

# Levantamientos **TOPOGRÁFICOS**

LUIS GIL, L



UNIVERSIDAD  
**NACIONAL**  
DE COLOMBIA  
SEDE MEDELLÍN  
FACULTAD DE MINAS

# Levantamientos Topográficos

León S. Gil Lora

# Levantamientos Topográficos

Luis E. Gil León



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA**

SEDE MEDELLÍN  
FACULTAD DE MINAS

526.9825

G45 Gil León, Luis Evelio

Levantamientos topográficos / Luis E. Gil León. -- 5. ed. -- Medellín :  
Universidad Nacional de Colombia (Medellín). Facultad de Minas,  
1999.

181 p. : il., planos.

1. TOPOGRAFÍA. 2. TOPOGRAFÍA -- ESTUDIO Y ENSEÑANZA.  
3. TOPOGRAFÍA -- APARATOS E INSTRUMENTOS. 4. LEVANTAMIENTO  
DE PLANOS. I. Tit.

Levantamientos Topográficos

© Luis Evelio Gil León

© Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín

ISBN : 978-958-761-206-6

1a edición 1986

2a edición 1988

3a edición 1995

4a edición 1998

5a edición 1999

8a reimpresión abril de 2012, 300 ejemplares

9a reimpresión agosto de 2015, 200 ejemplares

Diseño de Carátula: María Piedad León Cáceres

Diagramación: María Piedad León Cáceres

Impresión: Universidad Nacional de Colombia

Sede Medellín

Centro de Publicaciones

Tel: (4)4309770 - (4)4309775

e-mail: cenpubli\_med@unal.edu.co

Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra, por cualquier  
medio, sin autorización escrita de la Universidad Nacional y de sus  
autores.

## LA ESCUELA NACIONAL DE MINAS

Hace cien años empezó La Escuela  
A triangular la Patria en un tablero.  
Era casi una Fonda Caminera  
Y el sabio profesor era u arriero.

A la agónica lumbre de una vela  
Ecuaciones de Newton y Copérnico;  
Tabla de logaritmos, una esfera,  
Un tránsito de lata y un cuaderno.

Euclides, un compás, Geometría,  
Con bigote genial Don Tulio Ospina  
Y la Montaña en cerrazón de montes.

Cien años hace que empezó la historia  
De una Escuela que es para Colombia  
Fábrica de caminos y horizontes.

Jorge Robledo Ortíz  
Octubre, 1987

# TABLA DE CONTENIDO

Pág.

## LISTA DE TABLAS

## LISTA DE FIGURAS

## INTRODUCCIÓN

|           |                                                              |           |
|-----------|--------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1.</b> | <b>APUNTES SOBRE TOPOGRAFÍA</b>                              | <b>1</b>  |
| 1.1       | OBJETO DE LA TOPOGRAFÍA                                      | 1         |
| 1.2       | TIPOS DE LEVANTAMIENTOS                                      | 1         |
| 1.3       | PARTES QUE CONFORMAN UN LEVANTAMIENTO TOPOGRÁFICO            | 1         |
| 1.4       | ELECCIÓN DE INSTRUMENTOS Y MÉTODOS                           | 1         |
| 1.5       | TRABAJO DE CAMPO                                             | 2         |
| 1.5.1     | Comprobación de los instrumentos                             | 2         |
| 1.5.2     | Sugerencias para el manejo adecuado de los instrumentos      | 3         |
| 1.5.3     | Cuidado del equipo                                           | 6         |
| 1.5.4     | Ejecución de las medidas de campo                            | 7         |
| 1.5.5     | Registro de las medidas de campo                             | 7         |
| 1.6       | CÁLCULOS                                                     | 9         |
| 1.6.1     | Introducción                                                 | 9         |
| 1.6.2     | Métodos de cálculo                                           | 9         |
| 1.6.3     | Recomendaciones para la elaboración de cálculos              | 10        |
| 1.7       | DIBUJO DEL LEVANTAMIENTO                                     | 10        |
| 1.7.1     | Introducción                                                 | 10        |
| 1.7.2     | Partes de un dibujo topográfico                              | 11        |
| 1.7.3     | Situación de los puntos                                      | 11        |
| 1.7.4     | Dibujo por medios electrónicos                               | 11        |
| 1.7.5     | Sugerencias para el dibujo de un levantamiento topográfico   | 11        |
| 1.8       | REPLANTEO                                                    | 13        |
| 1.9       | AUTOMÁTICAMENTE DESDE LOS DATOS DE CAMPO HASTA EL PLANO      | 14        |
| <b>2.</b> | <b>MEDIDAS DE DISTANCIAS: MÉTODOS, ERRORES Y PRECISIONES</b> | <b>15</b> |
| 2.1       | GENERALIDADES                                                | 15        |
| 2.1.1     | Errores                                                      | 15        |

|       | <b>Pág.</b>                                             |    |
|-------|---------------------------------------------------------|----|
| 2.1.2 | Métodos de medidas de distancias horizontales           | 16 |
| 2.1.3 | Precisión                                               | 16 |
| 2.2   | TRABAJO DE CAMPO                                        | 16 |
| 2.3   | CÁLCULOS                                                | 17 |
| 2.4   | DIBUJO                                                  | 18 |
| 2.5   | EJEMPLO                                                 | 18 |
| <br>  |                                                         |    |
| 3.    | <b>LEVANTAMIENTO CON CINTA</b>                          | 23 |
| 3.1   | GENERALIDADES                                           | 23 |
| 3.2   | TRABAJO DE CAMPO                                        | 24 |
| 3.3   | CÁLCULOS                                                | 25 |
| 3.4   | DIBUJO                                                  | 26 |
| 3.5   | EJEMPLOS                                                | 27 |
| <br>  |                                                         |    |
| 4.    | <b>LEVANTAMIENTO CON BRÚJULA Y CINTA</b>                | 34 |
| 4.1   | GENERALIDADES                                           | 34 |
| 4.2   | TRABAJO DE CAMPO                                        | 35 |
| 4.3   | CÁLCULOS                                                | 36 |
| 4.4   | DIBUJO                                                  | 37 |
| 4.5   | EJEMPLO                                                 | 37 |
| <br>  |                                                         |    |
| 5.    | <b>LEVANTAMIENTO POR INTERSECCIÓN</b>                   | 42 |
| 5.1   | GENERALIDADES                                           | 42 |
| 5.2   | TRABAJO DE CAMPO                                        | 43 |
| 5.3   | CÁLCULOS                                                | 43 |
| 5.4   | DIBUJO                                                  | 46 |
| 5.5   | EJEMPLO                                                 | 47 |
| <br>  |                                                         |    |
| 6.    | <b>LEVANTAMIENTO CON TEODOLITO Y CINTA</b>              | 53 |
| 6.1   | GENERALIDADES                                           | 53 |
| 6.2   | TRABAJO DE CAMPO                                        | 54 |
| 6.3   | CÁLCULOS                                                | 54 |
| 6.4   | DIBUJO                                                  | 55 |
| 6.5   | EJEMPLO                                                 | 55 |
| <br>  |                                                         |    |
| 7.    | <b>LEVANTAMIENTO CON AMARRES A LA RED<br/>GEODÉSICA</b> | 60 |
| 7.1   | GENERALIDADES                                           | 60 |
| 7.2   | TRABAJO DE CAMPO                                        | 61 |
| 7.3   | CÁLCULOS                                                | 62 |
| 7.4   | DIBUJO                                                  | 63 |
| 7.5   | EJEMPLO                                                 | 63 |

|                                                                      | <b>Pág.</b> |
|----------------------------------------------------------------------|-------------|
| <b>8. NIVELACIÓN DE PRECISIÓN ORDINARIA</b>                          | <b>71</b>   |
| <b>9. LLEVANTAMIENTO A TAQUIMETRÍA</b>                               | <b>74</b>   |
| 9.1 GENERALIDADES                                                    | 74          |
| 9.2 TRABAJO DE CAMPO                                                 | 75          |
| 9.3 CÁLCULOS                                                         | 76          |
| 9.4 DIBUJO                                                           | 78          |
| 9.5 EJEMPLO                                                          | 78          |
| <b>10. AMARRE PLANIMÉTRICO POR INTERSECCIÓN INVERSA</b>              | <b>84</b>   |
| 10.1 GENERALIDADES                                                   | 84          |
| 10.2 PROBLEMA DE POTHEHOT                                            | 85          |
| 10.3 PROBLEMA DE HANSEN                                              | 85          |
| <b>11. AMARRE PLANIMÉTRICO POR EL MÉTODO DE LA ESTACIÓN LIBRE</b>    | <b>91</b>   |
| <b>12. LEVANTAMIENTO ALTIPLANIMÉTRICO POR PUNTOS DE CONTROL</b>      | <b>94</b>   |
| 12.1 GENERALIDADES                                                   | 94          |
| 12.2 MEDICIÓN ELECTRÓNICA DE DISTANCIAS                              | 94          |
| 12.3 TRABAJO DE CAMPO                                                | 95          |
| 12.4 CÁLCULOS                                                        | 95          |
| 12.5 DIBUJO                                                          | 96          |
| 12.6 EJEMPLO                                                         | 96          |
| <b>13. TRAZADO DE UN TRAMO DE CARRETERA</b>                          | <b>101</b>  |
| 13.1 LOCALIZACIÓN DEL EJE                                            | 101         |
| 13.2 NIVELACIÓN DEL EJE Y SECCIONES TRANSVERSALES POR COTAS REDONDAS | 102         |
| 13.3 PERFIL LONGITUDINAL Y RASANTE                                   | 102         |
| 13.4 ESTACAS DE CHAFLÁN                                              | 103         |
| 13.5 CÁLCULOS Y DIBUJOS                                              | 103         |
| <b>14. EL SISTEMA GLOBAL DE POSICIONAMIENTO</b>                      | <b>114</b>  |
| 14.1 LOS SISTEMAS DE POSICIONAMIENTO                                 | 114         |
| 14.2 PRINCIPIOS DE FUNCIONAMIENTO DEL GPS                            | 114         |
| 14.2.1 Qué es el GPS?                                                | 114         |
| 14.2.2 Intersección satelital                                        | 115         |

|                                       | <b>Pág.</b>                                                                                                                 |         |
|---------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| 14.2.3                                | Medida de las distancias a los satélites                                                                                    | 116     |
| 14.2.4                                | Obtención del tiempo exacto                                                                                                 | 117     |
| 14.2.5                                | Posición de los satélites en el espacio                                                                                     | 119     |
| 14.2.6                                | Retrasos ionosféricos y atmosféricos                                                                                        | 120     |
| 14.2.7                                | Otras clases de errores                                                                                                     | 121     |
| 14.2.8                                | Promedio de los errores                                                                                                     | 121     |
| 14.2.9                                | Geometría de la posición de los satélites                                                                                   | 121     |
| 14.2.10                               | Precisión del GPS (Un receptor)                                                                                             | 122     |
| 14.2.11                               | El código semi-aleatorio                                                                                                    | 123     |
| 14.2.12                               | GPS diferencial – Alta precisión                                                                                            | 103     |
| 14.3                                  | CLASES DE RECEPTORES                                                                                                        | 124     |
| 14.4                                  | TRABAJOS TOPOGRAFICOS CON GPS - MÉTODOS<br>Y PRECISIONES                                                                    | 124     |
| 14.4.1                                | Obtención y grabación de datos                                                                                              | 124     |
| 14.4.2                                | Topografía estática                                                                                                         | 125     |
| 14.4.3                                | Topografía semi-estática                                                                                                    | 125     |
| 14.4.4                                | Topografía cinemática                                                                                                       | 125     |
| 14.4.5                                | Topografía en tiempo real                                                                                                   | 125     |
| 14.5                                  | PROCESAMIENTO DE DATOS                                                                                                      | 126     |
| 14.6                                  | RESUMEN DE MÉTODOS Y PRECISIONES                                                                                            | 126     |
| 14.7                                  | TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS<br>GEOGRÁFICAS A PLANAS                                                                       | 126     |
| 15.                                   | <b>MEDIDA DE ÁREAS CON PLANÍMETRO</b>                                                                                       | 128     |
| <br><b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> |                                                                                                                             | <br>130 |
| <b>ANEXO 1.</b>                       | TABLA CALCULADA POR <i>ERWIN RAISZ</i> PARA LA<br>CONVERSIÓN DE GRADOS DE MERIDIANO Y<br>DE PARALELO A DISTANCIAS EN METROS | 133     |

## LISTA DE TABLAS

| <b>Tabla</b> |                                                                                                                                       | <b>Pág.</b> |
|--------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| 2.1          | Distancias con cinta, cálculo de distancias a estadía y a taquimetría. Errores aparentes y precisiones.                               | 20          |
| 2.2          | Medidas con estación total, frecuencias y errores aparentes. Valores característicos del error.                                       | 21          |
| 3.1          | Cálculo del área y de los ángulos del levantamiento de un terreno con cinta. Descomposición en triángulos.                            | 29          |
| 3.2          | Cálculo de ángulos corregidos, diagonales y área del levantamiento con cinta. Medida de lados y ángulos conformados por los linderos. | 32          |
| 4.1          | Cálculo de rumbos y acimutes corregidos del levantamiento de un terreno con brújula y cinta.                                          | 39          |
| 4.2          | Cálculo del área del levantamiento con brújula y cinta.                                                                               | 40          |
| 5.1          | Cálculo de distancias del levantamiento por intersección.                                                                             | 49          |
| 5.2          | Cálculo de coordenadas del levantamiento de intersección.                                                                             | 50          |
| 5.3          | Cálculo del área y descripción de linderos del levantamiento por intersección.                                                        | 52          |
| 6.1          | Cálculo de coordenadas del levantamiento del Bloque 16 con teodolito y cinta.                                                         | 57          |
| 6.2          | Cálculo del área y descripción de linderos del levantamiento del Bloque 16 con teodolito y cinta.                                     | 59          |
| 7.1          | Cálculo de coordenadas de la poligonal de amarre del levantamiento amarrado a la red geodésica.                                       | 67          |

| <b>Tabla</b>                                                                                                                                                | <b>Pág.</b> |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| 7.2 Cálculo de coordenadas de la poligonal cerrada, linderos y detalles del levantamiento de un terreno amarrado a la red geodésica.                        | 68          |
| 7.3 Cálculo del área y descripción de linderos del levantamiento amarrado a la red geodésica.                                                               | 70          |
| 9.1 Cálculo de las distancias horizontales y de las cotas del levantamiento a taquimetría.                                                                  | 80          |
| 9.2 Cálculo de coordenadas del levantamiento a taquimetría.                                                                                                 | 81          |
| 9.3 Cálculo del área y descripción de linderos del levantamiento a taquimetría.                                                                             | 83          |
| 10.1 Cálculo de coordenadas de un punto levantado por el método de Pothenet.                                                                                | 87          |
| 10.2 Cálculo de coordenadas de dos puntos levantados por el método de Hansen.                                                                               | 89          |
| 11.1 Cálculo de coordenadas de un punto amarrado por el método de la “Estación Libre”.                                                                      | 93          |
| 12.1 Cálculo de coordenadas, área y descripción de linderos del levantamiento de un terreno con estación total, realizados con una calculadora programable. | 98          |
| 13.1 Cálculo de coordenadas y libreta para el replanteo de una curva circular por el método de radiaciones.                                                 | 105         |
| 13.2 Cálculo de cotas para una curva vertical simétrica                                                                                                     | 113         |

## LISTA DE FIGURAS

| <b>Figura</b> |                                                                                                         | <b>Pág.</b> |
|---------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| 2.1           | Datos de campo de las medidas de una distancia con estación total, a cinta, a estadía y a taquimetría.  | 19          |
| 2.2           | Curva de distribución de los errores.                                                                   | 22          |
| 3.1           | Registro de campo del levantamiento con cinta. Descomposición en triángulos.                            | 28          |
| 3.2           | Plano del levantamiento de un terreno con cinta. Descomposición en triángulos.                          | 30          |
| 3.3           | Registro del levantamiento con cinta. Medida de lados y ángulos.                                        | 31          |
| 3.4           | Plano del levantamiento con cinta. Medida de lados y ángulos.                                           | 33          |
| 4.1           | Registro de campo del levantamiento con brújula y cinta.                                                | 38          |
| 4.2           | Plano del levantamiento de con brújula y cinta.                                                         | 41          |
| 5.1           | Registro de datos de campo del levantamiento por intersección.                                          | 48          |
| 5.2           | Plano del levantamiento por intersección.                                                               | 51          |
| 6.1           | Registro de campo del levantamiento con teodolito y cinta.                                              | 56          |
| 6.2           | Plano del levantamiento con teodolito y cinta.                                                          | 58          |
| 7.1           | Registro de campo del levantamiento amarrado a la red geodésica Poligonal de amarre.                    | 64          |
| 7.2           | Registro de campo del levantamiento amarrado a la red geodésica Poligonal cerrada, linderos y detalles. | 65          |
| 7.3           | Registro de campo del levantamiento de un terreno amarrado a la red geodésica. Amarre vertical.         | 66          |
| 7.4           | Plano del levantamiento amarrado a la red geodésica.                                                    | 69          |
| 8.1           | Registro de campo de un circuito de nivelación empleando los tres hilos.                                | 73          |

| <b>Figura</b>                                                                                          | <b>Pág.</b> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| 9.1 Registro de campo del levantamiento a taquimetría.                                                 | 79          |
| 9.2 Plano del levantamiento a taquimetría                                                              | 82          |
| 10.1 Registro de campo del levantamiento de un punto empleando el método de Pothenot.                  | 86          |
| 10.2 Plano del levantamiento de un punto empleando el método de Pothenot.                              | 88          |
| 11.1 Datos de campo, coordenadas y gráfico del amarre de un punto por el método de la "Estación Libre" | 92          |
| 12.1 Registro de campo del levantamiento altiplanimétrico por puntos de control.                       | 97          |
| 12.2 Plano en borrador del levantamiento altiplanimétrico por puntos de control.                       | 99          |
| 12.3 Plano del levantamiento altiplanimétrico terreno por puntos de control.                           | 100         |
| 13.1 Registro de campo de la localización del eje de un tramo de carretera.                            | 104         |
| 13.2 Replanteo de una curva circular por el método de radiaciones.                                     | 106         |
| 13.3 Registro de campo de la nivelación del eje y de las secciones por cotas redondas.                 | 107         |
| 13.4 Plano en borrador del eje y curvas de nivel de un tramo de carretera.                             | 108         |
| 13.5 Plano de localización del eje y topografía de un tramo de carretera.                              | 109         |
| 13.6 Plano del perfil y de la rasante de un tramo de carretera.                                        | 110         |
| 13.7 Registro de campo de las estacas de chaflán para un tramo de carretera.                           | 111         |
| 13.8 Plano de secciones transversales de un tramo de carretera.                                        | 112         |
| 14.1 Situación ideal. Sin error en el reloj.                                                           | 119         |
| 14.2 Con el reloj adelantado.                                                                          | 119         |
| 14.3 Tercera medida con el reloj preciso                                                               | 119         |
| 14.4 Las tres medidas con el reloj adelantado.                                                         | 119         |

# INTRODUCCIÓN

Se ha orientado este trabajo a las personas que se están familiarizando con los instrumentos y métodos que se emplean en topografía, a quienes se están iniciando en el aprendizaje teórico y realizan a la vez los primeros trabajos de campo.

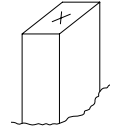
Los trabajos se han dispuesto en orden, de acuerdo al grado de dificultad, considerando la conveniencia para el avance en el aprendizaje y el uso de los instrumentos. Se inicia con la medida de una misma distancia utilizando diferentes formas o métodos y aplicando a ella principios teóricos de errores y precisiones; el empleo inicial de la cinta y de la brújula es la introducción al manejo adecuado de éstos instrumentos y sus valores los cuales son de uso frecuente. El conocimiento y manejo de un teodolito de minutos se realiza midiendo varios ángulos en el trabajo por intersección directa y en el levantamiento con teodolito y cinta; los conocimientos hasta aquí adquiridos se aplican en el levantamiento y amarre planimétrico con estación total, aquí se inicia además el aprendizaje en nivelación con el amarre alimétrico y se continua con un circuito de nivelación leyendo los tres valores proporcionados por los tres hilos de un nivel de precisión, para realizar posteriormente un trabajo taquimétrico. El conocimiento y manejo adecuado de un teodolito de segundos se hace midiendo dos o tres ángulos repetidas veces, es el caso de un amarre por intersección inversa o por el método de la estación libre. En el levantamiento altiplanimétrico por puntos de control con estación total se conjuga todo lo anterior. En el trazado de un pequeño tramo de carretera se realiza la localización y nivelación de un eje sobre el cual se obtiene la topografía de una faja de terreno por el método de cotas redondas, se diseña una rasante, se colocan los chaflanes y se obtienen áreas y volúmenes. Finalmente se presentan los principios básicos de funcionamiento del Sistema de Posicionamiento Global -GPS-, las

clases de receptores, los métodos para realizar los trabajos topográficos y sus precisiones, los datos que se obtienen y la forma de transformar coordenadas geográficas en coordenadas planas o topográficas y viceversa.

Los Sistemas de Posicionamiento Global - GPS y GLONASS- compuestos por receptores de señales emitidas por satélites, para levantamientos topográficos no requieren mediciones directas de ángulos o de distancias; no necesitan, por lo tanto, torres o visuales sin obstáculos; pueden operar de día o de noche y proporcionan las tres coordenadas en cualquier sitio con el grado de precisión de acuerdo a los receptores empleados. Estos sistemas están cambiando por completo las formas de realizar los levantamientos topográficos.

Aunque la mayoría de los trabajos aquí presentados y los que en este campo se realizan pueden ejecutarse con instrumentos electrónicos, registrarse los datos automáticamente y alimentarse con ellos un computador para obtener cálculos y planos con la mínima intervención humana, siempre se necesitarán los conocimientos adecuados para planear, programar, dirigir y ejecutar los trabajos de campo, cálculo y dibujo con dichos instrumentos e interpretar, valorar y corregir sus resultados.

Los trabajos de topografía por medio de instrumentos y métodos tradicionales no electrónicos seguirán conservando su utilidad debido, primero, al valor adecuado de precisiones y de errores que con ellos se obtienen y, segundo, al gran número existente de equipos mecánicos y opto-mecánicos caracterizados por su prolongada vida útil.



# 1. APUNTES DE TOPOGRAFÍA

## 1.1 OBJETO DE LA TOPOGRAFÍA

La topografía tiene por objeto el estudio de los métodos para representar un terreno con sus detalles y el conocimiento y manejo de los instrumentos que se precisan para tal fin.

Al conjunto de trabajos y operaciones para representar adecuadamente un terreno se le denomina *levantamiento*.

## 1.2 TIPOS DE LEVANTAMIENTOS TOPOGRÁFICOS

Entre los diferentes tipos de levantamiento que se hacen sobre áreas pequeñas (donde los efectos de la curvatura de la tierra pueden desprejarse) están: los levantamientos topográficos, de vías, de ciudades, catastrales, de construcción, hidrográficos, mineros, forestales, geológicos, fotogramétricos, y los levantamientos con los cuales se pueden establecer, por ejemplo, límites bajo el océano y aún en la luna y otros planetas.

## 1.3 PARTES DE UN LEVANTAMIENTO TOPOGRÁFICO

Para realizar un levantamiento topográfico es necesario:

- Conocer la *finalidad* del levantamiento.
- Seleccionar el método y elegir los instrumentos.
- Realizar el trabajo de campo.
- Elaborar cálculos a partir de los datos de campo.
- Dibujar el levantamiento o elaborar el plano.
- El replanteo o colocación de señales para marcar linderos o guiar trabajos de construcción, de explotación de minerales, etc.

## 1.4 ELECCIÓN DE INSTRUMENTOS Y MÉTODOS

La elección de los instrumentos y de los métodos para hacer las medidas depende de la finalidad o del uso que se dará al levantamiento, del grado de precisión requerido en cada caso y de muchas otras circunstancias que pueden presentarse en el desarrollo del trabajo. Lo

ideal sería hacer siempre medidas con grandes precisiones pero a todo aumento de precisión corresponde un aumento de tiempo, de trabajo y por tanto de costos. De lo anterior resulta que lo más conveniente es proceder para obtener el grado de precisión que requiera cada levantamiento.

Para obtener un determinado grado de precisión es necesario mantener los errores dentro de ciertos límites admisibles y para lograrlo es indispensable conocer sus clases, sus orígenes, sus efectos en las medidas y el modo de operar para reducirlos.

Para elegir los métodos y seleccionar los instrumentos, antes de empezar un levantamiento topográfico, algunas consideraciones que deben tenerse en cuenta son:

- Es indispensable conocer el uso o finalidad que se va a dar al levantamiento.
- De la finalidad del levantamiento dependerán las magnitudes de los errores que se pueden cometer y el grado de precisión que se requiere.
- De la precisión requerida para el levantamiento dependerá la precisión con que deben hacerse las diferentes medidas.
- De la precisión con que deben ejecutarse las medidas y por medio de análisis adecuados se determinarán los instrumentos y métodos posibles para ejecutar el trabajo.
- De los instrumentos y métodos posibles se elegirán los que más faciliten el trabajo, considerando la posibilidad de elegir aquellos que proporcionen una mayor precisión cuando el aumento en el costo del trabajo no es apreciable.

## **1.5 TRABAJO DE CAMPO**

El trabajo de campo consiste en:

- Comprobación, manejo adecuado y cuidado de los instrumentos.
- Ejecución de las diferentes medidas.
- El registro de las medidas de campo.

**1.5.1 Comprobación de los instrumentos.** Antes de comenzar un trabajo importante o de vez en cuando es necesario comprobar si los instrumentos miden correctamente. Así mismo debe

someterse un instrumento a control si ha sufrido una caída o un golpe fuerte.

Algunas comprobaciones varían dependiendo del tipo de instrumento y están consignadas en los textos, advirtiendo que éstas deben efectuarlas personas que tengan una gran seguridad en el manejo adecuado de cada instrumento.

Los ajustes y las reparaciones deberán hacerse por una persona experimentada en el taller o en la fábrica.

**1.5.2 Sugerencias para el manejo adecuado de los instrumentos.** Cualquiera que sea el instrumento empleado se debe desarrollar el hábito de estimar a ojo las distancias y ángulos que se miden, así se evitarán equivocaciones.

Del estudio de los errores y de las equivocaciones que se cometen al medir con un instrumento se pueden desarrollar reglas que mejorarán la precisión. Aquí se presentan algunas de ellas.

**1.5.2.1 En medidas con estación total.** Las siguientes son algunas sugerencias que deben tenerse en cuenta en las medidas de distancias y de ángulos con equipo electrónico:

- Las distancias horizontales y verticales se deben medir dos veces, sobre todo si se trata de lados de poligonales o de la ubicación de puntos importantes, el tiempo empleado para ello es insignificante comparado con la seguridad y precisión que se obtiene.
- Cuando se trata de nivelaciones de precisión es más recomendable promediar los valores obtenidos por observaciones recíprocas que corregir el error que se comete por curvatura y refracción.
- Apreciar a ojo las distancias y los ángulos que se miden una sola vez pues el equipo puede proporcionarlas erradas por diferentes causas, como por ejemplo, cuando la carga de la batería es insuficiente para el funcionamiento correcto del instrumento electrónico.
- Las fuentes de error en los trabajos con estación total o con distanciómetro son las mismas que originan los errores de cualquier medida hecha en topografía (personales, instrumentales y naturales). Entre los errores personales que deben evitarse están: la lectura incorrecta de los ángulos o de las distancias, el mal centrado sobre las estaciones y la evaluación incorrecta de los factores

meteorológicos y de las alturas de instrumento. En un distanciómetro ajustado y calibrado los errores instrumentales son extremadamente pequeños. Los errores naturales provienen principalmente de las variaciones atmosféricas (temperatura, presión y humedad) que modifican la longitud de onda de la energía electromagnética.

- Dada la gran variedad de marcas y modelos de equipos existentes para la medida electrónica de distancias es indispensable el estudio riguroso del manual suministrado por el fabricante respectivo y conviene llevarlo con el instrumento, en cualquier momento puede necesitarse.
- Debido a las grandes distancias que se presentan en el uso de estos instrumentos es recomendable, a veces indispensable, el uso de celulares o de radioteléfonos portátiles (Walkie-Talkies).

**1.5.2.2 En medidas con cinta.** Las siguientes sugerencias ayudarán a obtener buenas medidas con cinta:

- Cuando se lee la cinta se deben mirar las marcas adyacentes para asegurar la medida.
- Cada uno de los puntos establecidos en una alineación debe ser revisado, especialmente si se trata de un punto marcado sobre una estaca.
- Es más fácil medir hacia abajo. El cadenero trasero puede colocar su punta directamente en el último punto.
- Si el tiempo lo permite, las distancias se deben medir dos veces empleando puntos intermedios diferentes.
- Se deben asumir posiciones estables y cómodas del cuerpo cuando se tensiona la cinta.
- En levantamientos ordinarios, tensionando adecuadamente la cinta y cuando la lectura está en la mitad de dos valores, tómesese el número menor; esto puede mejorar la precisión ya que en la mayoría de las medidas con cinta los errores son por exceso.
- Una cinta remendada no debe usarse en trabajos importantes.

**1.5.2.3 En medidas con nivel de precisión y con teodolito.** Las siguientes normas se aplican igualmente a estos instrumentos:

- Las patas del trípode no deben colocarse muy juntas, de la mayor o menor separación de éstas depende la estabilidad del conjunto

trípode-instrumento. Clávense las patas lo más firmemente posible y no se pise ni se camine alrededor.

- Mientras se están haciendo observaciones no se toque ni el trípode ni el instrumento excepto lo necesario para hacer las lecturas.
- Al apretar los diferentes tornillos del trípode y del instrumento, no los force, apriétense sólo lo necesario para obtener firmeza. Las tensiones excesivas pueden generar movimientos del trípode o del instrumento y por tanto producir errores.
- Antes de cambiar las observaciones enfóquese el ocular en la retícula y moviendo los ojos lateralmente véase que no existe paralaje.
- Enfóquese correctamente el objetivo sobre cada punto visado, el objeto a visar debe situarse lo más cerca posible del centro del campo visual. El mal enfoque proporciona falsas lecturas de mira o falsa coincidencia entre el hilo de la plomada y el hilo del retículo convirtiéndose en una fuente importante de error.
- Verifíquese la o las burbujas antes y después de cada lectura.
- Siempre utilice la mirilla.
- ..Para evitar efectos de refracción procúrese que la visual esté a bastante altura sobre el suelo (por lo menos a más de 50 centímetros).
- En nivelaciones y medidas de ángulos de precisión el uso de paraguas es indispensable para evitar el calentamiento no uniforme del instrumento (esto se traducirá en un movimiento de las burbujas hacia la parte más caliente).
- En nivelaciones y medidas de ángulos de precisión empleese el menor tiempo posible entre dos observaciones correspondientes (entre la vista más y la vista menos en una nivelación y entre el visado del punto inicial y el visado del punto final en la medida de un ángulo).
- Al emplear un nivel de precisión equilibrese la distancia entre cada visual positiva y la correspondiente visual negativa, así se eliminarán los errores por falta de horizontalidad de la visual. Observando esta norma un nivel desajustado y aún un tránsito puede proporcionar resultados extraordinarios en este tipo de trabajos.
- Si se trata de un nivel automático golpéese suavemente para asegurarse que el péndulo está funcionando correctamente, se observará la vibración del hilo medio sobre la mira.
- Al emplear un teodolito estime a ojo los ángulos y si se trata de una

medida de importancia mídase dos veces o dóblese el ángulo.

**1.5.3 Cuidado del equipo.** Un buen instrumento, bien cuidado, se mantiene ajustado por períodos de meses y aún de años, pero en pocos segundos de descuido se puede dañar tanto que ocasionará reparaciones costosas o daños permanentes. Las siguientes son algunas recomendaciones al respecto:

- La cinta metálica debe estar libre de cocas, lazadas o torceduras antes de aplicarles tensión. En condiciones normales una tensión de 40 a 45 Kg. no hace ningún daño a una cinta metálica pero si existen cocas, lazadas o torceduras un pequeño tirón de menos de medio kilogramo la romperá.
- Si se moja una cinta metálica debe secarse antes de guardarse, de lo contrario se oxidará.
- Cualquier tipo de vehículo que pase por encima de una cinta la puede quebrar.
- El desgaste uniforme de la zapata que lleva la mira en su extremo inferior hace que sean incorrectos los valores de la altura del instrumento pero se cancela su efecto cuando se tiene este error tanto en las lecturas positivas como en las negativas. Lo que sí puede provocar errores considerables es el barro o suciedades que por descuido se adhieren a dicha zapata.
- Compruébese que el instrumento ha quedado bien sujeto a la cabeza del trípode.
- No cargue el instrumento en el hombro, cárguese debajo del brazo y en posición vertical, así se evitarán torceduras de ejes y posibles golpes.
- Nunca abandone un instrumento cuando esté armado, puede ser volcado por el viento, vehículos, niños o animales.
- Clávense las patas del trípode empujando a lo largo de cada una y no verticalmente, pueden quebrarse.
- Los tornillos del trípode y del instrumento no se deben apretar más de lo necesario, se evitan así torceduras y daños en las partes que los unen. La tendencia general es la de apretarlos en exceso.
- Llévase con el instrumento una capucha impermeable para la lluvia.
- Un equipo electrónico siempre requiere el uso de paraguas pues los rayos del sol y el calentamiento deterioran y pueden dejar inservibles los diodos emisor y receptor de los rayos infrarrojos y alterar o

dañar el funcionamiento de los circuitos.

**1.5.4 Ejecución de las medidas de campo.** Antes de salir al campo se debe comprender perfectamente qué se va a hacer. Se debe apreciar el objeto del trabajo y hacer un examen crítico de los diferentes pasos a seguir.

El trabajo debe organizarse para reducir al mínimo su duración.

Al efectuarse cada medida deberán tenerse muy en cuenta los errores que pueden cometerse y los métodos para que estos no sobrepasen los límites permisibles.

Recuérdese que estimar a ojo los ángulos y las distancias que se miden evita equivocaciones; toda medida importante conviene hacerla dos veces; la calculadora de bolsillo es una herramienta indispensable en el campo.

### **1.5.5 Registro de las medidas de campo**

**1.5.5.1 Introducción.** Las notas de campo son un registro permanente del trabajo topográfico que se realiza. Es fundamental que las anotaciones sean claras y legibles para cualquier persona enterada sin tener que recurrir a explicaciones verbales. El cuidado que se tenga al hacer las medidas de campo puede perderse si no se toman notas claras y legibles. Si las notas están equivocadas, incompletas o confusas se pierde tiempo y dinero y quizás se tenga que regresar al campo para repetir todo o parte del trabajo.

**1.5.5.2 Tipos de libreta.** Las libretas de campo contienen datos valiosos, están expuestas a uso rudo y deben ser permanentes, por eso las más utilizadas son las empastadas que tienen cuadernillos cosidos y una pasta rígida.

Las libretas de hojas intercambiables son de gran aceptación por la facilidad que ofrecen para escribir, archivar, agregar páginas y en general un menor costo. Tienen la desventaja de que sus hojas pueden perderse más fácilmente.

En las libretas electrónicas de registro los datos se introducen o se transfieren automáticamente a una cinta magnética o a una memoria de la libreta con la que se alimentará posteriormente un computador. Por medio de una pantalla o una impresora pueden extraerse los datos

para su verificación visual. Los esquemas o croquis no pueden trazarse automáticamente.

**1.5.5.3 Tipos de anotaciones.** Generalmente se realizan en el campo cuatro tipos de notas: Tabulaciones, croquis, descripciones y combinaciones de las anteriores. El tipo de anotaciones más adecuado dependerá del tipo de trabajo. Una regla general es que las cantidades se muestren en las páginas de la izquierda y notas, croquis, etc. en las páginas de la derecha.

Los estilos y formas de las notas dependen de normas particulares, oficiales y de gustos personales.

**1.5.5.4 Requisitos de un buen registro de campo.** Un buen registro de campo debe llenar los siguientes requisitos:

- Al anotar las medidas es necesario que se registren con el número correcto de cifras significativas, es la forma de indicar su precisión.
- La omisión de una sola medida puede nulificar la utilidad de las notas. Debe verificarse que las notas estén completas antes de dejar cada estación y antes de abandonar el sitio de trabajo.
- Las notas servirán sólo si son legibles. Los croquis y tabulaciones deben ser adecuados y claros. Notas amontonadas, ambiguas o confusas pueden provocar costosas equivocaciones.

**1.5.5.5 Sugerencias para el registro de campo.** Las siguientes son algunas sugerencias que ayudan a un buen registro de campo:

- Empléense letras y números de palo seco.
- Las anotaciones se deben hacer con un afilado lápiz de dureza media.
- Marque la libreta, numere las páginas, ponga título, fecha y localización del trabajo.
- Después de hacer una medida anótela inmediatamente en la libreta, no lo haga en ningún otro papel ni confíe en la memoria.
- No borre ningún dato. Si un valor es incorrecto, táchelo conservando su legibilidad y anote el valor correcto a un lado del primero. Los borrones causan sospechas de alteraciones deshonestas.
- Utilice regla y transportador pequeños para los gráficos.
- Los gráficos se hacen según proporciones generales y no a escala; los letreros en éstos deben ir paralelos o perpendiculares a los detalles; las

- líneas de acotación raras veces son necesarias.
- Evite amontonamientos.
  - Utilice notas explicativas si son necesarias.
  - En los croquis es indispensable señalar la dirección del meridiano.
  - En las tabulaciones procure la alineación vertical de las comas y de las cifras.
  - Haga una estimación de cada medida antes de leerla y registrarla.
  - No sobreponga un número a otro.
  - Antes de dejar el sitio de trabajo haga y registre las comprobaciones aritméticas.

## **1.6 CÁLCULOS**

**1.6.1 Introducción.** Los cálculos se hacen, en general, a continuación de los trabajos de campo y con ellos se dibujan planos, perfiles longitudinales y transversales, se determinan posiciones, direcciones, ángulos, distancias, áreas, volúmenes y se deducen otras consecuencias útiles del levantamiento. Dichos cálculos requieren sólo de aritmética, geometría general y analítica y de trigonometría.

### **1.6.2 Métodos de cálculo**

**1.6.2.1 Método convencional.** Aunque los métodos para efectuar cálculos han cedido el paso a las calculadoras programables y a los computadores, con frecuencia es necesario hacer cálculos siguiendo los pasos convencionales. Cuando se emplean éstos han de hacerse de una manera metódica, siendo de gran utilidad el empleo de impresos especiales, su disposición facilita el cálculo, evita equivocaciones y reduce el trabajo y por tanto es necesario saberlo manejar sin titubeos.

**1.6.2.2 Calculadora programable.** La calculadora programable suministra el método más práctico para manejar los cálculos topográficos. La mayoría de los cálculos son muy pequeños para el uso de computadores y al mismo tiempo muy tediosos para resolverlos con calculadoras ordinarias, en cambio las calculadoras programables ofrecen capacidad suficiente para proporcionar resultados iguales a los de un computador a menor costo y al mismo tiempo tienen la simpleza, disponibilidad y aprovechabilidad de una calculadora ordinaria. Existen muchos modelos, algunos perfeccionadísimos, cada uno con su propio sistema de manejo y programación y cuyos fabricantes venden programas desarrollados especialmente para

efectuar cálculos normales de topografía.

**1.6.2.3 Computador.** Es indispensable el uso de computador cuando los datos de campo se han tomado en una libreta o registro electrónico de campo.

**1.6.3 Recomendaciones para la elaboración de cálculos.** Cualquiera sea el sistema de cálculo empleado deben tenerse en cuenta las siguientes recomendaciones:

- Antes de iniciar un cálculo establezca la manera de ordenarlo clara y lógicamente.
- Es preciso que los cálculos sean fácilmente accequibles a futuras aplicaciones.
- Debe darse compatibilidad adecuada entre los valores calculados y la precisión o los errores de las medidas en que se basan.
- No hay resultado que sea confiable mientras no haya sido comprobado. Un resultado debe comprobarse por un procedimiento distinto y cuando una operación no sea susceptible de comprobarse de un modo distinto a como se hizo, se comprobará repitiendo el cálculo. Hay veces que puede obtenerse una comprobación aproximada por medio de algún instrumento como el planímetro, la escala y el transportador. Además, las operaciones mentales aproximadas pueden evitar grandes equivocaciones.

## **1.7 DIBUJO DEL LEVANTAMIENTO**

**1.7.1 Introducción.** El dibujo topográfico consiste en la elaboración de planos o mapas planimétricos (no se indica el relieve), planos topográficos (el relieve se indica por medio de curvas de nivel), perfiles y secciones transversales. En la mayoría de ellos se colocan pocas dimensiones, quienes los utilizan deben atenerse a medidas efectuadas sobre ellos y cuyos valores dependen principalmente de la precisión con la que los puntos y líneas se han llevado al papel.

Sin duda alguna obtener buenas especificaciones en las medidas de campo es un objetivo fundamental en un levantamiento topográfico, pero también puede afirmarse que dicho trabajo perderá gran parte de su valor si sus resultados no se dibujan en forma precisa, legible y, si se quiere, agradable.

**1.7.2 Partes de un dibujo topográfico.** El dibujo de un levantamiento topográfico consta generalmente de dos partes: el borrador y el plano definitivo. En el borrador deben localizarse todas las características y detalles con la mayor exactitud posible. Un borrador bien preparado es un gran paso hacia la obtención de un plano definitivo de buena calidad. El borrador se dibuja a lápiz y generalmente en cartulina, el plano definitivo a tinta y en papel albanene u otro similar que permita la obtención de copias maestras y heliográficas.

**1.7.3 Situación de los puntos.** Aunque existen diversos métodos para situar puntos en los planos, los puntos de poligonales, de linderos y los puntos importantes de los cuales puede depender un trabajo posterior se deben situar por coordenadas encerrándolos en círculos de unos tres milímetros de diámetro o en triángulos de unos tres milímetros de lado e identificándolos con la nomenclatura correspondiente. En la situación de otros detalles y en algunos tipos de levantamientos se emplean la escala y el transportador o métodos gráficos para dibujar ángulos (método de la tangente, método de la cuerda, etc.).

**1.7.4 Dibujo por medios electrónicos.** La mesa de dibujo digital automática o graficador (plotter) controlado por computador también se utiliza para obtener planos topográficos. El computador se alimenta con los datos de campo y la información necesaria para cada caso (el tipo de detalles, la escala del dibujo, el intervalo de las curvas de nivel, etc.). Mediante programas apropiados el computador dará las soluciones relativas a las posiciones de los puntos y de las líneas usando los datos suministrados. Antes de ejecutar el dibujo, todo o parte de él podrá ser observado mediante pantalla, lo que permite la corrección de equivocaciones y los ajustes finales en la selección de líneas, letras, símbolos, etc. Se obtienen planos con gran precisión y de excelente calidad y presentación.

### **1.7.5 Sugerencias para el dibujo de un levantamiento topográfico**

**1.7.5.1 Escala.** Recibe el nombre de escala la razón de semejanza entre cualquier magnitud medida en el plano y la homóloga del

terreno. La elección de la escala depende, entre otros factores, de la finalidad del plano, del tamaño y forma del levantamiento, de la precisión requerida en el dibujo, del tipo y la cantidad de detalles, de la necesidad de medir distancias, etc.

La escala puede ser cualquiera, pero por comodidad se utilizan siempre escalas cuyo numerador sea la unidad y el denominador números sencillos terminados en cero, siendo las más utilizadas en los dibujos topográficos:  $1/10$ ,  $1/100$ ,  $1/1000$ ,  $1/10000$ ,  $1/20$ ,  $1/200$ ,  $1/2000$ ,  $1/25$ ,  $1/250$ ,  $1/2500$ ,  $1/50$ ,  $1/500$  y  $1/5000$ .

Las escalas como  $1/75$ ,  $1/125$ ,  $1/175$ ,  $1/300$ ,  $1/400$  pocas veces deben usarse y escalas fraccionarias tales como  $1/333,33$ ;  $1/666,66$ ;  $1/85$ , etc. no deben usarse.

**1.7.5.2 Comprobación.** La posición de cada punto en el plano debe comprobarse. Si, por ejemplo, el dibujo se hizo por coordenadas cada punto se comprobará midiendo a escala y transportador la distancia y el ángulo desde el punto y línea desde el cual se tomó.

**1.7.5.3 Norte.** La flecha indicativa del meridiano no debe omitirse aún en los planos donde figura la cuadrícula de coordenadas. El norte geográfico se representa con una flecha completa, el magnético y el arbitrario con media flecha; hasta donde sea posible se ubicará de tal forma que la parte superior del plano represente el norte.

**1.7.5.4 Título.** El título debe expresar el tipo de trabajo, el nombre de la propiedad y de su propietario, el nombre del lugar, la fecha en que se terminó, la escala, el nombre de la persona encargada del levantamiento, del cálculo, del dibujo y de la revisión. El mejor sitio para el título es la esquina inferior derecha del papel a menos que la forma del plano exija su colocación en otro sitio.

**1.7.5.5 Signos convencionales.** En los planos se representan los detalles mediante signos convencionales; el tamaño de ellos debe ser proporcional a la escala del plano.

**1.7.5.6 Cuadrícula.** En los planos dibujados por coordenadas siempre deberá figurar la cuadrícula debidamente acotada o por lo menos crucetas o guías que permitan su trazado en caso de necesitarse.

**1.7.5.7 Normas.** La gran mayoría de entidades oficiales y muchas

particulares tienen normas para la elaboración de los planos que a ellos deben presentarse.

## **1.8 REPLANTEO**

Un levantamiento preciso y un plano o mapa topográfico son los primeros requisitos para una partición o para el proyecto adecuado de edificios, urbanizaciones, obras hidráulicas, vías terrestres, etc. Posteriormente se colocan puntos y líneas para determinar los sitios y posiciones de los diversos elementos de la obra de acuerdo con los planos del proyecto. Estos se colocan haciendo uso de ángulos y distancias precalculadas a partir de puntos y líneas establecidas en el levantamiento inicial; lo anterior constituye un levantamiento de replanteo o simplemente un replanteo.

Dependiendo de la magnitud y clase del proyecto el trabajo de replanteo puede ser tan simple como la demarcación del sitio para la construcción de una casa o puede requerir de un sistema de control horizontal y vertical establecido en forma conveniente, esto es, que los puntos queden lo suficientemente cerca para poder transferir líneas y elevaciones lo más fácil posible y estar lo suficientemente lejos para que no impidan los trabajos y se evite su destrucción.

La precisión de las diferentes operaciones dependerá de cada trabajo y deberá plantearse con la debida anticipación la influencia de la magnitud de los errores ante los problemas específicos que éstos puedan causar en cada parte o en todo el trabajo.

Los instrumentos empleados en los replanteos (establecimiento de puntos, líneas y cotas) son los mismos que se emplean en cualquier levantamiento topográfico, pero para mejorar, simplificar y acelerar los trabajos se emplean tránsito y niveles provistos de un haz de rayos láser visible, niveles que además de rayo láser poseen un sistema de rastreo automático para ubicar la mira y proyectar un punto rojo sobre ella, y los prismas con receptores remotos que proporcionan digitalmente la diferencia entre la distancia a la cual se encuentra y la que se desea obtener e indican el alineamiento por medio de señales acústicas, lo anterior se logra por transmisión automática de valores provenientes de una estación total.

## 1.9 AUTOMÁTICAMENTE DESDE LOS DATOS DE CAMPO HASTA EL PLANO

El desarrollo de instrumentos topográficos ha conducido a la aplicación de nuevas técnicas de levantamientos tendientes a acelerar el trabajo de campo, mejorar la precisión y automatizar el proceso de cálculo y dibujo.

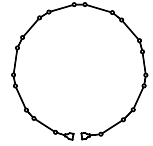
Hace más de dos décadas se presentaron los primeros distanciómetros de corto alcance acoplados inicialmente a teodolitos optomecánicos y posteriormente a teodolitos electrónicos; desde hace pocos años éstos han dado paso a las estaciones totales y con ellos, distanciómetros y estaciones totales, se han ido reemplazando los métodos tradicionales de medidas de distancias y de ángulos.

Los microcomputadores permitieron acelerar el procesamiento de la información pero han sido sustituidos por computadores personales y calculadoras programables que se emplean tanto en la oficina como en el campo.

Hasta esta etapa los datos recogidos en el campo deben ser transferidos manualmente al computador o a la calculadora programable.

Con el desarrollo del teodolito electrónico y su integración con el distanciómetro, conjunto denominado **estación total**, se logró además la transferencia en forma directa de los datos de campo a una unidad de almacenamiento o libreta electrónica de campo para ser posteriormente leída y procesada por medio de un computador; dicho computador a su vez puede alimentar y controlar una mesa electrónica de dibujo (plotter) para la obtención automática del plano; todo lo anterior se logra por medio de programas suministrados con los equipos o desarrollados por los usuarios. Este es un sistema completo que permite recoger, procesar, corregir y dibujar la información de campo con una mínima intervención del operador.

Los sistemas de posicionamiento global permiten la captura automática de los datos y la interacción con paquetes de programas propios o con Sistemas de Información Geográfica - GIS - para la obtención de resultados y de planos.



## 2. MEDIDA DE DISTANCIAS: MÉTODOS, ERRORES Y PRECISIONES

### 2.1 GENERALIDADES

La gran mayoría de los trabajos topográficos de campo se realizan midiendo ángulos y distancias. Se miden ángulos horizontales y verticales y distancias inclinadas, horizontales y verticales.

Interesa el estudio de los errores con el objeto de comparar la precisión de distintos aparatos o procedimientos o bien cuando se obtenga el valor más probable de una medida tener conocimiento del error con que pueda estar afectada.

**2.1.1 Errores.** Al efectuar las medidas, de ángulos y de distancias, se cometen errores que se deben tanto a la imperfección de los instrumentos como a la percepción del operador; tiene gran importancia el conocimiento que se tenga del origen y de la clase de estos errores, las leyes que los rigen, así como la forma en que se combinan o acumulan cuando intervienen tanto en datos tomados al utilizar un determinado aparato como en operaciones topográficas para obtener el error total en los resultados cuando se sigue un método o para determinar el método y el aparato a utilizar para que el resultado no sobrepase un error establecido con anterioridad.

Los errores, como todos los fenómenos naturales, obedecen a ciertas leyes las cuales es indispensable conocer con el fin de establecer los métodos topográficos; esta es la razón para iniciar esta serie de trabajos con nociones sobre la aplicación de la teoría de errores.

Los errores llamados sistemáticos se deben a imperfección de los aparatos utilizados, el error sistemático que depende del operador generalmente es despreciable. Los errores sistemáticos pueden ser constantes cuando se repiten siempre con la misma magnitud y signo; son variables cuando cambian en magnitud o en signo o en ambas cosas y en este caso el error oscilará entre un máximo y un mínimo de acuerdo con una determinada ley.

Los errores llamados accidentales o aleatorios se deben a una combinación de causas ajenas al operador y sus valores dependen completamente del azar, por cuya razón no pueden ser objeto de cálculo como los sistemáticos. No obstante los errores accidentales suelen, en conjunto, obedecer a las siguientes leyes de probabilidad: los errores pequeños son más frecuentes que los grandes; aparecen indistintamente en uno u otro sentido de tal manera que a uno positivo corresponde otro negativo de igual magnitud y, toman valores prácticamente limitados que se suceden en un orden cualquiera, siendo su presentación de tal forma que al aumentar su número su suma tiende a cero.

### **2.1.2 Métodos de medidas de distancias horizontales.**

En las medidas de distancias horizontales se utiliza el método directo y diversos métodos indirectos, siendo las distancias obtenidas con estación total el más utilizado hoy en día. Otros métodos utilizados son los de taquimetría vertical, estadía de invar u horizontal, cuñas ópticas, telémetros, etc.. Actualmente a partir de satélites por medio de sistemas de posicionamiento, GPS y Glonass.

**2.1.3 Precisión.** Como no se puede conocer el valor verdadero de una distancia, sólo se puede conocer su valor más probable, es necesario sustituir la palabra exacto por la palabra preciso. En el caso de distancias se llama precisión a la relación entre el error probable y la distancia medida y se expresa en forma de una fracción con la unidad por numerador; por ejemplo:  $1/5000$ ,  $1/2000$ ,  $1/800$ , etc.. Con este dato se puede conocer la calidad del trabajo, comparándolo con el error fijado para cada caso.

## **2.2 TRABAJO DE CAMPO**

Entre dos puntos materializados sobre estacas, separados aproximadamente por una distancia de 100 metros y colocados en ellos los instrumentos necesarios se harán las medidas de la distancia o se obtendrán los valores correspondientes para deducirla por algunos de los siguientes métodos:

- A pasos, una o más veces.
- Con telémetro
- Con distanciómetro, al milímetro, más de cien veces.
- Con cinta, al centímetro, dos veces o más.
- A taquimetría, mínimo dos veces.
- A estadía, mínimo dos veces.

- Con GPS.

## 2.3 CÁLCULOS

De las medidas obtenidas con estación total obténgase el promedio aritmético, este será el valor más probable de dicha distancia. En la misma tabla se colocará la diferencia de cada medida con el valor más probable, estas diferencias se llaman errores aparentes o desviaciones y el correspondiente al situado en el centro de la tabla se le conoce como error probable, aunque en realidad no es el que tiene más probabilidad de cometerse. En otra columna se colocará el cuadrado de cada una de las desviaciones.

Calcúlese el error medio aritmético (igual a la media aritmética de todos los errores aparentes) y el error medio cuadrático, siendo este último el que más se emplea para determinar la precisión de una serie de observaciones. Obténgase el error máximo o temible, 3, 4 ó 5 veces el error probable; la probabilidad de que el error supere este valor es del 4%, 1% ó 0.1% respectivamente (el error máximo que más se utiliza es el de 4 veces el error probable). En el caso de que alguna medida sobrepase el valor del error máximo habrá que desecharla y se procede a calcular nuevamente los valores característicos del error.

Para comprobar si han sido falseados los resultados de la serie, deseando aparentar mayor habilidad o para detectar si el operador tiene alguna deficiencia en el manejo instrumental se debe calcular la relación *error medio cuadrático / error medio aritmético*, valor que deberá encontrarse entre 1,16 y 1,34; obviamente los errores que intervienen en la relación deben calcularse independientemente.

El error de la media aritmética para medidas de la misma precisión estará afectado de un error (error de la media aritmética), consecuencia de cada una de las medidas independientes, calcúlese dicho valor.

Obténgase el número de medidas que deberán tomarse con el fin de obtener una distancia cuyo error en la media aritmética sea dos, cuatro, diez y veinte veces menor al obtenido en este trabajo.

Para los demás métodos de medidas utilice los datos de campo y las fórmulas que se presentan en el ejemplo. Para cada una de ellas obténgase la diferencia con el valor de la media aritmética de las observaciones realizadas con estación total y calcule su precisión aparente, elabore con estos valores una segunda tabla.

Elabórese una tercera tabla de las diferentes distancias obtenidas con estación total en orden ascendente o descendente, la frecuencia o número de veces que se obtuvo cada una y su error aparente.

## **2.4 DIBUJO**

La curva de dispersión de los errores accidentales se hará colocando en las abscisas las magnitudes de los errores y como ordenadas el número de veces que se ha presentado cada uno. Los puntos de inflexión de dicha curva corresponderán al error medio cuadrático; el error probable dividirá en dos zonas de igual área a la superficie limitada por los ejes coordenados y por media rama de la curva; entre el error probable y el error medio cuadrático se sitúa el error medio aritmético.

## **2.5 EJEMPLO**

En la Figura 2.1 se presenta el registro de campo de los valores de la distancia de la línea AB obtenidos con estación total, con cinta y los datos necesarios para deducirla por taquimetría vertical y por estadía de invar.

En la Tabla 2.1 se presentan los valores de la distancia para la misma línea obtenidos con cinta y el cálculo para las obtenidas a estadía y taquimetría, allí mismo se presentan los errores aparentes de cada una de ellas, tomando como valor más probable la media aritmética de las observaciones con distanciómetro; con los dos valores anteriores se calculó la precisión para cada una de ellas y para el promedio correspondiente.

La Tabla 2.2 contiene los diferentes valores de las distancias obtenidos con estación total, el número de veces que se presentó (frecuencia) y el error de cada una. Además se presentan los valores característicos del error.

La Figura 2.2 corresponde a la curva de dispersión de los errores de las observaciones con estación total.



**TABLA 2.1. Distancias con cinta, cálculo de las distancias a estadia y a taquimetría. Errores aparentes y precisiones.**

**VALOR MÁS PROBABLE DE  $\overline{AB} = 133.018$**

**MEDIDAS CON CINTA:**

| <u>DISTANCIA</u><br><u>AB</u> | <u>ERROR</u><br><u>APARENTE</u> | <u>PRECISIÓN</u> |
|-------------------------------|---------------------------------|------------------|
| 132.96                        | -0.058                          | 1/2293           |
| 132.92                        | -0.098                          | 1/1357           |
| 132.88                        | -0.138                          | 1/963            |
| 132.92(Prom.)                 | -0.098                          | 1/1357           |

**MEDIDAS A ESTADÍA:**

| <u>ÁNGULO</u><br><u><math>\alpha</math></u> | <u>DISTANCIA</u><br><u>AB</u> | <u>ERROR</u><br><u>APARENTE</u> | <u>PRECISIÓN</u> |
|---------------------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|------------------|
| 0°51'40"                                    | 133.072                       | +0.054                          | 1/2463           |
| 0°51'44"                                    | 132.900                       | -0.118                          | 1/1127           |
| 0°51'44"                                    | 132.900                       | -0.118                          | 1/1127           |
|                                             | 132.957(Prom.)                | -0.061                          | 1/2180           |

**MEDIDAS A TAQUIMETRÍA:**

$$AB = 100 (H_s - H_i) \text{ Sen}^2(A. \text{CENTAL})$$

$$AB = 100 (2.32-1.00) \text{ Sen}^2(90^\circ 01' 01'') = 132.000$$

$$AB = 100 (3.32-2.00) \text{ Sen}^2(89^\circ 35' 10'') = 132.993$$

| <u>DISTANCIA</u><br><u>AB</u> | <u>ERROR</u><br><u>APARENTE</u> | <u>PRECISIÓN</u> |
|-------------------------------|---------------------------------|------------------|
| 132.000                       | -1.018                          | 1/131            |
| 132.993                       | -0.025                          | 1/5320           |
| 132.496(Prom.)                | -0.522                          | 1/255            |

**TABLA 2.2. Medidas con estación total, frecuencias y errores aparentes. Valores característicos del error.**

| DISTANCIA<br>m | FRECUENCIA<br>f | V<br>(mm) | f x V<br>mm | V <sup>2</sup><br>mm <sup>2</sup> | f x V <sup>2</sup><br>mm <sup>2</sup> |
|----------------|-----------------|-----------|-------------|-----------------------------------|---------------------------------------|
| 133.014        | 2               | - 4       | - 8         | 16                                | 32                                    |
| 133.015        | 9               | - 3       | -27         | 9                                 | 81                                    |
| 133.016        | 14              | - 2       | -28         | 4                                 | 56                                    |
| 133.017        | 20              | - 1       | -20         | 1                                 | 20                                    |
| 133.018        | 23              | 0         | 0           | 0                                 | 00                                    |
| 133.019        | 18              | +1        | +18         | 1                                 | 18                                    |
| 133.020        | 21              | +2        | +42         | 4                                 | 84                                    |
| 133.021        | 6               | +3        | +18         | 9                                 | 54                                    |
| 133.022        | 5               | +4        | +20         | 16                                | 80                                    |
| 133.023        | 3               | +5        | +15         | 25                                | 75                                    |
|                | Σ=121           |           | Σ= 196      |                                   | Σ=500                                 |

V = Error aparente

**VALORES CARACTERÍSTICOS DEL ERROR:**

MEDIA ARITMÉTICA,  $\overline{A B} = 133.0182$

MEDIANA = 133.018

MODA = 133.018

$$\text{ERROR MEDIO ARITMÉTICO} = e_a = \pm \frac{\sum |v|}{n} = \pm \frac{0.196}{121} = \pm 0.0016$$

$$\text{ERROR MEDIO CUADRÁTICO} = e_c = \pm \sqrt{\frac{(\sum v^2)}{n-1}} = \pm \sqrt{\frac{500}{120}} = \pm 2.0 \text{ mm} = \pm 0.0020 \text{ mm}$$

ERROR PROBABLE = ERROR EN LA MEDIANA =  $\pm 0.0000$

ERROR PROBABLE =  $\pm e_p = \pm 0.6745 e_c = \pm 0.6745 \times 0.0020 = \pm 0.0014$

$$\text{ERROR EN LA MEDIA} = e_{AB} = \pm \frac{e_c}{\sqrt{n}} = \pm \frac{0.0020}{11} = \pm 0.0002$$

$$133.0182 - 0.0002 < AB < 133.0182 + 0.0002$$

**ERROR MÁXIMO O TEMIBLE =  $\pm 4 e_p = \pm 0.006$**

$$\text{CONFIABILIDAD DE LOS DATOS} = \frac{e}{e_p} = \frac{0.0020}{0.0016} = 1.25$$

PARA UN ERROR EN LA MEDIA  $e_m$ , EL NÚMERO APROXIMADO DE VECES QUE DEBE TOMARSE LA MEDIDA SERÁ:  $n = (e_c / e_m)^2$ , ASÍ:

| $e_m$         | n   |
|---------------|-----|
| $\pm 0.00100$ | 4   |
| $\pm 0.00050$ | 16  |
| $\pm 0.00010$ | 400 |

|               |       |
|---------------|-------|
| $\pm 0.00005$ | 1600  |
| $\pm 0.00001$ | 10000 |

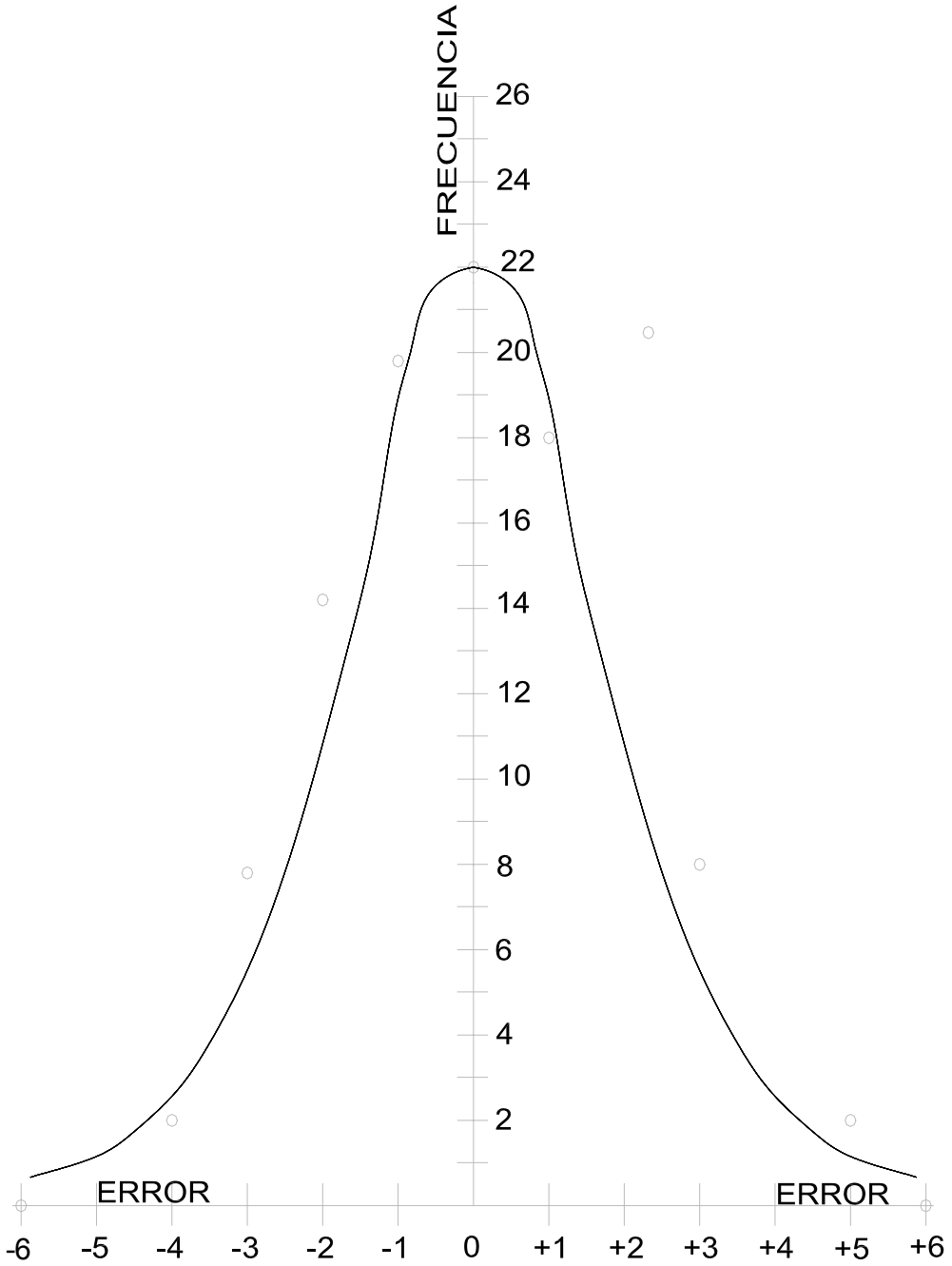
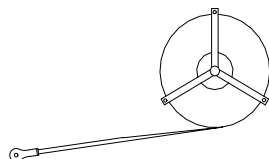


FIGURA 2.2 Curva de distribución de los errores.



## 3. LEVANTAMIENTO CON CINTA

### 3.1 GENERALIDADES

El levantamiento completo de un terreno se puede hacer empleando únicamente la cinta (éste era el único método disponible antes de que se fabricaran instrumentos para medir ángulos) si el levantamiento se hace sobre superficies reducidas tales como fincas pequeñas, solares y construcciones. Si se trata de extensiones grandes éste método de levantamiento no se utiliza porque además de ser lento proporciona baja precisión.

La forma más conveniente de realizar este trabajo consiste en descomponer la superficie en triángulos y medir los elementos necesarios de cada uno de ellos para dibujarlo y calcular su área. Cuando existen obstáculos internos que impidan materializar los triángulos se recurre a la medida de los ángulos y de los lados del polígono formado por los linderos.

La descomposición en triángulos se hace utilizando como vértices para éstos los puntos de cambio de dirección de los linderos; cuando la configuración del terreno no permite lo anterior o los cambios de dirección de los linderos son numerosos se puede situar un punto en el interior de la superficie como vértice común de todos los triángulos.

Si uno de los linderos es una línea irregular como la orilla de una quebrada o el borde de un camino se ubica uno o más lados de los triángulos o del polígono próximo a dicha línea, se procede a marcar sobre ella puntos a intervalos adecuados, se levantan perpendiculares por cada uno y se miden las distancias desde éstos hasta el lindero.

De los tres elementos a medir de cada triángulo para determinarlo se prefiere la medida de los tres lados (trilateración) porque la medida de ángulos con la cinta o la determinación de alturas proporciona, normalmente, menor precisión.

En la medida de ángulos con la cinta se emplea el conocido método de la cuerda, aplicando directamente a los ángulos cuando son agudos o a los suplementos cuando se trata de ángulos obtusos.

El método de trilateración es un método para levantamientos de control horizontal basado exclusivamente en la medición de distancias horizontales

(y no de ángulos) y su empleo se ha extendido debido a la distanciometría electrónica. Las figuras geométricas utilizadas en la trilateración son similares a las empleadas en triangulación y en situaciones especiales donde por relieve u otras condiciones se requieren figuras angostas y alargadas, la red se refuerza midiendo ángulos horizontales.

Los sistemas satelitales de posicionamiento, GPS y Glonass, para determinar las coordenadas geográficas de cualquier punto sobre y aún por fuera de la superficie terrestre, se fundamentan en la trilateración o medida de distancias desde el punto que se desea determinar a satélites cuya posición está perfectamente determinada. El número mínimo de distancias es de cuatro pero pueden ser más, por lo que se dice que el método utilizado en este caso corresponde a una extensión del método de trilateración.

### **3.2 TRABAJO DE CAMPO**

Al llegar al terreno el primer paso del trabajo consiste en hacer un reconocimiento de él con miras a decidir sobre la forma más ventajosa de hacer el levantamiento y determinar la posición más adecuada de las estaciones.

Los sitios para las estaciones se elegirán cuidadosamente y en su elección deben considerarse, entre otros, los siguientes factores: evitar que los triángulos o vértices del polígono tengan ángulos menores de  $30^\circ$  o mayores de  $120^\circ$ , recordar que el triángulo ideal es el equilátero y procurar que los alineamientos no presenten malezas abundantes, lagunas, obstáculos o accidentes que dificulten las medidas.

A pesar de las precauciones que se tomen, al localizar las estaciones en posiciones adecuadas puede resultar imposible evitar obstáculos para las medidas; estos inconvenientes suelen superarse con los métodos de la geometría de campo. Entre estos están los siguientes: para levantar una perpendicular por un punto de un alineamiento se utiliza el método 3, 4, 5; para trazar una perpendicular que pase por un punto exterior a una alineación se emplea el método de bisección de la cuerda y para medir distancias cuando se presenta un obstáculo se puede emplear el método de las líneas paralelas, el método del triángulo rectángulo o el método de los triángulos semejantes.

Existen varios instrumentos que ayudan en este tipo de levantamientos como la escuadra de agrimensor, los jalones y los pines.

La mejor forma de comprobar el levantamiento consiste en la repetición de todas las medidas pero cuando esto requiere mucho tiempo y no se hace, será necesario tomar medidas de control o redundantes para compararlas

con las calculadas. En la segunda medida con cinta de cualquier distancia deberán marcarse puntos intermedios diferentes a los utilizados en la primera medida.

En general todas las distancias se miden al centímetro.

Para la localización de detalles tales como construcciones, caminos, quebradas, carreteras etc., se utilizan los mismos procedimientos empleados para localizar linderos.

Una vez marcadas o materializadas las estaciones se elabora el gráfico y se organiza el trabajo de tal forma que en la secuencia de las medidas se economicen movimientos del personal y se reduzca el tiempo empleado en el levantamiento.

En el gráfico y para la orientación posterior del plano se podrá indicar la dirección aproximada del norte por la apreciación de la dirección del sol o por el conocimiento que se sobre dicha dirección.

### 3.3 CÁLCULOS

En los levantamientos con cinta los cálculos generalmente comprenden el cálculo de ángulos, distancias y áreas.

Las fórmulas más utilizadas son las correspondientes a un triángulo cualquiera. Llamado A, B y C los ángulos de un triángulo, y a, b y c los lados respectivamente opuestos a los ángulos A, B y C, se tiene:

$$A + B + C = 180^\circ \quad (3.1)$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \quad (3.2)$$

$$\frac{a}{\text{Sen}A} = \frac{b}{\text{Sen}B} = \frac{c}{\text{Sen}C} \quad (3.3)$$

$$\text{Área} = \frac{1}{2} bc \text{Sen}A \quad (3.4)$$

$$\text{Área} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \quad (3.5)$$

$$\text{Tan} \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}} \quad (3.6)$$

$$\text{Cos} \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}} \quad (3.7)$$

$$\text{Sen} \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}} \quad (3.8)$$

$$\text{Sen} \frac{A}{2} = \frac{a}{2c} \quad (3.9)$$

donde:  $s = \frac{1}{2} (a + b + c)$

La expresión (3.9) se obtiene de la expresión (3.8) cuando los lados  $b$  y  $c$  son iguales y es la que se utiliza para obtener ángulos por el método de la cuerda, éste consiste en marcar dos puntos, uno en cada línea a una misma distancia del vértice y medir posteriormente la cuerda o tercer lado del triángulo así formado; el valor más conveniente y más utilizado para las distancias desde el vértice es el de cinco metros.

En el cálculo de cualquier elemento se debe preferir la fórmula o método que contenga el mayor número de datos de campo sobre aquellos que requieren de otros datos calculados previamente.

Es recomendable llevar los cálculos con todas las cifras que permita la calculadora durante los diferentes pasos y aproximar el resultado al número correcto de cifras significativas; en el cálculo de áreas y de distancias, cuando los números son multiplicados o divididos o ambas cosas, los resultados no deben tener más cifras significativas; en el cálculo y la corrección de ángulos es suficiente llevar resultados a la décima de grado. En ángulos obtenidos por el método de la cuerda la precisión del valor angular aumenta al aumentar la cuerda siendo máxima cuando se llega al valor de los lados del triángulo; en condiciones normales el error de un ángulo empleando una cuerda de cinco metros no sobrepasa el grado y cuando el ángulo se obtiene a partir de la medida de los lados del triángulo y estos superan los 20 metros el error es inferior a la décima de grado.

En cualquier caso debe tenerse presente que un resultado nunca puede ser más preciso que la información usada.

### **3.4 DIBUJO**

El dibujo de un croquis preliminar del levantamiento más o menos a escala ayudará a la ubicación de la figura en el papel disponible, lo que conduce, a su vez, a un dibujo final mejor equilibrado.

La forma de realizar el dibujo de este tipo de levantamientos que proporciona mejor precisión consiste en la construcción de triángulos consecutivos empleando para ello los tres lados de cada triángulo, medidos en el campo o calculados previamente, empleando un compás con extensión de barra; para obtener el primer triángulo se dibuja un lado y desde cada extremo de éste los dos arcos con radios correspondientes a los otros dos lados y cuya intersección determinará

la posición del tercer vértice del triángulo, a partir de éste y en forma similar se dibujan los demás triángulos. El compás de extensión para el dibujo de los arcos puede sustituirse por un tanteo sucesivo de las medidas de los lados.

Puede afirmarse que un transportador grande proporciona un medio suficiente para marcar los valores angulares en el plano. Sin embargo, con un transportador de 15 cm de diámetro el error al dibujar un ángulo puede llegar a ser de  $0,3^\circ$ ; esto hace que el error gráfico sea más temible que los cometidos en el campo y sólo se aconseje su uso para localizar detalles y comprobar ángulos dibujados por otros medios.

Una vez dibujada la figura principal se dibujan los detalles, la dirección del norte, el título, etc., y finalmente se calca en papel albanene y a tinta.

### **3.5 EJEMPLOS**

En las Figuras 3.1 y 3.3 se muestran los registros de campo correspondientes a dos levantamientos con cinta; en el primero se empleó el método de la descomposición en triángulos y se midieron todas las distancias dos veces; en el segundo se midieron todas las distancias y ángulos de la poligonal conformada por los linderos ante la imposibilidad de medir las diagonales de los triángulos que podrían formarse.

En la Tabla 3.1 se presentan los cálculos correspondientes al primer ejemplo, allí se calculó el área por las dos formas posibles para comprobar el resultado y se calcularon todos los ángulos que forman las diagonales con cada uno de los linderos. La Tabla 3.2 contiene los cálculos del segundo ejemplo, el área se obtuvo por tres rutas diferentes de las cinco posibles aunque en general solamente es necesario el cálculo por dos de ellas, se calcularon todas las diagonales y se omitió el cálculo de los ángulos formados por las distintas líneas. En un trabajo cualquiera el cálculo de éstos ángulos se hace cuando se necesiten y el cálculo de diagonales es necesario en casos como el presentado en el segundo ejemplo para el cálculo del área y para la ejecución del dibujo por trilateración.

Las Figuras 3.2 y 3.4 son copias de los planos. Antes de iniciar la confección definitiva de cada uno de ellos se procedió a la verificación rigurosa de todos y cada uno de los lados, ángulos y diagonales.

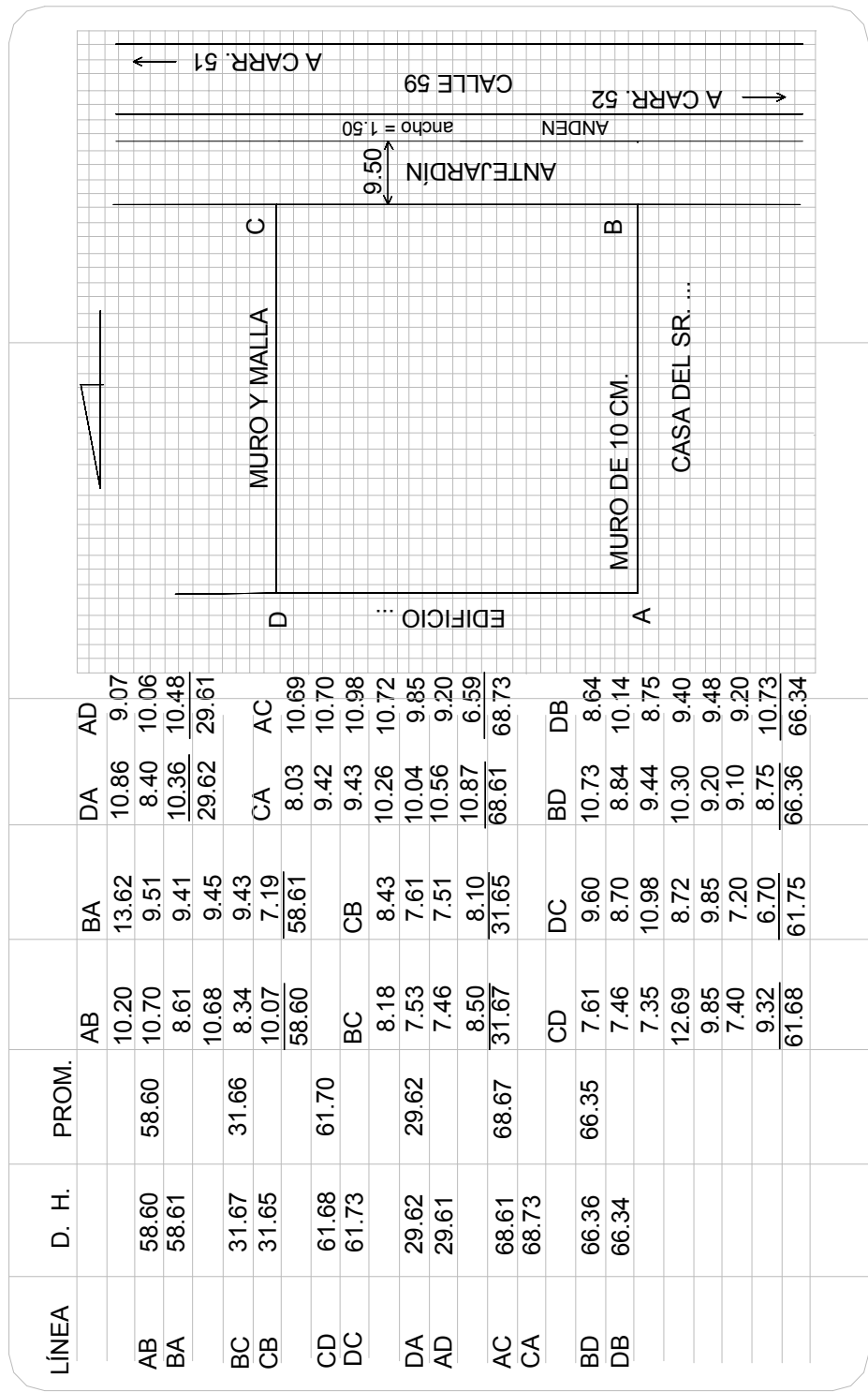


FIGURA 3.1 Registro de campo del levantamiento de un terreno con cinta. Descomposición en triángulos.

**TABLA 3.1** Cálculo del área y de los ángulos del levantamiento de un terreno con cinta. Descomposición en triángulos.

| TRIÁNGULO | LADO<br>m | LONGITUD<br>m | S<br>m | ÁREA<br>m <sup>2</sup> | ÁNGULO<br>° |
|-----------|-----------|---------------|--------|------------------------|-------------|
| ABC       | AB        | 58.60         |        |                        | A2 = 27.4°  |
|           | BC        | 31.66         |        |                        | B = 94.3°   |
|           | CA        | 68.67         | 79.465 | 925.0                  | C1 = 58.3°  |
|           |           |               |        |                        | Σ = 180.0°  |
| CDA       | CD        | 61.70         |        |                        | C2 = 25.6°  |
|           | DA        | 29.62         |        |                        | D = 90.4°   |
|           | AC        | 68.67         | 79.995 | 913.7                  | A1 = 64.0°  |
|           |           |               |        | Σ = 1838.7             | Σ = 180.0°  |
| BCD       | BC        | 31.66         |        |                        | B2 = 67.7°  |
|           | CD        | 61.70         |        |                        | C = 84.0°   |
|           | DB        | 66.35         | 79.855 | 971.4                  | D1 = 28.3°  |
|           |           |               |        |                        | Σ = 180.0°  |
| DAB       | DA        | 29.62         |        |                        | D2 = 62.0°  |
|           | AB        | 58.60         |        |                        | A = 91.5°   |
|           | BD        | 66.35         | 77.285 | 867.6                  | B1 = 26.5°  |
|           |           |               |        | Σ = 1839.0             | Σ = 180.0°  |

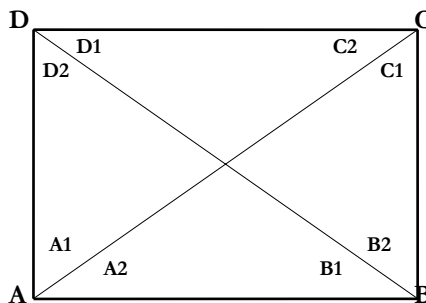
$$\text{AREA} = \frac{1838.7 + 1839.0}{2} = 1838.8 \text{ m}^2$$

**LONGITUD:** Promedio de las distancias obtenidas en el campo.

**S** : Semiperímetro.

**ÁREA** : Se obtiene de la expresión  $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

**ÁNGULO** : A partir de la expresión  $2 \text{Cos}^{-1} \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}$



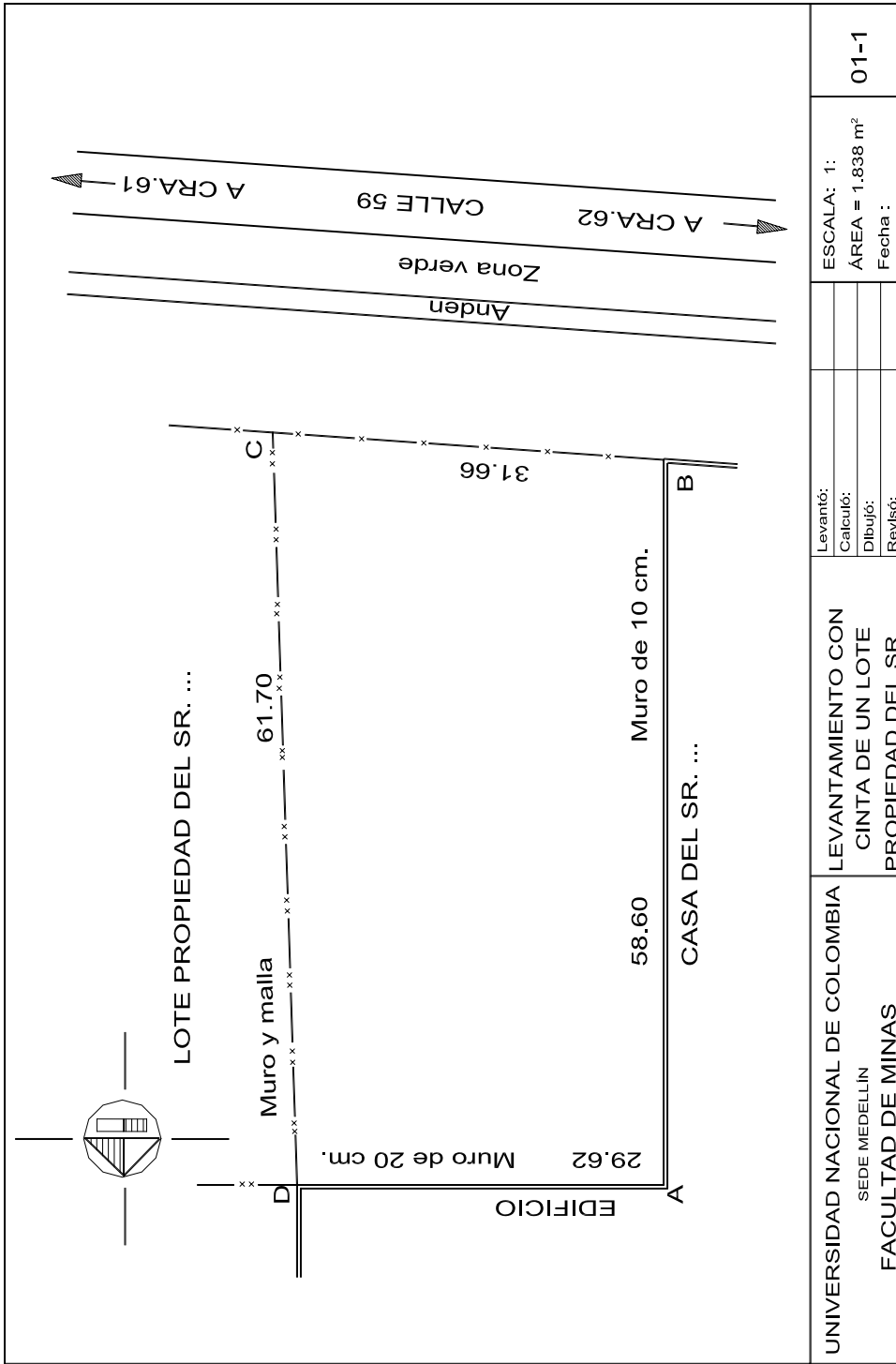


FIGURA 3.2 Plano del levantamiento de un terreno con cinta. Descomposición en triángulos.

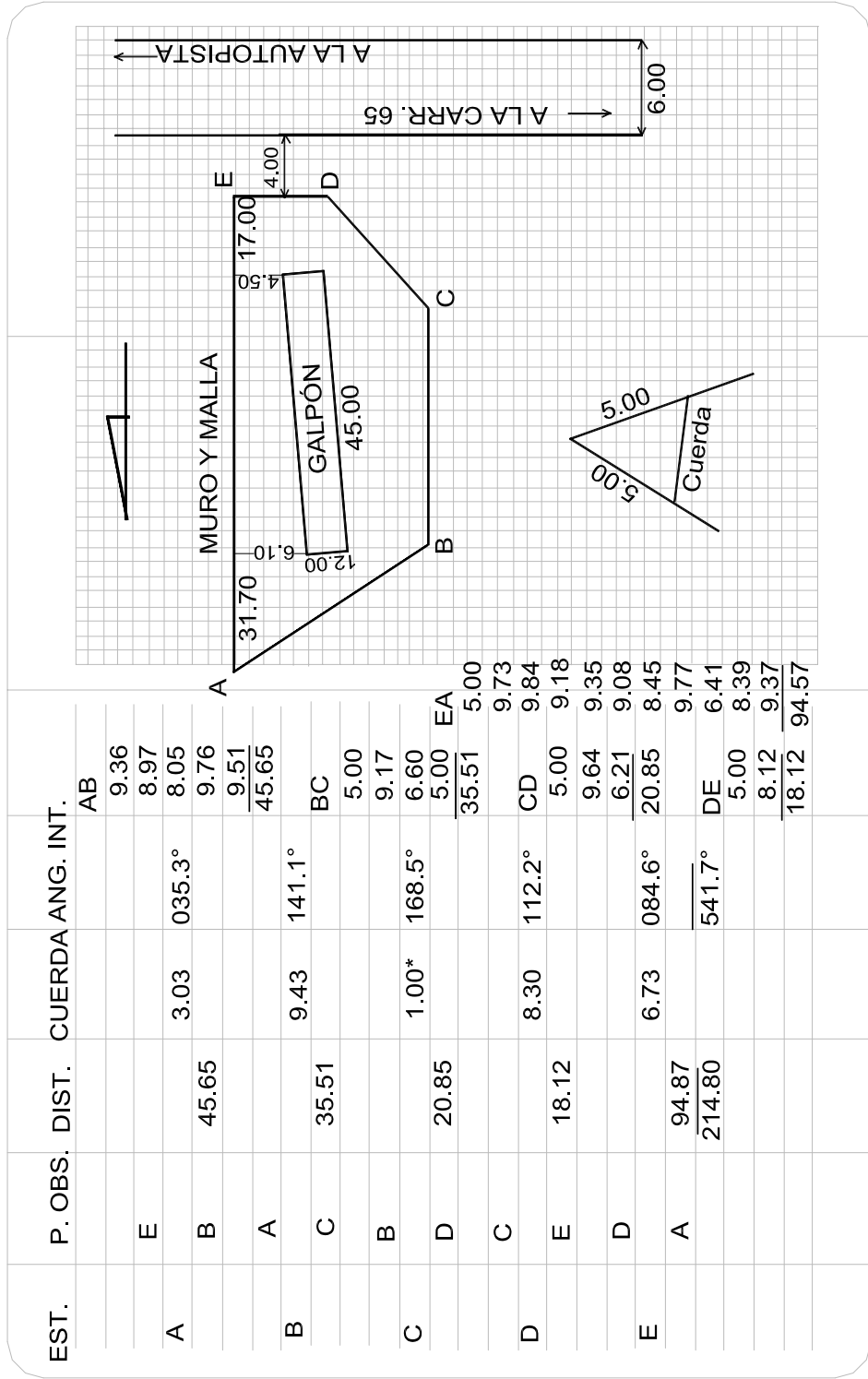
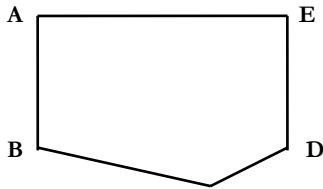


FIGURA 3.3 Registro de campo del levantamiento de un terreno con cinta. Medida de lados y ángulos.

**TABLA 3.2** Cálculo de ángulos corregidos, diagonales y área del levantamiento de un terreno con cinta. Medida de lados y ángulos de la poligonal conformada por los linderos



| VÉRTICE   | ANGULO OBS. | CORREC-CIÓN | ANGULO CORREG. |
|-----------|-------------|-------------|----------------|
| A         | 035.3°      | -0.3°       | 035.0°         |
| B         | 141.1°      | -0.3°       | 140.8°         |
| C         | 168.5°      | -0.3°       | 168.2°         |
| D         | 112.2       | -0.4°       | 111.8°         |
| E         | 084.6°      | -0.4°       | 084.2°         |
| $\Sigma=$ | 541.7°      | -1.7°       | 540.0°         |

| TRIÁN-GULO | LADO | LONGI-TUD - m | ANGULO CORREG. | S m     | AREA m <sup>2</sup> | DIAGONAL m |
|------------|------|---------------|----------------|---------|---------------------|------------|
| AED        | EA   | 94.67         | E = 84.2°      |         | 853.3               | AD = 94.57 |
|            | DE   | 18.12         |                |         |                     |            |
| ABC        | AB   | 45.65         | B = 140.8°     |         | 512.3               | AC = 76.53 |
|            | BC   | 35.51         |                |         |                     |            |
| ACD        | AC   | 76.53         |                | 95.975  | 443.8               |            |
|            | AD   | 94.57         |                |         | $\Sigma=1809.4$     |            |
|            | CD   | 20.85         |                |         | -----               |            |
| EAB        | AB   | 45.65         | A = 35.0°      |         | 1239.4              | BE = 62.98 |
|            | EA   | 94.67         |                |         |                     |            |
| BCD        | BC   | 35.51         | C = 168.2°     |         | 75.7                | BD = 56.08 |
|            | CD   | 20.85         |                |         |                     |            |
| BDE        | BE   | 62.98         |                | 68.590  | 492.9               |            |
|            | BD   | 56.08         |                |         | $\Sigma=1808.0$     |            |
|            | DE   | 18.12         |                |         | -----               |            |
| ABC        |      |               |                |         | 512.3               |            |
| CDE        | CD   | 20.85         | D = 111.8°     |         | 175.4               | CE = 32.31 |
|            | DE   | 18.12         |                |         |                     |            |
| AEC        | AC   | 76.53         |                | 101.755 | 1123.8              |            |
|            | CE   | 32.31         |                |         | $\Sigma=1811.5$     |            |
|            | EA   | 94.67         |                |         |                     |            |

$$\text{AREA} = \frac{1809.4 + 1808.0 + 1811.5}{3} = 1809.6 \text{ m}^2$$

**LONGITUD** : Valor medido o calculado previamente.

**S** : Semiperímetro.

**AREA** : Se utilizó la expresión  $\frac{1}{2} b c \text{ Sen}A$  para los triángulos cuyo ángulo se midió y se presenta en la tabla, para los demás se calculó por medio de la expresión

$$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

**DIAGONAL** : Calculada por  $\sqrt{b^2 + c^2 - 2bc\text{Cos}A}$

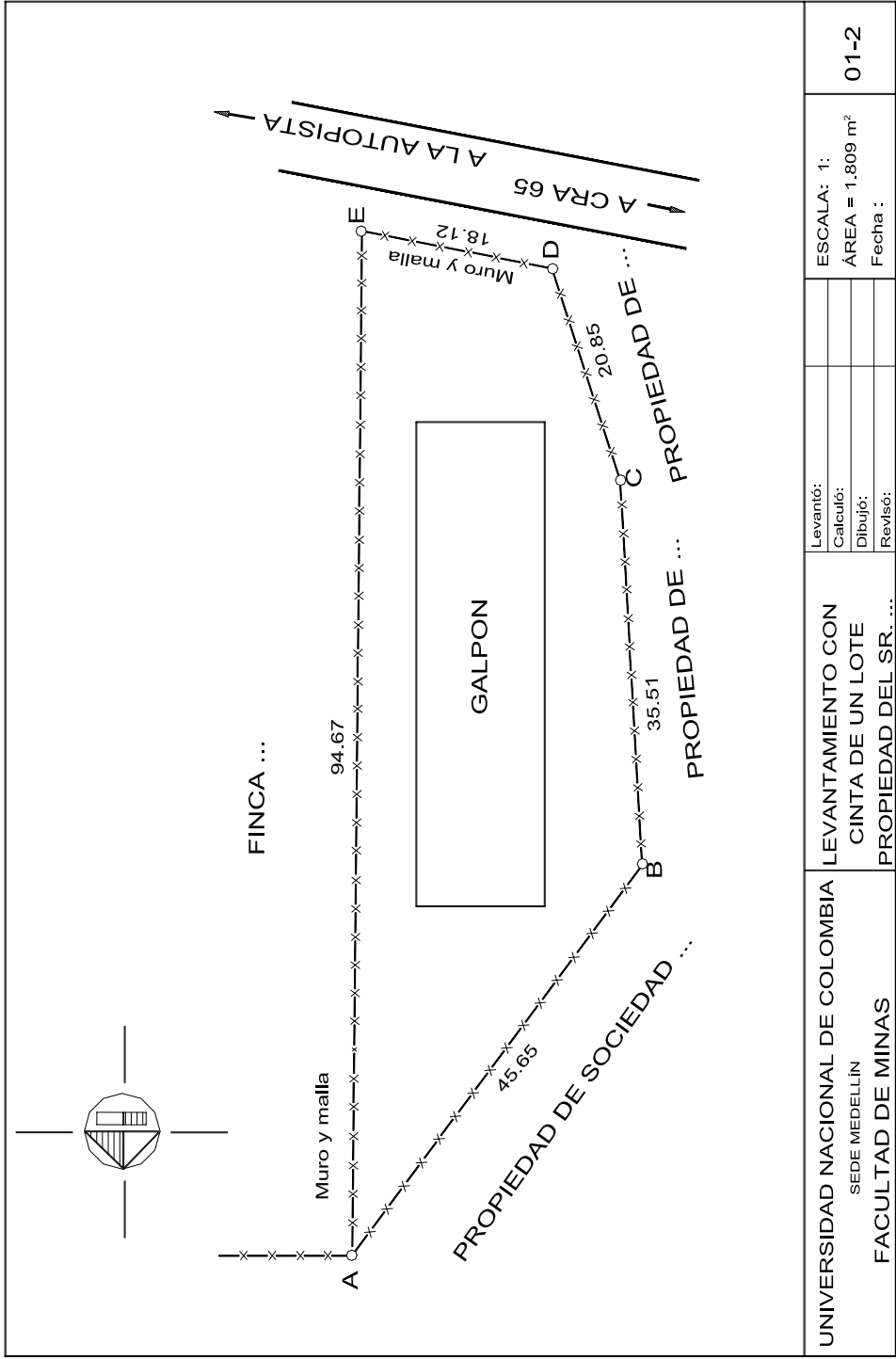


FIGURA 3.4 Plano del levantamiento de un terreno con cinta. Medida de los lados y de los ángulos.



## 4. LEVANTAMIENTO CON BRÚJULA Y CINTA

### 4.1 GENERALIDADES

El campo magnético de la tierra y el uso de la brújula fue por mucho tiempo el único medio por el cual se podían medir ángulos antes de ser desarrollados el sextante y el tránsito. Tartaglia hacia 1520 fue el primero en utilizar la brújula en levantamientos de terrenos. Actualmente, por sus muchos defectos, no se emplea la brújula para ningún levantamiento definitivo de importancia.

Dentro de la gran variedad de brújulas, la de topógrafo o de agrimensor, montada sobre un trípode y de hasta 18 cm de diámetro se ha convertido en una pieza de museo y los levantamientos que con ella se hacían se han sustituido por levantamientos con teodolito que requieren un trabajo igual y dan mayor precisión; sin embargo, la brújula de mano o de bolsillo, mucho más pequeña que la anterior, es un instrumento insustituible para geólogos, técnicos forestales y otros cuando se requieren levantamientos aproximados. Además, debido a la importancia que tiene en topografía la manipulación adecuada de rumbos y de acimutes, y de los ángulos que de éstos pueden obtenerse, es conveniente para el principiante en este campo el manejo y comprensión de tal instrumento.

Como la línea de referencia para las direcciones, que es la señalada por la aguja de la brújula, puede oscilar en algunos casos hasta 20 minutos en el transcurso de un día (variación de la declinación magnética diaria) inevitablemente habrán de cometerse errores por esta causa, razón por la que es inútil, con estos instrumentos, tener grandes apreciaciones en las lecturas, siendo frecuentes las de  $1^\circ$ ,  $1/2$ , o a lo sumo  $1/4$  de grado.

La brújula como accesorio del tránsito para la orientación magnética de un levantamiento se ha sustituido por el giróscopo o giroteodolito con el cual se determina la dirección del norte geográfico con un error de unos segundos sin la influencia de campos magnéticos exteriores.

Los levantamientos que se hacen con la brújula generalmente se efectúan por el método de poligonales. Aunque solo es necesario instalar la brújula cada dos estaciones, se obtiene una comprobación y se descubren las atracciones locales si se toman visuales atrás y adelante en cada estación. Todas las orientaciones, rumbos o acimutes, tomados desde una misma estación podrán estar afectados en la misma cantidad, o sea que los ángulos entre las líneas tomados desde una misma estación no se afectan por la atracción local. Esta consideración es bastante clara si se piensa que la aguja permanece en una sola posición mientras se observan las direcciones desde esa estación a los diferentes puntos.

## **4.2 TRABAJO DE CAMPO**

El primer paso, lo mismo que en cualquier levantamiento topográfico, consiste en el reconocimiento del terreno, la elección y colocación de las estaciones o vértices requeridos, la elaboración del gráfico y la organización del trabajo.

Una vez instalada la brújula en cada estación toda visual debe dirigirse a la parte más baja de las señales colocadas en los puntos a observar (varas, jalones, estacones, etc.) para evitar o disminuir el error por falta de verticalidad de éstas. La letra N de la caja de la aguja será la más próxima al objeto enfilado. Las brújulas están fabricadas para proporcionar acimutes o rumbos los cuales se determinan observando el valor angular que está frente al extremo norte de la aguja y para los rumbos el cuadrante se determina por las letras sobre la caja entre las que está situado este extremo de la aguja (en general las letras E y W de la caja están invertidas con respecto a sus posiciones normales, para dar la lectura directa de los rumbos). Para designar el rumbo las letras N o S deben preceder al valor angular del mismo, al cual seguirán las letras E o W. Al leer, el ojo debe mantenerse en línea con la aguja para evitar el error de paralaje, o sea el cambio aparente en la posición de la aguja cuando ésta se mira según una línea que no esté en el mismo plano de ella. Antes de cada lectura deben darse unos golpecitos sobre la caja para que la aguja pueda oscilar libremente.

Al hacer las lecturas no debe haber cerca de la brújula algún objeto que pueda perturbar el magnetismo de la aguja como la cinta metálica, los pines, el martillo, etc, y aunque la cantidad de metal que pueda llevar el

observador encima suele no influir sobre la aguja, es conveniente hacer las lecturas en la misma posición respecto de la aguja.

### 4.3 CÁLCULOS

Los levantamientos con brújula pueden incluir correcciones por atracción local, cálculo de ángulos, distancias y áreas.

El cálculo de todos los ángulos debe hacerse con los rumbos o acimutes observados desde la misma estación en la que se efectúa el cálculo, así se eliminan los efectos de atracción local.

Si se trata de una poligonal cerrada la suma de los ángulos debe ser igual a  $(n \pm 2) 180^\circ$  (+ para los exteriores y - para los interiores, n es el número de lados de la poligonal) y la diferencia con la suma de los ángulos observados se debe únicamente a errores de observación. Esta diferencia o error total se corrige repartiendo por igual entre todos los ángulos siempre que no sobrepase los límites admisibles para estos casos como indicación de que no existen equivocaciones; el error admisible en la suma de los ángulos interiores o exteriores no debe ser mayor que el producto del número de ángulos por la apreciación en la lectura de la brújula ( $1^\circ$ ,  $\frac{1}{2}^\circ$  o  $\frac{1}{4}^\circ$ ). Las correcciones no deben sobrepasar la precisión de las observaciones, es decir, si el error no puede dividirse exactamente a razón de la apreciación por cada ángulo, se aplica la corrección mayor a aquellos ángulos cuyas circunstancias de observación se estime que fueron las menos favorables.

Los rumbos o acimutes se calculan nuevamente partiendo de alguno de los lados cuya dirección esté exenta o presente la menor atracción local y calculando los rumbos o acimutes de las demás líneas por medio de los ángulos ya corregidos y aplicando la hipótesis de paralelismo de meridianos.

Los ángulos calculados para las líneas dirigidas a los linderos y demás detalles, no se corrigen, pero si debe obtenerse su dirección corregida, de lo contrario los ángulos formados por dichas líneas pueden quedar alterados.

En el cálculo de cada ángulo deben tenerse presente los tres conceptos básicos que determinan un ángulo, estos son: la línea de referencia, el sentido de giro y el valor numérico de cada ángulo; el ángulo formado

por dos líneas se deduce de una simple operación aritmética de los ángulos que forman con la dirección de la aguja pero siempre será más conveniente hacer un cuidadoso gráfico con respecto a las líneas N-S y E-W donde se vean claramente los ángulos conocidos, la línea de referencia y el ángulo que se desea obtener.

El cálculo del área se puede obtener por cuatro métodos: cálculo por coordenadas cartesianas, por cálculo trigonométrico de figuras simples y elementos conocidos, por descomposición en figuras geométricas y medidas en el plano de los datos necesarios para ello y por medida con un planímetro. El cálculo por coordenadas y la medida con planímetro se explican en otros capítulos.

#### **4.4 DIBUJO**

Para dibujar un levantamiento hecho con brújula puede emplearse el método de coordenadas, sin embargo el dibujo a escala y transportador se considera adecuado. El transportador empleado en estos dibujos debe tener como mínimo 15 cm de diámetro de lo contrario se debe recurrir al dibujo de ángulos a partir de alguna función trigonométrica. En el dibujo a escala y transportador de una poligonal el error lineal de cierre, si lo hay, debe corregirse por el método gráfico y posteriormente ubicar los puntos de lindero y demás detalles.

#### **4.5 EJEMPLO**

En la Figura 4.1 se presenta el registro de campo del levantamiento de un terreno con brújula. Los rumbos se han observado con una apreciación de  $\frac{1}{2}^\circ$  y las distancias se han medido al centímetro.

La Tabla 4.1 contiene los cálculos, en ella se ha corregido únicamente el ángulo en P2 de la poligonal; los ángulos formados por las líneas que van a los linderos y detalles con los lados de la poligonal se colocaron directamente en la casilla correspondiente a ángulos a la derecha corregidos; para calcular los rumbos corregidos se partió del rumbo de la línea P1-P4, de éstos se obtuvieron los acimutes correspondientes. En la Tabla 4.2 se presenta el cálculo del área.

La Figura 4.2 presenta una copia del plano correspondiente.

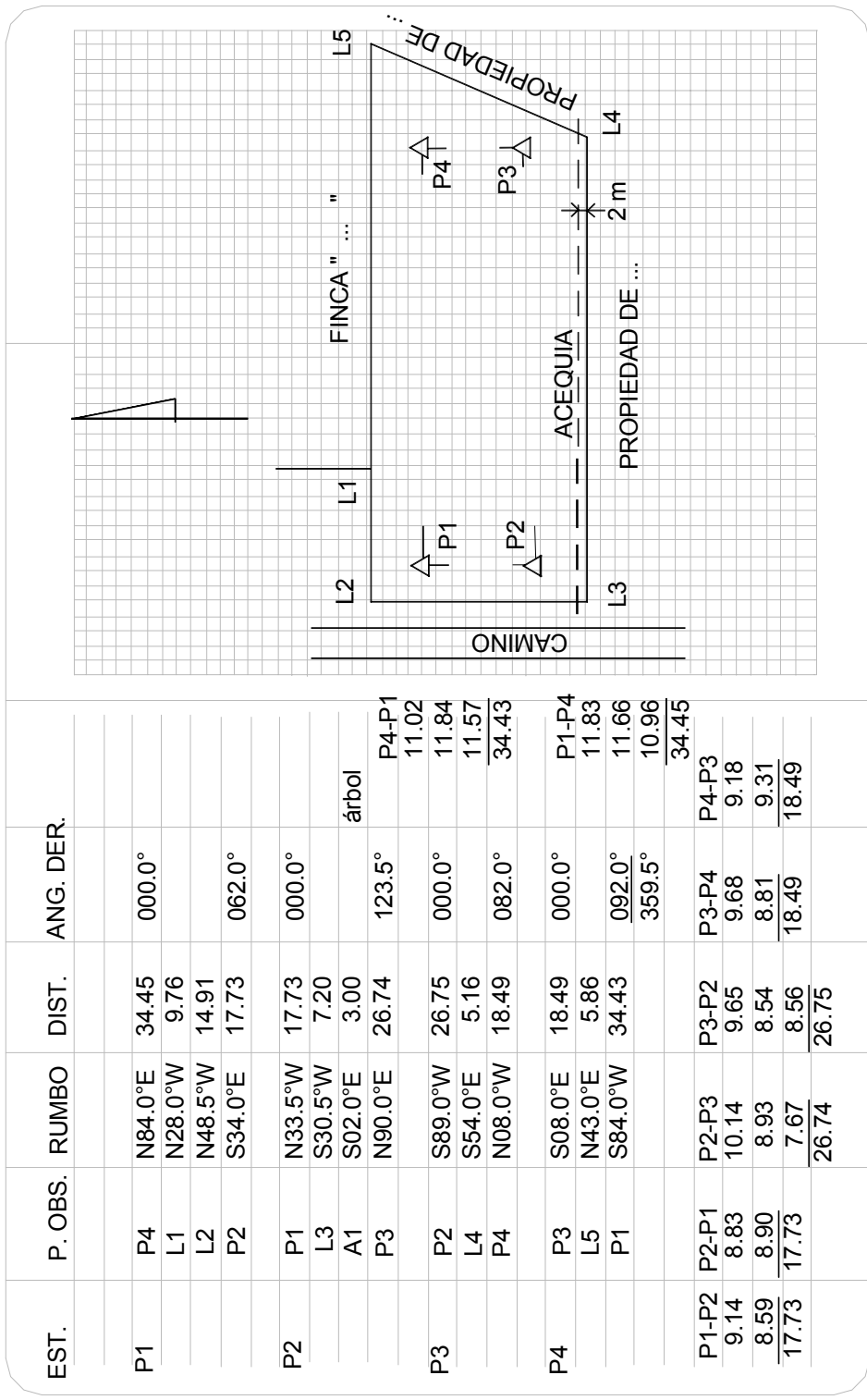


FIGURA 4.1 Registro de campo del levantamiento de un terreno con brújula y cinta

**TABLA 4.1 Cálculo de rumbos y acimutes corregidos del levantamiento de un terreno con brújula y cinta.**

| EST.       | PUNTO OBS. | RUMBO OBS. | A. DER. OBS.  | CORREC-CION  | A. DER. CORR. | RUMBO CORR. | AZ. CORR. | D. H. PROM   |
|------------|------------|------------|---------------|--------------|---------------|-------------|-----------|--------------|
| P1         | P4         | N84.0°E    | 000.0°        |              | 000.0°        | N84.0°E     | 084.0°    |              |
|            | L1         | N28.0°W    |               |              | 248.0°        | N28.0°W     | 332.0°    | 9.76         |
|            | L2         | N48.5°W    |               |              | 227.5°        | N48.5°W     | 311.5°    | 14.91        |
|            | P2         | S34.0°E    | 062.0°        | 0.0°         | 062.0°        | S34.0°E     | 146.0°    | 17.73        |
| P2         | P1         | N33.5°W    | 000.0°        |              | 000.0°        | N34.0°W     | 326.0°    |              |
|            | L3         | S30.5°W    |               |              | 244.0°        | S30.0°W     | 210.0°    | 7.20         |
|            | A1         | S02.0°E    |               |              | 211.5°        | S02.5°W     | 177.5°    | 3.00         |
|            | P3         | N90.0°E    | 123.5°        | +0.5°        | 124.0°        | N90.0°E     | 090.0°    | 26.74        |
| P3         | P2         | S89.0°W    | 000.0°        |              | 000.0°        | S90.0°W     | 270.0°    |              |
|            | L4         | S54.0°E    |               |              | 217.0°        | S53.0°E     | 127.0°    | 5.16         |
|            | P4         | N09.0°W    | 082.0°        | 0.0°         | 082.0°        | N08.0°W     | 352.0°    | 18.49        |
| P4         | P3         | S08.0E     | 000.0         |              | 000.0°        | S08.8°E     | 172.0°    |              |
|            | L5         | N43.0E     |               |              | 231.0°        | N43.0°E     | 043.0°    | 5.86         |
|            | P1         | S84.0W     | 092.0         | 0.0°         | 092.0°        | S84.0°W     | 264.0°    | 34.44        |
| <b>Σ =</b> |            |            | <b>359.5°</b> | <b>+0.5°</b> | <b>360.0°</b> |             |           | <b>97.40</b> |
|            |            |            |               |              |               |             |           |              |
|            |            |            |               |              |               |             |           |              |
|            |            |            |               |              |               |             |           |              |

OBSERVACIÓN: Las sumatorias corresponden a la poligonal base.

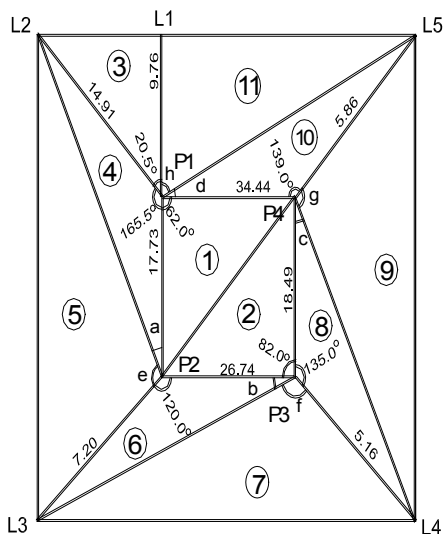
**TABLA 4.2 Cálculo del área del levantamiento de un terreno con brújula y cinta.**

| TRIÁNGULO | LADO<br>m   | ÁNGULO<br>°    | ÁREA<br>m <sup>2</sup> |
|-----------|-------------|----------------|------------------------|
| 1         |             |                | 269.6                  |
| 2         |             |                | 244.8                  |
| 3         |             |                | 25.5                   |
| 4         | P2-L2=32.38 | a = 6.6°       | 33.1                   |
| 5         |             | e = 109.4°     | 109.9                  |
| 6         | P3-L3=30.97 | b = 11.6°      | 83.4                   |
| 7         |             | f = 131.4°     | 59.9                   |
| 8         | P4-L4=22.44 | c = 9.4°       | 33.7                   |
| 9         |             | g = 119.5°     | 57.2                   |
| 10        | P1-L5=39.05 | d = 5.6°       | 66.2                   |
| 11        |             | h = 106.4°     | 182.8                  |
|           |             | <b>ÁREA=Σ=</b> | <b>1166.1</b>          |

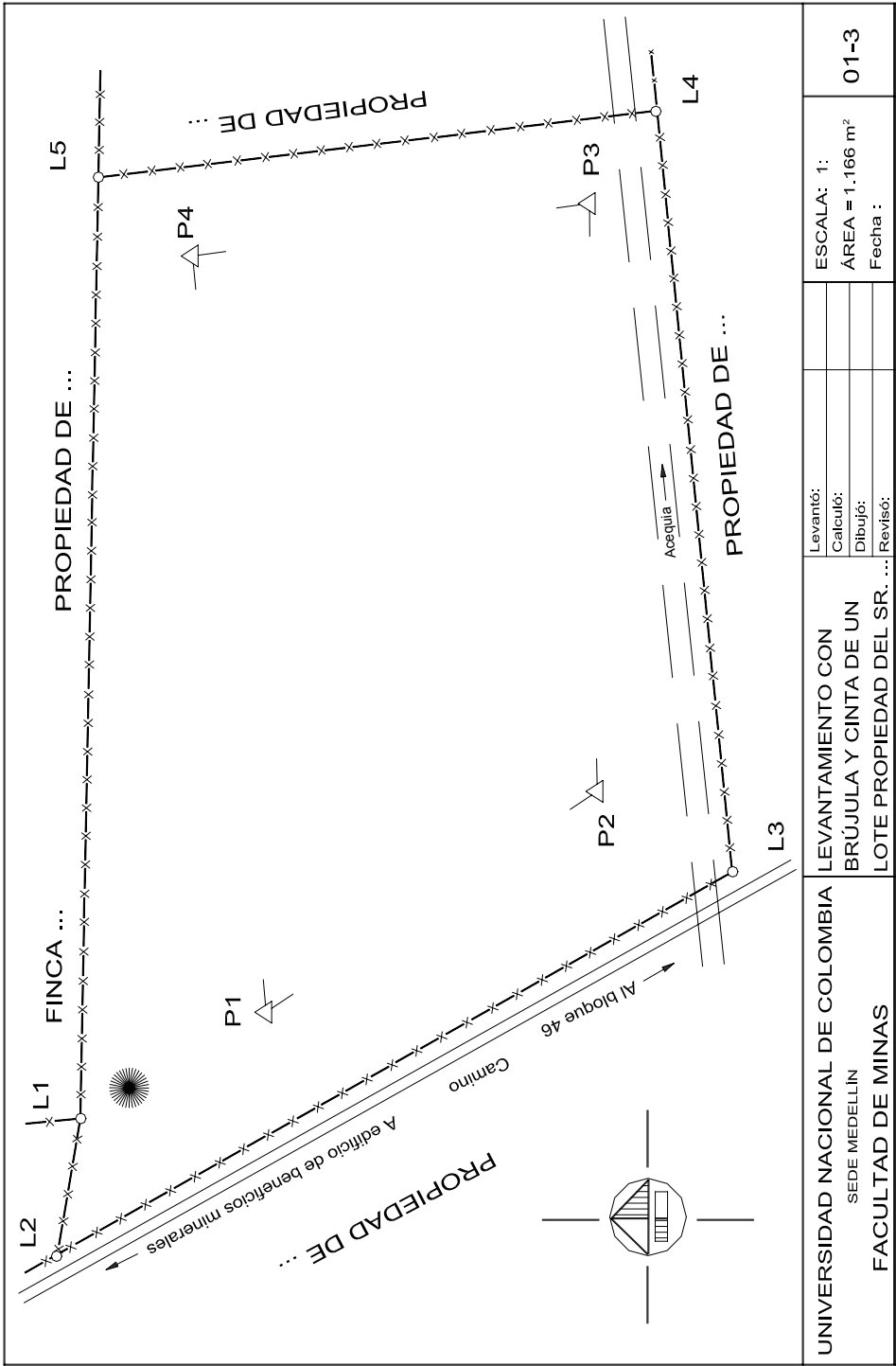
**LADO** : Distancia calculada por ley de cosenos aplicada en el triángulo donde se encuentra anotada.

**ÁNGULO** : a, b, c y d se obtuvieron por ley de senos: e, f, g y h deducidos a partir de los ángulos anteriores y de los acimutes corregidos necesarios para ello.

**ÁREA** : se utilizó la expresión  $\frac{1}{2} b c \text{ Sen}A$ .

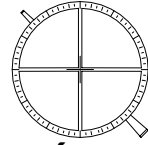


Los ángulos cuyos valores aparecen en éste gráfico se calcularon por diferencia de acimutes corregidos de las líneas que los forman. Las distancias anotadas corresponden a las tomadas en el campo.



|                                                                        |                                                                          |  |          |                             |      |
|------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|--|----------|-----------------------------|------|
| UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA<br>SEDE MEDELLIN<br>FACULTAD DE MINAS | LEVANTAMIENTO CON<br>BRÚJULA Y CINTA DE UN<br>LOTE PROPIEDAD DEL SR. ... |  | Levantó: | ESCALA: 1:                  | 01-3 |
|                                                                        |                                                                          |  | Calculó: | ÁREA = 1.166 m <sup>2</sup> |      |
|                                                                        |                                                                          |  | Dibujó:  | Fecha :                     |      |
|                                                                        |                                                                          |  | Revisó:  |                             |      |

FIGURA 4.2 Plano del levantamiento de un terreno con brújula y cinta.



## 5. LEVANTAMIENTO POR INTERSECCIÓN

### 5.1 GENERALIDADES

Los levantamientos con tránsito pueden hacerse por los métodos de radiaciones, intersecciones o por poligonales. El método denominado de intersección directa es el más preciso de todos, utilizado en triangulaciones topográficas y geodésicas; con él puede situarse un punto con extremada precisión, en algunas triangulaciones geodésicas, a distancias, en algunos casos, hasta de centenares de kilómetros.

El método de intersección fue utilizado para obtener el primer mapa topográfico de un país: el mapa de Francia, publicado en 1793 por la familia Cassini (padre, hijo, nieto y bisnieto), tenía 11 por 11 metros correspondientes al acople de 186 hojas. El método consistió en aplicar un principio geométrico básico: si se conocen un lado y dos ángulos de un triángulo se pueden determinar los demás elementos del triángulo; así pues, es posible determinar la distancia hacia lugares lejanos sin ir a ellos. En el plano antes mencionado se muestran caminos, vías, canales, pueblos y aldeas, abadías, castillos, viñedos, lagos e incluso molinos. Con este trabajo, el levantamiento cartográfico adquirió relevancia.

Los instrumentos que se utilizan son exclusivamente tránsitos o teodolitos con apreciaciones variables; desde el minuto como mínimo, en intersecciones ordinarias, hasta la décima de segundo en tránsitos perfeccionados en la geodesia. El primer tránsito fue construido por el inglés Leonardo Digges en 1571.

Se fundamenta el método de intersección en partir de un lado, denominado base, de longitud y acimut conocidos, estacionado el teodolito en los extremos para medir los ángulos que forman con la base las visuales al punto que se trata de levantar. Se forma así un triángulo en el que se conoce un lado y los dos ángulos adyacentes y por consiguiente estará definido; para comprobación se mide además el ángulo del vértice cuando éste ha de servir de apoyo para localizar otros puntos.

Cuanto mejores sean las condiciones en que se cortan las visuales mejor determinado quedará el punto; para obtener una buena intersección el ángulo que forman las visuales debe estar comprendido entre  $30^\circ$  y  $150^\circ$  y acercarse lo más posible a  $90^\circ$ .

El método de intersección antes descrito es una forma de triangulación y, en general, no se utiliza solo en el levantamiento de linderos por la inseguridad de los valores resultantes cuando los triángulos tienen ángulos muy agudos; sin embargo, es de gran utilidad como complemento de los levantamientos por poligonales para localizar puntos de difícil acceso cuando son visibles desde dos estaciones de la poligonal.

Los ángulos se pueden tomar a la vez con dos teodolitos estacionados en los extremos de la base. Se hace uso de este método en trabajos hidrográficos para situar o replantear puntos sobre superficies de agua, en la construcción de puentes para determinar la posición de pilares y de otras estructuras donde, por lo difícil del acceso, no es posible el uso de la cinta.

## **5.2 TRABAJO DE CAMPO**

Después del reconocimiento del terreno el paso siguiente consiste en la ubicación de la base teniendo en cuenta que: sus extremos deben ser intervisibles, todos los puntos a levantar deben ser visibles desde los dos extremos, su magnitud debe ser proporcional al tamaño del lote y su posición debe ser tal que los triángulos tengan forma conveniente (que no contengan ángulos demasiado grandes ni demasiado pequeños).

La longitud de la base se mide con cinta, mínimo dos veces. Con el teodolito estacionado en un extremo de la base se miden los ángulos correspondientes a los puntos que hay que situar. Desde el otro extremo de la base se hace otra serie de observaciones semejantes.

## **5.3 CÁLCULOS**

El fundamento del cálculo consiste en resolver cada triángulo, de cada uno de ellos se conoce la longitud de la base y los ángulos adyacentes, así como el azimut de dicha base y las coordenadas absolutas de sus extremos.

La distancia desde cada extremo de la base a uno de estos puntos se calcula por aplicación de la propiedad, en todo triángulo, de ser proporcionales sus lados a los senos de los ángulos opuestos (ley de senos). El acimut de cada línea se obtiene sumando al acimut de la línea base el ángulo a la derecha observado, desde ésta hasta la línea en cuestión.

Conocida la distancia y el acimut de las líneas se calculan las coordenadas parciales o proyecciones de cada línea mediante las siguientes expresiones:

$$\text{Proyección Este} = \text{Distancia} \times \text{Sen Az} \quad (5.1)$$

$$\text{Proyección Norte} = \text{Distancia} \times \text{Cos Az} \quad (5.2)$$

La gran mayoría de las calculadoras proporcionan estos dos resultados mediante el uso de la función denominada polar a rectangular y designada como P→R sin necesidad de obtener previamente los valores del seno y del coseno. Las proyecciones calculadas se suman a las coordenadas absolutas del extremo para obtener las de cada punto.

Las coordenadas de los puntos pueden calcularse desde cada uno de los dos extremos de la base con lo que se tendrán dos pares de coordenadas para cada punto, las cuales deben coincidir si los cálculos están bien hechos.

Observando los ángulos desde varias líneas de una poligonal se pueden tener varias series de valores para las coordenadas de un punto. Si estos valores son próximos entre sí, es una prueba de que las medidas angulares y lineales han sido hechas sin errores apreciables y los cálculos sin equivocaciones, adoptándose el promedio como coordenadas definitivas.

El cálculo del área por coordenadas deberá efectuarse con posterioridad a la elaboración del plano, porque en él podrán descubrirse equivocaciones de campo o de cálculo que afectarían este resultado. Para obtenerla es necesario proceder al ordenamiento de los puntos que conforman el lindero en forma consecutiva y aplicando la siguiente expresión:

$$E (N_a - N_p) \quad (5.3)$$

donde:

E : Coordenada este del punto considerado

Na : Coordenada norte del punto anterior

Np : Coordenada norte del punto posterior

El valor dado por la expresión (5.3) se obtiene con su signo para cada uno de los puntos del lindero y cuya suma algebraica proporciona el doble del área en metros cuadrados, si esta suma resulta de signo negativo se hace caso omiso de éste. Para estar seguros de que no se han cometido equivocaciones de cálculo se comprueba el resultado anterior calculando, en forma similar, para cada punto el valor de la expresión:

$$N(Ea - Ep) \quad (5.4)$$

donde:

N : Coordenada norte del punto considerado

Ea : Coordenada este del punto anterior

Ep : Coordenada este del punto posterior

La suma algebraica de los valores obtenidos mediante la expresión (5.4) corresponderá también al doble del área en metros cuadrados y obviamente debe coincidir con la obtenida al emplear la expresión (5.3), las diferencias que puedan presentarse se deberán únicamente a las aproximaciones en las operaciones.

Además de las coordenadas de los linderos de una propiedad debe darse la distancia y la dirección de cada una de las líneas, esto es lo que se conoce como descripción de linderos y se utiliza para la elaboración de la escritura.

El cálculo del acimut y de la longitud de una línea conocidas las coordenadas de sus extremos se conduce aplicando las siguientes expresiones:

$$Rumbo_{XY} = \tan^{-1} \frac{Ey - Ex}{Ny - Nx} \quad (5.5)$$

$$Dist_{XY} = \sqrt{(Ey - Ex)^2 + (Ny - Nx)^2} \quad (5.6)$$

donde:

XY : Indica que el rumbo es de la línea que desde X va hasta Y y no en sentido contrario.

Ex, Nx: Coordenadas del origen de la línea

Ey, Ny: Coordenadas del punto final de la línea

Para la obtención del rumbo de una línea la expresión (5.5) debe interpretarse adecuadamente: si el signo de  $(E_y - E_x)$  es positivo el rumbo que se calcula será E, de lo contrario será W; similarmente si  $(N_y - N_x)$  es positivo el rumbo será N, de lo contrario será S.

Para obtener la magnitud o el valor numérico del rumbo se hace caso omiso del signo al dividir las dos magnitudes anteriores. Obtenido el rumbo se deduce el azimut correspondiente.

Después de calculados los acimutes y las longitudes de las líneas de lindero deberán revisarse sus valores sobre el plano a escala y transportador para descubrir posibles equivocaciones.

## 5.4 DIBUJO

Los datos de campo podrán trasladarse al plano gráficamente sin más que dibujar, en los extremos de la base, los ángulos observados. Método de deficiente exactitud que sólo se recomienda para hacer algún croquis, a escala, de los trabajos efectuados.

Los levantamientos hechos con teodolito se calculan y se dibujan siempre por coordenadas.

En el dibujo por coordenadas se determina el tamaño del papel cuando la escala es dada o se calcula la escala cuando las dimensiones del plano son asignadas. En ambos casos se obtiene la diferencia entre las coordenadas norte máxima y mínima de todos los puntos que se van a dibujar, igualmente se obtiene la diferencia entre las coordenadas este máxima y mínima.

Si las dimensiones del papel son dadas se plantea una regla de tres en la que interviene el mayor valor de las dos diferencias anteriores, el largo o dimensión mayor del papel y se calcula el valor que debe darse a una unidad del papel para representar en él dicha diferencia, se obtiene así un primer valor posible para la escala, otro valor para ésta se obtiene procediendo en forma similar con la otra diferencia de coordenadas y la menor dimensión del papel; la menor de las dos escalas resultantes, generalmente incómoda para trabajar, se lleva a una inmediatamente inferior de las recomendadas en el artículo 1.7.5.

Si la escala es dada se plantean las dos reglas de tres con la escala y las diferencias de coordenadas para obtener las dimensiones del papel.

El armazón de todo el dibujo lo constituye la cuadrícula que como

trabajo básico ha de hacerse con gran precisión y debe comprobarse cuadro por cuadro para que no se presente error en ellos. La malla de esta cuadrícula será de dimensiones variables, según la escala del plano, de modo que represente un número redondo de metros y a la vez sean múltiplos de valores representados por la escala; generalmente se hace de 10 cm. Así, por ejemplo, a la escala de 1/500, el lado de 10 cm equivale a 50 m y la malla deberá acotarse por múltiplos de éstos, así: 0, 50, 100, 150, etc.

Una vez dibujada la cuadrícula se sitúan los puntos por coordenadas, en el interior de la que corresponda, utilizando una escala y marcando en el papel un finísimo punto rodeado de un triángulo equilátero como signo convencional para las estaciones de la poligonal y de un pequeño círculo para los demás puntos. La posición de cada punto deberá comprobarse a escala con la distancia obtenida en el cálculo.

## 5.5 EJEMPLO

En la Figura 5.1 se presentan los datos de campo del levantamiento de un terreno por intersección. Se midió la línea AB dos veces y se observó el acimut magnético de esta misma. En la Tabla 5.1 se presenta el cálculo de las distancias desde la estación A y en la Tabla 5.2 está consignado el cálculo de las coordenadas de todos los puntos para lo cual se asumió el valor de las coordenadas del punto A de tal forma que ningún punto resulte con coordenadas negativas; con estos datos se elaboró el plano cuya copia se presenta en la Figura 5.2; finalmente se calculó el área, el acimut y la distancia de cada una de las líneas de los linderos cuyos resultados aparecen en la Tabla 5.3.

El cálculo de distancias y de coordenadas a partir de la estación B se dejan como ejercicio para el interesado.

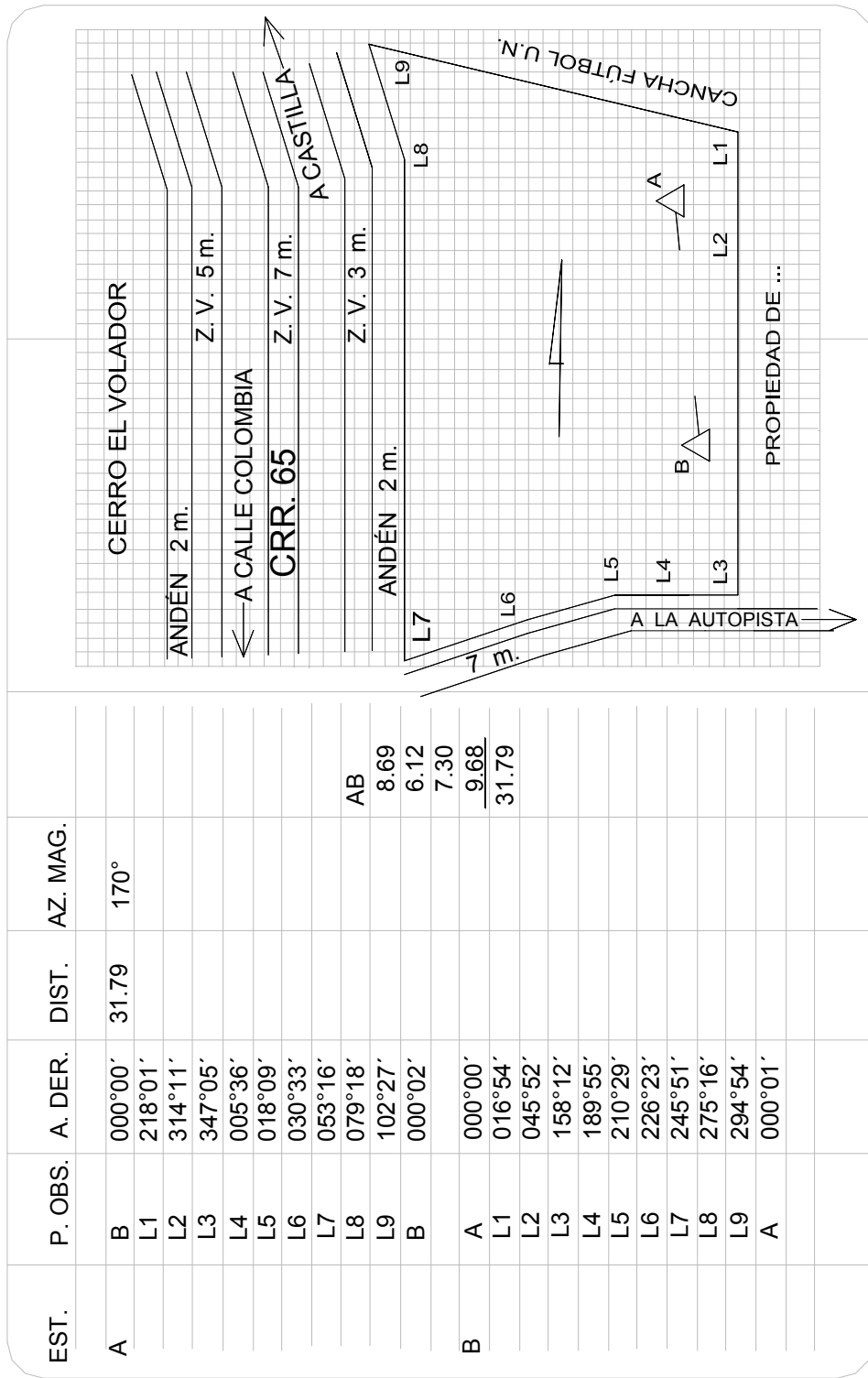


FIGURA 5.1 Registro de campo del levantamiento de un terreno por intersección.

**TABLA 5.1 Cálculo de distancias del levantamiento de un terreno por intersección.**

| PUNTO | ANG. EN A | ANG. EN B | ANG. EN L | DIST. DESDE A |
|-------|-----------|-----------|-----------|---------------|
| L1    | 141°59'   | 016°54'   | 021°07'   | 25.65         |
| L2    | 045°49'   | 045°52'   | 088°19'   | 22.83         |
| L3    | 012°55'   | 158°12'   | 008°53'   | 76.45         |
| L4    | 005°36'   | 170°05'   | 004°19'   | 72.74         |
| L5    | 018°09'   | 149°31'   | 012°20'   | 75.50         |
| L6    | 030°33'   | 133°37'   | 015°50'   | 84.35         |
| L7    | 053°16'   | 114°09'   | 012°35'   | 133.15        |
| L8    | 079°18'   | 084°44'   | 015°58'   | 115.08        |
| L9    | 102°27'   | 065°06'   | 012°27'   | 133.75        |
|       |           |           |           |               |
|       |           |           |           |               |

Si **ÁNG. DER.** es menor de 180° ⇒

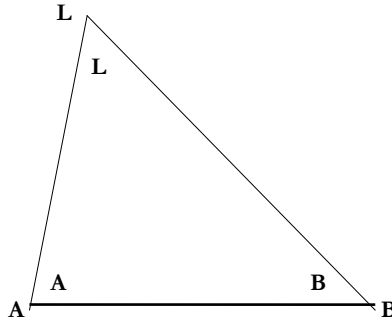
$$\begin{aligned} \text{ÁNG. EN A} &= \text{ÁNG. DER.} \\ \text{ÁNG. EN B} &= \text{ÁNG. DER.} \end{aligned}$$

Si **ÁNG. DER.** es mayor de 180° ⇒

$$\begin{aligned} \text{ÁNG. EN A} &= 360^\circ - \text{ÁNG. DER.} \\ \text{ÁNG. EN B} &= 360^\circ - \text{ÁNG. DER.} \end{aligned}$$

$$\text{ÁNG. EN L} = 180^\circ - \text{ÁNG. EN A} - \text{ÁNG. EN B}$$

$$\text{DIST. DESDE A} = 31.79 \frac{\text{SenB}}{\text{SenL}}$$

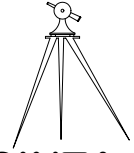


**TABLA 5.2 Cálculo de coordenadas del levantamiento de un terreno por intersección.**

| EST. | P. OBS | A. DER. CORR. | AZIMUT  | DIST.  | LONG. | LAT. | CORRECCION |      | CORREGIDAS |         | PUN TO | COORDENADAS |        |
|------|--------|---------------|---------|--------|-------|------|------------|------|------------|---------|--------|-------------|--------|
|      |        |               |         |        |       |      | LONG.      | LAT. | LONG.      | LAT.    |        | ESTE        | NORTE  |
|      |        |               |         |        |       |      |            |      |            |         |        |             |        |
| A    | B      | 000°00´       | 170°00´ |        |       |      |            |      |            |         | A      | 200.00      | 200.00 |
|      | L1     | 218°01´       | 028°21´ | 25.65  |       |      |            |      | + 2.05     | +22.64  | L1     | 212.05      | 222.64 |
|      | L2     | 314°11´       | 124°11´ | 22.83  |       |      |            |      | +18.89     | - 12.83 | L2     | 218.89      | 187.17 |
|      | L3     | 347°05´       | 157°05´ | 76.45  |       |      |            |      | +29.85     | - 70.38 | L3     | 229.62      | 129.62 |
|      | L4     | 005°36´       | 175°36´ | 72.74  |       |      |            |      | + 5.58     | - 72.53 | L4     | 205.58      | 127.47 |
|      | L5     | 018°09´       | 188°09´ | 75.50  |       |      |            |      | - 10.70    | - 74.74 | L5     | 189.30      | 125.26 |
|      | L6     | 030°33´       | 200°33´ | 84.35  |       |      |            |      | - 29.61    | - 78.98 | L6     | 170.39      | 121.02 |
|      | L7     | 053°16´       | 223°16´ | 133.15 |       |      |            |      | - 91.06    | - 97.14 | L7     | 108.94      | 102.83 |
|      | L8     | 079°18´       | 249°18´ | 115.08 |       |      |            |      | -107.65    | - 40.68 | L8     | 92.35       | 159.32 |
|      | L9     | 102°27´       | 272°27´ | 133.75 |       |      |            |      | -133.63    | + 5.72  | L9     | 66.37       | 205.72 |
|      | B      | 000°00´       | 170°00´ | 31.79  |       |      |            |      | + 5.52     | - 31.31 | B      | 205.52      | 168.69 |
|      |        |               |         |        |       |      |            |      |            |         |        |             |        |
|      |        |               |         |        |       |      |            |      |            |         |        |             |        |
|      |        |               |         |        |       |      |            |      |            |         |        |             |        |
|      |        |               |         |        |       |      |            |      |            |         |        |             |        |
|      |        |               |         |        |       |      |            |      |            |         |        |             |        |







## 6. LEVANTAMIENTO CON TEODOLITO Y CINTA

### 6.1 GENERALIDADES

Los levantamientos pequeños se pueden realizar con suficiente precisión utilizando teodolito y cinta. Este fue el método de levantamiento más utilizado en topografía antes de la aparición de los distanciómetros para distancias cortas.

La palabra teodolito se deriva de los vocablos griegos *theao* y *hodos* cuyos significados son *mirar* y *camino* respectivamente, pero no se conoce la razón por la cual se le llama así.

Los primeros teodolitos fueron fabricados por el inglés Jese Ramsdem (1735-1800) y, posteriormente Reichenbach construyó uno que prácticamente es igual a los existentes.

El teodolito está compuesto de un anteojo telescópico, dos círculos graduados colocados en planos perpendiculares y niveles; es el más perfeccionado de los goniómetros y el instrumento de mayor utilización en topografía. También se le emplea en taquimetría para determinar distancias horizontales y verticales y para nivelaciones trigonométricas.

Para medir ángulos horizontales y verticales se centra el teodolito en el vértice de tal forma que “el círculo horizontal” del teodolito quede en un plano horizontal; lo anterior se obtiene por medio de la plomada (óptica o física) y del o de los niveles de burbuja (el otro círculo quedará en un plano vertical).

No hay diferencia fundamental entre el tránsito y el teodolito, ambos funcionan según los mismos principios básicos. Los tránsitos tienen círculos metálicos que se leen directamente por medio de verniers; los teodolitos tienen círculos de vidrio y las lecturas se toman de micrómetros los cuales forman parte de microscopios internos; algunos instrumentos combinan los dos sistemas. En general, los teodolitos proporcionan mejores apreciaciones que los tránsitos.

Los círculos graduados en vidrios transparentes han sido marcados por métodos fotoquímicos y en los teodolitos digitales se colocan círculos

opto-electrónicos codificados por sectores claros y opacos, los círculos son revelados electrónicamente, la luz correspondiente a cada sector es convertida por fotodetectores en energía eléctrica la cual es transformada por un microprocesador para activar la pantalla digital.

Es tan grande el número de marcas y modelos de teodolitos que no es posible hacer una clasificación general. Sin embargo, se puede decir que los teodolitos se pueden clasificar en las siguientes categorías: 1) Teodolitos graduados al minuto y con apreciación al minuto de arco; 2) Teodolitos graduados en intervalos de minuto en los cuales se pueden apreciar 20, 10, 6 ó 5 segundos de arco; 3) Teodolitos graduados directamente al segundo de arco, y 4) Teodolitos con los cuales se pueden obtener décimas de segundo. Los teodolitos electrónicos caen en las categorías 2 y 3.

## **6.2 TRABAJO DE CAMPO**

Con el reconocimiento del área del trabajo se determina la posición de los puntos de la poligonal base (cerrada, hasta donde sea posible), procurando que las distancias horizontales entre estaciones y entre éstas y los demás puntos a levantar sean mínimas.

Con el teodolito ubicado en cada una de las estaciones de la poligonal base se determina la posición de cualquier punto, incluido el punto siguiente de la poligonal, mediante la medida del ángulo a la derecha y de la distancia horizontal desde la estación. La distancia utilizada para la medición de los ángulos siempre será la línea al punto de la poligonal inmediatamente anterior y, aunque es posible utilizar otras líneas de referencia (la línea adelante por ejemplo) y otros tipos de ángulos, son los ángulos a la derecha los que mayor facilidad proporcionan en la elaboración de los cálculos. Los ángulos de deflexión se utilizan en las localizaciones de ejes para vías.

Cada ángulo de la poligonal deberá medirse dos veces y, para las poligonales cerradas obtenerse en el campo el error lineal de cierre.

## **6.3 CÁLCULOS**

Los cálculos y dibujos se realizan por coordenadas. El primer paso consiste en ajustar los ángulos de la poligonal cerrada sin sobrepasar la apreciación del teodolito utilizado (1', 30'', 20'', 10'', 5''). A continuación se calculan los acimutes de la poligonal a partir de un azimut magnético leído en el campo (generalmente el de la primera línea atrás de la poligonal), comprobando que

no existen equivocaciones.

Posteriormente se calculan las proyecciones de la poligonal cerrada ordenadas en un solo sentido; con las sumas de las proyecciones ESTE y NORTE se obtendrá el error lineal, valor que comparado con el perímetro proporcionará la precisión lineal.

La corrección de las proyecciones se realiza utilizando el Método de la Brújula también llamado Método de Bowditch, el cual consiste en distribuir los errores en proyecciones proporcionalmente a las distancias horizontales.

Hecho el ajuste de proyecciones se asignan coordenadas al primer vértice de la poligonal lo suficientemente grandes para no tener valores negativos pero lo más pequeños posible para facilitar los cálculos; se calculan las coordenadas de los puntos de la poligonal incluido el cálculo del punto de partida a partir del último vértice de la poligonal; obviamente las coordenadas calculadas para el primer vértice tienen que ser idénticas a las coordenadas inicialmente asumidas.

Por último se procede al cálculo correspondiente a las demás líneas (líderos y detalles), acimutes a partir de la línea de referencia correspondiente, proyecciones y coordenadas.

El cálculo del área y la descripción de líderos conviene realizarlos después de la elaboración del dibujo con el fin de evitar repeticiones innecesarias. Equivocaciones en cálculos o en datos de campo pueden descubrirse durante la confección del plano.

## **6.4 DIBUJO**

El dibujo se realiza por coordenadas y en él deberá figurar la cuadrícula o las guías para obtenerla. Cada punto dibujado puede comprobarse a partir de los datos de campo y empleando escala y transportador. Se determina el orden de los puntos que conforman el lídero y se procede al cálculo del área y a la descripción de líderos (distancia y azimut de cada una de las líneas que lo conforman); los valores obtenidos para cada línea pueden verificarse sobre el plano (a escala y transportador).

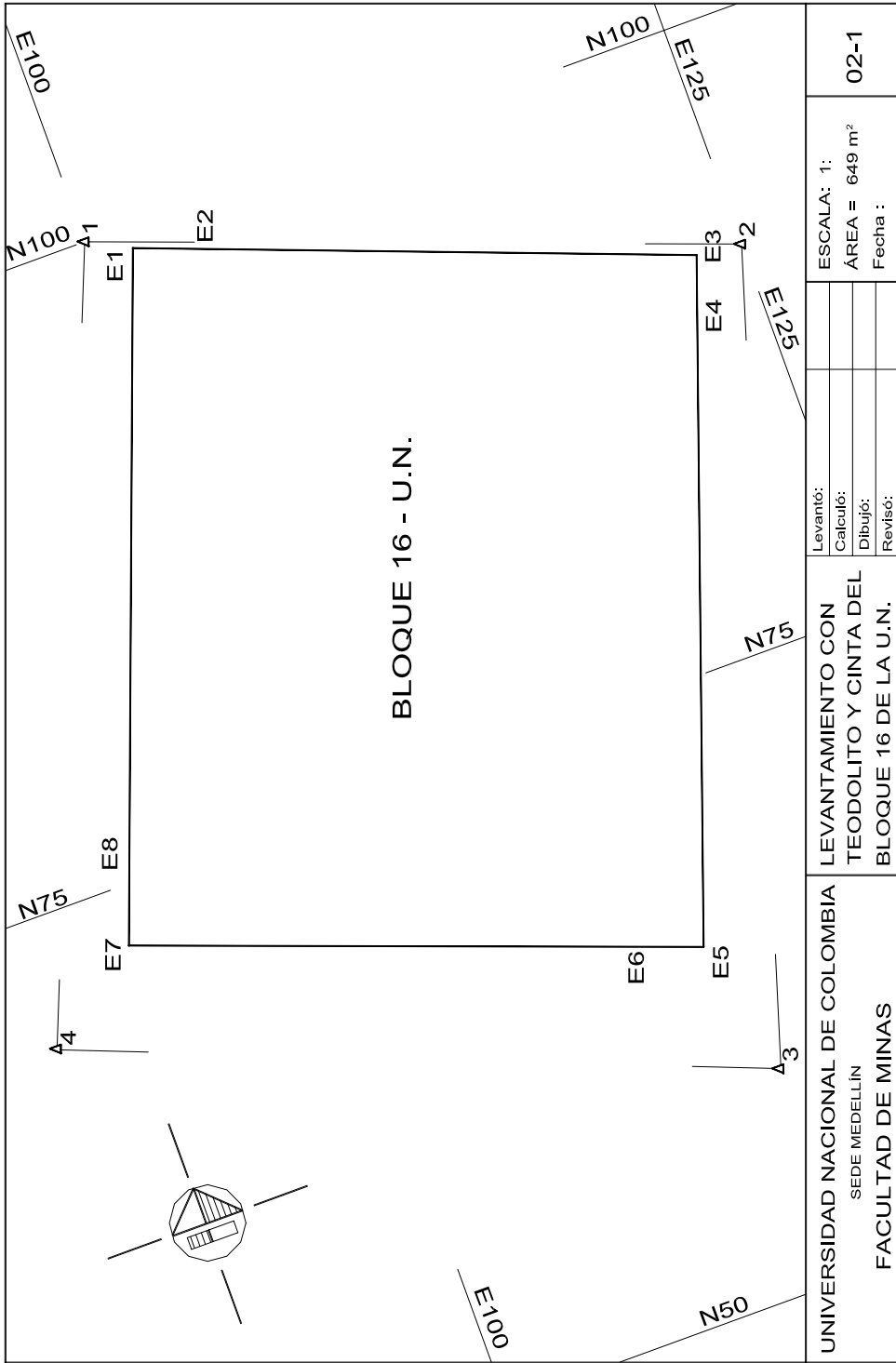
## **6.5 EJEMPLO**

Los datos de campo consignados en la Figura 6.1 se obtuvieron con un teodolito de minutos. En la Tabla 6.1 del cálculo de coordenadas se presenta el error angular total, el error lineal, la dirección del error y la precisión. En la Figura 6.2 y en la Tabla 6.2 se presentan, respectivamente, el plano y los cálculos del área y de la descripción de líderos.



| EST.                                                           | P. OBS    | A. DER. CORR.   | AZIMUT  | DIST.                      | LONG.        | LAT.         | CORRECCION                |              | CORREGIDAS  |             | PUN TO | COORDENADAS |        |
|----------------------------------------------------------------|-----------|-----------------|---------|----------------------------|--------------|--------------|---------------------------|--------------|-------------|-------------|--------|-------------|--------|
|                                                                |           |                 |         |                            |              |              | LONG.                     | LAT.         | LONG.       | LAT.        |        | ESTE        | NORTE  |
| D1                                                             | D4        | 000°00'         | 202°00' |                            |              |              |                           |              |             |             | D1     | 100.00      | 100.00 |
|                                                                | E1        | 275°01'         | 117°01' | 1.95                       |              |              |                           |              | -0.89       | +1.74       | E1     | 99.11       | 101.74 |
|                                                                | E2        | 270°31'         | 112°31' | 4.98                       |              |              |                           |              | -1.91       | +4.60       | E2     | 98.09       | 104.60 |
|                                                                | D2        | 258°04'         | 110°04' | 26.56                      | -9.11        | +24.95       | 0.00                      | 0.00         | -9.11       | +24.95      | D2     | 90.89       | 124.95 |
| D2                                                             | D1        | 000°00'         | 290°04' |                            |              |              |                           |              |             |             |        |             |        |
|                                                                | E3        | 344°15'         | 274°19' | 1.79                       |              |              |                           |              | +0.13       | -1.78       | E3     | 91.02       | 123.17 |
|                                                                | E4        | 284°36'         | 214°40' | 6.61                       |              |              |                           |              | -5.44       | -3.76       | E4     | 85.45       | 121.19 |
|                                                                | D3        | 267°05'         | 197°09' | 33.38                      | -31.90       | -9.84        | -0.01                     | -0.01        | -31.91      | -9.85       | D3     | 58.98       | 115.10 |
| D3                                                             | D2        | 000°00'         | 017°09' |                            |              |              |                           |              |             |             |        |             |        |
|                                                                | E5        | 330°18'         | 347°27' | 5.75                       |              |              |                           |              | +5.61       | -1.25       | E5     | 64.59       | 113.85 |
|                                                                | E6        | 303°40'         | 320°49' | 9.54                       |              |              |                           |              | +7.39       | -6.03       | E6     | 66.37       | 109.07 |
|                                                                | D4        | 274°21'         | 291°30' | 29.35                      | +10.76       | -27.31       | 0.00                      | -0.01        | +10.76      | -27.32      | D4     | 69.74       | 87.78  |
| D4                                                             | D3        | 000°00'         | 111°30' |                            |              |              |                           |              |             |             |        |             |        |
|                                                                | E7        | 303°36'         | 055°06' | 5.06                       |              |              |                           |              | +2.90       | +4.15       | E7     | 72.64       | 91.93  |
|                                                                | E8        | 289°07'         | 040°37' | 8.60                       |              |              |                           |              | +6.53       | +5.60       | E8     | 76.27       | 93.38  |
|                                                                | D1        | 270°30'         | 022°00' | 32.65                      | +30.27       | +12.23       | -0.01                     | -0.01        | +30.26      | +12.22      | D1     | 100.00      | 100.00 |
|                                                                | <b>Σ=</b> | <b>1080°00'</b> |         | <b>121.94</b>              | <b>+0.02</b> | <b>+0.03</b> | <b>-0.02</b>              | <b>-0.03</b> | <b>0.00</b> | <b>0.00</b> |        |             |        |
| <b>Error angular = -0°03'</b>                                  |           |                 |         | <b>Error lineal = 0.04</b> |              |              | <b>Precisión = 1/3048</b> |              |             |             |        |             |        |
| <b>NOTA : Las sumatorias corresponden a la poligonal base.</b> |           |                 |         |                            |              |              |                           |              |             |             |        |             |        |

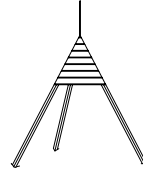
**TABLA 6.1 Cálculo de coordenadas del levantamiento del Bloque 16 con teodolito y cinta.**



**FIGURA 6.2** Plano del levantamiento de un terreno con teodolito y cinta.

**TABLA 6.2 Cálculo del área y descripción de linderos del levantamiento del Bloque 16 con teodolito y cinta.**

| PUNTO | COORDENADAS |       | DOBLE AREA           | DOBLE AREA           | LINEA | AZIMUT  | DIST. |
|-------|-------------|-------|----------------------|----------------------|-------|---------|-------|
|       | ESTE        | NORTE | E (Na - Np)          | N (Ea - Ep)          |       |         |       |
| E8    | 93.38       | 76.27 |                      |                      |       |         |       |
| E1    | 101.74      | 99.11 | - 2219.97            | - 1112.01            |       |         |       |
|       |             |       |                      |                      | E1 E2 | 109°38´ | 3.04  |
| E2    | 104.60      | 98.09 | + 846.21             | - 2102.07            |       |         |       |
|       |             |       |                      |                      | E2 E3 | 110°51´ | 19.87 |
| E3    | 123.17      | 91.02 | + 1556.87            | - 1510.02            |       |         |       |
|       |             |       |                      |                      | E3 E4 | 199°34´ | 5.91  |
| E4    | 121.19      | 85.45 | + 3203.05            | + 796.39             |       |         |       |
|       |             |       |                      |                      | E4 E5 | 199°23´ | 22.11 |
| E5    | 113.85      | 64.59 | + 2172.26            | + 782.83             |       |         |       |
|       |             |       |                      |                      | E5 E6 | 290°25´ | 5.10  |
| E6    | 109.07      | 66.37 | - 878.01             | + 1454.83            |       |         |       |
|       |             |       |                      |                      | E6 E7 | 290°06´ | 18.25 |
| E7    | 91.93       | 72.64 | - 910.11             | + 1139.72            |       |         |       |
|       |             |       |                      |                      | E7 E8 | 021°46´ | 3.91  |
| E8    | 93.38       | 76.27 | - 2471.77            | - 748.21             |       |         |       |
|       |             |       |                      |                      | E8E1  | 020°06´ | 24.32 |
| E1    | 101.74      | 99.11 |                      |                      |       |         |       |
|       |             |       |                      |                      |       |         |       |
|       |             |       | $\Sigma = + 1298.53$ | $\Sigma = - 1298.53$ |       |         |       |
|       |             |       |                      |                      |       |         |       |
|       |             |       |                      |                      |       |         |       |
|       |             |       | AREA=                | 649 m <sup>2</sup>   |       |         |       |
|       |             |       | AREA=                | 0.06 Has             |       |         |       |
|       |             |       | AREA=                | 0.10 Cuadras         |       |         |       |
|       |             |       |                      |                      |       |         |       |
|       |             |       |                      |                      |       |         |       |



## 7. LEVANTAMIENTO CON AMARRES A LA RED GEODÉSICA

### 7.1 GENERALIDADES

Cuando se trata de levantar un terreno en una ciudad o cerca de ella, generalmente, hay que referir o amarrar las coordenadas del terreno al sistema de coordenadas de las placas de la ciudad. Para esto se inicia una poligonal en una placa, la más cercana posible, de la cual se conocen sus coordenadas y el acimut a otra placa en la que, posiblemente, se ha construido una torre de triangulación. La poligonal se lleva hasta el terreno y después de cubrir el levantamiento de éste se prolonga hasta otra placa y otra torre de coordenadas y acimut conocidos, pudiéndose calcular el error tanto en ángulos como en distancias.

Cuando se presenta un trabajo de éstos, con la localización o dirección del terreno se debe acudir a la oficina que controlará o aprobará dicho levantamiento con el fin de obtener la ubicación de las placas y líneas de iniciación y culminación del trabajo, además de la información sobre precisión, error angular, error en cotas, número de mojones, tamaño y escala de los planos, número de copias de los cálculos y de cada plano, y otros requisitos exigidos para la aprobación por parte de dicho organismo.

Puede decirse que cada municipio tiene especificaciones para los cierres de estos levantamientos, pero en general no son inferiores a  $1/5000$  para las distancias y  $a\sqrt{n}$  para los ángulos, con un valor para  $a$  no inferior a 30 segundos.

Estos levantamientos generalmente están destinados a la elaboración de proyectos de obras y su posterior construcción, por ello el municipio respectivo debe controlarlos para asegurarse de que dichas obras no interferirán con las planeadas por él para el desarrollo inmediato de la ciudad y se analice previamente lo relacionado con el suministro de servicios públicos.

De la precisión exigida en las distancias, de las tolerancias en los ángulos y en las cotas dependerá la elección de los instrumentos y de los métodos a emplear.

Actualmente, en las grandes ciudades, estos trabajos deben realizarse con

estaciones totales o utilizando receptores de sistemas satelitales de posicionamiento, de lo contrario no son aceptados.

## 7.2 TRABAJO DE CAMPO

Antes de iniciar este tipo de trabajo se hace una planeación cuidadosa del mismo, se materializan los vértices de la poligonal de amarre, de la poligonal cerrada y se fabrican los mojoneros. Debe tenerse como norma la siguiente: por lo menos tres puntos consecutivos de la poligonal de amarre serán comunes a la poligonal cerrada y deberán mojonarse, procurando, además, localizarlos donde se garantice su máxima estabilidad y duración.

Los vértices de las poligonales se ubicarán de tal forma que reduzcan y faciliten el trabajo de campo. Siempre será más conveniente organizar el recorrido de la poligonal cerrada en sentido sinextrógiro para que, teniendo como línea de referencia la inmediatamente anterior, se obtengan ángulos a la derecha e interiores para dicho polígono.

El gráfico se podrá elaborar simultáneamente con la toma de datos, recordando que "un buen gráfico vale por 10.000 palabras".

En cuanto al amarre vertical, consistente en una nivelación geométrica compuesta, se lleva desde la placa inicial de cota conocida pasando por los mojoneros y llegando hasta la placa final.

En este trabajo se deben tener en cuenta las instrucciones presentadas en los artículos 1.5.2.3 y 1.5.3; además, las longitudes máximas de las visuales, donde el terreno lo permita, no deben exceder de aquella a la cual la lectura de los milímetros se haga con seguridad, dichas distancias dependen tanto del instrumento como de las condiciones atmosféricas. La elección de los puntos de cambio deberá hacerse con extremada rigurosidad y teniendo en cuenta que el área de éstos, en la que se apoya la mira, debe ser mínima; aunque la nivelación es la operación topográfica que presenta el mayor número de errores por diversas causas también es cierto que los errores producidos en puntos de cambio mal seleccionados son los de mayor magnitud, los demás tienen grandes posibilidades de compensación.

Se debe tener presente que una vista más (V+) es una lectura sobre un punto de cota conocida y con ella se obtiene la cota del instrumento (CI), la V+ y la CI se anotan en su columna y en la fila correspondiente al punto donde se tomó la primera; la vista menos (V-) es una lectura sobre un punto cuya cota se desea conocer y se anota en su columna y en la fila correspondiente al punto donde se tomó, al igual que la cota obtenida para dicho punto. Al final el resultado de las diferentes operaciones aritméticas se comprueba sumando a la cota del punto inicial la suma de las V+ y restando la suma de las V- con lo cual se obtiene la cota del punto final que debe ser exactamente

igual a la obtenida con anterioridad; esta comprobación es sólo de operaciones aritméticas pero nada dice de los errores y equivocaciones cometidas al efectuar las lecturas.

Los amarres horizontal y vertical pueden ejecutarse primero con el fin de someterlos a la aprobación respectiva, si es necesaria, mientras se realiza el resto del trabajo.

Con las estaciones totales se pueden realizar simultáneamente los amarres horizontal y vertical.

### **7.3 CÁLCULOS**

Todos los cálculos se hacen por coordenadas; en el cálculo de la poligonal de amarre los acimutes se calculan al segundo y aunque las distancias se midan al centímetro, cuando se trabaja con cinta, es una costumbre generalizada obtener las proyecciones y coordenadas al milímetro.

Para el cálculo de la poligonal cerrada, después de ajustar sus ángulos, se toma el acimut de una de las líneas comunes a la poligonal de amarre para calcular los acimutes de las demás; el cálculo de éstos se comprueba porque el acimut de la línea inicial debe diferir exactamente  $180^\circ$  del acimut de la línea final.

Con el acimut y distancia de cada línea, ordenadas éstas en un solo sentido de recorrido de la poligonal, se calculan las proyecciones norte y este mediante las expresiones (5.1) y (5.2); la suma por separado de cada una de éstas deberá, teóricamente, ser igual a cero lo que en general no ocurre y por tanto debe calcularse el error lineal de cierre empleando la expresión (5.6), error que comparado con el perímetro proporcionará la precisión lineal que de no ajustarse a la requerida indicará la repetición de todo o parte del trabajo. Si este es el caso y la magnitud del error es tal que, se debe a equivocaciones y no a errores propiamente, se calcula la dirección del error por medio de la expresión (5.5) y el trabajo de campo deberá reiniciarse por la línea o líneas cuyo azimut sea más próximo a este o a su inverso. Cuando las equivocaciones son pequeñas se confunden con los errores y es difícil aplicar el criterio anterior para encontrar la línea o líneas en las que posiblemente se cometieron dichas equivocaciones.

Si la precisión lineal está dentro de la tolerancia exigida se procede al cálculo de las proyecciones corregidas de manera que su suma sea igual a cero para que la poligonal forme una figura matemáticamente cerrada.

Existen varios métodos para la obtención de las proyecciones corregidas de una poligonal cerrada: Método de la Brújula, Método del Teodolito, Método de Crandall y Método de Mínimos Cuadrados; los más utilizados son el

Método de Mínimos cuadrados cuando los cálculos se realizan por medio de un programa de computador y, el Método de la Brújula cuando no se dispone de dicho elemento. El método de la brújula dice que la corrección que debe aplicarse a la proyección este (o a la proyección norte) de un lado es a la corrección total en proyecciones este (o proyecciones norte) como la longitud de dicho lado es la longitud total de la poligonal. Cabe anotar aquí que, cuando se tienen las coordenadas de varios puntos comunes a la poligonal de amarre, los ángulos observados en dicho amarre y las proyecciones obtenidas en su cálculo no deben variarse introduciendo correcciones, por tanto, los ajustes en ángulos y proyecciones deberán efectuarse en los demás ángulos y proyecciones de la poligonal cerrada.

Hecho el ajuste de proyecciones se procede al cálculo de coordenadas de la poligonal cerrada para lo cual se partirá de las coordenadas calculadas en el amarre para uno de los puntos comunes y se comprobará este cálculo porque el último punto calculado será siempre el mismo de iniciación y por tanto sus coordenadas deben resultar exactamente iguales.

Posteriormente se procede al cálculo de las coordenadas de los puntos de lindero y demás detalles cuyos ángulos y proyecciones no se corrigen.

Una vez elaborado el plano y observando en él que no se presentan equivocaciones se ordenan los puntos que conforman el contorno o lindero y se procede al cálculo del área, de la distancia y del acimut de cada una de sus líneas (descripción de linderos).

## **7.4 DIBUJO**

El dibujo se hará por coordenadas y las normas exigidas deben tenerse en cuenta y cumplirse, de lo contrario la aprobación será negada. En el plano deberá figurar la cuadrícula o las guías para obtenerla y un cuadro con las coordenadas y cotas de los mojones.

## **7.5 EJEMPLO**

Las Figuras 7.1, 7.2 y 7.3 muestran los registros de campo de las poligonales de amarre y cerrada con linderos y detalles y el amarre vertical de un terreno con teodolito y cinta. La diferencia de uno realizado con distanciómetro sería la de que las distancias aparecerían al milímetro y, por lo menos, en los dos sentidos de cada una de las líneas y los ángulos por lo general estarían dados con aproximaciones que irían de 30 en 30 segundos o mejores. En las Tablas 7.1 y 7.2 se presentan los cálculos de coordenadas de la poligonal de amarre y de la poligonal cerrada, linderos y detalles. La Figura 7.4 es copia del plano y en la Tabla 7.3 está consignado el cálculo del área y la descripción de linderos.

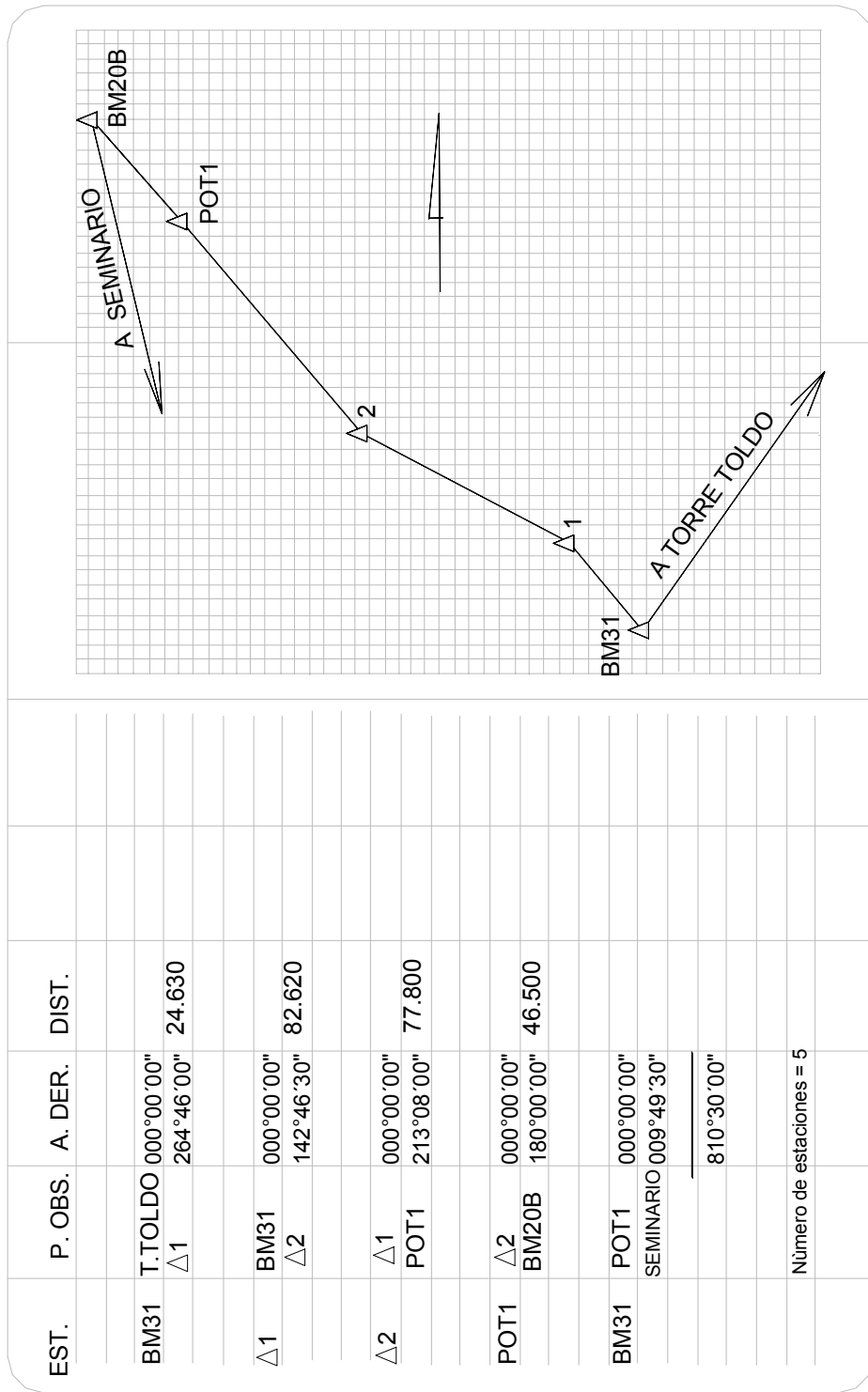


FIGURA 7.1 Registro de campo del levantamiento de un terreno amarrado a la red geodésica. Poligono de amarre.





| EST.       | P. OBS | A. DER. CORR.     | AZIMUT     | DIST.         | LONG. | LAT. | CORRECCION |      | CORREGIDAS      |                 | PUN TO | COORDENADAS |         |
|------------|--------|-------------------|------------|---------------|-------|------|------------|------|-----------------|-----------------|--------|-------------|---------|
|            |        |                   |            |               |       |      | LONG.      | LAT. | LONG.           | LAT.            |        | ESTE        | NORTE   |
| BM31       | T.T.   | 000°00'00"        | 057°07'07" |               |       |      |            |      |                 |                 | BM31   | 777.777     | 777.777 |
|            | Δ1     | 264°46'00"        | 321°53'07" | 24.63         |       |      |            |      | -15.203         | +19.378         | Δ1     | 762.574     | 797.155 |
|            | Δ1     | 000°00'00"        | 141°53'07" |               |       |      |            |      |                 |                 |        |             |         |
|            | Δ2     | 142°46'30"        | 284°39'37" | 82.62         |       |      |            |      | -79.930         | +20.910         | Δ2     | 682.644     | 818.065 |
|            | Δ2     | 000°00'00"        | 104°39'37" |               |       |      |            |      |                 |                 |        |             |         |
|            | POT1   | 213°08'00"        | 317°47'37" | 77.80         |       |      |            |      | -52.266         | +57.629         | POT1   | 630.378     | 875.694 |
| POT1       | Δ2     | 000°00'00"        | 137°47'37" |               |       |      |            |      |                 |                 |        |             |         |
|            | BM20   | 180°00'00"        | 317°47'37" | 46.50         |       |      |            |      | -31.239         | +34.444         | BM20   | 599.139     | 910.138 |
| BM20       | POT1   | 000°00'00"        | 137°47'37" |               |       |      |            |      |                 |                 |        |             |         |
|            | T.S.   | 009°49'30"        | 147°37'07" |               |       |      |            |      |                 |                 |        |             |         |
| <b>Σ =</b> |        | <b>810°30'00"</b> |            | <b>231.55</b> |       |      |            |      | <b>-178.638</b> | <b>+132.361</b> |        |             |         |
|            |        |                   |            |               |       |      |            |      |                 |                 |        |             |         |
|            |        |                   |            |               |       |      |            |      |                 |                 |        |             |         |
|            |        |                   |            |               |       |      |            |      |                 |                 |        |             |         |

NOTA: Sumar 837000 a las Este y 1847000 a las Norte.

**TABLA 7.1 Cálculo de coordenadas de la poligonal de amarre del levantamiento de un terreno amarrado a la red geodésica.**

| EST.       | P. OBS     | A. DER. CORR.  | AZIMUT         | DIST.         | LONG.                             | LAT.          | CORRECCION   |              | CORREGIDAS   |               | PUN TO     | COORDENADAS |        |
|------------|------------|----------------|----------------|---------------|-----------------------------------|---------------|--------------|--------------|--------------|---------------|------------|-------------|--------|
|            |            |                |                |               |                                   |               | LONG.        | LAT.         | LONG.        | LAT.          |            | ESTE        | NORTE  |
| $\Delta 2$ | P2         | 000°00'        | 273°45'        |               |                                   |               |              |              |              |               | $\Delta 2$ | 682.64      | 818.06 |
|            | L1         | 291°21'        | 205°06'        | 11.88         |                                   |               |              |              | - 5.04       | -10.76        | 11         | 677.60      | 807.30 |
|            | POT1       | 044°03'        | 317°48'        | 77.80         | -52.26                            | +57.63        | -            | -            | -52.26       | +57.63        | POT1       | 630.38      | 875.69 |
|            |            |                |                |               |                                   |               |              |              |              |               |            |             |        |
| POT1       | $\Delta 2$ | 000°00'        | 137°48'        |               |                                   |               |              |              |              |               |            |             |        |
|            | L2         | 330°20'        | 108°08'        | 29.97         |                                   |               |              |              | +28.48       | - 9.33        | L2         | 658.86      | 866.36 |
|            | P1         | 041°33'        | 179°21'        | 29.70         | + 0.34                            | -29.70        | -0.13        | -0.01        | + 0.21       | -29.71        | P1         | 630.59      | 845.98 |
|            |            |                |                |               |                                   |               |              |              |              |               |            |             |        |
| P1         | POT1       | 000°00'        | 359°21'        |               |                                   |               |              |              |              |               |            |             |        |
|            | L3         | 091°49'        | 091°10'        | 10.40         |                                   |               |              |              | +10.40       | - 0.21        | L3         | 640.99      | 845.77 |
|            | P2         | 145°16'        | 144°37'        | 31.49         | +18.23                            | -25.67        | -0.13        | -0.01        | +18.10       | -25.68        | P2         | 648.69      | 820.30 |
|            |            |                |                |               |                                   |               |              |              |              |               |            |             |        |
| P2         | P1         | 000°00'        | 324°37'        |               |                                   |               |              |              |              |               |            |             |        |
|            | L4         | 287°14'        | 251°51'        | 6.89          |                                   |               |              |              | - 6.55       | - 2.15        | L4         | 642.14      | 818.15 |
|            | pe1        | 299°50'        | 264°27'        | 5.90          |                                   |               |              |              | - 5.87       | - 0.57        | pe1        | 642.82      | 819.73 |
|            | $\Delta 2$ | <u>129°08'</u> | <u>093°45'</u> | <u>34.16</u>  | <u>+34.09</u>                     | <u>- 2.23</u> | <u>-0.14</u> | <u>-0.01</u> | <u>+3395</u> | <u>- 2.24</u> | $\Delta 2$ | 682.64      | 818.06 |
| $\Sigma$ = |            | <b>360°00</b>  |                | <b>173.15</b> | <b>+ 0.40</b>                     | <b>+ 0.03</b> | <b>-0.40</b> | <b>-0.03</b> | <b>0.00</b>  | <b>0.00</b>   |            |             |        |
|            |            |                |                |               | <b><math>\Delta L=0.40</math></b> |               | <b>P=</b>    | <b>1/432</b> |              |               |            |             |        |

- OBSERVACIONES:
1. Las sumatorias corresponden a la poligonal base.
  2. En las correcciones no se ha involucrado  $\Delta 2$ -POT1 para conservar las coordenadas obtenidas en el amarre.
  3. Sumar 837000 a las Este y 1847000 a las Norte.

**TABLA 7.2 Cálculo de coordenadas de la poligonal cerrada, linderos y detalles del levantamiento de un terreno amarrado a la red geodésica**

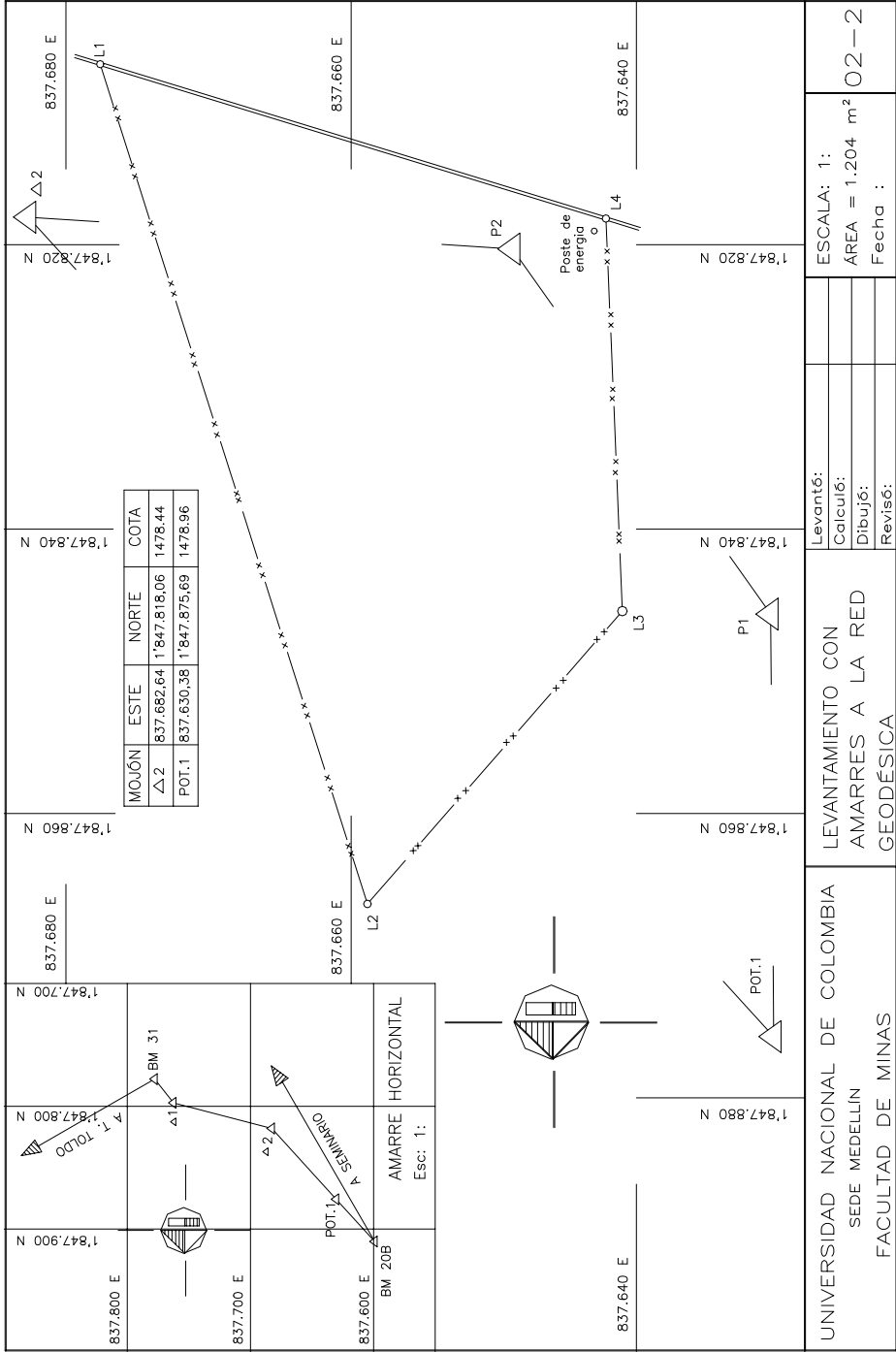
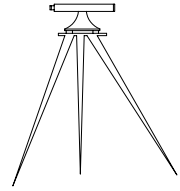


FIGURA 7.4 Plano del levantamiento de un terreno amarrado a la red geodésica.





## 8. NIVELACIÓN DE PRECISIÓN ORDINARIA

El propósito de este capítulo no es el de describir como se debe realizar una nivelación de alta precisión, sino indicar métodos por los cuales, trabajando con equipo ordinario, se puede mejorar substancialmente un trabajo de éstos.

Varios de los conceptos que ayudan a mejorar la precisión de una nivelación se mencionaron antes, estos son: colocación firme del trípode en el suelo, tomar el menor tiempo posible entre las lecturas de  $V+$  y  $V-$  en cada posición del instrumento, usar puntos de cambio de área mínima y estabilidad confiable, limitar las longitudes de las visuales, proporcionar verticalidad a la mira por medio de un nivel acoplado a ella y evitar nivelaciones durante fuertes vientos y ondas de calor severas.

Si se utiliza el nivel en días calurosos bajo el sol, el resultado puede ser una expansión desigual de las diferentes partes del instrumento con los consecuentes errores. Si un lado del nivel se calienta más que otro, la burbuja se moverá hacia el lado más caliente. Este problema se puede minimizar colocando el nivel bajo una sombrilla.

Casi todos los niveles están provistos de sus hilos de estadía además de sus hilos regulares. Si se hacen las tres lecturas, se revisan los intervalos entre los extremos y el centro cualquier equivocación se descubre al instante. Se trabaja con el promedio de los tres valores leídos que debe coincidir sensiblemente con el leído usando el hilo medio. El equilibrio de las longitudes de las visuales de  $V+$  y  $V-$  se hace por intermedio del intervalo entre los hilos de estadía (normalmente este intervalo se multiplica por 100 para obtener la distancia entre el instrumento y la mira). Si la nivelación debe ajustarse posteriormente estos intervalos

proporcionarán las distancias para hacerlo.

La nivelación doble, usando dos miras y dobles puntos de cambio, también mejora la precisión de una nivelación. Se toman dos conjuntos de datos y se promedian las cotas de interés. Equivale éste método a efectuar simultáneamente la nivelación y la contranivelación, como si se hubiese colocado el instrumento en los mismos puntos y a la misma altura tanto en la ida como en el regreso, empezando la contranivelación por el final.

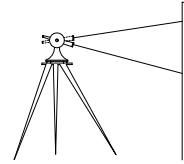
Cuando una nivelación forma un circuito completo la cota final del punto inicial, obtenida en el registro de la nivelación, no coincide con la cota inicial de este punto, la diferencia es el error de cierre. Es necesario, entonces, corregir las cotas de los puntos intermedios; las correcciones se hacen proporcionalmente a las distancias desde cada punto al origen.

En la Figura 8.1 se muestra el registro de los datos de campo de un circuito de nivelación en el que se han efectuado las tres lecturas correspondientes a los hilos inferior, medio y superior; en el cuadro siguiente se han consignado las cotas corregidas.

| <b>PUNTO</b> | <b>DISTANCIA<br/>AL ORIGEN</b> | <b>COTA</b> | <b>CORRECCIÓN</b> | <b>COTA<br/>CORREGIDA</b> |
|--------------|--------------------------------|-------------|-------------------|---------------------------|
|              |                                |             |                   |                           |
| NP45         | 0.0                            | 1473.333    | 0.000             | 1473.333                  |
| BM1          | 117.5                          | 1466.402    | -0.001            | 1466.401                  |
| BM2          | 344.4                          | 1473.457    | -0.004            | 1473.453                  |
| NP45         | 461.9                          | 1473.338    | -0.005            | 1473.333                  |

| PUNTO | V+    | C.I.     | V-     | COTA     | DIST. | PUNTO | V+     | C.I.     | V-     | COTA     | DIST. |
|-------|-------|----------|--------|----------|-------|-------|--------|----------|--------|----------|-------|
| NP45  | 0.542 |          |        |          |       | C#4   | 2.476  |          |        |          |       |
|       | 0.582 |          |        |          |       |       | 2.613  |          |        |          |       |
|       | 0.621 |          |        |          |       |       | 2.750  |          |        |          |       |
| prom. | 0.582 | 1473.915 |        | 1473.333 | 7.9+  |       | 2.613  | 1467.511 |        | 1464.898 | 27.4+ |
| C#1   | 0.119 |          | 2.222  |          | 11.7- | C#5   | 3.881  |          | 0.078  |          | 19.2- |
|       | 0.192 |          | 2.280  |          |       |       | 4.058  |          | 0.174  |          |       |
|       | 0.265 |          | 2.339  |          |       |       | 4.234  |          | 0.270  |          |       |
|       | 0.192 | 1471.827 | 2.280  | 1471.635 | 14.6+ |       | 4.058  | 1471.935 | 0.174  | 1467.337 | 35.3+ |
| C#2   | 0.859 |          | 4.577  |          | 16.2- | BM2   | -0.478 |          | -2.096 |          | 6.8-  |
|       | 1.030 |          | 4.658  |          |       |       | -0.413 |          | -2.062 |          |       |
|       | 1.200 |          | 4.739  |          |       |       | -0.367 |          | -2.028 |          |       |
|       | 1.030 | 1468.199 | 4.658  | 1467.169 | 34.1+ |       | -0.413 | 1473.044 | -2.062 | 1473.457 | 9.1+  |
| BM1   | 0.708 |          | 1.638  |          | 31.8- | C#6   | 1.883  |          | 1.774  |          | 35.4- |
|       | 0.872 |          | 1.797  |          |       |       | 1.999  |          | 1.951  |          |       |
|       | 1.038 |          | 1.956  |          |       |       | 2.115  |          | 2.128  |          |       |
|       | 0.873 | 1467.275 | 1.797  | 1466.402 | 33.0+ |       | 1.999  | 1473.092 | 1.951  | 1471.093 | 23.2+ |
| C#3   | 0.327 |          | 1.499  |          | 46.3- | C#7   | 2.261  |          | 1.398  |          | 20.5- |
|       | 0.499 |          | 1.731  |          |       |       | 2.338  |          | 1.500  |          |       |
|       | 0.671 |          | 1.962  |          |       |       | 2.414  |          | 1.603  |          |       |
|       | 0.499 | 1466.043 | 1.731  | 1465.544 | 34.4+ |       | 2.338  | 1473.930 | 1.500  | 1471.592 | 15.3+ |
| C#4   |       |          | 1.016  |          | 25.7- | NP45  |        |          | 0.522  |          | 14.0- |
|       |       |          | 1.145  |          |       |       |        |          | 0.592  |          |       |
|       |       |          | 1.273  |          |       |       |        |          | 0.662  |          |       |
|       |       |          | 1.145  |          |       |       |        |          | 0.592  |          |       |
|       |       |          | 11.611 |          |       |       |        |          | 2.155  |          |       |
|       | 3.176 |          |        | 1464.898 |       |       | 10.595 |          |        | 1473.338 |       |

Figura 8.1 Registro de campo de un circuito de nivelación empleando los tres hilos.



## 9. LEVANTAMIENTO A TAQUIMETRÍA

### 9.1 GENERALIDADES

La palabra taquimetría significa etimológicamente medida rápida y está completamente justificada por la evidente rapidez, ahorro de tiempo y de trabajo que este método de levantamiento tiene sobre la combinación no simultánea de otros métodos. Por medio de la taquimetría se miden indirecta y simultáneamente distancias horizontales y verticales.

Hay muchas formas de taquimetría que tienen aplicación en topografía: taquimetría tangencial, taquimetría vertical o estadía, taquimetría horizontal o estadía de invar, sistemas de cuña óptica, la taquimetría automática o distanciometría electrónica (de rayos láser, de rayos infrarrojos, de ondas de radio, de ondas sonoras, etc.), las distancias que pueden deducirse de los valores suministrados por los Sistemas de Posicionamiento Global, etc.

Se considera aquí únicamente el método de taquimetría vertical o estadía o estadía o taquimetría, ideado por el italiano Porro en 1823 y utilizado la primera vez por el ingeniero francés Moinot en 1885 en el levantamiento para el estudio del proyecto del ferrocarril Génova-Niza. Es probablemente uno de los métodos taquimétricos que proporcionan menor precisión, pero es, sin embargo el más utilizado.

Suministra este método un trabajo más rápido y económico que el conseguido con teodolito y cinta, en el que los ángulos se miden con teodolito y las distancias se obtienen por taquimetría en vez de cinta.

La taquimetría vertical se emplea cuando no se requiere gran precisión, cuando las características del terreno hacen difícil y poco preciso el empleo de la cinta, para revisar o complementar trabajos hechos por otros métodos, pero en general no es lo suficientemente preciso para el levantamiento de propiedades.

Los errores de los levantamientos con taquimetría son comunes a todas las operaciones semejantes para medir ángulos horizontales y

diferencias de nivel, pero los más importantes son el resultado de lecturas deficientes de la estadía o mira (se llama mira a la estadía o estadal cuando sus divisiones son múltiplos y submúltiplos del metro) más que de ángulos incorrectos. Un error en la lectura de un ángulo vertical no afecta apreciablemente a la distancia horizontal y produce un error en cota inferior a tres centímetros en una visual de 100 m; un error de un centímetro en el intervalo estadimétrico provoca un error igual o muy cercano a un metro (para instrumentos de constante de multiplicación igual a 100, que es la más común) y para tener una precisión angular adecuada a tales distancias, 100 m, se podrían leer los ángulos horizontales con una aproximación de 10 minutos.

La precisión que se obtiene en taquimetría tiene un promedio aproximado de  $1/500$  y tratándose de visuales cortas, en una poligonal larga y con un trabajo supremamente cuidadoso puede obtenerse la máxima precisión posible de  $1/1000$ . La precisión de una nivelación efectuada por este método depende de las longitudes de las visuales y de la magnitud de los ángulos verticales que se midan.

## **9.2 TRABAJO DE CAMPO**

Al igual que en todo trabajo donde se emplee el método de itinerario o de poligonales para hacer un levantamiento planimétrico, después del reconocimiento del terreno o de una parte de él, se materializan las estaciones, desde cada una de ellas deben ser visibles las estaciones anterior y posterior a ella, y desde las cuales se tomarán todos los puntos de quiebre del lindero y demás detalles.

Con el teodolito ubicado en cada una de las estaciones y la mira en el punto a determinar se leen los tres hilos: inferior, medio y superior, colocando el inferior en una marca entera para facilitar la comprobación de campo (diferencia entre los hilos medio e inferior igual a la diferencia entre el medio y el superior), la mira puede trasladarse mientras se leen los ángulos horizontal y vertical correspondientes.

Algunas veces, cuando no es posible leer los tres hilos por la interposición de un obstáculo, se pueden leer dos de ellos y obtener el otro a partir de estos dos.

Es recomendable que los hilos y el ángulo vertical correspondiente para deducir las distancias horizontal y vertical entre las estaciones se

tomen en los dos sentidos para efectuar los cálculos de coordenadas y de cotas con los promedios, esto aumenta considerablemente la precisión de la poligonal y por tanto del levantamiento.

Si el levantamiento es, además, alimétrico debe obtenerse la altura del instrumento (distancia entre su eje de rotación vertical y el punto de estación).

### 9.3 CÁLCULOS

La precisión de las medidas hechas a estadía es tal que las distancias horizontales y verticales pueden determinarse con aproximación al decímetro (tres o cuatro cifras significativas) pero, debido a la facilidad en el cálculo proporcionada por las calculadoras actuales, es una costumbre generalizada obtenerlas al centímetro.

Las fórmulas para obtener las distancias horizontales y verticales dependen de la clase de ángulo vertical que proporcionan los teodolitos, pueden ser estos referidos al horizonte, al cenit o al nadir y siempre será más conveniente trabajar con la fórmula correspondiente que transferirlos al horizonte (las fórmulas se deducen para este tipo de ángulos verticales).

Puede decirse que en casi todos los instrumentos taquimétricos la constante de adición es cero o despreciable y la constante de multiplicación es 100 ó 50, por tanto las distancias horizontal y vertical pueden calcularse con las siguientes expresiones:

$$DH = K(HS - HI) \cos^2 A \quad (9.1)$$

$$DH = K(HS - HI) \operatorname{Sen}^2 B \quad (9.2)$$

$$DH = K(HS - HI) \operatorname{Sen}^2 C \quad (9.3)$$

$$DH = \frac{1}{2} K(HS - HI) \operatorname{Sen} 2A \quad (9.4)$$

$$DH = \frac{1}{2} K(HS - HI) \operatorname{Sen} 2B \quad (9.5)$$

$$DH = -\frac{1}{2} K(HS - HI) \operatorname{Sen} 2C \quad (9.6)$$

donde:

DH : Distancia Horizontal

DV : Distancia vertical  
 K : Constante de multiplicación  
 HS : Lectura con el hilo superior  
 HI : Lectura con el hilo inferior  
 A,B,C : Ángulos verticales referidos al horizonte,  
 al cenit y al nadir respectivamente.

En la expresión (9.4) el signo de la distancia vertical estará dado por el signo del ángulo vertical, positivo si es de elevación y negativo si es de depresión; en la expresiones (9.5) y (9.6) el signo se obtiene directamente. Las expresiones anteriores sólo son válidas si los ángulos cenitales o nadirales son observados en posición normal, no invertida, del instrumento.

Las poligonales levantadas por este método se calculan y se ajustan por coordenadas, también los linderos y detalles que se consideren importantes.

Las cotas o los desniveles se ajustan en las poligonales antes de calcular las de los demás puntos. La distancia vertical es diferente al desnivel y sólo son iguales cuando la altura del instrumento sobre el punto de estación es igual al valor del hilo medio leído sobre la mira en un punto. El cálculo de desniveles se realiza con la siguiente expresión:

$$\text{DESNIVEL o DIF. DE COTAS DE E-X} = AI_E \pm DV_{E-X} - HM_X \quad (9.7)$$

donde:

DESNIVEL o DIF. DE COTAS DE E-X: Desnivel de la estación al punto X y no en sentido contrario.

$AI_E$ : Altura del instrumento en la estación E.

$\pm DV_{E-X}$ : Distancia vertical de la estación E al punto X y no en sentido contrario.

$HM_X$ : Lectura del hilo medio en el punto X.

El cálculo de cotas se hace aplicando una de las dos expresiones siguientes:

$$\text{Cota de X} = \text{Cota de E} \pm \text{DIF. DE COTAS DE E-X} \quad (9.8)$$

$$\text{Cota de X} = \text{Cota de E} + AI_E \pm DV_{E-X} - HM_X \quad (9.9)$$

En las expresiones anteriores los términos tienen el mismo significado que los empleados en la expresión (9.7).

Después de elaborado el plano se procede al cálculo del área y a la descripción de linderos por coordenadas y comprobando éstos últimos valores a escala y transportador.

## **9.4 DIBUJO**

El dibujo de los puntos de la poligonal, de los puntos de lindero y detalles que se consideren importantes se hace por coordenadas. El dibujo de los demás detalles bien puede hacerse por coordenadas o a escala y transportador.

## **9.5 EJEMPLO**

En la Figura 9.1 están consignados los datos de campo del levantamiento taquimétrico de un terreno realizado con un teodolito de ángulos cenitales, de constante de adición igual a cero y de constante de multiplicación igual a 50.

Se han observado los datos necesarios para obtener las cotas de la poligonal base y de todos los puntos levantados. Se ha leído el azimut magnético de una de las líneas de la poligonal. El valor entre paréntesis debajo de la letra de cada estación corresponde a la altura del instrumento en ella.

La Tabla 9.1 corresponde al cálculo taquimétrico, en ella están consignados los valores de las distancias horizontales y de las cotas, en la Tabla 9.2 se presenta el cálculo de coordenadas, con dichos valores se elaboró el plano cuya copia corresponde a la Figura 9.2 y posteriormente se presenta, en la Tabla 9.3, el cálculo del área y la descripción de linderos.



| EST.      | P. OBS | HI   | HS            | ANG. CENIT. | S               | DV    | DH    | AI   | HM   | DESN. | DESN. PROM.  | DIST. PROM.   | CORR.        | DESN. CORR.  | PUN TO | COTA   |
|-----------|--------|------|---------------|-------------|-----------------|-------|-------|------|------|-------|--------------|---------------|--------------|--------------|--------|--------|
| A         | C      | 0.48 | 2.00          | 89°32'      | 1.52            | +0.62 | 75.99 | 1.36 | 1.24 | +0.74 |              |               |              |              | A      | 100.00 |
|           | L1     | 1.00 | 1.68          | 91°11'      | 0.68            | -0.70 | 33.99 | “    | 1.34 |       |              |               |              | -0.68        | L1     | 99.32  |
|           | L2     | 1.00 | 1.78          | 86°53'      | 0.78            | +2.12 | 38.88 | “    | 1.39 |       |              |               |              | +2.09        | L2     | 102.09 |
|           | L3     | 1.00 | 1.86          | 88°29'      | 0.86            | +1.14 | 42.97 | “    | 1.43 |       |              |               |              | +1.07        | L3     | 101.07 |
|           | C1     | 1.00 | 1.96          | 88°18'      | 0.96            | +1.42 | 47.96 | “    | 1.48 |       |              |               |              | +1.30        | C1     | 101.30 |
|           | C2     | 1.00 | 2.08          | 88°18'      | 1.08            | +1.60 | 53.95 | “    | 1.54 |       |              |               |              | +1.42        | C2     | 101.42 |
|           | B      | 0.82 | 2.00          | 89°15'      | 1.18            | +0.77 | 58.99 | “    | 1.41 | +0.72 | +0.71        | 59.00         | +0.03        | +0.74        | B      | 100.74 |
| B         | A      | 1.00 | 2.18          | 90°20'      | 1.18            | -0.34 | 59.00 | 1.23 | 1.59 | -0.70 |              |               |              |              |        |        |
|           | L4     | 1.00 | 1.92          | 79°47'      | 0.92            | +8.03 | 44.55 | “    | 1.46 |       |              |               |              | +7.80        | L4     | 108.54 |
|           | L5     | 2.00 | 3.01          | 79°32'      | 1.01            | +9.02 | 48.83 | “    | 2.50 |       |              |               |              | +7.75        | L5     | 108.49 |
|           | L6     | 1.00 | 1.55          | 78°13'      | 0.55            | +5.50 | 26.35 | “    | 1.28 |       |              |               |              | +5.45        | L6     | 106.19 |
|           | C      | 2.00 | 1.68          | 89°45'      | 0.68            | +0.15 | 34.00 | “    | 1.34 | +0.04 | +0.02        | 33.50         | +0.01        | +0.03        | C      | 100.77 |
| C         | B      | 1.00 | 1.66          | 89°47'      | 0.66            | +0.12 | 33.00 | 1.22 | 1.33 | +0.01 |              |               |              |              |        |        |
|           | L7     | 1.00 | 1.91          | 82°46'      | 0.91            | +5.68 | 44.78 | “    | 1.45 |       |              |               |              | +5.45        | L7     | 106.22 |
|           | L8     | 1.00 | 1.62          | 88°17'      | 0.62            | +0.93 | 30.97 | “    | 1.31 |       |              |               |              | +0.84        | L8     | 101.61 |
|           | A      | 1.00 | 2.52          | 90°14'      | 1.52            | -0.31 | 76.00 | “    | 1.76 | -0.85 | <u>-0.80</u> | <u>76.00</u>  | <u>+0.03</u> | <u>-0.77</u> | A      | 100.00 |
| <b>Σ=</b> |        |      |               |             |                 |       |       |      |      |       | <b>-0.07</b> | <b>168.50</b> | <b>+0.07</b> | <b>0.00</b>  |        |        |
|           |        |      | <b>K = 50</b> |             | <b>C = 0.00</b> |       |       |      |      |       |              |               |              |              |        |        |

TABLA 9.1 Cálculo de las distancias horizontales y de las cotas del levantamiento de un terreno a taquimetría.

| EST. | P. OBS    | A. DER. CORR.  | AZIMUT  | DIST.         | LONG.  | LAT.   | CORRECCION |       | CORREGIDAS  |             | PUN TO | COORDENADAS |        |
|------|-----------|----------------|---------|---------------|--------|--------|------------|-------|-------------|-------------|--------|-------------|--------|
|      |           |                |         |               |        |        | LONG.      | LAT.  | LONG.       | LAT.        |        | ESTE        | NORTE  |
| A    | C         | 000°00'        | 268°00' |               |        |        |            |       |             |             | A      | 200.00      | 200.00 |
|      | L1        | 228°56'        | 136°56' | 33.99         |        |        |            |       | +23.21      | -24.83      | L1     | 223.21      | 175.17 |
|      | L2        | 083°17'        | 351°17' | 38.88         |        |        |            |       | - 5.89      | +38.43      | L2     | 194.11      | 238.43 |
|      | L3        | 041°21'        | 312°21' | 42.97         |        |        |            |       | -31.76      | +28.95      | L3     | 168.24      | 228.95 |
|      | C1        | 071°30'        | 339°30' | 47.96         |        |        |            |       | -16.80      | +44.92      | C1     | 183.20      | 244.92 |
|      | C2        | 059°16'        | 327°16' | 53.95         |        |        |            |       | -29.17      | +45.38      | C2     | 170.85      | 245.38 |
|      | B         | 025°13'        | 293°13' | 58.99         | -54.21 | +23.25 | -0.08      | -0.07 | -54.29      | +23.18      | B      | 145.71      | 223.18 |
|      |           |                |         |               |        |        |            |       |             |             |        |             |        |
| B    | A         | 000°00'        | 113°13' |               |        |        |            |       |             |             |        |             |        |
|      | L4        | 258°18'        | 011°31' | 44.55         |        |        |            |       | + 8.89      | +43.65      | L4     | 154.60      | 266.83 |
|      | L5        | 253°57'        | 007°10' | 48.83         |        |        |            |       | + 6.09      | +48.45      | L5     | 151.80      | 271.63 |
|      | L6        | 180°32'        | 293°45' | 26.35         |        |        |            |       | -24.12      | +10.61      | L6     | 121.59      | 233.79 |
|      | C         | 106°42'        | 219°55' | 33.50         | -21.50 | -25.69 | -0.05      | -0.04 | -21.55      | -25.73      | C      | 124.16      | 197.45 |
|      |           |                |         |               |        |        |            |       |             |             |        |             |        |
| C    | B         | 000°00'        | 039°53' |               |        |        |            |       |             |             |        |             |        |
|      | L7        | 215°01'        | 254°56' | 44.78         |        |        |            |       | -43.24      | -11.64      | L7     | 80.92       | 185.81 |
|      | L8        | 180°47'        | 220°42' | 30.97         |        |        |            |       | -20.20      | -23.48      | L8     | 103.96      | 173.97 |
|      | A         | 148°05'        | 088°00' | 76.00         | +75.95 | + 2.65 | -0.11      | -0.10 | *75.84      | + 2.55      | A      | 200.00      | 200.00 |
|      |           |                |         |               |        |        |            |       |             |             |        |             |        |
|      | <b>Σ=</b> | <b>180°00'</b> |         | <b>168.49</b> |        |        |            |       | <b>0.00</b> | <b>0.00</b> |        |             |        |
|      |           |                |         |               |        |        |            |       |             |             |        |             |        |
|      |           |                |         |               |        |        |            |       |             |             |        |             |        |

**TABLA 9.2 Cálculo de coordenadas del levantamiento de un terreno a taquimetría.**

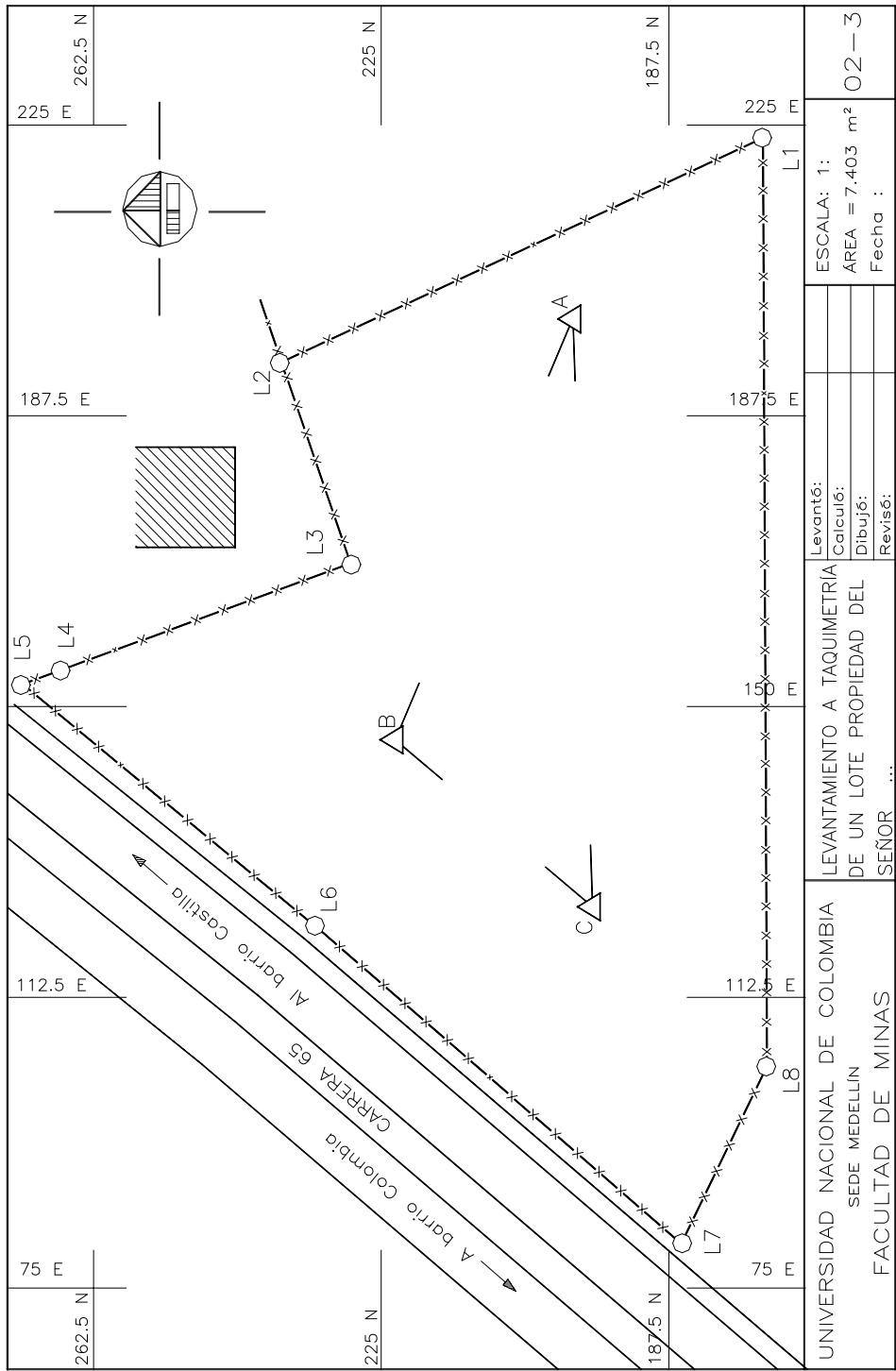
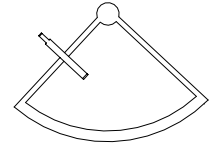


FIGURA 9.2 Plano del levantamiento de un terreno a taquimetría.





## 10. AMARRE PLANIMÉTRICO POR INTERSECCIÓN INVERSA

### 10.1 GENERALIDADES

El método de intersección inversa consiste en estacionar el teodolito en un punto de situación desconocida y de la observación de los ángulos que forman las visuales a puntos conocidos deducir la posición del primero. Los puntos conocidos son o torres de triangulación o puntos levantados con anterioridad. *No es necesaria la medida de distancias.*

Las dos formas más comunes de intersección inversa la constituyen: el problema de los tres puntos o de Pothenot y el problema de los dos puntos o de Hansen. El problema de Pothenot requiere de la visibilidad de tres puntos de coordenadas conocidas y estacionando el teodolito únicamente en el punto que trata de levantarse midiendo los ángulos que se forman; existen varias soluciones analíticas para resolver este problema, la primera solución se debe a Snellius y la secuencia del cálculo que se detalla más adelante corresponde a la solución obtenida por Burckhardt. El problema de Hansen puede sustituir al de Pothenot, con un grado de precisión inferior, cuando desde el punto que se quiere determinar sólo se vean dos puntos conocidos pudiendo sustituir el tercero por uno auxiliar, pero con la condición de estacionar en él; estos datos son suficientes para determinar analíticamente la posición de los dos puntos.

En los dos casos anteriores cualquier error que se cometa en el campo queda sin comprobación; por eso, siempre que se pueda, debe tomarse un dato suplementario que consiste en observar un ángulo más, de los indispensables para el cálculo, a otro punto conocido. En el método de Pothenot si se observan los ángulos a cuatro puntos conocidos en vez de tres se pueden resolver cuatro problemas de Pothenot, que se forman por combinación de los cuatro vértices tres a tres; esto permite no solamente comprobar el trabajo de campo, sino obtener un promedio para las coordenadas definitivas del punto. Igualmente si en el problema de Hansen se observan los ángulos a tres puntos

conocidos desde los dos que se tratan de levantar pueden plantearse tres problemas de Hansen, por combinaciones dos a dos de los tres puntos conocidos y un Pothénot para cada punto, teniendo datos suficientes para comprobación, permitiendo como en el caso anterior hallar las coordenadas por dos o más métodos diferentes y tomar después el promedio, como definitivo, si los resultados son concordantes. Sin embargo si los puntos a determinar forman parte de una red de triangulación será necesario estacionar en los puntos conocidos.

Cuando sólo se observan los ángulos estrictamente necesarios es indispensable obtenerlos con una aproximación mínima de segundos, mediante un número o serie adecuada de medidas para cada uno y calcular las coordenadas del punto o de los puntos por dos rutas diferentes, éstas deben coincidir para comprobar el cálculo.

Los puntos así levantados se utilizan en triangulaciones de orden secundario, en la obtención de puntos de apoyo para fotogrametría aérea y para levantamientos topográficos.

Se emplean estos métodos, además, para determinar la posición de puntos de sondeo; desde un bote se miden los ángulos a puntos conocidos y ubicados en el litoral. Los ángulos se miden con un sextante, instrumento ideado por el inglés Hadley y el norteamericano Godfrey en 1730.

Este mismo proceso empleado para determinar el lugar que ocupa en un plano la estación donde se encuentra colocada la plancheta se llama resección y se ejecuta lanzando visuales a puntos que han sido levantados y dibujados con anterioridad. La plancheta ideada en 1590 por Praetorius fue considerada como el mejor instrumento topográfico hasta la aparición de la taquimetría, hace casi dos siglos, y aunque aún hoy día, han tratado de modernizarla no deja de ser más que un ingenioso instrumento.

## **10.2 PROBLEMA DE POTHENOT**

En la Figura 10.1 se presenta el registro de campo, en la Tabla 10.1 los cálculos y en la Figura 10.2 el dibujo del levantamiento de un punto empleando el método de Pothénot y cuyos datos se utilizan para el levantamiento que se adjunta en la sección correspondiente al levantamiento altiplanimétrico de un terreno con distanciómetro y por puntos de control.

## **10.3 PROBLEMA DE HANSEN**

En la Tabla 10.2 se consigna el proceso de cálculo para una intersección inversa empleando el método de Hansen.

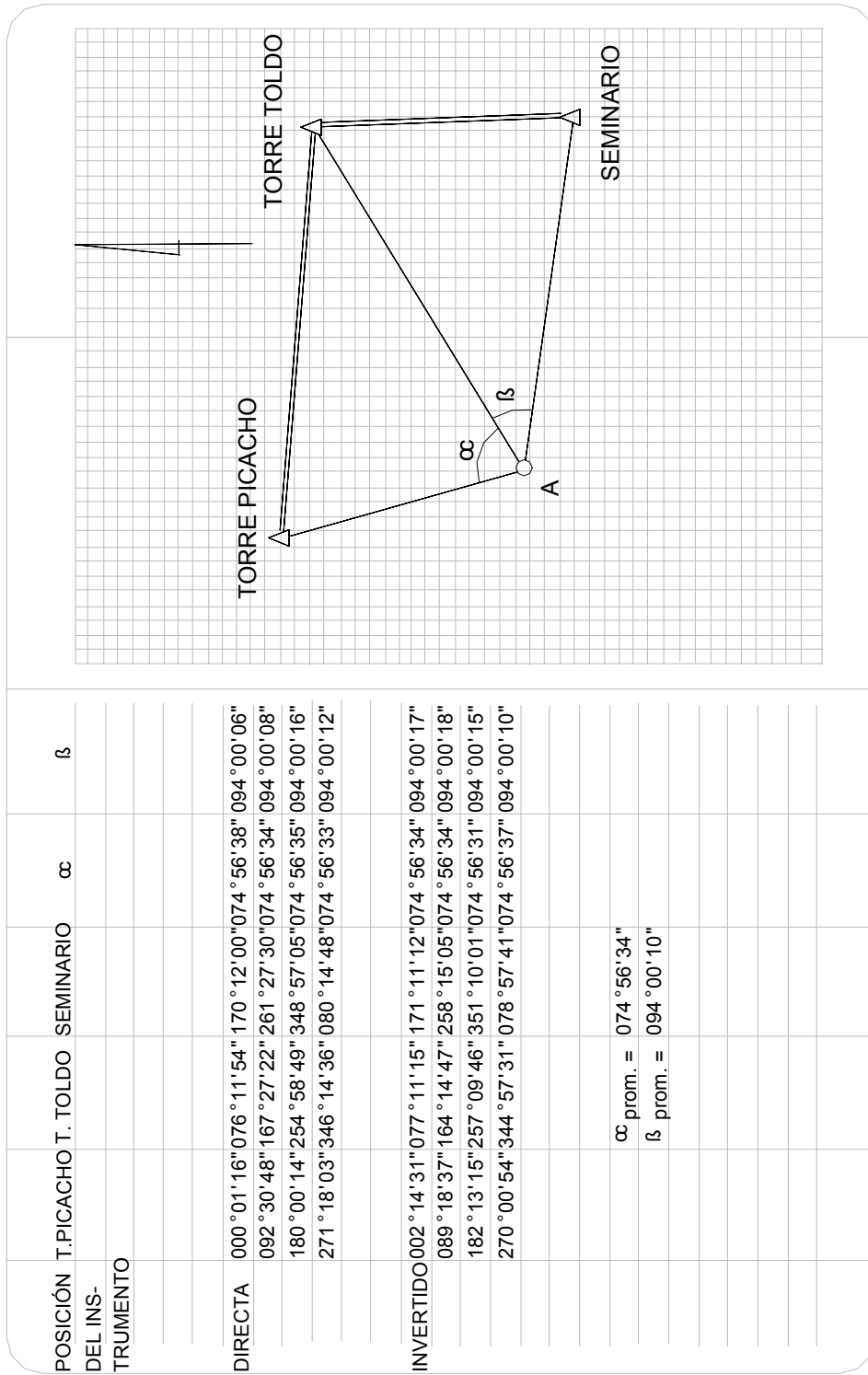


FIGURA 10.1 Registro de campo del levantamiento de un punto empleando el método de Pothenet.

**TABLA 10.1 Cálculo de coordenadas de un punto levantado por el método de Pothenet.**

**DATOS DE CAMPO** :  $\alpha_{\text{PROM.}} = 74^{\circ}56'34''$ ;  $\beta_{\text{PROM.}} = 94^{\circ}00'11.5''$   
**PUNTOS CONOCIDOS** : P = T. Picacho,  $E_P = 833111.111$ ,  $N_P = 1189111.111$   
 T = T. Toldo,  $E_T = 839111.111$ ,  $N_T = 1187311.111$   
 S = Seminario,  $E_S = 836911.111$ ,  $N_S = 1180011.111$

Azimut T-P =  $286^{\circ}41'57.3''$ ; Dist. T-P = 6264.1839

Azimut T-S =  $196^{\circ}46'16.4''$ ; Dist. T-S = 7624.3032

$Z = 89^{\circ}55'40.9''$ ;  $\alpha + \beta + Z = 258^{\circ}52'26.4''$  (si esta suma es igual a  $180^{\circ}$  el problema es indeterminado, y no se recomienda el método si está entre  $150^{\circ}$  y  $210^{\circ}$ ).

$$S = \frac{1}{2}(X + Y) = 180^{\circ} - \frac{1}{2}(\alpha + \beta + Z) = 50^{\circ}33'46.8''$$

$$\theta = \text{Tan}^{-1} \frac{T - P \text{ Sen} \alpha}{T - S \text{ Sen} \beta} = 40^{\circ}19'21.7''$$

$$\Delta = \frac{1}{2}(X - Y) \text{Tan}^{-1} \left( \frac{\text{Tan} S}{\text{Tan}(\theta + 45^{\circ})} \right) = 5^{\circ}40'50.6''$$

$$X = S + \Delta = 56^{\circ}14'37.4''$$

$$Y = S - \Delta = 44^{\circ}52'56.2''$$

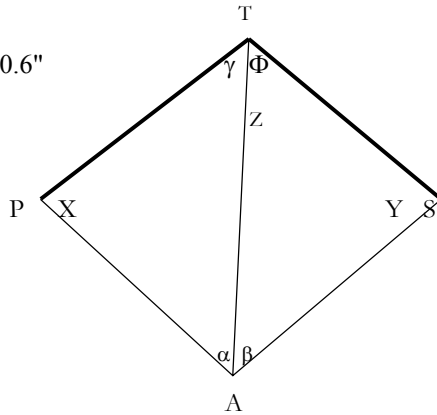
$$\Phi = 180^{\circ} - Y - \beta = 41^{\circ}06'52.3''$$

$$\gamma = 180^{\circ} - Y - \alpha = 48^{\circ}48'48.6''$$

$$A - T = T - P - \frac{\text{Sen} X}{\text{Sen} \alpha} = 5393.2649$$

$$A - S = T - S - \frac{\text{Sen} \Phi}{\text{Sen} \beta} = 5025.7468$$

$$A - P = T - P \frac{\text{Sen} \gamma}{\text{Sen} \alpha} = 4881.8466$$



| LÍNEA        | PICACHO - A            | TOLDO - A              | SEMINARIO - A          |
|--------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| AZIMUT       | $162^{\circ}56'34.7''$ | $237^{\circ}53'08.7''$ | $331^{\circ}53'20.2''$ |
| DISTANCIA    | 4881.8466              | 5393.2649              | 5025.7468              |
| PROY. E      | + 1434.960             | - 4568.040             | - 2368.040             |
| PROY. N      | - 4667.110             | - 2867.110             | + 4432.890             |
| COORD. $E_A$ | 834543.07              | 834543.07              | 834543.07              |
| COORD. $N_A$ | 1184444.00             | 1184444.00             | 1184444.00             |

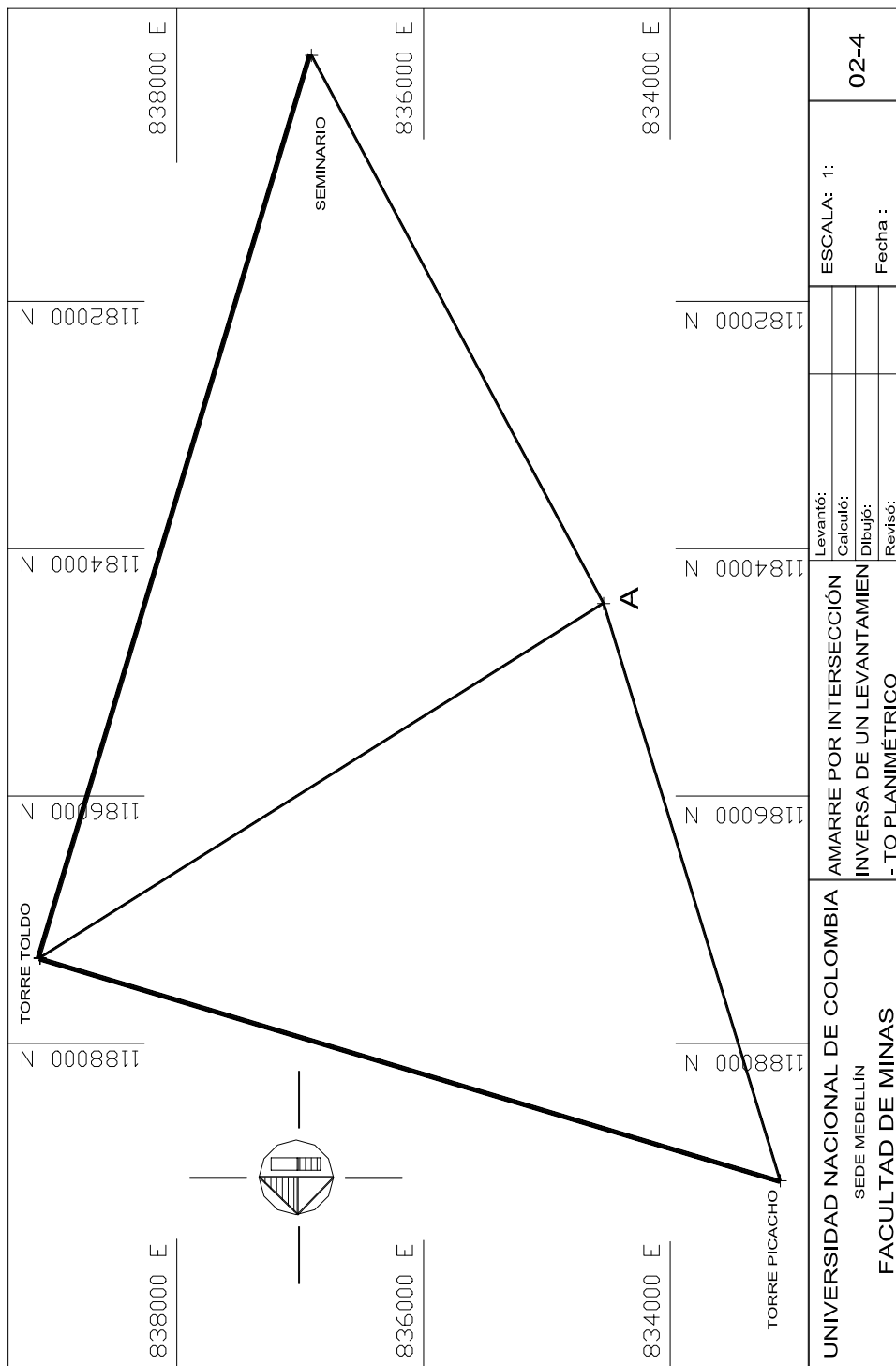


FIGURA 10.2 Plano del levantamiento de un punto empleando el método de Pothenot.

**TABLA 10.2** Cálculo de coordenadas de dos puntos levantados por el método de Hansen.

**DATOS DE CAMPO** :  $\alpha_1 \text{ PROM.} = 113^\circ 36' 43''$ ;  $\beta_1 \text{ PROM.} = 38^\circ 53' 55''$

**PUNTOS CONOCIDOS** : P = T. Picacho,  $E_P = 33199.66$ ,  $N_P = 89006.48$   
 T = T. Toldo,  $E_T = 39257.34$ ,  $N_T = 87318.48$

Azimut P-T =  $105^\circ 34' 14.6''$ ; Dist. T-P = 6288.47

Si (AB) = 1  $\Rightarrow$

$$(P - A) = \frac{\text{Sen } \alpha_2}{\text{Sen}(\alpha_1 + \alpha_2)} = 141.69987$$

$$(P - B) = \frac{\text{Sen } \alpha_1}{\text{Sen}(\alpha_1 + \alpha_2)} = 142.10336$$

$$(T - A) = \frac{\text{Sen } \beta_2}{\text{Sen}(\beta_1 + \beta_2)} = 184.49780$$

$$(T - B) = \frac{\text{Sen } \beta_1}{\text{Sen}(\beta_1 + \beta_2)} = 183.72062$$

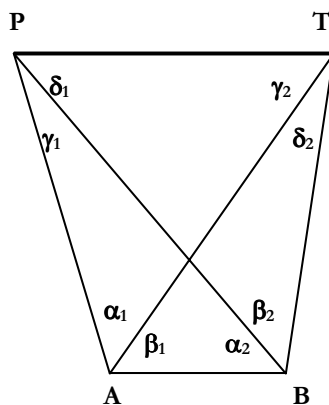
$$(T - B) = \frac{\text{Sen } \beta_1}{\text{Sen}(\beta_1 + \beta_2)} = 183.72062$$

$$M_1 = \frac{(\gamma_1 + \gamma_2)}{2} = \frac{180^\circ - (\alpha_1 - \beta_1)}{2} = 52^\circ 38' 36''$$

$$M_2 = \frac{(\delta_1 + \delta_2)}{2} = \frac{180^\circ - (\beta - \alpha)}{2} = 52^\circ 33' 23.5''$$

$$N_1 = \frac{(\gamma_1 + \gamma_2)}{2} = \text{Tan}^{-1} \left[ \frac{\text{Tan } M_1 (T - A) - (P - A)}{(T - A) + (P - A)} \right] = 9^\circ 33' 23.5''$$

$$N_2 = \frac{(\delta_1 + \delta_2)}{2} = \text{Tan}^{-1} \left[ \frac{\text{Tan } M_1 (T - B) - (P - B)}{(T - B) + (P - B)} \right] = 9^\circ 28' 11.2''$$



**TABLA 10.2 Continuación.**

$$\gamma_1 = M_1 + N_1 = 62^\circ 23' 44.7''$$

$$\gamma_2 = M_1 - N_1 = 42^\circ 53' 27.3''$$

$$\delta_1 = M_2 + N_2 = 62^\circ 01' 34.7''$$

$$PA = PT \frac{\text{Sen } \gamma_2}{\text{Sen } (\alpha_1 - \beta_1)} = 4436.95$$

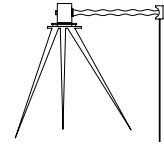
$$TA = PT \frac{\text{Sen } \gamma_1}{\text{Sen } (\alpha_1 - \beta_1)} = 5777.05$$

$$PB = PT \frac{\text{Sen } \delta_2}{\text{Sen } (\beta_1 - \alpha_1)} = 4449.58$$

$$TB = PT \frac{\text{Sen } \delta_1}{\text{Sen } (\beta_2 - \alpha_2)} = 5752.715$$

| LÍNEA                 | PICACHO - A  | TOLDO - A    |
|-----------------------|--------------|--------------|
| AZIMUT                | 167°57'59.3" | 242°40'47.3" |
| DIST.                 | 4436.95      | 5777.05      |
| PROY. E               | +925.03      | -5132.65     |
| PROY. N               | -4339.45     | -2651.45     |
| COORD. E <sub>A</sub> | 34124.69     | 34124.69     |
| COORD. N <sub>A</sub> | 84667.03     | 84667.03     |

| LÍNEA    | PICACHO - B  | TOLDO - B    |
|----------|--------------|--------------|
| AZIMUT   | 167°35'49.3" | 242°29'02.3" |
| DIST.    | 4449.58      | 5752.71      |
| PROY. E  | +955.71      | -5101.97     |
| PROY. N  | -4345.73     | -2657.73     |
| COORD. E | 34155.37     | 34155.37     |
| COORD. N | 84660.75     | 84660.75     |



## 11. AMARRE PLANIMÉTRICO POR EL MÉTODO DE LA ESTACIÓN LIBRE

En el método de la "Estación Libre" se coloca el instrumento en un punto cualquiera P, ubicado en forma conveniente y desde donde se dará inicio al levantamiento que se desea amarrar; desde dicho punto deben ser visibles dos o más puntos de coordenadas conocidas.

Las coordenadas de P se determinan de la siguiente forma:

- Se miden los ángulos y las distancias a dos o más puntos de coordenadas conocidas.
- Se calculan las coordenadas de los puntos conocidos a partir de un sistema arbitrario con origen en el punto P. Coordenadas de P asumidas y acimut de una de las líneas también asumido.
- Por medio de las ecuaciones de transformación de Helmert se convierten las coordenadas arbitrarias al sistema de coordenadas de los puntos conocidos y se obtienen las coordenadas del punto P.

Este método es bastante útil y su precisión depende de la precisión de las coordenadas de los puntos conocidos, de la precisión en la medida tanto de los ángulos como de las distancias. En su aplicación es casi que indispensable el uso de un distanciómetro.

En la Figura 11.1 se presentan los datos de campo, las coordenadas de los puntos conocidos y un gráfico explicativo para una situación muy sencilla con el fin de que pueda ser entendida con facilidad y en la Tabla 11.1 se presenta el proceso de cálculo acompañado de las respectivas fórmulas.

En el caso más simple, cuando se observan solamente dos puntos de coordenadas conocidas, bastará con medir el ángulo que desde el punto P forman las visuales dirigidas a ellos, obviamente también se miden las distancias desde P. Las ecuaciones de transformación se pueden ignorar al resolver el triángulo resultante a partir del ángulo y de las dos distancias medidas. La distancia calculada entre los dos puntos al resolver dicho triángulo puede ser comparada con la obtenida entre los mismos dos puntos a partir de sus coordenadas y tener así una idea de la precisión del amarre.

Al utilizar más de dos puntos y por medio de las transformaciones de Helmert se obtiene directamente el promedio de las coordenadas para el punto P, promedio que se obtendría a partir de la solución de los triángulos que se forman. Las coordenadas del punto P así obtenido tendrán mayor precisión y serán más confiables.

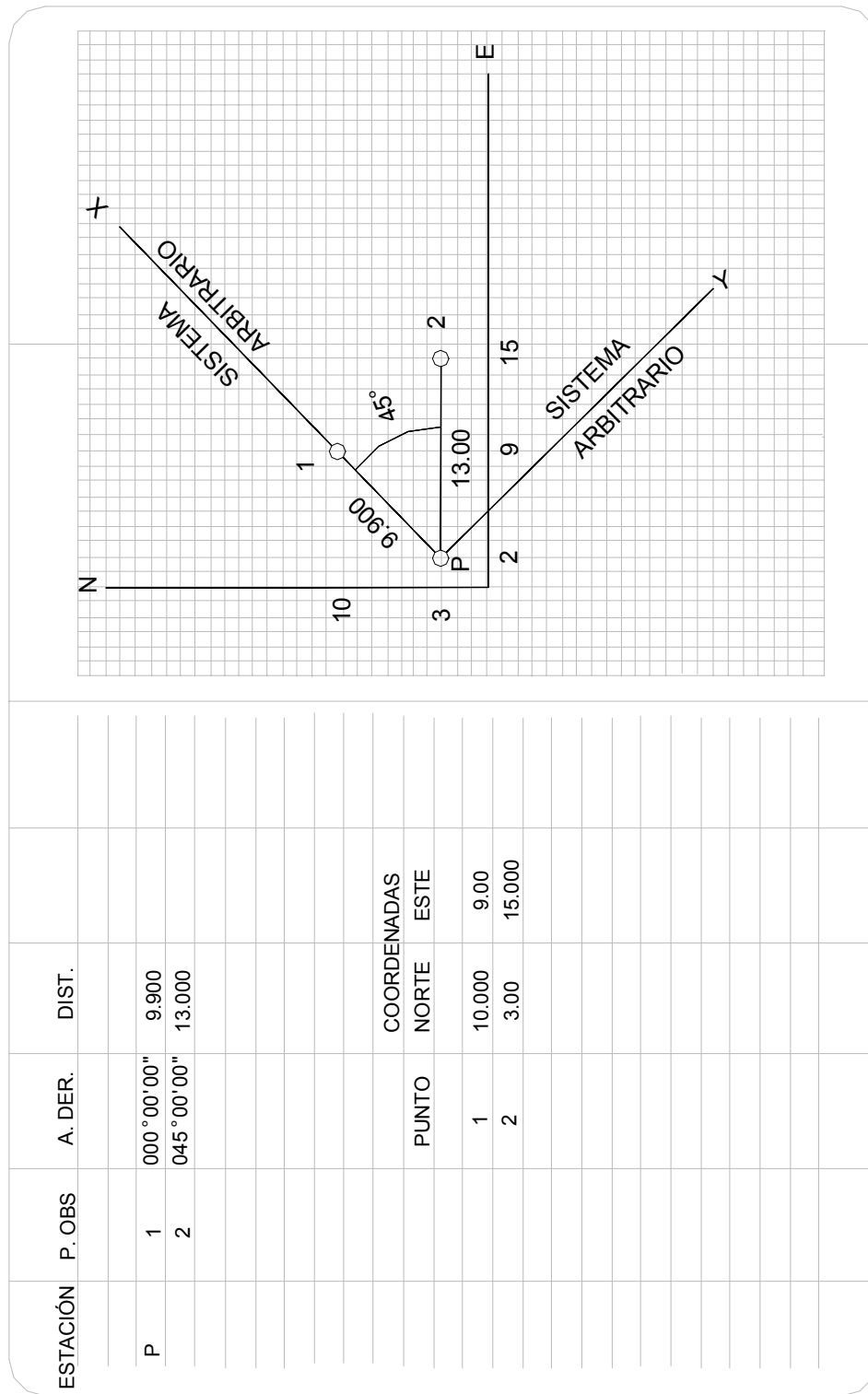


FIGURA 11.1 Datos de campo, coordenadas y gráfico del amarre por medio de una "Estación libre".

**TABLA 11.1 Cálculo de coordenadas de un punto amarrado por el método de la “Estación Libre”**

$$X_1 = 9.90 \cos 0^\circ = 9.90$$

$$X_2 = 13.00 \cos 45^\circ = 9.19$$

$$Y_1 = 9.90 \sin 0^\circ = 0.00$$

$$Y_2 = 13.00 \sin 45^\circ = 9.19$$

$$[N] = N_1 + N_2 = 13.00$$

$$[X] = X_1 + X_2 = 19.09$$

$$[E] = E_1 + E_2 = 24.00$$

$$[Y] = Y_1 + Y_2 = 9.19$$

$$[X * N] = X_1N_1 + X_2N_2 = 126.57$$

$$[Y * N] = Y_1N_1 + Y_2N_2 = 27.57$$

$$[X * X] = X_1X_1 + X_2X_2 = 126.57$$

$$[Y * E] = Y_1E_1 + Y_2E_2 = 137.85$$

$$[X * E] = X_1E_1 + X_2E_2 = 226.95$$

$$[Y * Y] = Y_1Y_1 + Y_2Y_2 = 84.66$$

$$[X] [N] = 248.17$$

$$[Y] [N] = 119.47$$

$$[X] [X] = 364.43$$

$$[Y] [E] = 220.56$$

$$[X] [E] = 458.16$$

$$[Y] [Y] = 84.46$$

$$\delta = [X * N] + [Y * Y] - 1/n ([X] [X] + [Y] [Y])$$

$$\delta = 182.47 + 84.46 - 1/2 (364.43 + 84.46) = 42.49$$

$$\beta = (1/\delta) ([X * E] - [Y * N] - 1/n ([X] [E] - [Y] [N]))$$

$$\beta = (1/42.49)(226.95 - 27.57) - 1/2(458.16 - 119.47) = 30.04/42.49$$

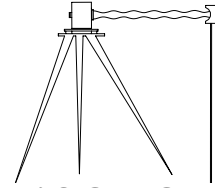
$$\alpha = (1/\delta) ([X * N] + [Y * E] - 1/n ([X] [N] - [Y] [E]))$$

$$\alpha = (1/42.49)(126.57 + 137.85) - 1/2(248.17 - 220.56) = 30.03/42.49$$

$$\tan^{-1} (\beta/\alpha) = 30.04/30.06 = 44^\circ 59'$$

$$N_P = \frac{[N]}{n} - \alpha \frac{[X]}{n} + \beta \frac{[Y]}{n} = \frac{13.00}{2} - \frac{30.06 * 19.09}{42.49 * 2} + \frac{30.04 * 9.19}{42.49 * 2} = 3.00$$

$$E_P = \frac{[E]}{n} - \alpha \frac{[Y]}{n} - \beta \frac{[X]}{n} = \frac{24.00}{2} - \frac{30.06 * 9.19}{42.49 * 2} + \frac{30.04 * 19.09}{42.49 * 2} = 2.00$$



## **12. LEVANTAMIENTO ALTIPLANIMÉTRICO POR PUNTOS DE CONTROL**

### **12.1 GENERALIDADES**

Este levantamiento realizado generalmente a taquimetría es idéntico al *levantamiento a taquimetría* en lo referente a poligonal y linderos. Si se realiza utilizando una estación total la diferencia está en la precisión de los datos y en la eliminación del cálculo de distancias horizontales y verticales puesto que este último instrumento las proporciona directamente y, si tiene registro automático o libreta digital, pueden grabarse los datos directamente sin tener que anotarlos.

La parte correspondiente a la topografía del terreno (curvas de nivel) realizada en este caso por el método de puntos de control o puntos fundamentales del relieve consiste en la determinación y toma de datos altiplanimétricos de los puntos llamados de control, ubicados de tal manera que conformen líneas de pendiente uniforme y definan los cambios y las direcciones de los accidentes que determinan el relieve del terreno. La posición y la cantidad de estos puntos depende, entre otros factores, del intervalo de las curvas de nivel, de la topografía misma del terreno, de la escala a la cual se va a dibujar el plano pero fundamentalmente depende de la experiencia. Un terreno quedará tanto mejor representado cuanto mayor sea la densidad de los puntos. A igualdad de precisión será necesario tomar mayor número de puntos en los terrenos ondulados que en los llanos.

### **12.2 MEDICIÓN ELECTRÓNICA DE DISTANCIAS**

La medida de distancias en topografía ha sido siempre complicada y los métodos usuales son engorrosos e imprecisos.

Las investigaciones sobre el radar, durante la segunda guerra mundial, hicieron posible la obtención de métodos de medición con precisiones del orden de  $1/50000$  en varios cientos de kilómetros. Basándose en el mismo principio del radar, medición de la diferencia de fases entre la

onda emitida y la devuelta por el reflector, surgieron en el año 1948 los geodímetros (Bergstrand) y en 1957 los telurómetros (Wadley) que se diferencian básicamente en la longitud de onda empleada por unos y otros, que es luminosa en los primeros y de radio en los segundos, con alcances que oscilan entre los 100 m y los 50 km.

Quedaba una laguna en la medición de distancias porque el alcance mínimo era relativamente grande y muy complicado su manejo. Hasta que en el año 1968 aparecen los telémetros electroópticos que transmiten luz visible o radiación infrarroja invisible como señal portadora y capaces de medir distancias tan cortas como 1 m; todos estos aparatos tienen dos características comunes que son: la sencillez de su manejo y una elevada precisión. En años recientes se ha introducido una nueva clase de distanciómetros de corto alcance en los que se utiliza una señal portadora de rayos infrarrojos. En la actualidad se continúan desarrollando y perfeccionando estos aparatos, tanto en su calidad y facilidad de manejo, como en su precisión.

Aunque estos instrumentos son caros, su empleo significa ahorro de tiempo, rapidez y confiabilidad extremadamente altas en las medidas que con ellos se obtienen.

### **12.3 TRABAJO DE CAMPO**

La ubicación de las estaciones debe hacerse con extremada minuciosidad, en ello influye considerablemente la visibilidad de grandes zonas que pueden definirse desde una sola estación.

Debe obtenerse la altura del instrumento en cada estación y la altura del prisma en cada punto (ésta cumple la función del hilo medio observado en taquimetría).

Es indispensable, a medida que se ubican y se toman los puntos, elaborar un gráfico en el que se muestren claramente los puntos entre los cuales existe pendiente uniforme o en su defecto consignar en un listado las parejas de puntos que reúnan dicha condición.

### **12.4 CÁLCULOS**

Es conveniente que, por lo menos, la poligonal y los puntos de lindero se calculen por coordenadas. En levantamientos con distanciómetro,

cuando las distancias son grandes, se hace indispensable el cálculo por coordenadas de todos los puntos para evitar su dibujo a escala y transportador que provoca grandes errores en la posición de los puntos y por tanto en las curvas de nivel.

## 12.5 DIBUJO

La poligonal y los puntos de lindero deben dibujarse por coordenadas y los demás puntos pueden dibujarse a escala y transportador si las distancias desde las estaciones hasta éstos se consideran pequeñas.

Una vez dibujados los puntos en planta se procede a unirlos por parejas según el gráfico o el listado obtenido en el campo. La cota se escribirá a un lado y por último se procede a la interpolación aritmética o gráfica de cada una de las líneas fundamentales o líneas de pendiente uniforme obteniendo así los puntos de paso de las curvas de nivel. Finalmente se unen los puntos de igual cota aplicando las consideraciones o condiciones que se deben tener en cuenta para obtener éstas curvas.

## 12.6 EJEMPLO

En la Figura 12.1 se muestran los datos de campo donde además se han anotado las cotas calculadas con posterioridad. En la Tabla 12.1 se consigna el cálculo por coordenadas, el cálculo del área y la descripción de linderos, efectuados con una calculadora programable. En la Figura 12.2 se muestran los puntos de poligonal, de lindero y de control, las líneas de pendiente uniforme y los puntos de paso de las curvas de nivel para obtener el borrador completo. En la Figura 12.3 se muestra la forma como queda el dibujo final del levantamiento.

Con el fin de amarrar este levantamiento se realizó con anterioridad un problema de Pothenot y altimétricamente se amarró al BM 36. Los ángulos horizontales se anotaron al minuto aunque se utilizó un teodolito segundero y las distancias horizontales y verticales se anotaron al centímetro aunque el distanciómetro las proporciona generalmente al milímetro; estas aproximaciones son suficientes en estos casos.

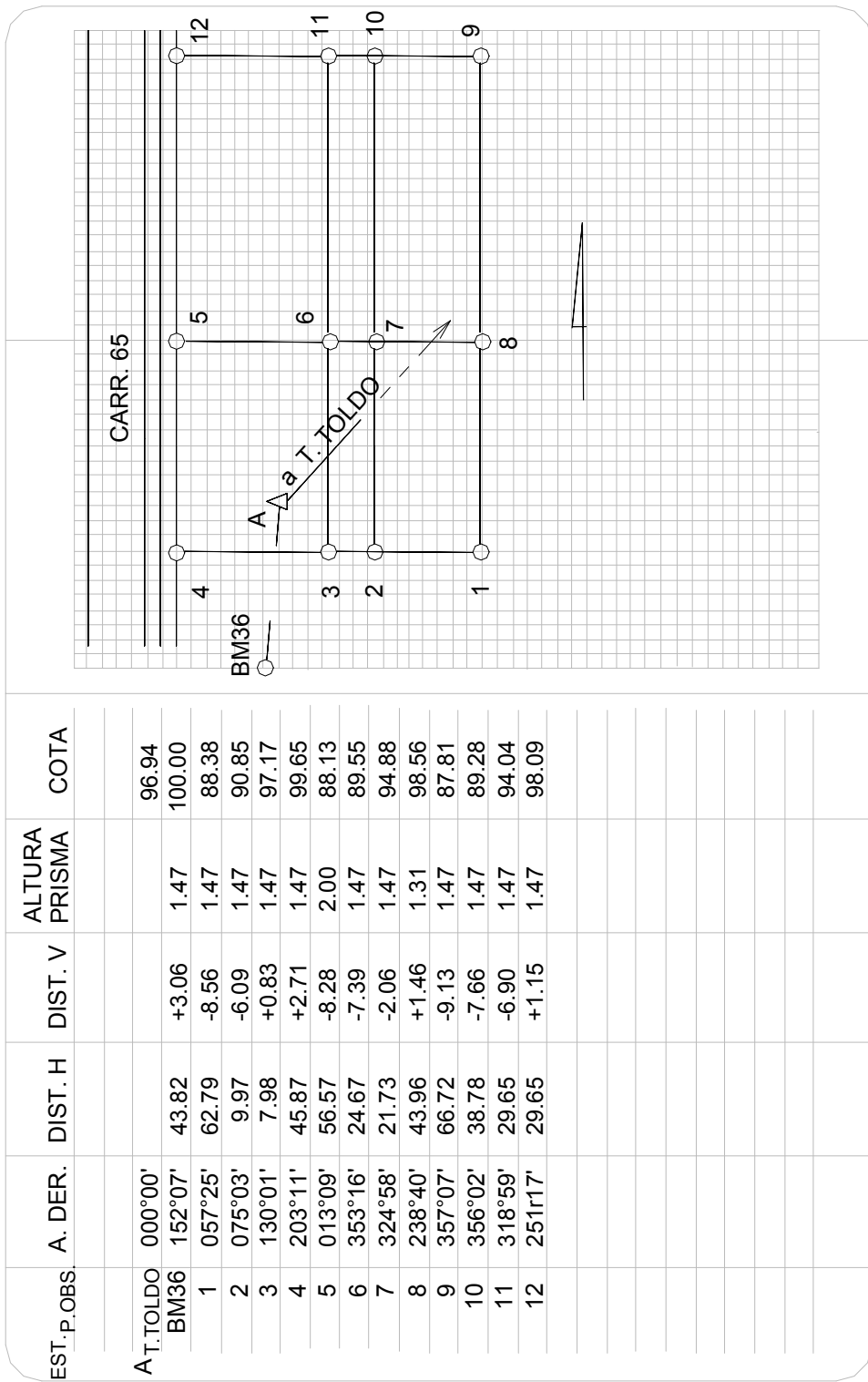


FIGURA 12.1 Registro de campo del levantamiento altiplanimétrico de un terreno por puntos de control.

**TABLA 12.1 Cálculo de coordenadas, área y descripción de linderos del levantamiento de un terreno con estación total, realizados con una calculadora programable.**

|                        |                               |          |          |             |
|------------------------|-------------------------------|----------|----------|-------------|
| CÁLCULO DE COORDENADAS | PUNTO 8<br>A. DER.<br>238°40' | SUM.E*N  | 33758.68 | *****       |
| *****                  | DISTANCIA                     | 43.96    | PUNTO 4  | *****       |
| ESTACIÓN A             | ESTE                          | 34503.75 | ESTE     | 497.76      |
| AZBAS 57°53'           | NORTE                         | 84463.65 | NORTE    | 436.88      |
| ESTE 34543.07          |                               |          | DIF.N*E  | -6856.64    |
| NORTE 84444.00         |                               |          | DIF.E*N  | 8348.78     |
|                        | PUNTO 9                       |          | SUM.N*E  | -4430.24    |
|                        | A. DER.<br>357°07'            |          | SUM.E*N  | 42107.45    |
|                        | DISTANCIA                     | 66.72    | PUNTO 8  | *****       |
| PUNTO BM36             | ESTE                          | 34597.73 | ESTE     | 503.75      |
| A. DER. 152°07'        | NORTE                         | 84482.27 | NORTE    | 463.65      |
| DISTANCIA 43.82        |                               |          | DIF.N*E  | -9745.04    |
| ESTE 34543.07          |                               |          | DIF.E*N  | -1520.77    |
| NORTE 84444.00         | PUNTO 10                      |          | SUM.N*E  | -14175.28   |
|                        | A. DER.<br>336°02'            |          | SUM.E*N  | 40586.68    |
|                        | DISTANCIA                     | 38.76    | PUNTO 12 | LÍNEA 2-3   |
| PUNTO 1                | ESTE                          | 34564.70 | ESTE     | 504.32      |
| A. DER. 57°25'         | NORTE                         | 84476.16 | NORTE    | 475.57      |
| DISTANCIA 62.79        |                               |          | DIF.N*E  | -2198.84    |
| ESTE 34599.84          | PUNTO 11                      |          | DIF.E*N  | -11394.66   |
| NORTE 84417.56         | A. DER.<br>318°59'            |          | SUM.N*E  | -16374.12   |
|                        | DISTANCIA                     | 29.65    | SUM.E*N  | 29192.03    |
| PUNTO 2                | ESTE                          | 34551.67 | PUNTO 11 | LÍNEA 4-8   |
| A. DER. 75°02'         | NORTE                         | 84472.37 | ESTE     | 551.67      |
| DISTANCIA 9.97         |                               |          | NORTE    | 472.37      |
| ESTE 34550.37          |                               |          | DIF.N*E  | -162.74     |
| NORTE 84437.21         | PUNTO 12                      |          | DIF.E*N  | -14260.85   |
|                        | A. DER.<br>251°17'            |          | SUM.N*E  | -16536.86   |
| PUNTO 3                | DISTANCIA                     | 49.98    | SUM.E*N  | 14931.18    |
| A. DER. 130°01'        | ESTE                          | 34504.32 | PUNTO 10 | LÍNEA 12-11 |
| DISTANCIA 7.98         | NORTE                         | 84475.57 | ESTE     | 564.70      |
| ESTE 34541.97          |                               |          | NORTE    | 476.16      |
| NORTE 84436.10         | *****                         |          | DIF.N*E  | -27295.27   |
|                        | CÁLCULO DEL ÁREA              |          | DIF.E*N  | -10965.96   |
|                        | *****                         |          | SUM.N*E  | -19332.12   |
| PUNTO 4                | PUNTO 1                       |          | SUM.E*N  | 3965.21     |
| A. DER. 203°11'        | ESTE                          | 599.84   | PUNTO 9  | LÍNEA 10-9  |
| DISTANCIA 45.87        | NORTE                         | 417.16   | ESTE     | 597.73      |
| ESTE 34497.76          | DIF.N*E                       | 7548.99  | NORTE    | 482.27      |
| NORTE 84436.88         | DIF.E*N                       | 9636.40  | DIF.N*E  | 4118.36     |
|                        | SUM.N*E                       | 7548.99  | DIF.E*N  | -7684.97    |
| PUNTO 5                | SUM.E*N                       | 9636.40  | SUM.N*E  | -15213.76   |
| A. DER. 13°09'         | PUNTO 2                       |          | SUM.E*N  | -3719.76    |
| DISTANCIA 56.57        | ESTE                          | 550.37   | PUNTO 5  | LÍNEA 5-1   |
| ESTE 34596.57          | NORTE                         | 437.21   | ESTE     | 596.57      |
| NORTE 84462.38         | DIF.N*E                       | -5112.00 | NORTE    | 462.38      |
|                        | DIF.E*N                       | 12650.67 | DIF.N*E  | 1941.34     |
| PUNTO 6                | SUM.N*E                       | 2336.98  | DIF.E*N  | -487.81     |
| A. DER. 353°16'        | SUM.E*N                       | 2287.07  | SUM.N*E  | 4207.57     |
| DISTANCIA 24.67        |                               |          | SUM.E*N  | -4207.57    |
| ESTE 34562.28          |                               |          |          |             |
| NORTE 84459.47         |                               |          |          |             |
|                        | PUNTO 3                       |          |          |             |
| PUNTO 7                | ESTE                          | 541.97   |          |             |
| A. DER. 324°58'        | NORTE                         | 436.10   |          |             |
| DISTANCIA 21.73        | DIF.N*E                       | 89.43    |          |             |
| ESTE 34551.51          | DIF.E*N                       | 11471.61 |          |             |
| NORTE 84464.02         | SUM.N*E                       | 2426.41  |          |             |
|                        |                               |          |          |             |



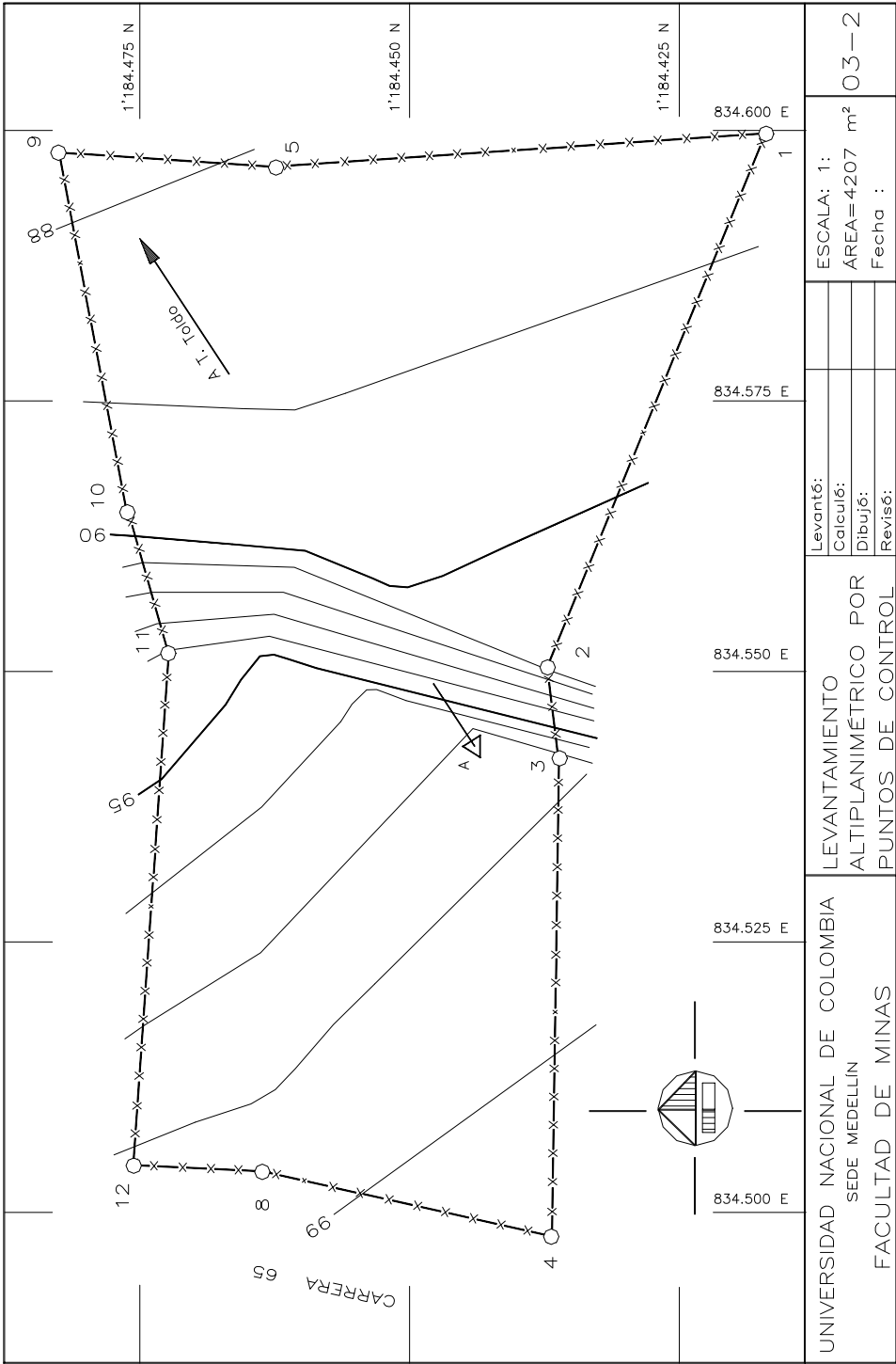
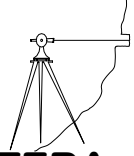


FIGURA 12.3 Plano del levantamiento altiplanimétrico de un terreno por puntos de control.



## 13. TRAZADO DE UN TRAMO DE CARRETERA

### 13.1 LOCALIZACIÓN DEL EJE

Sin entrar a considerar los innumerables factores que influyen en la localización y trazado de una carretera se pretende determinar una línea de ceros (con un nivel de pendiente o con un teodolito) que tenga, por lo menos, un cambio de dirección. Una vez materializadas las líneas atrás y adelante desde un punto de intersección (PI) se procederá así:

- Asumir la abscisa del PI.
- Abscisado cada 10 m. desde el PI hacia atrás.
- Medida del ángulo de deflexión,  $\Delta$ .
- Cálculo de los elementos de la curva circular (Tener en cuenta que, aunque no se trabaje con ellas, los empalmes tangente-curva circular y curva circular-tangente se realizan por medio de espirales).
- Colocar los puntos PC y PT.
- Comprobación, por medida directa, de  $\frac{1}{2}\Delta$ .
- Replanteo de la curva espiralizada por el método de radiación o por el método de deflexiones. Preferiblemente por el primer método.
- Abscisado cada 10 m desde el PT hasta el final.

En la Figura 13.1, correspondiente a los datos de campo del ejemplo para esta parte, están las fórmulas mínimas para el cálculo de una curva circular simple y los datos de las deflexiones para su replanteo, aunque siempre será mucho mas conveniente, colocar curvas espiralizadas sin importar la categoría o características de la vía. El método de replanteo por radiaciones es mucho más fácil tanto para curvas circulares como para espirales. En la Tabla 13.1 se presenta el cálculo de las coordenadas de todos y cada uno de los puntos de la curva, a partir de las cuales se han calculado las distancias y los ángulos a la derecha para colocarlos desde el PI y con línea de referencia en el PC . En forma similar se pueden obtener éstos datos para hacerlo desde cualquier otro punto y línea de referencia, punto que se considere más conveniente por visibilidad o por cualquier otra causa. En la Figura

13.2 se muestra el dibujo para ayudar a entender mejor el método.

## **13.2 NIVELACIÓN DEL EJE Y SECCIONES TRANSVERSALES POR COTAS REDONDAS**

Además de la nivelación de todas las estacas, se deberá contra nivelar pasando nuevamente por cada estaca para comprobar cada una de las cotas. Esta nivelación se hace generalmente desde un BM y no asumiendo la cota del punto inicial, es el caso del ejemplo.

En la nivelación del eje se tiene la necesidad de emplear las vistas intermedias, VI; en los datos de campo de la Figura 13.3 no se presenta la contranivelación para evitar repeticiones innecesarias; en la misma Figura se muestra el registro de campo de la nivelación de los perfiles transversales por el método de cotas redondas

Se procede luego a la obtención de las cotas redondas sobre las perpendiculares levantadas a ambos lados del eje y desde cada estaca con el fin obtener la topografía o curvas de nivel de la faja de terreno. El ancho de la faja y el intervalo de las curvas de nivel dependen de las características del terreno y de la precisión deseada.

La obtención de la topografía de una faja de terreno en este tipo de trabajos se hace sobre un trazado preliminar con el fin de optimizarlo posteriormente y no sobre la localización definitiva como se hizo en este caso. Se hizo así para aprovechar el eje establecido y mostrar el método que se utiliza también para obtener la topografía de un terreno cualquiera.

## **13.3 PERFIL LONGITUDINAL Y RASANTE**

Para poder determinar en el terreno la posición de las estacas de chaflán será necesario el dibujo anticipado del perfil longitudinal, el diseño de la rasante y el cálculo de las cotas rojas y de las cantidades de corte y lleno en las estacas del eje. Con estos datos y el dibujo de los perfiles transversales podrán dibujarse las secciones y obtenerse sus áreas por medio de un planímetro, esto se hace para obtener áreas y volúmenes en forma aproximada para elaborar presupuestos y pliegos de licitación. Para la construcción de la carretera y para efectos de pagos es indispensable la colocación de los chaflanes en el terreno.

Aunque las secciones presentadas son todas de tres niveles, es común

que se presenten secciones con más niveles sobretodo en terrenos clasificados como montañosos y escarpados.

Al final, en la Tabla 13.2 se presentan las fórmulas y el cálculo del empalme de dos alineamientos verticales por medio de una parábola de segundo grado, curva considerada como la mas adecuada para realizar esta transición o cambio de dirección vertical debido a los efectos apropiados de la fuerza centrífuga en el plano vertical.

### **13.4 ESTACAS DE CHAFLÁN**

En este ejemplo, y porque se han obtenido los datos necesarios para dibujar los perfiles transversales, es posible obtener la posición de estas estacas gráficamente y definir así las secciones para el cálculo de las áreas y volúmenes. Es indispensable la colocación de estas estacas para la construcción de la vía (conformación de la banca).

En la obtención de las cotas redondas y en la colocación de los chaflanes, de acuerdo a la metodología empleada corrientemente, es suficiente aproximar los datos al decímetro.

En la Figura 13.7 se muestran los valores calculados para las cotas rojas o de rasante y el registro de campo para los chaflanes.

### **13.5 CÁLCULOS Y DIBUJOS**

Al plano de la Figura 13.5 que contiene la localización en planta del trazado con la topografía en la forma de su presentación definitiva le antecede otro, Figura 13.4, que presenta una parte del borrador, allí falta el trazado de las curvas de nivel, su finalidad es la de mostrar los puntos de paso de las curvas de nivel (unir adecuadamente estos puntos para obtener las curvas de nivel).

La Figura 13.6 que contiene el perfil longitudinal y la rasante muestra una forma de presentación y distribución del dibujo y de los datos que en él deben figurar.

El plano de secciones transversales de la Figura 13.8 contiene el resultado del cálculo del área o de las áreas de cada una de ellas, de los volúmenes entre cada dos y los volúmenes totales, en corte y en lleno, a mover para el tramo de carretera en cuestión.



|      |         |             |            |       |       | COORDENADAS |        |
|------|---------|-------------|------------|-------|-------|-------------|--------|
| EST. | P. OBS. | A. DER.     | AZIMUT     | DIST. | PUNTO | ESTE        | NORTE  |
| PI   | PC      | 000°00'00"  | 000°00'00" |       | PI    | 100.00      | 100.00 |
|      | PC      | 000°00'00"  | 000°00'00" | 15.49 | PC    | 100.00      | 115.49 |
|      | PT      | 137°39'00"  | 137°39'00" | 15.49 | PT    | 110.43      | 88.55  |
|      |         |             |            |       |       |             |        |
| PC   | PI      | 000°00'00"  | 180°00'00" |       | PC    | 100.00      | 115.49 |
|      | Cc      | 270°00'00"  | 090°00'00" | 40.00 | Cc    | 140.00      | 115.49 |
|      |         |             |            |       |       |             |        |
| Cc   | PC      | 000°00'00"  | 270°00'00" | 40.00 | Cc    | 140.00      | 115.49 |
|      | 0+030   | -003°37'35" | 266°22'25" | 40.00 | 0+030 | 100.08      | 112.96 |
|      | 0+035   | -010°47'35" | 259°12'25" | 40.00 | 0+035 | 100.71      | 108.00 |
|      | 0+040   | -017°57'35" | 252°02'25" | 40.00 | 0+040 | 101.95      | 103.16 |
|      | 0+045   | -025°07'35" | 244°52'25" | 40.00 | 0+045 | 103.79      | 98.51  |
|      | 0+050   | -032°17'34" | 237°42'26" | 40.00 | 0+050 | 106.19      | 94.12  |
|      | 0+055   | -039°27'34" | 230°32'26" | 40.00 | 0+055 | 109.12      | 90.07  |
|      | PT      | -042°21'17" | 227°38'43" | 40.00 | PT    | 110.44      | 88.54  |
|      |         |             |            |       |       |             |        |

| EST. | P. OBS. | A. DER.    | DIST  |  |  |  |
|------|---------|------------|-------|--|--|--|
| PI   | PC      | 000°00'00" | 15.49 |  |  |  |
|      | 1+ 030  | 000°21'13" | 12.96 |  |  |  |
|      | 1+ 035  | 005°04'18" | 8.03  |  |  |  |
|      | 1+ 040  | 031°40'41" | 3.71  |  |  |  |
|      | 1+ 045  | 110°40'19" | 4.05  |  |  |  |
|      | 1+ 050  | 133°31'44" | 8.54  |  |  |  |
|      | 1+ 055  | 137°26'05" | 13.48 |  |  |  |
|      | PT      | 137°40'00" | 15.50 |  |  |  |
|      |         |            |       |  |  |  |

**TABLA 13.1** Cálculo de coordenadas y libreta para el replanteo de una curva circular por el método de radiaciones.

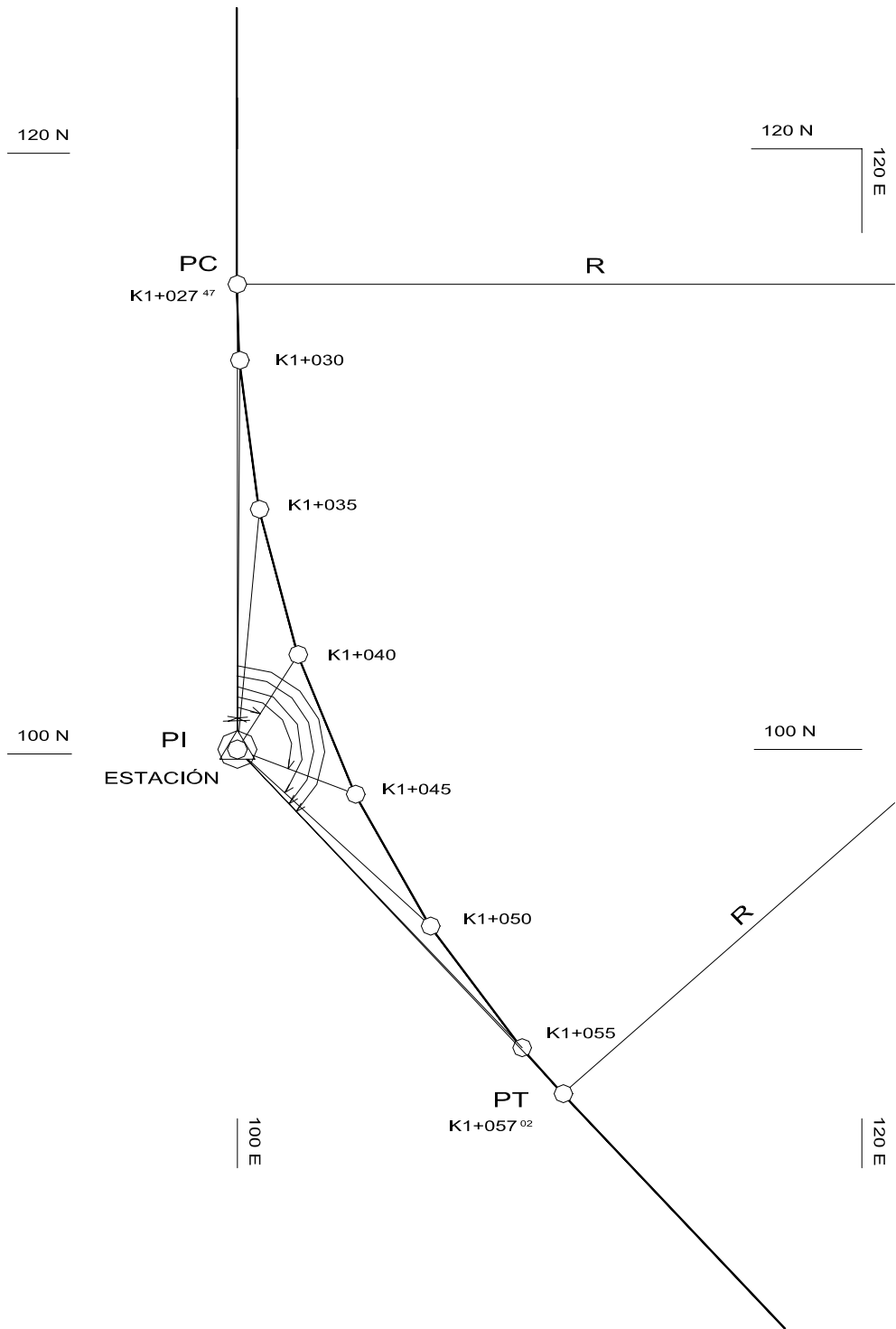


FIGURA 13.2 Replanteo de una curva circular por el método de radiaciones.



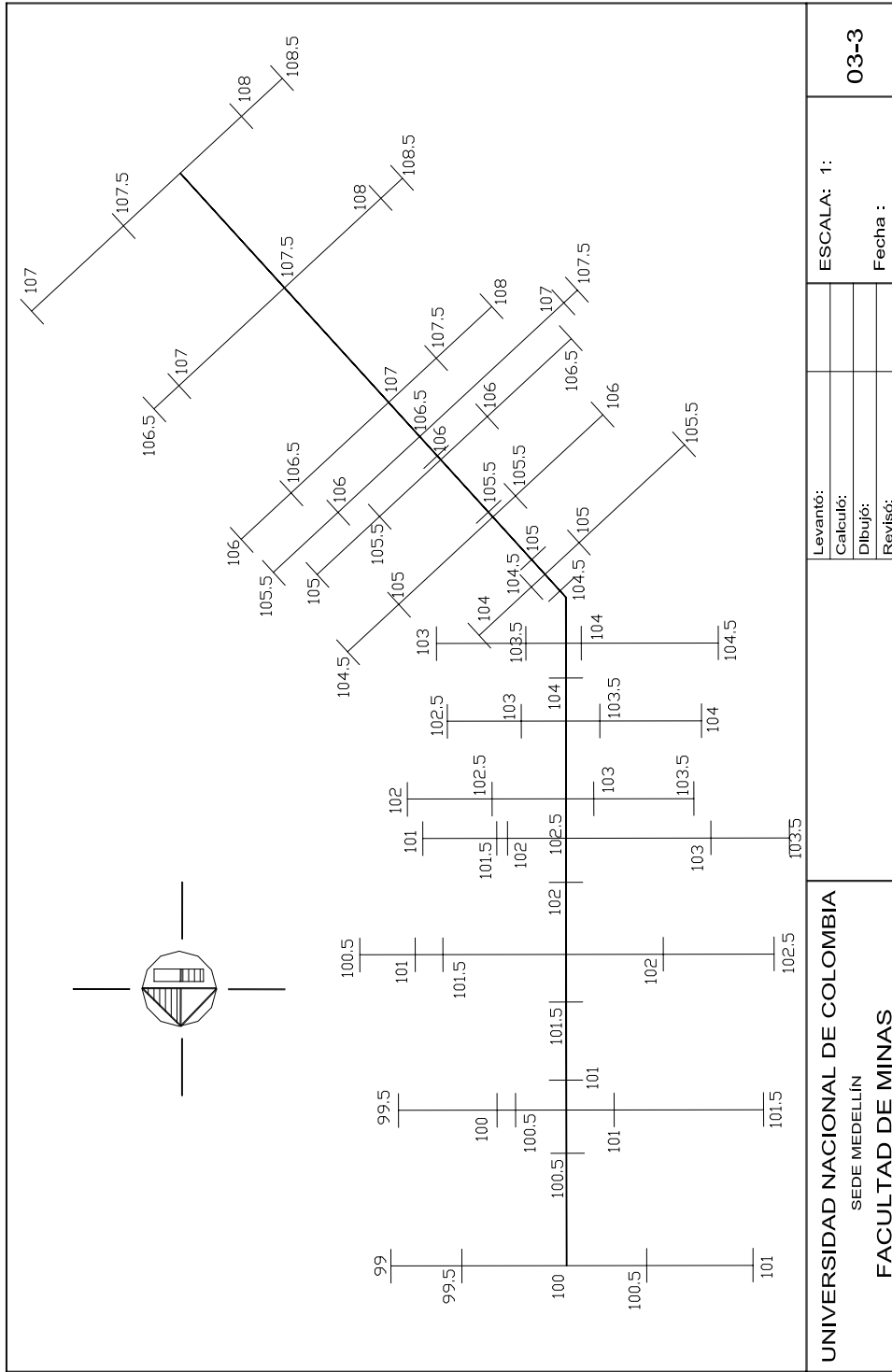


FIGURA 13.4 Plano del borrador del eje y puntos de paso de las curvas de nivel de un tramo de carretera.

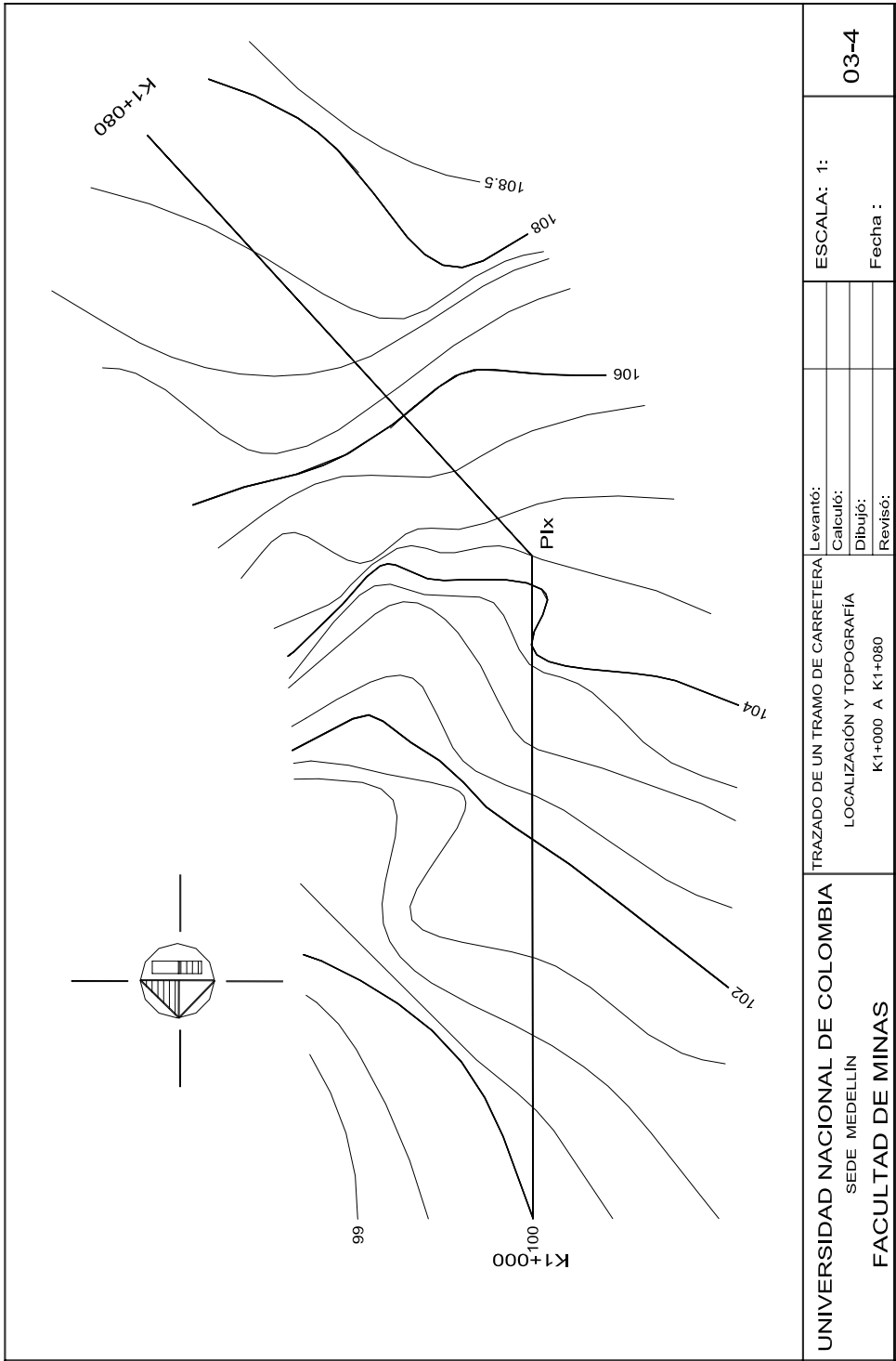


FIGURA 13.5 Plano del localización del eje y topografía de un tramo de carretera.

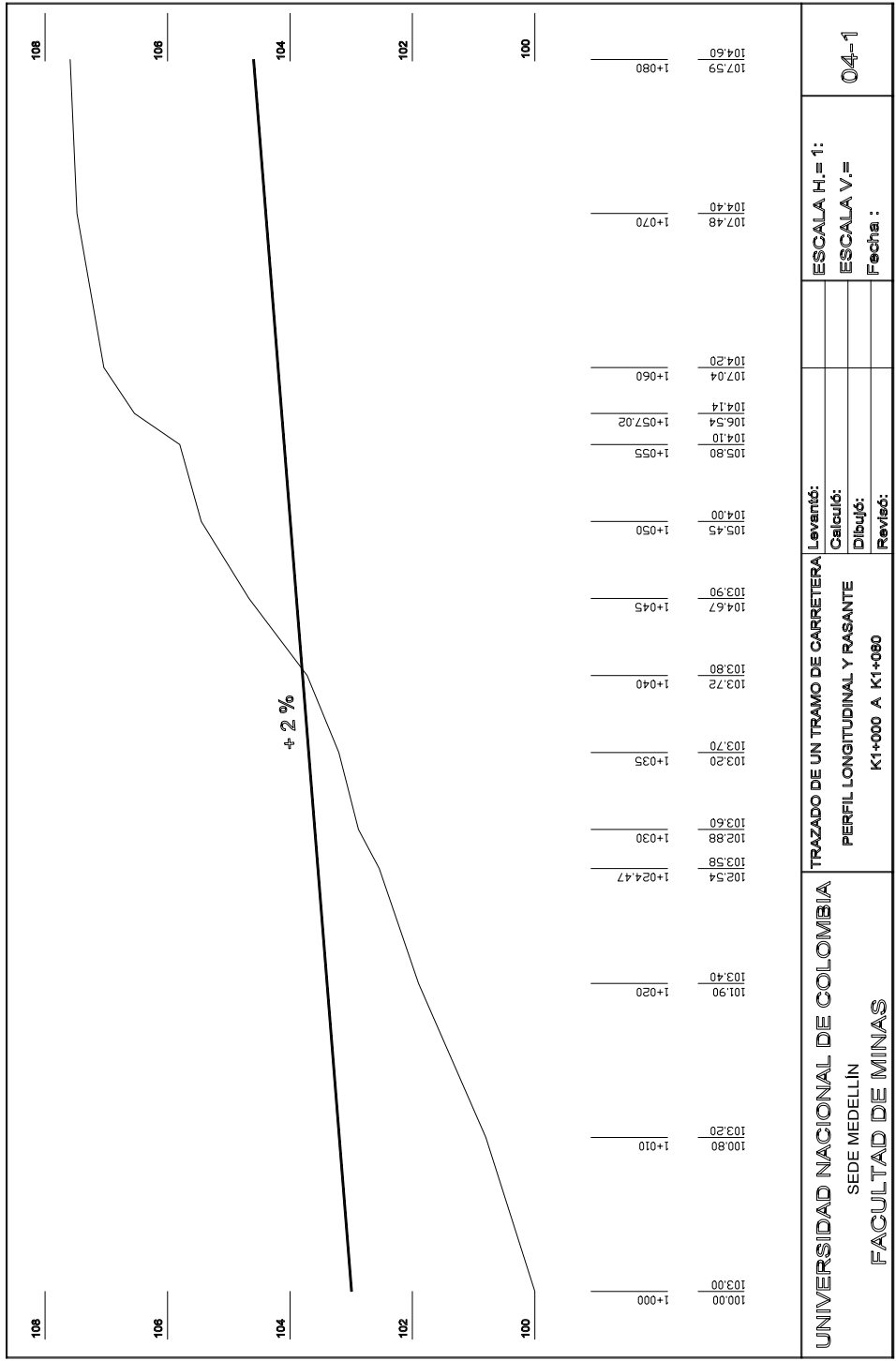


FIGURA 13.6 Plano del perfil y de la rasante de un tramo de carretera.

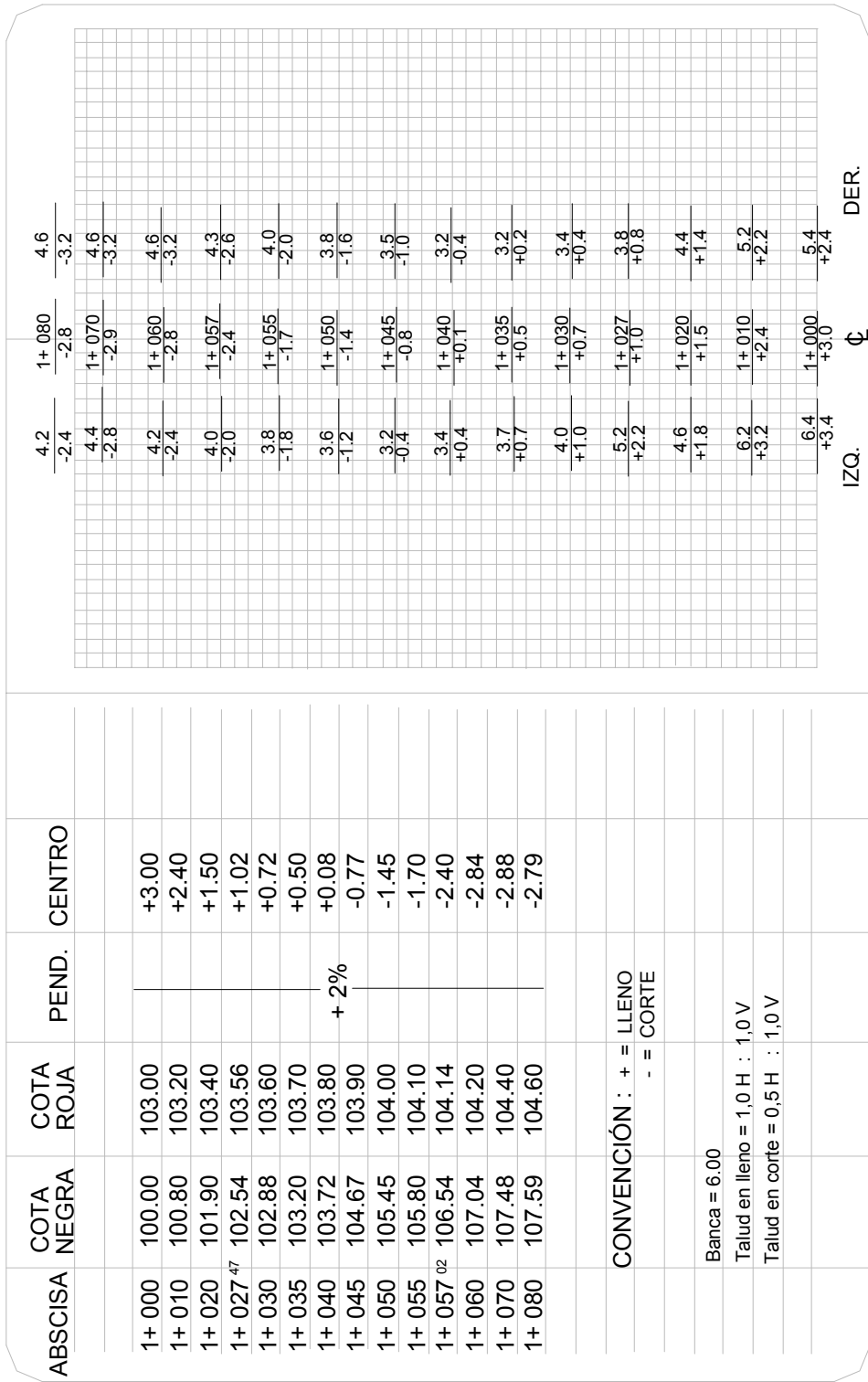


FIGURA 13.7 Registro de campo de las estacas de chaflián para un tramo de carretera.

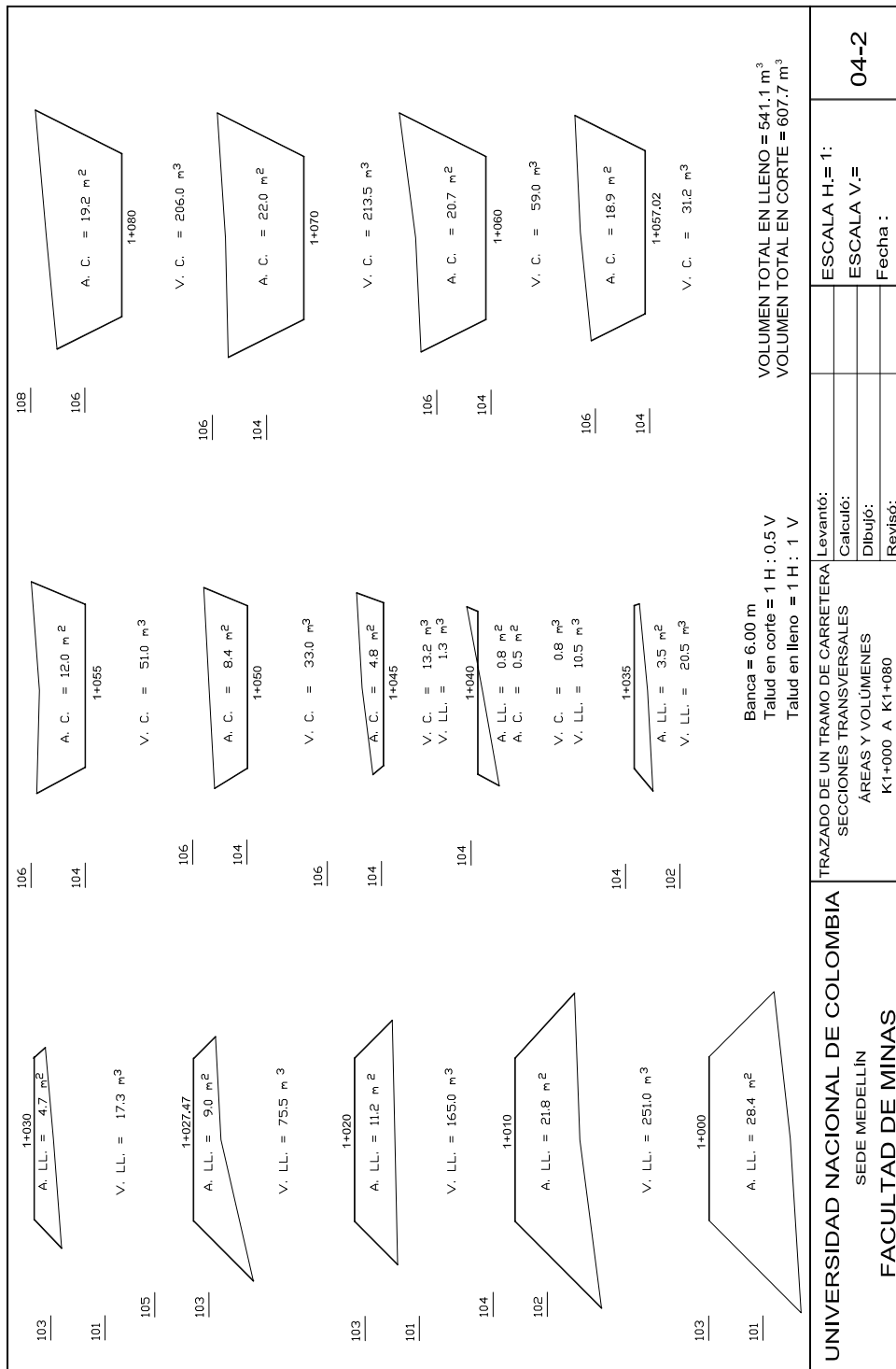
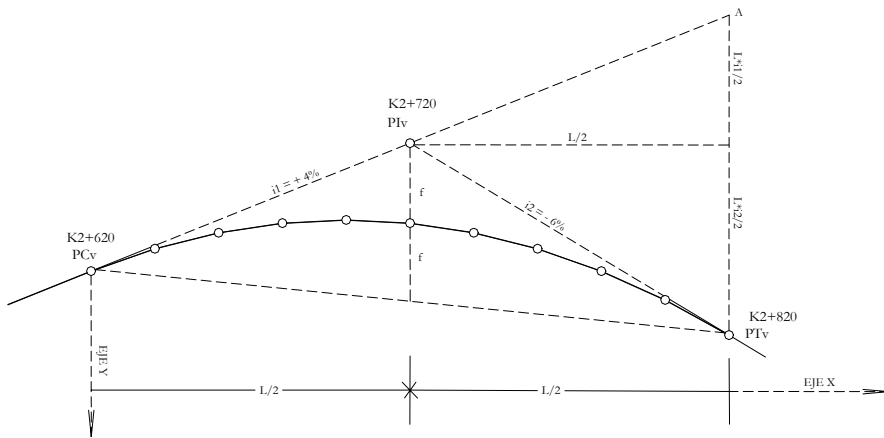


FIGURA 13.8 Plano de las secciones transversales de un tramo de carretera.



En este ejemplo se trabajará con las pendientes mostradas y  $L = 200$  m.

De la geometría de la figura se tiene:

$$\frac{2f}{A - PTv} = \frac{L/2}{L} \therefore 4f = A - PTv \quad \text{y} \quad \frac{A}{PTv} = \frac{L}{2}(i1 + i2), \text{ obteniéndose } f = \frac{L}{8}(i1 + i2) \text{ y}$$

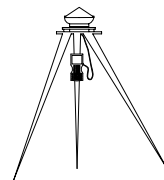
reemplazando los valores de L,  $i1$  e  $i2$  queda  $f = 2.500$  m.

De la propiedad de la parábola  $\frac{y}{x^2} = \frac{f}{(L/2)^2}$  se deduce que  $y = 4f \frac{x^2}{L^2}$ , el cual es el valor para las correcciones a las cotas en las tangentes; para obtenerlas se reemplaza x por la distancia horizontal desde el PCv o desde el PTv hasta el punto donde se desea obtener dicho valor (en este caso es negativo).

| ABSCISA      | PEND. | COTA TANG. | CORRECC. | COTA ROJA |
|--------------|-------|------------|----------|-----------|
| K2+620 = PCv |       | 1518.161   | 0.000    | 1518.161  |
| +640         | +4%   | 1518.961   | -0.100   | 1518.861  |
| +660         |       | 1519.761   | -0.400   | 1519.361  |
| +680         |       | 1520.561   | -0.900   | 1519.661  |
| +700         |       | 1521.361   | -1.600   | 1519.761  |
| +720 = PIV   |       | 1522.161   | -2.500   | 1519.661  |
| +740         | -6%   | 1520.961   | -1.600   | 1519.361  |
| +760         |       | 1519.761   | -0.900   | 1518.861  |
| +780         |       | 1518.561   | -0.400   | 1518.161  |
| +800         |       | 1517.361   | -0.100   | 1517.261  |
| K2+820 = PTv |       | 1516.161   | 0.000    | 1516.161  |

**TABLA 13-2 Cálculo de cotas para una curva vertical simétrica.**

## 14. EL SISTEMA GLOBAL DE POSICIONAMIENTO - GPS



### 14.1 LOS SISTEMAS DE POSICIONAMIENTO.

Los sistemas de posicionamiento por satélite tuvieron su origen en 1957 debido al interés por conocer la desviación de las frecuencias Doppler en las señales de radio emitidas por el Sputnik I y ante la necesidad de la Marina de los Estados Unidos de tener información permanente y precisa sobre la ubicación de los submarinos Polaris. Debido a esta confluencia de necesidad con tecnología se sentaron las bases para el desarrollo del Transit, sistema que, empleando técnicas de medición de desviaciones Doppler, fue puesto en funcionamiento en 1964 con cinco satélites; este sistema fue mejorado posteriormente mediante la adición de respaldos radiales (Loran C) y otra serie de renovados satélites, los satélites Nova. Con el fin de mejorar aún más los resultados obtenidos con el Transit, a mediados de la década de los setenta el Departamento de Defensa de Estados Unidos inició el desarrollo del GPS (Sistema Global de Posicionamiento) con base en los satélites denominados Navstar (Navegación Satelital en Tiempo y Distancia). Los 24 satélites Navstar, el primero fue puesto en órbita en 1977, emiten señales de radio en forma continua y los receptores convierten las señales recibidas en posición (coordenadas), tiempo y velocidad. Cuatro satélites son requeridos para hacer los cálculos y dar los valores anteriores.

En forma similar y paralela al Transit y al GPS, se desarrollaron en la antigua Unión Soviética los sistemas Tsidada y Glonass; desde hace muy poco tiempo se comercializan en nuestro país receptores que utilizan el sistema de posicionamiento Glonass. GNSS es otro sistema, que se está implementando por parte de los europeos e incorpora los sistemas Glonass y GPS.

### 14.2 PRINCIPIOS DE FUNCIONAMIENTO DEL GPS.

**14.2.1 Qué es el GPS?.** El Sistema Global de Posicionamiento,

desarrollado por el Departamento de Defensa de los Estados Unidos, está basado en una constelación de 24 satélites girando alrededor de la tierra a gran distancia (20.200 Kms. aprox.).

Los principios básicos del GPS son simples, aunque el sistema emplea equipos con las más altas tecnologías jamás desarrolladas. Para entenderlo, se divide el sistema en cinco partes conceptuales y se analizan una por una ignorando los detalles.

1. La base del sistema es la intersección desde los satélites.
2. Para la intersección, GPS mide las distancias usando el tiempo de viaje de un mensaje de radio.
3. Para medir el tiempo de viaje, GPS necesita relojes demasiado precisos.
4. Conocida la distancia a un satélite, se necesita conocer la posición del satélite.
5. Debido a que la señal de GPS viaja a través de la ionosfera y atmósfera terrestres se retrasa.

**14.2.2 Intersección satelital.** Esto quiere decir que se deduce una posición sobre la tierra midiendo las distancias desde un grupo de satélites, los cuales actúan como puntos de referencia muy precisos. Si asumimos por ahora que se puede calcular exactamente, primero, dónde se encuentra cada satélite en el espacio y, segundo, qué tan distante está un punto de ellos.

Si se sabe que el punto está a 21.000 Kms. del satélite A, se puede decir que dicho punto se encuentra en alguna parte sobre una esfera imaginaria con centro en el satélite y que tiene un radio de 21.000 Kms. Si al mismo tiempo se sabe que el punto está a 22.000 Kms. de otro satélite, un satélite B, esto reduce aún más el lugar donde pueda estar el punto; es decir, el círculo de intersección de esas dos esferas. Si se tiene otra medida de la distancia entre el punto y un tercer satélite, de 23.000 Kms., hay solamente dos sitios en el espacio donde puede encontrarse el punto. Estos dos sitios corresponden a la intersección de la esfera de radio 23.000 Kms. con el círculo producido por la intersección de las esferas de 21.000 y de 22.000 Kms. de radio.

Para determinar cuál de los dos puntos es el que corresponde al que se busca se puede hacer una cuarta medida. O hacer una suposición: uno de los dos puntos corresponde a una solución ridícula, el punto

incorrecto estará por fuera de la superficie terrestre. Este se puede eliminar si se conoce la altitud del punto. Una de las cuatro esferas puede reemplazarse por una esfera cuyo centro es el de la tierra y tiene un radio igual al de la distancia del punto a dicho centro.

De cualquier manera, si se desea tener tranquilidad, la trigonometría dice que se necesitan cuatro distancias satelitales para eliminar la ambigüedad en la posición. Además, por razones técnicas, que se expondrán posteriormente, es necesario hacer la cuarta medida.

**14.2.3 Medida de las distancias a los satélites.** La idea básica en la medida de las distancias a los satélites es la de la ecuación "velocidad por tiempo".

El GPS mide el tiempo que demora una señal de radio del satélite en llegar al punto y luego calcular la distancia correspondiente a ese tiempo. Las ondas de radio viajan a la velocidad de la luz: 300.000 Kms./s. Por lo tanto si se puede conocer exactamente en qué momento envió el satélite su mensaje de radio, se conocerá el tiempo que demoró en llegar al punto. Multiplicando ese tiempo en segundos por 300.000 Km/s se obtendrá la distancia al satélite.

Los relojes están hechos para dar suficiente precisión en intervalos de tiempo muy cortos debido a que la luz viaja terriblemente rápido. Si uno de los satélites se encuentra exactamente sobre el punto el mensaje de radio tardaría en llegarnos seis centésimas de segundo. GPS cuenta con relojes que pueden medir el tiempo con precisiones de nanosegundos.

Para saber exactamente el instante en que la señal salió del satélite los diseñadores de GPS sincronizan los satélites y los receptores para que generen los mismos códigos exactamente al mismo tiempo. Entonces, lo que hay que hacer es recibir los códigos desde un satélite y buscar y saber cuánto tiempo hace que el receptor generó el mismo código. La diferencia en tiempo es lo que demoró la señal en llegar.

La ventaja de usar un conjunto de códigos es la de poder hacer la medida de tiempo cuando se desee.

Los satélites y receptores generan un conjunto de códigos muy complicado. Esta complejidad tiene la finalidad de poderlos comparar fácilmente y sin ambigüedades, además de otras razones técnicas.

**14.2.4 Obtención del tiempo exacto.** Si los relojes del satélite y del receptor no están sincronizados en una centésima de segundo, la distancia medida estaría errada en 3.000 Kms.

Una parte del problema anterior se resuelve sabiendo que los relojes de los satélites son atómicos, increíblemente precisos e increíblemente caros. Su costo es de varios cientos de millones de pesos cada uno y cada satélite tiene cuatro, para tener la seguridad de que por lo menos uno esté trabajando correctamente.

Un reloj atómico no trabaja con energía atómica, tiene ese nombre porque utiliza las oscilaciones de un átomo en particular como su patrón de medida. Es la más estable y precisa referencia para medir el tiempo que se ha desarrollado.

Eso es excelente para los satélites, pero si en cada receptor de GPS se tuviera un reloj atómico de varios cientos de millones de pesos únicamente el yate de Donald Trump tendría uno. Afortunadamente existe la forma de obtener distancias precisas, con relojes de precisión moderada en los receptores, haciendo la medida a un cuarto satélite.

La trigonometría dice que con tres medidas perfectas se localiza un punto en el espacio, pero con cuatro medidas imperfectas puede eliminarse el error por tiempo.

La explicación será mucho más fácil de entender si se trabaja en dos dimensiones. A propósito, el GPS es un sistema tridimensional, pero el principio que se analizará funciona igualmente en dos dimensiones; se ha suprimido una medida.

Supóngase que el reloj del receptor no es tan perfecto como un reloj atómico. Es tan consistente como un reloj de cuarzo pero no está perfectamente sincronizado con el tiempo universal. Asíumase que está adelantado un segundo.

La distancia a un satélite se da en miles de kilómetros pero puesto que estos se calculan a partir del tiempo se hablará de distancias por sus tiempos.

De acuerdo con lo anterior, y si un punto está a cuatro segundos de un satélite A, y a seis segundos de un satélite B. En dos dimensiones, estos dos tiempos serían suficientes para localizar un punto. La posición del

punto, si todos los relojes estuviesen trabajando perfectamente, sería la mostrada en la Figura 14.1.

Si se usa el reloj adelantado un segundo se tendrían distancias representadas por cinco y siete segundos desde los satélites A y B respectivamente, lo que hace que los círculos se corten en un punto diferente que se considera como correcto, Figura 14.2. Aquí es donde entra la trigonometría a ayudar, se adiciona la otra medida a los cálculos, distancia a un tercer satélite.

Si se usan los relojes perfectos y el satélite C se encontrará a ocho segundos del punto, la situación sería como la de la Figura 14.3. Esta representa la situación tal como es. Los tres círculos se cortan en un punto único porque ellos representan las distancias correctas a los tres satélites.

Ahora se adiciona el segundo de error al dibujo, Figura 14.4, y se observa lo que ocurre. Los círculos errados de radios correspondientes a 5, 7 y 9 son los producidos por el reloj adelantado. Obsérvese que mientras los tiempos adelantados de A y B aún se intersectan en X, el tiempo adelantado de C no produce un punto cercano. Por tanto no hay ningún punto cercano que se encuentre a 5, 7 y 9 segundos desde A, B y C respectivamente. No hay ninguna posibilidad física de que dichas medidas puedan intersectarse.

Los pequeños computadores de los receptores están programados de tal forma que cuando reciben una serie de medidas que no se cortan en un punto común, asumen que hay algún error en el reloj interno, un error de tiempo.

El computador empieza a sumar o a restar una cantidad igual de tiempo a todas las medidas hasta encontrar la respuesta, de tal forma que todas las distancias se intersecten en un punto único. En el ejemplo, el computador descubre que restando un segundo a todas las distancias se logra que todos los círculos se corten en un solo punto y asume que el reloj está adelantado un segundo. Lo anterior se asemeja al ejercicio de álgebra de "cuatro ecuaciones y cuatro incógnitas".

Lo anterior quiere decir que en tres dimensiones se necesitan cuatro medidas para eliminar cualquier error, lo que además, quiere decir también, que se necesitan cuatro satélites por encima del horizonte para obtener una posición precisa.

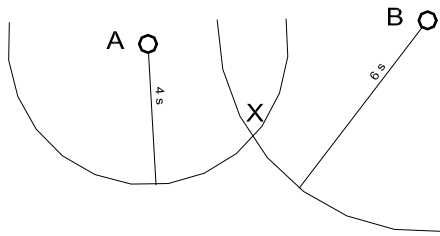


FIGURA 14.1 Situación ideal: sin error en el reloj

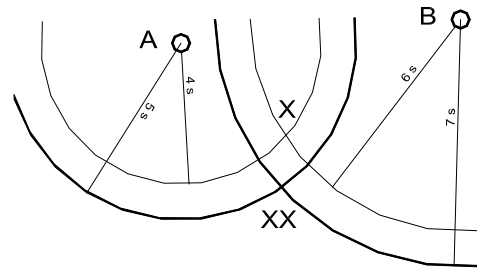


FIGURA 14.2 Con el reloj adelantado.

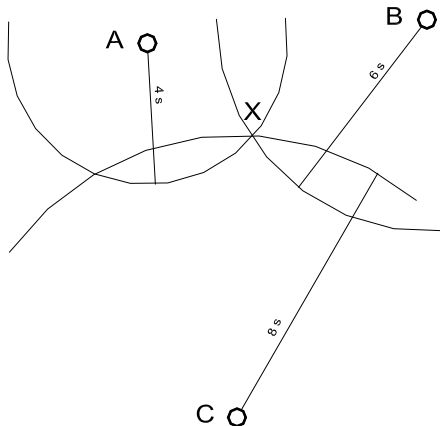


FIGURA 14.3 Tercera medida con el reloj preciso.

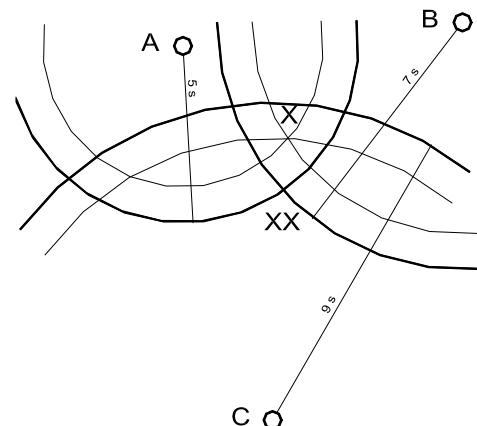


FIGURA 14.4 Las tres medidas con el reloj adelantado.

La necesidad de cuatro medidas tiene gran importancia en el diseño de los receptores, por ello si se desean medidas de posición continuamente se necesitan receptores de por lo menos cuatro canales, un canal para cada uno de los satélites simultáneamente.

También, un receptor de un solo canal para una secuencia de cuatro medidas por separado a cuatro satélites diferentes antes de calcular una respuesta demoraría entre 2 y 30 segundos, lo cual es suficientemente rápido para muchas aplicaciones.

**14.2.5 Posición de los satélites en el espacio.** Para poder conocer la posición de un punto se ha supuesto que las posiciones de los satélites son conocidas. Los satélites tienen órbitas muy predecibles, muy precisas, son conocidas con anticipación. Con el fin de que los modelos matemáticos de las órbitas sean lo más perfectos posible los satélites son monitoreados constantemente. Los satélites giran alrededor del planeta una vez cada doce horas. Los satélites

pasan sobre cada una de las cinco estaciones monitoras dos veces al día. Las variaciones observadas, errores de efemérides, son muy pequeñas y son producidas por la variación de la gravitación de la luna y del sol y por la presión de las radiaciones solares sobre los satélites. Una vez que se obtiene la posición del satélite se le envía nueva información, que estos radiodifunden junto a las informaciones de sincronización.

**14.2.6 Retrasos ionosféricos y atmosféricos.** El sistema parece ser muy perfecto pero hay un par de fuentes de error que son muy difíciles de eliminar.

El error más significativo de estos surge de la ionosfera de la tierra - entre 130 y 190 Kms. por encima de la superficie - capa de partículas cargadas eléctricamente. Estas partículas alteran la velocidad de la luz y por tanto afectan la velocidad de las señales de radio.

La velocidad de la luz es constante en el vacío, pero cuando la luz o una señal de radio viaja a través de un medio denso, como lo es esta banda gruesa de varios millares de partículas cargadas, va un poco más despacio. Ese retraso producirá errores en el cálculo de las distancias.

Hay dos formas para tratar de minimizar el error producido por esa variación. Por un lado se puede predecir la variación típica en un día bajo condiciones ionosféricas promedias y aplicar ese factor de corrección a todas las medidas. Esto ayuda, pero desafortunadamente no todos los días tienen condiciones ionosféricas promedias.

Otra forma en que se puede medir la variación de la velocidad de la señal consiste en observar las velocidades relativas de dos señales diferentes. La idea básica es esta: cuando la luz viaja a través de la ionosfera se retrasa a una tasa que es inversamente proporcional al cuadrado de su frecuencia. A menor frecuencia de la señal, hay mayor retraso. Por lo tanto, si se comparan los tiempos de llegada de dos partes diferentes de la señal GPS, dos partes que tengan frecuencias diferentes, se puede deducir la clase de retraso que se tiene. Esta forma de corregir el error es muy sofisticada y únicamente se encuentra disponible en algunos receptores de "doble frecuencia". Con esto puede eliminarse gran parte del error.

Después de que la señal de GPS hace su paso por la ionosfera entra a la atmósfera con todas sus condiciones. Los errores son similares en

magnitud a los producidos por la ionosfera, pero desafortunadamente este tipo de error es casi imposible de corregir.

**14.2.7 Otras clases de errores.** Por precisos que sean los relojes de los satélites están sujetos a pequeñas variaciones. Aunque son corregidos desde las estaciones monitoras cuando presentan pequeñas variaciones, aún así, pequeñísimas imprecisiones pueden afectar las medidas.

Al igual que los relojes atómicos en los satélites los de los receptores también tienen errores. Estos "errores del receptor" pueden producir unos pocos "pies" de incertidumbre en las medidas.

Otro es el error "multi-camino", este se presenta cuando las señales transmitidas desde los satélites rebotan antes de llegar a los receptores. La señal no llega directamente al receptor sino que toma un camino más largo. Los receptores usan técnicas avanzadas de procesamiento de señales y antenas especiales para minimizar este problema, pero en casos severos pueden adicionar alguna incertidumbre a las medidas de GPS.

**14.2.8 Promedio de los errores.** Todas las fuentes de error que hasta este momento se han tratado se suman para dar a las medidas de GPS una incertidumbre. En general, GPS puede decir en donde se encuentra un punto con un error de 30 metros o menos si se tiene un buen receptor.

**14.2.9 Geometría de la posición de los satélites.** Para obtener la mayor exactitud posible, un buen receptor de GPS tiene en cuenta el principio llamado "Dilución Geométrica de la Precisión - GDOP". Esto se refiere al hecho de que las soluciones pueden ser mejores dependiendo de los satélites que se usen para hacer las medidas de posicionamiento. No que un satélite sea mejor que otro. Dependiendo de sus ángulos relativos en el espacio, la geometría puede aumentar o disminuir todas las imprecisiones enunciadas anteriormente.

En términos simples, a mayor amplitud del ángulo entre satélites mejor será la medida. Similar a la intersección de visuales en la localización de puntos, ángulos agudos en el punto de intersección producirán errores mayores que cuando las visuales se cortan formando ángulos rectos o

próximos a éstos.

Los receptores buenos tienen rutinas de computador que analizan las posiciones relativas de todos los satélites disponibles y escogen los cuatro mejores. Los receptores más sofisticados calculan la posición con base en todos los satélites disponibles. De esta forma el error por Dilución Geométrica de Posición es completamente minimizada.

**14.2.10 Precisión del GPS (un receptor).** La precisión final del GPS se determina por la suma de los diferentes errores. La contribución de cada fuente de error puede variar dependiendo de las condiciones atmosféricas y del equipo.

Además, la precisión del GPS puede ser rebajada intencionalmente por el Departamento de Defensa usando un modo operacional llamado "Disponibilidad Selectiva" o "S/A".

S/A está diseñada para impedir el uso por fuerzas hostiles en las tácticas proporcionadas por GPS. Cuando es llevado a cabo es el más grande componente del error del GPS.

| <u>Fuente de error</u> | <u>Error</u> |
|------------------------|--------------|
| Reloj satélite         | 0.5 m.       |
| Efemérides             | 0.5 m.       |
| Receptor               | 1.0 m.       |
| Ionófera y atmósfera   | 3.5 m.       |
| Si se implementa S/A   | 7.0 m.       |

Total =  $\sqrt{\sum \text{cuadrados}}$  = 4 a 8 metros dependiendo de S/A.

Para calcular el error se multiplica el total anterior por el PDOP (Dilución de la Precisión por Posición).

PDOP bajo buenas condiciones puede tener un rango entre 4 y 6. Por tanto el error que se espera sería:

|                        |            |
|------------------------|------------|
| Típica - Buen receptor | 15 a 30 m. |
| Peor caso              | 60 m.      |
| Si se implementa S/A   | 100 m.     |

**14.2.11 El código semi-aleatorio.** Una parte de la función de los códigos semi-aleatorios es la de permitir sacar la diferencia de tiempo entre el receptor y el satélite, pero eso es sólo una parte de su función.

Otra razón para usarlos es la económica. No se utilizan señales similares a las de los satélites geostacionarios de televisión por el tamaño que tendrían los

receptores y la dificultad para orientarlos a cuatro posiciones diferentes (una pesadilla mecánica).

Los códigos semi-aleatorios permiten operar con baja potencia, las señales de GPS son tan débiles que no se registran en los radioceptores.

El código semialeatorio dá una forma clara de reconocer una señal demasiado débil, por lo que los satélites no tienen que ser muy potentes y los receptores terrestres pueden funcionar usando antenas muy pequeñas.

Otra razón para usar el código semialeatorio es la de proporcionar al Departamento de Defensa el control de acceso al sistema. Hay dos formas separadas de códigos semi-aleatorios llamados "C/A" y "P". El código "C/A" es de uso en todos los receptores ciudadanos, tiene más baja frecuencia que el código "P" y, por lo tanto, es menos preciso. El código "P" puede ser "encriptado" para ser usado únicamente por militares. El Departamento de Defensa puede degradar la precisión actual del código C/A usando un modo operacional llamado "Disponibilidad Selectiva o S/A". "S/A" es un método artificial para crear errores significativos en los relojes de los satélites.

Además, por medio del esquema de códigos semi-aleatorios todos los satélites pueden compartir la misma frecuencia sin interferencias entre sí. Cada satélite tiene su propio código distintivo. Puesto que todas las transmisiones son a baja e igual potencia, ningún satélite predomina sobre otro.

**1.2.12 GPS diferencial - Alta precisión.** GPS es el más seguro Sistema de Navegación Global jamás diseñado. Pero su increíble precisión puede ser elevada usando una técnica llamada "GPS DIFERENCIAL". Con ésta, GPS puede realizar medidas con errores por debajo del centímetro.

**GPS para topografía.** Las técnicas para obtener posiciones de puntos con errores muy por debajo del centímetro son extensivas del GPS diferencial. Estas medidas ultraprecisas están basadas generalmente en obtención de datos GPS, del conocimiento muy preciso de un punto de referencia y del uso de un programa de computador.

El secreto para obtener precisiones como las mencionadas antes está basado en la colocación de un receptor de GPS en una posición conocida y usado para calcular exactamente los errores que contienen los datos de los satélites. Esto actúa como punto de referencia. Puede luego transmitirse, por medio de sistemas de radio acoplados, un mensaje de corrección de error a los otros receptores de GPS que están en el área local y usarlo para corregir las

soluciones de posición o utilizar los datos originales en la obtención de las correcciones a través de los paquetes de computador.

Esto funciona debido a que los satélites están tan altos que los errores obtenidos por un receptor son casi exactamente iguales en los otros receptores de localización cercana (hasta 500 Km.). Debido a la simplicidad de la señal de GPS, este factor único de corrección, en efecto, tiene en cuenta todos los errores posibles del sistema, debidos a los relojes de los receptores, a los relojes de los satélites o a retrasos inosféricos y atmosféricos.

### **14.3 CLASES DE RECEPTORES**

De acuerdo con el error que se puede obtener en la determinación de las posiciones, los tipos de receptores se clasifican en decamétricos, métricos y submétricos. Los primeros trabajan en forma autónoma, los resultados son los que se observan directamente en la pantalla y producen un error entre los 15 y 50 metros aproximadamente, los demás deben trabajarse en forma diferencial y requieren del procesamiento de los datos para que los errores se encuentren entre 1 y 5 metros en los receptores de precisión métrica y en los de precisión submétrica, sean de centímetros o de milímetros para los receptores topográficos y geodésicos respectivamente.

### **14.4 TRABAJOS TOPOGRÁFICOS CON GPS. MÉTODOS Y PRECISIONES**

**14.4.1 Obtención y grabación de datos.** Para determinar la posición (coordenadas) de un punto se coloca un receptor de GPS sobre dicho punto y otro en un punto de coordenadas conocidas, ambos receptores deberán observar los mismos satélites al mismo tiempo durante un período determinado.

Las ondas emitidas por los satélites en movimiento a través del espacio son recibidas por la antena de radio del receptor. Dos relojes sincronizados, uno atómico en el satélite y otro de cuarzo en el receptor, se utilizan para determinar el tiempo de viaje de las ondas, el software del computador del receptor corrige errores de reloj y de fase. Las observaciones son procesadas para determinar la posición del punto de interés en un sistema geocéntrico de coordenadas cartesianas (X,Y,Z) las cuales se convierten a coordenadas geodésicas (latitud, longitud, altitud) y se presentan en la pantalla del receptor. Estas coordenadas se actualizan a intervalos de hasta 0.5 segundos y pueden ser almacenadas en archivos, generalmente en formatos binario y ASCII, del software del receptor o de un colector de datos. Estos datos se

transfieren posteriormente a un computador y se procesan mediante paquetes de programas propios de cada tipo y marca de receptor para obtener las coordenadas corregidas. Los valores corregidos también pueden obtenerse directamente en el campo mediante la utilización de receptores fabricados para tal fin.

**14.4.2 Topografía estática.** En el modo estático se puede trabajar con dos o más receptores de GPS, uno de ellos ubicado sobre el punto de coordenadas conocido y los demás sobre los puntos cuya posición se desea determinar. Después de la sesión de toma de datos éstos últimos se convierten en conocidos y pueden ser utilizados como tales (bases). La diferencia de coordenadas entre un punto conocido y otro desconocido quedará con una precisión superior a  $1/100.000$ , para un tiempo de observación no inferior a una hora, pudiendo ser de 1 en varios millones.

**14.4.3 Topografía semi-estática.** En el modo semiestático, el receptor móvil deberá ocupar cada punto desconocido 20 minutos pero en dos períodos de observaciones de 10 minutos cada una, separadas entre 1 y 4 horas. La precisión obtenida es similar a la del método anterior.

**13.4.4 Topografía cinemática.** En este modo, el tiempo de toma de datos se reduce desde unos pocos minutos hasta fracciones de segundo pero los receptores, tanto el de la base como los que se desplazan de punto en punto, deberán observar continuamente por lo menos cuatro satélites. Los números de los satélites cuyas señales se están recibiendo aparecen en la pantalla del receptor.

En el modo cinemático continuo se programa el receptor móvil para que almacene los datos cada determinada distancia o cada determinado intervalo de tiempo, por ejemplo, cada 100 metros o cada 5 segundos cuando se instala el receptor sobre el techo de un vehículo.

En el modo cinemático denominado “stop and go” el tiempo de toma de datos varía de 1 a 3 minutos y en todo momento deberá permanecer encendido para que el rastreo de por lo menos cuatro satélites sea continuo. La precisión obtenida estará entre  $1/100.00$  y  $1/1'000.000$ .

Deberá prestarse especial atención a los obstáculos para que no interrumpan la continuidad de la señal, si se pasa por debajo de un puente p.e., la interrupción momentánea de la señal obligará al proceso denominado “reinicialización”.

**14.4.5 Topografía en tiempo real.** Con GPS diferencial en

tiempo real se obtienen en el campo las coordenadas corregidas del punto que se esté determinando conectando a los receptores, para la transmisión bidireccional de datos con la base, sistemas de radio o teléfonos celulares; esto es posible si los receptores tienen los puertos seriales adecuados. Las correcciones y las coordenadas corregidas son calculadas por la base hasta cuatro veces por segundo. Son los receptores indicados para operaciones de replanteo.

## 14.5 PROCESAMIENTO DE DATOS

Los programas para el procesamiento posterior de los datos son parte indispensable para obtener las precisiones de acuerdo con el tipo de receptor. El número de datos por punto, almacenados en los archivos depende del modo en que se trabajen los receptores, es proporcional al tiempo de observación y, por supuesto, a la precisión. Con dichos programas, los datos procesados o corregidos en la oficina o en el campo (GPS en tiempo real) pueden ser convertidos a un sinnúmero de formatos: ARC/INFO, ILWIS, GRASS, AUTOCAD, DXF, MOSS, etc., etc. Los SIG, sistemas de información geográfica, facilitan el procesamiento y análisis de los resultados.

Deberá consultarse el manual del software respectivo para la información sobre los tipos de procesos, sus opciones y sus condiciones.

## 14.6 RESUMEN DE MÉTODOS Y PRECISIONES

A continuación se resumen algunos de los métodos empleados en geodesia y topografía con GPS-Diferencial, se presentan los tiempos aproximados que demora la toma de datos para un punto y las precisiones que se obtienen en los posicionamientos de líneas hasta de 20 Km.

PARA LÍNEAS HASTA DE 20 K.

| <b>TOPOGRAFÍA</b> | <b>TIEMPO</b> | <b>PRECISIÓN</b>        |
|-------------------|---------------|-------------------------|
| ESTÁTICA          | 1 Hora        | 1/100.000 - 1/5'000.000 |
| ESTÁTICA-RÁPIDA   | 5 a 20 Min.   | 1/100.000 - 1/1'000.000 |
| SEMIESTÁTICA      | 2 a 10 Min.   | 1/50.000 - 1/500.000    |
| CINÉTICA          | ≤ 2 Min.      | 1/100.0001 - /1'000.000 |

En el método cinético o cinemático la toma del primer dato puede demorar dos o tres minutos pero los demás datos se obtienen en intervalos de unos pocos segundos.

## 14.7 TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS GEOGRÁFICAS A PLANAS

La información básica obtenida en las pantallas de los receptores de GPS

son coordenadas geográficas: longitud, latitud y altura en el sistema geodésico mundial adoptado en 1984 - WGS84- o en el sistema geodésico adoptado por el país donde son adquiridos. Los software tienen funciones para convertir dichos valores a coordenadas planas o topográficas y viceversa.

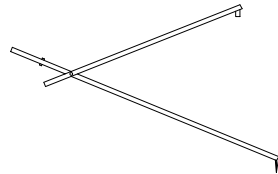
Cuando no se dispone de receptores y mucho menos del programa de computador respectivo para transformar las coordenadas geodésicas pero se tiene necesidad de manipular este tipo de información es necesario hacerlo por medio de programas elaborados para tal fin, o en forma muy aproximada por medio de tablas o de cálculos manuales.

Uno de estos programas es el GEOCALC (Geographic Calculator), cuyos resultados pueden observarse a continuación:

| <b>The Geographic Calculator - Version 3.05</b>    |                 |                 |
|----------------------------------------------------|-----------------|-----------------|
|                                                    | <u>Medellín</u> | <u>Medellín</u> |
| Latitude: (Degrees)                                | 6 15 50.15      |                 |
| Longitude: (Degrees)                               | -75 34 51.81    |                 |
| Northing: (Meters)                                 |                 | 1184349.22      |
| Easting: (Meters)                                  |                 | 833970.16       |
| Coordinate System 'gauss' Zone 'central'           |                 |                 |
| Geodetic Datum Transformation 'Bogota Observatory' |                 |                 |
| False Northing: 1000000.00                         |                 |                 |
| False Easting: 1000000.00                          |                 |                 |
| Longitude of the Central Meridian: 74 4 51.30 W    |                 |                 |
| Latitude of Origin of Projection: 4 35 56.57 N     |                 |                 |

Por medio de la tabla de ERWIN RAISZ este traslado se puede hacer con menor precisión convirtiendo la diferencia entre longitudes y latitudes (en grados) a diferencias en distancias este y norte (en metros) o viceversa. La tabla calculada por ERWIN RAISZ y presentada en el **Anexo 1** dá los valores en metros para cada grado de meridiano y de paralelo a diferentes latitudes.

Para obtener valores menos aproximados se puede considerar la tierra como una esfera y adoptar 40.000 Kms. como valor para el círculo terrestre, ( $40.000 \text{ Km} / 360^\circ = 111.11 \text{ Km. por grado}$ )



## 15. MEDIDA DE ÁREAS CON PLANÍMETRO

El planímetro, ideado en 1814 por Hermann, empleado de la oficina de catastro de Baviera, es un integrador mecánico; mide el área de una figura dando una lectura en un dispositivo de tambor cilíndrico rodante conectado a un disco, haciendo desplazar una punta guía o trazadora sobre el contorno de la figura cuya área se trata de medir.

Hay dos tipos de planímetros: el mecánico y el digital o electrónico. Las partes principales de un planímetro polar son el brazo de la punta trazadora, el tambor rodante y el disco graduado, el vernier, la punta trazadora, el brazo polar y el polo. El instrumento toca el plano sólo en tres partes: el polo de anclaje, el tambor rodante y la punta trazadora.

El planímetro electrónico trabaja en forma similar al mecánico, con la excepción de que los resultados aparecen en forma digital en un visualizador o pantalla y corresponden a múltiplos de fracciones del disco o a áreas unitarias ( $\text{mm}^2$  o  $\text{cm}^2$ ), las cuales es necesario trasladar a la escala correspondiente; algunos de estos modelos ofrecen la posibilidad de introducir previamente la o las escalas y las unidades para leer el área en  $\text{m}^2$  o en  $\text{Km}^2$ .

La ventaja de los planímetros mecánicos está en la independencia de fuentes de energía continua o alterna; si se desajustan, es relativamente fácil calibrarlos mientras que en los digitales esta operación casi siempre es difícil o hasta imposible.

Como ejemplo de utilización de un planímetro mecánico, supóngase que va a medirse el área de una figura. El polo se coloca en una posición exterior a ella y se lleva la punta trazadora a un vértice. Se toma la lectura inicial - por ejemplo 6,238 - en la cual el 6 proviene del disco, el 23 del tambor y el 8 del vernier. Se mueve la punta trazadora sobre el contorno de la figura y de regreso al punto inicial, en sentido

agujas del reloj. Se toma la lectura final, por ejemplo de 8,596. La diferencia entre las lecturas inicial y final, o sea 2,538 representa el número de vueltas.

Para obtener la constante del planímetro recórrase el contorno de un cuadrado de 10 cm de lado, trazado cuidadosamente. Esta operación se debe realizar cada vez que se inicie un nuevo trabajo y cuando se sospeche que la posición de uno de los brazos ha sido alterada. No importando, en los planímetros mecánicos, los valores obtenidos no correspondan a los suministrados por el fabricante.

Supóngase que la diferencia entre las lecturas inicial y final para este cuadrado de 10 x 10 cm de lado es 0,937. Obténgase el área de dicho

cuadrado en el terreno de acuerdo a la escala; si la figura está dibujada en dos escalas (caso de secciones transversales o áreas bajo perfiles) obtenga un lado según una escala y el otro lado según la otra escala, y dedúzcase el área para el cuadrado.

En el caso de un plano a escala de 1:500,  $1 \text{ dm}^2 = 2500 \text{ m}^2$ .

En el caso de un plano a escala de 1:1000,  $1 \text{ dm}^2 = 10000 \text{ m}^2$ .

En el caso de un plano a escalas 1:2000 horizontal y 1:200 vertical,  $1 \text{ dm}^2 = 200 \text{ m} \times 20 \text{ m} = 4000 \text{ m}^2$ .

Se obtiene la constante (valor en área para una vuelta del disco) así: 0,937 vueltas para  $2500 \text{ m}^2$ , escala 1:500, para una vuelta cuánto?. Se obtiene  $2668,1 \text{ m}^2$ . Este valor corresponde a la constante K del planímetro.

Para escala 1:500 dicha área es:

$$A = K n$$

$$A = 2668,1 \text{ m}^2/\text{vuelta} \times 2,538 \text{ vueltas} = 6291,4 \text{ m}^2$$

Si el número de vueltas,  $n = 2,538$ , se hubiese obtenido en un plano elaborado a escalas 1:2000 H y 1:200 V el área sería de  $10066,1 \text{ m}^2$ .

Como verificación debe recorrerse el contorno de cada figura varias veces y obtener un promedio para el número de vueltas.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ASHTECH. Conceptos del posicionamiento desde el espacio. 196p.
- BAS, VIVANCOS, Cesáreo. Topografía agrícola. Universidad Politécnica de Valencia, Martín Impresores, 1996.
- BARRY, Austin. Topografía aplicada a la construcción. México, Limusa, 1982. 342p.
- BAUMMAN, E., GRIFFITHS, J.D. Data Acquisition. Heerbrugg, Wild. 172p.
- BAUMMAN, E., LEBERT, C., RUTISHAUSER, J. Free station. Heerbrugg, Wild. 18p.
- BREED, Charles. Topografía. Bilbao, Urmo, 1969. 587p.
- BRIEVA, Eduardo. Introducción a la astronomía. Bogotá, 1985. 157p.
- BRINKER, R.C., WOLF, P.R. Topografía moderna. México, Harla, 1982. 542p.
- DAVIS, R.E., FOOTE, F.S. Tratado de topografía. Valencia, Aguilar, 1964. 880p.
- DAVIS, R.E., KELLY, J.W. Topografía elemental. México, Continental, 1979. 648p.
- DEAGOSTINI, Daniel. Sistema kern de agrimensura. Aarau, Kern, 1981. 15p.
- DOMÍNGUEZ, Francisco. Topografía general y agrícola. Madrid, Salvat. 628p.
- DOMÍNGUEZ, Francisco. Topografía general y aplicada. Madrid, Dossat, 1984. 823p.
- EXPÓSITO, Jesús. Topografía mecánica y de estructuras. Barcelona, Ceac, 1981. 189p.
- GARCÍA, P., Sergio. Manual de prácticas para el diseño geométrico de una carretera. Medellín, Universidad Nacional, 1992. 159p.
- GARCÍA, Pío. Aparatos topográficos. Madrid, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Montes, 1962. 160p.

- GIL, Luis. La espiral de Euler en calles y carreteras. Medellín, Universidad Nacional, 1997. 110p.
- GIL, Luis. Apuntes sobre localización y diseño de vías. Medellín, Universidad Nacional, 1997. 205p.
- INSTITUTO GEOGRÁFICO AGUSTÍN CODAZZI. Conceptos básicos sobre sistemas de información geográfica y aplicaciones en Latinoamérica. Bogotá, Gráficas Colorama, 1995. 100p.
- INSTITUTO GEOGRÁFICO AGUSTÍN CODAZZI. El uso de mapas y fotografías aéreas. Bogotá, Igac, s.f. 174p.
- INSTITUTO GEOGRÁFICO AGUSTÍN CODAZZI. Geodesia. Bogotá, Igac, 1975. 320p.
- INSTITUTO GEOGRÁFICO AGUSTÍN CODAZZI. Nivelación geodésica. Bogotá, Igac, 1976. 138p.
- IRVINE, William. Topografía. Cali, Carvajal, 1975. 259p.
- JORDAN, W. Tratado general de topografía: Planimetría. Barcelona, Gustavo Gilli, 1944. 535p.
- JORDAN, W. Tratado de topografía: Altimetría, fotogrametría y replanteos. Barcelona, Gustavo Gilli, 1944. 572p.
- KISSAM, Philip. Topografía para ingenieros, Madrid, Castilla, 1967. 663p.
- LEICK, Alfred. GPS Satellite surveying. Orono, University of Maine, 1990. 352p.
- MC CORMAC, Jack. Topografía. Bogotá, Carvajal, 1981. 299p.
- MEYER, Carl. Route surveying. New York, Dun Donnelley Publisher, 1989. 170p.
- NATIONAL GEOGRAPHIC. La revolución cartográfica. Bogotá, Televisa, 1998. 146p.
- OSPINA, J., Felipe. Prácticas de topografía. Medellín, Universidad Nacional, 1976. 144p.
- OSPINA, J., Felipe. Apuntes de topografía. Medellín, Universidad Nacional, 1997. 136p.
- OTOYA, Alfredo. Conferencias de topografía. Cali, SENA, 1978. 355p.

- PASINI Claudio. Tratado de topografía. Barcelona, Gustavo Gilli, 1924. 617p.
- SALAZAR, Alfredo. Prácticas de topografía. México, Universidad Nacional Autónoma de México, 1980. 73p.
- SANDOVER, J. A. Topografía. México, Continental, 1967. 486p.
- SCHERRER, René. The WM GPS Primer. Heerbrugg, Wild, 1985. 114p.
- SOLENTHALER, H. Introducción a la nivelación. Heerbrugg, Wild. 18p.
- STANSELL, Thomas. Positioning and navigation by satellite. New Orleans, Magnavox, 1977. 87p.
- STANSELL, Thomas. El sistema de navegación por satélite: Transit. Torrance, Magnavox, 1980. 84p.
- STENIN, N. I. Organización de los trabajos topográficos en las empresas mineras. Moscú, Mir, 1978. 170p.
- TORRES, A., VILLATE, E. Topografía. Bogotá, Escuela Colombiana de Ingeniería, 2001. 460p.
- TORRES, A., VILLATE, E. Topografía. Bogotá, Norma, 1983. 303p.
- TRIMBLE NAVIGATION. GPS, a field guide book. For dynamic surveying. Sunnyvale, Trimble Navigation, 1992. 72p.
- TRIMBLE NAVIGATION. GPS, a guide to the next utility. Sunnyvale, Trimble Navigation, 1989. 76p.
- VALDÉS, Francisco. Prácticas de topografía, cartografía y fotogrametría. Barcelona, Ceac, 1981. 387p.
- VALDÉS, Francisco. Topografía. Barcelona, Ceac, 1981. 352p.
- VALDÉS, Francisco. Aparatos topográficos. Barcelona, Ceac, 1982. 360p.
- WILD. Mesa de dibujo con mando por ordenador. Heerbrugg, Wild. 12p.
- ZAPATA, Oscar. Notas de clase para el curso de topografía. Medellín, U. N., 1993. 105p.
- ZURITA, José. Topografía práctica para el constructor. Barcelona, Ceac, 1979. 185p.

# ANEXO 1

TABLA CALCULADA POR ERWIN RAISZ PARA LA CONVERSIÓN DE GRADOS DE MERIDIANO Y PARALELO A DISTANCIAS EN METROS

| LONGITUD DE UN GRADO DE |                     |                    | LONGITUD DE UN GRADO DE |                     |                    |
|-------------------------|---------------------|--------------------|-------------------------|---------------------|--------------------|
| LATITUD<br>Grados       | MERIDIANO<br>Metros | PARALELO<br>Metros | LATITUD<br>Grados       | MERIDIANO<br>Metros | PARALELO<br>Metros |
| 0                       |                     | 111321             | 45                      | 111122              | 78848              |
| 1                       | 110573              | 111304             | 46                      | 111142              | 77465              |
| 2                       | 110574              | 111253             | 47                      | 111162              | 76057              |
| 3                       | 110575              | 111169             | 48                      | 111181              | 74627              |
| 4                       | 110577              | 111051             | 49                      | 111201              | 73173              |
| 5                       | 110579              | 110900             | 50                      | 111220              | 71697              |
| 6                       | 110582              | 110715             | 51                      | 111239              | 70199              |
| 7                       | 110582              | 110496             | 52                      | 111258              | 68679              |
| 8                       | 110591              | 110244             | 53                      | 111277              | 67138              |
| 9                       | 110596              | 109959             | 54                      | 111296              | 65577              |
| 10                      | 110602              | 109640             | 55                      | 111315              | 63995              |
| 11                      | 110609              | 109289             | 56                      | 111334              | 62394              |
| 12                      | 110616              | 108904             | 57                      | 111352              | 60773              |
| 13                      | 110624              | 108486             | 58                      | 111370              | 59134              |
| 14                      | 110633              | 108035             | 59                      | 111388              | 57476              |
| 15                      | 110642              | 107552             | 60                      | 111405              | 55801              |
| 16                      | 110652              | 107036             | 61                      | 111422              | 54109              |
| 17                      | 110662              | 106487             | 62                      | 111439              | 52399              |
| 18                      | 110673              | 105916             | 63                      | 111455              | 50674              |
| 19                      | 110684              | 105293             | 64                      | 111471              | 48933              |
| 20                      | 110696              | 104648             | 65                      | 111487              | 47177              |
| 21                      | 110709              | 103972             | 66                      | 111502              | 45406              |
| 22                      | 110722              | 103263             | 67                      | 111517              | 43621              |
| 23                      | 110736              | 102524             | 68                      | 111531              | 41822              |
| 24                      | 110750              | 101753             | 69                      | 111544              | 40011              |
| 25                      | 110764              | 100951             | 70                      | 111557              | 38187              |
| 26                      | 110779              | 100119             | 71                      | 111570              | 36353              |
| 27                      | 110794              | 99256              | 72                      | 111582              | 34505              |
| 28                      | 110810              | 98363              | 73                      | 111594              | 32674              |
| 29                      | 110826              | 97440              | 74                      | 111605              | 30780              |
| 30                      | 110843              | 96488              | 75                      | 111616              | 28903              |
| 31                      | 110861              | 95506              | 76                      | 111626              | 27016              |
| 32                      | 110878              | 94494              | 77                      | 111635              | 25122              |
| 33                      | 110895              | 93454              | 78                      | 111643              | 23220              |
| 34                      | 110913              | 92386              | 79                      | 111651              | 21310              |
| 35                      | 110931              | 91289              | 80                      | 111659              | 19394              |
| 36                      | 110949              | 90165              | 81                      | 111666              | 17472              |
| 37                      | 110968              | 89013              | 82                      | 111672              | 15544              |
| 38                      | 110987              | 87834              | 83                      | 111677              | 13612              |
| 39                      | 111006              | 86628              | 84                      | 111682              | 11675              |
| 40                      | 111025              | 85395              | 85                      | 111686              | 9735               |
| 41                      | 111044              | 84136              | 86                      | 111690              | 7791               |
| 42                      | 111063              | 82852              | 87                      | 111693              | 5846               |
| 43                      | 111083              | 81542              | 88                      | 111695              | 3898               |
| 44                      | 111103              | 80207              | 89                      | 111696              | 1949               |

Este libro se terminó de imprimir en el  
Centro de Publicaciones de la Universidad Nacional de  
Colombia Sede Medellín,  
en el mes de abril de 2012.

La carátula se imprimió en propalcote C1S 250 gramos.  
Las páginas interiores en bond 75 gramos.

La fuentes tipográficas empleadas son Belwe Lt BT Light,  
Belwe Lt BT Light Medium.

Este trabajo se ha orientado a las personas que se están familiarizando con los instrumentos y métodos que se emplean en Topografía, a quienes están recibiendo un curso teórico y realizan a la vez sus primeros trabajos de campo.

Aunque la casi totalidad de los trabajos presentados y los que en este campo se realizan, pueden ejecutarse con instrumentos electrónicos, registrarse los datos automáticamente y alimentarse con ellos un computador para obtener cálculos y planos con la mínima intervención humana, siempre se necesitará de alguien con conocimientos adecuados para planear, programar y ejecutar los trabajos de campo, cálculo y dibujo con dichos instrumentos e interpretar, corregir y valorar sus resultados.

Los trabajos de Topografía por medio de instrumentos y métodos tradicionales no electrónicos seguirán conservando siempre su utilidad debido, primero, al valor adecuado de precisiones y de errores que con ellos se obtienen y, segundo, al gran número existente de equipos mecánicos y optomecánicos caracterizados por su prolongada vida útil.

