



UNIVERSIDAD  
**NACIONAL**  
DE COLOMBIA

**Diseño de una Estrategia Didáctica que Favorezca el Aprendizaje del  
Concepto de Potencia y la Aplicación de sus Propiedades a Expresiones  
Algebraicas en Estudiantes de la Universidad de Antioquia Seccional Urabá**

**Luis Carlos Aristizábal Botero**

**Universidad Nacional de Colombia**

**Facultad de Ciencias**

**Medellín-Colombia**

**2022**



**Diseño de una Estrategia Didáctica que Favorezca el Aprendizaje del  
Concepto de Potencia y la Aplicación de sus Propiedades a Expresiones  
Algebraicas en Estudiantes de la Universidad de Antioquia Seccional Urabá**

**Luis Carlos Aristizábal Botero**

Trabajo final de maestría presentado como requisito parcial para optar al título de:  
**Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales**

**Director:**

**Manuel D. Echeverry**

**Universidad Nacional de Colombia**

**Facultad de Ciencias**

**Medellín-Colombia**

**2022**



# Agradecimientos

Agradezco principalmente a mis padres por el amor y la paciencia que han tenido conmigo, por su educación, pues gracias a está es que soy lo que soy hoy día, su preocupación por el otro ha forjado en mí el interés por servir a otros y transmitir los pocos conocimientos que tengo de la mejor manera, son ellos parte del motor de mi vida. Doy las gracias a mi compañera de aventura Liliana Gallego quien ha estado siempre a mi lado mientras estudiaba la maestría y pasaba por este reto, a veces bastante difícil, ella me daba todo el apoyo necesario para continuar y no desfallecer en el camino, quiero con este trabajo hacerle un gran reconocimiento por todos esos momentos de aguante, sacrificio y paciencia para que pudiera dar los pasos que me llevarán a obtener este título. También doy las gracias a Dudan, William, Ricardo y José, amigos que han estado incondicionalmente en cada uno de los pasos y proyectos que he iniciado y por quienes he aprendido mucho de este bonito camino de la enseñanza, finalmente a Manuel D. Echeverry, amigo quien amablemente dirigió este trabajo y me acompañó en cada momento de duda, de crisis y siempre estuvo para darme ánimo de continuar. A todos ellos les doy infinitas gracias y los quiero mucho.



## Resumen

Las propiedades algebraicas de la potenciación al momento de simplificar o transformar una expresión ha sido un tema que ha causado gran dificultad a estudiantes de diferentes niveles, tanto de la educación básica y media como de la educación superior, tanto así, que en esta última por la transversalidad de diferentes áreas del conocimiento, entre ellas Cálculo Diferencial, Cálculo Integral, Trigonometría, entre otras, es una de las causas de deserción; es por esta situación, que este trabajo da una propuesta de una estrategia didáctica que favorezca el aprendizaje de dicho tema en estudiantes de Ingeniería de primer semestre de la Universidad de Antioquia seccional Urabá, sede Apartadó. Esta propuesta busca desarrollar en el estudiante un pensamiento estructurado que le permita identificar el momento exacto en que debe aplicar cada propiedad. Para esto, el objeto final de esta propuesta es la construcción de un diagrama de flujo desarrollado por el estudiante con el fin de simplificar expresiones algebraicas que tengan incluidas las propiedades de la potenciación.

**Palabras Claves:** Enseñanza, Geogebra, Exponentes, Universidad de Antioquia.

**Design of a Didactic Strategy that Favors the Learning of the Concept of Exponents and the Application of its Properties to Algebraic Expressions in Students of the Universidad de Antioquia Sectional Urabá**

## **Abstract**

Algebra, especially in its exponents properties have been a topic that has caused a main difficulty to the students from secondary and higher education, mostly identified it in the latter, due to the large mathematical content in courses as: Differential Calculus, Integral Calculus, Trigonometry, among others, the previous might contribute to the drop out; for this reason and concerned of the current education system this study propose a novel strategy to help in the learning process of the exponents properties. The study was conducted to first semester engineering students of the Universidad de Antioquia in Urabá, Apartadó Campus. This proposal seeks to develop in the student a structured thinking, that helps to identify and apply the appropriate property. As a result, the students will build a flow chart, which will allow them to simplify and apply the correct property to expressions that include exponents.

**Keywords:** teaching, Geogebra, exponents, Universidad de Antioquia.

# Contenido

Agradecimientos.....	v
Resumen.....	vii
Abstract.....	viii
Lista de Figuras.....	xi
Lista de Tablas.....	xii
<b>CAPÍTULO I. DISEÑO TEÓRICO.....</b>	<b>14</b>
1.1 Selección y Delimitación del Tema.....	14
1.2 Planteamiento del Problema.....	14
1.2.1 Descripción del Problema.....	14
1.2.2 Formulación de la Pregunta.....	15
1.3 Justificación.....	15
1.4 Objetivos.....	17
1.4.1 Objetivo General.....	17
1.4.2 Objetivos Específicos.....	17
<b>CAPÍTULO II. MARCO REFERENCIAL.....</b>	<b>18</b>
2.1 Referente Antecedentes.....	18
2.2 Referente Teórico.....	20
2.3 Referente Conceptual-Disciplinar.....	23
2.4 Referente Legal.....	24
2.5 Referente Espacial.....	26
<b>CAPÍTULO III. DISEÑO METODOLÓGICO: Investigación Aplicada.....</b>	<b>28</b>
3.1 Enfoque.....	28
3.2 Método.....	29
3.3 Instrumento de Recolección de Información y Análisis de Información.....	30
3.4 Población y Muestra.....	31
3.5 Delimitación y Alcance.....	32
3.6 Cronograma.....	32
<b>CAPÍTULO IV. TRABAJO FINAL.....</b>	<b>34</b>
4.1 Diagnóstico.....	34

x	Diseño de una Estrategia Didáctica que Favorezca el Aprendizaje del Concepto de Potencia y la Aplicación de sus Propiedades a Expresiones Algebraicas	
	4.2 Intervención en el Aula.....	37
	4.3 Evaluación.....	42
	CAPÍTULO V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	44
	5.1 Conclusiones .....	44
	5.2 Recomendaciones .....	45
A.	Anexo: Fichas Didácticas.....	46
	Referencias .....	50

## Lista de Figuras

FIGURA 1 .....	35
FIGURA 2 .....	36
FIGURA 3 .....	36
FIGURA 4 .....	36
FIGURA 5 .....	36
FIGURA 6 .....	38
FIGURA 7 .....	39
FIGURA 8 .....	39
FIGURA 9 .....	40
FIGURA 10 .....	41
FIGURA 11 .....	41
FIGURA 12 .....	42
FIGURA 13 .....	42
FIGURA 14 .....	43

## **Lista de Tablas**

TABLA 1 PLANIFICACIÓN DE ACTIVIDADES	32
TABLA 2 CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES	34



# CAPÍTULO I. DISEÑO TEÓRICO

## 1.1 Selección y Delimitación del Tema.

Se diseñará una estrategia didáctica que permita a los estudiantes del curso “*Álgebra y Trigonometría*” de la Universidad de Antioquia seccional-Urabá sede Apartadó, simplificar y transformar expresiones algebraicas aplicando adecuadamente las propiedades de la potenciación.

## 1.2 Planteamiento del Problema

### 1.2.1 Descripción del Problema

En la actualidad los docentes de matemáticas en muchas instituciones han cambiado un poco su modo de enseñar los temas a los estudiantes, pero esto aún no es suficiente para mejorar los resultados en los momentos evaluativos de dicha asignatura, ya sea, en las pruebas aplicadas por los profesores, o por el Estado para llevar un control del proceso de aprendizaje de los mismos. Por esta razón se hace necesario seguir en ese cambio y aplicar nuevas, y más herramientas que se han desarrollado para mejorar el proceso de aprendizaje. Herramientas como las TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación), facilitan a los estudiantes aprender los temas de esta asignatura de formas diferentes, facilitando así su aprendizaje, y permitiendo cambiar el prejuicio de la alta dificultad de dicha asignatura.

Los resultados de las pruebas PISA (2015), muestran que los esfuerzos que se han realizado por mejorar la enseñanza de las matemáticas en muchas de las instituciones de Colombia no han sido suficientes, pues aún se revela que estamos muy por debajo de otros países, incluso 100 puntos por debajo de la media de la OCDE (OCDE, 2016). Por eso es indispensable seguir cambiando el modo en que se enseña la asignatura de matemáticas. Por otro lado, los bajos resultados de los estudiantes en primer semestre de ingeniería de la Universidad de Antioquia sede Apartadó, en particular a la hora de simplificar una expresión, nos muestra que no tienen claras las propiedades algebraicas de la potencia, dificultad que se viene dando desde la educación media y trasciende a la universitaria, lo cual repercute en otras asignaturas que tendrán que ver al mismo tiempo o más adelante en su formación, acarreado, en algunos casos, la pérdida de la calidad de estudiante por

bajo rendimiento académico. En la Tabla 1 se muestra el porcentaje de estudiantes que reprobaron la asignatura durante los semestres 2017-1, 2017-2, 2018-1, 2018-2.

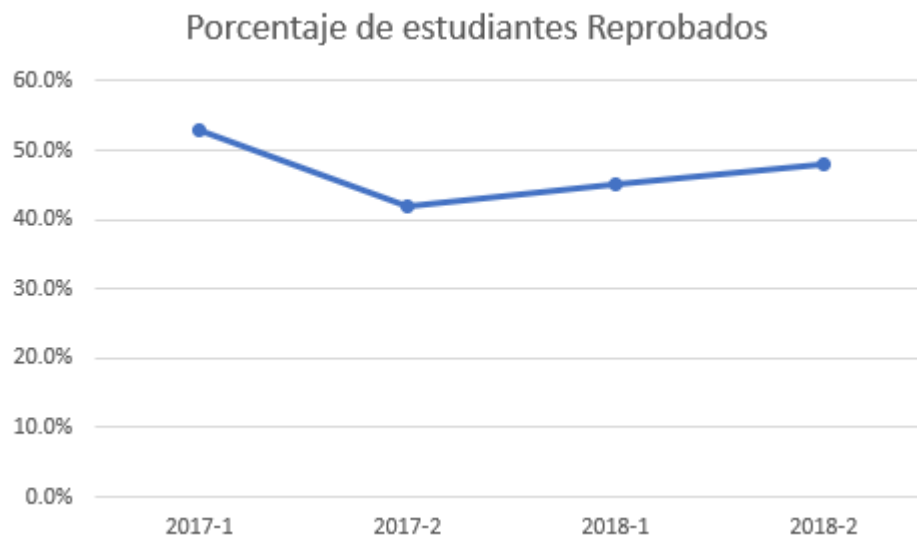


Tabla 1

Dados estos resultados se hace necesario buscar una solución que contribuya al proceso de enseñanza-aprendizaje de los conceptos y la aplicación de las propiedades algebraicas de la potencia, y así disminuir un poco los índices de mortalidad de los estudiantes en la asignatura Álgebra y Trigonometría.

### 1.2.2 Formulación de la Pregunta

¿Cuál estrategia didáctica se podrá diseñar para enseñar a los estudiantes de la Universidad de Antioquia seccional Apartadó las propiedades algebraicas de la potenciación para simplificar expresiones?

### 1.3 Justificación

El poco interés que muestran muchos estudiantes hacia las matemáticas o las diferentes dificultades que estos pueden tener en su proceso de aprendizaje sobre determinados temas, hace que varios de ellos desistan de la idea de continuar una carrera profesional como Ingeniería por su exigencia matemática (Cabanzo Hernandez, 2017), y en los casos donde se decide continuar se encuentran algunos de los cuales pueden llegar a perder la calidad de estudiante de educación superior, por su bajo rendimiento en dicha área del conocimiento. Uno de los temas que más dificultades tiene en este sentido, es la transformación de una expresión algebraica a otra equivalente aplicando propiedades de la

potenciación, lo que repercute por su transversalidad a otras asignaturas como: Cálculo Diferencial, Cálculo Integral, Física Mecánica, entre otras.

Esta problemática se viene dando desde la educación media básica, como nos lo muestran los Lineamientos Curriculares, ya que en estos se menciona:

“Además de que el estudiante razone y se comunique matemáticamente, y elabore modelos de los sistemas complejos de la realidad, se espera también que (...) transforme expresiones algebraicas desde una forma hasta otra... El aprendizaje de procedimientos o ‘modos de saber hacer’ es muy importante en el currículo ya que éstos facilitan aplicaciones de las matemáticas en la vida cotidiana”. (Ministerio de Educación Nacional, 1998)

También así lo mencionan los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas en su componente pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos de los grados 8° y 9° donde dice:

- Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.

Todo esto muestra que dicha temática debería ser abordada a nivel escolar, pero que la mayoría de las ocasiones, los estudiantes no logran obtener los conocimientos requeridos o por lo menos no lo hacen de manera que perduren, lo que hace que esta problemática continúe a nivel universitario. La importancia de que el estudiante de ingeniería domine las propiedades de la potenciación en la transformación de las expresiones algebraicas, radica en el alto uso de las matemáticas en los diferentes niveles de su carrera, todo esto ya que en diferentes cursos tendrá que encontrar expresiones equivalentes a las dadas para poder solucionar de una forma más simple el problema propuesto.

Dado esto, se propone dar una posible solución a dicha problemática presente en estudiantes de la Universidad de Antioquia seccional-Urabá Apartadó, mediante el uso de una estrategia didáctica que permita a los estudiantes manipular expresiones algebraicas donde deban aplicar el concepto y las propiedades de la potencia a la hora de transformar una de estas expresiones en otra equivalente.

## 1.4 Objetivos

### 1.4.1 Objetivo General

Diseñar una estrategia didáctica que permita reconocer las propiedades algebraicas de la potenciación haciendo uso de algoritmos y el programa *Geogebra* para aplicarlas al momento de simplificar una expresión algebraica.

### 1.4.2 Objetivos Específicos

- Realizar revisión bibliográfica sobre el uso de *Geogebra* en diversos campos de las matemáticas, así como mostrar a los estudiantes los diferentes usos que este software puede tener.
- Realizar un diagnóstico a los estudiantes, para identificar si tienen conocimiento de los saberes previos.
- Diseñar y aplicar una propuesta de intervención en el aula haciendo uso de *Geogebra*.
- Evidenciar cualitativamente el nivel de adquisición que lograron los estudiantes sobre las propiedades algebraicas de la potenciación.

## **CAPÍTULO II. MARCO REFERENCIAL**

### **2.1 Referente Antecedentes**

Se encontraron artículos y trabajos, que de una u otra forma estaban relacionados con el tema a tratar, lo que conduce a tener una buena bibliografía en temas como el concepto de la potenciación y de variable, que están estrechamente relacionados con el proceso de la simplificación de una expresión y la aplicación de las propiedades algebraicas de la potenciación, así como otros textos que mencionan de manera indirecta este tema. En este sentido, se estudiaron diferentes referentes, tanto nacionales como internacionales que trabajaron el tema desde distintas perspectivas. Por tal motivo enunciaremos algunos de estos referentes haciendo alusión a lo estudiado por cada uno en su momento.

Los licenciados en Matemáticas y Física de la Universidad de Antioquia, Sebastián Rendón y Octavio Hoyos, hacen un estudio sobre las dificultades que presentan estudiantes de primer semestre de ingeniería de dicha institución, en particular del semestre 2015-1, al momento de aplicar las propiedades algebraicas de la potenciación, donde evidencian cómo la falta de dominio de esta temática es uno de los factores de la deserción en los primeros semestres, donde una de sus conclusiones es: “el factor identificado es principalmente la notación matemática, en el interior de las temáticas más transversales se ubica la potenciación, por su alcance y uso de la notación matemática” (Rendón & Hoyos, 2016). Todo su trabajo se desarrolla bajo el enfoque ontosemiótico propuesto por Godino, lo que quiere decir que el problema fue tratado desde una perspectiva de notación e interpretación de los signos. Esta bibliografía se revisó, dado que la propuesta de los licenciados se desarrolló en la misma institución donde se implementó la de este trabajo de grado.

La profesora Paloma Gavilán Bouzas, quien estudia las dificultades en el paso de la aritmética al álgebra escolar, en su artículo menciona que una de las dificultades que se presenta se encuentra en el símbolo de la igualdad, ya que en el caso de la aritmética, representa que una operación ya fue realizada, en cambio en el álgebra muestra una equivalencia, lo que causa gran dificultad, pues en la primera, la igualdad tienen un sentido unidireccional, mientras en la segunda el sentido es bidireccional. Allí mismo dice “el álgebra se ocupa fundamentalmente de la solución de ecuaciones” (Gavilán Bouzas, 2011).

El profesor Marcelo David Pochulu de la Universidad Nacional de Villa María, ubicada en Argentina, hace un análisis y categorización de todos los errores cometidos por los estudiantes al ingresar a la universidad, donde se observa que varios de estos errores son atribuidos por profesores de la educación superior a problemas de la educación básica y media, pues al llegar a la universidad ya deberían tener conocimiento en estos procedimientos matemáticos, entre los errores destacados por (Pochulu, 2009) se encuentran:

- Consideran que tienen un número negativo elevado a cierto exponente cuando el signo menos se antepone a la potencia.
- Recuperan el esquema de multiplicación reiterada, con factores negativos, cuando el exponente de la potencia es un entero negativo.
- Asumen que toda potencia de exponente nulo da por resultado cero, o es igual a la base de la misma.
- Aplican distributivas de la radicación con respecto a la suma y/o resta.

Solo por destacar algunas de las equivocaciones que puede tener un estudiante al momento de operar con las potencias.

Algo que también lleva a los estudiantes a tener errores al momento de simplificar expresiones algebraicas es el poco conocimiento del concepto de variable, pues como lo mencionan los profesores Morales y Díaz de la Universidad de Sonora:

“El aprendizaje del concepto de variable logrado por los estudiantes a través de su paso por el sistema escolar es poco significativo; aunque son capaces de reconocer el papel que juega la variable en expresiones y problemas muy simples, un ligero aumento en la complejidad de los mismos provoca generalizaciones inadecuadas y la búsqueda de soluciones memorizadas o por inspección que no son acordes al nivel requerido para el estudio de matemáticas más avanzadas” (Morales Peral & Díaz Gómez, 2003).

Lo anterior conlleva a que al momento de aplicar las propiedades algebraicas de la potenciación a expresiones se proceda de manera errónea.

Por todo esto, este trabajo pretende dar una propuesta de solución a este problema en los estudiantes de ingeniería de la Universidad de Antioquia en la sede Apartadó, que se ha

dado en diferentes momentos de la vida académica, pero en particular en los estudiantes del nivel universitario.

## 2.2 Referente Teórico

Un aprendizaje significativo es un aprendizaje con significado, comprensión, sentido y capacidad de transferencias uno en el que el aprendiz se hace partícipe de su propio conocimiento. Para éste, es indispensable el conocimiento previo del sujeto, pues sólo se logra mediante la interacción entre el conocimiento previo y lo que se está aprendiendo; el conocimiento previo será la variable más indispensable para lograr un aprendizaje significativo, como ya lo mencionaba (Ausubel, 1963). Por tanto, es necesario indagar sobre el conocimiento con el que cuenta el aprendiz y enseñar a partir de este. Este trabajo adopta la teoría del aprendizaje significativo, en particular, el aprendizaje significativo crítico propuesto por Moreira. El aprendizaje significativo crítico le permite al aprendiz participar de su aprendizaje y al mismo tiempo adaptarse mucho mejor al cambio, sin ser sometido por él. Podrá identificar y aprovechar la información que llega a sus manos, adaptarse fácilmente al entorno que lo rodea, e identificar que el aprendizaje no es dicotómico, es decir, no todo aprendizaje es únicamente verdadero o falso, correcto o incorrecto. También le permitirá dudar del nuevo conocimiento, cuestionarse y cuestionar, lo que le aportará a hacer una interiorización del conocimiento, al realizar una interacción entre lo que sabe y el nuevo conocimiento, lo que le permite ser crítico con el contenido que recibe en su proceso de enseñanza (Moreira, 2005).

Este trabajo se soporta en algunos de los principios de Moreira expuestos en su teoría del aprendizaje significativo crítico.

En primer lugar, se trabajará sobre **“El principio del conocimiento previo. Aprendemos a partir de lo que sabemos”**. Este principio resalta la importancia que tiene el conocimiento previo del aprendiz, como ya se mencionó anteriormente para que el estudiante tenga un aprendizaje significativo crítico se requiere de la interacción entre el conocimiento preexistente y el nuevo, todo esto ya que el estudiante es un perceptor y representador del mundo, en este caso lo importante no es lo que el estudiante recibe como nuevo conocimiento sino lo que el percibe y representa ya que todo esto parte de sus percepciones previas, en este sentido se requiere verificar que el estudiante cuente con los saberes necesarios para asimilar los nuevos conceptos de manera adecuada, en este caso si los

saberes previos no son suficientes se le ha de hacer caer en cuenta que sus conocimientos previos fallan, algo que puede ser difícil si estos siempre le han funcionado, por esta razón no necesariamente se debe modificar los que ya hay sino que se le puede mostrar otra alternativa que permita dar una interpretación adecuada a lo que se va a estudiar en adelante. Todo esto parte del estudiante como perceptor, pero no se debe olvidar que el profesor es otra persona que percibe las cosas desde su experiencia y lo que enseña es el fruto de sus percepciones (Moreira, 2005).

**“El principio de la interacción social y del cuestionamiento. Enseñar/aprender preguntas en lugar de respuestas”.** Este plantea la negociación de significados entre profesor y estudiante siendo esta indispensable para llevarse a cabo un proceso de enseñanza, la cual se logra cuando profesor y estudiante comparten significados. Esto se logra cuando hay un intercambio de preguntas más que de respuestas. Si el profesor lleva al estudiante a que logre hacer preguntas relevantes estará cumpliendo su objetivo, pues es allí donde el aprendiz está usando su conocimiento previo de manera adecuada, así se estará favoreciendo un aprendizaje significativo crítico, pues el estudiante tendrá la capacidad de diferenciar y cuestionar toda la información que llega de su entorno.

**“El principio del conocimiento como lenguaje”.** Se entiende que el lenguaje refleja la forma en que percibimos lo que nos rodea, pero esa percepción esta mediada por el lenguaje mismo. Todo lenguaje tiene símbolos y estructuras diferentes, por eso es importante que el estudiante tenga claro con cuál se trabajará. El aprendizaje de cualquier disciplina requiere del aprendizaje de su lenguaje, puesto que cada lenguaje representa una manera singular de percibir la realidad, para lograr la adquisición de uno nuevo se recurre al principio de la interacción social, pues el aprendizaje se logra por la negociación de significados y el intercambio de significados, propiciando así un aprendizaje significativo crítico.

**“Principio de la conciencia semántica”.** Este principio propone que se debe ser consciente de varios aspectos: el primero es la importancia del significado, pues éste no está en las palabras si no en las personas, son estas quienes atribuyen significado a las palabras. Un segundo aspecto es que las palabras no son el objeto al que se refieren, sino que lo representan, por lo cual se debe tener en cuenta que hay palabras que tienen un nivel de abstracción diferentes; así como hay palabras a las cuales se les puede asociar un objeto hay otra a las cuales no, y una última es que el significado de las palabras cambia de acuerdo al contexto en el que nos encontremos y más en un mundo que está cambiando

constantemente. Por eso es tan importante el conocimiento previo, pues si no se cuenta con las condiciones necesarias para atribuir el significado, no se propiciará un aprendizaje significativo crítico; se logrará entonces un aprendizaje por parte del estudiante cuando profesor y este compartan significados en relación con el tema de enseñanza.

**“Principio de la no centralización en el libro de texto. Del uso de documentos, artículos y otros materiales educativos. De la diversidad de materiales educativos”.**

Este principio propone el uso de otras fuentes como vídeos, artículos, poesía y demás, que contribuyan al aprendizaje del tema, con el fin de no ver al libro como una autoridad que emana información que el estudiante debe aprender. Abstracter la información de estos materiales, mediante preguntas como ¿cuál es el fenómeno de interés? ¿Cuál es la pregunta básica que se intentó responder? Entre otras son preguntas que contribuyen al aprendizaje significativo crítico. Esto no quiere decir que se deba excluir el libro de texto completamente de la clase, sino considerarlo como una más de las herramientas pedagógicas que pueden contribuir al aprendizaje.

**“El principio de la no utilización de la pizarra, de la participación activa del alumno, de la diversidad de estrategias de enseñanza”.**

Este principio le propone al profesor disminuir el uso de la pizarra o eliminarlo por completo y también todo aquello que se comporte de manera similar, como las diapositivas u otros instrumentos, ya que estas hacen un papel similar al del texto guía. La pizarra se presta para que el profesor llegue a parafrasear o a transcribir lo que se encuentra en un libro propiciando así que el estudiante memorice y responda el día del examen. La no utilización de esta herramienta lo llevará a buscar otras herramientas que le aporten al aprendizaje significativo crítico, como lo son investigaciones, trabajos en equipos, seminarios, conversatorios, etc.

**“El principio del abandono de la narrativa. Dejar que el alumno hable”.**

Este principio es complemento de los dos principios anteriormente mencionados, propone que los estudiantes sean los protagonistas de su propio aprendizaje, proponiéndoles actividades donde ellos sean los que interpreten los significados de los temas a tratar, que entre ellos construyan sus interpretaciones, siendo el profesor quien hable en los momentos que se esté direccionando en otro sentido, es decir sin que se llegue a permitir el todo vale, este principio aporta al aprendizaje significativo crítico.

Por otro lado, varios estudios durante los últimos años han mostrado que el uso de herramientas tecnológicas como las TIC en el aula de clase, particularmente en el área de

matemáticas, muestra diferentes alternativas de enseñar a los estudiantes variados temas donde el estudiante percibirá los diferentes conceptos, no solamente de manera expositiva, sino a partir de su propia experiencia podrá construir varios de ellos; en este sentido la herramienta tecnológica *Geogebra* es un excelente instrumento a usar (Ruíz, Villa-Ochoa, & Ávila, 2013). Una de sus ventajas es la sencillez en su uso tanto en el cálculo como en los demás campos de las matemáticas, integrando así diversas funcionalidades, entre ellas: geometría, álgebra, lógica proposicional, estadística, entre otras. Debido a la constante evolución en la tecnología, *Geogebra* se está actualizando constantemente sin perder esa facilidad de manejo, por el contrario, cada día mejorando y facilitando su uso por parte tanto de estudiantes como de profesores (Giménez Esteban, 2016).

### 2.3 Referente Conceptual-Disciplinar

En los estudiantes de ingeniería son indispensables el conocimiento del concepto de potencia y el dominio de sus propiedades algebraicas, ya que a la hora de realizar alguna transformación de una expresión algebraica a otra equivalente son necesarios en varias de las diferentes asignaturas que tendrá que ver el estudiante a lo largo de su formación como profesional (Iglesias Domecq & Alonso Berenguer, 2017). Además, este tipo de razonamientos contribuye a uno de los fines de la educación planteados en el artículo 5 de la ley 115 de 1994, en el cual se hace alusión al desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico y tecnológico nacional.

En asignaturas como el cálculo y la física, el estudiante requiere un buen manejo de estas propiedades, pues de ello depende su buen desempeño al momento de llevar una expresión algebraica a otra equivalente que facilite la operación que vaya a realizar. Un ejemplo en Cálculo Diferencial, se puede observar cuando se le pide al estudiante hallar un límite donde tiene que racionalizar la expresión, si este no tiene claras las propiedades de la potencia, no le será fácil encontrar un factor racionalizador que le permita dar con una expresión equivalente, y así, sacar el límite de manera más simple; otro ejemplo se tiene al momento de calcular un límite al infinito, donde el estudiante deba dividir por la mayor potencia de una fracción algebraica, en este caso deberá aplicar las propiedades de la potenciación. En el caso de Cálculo Integral si debe hacer una sustitución de manera que deba aplicar propiedades de potencia, y no tiene un buen manejo de estas le será difícil poder realizar la integral. Finalmente, en el caso de la física, también se pueden presentar inconvenientes al momento de encontrar expresiones algebraicas más simples a la original, las que facilitarán realizar cálculos de manera más ágil, por esto mismo algunos libros de

física cuenta con un repaso en estos temas (Giancoli, 2006). En esta misma línea, existen otros casos donde los estudiantes deberán aplicar de manera adecuada las propiedades de la potenciación a expresiones algebraicas.

El dominio del concepto de potencia y sus propiedades algebraicas no sólo son necesarios en áreas como las anteriormente mencionadas, también lo son en la asignatura “Álgebra y Trigonometría”, en la cual se debate este tema en la Universidad de Antioquia. Esto, ya que posterior al tema, los estudiantes deberán aprender factorización, donde en algunos casos, tendrán que aplicar las propiedades de la potencia, así como en otros temas: racionalización, logaritmos, ecuaciones exponenciales y logarítmicas, funciones, trigonometría (en este último al momento de mostrar una identidad trigonométrica) (Buritica Trujillo, 2009).

Por tal razón se puede evidenciar que el tema de las propiedades algebraicas de la potencia es indispensable para estos estudiantes. Ya que un buen manejo del tema les facilitará su paso por las asignaturas mencionadas, además de su paso por la universidad, evitando que puedan llegar en algunos casos a perder su calidad de estudiante por su bajo rendimiento académico.

## 2.4 Referente Legal

NORMA	TEXTO	CONTEXTO
-------	-------	----------

Constitución Política colombiana artículo 67	La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura.	Mediante artículo se garantiza el derecho a la educación por parte del estado colombiano, hace referencia a la importancia de esta para la nación.
LEY 30 DE DICIEMBRE 28 DE 1992 artículo 1)	La Educación Superior es un proceso permanente que posibilita el desarrollo de las potencialidades del ser humano de una manera integral, se realiza con posterioridad a la educación media o secundaria y tiene por objeto el pleno desarrollo de los alumnos y su formación académica o profesional.	Mediante este se garantiza el derecho a la educación superior en los seres humanos, en este sentido este trabajo continúa con este enfoque, pues con la asignatura se está buscando aportar a la garantía de este derecho.
LEY 30 DE DICIEMBRE 28 DE 1992 artículo 6 literal f)	Contribuir al desarrollo de los niveles educativos que le preceden para facilitar el logro de sus correspondientes fines.	Con el cual se debe contribuir a los procesos formativos previos a la educación superior.
Ley 115 de 1994, Artículo 5, fin 5 y 9.	<b>Fin 5:</b> La adquisición y generación de los conocimientos científicos y técnicos más avanzados, humanísticos, históricos, sociales, geográficos y estéticos, mediante la apropiación de hábitos intelectuales adecuados para el desarrollo del saber.	Con este se está dando a conocer algunos de los fines de la educación y como estos contribuyen al desarrollo no solo de los estudiantes sino al desarrollo del país.

	<b>Fin 9:</b> El desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico y tecnológico nacional, orientado con prioridad al mejoramiento cultural y de la calidad de la vida de la población, a la participación en la búsqueda de alternativas de solución a los problemas y al progreso social y económico del país	
--	---	--

## 2.5 Referente Espacial

La Universidad de Antioquia es una institución de educación superior fundada en 1803. Es reconocida como un espacio de controversia racional, regida por el respeto a las libertades de conciencia, opinión, información, enseñanza, aprendizaje, investigación y cátedra; orientadas por las exigencias de los criterios éticos que se traducen en una real convivencia universitaria. Esta tiene diferentes principios básicos, entre ellos: igualdad, responsabilidad social, regionalización, descentralización, realidad económica, autonomía y universalidad (Universidad de Antioquia, 2014).

Como se pudo ver, algunos de los principios de la Universidad de Antioquia son regionalización y descentralización, por lo cual, ha ido llegando a muchas regiones del departamento. Una de esas regiones es Urabá, región donde lleva 23 años haciendo presencia en tres campus, presentes en los municipios de Carepa, Apartadó y Turbo, donde actualmente cuenta con más de 2300 egresados de los diferentes programas que allí se ofrecen (Universidad de Antioquia, 2019), de esta manera la Universidad aporta a la región con la formación en diferentes programas ofrecidos por las Facultades de Ingeniería, Derecho y Ciencias Políticas, Educación, Ciencias Agrarias, Artes, Comunicaciones, Ciencias Sociales y Humanas y Ciencias Económicas. La población a trabajar en este proyecto, es la de estudiantes de primer semestre de las Ingenierías Civil, Sanitaria y Oceanográfica, estos son en su mayoría habitantes de esta misma comunidad regional.

Según un informe de la Cámara de Comercio de Urabá, por cada 100 niños entre los 11 y 16 años, sólo 46,77 de ellos están matriculados en educación básica y media, mientras que 17,62 de cada 100 jóvenes entres los 17 y 21 años, están matriculados en alguna institución de educación superior (Cámara de Comercio de Urabá, 2017). En aspectos de empleo, se presenta una tasa alta de desempleo, con un 27,63% en la zona urbana y de 6 puntos por encima en la zona rural, lo cual lleva a que muchos de los jóvenes no puedan tener acceso a una buena calidad de vida. Actualmente la región de Urabá cuenta con diferentes instituciones de educación superior que buscan aportar al desarrollo de la región desde diferentes áreas del conocimiento entre ellas se encuentran, como ya se mencionó, la Universidad de Antioquia, el SENA, la Corporación Universitaria Minuto de Dios (UNIMINUTO), el Politécnico Colombiano Jaime Izasa Cadavid, entre otras. Actualmente en la región se tiene presencia de grupos armados al margen de la ley, como el grupo Clan del Golfo, el cual tiene una fuerte presencia en la mayoría de municipios, el que pone en riesgo a los jóvenes a causa del reclutamiento forzado. La educación superior se muestra como una alternativa, al igual que el deporte y otras actividades que buscan alejarlos de este flagelo.

Con este trabajo se busca que los estudiantes de la región logren tener una permanencia más amplia en la universidad, ya que se ha podido observar que las matemáticas son una áreas de las que más deserciones ha provocado, ya sea porque los estudiantes no rinden académicamente, lo que les impide continuar al siguiente semestre, o porque al no lograr comprender el tema, se desmotivan de su programa y deciden abandonarlo (Cabanzo Hernandez, 2017).

## **CAPÍTULO III. DISEÑO METODOLÓGICO: Investigación Aplicada**

### **3.1 Enfoque**

La investigación-acción educativa es una metodología de investigación para apoyar la reflexión del docente acerca del aula, partiendo de la identificación de situaciones problema de enseñanza y aprendizaje que se detecten en la misma, a su vez proponiendo transformaciones en tales situaciones problema, apoyado en las diferentes teorías pedagógicas. La investigación-acción reconoce que las dificultades surgen de la interacción en el entorno social del aula e “interpreta lo que ocurre desde el punto de vista de quienes actúan e interactúan en la situación problema, por ejemplo, profesores y alumnos” (Elliott, 1993).

La investigación-acción se concibe como un proceso cíclico de exploración de propuestas, acciones establecidas y valoración de resultados de estas acciones, acerca de las prácticas con miras a la intervención social. En el ámbito educativo, facilita la valoración de las propuestas educativas, pues es el docente quien explora su propia práctica y los principios que la orientan, por tal razón, es el más indicado para proponer y emprender acciones conducentes a la mejora de situaciones concretas, teniendo presente el diálogo con los actores del aula. Esta posibilidad de cambiar las prácticas procura entenderse como un proceso social que se emprende colectivamente, más que un mecanismo por el cual el docente mejore sus prácticas individuales.

La investigación-acción es una metodología que no se limita solamente a someter a prueba ciertas hipótesis, ni tampoco a analizar datos para llegar a conclusiones. La investigación-acción es un proceso sistemático que transforma tanto al que investiga como a las situaciones en la que este se ve comprometido (Bausela Herreras, 2004). Esta metodología se define con detalle en la siguiente sección.

## 3.2 Método

La metodología de la investigación-acción propone 4 fases para llevarla a cabo:

### Diagnóstico

Después de haber definido el problema, la pregunta, el objetivo general y los objetivos específicos; se investigó sobre los lineamientos curriculares, los estándares y Derechos Básicos de Aprendizaje de matemáticas en torno al contexto de la potenciación y sus propiedades aplicadas a expresiones algebraicas, además se realizó una búsqueda ardua de antecedentes externos, de propuestas relacionadas con el mismo tema, ya sean nacionales o internacionales. Finalmente se revisó la bibliografía pedagógica que dio sustentación a esta investigación.

### Plan de acción (Diseño)

Apoyado en el **principio del conocimiento previo** se desarrolló una guía didáctica con el objetivo de indagar a los estudiantes, donde se examinaron sus nociones previas a la introducción del nuevo conocimiento a aprender: “expresiones algebraicas con exponentes”; en la cual se les propuso la resolución de algunos problemas donde debían aplicar propiedades de potencias a números reales para simplificar algunas expresiones numéricas.

### Intervención en el aula

Bajo **los principios de la no centralización en el texto, y de la no utilización de la pizarra, de la participación activa del alumno** y el diagnóstico previo, se propuso una guía didáctica en la cual los estudiantes debían describir una situación cotidiana paso a paso con el objetivo de familiarizarse con el concepto de algoritmo y el desarrollo de un diagrama de flujo, adicionalmente se pidió simplificar una expresión algebraica identificando los pasos llevados a cabo.

De acuerdo a los **principios de la interacción social, el conocimiento como lenguaje, la conciencia semántica**, se propuso una guía didáctica con un ejercicio donde los estudiantes debían aplicar y verificar propiedades de potencia en expresiones algebraicas, con la *técnica 1, 2, 4* la cual consiste en desarrollar una actividad, inicialmente de manera individual, después en parejas y finalmente en grupos de 4 estudiantes, lo que le propició al grupo socializar sus procedimientos, generar preguntas y compartir conceptos.

### **Evaluación y reflexión (conclusiones):**

En esta fase se observó la efectividad de los resultados de la propuesta, para desde la reflexión llevada a cabo, poder mejorar o corregir aspectos de esta que favorezcan el proceso de aprendizaje del tema por parte de los estudiantes, esta reflexión y evaluación se hicieron a partir de los resultados obtenidos del diagrama propuesto por los aprendices, y de las conversaciones y productos conseguidos a través de los instrumentos de recolección de datos, infiriendo las respectivas conclusiones y recomendaciones.

En este caso este trabajo se soportó en los principios **de la no centralización en el texto, de la no utilización de la pizarra, de la participación activa del alumno unido al principio del abandono de la narrativa** se desarrolló una guía didáctica de evaluación donde cada estudiante debía realizar un diagrama de flujo con el objetivo de simplificar una expresión algebraica aplicando las propiedades de la potenciación, llevándolo a apropiarse de estas; posteriormente se les plantea socializar el diagrama con sus compañeros, de tal manera que todos pudieran aportar ideas para mejorarlo, luego se pide intercambiar diagramas entre ellos para aplicar y ver la efectividad de este a la hora de aplicarlo en la simplificación de expresiones por parte de otros compañeros, finalmente se les realiza unas preguntas para identificar que tan efectivo o no les resultó y se les pide simplificar la expresión dada en *Geogebra* para comparar respuestas.

### **3.3 Instrumento de Recolección de Información y Análisis de Información.**

Esta propuesta de intervención propone como instrumentos de recolección de datos las siguientes fuentes primarias: diario de campo, talleres, cuestionarios, encuestas, pruebas escritas y diálogo con los estudiantes.

#### **Diario de campo:**

Este es un escrito donde se deja registro de las actividades y evaluaciones que se llevan día a día con los estudiantes, es de gran valor para la recolección de información pues va indicando la evolución que llevan los estudiantes en cuanto a los procesos enseñanza-aprendizaje, y en el caso particular del problema a intervenir irá dando luces de qué tan buenos o no, están siendo los resultados de la propuesta.

**Talleres:**

Los talleres son actividades dadas en el material didáctico con el fin que los estudiantes practiquen lo que han aprendido en el proceso enseñanza-aprendizaje. A partir de los resultados de estos, una vez calificados, es posible reunir datos que indique qué tan eficiente está siendo la intervención de la propuesta en cuanto al diseño de estos talleres en el material didáctico.

**Cuestionarios:**

Este instrumento busca diseñar un conjunto de preguntas que permitan hacer un diagnóstico acerca de cómo los estudiantes están percibiendo la implementación de la propuesta y las actividades que esta trae, y así reunir información que permita evaluar el diseño del material didáctico usado, lo cual será de gran utilidad para la evaluación y reflexión de la intervención.

**Pruebas escritas:**

Las pruebas escritas con preguntas concretas sobre el problema a intervenir ayudarán a recolectar datos de qué tan asertivo o no, se está dando el proceso de enseñanza-aprendizaje respecto a la intervención que se está haciendo. En estas pruebas se plantearán algunos ejercicios donde los estudiantes deban simplificar algunas expresiones algebraicas haciendo uso del algoritmo que hasta el momento hayan planteado.

**Diálogo con los estudiantes:**

Con esto se pretende tener un acercamiento más profundo con cada estudiante, de esta manera se tendrá una relación estudiante-docente más personal, lo que permite dar cuenta por medio del diálogo abierto con el estudiante cuáles dificultades presenta cada uno en los procesos de enseñanza-aprendizaje en cuanto a su formación matemática. Así será posible recolectar información de potenciales adversidades de tipo cognitivo o social que impidan en el educando una normal comprensión de conceptos matemáticos que aporten a la aplicación de las propiedades de la potencia a expresiones algebraicas.

### **3.4 Población y Muestra**

La población a intervenir será un grupo de estudiantes de los diferentes programas de ingeniería de la Universidad de Antioquia seccional Urabá sede Apartadó, los cuales en su

primer semestre cursan la asignatura Álgebra y Trigonometría en la sede ubicada en el kilómetro 1 en la vía Apartadó-Carepa.

### 3.5 Delimitación y Alcance

Con esta propuesta se espera que los estudiantes obtengan un aprendizaje significativo-crítico, que comprendan y apliquen las propiedades de la potencia en expresiones algebraicas, para que así puedan mejorar su desempeño no sólo en la asignatura Álgebra y Trigonometría, sino en las demás materias (algunas mencionadas en la sección 2.3) que requieran de la transformación de expresiones algebraicas.

### 3.6 Cronograma

**Tabla 2 Planificación de Actividades**

FASE	OBJETIVOS	ACTIVIDADES
Diagnóstico	Identificar y caracterizar estrategias para la enseñanza de las propiedades de la potenciación aplicadas a expresiones algebraicas.	1.1. Revisión bibliográfica sobre el aprendizaje significativo para la enseñanza del concepto de potenciación y aplicación de las propiedades en expresiones algebraicas. 1.2. Revisión bibliográfica de algunos textos que hayan trabajado anteriormente transformaciones de expresiones algebraicas aplicando las propiedades de la potencia. 1.3. Revisión bibliográfica de del uso de herramientas como <i>GeoGebra</i> para la aplicación de la simplificación o transformación de expresiones algebraicas.

Diseño	Construir actividades que permitan favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje del concepto y aplicación de las propiedades de la potencia en expresiones algebraicas.	<p>2.1 Diseño y construcción de actividades para evaluación de los conocimientos previos.</p> <p>2.2 Diseño y construcción de guías de clase para la aplicación de las propiedades de la potencia en expresiones algebraicas.</p> <p>2.3 Diseño y construcción de actividades didácticas utilizando <i>GeoGebra</i> para la transformación de expresiones algebraicas haciendo uso de las propiedades de la potencia.</p> <p>2.4 Diseño y construcción de evaluaciones durante la intervención.</p>
Intervención en el aula	Aplicar las actividades propuestas por medio de la investigación-acción con estudiantes de primer semestre de la Universidad de Antioquia seccional Urabá-Apartadó.	3.1. Intervención de la propuesta didáctica de aprendizaje.
Evaluación	Evaluar la estrategia metodológica planteada por medio de la investigación-acción en la UdeA Urabá-Apartadó	<p>4.1 Diseño y construcción de una evaluación global una vez terminada la propuesta.</p> <p>4.2 Analizar los resultados obtenidos en las evaluaciones hechas durante el proceso de implementación de la propuesta.</p>
Conclusiones y recomendaciones	Determinar el cumplimiento de la propuesta a través de sus objetivos específicos.	5.1 Generar conclusiones y recomendaciones a partir de los resultados obtenidos en la

		implementación de la propuesta.
--	--	---------------------------------

**Tabla 3 Cronograma de Actividades**

Actividad	Semanas																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
1.1	x	x															
1.2		x	x														
1.3			x	x													
2.1				x	x												
2.2				x	x	x											
2.3						x											
2.4							x	x	x	x	x	x					
3.1							x	x	x	x	x	x					
4.1												x	x				
4.2													x	x			
5.1														x	x	x	x

## CAPÍTULO IV. TRABAJO FINAL

### 4.1 Diagnóstico

Como se mencionó en los objetivos específicos, se realizó una actividad diagnóstica con 11 estudiantes de Ingeniería Sanitaria de la Universidad de Antioquia seccional Urabá sede Apartadó, donde se les propuso una serie de ejercicios de simplificación de expresiones numéricas en las cuales se evidenciaron algunos problemas por parte de estos al momento de solucionarlos, ya que no están teniendo en cuenta la jerarquía de algunas operaciones

al momento de realizarlas, como también la mala aplicación de la propiedades de la potenciación con el fin de disminuir el número de operaciones a hacer, es decir, en vez de aplicar las propiedades de la potenciación, desarrollaban los productos y después las divisiones o demás operaciones a realizar. En esta actividad se propuso simplificar las siguientes expresiones:

$$1. \left(\frac{1}{2} \cdot 5^4\right)^2 \cdot (6 \cdot 5^5),$$

$$2. \frac{(2 \cdot 3^2)^3 \cdot (3 \cdot 5^2)^2}{(5^2)^3},$$

$$3. \frac{(3 \cdot 5^3)(2 \cdot 5^2)^2}{(5^4)^3} \cdot (5^3)^0.$$

En esta misma actividad se pudo observar que algunos estudiantes no supieron qué hacer con estas expresiones, como lo evidencia un estudiante al momento de enfrentarse con estas, donde expresa su desconocimiento acerca del tema y escribe “Profe realmente no entiendo nada de esto” (Figura 1).

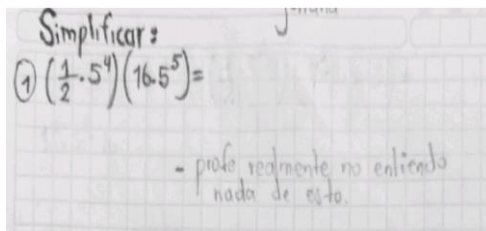


Figura 1

Otro de los errores cometidos comúnmente por los estudiantes se evidencia a continuación (ver Figura 2). Este ocurre al momento de realizar una multiplicación, pues para multiplicar las bases, el exponente debe ser el mismo, y en este caso se observa cómo realizan la multiplicación de las bases y suman exponentes de manera incorrecta.

$$\frac{3 \cdot 5^3 \cdot 2^2 \cdot 5^2 \cdot 3}{5^{13}} = \frac{15^3 \cdot 10^2}{5^{12}}$$

Figura 2

En la Figura 3 se puede observar que no se realiza la suma de los exponentes, sino que son multiplicados, error que también se presenta en algunos de los estudiantes.

$$\frac{(2 \cdot 3)}{5^6} \quad \frac{(3^2 \cdot 5^2)}{5^4} \quad \frac{6^2 \cdot 15^2}{5^4} \quad \frac{6^2 \cdot 15^2}{5^4}$$

Figura 3

Otro error cometido por uno de los estudiantes al momento de efectuar el procedimiento se presenta en la Figura 4, donde decide expresar dos potencias diferentes como una suma y multiplica las potencias.

$$\frac{(2 \cdot 3)^6 (3 \cdot 5)^4}{5^6} = \frac{(2 \cdot 3 + 3 \cdot 5)^{6 \cdot 4}}{5^6}$$

Figura 4

En otros casos el resultado es correcto y se aplicaron algunas propiedades de la potencia, pero no de la manera adecuada, pues si se tuvieran expresiones con exponentes muy grandes, el proceso realizado por el estudiante sería algo ineficiente. En la Figura 5 se observa cómo uno de ellos decide separar en términos semejantes para poder efectuar una cancelación.

$$\frac{(2^2 \cdot 3^3 \cdot 3^3 \cdot 3^3) (3^2 \cdot 5^4 \cdot 5^4)}{5^7 \cdot 5^2 \cdot 5^2} = \frac{(2^2 \cdot 3^3 \cdot 3^3 \cdot 3^3) (3^2)}{5^7}$$

Figura 5

En general varios de los estudiantes presentaron muchas dificultades al enfrentarse con la simplificación de las expresiones propuestas, por lo que el docente se ve obligado a ahondar en las propiedades de la potenciación, así como en propiedades de operaciones

sobre números enteros, de manera que el estudiante cuente con saberes previos que debe tener para el aprendizaje del nuevo conocimiento.

## 4.2 Intervención en el Aula.

Para que los estudiantes puedan tener un mejor desempeño al momento de simplificar las expresiones algebraicas, se hará, como ya se menciona en la propuesta, que ellos generen un algoritmo que les permita seguir un paso-a-paso para simplificar una expresión propuesta, por lo que la intervención está encaminada a la construcción de dicho algoritmo, para esto el profesor muestra a los estudiante lo que es un algoritmo y lo representa con un diagrama de flujo, haciéndoles notar que todos en algún momento de su vida cotidiana ejecutan algoritmos, todo esto mediante la ficha didáctica numero 1 (**Anexos 1**)

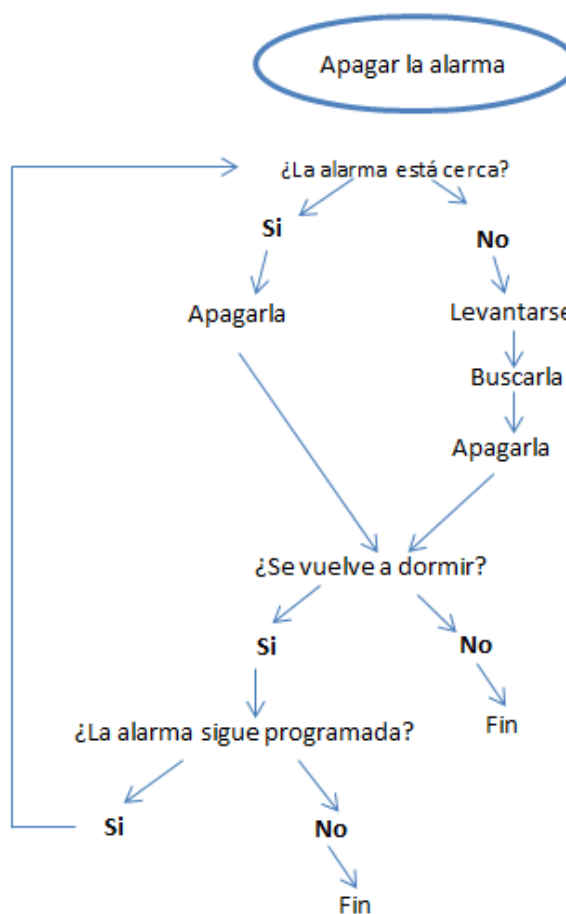


Diagrama de Flujo 1

El ejemplo planteado por el profesor está relacionado con levantarse de la cama en la madrugada con una alarma programada, donde el que lo ejecuta debe seguir una serie de pasos para tal fin (ver Diagrama de Flujo 1 );**Error! No se encuentra el origen de la referencia.**

Para que los estudiantes observen cómo se construye dicho algoritmo, el profesor les pide simplificar nuevamente una expresión algebraica, identificando y resaltando los pasos que va siguiendo en este proceso, de tal manera que puedan distinguir la secuencia que este va siguiendo, es decir, si va a aplicar una de las propiedades de la potencia o el producto, el estudiante deberá decir cuál propiedad está aplicando y en qué momento, esto le permitirá llevar una estructura que le facilitará la construcción del algoritmo o el diagrama de flujo.

La expresión a simplificar propuesta por el profesor en este caso es:

$$\frac{2^{n+1}}{(2^n)^{n-1}} \div \frac{4^{n+1}}{(2^{n-1})^{n+1}}$$

Varios de los estudiantes trataron de aplicar las propiedades de manera más estructurada que en la simplificación propuesta en el diagnóstico, pero tuvieron problemas al momento de indicar cuáles propiedades estaban aplicando y en qué momento, esto se puede observar en la Figura 6, donde el estudiante hace varios procesos al tiempo, pero sin decir qué propiedad aplica.

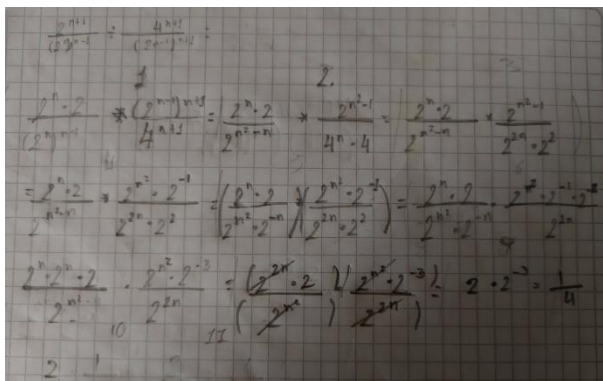


Figura 6

En la Figura 7 podemos ver la forma en que un estudiante aplica las propiedades adecuadamente y cómo va enunciando cada paso hasta el final, donde comente un error, el cual altera su resultado, pues al momento de cancelar los términos, no tiene en cuenta que lo que queda en el numerador es un 1 y no un 2 como debería ser.

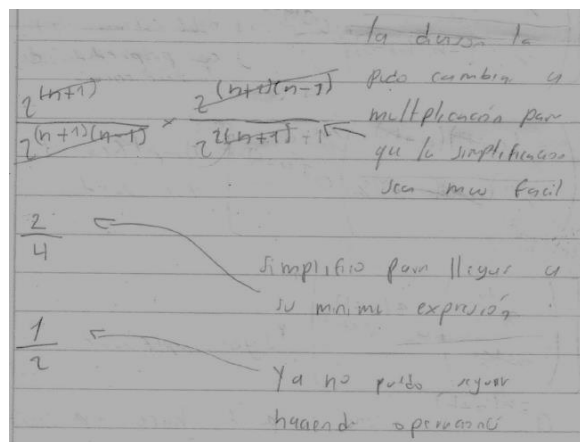


Figura 7

En otros casos se pudo ver que aplicaban mal la propiedad distributiva de la multiplicación al momento de ejecutarla en los exponentes, la cuál era posteriormente corregida por los estudiantes al consultar con uno de sus compañeros; un ejemplo de esto se evidencia al convertir el 4 a una potencia de 2 y operar con el exponente  $n+1$ , donde el estudiante expresaba el siguiente resultado erróneo:

$$4^{n+1} = (2^2)^{n+1} = 2^{2n+1}$$

Esto muestra la importancia de los paréntesis al momento de estar realizando cualquier proceso algebraico, en particular, el de la simplificación de una expresión, pues en esta situación no se habría llegado al resultado correcto y, por el contrario, podría haber complicado las cosas.

Ya en 5 de los 8 estudiantes que presentaron lo pedido, se pudo observar una mejoría con respecto al diagnóstico, esto se debe a que los estudiantes se vieron forzados a ir justificando cada paso o decisión tomada al momento de simplificar, lo que se evidencia en la **¡Error!** o se encuentra el origen de la referencia., donde el resultado y el procedimiento están realizados

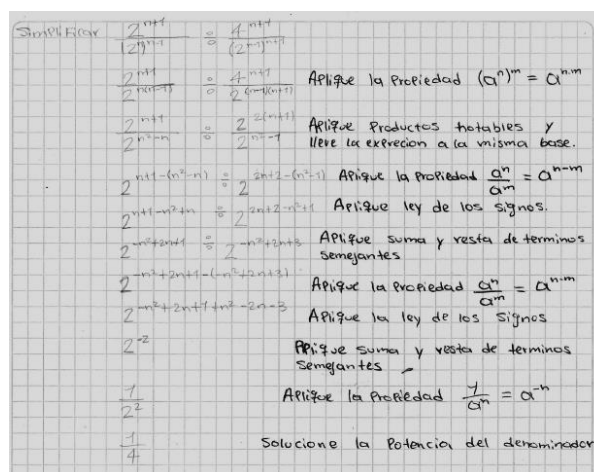


Figura 8

adecuadamente y se puede percibir el orden en cada uno de los pasos.

En el siguiente encuentro con los estudiantes se realizó una capacitación en el uso del programa *Geogebra*<sup>2</sup>, donde se les da a conocer esta potente herramienta que facilita su proceso de aprendizaje en áreas relacionadas con las matemáticas como Álgebra, Álgebra lineal, Trigonometría, Cálculo, y siendo de fácil acceso, pues su lenguaje de programación es de alto nivel, lo que quiere decir que no se debe saber palabras complicadas o términos extraños para poder transmitirle al software que ejecute alguna tarea específica, además de su simplicidad en el código. El programa puede ser descargado en un computador o en el celular como aplicación, donde ofrece 5 diferentes aplicaciones:

- Geogebra Graficadora la cual permite visualizar gráficas en 2 dimensiones.
- Geogebra Graficadora 3D que permite, como su nombre lo indica, ver gráficas en 3 dimensiones.
- Geogebra Geometría.
- Geogebra Calculadora científica.
- Calculadora CAS.

Esta última trabaja todas las expresiones de manera simbólica. En esta situación el profesor usa la *Calculadora CAS*, le muestra a sus estudiantes cómo es la interfaz y algunas de las herramientas con las que cuenta dicha aplicación, entre ellas el comando *simplifica*, el cual permite simplificar cualquier tipo de expresión algebraica, esto con el objetivo de poder corroborar si el proceso que está aplicando al momento de simplificar una expresión obtiene un resultado similar al dado por el programa.

El profesor muestra cómo introducir el comando y la expresión de manera que se pueda ejecutar adecuadamente (ver Figura 9).

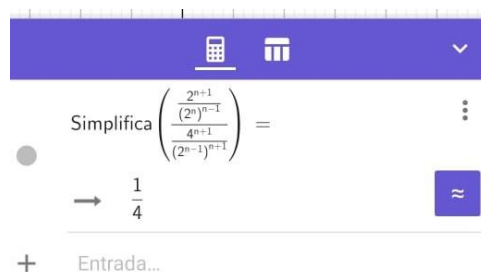


Figura 9

Con esto los estudiantes pueden dar un uso adecuado a su móvil en la sesión de estudio y además profundizar en el uso apropiado de los paréntesis en cualquier expresión, ya que

en caso de no hacerlo, puede llevar a errores en la respuesta o en la ejecución del algoritmo del programa.

Después de esto el docente pide a sus estudiantes simplificar una nueva expresión algebraica, pero en este caso cada una de sus componentes son netamente variables, lo cual causa bastantes dificultades, pues ya que el estudiante no cuenta con un número el cual puede operar, por lo que tendrá que usar exclusivamente las propiedades de la potenciación para poder simplificarla. En este ejercicio se les pide nuevamente hacer el paso-a-paso y enunciar a un lado cada una de las propiedades aplicadas.

Con este ejercicio se presentaron varias dificultades, pues como ya se mencionó, no hay números que operar, lo que lleva a algunos estudiantes a no saber siquiera qué hacer en este caso.

Por ejemplo el caso de este estudiante, que al enfrentar la expresión no entiende el proceso y decide dejarlo incompleto (ver Figura 10). Aún persisten algunos errores en aquellos que no escriben el paso-a-paso, sino que enfrentan la expresión sin tener en cuenta una secuencia de pasos e intentan simplificar la expresión como se muestra a continuación, quien desaparece la  $n$  del exponente y en adelante no sabe qué más hacer (ver Figura 11).

Handwritten student work for Figure 10. The expression is  $\left[ \frac{\sqrt{x^2 - b^2}}{\sqrt{x^2 - ab^2}} \right]^{\frac{1}{a}} a^3(a+b)^n$ . The student has written  $a^2 = b^2$  and  $(a+b)(a-b)$  to the right. The expression is partially simplified to  $\left[ \frac{x^2 - b^2}{(x^2 - ab^2)^{\frac{1}{2}}} \right]^{\frac{1}{a}} a^3(a+b)^n$ .

Figura 10

Handwritten student work for Figure 11. The expression is  $\left[ \frac{\sqrt{x^2 - b^2}}{\sqrt{x^2 - ab^2}} \right]^{\frac{1}{a}} a^3(a+b)^n$ . The student has written  $(a-b)(a+b)$  and  $a^2 = b^2$  to the right. The expression is partially simplified to  $\left[ \frac{(x-b)(x+b)}{(x^2 - ab^2)^{\frac{1}{2}}} \right]^{\frac{1}{a}} a^3(a+b)^n$ .

Figura 11

Como ya se había mencionado anteriormente, los estudiantes al verse enfrentados a tener que escribir el paso-a-paso estructuran muy bien su pensamiento antes de ejecutar el procedimiento a seguir, esto les ayuda a realizar la simplificación de una manera adecuada, obteniendo el resultado esperado (ver Figura 12).

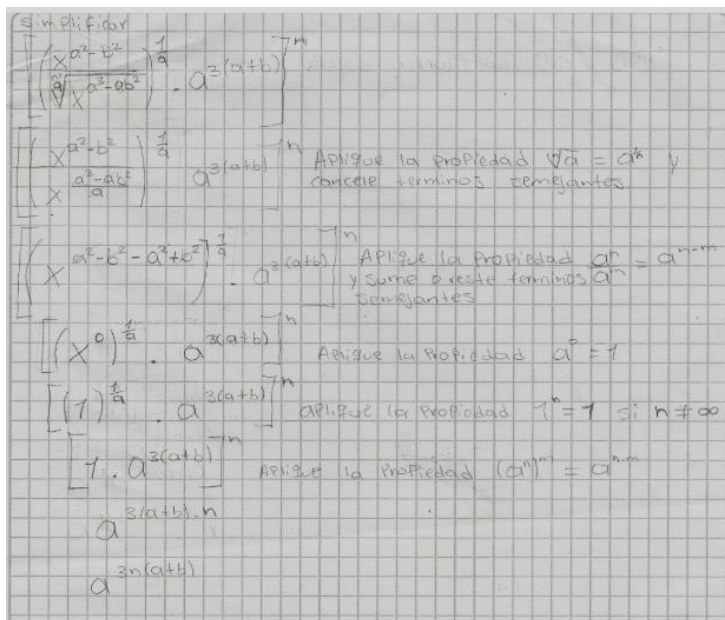


Figura 12

Los estudiantes corroboran su respuesta con la herramienta *simplifica* de *Geogebra* (ver Figura 13), donde algunos ya se dan cuenta que el estar realizando el paso-a-paso de cada una las simplificaciones trae consigo buenos resultados, ya que, tanto su respuesta, como la respuesta del programa, son equivalentes al obtener una de la otra aplicando algunas propiedades básicas.

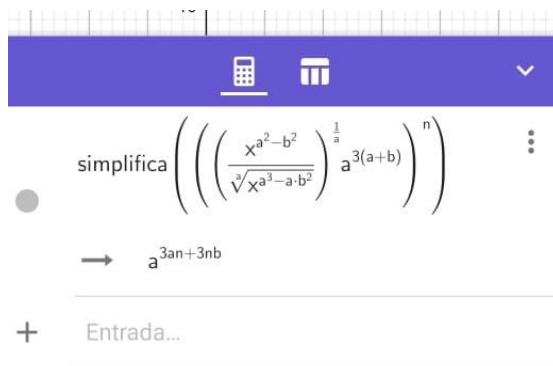


Figura 13

### 4.3 Evaluación

Para la evaluación se le pidió a los estudiantes realizar un diagrama de flujo de manera que explicarán su proceder ante una expresión algebraica si se pretende simplificar. Este proceso fue bastante complicado de llevar a cabo, pues todos los estudiantes que

participaron del proceso de enseñanza-aprendizaje eran voluntarios, por lo que al momento de realizar esta actividad se encontraban en sus responsabilidades de final de semestre, obteniendo así el resultado de dos de los participantes.

A continuación, se muestran los resultados de cada uno de los diagramas (ver Figura 14).

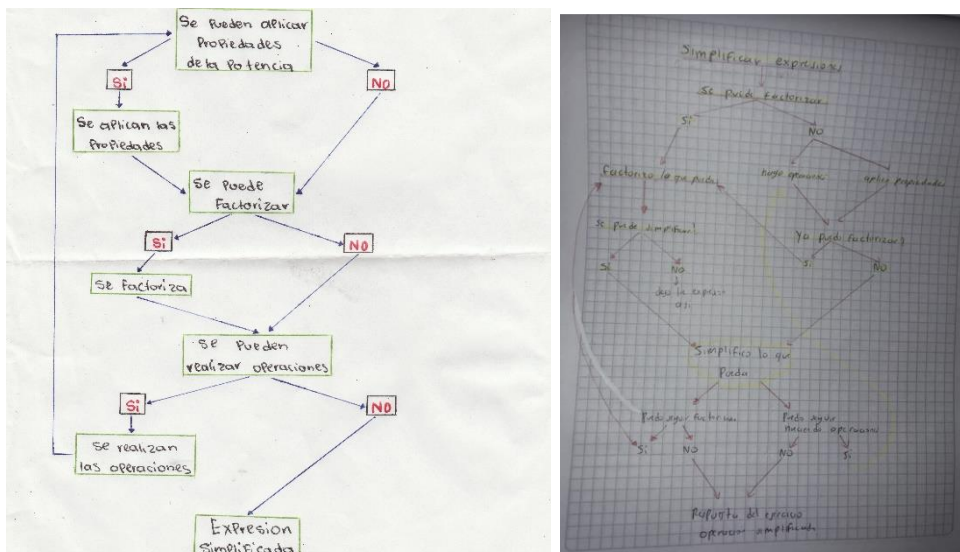


Figura 14

Aunque no todos entregaron su diagrama de flujo, sí se vio una mejoría en el grupo de estudio, pues al enfrentarse con la simplificación de expresiones, ya lo hacían de una manera más estructurada siguiendo una secuencia de pasos. Lo que al final de semestre se reflejó, ya que muchos de los estudiantes que fueron voluntarios, aprobaron el curso de Algebra y Trigonometría, asignatura de la cual hace parte este tema.

En este último paso se reconoce la importancia de contar con un grupo sólido de estudio, pues para el desarrollo de este trabajo se contó con el acompañamiento de estudiantes voluntarios, los cuales en algunos casos faltaron a la sesión acarreado la pérdida de continuidad en su proceso.

# CAPÍTULO V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES


## 5.1 Conclusiones


- El tiempo de estudio de ciertos temas específicos dados en la universidad es muy poco para poder ahondar en ellos, como se pudo ver en el proyecto, se requiere de más tiempo para que el estudiante pueda asimilar algunas de las temáticas tratadas.
- Se hace evidente el bajo nivel de manipulación de expresiones algebraicas con el que cuentan los estudiantes al momento de egresar de la educación básica y media, lugar donde se supone debieron haber estudiado este tema.
- La elaboración de un algoritmo (paso-a-paso) es una herramienta de aprendizaje que contribuye a los estudiantes al momento de tener que hacer procesos iterativos, como lo es la simplificación o manipulación de una expresión algebraica donde se encuentren inmersas las propiedades de la potenciación.
- El aprovechamiento de las herramientas tecnológicas en clase es de gran utilidad, pues no solo les muestra a los estudiantes las ventajas de usar dichos instrumentos, sino que permite al profesor poder usarlos para llevar la clase con diferentes enfoques de acuerdo a las circunstancias, y así poder hacerlas más amenas.
- La elaboración de algoritmos y diagramas de flujo permite a los estudiantes tener un pensamiento más estructurado, lo que le será de gran utilidad a la hora de enfrentarse con diferentes tipos de problemas tanto matemáticos como de otras áreas del conocimiento.
- El no contar con un grupo sólido de estudio donde los estudiantes son voluntarios lleva consigo varios inconvenientes pues, se debe contar con un tiempo en donde la mayoría pueda estar en la sesión de estudio, así como la falta de algunos de ellos a algunas sesiones hace que el proceso pierda continuidad, pudiendo alterar así algunos de los datos tomados durante la aplicación de la propuesta.
- Se evidencia la importancia de la aplicación del principio del conocimiento previo, ya que, un buen diagnóstico permite al docente identificar con que conocimientos cuentan los estudiantes a la hora de enfrentarse al nuevo contenido.


## 5.2 Recomendaciones


- Contar con un grupo sólido de estudio, es decir un grupo donde la propuesta se pueda desarrollar de manera constante, sin perder continuidad en el proceso.
- Aplicar este tipo de propuestas a nivel de educación básica y media para que el estudiante cuando egrese no presente problemas, como el estudiado en este trabajo y pueda llegar con bases sólidas al nivel universitario.
- Dar uso de las herramientas tecnológicas a disposición en los diferentes momentos de la clase de matemáticas, con el objeto de mostrar las ventajas que estas pueden tener en el proceso de enseñanza-aprendizaje, respecto a la clase magistral tradicional.
- Profundizar en la enseñanza de la correcta aplicación de las diferentes propiedades algebraicas de la potenciación, permite que el estudiante tenga un mejor desempeño en diferentes asignaturas de su programa académico.

## A. Anexo: Fichas Didácticas.

 <p>UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA 1802</p>	<b>Universidad de Antioquia</b> <b>Facultad de Ingeniería</b> <b>Seccional Urabá</b>		
<b>Asignatura</b>	<b>Profesor:</b>	<b>Tiempo:</b>	<b>Diagnóstico</b>
Álgebra y Trigonometría.	Luis Carlos Aristizábal	2 horas	Único
<b>Tema:</b> Diagnóstico sobre el concepto y propiedades de la potenciación.			
<b>Intención Didáctica:</b> identificar debilidades y fortalezas en el dominio del concepto y propiedades de la potenciación.			
<b>Actividad:</b> 1) Simplificar las siguientes expresiones utilizando adecuadamente las propiedades de la potenciación:  (a) $\left(\frac{1}{2} \cdot 5^4\right)^2 \cdot (6 \cdot 5^5)$ .  (b) $\frac{(2 \cdot 3^2)^3 \cdot (3 \cdot 5^2)^2}{(5^2)^3}$ .  (c) $\frac{(3 \cdot 5^3)(2 \cdot 5^2)^2}{(5^4)^3} \cdot (5^3)^0$ .			

 <p>UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA 1803</p>	<b>Universidad de Antioquia</b> <b>Facultad de Ingeniería</b> <b>Seccional Urabá</b>		
<b>Asignatura</b>	<b>Profesor:</b>	<b>Tiempo:</b>	<b>Guía No</b>
Álgebra y Trigonometría	Luis Carlos Aristizábal	4 horas	1
<b>Tema:</b> Algoritmos en la simplificación de expresiones.			
<b>Intención Didáctica:</b> que el alumno comprenda de manera significativa el concepto de algoritmo y pueda desarrollar la simplificación de una expresión algebraica resaltando algunos de los pasos más relevantes en este proceso.			
<b>Actividad:</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Suponiendo que a cierta hora de la mañana suena la alarma para levantarse, haz una descripción del paso a paso, con el objetivo final de levantarte de la cama después de dicho momento, teniendo en cuenta que debes desactivar la alarma.</li> <li>2) Señala cuáles de esos pasos no se podrían haber ejecutado sin haber realizado uno previo. Por ejemplo: no se puede apagar la alarma si esta no ha sonado.</li> <li>3) Realiza ahora un diagrama de flujo del proceso anterior señalando con flechas los pasos que dependen de un paso anterior.</li> <li>4) Simplifica la siguiente expresión:           <math display="block">\frac{2^{n+1}}{(2^n)^{n-1}} \div \frac{4^{n+1}}{(2^{n-1})^{n+1}}</math> </li> <li>5) Identifica y enumera los pasos que has aplicado en la simplificación. ¿Puedes notar si hay una secuencia que se sigue al momento de simplificar la expresión?</li> </ol>			

 <p>UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA 1803</p>	<b>Universidad de Antioquia</b> <b>Facultad de Ingeniería</b> <b>Seccional Urabá</b>		
<b>Asignatura</b>	<b>Profesor:</b>	<b>Tiempo:</b>	<b>Guía No</b>
Álgebra y Trigonometría	Luis Carlos Aristizábal	3 horas	2
<b>Tema:</b> Reconocimiento de <i>Geogebra</i> y su uso en la simplificación de expresiones.			
<b>Intención Didáctica:</b> reconocimiento del software <i>Geogebra</i> como una herramienta útil al momento de realizar simplificación de expresiones, además de los usos que ya son reconocidos, como el de graficar funciones.			
<b>Actividad:</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Simplifique la siguiente expresión haciendo uso de cada una de las propiedades de la potenciación y enunciando en cada paso la propiedad usada:             <math display="block">\left[ \left( \frac{x^{a^2-b^2}}{\sqrt[a]{x^{a^3-ab^2}}} \right)^{1/a} a^{3(a+b)} \right]^n.</math> </li> <li>2) Reúnase con el compañero o compañera asignado por el profesor y revise el procedimiento realizado por usted haciendo una comparación entre su resultado y el de su compañero. Escriba en una columna aparte las observaciones realizadas entre los dos.</li> <li>3) Forme un grupo de 4 integrantes, conservando su pareja, y realice una comparación de los procedimientos desarrollados por sus compañeros, y escriba los aportes que pueda dar cada uno de ellos en la solución del ejercicio.</li> <li>4) Finalmente, simplifique la expresión en <i>Geogebra</i> haciendo uso del comando “simplifica”, y compare el resultado de su grupo con el arrojado por el software.</li> </ol>			

 <p>UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA 1902</p>	<b>Universidad de Antioquia</b> <b>Facultad de Ingeniería</b> <b>Seccional Urabá</b>		
<b>Asignatura</b>	<b>Profesor:</b>	<b>Tiempo:</b>	<b>Evaluación</b>
Álgebra y Trigonometría.	Luis Carlos Aristizábal	4 horas	Único
<b>Tema:</b> Evaluación de resultados de la intervención realizada en el aula.			
<b>Intención Didáctica:</b> identificar el nivel de efectividad de la propuesta aplicada.			
<b>Actividad:</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Realice un diagrama de flujo que le permita simplificar expresiones algebraicas donde pueda identificar y aplicar adecuadamente las diferentes propiedades de la potenciación.</li> <li>2) Presentar el diagrama de flujo a los demás compañeros de manera que puedan aportar al mejoramiento de este.</li> <li>3) Intercambia tu diagrama de flujo con otro compañero.</li> <li>4) Simplifica la expresión algebraica asignada por el profesor haciendo uso del diagrama de flujo de tu compañero.</li> <li>5) Teniendo en cuenta el procedimiento del punto anterior responde: ¿Qué tan útil fue el diagrama de flujo de tu compañero? ¿Qué diferencias encuentras entre el diagrama de flujo de tu compañero y el que tú construiste? ¿Qué mejoras le propondrías a tu compañero sobre su diagrama de flujo?</li> <li>6) Compara tu resultado con el dado por software <i>Geogebra</i> haciendo uso del comando “simplifica”.</li> </ol>			

## Referencias

- Ausubel, D. P. (1963). The psychology of meaningful verbal learning. *Grune & Stratton*, 685p.
- Bausela Herreras, E. (2004). La docencia a través de la investigación-acción. *Revista Iberoamericana De Educación*, 35(1), 1-9.
- Buritica Trujillo, B. (2009). *Algebra y Trigonometría*. Medellín: Universidad de Antioquia.
- Cabanzo Hernandez, E. R. (2017). Las Matemáticas Y Su Influencia En La Deserción Universitaria.
- Cámara de Comercio de Urabá. (Enero de 2017). *Informe Socioeconómico 2016*. Obtenido de <http://ccuraba.org.co/site/wp-content/uploads/2017/03/INFORME-SOCIOECONOMICO-2016.pdf>
- Cerdan , F. (2010). Las Igualdades Incorrectas Producidas en el Proceso de Traducción Algebraico: Un Catalogo de Errores. *PNA*, 4(3), 99-110.
- Collis, K. F. (1982). La Matemática Escolar y Los Estadios De Desarrollo. *Journal for the Study of Education and Development, Infancia y Aprendizaje*(19-20), 39-74.
- Congreso Nacional de la Republica de Colombia. (8 de Febrero de 1994). Ley General de Educaión. (*Ley 115 de 1994*). Obtenido de [https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-85906\\_archivo\\_pdf.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf)
- Constitución Política de Colombia[Const.]. (1991).
- El Congreso de Colombia. (28 de Diciembre de 1992). Por la cual se organiza el servicio público de la Educación Superior. *Ley 30 de 1992*.
- Elliott, J. (1993). *El cambio educativo desde la investigación-acción*. Madrid: Morata.
- Gavilán Bouzas, P. (2011). Dificultades en el paso de la aritmética al álgebra escolar: ¿puede ayudar el Aprendizaje Cooperativo? *Investigación en la Escuela*, 109-114.
- GeoGebra (Versión 6.0.518.0) [software de geometría dinámica] Markus Hohenwarter. (s.f.)*. Obtenido de <https://www.geogebra.org/>
- Giancoli, D. (2006). *Física Principio Con Aplicaciones* (Sexta ed., Vol. 1). México: Pearson Education.
- Giménez Esteban, C. (2016). Geogebra ¿Un Juguete Para El Profesorado o Una Herramienta Para Su Alumnado? *Uno Revista De La Didactica De Las Matemáticas*, 26-32. Obtenido de [http://carlosgimenez.info/documents/article\\_UNO71.pdf](http://carlosgimenez.info/documents/article_UNO71.pdf)
- Iglesias Domecq, N., & Alonso Berenguer, I. (2017). Estudio Exploratorio Sobre la Importancia de la Matemática Para la Carrera de Ingeniería Civil en la Universidad de Oriente. *Revista*

- Electrónica Formación y Calidad Educativa (REFCaE)*, 5, 45-62. Obtenido de <http://www.refcale.ulead.edu.ec/index.php/refcale/article/view/1325>
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES). (2017). *Informe Nacional de Resultados Colombia en PISA 2015*. Obtenido de <https://www.icfes.gov.co/documents/20143/237304/Informe%20nacional%20pisa-2015.pdf>
- Martinez Garcia, C., & M. Carmen, P. (2006). Proceso De Simbolización Del Concepto De Potencia: Análisis De Libros De Texto De Secundaria. *Enseñanza De Las Ciencias*(24(2)), 285-298.
- Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje*. Obtenido de [http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA\\_Matem%C3%A1ticas.pdf](http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares Matemáticas*. Obtenido de [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estandares Básico De Competencias En Matemáticas. Obtenido de [https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)
- Morales Peral, L., & Díaz Gómez, J. L. (2003). Concepto de Variable:Dificultades de Uso a Nivel Universitario. *Mosaicos Matemáticos*, 109-114.
- Moreira, M. A. (2005). Aprendizaje Significativo Crítico. *Indivisa.Boletín de Estudios e Investigación*, (6), 83-102.
- OCDE. (2016). *PISA 2015 Resultados Clave*. Obtenido de <https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus-ESP.pdf>
- Pochulu, M. D. (2009). Análisis y Categorización de Errores en el Aprendizaje de las Matemáticas en Alumnos que Ingresan a la Universidad. *Revista Iberoamericana de Educación*, 1-15.
- Rendon, S., & Hoyos, O. (2016). La Ausencia de Dominio Conceptual de las Propiedades de Algebraicas de la Potenciación, Evidenciada en la Notación Matemática. Medellín.
- Ruíz, M., Villa-Ochoa, J., & Ávila, P. (2013). Uso De Geogebra Como Herramienta Didáctica Dentro Del Aula De Matemáticas. *Desarrollo y Uso Didáctico de Geogebra. Conferencia Latinoamericana 2015 y XVII Encuentro Departamental de matemáticas.*, 446-454. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/2187/1/ruizavilavillaochoa.pdf>
- Santafé, O. I., & Triana, J. A. (2009). Variable: Una Construcción Desde La Dialéctica Entre El Lenguaje Natural y El Lenguaje Simbólico. *Comunicación Presentada en 10° Encuentro De Matemática Educativa*. Pasto, Colombia.

Socas, M. (2007). Dificultades y Errores En El Aprendizaje De Las Matemáticas. Análisis Desde El Enfoque Logico Semiótico. *Investigación En Educación Matemática XI*, 19-52.

Universidad de Antioquia. (2014). *UdeA*. Obtenido de <http://www.udea.edu.co/wps/portal/udea/web/inicio/institucional/quienes-somos/contenido/asmenulateral/principios-valores/!ut/p/z1/xVTBjtowEP2V9pBjsEMSYvcWUVZbCoVqSSG5rIxxElexHWwH-vl1WrUSiIWtVqi-2GO9eTN-Mx5QgA0oJDnwiliuJGmcnRejZ4THwyCN4Gzx-IBgOopSHOJF8DRLw>

Universidad de Antioquia. (2019). *UdeA Seccional Urabá*. Obtenido de [http://www.udea.edu.co/wps/portal/udea/web/inicio/udea-regiones/uraba/contenido/asmenulateral/seccionaluraba/!ut/p/z1/vVTRkpowFP0VfeARc wEJ2DcWra1VEVe6kJedgBHpAGEhaqdf37Db2RkdV7eztTwAyZxzbjiHexFBISII3WcpFRkvaS7 XEcGPc98caboL07HnY\\_Dt4XJpeFgf6Dp6eAbYA1fXnD5M4](http://www.udea.edu.co/wps/portal/udea/web/inicio/udea-regiones/uraba/contenido/asmenulateral/seccionaluraba/!ut/p/z1/vVTRkpowFP0VfeARc wEJ2DcWra1VEVe6kJedgBHpAGEhaqdf37Db2RkdV7eztTwAyZxzbjiHexFBISII3WcpFRkvaS7 XEcGPc98caboL07HnY_Dt4XJpeFgf6Dp6eAbYA1fXnD5M4)

Vega-Castro, Danellys; Molina, Marta; Castro, Encarnación;. (2012). Estudio Exploratorio Sobre el Sentido Estructural en Tareas de Simplificación de Expresiones Algebraicas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 15(2), 233-258.