



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

**Diseño de una Propuesta Didáctica,
para la Enseñanza del Pensamiento Variacional,
a través de la Percepción Visual Cognitiva,
dirigida a Estudiantes del Grado Séptimo**

Rodolfo de Jesús Jiménez Morales

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Medellín, Colombia

2021

**Diseño de una Propuesta Didáctica,
para la Enseñanza del Pensamiento Variacional,
a través de la Percepción Visual Cognitiva,
dirigida a Estudiantes del Grado Séptimo**

Rodolfo de Jesús Jiménez Morales

Trabajo final de maestría presentado como requisito para optar al título de:
Maestría Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director:
Luis Armando Bedoya
Especialista en Didáctica y Tecnología

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Medellín, Colombia

2021

Dedicatoria

Quiero dedicar gran parte de este trabajo y esfuerzo, a mis estudiantes de grado séptimo de la jornada de la tarde de la Institución Educativa Alcaldía de Medellín (promoción año 2020), cuyo esmero y esfuerzo por hacer las actividades didácticas y presentar sus trabajos vía web por causas ajenas a ellos (pandemia de Covid-19) fue todo un éxito.

A mis padres Fabio y Dora por ser tan especiales en todo este proceso de Maestría, con su apoyo incondicional y voz de aliento permanente.

También a mi hijo Jacobo Jiménez, mi motor de vida, que con su alegría e inocencia siempre me llenaron de optimismo y esperanza.

Agradecimientos

Al profesor Luis Armando Bedoya, director de esta tesis por su direccionamiento y aporte de la estructura de las actividades didácticas a qui presentes.

A mi amigo Guillermo Marx Gaviria, por su colaboración en el diseño y forma técnica de esta tesis.

Resumen

Este trabajo de investigación es el diseño de una propuesta didáctica, apoyada en la percepción visual cognitiva, como eje metodológico para el aprendizaje de los conceptos básicos, del pensamiento variacional algebraico, en estudiantes de grado séptimo. Suscita una alternativa ambiciosa en el aprovechamiento y estímulo de uno de los sentidos fundamentales como es la visión. El objeto de estudio de esta tesis focaliza a la percepción visual cognitiva y el pensamiento variacional, como los elementos a tener en cuenta en el desarrollo de las secuencias didácticas.

El **Kit Didáctico de Variables** fue el producto concreto obtenido en el desarrollo investigativo, el cual se puso a prueba con los estudiantes de grado séptimo, obteniéndose resultados favorables frente a facilidad de aprendizaje de conceptos y agrado por el desarrollo de las actividades, las cuales se realizaron virtualmente debido a la pandemia del Covid-19.

Palabras claves: percepción, variacional, visual, pensamiento, cognitiva, kit, didáctico.

Abstract

Design of a Didactic Proposal, for the Teaching of Variational Thinking, through Cognitive Visual Perception, addressed to Seventh Grade Students

This research work is the design of a didactic proposal, supported by cognitive visual perception, as a methodological axis for learning basic concepts, algebraic variational thinking, in seventh grade students. It raises an ambitious alternative in the use and stimulation of one of the fundamental senses such as vision. The object of study of this thesis focuses on cognitive visual perception and variational thinking, as the elements to take into account in the development of didactic sequences.

The **Variables Didactic Kit** was the concrete product obtained in the research development, which was tested with the seventh-grade students, obtaining favorable results compared to the ease of learning concepts and enjoyment of the development of the activities, which were held virtually due to the Covid-19 pandemic.

Keywords: perception, variational, visual, thinking, cognitive, kit, didactic.

Contenido

Agradecimientos	V
Resumen	VI
Introducción.....	XIII
Capitulo I. Diseño Teórico.....	15
1.1. Selección y delimitación del tema.....	15
1.2. Planteamiento del problema.....	15
1.2.1. Descripción del problema.....	15
1.2.2. Formulación de la pregunta problematizadora	17
1.3. Justificación	17
1.4. Objetivos.....	18
1.4.1. Objetivo general.....	18
1.4.2. Objetivos específicos	18
1.5. Marco referencial.....	19
1.5.1. Referente de antecedentes	19
1.5.2. Referente teórico.	25
1.5.3. Referente conceptual disciplinar.....	28
1.5.4. Referente legal	29
1.5.5. Referente espacial.....	32
Capitulo II Diseño Metodológico.....	34
2.1. Enfoque	34
2.2. Método.....	35
2.3. Instrumentos de recolección de información y análisis de información	35
2.4. Población y muestra.....	36
2.5. Delimitación y alcance.....	36
2.6. Cronograma.....	37
Capítulo III. Sistematización De La Intervención	40
3.1. Intervención.....	40
3.2. Tipo de intervención	41
3.3. Actividades propuestas (Guías)	42
3.4. Resultados y Análisis de la Intervención.	66
3.4.1. Comparativo entre Objetivos Propuestos y los Arrojados en la Actividad.	66
3.5. Conclusiones y Recomendaciones	71

3.5.1. Conclusiones	71
3.5.2. Recomendaciones	72
Anexos	74
Referencias	83

Tablas

Tabla 1. Normograma.....	30
Tabla 2. Planificación de Actividades.....	37
Tabla 3. Cronograma de Actividades.....	39
Tabla 4. Desarrollo de Actividades con el Kit.....	42

Guías

Guía 1. Construcción de los Conceptos del Pensamiento Variacional y la Percepción Visual Cognitiva.....	43
Guía 2. Construcción del Kit Didáctico de Variables.....	45
Guía 3. Explicación y Usos del Kit Autónomo de Variables.	48
Guía 4. Representaciones de Expresiones Matemáticas con el Kit Didáctico de Variables.	51
Guía 5. La Ley Uniforme en la Suma, Resta, Multiplicación y División.	54
Guía 6. Propiedad Inversa y Modulativa en la Suma y Multiplicación.....	58
Guía 7. Solución de una Ecuación Lineal de una Variable, Usando el Kit Didáctico de Variables.	62

Figuras

Figura 1. Encuesta sobre la Actividad 1.....	67
Figura 2. Encuesta sobre la Actividad 2.....	67
Figura 3. Encuesta sobre la Actividad 3.....	68
Figura 4. Encuesta sobre la Actividad 4.....	69
Figura 5. Encuesta sobre la Actividad 5.....	69
Figura 6. Encuesta sobre la Actividad 6.....	70
Figura 7. Encuesta sobre la Actividad 7.....	71

Introducción

Lo que se plantea en esta investigación es una propuesta didáctica para la enseñanza de los conceptos básicos de álgebra (pensamiento variacional) en estudiantes de grado séptimo. Como una respuesta a las dificultades que muchos estudiantes de este grado, muestran en su curso de matemáticas, a la hora de iniciar con los conceptos de 'variable'.

Esta propuesta metodológica a través de un diseño didáctico apoyado en la percepción visual cognitiva, busca fortalecer y dinamizar su aprendizaje de conceptos algebraicos, usando algunas actividades manuales y lúdicas.

De la investigación literaria y experiencia en didáctica del docente Luis Armando Bedoya, se dio origen al "Kit Didáctico de Variables", herramienta multifuncional que puede elaborarse en diferentes materiales (cartón, cartulina, madera, acrílico) de acuerdo a las facilidades y capacidades de los estudiantes. El punto de partida del trabajo de campo, se realizó poniendo a prueba el "Kit Didáctico de Variables", en siete guías, cada una con sus respectivas secuencias didácticas.

Este trabajo fue organizado de la siguiente manera: En primera instancia se presenta un marco teórico donde se muestra todo un despliegue de investigación literaria, a cerca del pensamiento variacional y la percepción visual cognitiva, a través de un referente de antecedentes, y otro teórico.

En segundo lugar, un referente disciplinar que nos describe los contenidos de las matemáticas (pensamiento variacional) donde vamos a realizar la intervención.

En una tercera etapa tenemos el diseño y la implementación de la estrategia didáctica, la cual se llevó a cabo con estudiantes de grado séptimo (promoción 2020) de la Institución Educativa Alcaldía de Medellín.

Y en un cuarto paso se elaboró las conclusiones y recomendaciones que se desprenden de este trabajo de investigación e intervención. Y por último se presentan las referencias y anexos.

Capítulo I.

Diseño Teórico

1.1. Selección y delimitación del tema

La percepción visual cognitiva, como herramienta para fortalecer la enseñanza del pensamiento variacional en matemáticas.

1.2. Planteamiento del problema

1.2.1. Descripción del problema

La enseñanza de las matemáticas, a nivel de las instituciones de educación media en Colombia, se ha caracterizado por ser una enseñanza más teórica que práctica, esto debido a las siguientes consideraciones:

Enseñanza tradicional de las ciencias, basada únicamente en la transmisión teórica de los conceptos y principios que rigen las matemáticas, Subutilización o falta de recursos didácticos y de infraestructura, Programas curriculares muy extensos en contenidos teóricos y exceso de carga docente en otras actividades de la institución educativa.

Estas consideraciones han llevado a que gran parte de los estudiantes de los diferentes grados de las instituciones, pasen por el sistema educativo sin haber tenido la experiencia de tener conocimientos concretos y satisfactorios, en el aprendizaje de las matemáticas y por tanto, quieren dejar pasar el área, sin dar ninguna importancia, ya que a una gran mayoría de los estudiantes, les asusta y además les aburre; lo cual representa un aprendizaje no significativo porque no pueden contextualizar su realidad cotidiana, en las actividades tradicionales de la forma como se les está enseñando y por ello, no es perdurable el conocimiento.

Este trabajo de profundización plantea encontrar en la percepción visual cognitiva una herramienta útil para la elaboración de una estrategia didáctica, partiendo de unidades didácticas orientadas a la interacción directa de los sentidos especialmente la visión de

los estudiantes con materiales concretos, buscando así la construcción de conceptos y saberes propios del pensamiento variacional matemático.

“Una de las principales disciplinas que se ha encargado del estudio de la percepción ha sido la psicología y, en términos generales, tradicionalmente este campo ha definido a la percepción como el proceso cognitivo de la conciencia que consiste en el reconocimiento, interpretación y significación para la elaboración de juicios en torno a las sensaciones obtenidas del ambiente físico y social, en el que intervienen otros procesos psíquicos entre los que se encuentran el aprendizaje, la memoria y la simbolización (Merchán Price & Henao Calderón, 2011).”

Enseñar matemáticas se ha convertido en todo un reto para los docentes de esta área en particular, cuando se tiene un público numeroso (40 estudiantes), cuyas edades oscilan entre los 11 y 14 años que cursan el grado séptimo de la básica secundaria, todos ellos prestos a encontrar emociones y experiencias que le lleven al conocimiento del pensamiento matemático, pero lo que encuentra la mayoría es otra cosa, frustración, aburrimiento y en otros escenarios temor, incluso el no querer saber nada de las matemáticas.

El saber disciplinar es una condición indiscutible, que debe garantizar el docente en el desarrollo de la práctica con los estudiantes; es toda una experiencia a veces traumática, tanto para estudiantes como para el mismo docente, cuando el grupo en cuestión presenta diversas situaciones de tipo comportamental y cognitivo que dificulta la concentración y normal desarrollo de la clase, incluso afectando el objetivo principal, ya que el docente está dedicado a tratar de organizar y encausar algunas conductas generadoras del desorden en el aula de clase.

Por estas condiciones el saber pedagógico juega un papel muy importante en la práctica docente, que nos lleva a pensar en detalle los tipos de planteamientos didácticos que permitan sorprender, motivar y provocar al saber específico del pensamiento matemático en los estudiantes.

Esta estrategia didáctica busca fortalecer y dinamizar las clases de matemáticas en el aula, o por fuera de ella apoyándose en los estudios e investigaciones sobre percepción visual cognitiva aplicada al pensamiento variacional de matemáticas, donde los estudiantes a través de algunos de sus sentidos básicos especialmente la visión, podrán construir sus saberes concretos a través de la manipulación de objetos materiales que permita el desarrollo de sus competencias.

1.2.2 Formulación de la pregunta problematizadora

¿Qué estrategias didácticas enfocadas en la percepción visual cognitiva, fortalecen el aprendizaje del pensamiento variacional, en los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Alcaldía de Medellín?

1.3. Justificación

En la enseñanza de las matemáticas existen diversas metodologías, que buscan la interpretación del pensamiento matemático en el aula de clase, a veces sin despertar el interés y la motivación de los estudiantes que no logran conectarse con los temas. Las secuencias didácticas que se están llevando al aula de clases, no están siendo un canal de interacción motivacional para los estudiantes, ya que se centran en la mayor parte del tiempo en aspectos simbólicos muy abstractos, de difícil comprensión.

Esta propuesta de diseñar una estrategia didáctica a través de la percepción visual cognitiva, involucra secuencias de actividades nuevas diseñadas para el estímulo de los sentidos básicos de los estudiantes, donde tendrán la oportunidad de construir sus saberes, a través de experiencias con materiales concretos y actividades grupales que les permita a los estudiantes interactuar constantemente en su entorno, buscando soluciones a situaciones problemáticas.

La base fundamental de este proyecto pedagógico, es la percepción que puede definirse *“como el conjunto de procesos y actividades relacionados con la estimulación que alcanza a los sentidos, mediante los cuales obtenemos información respecto a nuestro*

hábitat, las acciones que efectuamos en él y nuestros propios estados internos”. (Mora & Sánchez, 2018)

Espero tener una herramienta de enseñanza exitosa, para estudiantes y docentes de matemáticas, no solo en saberes propios de la disciplina, sino también en la formación de individuos críticos y pensantes inspirados por el pensamiento matemático.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo general

Diseñar una propuesta didáctica, apoyada en la percepción visual cognitiva, para la enseñanza del pensamiento variacional, en los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Alcaldía de Medellín.

1.4.2. Objetivos específicos

Diagnosticar el estado del arte de los conceptos, percepción visual cognitiva y pensamiento variacional, aplicado a la enseñanza de las matemáticas en contextos de educación secundaria.

Analizar los elementos centrales de la conceptualización de la percepción visual cognitiva como mecanismo de aprendizaje significativo para el desarrollo del pensamiento variacional.

Diseñar una secuencia didáctica que promueva el desarrollo de la percepción visual cognitiva como mecanismo de aprendizaje significativo del pensamiento variacional en secundaria.

Evaluar la efectividad de la secuencia didáctica desde la percepción visual cognitiva como mecanismo de enseñanza y aprendizaje del pensamiento variacional.

1.5. Marco referencial

1.5.1. Referente de antecedentes

A través de la historia los humanos hemos trascendido, proyectándonos en la búsqueda permanente del conocimiento y explicación de fenómenos aun incomprendidos, además de entendernos psíquica y físicamente, para sacar el mayor provecho de sí mismos. Somos un conjunto infinito de sistemas inmateriales y materiales que dan respuesta a nuestro desarrollo cognitivo y físico, que interactúan de forma ordenada dando respuestas a estímulos externos, y es aquí donde la percepción visual cognitiva hace parte de ese conjunto de sistemas, que ha sido muy referenciado a través de la historia en textos y autores de todo tipo con enfoques en el aprendizaje multivariado.

A continuación, quiero citar en los últimos 20 años y de manera organizada los aportes más pertinentes para este trabajo de profundización.

En la tesis de maestría “*Características del talento matemático asociadas a la visualización*” (Jiménez Gómez, 2009) se muestra brevemente las relaciones halladas entre características del talento matemático y el proceso de visualizar en contextos algebraicos, a partir de la interpretación de soluciones a problemas presentadas por estudiantes entre 13 y 16 años nominados como talentosos en matemáticas que participaron en un proyecto de intervención en la Universidad Pedagógica Nacional de Colombia durante el año 2009.

Se encontró que la solución de problemas de visualización es un medio recomendable para la identificación del talento matemático porque da cuenta características del talento matemático y, procesos y habilidades de la visualización.

En el artículo “*Estilo cognitivo y logro académico*” (López Vargas, 2011) docente de la Universidad de la Sabana. Establece que las relaciones entre el estilo cognitivo, el aprendizaje regulado y el logro académico, en diferentes niveles del proceso de aprendizaje. La revisión de la literatura especializada indica que existe una estrecha

relación entre el estilo cognitivo del estudiante y la capacidad de regulación de su aprendizaje con el desempeño académico en general.

Los aspectos que intervienen en los logros académicos forman un sistema complejo, en el que interactúan diferentes tipos de variables. Algunas de ellas están relacionadas con aspectos individuales de los estudiantes (dimensiones afectivo-motivacional, cognitiva, metacognitiva y conductual); otras están centradas en las orientaciones metodológicas que el docente utiliza en el aula de clase. Además, se encuentran las variables vinculadas a las características del medio socio-cultural y económico de los alumnos (Urquijo, 2002).

Identificar y comprender aquellas variables de naturaleza esencialmente educativa, que inciden en el aprendizaje, es uno de los temas a los que la investigación pedagógica ha dedicado especial atención en las últimas décadas (Crozier, 2001).

En el artículo *“Instrumentos Cognitivos en el Pensamiento Matemático”* (Corredor de Porras, 2011) establece que, de acuerdo al estudio de la epistemología genética, de Piaget, para la cual la situación central es la construcción del pensamiento por los individuos, se examinan los instrumentos cognitivos que facilitan el progreso del pensamiento matemático antes de llegar a la formalización de los conceptos. El propósito del escrito es tomar como apoyo principal la teoría piagetiana para indagar cuáles procesos mentales se activan y cómo se va dando forma a los conceptos cuando un individuo se ve enfrentado a resolver un asunto relativo a las matemáticas.

Pero la gran importancia de incluir herramientas tecnológicas en los procesos cognitivos, citamos la *“[GeoGebra](#) como herramienta de apoyo visual en la solución de problemas de modelación en matemática escolar”* (Córdoba Gómez, Francisco Javier; Castrillón Jiménez, Elkin Alberto; Rojas Hincapié, Carlos Alberto, 2015), donde se establecen que el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas variacional, presenta a veces gran dificultad para modelar matemáticamente determinados problemas o situaciones ya que a veces no se dispone de un medio adecuado que permita una correcta representación y visualización del problema mismo.

Esta representación se puede convertir en un primer paso para llegar a la formulación matemática del problema y su solución. [GeoGebra](#) se presenta entonces como una poderosa herramienta que permite ese primer acercamiento visual perceptivo al problema.

Continuado con el tema de apoyo tecnológico la Universidad de La Sabana, Maestría en Proyectos Educativos Mediados por TIC (Avendaño Grijalba, 2017), realiza un rastreo de teorías y experiencias entre los años 1920 y 2015. De este espacio de tiempo, se recopiló una muestra representativa de información sobre percepción visual, enmarcada en las categorías de educación, arte y tecnologías de la información y la comunicación -TIC-. Justificando la necesidad de mejorar en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la asignatura de matemáticas de la jornada de la tarde del Colegio Rodolfo Llinás IED - Institución Educativa Distrital-, que ha trabajado desde hace 5 años, en el fortalecimiento de un plan de estudios que estimule el desarrollo cognitivo del estudiante.

El reconocimiento e interpretación de su entorno a través de la construcción de estructuras tridimensionales, bajo la premisa de la creatividad y la fundamentación de competencias matemáticas que demanda el Ministerio de Educación Nacional de Colombia. Del mismo modo, potenciar buenos resultados en las pruebas que presente el estudiante, que lo proyecte a posibles profesiones al culminar la secundaria.

En el trabajo de maestría “*Desarrollo de Pensamiento Variacional en Estudiantes de Secundaria, mediado por [GeoGebra](#)*” (Dávila Orozco, 2018), se plantea una investigación en el área de matemáticas, cuyo objetivo consiste en contribuir al desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de secundaria, a partir del fortalecimiento de procesos cognitivos generales tales como el razonamiento, la comunicación y la modelación, desde el planteamiento y solución de problemas en diferentes contextos, usando el software educativo [GeoGebra](#).

El trabajo se ha enmarcado dentro del paradigma de investigación cualitativo-descriptivo, con la aplicación de actividades prácticas de aula como instrumento metodológico para un diagnóstico, a través del cual se pretende identificar y explicar las dificultades o avances que muestran los estudiantes desde indicadores planteados por el Ministerio de Educación Nacional.

A nivel de investigaciones internacionales, podemos citar el artículo “*Coordinación de procesos cognitivos en geometría*” (Torregrosa & Quesada, 2007), donde se busca caracterizar procesos cognitivos que intervienen en la resolución de problemas de matemáticas variacional y generar un modelo teórico que ayude a interpretar las interacciones de dichos procesos. Particularmente se centra en la caracterización de la coordinación de los procesos de visualización perceptiva y los procesos de razonamiento que han sido propuestos por (Duval, 1998). El modelo teórico que se propone es resultado del análisis de las respuestas producidas por estudiantes para profesores a una colección de problemas de matemáticas variacional.

Pero es importante también atender a la “*Influencia de la percepción visual en el aprendizaje*” (Merchán Price & Henao Calderón, 2011), donde se propone que la percepción es el proceso activo de localización y extracción de la información obtenida del medio externo que se organiza en sistemas perceptuales, los cuales realizan el proceso de búsqueda y obtención de la información.

Las habilidades perceptuales visuales son las encargadas de la organización y el procesamiento de la información a nivel visual formando parte de la percepción visual y colaborando en el desarrollo cognitivo. El entrenamiento de las habilidades perceptuales visuales y su integración con dispositivos básicos de aprendizaje es una forma de mejorar el aprendizaje viso-perceptual y por ende la adaptación al medio, aun cuando todavía no se conocen completamente los mecanismos neuronales que dan el sustrato de la integración viso perceptual.

Sin embargo, en los procesos de aprendizaje en las matemáticas, Angélica María Urquizo Alcívar Universidad Nacional de Chimborazo Ecuador 2016 nos presenta el artículo "*Estrategias didácticas cognitivas y el nivel de desempeño en la resolución de problemas de razonamiento matemático*" (Urquizo Alcívar, Villamarín Guevara, & Alcívar Moreira, 2018), nos orienta afirmando que la matemática es el área, dentro del currículo escolar, encargada de fortalecer las estructuras cognitivas, donde se realiza una investigación que tiene por objetivo determinar las estrategias didácticas que desarrollan el razonamiento matemático en estudiantes de tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa Santa Mariana de Jesús, ubicada en Ecuador.

Para el efecto, se hizo un estudio cuasi experimental, descriptivo y transversal, en el cual participaron dos grupos, uno de 33 estudiantes, que constituyó el grupo de control y el otro, con 43 estudiantes que conformó el cuasi experimental, con el que se trabajó utilizando estrategias cognitivas como: cálculos mentales, estrategias para la resolución de problemas, problemas incompletos y creación de problemas, durante un lapso de tres meses.

Como técnica se utilizó la encuesta con su respectivo cuestionario. La hipótesis planteada establece que las técnicas de resolución de problemas mejoran el desempeño en la resolución de problemas de razonamiento matemático. La comprobación se realizó a través de la diferencia de proporciones. Los resultados indican que un 48% de estudiantes del grupo control presentaron dificultades en la resolución de problemas, frente a un 30% del grupo cuasi experimental.

En consecuencia, se puede concluir que las estrategias didácticas cognitivas mejoran el nivel de resolución de problemas matemáticos en las cuatro categorías: numérico, lógico, inductivo y algebraico.

El enfoque de la percepción visual en matemáticas, es orientada en la tesis "*Percepción visual y habilidades matemáticas en estudiantes de inicial -5 años- instituciones educativas Red 03, Huaral 2017*" (Laos Susanibar, 2017), la investigación realizada fue

de enfoque cuantitativo, de tipo básica, con un diseño no experimental – transversal – correlacional con dos variables.

La población estuvo conformada por 387 adolescentes y la muestra fue 193. Se utilizó la encuesta como técnica de recopilación de datos de las variables percepción visual y habilidades matemáticas; se empleó como instrumento el cuestionario para ambas variables.

Los instrumentos fueron sometidos a la validez de contenido a través del juicio de tres expertos con un resultado de aplicable y el valor de la confiabilidad fue con la prueba Alfa de Cronbach con coeficientes de 0,855 para el cuestionario de percepción visual y 0,871 para el cuestionario de habilidades matemáticas, indicándonos una fuerte confiabilidad. Los resultados de la investigación indicaron que: Existió relación entre la percepción visual y las habilidades matemáticas en estudiantes de 5 años- Instituciones Educativas Red 03, Huaral 2017. ($r=0,926$ y $\text{Sig.}=0,000$).

Y reforzando el concepto de percepción visual ponemos a consideración el trabajo “*Percepción visual y pensamiento lógico en niños de cinco años en una institución educativa*” (Fajardo Alejos, Novoa Castillo, Uribe Hernández, & Fuster Guillen, 2019), donde se establece si existía relación entre la Percepción Visual y el Pensamiento Lógico en niños de 5 años de una institución educativa.

Se llevó a cabo desde el enfoque cuantitativo, de diseño no experimental, nivel correlacional y corte transversal. La muestra fue de 80 estudiantes de las aulas de 5 años de una Institución Educativa de San Martín de Porres (S.M.P). Para la recolección de datos se aplicó el Test de (Frostig, 2009) y la prueba de precálculo (Milicic & Schmidt, 1997).

Los resultados obtenidos evidenciaron que la percepción visual tiene una correlación alta (0,750) y significativa ($p < 0,01$) con el pensamiento lógico en una institución educativa

de S.M.P. Por tanto, se comprobó que existe una relación alta y significativa entre percepción visual y pensamiento lógico en niños de 12 años de una institución educativa.

“Y por último en el documento de Cecilia Durón González de la unidad pedagógica José Breinderhoff Costa Rica, nos cuenta que siendo el algebra un campo de la matemática que requiere un alto nivel de abstracción, y dado que existe poco material en el mercado que contenga actividades para desarrollar adecuadamente, los contenidos propuestos en el programa de estudio, es pertinente que el docente investigue estrategias metodológicas adecuadas para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje, en esta área de las matemáticas.

El material concreto como apoyo en la aplicación de estrategias metodológicas para la enseñanza de los contenidos matemáticos, permite que el estudiante de forma experimental observe, pueda entender, comprender y obtener conclusiones válidas referentes a patrones y relaciones que se den entre diferentes entes matemáticos. Según Báez y Hernández (2002) el uso de material concreto en la enseñanza de las matemáticas permite que el estudiante haga uso de la intuición, facilita la exploración que hace posible el razonamiento de los conceptos matemáticos.” (Durón González, León Arguedas, & Hernández Mora, 2011)

1.5.2. Referente teórico.

En los procesos de la percepción y su estudio podemos encontrar unas bases, premisas y prejuicios de los cuales trataremos de argumentar a continuación.

En primera instancia la percepción puede considerarse como un proceso mental, un proceso cognitivo, esta notación deberá pues tener una consecuencia y es que la percepción se desarrolla en la mente, esto quiere decir que es un proceso inmaterial, ahora nace la cuestión si podemos explorar la mente como una entidad material, desde la neuropsicología neurocientífica esa estructura material que lleve al concepto de mente es el cerebro, pero sin entrar a generar polémica conceptual trataremos de resolver el

enigma que conlleva al entendimiento reflexivo del vínculo entre los conceptos percepción, mente y cerebro.

Es pues la percepción el proceso cognitivo inicial por el que se construye conocimiento, desde lo más íntimo de nuestro entorno más contiguo, necesitamos contar con un mundo externo a la mente una realidad objetiva y física de la percepción.

En consecuencias perceptivas no existen errores generalizados de ajuste entre sus percepciones y sus causas físicas o más bien dicho la realidad física, hay que tener un poco de cuidado al introducir el concepto de “realidad”, ya que en la línea de Descartes (Urrutia Soto, 2017) la realidad más inmediata es la que obra en nuestras percepciones, en nuestros pensamientos, sin embargo, una “realidad psíquica” es totalmente distinta de la que ya hablamos realidad física.

Siguiendo con el concepto de percepción esta pueda considerarse también como la capacidad que tiene un organismo para obtener información de su ambiente a partir de los diferentes efectos generados por los estímulos sobre los sistemas sensoriales, que permite una interacción adecuada con el medio ambiente.

Si analizamos el caso de la percepción visual la podemos entender como la obtención del conocimiento físico del mundo externo a partir de la disposición óptica, esto quiere decir el complejo patrón de la luz reflejada por los diferentes elementos que la componen. Sintetizando un poco podemos referir que el resultado de la percepción es el conjunto de caracteres, que componen la información sobre nuestro entorno inmediato.

Desde lo cognitivo la percepción visual también la podemos comprender como el procesamiento de información, donde van a existir una serie de operaciones que transforman un elemento de entrada (input) en otro de salida (output), usando como interface la luz.

Desde la multidisciplinariedad la percepción se ha estudiado desde hace muchas décadas a través de lo psicológico, psicofísico y fisiológico usando herramientas computacionales y la neurociencia en general.

Dentro de los esquemas teóricos del cognitivismo podemos citar una serie de aportaciones bastante interesantes en lo que respecta a la percepción, donde se tienen tres líneas de trabajo específico, iniciando por la primera *“Teoría de la dirección de señales”* (Stephaneck, 1987), las investigaciones sobre percepción selectiva o atencional y el estudio de memorias inmediatas (Broadbent, Perception and Communication, 1958) (Broadbent, Decision and Stress, 1971); (Sperling, 1960); (Neisser, 1967); (Posner & Fitts, 1967), también los modelos construidos a partir de una estructura de la memoria semántica (Rumelhart & Norman, Explorations in cognition, 1975).

Todos estos citados dieron lugar a los diferentes campos de investigación perceptiva actual, tales como el indicativo a los procesos de detección y atención (Shaw, 1984), también los amortiguadores sensoriales (Coltheart, 1984), siendo todo esto una base estructural en la memoria semántica y el conocimiento del mundo (Rumelhart & Norman, Explorations in cognition, 1975), (Rumelhart D. E., Schemata and the cognitive system, 1984).

Este trabajo, presenta un conjunto de herramientas y aportes para la creación de modelos de red que puedan representar el conocimiento entre los cuales la noción de esquemas en sus diferentes versiones (Minsky, 1975); (Schank & Abelson, 1977); (Rumelhart & Ortony, 1977); (Rumelhart D. E., Schemata: the building blocks of cognition, 1980) son de gran importancia central, para la elaboración de un marco adecuado para formar modelos de percepción visual que contribuyan a la integración de los diferentes aportes hechas desde la perspectiva cognitivista.

El modelo que se quiere mostrar se estructura en dos componentes fundamentales: Los trabajos de Stephen E. Palmer (Searchgate, 1975), (Palmer, Hierarchical structure in perceptual representation, 1977), (Palmer , Structural aspects of visual similarity, 1978)

y (Palmer, Configural effects in perceived pointing of ambiguous triangles, 1981), también sobre los estudios de la direccionalidad del procesamiento perceptivo (Navon, Forest before trees: The precedence of global features in visual perception, 1977) y (Navon, The forest revisited: More on global precedence, 1981); (Kinchia & Wolfe, 1979); (Hoffman, 1980); (Miller, 1981).

1.5.3. Referente conceptual disciplinar

Las matemáticas como el espíritu mismo de las ciencias (González Urbaneja, 2004), ha evolucionado a gran magnitud, que de acuerdo a sus aplicaciones y formas del pensamiento racional dio pie a la construcción del gran edificio de las matemáticas, cuyos cimientos se forjaron en Babilonia, Egipto y Grecia; fue principalmente en estas antiguas culturas donde las matemáticas florecieron y dio sus dulces frutos que aun en nuestros tiempos saboreamos.

Las matemáticas etimológicamente provienen del griego *mathema*, que significa “*estudio de un tema*” (Wikipedia, 2021), es una ciencia formal y exacta que se fundamenta en los principios de la lógica, estudia además las propiedades y relaciones entre los entes abstractos. El concepto de ente abstracto incluye todos los conjuntos numéricos, símbolos y figuras geométricas.

Hasta el siglo XIX el campo de estudio de las matemáticas eran las cantidades y espacios, por lo tanto, su alcance debió redefinirse, ya que tenía mucha relación con otras ciencias. Se continuó el apoyo en la lógica y en las estrategias para la demostración e inferencia, por tanto, las matemáticas se constituyen en una ciencia objetiva, solo podrá modificarse al demostrarse la existencia de errores, para lo cual seguramente deberá modificarse el paradigma científico.

La metodología sugiere el análisis de los entes abstractos para generar hipótesis y conjeturas, luego hacer las deducciones que conllevan al conocimiento, que ha de considerarse exacto y verdadero, apoyado en los axiomas (premisas aceptadas como verdaderas sin la necesidad de ser demostradas).

En nuestro país, la comunidad colombiana de educadores de matemáticas, durante más de tres décadas se viene investigando, reflexionando e indagando sobre el tipo de educación formativa en matemática que deseamos que tengamos nuestros niños, niñas, jóvenes y adultos, y como se puede desarrollar eficazmente, a las metas y propósitos deseados en la actualidad.

“Respecto al álgebra, se considera que en un primer momento generaliza patrones aritméticos y posteriormente se constituye en una potente herramienta para la modelación de situaciones de cuantificación y de diversos fenómenos de variación y cambio, es por ello que debe involucrar entre otros aspectos el uso comprensivo de la variable y sus diferentes significados, la interpretación y modelación de la igualdad y de la ecuación, las estructuras algebraicas como medio de representación y sus métodos como herramientas en la resolución de problemas, la función y sus diferentes formas de representación, el análisis de relaciones funcionales y de la variación en general para explicar de qué forma un cambio en una cantidad produce un cambio en otra, y la contextualización de diversos modelos de dependencia entre variables, todos estos desarrollos propios del pensamiento variacional.” (Ministerio de Educación Nacional, 1998)

Es pues un recto responder a las nuevas necesidades globales y nacionales en la educación tan diversificada además de la interculturalidad en la formación de ciudadanos competentes.

1.5.4. Referente legal

En la siguiente tabla se pueden apreciar algunos elementos de orden educativo contemplados en la legislación de nuestro país.

Tabla 1. Normograma

NORMOGRAMA		
NORMAS	PROCESOS GENERALES	CONTRIBUCIÓN
<p>Constitución Política de Colombia (Corte Constitucional, 1991)</p>	<p>Capítulo 2, Artículo 67: “<i>La formación educativa es un derecho de las personas y un servicio público que tiene una función social...</i>”</p>	<p>Se promueve una educación con calidad a todas las poblaciones de nuestro país, sin violentar o discriminar a ningún ser humano, en todos los contextos sociales.</p>
<p>Ley 115 General de Educación (Congreso de la Republica de Colombia, 1994)</p>	<p>Capítulo 1, Artículo 23: Áreas obligatorias y fundamentales: “<i>Entre el conjunto de áreas obligatorias y primarias que comprenderán un mínimo del 80% del plan de estudios, encontramos: 8. Matemáticas</i>”.</p>	<p>Esta ley garantiza incluir en el currículo, las áreas fundamentales, en este caso las Matemáticas; esto contribuye al desarrollo de competencias y habilidades que van relacionadas con la capacidad de aplicar herramientas útiles en la solución de problemas de la vida cotidiana.</p>
<p>Lineamientos Curriculares Matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 1998)</p>	<p>2.4.3.1. La resolución y el planteamiento de problemas: “<i>la resolución de situaciones problemas debe ser eje central del currículo de matemáticas, y como tal, debe ser un objetivo primario de la enseñanza...</i>”.</p> <p>2.4.3.4. La Modelación: “<i>La forma de interpretar ese juego o interrelación entre el mundo real y las</i></p>	<p>Estos lineamientos curriculares contribuyen directa y especial a este trabajo, pues desde ellos se establecen los mecanismos generales de enseñanza aprendizaje que fundamentan esta propuesta enfocada a las fracciones, donde se pretende incentivar a los estudiantes a que, a partir del planteamiento, resolución de problemas e interacción con el material concreto, lleguen a la modelación matemática y por ende a</p>

	<i>matemáticas es la modelación”.</i>	las propuestas de la construcción de un nuevo conocimiento.
Derechos Básicos de Aprendizajes (DBA) Matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 2016)	DBA grado séptimo: Usa diferentes relaciones, operaciones y representaciones en los números racionales para proponer y solucionar situaciones problema en los que aparecen cantidades desconocidas.	Estos DBA fueron elaborados desde el MEN con el propósito de reglamentar los conceptos y competencias mínimas que un estudiante debe adquirir en determinado grado escolar, por lo tanto, en este trabajo son base fundamental para lograr los alcances mínimos a los que se debe llegar.
Estándares curriculares de competencias en Matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 1998)	Uso números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para solucionar problemas en contextos de medida.	Estos estándares curriculares son una guía que se debe tener en cuenta para realizar las planeaciones, establecer relaciones entre el PEI y la propuesta, diseñar las metas y desempeños para el logro de competencias.
Constitución Política de Colombia (Corte Constitucional, 1991)	Capítulo 2, Artículo 67: <i>“La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función en el contexto social...”</i> .	Como un derecho fundamental, la formación educacional debe ser uno de los pilares que fortalezcan la vida en sociedad y mejore la calidad de vida al incluir a todos sin importar su etnia, creencia, estrato social, entre otros.
Ley 115 General de Educación (Congreso de	Capítulo 1, Artículo 23: Áreas obligatorias y fundamentales: <i>“Entre el conjunto de áreas</i>	Uno de los propósitos de la educación es diversificar el currículo académico y ofrecer, desde diferentes áreas del conocimiento, herramientas para que

la Republica de Colombia, 1994)	<i>obligatorias y primarias que comprenderán un mínimo del 80% del plan de estudios, está: 1. Ciencias naturales y educación ambiental.</i>	las personas se enfrenten al mundo y aporten de manera positiva a la vida en sociedad. Desde las ciencias naturales, se busca mejorar la calidad de vida desde el desarrollo científico y tecnológico, además de cuidar y proteger el medio ambiente.
---------------------------------	---	---

1.5.5. Referente espacial

La [Institución Educativa Alcaldía de Medellín](#), de carácter oficial, ubicada en el barrio Belén Rincón de la ciudad de Medellín, tiene como misión brindar educación en los niveles de preescolar, básica, media académica y técnica, y en el programa de educación de adultos, promoviendo estudiantes que puedan transformar su propia vida, alcanzar sus sueños personales y contribuir a su entorno social.

Para ello, implementa una propuesta educativa incluyente, que parte del conocimiento pleno de los estudiantes y fomenta en ellos el máximo desarrollo de sus diversas capacidades. Enfatiza en la promoción del respeto a la vida, la sana convivencia con tolerancia y solidaridad, la responsabilidad en el actuar, y el fomento de una firme autoestima.

En el año 2020 será reconocida por haber implementado una propuesta educativa innovadora que desarrolle las diversas capacidades de los estudiantes y les permita altos desempeños vinculando su proyecto de vida individual y el de su contexto social. Para ello, contará con convenios estratégicos interinstitucionales del orden local, regional y nacional que apoyen la prestación de un servicio de calidad. Además, habrá fortalecido en sus estudiantes la autonomía, el liderazgo y su proyección para aportar a la solución de las necesidades de la comunidad y el desarrollo sostenible. Al tiempo que logrará a nivel institucional un ambiente de sana convivencia y práctica constante de valores, dando solución pacífica a sus conflictos y logrando armonía y bienestar.

Con mi propuesta, de la implementación de “*Diseño de una Propuesta Didáctica, para la Enseñanza del Pensamiento Variacional, a través de la Percepción Visual Cognitiva, dirigida a Estudiantes del Grado Séptimo*”, quiero seguir promoviendo las directrices, que la Institución busca a través de su propio Modelo Pedagógico Institucional Cognitivo-Social: Somos, Aprendemos y Aplicamos (2020), que consiste en una forma particular de concebir, organizar y dinamizar cada uno de los elementos que interactúan en el proceso educativo para responder efectivamente a las necesidades de un contexto.

Estos elementos son el producto o meta del proceso educativo, que se concreta en el perfil de estudiante, el rol del docente, el método, la evaluación, los contenidos, la determinación del ritmo de avance que se habrá de seguir en la enseñanza-aprendizaje.

Se busca entonces un tipo de estudiante de mayor nivel de apropiación de los temas estudiados, Mejor nivel de desarrollo de habilidades de pensamiento, Más responsabilidad interés y autonomía en el estudio, gran capacidad para aplicar lo aprendido, creatividad para aportar a problemas y necesidades, habilidad para trabajar y cooperar en equipo, competencia para gestionar su propio aprendizaje, gran manejo de la tecnología y la informática, fuertes valores éticos y morales que los demuestre en sus acciones y actitudes, altas destrezas artísticas, científicas y deportivas y elevado nivel de autoestima y autonomía.

Capítulo II

Diseño Metodológico

Se promueve en este segundo capítulo, las pautas que definen el punto de partida, en la estructuración del proyecto y fundamentación en la investigación acción.

Es pues esta herramienta técnica (la investigación acción) la forma metodológica, mediante la cual se estructura gran parte de este trabajo de investigación.

2.1. Enfoque

El enfoque de este trabajo de profundización, se fundamenta en un modelo cualitativo. Por esto y sin menoscabo de lo que venga más adelante, podemos definir la investigación cualitativa como *“el estudio de la gente a partir de lo que dicen y hacen las personas en el escenario social y cultural. El objetivo de la investigación cualitativa es el de suministrar una metodología de investigación que permita entender el complejo mundo de la experiencia vivida desde el punto de vista de las personas que la Viven”* (Taylor & Bogdan, 1984).

La acción educativa en el aula es el punto de mira de la institución educativa, descrita como el lugar deseable en el que se produce conocimiento. Hemos de decir que, de su concepto se extraen diferentes ‘visiones’ para entender los procesos que ocurren en esta, así como las características que mejor la definen.

Pero el paradigma socio-crítico surge en respuesta a las tradiciones positivistas e interpretativas que han tenido poca influencia en la transformación social (Alvarado & García, 2008). La ponencia sobre esta teoría crítica supone cierta complejidad por varias razones, entre ellas porque no existe una sola teoría crítica ya que la tradición crítica siempre está cambiando e intenta evitar mucha especificidad.

2.2. Método

El camino metodológico de este trabajo de profundización propone, desde la concepción paradigmática el método crítico social, estableciendo en primera base desarrollar todo un diagnóstico literario histórico, sobre enseñanza-aprendizaje del pensamiento variacional apoyado en la percepción visual cognitiva, como el punto de partida o razón de ser de esta investigación.

En segunda instancia metodológica consolidamos la información diagnosticada, para analizar los elementos más relevantes que permitan la formulación de las secuencias didácticas.

Luego del análisis de la información pasamos a la interpretación, de dichas secuencias que posteriormente se llevarán al aula de clase, como parte fundamental de la práctica docente. Y por último validamos su impacto en respuesta de los estudiantes al evaluar el aprendizaje significativo, usando la propuesta de percepción visual cognitiva.

2.3. Instrumentos de recolección de información y análisis de información

Dada la gran importancia y responsabilidad, que se tiene a la hora de hacer recolección de datos e información, usaremos las siguientes técnicas e instrumentos para tal fin.

Desde una perspectiva técnica, vamos a estructurar procesos de recolección de información que se realizará mediante las técnicas de observación no participante y entrevista focal, durante visitas de aula y en lapsos aledaños. La primera técnica hace referencia a la información que puede ser determinada mediante observaciones directas de la práctica del docente durante los procesos áulicos de enseñanza-aprendizaje, con las mínimas interferencias posibles, considerando las etapas de planificación, evaluación y realización; también, considera elementos observables que pueden influir en estos procesos, como la limpieza, la acústica, la iluminación, la distribución espacial, entre otros.

Por su parte, las entrevistas focales se orientarán hacia la opiniones, percepciones y aclaraciones que los participantes puedan externar inmediatamente después de realizadas las observaciones, y que no pueden recogerse mediante la simple observación directa. También, incluirán la oportuna solicitud y pertinente revisión de documentos escritos o virtuales que hayan sido protagonistas en las acciones observadas, como minutas, unidades didácticas, libros de texto, listas de alumnos, entre otros.

2.4. Población y muestra

Población: Se considera la población objetiva para este trabajo de investigación cualitativa, la comunidad educativa del barrio Belén Rincón de la Comuna 16 que está localizada en la zona suroccidental de la ciudad. Concretamente en la Institución Educativa Alcaldía de Medellín, en los grupos del grado séptimo.

En esta Institución Educativa se tienen cuatro grupos del grado séptimo, (7-1, 7-2, 7-3 y 7-4) con un promedio de 36 estudiantes aproximadamente. Dos de estos grupos estudian en la jornada de la mañana (6:30 am – 12:30 am) y los otros dos en la jornada de la tarde (12:45 am – 6:45 pm).

Muestra: para la recolección de la información en esta investigación cualitativa vamos a enfocarnos en uno de los cuatro grados de séptimo, probablemente en uno de la jornada de la tarde, (grado 7-3) por facilidad y control del docente investigador que labora en esta jornada.

2.5. Delimitación y alcance

Esta propuesta de investigación cualitativa se llevará a cabo en la comunidad educativa de la Ciudad de Medellín en la Comuna 16 que está localizada en la zona suroccidental de la ciudad. Concretamente en la Institución Educativa Alcaldía de Medellín, en los grupos del grado séptimo durante el periodo lectivo del año 2020.

El alcance propuesto será la entrega de una propuesta didáctica, apoyada en la percepción visual cognitiva, para la enseñanza del pensamiento variacional en los grados séptimos, cuyo impacto después de evaluar y validar la propuesta, se espera sea positivo, contribuyendo así con una nueva herramienta de apoyo en la labor docente del área de matemáticas.

2.6. Cronograma

Atendiendo al diseño metodológico, que relaciona la secuencia de mis objetivos específicos, vamos a organizar una serie de actividades concretas que permitan el desarrollo de los mismos.

Tabla 2. Planificación de Actividades

FASE	OBJETIVOS	ACTIVIDADES
Fase 1: Diagnosticar	Diagnosticar el estado del arte de los conceptos, percepción visual cognitiva y pensamiento variacional, aplicado a la enseñanza de las matemáticas en contextos de educación secundaria.	1.1 Revisión bibliográfica sobre la percepción visual cognitiva.
		1.2 Revisión bibliográfica sobre El pensamiento variacional matemático.
		1.3 Revisión bibliográfica sobre del MEN enfocada en los estándares del pensamiento variacional matemático.
		1.4 Revisión bibliográfica herramientas TIC sobre pensamiento variacional matemático.
Fase 2: Analizar	Analizar los elementos centrales de la conceptualización de la percepción visual cognitiva como mecanismo de aprendizaje significativo para el desarrollo del pensamiento variacional.	2.1 Analizo la información más relevante sobre la percepción visual cognitiva.
		2.2 Analizo la información más relevante sobre el pensamiento variacional matemático.
		2.3 Analizo las herramientas TIC más apropiadas para fortalecer la percepción visual cognitiva.

		2.4 Análisis de las herramientas TIC más apropiadas para el aprendizaje del pensamiento variacional.
FASE	OBJETIVOS	ACTIVIDADES
Fase 3: diseñar	Diseñar una secuencia didáctica que promueva el desarrollo de la percepción visual cognitiva como mecanismo de aprendizaje significativo del pensamiento variacional en secundaria.	3.1 Diseño de actividades para la evaluación de los preconceptos.
		3.2 Diseño de guías para la ejercitación de la percepción visual cognitiva.
		3.3 Diseño de guías para la ejercitación del concepto de variable a través de la percepción visual cognitiva.
		3.4 Diseño de secuencias didácticas enfocadas en el aprendizaje del pensamiento variacional usando la percepción visual cognitiva.
Fase 4: evaluar	Evaluar la efectividad de la secuencia didáctica desde la percepción visual cognitiva como mecanismo de enseñanza y aprendizaje del pensamiento variacional.	4.1 Construcción de actividades evaluativas de las secuencias didácticas enfocadas en el aprendizaje del pensamiento variacional usando la percepción visual cognitiva.
		4.2 Construcción y aplicación de una actividad evaluativa al terminar la implementación de la secuencia didáctica propuesta.
		4.3 Realización de análisis de los resultados obtenidos con los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Alcaldía de Medellín aplicando la percepción visual cognitiva como mecanismo de enseñanza del pensamiento variacional.

Fase 5: Conclusiones y recomendaciones	Aquí vamos a determinar el alcance acorde con los objetivos específicos que se plantearon desde el principio, de este trabajo de profundización.	5.1 Generación de las conclusiones obtenidas después de realizar el trabajo de campo, aplicando toda la información obtenida, justificaciones y lineamientos para posteriores aplicaciones en la práctica docente.
---	--	--

Tabla 3. Cronograma de Actividades

ACTIVIDADES	SEMANAS															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
ACTIVIDAD 1.1	X	x														
ACTIVIDAD 1.2		x														
ACTIVIDAD 1.3			x	x												
ACTIVIDAD 1.4				x												
ACTIVIDAD 2.1					x	x										
ACTIVIDAD 2.2						X										
ACTIVIDAD 2.3							X									
ACTIVIDAD 2.4								X								
ACTIVIDAD 3.1								x	X							
ACTIVIDAD 3.2										X						
ACTIVIDAD 3.3									X	x	X					
ACTIVIDAD 3.4												X				
ACTIVIDAD 4.1													X			
ACTIVIDAD 4.2														X		
ACTIVIDAD 4.3													x	x	X	X
ACTIVIDAD 5.1														x	x	x

Capítulo III.

Sistematización De La Intervención

3.1. Intervención

El desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de primeros grados de básica secundaria (sextos y séptimos), la gran mayoría suelen encontrar dificultades en comprender y entender el concepto de 'variable matemática', esto debido a que sus experiencias matemáticas siempre fueron a través de la construcción de expresiones numéricas que podían asociar directamente a cantidades.

La percepción visual cognitiva como medio pedagógico para enfocarnos en las temáticas del pensamiento variacional, van a permitir a los estudiantes a través del sentido de la visión identificar y comprender el concepto de variable y constante numérica.

Para tal fin se diseñó con los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Alcaldía de Medellín y orientados por el documento *“Jugando con las Ecuaciones: La Magia del Material Concreto”* (Durón González, León Arguedas, & Hernández Mora, 2011). El Kit Didáctico de Variables, que consiste en la representación de variables y constantes numéricas, usando dos figuras geométricas básicas, los círculos representan las variables y los cuadrados las constantes numéricas. Este material de apoyo pedagógico puede elaborarse en los siguientes materiales: cartulina, cartón, madera o de ser posible acrílico, es necesario que el material usado, sus caras sean de diferente color.

La percepción visual cognitiva trata de encuadrar las mostraciones de los conceptos, no reemplazan las demostraciones de los objetos matemáticos, una mostración *“consiste en un acercamiento sensorio motriz operatorio, manipulativo, pragmático, práxico, empírico intuitivo o como quiera llamárselo, basado en materiales de apoyo, de un concepto científico, de carácter aritmético, geométrico, algebraico, físico o químico”* (Monsalve Posada, 2010).

El Kit Didáctico de Variables, es nuestra herramienta tangible y concreta como resultado de múltiples acercamientos a la percepción visual cognitiva, para el estudio de algunos elementos preliminares del pensamiento variacional.

3.2. Tipo de intervención

Siendo consecuente con el desarrollo de este proyecto educativo, la investigación acción es la forma metodológica mediante la cual se estructura este proyecto, a través de un enfoque cualitativo. Estableciéndose un contacto vía online (Google Meet) con los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Alcaldía de Medellín; debido a la compleja situación social por la pandemia del Covid-19, se pudo abordar las temáticas propuestas de esta investigación.

La participación de los estudiantes bajo la modalidad online, no fue la mejor, pero suficiente para el desarrollo del proyecto, el cual arrojó resultados entusiastas que muestran la viabilidad de una buena práctica pedagógica estimulante, para el aprendizaje de conceptos básicos del pensamiento variacional.

Desde la concepción del método crítico social, estableciendo en primera base el desarrollo de todo un diagnóstico literario histórico, sobre enseñanza-aprendizaje del pensamiento variacional apoyado en la percepción visual cognitiva, como el punto de partida, se da origen al diseño del Kit Didáctico de Variables como herramienta concreta, para la enseñanza del pensamiento variacional con un enfoque de aprendizaje, a través de la percepción visual cognitiva, puesta a prueba con los estudiantes de grado séptimo, quienes abordaron una serie de actividades, orientadas vía online por el docente de matemáticas.

El diseño de estas actividades propuestas, fueron cautelosamente formalizadas de acuerdo a las necesidades primarias de la conceptualización sobre variables y sus derivados algebraicos, requerida en educandos de grado séptimo en el pensamiento variacional.

Se realizaron siete intervenciones con estudiantes de grado séptimo, cuyo número variaba de acuerdo a las oportunidades favorables de conectividad. El docente en cada intervención orienta sobre el tipo de actividad, se realiza una retroalimentación con los estudiantes, quienes al final de cada intervención también realizan una encuesta exploratoria de cada actividad.





Tabla 4. Desarrollo de Actividades con el Kit

DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES CON EL KIT DIDÁCTICO DE VARIABLES							
FECHA REALIZACION DE ACTIVIDAD	16 oct. 2020	27 oct. 2020	29 oct. 2020	3 nov. 2020	5 nov. 2020	10 nov. 2020	19 nov. 2020
NOMBRE DEL ESTUDIANTE	ACT. # 1	ACT. # 2	ACT. # 3	ACT. # 4	ACT. # 5	ACT. # 6	ACT. # 7
Canabal Pérez, María Alejandra	X	X		X	X	X	X
López Hurtado, Johan Esteban	X	X	X	X	X	X	X
Martínez Ibáñez, Elizabeth	X	X	X	X	X	X	X
Mosquera Sánchez, Sara	X	X	X		X		X
Murillo Agualimpia, Hayzah Michelle	X	X	X	X	X	X	X
Ordoñez Vélez, Marcel Duván	X	X	X	X	X	X	X
Patiño Roldan, Samuel	X			X	X		X
Ríos Álvarez, Sara	X	X	X	X	X	X	X
Gordon Sánchez, Valeria	X	X	X	X	X	X	X
Atehortúa Cano, Mateo	X		X	X		X	X
Holguín Mejía, Miguel Ángel		X	X	X	X	X	X
Isaza Valencia Gerónimo	X		X	X		X	
Muñoz Naranjo, Tomas		X	X	X		X	X
Sánchez Quintero, Nataly	X	X	X	X	X	X	X
Sierra Vélez, Sergio Stiven	X		X	X		X	X

3.3. Actividades propuestas (Guías)

A continuación, se presentan las 7 actividades propuestas, en guías con sus respectivas secuencias didácticas.

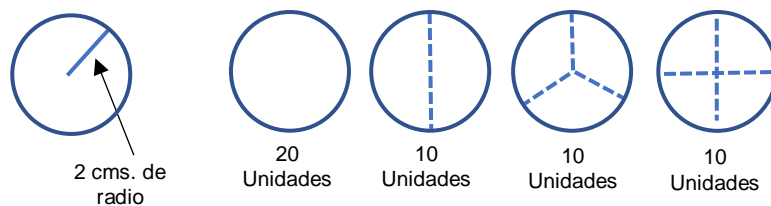
Guía 1. Construcción de los Conceptos del Pensamiento Variacional y la Percepción Visual Cognitiva.

CONSTRUCCIÓN DE LOS CONCEPTOS DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL Y LA PERCEPCIÓN VISUAL COGNITIVA			
Guía #	1	Responsable:	Rodolfo de Jesús Jiménez Morales
Objetivo de la Guía de Pensamiento Variacional			
<ul style="list-style-type: none"> • Dar a conocer a los estudiantes los conceptos básicos del pensamiento variacional, con un enfoque del uso de la percepción visual cognitiva. 			
Actividades de Introducción	Estándar	Derecho Básico	Evidencias
Los estudiantes observan un video sobre el pensamiento variacional, asociado al juego <u>Álgebra Jugando Pensamiento Variacional</u> .	Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales.	7. Plantea y resuelve ecuaciones, las describe verbalmente y representa situaciones de variación de manera numérica, simbólica o gráfica.	Plantea modelos algebraicos, gráficos o numéricos en los que identifica variables y rangos de variación de las variables.
Actividades sobre Conceptos Previos			Tiempo
<ul style="list-style-type: none"> • Conceptualización de lo que es la percepción visual cognitiva vs el pensamiento variacional, presentación dirigida por el docente (Anexo A). • De acuerdo a la presentación vista, los estudiantes realizan representaciones numéricas usando figuras y símbolos diseñados por ellos mismos. 			30 minutos
Actividades a Desarrollar			Tiempo
<p>Concreto</p> <ul style="list-style-type: none"> • En equipos de tres o cuatro estudiantes. Dadas las siguientes imágenes observa con detenimiento y describe su interpretación en el cuaderno. <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">     </div> <ul style="list-style-type: none"> • Nombra diez objetos que comiencen por la misma letra, escríbelos en tu cuaderno. 			60 minutos

<p>Conceptual</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué interpretación puedes hacer de cada uno de los símbolos o señales anteriores? Explique. • ¿Por qué con una sola letra puedo escribir o desinar varios objetos? • ¿Existe alguna relación entre la representación y el objeto? <p>Simbólico</p> <ul style="list-style-type: none"> • Defina que es una variable matemática. • Usa una variable matemática que le permita representar la lista de objetos que realizaste. • Usando variables matemáticas y asignando valores concretos, diseña expresiones algebraicas con sumas, restas, multiplicaciones y divisiones. 	
Actividades para Culminar o Evaluar	Tiempo
<ul style="list-style-type: none"> • Iniciar el juego Conceptos sobre percepción visual y pensamiento variacional en Kahoot. • Diseña un juego de domino de 10 cartas, que involucren variables y símbolos (el docente explica cómo hacerlo). 	30 minutos
Observaciones	
<ul style="list-style-type: none"> ◆ Estudiantes: Logramos entender que, a través de nuestra visión como uno de los sentidos fundamentales podemos procesar en nuestro cerebro una gran cantidad de imágenes con significados variados. La actividad fue sencilla y los conceptos están claros. ◆ Docente: Los estudiantes se sintieron cómodos, más con los ejemplos de cómo funciona la percepción visual cognitiva, que con la definición teórica de los conceptos. 	
Conclusiones	
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Los estudiantes manifiestan gran capacidad visual para identificar objetos concretos en su entorno, se sienten cómodos con las actividades aquí propuestas en la guía. ✓ Muchos comentan que el aprendizaje de conceptos matemáticos se debería realizar con actividades lúdicas como las que se hicieron en esta guía. ✓ Esta actividad, permite que los estudiantes aprendan e identifiquen el concepto de variable matemática, además de ejercitar su capacidad visual en la búsqueda de las mismas en su entorno. 	

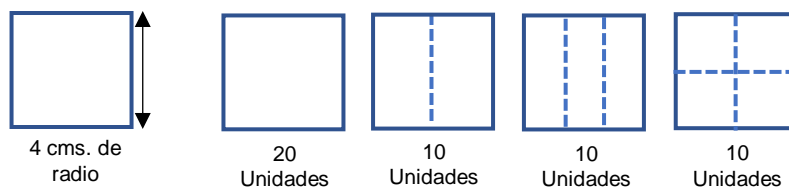
Guía 2. Construcción del Kit Didáctico de Variables.

CONSTRUCCIÓN DEL KIT DIDÁCTICO DE VARIABLES (MATERIAL DE TRABAJO)			
Guía #	2	Responsable:	Rodolfo de Jesús Jiménez Morales
Objetivos de la Guía de Pensamiento Variacional			
<ul style="list-style-type: none"> • Orientar a los estudiantes, sobre la construcción del Kit Didáctico de Variables, estableciendo los materiales tipos de figuras colores y medidas. • Establecer relaciones entre los elementos de figuras geométricas. 			
Actividades de Introducción	Estándar	Derecho Básico	Evidencias
Los estudiantes observan en la página de Geómetra, los pasos para la Construcción del Kit Didáctico de Variables .	Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales.	7. Plantea y resuelve ecuaciones, las describe verbalmente y representa situaciones de variación de manera numérica, simbólica o gráfica.	Plantea modelos algebraicos, gráficos o numéricos en los que identifica variables y rangos de variación de las variables.
Actividades sobre Conceptos Previos			Tiempo
<ul style="list-style-type: none"> • Los estudiantes con el docente discuten a cerca de propiedades e importancia de algunas figuras geométricas planas (cuadrado, rectángulo, círculo, triángulo). • Realizamos una actividad donde los estudiantes identifiquen formas cuadradas y circulares en su entorno, explicamos la importancia de estas dos formas en nuestras vidas, y porque se adoptaron para la elaboración del Kit Didáctico de Variables. 			30 minutos
Actividades a Desarrollar			Tiempo
Concreto <ul style="list-style-type: none"> • Elaboración del Kit Didáctico de Variables. <ol style="list-style-type: none"> 1) Conseguir un material plano de dos colores, una cara de un color y la otra de otro color (acrílico, cartulina, cartón u otro). 2) Cortar 50 círculos (de 2 cm. de radio), de estos, recortar 10 a la mitad, 10 en tercios iguales y finalmente otros 10 en cuartos iguales. Ver ilustración: 			120 minutos



30 minutos



- 3) Cortar 50 cuadrados (de 4 cm. de lado), de estos cortar 10 a la mitad, 10 en tercios iguales y otros 10 en cuartos iguales. Según la imagen:



30 minutos

- 4) Elaborar una caja para guardar las fichas del Kit.
- Podemos fabricarla en cartón (usando una caja de zapatos) madera u otro material que tengamos a la mano.
 - Realizamos 8 divisiones en el interior de la caja usando el mismo material.













		
<p>Conceptual</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué diferencias aparentes y conceptuales encuentras entre el círculo y el cuadrado del Kit? Explique. • ¿Al cortar los círculos y cuadrados que conjunto numérico estamos involucrando? • ¿Qué relaciones geométricas podría encontrar entre el círculo y el cuadrado, teniendo en cuenta sus medidas? • ¿Qué relación podría encontrar entre las figuras y las variables o los números, cuál podría representarlas? <p>Simbólico</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Que figura representa las variables y cuál figura los números, justifica tu respuesta? • ¿Qué fórmulas matemáticas usaría para calcular la cantidad total de material usado en la elaboración de los 50 círculos de radio 2 cm y los 50 cuadrados de 4 cm de lado? • ¿Cómo puedes representar matemáticamente cada una de las partes recortadas de las figuras (círculos y cuadrados)? • ¿Si los círculos representan la variable "X" y los cuadrados las constantes numéricas, entonces matemáticamente como represento cada una de las partes recortadas, ¿tanto de círculos como de cuadrados? 		
Actividades para Culminar o Evaluar		Tiempo
<p>A continuación, los estudiantes realizarán las siguientes actividades:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Observa en tu entorno e identifica 5 formas circulares y 5 formas cuadradas y calcula en ellas radio, diámetro, lado, 		30 minutos

<p>diagonal, perímetros y áreas. ¿Puede notar la variabilidad en cada uno de los resultados?</p> <ul style="list-style-type: none"> Diseña una fórmula matemática (algoritmo) que te permita conocer la cantidad de material (área) que te gastarías al recortar una cantidad “x” de cuadros y círculos variando el radio “r” y el lado “L” de las figuras. 	
Observaciones	
<ul style="list-style-type: none"> ◆ Estudiantes: Fue divertido realizar las fichas, debido a que, recortando tantos círculos y cuadros, afinamos mucho más nuestra motricidad fina, también es de notar que pusimos a prueba nuestra capacidad Manual, sobre todo en la construcción de la caja. ◆ Docente: Todos los estudiantes de la lista que participaron en estas actividades realizaron las fichas, algunos se preocuparon por hacerlas más pulidas que otros, sobre todo al recortar las fracciones. 	
Conclusiones	
<ul style="list-style-type: none"> ✓ La mayoría de los estudiantes indagan, porque solo estamos cortando fichas circulares y cuadradas, además porque el material de donde se están cortando las fichas deben ser de dos colores. Se realiza aclaraciones simples sobre la funcionalidad delo Kit, ya que en las guías siguientes se va a profundizar al respecto. ✓ Se percibe de los estudiantes su entusiasmo para terminar su Kit Didáctico de Variables y empezar a trabajar con este. ✓ Esta actividad no solo aborda la ejercitación manual de los estudiantes, sino, también toda la conceptualización de elementos geométricos como el área, perímetro entre otras, además del razonamiento y elaboración de fórmulas o algoritmos (modelación) para la solución de situaciones problema. 	

Guía 3. Explicación y Usos del Kit Autónomo de Variables.

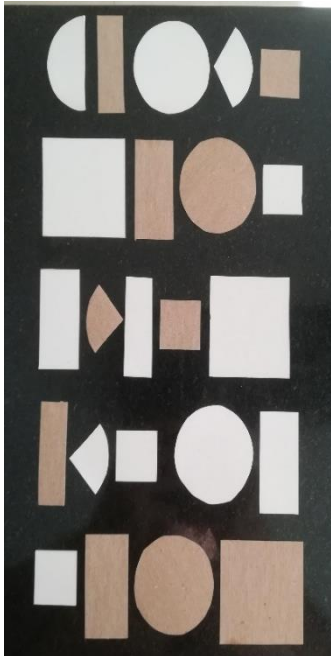
EXPLICACIÓN Y USOS DEL KIT AUTÓNOMO DE VARIABLES			
Guía #	3	Responsable:	Rodolfo de Jesús Jiménez Morales
Objetivo de la Guía de Pensamiento Variacional			
<ul style="list-style-type: none"> Implementar con los estudiantes, el uso y alcance del Kit Didáctico de Variables. 			
Actividades de Introducción	Estándar	Derecho Básico	Evidencias
Usando el Kit los estudiantes tomaran una ficha de cada una de las figuras	Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de	7. Plantea y resuelve ecuaciones, las describe verbalmente y representa	Plantea modelos algebraicos, gráficos o

<p>recortadas (fracciones) y hallaran la fracción que les hace falta a cada ficha para completar la unidad (sin usar lápiz, ni calculadora, solo las fichas), para hacer una lista de las fracciones encontradas.</p>	<p> semejanza y congruencia usando representaciones visuales.</p>	<p>situaciones de variación de manera numérica, simbólica o gráfica.</p>	<p>numéricos en los que identifica variables y rangos de variación de las variables.</p>
Actividades sobre Conceptos Previos			Tiempo
<p>Aquí el docente explica a los estudiantes las características y como funciona cada ficha del Kit Didáctico de Variables.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center;"> <h3>Kit didáctico de variables</h3> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: left;"> <p>REPRESENTACION DE VARIABLES (X, Y, Z,,)</p> <p>x  Color Azul Signo positivo (+)</p> <p>$-x$  Color Crema Signo negativo (-)</p> <p>$\frac{1}{2}x$  $\frac{1}{3}x$  $\frac{1}{4}x$ </p> </div> <div style="text-align: left;"> <p>REPRESENTACION DE CONSTANTES (1, 2, 3,,)</p> <p>1  Color Azul Signo positivo (+)</p> <p>-1  Color Crema Signo negativo (-)</p> <p>$\frac{1}{2}$  $\frac{1}{3}$  $\frac{1}{4}$ </p> </div> </div> </div>			15 minutos
Actividades a Desarrollar			Tiempo
<p>Concreto</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los estudiantes colocan en sus mesas los 8 tipos de fichas recortadas y determinan el área de cada una de ellas. • Conociendo ya el significado del color en las fichas, los estudiantes deberán realizar una representación en sus mesas de 10 sumas y 10 restas que involucren variables, constantes numéricas y fracciones, escribirlas en su cuaderno y discutir las con sus compañeros y finalmente con el docente. • En dos bolsas negras ingresar en una las figuras que representan las variables (círculos) y en la otra las constantes 			60 minutos

<p>término de la operación. En la primera operación el segundo término es la mitad del primer número. En la segunda operación, el segundo término es un cuarto, del cuarto número. En la tercera operación, el segundo término es un tercio, del primer número. En la cuarta operación, el segundo término es la mitad del tercer número. Y en la quinta operación el segundo término es un tercio del quinto número.</p>	
Observaciones	
<p>◆ Estudiantes: Fue sencillo la representación de variables y constantes numéricas usando las fichas, sin embargo, al principio se complicaba un poco porque no recordábamos cual color era positivo y cual negativo.</p> <p>◆ Docente: Se observa en los estudiantes la facilidad con la que asocian las fichas con las representaciones simbólicas de las matemáticas, se estaba presentando un poco de dificultad en asociar el color con el signo, pero considero que era porque todos realizaron fichas de diferente color.</p>	
Conclusiones	
<p>✓ La presente guía no solo hace énfasis en temáticas del pensamiento variacional, sino, también en los conceptos de operaciones con los números fraccionarios, la verbalización del lenguaje algebraico y algunos conceptos prácticos de maximización y optimización de áreas.</p> <p>✓ Los estudiantes logran asociar el concepto de variable con la forma circular, y las constantes numéricas con las formas cuadradas, sin embargo, al hacer uso de las fracciones se encuentran con algunas dificultades, al igual en la identificación del signo usando los colores.</p> <p>✓ A través de las actividades propuestas, se pudo evidenciar que los estudiantes manipulaban el Kit Didáctico de Variables con mayor propiedad, seguridad, confianza disfrutando de los juegos propuestos en esta guía.</p> <p>✓ Se sugiere que todos los estudiantes realicen el Kit Didáctico de Variables usando los mismos materiales para no tener confusiones con los colores que representan los signos (positivo y negativo en las fichas).</p>	

Guía 4. Representaciones de Expresiones Matemáticas con el Kit Didáctico de Variables.

REPRESENTACIONES DE EXPRESIONES MATEMÁTICAS CON EL KIT DIDÁCTICO DE VARIABLES			
Guía #	4	Responsable:	Rodolfo de Jesús Jiménez Morales
Objetivos de la Guía de Pensamiento Variacional			
<ul style="list-style-type: none"> • Que los estudiantes aprendan el uso adecuado para realizar representaciones básicas, de expresiones matemáticas y se apropien del mismo. 			

<p>Simbólico</p> <ul style="list-style-type: none"> • Realiza al menos 5 representaciones en escritura matemáticas de cada una de las expresiones algebraicas de uno, dos, tres y más términos (monomios, binomios, trinomios y polinomios). • Plantear las fórmulas requeridas para hacer sumas y restas de números fraccionarios. • Plantear la fórmula matemática que describe una ecuación lineal. • Plantear tres ecuaciones que describan fenómenos de tu entorno. 	20 minutos
Actividades para Culminar o Evaluar	
<p>A continuación, los estudiantes realizarán la siguiente actividad:</p> <ul style="list-style-type: none"> • De acuerdo a lo aprendido con el Kit realiza el siguiente apareamiento. (el color blanco es signo positivo y el oscuro signo negativo). <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 5px;">$-\frac{1}{3} + \frac{1}{4}x + \frac{1}{4} + 1 + \frac{1}{2}$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 5px;">$\frac{1}{4} - \frac{1}{2} - x - 1$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 5px;">$1 - \frac{1}{2} - x + \frac{1}{4}$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 5px;">$\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} + x + \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;">$\frac{1}{2} - \frac{1}{4}x + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + 1$</div> </div> </div>	30 minutos
Observaciones	
<ul style="list-style-type: none"> ◆ Estudiantes: Cuando iniciamos a realizar los primeros ejercicios fue sencillo, luego se fue complicando un poco, pero después de que realizamos varios ya teníamos claro el tipo de figura que deberíamos usar para cada representación. ◆ Docente: Algunos estudiantes se les dificulta un poco más que a otros, identificar que figuras son las que se van a usar para las representaciones, sobre todo cuando es una fracción. 	

Conclusiones
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Se observa gran creatividad de los estudiantes al tratar de diseñar ecuaciones que representen fenómenos de su entorno. Algunos estudiantes indagaban al tomar una ficha de $\frac{1}{4}$ de variable y decían “<i>profe entonces este cuarto representa un queso, una galleta o una fruta, pues como es variable puede ser cualquier cosa</i>”. Muchas reflexiones de los estudiantes como estas fueron discutidas en el desarrollo de las actividades. ✓ Algunos estudiantes que nunca habían entendido el concepto de variable por fin pudieron tenerlo entre sus manos, como la representación de un círculo de dos colores, que indica el signo de esa variable. ✓ Esta guía permite al docente introducir los conceptos básicos sobre tipos de polinomios, según el número de términos en una expresión algebraica, además de reforzar los conceptos operativos de fracciones algebraicas. ✓ También permite entrenar a los estudiantes en su capacidad visual, para identificar componentes matemáticos representados por figuras y colores.

Guía 5. La Ley Uniforme en la Suma, Resta, Multiplicación y División.

LA LEY UNIFORME EN LA SUMA, RESTA, MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN			
Guía #	5	Responsable:	Rodolfo de Jesús Jiménez Morales
Objetivo de la Guía de Pensamiento Variacional			
<ul style="list-style-type: none"> • Explicar a los estudiantes usando el Kit Didáctico de Variables, la ley uniforme en la suma, resta, multiplicación y división. 			
Actividades de Introducción	Estándar	Derecho Básico	Evidencias
Juego interactivo en el simulador Phet (Interactive Simulations) . Los estudiantes ponen a prueba su percepción a cerca de la Ley de Equilibrio .	Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales.	7. Plantea y resuelve ecuaciones, las describe verbalmente y representa situaciones de variación de manera numérica, simbólica o gráfica.	Plantea modelos algebraicos, gráficos o numéricos en los que identifica variables y rangos de variación de las variables.
Actividades sobre Conceptos Previos			Tiempo
En esta actividad el docente muestra a los estudiantes como usar el Kit Didáctico de Variables en la demostración de la ley uniforme en la suma, resta multiplicación y división.			20 minutos

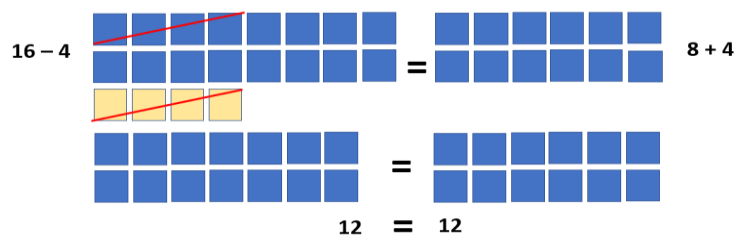
El concepto de la propiedad uniforme

Dada la siguiente ecuación, para $x = 8$ tenemos la siguiente representación de la ley uniforme

$$2x - 4 = x + 4$$



Para $X = 8$ en la ecuación tenemos que

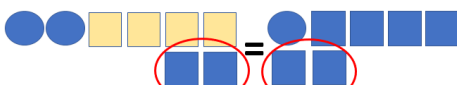


El concepto de la propiedad uniforme en la Suma

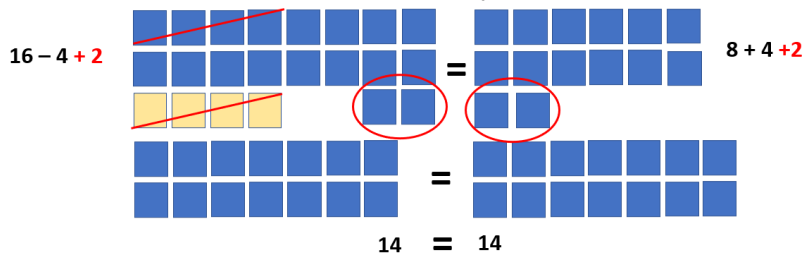
Esta propiedad establece que si se aumenta la misma cantidad en ambos miembros de una ecuación, la igualdad se conserva.

Propiedad uniforme en la Suma

$$2x - 4 + 2 = x + 4 + 2$$



Para $X = 8$ en la ecuación tenemos que



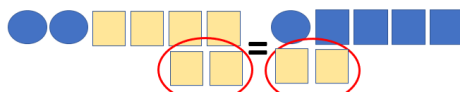
El concepto de la propiedad uniforme en la Resta

Esta propiedad establece que si se disminuye la misma cantidad en ambos miembros de una ecuación, la igualdad se conserva.

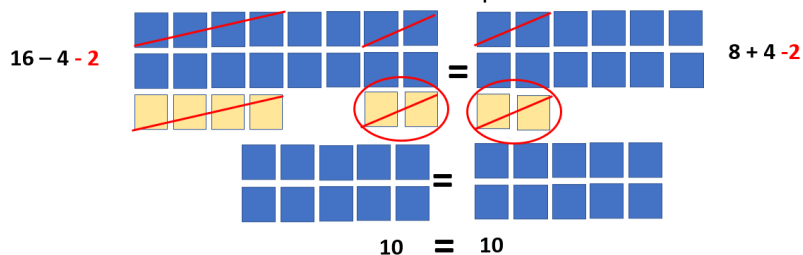
Propiedad uniforme en la Resta

Para $X = 8$ en la ecuación tenemos que

$$2x - 4 - 2 = x + 4 - 2$$



Para $X = 8$ en la ecuación tenemos que



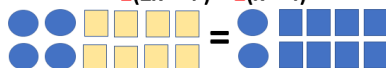
El concepto de la propiedad uniforme en la Multiplicación

Esta propiedad establece que si multiplica la misma cantidad en ambos miembros de una ecuación, la igualdad se conserva.

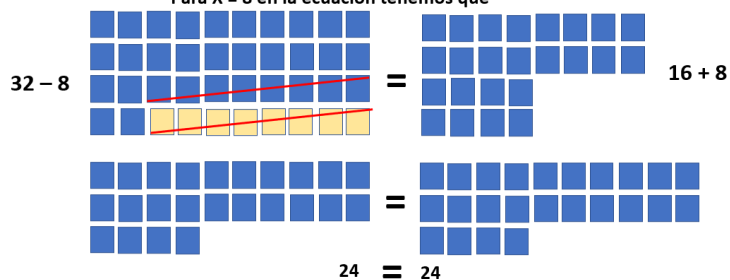
Propiedad uniforme en la Multiplicación

Para $X = 8$ en la ecuación tenemos que

$$2(2x - 4) = 2(x + 4)$$



Para $X = 8$ en la ecuación tenemos que

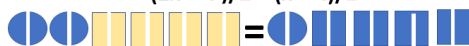


El concepto de la propiedad uniforme en la División

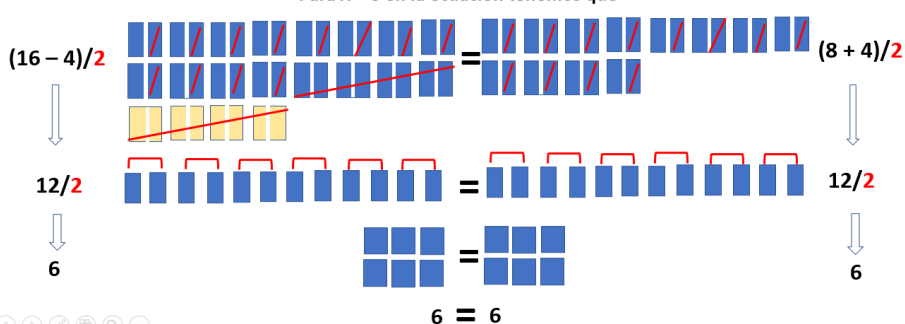
Esta propiedad establece que si se divide ambos miembros de la ecuación por la misma cantidad, la igualdad se conserva.

Propiedad uniforme en la División

$$(2x - 4)/2 = (x + 4)/2$$



Para $X = 8$ en la ecuación tenemos que



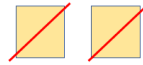














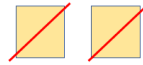














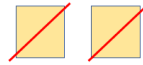














Actividades a Desarrollar	Tiempo
<p>Concreto: Las actividades aquí descritas son para realizar en parejas.</p> <ul style="list-style-type: none"> • <u>Forma de jugar:</u> Ingresa todas las fichas del Kit Didáctico de Variables en una bolsa negra. Divide la mesa en dos, un lado para cada estudiante, luego por turnos, se saca alternadamente 5 ficha diferentes con los ojos cerrados y se coloca en el lado que le correspondiente (ya sea una ficha de variable o constante). • <u>Reglas:</u> Sacar ficha por turno con los ojos cerrados. Se agrupan variables con variables (círculos) y constantes con constantes (cuadros). • <u>El objetivo del juego:</u> cada miembro de la pareja deberá formar 5 conjuntos de fichas (cuya sumatoria sea 2, 3, 4, 5 y 6 respectivamente). Se da por ganador quien termine primero de formar los grupos o se aproxime a ellos. 	60 minutos
<p>Conceptual</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué entiendes por ley uniforme? • ¿Consideras que estandarización y uniformidad son lo mismo? • ¿Desde las operaciones básicas de las matemáticas (suma, resta, multiplicación y división) como entiendes la uniformidad en ellas? • ¿Podrías identificar algunos ejemplos de uniformidad en tu entorno? 	20 minutos
<p>Simbólico</p> <ul style="list-style-type: none"> • Planteamiento de tres ecuaciones lineales de una incógnita, donde sumamos, restamos, multiplicamos y dividimos la misma cantidad en ambos lados de la igualdad y demostramos así su uniformidad. • Diseñamos en una hoja de Excel, usando la fórmula de una ecuación lineal con un valor concreto de X un sistema que permita sumar, restar, multiplicar y dividir valores en ambos lados de la igualdad conservando la uniformidad. 	20 minutos

Actividades para Culminar o Evaluar		Tiempo
<p>A continuación, los estudiantes realizarán la siguiente actividad.</p> <ul style="list-style-type: none"> Usando el Kit Didáctico de Variables, diseñó estrategias para demostrar las leyes de la uniformidad en la suma, resta, multiplicación y división. 		30 minutos
Observaciones		
<ul style="list-style-type: none"> ♦ Estudiantes: Las fichas de Kit Didáctico de Variables facilitan mucho el entendimiento de estas leyes de uniformidad en las cuatro operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división). ♦ Docente: Los estudiantes adquieren mucha destreza para las representaciones y el entendimiento de estas leyes en las cuatro operaciones básicas. 		
Conclusiones		
<ul style="list-style-type: none"> ✓ El entusiasmo con que los estudiantes logran sacar adelante la solución de situaciones problema, usando el Kit Didáctico de Variables demuestra que el juego y sus capacidades de observación, son los medios para acercar con éxito, a estos estudiantes al aprendizaje de las matemáticas. ✓ Se pudo evidenciar en algunos estudiantes, la facilidad para organizar cantidades equilibradas, pero la dificultad para entender el concepto matemático ahí presente, pero algunos otros que tenían esta habilidad complementaron a estos. 		






Guía 6. Propiedad Inversa y Modulativa en la Suma y Multiplicación.

PROPIEDAD INVERSA Y MODULATIVA EN LA SUMA Y MULTIPLICACIÓN			
Guía #	6	Responsable:	Rodolfo de Jesús Jiménez Morales
Objetivos de la Guía del Pensamiento Variacional			
Explicar a los estudiantes usando el Kit Didáctico de Variables, la propiedad inversa y modulativa en la suma y multiplicación.			
Actividades de Introducción	Estándar	Derecho Básico	Evidencias
<p>Video introductorio sobre la propiedad inversa y modulativa en la suma y multiplicación: Inverso Aditivo y Elemento Neutro - Ejemplos</p>	<p>Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales.</p>	<p>7. Plantea y resuelve ecuaciones, las describe verbalmente y representa situaciones de variación de manera numérica, simbólica o gráfica.</p>	<p>Plantea modelos algebraicos, gráficos o numéricos en los que identifica variables y rangos de variación de las variables.</p>

Actividades sobre Conceptos Previos	Tiempo																																																
<p data-bbox="201 279 1172 386">En esta actividad el docente muestra a los estudiantes como usar el Kit Didáctico de Variables en la demostración de la propiedad inversa y modulativa en la suma y multiplicación.</p> <div data-bbox="206 464 1170 1003" style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <h3 data-bbox="435 489 943 531">Propiedad inversa en la suma</h3> <p data-bbox="396 533 980 554"> Toda cantidad numérica, sumado con su inverso se obtiene el modulo "0"</p> <table border="0" data-bbox="289 617 980 911"> <thead> <tr> <th data-bbox="435 617 505 638">NÚMERO</th> <th data-bbox="837 617 907 638">INVERSO</th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="289 667 548 730">+3 </td> <td data-bbox="630 667 873 730">+ -3 </td> <td data-bbox="570 688 586 709">+</td> <td data-bbox="899 688 915 709">=</td> <td data-bbox="964 688 980 709">0</td> <td></td> </tr> <tr> <td data-bbox="289 758 467 821">-2 </td> <td data-bbox="630 758 808 821">+ +2 </td> <td data-bbox="532 779 548 800">+</td> <td data-bbox="867 779 883 800">=</td> <td data-bbox="964 779 980 800">0</td> <td></td> </tr> <tr> <td data-bbox="289 848 483 911">-2X </td> <td data-bbox="630 848 824 911">+ +2X </td> <td data-bbox="532 869 548 890">+</td> <td data-bbox="867 869 883 890">=</td> <td data-bbox="964 869 980 890">0</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> </div> <div data-bbox="206 1083 1170 1623" style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <h3 data-bbox="410 1119 971 1161">Propiedad inverso Multiplicativo</h3> <p data-bbox="293 1163 1088 1220"> Si multiplicamos una cantidad con su inverso nos da el modulo de la multiplicación o sea 1</p> <table border="0" data-bbox="298 1247 938 1507"> <thead> <tr> <th data-bbox="298 1247 375 1268">NÚMERO</th> <th data-bbox="500 1247 576 1268">INVERSO</th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="298 1283 532 1339">+3 </td> <td data-bbox="532 1283 938 1339">$\times \frac{1}{3}$ </td> <td data-bbox="553 1304 570 1325">=</td> <td data-bbox="613 1304 678 1325">=</td> <td data-bbox="846 1304 862 1325">=</td> <td data-bbox="911 1262 927 1283">1 </td> </tr> <tr> <td data-bbox="298 1367 402 1423">-2 </td> <td data-bbox="402 1367 938 1423">$\times -\frac{1}{2}$ </td> <td data-bbox="553 1388 570 1409">=</td> <td data-bbox="613 1388 678 1409">=</td> <td data-bbox="846 1388 862 1409">=</td> <td data-bbox="862 1346 878 1367">1 </td> </tr> <tr> <td data-bbox="298 1451 402 1507">-2X </td> <td data-bbox="402 1451 938 1507">$\times -\frac{1}{2}x$ </td> <td data-bbox="553 1472 570 1493">=</td> <td data-bbox="613 1472 678 1493">=</td> <td data-bbox="846 1472 862 1493">=</td> <td data-bbox="862 1430 878 1451">1 </td> </tr> </tbody> </table> </div>	NÚMERO	INVERSO					+3 	+ -3 	+	=	0		-2 	+ +2 	+	=	0		-2X 	+ +2X 	+	=	0		NÚMERO	INVERSO					+3 	$\times \frac{1}{3}$ 	=	=	=	1 	-2 	$\times -\frac{1}{2}$ 	=	=	=	1 	-2X 	$\times -\frac{1}{2}x$ 	=	=	=	1 	<p data-bbox="1230 310 1386 344">20 minutos</p>
NÚMERO	INVERSO																																																
+3 	+ -3 	+	=	0																																													
-2 	+ +2 	+	=	0																																													
-2X 	+ +2X 	+	=	0																																													
NÚMERO	INVERSO																																																
+3 	$\times \frac{1}{3}$ 	=	=	=	1 																																												
-2 	$\times -\frac{1}{2}$ 	=	=	=	1 																																												
-2X 	$\times -\frac{1}{2}x$ 	=	=	=	1 																																												







Propiedad Modulativa en la suma

El módulo de la suma es el "0" cualquier número sumado con su módulo da el mismo número

	NÚMERO		MÓDULO		EL MISMO NÚMERO
+3		+	0	=	
-2		+	0	=	
-2X		+	0	=	

Propiedad Modulativa en la Multiplicación

El módulo de la multiplicación es "1" cualquier número multiplicado con su módulo da el mismo número

	NÚMERO		MÓDULO		EL MISMO NÚMERO
+3		x	1 "Una sola vez"	=	
-2		x	1 "Una sola vez"	=	
-2X		x	1 "Una sola vez"	=	

Actividades a Desarrollar


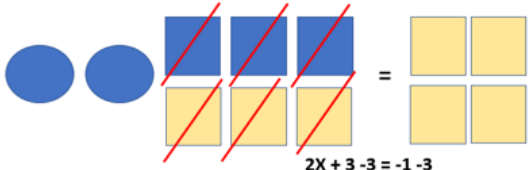
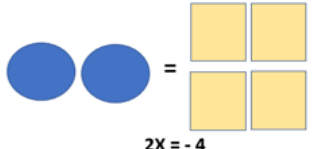
Tiempo

Concreto:

- Usando las fichas del Kit Didáctico de Variables tomar varias fichas al azar, pueden ser 5, colócalas en tu mesa y busca para cada ficha el inverso aditivo y multiplicativo.
- Tomando fichas de variables del Kit Didáctico de Variables hallar el inverso aditivo y multiplicativo de los 5 primeros números impares.
- Tomando fichas de constantes del Kit Didáctico de Variables, hallar el inverso aditivo y multiplicativo de los 5 primeros números pares.

60 minutos

Guía 7. Solución de una Ecuación Lineal de una Variable, Usando el Kit Didáctico de Variables.

SOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN LINEAL DE UNA VARIABLE, USANDO EL KIT DIDÁCTICO DE VARIABLES			
Guía #	7	Responsable:	Rodolfo de Jesús Jiménez Morales
Objetivos de la Guía de Pensamiento Variacional			
Orientar a los estudiantes sobre cómo pueden solucionar una ecuación lineal, usando el kit didáctico de variables.			
Actividades de Introducción	Estándar	Derecho Básico	Evidencias
<p>Juego simulador de igualdades, los estudiantes ingresan al link del simulador Phet y exploran el juego.</p> <p>https://phet.colorado.edu/es/simulation/quality-explorer</p>	<p>Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales.</p>	<p>7. Plantea y resuelve ecuaciones, las describe verbalmente y representa situaciones de variación de manera numérica, simbólica o gráfica.</p>	<p>Plantea modelos algebraicos, gráficos o numéricos en los que identifica variables y rangos de variación de las variables.</p>
Actividades Sobre Conceptos previos			Tiempo
<p>En esta actividad el docente muestra a los estudiantes como usar el kit didáctico de variables para la solucionar una ecuación lineal de una incógnita</p>			15 minutos
<div style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p style="text-align: center;">Solución de una ecuación lineal de una variable</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;">  <p>Representación simbólica de la ecuación</p> <p>$2X + 3 = -1$</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Propiedad Uniforme</p> <p>Suma de -3 a ambos lados de la igualdad en la ecuación (PU)</p> <p>$2X + 3 - 3 = -1 - 3$</p> <p>Inverso aditivo</p> <p>Operaciones con enteros</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Eliminación de las cantidades positivas con las negativas al lado izquierdo de la igualdad</p> <p>$2X = -4$</p> </div> </div> </div>			

- ¿Qué significa la variable en una ecuación?

Simbólico

60 minutos

Actividad # 1. Completa el siguiente cuadro enunciando la propiedad y el paso de la ecuación faltante, simultáneamente usando el Kit Didáctico de Variables representa cada paso.

#	ECUACION	PROPIEDAD
1	$2X+1 = 7$	Igualdad
		Propiedad uniforme en la resta
	$2x/2 = 6/2$	
	$x = 3$	
2	$X/4 - 6 = 2$	Igualdad
	$X/4 - 6 + 6 = 2 + 6$	
		Propiedad uniforme en la Multiplicación
	$X = 32$	

Actividad # 2. Enuncia la propiedad que se aplica en la solución de las ecuaciones, simultáneamente usando el Kit Didáctico de Variables representa cada paso.

#	ECUACION	PROPIEDAD
1	$9X-6 = 12$	
	$9X - 6 + 6 = 12 + 6$	
	$9x/9 = 18/9$	
	$x = 2$	
2	$X/5 + 8 = 10$	
	$X/5 + 8 - 8 = 10 - 8$	
	$5(X/5) = 5(2)$	
	$X = 10$	

Actividad # 3. Dadas las siguientes dos ecuaciones solucionar y escribir la propiedad al frente (no usar el Kit Didáctico de Variables).

#	ECUACION	PROPIEDAD
1	$4X-2 = 22$	

2	$x/3 + 4 = 7$	
	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué algoritmo o formula representa una igualdad? • ¿Cómo puedo representar a través de una formula la ecuación de una línea recta? • Diseña una ecuación que involucre como variable el número de días que realizas ejercicio físico durante la semana. • Realiza la descripción de tres fenómenos a través, de ecuaciones conocidas. Ejemplo $E = mc^2$ 	
Actividades para Culminar o Evaluar		Tiempos
<p>A continuación, los estudiantes realizaran la siguiente actividad.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Usando el kit didáctico de variables soluciona las siguientes tres ecuaciones: <div style="display: flex; justify-content: center; gap: 20px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">$4X - 2 = 6$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">$3X + 1 = 7$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">$5X - 4 = 6$</div> </div> <ul style="list-style-type: none"> • Identifica tres aspectos de tu cotidianidad que puedas representar como una ecuación. 		20 minutos
Observaciones		
<ul style="list-style-type: none"> ◆ Estudiantes: La solución de una ecuación, usando las fichas del kit didáctico de variables fue fácil y divertido, sobre todo cuando nos dábamos cuenta que debíamos usar fracciones, también notamos que los signos era cuestión de colocar la cara del color adecuado. En la última ecuación nos dimos cuenta que requeríamos fichas de variable (círculos) divididos en 5 unidades y no la teníamos. ◆ Docente: La mayoría de los estudiantes lograron entender los conceptos y pasos para la solución de una ecuación lineal de una variable, usando las fichas del kit, uno que otro tuvo dificultades con los signos, pero al repasar nuevamente los colores de las caras de las fichas se pudo solucionar. 		
Conclusiones		
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Los estudiantes encontraron en el kit didáctico de variables, una alternativa para integrar el aprendizaje de conceptos matemáticos, a través del juego y desarrollo creativo. Como estrategia formativa en el aula de clase, el kit didáctico de variables permite a los docentes tener a la mano una herramienta didáctica simple de fabricar con, para fortalecer los procesos de enseñanza-aprendizaje. 		

3.4. Resultados y Análisis de la Intervención.

3.4.1. Comparativo entre Objetivos Propuestos y los Arrojos en la Actividad.

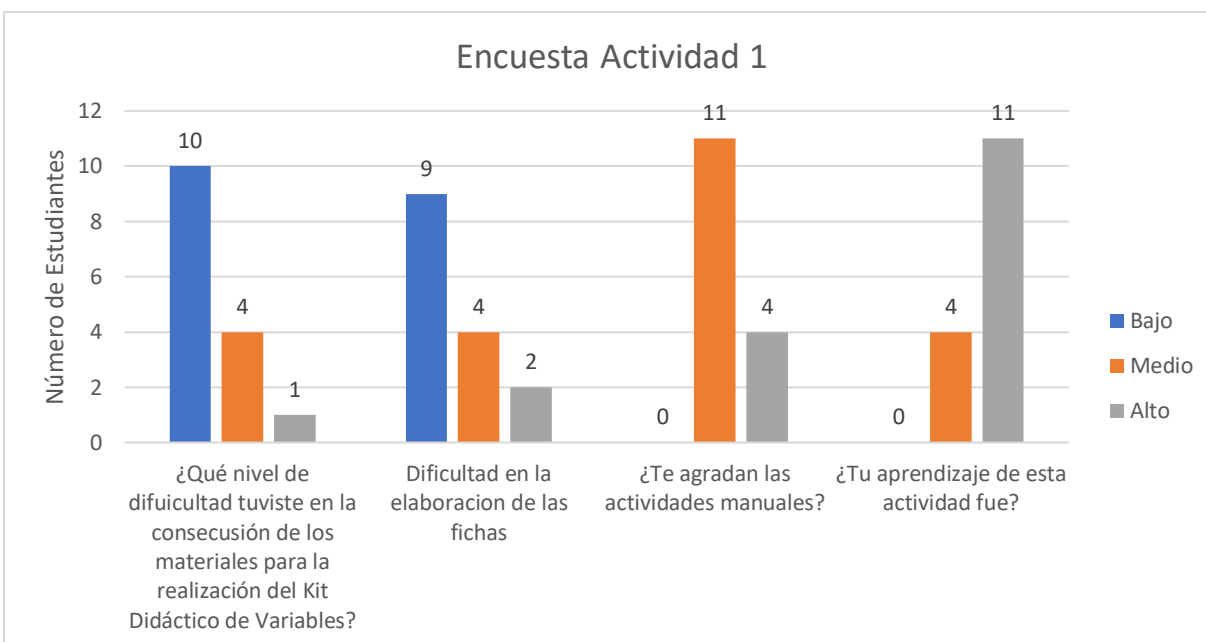
Haciendo Referencia al objetivo general de este trabajo de investigación y profundización donde nos proponemos: Diseñar una propuesta didáctica, apoyada en la percepción visual cognitiva, para la enseñanza del pensamiento variacional, podemos decir que el diseño de la estrategia se logró cumplir, además de ser puesta a prueba y verificada por algunos estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Alcaldía de Medellín.

El Kit Didáctico de Variables, como producto del trabajo de investigación y profundización en la enseñanza del pensamiento variacional en las matemáticas, a través de la percepción visual cognitiva, requirió de un diagnóstico, un análisis y por último un diseño de secuencia de actividades didácticas, como lo proponen los objetivos específicos de esta tesis, que permitirán a los estudiantes hacer uso de su percepción visual, en la solución de las siete actividades propuestas en la secuencia didáctica.

Es de notar que los objetivos de estas siete actividades, están directamente concatenados con el objetivo general y específicos de la presente tesis.

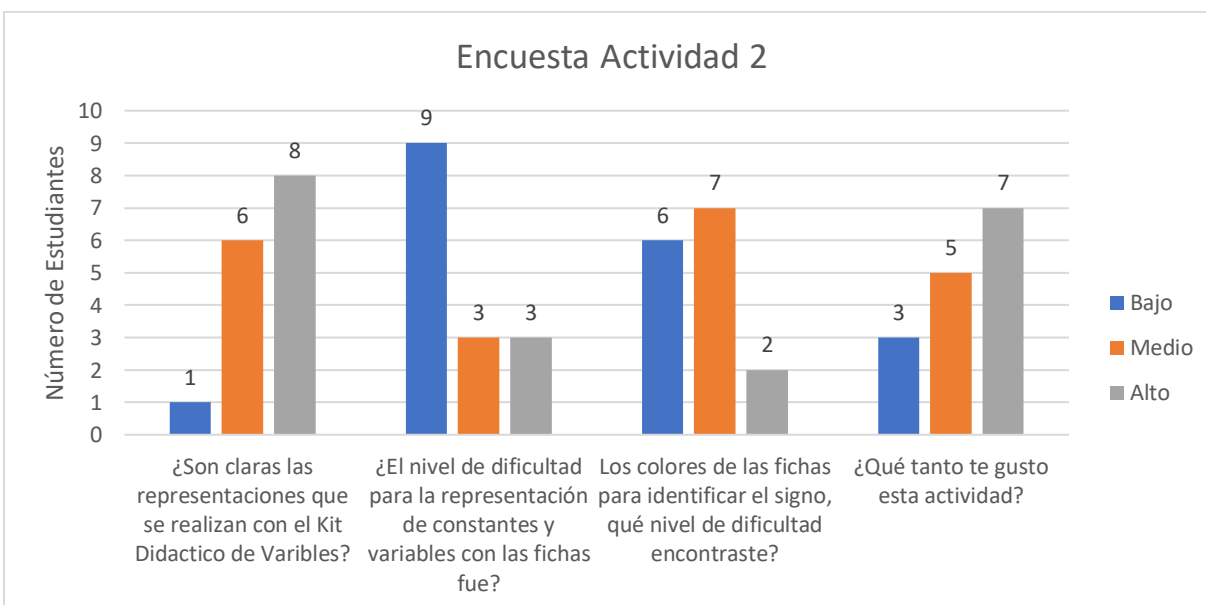
En los siguientes gráficos de las encuestas tabuladas, se muestran los resultados del nivel de aceptación y evaluación de cada una de las siete actividades guías propuestas, con el Kit Didáctico de Variables.

Figura 1. Encuesta sobre la Actividad 1.



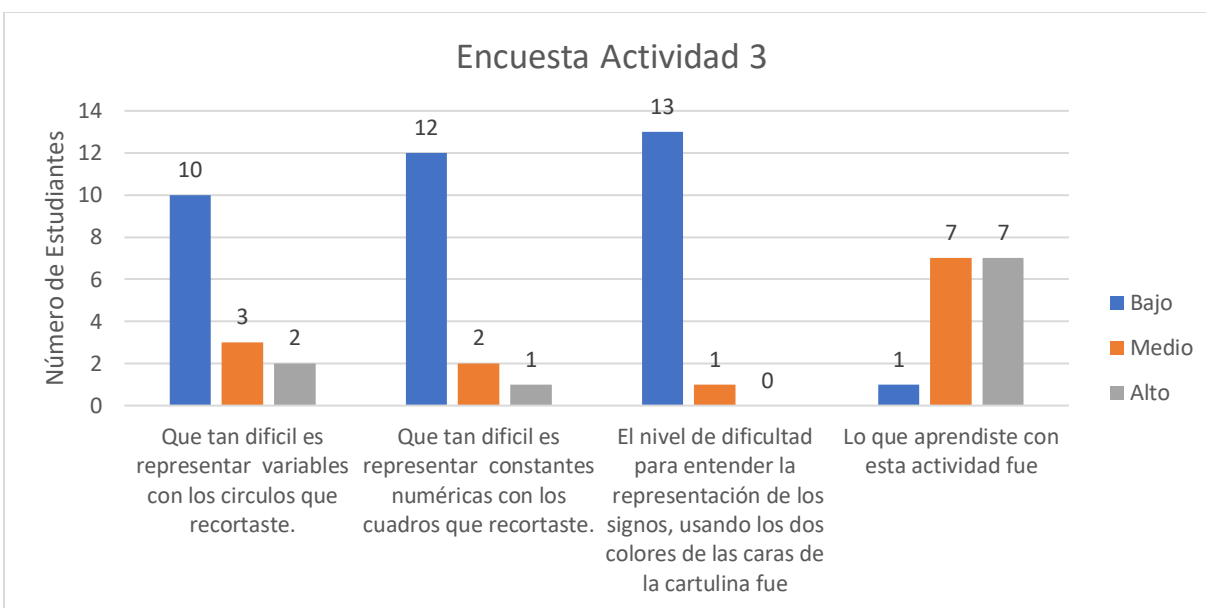
En esta primera actividad el 73% de los estudiantes se sienten cómodos respecto al trabajo de percepción visual cognitiva en la fabricación de las fichas, solo un 27% presentaron alguna dificultad en la elaboración del Kit Didáctico de Variables.

Figura 2. Encuesta sobre la Actividad 2.



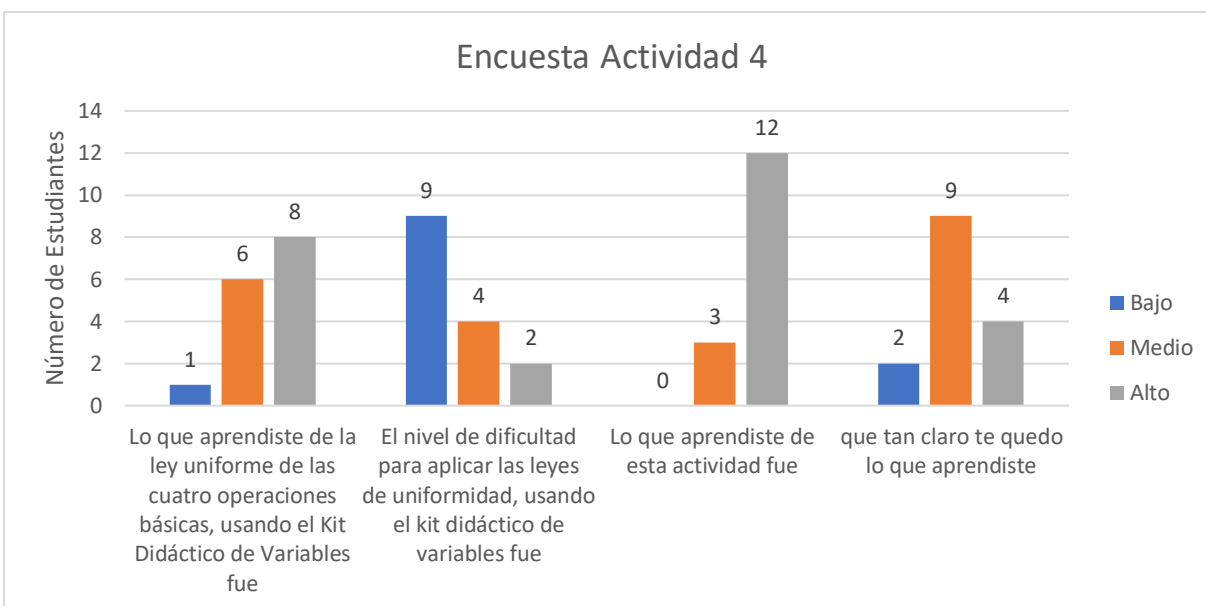
En esta segunda actividad el 60% de los estudiantes lograron entender cómo se representan las variables y las constantes numéricas, usando el Kit Didáctico de Variables. Solo el 40% requirió de mayor explicación, sobre todo en la representación de los signos con los dos colores de las fichas.

Figura 3. Encuesta sobre la Actividad 3.



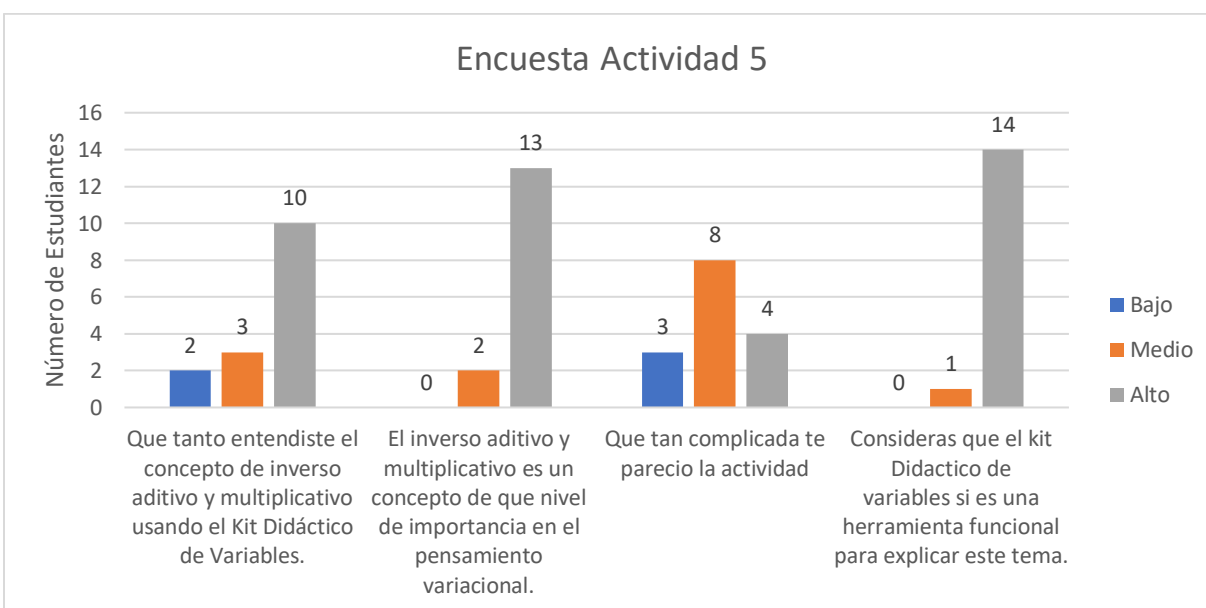
En la representación de variables el 80% de los estudiantes muestran grandes habilidades para desarrollar la actividad. El 20 % restante tuvieron un poco más de dificultad.

Figura 4. Encuesta sobre la Actividad 4.



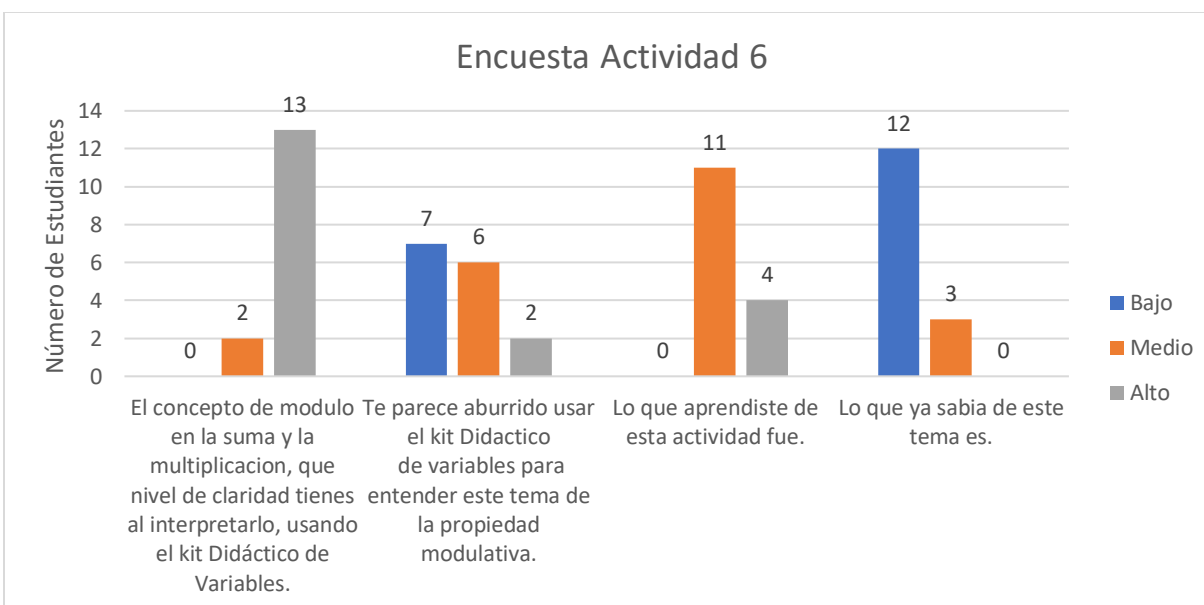
En esta actividad el 66% de los estudiantes entendieron la ley uniforme usando el Kit Didáctico de Variables, el resto de los estudiantes (44%) requirió de nuevas explicaciones.

Figura 5. Encuesta sobre la Actividad 5.



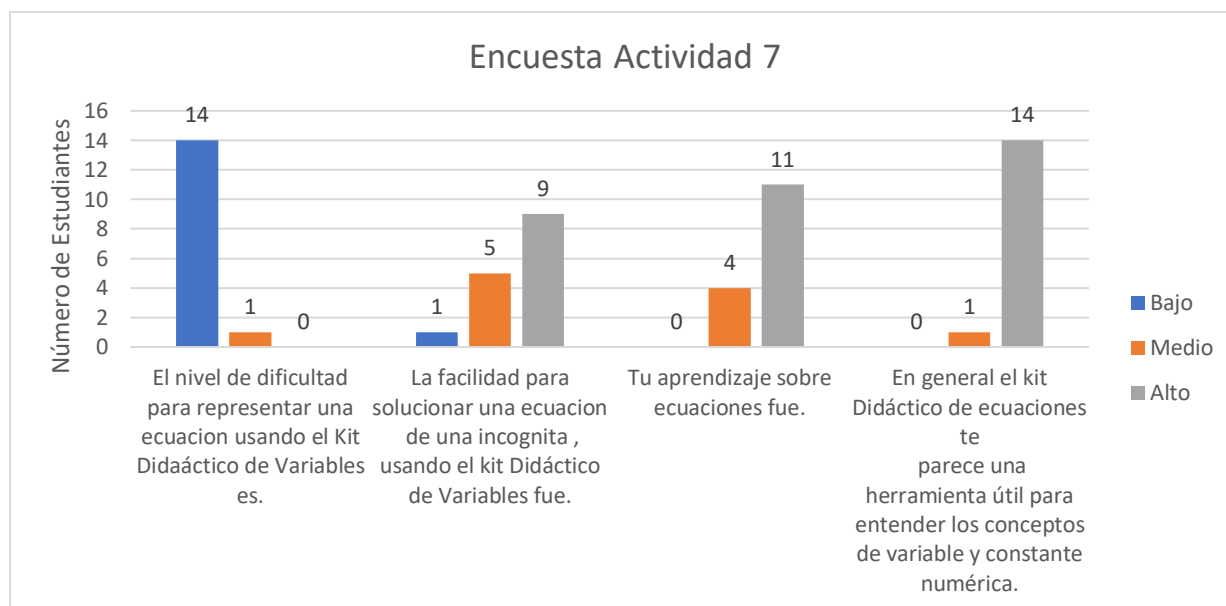
En esta actividad el 82% de los estudiantes consideran que el Kit Didáctico de Variables les permitió comprender con mayor facilidad los conceptos de inverso aditivo y multiplicativo. EL 18% de los demás estudiantes se mostraron un poco renuentes a la nueva herramienta didáctica.

Figura 6. Encuesta sobre la Actividad 6.



El 80% de los estudiantes consideran que el Kit Didáctico de Variables les ayuda a clarificar con mayor eficiencia los conceptos de variables. El 20% restante debe familiarizarse un poco más con esta herramienta.

Figura 7. Encuesta sobre la Actividad 7.



En esta última actividad el 100% de los estudiantes consideran que el Kit Didáctico de Variables es una herramienta útil e innovadora para motivar el aprendizaje de conceptos básicos del pensamiento variacional algebraico.

3.5. Conclusiones y Recomendaciones

3.5.1. Conclusiones

En el proceso de investigación, sobre percepción visual cognitiva requirió de un diagnóstico de su estado del arte, un análisis del mismo y por último un diseño de las actividades didácticas pensamiento variacional. En el contexto de educación secundaria, se pudo tener acceso a gran cantidad de información a nivel nacional como internacional; muchos artículos de revista de psicología, tesis y algunas citas de libros en particular. La sistematización de toda esta información dio pie al desarrollo posterior del Kit Didáctico de Variables, y a la aplicación de este nuevo recurso, a través del diseño de secuencias didácticas en las diferentes guías propuestas.

La percepción visual cognitiva, que es la capacidad que tiene nuestro cerebro de interpretar la información que la luz del espectro visible hace llegar hasta nuestros ojos,

fue de gran provecho como mecanismo para el aprendizaje, de uno de los pensamientos de las matemáticas más abstractos como lo es el variacional. Los estudiantes desarrollaron habilidades y capacidades concretas en la identificación de variables algebraicas a través de esta metodología.

Se logra obtener como producto final de la investigación y profundización en las metodologías de la enseñanza de las matemáticas, el Kit Didáctico de Variables acompañado de siete guías con sus respectivas secuencias didácticas, como una herramienta inteligible desde lo concreto para el aprendizaje de los fundamentos básicos del pensamiento variacional algebraico.

Los estudiantes disfrutaron y logran relacionar con mayor facilidad los conceptos de variable y constante, en su formación matemática respecto al pensamiento variacional, haciendo uso de su visión, a través, del Kit Didáctico de Variables, el cual también puede representarse con figuras computarizadas, usando programas de matemáticas como GeoGebra.

Las siete actividades propuestas en esta secuencia didáctica fueron realizadas con la mayoría de los estudiantes que participaron de este proyecto, debido a la pandemia del Covid-19 no se pudo realizar en el aula de clase y con más estudiantes. También es de reconocer la gran corresponsabilidad que tuvieron los estudiantes que participaron vía online ([Google Meet](#)) por las deficiencias y falta de internet en muchos de sus hogares, es meritorio el esfuerzo que hicieron.

3.5.2. Recomendaciones

Se recomienda que las actividades propuestas en esta tesis se realicen en el aula de clase, para mayor orientación y eficiencia del trabajo de los estudiantes. Es bueno también que cada estudiante fabrique su propio Kit Didáctico de Variables.

El alcance del Kit Didáctico de Variables diseñado en esta investigación permite al docente y estudiantes trabajar solo con fracciones de $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{4}$; Si se requiere del uso

de más fracciones ($1/5$, $1/6$, $1/7$, ...) se deberán cortar más fichas y dividir las en las fracciones requeridas.

Se recomienda que, en la elaboración del Kit Didáctico de Variables, los estudiantes usen los mismos colores del material con el cual van a elaborar las fichas, esto con el propósito de estandarizar el proceso y facilitar la recordación de los signos (positivo y negativo).

Se recomienda también usar El Kit Didáctico de Variables, como herramienta didáctica de apoyo, en el entrenamiento de los conceptos y operaciones con los números fraccionarios.

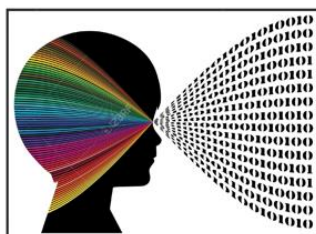
Podemos recomendar también, la realización de la caja con los compartimientos, para guardar todas las fichas del kit Didáctico de Variables y evitar que se pierdan.

Por último como aporte al aula taller de Matemáticas de la Universidad Nacional, dejamos como donativo el Kit didáctico de Variables con sus respectivas guías, animando así a otros maestros, a dejar material didáctico que permita enriquecer y actualizar constantemente este recinto de aprendizaje.

Anexos

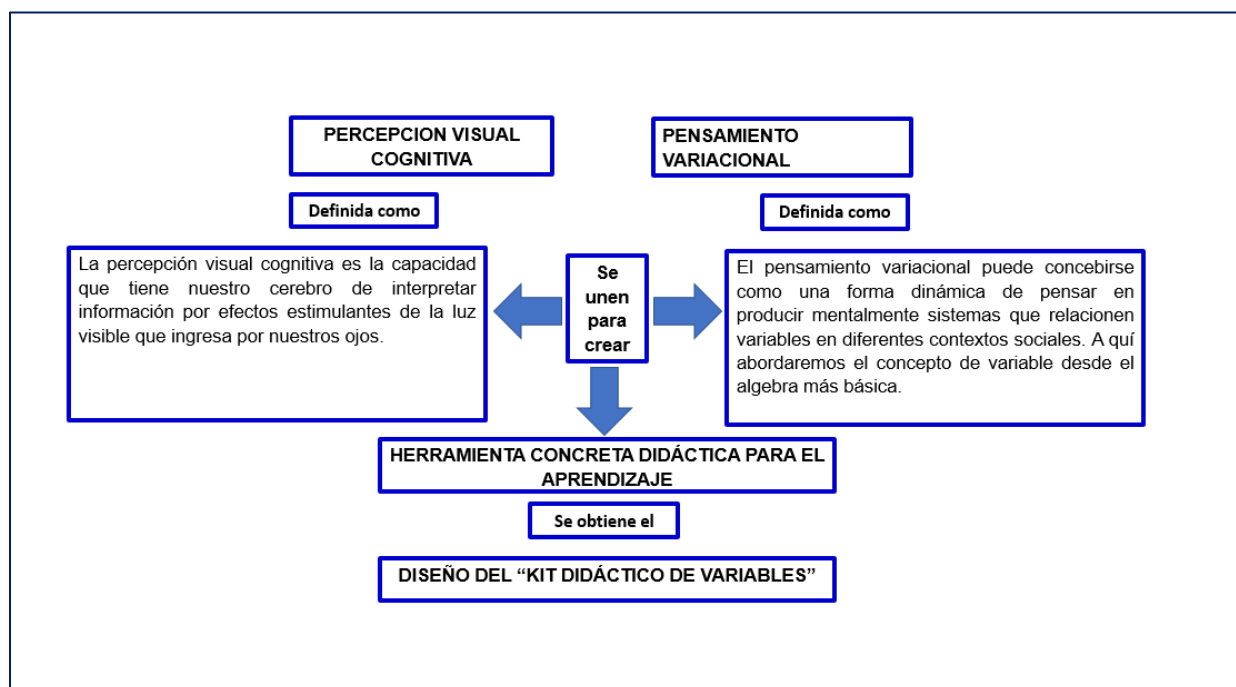
Anexo A. Presentación “El Pensamiento Variacional con un Enfoque de Percepción Visual Cognitiva”.

El Pensamiento Variacional con un Enfoque de Percepción Visual Cognitiva



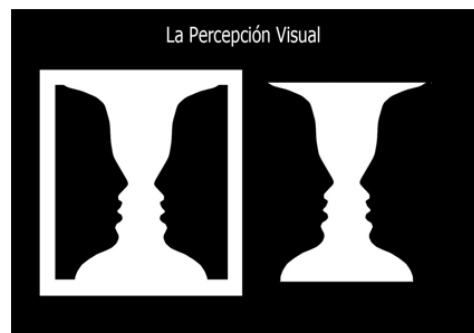
Por:

Rodolfo de Jesús Jiménez Morales



¿Porque es importante la percepción visual cognitiva?

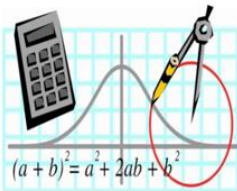
La visión es mucho más que tener buena vista o agudeza visual perfecta. La visión implica captar la información visual, procesarla y obtener un significado, para poder interpretar y comprender todo lo que nos rodea. Actualmente, la visión toma un papel fundamental en el aprendizaje y en especial, en la lectura para la que se considera el sistema sensorial más relevante.



<https://www.elisaribau.com/la-importancia-la-percepcion-visual-proceso-aprender-leer/#:~:text=La%20importancia%20de%20la%20percepci%C3%B3n%20visual%20en%20el%20proceso%20de%20aprender%20a%20leer,-13%20agosto%2C%202018&text=La%20visi%C3%B3n%20es%20mucho%20m%C3%A1s,vista%20o%20agudeza%20visual%20perfecta.&text=La%20lectura%20es%20una%20actividad,entender%20el%20contenido%20del%20texto.>

Pensamiento variacional matemático

Pensamiento variacional



- Afirma Carlos E. Vasco (2003) «Para mí, el principal propósito del pensamiento variacional es pues la modelación matemática.

No es propiamente la resolución de problemas ni de ejercicios; al contrario, para mí, los mejores problemas o ejercicios deberían ser desafíos o retos de modelar algún proceso».

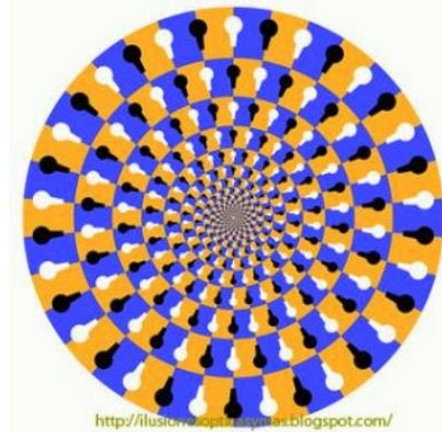
Percepción visual vs pensamiento variacional

$$\blacksquare + 8 = \blacklozenge \quad \blacksquare = ?$$

$$\blacklozenge \div 5 = \bullet \quad \blacklozenge = ?$$

$$\bullet \cdot 7 = \star \quad \bullet = ?$$

$$\star - 10 = 11 \quad \star = ?$$



<http://ilusionoptica.com/>

https://www.google.com/url?sa=i&url=http%3A%2F%2Fpensemosenmatematicas.blogspot.com%2Fp%2Fpensamiento_16.html&psig=AOvVaw1B3SoH_sG1yXLL5IXppWVP&ust=1610321982392000&source=images&cd=vfe&ved=0CAMQjB1qFwoTClini4ODkO4CFQAAAAAdAAAAABAJ

Anexo B. Presentaciones.

Las siguientes presentaciones fueron realizadas en PowerPoint por los estudiantes.

Presentación de Elizabeth Martínez

1

2

3

4

5

6

Presentación de Valeria Gordon

1

2

3

Presentación Alejandra Canaval

1

2

3

4

5

Presentación de Michel Murillo



1



2



3



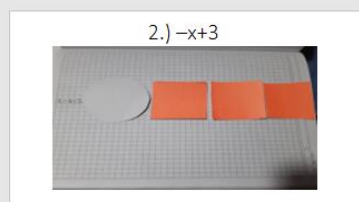
4



5



6



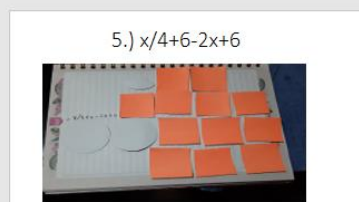
7



8



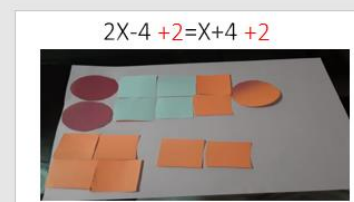
9



10



11



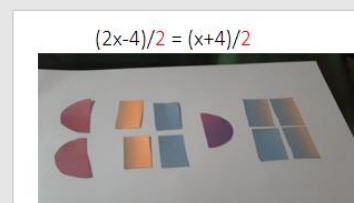
12



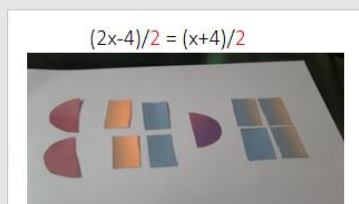
13



14



15



16



17

Presentación de Johan López



1



2



3



4



5

Presentación de Marcel Duván



1



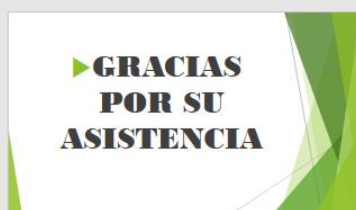
2



3

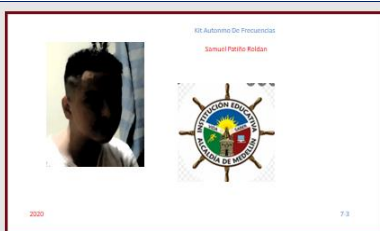


4



5

Presentación de Samuel Patiño



1



2



3

Presentación de Sara Mosquera

1 

2 

3 

4 

5 

Presentación de Gerónimo Isaza

1 

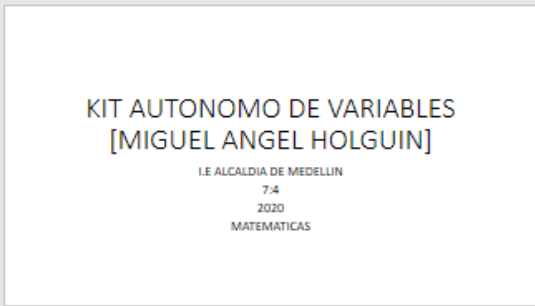
2 

3 

4 

5 

Presentación de Miguel Holguín

1 

2 

Presentación de Mateo Atehortúa

1

2

3

Presentación de Nataly Sánchez

1

2

3

4

5

6

Presentación de Sara Álvarez

1

2

3

4

5

Gracias por su atención.
Presentación hecha por:
Sara Álvarez Ríos
7º4
2020
Rodolfo Jiménez

Presentación de Sergio Sierra

The presentation consists of four slides:

- Slide 1:** Title slide for 'Kit autónomo de variables' (Math didactic) by Sergio Stiven Sierra, 7-4, from the I.E. Alcaldía de Medellín 2020.
- Slide 2:** 'Kit autónomo de variables' showing representations of variables (x, y, z) , constants (123...), and signs (positive/negative).
- Slide 3:** 'Gracias por ver' (Thank you for watching) with an image of the kit box.
- Slide 4:** 'Representaciones' showing various mathematical expressions like $x+3$, $4+2x-1/2$, $7/3x+1/4$, $-3/4+5x-7$, $-3x-4+5$, $x+1$, $7+4/3x-2$, $2x-4+1/3$, $-2/3x+4-x$, and $1/2+2/4x-3$.

Presentación de Thomas Muñoz

The presentation consists of two slides:

- Slide 1:** Title slide for 'Kit autónomo de variables [tomas muñoz naranjo]' from the I.E. Alcaldía de Medellín 2020, MATEMATICAS.
- Slide 2:** 'Kit autónomo de variables' showing representations of positive and negative signs, and various mathematical expressions.

Nota: Las imágenes de los alumnos fueron distorsionadas dando cumplimiento a ordenamientos legales colombianos, como los artículos 15 y 21 de Constitución Política (Corte Constitucional, 1991), Ley 1098 (Instituto Colombiano de Bienestar Familiar, 2006), artículo 4 de la Ley Orgánica 1 (Instituto Colombiano de Bienestar Familiar, 1996), entre otras; de protección del derecho al honor, a la intimidad personal y propia imagen de los menores de edad.

Referencias

- Alvarado, L., & García, M. (2008). Características más relevantes del paradigma socio-crítico: su aplicación en investigaciones de educación ambiental y de enseñanza de las ciencias realizadas en el Doctorado de Educación del Instituto Pedagógico de Caracas. *Revista Sapiens*, 9(2), 187-202. Obtenido de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=41011837011>
- Avendaño Grijalba, A. (2017). *Percepción visual mediada por las Tecnologías de la Información y la Comunicación en el proceso de enseñanza aprendizaje del dibujo artístico: Un estado en cuestión*. Bogotá, Colombia: Universidad de La Sabana. Obtenido de <https://intellectum.unisabana.edu.co/handle/10818/31544>
- Briceño Avila, M. (enero-abril de 2002). La Percepción Visual de los Objetos del Espacio Urbano. Análisis del Sector El Llano del Área Central de la Ciudad de Mérida. *Fermentum, Revista Venezolana de Sociología y Antropología*, 12(33), 84-101.
- Broadbent, D. E. (1958). *Perception and Communication*. Londres, Inglaterra: Pergamon Press.
- Broadbent, D. E. (1971). *Decision and Stress*. Londres, Inglaterra: Academic Press.
- Coltheart, M. (1984). *Acquired dyslexias and normal reading*. La Haya: Martinus Nijhoff.
- Congreso de la Republica de Colombia. (1994). *Ley 115 de Febrero 8 de 1994*. Bogotá, Cundinamarca, Colombia: Imprenta Nacional. Obtenido de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf
- Córdoba Gómez, Francisco Javier; Castrillón Jiménez, Elkin Alberto; Rojas Hincapié, Carlos Alberto. (Mayo de 2015). GeoGebra como Herramienta de Apoyo Visual en la Solución de Problemas de Modelación en Matemática Escolar. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 1726-1731.
- Corredor de Porras, M. (28 de Jun de 2011). Instrumentos cognitivos en el pensamiento matemático. *Praxis & Saber*, 2(4), 103-126. doi:doi.org/10.19053/22160159.1125
- Corte Constitucional. (1991). *Constitución Política de Colombia*. Bogotá: Centro de Documentación Judicial - CENDOJ. Obtenido de <https://www.corteconstitucional.gov.co/inicio/Constitucion%20politica%20de%20Colombia.pdf>
- Crozier, R. (2001). *Diferencias individuales en el aprendizaje. Personalidad y rendimiento*. Madrid, España: Narcea.
- Dávila Orozco, W. C. (2018). *Desarrollo de Pensamiento Variacional en Estudiantes de Secundaria, mediado por GeoGebra*. Manizales, Colombia: Universidad Nacional de Colombia. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/63450>
- Durón González, A. C., León Arguedas, G., & Hernández Mora, M. (2011). *Jugando con las ecuaciones: La magia del material concreto*. Recife,: Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Obtenido de https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/download/753/924

- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. *Perspective on the Teaching of the Geometry for the 21st Century*, 37-51.
- Fajardo Alejos, M., Novoa Castillo, P. F., Uribe Hernández, Y. C., & Fuster Guillen, D. E. (27 de 12 de 2019). Percepción visual y pensamiento lógico en niños de cinco años en una Institución educativa. *Revista Científica de Educación - EDUSER*, 6(3), 124 -139.
doi:<https://doi.org/10.18050/eduser.v6i3.2382>
- Frostig, M. (2009). *Test de Desarrollo de la Percepción Visual*. Madrid, España: Tea Ediciones.
- González Urbaneja, P. M. (11 de 05 de 2004). *Historia de las Matemáticas*. (UPTC, Editor) Obtenido de Platón. Matemática en la Filosofía y Filosofía en la Matemática:
<https://virtual.uptc.edu.co/ova/estadistica/docs/autores/pag/mat/Platon-1.asp.htm>
- Hoffman, J. E. (1980). Interaction between global and local levels of a form. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 222-234.
- Jiménez Gómez, W. (2009). *Características del talento matemático asociadas a la visualización*. Bogotá, Cundinamarca, Colombia: Instituto Pedagógico Nacional Colombia.
- Kinchia, R. A., & Wolfe, J. M. (1979). The order of visual proces-ing: "top-down"; "bottom-up" or "middle-out". *Perception and psychophysic*, 225-231.
- Laos Susanibar, M. C. (2017). *Percepción visual y habilidades matemáticas en estudiantes de inicial -5 años- instituciones educativas Red 03, Huaral 2017*. Lima, Peru: Universidad César vallejo. Obtenido de
https://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12692/6026/Laos_SMC.pdf?sequence=1
- López Vargas, O. (Enero-Abril de 2011). Estilo cognitivo y logro académico. *Educ.Educ*, 14(1), 67-82. Obtenido de <http://www.scielo.org.co/pdf/eded/v14n1/v14n1a05.pdf>
- Merchán Price, M. S., & Henao Calderón, J. (2011). Influencia de la percepción visual en el aprendizaje. *Ciencia y Tecnología para la Salud Visual y Ocular*, 9(1), 93-100.
- Milicic, N., & Schmidt, S. (1997). *Prueba de Precalculo*. Santiago, Chile: Editorial Galdoc.
- Miller, J. (1981). Global precedence in attention and decision. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and performance*, 1161-1174.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Estándares Curriculares de Competencias en Matemáticas*. Bogotá, D.C., Cundinamarca, Colombia: Ministerio de Educación Nacional. Obtenido de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares*. Bogotá, Cundinamarca, Colombia: Ministerio de Educación Nacional. Obtenido de https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizajes (DBA) Matemáticas*. Bogotá D.C., Cundinamarca, Colombia: Panamericana Formas E Impresos S.A. Obtenido de

- http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf
- Minsky, H. P. (1975). *John Maynard Keynes*. Nueva York: University Press.
- Modelo Pedagógico Institucional Cognitivo-Social: Somos, Aprendemos y Aplicamos*. (2020). Medellín, Antioquia, Colombia: Institución Educativa Alcantía de Medellín. Obtenido de <https://app.box.com/s/tof0m057spxy8jrj67cf2ow6yafrzc?&idmenutipo=3432&tag=col>
- Monsalve Posada, O. (2010). Los Enunciados Lingüísticos de la Matemática. *Revista Educativa y Pedagógica*, 393-396.
- Mora, S., & Sánchez, T. (26 de 11 de 2018). *ISSUU*. (U. T. Ambato, Ed.) Obtenido de https://issuu.com/salome.mora/docs/percepcion_psicologia_pae11.docx
- Navon, D. (1977). Forest before trees: The precedence of global features in visual perception. *Cognitive Psychology*, 9, 353-383.
- Navon, D. (1981). The forest revisited: More on global precedence. *Psychological Research*, 1-32.
- Neisser, U. (1967). *Cognitive Psychology*. Prentice Hall.
- Palmer, S. E. (1978). Structural aspects of visual similarity. *Memory & Cognition*, 6(2), 91-97. Obtenido de <https://link.springer.com/article/10.3758/BF03197433>
- Palmer, S. E. (1977). Hierarchical structure in perceptual representation. *Cognitive Psychology*, 9(4), 441-474. Obtenido de <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0010028577900160?via%3Dihub>
- Palmer, S. E. (1981). Configural effects in perceived pointing of ambiguous triangles. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 88-114. doi:<https://doi.org/10.1037/0096-1523.7.1.88>
- Posner, M. I., & Fitts, P. M. (1967). *Human performance*. Belmont, CA: Brooks/Cole.
- Rumelhart, D. E. (1980). Schemata: the building blocks of cognition. En R. S. et al, *Theoretical Issues in Reading Comprehension*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Rumelhart, D. E. (1984). *Schemata and the cognitive system*. Hillsdale N.J.: Erlbaum.
- Rumelhart, D. E., & Norman, D. A. (1975). *Explorations in cognition*. San Francisco: Freeman.
- Rumelhart, D. E., & Ortony, A. (1977). The Representation of Knowledge in Memory. En R. J. R.C. Anderson, *Schooling and the acquisition of knowledge* (págs. 99-135). Lawrence Erlbaum Associates.
- Schank, R. C., & Abelson, R. P. (1977). *Scripts, plans, goals and understanding. An inquiry into human knowledge structures*. Nueva Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Searchgate. (1975). Visual perception and world knowledge: Notes on a model of sensory-cognitive interaction. En D. A. Norman, *Explorations in cognition* (págs. 279-307). Berkeley, CA, USA: Freeman. Obtenido de

https://www.researchgate.net/profile/Stephen_Palmer6/publication/232060739_Visual_perception_and_world_knowledge_Notes_on_a_model_of_sensory-cognitive_interaction/links/0fcfd5126b869257dd000000/Visual-perception-and-world-knowledge-Notes-on-a-model-of-sen

- Shaw, M. (1984). *División of attention among spatial locations: A fundamental difference between detection of letters and detection of luminance increments*. Londres: Lawrence Erlbaum Associates.
- Sperling, G. (1960). The Information Available in Brief Visual Presentations. *Psychological Monographs: General and Applied*, 74(11), 1-29. Obtenido de https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwia68yi5NXuAhV6QzABHZ6ABI4QFjACegQIARAC&url=https%3A%2F%2Fwww.researchgate.net%2Fpublication%2F35771131_The_Information_Available_in_Brief_Visual_Presentations&usg=AOv
- Stephaneck, P. (1987). Teoría de la Detección de Señales (TDS) y Características de la Memoria Transitoria. *Revista Latinoamericana de Psicología*, 19(3), 381-392. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/805/80519309.pdf>
- Taylor, S. J., & Bogdan, R. (1984). *Introducción a los Métodos Cualitativos de Investigación: la Búsqueda de Significados*. Barcelona, España: Paidós.
- Torregrosa, G., & Quesada, H. (Julio de 2007). Coordinación de Procesos Cognitivos en Geometría. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(22), 275-300. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/335/33500205.pdf>
- Urquijo, S. (jul. - dic. de 2002). Auto-concepto y desempeño académico en adolescentes. Relaciones con sexo, edad e institución. *Psico-USF*, 7(2), 211-218. doi:<https://doi.org/10.1590/S1413-82712002000200010>
- Urquiza Alcívar, A. M., Villamarín Guevara, R. S., & Alcívar Moreira, M. (12 de Sep de 2018). Estrategias didácticas cognitivas y el nivel de dificultad para resolver problemas de razonamiento matemático. *Revista Redipe*, 7(9), 103-111. Obtenido de <https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/566>
- Urrutia Soto, Á. P. (2017). *Sobre la teoría de lo mental en Descartes: Indagaciones acerca de la dualidad mente-cuerpo en las Meditaciones Metafísicas de Cartesio*. Santiago, Chile: Universidad de Chile. Obtenido de <http://repositorio.uchile.cl/bitstream/handle/2250/143604/Sobre-la-teoria-de-lo-mental-en-Descartes.pdf?sequence=1>
- Wikipedia. (31 de 01 de 2021). *Wikipedia*. Obtenido de <https://es.wikipedia.org/wiki/Matem%C3%A1ticas>