



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Aplicación espectral y topológica en el procesamiento de imágenes satelitales

Oscar Gonzalo Castillo Romero

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Matemáticas y Estadística
Manizales, Colombia
2012

Spectral and topological application on satellite imagery processing

Oscar Gonzalo Castillo Romero

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:
Magíster en Matemática Aplicada

Director:

Ph.D. Juan Carlos Riaño Rojas

Co-director:

Ph.D. Néstor Miguel Riaño Herrera

Línea de Investigación:
Procesamiento de Señales

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Matemáticas y Estadística
Manizales, Colombia
2012

A mi madre, por estar siempre a mi lado.

Agradecimientos

Al proyecto de investigación: "Preservando la biodiversidad y contribuyendo a la mitigación y adaptación al cambio climático" financiado por la organización KfW Bankengruppe.

A Raúl Jaime Hernandez por todo su apoyo y confianza en la realización del presente trabajo.

Al profesor Juan Carlos Riaño, por su acompañamiento y orientación en la consecución de la investigación.

Al doctor Néstor Riaño, por su motivación en el camino de mi formación.

A la dirección de investigaciones de la Universidad Nacional de Colombia sede Manizales, a través de su convocatoria de apoyo a tesis de posgrado.

De manera especial, agradezco a Yudy Andrea Montes y a Germán Camilo Zarate por su valiosa amistad, sus consejos y aportes a la mejora del documento.

A Lukas, mi fiel amigo quien me acompaña en las largas jornadas de trabajo.

A las personas e instituciones que de una manera u otra hicieron posible la consecución del trabajo de investigación.

Resumen

Uno de los pasos más importantes en el procesamiento digital e interpretación de imágenes satelitales es la segmentación. Ésta se encarga de particionar la imagen usando algún tipo de relación de similaridad o equivalencia entre píxeles o regiones utilizando propiedades estadísticas, geométricas o analíticas. Para ésta investigación, en una primera etapa, se partió de la medición de firmas espectrales en campo con el fin de correlacionarlas con el espectro de la imagen Rapideye[®], y así obtener una clasificación que conlleve a la segmentación, y posteriormente hallar una caracterización de tipo topológico. Para esto, la captura de firmas espectrales se realizó en lotes pertenecientes a la Estación Central Naranjal de Cenicafé ubicada en el área rural del municipio de Chinchiná, Caldas. Luego del análisis de correlación, los resultados de clasificación se ajustaron a dos de las dieciocho coberturas: área libre de barbecho (E9) y pastos (E1), con un porcentaje de exactitud de 67,57% y 26,55% respectivamente. Debido a esto, se empleó la técnica de segmentación basada en objetos, la cual a diferencia de las técnicas anteriormente mencionadas, tiene en cuenta no solo las relaciones espectrales de los píxeles sino, además, las relaciones espaciales entre ellos. Ésta segmentación es la base del análisis topológico.

La segunda etapa, que es la caracterización topológica, busca extraer propiedades de regiones de interés a partir de la programación en IDL[®] de operadores topológicos tales como: el interior, el derivado, la adherencia, el exterior y la frontera; que a su vez, permiten extraer propiedades bien definidas como: el número de componentes conexas, conexidad simple o no simple, número de regiones que conforman el operador, número de píxeles y número de huecos de las regiones. En conclusión, se señalan dos aportes principales en este trabajo: a) Los resultados experimentales de correlación de espectros en campo (hiperespectrales) versus espectros remotos (multiespectrales); b) La definición y demostración de una base topológica sobre cualquier segmentación de una imagen que permite caracterizar regiones de interés, además de su relación y aplicación en los Sistemas de Información Geográfica. c) Una definición topológica de imágenes multiespectrales empleando la topología compacto-abierta sobre espacios de funciones.

Palabras clave: Firma espectral, Segmentación, Imagen satelital, Operadores topológicos, Espacios de funciones.

Abstract

The segmentation is an essential step on digital processing and interpretation of satellite imagery. This segmentation is responsible for partitioning the image using some kind of relationship of similarity or equivalence between pixels or regions through properties that could be statistical, geometric or analytical. For this research, in a first stage, it was on the measurement of spectral signatures in the field in order to correlate them with the spectrum of the RapidEye[®] image, and thus, to obtain a classification that may lead to segmentation and topological characterization. For this, the spectral signature capture was made in crops belonging to the Central Station Naranjal Cenicafé located in the rural municipality of Chinchiná, Caldas. After correlation analysis, classification results were adjusted specifically to two of the eighteen features: open area of fallow (E9) and grasses (E1) with an accuracy of 67,57% and 26,55% respectively. Given this result, a new technique was implemented based on object-based segmentation, which takes into account, unlike the above techniques, not only the pixel spectral relationships but also the spatial relationships between them. This segmentation is the basis of topological analysis.

The second stage, that is topological characterization, seeks to extract properties of regions of interest from the IDL[®] programming topological operators, such as: the derivative, adhesion, and outside the border. In addition, these allow extraction of well defined properties, for instance: number of connected components, connected components simple or not simple, number of regions that make up the operator, pixel count and number of holes from regions.

In conclusion, there are two main contributions in this research project: a) The correlation of experimental spectra field results (hyperspectral) versus remote sensing (multispectral) b) The definition and demonstration of a topological basis of any imagery segmentation for discriminating regions of interest, in addition to its relationship and application of Geographic Information Systems. c) A topological definition of multispectral images using the compact-open topology on function spaces.

Keywords: Spectral signature, Segmentation, Satellite Imagery, Topological operators, Function spaces.

Contenido

Resumen	IX
Abstract	XI
Introducción	2
1. Estado del arte	3
1.1. Radiación Electromagnética	3
1.1.1. Interacciones Materia-Energía en la atmósfera	3
1.1.2. Interacciones Materia-Energía en terreno	5
1.2. Espectroscopía de Imágenes	7
1.3. Topología Digital	8
Justificación	13
Objetivos	15
2. Análisis Espectral	17
2.1. Descripción Sensor Remoto	17
2.2. Descripción del área de estudio	18
2.3. Firmas Espectrales	19
2.3.1. Metodología	20
2.3.2. Resultados	22
2.4. Calibración de Imágenes	23
2.5. Corrección Atmosférica	24
2.5.1. FLAASH	25
3. Procesamiento de Imágenes	29
3.1. Correlación de firmas espectrales	29
3.2. Clasificación	31
3.2.1. Ajuste de coberturas espectrales (SFF)	32

3.2.2.	Evaluación de la exactitud temática	39
3.2.3.	Discusión	44
3.2.4.	Segmentación basada en objetos	45
4.	Topología Digital	49
4.1.	Base Topológica	49
4.1.1.	Topología Partición	51
4.2.	Operadores Topológicos	53
4.2.1.	Interior	53
4.2.2.	Derivado	54
4.2.3.	Adherencia	55
4.2.4.	Exterior	56
4.2.5.	Frontera	56
4.3.	Propiedades Topológicas	57
4.3.1.	Espacios de Funciones	58
4.3.2.	Conclusión del Teorema de la Curva de Jordan	62
4.3.3.	Relevancia de las Segmentaciones	63
4.4.	Caracterización Topológica de ROIs	63
4.4.1.	Caso I	65
4.4.2.	Caso II	66
4.4.3.	Caso III	67
4.4.4.	Caso IV	67
4.4.5.	Aplicaciones	70
4.4.6.	Discusión	72
	Conclusiones	77
	Bibliografía	80

Lista de figuras

1.1. Algunos elementos básicos para la topología de la línea digital. . . .	9
1.2. Algunos elementos básicos que pertenecen a la topología del plano digital.	10
2.1. Localización de área de estudio.	19
2.2. Espectroradiómetro EPP2000 (izq.) y medición (der.).	20
2.3. Áreas medidas(izq.) con sus Firmas espectrales(der.).	22
2.4. Firma E10 y curva del continuo (izq.), Firma E10 eliminado el continuo (der.).	23
2.5. Firmas espectrales normalizadas.	24
3.1. Firma espectral de pastos-E1 y su Remuestreo.	30
3.2. Diagrama de frecuencias de valores digitales de la imagen.	30
3.3. Coberturas(izq.) y dispersión de bandas 3 y 5(der.).	31
3.4. Firmas remuestreadas(izq.) y normalizadas(der.).	32
3.5. Firmas de la imagen E4(izq.), Firmas campo-imagen(der.).	33
3.6. Firmas de la imagen y campo de cobertura E10.	33
3.7. Modelo SFF para cada una de las bandas.	35
3.7. Modelo SFF para cada una de las bandas (continuación).	36
3.8. Histogramas del modelo SFF para cada una de las coberturas.	37
3.9. Umbral de la banda E1: Región E1 (izq.), Región E18 (der.).	38
3.10. Clasificación de imagen.	38
3.11. Análisis de mayoría sobre la imagen clasificada.	42
3.12. Tamizado sobre el análisis de mayoría.	43
3.13. Agrupación sobre el tamizado.	44
3.14. Segmentación a escala 55.	47
3.15. Fusión de segmentos a escala 70.	47
3.16. Imagen clasificada por objetos.	48
4.1. Indexación de píxeles.	51
4.2. Etiquetas de segmentación.	52

4.3. Subárea de Interés.	53
4.4. Interior de A	54
4.5. Derivado de A	55
4.6. Adherencia de A	56
4.7. Exterior de A	56
4.8. Frontera de A	57
4.9. Generalización de espacios de funciones	59
4.10. Índices de la imagen (izq.) con segmentación de tres bandas (der.).	60
4.11. Regiones de interés definidas por el usuario.	63
4.12. Regiones de crecimiento.	64
4.13. Región 1 (izq.), su interior (cen.) y su derivado (der.).	65
4.14. Operadores R1: Adherencia (izq.), Frontera (cen.) y Exterior (der.).	65
4.15. Región 2 (izq.), su interior (cen.) y su derivado (der.).	66
4.16. Operadores R2: Adherencia (izq.), Frontera (cen.) y Exterior (der.).	67
4.17. Región 3 (izq.), su interior (cen.) y su derivado (der.).	68
4.18. Operadores R3: Adherencia (izq.), Frontera (cen.) y Exterior (der.).	68
4.19. Región 4 (izq.), su interior (cen.) y su derivado (der.).	69
4.20. Operadores R4: Adherencia (izq.), Frontera (cen.) y Exterior (der.).	69
4.21. Interfaz de OpenJump con el operador interior (sombreado).	71
4.22. Área de estudio bidimensional(izq.) y tridimensional(der.)	72
4.23. Deformación geométrica de píxeles	73

Lista de tablas

2.1. Rango espectral del sensor RapidEye.	18
2.2. Etiquetas de coberturas con firma espectral.	23
2.3. Parametros del modelo FLAASH.	27
3.1. Matriz de correlación de la imagen.	31
3.2. Umbrales de la regla de decisión.	39
3.3. Matriz de confusión resultado del clasificador.	40
3.4. Exactitud y error de la clasificación.	41
3.5. Exactitud temática y error de la clasificación ajustada.	45
4.1. Caracterización Región 1.	66
4.2. Caracterización Región 2.	67
4.3. Caracterización Región 3.	70
4.4. Caracterización Región 4.	70
4.5. Equivalencia de operadores topológicos	71

Introducción

La creciente oferta de sensores remotos de observación terrestre conlleva a redefinir el paradigma del manejo de la información geoespacial, partiendo de sus aplicaciones de localización e interpretación de los cambios en el uso del suelo, tal como los procesos de actualización, registro y labores de aplicación entorno a coberturas vegetales como café (Muñoz, 2012); hasta los procesos de comprensión y profundo análisis de las interacciones materia-energía para asumir el reto de caracterizar "objetos" o coberturas con propiedades intrínsecas que teóricamente es posible vislumbrar en las imágenes de sensores remotos (Clark, 1999). Sin embargo, las imágenes de sensores pasivos, es decir, aquellas que dependen de una fuente de luz (sol), contienen un desbalance de señal-ruido a causa de las distorsiones ocasionadas en la atmósfera sobre la cantidad de radiación solar que llega a la superficie terrestre, que es reflejada y que luego es capturada por el sensor óptico. Por tal razón es importante tratar de predecirlas tal y como se afectó la respuesta espectral el día y la hora de captura de la imagen, con el fin de corregir dicho desbalance y analizar el contenido de energía que reflejaron los objetos en la superficie terrestre. Pero si además, es medido el espectro de reflectancia en campo de esos mismos objetos posterior a la fecha de captura de la imagen, se sostiene la hipótesis que existe una correlación del espectro imagen-campo para utilizar los espectros de campo como muestras de entrenamiento (sujeta a evaluación de datos asincrónicos) para una clasificación supervisada de la imagen. Desafortunadamente, el hecho de correlacionar espectros multispectrales con hiperespectrales, además del retraso temporal y la metodología de medición en campo, entre otros, genera una serie de implicaciones de poco éxito en la clasificación que conlleva a investigar a profundidad cada etapa del proceso. Más allá, un problema significativo con la caracterización por píxel de coberturas terrestres es la proporción sustancial de la señal que aparentemente proviene del área representada por un píxel que viene del terreno circundante (Townshend et al., 2000). Por tal razón, fue necesario emplear una técnica propuesta recientemente que no solo dependiera de las características espectrales de un píxel sencillo, sino de aquellos que están alrededor, es decir, las características espaciales de los píxeles que lo rodean, con el fin de encontrar áreas o componentes conexas "homogéneas". Consecuentemente, a principios de este siglo se propuso el concepto de *objetos de la*

imagen definidos como áreas individuales con homogeneidad espectral y de forma (Benz, 2001), los cuales se pueden reconocer como segmentos o parches, que conllevan a una segmentación de la imagen que a su vez será el insumo de una topología digital.

Recientemente, la topología se ha convertido en un área importante de la matemática aplicada, con muchos matemáticos y científicos empleando conceptos de topología para modelar y entender las estructuras del mundo real y sus fenómenos (Adams and Franzosa, 2007). En el ámbito de la topología digital el profesor Azriel Rosenfeld (1931-2004) inició sus investigaciones definiendo propiedades topológicas entre píxeles de imágenes binarias tanto en dos como en tres dimensiones (Rosenfeld, 1979; Kong and Rosenfeld, 1989) y posteriormente definió una topología llamada topología digital que permitió ampliar el panorama de propiedades y relaciones topológicas (Kong et al., 1991; Khalimsky et al., 1990; Kovalevsky, 1989). Sin embargo, en la presente investigación se propuso una base topológica que genera la topología partición, con el objetivo de representar una segmentación determinada de una imagen y permitir aplicar conceptos y propiedades intrínsecas de la topología matemática, tales como operadores topológicos, espacios de funciones, métricas, entre otros. Todo ello da origen a una caracterización topológica sobre la segmentación, identificando las regiones de interés y más aún su relación con la cartografía digital.

Capítulo 1

Estado del arte

1.1. Radiación Electromagnética

En éste capítulo se hará énfasis en la corrección radiométrica (Tomado del libro de Jensen (2005)), la cual requiere para su comprensión, principios de radiación electromagnética que se relacionan directamente con el proceso de adquisición de la imagen y sus distorsiones causadas principalmente por la atmósfera y elevación del terreno.

1.1.1. Interacciones Materia-Energía en la atmósfera

La energía radiante es la capacidad de radiación dentro de una banda espectral específica para hacer un trabajo (es medida en Joules). Una vez la radiación electromagnética es generada, la atmósfera puede afectar la velocidad de radiación, su longitud de onda, su intensidad y su distribución espectral; además puede ser desviada de su dirección original debido a la refracción. Este fenómeno ocurre dos veces, primero cuando el flujo radiante del sol atraviesa la atmósfera y toca la superficies terrestre, y segundo, cuando el flujo radiante es reflejado o emitido desde la superficie y de nuevo se encuentra con la atmósfera. Por tal razón se presentarán dichas interacciones en términos de cantidades radiométricas para conocer el recorrido del flujo electromagnético proveniente del sol hasta que llega a la óptica del sensor.

Refracción

Se refiere a la curvatura de la luz cuando ésta pasa de un medio a otro de diferente densidad. En otras palabras, la refracción aparece cuando la radiación electromagnética encuentra sustancias de diferente densidad como el aire y agua. Una medida de la densidad óptica de una sustancia es el índice de refracción (n). Este índice es la proporción de la velocidad de la luz en el vacío (c), con respecto a

la velocidad de la luz en una sustancia (c_n) tal como la atmósfera o agua: $n = c/c_n$ (Mulligan, 1980).

La refracción puede ser descrita por la ley de Snell, la cual afirma que para una frecuencia dada de luz, el producto de el índice de refracción y el seno del ángulo entre el rayo y una recta normal a la interfase es constante: $n_1 \text{sen } \theta_1 = n_2 \text{sen } \theta_2$. De acuerdo a esto, es posible predecir la cantidad de refracción ($\text{sen } \theta_2$) que tomará lugar en el medio n_2 , conociendo los índices de refracción del medio n_1, n_2 y el ángulo de incidencia de la energía en el medio n_1 .

Dispersión

Un efecto muy grave de la atmósfera es la dispersión de la radiación por partículas atmosféricas. La dispersión difiere de la reflexión en que la dirección asociada con la dispersión es impredecible, mientras que la dirección de la reflexión es predecible. Esencialmente hay tres tipos de dispersión: Rayleigh, Mie y no selectiva.

Rayleigh: Ocurre cuando el diámetro efectivo de la materia (normalmente moléculas de aire tales como oxígeno y nitrógeno en la atmósfera) es muchas veces más pequeño (frecuentemente $< 0,1$) que la longitud de onda de la radiación electromagnética incidente.

Mie: Sucede por debajo de 4,5 km de la atmósfera, donde existen partículas esencialmente esféricas con diámetros aproximadamente igual al tamaño de la longitud de onda de la energía incidente. El tamaño real de las partículas puede variar de 0,1 a 10 veces la longitud de onda de la energía incidente. Las longitudes de onda y la cantidad de dispersión son más grandes que la dispersión Rayleigh.

No selectiva: Toma lugar en las porciones más bajas de la atmósfera donde hay partículas más de 10 veces más grandes diametralmente que la longitud de onda de la radiación electromagnética incidente. No selectiva se refiere a todas las longitudes de onda de luz que son dispersadas (no solo el espectro visible).

La dispersión es una consideración muy importante en sensores remotos, debido a que puede reducir drásticamente el contenido de la imagen al punto de la pérdida de contraste, lo que dificulta la discriminación de coberturas.

Absorción

Es el proceso mediante el cual la energía radiante es absorbida y transformada en otras formas de energía. La absorción de la energía radiante incidente puede tomar lugar en la atmósfera o sobre el terreno. Cuando se trata de un medio como el aire, la absorción y la dispersión son frecuentemente combinadas en un coeficiente de extinción (Konecny, 2003). Ciertas longitudes de onda de radiación son afectadas mucho más por absorción que por dispersión. Dado que la energía alcanzada por el sistema de sensores remotos debe pasar a través de la atmósfera dos veces, es

común identificar dos coeficientes de transmisión atmosférica: uno para la energía entrante en la atmósfera (T_{θ_o}) en un ángulo de incidencia relacionado a la fuente de energía (Sol) y otro para la energía emitida o reflejada desde la superficie terrestre que debe atravesar la atmósfera para alcanzar el sistema del sensor remoto (T_{θ_v}); estos conceptos son fundamentales en la corrección atmosférica.

Reflectancia

Es el proceso mediante el cual la radiación "rebota" en un objeto como la parte superior de una nube, un cuerpo de agua o la superficie terrestre. La radiación incidente, la radiación reflejada y una vertical a la superficie desde la cual los ángulos de incidencia y reflexión son medidos, yacen en el mismo plano; y el ángulo de incidencia y el ángulo de reflexión (excitancia) son aproximadamente iguales.

Existen varios tipos de superficies reflectantes; la reflexión especular ocurre cuando la superficie desde la cual la radiación es reflejada, es básicamente suave. Algunas coberturas tales como cuerpos de agua en calma, actúan como reflectores especulares casi perfectos, es decir la energía incidente dejará la superficie en un ángulo igual y opuesto a la energía incidente. Si la superficie tiene gran variación altitudinal relativa al tamaño de la longitud de onda de la energía incidente, los rayos reflejados van en muchas direcciones, dependiendo de la orientación de las superficies reflejantes más pequeñas. En cambio si la superficie es tan rugosa que no hay superficies individuales reflejando, entonces una dispersión impredecible puede ocurrir, esto es, una superficie perfectamente difusa llamada superficie de Lambert, en la que el flujo radiante que deja la superficie es constante para algún ángulo de reflectancia.

1.1.2. Interacciones Materia-Energía en terreno

Para comprender las relaciones de materia y energía en la superficie terrestre y su importancia en los sensores remotos, es necesario identificar cantidades radiométricas que permitan realizar un análisis del registro del flujo de radiación incidente y saliente.

La energía radiante (Q_λ) corresponde a la capacidad de radiación en un intervalo espectral específico para realizar un trabajo, y es medida en Joules. Mientras que, el flujo radiante (ϕ) es la razón de tiempo del flujo de energía sobre, fuera de, o a través de una superficie; se mide en watts.

La ecuación de balance de radiación afirma que la cantidad total de flujo radiante incidente en una específica longitud de onda (Q_{i_λ}) debe ser medida por la evaluación de cantidad de flujo radiante reflejado desde la superficie (Q_{r_λ}), la cantidad de flujo absorbido por la superficie (Q_{a_λ}) y la cantidad de flujo radiante transmitido a

través de la superficie ($Q_{t\lambda}$):

$$Q_{i\lambda} = Q_{r\lambda} + Q_{a\lambda} + Q_{t\lambda}$$

donde las cantidades radiométricas son basadas en la cantidad de energía incidente desde algún ángulo en un hemisferio. Para ello se definen los siguientes índices:

Reflectancia Hemisférica

Se define como la proporción adimensional entre el flujo radiante reflejado desde una superficie y el flujo radiante incidente a éste:

$$\rho_{\lambda} = \frac{\phi_{r\lambda}}{\phi_{i\lambda}}$$

Transmitancia Hemisférica

Se define como la proporción adimensional entre el flujo radiante transmitido a través de una superficie y el flujo radiante incidente a éste:

$$\tau_{\lambda} = \frac{\phi_{t\lambda}}{\phi_{i\lambda}}$$

Absorbancia Hemisférica

Es definida por la relación adimensional:

$$\alpha_{\lambda} = \frac{\phi_{a\lambda}}{\phi_{i\lambda}}$$

o equivalentemente: $\alpha_{\lambda} = 1 - (\rho_{\lambda} + \tau_{\lambda})$

Si la cantidad de flujo radiante interceptado por un área plana como por ejemplo la que abarca un píxel de una imagen RapidEye (5m x 5m), es dividido por la misma área, entonces se denomina promedio de densidad de flujo radiante, aunque es necesario definir dos conceptos antes de presentar la medida radiométrica más precisa que emplean los sensores remotos.

Irradiancia

Es la cantidad de flujo radiante incidente sobre una superficie por unidad de área:

$$E_{\lambda} = \frac{\Phi_{\lambda}}{A}$$

Emitancia o Exitancia

Es la cantidad de flujo radiante saliente de una superficie por unidad de área:

$$M_{\lambda} = \frac{\Phi_{\lambda}}{A}$$

Tanto la irradiancia como la emitancia son medidas en watts por metro cuadrado.

Radiancia

La radiancia (L_{λ}) es la intensidad radiante por unidad de área fuente proyectada en una dirección específica. Es medida en watts por metro cuadrado por estereoradián. El flujo radiante (Φ_{λ}) deja el área fuente proyectada A en una dirección específica ($\cos \theta$) y ángulo sólido (Ω) hacia el sensor remoto en ciertas longitudes de onda (Milman, 1999):

$$L_{\lambda} = \frac{\frac{\Phi_{\lambda}}{\Omega}}{A \cos \theta}$$

1.2. Espectroscopía de Imágenes

La espectroscopía es definida como el estudio de la interacción entre la materia y la energía radiada (Crouch and Skoog, 2007). La espectroscopía de imágenes es la aplicación de la espectroscopía de reflectancia/emitancia a cada píxel en una imagen geográfica.

La espectroscopía de imágenes es una herramienta utilizada para mapear coberturas, así como características específicas de elementos de la superficie terrestre, que en un sentido detallado permite detectar las características individuales de absorción debido a los enlaces químicos específicos en un sólido, líquido o gas. Lo que conlleva a escenarios de evaluación ambiental, mapeo y exploración de minerales, estudios sanitarios y de comunidades versus especies vegetales, y en general análisis de uso del suelo.

La detección real depende del cubrimiento espacial, la resolución espectral, la relación señal-ruido del espectroradiómetro, la abundancia del material y la fuerza de absorción de características de dicho material en la región de longitud de onda medida. Para el caso de sensores remotos, los materiales de la superficie mapeada deben ser expuestos en la superficie óptica y el diagnóstico de absorción de características debe estar en regiones del espectro que son razonablemente transparentes a la atmósfera, dado que los efectos atmosféricos se pueden corregir normalmente

para las absorciones más fuertes. La espectroscopía puede ser utilizada en laboratorio con muestras de campo simulando las condiciones reales, en el campo con espectralradiómetros portátiles, desde aviones y en un futuro desde satélites. Aunque los sistemas aéreos que ya están en funcionamiento pueden cubrir grandes áreas en corto tiempo (aproximadamente dos kilómetros por segundo), generando espectros para cada píxel que pueden ser analizados en bandas de absorción específicas y por lo tanto en materiales específicos, estos son denominados sensores hiperespectrales (Clark, 1999).

La clasificación multiespectral es el proceso de ordenar píxeles en un número finito de clases individuales o categorías de datos, basado en sus valores de archivo. Si un píxel satisface un cierto conjunto de criterios, el píxel es asignado a la clase que corresponde a dicho criterio; este proceso también se conoce como segmentación de la imagen. Dependiendo del tipo de información que se desee extraer de los datos originales, las clases pueden ser asociadas con coberturas conocidas sobre el terreno o pueden representar simplemente áreas que discrimina el procesador de imágenes; esto diferencia la clasificación de la segmentación, respectivamente. Un ejemplo de una imagen clasificada es un mapa de coberturas de uso que representa la vegetación, suelo desnudo, pastos, edificaciones, etc (ERDAS, 2010).

1.3. Topología Digital

Una vez una imagen ha sido segmentada o particionada en componentes puede ser descrita en términos de propiedades de esos subconjuntos y las relaciones entre ellos. Algunas de esas propiedades dependen de las etiquetas de los píxeles que pertenecen a un subconjunto; otras, son propiedades geométricas que dependen solamente de las posiciones de esos puntos; pero las propiedades topológicas de los subconjuntos, involucran conceptos tales como adyacencia y conexidad, pero no tamaño o forma (Rosenfeld, 1979). La topología digital se ocupa de las propiedades topológicas de imágenes digitales; o de manera más general, de arreglos discretos en dos o más dimensiones. Lo que permite proporcionar fundamentos teóricos para procesamiento de imágenes tales como etiquetado y conteo de componentes conexas, seguimiento de bordes, relleno de contornos y adelgazamiento; y sus generalizaciones a imágenes tres o n -dimensionales (Kong and Rosenfeld, 1989).

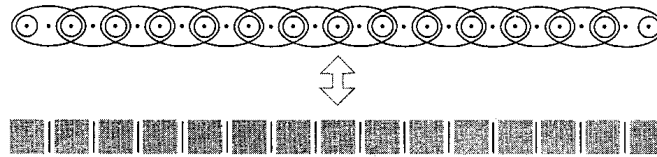
Como se ha mencionado, una propuesta para representar imágenes es la discretización en un plano digital, compuesto por la pantalla visible que es abierta, densa y disconexa, junto con los puntos cerrados y mixtos que componen la estructura invisible que garantiza la conexidad. Lo cual asegura al mismo tiempo una estructura de conectividad para mantener las relaciones del espacio topológico y el espacio digital (Rosenfeld, 1979).

Definición 1.3.1. Para cada $n \in \mathbb{Z}$ se tiene:

$$B(n) = \begin{cases} \{n\}, & \text{si } n \text{ es impar,} \\ \{n-1, n, n+1\}, & \text{si } n \text{ es par.} \end{cases}$$

La colección $\mathcal{B} = \{B(n) \mid n \in \mathbb{Z}\}$ es una base para una topología sobre \mathbb{Z} . La topología generada por \mathcal{B} es llamada la topología de la línea digital y se refiere a \mathbb{Z} con esta topología como la línea digital. La línea digital modela una imagen unidimensional asumiendo que se tiene una línea infinita de píxeles, donde cada uno es representado por un entero impar (Figura 1.1). Cada píxel individual es un conjunto abierto en la topología de la línea digital y cada entero impar es un conjunto cerrado. Se considera que cada entero par n representa la frontera entre el píxel $n-1$ y $n+1$, por lo tanto, en la línea digital se tiene una estructura que refleja la adyacencia compartida por píxeles consecutivos.

Figura 1.1: Algunos elementos básicos para la topología de la línea digital.



Fuente: (Adams and Franzosa, 2007)

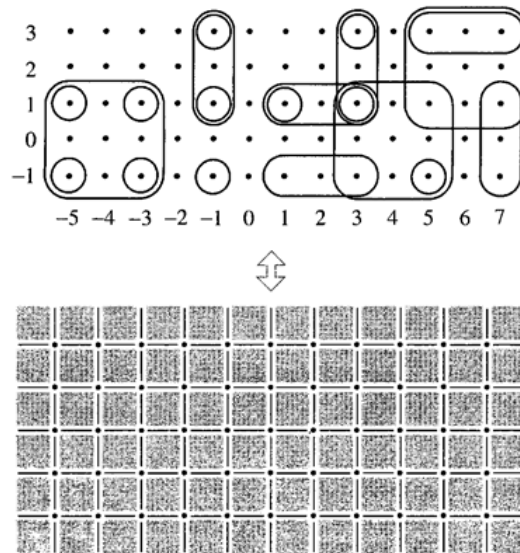
Definición 1.3.2. Análogamente a la línea digital, sea $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ el plano de puntos enteros, esto es, el producto de dos líneas digitales. Para cada punto $(m, n) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ existe un elemento básico B definido como sigue:

$$B(m, n) = \begin{cases} \{(m, n)\}, & \text{si } m \text{ y } n \text{ son impares,} \\ \{(m+a, n) \mid a = -1, 0, 1\}, & \text{si } m \text{ es par y } n \text{ es impar,} \\ \{(m, n+b) \mid b = -1, 0, 1\}, & \text{si } m \text{ es impar y } n \text{ es par,} \\ \{(m+a, n+b) \mid a, b = -1, 0, 1\}, & \text{si } m \text{ y } n \text{ son pares.} \end{cases}$$

El plano digital es notado por \mathbb{Z}^2 . Para cualquier $(m, n) \in \mathbb{Z}^2$, se refiere a $B(m, n)$ como el elemento básico minimal que contiene a (m, n) . Los elementos básicos $B(m, n) = \{(m, n)\}$, donde m y n son ambos impares, son los conjuntos unitarios abiertos que representan los píxeles en la imagen digital (Figura 1.2). La colección $B_p = \{B(m, n) \mid (m, n) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}\}$ es una base para una topología sobre \mathbb{Z}^2 .

Con la topología digital es posible determinar la trayectoria de las fronteras de dichas regiones, ya que las sucesiones de movimientos alrededor de la frontera proporcionan una codificación compacta de la forma de la región. Adicionalmente, es

Figura 1.2: Algunos elementos básicos que pertenecen a la topología del plano digital.



Fuente: (Adams and Franzosa, 2007)

posible adelgazar las regiones sin alterar sus propiedades de conexidad, ya que esto también genera una representación compacta, es decir, una región alargada representada por un conjunto de arcos o curvas. Las relaciones de adyacencia o enclavamiento entre las regiones pueden ser representadas por un grafo, en el cual los nodos son las regiones, y dos nodos están unidos por un arco si y solo si las dos regiones son adyacentes (Kong et al., 1991).

En el almacenamiento de una imagen digital segmentada, hay características en la estructura de la imagen que permiten aplicar un método más eficiente que almacenar información alrededor de cada píxel individual (Adams and Franzosa, 2007). Éste método es basado en la topología digital y la versión digital del teorema de la curva de Jordan; ver (Khalimsky et al., 1990).

Definición 1.3.3. Sea \mathcal{P} una partición de la pantalla visible en subconjuntos 4-conexos, sólo uno de los cuales no es acotado. El subconjunto del plano digital definido por

$$S_{\mathcal{P}} = \bigcup_{D \in \mathcal{P}} Fr(Cl(D))$$

Es llamado la animación determinada por \mathcal{P} . Dada \mathcal{P} como en la definición, la animación determinada por \mathcal{P} es una colección $S_{\mathcal{P}}$, de conjuntos que se obtienen al tomar la frontera (en el plano digital) de la clausura de cada elemento de la partición. En se demuestra que $S_{\mathcal{P}}$ es una unión de curvas digitales cerradas simples en

el complemento de la pantalla visible del plano digital. Por lo tanto, es posible definir la animación determinada por \mathcal{P} , como una colección de conjuntos recubridores (Adams and Franzosa, 2007).

El proceso para almacenar y recuperar una imagen digital es el siguiente (Adams and Franzosa, 2007):

1. Dada una imagen digital, definir una partición de la pantalla visible al tener cada conjunto en la partición correspondiente a una región en la imagen con un color fijo.
2. Para almacenar la imagen, construir la animación determinada por la partición. Si se requiere almacenar información de color (segmentación no binaria), indicar cual lado de cada curva digital cerrada simple tiene cual color.
3. Recuperar la partición al tomar la intersección de la pantalla visible con cada componente del complemento de la animación en el plano digital.

Entre otros trabajos más recientes de aplicación en topología digital, está la implementación de operadores básicos con imágenes digitales (Moreu, 2006) tales como: recuento y etiquetado de componentes, búsqueda de bordes y especialmente conceptos de adelgazamiento, que incluyen algoritmos de transformaciones de distancia, paralelos (ROS, Zhang-Suen y eliminación de puntos norte), GH89-A2 y otros de tipo iterativo; respondiendo a un sentido simplificado de interpretación del mundo real. En otras áreas como química, donde la distribución y clasificación de elementos en la tabla periódica coinciden con operadores topológicos (Restrepo et al., 2004; Mesa and Restrepo, 2011).

Justificación

Estudios anteriores han reconocido el reto y a la vez, las ventajas de utilizar sensores remotos en la discriminación de coberturas vegetales, dado que se han encontrado aproximaciones en la clasificación de cultivos, especialmente de café (FNC, 2006; Castillo, 2008), junto con el muestreo de firmas espectrales en campo para evaluar cultivos por progenies y por edad (Lobo, 2009). Por tal razón, la Gerencia Técnica de la Federación Nacional de Cafeteros y en especial el proyecto de biodiversidad financiado por la organización *KfW Bankengruppe*, han mostrado su interés en la clasificación y caracterización de coberturas vegetales. De esta manera, se avizoró un potencial en términos de capacidades institucionales, tales como el trabajo de campo de firmas espectrales, imágenes satelitales y, software y hardware de procesamiento de imágenes. Dada la dificultad de caracterizar vegetación a partir de sensores remotos, para generar una herramienta de decisión sobre grandes extensiones, se ha indagado acerca de metodologías que correlacionen espectros in situ y remotos, desafortunadamente, dichas metodologías dependen de un sensor remoto hiperespectral (Clark et al., 1991), así que, como un trabajo experimental y de aproximación se busca evaluar la hipótesis de encontrar una relación entre espectros en terreno y espectros multiespectrales. Por otra parte, dada la naturaleza de la topología vista desde la geometría, donde por ejemplo las distancias y los ángulos son irrelevantes, se planteó una aplicación de un concepto abstracto que permite extraer características topológicas y a su vez tengan una utilidad en la representación de coberturas. Mientras la topología digital, tal como se describió en los antecedentes, se enfoca en operadores morfológicos sobre imágenes binarias, el presente trabajo emplea operadores topológicos matemáticos con el interés de caracterizar regiones de interés. Adicionalmente, aplicaciones concretas en imágenes satelitales empleando topología son escasas (Nakamura and Shidama, 1996; Liu et al., 2008) y por tanto se espera que la propuesta de investigación sea original en términos de aplicación de topología matemática y su implementación en software, dado que se presume que no existen programas que calculen operadores topológicos a partir de una base que genera la topología partición.

Objetivos

General

Desarrollar un proceso de caracterización topológica a partir de imágenes satelitales.

Específicos

- Evaluar una técnica de correlación de firmas espectrales e imágenes satelitales multiespectrales.
- Obtener características sobre regiones de interés a partir del cálculo de operadores topológicos.
- Definir la mejor segmentación que delimita espacialmente los cultivos de café a partir de propiedades topológicas.
- Encontrar una mejor aproximación en el cálculo de áreas cafeteras.
- Evaluar la relevancia de la clasificación topológica del área cafetera, comparada con los datos conocidos en campo y las técnicas convencionales.

Capítulo 2

Análisis Espectral

En el manejo inicial de imágenes satelitales se realizan operaciones de preprocesamiento correspondientes a correcciones previas a la extracción de la información. En general, se busca minimizar los dos errores más comunes encontrados en imágenes de sensores remotos los cuales son de tipo radiométrico y geométrico. La corrección radiométrica está relacionada con la mejora en la precisión de la reflectancia espectral, emitancia en la superficie, o mediciones de retrodispersión obtenidas usando un sistema de sensores remotos. La corrección geométrica se refiere a la ubicación de lo reflejado, emitido, o mediciones de retrodispersión o productos derivados en su propia localización planimétrica (Jensen, 2005).

Existen otro tipo de errores que deben ser identificados y que se clasifican en internos y externos. Los internos son introducidos por el mismo sistema de sensores remotos, siendo generalmente sistemáticos (predecibles), donde pueden ser identificados y luego corregidos basándose en el prelanzamiento o medidas de calibración en órbita del sensor. Los externos son normalmente introducidos por fenómenos naturales que varían en la naturaleza a través del espacio y tiempo; las variables externas más importantes que pueden ocasionar errores radiométricos y geométricos son la atmósfera, elevación del terreno, la pendiente y el aspecto (dirección de la pendiente) (Jensen, 2005).

2.1. Descripción Sensor Remoto

RapidEye® es una constelación de cinco satélites equipados con sensores de características similares en el espectro visible y parte del infrarrojo cercano. Los sensores capturan imágenes de alta resolución (5 bandas) con grandes extensiones de área sobre una base periódica diaria (Resolución temporal) fuera del nadir y 5,5 días en el nadir, con una resolución espacial o tamaño de píxel de 5 metros, lo que corresponde a una precisión en términos de escala hasta de 1:25.000 NMAS. Su resolución

radiométrica es de 16 bits, lo cual implica un amplio desempeño de contraste, tanto para visualización como para análisis y clasificación de coberturas (RapidEye, 2011). La resolución espectral se describe a continuación.

Tabla 2.1: Rango espectral del sensor RapidEye.

Banda	Rango Espectral (nm)	Longitud de onda (nm)	FWHM (nm)	Muestreo del espectro
1-Azul	440 - 510	475	35	
2-Verde	520 - 590	555	35	10
3-Rojo	630 - 685	657,5	27,5	40
4-Rojo límite	690 - 730	710	20	5
5-Infrarrojo cercano	760 - 850	805	45	30

Fuente: (RapidEye, 2011)

La resolución espectral determina la manera como se perciben las coberturas espectrales de manera individual en materiales medidos desde la espectrometría de las imágenes. Sin embargo, esta definición conlleva a hacer claridad entre la resolución espectral y el muestreo del espectro.

La resolución espectral se refiere al ancho de respuesta de un instrumento (paso de banda) en la mitad de la profundidad de banda o el máximo medio de ancho total (FWHM). El muestreo espectral normalmente se refiere al espaciamiento de banda (cuantización del espectro en pasos discretos) y puede ser muy diferente de la resolución espectral (Tabla 2.1). La calidad de los espectrómetros son diseñados normalmente de manera que el espaciamiento entre bandas sea aproximadamente igual al FWHM de la banda, lo cual explica por qué el espaciamiento de bandas es a menudo interpretado como la resolución espectral (ENVI, 2009b).

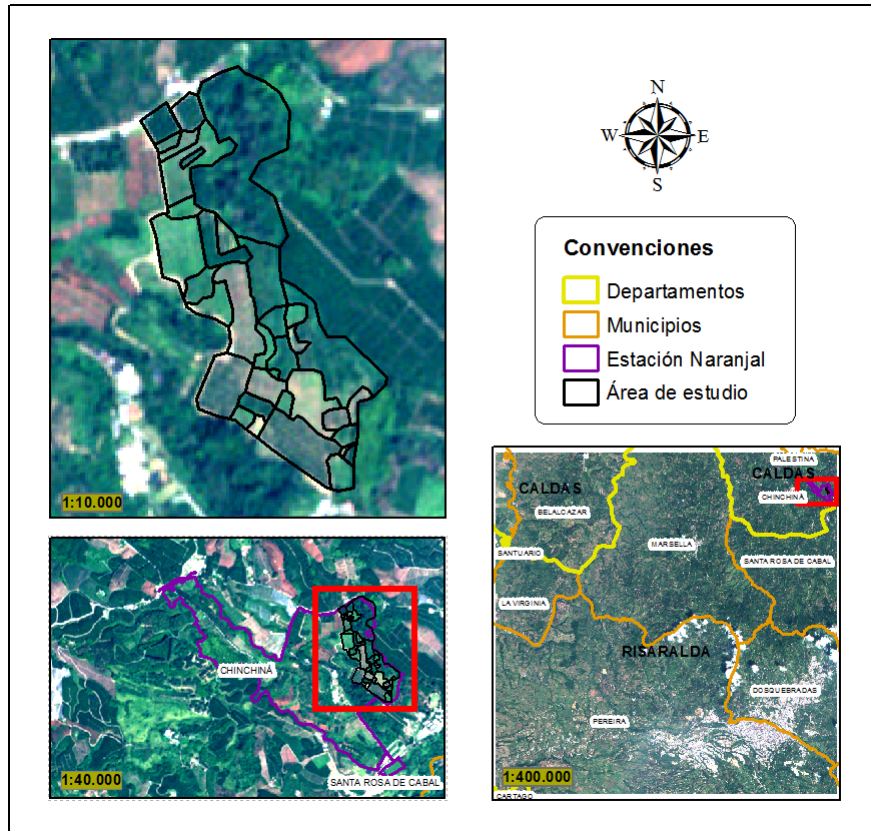
La imagen utilizada en la presente investigación pertenece al repositorio del proyecto de biodiversidad financiado por KfW bankengruppe con las características mencionadas anteriormente y con fecha de captura 02 de febrero de 2010.

2.2. Descripción del área de estudio

La Estación Central Naranjal está ubicada en la Vereda La Quiebra, Municipio de Chinchiná, Departamento de Caldas; con un área aproximada de 200 ha. Las coordenadas son 04°58' 15" latitud norte, 75°39'08" longitud oeste y altitud 1381 m, lo cual corresponde geográficamente a la cordillera central - vertiente occidental. Las condiciones meteorológicas del lugar son: 21,2°C de temperatura media, 1523 horas/año de brillo solar y 3568,1 mm/año de precipitación (Cenicafé, 2011). El área

de interés se localiza en la parte oriental de la Estación Central, abarcando un área de 16,31 hectáreas, donde en el recuadro superior se representa con una interpretación visual de coberturas a priori.

Figura 2.1: Localización de área de estudio.



2.3. Firmas Espectrales

Una firma espectral es una curva de reflectancia hemisférica (ρ_λ) o reflectividad espectral en un intervalo de longitud de onda específico que refleja o emite una cobertura terrestre para su posterior caracterización. Esto es, los valores de reflectividad corresponden a una proporción adimensional entre el flujo radiante reflejado desde una superficie y el flujo radiante incidente a ésta.

Si bien, teóricamente las firmas espectrales pueden caracterizar objetos de la superficie terrestre, juegan un papel importante en el proceso de captura experimental y de campo junto con el análisis posterior que conlleva para lograr determinar las

longitudes de onda donde se cree que se puede discriminar frente a cubiertas espectralmente similares. Sin embargo, algunos autores como Chuvieco S. (2002) sostiene que en términos de sensores remotos las coberturas terrestres no tienen un comportamiento espectral único y permanente que coincida con sus curvas de reflectividad espectral medidas en campo. Y esto es en gran medida por influencia atmosférica, relieve, efemérides satélite-tierra-sol, entre otros.

2.3.1. Metodología

Las mediciones de reflectancia hemisférica fueron realizadas con un espectroradiómetro de campo marca Apogee instruments® EPP2000 PAR-NIR (Figura 2.2), con rango de longitud de onda desde 350nm hasta 1000 nm de forma nominal, aunque luego de chequear los datos atípicos y nulos se determinó un rango efectivo de 471nm a 897.5nm. El sensor posee un ángulo de visión de 30°, un intervalo de muestreo de 0.5 nm, con una precisión en la longitud de onda menor a 0.25 nm y una estabilidad en el espectro electromagnético menor a 0.001 nm por °C. Este equipo es controlado por un software propietario llamado Spectrawiz® mediante un computador portátil. Al iniciar las mediciones se debe calibrar el espectroradiómetro a las condiciones de luz en aquel instante, es decir el flujo incidente instantáneo, pero antes de debe verificar que el software tenga configurados los coeficientes de calibración, los cuales los provee el fabricante y son específicos para cada espectroradiómetro (Apogee, 2008).

Figura 2.2: Espectroradiómetro EPP2000 (izq.) y medición (der.).



Inicialmente se ajusta el tiempo de integración de acuerdo a las condiciones de luminosidad presentes en el momento de hacer la medición, el tiempo de integración funciona similar al obturador de una cámara fotográfica, controla la cantidad de luz que captura el sensor, se gradúa en un rango de 4 a 6500 ms. Un tiempo de integración muy alto satura las mediciones por encima de su rango mientras que,

si es muy bajo las mediciones son muy débiles y tienden a cero; el segundo paso es tomar un punto de referencia oscuro cubriendo la cabeza sensora con un accesorio adecuado, lo que equivale a llevar el equipo a ceros. Por último se realiza una calibración con un blanco de referencia, que corresponde a una superficie que refleja teóricamente el 100% del flujo radiante incidente. En el software se configura al modo "Transmittance", el cual es matemáticamente equivalente al porcentaje de reflectancia en un píxel n , la diferencia radica en la distancia de medición del objeto; dado que para la reflectancia se recomienda que se ubique el sensor a una distancia por encima de 5cm, mientras que para la transmitancia debe hacerse por debajo de los 5cm.

$$T_n = \frac{\text{muestra}_n - \text{negroref}_n}{\text{blancoref}_n - \text{negroref}_n} * 100$$

Teniendo en cuenta estudios anteriores como el de Lobo (2009), se realizó un análisis exploratorio básico para conocer la variabilidad de cada espectro. Para ello, se tomaron treinta repeticiones de cada especie vegetal asumiendo normalidad del fenómeno. Luego a partir de las medidas de tendencia central, se calculó la curva de error estándar y la distribución del 95% de los datos alrededor de la media, para así definir una cota superior de error estándar permitida de un 5%. También se asumió que la media aritmética describe adecuadamente las firmas espectrales, pero para lograr un error estándar por debajo del 5% se requirieron tres repeticiones de cada muestra y posteriormente calcular su promedio como firma espectral representativa de la cobertura.

Eliminación del continuo

Posteriormente se aplica una técnica de tratamiento de firmas espectrales llamada eliminación del continuo, la cual se utiliza para normalizar el espectro de reflectancia con el fin de comparar características de absorción individual bajo una línea de base común. El continuo es una envolvente convexa ajustada sobre la parte superior de una curva espectral empleando segmentos de línea recta que conectan los máximos locales de la curva. Los valores espectrales primero y último se encuentran sobre el casquete; de allí que la primera y última banda en la salida del continuo eliminado sean igual a 1. El continuo es removido al dividirlo en el espectro actual para cada píxel en la imagen (ENVI, 2009c):

$$S_{cr} = \frac{S}{C}$$

Donde,

S_{cr} : Espectro de eliminación del continuo.

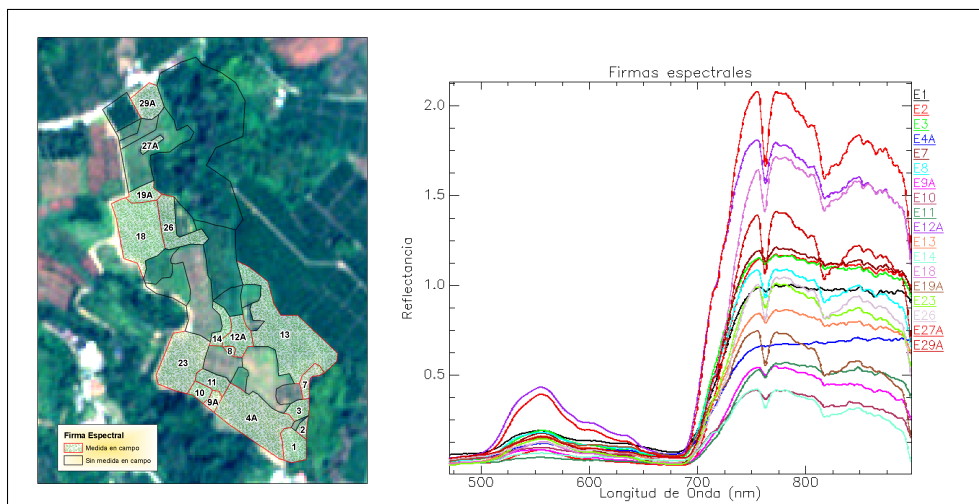
S : Firma espectral.

C : Curva del continuo.

2.3.2. Resultados

En la figura 2.3 se representan las regiones sombreadas con su correspondiente firma espectral medida en campo, complementada con la tabla 2.2 que enuncia las coberturas tal y como las identifican los administradores de la Estación Central. Nótese que en determinadas longitudes de onda algunas firmas espectrales superan la unidad de reflectancia, esto es teóricamente refutable teniendo en cuenta la ecuación general de balance de radiación, esto se presenta debido a: *i)* la variación de brillo solar con respecto a la calibración inicial del espectroradiómetro, *ii)* una calibración inicial imprecisa, o *iii)* la transición de estado y tipo de cultivos entre el tiempo de toma de la imagen y captura de la firma espectral, es decir, anasincronismo. Dado que, no fue posible repetir la medición en campo, se decidió trabajar con todas las firmas debido a que conservan la forma característica de la vegetación. De acuerdo a lo anterior, una alternativa es normalizar las firmas medidas asumiendo que el exceso de reflectancia responde a un factor de escala vertical, como ya se ha mencionado.

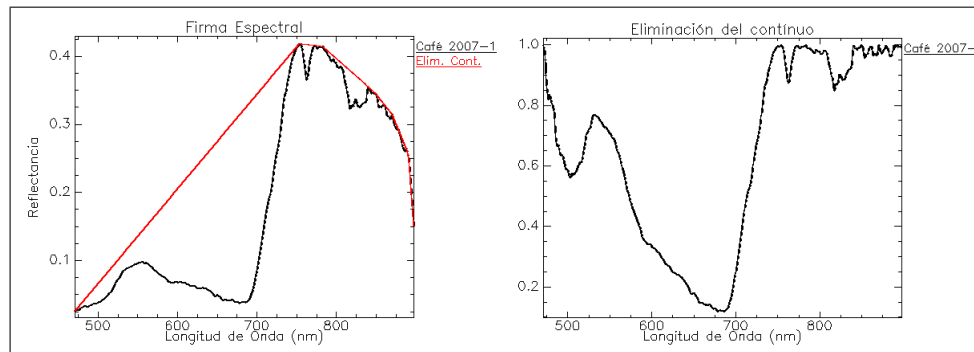
Figura 2.3: Áreas medidas(izq.) con sus Firmas espectrales(der.).



Luego de aplicar la eliminación del continuo se observa que el espectro resultante es igual a 1 donde el continuo y la firma coinciden, y es menor a 1 donde hay características de absorción tal como lo muestra la figura 2.4. Nótese que para éste ejemplo, alrededor de 550nm la curva del continuo no tuvo en cuenta el máximo local (0,1 de reflectancia). Esto no siempre es ventajoso, dado que lo que busca la eliminación del continuo es eliminar ruido, generando algún grado de concavidad dentro de la curva espectral para evitar la generación de un error, buscando aumentar la probabilidad de identificar características reales de absorción y curiosamente en este caso no lo es, sin embargo cada caso es diferente y no implica que todas las curvas las calcule de esa manera.

Tabla 2.2: Etiquetas de coberturas con firma espectral.

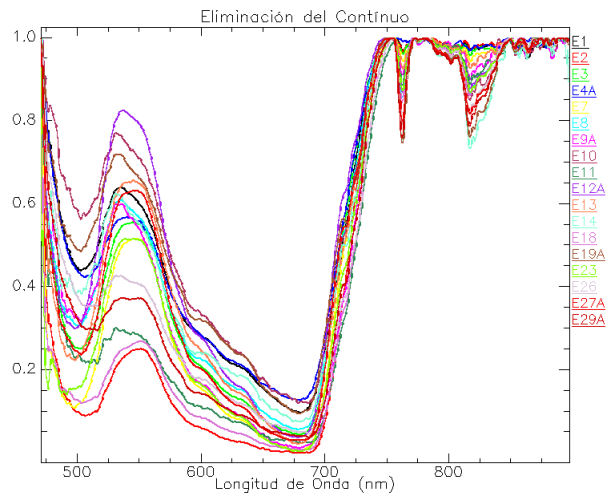
Clase	Coberturas	Clase	Coberturas
E1	Pastos	E12A	Plátano
E2	Charrier	E13	AS II
E3	Café 2007-2 Porte alto	E14	Pastos altos
E4A	Café 2007-2 Porte bajo	E18	Café 2009-10
E7	85-6	E19A	Área Libre
E8	Rastrojo	E23	Café 2007-2 Porte alto
E9A	Área libre	E26	MG 6-62-63-64-65
E10	Café 2007-1	E27A	Café 2005-4
E11	Café 2005-8	E29A	Café 2000-10

Figura 2.4: Firma E10 y curva del continuo (izq.), Firma E10 eliminado el continuo (der.).

La figura 2.5 representa las 18 firmas espectrales de la figura 2.3 (der.) normalizadas eliminando el continuo. Tal como se mencionó anteriormente alrededor de 550nm (banda 2) hay una disparidad que se considera no muy relevante para clasificar coberturas vegetales. Como se verá en el capítulo siguiente, los espectros del continuo removido son insumos fundamentales en el ajuste de coberturas espectrales (SFF), donde es muy importante seleccionar espectralmente los datos para aislar la cobertura de interés.

2.4. Calibración de Imágenes

En la plataforma del sensor, las imágenes son capturadas en 12 bits, sin embargo durante el procesamiento en terreno se le aplican correcciones radiométricas que permiten escalar las imágenes en un rango dinámico hasta 16 bits. El escalamien-

Figura 2.5: Firmas espectrales normalizadas.

to es hecho con un factor que convierte los niveles digitales de los píxeles que vienen directamente del sensor en valores directamente relacionados a radiancias absolutas. La constante de escalamiento ha sido determinada durante la calibración radiométrica absoluta del prelanzamiento para cada sensor en cada una de sus bandas. El factor de conversión entre ND para algún píxel dado y la radiancia absoluta en $Watt/m^2sr^{-1}\mu m^{-1}$ es ajustable, y es mostrado en el campo "radiometricScaleFactor" para cada banda en el archivo auxiliar de metadatos XML que está asociado a la imagen (RapidEye, 2011). Para la imagen en cuestión, el factor es: 0.009999999776482582.

Para convertir el nivel digital (ND) de un píxel a radiancia, es necesario multiplicar el ND por el factor de escala radiométrica para cada i -ésima banda como sigue:

$$RAD(i) = ND(i) * Factor\ radiométrico(i)$$

El valor resultante es la radiancia de un píxel determinado en la parte superior de la atmósfera (TOA) en watts por estereoradián por metro cuadrado ($W/m^2sr\mu m$).

2.5. Corrección Atmosférica

Las dos fuentes más importantes de atenuación ambiental son: la atenuación de la atmósfera causada por la dispersión y absorción en la atmósfera, y la atenuación topográfica. Sin embargo, la corrección atmosférica no siempre es necesaria para ciertos tipos de clasificación y detección de cambios. Resultados de análisis teóricos y empíricos indican que sólo cuando los datos de entrenamiento de un lugar o tiempo deben ser extendidos a través del espacio y/o tiempo, la corrección atmosférica

es necesaria para clasificación de imágenes y muchos tipos de detección de cambios (Song et al., 2001); en otras palabras, la corrección atmosférica no es necesaria siempre que los datos de entrenamiento sean extraídos de la imagen y no sean importados desde otra imagen obtenida en otro lugar o tiempo. Mientras que la corrección debe realizarse cuando se piensa extraer variables biofísicas como cuerpos de agua y como en este caso vegetación (Haboudane et al., 2002), la cual es correlacionada con mediciones de un espectrorradiómetro *in situ* que genera datos de reflectancia hemisférica. Por ende, el objetivo de la corrección radiométrica absoluta en términos de la imagen, es realizar la "transformación" de valores de brillo en los píxeles o niveles digitales (ND) de la imagen, en píxeles escalados de superficie de reflectancia. Y en términos físicos el objetivo es identificar los efectos de dispersión y absorción para una fecha específica de la imagen, para cada banda y/o píxel; es allí cuando se considera una imagen atmosféricamente corregida.

2.5.1. FLAASH

Análisis atmosférico de línea de vista rápida de hipercubos espectrales (FLAASH) de ENVI[®] es un módulo avanzado de corrección atmosférica basado en el algoritmo de transferencia de radiación MODTRAN4 desarrollado por Spectral Sciences Inc., bajo el patrocinio del U.S. Air Force Research Laboratory.

FLAASH se basa inicialmente en la ecuación estándar de radiancia espectral para cada píxel del sensor, L , que aplica al rango de longitud de onda solar (emisión termal es omitida) y superficies Lambertianas, planas o sus equivalentes.

$$L = \left(\frac{A\rho}{1 - \rho_e S} \right) + \left(\frac{B\rho_e}{1 - \rho_e S} \right) + L_a$$

donde:

ρ es la reflectancia en la superficie del píxel.

ρ_e es el promedio de la superficie reflectante para el píxel y una región circundante.

S es el albedo esférico de la atmósfera.

L_a es la radiancia de retorno dispersada por la atmósfera.

A y B son los coeficientes que dependen en las condiciones geométricas y atmosféricas pero no sobre la superficie.

Cada variable depende de la banda espectral de la imagen. El primer término en la ecuación corresponde a la radiancia que es reflejada desde la superficie y viaja directamente hacia el sensor, mientras que el segundo término corresponde a la radiancia desde la superficie y es dispersada por la atmósfera hacia el sensor. La diferencia entre ρ y ρ_e es radica en el efecto de adyacencia (mezcla espacial de radiancia entre píxeles cercanos) causado por la dispersión atmosférica. Los valores de A, B, S y L_a son determinados a partir de cálculos de MODTRAN4 que utilizan los

ángulos solar y de vista y la altitud media de la superficie de la captura, además de asumir cierto modelo atmosférico, tipo de aerosol y rango de visibilidad. Los valores de A, B, S y L_a son enteramente dependientes de la cantidad de la columna de vapor de agua, el cual no es generalmente conocido y varía a lo largo de la escena. Específicamente, los promedios de radiancia son reunidos por dos conjuntos de bandas: un conjunto de absorción centralizado en una banda de agua (810nm - 830nm) y un conjunto de referencia de canales tomados justo alrededor de la banda (770nm-790nm ó 850nm-870nm).

Luego de corregir el contenido de agua, la ecuación es resuelta para las reflectancia en cada píxel y en cada banda. La solución del método involucra calcular una imagen de radiancia promediada L_e , desde la cual la reflectancia promediada espacialmente ρ_e es estimada usando la ecuación aproximada:

$$L_e \approx \left(\frac{(A+B)\rho_e}{1-\rho_e S} \right) + L_a$$

El promedio espacial es desarrollado utilizando una función de punto de propagación que describe las contribuciones relativas a la radiancia del píxel desde los puntos sobre el terreno en diferentes distancias desde la línea directa de vista. Los píxeles que contienen nubes deben ser removidos luego de calcular el promedio espacial. Los píxeles con nubes son encontrados utilizando una combinación de brillo, proporción de bandas y pruebas de vapor de agua (Matthew et al., 2000).

El modelo FLAASH incluye un método para recuperar la cantidad estimada de aerosol/neblina de áreas oscuras en la imagen. El método es basado en observaciones de tasas casi fijas entre las reflectancias para dichos píxeles en 660 nm y 2100 nm (Kaufmann et al., 1997). FLAASH obtiene la cantidad de aerosol al iterar las dos ecuaciones descritas anteriormente sobre una serie de rangos visibles. Para cada rango visible, retorna el promedio de reflectancias entre 660nm y 2100nm para los píxeles oscuros e interpola la mejor estimación del rango visible haciendo coincidir la proporción con la proporción promedio de aproximadamente 0,45 (Kaufmann et al., 1997). Usando la estimación del rango visible, FLAASH calcula una segunda y última iteración MODTRAN4 sobre el agua.

Parámetros

Como resultado de la calibración de la imagen, los datos de radiancia se encuentran en unidades $W/(m^2 * sr * \mu m)$. Sin embargo, FLAASH requiere radiancia en unidades de $\mu W/(cm^2 * sr * nm)$. Dichas cantidades difieren en un factor de 10, las cuales se deben realizar a través de matemática de bandas. También se requiere que los datos sean almacenados de tipo BIL o BIP, para éste caso se utilizó BIL.

Una vez la imagen contenga la estructura adecuada, el siguiente paso es parametrizar el modelo utilizando: el contenido del archivo auxiliar de los metadatos de

la imagen (...metadata.xml), realizando algunos cálculos inherentes de la imagen, además de otros datos que se obtienen de algunas tablas del modelo de acuerdo al sensor que se está utilizando tal como el modelo atmosférico, de aerosol y de retorno, el multiplicador de columna de agua y la visibilidad inicial (Tabla 2.3).

Tabla 2.3: Parametros del modelo FLAASH.

Parámetro	Valor
Tipo de sensor	RapidEye
Altitud del sensor (km)	630
Elevación de terreno (km)	1,496
Tamaño de píxel (m)	5
Centro de la imagen	4 53 6 N; 75 45 27,36 W
Fecha de vuelo	02-Feb-2010
Hora de vuelo GMT	16:23:03
Modelo atmosférico	Tropical
Modelo de aerosol	Rural
Aerosol de retorno	Ninguno
Factor de columna de agua	1
Visibilidad inicial (km)	40
Altitud de escala de aerosol (km)	1,5
Proporción de mezcla de CO_2 (ppm)	390
Ángulo cenital	173 30 0,0
Ángulo azimutal	97 50 23,99

Posterior a la corrección de la imagen se realizan ajustes de tipo de dato y escala (1/10000) para conservar las mismas cantidades que genera el espectroradiómetro. Cabe mencionar que no se presenta la imagen resultante, dado que visualmente no presenta cambios significativos a señalar.

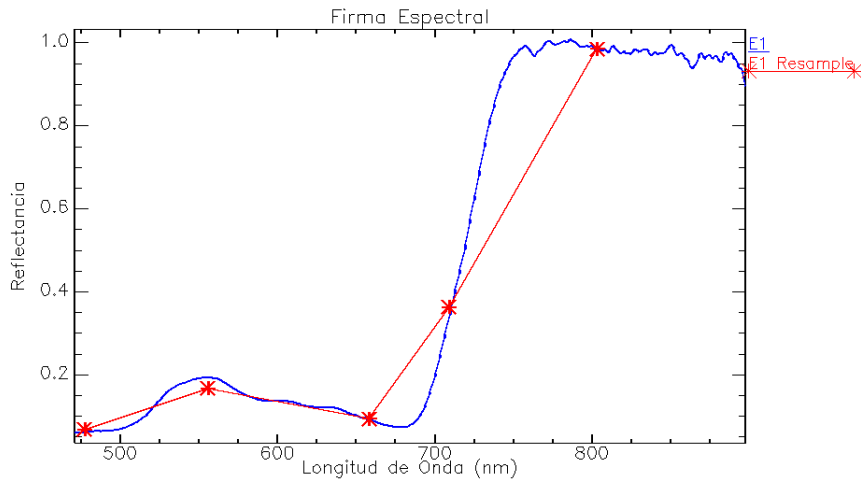
Capítulo 3

Procesamiento Digital de Imágenes Satelitales

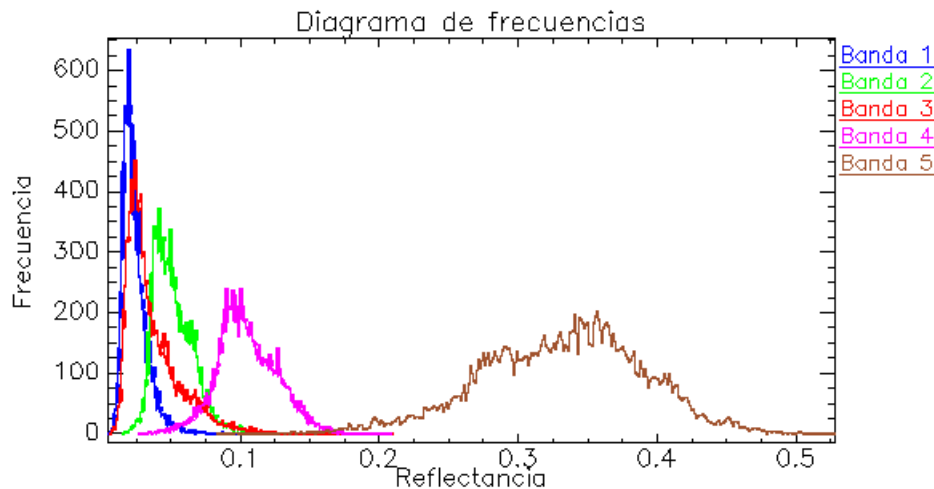
El tratamiento de imágenes satelitales incluye una etapa de preprocesamiento que corresponde a las correcciones geométricas y radiométricas, ésta última realizada en el capítulo anterior, comprendiendo la calibración y la corrección atmosférica. Una segunda etapa comprende la clasificación, en este caso multiespectral, donde es definida como el proceso de ordenar los píxeles en un número finito de clases individuales, o categorías de datos, basados en sus niveles digitales. Si un píxel satisface cierto conjunto de criterios, el píxel es asignado a la clase que corresponde a ese criterio. Los procesos de clasificación son divididos en dos etapas, entrenamiento y clasificación que usa una regla de decisión. El sistema computacional debe ser entrenado para reconocer patrones en los datos a partir de un método supervisado o no supervisado (Geosystems, 2005). Para la presente investigación, la clasificación es de tipo supervisada ya que es controlada por el analista a partir de información a priori, es decir, las firmas espectrales de campo.

3.1. Correlación de firmas espectrales

Para evaluar la coincidencia entre las firmas espectrales medidas en campo y la respuesta espectral en las cinco bandas de la imagen satelital se debe realizar un remuestreo espectral, es decir, volver a muestrear la reflectancia medida entre 471nm a 897.5nm de acuerdo a la función de filtro de respuesta instrumental que provee RapidEye[®] para que coincida con la resolución espectral y el muestreo del espectro que genera la imagen del sensor tal como se muestra en la figura 3.1. Esta comparación es útil para medir la cercanía de las firmas de la imagen con las medidas en campo como un simple ejercicio de inspección, teniendo en cuenta que las firmas se normalizan en el proceso de clasificación.

Figura 3.1: Firma espectral de pastos-E1 y su Remuestreo.

Luego se calcula la matriz de correlación de la imagen para realizar una primera inspección de los datos (Tabla 3.1), indicando que las bandas 3 y 5 presentan la menor correlación seguido de las bandas 1 y 5. Además una revisión transversal supone que la banda 5 presenta la menor correlación con respecto a las otras bandas, lo cual puede evidenciarse en el histograma de frecuencias de la imagen (Figura 3.2). En contraposición las bandas 1 y 3 toman valores muy cercanos validando así el máximo valor de correlación de la tabla 3.1.

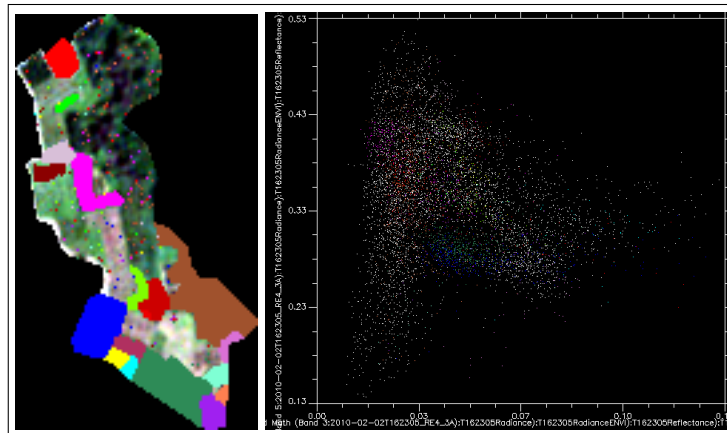
Figura 3.2: Diagrama de frecuencias de valores digitales de la imagen.

Posteriormente se construyen las "elipses" de dispersión a partir de las regiones medidas en campo utilizando un plano cartesiano donde la banda 3 esta en el eje x

Tabla 3.1: Matriz de correlación de la imagen.

Correlación	B1	B2	B3	B4	B5
B1	1,000000	0,882769	0,915363	0,690715	-0,159842
B2	0,882769	1,000000	0,892211	0,887452	0,074553
B3	0,915363	0,892211	1,000000	0,740576	-0,218613
B4	0,690715	0,887452	0,740576	1,000000	0,374429
B5	-0,159842	0,074553	-0,218613	0,374429	1,000000

y la banda 5 en el eje y, con el fin de evidenciar rangos de longitudes de onda donde se distribuyen y seguramente se intersectan algunas regiones (Figura 3.3). Sin embargo, aunque no sea sencillo identificar los conglomerados si se pueden observar puntos dispersos en la imagen izquierda, lo que significa precisamente las intersecciones con otros píxeles en dichas bandas.

Figura 3.3: Coberturas(izq.) y dispersión de bandas 3 y 5(der.).

3.2. Clasificación

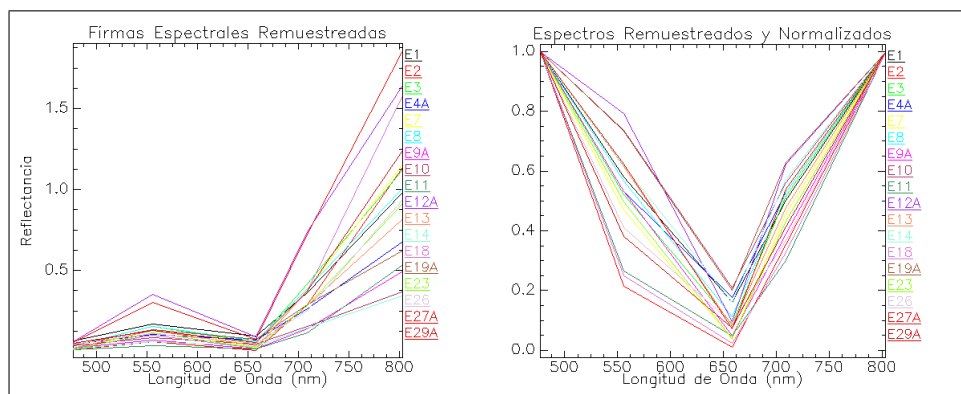
Como se mencionó al inicio del capítulo, la clasificación es de tipo supervisada donde las clases de entrenamiento corresponden a las firmas espectrales medidas en campo. Lo que se busca es evaluar la "representatividad" de las firmas de campo, utilizando un modelo de coincidencia entre espectros (imagen-campo) basado en los píxeles. En respuesta a los resultados del modelo mencionado, se ejecutará una técnica de clasificación basada en objetos.

3.2.1. Ajuste de coberturas espectrales (SFF)

El modelo de ajuste de coberturas espectrales (SFF) fue creado para comparar el ajuste de espectros de la imagen con un espectro de referencia utilizando una técnica de mínimos cuadrados. SFF es una metodología basada en la absorción de coberturas, donde los espectros de referencia son escalados para coincidir con el espectro de la imagen después de que el continuo es eliminado en ambos conjuntos de datos (Clark et al., 1990, 1991).

Como se mencionó anteriormente, las clases de entrenamiento que son las firmas espectrales medidas en campo requieren dos procesos previos a la ejecución del modelo SFF. El primero es el remuestreo de cada firma que se enunció al inicio del capítulo como un proceso de inspección (Figura 3.1), y el segundo es la normalización de los espectros utilizando eliminación del continuo, enunciado en el capítulo anterior (Figura 2.5). El segundo proceso se ha realizado de forma genérica para las firmas medidas en campo pero se debe buscar su cohesión con la imagen específica, que es RapidEye® (Figura 3.4). Dicha concordancia se evalúa teniendo en cuenta principalmente, la resolución espectral de la imagen y su espaciamento de muestreo, con el rango efectivo del espectroradiómetro.

Figura 3.4: Firmas remuestreadas(izq.) y normalizadas(der.).



Al realizar una inspección gráfica entre la respuesta espectral de campo y el espectro de la imagen, se evidenció la aproximación de firmas de campo con respecto a las de la imagen, aunque en general en la banda cinco se presenta una distancia relevante (Figura 3.5), sin embargo solamente las coberturas E10 y E14 cuentan con una aproximación relevante con respecto a las demás (Figura 3.6). De igual manera en el proceso de clasificación se emplea el mayor número de bandas posible, que en este caso son cinco, debido a que el modelo SFF necesita mínimo tres bandas y se está asociando con un espectro de campo comparativamente amplio.

Figura 3.5: Firmas de la imagen E4(izq.), Firmas campo-imagen(der.).

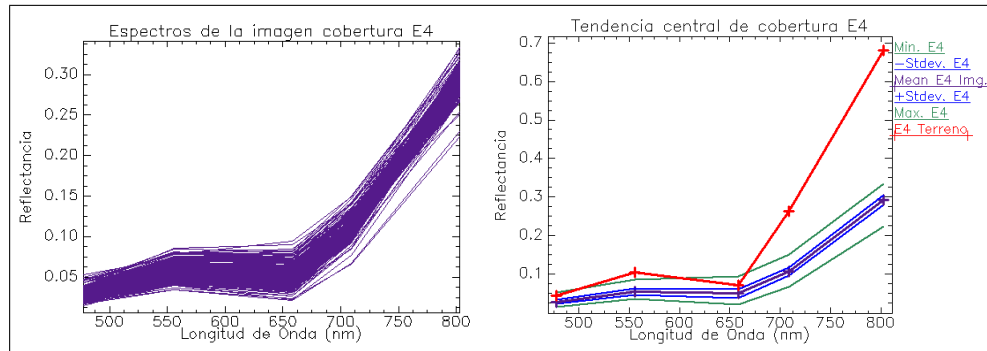
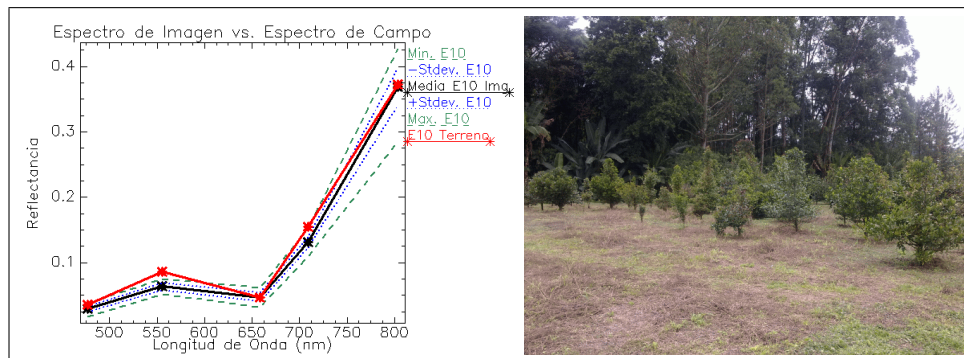


Figura 3.6: Firmas de la imagen y campo de cobertura E10.



Resultados

Al correr el modelo SFF con 18 espectros de entrenamiento utilizando una máscara con la delimitación de las 18 regiones conocidas en campo, el resultado es una imagen de 18 bandas en escala de grises correspondientes a cada una de las firmas de campo, que representan un ajuste combinado, es decir, el cociente entre la escala de ajuste y el error medio cuadrático (Scale/RMS). Valores de ajuste más altos indican mejor coincidencia del espectro de referencia. Posteriormente, se define una regla de decisión para cada clase, asociando un umbral de valor mínimo de reflectancia, dependiendo del comportamiento del histograma de la imagen SFF para la clase en cuestión.

En la figura 3.7 se muestra el resultado del algoritmo SFF para cada uno de los 18 espectros representados en una imagen unibanda, donde se delimita en rojo su región correspondiente, de esta manera los valores más oscuros representan el mejor ajuste versus su error medio cuadrático. El siguiente paso es definir las reglas del clasificador, las cuales se parametrizan a través de un umbral mínimo de decisión para cada clase de entrenamiento. El procedimiento se basa en el histograma de cada una de las bandas de la imagen SFF (Figura 3.8), es decir de las clases de entrenamiento, en el cual se elige un valor de ajuste (Scale/RMS) a partir del cual se descartan los píxeles con ND menor a éste umbral y se toman los píxeles con ND mayor a dicho umbral. Para elegir el valor de umbral se despliegan los píxeles de un umbral inicial sobre la capa de delimitación real de las coberturas, para así, ajustar a través del ensayo y error los píxeles que se agrupan realmente en la clase que se está evaluando o si es un falso positivo de la clasificación. Por ejemplo, luego de aplicar un umbral de valor 45 a la banda E1 se evidencia la discriminación de las coberturas E1 y E18 (Figura 3.9), incluyendo algún ruido que más adelante se resolverá en gran medida. Nótese que las bandas SFF relacionadas con las coberturas E26 y E29 presentan un ajuste heterogéneo y disperso que no discrimina alguna o algunas coberturas en particular y por ello no fue posible encontrar un umbral adecuado. Por consiguiente, para no agregar ruido se excluyeron de la clasificación global y por esta razón se presentan los 16 histogramas restantes.

Ejecutando este mismo proceso para el resto de las bandas (16 espectros), se encontró que pocas firmas clasifican la región correspondiente, algunas no clasifican bien y otras clasifican bien pero otras regiones que no le corresponden; de igual manera, se construye la tabla correspondiente a los umbrales de decisión, esto es, el insumo del clasificador que genera la imagen de clases (Tabla 3.2).

El clasificador asigna los píxeles de máximo valor definidos por el umbral de cada banda, obteniendo una imagen de clasificación (Figura 3.10).

Figura 3.7: Modelo SFF para cada una de las bandas.



Figura 3.7: Modelo SFF para cada una de las bandas (continuación).

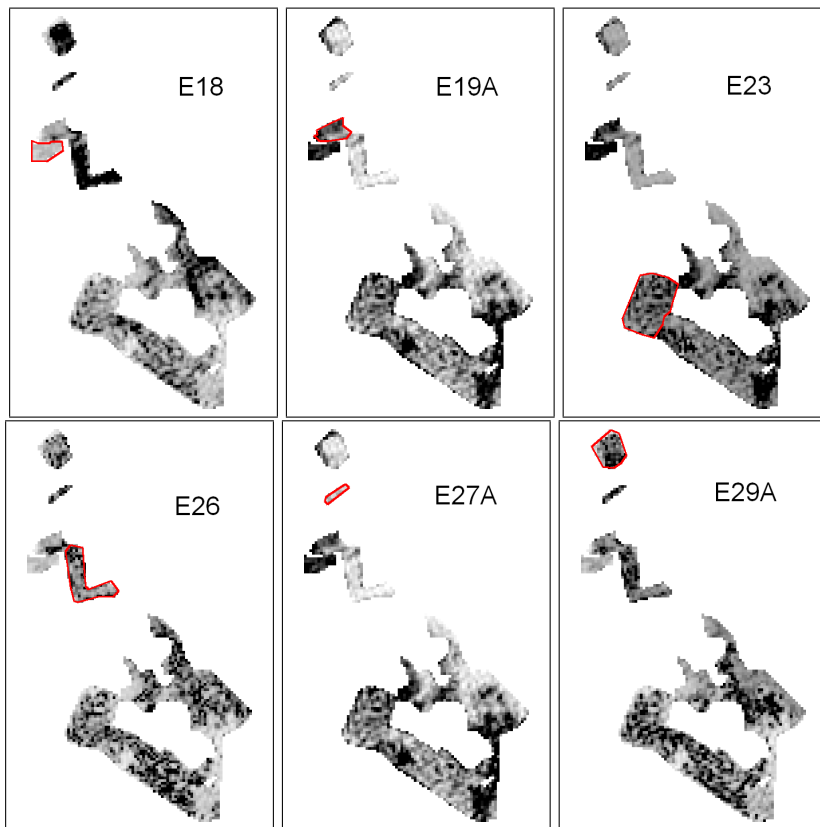


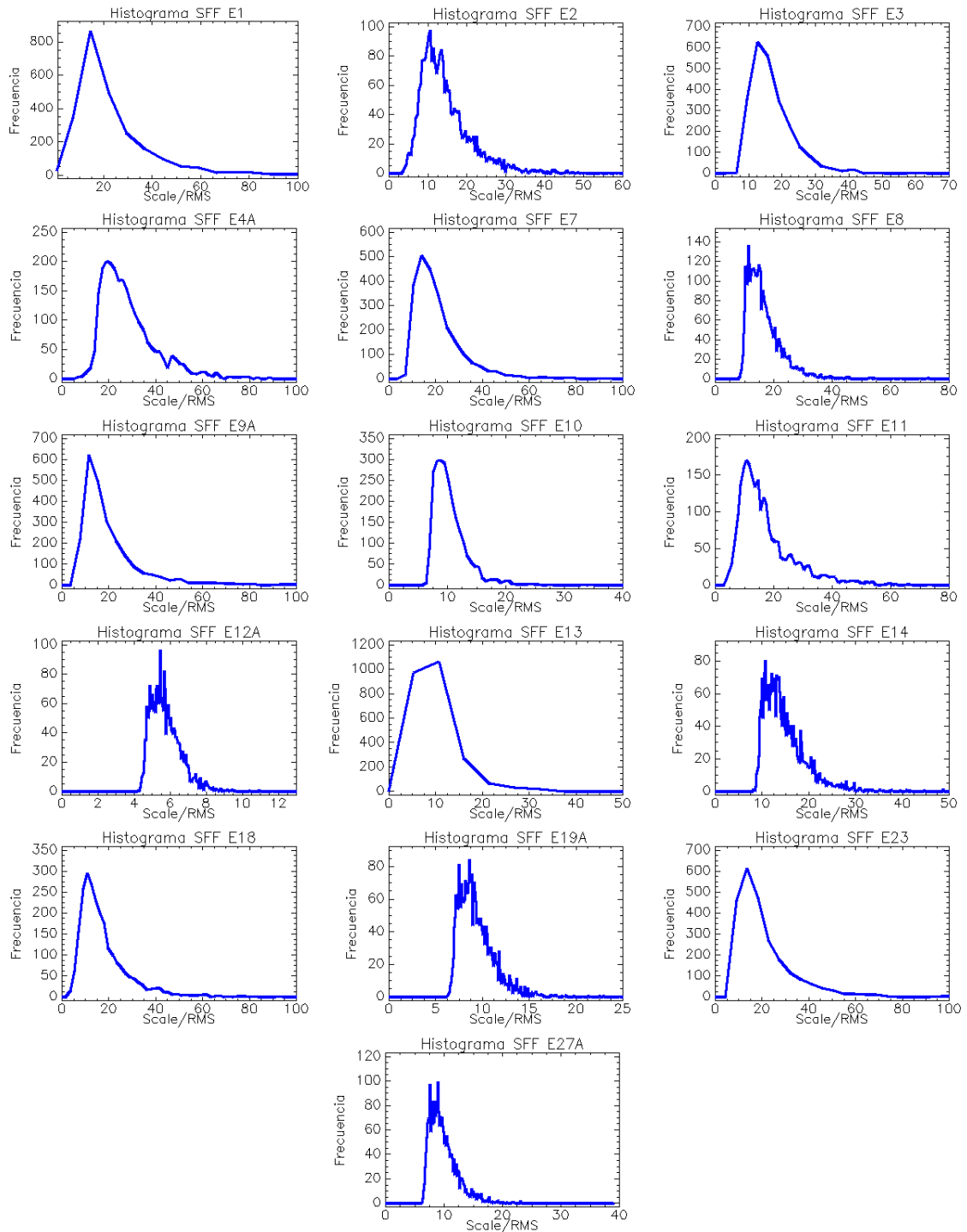
Figura 3.8: Histogramas del modelo SFF para cada una de las coberturas.

Figura 3.9: Umbral de la banda E1: Región E1 (izq.), Región E18 (der.).

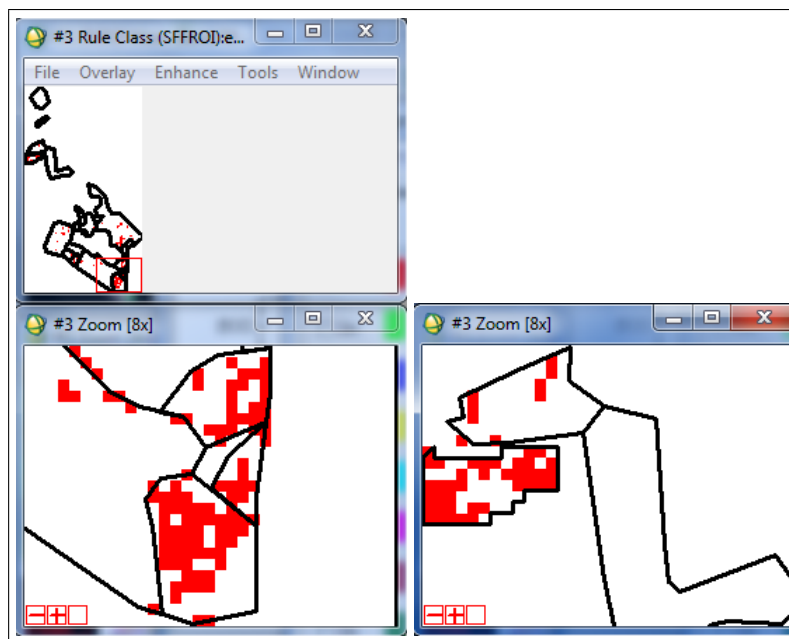


Figura 3.10: Clasificación de imagen.

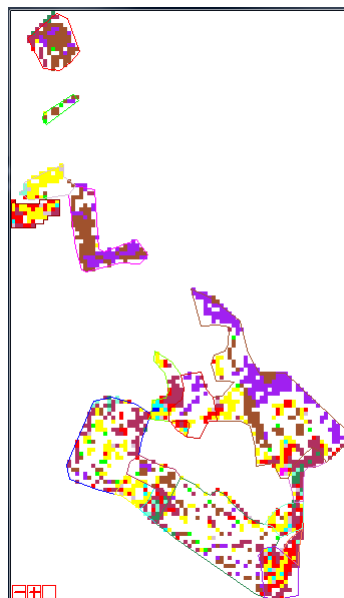


Tabla 3.2: Umbrales de la regla de decisión.

Clase	Umbral	Clase	Umbral
E1	45	E11	25
E2	20	E12A	7
E3	28	E13	20
E4A	42	E14	19
E7	35	E18	27
E8	22	E19A	12,5
E9A	29	E23	35
E10	14	E27A	15

3.2.2. Evaluación de la exactitud temática

Con el fin de medir la calidad de clasificación, se crearán dos matrices de confusión. La primera se calculará sobre la imagen obtenida del clasificador con las reglas de decisión (Figura 3.10); la segunda se calculará sobre la imagen de clasificación refinada con el análisis de mayoría, tamizado y agrupación (Figura 3.13).

Una matriz de confusión permite evaluar la clasificación, comparando el resultado de la clasificación con la información verdadera del terreno, mediante el uso de regiones de interés que delimitan verdaderamente las coberturas en terreno. Para ello se conforman los pares coincidentes de la región de terreno verdadera y su respectiva clase obtenida. Un reporte presenta la exactitud temática global, el coeficiente kappa, la matriz de confusión, los errores de exceso o inclusión (Porcentaje de píxeles adicionales en la clase), errores de omisión o exclusión (Porcentaje de píxeles que quedaron fuera de la clase), la exactitud del productor y la exactitud del usuario para cada clase (ENVI, 2009c).

Matriz de Confusión (I)

Cada columna de la matriz de confusión representa un clase verdadera de terreno y los valores en la columna corresponden al etiquetado de la imagen de clasificación de los píxeles verdaderos de terreno. Los píxeles clasificados correctamente en cada clase, son aquellos que se encuentran en cada posición de la diagonal de la matriz (Tabla 3.3).

Observando la diagonal principal de la matriz de confusión (valores en negrita), se nota que las clases E1 y E4 son aquellas que tienen el mayor número de píxeles clasificados correctamente con respecto a las demás clases, seguido por la clase E9 y débilmente clasificadas las clases E11, E23 y E13 sucesivamente. Esta coincidencia de las seis clases con respecto a las dieciseis se evidencia con los bajos valores del índice de exactitud temática global y el coeficiente κ .

Tabla 3.3: Matriz de confusión resultado del clasificador.

Píxeles verdaderos en campo

Class	E1	E2	E3	E4	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E18	E19	E23	E27	Total
Unclass	31	1	12	292	9	0	4	16	35	73	285	17	6	28	179	12	1000
Fit E1	27	7	13	13	4	4	5	4	3	8	28	9	21	2	13	0	161
Fit E2	0	0	0	7	0	0	0	0	2	0	5	0	0	1	8	2	25
Fit E3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	2
Fit E4	19	1	15	27	2	3	2	22	4	8	68	12	23	36	39	1	282
Fit E7	5	0	2	1	0	1	0	2	0	0	1	6	2	0	0	0	20
Fit E8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	3
Fit E9	26	13	11	46	26	2	15	2	2	5	31	22	9	0	63	0	273
Fit E10	0	0	2	1	10	0	5	0	0	0	0	0	0	0	3	0	21
Fit E11	0	0	0	13	0	0	0	0	4	18	141	0	0	0	4	2	182
Fit E12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fit E13	0	1	0	0	3	0	6	0	0	0	1	0	0	4	6	0	21
Fit E14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fit E18	0	0	1	32	0	0	0	1	19	1	72	0	0	3	12	8	149
Fit E19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fit E23	5	0	3	2	1	0	0	3	0	1	5	2	4	2	3	0	31
Fit E27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	113	23	59	434	55	10	37	50	69	114	640	70	65	76	330	25	2170

La exactitud temática global es calculada al sumar el número de píxeles clasificados correctamente y dividirlos por el número total de píxeles. Exactitud temática Global = $(77/2170) = 3,5484\%$

El coeficiente kappa (κ) es otra medida de la exactitud de la clasificación. La expresión para su cálculo se especifica en (Jensen, 2005). Su interpretación se determina de acuerdo a los siguientes rangos: $\kappa > 0,8$ representa una clasificación muy buena; valores de κ entre 0,4 y 0,8 definen una clasificación moderada, y menores a 0,4 significa una clasificación pobre (Landis and Koch, 1977). $\kappa = -0,0072 = -0,7\%$

Este valor de κ implica una clasificación general sumamente pobre.

La diferencia entre la exactitud temática global y κ , está en que la exactitud temática global solo tiene en cuenta la diagonal principal de la matriz de confusión, excluyendo los errores de exceso y omisión. Mientras que, el coeficiente kappa incorpora los elementos fuera de la diagonal principal como un producto de filas y columnas marginales (Jensen, 2005).

La exactitud del productor es una medida que indica la probabilidad que el clasificador haya etiquetado un píxel de una imagen en la clase A dado que en realidad en terreno es la clase A. La exactitud del usuario es una medida que indica la pro-

babilidad de que un píxel sea de la clase A dado que el clasificador ha etiquetado el píxel en la clase A.

Los errores de exceso representan píxeles que pertenecen a otra clase, pero están etiquetados como pertenecientes a la clase de interés. Los errores de exceso son mostrados en las filas de la matriz de confusión. Los errores de omisión representan píxeles que pertenecen a las clases verdaderas de terreno pero que la técnica de clasificación ha fallado para clasificarlas en la clase propia. Los errores de omisión son mostrados en las columnas de la matriz de confusión.

La tabla 3.4, que relaciona la exactitud y los errores marginales de la clasificación, permite notar que la clase E9 tiene un 40,54% de píxeles bien clasificados, seguida de la clase E1 con un 23,89% (Exactitud del productor). Contrariamente, el sistema identificó el 83,23% de los píxeles como de la clase E1, pero se encuentran distribuidos en otras clases, y análogamente con la clase E9, el 94,51% de píxeles que quedaron fuera de la clase verdadera de terreno.

Tabla 3.4: Exactitud y error de la clasificación.

Clase	Exactitud (%)		Error (%)	
	Productor	Usuario	Omisión	Exceso
E1	23,89	16,77	76,11	83,23
E2	0	0	100	100
E3	0	0	100	100
E4	6,22	9,57	93,78	90,43
E7	0	0	100	100
E8	0	0	100	100
E9	40,54	5,49	59,46	94,51
E10	0	0	100	100
E11	5,8	2,2	94,2	97,8
E12	0	0	100	0
E13	0,16	4,76	99,84	95,24
E14	0	0	100	0
E18	0	0	100	100
E19	0	0	100	0
E23	0,91	9,68	99,09	90,32
E27	0	0	100	0

Es importante notar que el clasificador no encontró una correspondencia con las clases E12, E14, E19 y E27, esto significa que coincidieron doce clases, de las cuales seis obtuvieron píxeles de clasificación correcta. Dado que, es evidente el bajo porcentaje de clasificación total, esto es, una dispersión de píxeles en las clases, se opta por refinar la clasificación utilizando operadores morfológicos, focalizando las

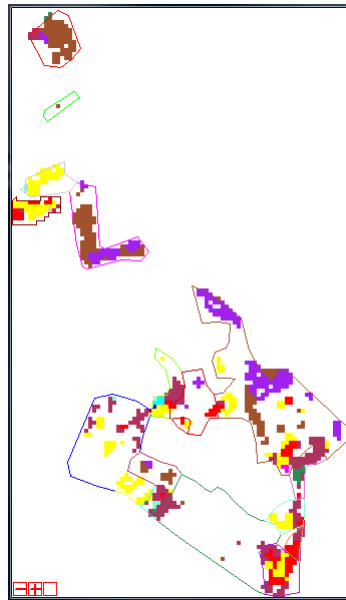
clases que realmente sean verdaderos positivos.

Análisis de Mayoría

El análisis de mayoría se utiliza para cambiar píxeles espurios dentro de una gran clase. Para ello, se define un tamaño de kernel, con el cual, el píxel central del kernel es reemplazado con el valor de la clase que la mayoría de los píxeles en el kernel tiene (ENVI, 2009c). Se ejecuta un análisis de mayoría seleccionando las 16 categorías con un kernel de tamaño 3x3 y peso del píxel central igual a 1. El peso del píxel central es la significancia utilizada para determinar cuantas veces la clase del píxel central es contabilizada cuando se debe determinar cual clase está en la mayoría.

Se puede apreciar visualmente, que ha mejorado la distribución de las clases y con ello descartó la clase E2 (Figura 3.11).

Figura 3.11: Análisis de mayoría sobre la imagen clasificada.

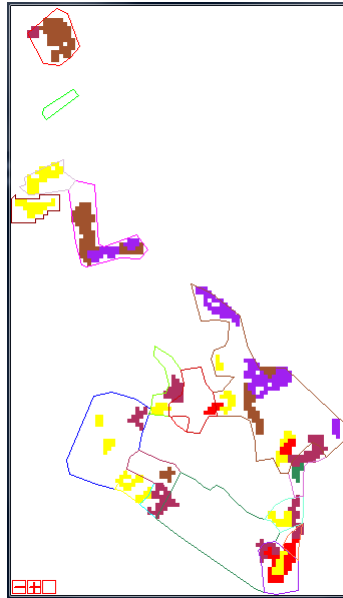


Tamizado de clases

El tamizado de clases resuelve el problema de píxeles aislados en una imagen de clasificación, eliminando los píxeles aislados usando agrupación de burbujas. Éste operador busca los píxeles cuatro u ocho vecinos para determinar si un píxel es agrupado con píxeles de la misma clase. Si el número de píxeles en una clase que son agrupados es menor que el valor que se ingresa, aquellos píxeles se eliminan de la clase (ENVI, 2009c).

Se utilizan las 16 clases de información definidas con un umbral de agrupación mínimo igual a 6 y con 4 vecinos. Al tamizar la imagen, se descartan las clases E3, E7, E8, E13 y E23 (Figura 3.12).

Figura 3.12: Tamizado sobre el análisis de mayoría.



Agrupación de clases

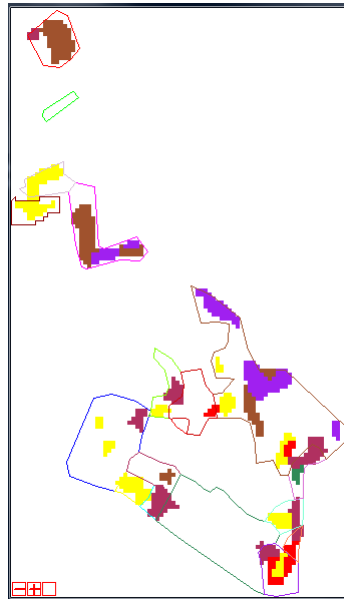
Éste método agrupa las áreas adyacentes similares que fueron clasificadas. Las imágenes clasificadas a menudo sufren de una falta de coherencia espacial, tales como manchas o huecos en áreas clasificadas, así que, para corregir este problema se ejecuta la operación de dilatación y luego un operador de erosión utilizando un kernel de tamaño especificado, para reemplazar píxeles negros. Más información ver (ENVI, 2009c).

De nuevo se utilizan las 16 clases con un tamaño de operador de 3 filas y 3 columnas (Figura 3.13). Con este proceso no se descartan clases y en vez de ello, se reafirman las clases E1, E4, E9, E10, E11 y E18.

Matriz de Confusión (II)

Luego de aplicar los operadores morfológicos y calcular la matriz de correlación sobre la imagen resultado se observa que, la exactitud temática global es de $(55/2170) = 2,5346\%$, esto indica que disminuye con respecto a la anterior, mientras que, el coeficiente $\kappa = 0,0011 = 0,11\%$, muestra que hay un aumento, esto se debe a que

Figura 3.13: Agrupación sobre el tamizado.



éste último tiene en cuenta la marginalidad de los datos. Finalmente, se aceptan los procesos de refinación de la imagen ya que, permitieron eliminar píxeles espurios o dispersión de ruido en la clasificación, a la vez que se consolidaron las clases E1 y E9 como coincidentes en el proceso completo de clasificación, con exactitud del productor del 26,55% y 67,57% respectivamente (Tabla 3.5).

Otra aplicación al coeficiente kappa es la comparación de dos matrices similares, es decir, que contienen categorías idénticas, para determinar si son significativamente diferentes (Jensen, 2005).

Al comparar los dos coeficientes κ , se evidencia el avance en el ajuste de clasificación sobre las dos clases, luego de refinar la clasificación inicial, utilizando la combinación de los operadores morfológicos.

3.2.3. Discusión

Dado que, a partir de los objetivos de la presente investigación, se planteó obtener una buena segmentación a partir de la clasificación de la imagen y con ello hallar una aproximación en el cálculo de áreas cafeteras, así como la relevancia de la clasificación; se obtuvieron resultados importantes en términos de la metodología de correlación de espectros, cumpliendo así el primer objetivo específico, y teniendo en cuenta que no hay precedentes de este tipo de trabajo, se reconocen los resultados no positivos o endebles, los cuales implican un proceso minucioso de experimentación futura que conlleve a mejorar la herramienta de captura de espectros en campo y su

Tabla 3.5: Exactitud temática y error de la clasificación ajustada.

Clase	Exactitud (%)		Error (%)	
	Productor	Usuario	Omisión	Exceso
E1	26,55	54,55	73,45	45,45
E2	0	0	100	0
E3	0	0	100	0
E4	0	0	100	100
E7	0	0	100	0
E8	0	0	100	0
E9	67,57	15,43	32,43	84,57
E10	0	0	100	100
E11	0	0	100	100
E12	0	0	100	0
E13	0	0	100	0
E14	0	0	100	0
E18	0	0	100	100
E19	0	0	100	0
E23	0	0	100	0
E27	0	0	100	0

posterior validación. Pese a que se esperaba una clasificación muy buena y con ello obtener la segmentación asociada como insumo de la fase siguiente, se evaluó una técnica flexible de aplicar con el fin de continuar con la construcción del análisis topológico que será descrita a continuación.

3.2.4. Segmentación basada en objetos

Tradicionalmente las técnicas de clasificación de imágenes de sensores remotos son basadas en los píxeles, es decir, la información espectral en cada píxel es usada para clasificar la imagen. Tal como lo menciona (Herold et al., 2003), existe una complejidad espectral en los resultados de materiales de coberturas urbanas conllevando a limitaciones específicas utilizando análisis por píxeles para la separación de materiales construídos por el hombre tales como vías y techos, además de coberturas tales como vegetales, suelos y agua, siendo éstas últimas el foco de ésta investigación.

Con el apoyo del software ENVI EX[®] y su módulo "Feature Extraction", el cual segmenta y extrae información de imágenes multiespectrales o pancromáticas de alta resolución bajo la técnica de clasificación basada en objetos, se ha realizado el proceso de segmentación en regiones de píxeles, cálculo de atributos de cada región

generada por los operadores para crear conjuntos de objetos y así evaluar características de las regiones de interés. El flujo de trabajo consiste en general de dos pasos: Búsqueda de objetos y extracción de características. El modelo de búsqueda de objetos se encuentra dividido en cuatro pasos: Segmentar, fusionar, refinar y calcular atributos. Cuando se ha realizado la búsqueda de objetos se ejecuta la tarea de extracción de características, la cual consiste de clasificación basada en reglas o supervisada para luego exportar los resultados de clasificación a archivos vectoriales, por ejemplo shapefiles, y/o imágenes raster (ENVI, 2009a). Sin embargo, de acuerdo a los intereses de la investigación solo fue necesario el primer paso de búsqueda de objetos, debido a que, como se verá en el siguiente capítulo lo que se busca es obtener características independientes de métricas que son precisamente aquellas que calcula el modelo mencionado.

Segmentación

La segmentación es el proceso de particionar una imagen en segmentos conexos por grupos de píxeles vecinos con niveles digitales similares (brillo, textura, color, etc). Dichos segmentos corresponden idealmente a objetos del mundo real. Como parámetros de entrada se deben definir, la(s) banda(s) de la imagen que se utilizarán para el cálculo y el nivel de escala o de "agregación" de los objetos que se crearán. En este caso se utilizaron las cinco bandas de la imagen y un nivel de escala igual a 55, el cual fue obtenido a partir del ajuste en el ensayo y error de manera visual, tomando como referente la alinderación de lotes que se realizó en el trabajo de campo inicial (Figura 3.14). Se debe tener en cuenta que, a menor valor de escala la segmentación es más gruesa, es decir menor número de lotes y esto puede ocasionar una sub-segmentación, mientras que si la escala es más alta la segmentación es más fina y puede reflejarse una sobre-segmentación. Éste valor de 55 representa una sobre-segmentación debido a que en los siguientes pasos de fusión, se espera un mejor ajuste de los objetos existentes en campo.

Fusión de Segmentos

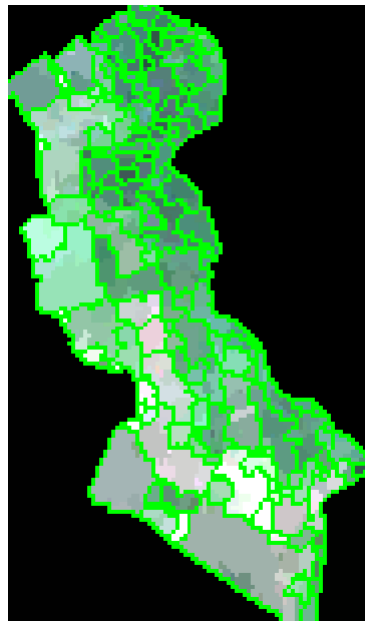
La operación de fusión es un paso opcional utilizada para agregar segmentos pequeños en otros más grandes, como en áreas con texturas tales como árboles, nubes o campos, donde la sobresegmentación puede ser un problema. Este operador puede ser una buena opción en caso de buscar mejorar la delineación de límites arbóreos. La escala utilizada fue un valor de 70 (Figura 3.15).

Finalmente, se obtiene una imagen segmentada en 56 componentes conexas (Figura 3.16). Luego de validar la segmentación de objetos en campo se nota que puede ser mucho más detallada que la interpretación inicial, debido a la variabilidad de cultivos transitorios y la dificultad de acceso a áreas de especies forestales, pero ello

Figura 3.14: Segmentación a escala 55.



Figura 3.15: Fusión de segmentos a escala 70.



no implica que sea más precisa, dado que en algunas zonas es más fina y en otras es más gruesa, esto obliga a balancear el valor de escala.

Figura 3.16: Imagen clasificada por objetos.



Capítulo 4

Topología Digital

La palabra topología, literalmente, significa el estudio de la posición o localización. La topología es el estudio de las formas, incluyendo sus propiedades, deformaciones aplicadas a ellas y el mapeo de funciones entre ellas. La topología digital se define como el estudio de las relaciones topológicas en una imagen digital, la cual contiene un arreglo rectangular de píxeles finitos que es modelado mediante el plano digital (Adams and Franzosa, 2007). A continuación se definirán los conceptos básicos que permitirán construir formalmente una base topológica que representa una imagen segmentada y a partir de ella, se enuncian algunas propiedades que logran caracterizar regiones y representar imágenes multiespectrales.

4.1. Base Topológica

En el procesamiento del conjunto de la imagen digital $\Pi \subset \mathbb{Z}^2$ es necesario definir las posiciones de los niveles digitales representados en los píxeles, las cuales se ubican comúnmente en parejas ordenadas (x, y) , donde $0 \leq x \leq m$, $0 \leq y \leq n$.

Definición 4.1.1. Los *4-vecinos* de (x, y) son sus cuatro vecinos horizontales y verticales $(x \pm 1, y)$ y $(x, y \pm 1)$ (Rosenfeld, 1979).

Definición 4.1.2. Los *8-vecinos* de (x, y) se componen de sus 4-vecinos junto con sus cuatro vecinos diagonales $(x + 1, y \pm 1)$ y $(x - 1, y \pm 1)$ (Rosenfeld, 1979).

Definición 4.1.3. El conjunto $B = \{P \in \Pi \mid P \text{ tiene dos o tres } 4\text{-vecinos}\}$ o equivalentemente, $B = \{P \in \Pi \mid P \text{ tiene tres o cinco } 8\text{-vecinos}\}$ se denomina el *borde* de la imagen Π .

De aquí en adelante se mencionará la característica 4- u 8- como $k-$.

Definición 4.1.4. Si dos píxeles son $k-$ vecinos, se les llaman *k-adyacentes* (Rosenfeld, 1979).

Definición 4.1.5. Dado Π , se define la siguiente relación de equivalencia en Π : $x \sim y$ si existe un subespacio conexo de Π que contiene a ambos puntos. Las clases de equivalencia se denominan *componentes conexas* de Π .

Se examina que la relación es de equivalencia; $x \sim x$ dado que existe un subespacio conexo que contiene a x , si $x \sim y$ existe un subespacio conexo que contiene a x y a y , claramente también contiene a y y a x . Si A es un subespacio conexo que contiene a x y a y , y B es un subespacio conexo que contiene a y y a z , entonces $A \cup B$ es un subespacio que contiene a x y a z que además es conexo pues A y B tienen el punto y en común.

A continuación se presenta la definición de partición conocida en teoría de conjuntos pero desde el punto de vista topológico y se demuestra que satisface la relación de equivalencia anterior.

Teorema 4.1.1. *Las componentes k -conexas de Π son subespacios disyuntos conexos de Π cuya unión es Π , tales que cada subespacio conexo de Π no trivial interseca sólo a una de ellas.*

Demostración. Dado que es una relación de equivalencia donde cada componente es una clase, por definición son disyuntas y su unión es el espacio Π . Sea A un subespacio conexo de Π y sean C_1 y C_2 componentes de Π , tomando $x_1 \in C_1$ y $x_2 \in C_2$ luego si A interseca a las dos componentes se tiene por definición que $x_1 \sim x_2$, entonces $C_1 = C_2$, esto es, A interseca únicamente a una componente. Por otra parte, sea x_0 un punto fijo de C ; para cada punto $x \in C$, se tiene que $x \sim x_0$ por lo anterior, luego existe un subespacio A_x que contiene a ambos puntos. Como $A_x \subset C$ y al comprender todos los x se tiene que $C = \bigcup_{x \in C} A_x$. Finalmente, como los subespacios A_x son conexos y tienen al punto x_0 en común, se tiene que C es conexo. ■

Una definición alterna junto con su teorema de partición empleando el concepto de *camino*, la *conexidad local* y un teorema que las concilia para ofrecer argumentos matemáticos que definen operaciones sobre imágenes binarias, tales como: adelgazamiento, búsqueda de bordes, contracción y crecimiento de regiones, entre otras operaciones morfológicas.

Definición 4.1.6. Sean p y q píxeles de Π . Un *k -camino* de p a q se define como una sucesión de píxeles $p = p_0, p_1, \dots, p_n = q$ tal que p_i es un k -vecino de p_{i-1} , $1 \leq i \leq n$. Más aún, un *k -camino* es una aplicación continua $f : [a, b] \rightarrow \Pi$ de algún intervalo cerrado de la recta de los números enteros en Π , de modo que $f(a) = p$ y $f(b) = q$.

Definición 4.1.7. Sean p y q elementos (píxeles) de Π . Se dice que son *k -conexos* en Π si existe un camino de p a q consistiendo solamente de puntos de Π .

Definición 4.1.8. Dado Π se define la relación de equivalencia sobre $\Pi : x \sim y$ si existe un k -camino en Π uniendo x con y (píxeles de Π). Las clases de equivalencia se denominan *componentes k -conexas* de Π . Si Π tiene una única componente (orden uno), entonces es llamado k -conexo.

Definición 4.1.9. La única componente del complemento de Π que contiene el borde de Π es llamado el *fondo* de Π ; todas las otras componentes, si existen, son llamadas *huecos* en Π . Si Π no tiene huecos, es llamado *simplemente conexo* (Rosenfeld, 1979).

Es posible simplificar el conjunto de parejas ordenadas de posición al conjunto $\mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$, mediante el recorrido en orden ascendente a lo largo de las filas de izquierda a derecha (Ver ejemplo en la figura 4.1).

Figura 4.1: Indexación de píxeles.

0	1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35

Sea H el conjunto de los índices de posición de la imagen Π , m el número de filas y n el número de columnas de la imagen. Así se define el conjunto:

$$H = \{h \in \Pi \mid 0 \leq h < m \times n\}$$

4.1.1. Topología Partición

A partir de la segmentación de la imagen descrita en el capítulo anterior, se establecen etiquetas de números enteros positivos para cada una de las regiones discriminadas en la imagen, las cuales generan una partición de subconjuntos disyuntos que pueden ser conexos pero que en segmentaciones cartográficas son comunmente repetidos o múltiples (disconexos de una misma clase). Por tal razón se empleó un clasificador de objetos que define clases 4-conexas no repetidas como en el ejemplo de la figura 4.2, sin embargo debe tenerse en cuenta que con otro clasificador se puede generalizar a clases 8-conexas y para el caso de la multiplicidad es posible superarla almacenando las colecciones de conjuntos k -conexos que representen una misma etiqueta en la imagen pero matemáticamente se asume la independencia de las componentes k -conexas.

Figura 4.2: Etiquetas de segmentación.

Teorema 4.1.2. *Teniendo en cuenta las componentes conexas enunciadas en la definición 4.1.5, y el teorema 4.1.1. La colección de componentes conexas inducen una partición sobre el conjunto Π . Dicha colección constituye una base \mathcal{B} que genera la topología partición $\tau_{\mathcal{B}}$ sobre Π .*

Demostración. Para comprobar que \mathcal{B} es una base que genera a $\tau_{\mathcal{B}}$ se deben probar dos condiciones:

1. La unión de elementos de \mathcal{B} coincide con Π .

Cada $B \in \mathcal{B}$ corresponde a una clase de equivalencia y por definición la unión de las clases de equivalencia es igual al conjunto total, que es precisamente lo que afirma el teorema 4.1.1.

2. Para cualquier $B_1, B_2 \in \mathcal{B}$, si $x \in B_1 \cap B_2$ entonces $\exists B_3 \in \mathcal{B}$ tal que $x \in B_3 \subset B_1 \cap B_2$.

Como cada par de componentes conexas distintas son disyuntas, si $x \in \emptyset$ la implicación se satisface vacíamente.

■

De acuerdo a la figura 4.2, una base 4-conexa que genera a τ es:

$$\mathcal{B} = \{ \{0, 6, 7, 12\}, \{1\}, \{2\}, \{3, 9, 10, 11, 17\}, \{4, 5\}, \{8\}, \{13, 14, 20, 21, 27, 28, 34\}, \{18\}, \{15, 16, 22, 23\}, \{19, 24, 25, 26, 30, 31\}, \{29, 35\}, \{32\}, \{33\} \}$$

Es interesante evidenciar que cada elemento de τ , es decir, cada componente de la partición es un conjunto abierto y cerrado simultáneamente. Dado que un subconjunto de \mathcal{X} es abierto si y solo si es una union de elementos de la partición y entonces su complemento es también abierto.

4.2. Operadores Topológicos

Las relaciones de adyacencia entre elementos básicos de una imagen representan un interés desde lo abstracto a lo real, por tal razón se describen algunos operadores topológicos y sus propiedades con el fin de implementarse computacionalmente. Cabe notar que a partir de la programación de los operadores interior y derivado, es posible obtener los demás operadores aplicando teoremas o propiedades que facilitan la programación, pero principalmente el rendimiento y eficiencia computacional.

Definición 4.2.1. Sea X un espacio topológico y A un subconjunto de X . Un *entorno* de A es un subconjunto de X el cual contiene un conjunto abierto conteniendo a A (Bourbaki, 1989).

Definición 4.2.2. Un subconjunto A de un espacio topológico X se dice que es *cerrado* si el conjunto $X - A$ es abierto (Munkres, 2000).

Dado que los operadores topológicos deben aplicarse a un subconjunto A de la imagen segmentada X , se define un subconjunto arbitrario a partir del ejemplo anterior, donde es delineado en rojo (Figura 4.3) caracterizado por el vector de posiciones $S = \{7, 8, 9, 13, 14, 15, 19, 20, 21, 22, 26, 27\}$ y se evidencia que no es un elemento abierto ni cerrado con respecto a la topología generada por \mathcal{B} .

Figura 4.3: Subárea de Interés.

1	2	3	4	5	5
1	1	6	4	4	4
1	7	7	8	8	4
9	10	7	7	8	8
10	10	10	7	7	11
10	10	12	13	7	11

4.2.1. Interior

Definición 4.2.3. Sea A un subconjunto de un espacio topológico \mathcal{X} . El *interior* de A es la unión de todos los conjuntos abiertos contenidos en A (Munkres, 2000) o en otras palabras es el abierto más grande contenido en A (Figura 4.4). Se nota $int(A)$.

Implementación en IDL 8.0[®]:

```

FUNCTION INTERIOR, base, subset
IN = LIST()
foreach elem, subset do begin
  foreach clases, base do begin
    ;Recorre cada uno de los conjuntos de la base.
    foreach arr, clases do begin
      ;accede a cada uno de los conjuntos abiertos de la base.
      ;Busca la coincidencia de cada elemento del subconjunto
      ;en cada uno de los conjuntos abiertos:
      C = where(arr eq elem)
      if (C ne -1) then begin
        ;evalúa si el básico está contenido en el subconjunto.
        D = setdifference(arr, subset)
        ;Si satisface la contenenencia, agrega dicho elemento.
        if (n_elements(D) eq 0) then IN.Add, elem
        ;Termina el bucle apenas encuentra la coincidencia
        ;dentro de la misma clase.
        BREAK
      endif
    endforeach
    ;Termina el bucle apenas encuentra la coincidencia
    ;dentro de todas las clases.
    if (C ne -1) then BREAK
  endforeach
endforeach

return, IN
END

```

Figura 4.4: Interior de A.

1	2	3	4	5	5
1	1	6	4	4	4
1	7	7	8	8	4
9	10	7	7	8	8
10	10	10	7	7	11
10	10	12	13	7	11

4.2.2. Derivado

Definición 4.2.4. Si A es un subconjunto del espacio topológico X y si $x \in X$, se dice que x es un punto de *acumulación* o punto *límite* de A si cada entorno de x interseca a A en algún punto distinto del propio x (Munkres, 2000). El conjunto de todos los puntos de acumulación se denomina el conjunto *derivado* de A y se nota A' (Figura 4.5).

Implementación en IDL 8.0[®]:

```

FUNCTION DERIVADO, base, subset
DR = LIST()
foreach clases, base do begin
  ;Recorre cada uno de los conjuntos de la base.
  foreach arr, clases do begin
    ;accede a cada uno de los conjuntos abiertos de la base.
    ;success=1 si hay interseccion, 0 si no la hay.
    CIN = setintersection(arr, subset, SUCCESS=success)
    ;Evalua si hay interseccion entre cada básico y el subset.
    if success eq 1 then begin
      ;Recorre cada uno de los elementos de cada básico.
      foreach pix, arr do begin
        ;Definición de punto de acumulación:
        CIN2 = setintersection(subset,...
        ...setdifference(arr,pix),SUCCESS=success2)
        if success2 eq 1 then DR.Add, pix
      endforeach
    endif
  endforeach
endforeach
return, DR
END

```

Figura 4.5: Derivado de A.

1	2	3	4	5	5
1	1	6	4	4	4
1	7	7	8	8	4
9	10	7	7	8	8
10	10	10	7	7	11
10	10	12	13	7	11

4.2.3. Adherencia

Definición 4.2.5. La *adherencia* o *clausura* de un subconjunto A de un espacio topológico X es el conjunto de todos los puntos $x \in X$ tal que cada entorno de x intersecciona a A (Bourbaki, 1989) (Figura 4.6). Se nota \bar{A} .

Proposición. Sean A un subconjunto del espacio topológico X y A' el conjunto derivado de A . Entonces

$$\bar{A} = A \cup A'$$

Figura 4.6: Adherencia de A .

1	2	3	4	5	5
1	1	6	4	4	4
1	7	7	8	8	4
9	10	7	7	8	8
10	10	10	7	7	11
10	10	12	13	7	11

4.2.4. Exterior

Definición 4.2.6. Cada punto que pertenece al interior del complemento de un conjunto A se define como un punto *exterior* de A . El conjunto de dichos puntos es llamado el *exterior* de A en X , y se nota $ext(A)$. Un punto $x \in X$ que es un punto exterior de A es caracterizado por la propiedad: x tiene un entorno que no interseca a A (Bourbaki, 1989) (Figura 4.7).

Proposición. Sean A un subconjunto del espacio topológico X y \bar{A} la adherencia de A . Entonces

$$ext(A) = X - \bar{A} \equiv (\bar{A})^c$$

Figura 4.7: Exterior de A .

1	2	3	4	5	5
1	1	6	4	4	4
1	7	7	8	8	4
9	10	7	7	8	8
10	10	10	7	7	11
10	10	12	13	7	11

4.2.5. Frontera

Definición 4.2.7. Sea A un subconjunto de un espacio topológico X . La *Frontera* de A denotada por FrA , es el conjunto resultado de la diferencia entre la adherencia y el interior de A (Figura 4.8):

$$FrA = \bar{A} - int(A)$$

Figura 4.8: Frontera de A .

1	2	3	4	5	5
1	1	6	4	4	4
1	7	7	8	8	4
9	10	7	7	8	8
10	10	10	7	7	11
10	10	12	13	7	11

Las demostraciones de las propiedades empleadas en los operadores se pueden consultar en Munkres (2000).

4.3. Propiedades Topológicas

Dado un $x \in A$, se dice que es un punto *aislado* en todo el espacio X si y solo si $\{x\}$ es un conjunto abierto. Un conjunto cerrado el cual no tiene puntos aislados es llamado *perfecto* (Bourbaki, 1989). Es decir que, cualquier subconjunto cerrado del espacio topológico X que no sea un punto aislado es perfecto y dado que, cada elemento de la base es abierto y cerrado, y la unión finita de cerrados es cerrada, por consiguiente se tiene que el espacio X es cerrado. La propiedad de un conjunto X de no tener puntos aislados resulta de gran importancia en la clasificación de imágenes satelitales, dado que generalmente en la clasificación y/o segmentación se obtienen dichos elementos que raramente corresponden a información verdadera sobre las coberturas. La propiedad de ser conjunto perfecto se logra conseguir a partir de transformaciones sobre la segmentación empleando herramientas estadísticas de vecindad.

Una imagen segmentada se puede decir que corresponde a un conjunto cociente de la relación de equivalencia definida como k -conexidad entendida como una extensión de la definición 4.1.5. Esto es, dada una partición de un conjunto existe una relación de equivalencia en él de tal manera que las clases de equivalencia coinciden con los componentes de la partición.

A partir de una segmentación determinada sobre un conjunto imagen Π y con una topología partición sobre Π , la cual no depende de una medida directa, es posible definir un espacio seudométrico que induce un espacio topológico seudométrico que coincide con el espacio topológico $(\Pi, \tau_{\mathcal{B}})$, donde $\tau_{\mathcal{B}}$ es la topología partición.

Proposición. *Un conjunto Π con una topología partición generada por una partición \mathcal{B} puede ser interpretado como un espacio pseudo-métrico, a partir de una pseudo-métrica definida*

como:

$$d(x,y) = \begin{cases} 0, & \text{si } x \text{ e } y \text{ están en la misma componente conexa,} \\ 1, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Demostración. i. Sean $x, y \in \Pi$, si $x = y$ luego por definición de d , x está en una misma partición $d(x,y) = d(x,x) = 0$.

ii. Sean $x, y \in \Pi$, si x, y pertenecen a un mismo elemento de la partición, luego y, x también pertenecen, esto es, $d(x,y) = 0$ y $d(y,x) = 0$, es decir, $d(x,y) = d(y,x)$. Por otra parte, si $x \in B_1$ y $y \in B_2$, donde $B_1, B_2 \in \mathcal{B}$ elementos de la partición, entonces $d(x,y) = 1$ y $d(y,x) = 1$, es decir, $d(x,y) = d(y,x)$.

iii. Sean $x, y, z \in \Pi$ puntos distintos,

- Que cada uno pertenece a distintas particiones: $d(x,z) = 1$, $d(x,y) = 1$ y $d(y,z) = 1$. Entonces $d(x,z) = 1 \leq 1 + 1 = d(x,y) + d(y,z)$
- Donde x, y pertenecen a la misma partición y z no: $d(x,y) = 0$, $d(x,z) = 1$ y $d(y,z) = 1$. Así, $d(x,z) = 1 \leq d(x,y) + d(y,z) = 0 + 1 = 1$
- Que todos pertenecen a la misma partición: $d(x,z) = d(x,y) = d(y,z) = 0$, luego $d(x,z) = 0 \leq 0 + 0 = d(x,y) + d(y,z)$

■

Dado que, si $d(x,y) = 0$ entonces no necesariamente $x = y$, esto la define como una métrica degenerada.

4.3.1. Espacios de Funciones

Una manera de caracterizar la clasificación de imágenes satelitales multiespectrales es segmentar banda por banda de manera que se obtengan n -bases topológicas $(\mathcal{B}_1, \mathcal{B}_2, \dots, \mathcal{B}_\alpha, \dots, \mathcal{B}_n)$ igual al número de bandas de la imagen y luego definiendo el producto cartesiano a partir del conjunto de índices A a través de su función de correspondencia, simulando una composición de bandas.

Un último resultado se relaciona con los elementos de la base que generan la topología partición, los cuales conforman un cubrimiento abierto de X , y esto define a X como trivialmente compacto, dado que cualquier cubrimiento por abiertos de X es finito.

Topología Compacto-Abierta

Sean A un conjunto arbitrario y X un espacio topológico. Sea $\mathcal{F}(A, X)$ un espacio de funciones identificado con el conjunto producto $\mathbf{F} = \prod \{X_a : a \in A\}$ donde éste consiste de todas las funciones de A en X y por lo tanto $\mathbf{F} = \mathcal{F}(A, X)$. Para cada elemento

$a \in A$, el mapeo e_a desde alguna función $f \in \mathcal{F}(A, X)$ en X definida por $e_a(f) = f(a)$ es llamada el mapeo de evaluación en a . Bajo la identificación de $\mathcal{F}(A, X)$ con \mathbf{F} , el mapeo e_a coincide con la función proyección π_a desde \mathbf{F} hacia el espacio coordenado $X_a = X$. Teniendo en cuenta que la definición de subbase \mathcal{S} de la topología producto sobre \mathbf{F} consiste de todos los subconjuntos de la forma:

$$\pi_a^{-1}[G] = \{f : \pi_a(f) \in G\}$$

donde $a \in A$ y G es un subconjunto abierto del espacio $X_a = X$. Como $\pi_a(f) = e_a(f) = f(a)$, la definición de subbase \mathcal{S} de la topología producto τ sobre $\mathcal{F}(A, X)$ consiste de todos los subconjuntos de $\mathcal{F}(A, X)$ de la forma:

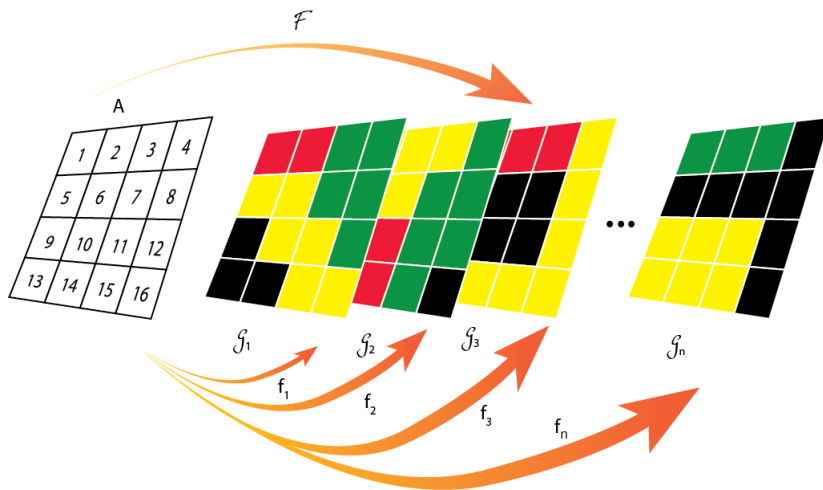
$$\mathcal{S} = \{f : f(a) \in G\}$$

es decir, todas las funciones que mapean un punto arbitrario $a \in A$ en un conjunto abierto G de X . Ésta topología producto sobre $\mathcal{F}(A, X)$ se denomina topología del punto abierto. Sean I y X espacios topológicos, y sea \mathcal{A} la clase de subconjuntos compactos de I y \mathcal{G} la clase de subconjuntos abiertos de X . La topología τ sobre $\mathcal{F}(I, X)$ generada por:

$$\mathcal{S} = \{\mathcal{F}(A, G) : A \in \mathcal{A}, G \in \mathcal{G}\}$$

es llamada la topología compacto-abierta sobre $\mathcal{F}(I, X)$, tal como se muestra en la figura 4.9 y \mathcal{S} es una definición de subbase para τ (Lipschutz, 1965).

Figura 4.9: Generalización de espacios de funciones



Aplicación

Teniendo en cuenta lo anterior, se presenta una aplicación de la topología compacto-abierta con un ejemplo de una imagen de tamaño 3×4 , compuesta por tres bandas segmentadas (Figura 4.10).

Figura 4.10: Índices de la imagen (izq.) con segmentación de tres bandas (der.).

0	1	2	3	1	1	2	2	3	3	3	2	3	4	1	1
4	5	6	7	4	3	2	2	1	3	2	2	4	4	4	1
8	9	10	11	4	3	3	3	1	1	2	4	4	2	2	1

Sea I el espacio topológico formado por la topología partición sobre el conjunto de índices de la imagen de tamaño 3×4 (Figura 4.10 (izq.)). Sea \mathcal{A}_j la clase de la banda j -ésima de subconjuntos compactos de I , que es precisamente la base que genera la topología partición en la banda j , la cual es compacta, como se afirmó anteriormente.

$$\mathcal{A}_1 = \{\{0, 1\}, \{2, 3, 6, 7\}, \{5, 9, 10, 11\}, \{4, 8\}\}$$

$$\mathcal{A}_2 = \{\{0, 1, 2, 5\}, \{3, 6, 7, 10\}, \{4, 8, 9\}, \{11\}\}$$

$$\mathcal{A}_3 = \{\{0\}, \{1, 4, 5, 6, 8\}, \{2, 3, 7, 11\}, \{9, 10\}\}$$

Sea X_j el espacio topológico formado por la topología discreta sobre el conjunto de etiquetas de la banda j . Para este caso: $X_1 = X_2 = X_3 = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}\}$. Sea \mathcal{G}_j la clase de subconjuntos abiertos de la banda j -ésima que coincide con la base topológica compuesta de los subconjuntos singleton de X_j correspondientes a las etiquetas de segmentación. Dado que, $\mathcal{A} = \{\mathcal{A}_j \mid j \in J\}$ y $\mathcal{G} = \{\mathcal{G}_j \mid j \in J\}$, luego, la subbase $\mathcal{S} = \{\mathcal{F}(A, G) : A \in \mathcal{A}, G \in \mathcal{G}\}$, genera la topología compacto-abierta sobre $\mathcal{F}(I, X)$. Como en el ejemplo la imagen se compone de tres bandas, entonces se definen: $f, g, h \in \mathcal{F}(A, G)$:

$$f = \{(0, 1), (1, 1), (2, 2), (3, 2), (4, 4), (5, 3), (6, 2), (7, 2), (8, 4), (9, 3), (10, 3), (11, 3)\}$$

$$g = \{(0, 3), (1, 3), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (5, 3), (6, 2), (7, 2), (8, 1), (9, 1), (10, 2), (11, 4)\}$$

$$h = \{(0, 3), (1, 4), (2, 1), (3, 1), (4, 4), (5, 4), (6, 4), (7, 1), (8, 4), (9, 2), (10, 2), (11, 1)\}$$

Nótese que en general, las funciones $f_j \in \mathcal{F}(A, G)$ no son inyectivas, ya que una misma etiqueta puede corresponder a más de una posición en la imagen, y son sobreyectivas dado que el rango coincide con el conjunto de llegada. Además, las funciones son continuas dado que sus imágenes recíprocas de conjuntos abiertos son a

su vez, conjuntos abiertos en el dominio. Esto es, $\mathcal{A}_j = \{f_j^{-1}(G_j) \mid G_j \text{ es abierto en } \mathcal{G}_j\}$. Por definición, una base de la topología compacto-abierta es la intersección finita de los elementos de la subbase, donde cada elemento básico está determinado por el conjunto de índices de la imagen $H = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$.

$$B_h = \bigcap_{j \in J} \pi_j^{-1}[G_j], \quad h \in H$$

Así, $\mathcal{B} = \{B_h \mid h \in H\}$.

Retomando el ejemplo, $B_h = \pi_1^{-1}[G_1] \cap \pi_2^{-1}[G_2] \cap \pi_3^{-1}[G_3]$

$$\begin{aligned} B_0 &= \{1\} \times \{3\} \times \{3\}, & B_1 &= \{1\} \times \{3\} \times \{4\}, & B_2 &= \{2\} \times \{3\} \times \{1\}, \\ B_3 &= \{2\} \times \{2\} \times \{1\}, & B_4 &= \{4\} \times \{1\} \times \{4\}, & B_5 &= \{3\} \times \{3\} \times \{4\}, \\ B_6 &= \{2\} \times \{2\} \times \{4\}, & B_7 &= \{2\} \times \{2\} \times \{1\}, & B_8 &= \{4\} \times \{1\} \times \{4\}, \\ B_9 &= \{3\} \times \{1\} \times \{2\}, & B_{10} &= \{3\} \times \{2\} \times \{2\}, & B_{11} &= \{3\} \times \{4\} \times \{1\}. \end{aligned}$$

La construcción de la base de la topología compacto-abierta, a partir de la subbase, representa la caracterización topológica de una imagen multiespectral. Nótese que la representación topológica, se generaliza a múltiples bandas, indistintamente de su origen; por ejemplo, si es la imagen original, si proviene de segmentaciones de diferentes técnicas, si es la segmentación de cada banda (evaluar relevancia), etc.

Proposición. *La base \mathcal{B} contruida a partir del conjunto de etiquetas o componentes de la imagen, es un espacio de Hausdorff dado que todos sus entornos son de la forma $\{x\}$.*

En una partición unipuntual de un conjunto X llamada base \mathcal{B} cada elemento $x \in X$ lo contiene exactamente un entorno de la forma $\{x\}$ que nunca se interseca con otro entorno que contenga un punto distinto de x .

Teorema 4.3.1. *Si X es Hausdorff, entonces la topología compacto-abierta sobre $\mathcal{F}(I, X)$ es también Hausdorff.*

Demostración. Sean $f, g \in \mathcal{F}(I, X)$ con $f \neq g$. Entonces $\exists p \in I$ tal que $f(p) \neq g(p)$. Por hipótesis X es Hausdorff, entonces existen subconjuntos abiertos G y H de X tales que, $f(p) \in G$, $g(p) \in H$ y $G \cap H = \emptyset$. Por lo tanto, $f \in \mathcal{F}(p, G)$, $g \in \mathcal{F}(p, H)$ y $\mathcal{F}(p, G) \cap \mathcal{F}(p, H) = \emptyset$. Como el conjunto unipuntual $\{p\}$ es compacto, y además $\mathcal{F}(p, G)$ y $\mathcal{F}(p, H)$ pertenecen a la topología compacto abierta sobre $\mathcal{F}(I, X)$, entonces $\mathcal{F}(I, X)$ es Hausdorff. ■

La aplicación del teorema anterior se deja abierto a investigaciones futuras.

4.3.2. Conclusión del Teorema de la Curva de Jordan

Una aplicación del Teorema de la Curva de Jordan para imágenes digitales es la creación de un conjunto especial para almacenar la imagen a partir de la colección de conjuntos que rodean las regiones segmentadas, sin embargo, no será necesario enunciar el teorema formalmente dada la conclusión que se obtendrá al final de éste apartado. De igual manera, la siguiente definición describe el proceso por el cual una imagen es convertida a una colección de curvas cerradas simples.

Definición 4.3.1. Sea \mathcal{P} una partición de la imagen en subconjuntos 4-conexos, sólo uno de los cuales es no acotado (el borde). El subconjunto de la imagen definido por:

$$S_{\mathcal{P}} = \bigcup_{D \in \mathcal{P}} Fr(\bar{D})$$

es llamado el *croquis* determinado por \mathcal{P} .

Dado \mathcal{P} como en la definición, el croquis determinado por \mathcal{P} es una colección, $S_{\mathcal{P}}$, de conjuntos que son obtenidos al tomar la frontera de la adherencia de cada conjunto en la partición (Adams and Franzosa, 2007).

Debido a que cada conjunto de la partición es abierto y cerrado simultáneamente con respecto a la topología partición, se tiene que para cualquier $B \in \mathcal{B}$:

$$int(B) = B \quad \bar{B} = B$$

A continuación se verá la implicación de la propiedad anterior, donde cada básico que genera la topología partición coincide con su propio interior y adherencia.

$$\begin{aligned} S_{\mathcal{P}} &= \bigcup_{D \in \mathcal{P}} Fr(\bar{D}) \\ &= \bigcup_{D \in \mathcal{P}} Fr(D) && \text{Dado que } \bar{D} = D \\ &= \bigcup_{D \in \mathcal{P}} (\bar{D} - int(D)) && \text{Por definición de Frontera} \\ &= \bigcup_{D \in \mathcal{P}} (D - D) && \text{Por } \bar{D} = D \text{ e } int(D) = D \\ &= \emptyset \end{aligned}$$

Por lo tanto, no tiene sentido la aplicación del Teorema de la Curva de Jordan sobre la topología partición.

4.3.3. Relevancia de las Segmentaciones

Teorema 4.3.2. Sean \mathcal{B} y \mathcal{B}' bases para las topologías τ y τ' , respectivamente, sobre X . Entonces las siguientes afirmaciones son equivalentes:

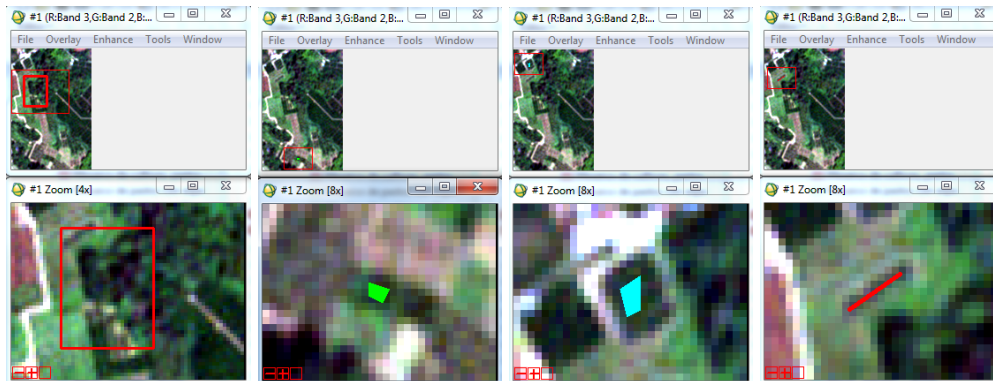
1. τ' es más fina que τ .
2. Para cada $x \in X$ y cada elemento básico $B \in \mathcal{B}$ que contiene a x , existe un elemento básico $B' \in \mathcal{B}'$ tal que $x \in B' \subset B$.

Este teorema puede ser interpretado desde el flujo de trabajo del clasificador de objetos, en las tareas de segmentación y fusión, donde un nivel de escala menor representa una base más fina que genera la topología partición, análogamente, una escala mayor obtendrá una base más gruesa que genera la topología partición.

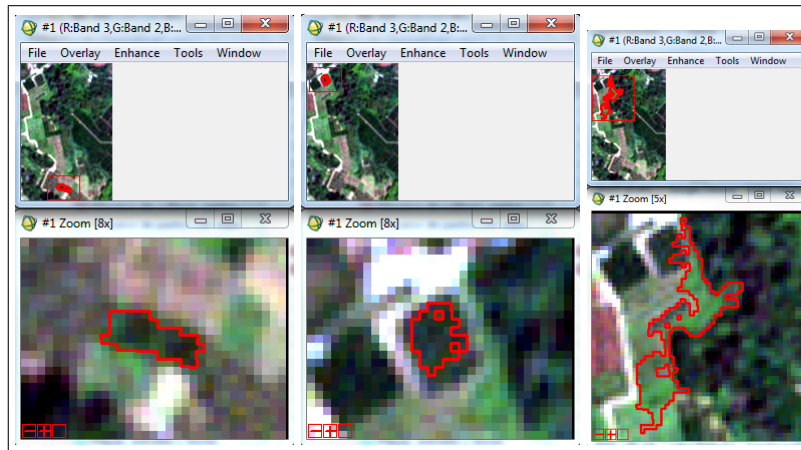
4.4. Caracterización Topológica de regiones de interés

Para el análisis e interpretación de los operadores topológicos, se definieron cuatro áreas de interés construídas de la siguiente manera: La primera región es un rectángulo regular, mientras que, para las siguientes se definieron tres regiones semilla (Figura 4.11).

Figura 4.11: Regiones de interés definidas por el usuario.



Posteriormente, se utiliza un algoritmo de crecimiento de regiones basado en píxeles 4- u 8-vecinos con un umbral determinado en el cual se define un número de desviaciones estándar alrededor de la media de la región semilla. El patrón de crecimiento es calculado empleando una sola banda, que para el caso de una imagen multiespectral automáticamente utiliza la banda roja (ENVI, 2009c). Para este caso se emplearon regiones de píxeles 4-vecinos, un multiplicador de desviaciones

Figura 4.12: Regiones de crecimiento.

estándar igual a 2; es decir que, los píxeles 4-vecinos que caen dentro del 95% de píxeles de la semilla son incluidos en la región de crecimiento (Figura 4.12).

Con la topología partición sobre la imagen y las cuatro regiones de análisis bien definidas, se presentan los resultados de aplicar los operadores topológicos descritos anteriormente.

4.4.1. Caso I

Nótese que esta región la caracteriza la coincidencia entre la adherencia y el derivado (Figuras 4.13, 4.14), lo cual conlleva a que el exterior sea el complemento de cualquiera de los dos. La frontera es una componente conexas no simple (Tabla 4.1).

Figura 4.13: Región 1 (izq.), su interior (cen.) y su derivado (der.).

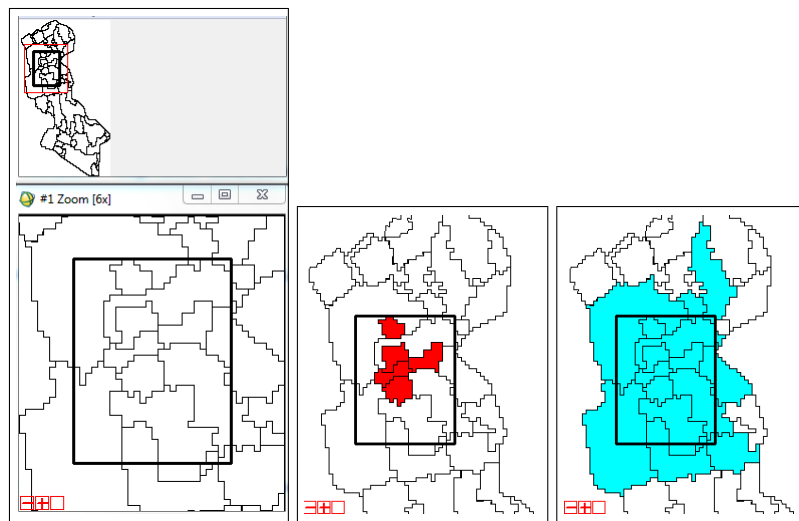


Figura 4.14: Operadores R1: Adherencia (izq.), Frontera (cen.) y Exterior (der.).

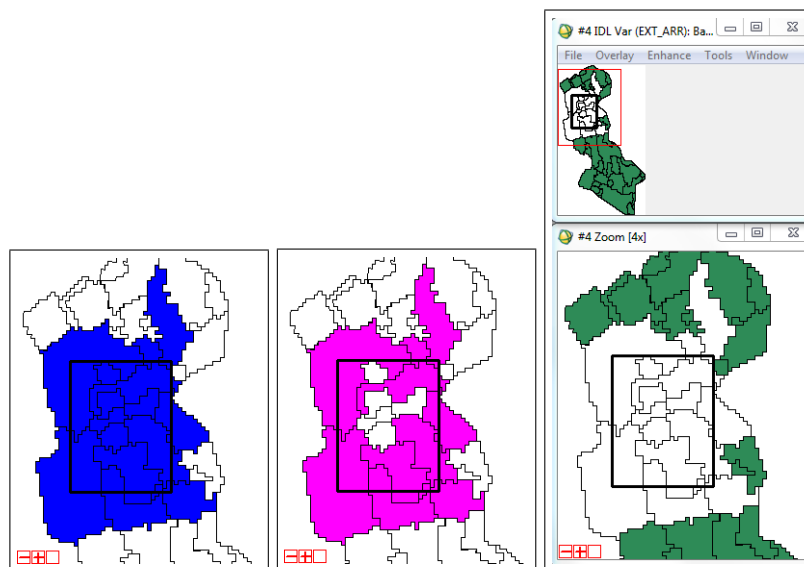


Tabla 4.1: Caracterización Región 1.

R1	Int	Drv	Adh	Frnt	Ext
Comp. Conexas	2	1	1	1	3
Conexidad Simple*	1	1	1	0	1
N. Regiones	5	16	16	11	40
N. Píxeles	183	2014	2014	1831	4409
N. Huecos	0	0	0	2	0

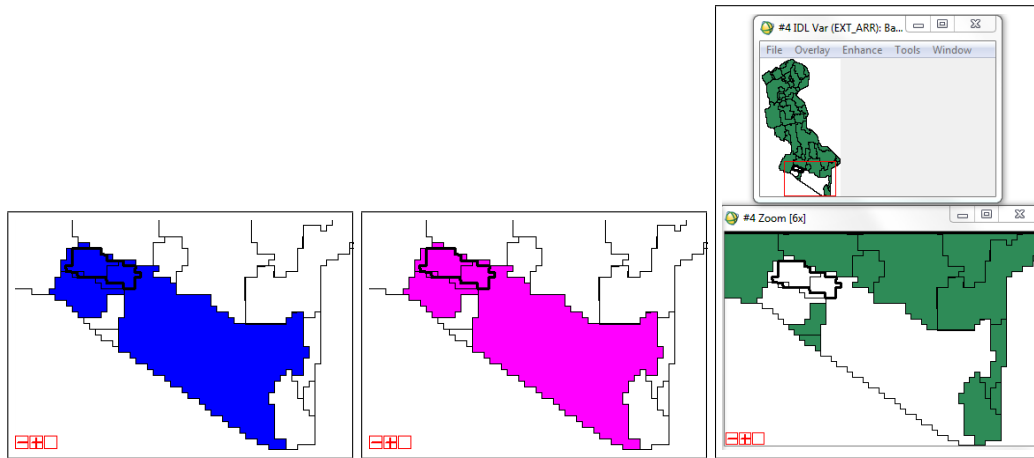
* *Conexa simple: 1, Conexa no simple: 0*

4.4.2. Caso II

Para este caso el interior de la región es el conjunto vacío (Figura 4.15). Como la frontera coincide con la adherencia, el exterior es el complemento de cada una de ellas (Figura 4.16). Un detalle particular es que una componente del derivado tiene un "hueco" de un píxel, esto se debe a que el píxel es la única intersección con dicha componente, luego al excluirlo, la intersección es vacía (Tabla 4.2). Por ello, se diferencia claramente de la adherencia y la frontera. Esto muestra que al calcular el conjunto derivado de una región cualquiera, no necesariamente se obtendrán componente(s) de uniones de básicos, en otras palabras, el derivado no necesariamente es abierto y cerrado.

Figura 4.15: Región 2 (izq.), su interior (cen.) y su derivado (der.).



Figura 4.16: Operadores R2: Adherencia (izq.), Frontera (cen.) y Exterior (der.).**Tabla 4.2:** Caracterización Región 2.

R2	Int	Drv	Adh	Frnt	Ext
Comp. Conexas	0	1	1	1	2
Conexidad Simple*	N/A	0	1	1	1
N. Regiones	0	3	3	3	53
N. Píxeles	0	651	652	652	5771
N. Huecos	0	1	0	0	0

* *Conexa simple: 1, Conexa no simple: 0*

4.4.3. Caso III

Nótese que la región tiene dos huecos, es decir no es simplemente conexa, sino conexa. El interior de la región es vacío (Tabla 4.4), esto se debe a que la región está contenida en un básico, así que no existe ningún básico contenido en la región. Por otro lado, el derivado, la adherencia y la frontera coinciden, mientras que, el exterior es el complemento del derivado, por ende, de la adherencia y la frontera (Figuras 4.17 y 4.18).

4.4.4. Caso IV

La región de interés tiene tres huecos. El interior es vacío (Tabla 4.4). El derivado no es ni abierto ni cerrado (Figura 4.19). La adherencia y la frontera del área de interés son iguales, además de no ser simplemente conexas; el exterior es el complemento de la adherencia (y la frontera) (Figura 4.20).

Una característica común es que ninguna de las cuatro regiones es abierta o ce-

Figura 4.17: Región 3 (izq.), su interior (cen.) y su derivado (der.).

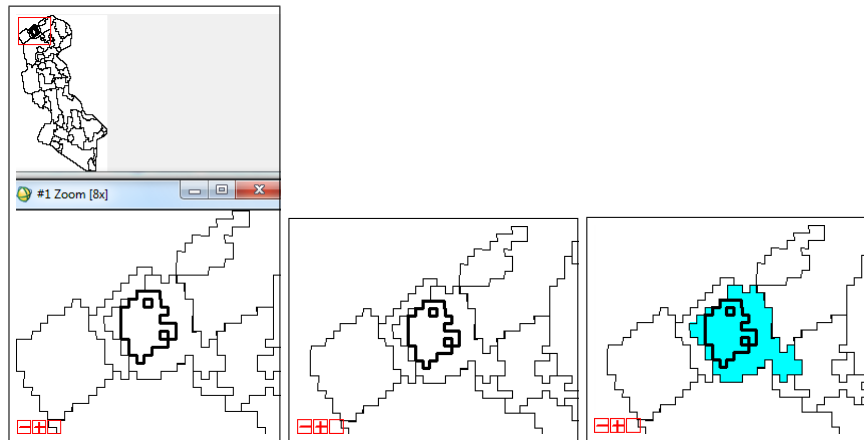


Figura 4.18: Operadores R3: Adherencia (izq.), Frontera (cen.) y Exterior (der.).

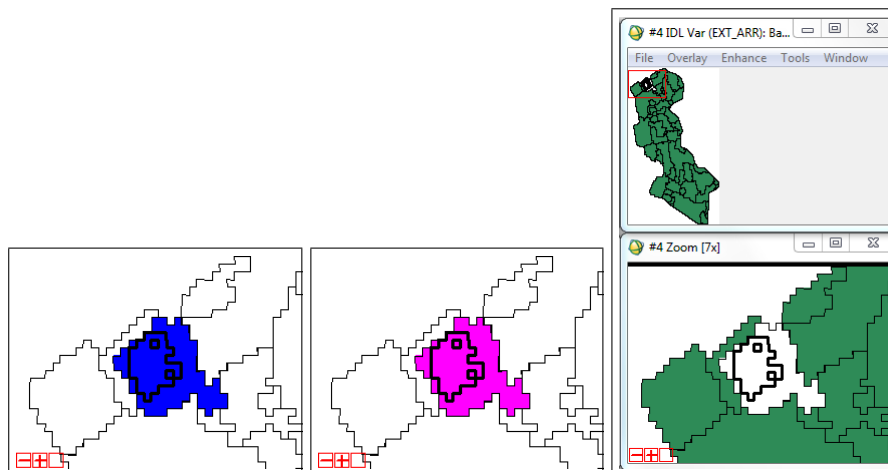


Figura 4.19: Región 4 (izq.), su interior (cen.) y su derivado (der.).

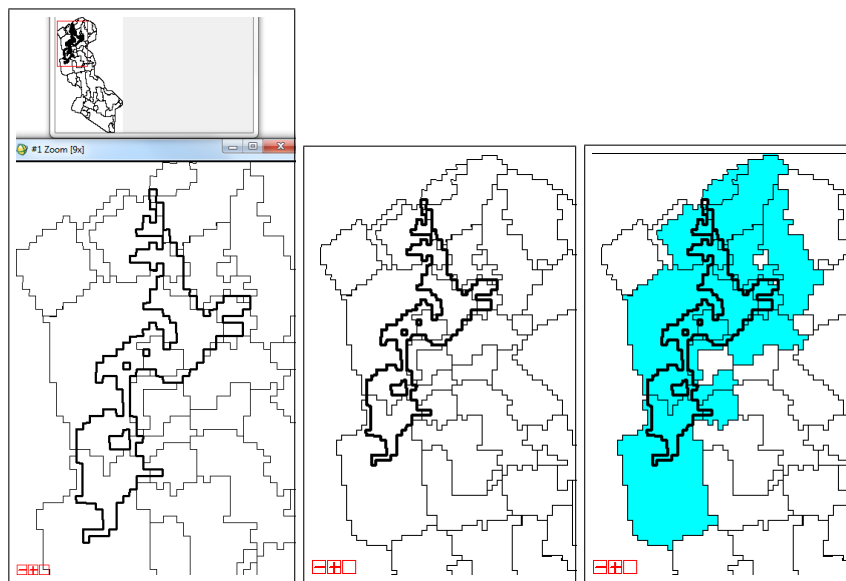


Figura 4.20: Operadores R4: Adherencia (izq.), Frontera (cen.) y Exterior (der.).

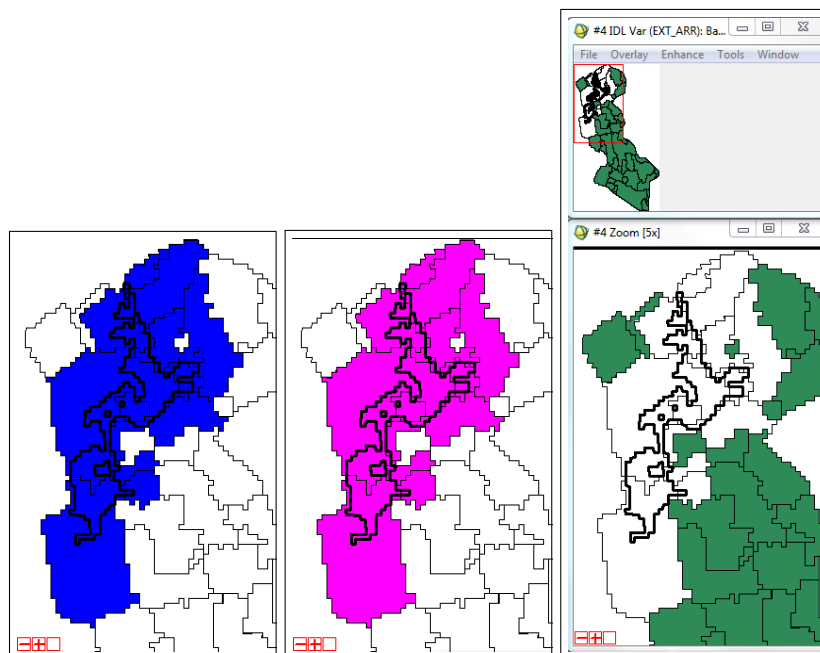


Tabla 4.3: Caracterización Región 3.

R3	Int	Drv	Adh	Frnt	Ext
Comp. Conexas	0	1	1	1	1
Conexidad Simple*	N/A	1	1	1	1
N. Regiones	0	1	1	1	55
N. Píxeles	0	114	114	114	6309
N. Huecos	0	0	0	0	0

* *Conexa simple: 1, Conexa no simple: 0*

Tabla 4.4: Caracterización Región 4.

R4	Int	Drv	Adh	Frnt	Ext
Comp. Conexas	0	1	1	1	4
Conexidad Simple*	N/A	0	0	0	1
N. Regiones	0	12	12	12	44
N. Píxeles	0	1607	1609	1609	4814
N. Huecos	0	2	1	1	0

* *Conexa simple: 1, Conexa no simple: 0*

rrada, debido a que no coinciden con su interior ni adherencia, respectivamente. Así que, la única manera que una región sea abierta por ejemplo, es que coincida con cualquier básico o unión de básicos y simultáneamente sería cerrada como se mencionó anteriormente. Inversamente, si se elige una región tal que, sea un básico o unión de básicos; al ser abierta, coincide con su interior; y por ser cerrada coincide con su adherencia; su derivado y su frontera siempre serán el conjunto vacío, y el exterior será precisamente el complemento de la región. Esto también se cumple si se elige una región disconexa.

4.4.5. Aplicaciones

Dentro del análisis espacial y de atributos que se ha realizado, se han encontrado dos aplicaciones: la primera relaciona los operadores topológicos y las relaciones espaciales que realizan comunmente las aplicaciones de cartografía digital, la segunda está asociada a una propiedad fundamental de la topología matemática que es la conexidad, la cual la posee un espacio topológico que no tiene una separación en un par de conjuntos abiertos disjuntos no triviales del espacio y cuya unión es el mismo espacio en cuestión. Ambas aplicaciones tienen en común la asociación de la topología matemática con los sistemas de información geográfica.

Relaciones espaciales

Con el fin de evaluar la equivalencia entre los operadores topológicos descritos y determinadas relaciones espaciales se utilizó la aplicación OpenJUMP, el cual es un software de Sistemas de Información Geográfica (SIG) de código abierto escrito en lenguaje de programación de Java. Es desarrollado y mantenido por un grupo de voluntarios alrededor del mundo (JPP, 2011). Luego de realizar un ejercicio conceptual y de evaluación, se encontró que cuatro de los cinco operadores, estos son: el interior, la adherencia, la frontera y el exterior, tienen su operación equivalente en el ámbito de los SIG, como en el ejemplo del operador interior que se presenta en la figura 4.21.

Figura 4.21: Interfaz de OpenJump con el operador interior (sombreado).

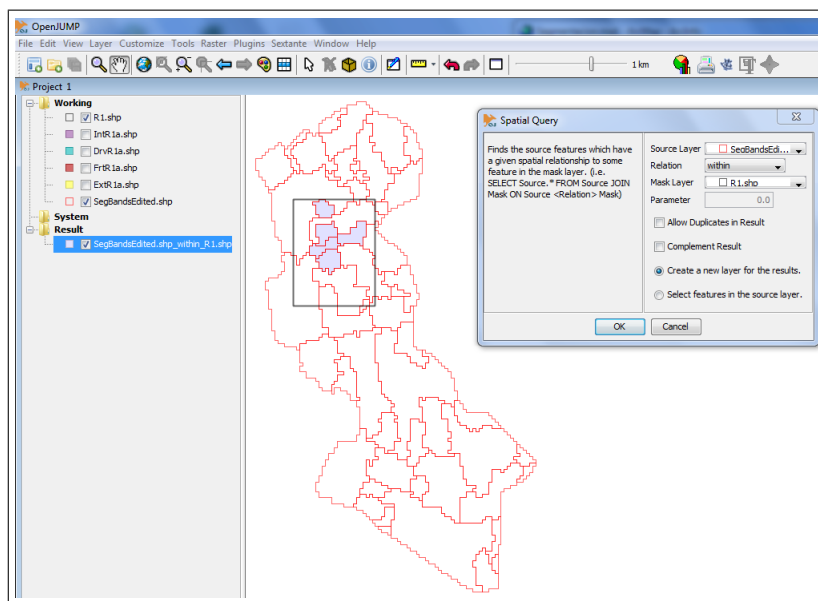


Tabla 4.5: Equivalencia de operadores topológicos

Operador Topológico	OpenJUMP: Spatial relationship
Interior	$X \text{ within } A, X \text{ is covered by } A$
Frontera	$X \text{ overlaps } A$
Adherencia	$(X \text{ intersects } A) - (X \text{ touches } A)$
Exterior	$(X \text{ disjoint } A) \cup (X \text{ touches } A)$

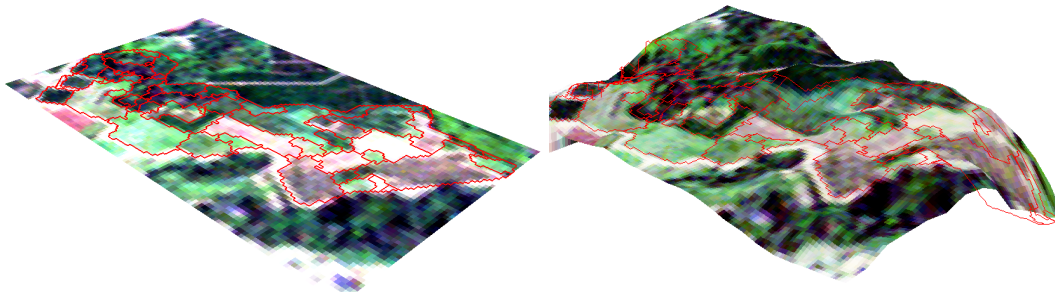
Si bien las relaciones espaciales tiene caracter en mayor medida geométrico que topológico, los operadores son puramente topológicos donde se ha probado que el

interior puede ser representado por dos operaciones geométricas, la frontera una única relación geométrica, mientras que la adherencia y el exterior requieren de la combinación de dos operadores geométricos.

Conexidad

Partiendo de que en el contexto de la información geográfica, la topología se utiliza comúnmente para describir la conectividad de un elemento n-dimensional, la cual es una propiedad invariante bajo la transformación continua de dicho elemento (iso, 2003). Más precisamente, dos espacios topológicos son *topológicamente equivalentes* (homeomorfos o del mismo tipo topológico) si existe una función biyectiva entre ellos, que conserva una correspondencia biyectiva entre los conjuntos abiertos en las respectivas topologías. Ésta función la cual es continua con una función inversa continua es llamada un homeomorfismo. Ejemplos de homeomorfismo son las nociones Euclidianas de traslación, rotación, escala e inclinación, tal como se realiza en los proceso de proyección, rectificación y ortorrectificación cartográfica. Las propiedades de espacios topológicos que se preservan bajo homeomorfismos son llamadas invariantes topológicos de los espacios. Aquí es donde se presenta la propiedad de conexidad y características de operadores topológicos como homeomorfismos a través de la dimensión espacial (Figura 4.22).

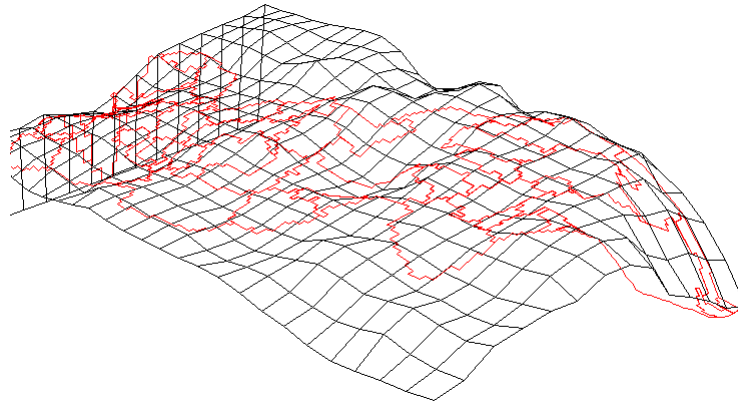
Figura 4.22: Área de estudio bidimensional(izq.) y tridimensional(der.)



En la figura 4.23 se evidencia que la geometría de los píxeles cambia en función de la dimensión pero como ya se ha comentado, los operadores topológicos y sus características son invariantes a dicha representación topográfica, que es más cercana a la realidad.

4.4.6. Discusión

Hasta aquí se ha cumplido el objetivo general a cabalidad, ya que se ha obtenido una caracterización topológica de regiones de interés, además de un aporte muy relevante que es la representación de imágenes multiespectrales, es decir de teóricamente

Figura 4.23: Deformación geométrica de píxeles

infinitas bandas. Dichas características identifican un nivel de generalidad superior a las técnicas convencionales, dado que los atributos que se obtienen comunmente, tanto matemáticos como estadísticos dependen de métricas que normalmente es la euclidiana; mientras que las características topológicas son invariantes a la dimensión y a la propiedad de conexidad, esto es el cumplimiento del segundo y último objetivo específico que relaciona las técnicas convencionales con los avances de las técnicas topológicas presentadas. Todo ello, induciendo un conjunto de relaciones espaciales entre la geometría clásica y la topología matemática, que se presume no se ha evidenciado en la literatura y que propone una mirada a trabajos futuros en el área de las ciencias de la computación donde será necesario verificar la conveniencia y oportunidad de implementación.

Conclusiones y Recomendaciones

Conclusiones

- Se definió un procedimiento para correlacionar firmas espectrales de campo e imágenes satelitales con el interés de aproximar y caracterizar coberturas.
- Se caracterizaron topológicamente regiones de interés sobre una imagen segmentada.
- Se definió una representación topológica de imágenes multiespectrales con el interés de evaluar relevancia de segmentaciones.
- Las mediciones de firmas espectrales en campo, implican tener en cuenta la variabilidad de brillo solar, debido a que esto influye considerablemente en la calibración del equipo.
- La segmentación y cálculo de firmas de espectros de la imagen, previo a captura de firmas de campo es un validador plausible de las cantidades de reflectancia espectral.
- Es necesario revisar la normalización de firmas remuestreadas de campo, dado que el algoritmo que se utilizó está diseñado para firmas hiperespectrales y esto ocasiona sobreestimación de la dimensión de los datos.

Recomendaciones

- Ajustar la metodología de captura de firmas espectrales en campo y evaluar el modelo de coincidencia de firmas.
- Construir topologías metrizable entre firmas espectrales de coberturas con el fin de encontrar bandas de información más discriminantes.
- Evaluar relevancia de bandas segmentadas a partir de proyecciones de espacios de funciones.

- Utilizar la propiedad Hausdorff de la topología compacto-abierta sobre $\mathcal{F}(I, X)$, tal como se definió, para hallar nuevas propiedades.
- A partir de la topología partición construir la relación con la topología cociente.
- Definir una relación entre la topología de la partición y la topología del plano digital con el fin de aplicar el teorema de separación de Jordan.

Bibliografía

- (2003). *ISO 19107 Geographic Information - Spatial Schema*. International Organization for Standardization.
- Adams, C. and Franzosa, R. (2007). *Introduction to topology pure and applied*. Prentice Hall.
- Apogee, I. (2008). *Spectroradiometer Owners Manual*. Apogee Instruments Inc.
- Benz, U. (2001). Definiens imaging gmbh: Object-oriented classification and feature detection. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Society Newsletter*, pages 16–20.
- Bourbaki, N. (1989). *Elements of Mathematics, General Topology*. Number Chapters 1-4. Springer-Verlag, Germany.
- Castillo, O. (2008). Discriminante de Fischer para el mejoramiento del cálculo de áreas de café en los municipios El Pital y El Agrado, departamento del Huila, Colombia.
- Cenicafé, F. (2011). *Anuario Meteorológico Cafetero 2010*. Cenicafé, Chinchiná (Colombia).
- Chuvieco S., E. (2002). *Teledeteccion Ambiental*. Ariel S.A., Barcelona.
- Clark, R. N. (1999). *Spectroscopy of Rocks and Minerals, and Principles of Spectroscopy*, volume 3, chapter 1, pages 3–58. John Wiley and Sons Inc.
- Clark, R. N., Gallagher, A. J., and Swayze, G. A. (1990). Material absorption band depth mapping of imaging spectrometer data using the complete band shape leastsquares algorithm simultaneously fit to multiple spectral features from multiple materials. In *Proceedings of the Third Airborne Visible/Infrared Imaging Spectrometer (AVIRIS) Workshop*, pages 176–186. JPL Publication 90-54.
- Clark, R. N., Swayze, G. A., Gallagher, A. J., Gorelick, N., and Kruse, F. A. (1991). Mapping with imaging spectrometer data using the complete band shape least-squares algorithm simultaneously fit to multiple spectral features from multiple

- materials. In *Proceedings of the Third Airborne Visible/Infrared Imaging Spectrometer (AVIRIS) Workshop*, pages 2–3. JPL Publication 91-28.
- Crouch, S. and Skoog, D. A. (2007). *Principles of instrumental analysis*. Thomson Brooks/Cole, Australia.
- ENVI (2009a). *ENVI Feature Extraction Module User Guide*. Exelis VIS.
- ENVI (2009b). *ENVI Tutorial: Hyperspectral Signatures and Spectral Resolution*. Exelis VIS.
- ENVI (2009c). *ENVI User's Guide*. Exelis VIS.
- ERDAS (2010). *Erdas Field Guide*. Erdas Inc., Norcross, USA.
- FNC (2006). *Monitoreo de áreas de café con imágenes satelitales*. Gerencia Técnica, Bogotá.
- Geosystems, L. (2005). *Erdas 9.1 Classification Manual*. Geospatial Imaging, LLC.
- Haboudane, D., Miller, J. R., Tremblay, N., Zarco-Tajada, P. J., and Dextraze, L. (2002). Integrated narrow-band vegetation indices for prediction of crop chlorophyll content for application to precision agriculture. *Remote Sensing of Environment*, (81):416–426.
- Herold, M., Guenther, S., and Clarke, K. C. (2003). *Mapping Urban Areas in the Santa Barbara South Coast using IKONOS and eCognition*, volume 4. Definiens ImgbH.
- Jensen, J. R. (2005). *Introductory digital image processing: a remote sensing perspective*. Prentice Hall, New Jersey.
- JPP (2011). Open jump.
- Kaufmann, Y. J., Wald, A. E., Remer, L. A., Gao, B. C., Li, R. R., and Flynn, L. (1997). The modis 2.1- μ m channel-correlation with visible reflectance for use in remote sensing of aerosol. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 35:1286–1298.
- Khalimsky, E., Kopperman, R., and Meyer, P. R. (1990). Boundaries in digital planes. *Journal of Applied Mathematics and Stochastic Analysis*, 3(1):27–55.
- Konecny, G. (2003). *Geoinformation: Remote Sensing, Photogrammetry and Geographic Information Systems*. Taylor & Francis, New York.
- Kong, T. Y., Kopperman, R., and Meyer, P. R. (1991). A topological approach to digital topology. *The American Mathematical Monthly*, 98(10):901–917.

- Kong, T. Y. and Rosenfeld, A. (1989). Digital topology: Introduction and survey. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, (48):357–393.
- Kovalevsky, V. A. (1989). Finite topology as applied to image analysis. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, (46):141–161.
- Landis, J. R. and Koch, G. G. (1977). The measurement of observer agreement for categorical data. *Biometrics*, 33.
- Lipschutz, S. (1965). *General Topology*. McGraw-Hill.
- Liu, X., Zhu, G., Jia, Z., and Li, Q. (2008). Hierarchical image representation based on digital topology for bridging remote sensing and gis. In *Congress on Image and Signal Processing*.
- Lobo, J. M. (2009). Construcción e implementación de firmas espectrales en café.
- Matthew, M. W., Adler-Golden, S. M., Berk, A., Richtsmeier, S. C., Levine, R. Y., Bernstein, L. S., Acharya, P. K., Anderson, G. P., Felde, G. W., Hoke, M. P., Ratkowski, A., Burke, H.-H., Kaiser, R. D., and Miller, D. P. (2000). Status of atmospheric correction using a modtran4-based algorithm. *SPIE Proceedings, Algorithms for Multispectral, Hyperspectral, and Ultraspectral Imagery VI*, (4049):199–207.
- Mesa, H. and Restrepo, G. (2011). Chemotopology: beyond neighbourhoods. *Current Computer-Aided Drug Design*, 7:90–97.
- Milman, A. S. (1999). *Mathematical Principles of Remote Sensing: Making Inferences from Noisy Data*. Ann Arbor Press, Ann Arbor, MI.
- Moreu, M. T. (2006). Algoritmos de adelgazamiento.
- Mulligan, J. R. (1980). *Practical Physics: The Production and Conservation of Energy*. McGraw-Hill, New York.
- Munkres, J. R. (2000). *Topology*. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ.
- Muñoz, L. G. (2012). *Informe del Gerente General 2011. Caficultura Climáticamente Inteligente*. LXXVI Congreso Nacional de Cafeteros 2011. Federación Nacional de Cafeteros de Colombia.
- Nakamura, Y. and Shidama, Y. (1996). A theory of function lattices on finite topological spaces for image processing. *En español: Análisis Matemático del Instituto de atención registrada*, (975):163–175.

- RapidEye (2011). Satellite imagery product specifications. Technical report, RapidEye AG.
- Restrepo, G., Mesa, H., Llanos, E., and Villaveces, J. L. (2004). Topological study of the periodic system. *Journal Of Chemical Information And Computer Sciences*, 44:68–75.
- Rosenfeld, A. (1979). Digital topology. *The American Mathematical Monthly*, pages 621–630.
- Song, C., Woodcock, C. E., Soto, K. C., Lenney, M. P., and Macomber, S. A. (2001). Classification and change detection using landsat tm data: When and how to correct atmospheric effects? *Remote Sensing of Environment*, (75):230–244.
- Townshend, J. R. G., Huang, C., Kalluri, C., DeFries, R., Liang, S., and Yang, K. (2000). Beware of per-pixel characterization of land cover. *International Journal of Remote Sensing*, 21(4):839–843.