc. El valor del parámetro en el cual ocurre una bifurcación se conoce como valor crítico o valor de bifurcación [22]. Las bifurcaciones se clasifican de acuerdo con la forma como se cruza la frontera de estabilidad (línea $Re(\lambda) = 0$ en tiempo continuo y círculo de radio 1 en tiempo discreto) al modificarse el parámetro de una bifurcación seleccionado. Algunos tipos de bifurcación son:

- La bifurcación de doblamiento de periodo se tiene en un sistema a tiempo continuo o bifurcación flip si es de tiempo discreto, cuando un valor propio real cruza la frontera de estabilidad en -1 .
- La bifurcación transcítica. Es aquella en la que dos estados de equilibrio intercambian su estabilidad, aunque no haya destrucción o creación de nuevos estados de equilibrio.
- La bifurcación simétrica o de horquilla. Es aquella en la que un punto fijo se desdobra en dos. Este tipo de bifurcaciones ocurre cuando un punto fijo estable se vuelve inestable y aparecen, al mismo tiempo, dos nuevos puntos fijos estables.
- La Bifurcación de Hopf. Ocurre en sistemas con dos o mas variables de estado cuando un par de valores propios complejos conjugados cruzan la frontera de estabilidad. En sistemas T.D esta bifurcación recibe el nombre de bifurcación de Neimark Saker [8].

2.7. Caos

Caos es un comportamiento aperiódico a largo plazo en un sistema determinístico que presenta sensibilidad a condiciones iniciales [23]. Un sistema presenta caos cuando tiene un atractor extraño, el cual hace que la trayectoria del estado del sistema no se estabilice en puntos fijos o ciclos límite ni diverja a infinito; como resultado la trayectoria se mantendrá moviéndose conforme $t \rightarrow \infty$ de forma aperiódica. A pesar de comportarse aperiódicamente, el caos no es aleatorio, es determinístico: si se conocen las condiciones iniciales del sistema y los parámetros de este, se puede determinar la evolución de una trayectoria. Otra característica importante de un sistema caótico es la dependencia sensible a condiciones iniciales, esto es, cambios pequeños en condiciones iniciales generan cambios drásticos en el comportamiento de las órbitas [19].

2.7.1. Control de caos mediante la técnica FPIC

Control por Inducción al Punto Fijo (FPIC) es una técnica que es usada especialmente en sistemas discretos, la cual se basa en el teorema de continuidad de los valores propios. El control con FPIC ha mostrado ser una técnica versátil, en la medida que puede estabilizar órbitas de periodo uno y superior en sistemas inestables y/o caóticos de una manera simple y sin medición de las variables de estado, como sí requiere la técnica TDAS. En términos generales, la técnica FPIC lo que hace es obligar al sistema a que evolucione al punto fijo del sistema. En este sentido se parte del conocimiento previo del punto fijo o el valor de estado estacionario de la señal de control, bien sea de manera analítica o numérica y con base en él se diseña la estrategia de control.

2.7.2. Control de caos mediante la técnica TDAS

La técnica TDAS llamada así de sus iniciales en inglés Time Delayed Auto-Synchronization, ha sido ampliamente utilizada en el control de sistemas caóticos, desde su diseño a principios de la década de los noventa. El principio de funcionamiento de esta técnica se basa en la aplicación de realimentación de muestras retardadas de la variable a controlar, con el fin de disminuir el esfuerzo de control.

2.8. Exponentes de Lyapunov

Los exponentes de Lyapunov son una herramienta matemática por medio de la cual se puede determinar la velocidad de convergencia o divergencia de dos órbitas de una ecuación diferencial, cuyas condiciones iniciales difieren infinitesimalmente una de la otra. El i -ésimo exponente de Lyapunov viene dado por la expresión:

$$L_i = \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{k} \sum_{n=0}^k \log |\lambda_i(JP(X_n))| \right) \quad (2.20)$$

donde X_n es el n -ésimo valor de la aplicación de Poincaré, JP su jacobiano y λ_i es el i -ésimo valor propio de JP . La presencia de un exponente de Lyapunov positivo en un sistema cuyas trayectorias evolucionan dentro de una zona finita del espacio de estados garantiza comportamiento caótico [5]. Por otro lado, la suma de todos los E. L. en un atractor caótico debe ser negativa [20].

Capítulo 3

Análisis de la dinámica del sistema en el caso $u = \{1, 0, 1\}$

En este capítulo se obtiene una expresión analítica del ciclo de trabajo al hacer una aproximación de la superficie de conmutación mediante rectas a tramos, el cálculo de la aplicación de Poincaré cuando se aplica al sistema la técnica PMWC con esquema de control $\{1, 0, 1\}$ y estrategia ZAD, además se muestran los primeros resultados del desempeño de la técnica ZAD.

3.1. Aproximación de la superficie $s(\mathbf{x}(t))$ por rectas a tramos

Ahora lo que haremos es el cálculo del ciclo del trabajo y de la aplicación de Poincaré, cuando se aplica PWM con centro simétrico. La variable de control u que se usará en el sistema se define de la siguiente forma:

$$u = \begin{cases} 1 & \text{si } nT \leq t \leq nT + \frac{d}{2} \\ 0 & \text{si } nT + \frac{d}{2} \leq t \leq (n+1)T - \frac{d}{2} \\ 1 & \text{si } (n+1)T - \frac{d}{2} \leq t \leq (n+1)T \end{cases} \quad (3.1)$$

La aproximación de $s(\mathbf{x}(t))$ se hace bajo las siguientes suposiciones:

1. La dinámica del error o superficie de conmutación se comporta como una recta a tramos.
2. Las pendientes de la dinámica del error en cada tramo están determinadas por las pendientes calculadas al momento de la conmutación. Esto incluye suponer que la pendiente al inicio del periodo notada como s_1 es la misma al final, es decir, en los tramos comprendidos entre $[nT, nT + \frac{d}{2}]$ y $[(n+1)T - \frac{d}{2}, (n+1)T]$. La pendiente de $s(\mathbf{x}(t))$, s_1 , corresponde a la derivada con respecto al tiempo cuando $u = 1$; en el tramo $[nT + \frac{d}{2}, (n+1)T - \frac{d}{2}]$ la pendiente s_2 corresponde a la derivada de la superficie de conmutación respecto al tiempo para el caso $u = 0$.

La Figura 3.1 muestra esta aproximación.

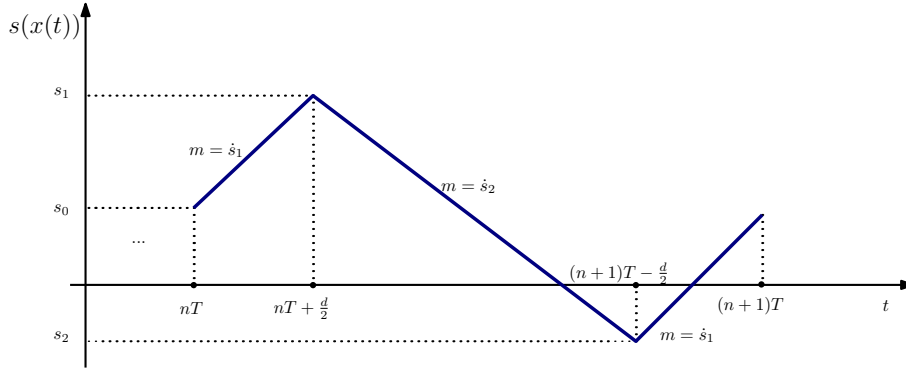


FIGURA 3.1. Aproximación por rectas a tramos de la superficie de conmutación

Como nuestra superficie de conmutación está dada por la ecuación (2.17), tenemos que:

$$\dot{s}(\mathbf{x}(nT)) = \mathbf{k} \cdot \dot{\mathbf{x}}(nT) \quad (3.2)$$

Así de (2.7) cuando $u = 1$ obtenemos:

$$\dot{s}_1(\mathbf{x}(nT)) = \mathbf{k} \cdot [\mathbf{A}_1 \mathbf{x}(nT) + \mathbf{b}] \quad (3.3)$$

y para $u = 0$ obtenemos:

$$\dot{s}_2(\mathbf{x}(nT)) = \mathbf{k} \cdot [\mathbf{A}_2 \mathbf{x}(nT) + \mathbf{b}] \quad (3.4)$$

Por lo tanto la superficie de conmutación $s(\mathbf{x}(t))$ la podemos aproximar en cada intervalo mediante las ecuaciones:

$$s(\mathbf{x}(t)) \approx \dot{s}_1(\mathbf{x}(nT))(t - nT) + s(\mathbf{x}(nT)) \text{ en } [nT, nT + \frac{d}{2}]$$

$$s(\mathbf{x}(t)) \approx \dot{s}_2(\mathbf{x}(nT))(t - nT - \frac{d}{2}) + s(\mathbf{x}(nT + \frac{d}{2})) \text{ en } [nT + \frac{d}{2}, (n+1)T]$$

$$\text{pero como } s(\mathbf{x}(nT + \frac{d}{2})) = \dot{s}_1(\mathbf{x}(nT))\frac{d}{2} + s(\mathbf{x}(nT))$$

se tiene que

$$s(\mathbf{x}(t)) \approx \dot{s}_2(\mathbf{x}(nT))(t - nT - \frac{d}{2}) + \dot{s}_1(\mathbf{x}(nT))\frac{d}{2} + s(\mathbf{x}(nT)) \text{ en } [nT + \frac{d}{2}, (n+1)T]$$

por último para el tramo $[(n+1)T - \frac{d}{2}, (n+1)T]$

$$s(\mathbf{x}(t)) \approx \dot{s}_1(\mathbf{x}(nT))(t + \frac{d}{2} - (n+1)T) + s(\mathbf{x}((n+1)T - \frac{d}{2}))$$

pero como

$$s(\mathbf{x}((n+1)T - \frac{d}{2})) = \dot{s}_2(\mathbf{x}(nT))(T-d) + s(\mathbf{x}(nT + \frac{d}{2}))$$

y

$$s(\mathbf{x}(nT + \frac{d}{2})) = \dot{s}_1(nT)\frac{d}{2} + s(\mathbf{x}(nT))$$

se tiene finalmente

$$s(\mathbf{x}(t)) \approx \dot{s}_2(\mathbf{x}(nT))(T-d) + \dot{s}_1(nT)\frac{d}{2} + s(\mathbf{x}(nT)) + \dot{s}_1(\mathbf{x}(nT))(t + \frac{d}{2} - (n+1)T)$$

en este último tramo.

De lo anterior tenemos que la función f que aproxima $s(\mathbf{x}(t))$, queda definida de la siguiente manera:

$$f(t) = \begin{cases} \dot{s}_1(t - nT) + s_0 & \text{si } nT \leq t \leq nT + \frac{d}{2} \\ \dot{s}_2(t - nT - \frac{d}{2}) + \dot{s}_1\frac{d}{2} + s_0 & \text{si } nT + \frac{d}{2} < t < (n+1)T - \frac{d}{2} \\ \dot{s}_2(T-d) + \dot{s}_1\frac{d}{2} + s_0 + \dot{s}_1(t + \frac{d}{2} - (n+1)T) & \text{si } (n+1)T - \frac{d}{2} \leq t \leq (n+1)T \end{cases} \quad (3.5)$$

3.2. Cálculo del ciclo de trabajo

Para calcular el ciclo de trabajo mediante la técnica ZAD, usamos las expresiones (2.16) y (3.4), de donde:

$$\begin{aligned} \int_{nT}^{(n+1)T} s(X(t)) dt &\approx \int_{nT}^{nT + \frac{d}{2}} (\dot{s}_1(t - nT) + s_0) dt \\ &+ \int_{nT + \frac{d}{2}}^{(n+1)T - \frac{d}{2}} (\dot{s}_2(t - nT - \frac{d}{2}) + \dot{s}_1\frac{d}{2} + s_0) dt \\ &+ \int_{(n+1)T - \frac{d}{2}}^{(n+1)T} (\dot{s}_2(T-d) + \dot{s}_1\frac{d}{2} + s_0 + \dot{s}_1(t + \frac{d}{2} - (n+1)T)) dt \end{aligned} \quad (3.6)$$

Resolviendo la integral dada en (3.6), igualando a cero y resolviendo para d se obtiene que:

$$d = \frac{2s_0 + T\dot{s}_2}{\dot{s}_2 - \dot{s}_1} \quad (3.7)$$

donde d es un número real entre 0 y T , si $d < 0$ o $d > T$ se redefine la expresión (3.5), diciendo que el sistema satura. Para esta situación se hace la siguiente elección en cada periodo:

$$d = \begin{cases} 0 & \text{si } d \leq 0 \\ T & \text{si } d \geq T \end{cases} \quad (3.8)$$

En (3.7), $s_0 = s(\mathbf{x}(nT))$, $s_1 = s_1(\mathbf{x}(nT))$ y $s_2 = s_2(\mathbf{x}(nT))$.

3.2.1. Ciclo de trabajo en estado estacionario

En estado estacionario, la señal de entrada en el sistema sigue la señal de referencia, para este trabajo la señal de referencia es constante e igual al vector

$$\mathbf{x}_{ref} = \begin{bmatrix} x_{1ref} \\ x_{2ref} \\ x_{3ref} \\ x_{4ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x_{4ref}^2}{\gamma} \\ 1 \\ x_{4ref} \\ \gamma \\ x_{4ref} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Remplazando (3.9) en (3.7), obtenemos la expresión para el ciclo de trabajo d^* en estado estacionario

$$\begin{aligned} d^* &= \frac{T \left(\frac{k_2 x_{4ref}^2}{\gamma} - k_1 - k_1 x_{4ref} + k_1 - \frac{k_3 x_{4ref}}{\gamma} + \frac{k_4 x_{4ref}^2}{\gamma} + \frac{k_4 x_{4ref}}{\gamma} - \frac{k_4 x_{4ref}}{\gamma} \right)}{\left(k_2 x_1 - k_1 (x_2 + x_4 - 1) - \frac{k_3 x_4}{\alpha} + \frac{k_4}{\beta} (x_1 + x_3 + \frac{x_4}{\gamma}) \right) - \left(k_1 - k_2 x_3 + \frac{k_3 x_2}{\alpha} - \frac{k_4 x_4}{\beta \gamma} \right)} \\ &= \frac{T x_{4ref} \left(\frac{k_2 x_{4ref}}{\gamma} - k_1 - \frac{k_3}{\alpha} + \frac{k_4 x_{4ref}}{\beta \gamma} \right)}{(x_{4ref} + 1) \left(\frac{k_2 x_{4ref}}{\gamma} - k_1 - \frac{k_3}{\alpha} + \frac{k_4 x_{4ref}}{\beta \gamma} \right)} \\ &= T \frac{x_{4ref}}{1 + x_{4ref}} \end{aligned} \quad (3.10)$$

3.3. Aplicación de Poincaré

La aplicación de Poincaré es una discretización del sistema, tomando un punto cada periodo. En esta sección calcularemos una expresión analítica para la aplicación de Poincaré del SEPIC controlado con PWM $\{1, 0, 1\}$ y técnica ZAD. Además utilizaremos la aplicación para encontrar expresiones analíticas de las órbitas $1T$ -periódicas y $2T$ -periódicas, considerando los casos en que el ciclo de trabajo toma los valores entre 0 y T .

3.3.1. Cálculo de la Aplicación de Poincaré

Consideremos la condición inicial $\mathbf{x}(nT)$ y calculemos el ciclo de trabajo $d(\mathbf{x}(nT)) = d_0$. Si $d_0 \in (0, T)$ entonces, si evaluamos la solución del sistema cuando $u = 1$ en el tiempo $t = nT + \frac{d_0}{2}$ tenemos:

$$\mathbf{x}_1 \left(nT + \frac{d_0}{2} \right) = \phi_1 \left(\frac{d_0}{2} \right) \mathbf{x}(nT) + \psi_1 \left(\frac{d_0}{2} \right) \quad (3.11)$$

Ahora tomando como condición la obtenida en (3.11) y evaluamos la solución del sistema cuando $u = 0$ en el tiempo $t = (n+1)T - \frac{d_0}{2}$ se tiene

$$\mathbf{x}_2 \left((n+1)T - \frac{d_0}{2} \right) = \phi_2 (T - d_0) \mathbf{x}_1 \left(nT + \frac{d_0}{2} \right) + \psi_2 (T - d_0) \quad (3.12)$$

Ahora tomamos como condición la obtenida en (3.12) y evaluamos la solución del sistema cuando $u = 1$ en el tiempo $t = (n + 1)T$ y obtenemos:

$$\mathbf{x}_3((n + 1)T) = \phi_1\left(\frac{d_0}{2}\right) \mathbf{x}_2\left((n + 1)T - \frac{d_0}{2}\right) + \psi_1\left(\frac{d_0}{2}\right) \quad (3.13)$$

Finalmente expresando $\mathbf{x}_3((n + 1)T)$ en términos de $\mathbf{x}(nT)$ se obtiene:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_3((n + 1)T) = \phi_1\left(\frac{d_0}{2}\right) \phi_2(T - d_0) \phi_1\left(\frac{d_0}{2}\right) \mathbf{x}(nT) + \phi_1\left(\frac{d_0}{2}\right) \phi_2(T - d_0) \psi_1\left(\frac{d_0}{2}\right) \\ + \phi_1\left(\frac{d_0}{2}\right) \psi_2(T - d_0) + \psi_1\left(\frac{d_0}{2}\right) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Si continuamos el proceso, se obtiene de esta forma una sucesión de puntos del plano $X_{n+1} = \mathbf{P}(\mathbf{x}_n, d_n)$, donde d_n es el ciclo de trabajo definido en (3.7) y determinado con \mathbf{x}_n . Así, la aplicación de Poincaré si $d_n \in (0, T)$ queda definida como:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(\mathbf{x}_n, d_n) = \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \phi_2(T - d_n) \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \mathbf{x}(nT) + \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \phi_2(T - d_n) \psi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \\ + \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \psi_2(T - d_n) + \psi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \end{aligned} \quad (3.15)$$

Cuando el ciclo de trabajo satura procedemos como sigue:

1. Si $d_n = 0$, la aplicación de Poincaré queda determinada por:

$$\mathbf{P}(\mathbf{x}_n, d_n) = \phi_2(T) \mathbf{x}(nT) + \psi_2(T) \quad (3.16)$$

2. si $d_n = T$, la aplicación de Poincaré queda determinada por:

$$\mathbf{P}(\mathbf{x}_n, d_n) = \phi_1(T) \mathbf{x}(nT) + \psi_1(T) \quad (3.17)$$

Por lo tanto, las expresiones (3.15), (3.16) y (3.17) definen la aplicación de Poincaré para el esquema $\{1, 0, 1\}$

3.4. Desempeño de la técnica ZAD

En esta sección mostraremos los primeros resultados numéricos del comportamiento de las variables de estado del sistema y del ciclo de trabajo cuando se estudia la dinámica del convertidor SEPIC al aplicar la estrategia ZAD de pulso al centro simétrico. La simulación del sistema se hace cuando el SEPIC es un elevador y para cuando es un reductor. En esta simulación se han mantenido fijo los parámetros k_i , $i = 1, 2, 3, 4$ asociados a la superficie de conmutación, $T = 0.18$, $\alpha = 0.2683$, $\gamma = 3.5583$, $\beta = 0.7021$, $x_{4ref} = 0.44$ cuando el SEPIC es un reductor y $x_{4ref} = 2$ cuando es un elevador. Es de tener en cuenta que el ciclo de trabajo se encuentra normalizado y las líneas rojas de algunos gráficos representan valores de referencias.

En las figuras 3.2, 3.4 y 3.5 se simuló el convertidor SEPIC como un reductor.

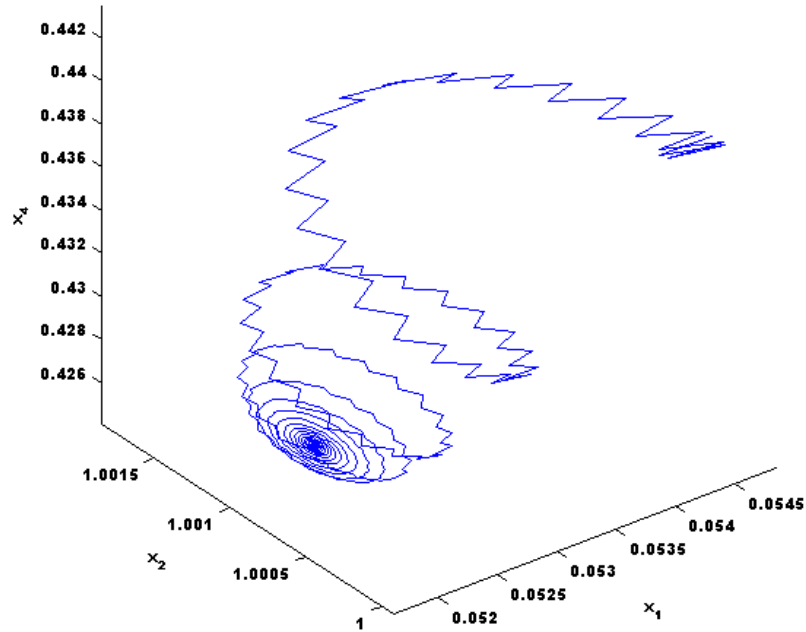


FIGURA 3.2. Evolución del sistema del SEPIC como un reductor

En las figuras 3.2 y 3.3 tenemos la proyecciones del retrato de fases en \mathbb{R}^3 . Podemos notar como el sistema evoluciona a un punto fijo estable.

La Figura 3.4 que son las proyecciones de las variables de estado, muestra que el sistema tiene un buen comportamiento de regulación tanto para la tensión como para la corriente.

Observese que :

$$\begin{aligned}
 |0.0544 - 0.0024| &= 0.0520 \\
 |1.0000 - 1.0006| &= 0.0006 \\
 |0.1236 - 0.1208| &= 0.0028 \\
 |0.4400 - 0.3786| &= 0.0614
 \end{aligned}
 \tag{3.18}$$

lo cual nos da un error relativo de 4.4 %, 0.06 %, 2.26 % y 2.79 % para las tensiones y las corrientes respectivamente.

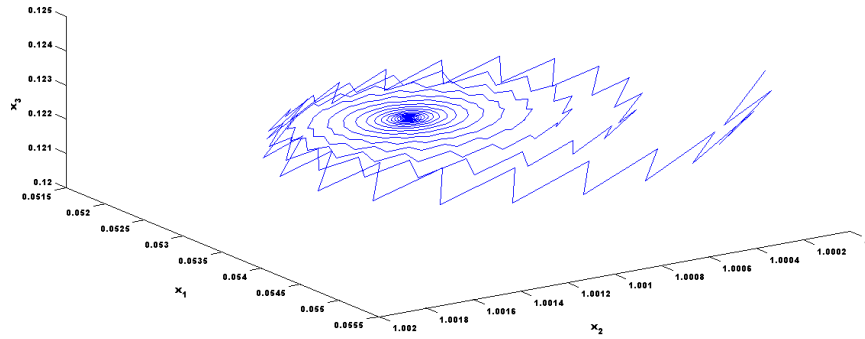
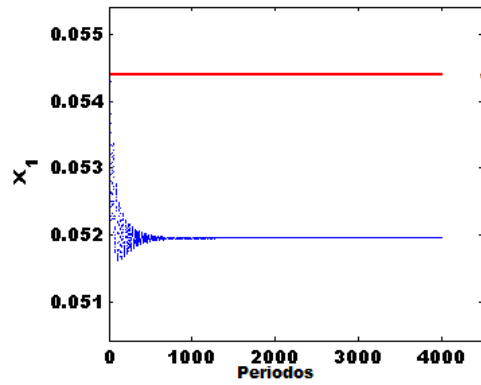
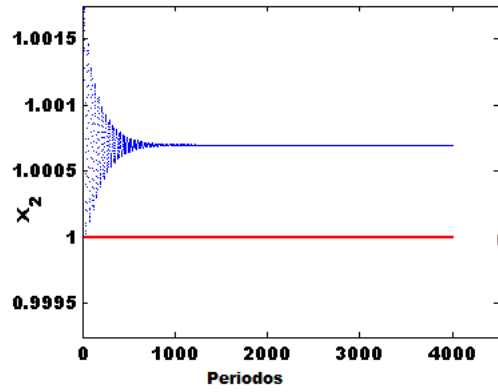


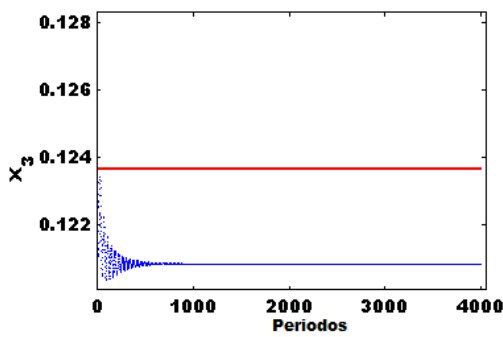
FIGURA 3.3. Evolución del sistema del SEPIC como un reductor



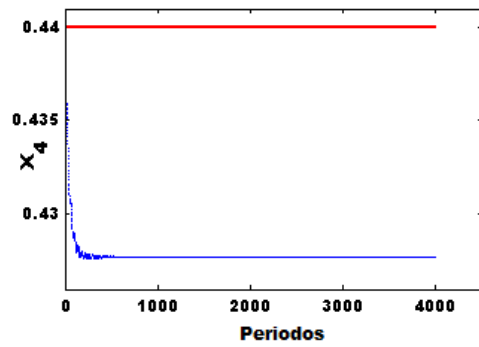
(A) x_1 vs Periodos de muestreo



(B) x_2 vs Periodos de muestreo



(C) x_3 vs Periodos de muestreo



(D) x_4 vs Periodos de muestreo

FIGURA 3.4. Evolución de las variables de estado del SEPIC como un reductor (azul) y los valores de referencia (rojo)

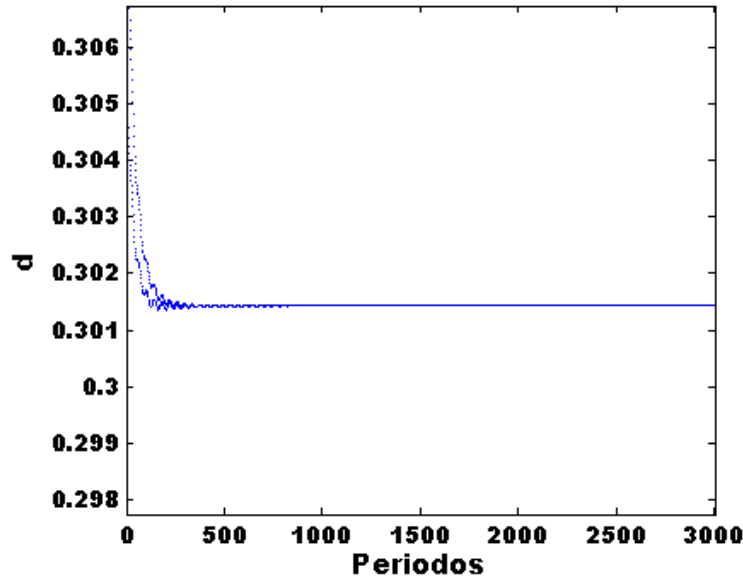
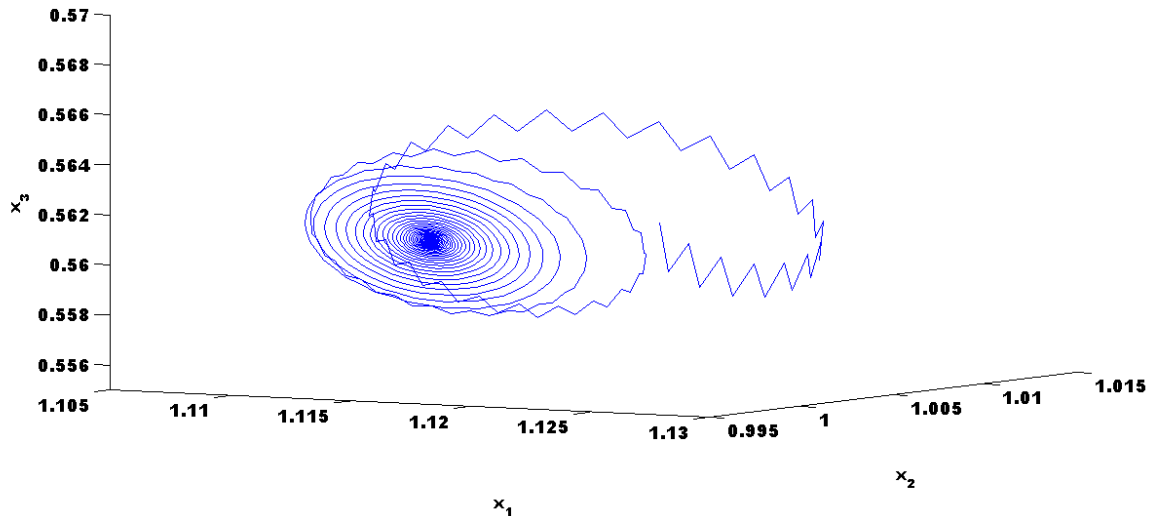


FIGURA 3.5. Evolución del ciclo de trabajo del SEPIC como un reductor

En la Figura 3.5 tenemos el ciclo de trabajo que se estabiliza después de 450 interacciones hacia el valor 0.3014.

En las figuras 3.2, 3.4 y 3.5 se ha tomado $k_1 = 25$, $k_2 = -15$, $k_3 = 30$ y $k_4 = -10$.

Las figuras 3.6, 3.8 y 3.9 muestra el desempeño de la estrategia ZAD cuando se simula el SEPIC como un elevador.

FIGURA 3.6. Diagrama retrato de fase $x_1x_2x_3$. Evolución del sistema del SEPIC como un elevador

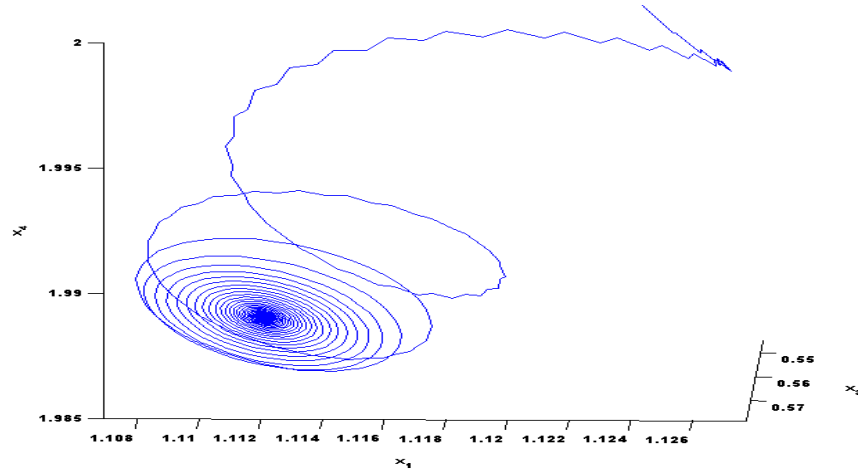


FIGURA 3.7. Diagrama retrato de fase $x_1x_3x_4$. Evolución del sistema del SEPIC como un elevador

En las figuras 3.6 y 3.7, tenemos la proyecciones del retrato de fases en \mathbb{R}^3 . Podemos notar como el sistema evoluciona a un punto fijo estable.

La Figura 3.8 que son las proyecciones de las variables de estado, muestra que el sistema tiene un buen comportamiento de regulación tanto para la tensión como para la corriente.

Aunque el estudio de esta tesis no se trata de buscar condiciones bajo las cuales una configuración específica de parámetros, da origen a un sistema regulado, podemos notar que:

$$\begin{aligned}
 |1.1241 - 1.1118| &= 0.0123 \\
 |1.0000 - 1.0035| &= 0.0035 \\
 |0.5621 - 0.5605| &= 0.0016 \\
 |2.0000 - 1.9873| &= 0.0127
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

lo cual nos da un error relativo de 1.09 %, 0.35 %, 0.28 % y 0.63 % para las tensiones y las corrientes respectivamente.

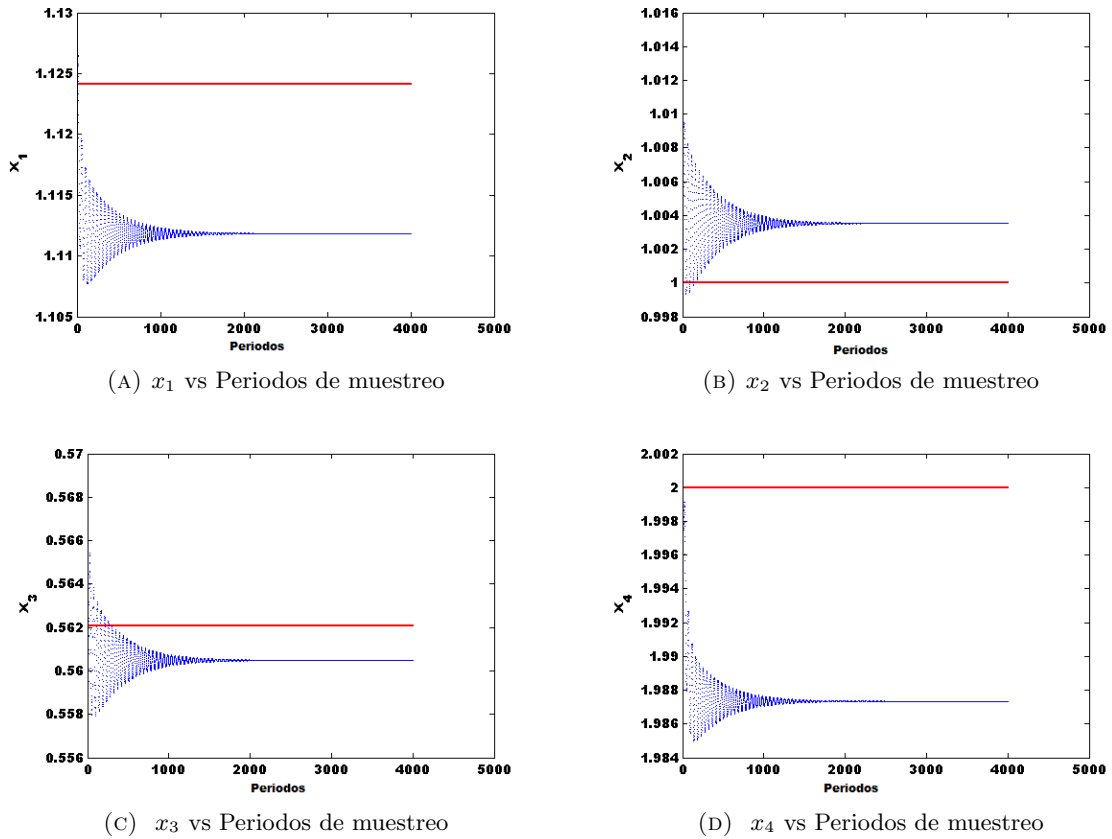


FIGURA 3.8. Evolución de las variables de estado del SEPIC como un elevador (azul) y los valores de referencia (rojo)

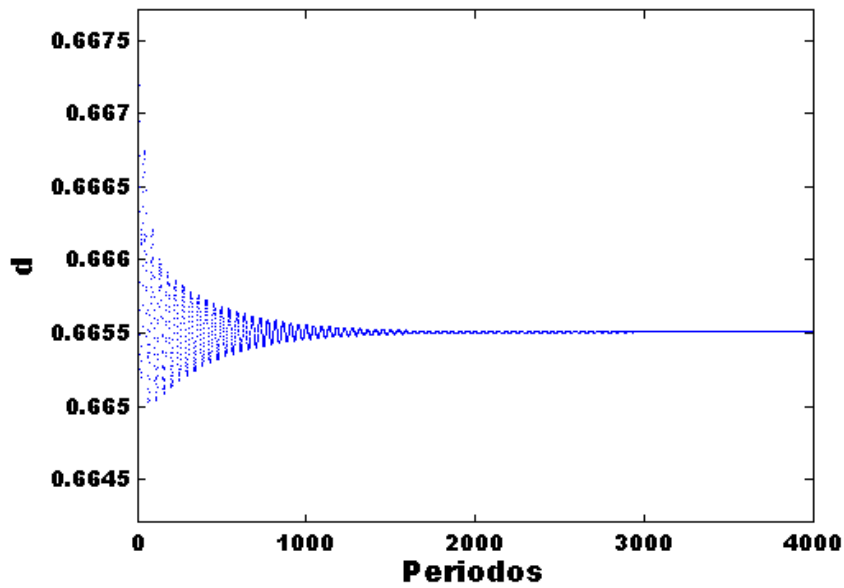


FIGURA 3.9. Comportamiento del ciclo trabajo del SEPIC como un elevador

En la Figura 3.9 tenemos el ciclo de trabajo que se estabiliza después de 1000 interacciones hacia el valor 0.6655.

En las figuras 3.6, 3.8 y 3.9 se ha escogido $k_1 = -2$, $k_2 = 1$, $k_3 = -6$ y $k_4 = 2.5$.

Capítulo 4

Existencia y Estabilidad de Órbitas Periódicas

En este capítulo se encuentran las condiciones de forma analítica para la existencia de las órbitas $1T$ -periódicas y $2T$ -periódica y se determina su estabilidad mediante los valores propios de la matriz Jacobiana de la aplicación de Poincaré. Además se caracterizan los diferentes tipos de bifurcaciones suaves y no suaves encontradas en el sistema.

4.1. Órbitas $1T$ -periódicas

Para determinar las órbitas periódicas del sistema (2.5), haremos uso de las expresiones del mapa de Poincaré (3.15), (3.16) y (3.17), las cuales corresponde a sus puntos fijos. Supongamos en primer lugar que $d_n \in (0, T)$, entonces tenemos que la aplicación de Poincaré viene dada por la expresión (3.15), así que si \mathbf{x}_0 es un punto fijo del sistema, $\mathbf{x}_0 = \mathbf{P}(\mathbf{x}_0, d)$, es decir $\mathbf{x}(nT) = \mathbf{x}_3((n+1)T)$. Haciendo uso de esta consideración se tiene que:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(nT) = \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \mathbf{x}(nT) + \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \psi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \\ + \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \psi_2 (T - d_n) + \psi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \end{aligned} \quad (4.1)$$

Ahora de (4.1) se obtiene

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(nT) - \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \mathbf{x}(nT) = \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \psi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \\ + \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \psi_2 (T - d_n) + \psi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \end{aligned} \quad (4.2)$$

lo cual podemos escribir como

$$\left[\mathbf{I}_4 - \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \right] \mathbf{x}(nT) = \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \psi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) + \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \psi_2 (T - d_n) + \psi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \quad (4.3)$$

En este punto tenemos que la existencia de las órbitas $1T$ -periódicas está restringida a la existencia de la inversa de la matriz $\mathbf{H} = \left[\mathbf{I}_4 - \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \right]$, pero sabemos del análisis funcional que si el radio espectral de la matriz $\phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right)$ es menor que 1, entonces la matriz \mathbf{H} es invertible, para mirar esto fijamos una condición inicial, se tiene entonces que la matriz $\phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right)$ queda en función de los parámetros γ , α y β . Si fijamos $T = 0.18$, $\alpha = 0.2683$, $\beta = 0.7021$ y variamos γ en el intervalo $(0.01, 7)$ se obtiene que el radio espectral de la matriz en mención es menor que 1, con lo cual se tiene que la matriz \mathbf{H} es invertible, tal como se muestra en la Figura 4.1

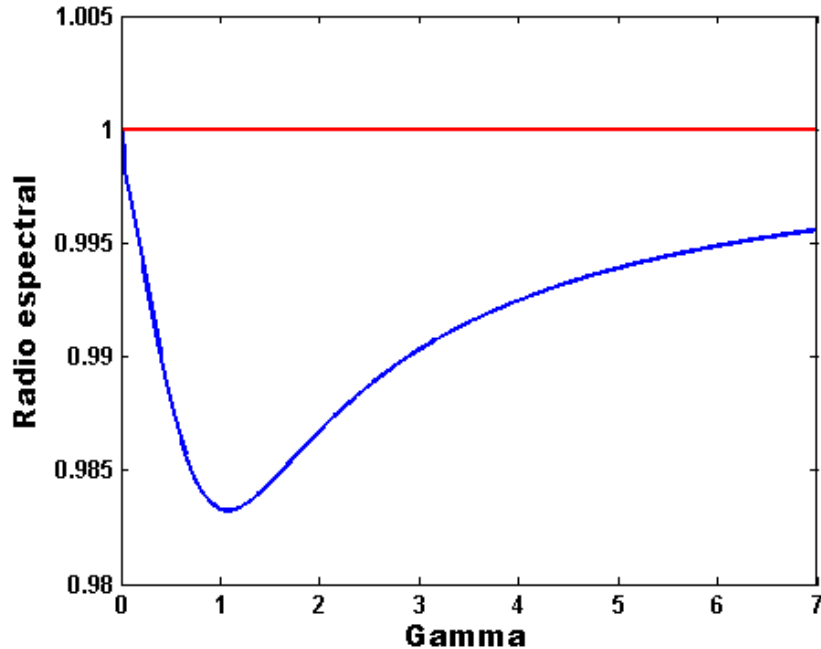


FIGURA 4.1. Variación del radio espectral en función de γ .

Por lo tanto teniendo que la matriz \mathbf{H} es invertible, la expresión analítica que nos permite determinar los puntos fijos donde se dan las órbitas 1 -periódicas es:

$$\mathbf{x}(nT) = \left[\mathbf{I}_4 - \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \right]^{-1} \cdot \left[\phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) + \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) + \psi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \right] \quad (4.4)$$

Cuando hay saturación, las expresiones que determinan los puntos fijos donde hay órbitas $1T$ -periódicas son:

1. Si $d_n = 0$

$$\mathbf{x}(nT) = [\mathbf{I}_4 - \phi_2(T)]^{-1} \psi_2(T) \quad (4.5)$$

2. Si $d_n = T$

$$\mathbf{x}(nT) = [\mathbf{I}_4 - \phi_1(T)]^{-1} \psi_1(T) \quad (4.6)$$

El radio espectral de la matriz $\phi_1(T)$, es justamente 1, así que la fórmula dada en 2. no es aplicable. Nótese que en el caso 1., la existencia (condición suficiente) de órbitas $1T$ -periódicas depende únicamente del valor que tomen en T las funciones ϕ_2 , ψ_2 .

4.2. Órbitas $2T$ -periódicas

4.2.1. Órbitas $2T$ -periódicas no saturadas

Para este caso los ciclos de trabajo d_n y $\tilde{d}_n \in (0, T)$. Supongamos que $\{\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1\}$ son puntos de la órbita 2-periódica no saturada, entonces a partir de (3.15) se tiene que:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_1((n+1)T) = & \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \phi_2(T - d_n) \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \mathbf{x}_0(nT) + \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \phi_2(T - d_n) \psi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \\ & + \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \psi_2(T - d_n) + \psi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \end{aligned} \quad (4.7)$$

También se tiene que:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_2((n+2)T) = & \phi_1\left(\frac{\tilde{d}_n}{2}\right) \phi_2(T - \tilde{d}_n) \phi_1\left(\frac{\tilde{d}_n}{2}\right) \mathbf{x}_1((n+1)T) \\ & + \phi_1\left(\frac{\tilde{d}_n}{2}\right) \phi_2(T - \tilde{d}_n) \psi_1\left(\frac{\tilde{d}_n}{2}\right) + \phi_1\left(\frac{\tilde{d}_n}{2}\right) \psi_2(T - \tilde{d}_n) + \psi_1\left(\frac{\tilde{d}_n}{2}\right) \end{aligned} \quad (4.8)$$

Como debe ocurrir un 2 ciclo se debe tener que $\mathbf{x}_0(nT) = \mathbf{x}_2((n+2)T)$ por lo tanto

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_0(nT) = & \phi_1\left(\frac{\tilde{d}_n}{2}\right) \phi_2(T - \tilde{d}_n) \phi_1\left(\frac{\tilde{d}_n}{2}\right) \mathbf{x}_1((n+1)T) \\ & + \phi_1\left(\frac{\tilde{d}_n}{2}\right) \phi_2(T - \tilde{d}_n) \psi_1\left(\frac{\tilde{d}_n}{2}\right) + \phi_1\left(\frac{\tilde{d}_n}{2}\right) \psi_2(T - \tilde{d}_n) + \psi_1\left(\frac{\tilde{d}_n}{2}\right) \end{aligned} \quad (4.9)$$

Remplazando $\mathbf{x}_1((n+1)T)$ en (4.9) obtenemos

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_0(nT) = & \phi_1\left(\frac{\tilde{d}_n}{2}\right) \phi_2(T - \tilde{d}_n) \phi_1\left(\frac{\tilde{d}_n}{2}\right) \cdot \left[\phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \phi_2(T - d_n) \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \mathbf{x}_0(nT) \right. \\ & \left. + \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \phi_2(T - d_n) \psi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) + \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \psi_2(T - d_n) + \psi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \right] \\ & + \phi_1\left(\frac{\tilde{d}_n}{2}\right) \phi_2(T - \tilde{d}_n) \psi_1\left(\frac{\tilde{d}_n}{2}\right) + \phi_1\left(\frac{\tilde{d}_n}{2}\right) \psi_2(T - \tilde{d}_n) + \psi_1\left(\frac{\tilde{d}_n}{2}\right) \end{aligned} \quad (4.10)$$

reagrupando y trasponiendo se obtiene

$$\begin{aligned}
& \left[\mathbf{I}_4 - \phi_1 \left(\frac{\tilde{d}_n}{2} \right) \phi_2 (T - \tilde{d}_n) \phi_1 \left(\frac{\tilde{d}_n}{2} \right) \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \right] \cdot \mathbf{x}_0(nT) = \\
& \left[\phi_1 \left(\frac{\tilde{d}_n}{2} \right) \phi_2 (T - \tilde{d}_n) \phi_1 \left(\frac{\tilde{d}_n}{2} \right) \right] \left[\phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \psi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \right. \\
& \left. + \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \psi_2 (T - d_n) + \psi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \right] + \phi_1 \left(\frac{\tilde{d}_n}{2} \right) \phi_2 (T - \tilde{d}_n) \psi_1 \left(\frac{\tilde{d}_n}{2} \right) \\
& + \phi_1 \left(\frac{\tilde{d}_n}{2} \right) \psi_2 (T - \tilde{d}_n) + \psi_1 \left(\frac{\tilde{d}_n}{2} \right)
\end{aligned} \tag{4.11}$$

si hacemos

$$\begin{aligned}
\mathbf{M} &= \phi_1 \left(\frac{\tilde{d}_n}{2} \right) \phi_2 (T - \tilde{d}_n) \phi_1 \left(\frac{\tilde{d}_n}{2} \right) \\
\mathbf{N} &= \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \\
\mathbf{Q} &= \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \psi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) + \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \psi_2 (T - d_n) + \psi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \\
\mathbf{R} &= \phi_1 \left(\frac{\tilde{d}_n}{2} \right) \phi_2 (T - \tilde{d}_n) \psi_1 \left(\frac{\tilde{d}_n}{2} \right) + \phi_1 \left(\frac{\tilde{d}_n}{2} \right) \psi_2 (T - \tilde{d}_n) + \psi_1 \left(\frac{\tilde{d}_n}{2} \right)
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Así la condición inicial para la existencia de las órbitas $2T$, viene dada por:

$$\mathbf{x}_0(nT) = (\mathbf{I}_4 - \mathbf{MN})^{-1} \mathbf{MQ} + \mathbf{R} \tag{4.13}$$

4.2.2. Órbitas $2T$ -periódicas semi-saturadas

Estas se presentan cuando en la aplicación de Poincaré le corresponde dos ciclos el cual uno pertenece al intervalo $(0, T)$ y el otro satura en T .

Supongamos que $\{\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1\}$ corresponde al 2-ciclo, por tanto tenemos que si $d_n \in (0, T)$

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}_1((n+1)T) &= \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \mathbf{x}_0(nT) + \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \psi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \\
&+ \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \psi_2 (T - d_n) + \psi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right)
\end{aligned} \tag{4.14}$$

ahora si $\tilde{d}_n = T$, por la expresión 3.17 tenemos que

$$\mathbf{x}_2((n+2)T) = \phi_1(T) \mathbf{x}((n+1)T) + \psi_1(T) \tag{4.15}$$

Como se debe tener que $\mathbf{x}_0(nT) = \mathbf{x}((n+2)T)$, entonces

$$\mathbf{x}_0(nT) = \phi_1(T) \mathbf{x}((n+1)T) + \psi_1(T) \tag{4.16}$$

Remplazando $\mathbf{x}((n+1)T)$ en (4.16)

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_0(nT) = & \phi_1(T) \left[\phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \phi_2(T-d_n) \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \mathbf{x}_0(nT) \right. \\ & \left. + \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \phi_2(T-d_n) \psi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) + \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \psi_2(T-d_n) + \psi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \right] + \psi_1(T) \end{aligned} \quad (4.17)$$

Trasponiendo términos se tiene

$$\begin{aligned} \left[I_4 - \phi_1(T) \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \phi_2(T-d_n) \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \right] \mathbf{x}_0(nT) = \\ \phi_1(T) \left[\phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \phi_2(T-d_n) \psi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) + \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \psi_2(T-d_n) + \psi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \right] + \psi_1(T) \end{aligned} \quad (4.18)$$

Si hacemos

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \phi_1(T) \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \phi_2(T-d_n) \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \\ \mathbf{N} &= \phi_1(T) \left[\phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \phi_2(T-d_n) \psi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) + \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \psi_2(T-d_n) + \psi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \right] + \psi_1(T) \end{aligned} \quad (4.19)$$

obtenemos condiciones iniciales para la existencia de órbitas $2T$ -periódicas semi-saturadas

$$\mathbf{x}_0(nT) = (\mathbf{I}_4 - \mathbf{M})\mathbf{N} \quad (4.20)$$

4.2.3. Órbitas $2T$ -periódicas saturadas

Estas órbitas corresponden a los ciclos de orden 2 de la aplicación de Poincaré cuyos ciclos de trabajo son saturados en 0 y en T .

Supongamos nuevamente que los puntos a los cuales corresponde el 2-ciclo son $\{\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_2\}$.

De (3.16) y (3.17) se sigue que

$$\mathbf{x}_1((n+1)T) = \phi_2(T) \mathbf{x}(nT) + \psi_2(T) \quad (4.21)$$

y

$$\mathbf{x}_2((n+2)T) = \phi_1(T) \mathbf{x}_1((n+1)T) + \psi_1(T) \quad (4.22)$$

haciendo $\mathbf{x}_0(nT) = \mathbf{x}_2((n+2)T)$ se tiene

$$\mathbf{x}_0(nT) = \phi_1(T) (\phi_2(T) \mathbf{x}(nT) + \psi_2(T)) + \psi_1(T) \quad (4.23)$$

Aquí puede observarse que esta condición inicial depende del periodo únicamente.

4.3. Estabilidad de las órbitas periódicas

En esta sección se hace un análisis detallado de la estabilidad de las órbitas $1T$ -periódicas haciendo uso de los multiplicadores característicos. La idea es hallar la matriz Jacobiana de la aplicación de Poincaré y evaluarla en los puntos fijos de dicha aplicación. Es conocido que si los valores propios de la Jacobiana evaluada en los puntos de equilibrio, están dentro del círculo unidad (frontera de estabilidad), entonces la órbita $1T$ -periódica es estable, y si existe un valor propio fuera del círculo unidad, entonces la órbita $1T$ -periódica es inestable.

4.3.1. Jacobiano de la aplicación de Poincaré

Al determinar el Jacobiano de la aplicación de Poincaré debemos tener en cuenta que esta se encuentra definida por tres casos:

1. Si $d_n \in (0, T)$, la aplicación de Poincaré viene dada por la expresión (3.15), aplicándole la regla de la cadena tenemos que:

$$\mathcal{J}\mathbf{P} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{x}_n} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial d_n} \frac{\partial d_n}{\partial \mathbf{x}_n} \quad (4.24)$$

de (3.15) tenemos que

$$\frac{\partial P}{\partial \mathbf{x}_n} = \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2(T - d_n) \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \quad (4.25)$$

de (2.8) y (2.9) se tiene que

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_1}{\partial d_n} &= \frac{1}{2} \mathbf{A}_1 e^{\mathbf{A}_1 \frac{d_n}{2}} = \frac{1}{2} \mathbf{A}_1 \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial d_n} &= -\mathbf{A}_2 e^{\mathbf{A}_2(T-d_n)} = -\mathbf{A}_2 \phi_2(T - d_n) \\ \frac{\partial \psi_1}{\partial d_n} &= \frac{1}{2} \mathbf{b} \\ \frac{\partial \psi_2}{\partial d_n} &= -e^{\mathbf{A}_2(T-d_n)} \mathbf{b} = -\phi_2(T - d_n) \mathbf{b} \end{aligned} \quad (4.26)$$

Ahora haciendo

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2(T - d_n) \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \\ \mathbf{N} &= \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2(T - d_n) \psi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \\ \mathbf{Q} &= \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \psi_2(T - d_n) + \psi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \end{aligned} \quad (4.27)$$

tenemos que

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial d_n} &= \frac{\partial \phi_1}{\partial d_n} \phi_2 (T - d_n) \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) - \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \frac{\partial \phi_2}{\partial d_n} \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \\
&\quad + \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \frac{\partial \phi_1}{\partial d_n} \\
\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial d_n} &= \frac{\partial \phi_1}{\partial d_n} \phi_2 (T - d_n) \psi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) + \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \frac{\partial \phi_2}{\partial d_n} \psi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \\
&\quad + \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \frac{\partial \psi_1}{\partial d_n} \\
\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial d_n} &= \frac{\partial \phi_1}{\partial d_n} \psi_2 (T - d_n) + \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \frac{\partial \psi_2}{\partial d_n} \\
&\quad + \frac{\partial \psi_1}{\partial d_n}
\end{aligned} \tag{4.28}$$

sustituyendo las expresiones correspondientes de (4.26) en (4.28) obtenemos

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial d_n} &= \frac{1}{2} \mathbf{A}_1 \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) - \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \mathbf{A}_2 \phi_2 (T - d_n) \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \\
&\quad + \frac{1}{2} \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \mathbf{A}_1 \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \\
\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial d_n} &= \frac{1}{2} \mathbf{A}_1 \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \psi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) - \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \mathbf{A}_2 \phi_2 (T - d_n) \psi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \\
&\quad + \frac{1}{2} \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \mathbf{b} \\
\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial d_n} &= \frac{1}{2} \mathbf{A}_1 \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \psi_2 (T - d_n) - \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \mathbf{b} + \frac{1}{2} \mathbf{b}
\end{aligned} \tag{4.29}$$

de donde se tiene

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial d_n} = \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial d_n} \mathbf{x}_n + \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial d_n} + \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial d_n} \tag{4.30}$$

Sea $\mathbf{x}_n = (x_1^n, x_2^n, x_3^n, x_4^n)^T$ de modo que:

$$\frac{\partial d_n}{\partial \mathbf{x}_n} = \left[\frac{\partial d_n}{\partial x_1^n}, \frac{\partial d_n}{\partial x_2^n}, \frac{\partial d_n}{\partial x_3^n}, \frac{\partial d_n}{\partial x_4^n} \right]^T \tag{4.31}$$

ahora bien, de (3.6) tenemos:

$$\frac{\partial d_n}{\partial x_i^n} = \frac{(2 \frac{\partial s}{\partial x_i^n} + T \frac{\partial \dot{s}_2}{\partial x_i^n})(\dot{s}_2 - \dot{s}_1) - (2\dot{s} + T\dot{s}_2)(\frac{\partial \dot{s}_2}{\partial x_i^n} - \frac{\partial \dot{s}_1}{\partial x_i^n})}{(\dot{s}_2 - \dot{s}_1)^2} \tag{4.32}$$

de (2.17),

$$\frac{\partial s}{\partial x_i^n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{e}_i \tag{4.33}$$

de (3.3)

$$\frac{\partial \dot{s}_1}{\partial x_i^n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{A}_1 \mathbf{e}_i. \quad (4.34)$$

De (3.4)

$$\frac{\partial \dot{s}_2}{\partial x_i^n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{A}_2 \mathbf{e}_i. \quad (4.35)$$

para $i = 1, 2, 3, 4$, y además los \mathbf{e}_i son los vectores canónicos de \mathbb{R}^4 .

De (3.2) y (3.3) si hacemos $D = \dot{s}_2 - \dot{s}_1$ nos resulta:

$$D = \dot{s}_2 - \dot{s}_1 = \mathbf{k} \cdot (\mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_1) \mathbf{x}_n \quad (4.36)$$

igualmente de (4.34) con (4.35) resulta:

$$\frac{\partial \dot{s}_2}{\partial x_i^n} - \frac{\partial \dot{s}_1}{\partial x_i^n} = \mathbf{k} \cdot (\mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_1) \mathbf{e}_i. \quad (4.37)$$

y de (4.33) con (4.35) queda:

$$2 \frac{\partial s}{\partial \mathbf{x}_i^n} - \frac{\partial \dot{s}_2}{\partial \mathbf{x}_i^n} = 2\mathbf{k} \cdot \mathbf{e}_i - T\mathbf{k} \cdot \mathbf{A}_2 \mathbf{e}_i = \mathbf{k} \cdot [2\mathbf{I}_4 + T\mathbf{A}_2] \mathbf{e}_i \quad (4.38)$$

si hacemos

$$E = 2s + T\dot{s}_2 \quad (4.39)$$

y remplazando en (4.31) obtenemos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial d_n}{\partial x_1^n} &= \frac{\mathbf{k} \cdot [(2\mathbf{I}_4 + T\mathbf{A}_2)D - E(\mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_1)] \mathbf{e}_1}{D^2} \\ \frac{\partial d_n}{\partial x_2^n} &= \frac{\mathbf{k} \cdot [(2\mathbf{I}_4 + T\mathbf{A}_2)D - E(\mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_1)] \mathbf{e}_2}{D^2} \\ \frac{\partial d_n}{\partial x_3^n} &= \frac{\mathbf{k} \cdot [(2\mathbf{I}_4 + T\mathbf{A}_2)D - E(\mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_1)] \mathbf{e}_3}{D^2} \\ \frac{\partial d_n}{\partial x_4^n} &= \frac{\mathbf{k} \cdot [(2\mathbf{I}_4 + T\mathbf{A}_2)D - E(\mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_1)] \mathbf{e}_4}{D^2} \end{aligned} \quad (4.40)$$

así se tiene que:

$$\frac{\partial d_n}{\partial \mathbf{x}_n} = \frac{1}{D^2} \begin{bmatrix} \mathbf{k} \cdot [(2\mathbf{I}_4 + T\mathbf{A}_2)D - E(\mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_1)] \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{k} \cdot [(2\mathbf{I}_4 + T\mathbf{A}_2)D - E(\mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_1)] \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{k} \cdot [(2\mathbf{I}_4 + T\mathbf{A}_2)D - E(\mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_1)] \mathbf{e}_3 \\ \mathbf{k} \cdot [(2\mathbf{I}_4 + T\mathbf{A}_2)D - E(\mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_1)] \mathbf{e}_4 \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

2. Si $d_n = 0$, la aplicación de Poincaré viene dada por la relación (3.16) y la matriz Jacobiana está dada por

$$J\mathbf{P} = \phi_2(T) \quad (4.42)$$

3. Si $d_n = T$ la aplicación de Poincaré está dada por la relación (3.17) y en este caso la matriz Jacobiana viene dada por

$$JP = \phi_1(T) \quad (4.43)$$

A continuación mostramos en las figuras 4.2 y 4.3, la variación del radio espectral de la matriz jacobiana de la aplicación de Poincaré dados por la ecuación (4.24), evaluada en los puntos de equilibrio dada por (4.4). Los valores donde los parámetros pasan de ser menor que uno a mayor o igual a uno, son llamados puntos de bifurcación. (PB)

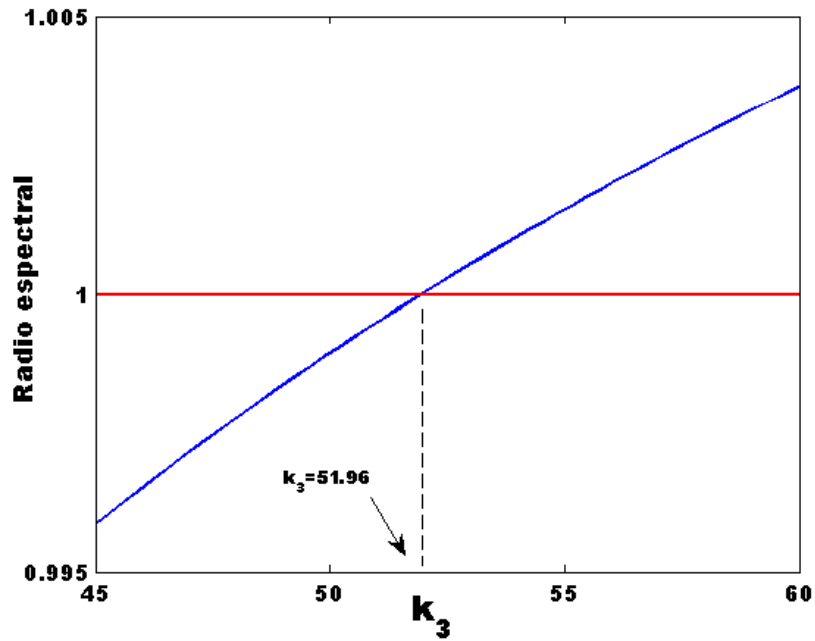


FIGURA 4.2. Diagrama de estabilidad órbita $1T$ -periódica, radio espectral vs parámetro k_3

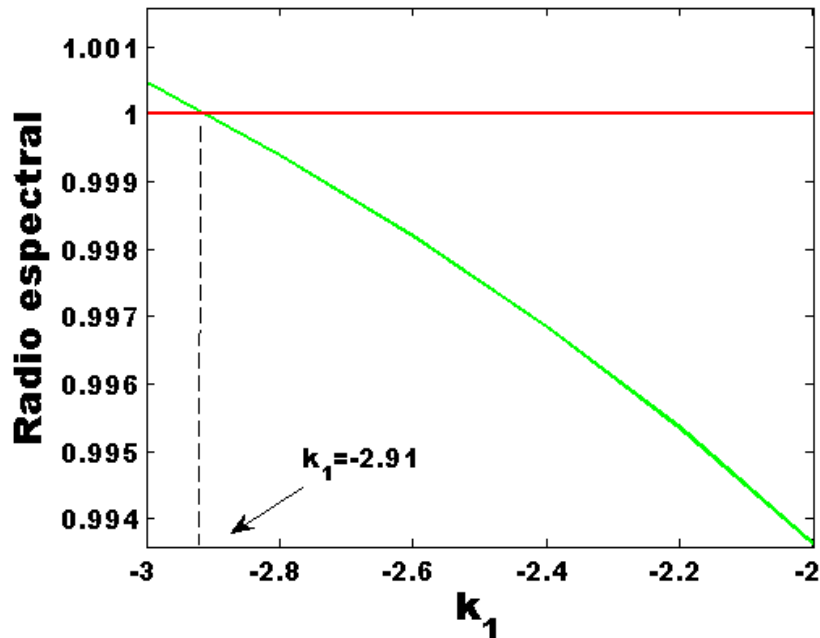


FIGURA 4.3. Diagrama de estabilidad órbita $1T$ -periódica, radio espectral vs parámetro k_1

4.4. Bifurcaciones

En esta sección se presenta el análisis del cambio cualitativo del convertidor SEPIC, al variar los parámetros asociados a la superficie de conmutación. En el capítulo anterior se establecieron unos valores específicos a partir de los cuales el sistema experimenta un cambio en la estabilidad de sus órbitas periódicas. Estos cambios son cualitativos, por lo tanto, se dice que el sistema experimenta una bifurcación justo en el valor de dicho parámetro.

Para caracterizar el tipo de bifurcación presente, haremos uso de los diagramas de bifurcación los cuales surgen de la aplicación de Poincaré dadas por las relaciones (3.15), (3.16) y (3.17), y de los valores propios de la matriz Jacobiana evaluada en los puntos de equilibrio del sistema.

4.4.1. Tipo Flip

La simulación que describimos a continuación se presenta cuando consideramos al SEPIC como reductor, además tomamos como valores de referencia $(0.0544 \ 1 \ 0.1237 \ 0.44)^T$.

Las figuras 4.4 y 4.5 muestran una configuración de los parámetros k_1 , k_2 , k_3 y k_4 para los cuales la órbita $1T$ -periódica se vuelve inestable, lo cual indica un punto de bifurcación. El punto de interés encuentra cuando $k_3 \in [40, 60]$.

Los diagramas de estas figuras fueron obtenidos al variar k_3 en el rango especificado y $k_1 = 25$, $k_2 = -15$ y $k_4 = -10$, representan las proyecciones de la discretización de

la solución del sistema, el cual tiene como variables x_1, x_2, x_3 y x_4 .

Revisando los valores propios de la matriz Jacobiana asociada a la aplicación de Poincaré en la Tabla 4.1 y observando la Figura 4.6, tenemos que la bifurcación que se obtiene es de tipo Flip [18], dado que uno de estos valores pasa de ser estable a inestable cruzando por -1 , para un valor del parámetro $k_3 \approx 51.96$.

Este tipo de bifurcaciones se caracteriza por un doblamiento de periodo, esto quiere decir que el sistema pasa de tener una órbita $1T$ -periódica a tener órbitas $2T$ -periódicas.

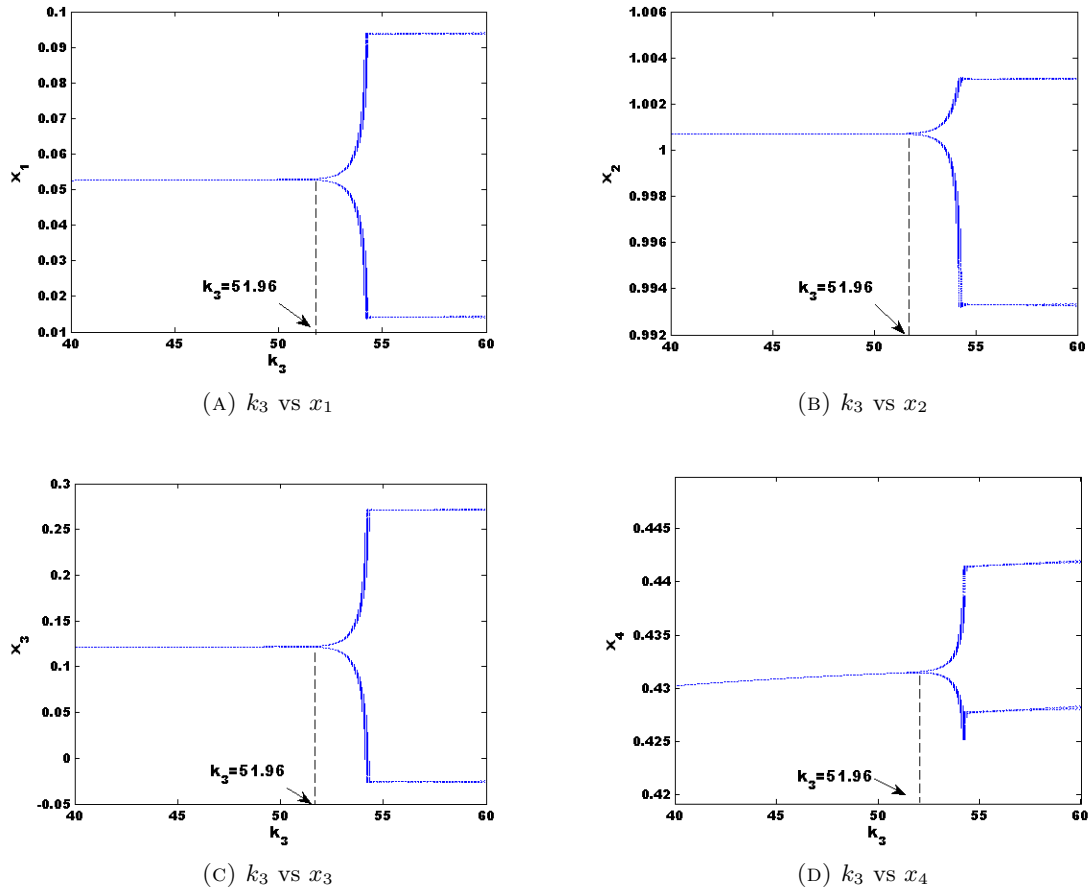
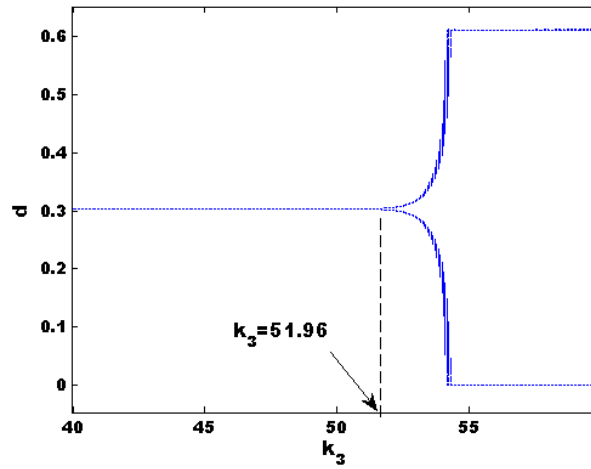
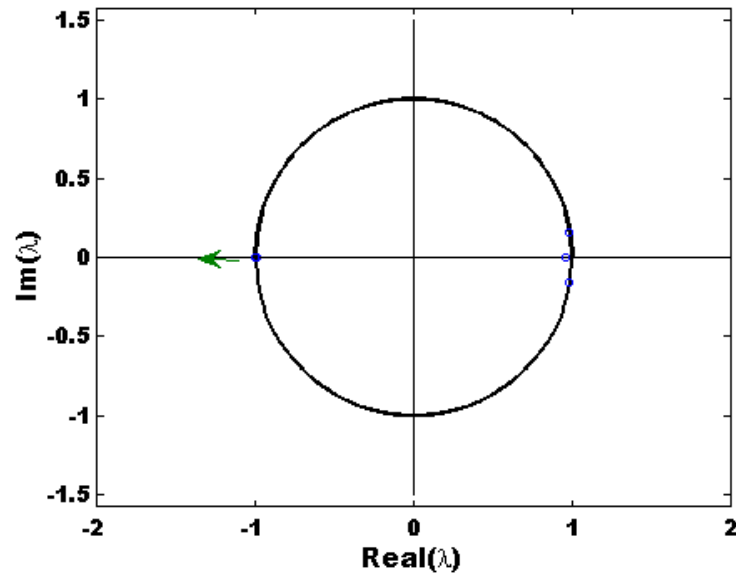
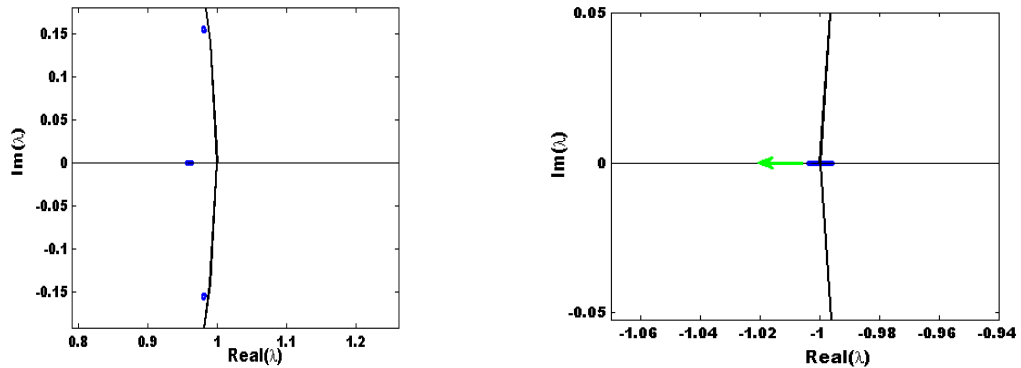


FIGURA 4.4. Diagramas de bifurcaciones del SEPIC considerado como un reductor

FIGURA 4.5. Diagrama bifurcación k_3 vs d

k_3	λ_1	$\lambda_{2,3}$	λ_4
51.40	-0.9997017	$0.9810675 \pm 0.1549923i$	0.9596831
51.58	-0.9997980	$0.9810708 \pm 0.1549582i$	0.9595960
51.76	-0.9998937	$0.9810741 \pm 0.1549244i$	0.9595094
51.94	-0.9999889	$0.9810774 \pm 0.1548908i$	0.9594232
52.12	-1.0000834	$0.9810807 \pm 0.1548574i$	0.9593375
52.30	-1.0001774	$0.9810841 \pm 0.1548243i$	0.9592522

TABLA 4.1. Valores propios de la aplicación de Poincaré cerca del límite de estabilidad al variar k_3

FIGURA 4.6. Evolución de los valores propios en el círculo unitario al variar k_3 FIGURA 4.7. Ampliación del círculo unitario al variar k_3

4.4.2. Tipo de Neimark- Sacker

El análisis que hacemos a continuación corresponde a la simulación del SEPIC como un elevador, hemos tomado como valores de referencia $(1.1241 \ 1 \ 0.5621 \ 2)^T$. Podemos ver en la Figura 4.3 que al variar k_1 en el intervalo $[-10, -2]$, se presenta un PB en $k_1 = -2.42$. En los diagramas de las figuras 4.9 y 4.8 vemos un cambio en la dinámica del sistema característico de una bifurcación tipo Neimark-Sacker. Para determinar si es este tipo de bifurcación, examinaremos la evolución de los valores propios de la matriz Jacobiana del mapa de Poincaré.

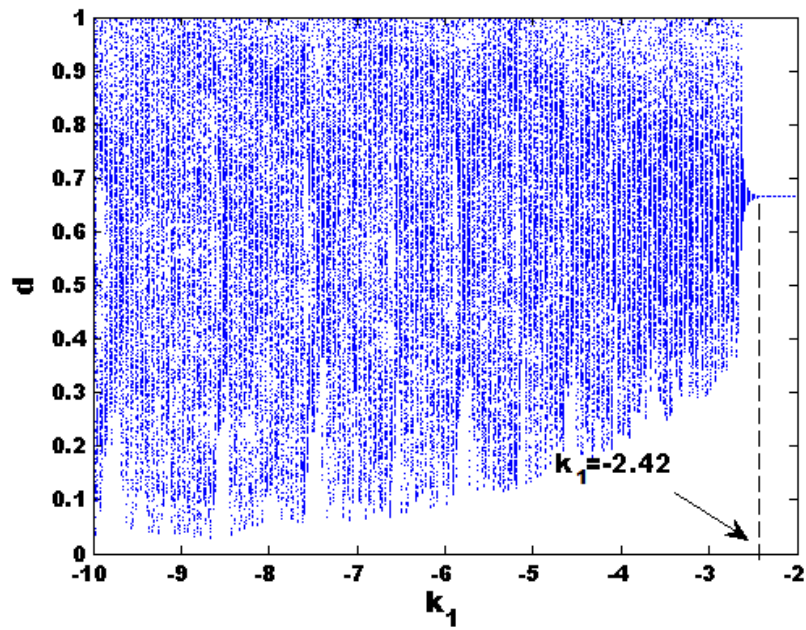
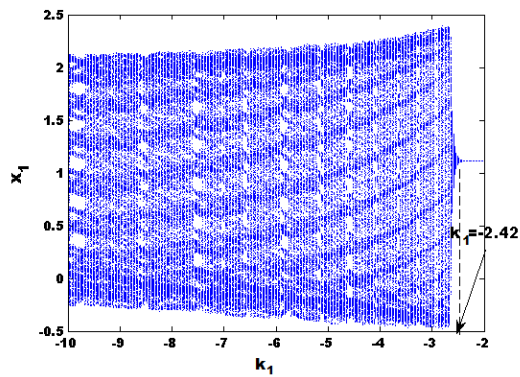
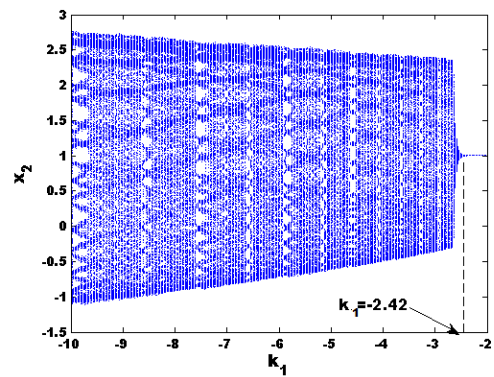


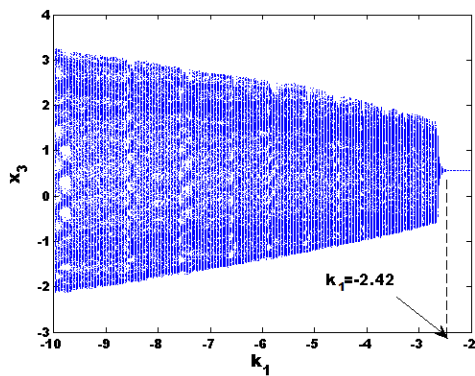
FIGURA 4.8. Diagrama bifurcación k_1 vs d



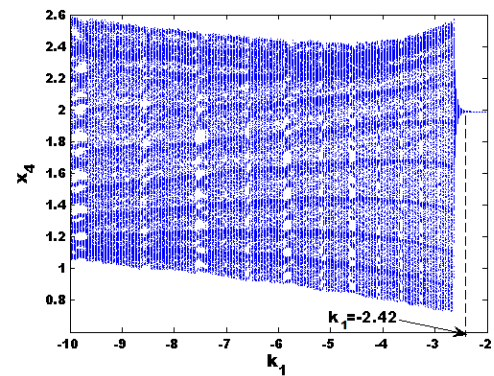
(A) k_1 vs x_1



(B) k_1 vs x_2



(C) k_1 vs x_3



(D) k_1 vs x_4

FIGURA 4.9. Diagramas de bifurcaciones del SEPIC considerado como un elevador

Observamos en la Tabla 4.2 y en la Figura 4.10 que los valores propios complejos y conjugados de la aplicación de Poincaré cercanos a el PB su módulo se aproxima a 1, que caracteriza la bifurcación presente.

k_1	λ_1	$\lambda_{2,3}$	λ_4
-3.0	-0.9801450	$0.9918601 \pm 0.1470864i$	0.9578669
-2.75	-0.9792980	$0.9911053 \pm 0.1447314i$	0.9609254
-2.5	-0.9784397	$0.9902238 \pm 0.14230085i$	0.9642632
-2.25	-0.9775713	$0.98919458 \pm 0.1397985i$	0.9679218
-2.0	-0.9766952	$0.9879920 \pm 0.1372327i$	0.9719496

TABLA 4.2. Valores propios de la aplicación de Poincaré cerca del límite de estabilidad al variar k_1

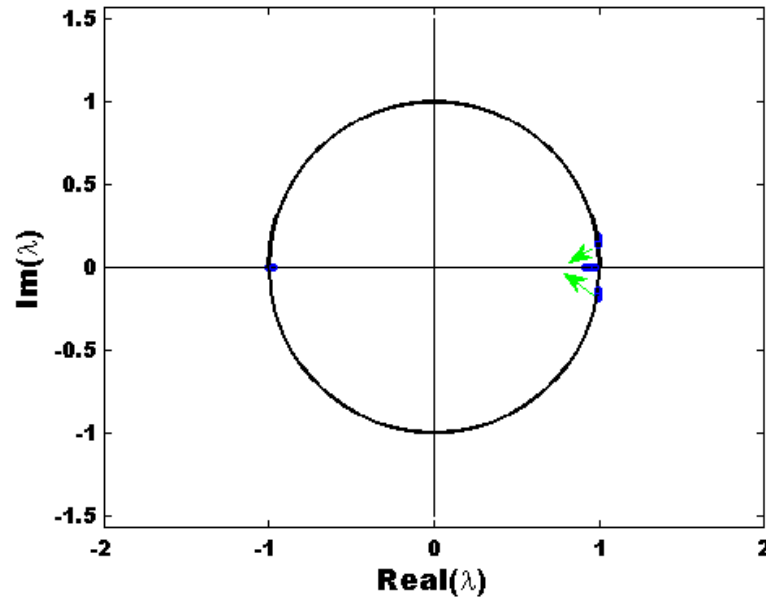
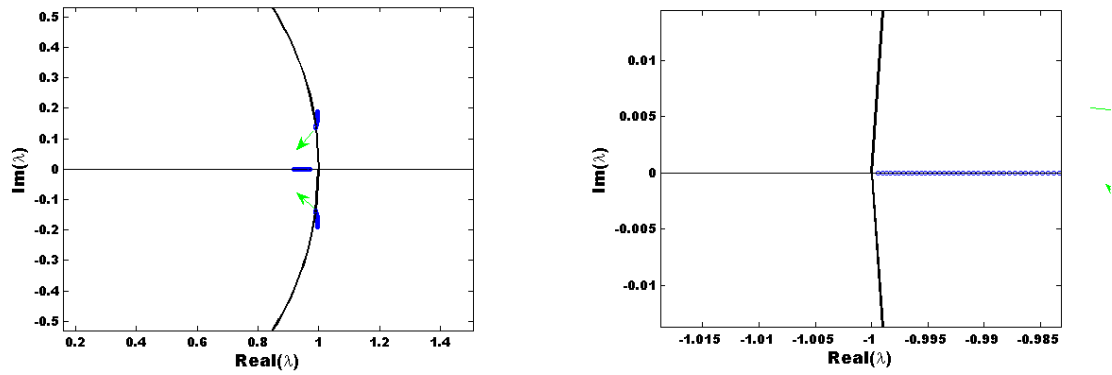


FIGURA 4.10. Evolución de los valores propios en el círculo unitario al variar k_1

FIGURA 4.11. Ampliación del círculo unitario al variar k_1

4.4.3. Adición de periodo

Las bifurcaciones que analizaremos ahora son de tipo no lineal, un tipo particular de estas son las conocidas como fenómeno de adición de periodo, este tipo de bifurcaciones han sido estudiadas en los sistemas dinámicos asociados a los convertidores de potencia de orden dos como es el *boost*.

Las simulaciones correspondiente a las figuras 4.13 y 4.12 se hicieron tomando los valores de $k_1 = -10$, $k_2 = 5$, $k_4 = 5$, $\alpha = 1.4$, $\beta = 0.3$ y $\gamma = 0.74$ y muestran que entre una órbita de periodo m y una de periodo n existe una órbita de periodo $m + n$.

La Figura 4.13 nos muestran que todas estas órbitas son saturadas, es decir, ninguno de los ciclos pertenecen al intervalo $(0, T)$.

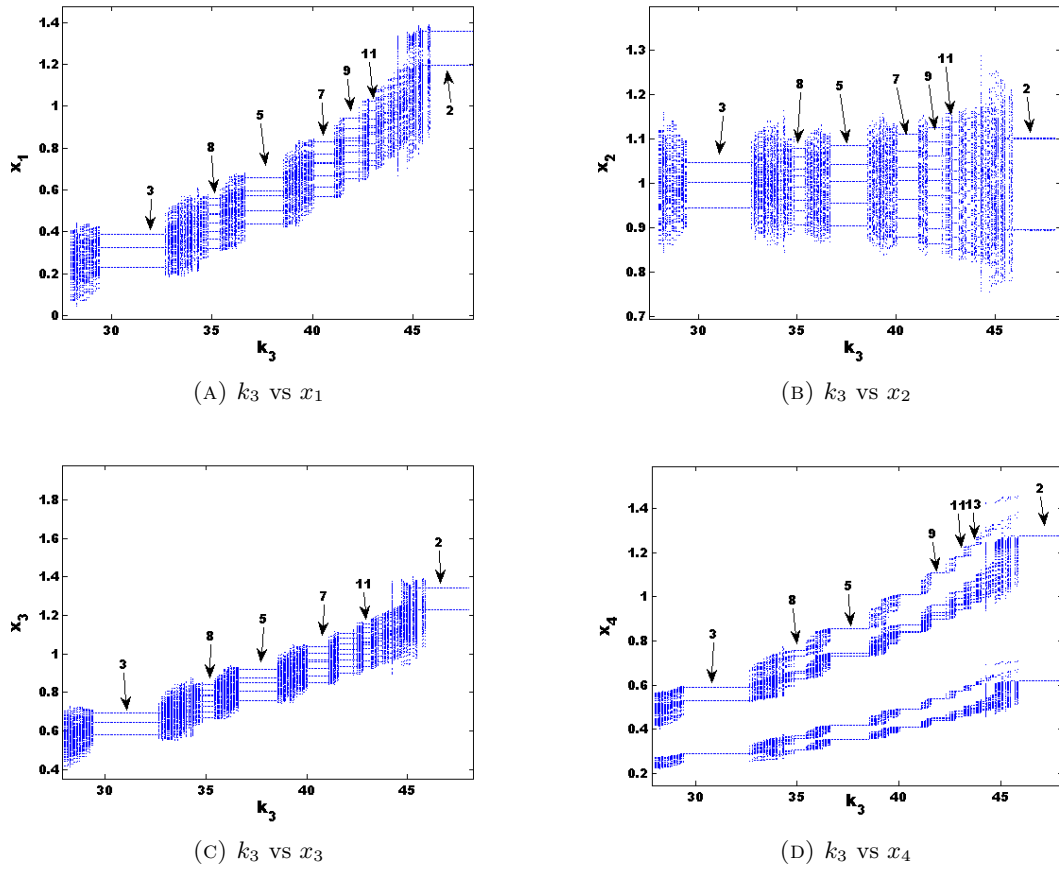


FIGURA 4.12. Fenómeno de adición de periodo

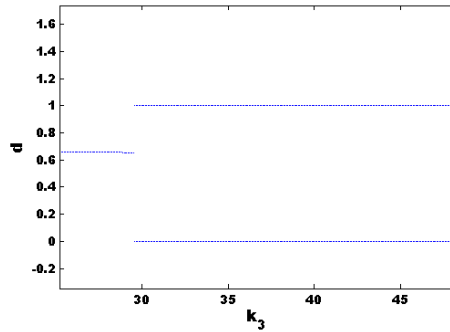


FIGURA 4.13. Fenómeno de adición de periodo k_3 vs d

A continuación se presenta un resultado que caracteriza regiones de bifurcaciones del espacio tetra-paramétrico. Como consecuencia de esto, se tiene que en un cierto diagrama cuatro paramétrico se almacena toda la dinámica del convertidor SEPIC. Si \mathbf{x}_n representa la condición inicial en el intervalo $[nT, (n + 1)T]$, el ciclo de trabajo en ese intervalo lo

escribiremos, en lo que sigue, como $d = d(\mathbf{x}_n, k_1, k_2, k_3, k_4)$. Así, la ecuación 3.7 queda de la forma:

$$d(\mathbf{x}_n, k_1, k_2, k_3, k_4) = \frac{2s_0(\mathbf{x}_n) + T\dot{s}_2(\mathbf{x}_n)}{\dot{s}_2(\mathbf{x}_n) - \dot{s}_1(\mathbf{x}_n)} \quad (4.44)$$

Teorema 4.1. *Sea Π el espacio 4-paramétrico $k_1 \times k_2 \times k_3 \times k_4$ asociado al ciclo de trabajo $d(k_1, k_2, k_3, k_4)$. Fijemos un punto $(k_1^*, k_2^*, k_3^*, k_4^*)$ en Π y consideremos el conjunto $\Gamma = \{(k_1, k_2, k_3, k_4) \in \Pi : (k_1, k_2, k_3, k_4) = t(k_1^*, k_2^*, k_3^*, k_4^*), t \in \mathbb{R}\}$. Entonces, si $(k_1, k_2, k_3, k_4) \in \Gamma$ y \mathbf{x}_0 es una condición inicial, se tiene que la dinámica del sistema para los puntos del conjunto Γ es la misma, esto es $d(\mathbf{x}_0, k_1, k_2, k_3, k_4) = d(\mathbf{x}_0, k_1^*, k_2^*, k_3^*, k_4^*)$.*

Demostración. Si $\mathbf{k} = (k_1, k_2, k_3, k_4) \in \Gamma$ entonces $\mathbf{k} = t\mathbf{k}^*$, donde $\mathbf{k}^* = (k_1^*, k_2^*, k_3^*, k_4^*)$. Dada una condición inicial \mathbf{x}_0 , se tiene que:

$$\begin{aligned} d(\mathbf{x}_0, \mathbf{k}) &= \frac{2s(\mathbf{x}_0) + T\dot{s}_2(\mathbf{x}_0)}{\dot{s}_2(\mathbf{x}_0) - \dot{s}_1(\mathbf{x}_0)} = \frac{2\mathbf{k} \cdot (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_{ref}) + T\mathbf{k} \cdot (\mathbf{A}_2\mathbf{x}_0 + \mathbf{b})}{\mathbf{k} \cdot (\mathbf{A}_2\mathbf{x}_0 + \mathbf{b}) - \mathbf{k} \cdot (\mathbf{A}_1\mathbf{x}_0 + \mathbf{b})} \\ &= \frac{\mathbf{k} \cdot [2(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_{ref}) + T(\mathbf{A}_2\mathbf{x}_0 + \mathbf{b})]}{\mathbf{k} \cdot (\mathbf{A}_2\mathbf{x}_0 - \mathbf{A}_1\mathbf{x}_0)} = \frac{t\mathbf{k}^* \cdot [2(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_{ref}) + T(\mathbf{A}_2 + \mathbf{b})]}{t\mathbf{k}^* \cdot (\mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_1)\mathbf{x}_0} \\ &= \frac{\mathbf{k}^* \cdot [2(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_{ref}) + T \cdot (\mathbf{A}_2 + \mathbf{b})]}{\mathbf{k}^* \cdot (\mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_1)\mathbf{x}_0} = d(\mathbf{x}_0, \mathbf{k}^*). \end{aligned} \quad (4.45)$$

Así

$$d(\mathbf{x}_0, k_1, k_2, k_3, k_4) = d(\mathbf{x}_0, k_1^*, k_2^*, k_3^*, k_4^*). \quad \square$$

El Teorema 4.1 nos muestra que la dinámica del sistema es la misma al tomar condiciones iniciales sobre una misma recta que pasa por el origen del espacio tetra dimensional $k_1 \times k_2 \times k_3 \times k_4$.

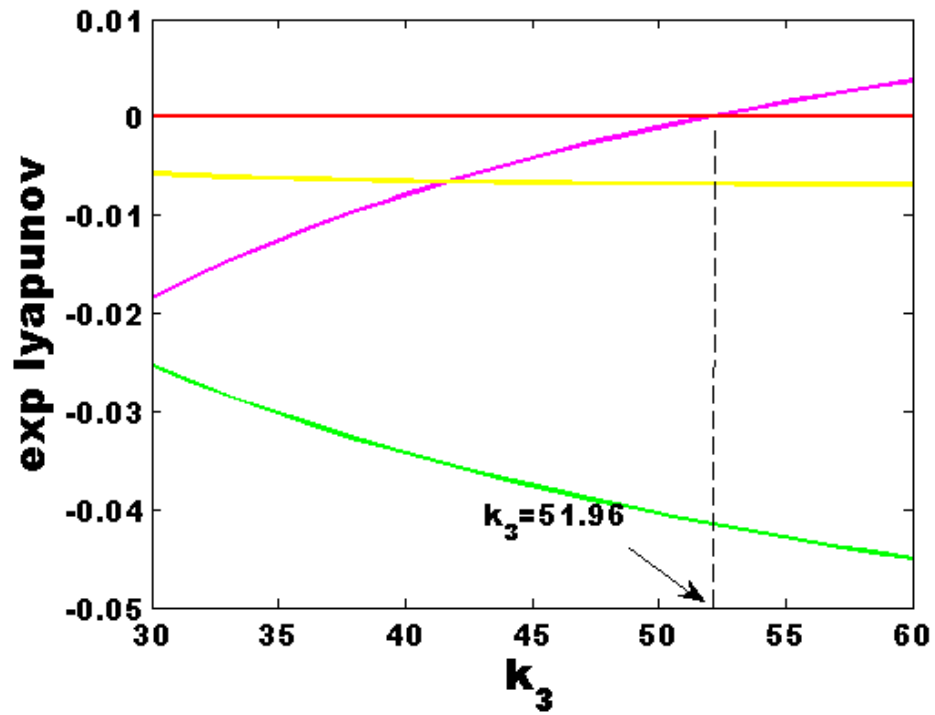
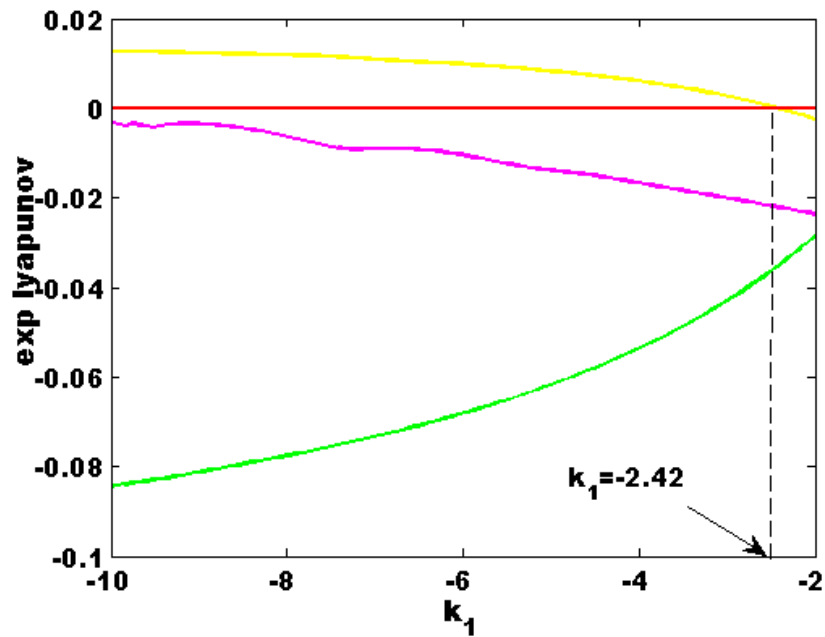
Capítulo 5

Presencia y control de caos en el convertidor SEPIC

En este capítulo se muestra la presencia de caos en la dinámica del convertidor SEPIC, utilizando los exponentes de Lyapunov. Además se aplicó las técnicas FPIC y TDAS para el control del caos y se hizo una comparación entre ellas.

5.1. Caos

En esta sección analizaremos la presencia de caos en algunos de los diagramas de bifurcación analizados en la sección 4.4 del capítulo 4. Para determinar si hay caos utilizaremos los exponentes de Lyapunov definidos en la sección 2.8 del capítulo 2. Es de recordar que si se tiene un exponente de Lyapunov positivo en un sistema cuyas trayectorias evolucionan en una región acotada del espacio de estados, garantiza comportamiento caótico. Además, la suma de todos los exponentes de Lyapunov en un atractor caótico debe ser siempre negativa. La Figura 5.1 muestra la presencia de caos en la dinámica del convertidor SEPIC cuando lo consideramos como un reductor, en un cierto rango del parámetro k_3 , debido a la presencia de exponentes de Lyapunov positivos. Se han tomado las mismas condiciones iniciales con las que se obtuvieron los diagramas de bifurcaciones 4.4 y 4.5; mientras que la Figura 5.2 muestra la presencia de caos en la dinámica del convertidor SEPIC cuando lo consideramos como un elevador, en un cierto recorrido de k_1 , debido a la presencia de exponentes de Lyapunov positivos; en este caso se han considerado las mismas condiciones iniciales con las cual se obtuvieron los diagramas 4.8 y 4.9

FIGURA 5.1. Variación de los exponentes de Lyapunov vs k_3 FIGURA 5.2. Variación de los exponentes de Lyapunov vs k_1

5.2. Técnica de control FPIC

En esta sección se implementa la técnica propuesta para la estabilización de órbitas inestables, como son las $1T$ -periódicas, para lograr esto, se obliga el sistema a que converja a un punto fijo.

Teorema 5.1. (FPIC) *Considérese el siguiente sistema dinámico discreto dado por:*

$$\mathbf{x}_{k+1} = f(\mathbf{x}_k, u(\mathbf{x}_k)) \quad (5.1)$$

donde $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^n$, $u : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $f : \mathbb{R}^{n+1} \rightarrow \mathbb{R}^n$. Supongamos que el sistema posee un punto fijo

$$(\mathbf{x}^*, u(\mathbf{x}^*)) := (\mathbf{x}^*, u^*)$$

Al calcular el jacobiano del sistema en este punto fijo obtenemos $\mathbf{J} = \mathbf{J}_x + \mathbf{J}_u$ donde

$$\mathbf{J}_x = \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \right)_{(\mathbf{x}^*, u^*)} \quad y \quad \mathbf{J}_u = \left(\frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial \mathbf{x}} \right)_{(\mathbf{x}^*, u^*)}$$

Si el radio espectral de la matriz \mathbf{J}_x es menor que 1, es decir si $\rho(\mathbf{J}_x) < 1$, existe una señal de control

$$\hat{u}(k) = \frac{u(\mathbf{x}(k)) + Nu^*}{N+1}$$

que garantiza la estabilidad del punto fijo (\mathbf{x}^*, u^*) para algún $N \in \mathbb{R}^+$.

Con el objeto de aplicar la técnica de control FPIC al control de caos en el convertidor SEPIC debemos trabajar con la discretización del sistema de la aplicación de Poincaré dada por las expresiones (3.15), (3.16) y (3.17). La aplicación de Poincaré junto con su jacobiano se pueden expresar como:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{P}(\mathbf{x}_n, d_n), \quad \mathbf{J}\mathbf{P} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{x}_n} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial d_n} \frac{\partial d_n}{\partial \mathbf{x}_n}$$

Sea $\mathbf{y}^* = (\mathbf{x}^*, d^*)$ un punto fijo de la aplicación de Poincaré para aplicar la técnica FPIC se debe tener que

$$\rho \left(\left. \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{x}_n} \right|_{\mathbf{y}^*} \right) < 1 \quad (5.2)$$

Si la relación (5.2) se cumple, entonces la técnica FPIC, garantiza la existencia de una señal de control

$$d_n^* = \frac{d_n + Nd^*}{N+1} \quad (5.3)$$

tal que el sistema

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{P}(\mathbf{x}_n, d_n) \quad (5.4)$$

tiene a \mathbf{y}^* como punto fijo estable. En la relación (5.3), d^* corresponde al ciclo de trabajo en estado estacionario dado por (3.9).

Para poder aplicar la técnica FPIC, primero se debe encontrar el radio espectral de la matriz

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{x}_n} = \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \quad (5.5)$$

evaluada en el punto fijo \mathbf{y}^* de la aplicación de Poincaré y ver si es menor que 1. La Figura 5.3 nos muestra la variación del radio espectral de la matriz $\partial \mathbf{P} / \partial \mathbf{x}_n$ para varios valores de γ , la cual concuerda con la Figura 4.1.

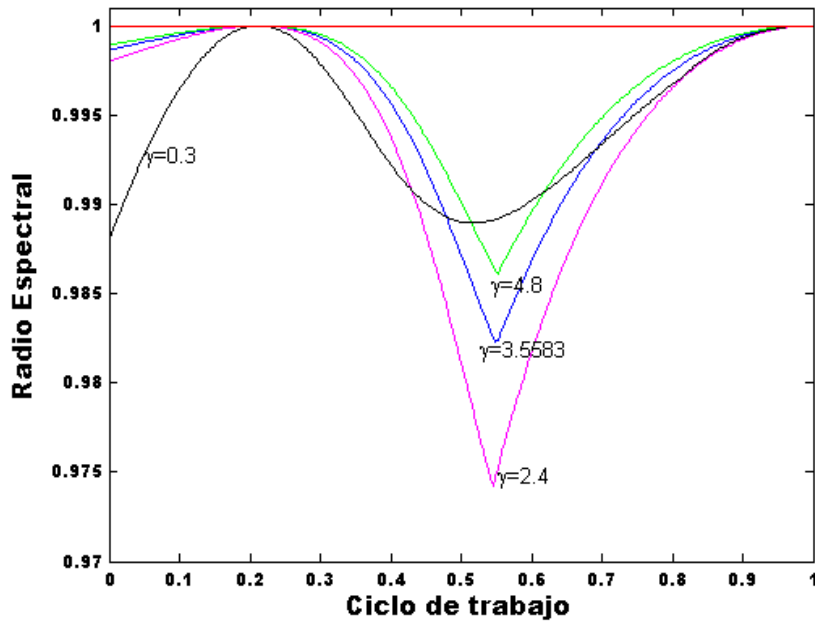


FIGURA 5.3. Variación del radio espectral en función de ciclo de trabajo.

En la Figura 5.3 hay dos zonas donde pareciera ser que el radio espectral de la matriz (5.5) es 1. Para confirmar que esto no es así hacemos una ampliación de estas dos zonas en las figuras 5.4a y 5.4b. En estas figuras puede observarse mejor lo dicho inicialmente sobre que el radio espectral de la matriz (5.5) es menor que 1.

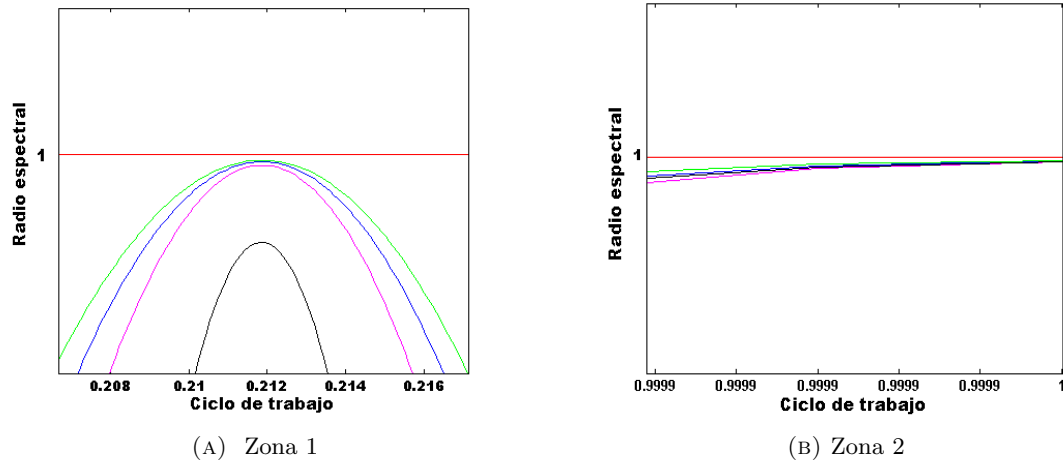


FIGURA 5.4. Ampliación variación del radio espectral en función del ciclo de trabajo

Se tiene así que si es aplicable la técnica FPIC.

A continuación aplicamos la técnica FPIC a la dinámica del convertidor SEPIC.

En primer lugar analizaremos el PB obtenido en la Figura 4.2

Las figuras 5.5a y 5.5b muestran que al escoger $N = 0.003$, disminuye la zona en la que el sistema presenta comportamiento caótico.

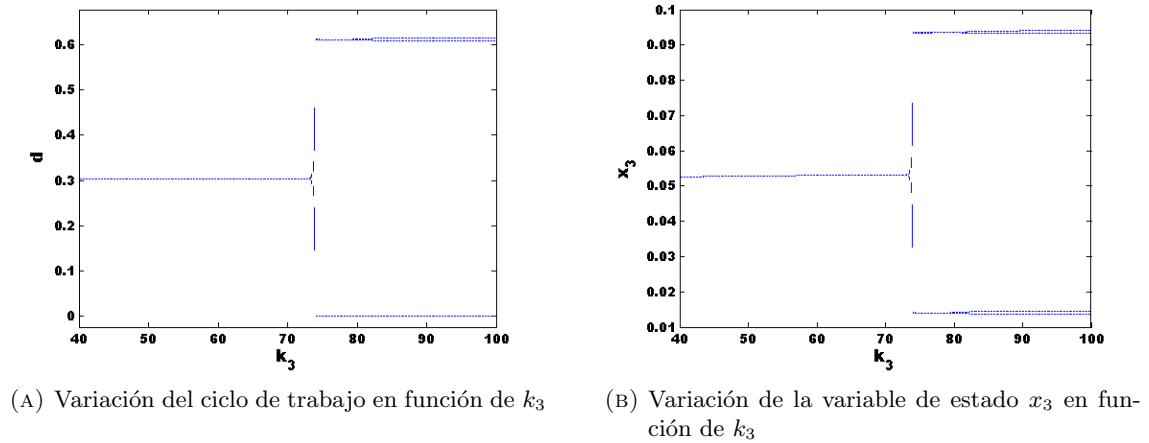
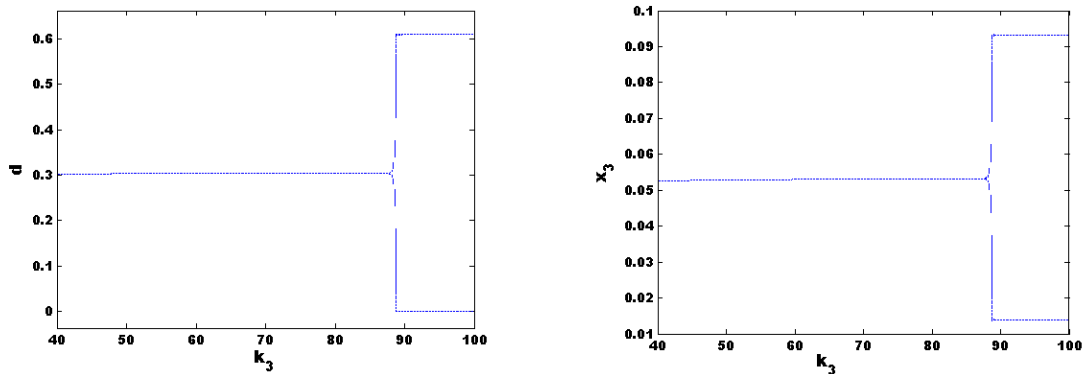


FIGURA 5.5. Diagramas de bifurcaciones, $N = 0.003$

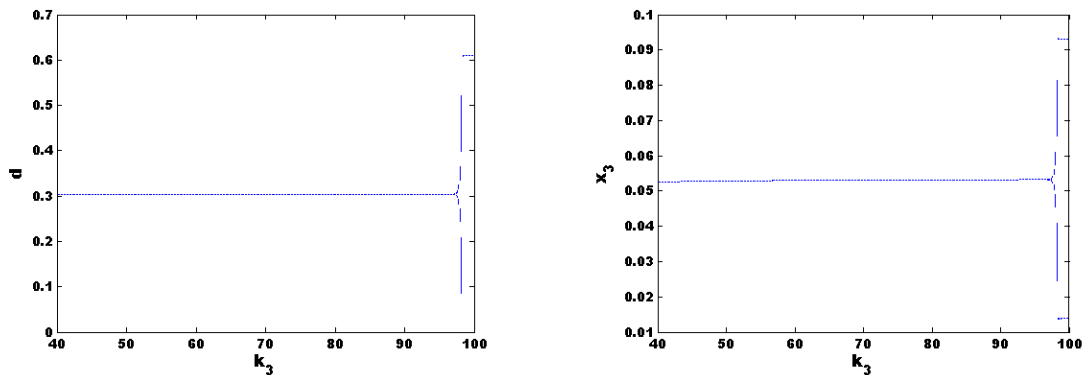
De las figuras 5.6a y 5.6a se observa que para la constante FPIC $N = 0.005$ la zona en la que el sistema presenta comportamiento caótico continua disminuyendo.



(A) Variación del ciclo de trabajo en función de k_3 (B) Variación de la variable de estado x_3 en función de k_3

FIGURA 5.6. Diagramas de bifurcaciones, $N = 0.005$

Ya para la figuras 5.7a y 5.7b cuando la constante FPIC $N = 0.006$ la zona en la que el sistema presenta comportamiento caótico ha desaparecido casi en su totalidad.

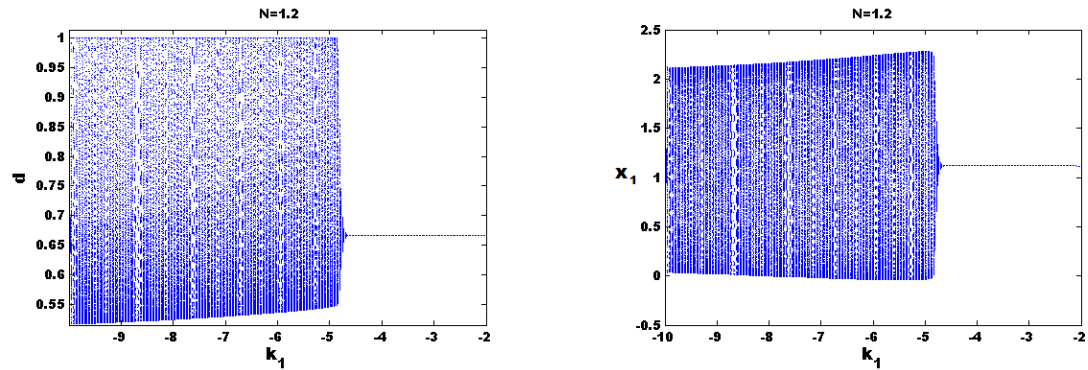


(A) Variación del ciclo de trabajo en función de k_3 (B) Variación de la variable de estado x_3 en función de k_3

FIGURA 5.7. Diagramas de bifurcaciones, $N = 0.006$

A continuación analizaremos el PB obtenido en la Figura 4.3 al aplicarle la técnica FPIC.

De las figuras 5.8a y 5.8b vemos que para $N = 1.2$ se aprecia que la órbita $1T$ -periódica es estable en un rango mayor del parámetro k_1 .



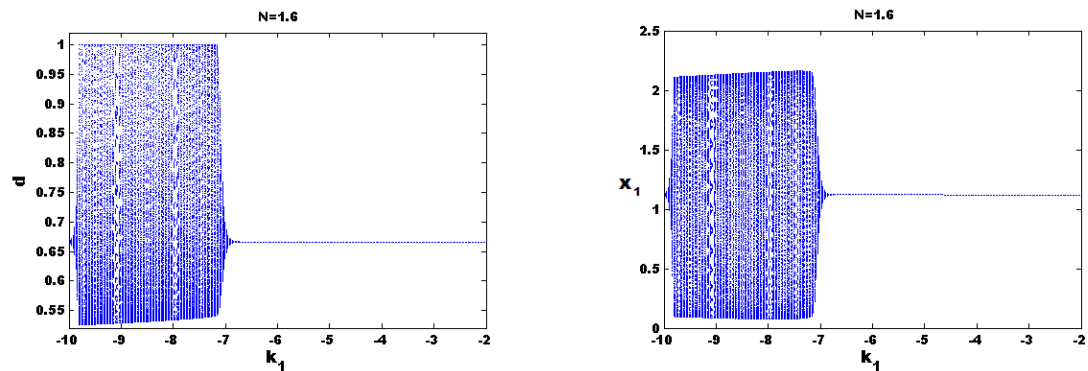
(A) Variación del ciclo de trabajo en función de k_1 (B) Variación de la variable de estado x_3 en función de k_1

FIGURA 5.8. Diagramas de bifurcaciones, $N = 1.2$

Cuando $N = 1.6$ se puede observar en las figuras 5.9a y 5.9b, que la zona donde la órbita 1-periódica presenta estabilidad se aumenta considerablemente.

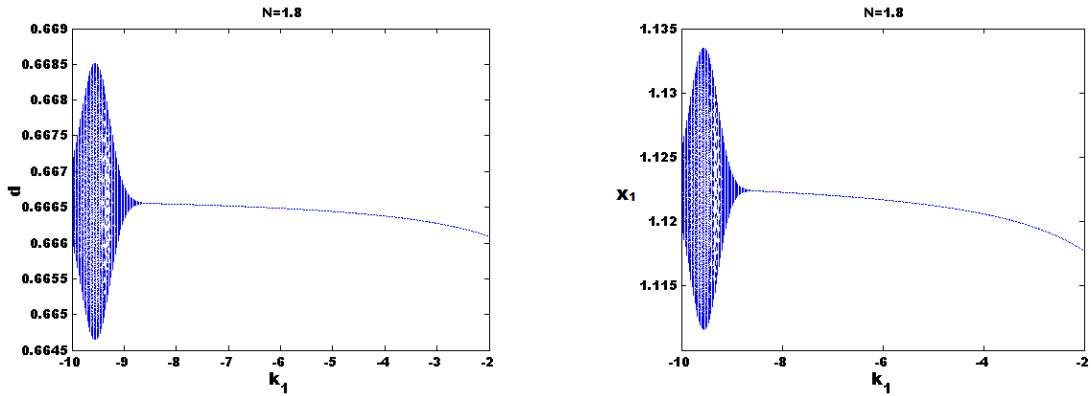
Si tomamos $N = 1.8$ la zona donde había caos inicialmente se ha reducido casi totalmente, ver figuras 5.10a y 5.10b.

Podemos concluir que la técnica FPIC nos permite controlar el caos que se presenta en el PB de la Figura 4.3.



(A) Variación del ciclo de trabajo en función de k_1 (B) Variación de la variable de estado x_3 en función de k_1

FIGURA 5.9. Diagramas de bifurcaciones, $N = 1.6$



(A) Variación del ciclo de trabajo en función de k_1 (B) Variación de la variable de estado x_3 en función de k_1

FIGURA 5.10. Diagramas de bifurcaciones, $N = 1.8$

5.3. Técnica de control TDAS

Esta técnica está fundamentada en la aplicación de realimentación de muestras retardadas de la variable a controlar, de tal manera que cuando el sistema se estabilice en la órbita a controlar, el esfuerzo de control sea mínimo[21]. Dado que la variable que induce la inestabilidad de la órbita $1T$ -periódica puede ser asociada al ciclo de trabajo, podemos escribir:

$$d_n = d_c + \eta(d_n - d_{n-1}) \quad (5.6)$$

siendo d_n el ciclo de trabajo que se va a aplicar, d_c el ciclo de trabajo dado por la relación (3.9), d_{n-1} es el ciclo de trabajo en la anterior iteración y η es el factor de realimentación. De (5.6) tenemos que

$$d_n = \frac{d_c - \eta d_{n-1}}{1 - \eta} \quad (5.7)$$

Al calcular el jacobiano del nuevo sistema se encuentran los valores de η que estabilizan la órbita $1T$ -periódica.

La aplicación de Poincaré del nuevo sistema viene dada por

$$\mathbf{x}(n+1) = \mathbf{P}(\mathbf{x}(n), d(\mathbf{x}(n), \mathbf{x}(n-1))) \quad (5.8)$$

Si $\mathbf{z}_1 = \mathbf{x}(n)$, $\mathbf{z}_2 = \mathbf{x}(n-1)$, se obtiene una nueva señal de control dependiente de las variables \mathbf{z}_1 y \mathbf{z}_2 :

$$d(n+1) = \frac{d(\mathbf{z}_1(n)) - \eta d(\mathbf{z}_2(n))}{1 - \eta} \quad (5.9)$$

de esta forma obtenemos el sistema:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_1(n+1) &= \mathbf{P}(\mathbf{z}_1(n), d(\mathbf{z}_2(n), \mathbf{z}_1(n))) \\ \mathbf{z}_2(n+1) &= \mathbf{z}_1(n) \end{aligned} \quad (5.10)$$

el jacobiano del sistema (5.10) es

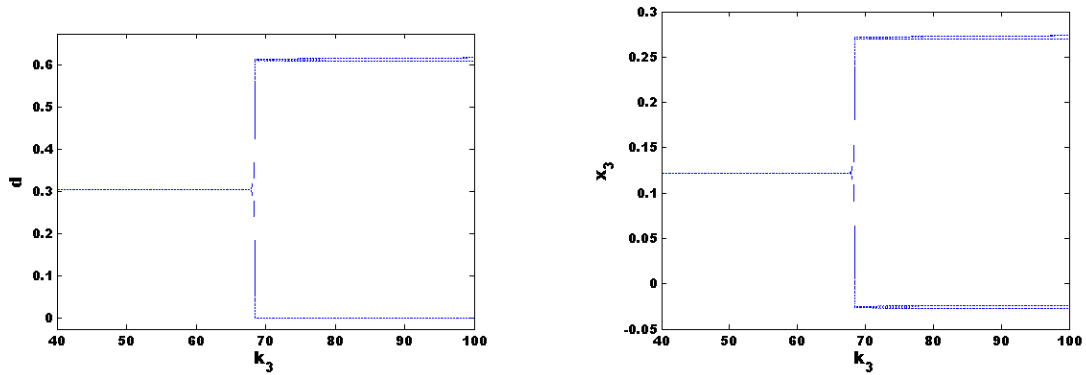
$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{z}_1} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial \mathbf{z}_1} & \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial \mathbf{z}_2} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

donde \mathbf{I} y $\mathbf{0}$ son la matriz identidad y la nula de tamaño 4×4 , respectivamente.

Con la expresión (5.11) analizaremos numéricamente la estabilidad de la órbita $1T$ -periódica asociada al sistema cuando es controlada con TDAS.

A continuación se analizará el desempeño de la técnica TDAS en cuanto a la estabilización de la órbita $1T$ -periódica, esto lo haremos estudiando el PB encontrado en la Figura 4.2.

En las figuras 5.11a y 5.11b se ha tomado $\eta = -0.001$ y podemos notar como la zona donde el sistema opera en regimen caótico ha disminuido, es decir el rango para k_3 donde el sistema es estable ha aumentado.

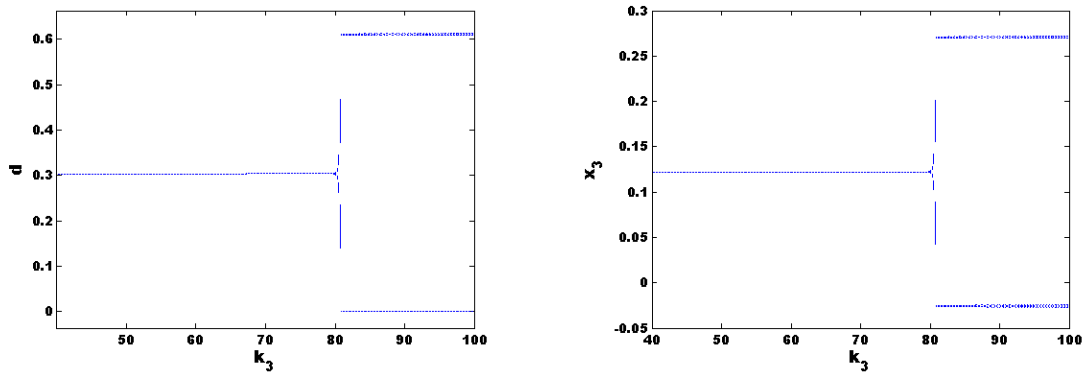


(A) Variación del ciclo de trabajo en función de k_3

(B) Variación de la variable de estado x_3 en función de k_3

FIGURA 5.11. Diagramas de bifurcaciones, $\eta = -0.001$

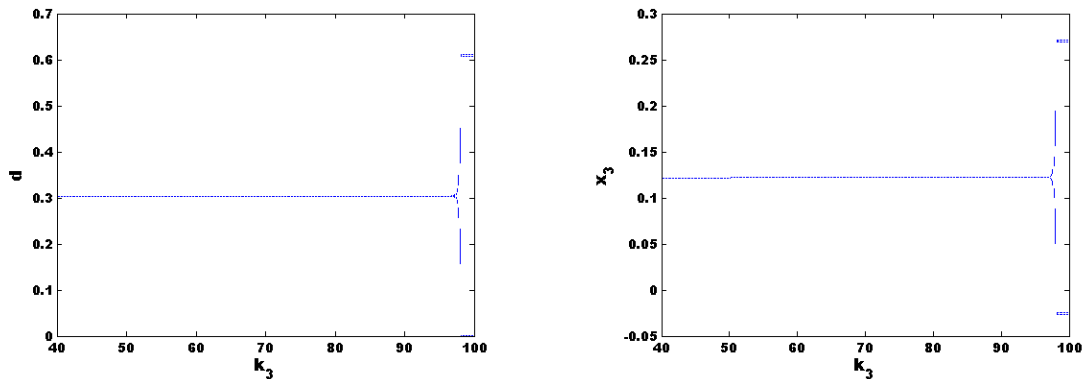
En las figuras 5.12a y 5.12b se ha tomado $\eta = -0.002$ y podemos observar como la zona donde el sistema opera en regimen caótico ha disminuido, es decir el rango para k_3 donde el sistema es estable ha aumentado considerablemente.



(A) Variación del ciclo de trabajo en función de k_3 (B) Variación de la variable de estado x_3 en función de k_3

FIGURA 5.12. Diagramas de bifurcaciones, $\eta = -0.002$

En las figuras 5.14 y 6.29, podemos notar que al hacer $\eta = -0.003$ el rango donde el sistema operaba en regimen caótico ha desaparecido totalmente para el intervalo donde se varía el parámetro k_3 .



(A) Variación del ciclo de trabajo en función de k_3 (B) Variación de la variable de estado x_3 en función de k_3

FIGURA 5.13. Diagramas de bifurcaciones, $\eta = -0.003$

Analizando el punto de bifurcación de la Figura 4.3, al variar el parámetro η , podemos notar como la zona donde el sistema opera en regimen caótico disminuye al variar los valores de η . En las figuras 5.14a y 5.14b podemos observar como se estabiliza la órbita $1T$ -periódica para un valor de $\eta = -25$.

Podemos observar en las figuras 5.14c y 5.14d como la zona donde se estabiliza la órbita $1T$ -periodica sigue aumentando para un valor de $\eta = -60$.

Si variamos $\eta = -80$ como en las figuras 5.14e y 5.14f se observa como la zona donde opera el regimen caótico continua disminuyendo.

Por tanto podemos concluir que la técnica TDAS puede controlar el caos que se presenta en las figuras 4.2 y 4.3.

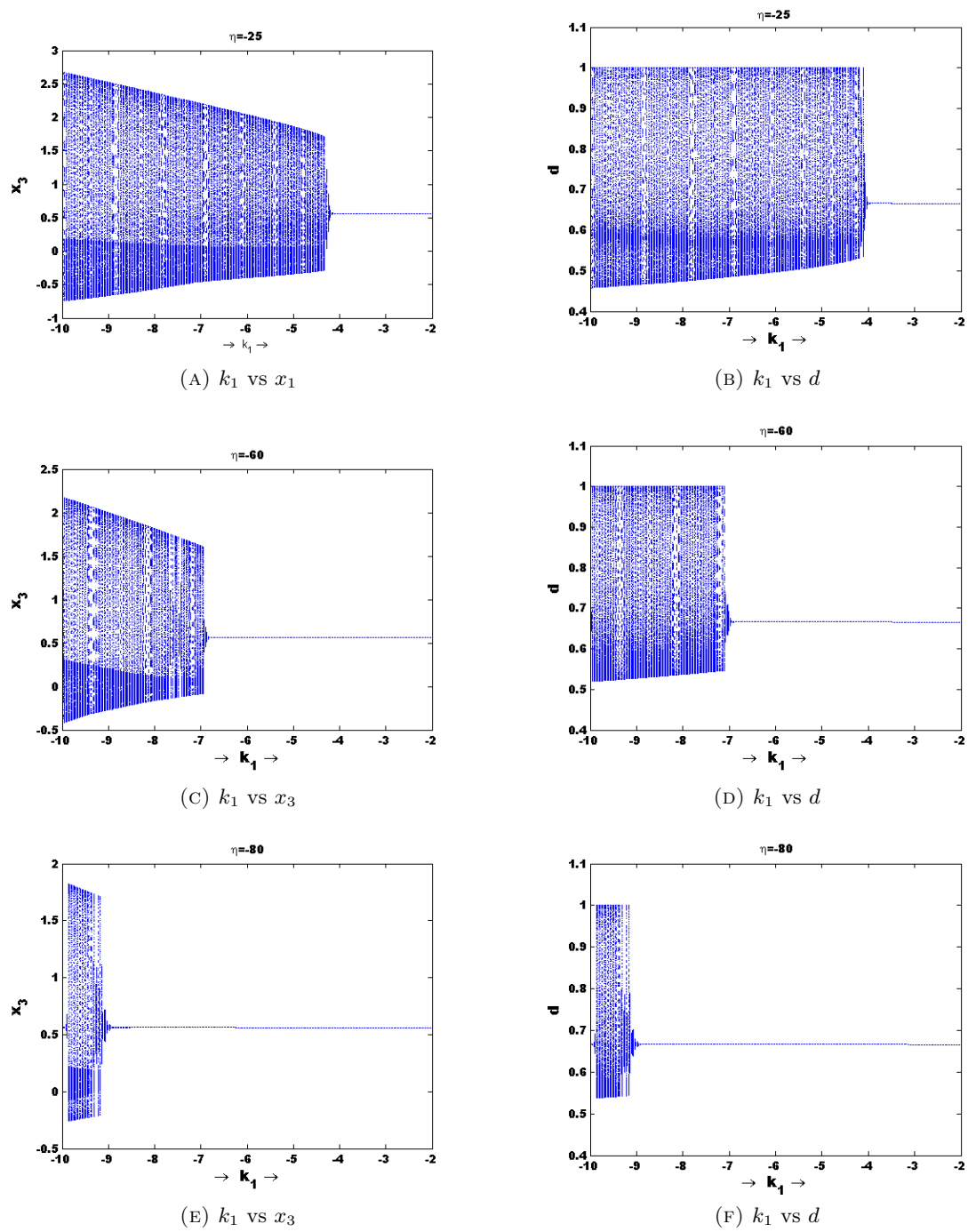


FIGURA 5.14. Diagramas de bifurcaciones para diferentes valores de η al variar k_1

Capítulo 6

Análisis del convertidor SEPIC con inclusión de resistencias internas

Este capítulo se hace un estudio del SEPIC con inclusión de resistencias internas, paralelo al que se hizo al SEPIC sin resistencias internas. La señal de referencia que usamos para la simulación del sistema es la misma que utilizamos en el sistema anterior.

6.1. Esquema de convertidor SEPIC con resistencias internas

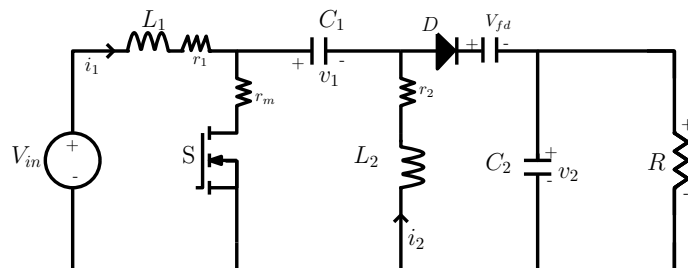


FIGURA 6.1. Convertidor SEPIC con resistencias internas

El esquema básico del convertidor SEPIC cuando se le incluyen resistencias, es como el que observamos en la Figura 6.1, el funcionamiento de este dispositivo se describió en la sección 2.1 del capítulo 2, la diferencia entre los dos esquemas, es que inicialmente no se consideraron resistencias internas y para este caso si, pero el funcionamiento en ambos casos es el mismo. Los valores de r_1 , r_2 , r_m y V_{fd} , que usaremos en la simulación de la dinámica del convertidor SEPIC con resistencias internas, son tomados de [12] y se relacionan en la tabla 6.1.

r_1	r_2	r_m	V_{fd}
110mΩ	42mΩ	85mΩ	0.45 V

TABLA 6.1. Valores de las resistencias de los componentes del SEPIC

6.1.1. Sistema que rige al convertidor SEPIC con resistencias internas en modo de conducción continua *MCC*

Para determinar las ecuaciones que modelan el circuito, se analizan dos casos, cuando el interruptor está en estado *ON* ($u = 1$) y cuando está en estado *OFF* ($u = 0$). Aplicando la ley de Kirchhoff para los nodos y las mallas, las ecuaciones que modelan los dos estados del convertidor SEPIC son:

Para el estado *ON*, Figura 6.2 ($u = 1$)

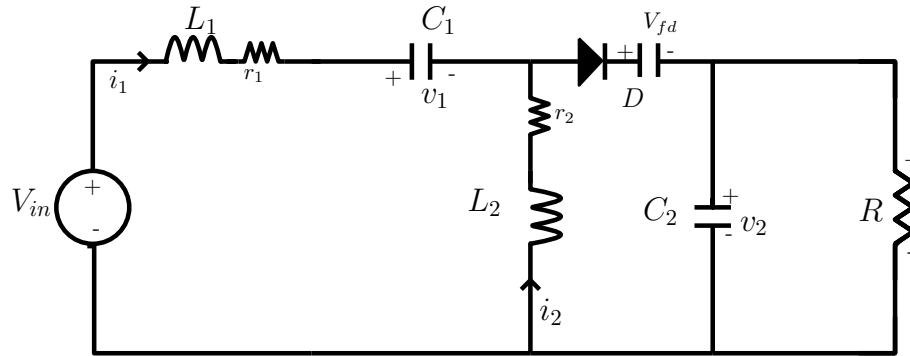


FIGURA 6.2. Convertidor SEPIC con resistencias internas en estado ON

Así tenemos que el sistema que rige al SEPIC con resistencias internas para la topología 1 viene dado por las ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{di_1}{d\tau} &= V_{in} - (i_1 + i_2)r_m - i_1 r_1 \\
 C_1 \frac{dv_1}{d\tau} &= -i_2 \\
 L_2 \frac{di_2}{d\tau} &= v_1 - i_1 r_m - i_2 (r_2 + r_m) \\
 C_2 \frac{dv_2}{d\tau} &= -\frac{v_2}{R}
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

Para el estado *OFF*, Figura 6.3. ($u = 0$)

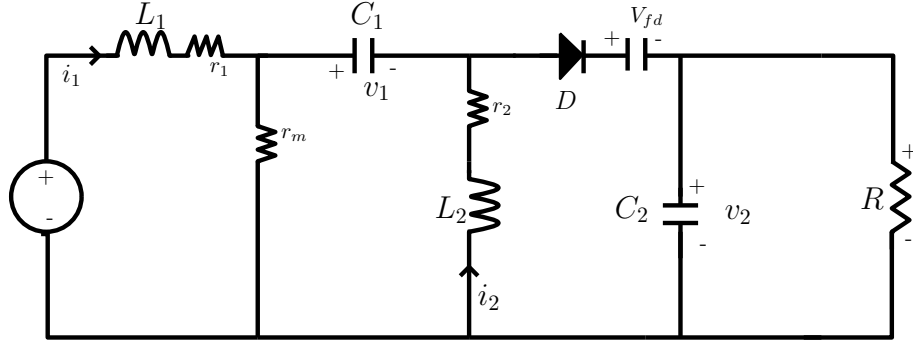


FIGURA 6.3. Convertidor SEPIC con resistencias internas en estado OFF

Así tenemos que el sistema que rige al SEPIC con resistencias internas para la topología 2 viene dado por las ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{di_1}{d\tau} &= -(v_1 + v_2) + V_{in} - i_1 r_1 - V_{fd} \\
 C_1 \frac{dv_1}{d\tau} &= i_1 \\
 L_2 \frac{di_2}{d\tau} &= -v_2 - V_{fd} - i_2 r_2 \\
 C_2 \frac{dv_2}{d\tau} &= i_1 + i_2 - \frac{v_2}{R}
 \end{aligned} \tag{6.2}$$

Los sistemas de ecuaciones (6.1) y (6.2) que rigen los estados del convertidor SEPIC en *MCC* con resistencias incluidas, tomando $u \in \{0, 1\}$ se pueden cambiar como:

$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{di_1}{d\tau} &= (u - 1)(v_1 + v_2) + V_{in} - i_1 r_1 + (u - 1)V_{fd} - u(i_1 + i_2)r_m \\
 C_1 \frac{dv_1}{d\tau} &= (1 - u)i_1 - ui_2 \\
 L_2 \frac{di_2}{d\tau} &= uv_1 - u(i_1 + i_2)r_m - i_2 r_2 + (u - 1)(v_2 + V_{fd}) \\
 C_2 \frac{dv_2}{d\tau} &= (1 - u)(i_1 + i_2) - \frac{v_2}{R}
 \end{aligned} \tag{6.3}$$

6.1.2. Cambio de variable

Si se realiza el siguiente cambio de variables

$$x_1 = \frac{i_1}{V_{in}} \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} \quad x_2 = \frac{v_1}{V_{in}} \quad x_3 = \frac{i_2}{V_{in}} \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} \quad x_4 = \frac{v_2}{V_{in}} \quad t = \frac{\tau}{\sqrt{L_1 C_1}} \tag{6.4}$$

El sistema (6.3), queda expresado de la forma

$$\begin{aligned}
 \frac{dx_1}{dt} &= (u-1)(x_2+x_4) + 1 - \sigma_1 x_1 + (u-1)\sigma_f - u(x_1+x_3)\sigma_m \\
 \frac{dx_2}{dt} &= (1-u)x_1 - ux_3 \\
 \alpha \frac{dx_3}{dt} &= ux_2 - u(x_1+x_3)\sigma_m - \sigma_2 x_3 + (u-1)(x_4+\sigma_f) \\
 \beta \frac{dx_4}{dt} &= (1-u)(x_1+x_3) - \frac{x_4}{\gamma}
 \end{aligned} \tag{6.5}$$

El sistema (6.5) queda expresado en términos de los parámetros $\alpha = \frac{L_2}{L_1}, \beta = \frac{C_2}{C_1}, \gamma = R\sqrt{\frac{C_1}{L_1}}, \sigma_1 = r_1\sqrt{\frac{C_1}{L_1}}, \sigma_2 = r_2\sqrt{\frac{C_1}{L_1}}, \sigma_m = r_m\sqrt{\frac{C_1}{L_1}}$ y $\sigma_f = \frac{V_{fd}}{V_{in}}$

6.1.3. Forma matricial del sistema

El sistema (6.5) lo podemos expresar matricialmente como

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sigma_1 - \sigma_m u & u-1 & -\sigma_m u & u-1 \\ 1-u & 0 & -u & 0 \\ -\frac{\sigma_m u}{\alpha} & \frac{u}{\alpha} & -\frac{\sigma_m u + \sigma_2}{\alpha} & \frac{u-1}{\alpha} \\ \frac{1-u}{\beta} & 0 & \frac{1-u}{\beta} & -\frac{1}{\beta\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_f(u-1) + 1 \\ 0 \\ \sigma_f(u-1) \\ 0 \end{bmatrix} \tag{6.6}$$

En el sistema (6.6) cuando u varía en $\{0, 1\}$, obtenemos un sistema lineal a trozos que se puede expresar entonces como:

$$\begin{aligned}
 \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}_1 \mathbf{x} + \mathbf{b}_1, \quad \text{si } u = 1 \\
 \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}_2 \mathbf{x} + \mathbf{b}_2, \quad \text{si } u = 0
 \end{aligned} \tag{6.7}$$

donde

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} -\sigma_1 - \sigma_m & 0 & -\sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -\frac{\sigma_m}{\alpha} & \frac{1}{\alpha} & -\frac{(\sigma_m + \sigma_2)}{\alpha} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\beta\gamma} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

y

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} -\sigma_1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_2}{\alpha} & -\frac{1}{\alpha} \\ \frac{1}{\beta} & 0 & \frac{1}{\beta} & -\frac{1}{\beta\gamma} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_2 = \begin{bmatrix} 1 - \sigma_f \\ 0 \\ -\sigma_f \\ 0 \end{bmatrix}$$

6.1.4. Solución del Sistema

La solución \mathbf{x}_i asociada a \mathbf{A}_i con $i \in \{1, 2\}$ de cada topología dada en (6.7) con condición inicial $x(t_0)$ y tomando $t \in [t_0, \infty)$ viene dada por

$$\mathbf{x}_i = \phi_i(t-t_0)\mathbf{x}(t_0) + \psi_i(t-t_0) \tag{6.8}$$

donde $\phi_i(t - t_0) = e^{\mathbf{A}_i(t-t_0)}$ y $\psi_i(t - t_0) = \int_{t_0}^t e^{\mathbf{A}_i(t-\tau)} \mathbf{b}_i d\tau$

Teniendo en cuenta cada topología y calculando las exponenciales matriciales, se tiene que:

$$\psi_1(t - t_0) = (\mathbf{A}_1^{-1} e^{\mathbf{A}_1(t-t_0)} - \mathbf{I}_4) \mathbf{b}_1 \quad \text{y} \quad \psi_2(t - t_0) = (\mathbf{A}_2^{-1} e^{\mathbf{A}_2(t-t_0)} - \mathbf{I}_4) \mathbf{b}_2 \quad (6.9)$$

donde \mathbf{I}_4 es la matriz identidad 4×4 .

6.2. Ciclo de trabajo

Como el esquema de control para este caso es el mismo que venimos trabajando $\{1, 0, 1\}$, así como la superficie de conmutación dada por (2.15), el ciclo de trabajo que se obtiene al hacer la aproximación por rectas a tramos de (2.16) es la mismo que se obtuvo en (3.7).

Debemos tener en cuenta que \dot{s}_1 y \dot{s}_2 para este caso son diferentes que para cuando consideramos el SEPIC sin resistencias y vienen dadas por las expresiones:

$$\dot{s}_1 = \mathbf{k} \cdot (\mathbf{A}_1 \mathbf{x} + \mathbf{b}_1) \quad (6.10)$$

$$\dot{s}_2 = \mathbf{k} \cdot (\mathbf{A}_2 \mathbf{x} + \mathbf{b}_2) \quad (6.11)$$

6.3. Ciclo de trabajo en estado estacionario

Para determinar el ciclo de trabajo en estado estacionario vamos a usar nuevamente (3.9), pues en este análisis vamos a seguir esta señal de referencia. Ahora si remplazamos esta en (6.10) y (6.11), y esta a su vez en (3.7) el ciclo de trabajo en estado estacionario nos queda:

$$d^* = T \frac{\mathbf{k} \cdot (\mathbf{A}_2 \mathbf{x}_{ref} + \mathbf{b}_2)}{\mathbf{k} \cdot [(\mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_1) \mathbf{x}_{ref} + (\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_1)]} \quad (6.12)$$

la cual también podemos escribir como:

$$d^* = T \frac{\frac{x_{4ref}^2}{\gamma} (k_2 + \frac{k_4}{\beta}) - k_1 \left(\sigma_f + x_{4ref} + \frac{\sigma_1 x_{4ref}^2}{\gamma} \right) - k_3 \left(\sigma_f + \frac{x_{4ref}}{\alpha} - \frac{\sigma_2 x_{4ref}}{\alpha \gamma} \right)}{\frac{x_{4ref}}{\beta \gamma} (k_2 + k_4) (1 + x_{4ref}) + \sigma_f (k_1 + k_3) - (k_1 + \frac{k_3}{\alpha}) \left(1 + x_{4ref} - \frac{\sigma_m x_{4ref}}{\gamma} - \frac{\sigma_m x_{4ref}^2}{\gamma} \right)} \quad (6.13)$$

6.4. Aplicación de Poincaré

En esta sección calcularemos una expresión analítica para la aplicación de Poincaré del SEPIC con resistencias internas controlado con PWM esquema $\{1, 0, 1\}$ y técnica ZAD. Pero sucede que la aplicación de Poincaré coincide para los dos casos que venimos analizando, por tanto esta queda determinada por las expresiones :

Si el ciclo de trabajo no satura, es decir, si $0 < d_n < T$, la aplicación de Poincaré queda determinada por:

$$\mathbf{P}(\mathbf{x}_n, d_n) = \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \phi_2(T - d_n) \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \mathbf{x}(nT) + \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \phi_2(T - d_n) \psi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) + \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \psi_2(T - d_n) + \psi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \quad (6.14)$$

Cuando el ciclo de trabajo satura :

1. Si $d_n = 0$, la aplicación de Poincaré queda determinada por:

$$\mathbf{P}(\mathbf{x}_n, d_n) = \phi_2(T) \mathbf{x}(nT) + \psi_2(T) \quad (6.15)$$

2. si $d_n = T$, la aplicación de Poincaré queda determinada por:

$$\mathbf{P}(\mathbf{x}_n, d_n) = \phi_1(T) \mathbf{x}(nT) + \psi_1(T) \quad (6.16)$$

Por lo tanto, las expresiones (6.14), (6.15) y (6.16) definen la aplicación de Poincaré para el esquema $\{1, 0, 1\}$.

6.5. Existencia y Estabilidad de Órbitas Periódicas

Para determinar las órbitas periódicas del sistema (6.5), haremos uso de las expresiones del mapa de Poincaé (3.15), (3.16) y (3.17), las cuales corresponde a sus puntos fijos.

6.5.1. Órbitas $1T$ -periódicas

Las expresiones que nos permiten hallar los puntos fijos donde se dan las órbitas $1T$ -periódicas coinciden con las determinadas en la sección (4.1) las cuales son:

Cuando no hay saturación esto es $0 < d_n < T$:

$$\mathbf{x}(nT) = \left[\mathbf{I}_4 - \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \phi_2(T - d_n) \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \right]^{-1} \cdot \left[\phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \phi_2(T - d_n) \psi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) + \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \psi_2(T - d_n) + \psi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \right] \quad (6.17)$$

Podríamos preguntarnos aquí si cuando incluimos resistencias internas al SEPIC, la matriz $\mathbf{I}_4 - \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \phi_2(T - d_n) \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right)$ es invertible, para esto procedemos de forma similar cuando consideramos al SEPIC sin resistencias internas, es decir miramos a ver si el radio espectral de la matriz $\phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right) \phi_2(T - d_n) \phi_1\left(\frac{d_n}{2}\right)$ es menor que 1. Fijando $T = 0.18$, $\alpha = 0.2683$, $\beta = 0.7021$, $\sigma_m = 0.0644$, $\sigma_1 = 0.0833$, $\sigma_2 = 0.0318$, $\sigma_f = 0.0100$, y variando γ en el intervalo $(0.01, 7)$ se obtiene que el radio espectral de la matriz en mención es menor que 1, tal como se observa en la Figura 6.4, por lo tanto la expresión (6.17) es nuevamente válida.

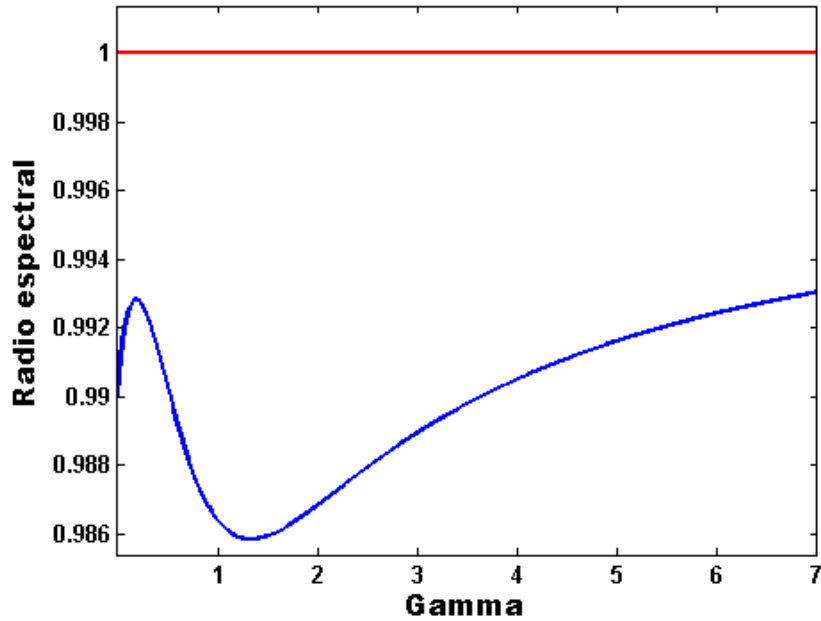


FIGURA 6.4. Variación del radio espectral en función de γ , SEPIC con resistencias internas

Cuando hay saturación, las expresiones que determinan los puntos fijos donde hay órbitas $1T$ -periódicas son:

1. Si $d_n = 0$

$$\mathbf{x}(nT) = [\mathbf{I}_4 - \phi_2(T)]^{-1} \psi_2(T) \quad (6.18)$$

2. Si $d_n = T$

$$\mathbf{x}(nT) = [\mathbf{I}_4 - \phi_1(T)]^{-1} \psi_1(T) \quad (6.19)$$

El radio espectral de la matriz $\phi_1(T)$, es justamente 1, así que la fórmula dada en 2. no es aplicable. Nótese que en el caso 1, la existencia (condición suficiente) de órbitas $1T$ -periódicas depende únicamente del valor que tomen en T las funciones ϕ_1 , ψ_2 .

6.5.2. Órbitas $2T$ -periódicas

Las órbitas $2T$ -periódicas corresponden a dos ciclos de la aplicación de Poincaré. Se pueden presentar tres tipos de órbitas $2T$ -periódicas:

6.5.3. Órbitas $2T$ -periódicas no saturadas

La expresión que nos da las condiciones iniciales para la existencia de las órbitas $2T$ -periódicas no saturadas está determinada por (4.13)

6.5.4. Órbitas $2T$ -periódicas semi-saturadas

La expresión que nos da las condiciones iniciales para la existencia de las órbitas $2T$ -periódicas semi-saturadas está determinada por (4.20)

6.5.5. Órbitas $2T$ -periódicas saturadas

La expresión que nos da las condiciones iniciales para la existencia de las órbitas $2T$ -periódicas saturadas está determinada por (4.24)

6.6. Estabilidad de las órbitas periódicas

En esta sección se hace un análisis detallado de la estabilidad de las órbitas $1T$ -periódicas haciendo uso de los multiplicadores característicos. La idea es hallar la matriz Jacobiana de la aplicación de Poincaré y evaluarla en los puntos fijos de dicha aplicación. Es conocido que si los valores propios de la Jacobiana evaluada en los puntos de equilibrio, están dentro del círculo unidad (frontera de estabilidad), entonces la órbita $1T$ -periódica es estable, y si existe un valor propio fuera del círculo unidad, entonces la órbita $1T$ -periódica es inestable.

6.6.1. Jacobiano de la aplicación de Poincaré

Al determinar el Jacobiano de la aplicación de Poincaré debemos tener en cuenta que esta se encuentra definida por tres casos:

1. Si $d_n \in (0, T)$, la aplicación de Poincaré viene dada por la expresión (3.15), aplicándole la regla de la cadena tenemos que:

$$J\mathbf{P} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{x}_n} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial d_n} \frac{\partial d_n}{\partial \mathbf{x}_n} \quad (6.20)$$

De (3.15) tenemos que

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{x}_n} = \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \quad (6.21)$$

Para determinar $\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial d_n} \frac{\partial d_n}{\partial \mathbf{x}_n}$ tendremos en cuenta lo siguiente:

de (2.8) y (2.9) se tiene que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_1}{\partial d_n} &= \frac{1}{2} \mathbf{A}_1 e^{\mathbf{A}_1 \frac{d_n}{2}} = \frac{1}{2} \mathbf{A}_1 \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial d_n} &= -\mathbf{A}_2 e^{\mathbf{A}_2 (T-d_n)} = -\mathbf{A}_2 \phi_2 (T - d_n) \\ \frac{\partial \psi_1}{\partial d_n} &= \frac{1}{2} e^{\mathbf{A}_1 \frac{d_n}{2}} \mathbf{b}_1 = \frac{1}{2} \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \mathbf{b}_1 \\ \frac{\partial \psi_2}{\partial d_n} &= -e^{\mathbf{A}_2 (T-d_n)} \mathbf{b}_2 = -\phi_2 (T - d_n) \mathbf{b}_2 \end{aligned} \quad (6.22)$$

Ahora bien, si hacemos

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M} &= \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \\
 \mathbf{N} &= \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \psi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \\
 \mathbf{Q} &= \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \psi_2 (T - d_n) + \psi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right)
 \end{aligned} \tag{6.23}$$

tenemos que

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial d_n} &= \frac{\partial \phi_1}{\partial d_n} \phi_2 (T - d_n) \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) - \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \frac{\partial \phi_2}{\partial d_n} \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \\
 &\quad + \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \frac{\partial \phi_1}{\partial d_n} \\
 \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial d_n} &= \frac{\partial \phi_1}{\partial d_n} \phi_2 (T - d_n) \psi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) + \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \frac{\partial \phi_2}{\partial d_n} \psi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \\
 &\quad + \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \frac{\partial \psi_1}{\partial d_n} \\
 \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial d_n} &= \frac{\partial \phi_1}{\partial d_n} \psi_2 (T - d_n) + \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \frac{\partial \psi_2}{\partial d_n} \\
 &\quad + \frac{\partial \psi_1}{\partial d_n}
 \end{aligned} \tag{6.24}$$

sustituyendo las expresiones correspondientes de (6.22) en (6.24) obtenemos

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial d_n} &= \frac{1}{2} \mathbf{A}_1 \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) - \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \mathbf{A}_2 \phi_2 (T - d_n) \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \\
 &\quad + \frac{1}{2} \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \mathbf{A}_1 \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \\
 \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial d_n} &= \frac{1}{2} \mathbf{A}_1 \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \psi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) - \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \mathbf{A}_2 \phi_2 (T - d_n) \psi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \\
 &\quad + \frac{1}{2} \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \cdot \mathbf{b}_1 \\
 \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial d_n} &= \frac{1}{2} \mathbf{A}_1 \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \psi_2 (T - d_n) - \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \mathbf{b}_2 + \frac{1}{2} \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \cdot \mathbf{b}_1
 \end{aligned} \tag{6.25}$$

de donde se tiene

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial d_n} = \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial d_n} \mathbf{x}_n + \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial d_n} + \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial d_n} \tag{6.26}$$

Sea $\mathbf{x}_n = (x_1^n, x_2^n, x_3^n, x_4^n)^T$ de modo que:

$$\frac{\partial d_n}{\partial \mathbf{x}_n} = \left[\frac{\partial d_n}{\partial x_1^n}, \frac{\partial d_n}{\partial x_2^n}, \frac{\partial d_n}{\partial x_3^n}, \frac{\partial d_n}{\partial x_4^n} \right] \tag{6.27}$$

De la relación (3.6) y (2.15) se tiene que:

$$\frac{\partial d_n}{\partial x_i^n} = \frac{(2\frac{\partial s}{\partial x_i^n} + T\frac{\partial \dot{s}_2}{\partial x_i^n})(\dot{s}_2 - \dot{s}_1) - (2s + T\dot{s}_2)(\frac{\partial \dot{s}_2}{\partial x_i^n} - \frac{\partial \dot{s}_1}{\partial x_i^n})}{(\dot{s}_2 - \dot{s}_1)^2} \quad (6.28)$$

$$\frac{\partial s}{\partial x_i^n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{e}_i \quad (6.29)$$

para $i = 1, 2, 3, 4$.

Si hacemos $D = \dot{s}_2 - \dot{s}_1$, tenemos de las relaciones (3.2) y (3.3) que:

$$D = \dot{s}_2 - \dot{s}_1 = \mathbf{k} \cdot [(\mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_1)\mathbf{x}_n + (\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_1)] \quad (6.30)$$

igualmente podemos expresar

$$\frac{\partial \dot{s}_1}{\partial x_i^n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{A}_1 \mathbf{e}_i. \quad (6.31)$$

$$\frac{\partial \dot{s}_2}{\partial x_i^n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{A}_2 \mathbf{e}_i. \quad (6.32)$$

donde en las expresiones (6.31) y (6.32), \mathbf{e}_i es el vector canónico de R^4 . Por lo tanto tenemos

$$\frac{\partial \dot{s}_2}{\partial x_i^n} - \frac{\partial \dot{s}_1}{\partial x_i^n} = \mathbf{k} \cdot (\mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_1) \mathbf{e}_i. \quad (6.33)$$

Ahora, si hacemos $E = 2s + T\dot{s}_2$, de las relaciones (2.17) y (3.4) se tiene que:

$$E = 2s + T\dot{s}_2 = \mathbf{k} \cdot [2(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_{ref}) + T(\mathbf{A}_2\mathbf{x}_n + \mathbf{b}_2)] \quad (6.34)$$

si remplazamos en (6.27) obtenemos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial d_n}{\partial x_1^n} &= \frac{\mathbf{k} \cdot [(2\mathbf{I}_4 + T\mathbf{A}_2)D - E(\mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_1)]\mathbf{e}_1}{D^2} \\ \frac{\partial d_n}{\partial x_2^n} &= \frac{\mathbf{k} \cdot [(2\mathbf{I}_4 + T\mathbf{A}_2)D - E \cdot (\mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_1)]\mathbf{e}_2}{D^2} \\ \frac{\partial d_n}{\partial x_3^n} &= \frac{\mathbf{k} \cdot [(2\mathbf{I}_4 + T\mathbf{A}_2)D - E(\mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_1)]\mathbf{e}_3}{D^2} \\ \frac{\partial d_n}{\partial x_4^n} &= \frac{\mathbf{k} \cdot [(2\mathbf{I}_4 + T\mathbf{A}_2)D - E(\mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_1)]\mathbf{e}_4}{D^2} \end{aligned} \quad (6.35)$$

Así se tiene que:

$$\frac{\partial d_n}{\partial \mathbf{x}_n} = \frac{1}{D^2} \begin{bmatrix} \mathbf{k} \cdot [(2\mathbf{I}_4 + T\mathbf{A}_2)D - E(\mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_1)]\mathbf{e}_1 \\ \mathbf{k} \cdot [(2\mathbf{I}_4 + T\mathbf{A}_2)D - E(\mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_1)]\mathbf{e}_2 \\ \mathbf{k} \cdot [(2\mathbf{I}_4 + T\mathbf{A}_2)D - E(\mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_1)]\mathbf{e}_3 \\ \mathbf{k} \cdot [(2\mathbf{I}_4 + T\mathbf{A}_2)D - E(\mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_1)]\mathbf{e}_4 \end{bmatrix} \quad (6.36)$$

2. Si $d_n = 0$, la aplicación de Poincaré viene dada por la relación (3.16) y la matriz Jacobiana está dada por

$$JP = \phi_2(T) \quad (6.37)$$

3. Si $d_n = T$ la aplicación de Poincaré está dada por la relación (3.17) y en este caso la matriz Jacobiana viene dada por

$$JP = \phi_1(T) \quad (6.38)$$

6.7. Resultados de la aplicación ZAD al modelo del convertidor SEPIC con inclusión de resistencias internas

En esta sección se hace un análisis detallado de la aplicación de la técnica ZAD en el convertidor SEPIC cuando se le incluyen resistencias internas. Es de anotar que este estudio es similar al que se hizo en los capítulos anteriores cuando no se incluyeron resistencias en el SEPIC. Los parámetros que se usaron en las simulaciones son los mismos que se utilizaron en simulaciones anteriores, la diferencia radica en que para este se tuvieron en cuenta las resistencias internas lo que generó que aparecieran nuevos parámetros en el sistema, los cuales son tenidos en cuenta para este estudio. Los principales resultados los presentamos a continuación.

6.7.1. Desempeño de la técnica ZAD

En esta sección se muestra la simulación del comportamiento del sistema cuando se le aplica la técnica ZAD de pulso al centro simétrico. La simulación del sistema del convertidor SEPIC con inclusión de resistencias internas se hace como en el del caso simple, es decir lo consideramos como un reductor y como un elevador. Para simular el sistema hemos mantenido fijo los parámetros k_i , $i = 1, 2, 3, 4$ asociados a la superficie de conmutación, $\alpha = 0,2683$, $\beta = 0.7021$, $\gamma = 3.5583$, $\sigma_1 = 0.0833$, $\sigma_2 = 0.0318$, $\sigma_f = 0.0100$, $\sigma_m = 0.0644$, $x_{4ref} = 0.44$ cuando el SEPIC es un reductor y $x_{4ref} = 2$ cuando es un elevador.

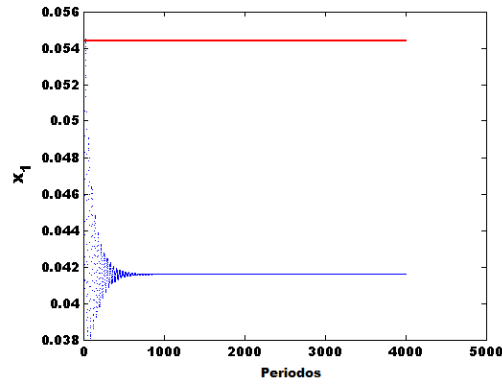
6.7.1.1. SEPIC como un reductor

En las figuras 6.7 y 6.8 podemos notar como el sistema evoluciona a un punto fijo estable, mientras que en la Figura 6.9 se observa que el sistema tiene un aceptable comportamiento de regulación para la tensión y la corriente.

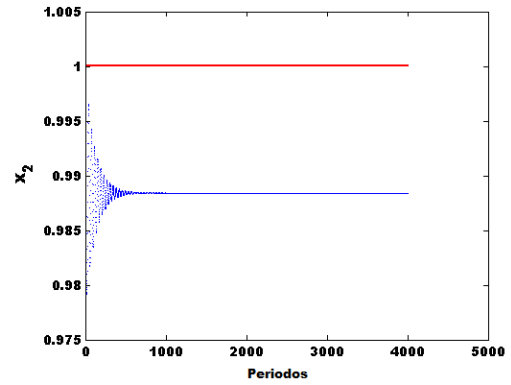
Notese que:

$$\begin{aligned} |0.0544 - 0.0416| &= 0.0128 \\ |1.0000 - 0.9884| &= 0.0116 \\ |0.1237 - 0.1071| &= 0.0166 \\ |0.4400 - 0.3787| &= 0.0613 \end{aligned} \quad (6.39)$$

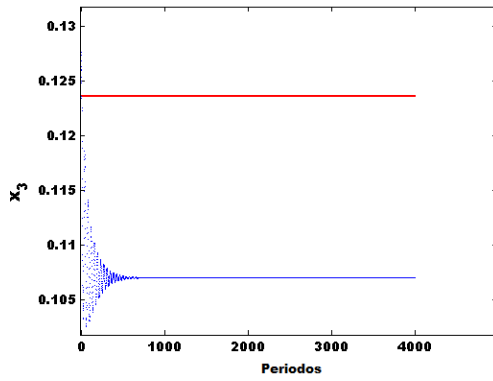
nos da un error relativo de 23.5 %, 1.16 %, 13.41 %, 13.93 %.



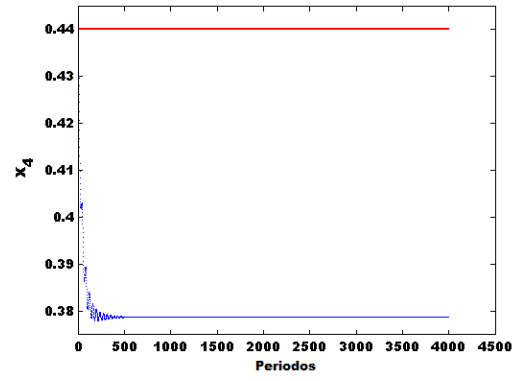
(A) x_1 vs Periodos de muestreo



(B) x_2 vs Periodos de muestreo



(C) x_3 vs Periodos de muestreo



(D) x_4 vs Periodos de muestreo

FIGURA 6.5. Evolución temporal de las variables de estado del SEPIC con resistencias internas como reductor (azul) y los valores de referencia (rojo)

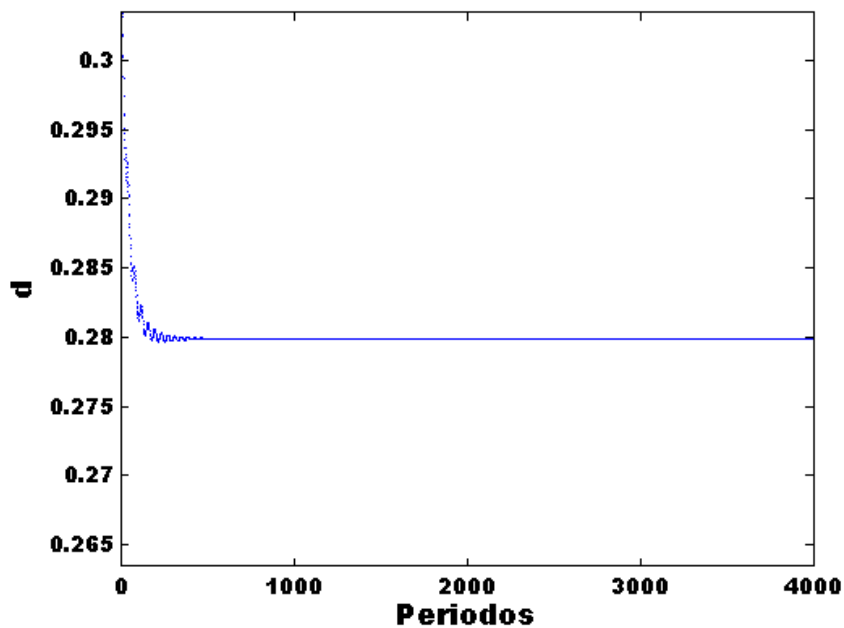


FIGURA 6.6. Evolución temporal del ciclo trabajo del SEPIC con resistencias internas considerado como un reductor

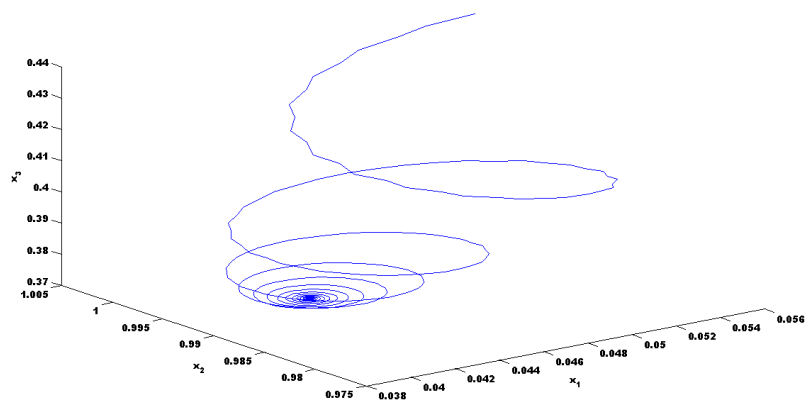


FIGURA 6.7. Proyección diagrama de fases $x_1x_2x_3$ del SEPIC con resistencias internas como reductor

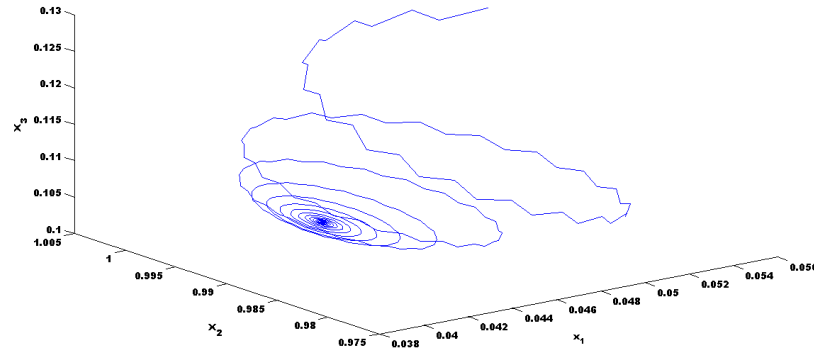


FIGURA 6.8. Proyección del diagrama de fases $x_1x_2x_4$ del SEPIC con resistencias internas como reductor

6.7.1.2. SEPIC como un elevador

Las figuras 6.9, 6.10, 6.11 y 6.12, muestran el desempeño de la estrategia ZAD cuando simulamos la dinámica del convertidor SEPIC con inclusión de resistencias internas como un elevador.

En las figuras 6.11 y 6.12 se observa la proyección del retrato de fases en \mathbb{R}^3 , en el cual el sistema evoluciona hacia un punto fijo estable.

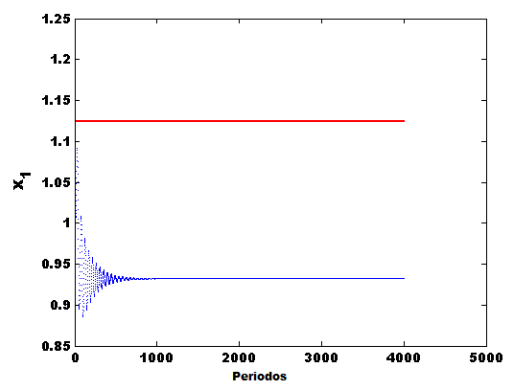
La Figura 6.9 muestra la proyección de las variables de estado, en ella podemos observar que el sistema tiene un aceptable comportamiento de regulación tanto de la corriente como de la tensión.

Notese que:

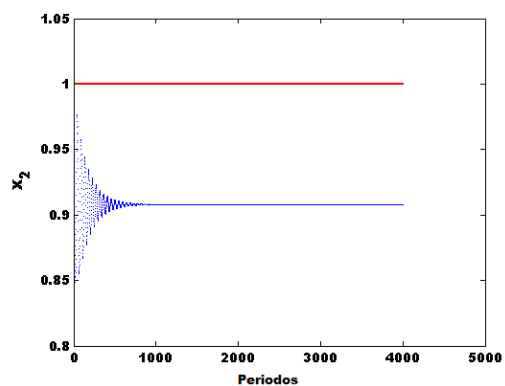
$$\begin{aligned}
 |1.1241 - 0.9321| &= 0.1921 \\
 |1.0000 - 0.9080| &= 0.0920 \\
 |0.5621 - 0.4694| &= 0.0926 \\
 |2.0000 - 1.6628| &= 0.3372
 \end{aligned} \tag{6.40}$$

lo cual nos da un error relativo de 17.08 %, 9.2 %, 16.47 % y 16.86 % para las tensiones y las corrientes.

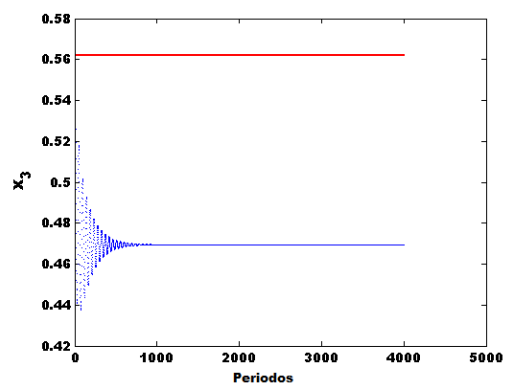
En la Figura 6.10 vemos como el ciclo de trabajo se estabiliza después de las mil interacciones hacia el valor 0.6657.



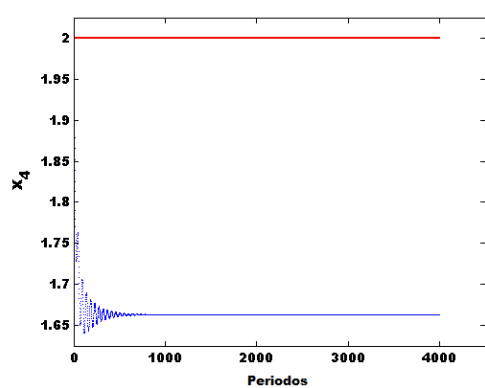
(A) x_1 vs Periodos de muestreo



(B) x_2 vs Periodos de muestreo



(C) x_3 vs Periodos de muestreo



(D) x_4 vs Periodos de muestreo

FIGURA 6.9. Evolución temporal de las variables de estado del SEPIC con resistencias internas, considerado como un elevador(azul) y los valores de referencia(rojo)

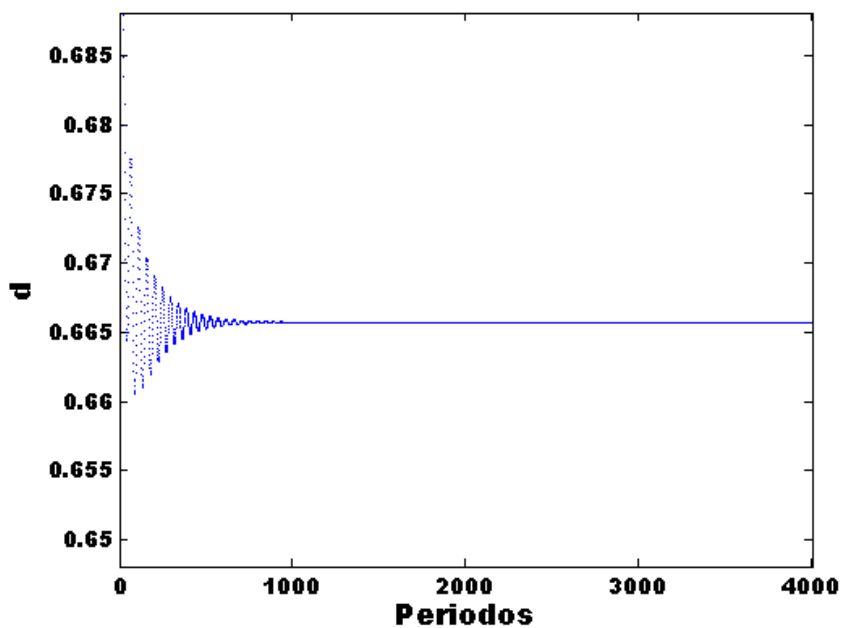


FIGURA 6.10. Evolución del ciclo de trabajo del SEPIC con resistencias internas, considerado como un elevador

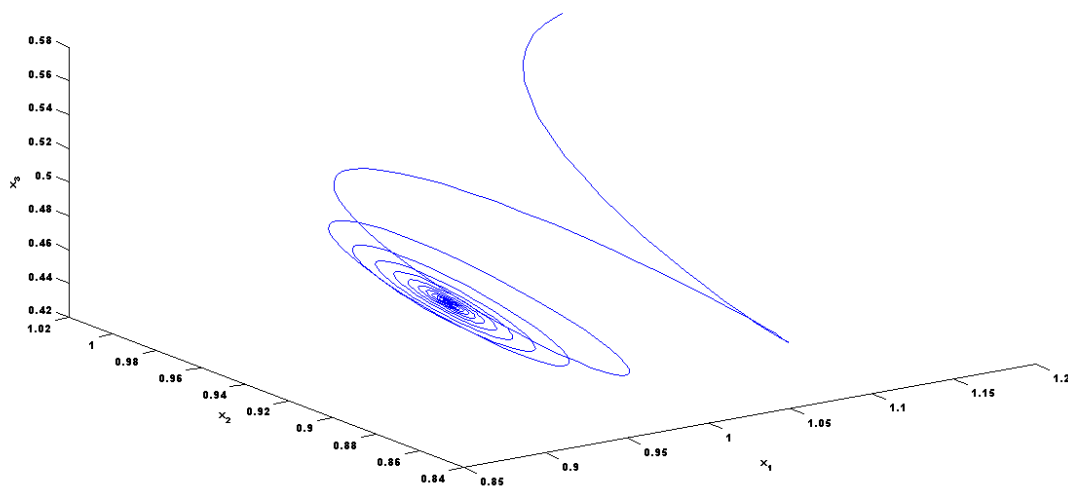


FIGURA 6.11. Proyección del retrato de fases $x_1x_2x_3$ del SEPIC con resistencias internas, considerado como un elevador

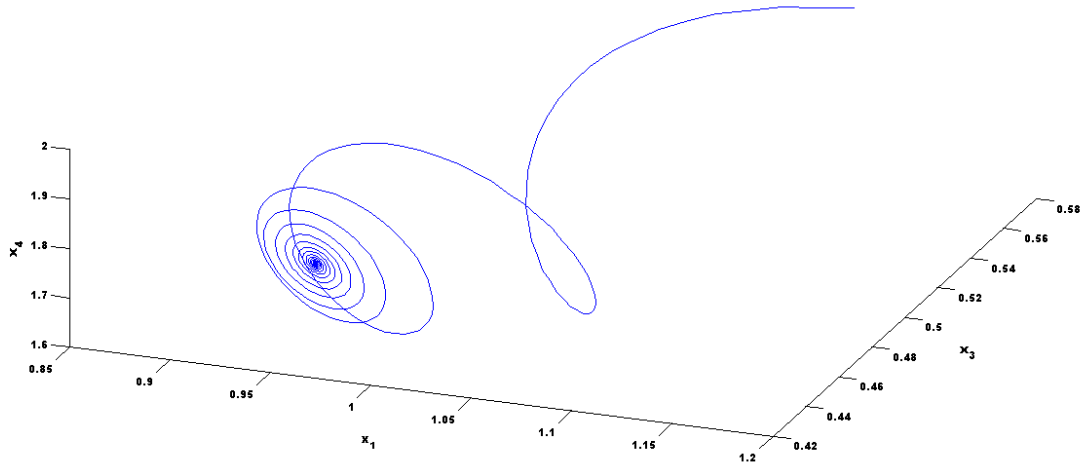


FIGURA 6.12. Proyección del retrato de fases $x_1x_2x_3$ del SEPIC con resistencias internas, considerado como un elevador

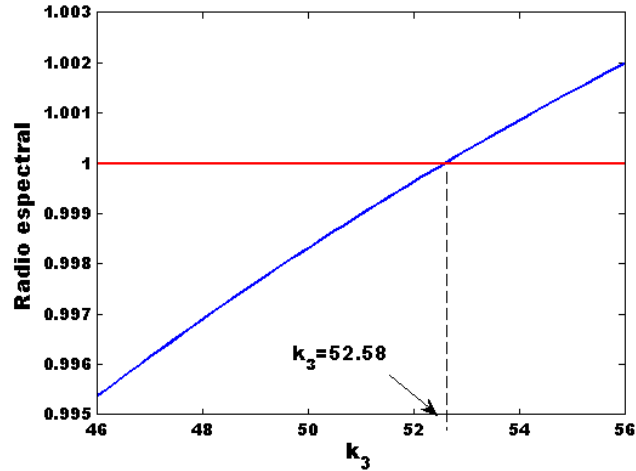
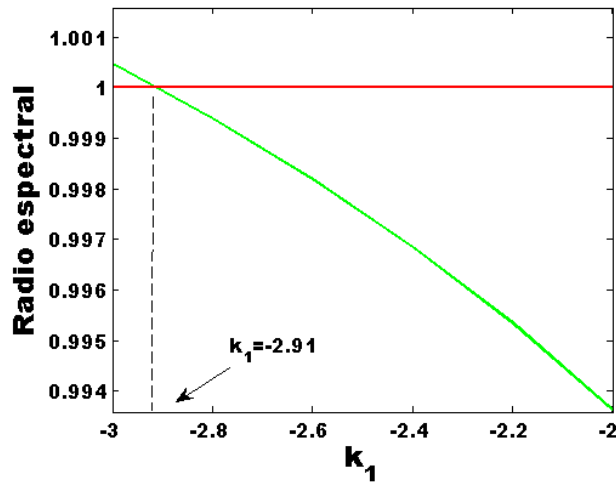
6.7.2. Órbitas periódicas

Las figuras 6.13 y 6.14 representan la variación del radio espectral de la matriz Jacobiana de la aplicación de Poincaré dada por la expresión (6.14).

La Figura 6.13 nos muestra que para un valor de $k_3 = 52.58$, la dinámica del convertidor tiene un punto de bifurcación, en esta simulación el SEPIC lo tomamos como un reductor.

En la figura 6.14 se tiene un punto de bifurcación para $k_1 = -2.91$ cuando se simula el SEPIC como un elevador.

En ambos casos se tiene que estos puntos representan un cambio en la estabilidad $1T$ -periódica del sistema.

FIGURA 6.13. Radio espectral vs k_3 del SEPIC con resistencia internasFIGURA 6.14. Radio espectral vs k_1 del SEPIC con resistencia internas

6.7.3. Bifurcaciones tipo flip

Las figuras 6.16 y 6.15 muestran la presencia de bifurcaciones, cuando simulamos la dinámica del SEPIC como un reductor. En estas figuras podemos observar que dicho fenómeno se presenta cuando variamos k_3 en el intervalo $[40, 60]$.

Para caracterizar el tipo de bifurcación presente en estos diagramas, analizamos los valores propios de la matriz Jacobiana, observese estos en la Tabla 6.2. En la Figura 6.17, se puede apreciar que uno de estos valores propios pasan de ser estable a inestable cruzando por -1, por tanto tenemos que la bifurcación presente es de tipo flip.

Una mejor perspectiva la podemos apreciar en la Figura 6.18, la cual nos muestra

una ampliación del círculo unitario donde se están moviendo los valores propios de la matriz Jacobiana, ésta nos confirma lo dicho inicialmente sobre el tipo de bifurcación que se tiene.

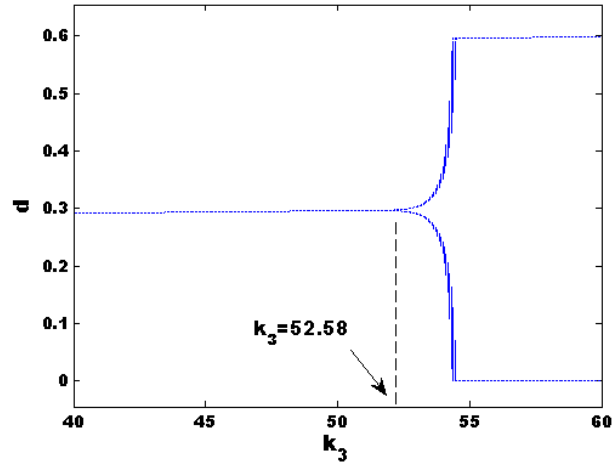


FIGURA 6.15. Evolución del ciclo de trabajo al variar k_3 , SEPIC con resistencias internas

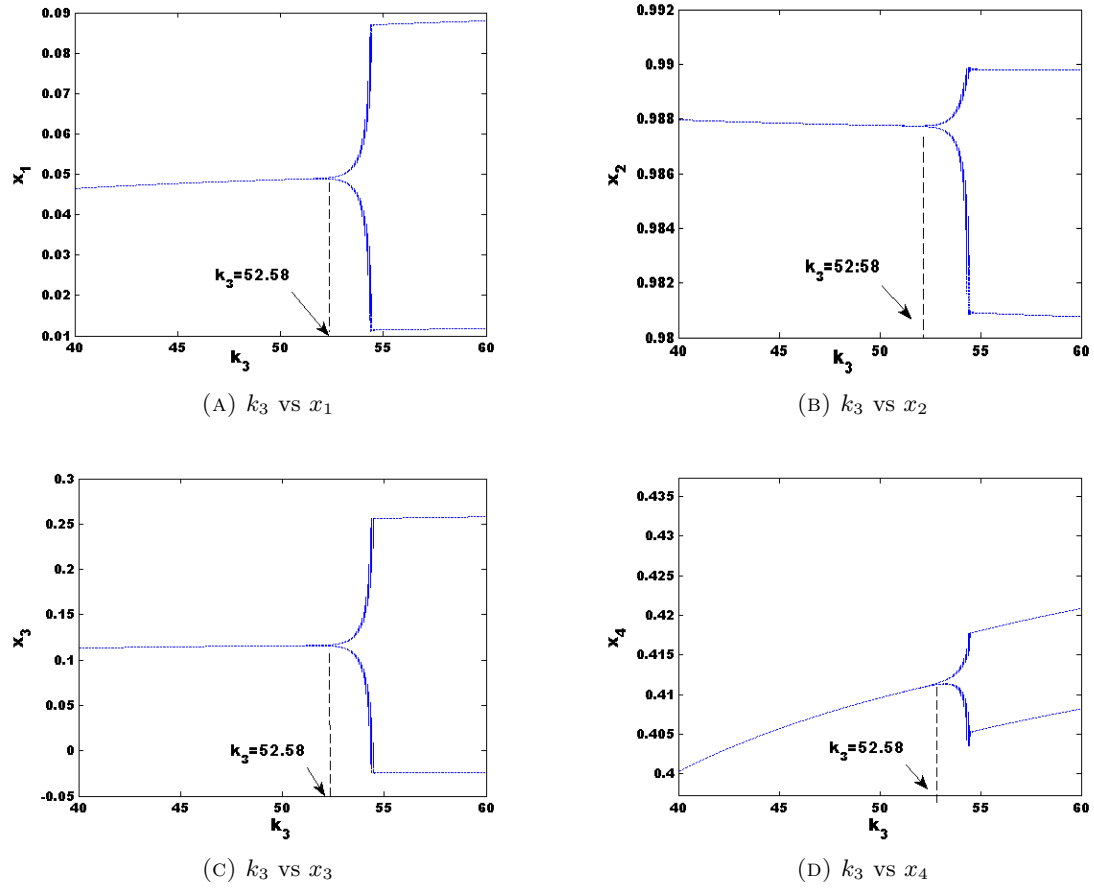


FIGURA 6.16. Diagramas de bifurcaciones al variar k_3 en el modelo del SEPIC con resistencias internas

k_3	λ_1	$\lambda_{2,3}$	λ_4
52.4000	-0.9999	$0.9761 \pm 0.1555i$	0.9590
52.4600	-0.9999	$0.9761 \pm 0.1555i$	0.9589
52.5200	-0.9999	$0.9761 \pm 0.1555i$	0.9589
52.5800	-1.0000	$0.9761 \pm 0.1555i$	0.9589
52.6400	-1.0000	$0.9761 \pm 0.1555i$	0.9589
52.7000	-1.0001	$0.9761 \pm 0.1555i$	0.9588

TABLA 6.2. Valores propios de la aplicación de Poincaré cerca del límite de estabilidad al variar k_3 , SEPIC con resistencias internas

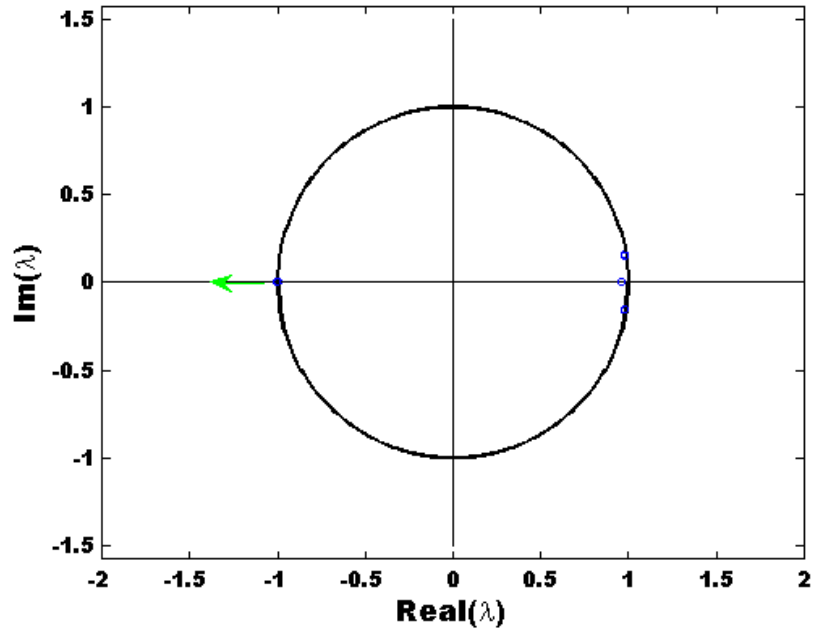


FIGURA 6.17. Evolución de los valores propios al variar k_3 , modelo del SEPIC con resistencias internas

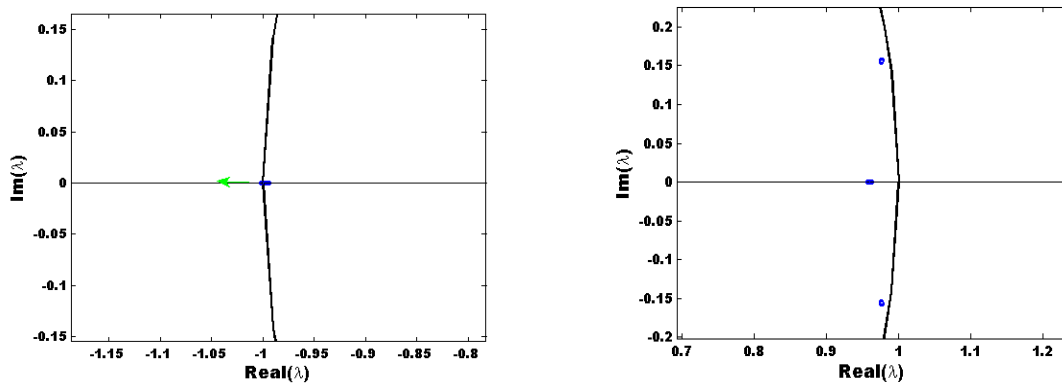


FIGURA 6.18. Ampliación del círculo unitario; modelo del SEPIC con resistencias internas

6.7.4. Bifurcaciones tipo Neimar-Sacker

Las figuras 6.19 y 6.20 muestran la presencia de bifurcaciones cuando simulamos la dinámica del SEPIC como un elevador. En estas figuras podemos observar que dicho fenómeno se presenta cuando variamos k_1 en el intervalo $[-10, -2]$.

Para caracterizar el tipo de bifurcación presente en estos diagramas, analizamos los valores propios de la matriz Jacobiana. En la Tabla 6.3 y en la Figura 6.21 observamos que los valores propios complejos y conjugados de la aplicación de Poincaré cercanos

a el PB su modulo se aproxima a 1, que caracteriza la bifurcación presente como de Neimar-Saker.

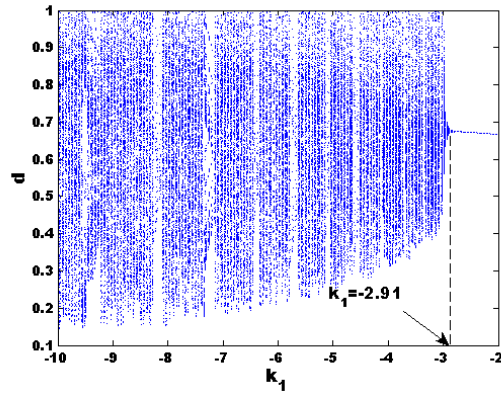


FIGURA 6.19. Evolución del ciclo de trabajo

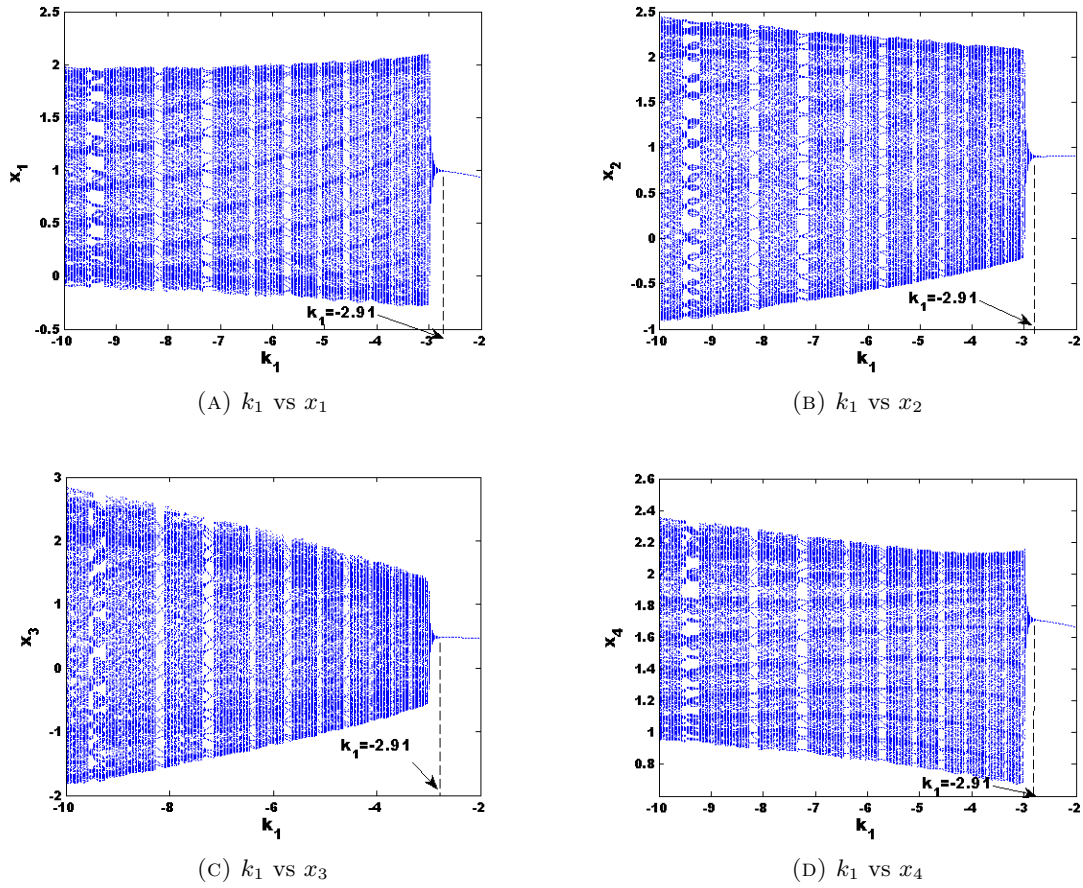


FIGURA 6.20. Diagramas de bifurcacionales al variar k_1 en el modelo del convertidor SEPIC con resistencias internas

k_1	λ_1	$\lambda_{2,3}$	λ_4
-3.0000	-0.9609	$0.9898 \pm 0.1460i$	0.9514
-2.9500	-0.9608	$0.9896 \pm 0.1455i$	0.9520
-2.9000	-0.9608	$0.9894 \pm 0.1450i$	0.9526
-2.8500	-0.9607	$0.9892 \pm 0.1445i$	0.9532
-2.8000	-0.9607	$0.9890 \pm 0.1440i$	0.9538

TABLA 6.3. Valores propios de la aplicación de Poincaré cerca del límite de estabilidad al variar k_1 , SEPIC con resistencias internas

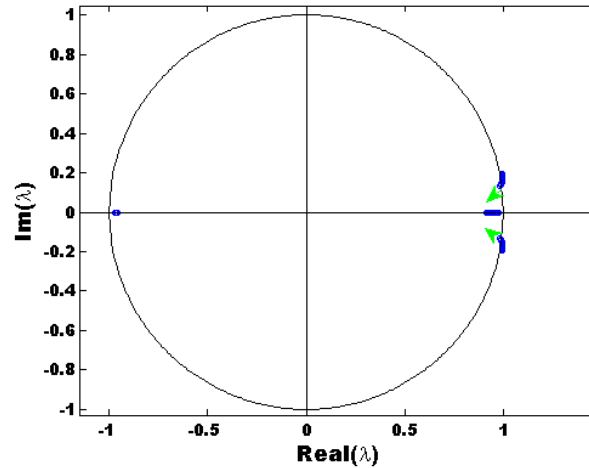


FIGURA 6.21. Evolución de los valores propios en el círculo unitario al variar k_1

6.7.5. Adición de periodo

En esta sección mostramos la presencia del fenómeno de adición de periodo en el convertidor SEPIC con resistencias internas.

En la figura 6.23 se tomaron los mismos valores de los parámetros k_i , $i = 1, 2, 3, 4$, α , β , γ y x_{4ref} , mientras $\sigma_1 = 0.0833$, $\sigma_2 = 0.0318$, $\sigma_f = 0.0100$ y $\sigma_m = 0.0644$. Es así como podemos apreciar en la Figura 6.23a que entre una órbita de período 2 y una de período 9 hay una de período 11 y como entre una de período 3 y una de período 5 hay una de período 8, lo que nos muestra numéricamente que entre una órbita de periodo m y una de periodo n hay una de periodo $m + n$. Este fenómeno lo podemos apreciar también en las figuras 6.23b, 6.23c y 6.23d.

La figura 6.22 muestra que todas estas órbitas son saturadas, es decir, ninguno de los ciclos de trabajo pertenece a $(0, T)$.

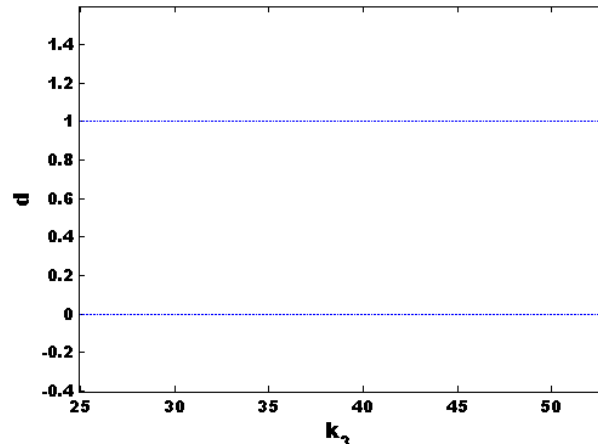


FIGURA 6.22. Saturación del ciclo de trabajo del SEPIC con resistencias internas

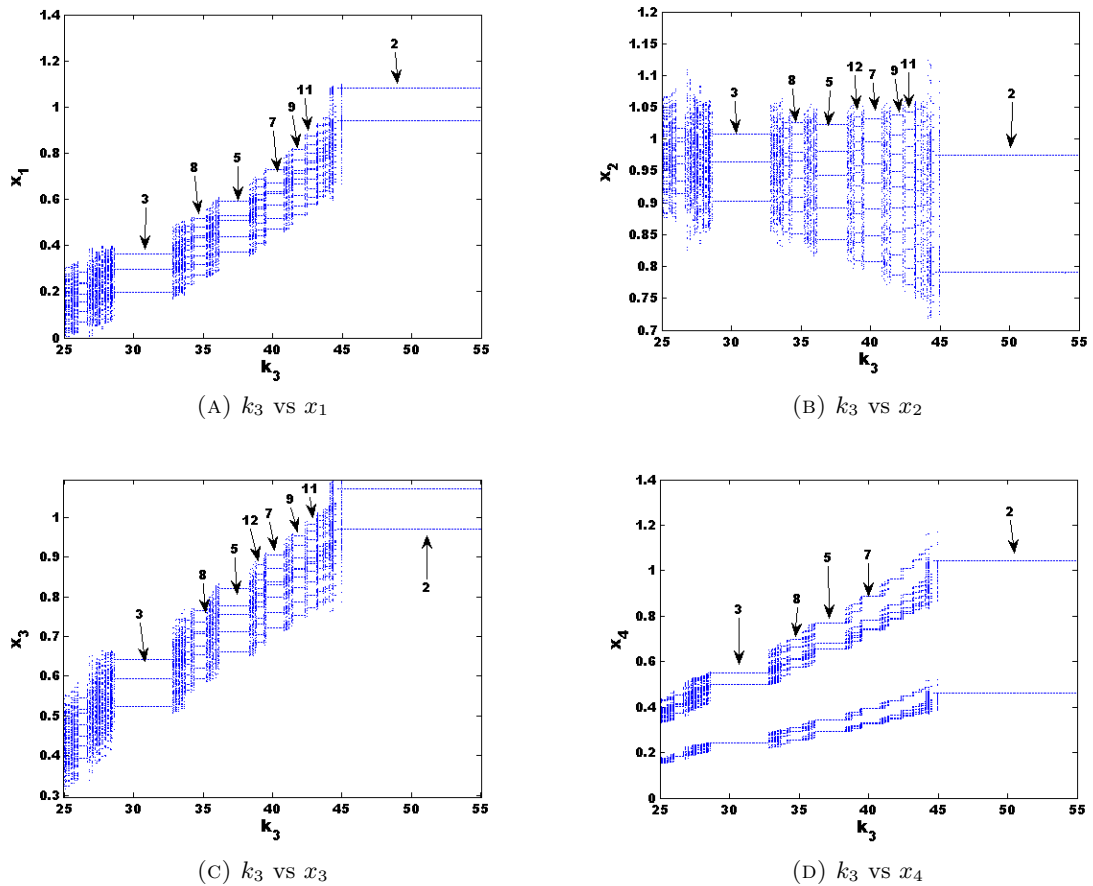


FIGURA 6.23. Fenómeno de adición de periodo del convertidor SEPIC con resistencias internas

6.7.6. Presencia de caos

Las figuras 6.24 y 6.25 nos muestran la presencia de caos en el convertidor SEPIC con resistencias internas, esto debido a la presencia de exponentes de Lyapunov positivos, ya sea que consideremos al SEPIC como un reductor o como un elevador respectivamente.

En la figura 6.24 observamos como varían los exponentes de Lyapunov en función del parámetro k_3 . Los valores de los parámetros que hemos fijado son los mismos con los cuales se obtuvieron los diagramas de bifurcaciones dados en la Figura 6.16. La región donde se presenta el caos es para valores de k_3 mayores a 52.58.

De igual forma tenemos en la Figura 6.25 la variación de los exponentes de Lyapunov en función del parámetro k_1 , los parámetros que se fijaron en este caso son los mismos con los cuales se obtuvieron los diagramas de bifurcaciones en 6.20. La región donde se presenta el caos es para valores menores que $k_1 = -2.91$.

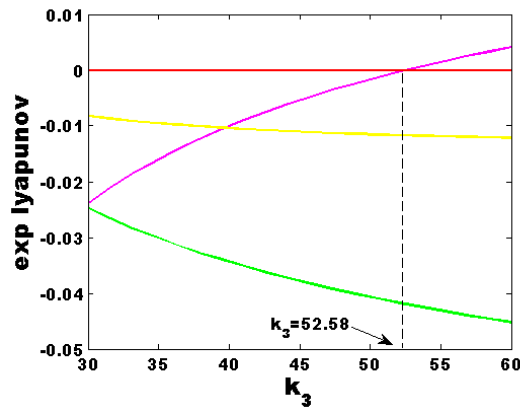


FIGURA 6.24. Variación de los exponentes de Lyapunov vs k_3 en el convertidor SEPIC con resistencias internas

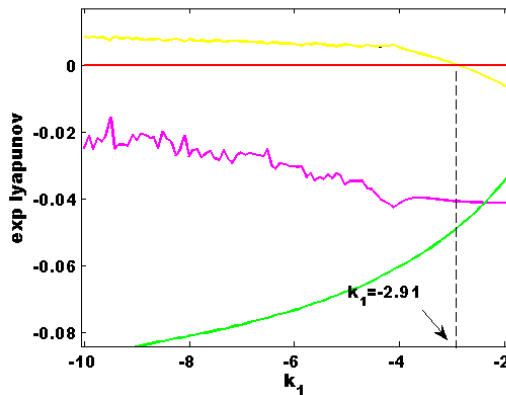


FIGURA 6.25. Variación de los exponentes de Lyapunov vs k_1 en el convertidor SEPIC con resistencias internas

6.7.7. Control de caos con FPIC

En esta sección analizaremos los PB dados en las figuras 6.13 y 6.14 al aplicarle la técnica FPIC para controlar el caos.

Para poder aplicar la técnica FPIC, primero se debe encontrar que si al incluir resistencias internas en el SEPIC el radio espectral de la matriz

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{x}_n} = \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right) \phi_2 (T - d_n) \phi_1 \left(\frac{d_n}{2} \right)$$

evaluada en el punto fijo \mathbf{y}^* de la aplicación de Poincaré y ver si es menor que 1. La Figura 6.26 nos muestra la variación del radio espectral de la matriz $\partial \mathbf{P} / \partial \mathbf{x}_n$ para varios valores de γ , la cual concuerda con la Figura 6.4.

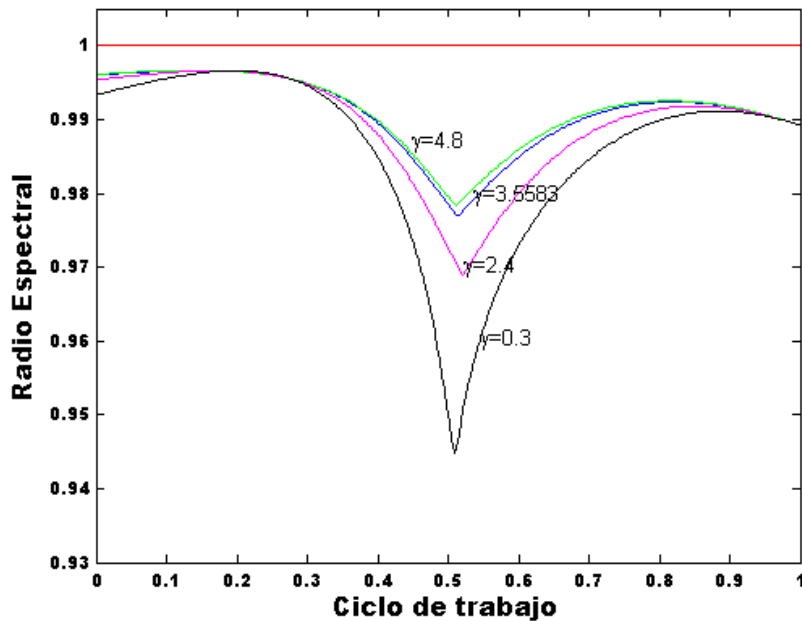


FIGURA 6.26. Variación del radio espectral en función de ciclo de trabajo del SEPIC con resistencias internas.

Se tiene así que si es aplicable la técnica FPIC.

En primer lugar analizaremos el PB del diagrama 6.13. Al aplicarle FPIC a este PB un valor de $N = 0.003$ observamos en las figuras 6.27a y 6.27b como el rango de la zona caótica disminuye considerablemente. Al aumentar el valor de N a 0.006 se observa en las figuras 6.27c y 6.27d como continúa disminuyendo la zona donde se presenta el caos y para $N = 0.007$ ya la zona caótica ha disminuido para el rango de k_3 simulado, figuras 6.27e y 6.27f, por tanto podemos concluir que la técnica de control FPIC es efectiva para controlar el caos dado en la Figura 6.13.

A continuación analizaremos el caos que se presenta en la Figura 6.14. Para ver el

efecto de FPIC inicialmente le dimos un valor de $N = 1.3$ y notamos en las figuras 6.28a y 6.28b como disminuye el rango de la zona donde hay caos. Si incrementamos el valor de N a 1.8, nuevamente la zona donde hay caos disminuye como puede observarse en las figuras 6.28c y 6.28d. Por último si hacemos $N = 3.3$ la zona caótica donde se varía el parámetro k_1 ha desaparecido notablemente, notese en las figuras 6.28e y 6.28f. Por tanto, concluimos que la técnica de control FPIC puede controlar el caos dado en el PB de la Figura 6.14.

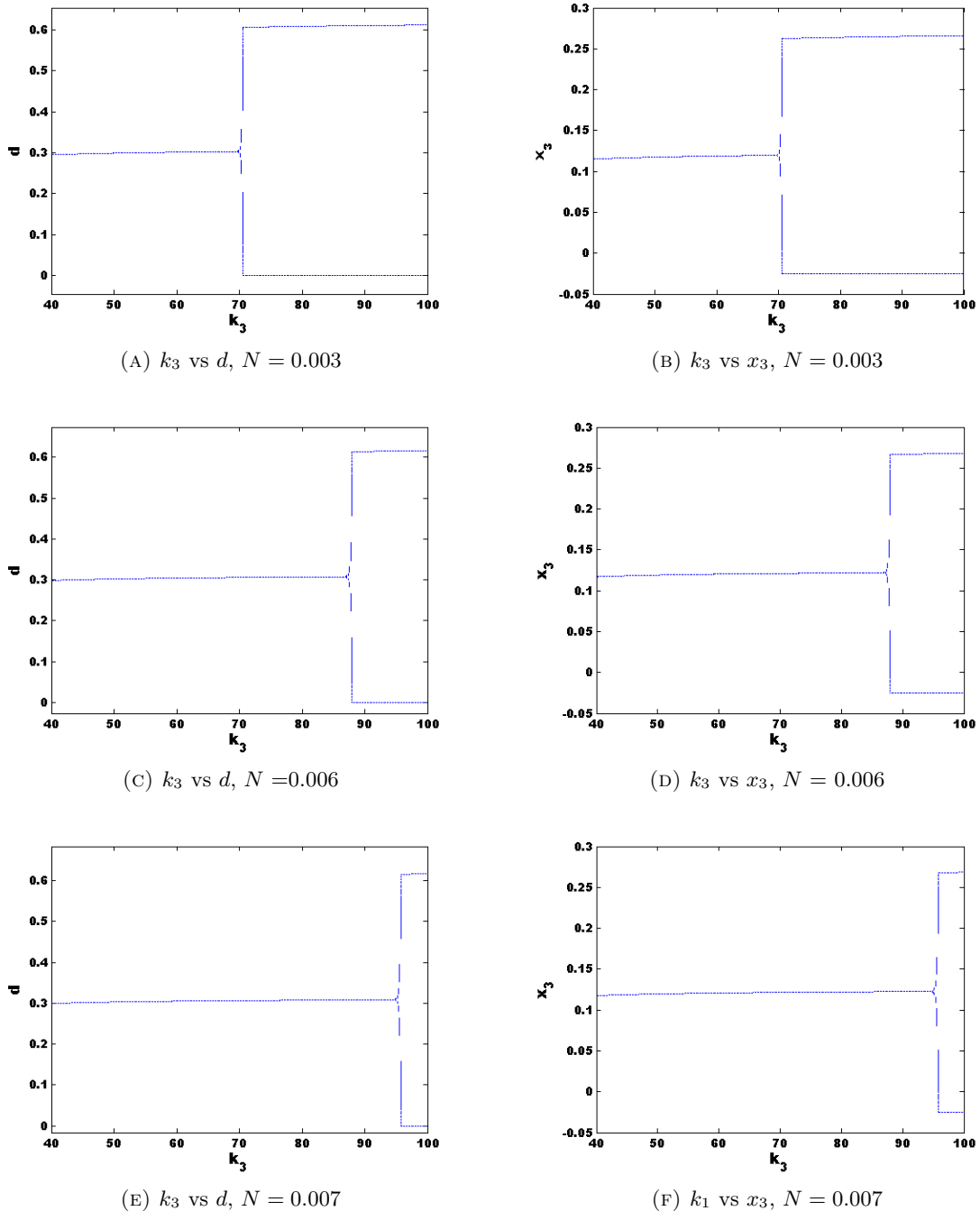
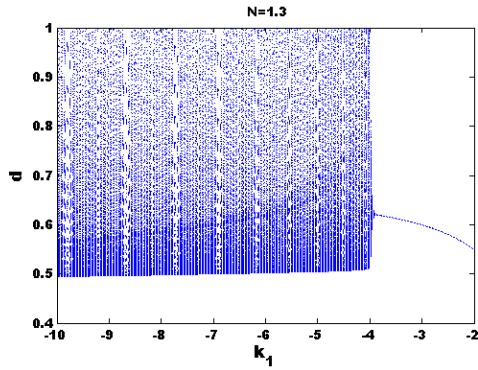
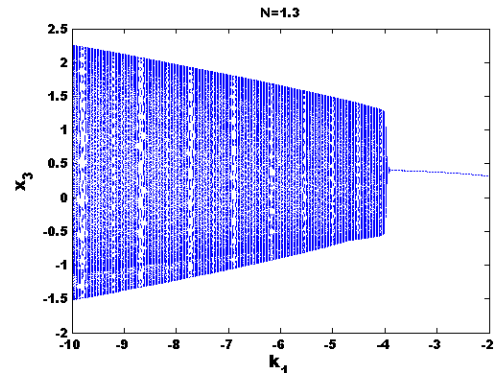


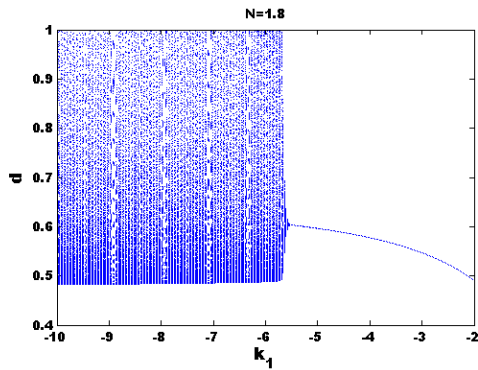
FIGURA 6.27. Diagramas de bifurcaciones del SEPIC con resistencias internas al variar k_3 y diferentes valores de N



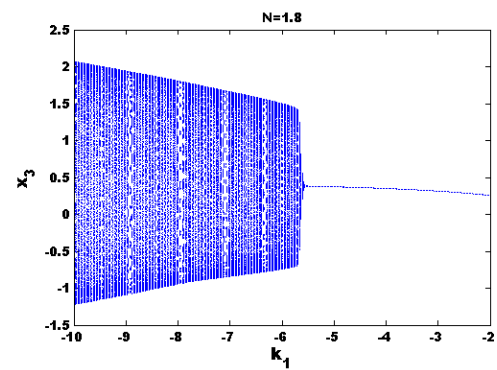
(A) Evolución del ciclo trabajo



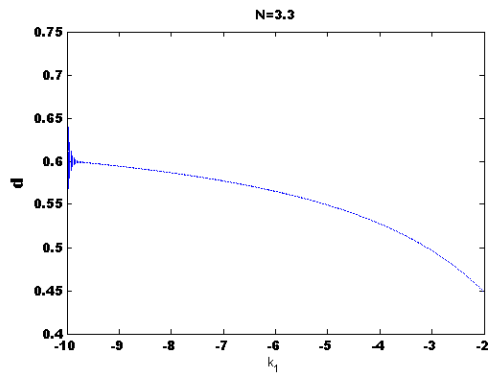
(B) Evolución de la corriente



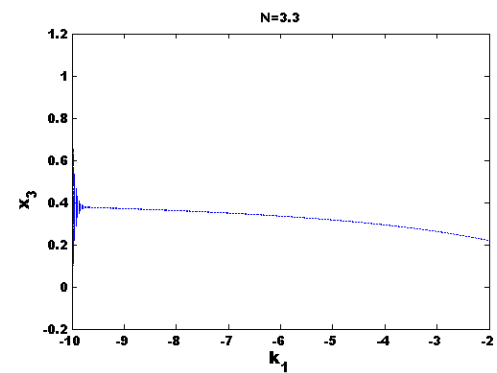
(C) Evolución del ciclo trabajo



(D) Evolución de la corriente



(E) Evolución del ciclo trabajo



(F) Evolución de la corriente

FIGURA 6.28. Diagramas de bifurcaciones del SEPIC con resistencias internas al variar k_1 y diferentes valores de N

6.7.8. Control de caos con TDAS

En esta sección controlaremos el caos que se presenta para los PB dados en las figuras 6.13 y 6.14 al aplicarle la técnica TDAS.

Primero analizamos el PB de la Figura 6.13. En las figuras 6.29a y 6.29b que corresponde a la evolución de la corriente y del ciclo de trabajo en función de k_3 , escogiendo $\eta = -0.001$, vemos que la zona donde el régimen caótico se presenta, ha disminuido.

En las figuras 6.29c y 6.29d se ha escogido $\eta = -0.002$, observamos que continúa disminuyendo la zona donde se presenta el caos.

En las figuras 6.29e y 6.29f se hizo $\eta = -0.003$ y se aprecia una disminución considerable de la zona donde hay presencia de caos.

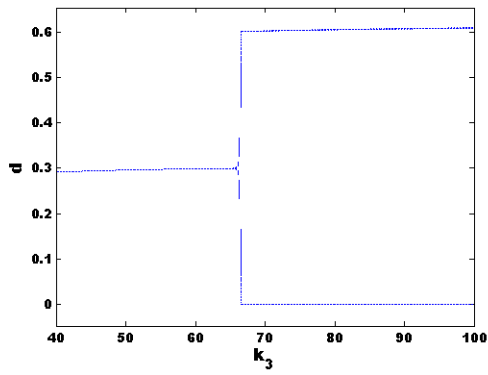
Por lo tanto podemos afirmar que la técnica de control TDAS es eficiente para controlar el caos del PB de la Figura 6.13.

Ahora analizaremos el PB de la Figura 6.14 cuando se le aplica TDAS. En las figuras 6.30a y 6.30b se escogio $\eta = -20$, observamos en estas como el rango donde hay presencia de caos ha disminuido.

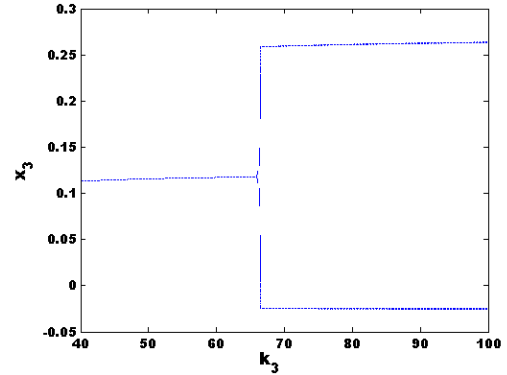
En las figuras 6.30c y 6.30d, se hizo $\eta = -30$ y puede notarse como la zona donde había presencia de caos continúa disminuyendo.

En las figuras 6.30e y 6.30f, se escogió $\eta = -40$, puede verse como la zona donde se presentaba régimen caótico ha desaparecido totalmente para el rango donde se varió k_1 .

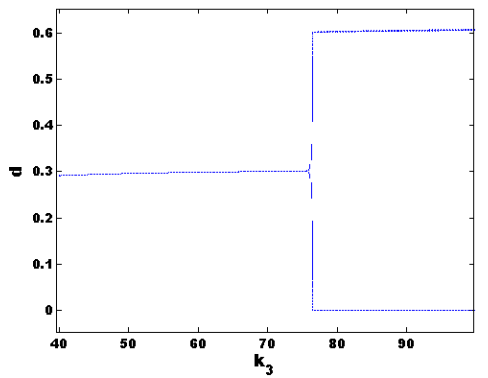
Por tanto podemos afirmar que con la técnica de control TDAS podemos controlar el caos dado en el PB de la Figura 6.14.



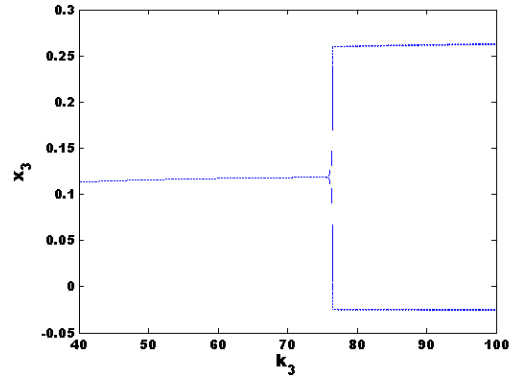
(A) Evolución del ciclo trabajo



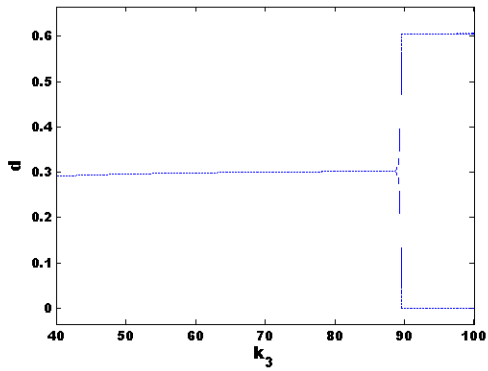
(B) Evolución de la corriente



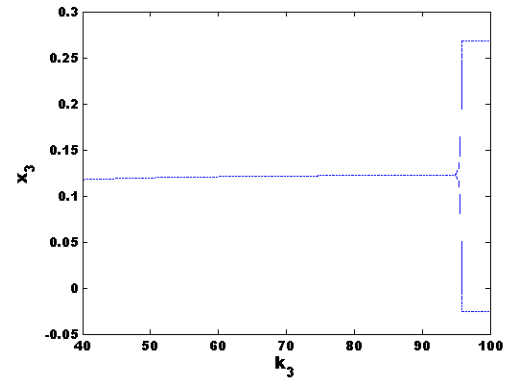
(C) Evolución del ciclo trabajo



(D) Evolución de la corriente

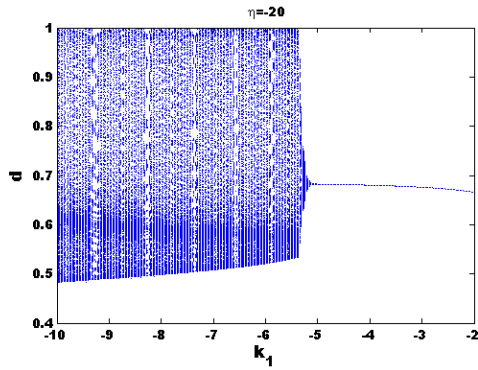


(E) Evolución del ciclo trabajo

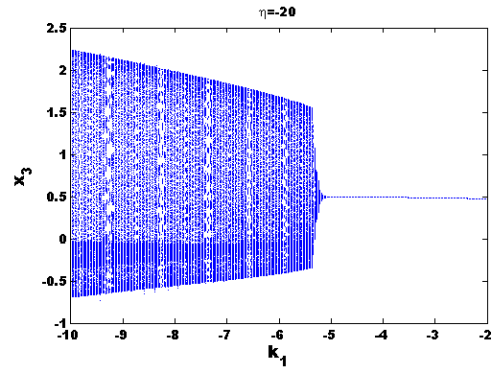


(F) Evolucion de la corriente

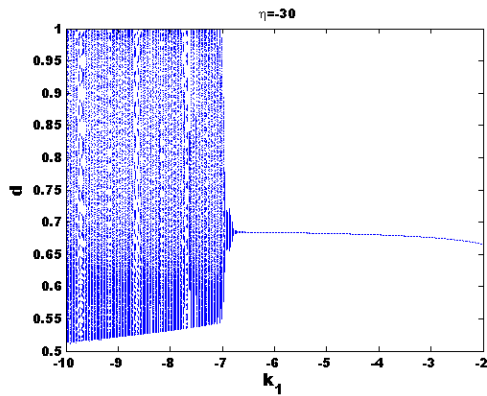
FIGURA 6.29. Diagramas de bifurcaciones para varios valores de η al variar k_3 para el SEPIC con resistencias internas



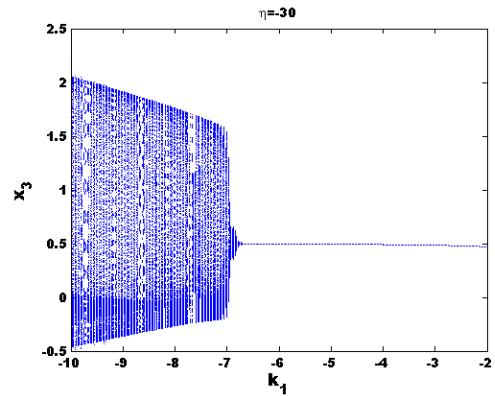
(A) Evolución del ciclo trabajo



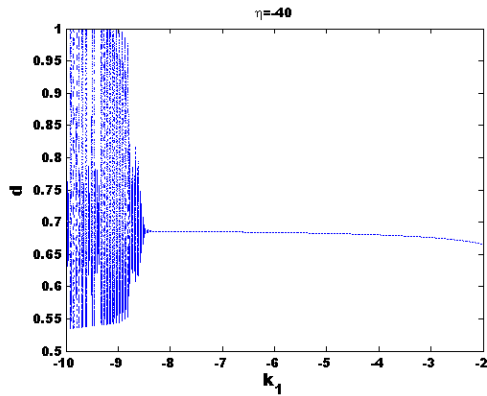
(B) Evolución de la corriente



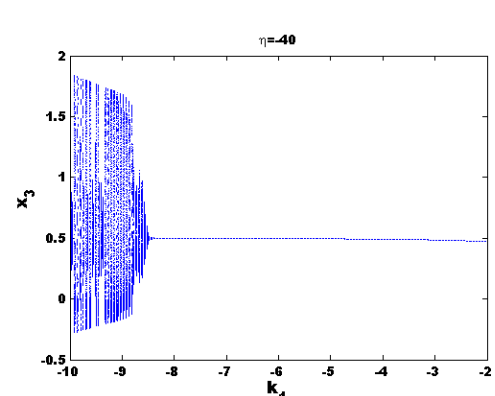
(C) Evolución del ciclo trabajo



(D) Evolución de la corriente



(E) Evolución del ciclo trabajo



(F) Evolución de la corriente

FIGURA 6.30. Diagramas de bifurcaciones para diferentes valores de η al variar k_1

6.8. Contraste entre la dinámica del convertidor SEPIC del modelo simple y la del modelo con resistencias internas cuando es operado mediante la técnica ZAD

En esta sección haremos la comparación de los resultados entre las simulaciones de la dinámica del convertidor SEPIC modelo simple Figura 2.1 y del modelo con resistencias internas Figura 6.1, controlado mediante la técnica ZAD, dadas las mismas condiciones iniciales y los mismos parámetros para los dos sistemas; es de anotar que el modelo con resistencias internas tiene unos parámetros que el otro modelo no presenta, que son precisamente las que surgen al incluir las resistencias.

6.8.1. Análisis de resultados

Cuando consideramos al SEPIC como un reductor y variamos k_3 en el intervalo $[40, 60]$ notamos que hay presencia de órbitas $1T$ -periódicas para ambos modelos, pero el punto donde hay cambio de estabilidad $1T$ -periódico de los sistemas es distinto para ambos modelos, Figura 6.31. Igualmente la Figura 6.32 nos muestra la presencia de caos para ambos sistemas cuando variamos k_3 en este rango.

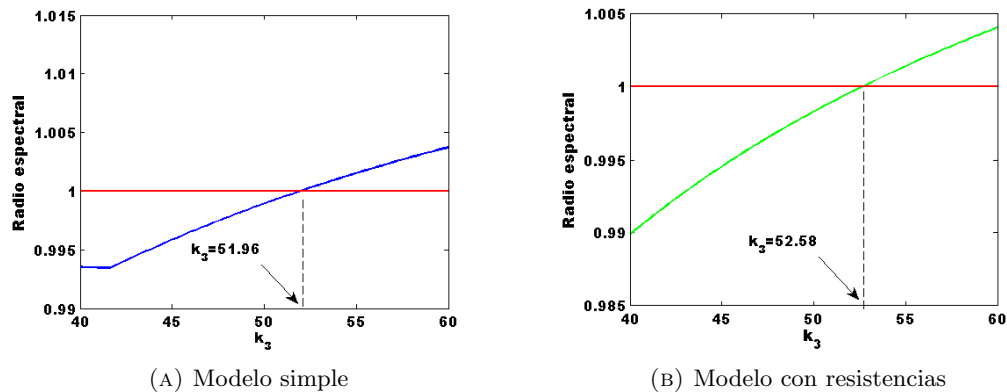
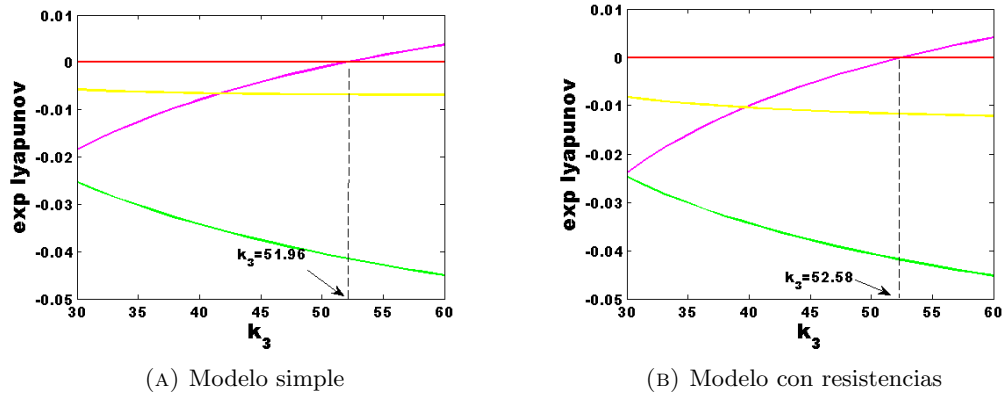
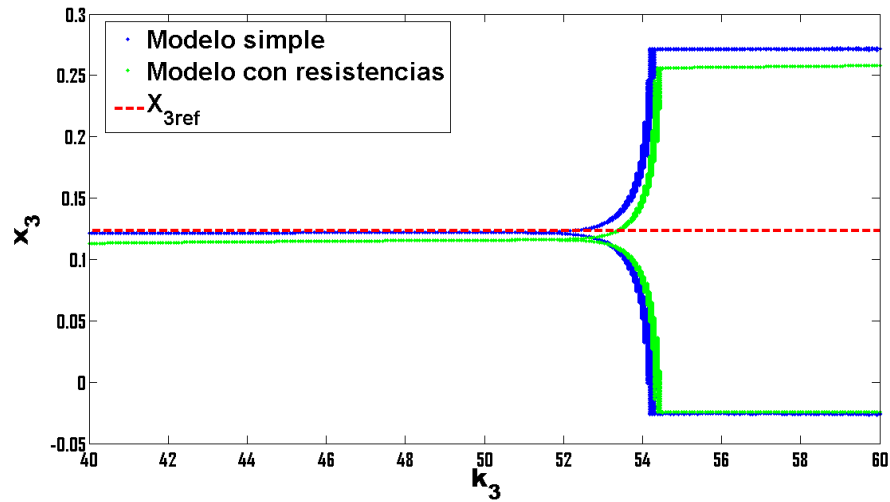


FIGURA 6.31. Contraste: Órbita $1T$ -periódica, al variar k_3

La Figura 6.33 nos muestra la superposición de diagramas de cada uno de los modelos del convertidor SEPIC para la variable de estado x_3 cuando es operado mediante la técnica ZAD. El de color azul es el del modelo simple, el de color verde es el del modelo con resistencias internas, mientras el de color rojo representa el valor de referencia para dicha variable de estado. Notamos en esta Figura que el tipo de bifurcación en ambos modelos es el mismo, que como se mostró en 4.4.1 y 6.7.3 corresponden a una bifurcación de tipo flip. Otro aspecto que podemos apreciar, es que modelo simple tiene un mejor comportamiento para seguir la señal de referencia, mientras que el modelo con resistencias tiene un mayor rango de estabilidad para los valores de k_3 considerados.


 FIGURA 6.32. Contraste: exponentes de Lyapunov en función de k_3

 FIGURA 6.33. Contraste de bifurcaciones al variar k_3

En la Tabla 6.4 podemos observar de manera detallada el comportamiento de la dinámica de los dos modelos del SEPIC en consideración para el rango de valores k_3 considerado.

	Modelo simple	Modelo con resistencias
$40 \leq k_3 < 51.96$	Estable	Estable
51.96	Punto bifurcación	Estable
$51.96 < k_3 < 52.58$	Inestable	Estable
52.58	Inestable	Punto bifurcación
$52.58 < k_3 \leq 100$	Inestable	Inestable

 TABLA 6.4. Comparación de los dos modelos del SEPIC, simple y con resistencia para k_3

A continuación hacemos un paralelo entre las dinámicas del modelo simple y la del modelo

con inclusión de resistencias internas del convertidor SEPIC cuando es usado como un elevador. Las condiciones iniciales y los parámetros que tienen en común son iguales, para los sistemas de ambos modelos.

En la Figura 6.34 podemos observar que para ambos modelos el sistema tiene órbitas $1T$ -periódicas, pero que el PB es diferente, esto nos dice que el sistema es sensible al incluirle resistencias al convertidor SEPIC.

De la Figura 6.35 podemos notar que en ambos modelos hay presencia de caos para el rango de k_3 considerado; esto ocurre debido a la presencia de exponentes de Lyapunov positivos.

En la Figura 6.36 tenemos la superposición de los diagramas de bifurcaciones tipo Neimar-Sacker de las secciones 4.4.2 y 6.7.4 de la variable de estado x_3 , cuando es operado mediante la técnica de control ZAD, el de color azul corresponde al modelo simple, el de color verde al modelo con resistencias internas y la línea roja corresponde al valor de referencia de dicha variable. A partir de este Figura podemos decir que el sistema del modelo simple tiene un mejor comportamiento para seguir la señal de referencia, mientras el otro modelo tiene un mayor rango de estabilidad para el intervalo considerado de k_3 .

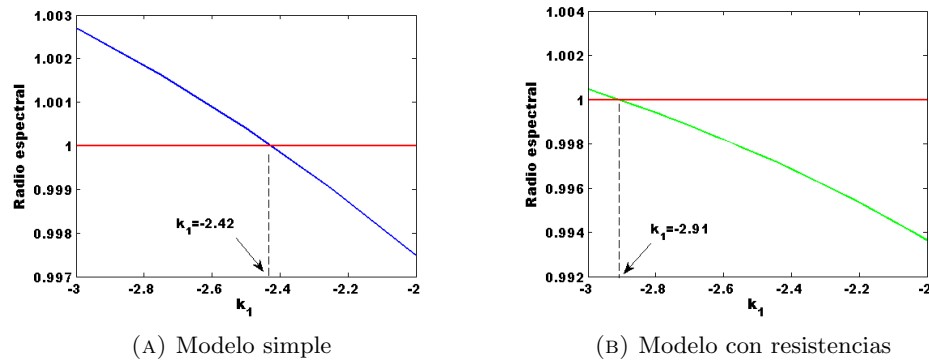


FIGURA 6.34. Contraste de la órbita $1T$ -periódica al variar k_1

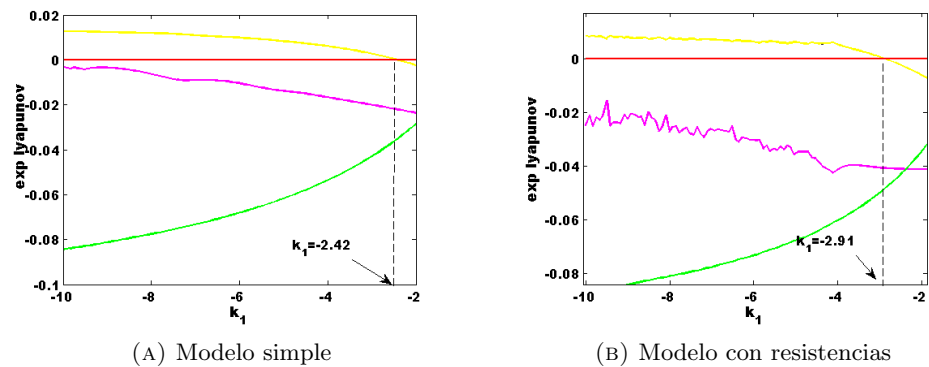


FIGURA 6.35. Contraste de los exponentes de Lyapunov en función de k_1

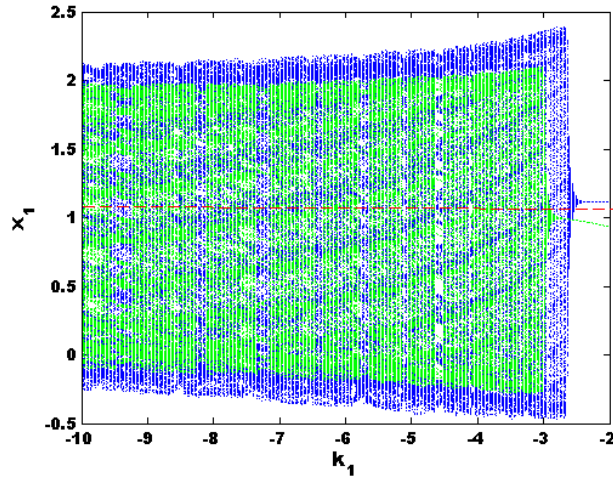


FIGURA 6.36. Contraste de bifurcaciones al variar k_1

En la Tabla 6.5 podemos observar de manera detallada el comportamiento de la dinámica de los dos modelos del SEPIC para el rango de valores k_1 considerado.

	Modelo simple	Modelo con resistencias
$-10 \leq k_1 < -2.91$	Inestable	Inestable
-2.91	Inestable	Punto bifurcación
$-2.91 < k_1 < -2.42$	inestable	Estable
-2.42	Punto bifurcación	Estable
$-2.91 < k_1 \leq 100$	Estable	Estable

TABLA 6.5. Comparación de los dos modelos del SEPIC, simple y con resistencia para k_1

En la Figura 6.37 tenemos que en ambos modelos hay presencia de adición de periodo con unas características muy similares. El valor de la condición inicial y los parámetros que coinciden en ambos sistemas para la simulación de éste fenómeno fueron los mismos.

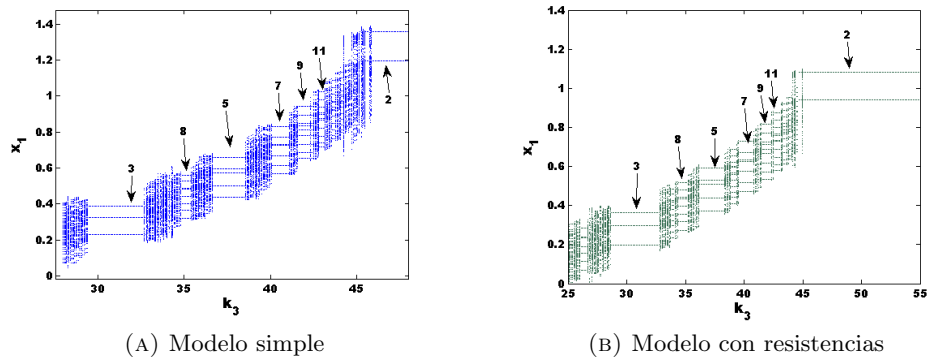


FIGURA 6.37. Contraste de la adición de periodo

Conclusiones



- Se hizo un estudio de la dinámica del convertidor SEPIC del modelo simple y del modelo cuando se incluyen resistencias internas, sobre la superficie de conmutación

$$s(\mathbf{x}(t)) = k_1(x(t)_1 - x_{1ref}) + k_2(x(t)_2 - x_{2ref}) + k_3(x(t)_3 - x_{3ref}) + k_4(x(t)_4 - x_{4ref})$$

- Se hizo la simulación del sistema que gobierna el convertidor SEPIC en *MCC* (modo de conducción continuo) para cuando es considerado como un reductor y para cuando es considerado como un elevador. En el primer caso se varió el parámetro k_3 asociado a la corriente i_2 y para el segundo caso se varió el parámetro k_1 asociado a la corriente i_1 .
- Se estudió la existencia de órbitas $1T$ -periódicas de forma analítica y se hizo un estudio de la estabilidad de estas por medio de la técnica de los multiplicadores característicos. Esto se hizo en forma analítica y numéricamente.
- Usando los criterios clásicos para clasificar las bifurcaciones presentes en sistemas dinámicos, se hizo la caracterización de la bifurcación tipo Flip, tipo de Neimar-Sacker y tipo adición de periodo.
- Se mostró que la dinámica del sistema es la misma al tomar condiciones iniciales sobre una misma recta que pasa por el origen del espacio tetra dimensional $k_1 \times k_2 \times k_3 \times k_4$ mediante el teorema 4.1.
- Se estudió el caos presente en algunos diagramas de bifurcaciones por medio de los exponentes de Lyapunov y se mostró que estos resultados concuerdan con los obtenidos a partir del análisis del Jacobiano de la aplicación de Poincaré.
- Se implementaron las técnicas de control FPIC y TDAS en el esquema de pulso al centro simétrico para controlar la presencia de caos en el sistema, en el cual ambas técnicas mostraron buenos resultados.
- Al comparar los modelos simple y con inclusión de resistencia del convertidor SEPIC, ver figuras 6.33 y 6.36, se encontró que el modelo simple muestra un mejor comportamiento para seguir la señal de referencia, mientras que el modelo con la inclusión de resistencias internas es más estable, bajo los parámetros considerados.

Trabajos futuros



- Implementar experimentalmente la técnica ZAD en el convertidor SEPIC y comparar los resultados con los obtenidos mediante simulación en el presente trabajo.
- Implementar la técnica ZAD con PWM de pulso al centro asimétrico para comparar los resultados con los obtenidos en el PWM de pulso al centro simétrico.
- Caracterizar órbitas de atracción de órbitas periódicas.
- Hacer un análisis dinámico de codimensión 2.
- Caracterizar la bifurcación por adición de periodo
- Demostrar el fenómeno de adición de periodo.

Bibliografía



- [1] A. Amador, *Técnica ZAD aplicada al convertidor boost*, Master's thesis, Universidad Nacional de Colombia - Sede Manizales, Colombia, Octubre 2008.
- [2] F. Angulo, *Análisis de la dinámica de convertidores electrónicos de potencia usando PWM basado en promediado cero de la dinámica del error (ZAD)*, Ph.D. thesis, Universidad Politécnica de Cataluña, España, Mayo 2004.
- [3] F. Angulo, E. Fossas, and G. Olivar, *Técnica ZAD aplicada a un convertidor buck: Análisis de estabilidad y de transición al caos*, Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial **2** (2005), no. 4, 25–35.
- [4] A. Aroudi, G. Olivar, L. Benadero, and E. Toribio, *Hopf bifurcation and chaos from torus breakdown in a PWM voltage-controlled DC-DC boost converter*, IEEE Trans. on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications **46** (1999).
- [5] S. Banerjee and G. Verghese, *Nonlinear phenomena in power electronics*, IEEE Press. Piscataway (2001).
- [6] F Bilalovic, O. Musić, and A. Sabanovic.I, *Buck converter regulator operating in the sliding mode*, Proceedings VII International PCI **10** (1983), no. 6, 333–340.
- [7] Borle and Chemmangot, *Zero average current error controlled power flow for ac-dc converts*, Advances in Variable Structure Systems. Analysis. Integration and Applications (6th International Workshop on Variable Structure Systems (VSS'2000) **10** (1995), no. 6, 725–732.
- [8] D. Campos and J.F. Isaza, *Prolegómenos a los sistemas dinámicos*, Universidad Nacional de Colombia Sede Bogota, Colombia, 2002.
- [9] M. Carpita, M. Marchesoni, M. Oberti, and L. Puguisi, *Power conditioning sistem using slide mode control*, In Proceedings of the IEEE Power Electronics Specialist Conference, 623–633.
- [10] S. Casanova, *Análisis de la dinámica de un convertidor boost controlado con ZAD*, Ph.D. thesis, Universidad Nacional de Colombia - Sede Manizales, Colombia, 2011.
- [11] W. Chan and C. Tse, *Study of bifurcations in current-programmed dc/dc boost converters: From quasi-periodicity to period-doubling*, IEEE Trans. Circuits Systl I (1997).

-
- [12] C. Durán, *Prototipo experimental para la medida y caracterización de las curvas I-V y P-V de módulos y arrays fotovoltaicos: Diseño, modelado, implementación y pruebas*, Ph.D. thesis, Universidad de Huelva, España, Noviembre 2009.
- [13] E. Fossas, R. Griño, and D. Biel, *Quasi-sliding control based on pulse width modulation. zero averaged dynamics and the l2 norm*, Advances in Variable Structure Systems. Analysis. Integration and Applications (6th International Workshop on Variable Structure Systems (VSS'2000) (2000), 335–344.
- [14] V. Galera, *Simulador convertidores DC-DC*, Master's thesis, Universidad Rovira i Virgili (URV), España, Junio 2002.
- [15] A. Grisales, *Análisis de la dinámica de un convertidor cuk controlado con ZAD y PWM*, Master's thesis, Universidad Nacional de Colombia - Sede Manizales, Colombia, Octubre 2014.
- [16] J. Hurtado, *Técnica ZAD de pulso al lado aplicada al convertidor boost: Análisis de estabilidad y comportamiento caótico*, Master's thesis, Universidad Nacional de Colombia - Sede Manizales, Colombia, Septiembre 2008.
- [17] J. Knight, S. Shriesavar, and W. Holderbaum, *An improved reliability cuk based solar inverter with sliding mode control*, IEEE Transactions on power Electronics **21** (2006), no. 4, 1107–1114.
- [18] Y. Kuznetsov, *Elements of applied bifurcation theory*, Springer-Verlag, New York, 2004.
- [19] M. Loaiza, *Diseño y simulación de un criptosistema caótico para comunicaciones seguras*, Mayo 2006.
- [20] T Paker and L. Chua, *Practical numerical algorithms for chaotic systems*, Springer-Verlag, New York, 1989.
- [21] K. Pyragas, *Continuous control of chaos by self-controlling feedback*, Phys (1992), 421–428.
- [22] J-J. Slotine and W. Li, *Applied nonlinear control*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1993.
- [23] S. Strogatz, *Nonlinear dynamics y chaos*, Addison-Wesley, 1994.