



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

Un estudio didáctico sobre el abordaje del pensamiento métrico en los textos de matemáticas de los grados 10° y 11° en Colombia

Manuel Fernando Correa Jaramillo

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Manizales, Colombia

2026

Un estudio didáctico sobre el abordaje del pensamiento métrico en los textos de matemáticas de los grados 10° y 11° en Colombia

Manuel Fernando Correa Jaramillo

Trabajo de grado como requisito parcial para optar al título de:
Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director:

PhD Jaider Albeiro Figueroa Flórez

Línea de profundización:

Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Manizales, Colombia

2026

A Dios, fuente de toda sabiduría y fortaleza, por sostenerme en cada momento de este camino, iluminar mis decisiones y dar sentido a cada esfuerzo realizado.

A mis padres, por su amor incondicional, sus sacrificios silenciosos y el ejemplo de dignidad y perseverancia que han guiado mi vida. Este logro es también fruto de su empeño y confianza en mí.

A mi esposa, compañera fiel en cada etapa de este proceso, por su paciencia, apoyo constante y comprensión en los días de ausencia y cansancio. Su amor y compañía han sido el impulso que me ha permitido llegar hasta aquí.

Declaración de obra original

Yo declaro lo siguiente:

He leído el Acuerdo 035 de 2003 del Consejo Académico de la Universidad Nacional. «Reglamento sobre propiedad intelectual» y la Normatividad Nacional relacionada al respeto de los derechos de autor. Esta disertación representa mi trabajo original, excepto donde he reconocido las ideas, las palabras, o materiales de otros autores.

Cuando se han presentado ideas o palabras de otros autores en esta disertación, he realizado su respectivo reconocimiento aplicando correctamente los esquemas de citas y referencias bibliográficas en el estilo requerido.

He obtenido el permiso del autor o editor para incluir cualquier material con derechos de autor (por ejemplo, tablas, figuras, instrumentos de encuesta o grandes porciones de texto).

Por último, he sometido esta disertación a la herramienta de integridad académica, definida por la universidad.

Nombre

Fecha DD/MM/AAAA

Fecha

Agradecimientos

A Dios, por su infinita misericordia, por ser guía y refugio en cada momento de duda y cansancio, y por concederme la fortaleza espiritual e intelectual necesaria para culminar este camino académico.

A mi madre, Gloria Inés Jaramillo Restrepo, por su amor incondicional, sus consejos llenos de sabiduría y su ejemplo de entrega y esfuerzo, que han sido inspiración permanente en mi formación personal y profesional.

A mi padre, Guillermo León Correa Tabares, por enseñarme el valor del trabajo honesto, la responsabilidad y la perseverancia, y por creer siempre en mis capacidades aun cuando el camino se tornaba difícil.

A mi esposa, Lyceth Dayana Flórez López, por su compañía amorosa, su paciencia en los momentos de ausencia, su apoyo inquebrantable y su confianza en este proyecto, que se convirtieron en motor fundamental para no desfallecer.

Al profesor Jaider Albeiro Figueroa Flórez, director de este trabajo de maestría, por su orientación rigurosa y cercana, por sus aportes académicos y humanos, y por acompañar con compromiso cada etapa del proceso investigativo, contribuyendo de manera decisiva a la consolidación de este trabajo.

Resumen

Un estudio didáctico sobre el abordaje del pensamiento métrico en los textos de matemáticas de los grados 11° en Colombia

Este trabajo analiza la coherencia didáctica y curricular con la que se promueve el pensamiento métrico en los libros de texto de matemáticas de grados décimo y undécimos más usados en Colombia, pertenecientes a las editoriales SM, Santillana, Norma, Educar y Libros & Libros. La investigación se enmarca en un enfoque mixto de carácter descriptivo y analítico basado en un análisis de contenido de los ejercicios de taller que abordan magnitudes de longitud, área, volumen y ángulo. Para ello, se construyó y aplicó una matriz de valoración que articula tres referentes: los *Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas* del Ministerio de Educación Nacional (MEN) (2006), la caracterización de procesos de pensamiento métrico propuesta por Figueroa Flórez (2025) y trayectorias internacionales sobre medición (Clements y Sarama, 2009; Smith y Barrett, 2017; Lehrer y Schauble, 2023 entre otros). El corpus se conformó mediante un muestreo intencional de los textos y la selección de ejercicios que implican medición, estimación, comparación, selección de unidades y uso de fórmulas en contextos geométricos y aplicados. Los resultados evidencian que, aunque los libros de texto presentan un número significativo de actividades relacionadas con la medida, predomina el cálculo numérico y la aplicación rutinaria de fórmulas sobre la estimación, la conservación de magnitudes, la comprensión de las unidades y la reflexión crítica sobre el uso social de la medición. Se identifican niveles de coherencia desiguales entre editoriales y magnitudes: la longitud y el área muestran una mayor alineación con los referentes, mientras que el volumen y, especialmente, la medida angular presenta vacíos conceptuales y escasa articulación con procesos de visualización y modelación. En conjunto, los hallazgos confirman tensiones entre lo prescrito en los documentos curriculares y las investigaciones especializadas, y lo que efectivamente se propone en los textos escolares, lo que lleva a recomendar el fortalecimiento de tareas que integren estimación, contextos auténticos, justificación de

resultados y vínculos interdisciplinarios para favorecer un desarrollo más integral del pensamiento métrico en la educación media colombiana.

Palabras clave: Pensamiento métrico, Pensamiento matemático, Análisis de libros de textos, Medición, Coherencia didáctica, Estándares básicos de competencias.

Abstract

An educational study on the approach to metric thinking in 11th grade mathematics textbooks in Colombia

This study analyzes the didactic and curricular coherence with which metric thinking is promoted in the most widely used tenth and eleventh grade mathematics textbooks in Colombia, published by SM, Santillana, Norma, Educar, and Libros & Libros. The research is framed within a mixed descriptive and analytical approach based on a content analysis of workshop exercises that address magnitudes of length, area, volume, and angle. To this end, an assessment matrix was constructed and applied that articulates three references: the Basic Standards for Mathematics Competencies of the Ministry of National Education (MEN) (2006), the characterization of metric thinking processes proposed by Figueroa Flórez (2025), and international trajectories on measurement (Clements and Sarama, 2009; Smith and Barrett, 2017; Lehrer and Schauble, 2023, among others). The corpus was compiled through purposive sampling of the textbooks and the selection of exercises involving measurement, estimation, comparison, unit selection, and the use of formulas in geometric and applied contexts. The results show that, although textbooks present a significant number of activities related to measurement, numerical calculation and the routine application of formulas predominate over estimation, conservation of magnitudes, understanding of units, and critical reflection on the social use of measurement. Uneven levels of coherence are identified between publishers and magnitudes: length and area show greater alignment with the relevant concepts, while volume and, especially, angular measurement present conceptual gaps and little connection to visualization and modeling processes. Overall, the findings confirm tensions between what is prescribed in curriculum documents and specialized research, and what is proposed in textbooks. This leads to a recommendation to strengthen tasks that integrate estimation, authentic contexts, justification of results, and interdisciplinary links to foster a more comprehensive development of metric thinking in Colombian secondary education.

Keywords: Metric thinking, Mathematical thinking, Textbook analysis, Measurement, Didactic coherence, Basic competency standards.

Contenido

	Pág.
Resumen	IX
Lista de figuras	XV
Lista de tablas	XVII
Introducción	1
Capítulo 1 Horizonte del trabajo	5
1.1 Descripción y planteamiento del problema	5
1.2 Justificación.....	8
1.3 Objetivos	11
1.3.1 Objetivo general.....	11
1.3.2 Objetivos específicos.....	11
Capítulo 2 Antecedentes y marco teórico	13
2.1 Antecedentes	13
2.1.1 Antecedentes internacionales	13
2.1.2 Antecedentes nacionales	16
2.2 Marco teórico	19
2.2.1 Pensamiento métrico (PM)	19
2.2.2 Magnitud medida y sistemas de medidas	20
2.2.3 Procesos del pensamiento métrico	21
2.2.4 Estándares curriculares y educación media.....	22
2.2.5 Análisis didáctico de los libros de texto	22
2.3 Marco conceptual	23
Capítulo 3 Metodología	25
3.1 Enfoque y tipo de estudio	25
3.2 Población y muestra.....	25
3.2.1 Población.....	25
3.2.2 Muestra	25
3.3 Unidades de análisis	27
3.4 Etapas metodológicas	28
3.5 Instrumento de análisis	30
3.5.1 Criterio 1: Coherencia con los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006)	32
3.5.2 Criterio 2: Coherencia con investigaciones nacionales (Figuroa Flórez, 2025)	36
3.5.3 Criterio 3: Coherencia con investigaciones internacionales	43

3.6	Fiabilidad y validez.....	63
3.6.1	Validez conceptual	63
3.6.2	Consideraciones éticas	63
Capítulo 4	Resultados	65
4.1	Resultados respecto a los estándares nacionales.....	65
4.2	Resultados respecto a las investigaciones nacionales Figueroa Flórez (2025) .	68
4.3	Resultados respecto a las investigaciones internacionales	71
4.3.1	Resultados sobre la distribución de ejercicios por magnitud trabajada	71
4.3.2	Resultados respecto a las investigaciones internacionales (longitud).....	73
4.3.3	Resultados respecto a las investigaciones internacionales (área)	76
4.3.4	Resultados respecto a las investigaciones internacionales (volumen).....	79
4.3.5	Resultados respecto a las investigaciones internacionales (ángulo).....	82
5.	Conclusiones y recomendaciones	85
5.1	Conclusiones	85
5.2	Recomendaciones	87
Bibliografía	89

Lista de figuras

	Pág.
Figura 3-1 <i>Ejemplo del libro Matemáticas 10 SM, ejercicio 1</i>	34
Figura 3-2 <i>Ejemplo del libro Matemáticas 10 SM, ejercicio 3</i>	34
Figura 3-3 <i>Ejemplo del libro Matemáticas 10 SM, ejercicio 6</i>	35
Figura 3-4 <i>Ejemplo del libro Los caminos del saber. Matemáticas 11, ejercicio 158</i>	36
Figura 3-5 <i>Ejemplo del libro Matemáticas 10 SM, ejercicio 2</i>	39
Figura 3-6 <i>Ejemplo del libro Matemáticas 10 SM, ejercicio 4</i>	40
Figura 3-7 <i>Ejemplo del libro Matemáticas 10 SM, ejercicio 6</i>	41
Figura 3-8 <i>Ejemplo del libro Los caminos del saber. Matemáticas 10, ejercicio 29</i>	42
Figura 3-9 <i>Ejemplo del libro Matemáticas 10 SM, ejercicio 8</i>	45
Figura 3-10 <i>Ejemplo del libro Enlace matemáticas 10, ejercicios 105, 106 y 107</i>	46
Figura 3-11 <i>Ejemplo del libro Matemáticas 10 SM, ejercicio 1</i>	47
Figura 3-12 <i>Ejemplo del libro Los caminos del saber. Matemáticas 10, ejercicio 275</i>	48
Figura 3-13 <i>Ejemplo del libro Los caminos del saber. Matemáticas 10, ejercicio 51</i>	51
Figura 3-14 <i>Ejemplo del libro Matemáticas 11 SM, ejercicio 12</i>	52
Figura 3-15 <i>Ejemplo del libro Matemáticas 11 SM, ejercicio 9</i>	53
Figura 3-16 <i>Ejemplo del libro Enlace matemáticas 11, ejercicio 199</i>	56
Figura 3-17 <i>Ejemplo del libro Los caminos del saber. Matemáticas 11, ejercicio 176</i>	57
Figura 3-18 <i>Ejemplo del libro Matemáticas 11 SM, ejercicio 3</i>	58
Figura 3-19 <i>Ejemplo del libro Matemáticas 10 SM, ejercicio 5</i>	60
Figura 3-20 <i>Ejemplo del libro Matemáticas 10 SM, ejercicio 3</i>	61
Figura 3-21 <i>Ejemplo del libro Los caminos del saber. Matemáticas 10, ejercicio 16</i>	62
Figura 3-22 <i>Ejemplo del libro Los caminos del saber. Matemáticas 10, ejercicio 29</i>	62
Figura 4-1 <i>Niveles de coherencia con los Estándares Básicos de Competencias del MEN en los libros de texto de matemáticas de 10.º y 11.º</i>	66
Figura 4-2 <i>Niveles de coherencia con las investigaciones nacionales en los libros de texto de matemáticas de 10.º y 11.º</i>	68

Figura 4-3 <i>Porcentaje de ejercicios de longitud, área, volumen y ángulo en los libros de texto de matemáticas de 10.º y 11.º</i>	71
Figura 4-4 <i>Niveles de coherencia con las investigaciones internacionales en los ejercicios de longitud de los libros de texto de matemáticas de 10.º y 11.º</i>	74
Figura 4-5 <i>Niveles de coherencia con las investigaciones internacionales en los ejercicios de área de los libros de texto de matemáticas de 10.º y 11.º</i>	77
Figura 4-6 <i>Niveles de coherencia con las investigaciones internacionales en los ejercicios de volumen de los libros de texto de matemáticas de 10.º y 11.º</i>	80
Figura 4-7 <i>Niveles de coherencia con las investigaciones internacionales en los ejercicios de ángulo de los libros de texto de matemáticas de 10.º y 11.º</i>	82

Lista de tablas

	Pág.
Tabla 3-1 <i>Matriz de análisis</i>	31
Tabla 3-2 <i>Descripción de los Estándares Básicos de Competencia del MEN (2006) asociados al pensamiento métrico para los grados 10° y 11°</i>	32
Tabla 3-3 <i>Niveles de coherencia con los estándares básicos de competencias</i>	33
Tabla 3-4 <i>Caracterización del pensamiento métrico</i>	37
Tabla 3-5 <i>Niveles de coherencia con las investigaciones nacionales</i>	38
Tabla 3-6 <i>Procesos asociados al desarrollo del pensamiento métrico en la medición de longitudes</i>	43
Tabla 3-7 <i>Niveles de coherencia para la medición de longitudes</i>	44
Tabla 3-8 <i>Procesos asociados al desarrollo del pensamiento métrico en la medición de áreas</i>	49
Tabla 3-9 <i>Niveles de coherencia para el área</i>	50
Tabla 3-10 <i>Procesos asociados al desarrollo del pensamiento métrico en la medición de volúmenes</i>	53
Tabla 3-11 <i>Niveles de coherencia para la medición de volúmenes</i>	54
Tabla 3-12 <i>Procesos asociados al desarrollo del pensamiento métrico en la medición de ángulos</i>	58
Tabla 3-13 <i>Niveles de coherencia para el ángulo</i>	59

Introducción

El presente trabajo propone una reflexión sobre la pertinencia y la calidad de los libros de texto de matemáticas (LTM) utilizados para la enseñanza en la educación media colombiana, en relación con el pensamiento métrico (PM). Este pensamiento es fundamental en la formación escolar, al involucrar nociones de magnitud, medida, estimación, uso de unidades e instrumentos y justificación de resultados. Sin embargo, con frecuencia, el PM se reduce a la asignación de un número, a una medida, o a la aplicación mecánica de fórmulas, lo que limita una comprensión profunda de las relaciones entre magnitudes y de su papel en la interpretación de fenómenos de la vida real.

En el contexto colombiano, los *Lineamientos Curriculares de Matemáticas* (MEN, 1998) y los *Estándares Básicos de Competencia* (MEN, 2006) reconocen explícitamente el pensamiento métrico y los sistemas de medida como una de las cinco grandes organizaciones del conocimiento matemático escolar. De manera complementaria, documentos internacionales como los estándares del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000, 2014) destacan la medición y el sentido de la medida como componentes esenciales de la educación matemática básica. No obstante, diversos estudios han mostrado una brecha entre estas orientaciones curriculares y lo que efectivamente ocurre en las aulas, particularmente en los grados décimo y undécimo, donde se esperaría una consolidación de las competencias asociadas al PM.

La experiencia docente en secundaria y media, junto con resultados de investigaciones recientes, sugiere que los estudiantes presentan dificultades para comprender el significado de la palabra medir, seleccionar las unidades adecuadas, elegir los instrumentos pertinentes, estimar y justificar los resultados, así como interpretar las medidas en contextos académicos, científicos, técnicos y cotidianos. Investigaciones desarrolladas en la Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales han documentado falencias significativas en el desarrollo de distintos pensamientos

matemáticos, donde la mayoría de las tareas se centran en efectuar cálculos y aplicar fórmulas sin promover comprensiones profundas.

En este escenario, los LTM adquieren una importancia central para los docentes de matemáticas, en especial para aquellos cuya formación pedagógica o disciplinar es incompleta, de modo que los textos se convierten en la principal guía para planear clases y diseñar evaluaciones. Por ello, la forma en que los libros abordan el pensamiento métrico, el tipo de actividades que proponen, la presencia o ausencia de contextos significativos y el lugar que asignan a procesos como la estimación y la argumentación tienen un impacto directo en las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes. La línea de investigación sobre análisis de libros de texto desarrollada en la Universidad Nacional de Colombia ha mostrado que, en distintas áreas del pensamiento matemático, los textos tienden a privilegiar ejercicios rutinarios y descontextualizados, con escaso desarrollo de procesos de modelación, generalización o razonamiento crítico.

A pesar de los avances en el estudio del pensamiento métrico en la educación básica y en algunos grados de secundaria, el abordaje de este pensamiento en los libros de texto de educación media, particularmente en décimo y undécimo, ha recibido menor atención investigativa. Esta carencia resulta problemática porque en estos grados los estudiantes se enfrentan a contenidos de trigonometría, geometría analítica, física, química, estadística, entre otros, donde se espera que comprendan la medida, la utilicen en la resolución de problemas complejos y sean capaces de tomar decisiones informadas a partir de los resultados obtenidos. Analizar cómo los textos de matemáticas de estos grados presentan las actividades relacionadas con el PM, qué procesos privilegian y en qué medida son coherentes con las directrices curriculares nacionales e internacionales se convierte así en una tarea necesaria para comprender mejor las raíces de las dificultades que manifiestan los estudiantes.

Desde esta perspectiva, el presente trabajo de investigación se propone realizar un estudio didáctico sobre el abordaje del pensamiento métrico en los libros de texto de matemáticas de grados décimo y undécimo en Colombia, tomando como referencia las orientaciones del MEN, las investigaciones nacionales e internacionales sobre PM y los estudios previos de análisis de textos. El estudio se inscribe en la línea institucional de análisis de libros de texto de la Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales y busca aportar

elementos para valorar la coherencia entre los materiales de uso escolar y las expectativas formativas planteadas para la educación media. Al centrar la atención en los procesos asociados al pensamiento métrico y no solo en la presencia de contenidos de medida, este trabajo aspira a ofrecer una mirada más fina sobre las oportunidades de aprendizaje que los textos brindan a los estudiantes en el tramo final de su formación escolar.

En el primer capítulo, se presentan el problema de investigación, los objetivos y la justificación del estudio en relación con el abordaje del pensamiento métrico en los libros de texto de matemáticas de educación media en Colombia. En el segundo capítulo, se desarrolla el marco teórico y conceptual, en el que se profundiza en el pensamiento métrico, las nociones de magnitud y medida, los procesos cognitivos asociados y los referentes curriculares nacionales e internacionales, así como en el análisis didáctico de libros de texto. El tercer capítulo describe el enfoque metodológico, la población y la muestra, las unidades de análisis, el instrumento de valoración y las etapas del proceso investigativo. En el cuarto capítulo, se presentan y analizan los resultados de la aplicación de la matriz de coherencia a los ejercicios de pensamiento métrico de los textos seleccionados, identificando tendencias, fortalezas y vacíos. Finalmente, en el quinto capítulo, se exponen las conclusiones, las implicaciones para la enseñanza de la matemática escolar y algunas recomendaciones para el diseño y selección de libros de texto que favorezcan un desarrollo más integral del pensamiento métrico.

Capítulo 1 Horizonte del trabajo

1.1 Descripción y planteamiento del problema

El pensamiento métrico (PM) es un componente fundamental en la formación matemática de los estudiantes, reconocido y estudiado por organismos nacionales como el Ministerio de Educación Nacional (MEN) e internacionales como el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). Sin embargo, en la realidad educativa colombiana, el PM es frecuentemente reducido a procesos de cuantificación de magnitudes, desconociendo aspectos esenciales como la estimación, la selección crítica de unidades e instrumentos de medición, el análisis y justificación de resultados, y la conexión con contextos auténticos.

A través de 7 años de experiencia como docente de matemáticas en secundaria y media, el autor de este trabajo de grado ha observado que en el contexto colombiano existe una problemática en la formación docente: mientras algunos docentes de matemáticas fueron formados en ingeniería y matemáticas, pero carecen de preparación pedagógica, otros cuentan con formación pedagógica, pero con nula o limitada formación disciplinar. En ambos casos, estos dependen significativamente de los libros de texto (LTM) como herramienta principal para orientar sus procesos de enseñanza y aprendizaje. Los libros proporcionan así una guía en los planes curriculares de los docentes y son la fuente primaria donde los estudiantes adquieren conocimientos. Sin embargo, surgen dudas y preocupación si estos materiales educativos cumplen con las directrices nacionales e internacionales más actuales relacionadas con la enseñanza del pensamiento métrico.

Las investigaciones realizadas en Colombia han evidenciado debilidades sistemáticas en la enseñanza del pensamiento métrico. Específicamente, se ha encontrado que los libros de texto de matemáticas (LTM) priorizan el cálculo numérico y la aplicación mecánica de fórmulas y algoritmos, desvinculados de contextos significativos y sin espacios para el

análisis crítico. Además, las editoriales raramente articulan el pensamiento métrico con situaciones cotidianas, y muchos textos se caracterizan por una alta cantidad de ejercicios, pero con profundidad conceptual limitada (Giraldo Rincón, 2025).

A nivel de educación básica, estudios como el de Tuta Mora et al. (2019) con estudiantes de grado séptimo, han documentado fallas significativas en el desarrollo del PM. Este estudio evidenció particularmente dificultades en procesos de estimación de magnitudes y en la comprensión de los procesos de medición en contextos reales. De manera similar, Santiago Nieto (2021) identificó en estudiantes del mismo nivel problemas específicos en la selección de unidades de medida, en la elección adecuada de instrumentos de medición y en la argumentación crítica de resultados.

A pesar de estas dificultades documentadas en educación básica, en el ciclo de educación media, específicamente en grados décimo y undécimo, estas problemáticas no solo persisten, sino que se intensifican. García Henao (2023), en su investigación con estudiantes de grado décimo, identificó falencias críticas en los procesos asociados al PM. Sus hallazgos evidencian dificultades para comprender magnitudes y sus relaciones, confusión en cómo ejecutar procesos de medición y estimación, y limitaciones significativas en la resolución de problemas, donde el 60% de los estudiantes no logró responder adecuadamente a preguntas que involucraban pensamiento métrico.

Hallazgos similares reportó Moreno Amador (2023) en su estudio con estudiantes de educación media técnica en metalistería. Este investigador documentó dificultades persistentes en la incorporación de sistemas de unidades de medida de longitud y, particularmente, en la transferencia de conocimientos teóricos a contextos prácticos de trabajo.

El pensamiento métrico (PM) constituye un componente esencial de la formación matemática en educación media. Su importancia radica en su transversalidad curricular y su relevancia directa para el desempeño académico y profesional de los estudiantes. Las directrices nacionales en particular, los *Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas* (MEN, 2006) y los lineamientos internacionales del NCTM establecen que estudiantes de este nivel deben: comprender magnitudes y unidades, estimar rangos de

error en procesos de medición, seleccionar y aplicar herramientas y procedimientos según el contexto, y fundamentar los resultados obtenidos en mediciones directas e indirectas.

La práctica de enseñanza colombiana enfrenta retos significativos para alcanzar los objetivos orientados al pensamiento métrico. Diversas investigaciones (García Henao, 2023; Moreno Amador, 2023) concuerdan en que los LTM otorgan prioridad al cálculo sobre procesos fundamentales como la estimación, la contextualización de la medición en situaciones reales, y el análisis crítico de la magnitud. Esta orientación instrumental genera que la resolución de problemas de medición sea abordada superficialmente en los materiales educativos disponibles para docentes y estudiantes.

La convergencia de estudios como los de Santiago Nieto (2021), Giraldo Rincón (2025) y Tuta Mora et al. (2019) evidencian que, tanto en educación básica como en media, los estudiantes enfrentan dificultades sistemáticas en la selección pertinente de unidades de medida, en procesos de estimación y en la argumentación de sus resultados. Estas limitaciones tienen consecuencias directas en su desempeño en evaluaciones externas y en su capacidad de resolver problemas en contextos reales. Más importante aún, revelan una brecha entre los estándares curriculares esperados y lo que efectivamente se enseña en las aulas, brecha que parece estar vinculada a cómo los libros de texto abordan o dejan de abordar el pensamiento métrico.

Por tanto, resulta importante analizar sistemáticamente cómo los libros de texto de grados 10 y 11, herramientas pedagógicas centrales en las aulas colombianas, abordan los procesos del pensamiento métrico y en qué medida se alinean con los estándares nacionales e internacionales vigentes.

Esta investigación busca responder a las siguientes preguntas orientadoras:

1. ¿Cómo se abordan los procesos del pensamiento métrico en los textos escolares de grados 10° y 11° más utilizados en Colombia?
2. ¿Cuál es el nivel de coherencia entre los problemas de medición presentados en estos textos y las directrices nacionales e internacionales de referencia?

1.2 Justificación

La investigación en pensamiento métrico (PM) en educación media constituye una necesidad importante en el contexto educativo colombiano. Aunque los *Lineamientos Curriculares de Matemáticas* (MEN, 1998) y los *Estándares Básicos de Competencia* (MEN, 2006) reconocen el PM como un pensamiento matemático fundamental, en la práctica educativa sigue siendo tratado como un proceso simple de cuantificación, donde la medida se reduce a un número, sin reconocer su conexión profunda con otros pensamientos matemáticos como el pensamiento numérico, variacional y aleatorio.

En los grados décimo y undécimo, los estudiantes deben adquirir competencias más complejas asociadas al PM que van más allá del cálculo de magnitudes. Los *Estándares Básicos de Competencia* (MEN, 2006) exigen que los estudiantes sean capaces de: diseñar estrategias de medición que demanden grados específicos de precisión, resolver problemas que involucren magnitudes definidas indirectamente (por ejemplo, densidad o velocidad media), y justificar resultados mediante procesos de aproximación, estimación y análisis crítico en contextos reales.

Sin embargo, investigaciones desarrolladas en el marco de la Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales (MECEN) de la Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales, han encontrado que los libros de texto de matemáticas (LTM) tienden a priorizar procedimientos y cálculo, sin profundizar suficientemente en estimación, contextualización o reflexión crítica sobre la medición.

A nivel internacional, el análisis del PM en los libros de texto ha constituido un área de creciente importancia en la investigación en educación matemática. En el marco del Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME, por sus siglas en inglés), el Grupo Temático Especial TSG 10 del ICME 14 concluyó que la medición recibe poca atención en la educación primaria, a pesar de ser fundamental en la vida cotidiana y esencial en disciplinas sobre ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas (STEM, por sus siglas en inglés). Este grupo planteó la necesidad de concebir la medición como un pensamiento matemático conectado con otros pensamientos matemáticos (Chambris et al., 2020). De manera complementaria, el TSG 3.12 del ICME 15 enfatizó la importancia

de investigar cómo los libros de texto influyen en la enseñanza de matemáticas y en las prácticas docentes en diferentes contextos nacionales. Estos pronunciamientos respaldan la pertinencia de estudios sistemáticos sobre el tratamiento del PM en los textos escolares utilizados en Colombia (Fan y Visnovska, 2023).

Estudios nacionales previos han documentado debilidades significativas en el abordaje del PM en los textos escolares. Silva Zambrano (2018) mostró que, en textos de primaria, las actividades asociadas a estructuras aditivas se presentan mayoritariamente en forma de ejercicios rutinarios y descontextualizados, con escasa articulación con los lineamientos del MEN (1998) y limitada promoción de procesos de pensamiento matemático más allá del cálculo. En la misma línea, Giraldo Rincón (2025) encontró que en los grados 4 y 5 los libros de texto analizados pertenecientes a las editoriales SM, Santillana, Norma, Educar y Libros & Libros priorizan el cálculo numérico y la aplicación de fórmulas por encima de procesos críticos como la estimación, la conservación de magnitudes y el análisis del trasfondo social de la medición, siendo la medida angular la magnitud menos abordada. Estos hallazgos sugieren que las limitaciones en el tratamiento del PM pueden extenderse a los niveles de educación media, donde las demandas curriculares son aún más complejas.

En este escenario, los libros de texto de matemáticas se constituyen en mediadores curriculares centrales, especialmente considerando que una proporción significativa de docentes de secundaria en Colombia no poseen formación disciplinar en matemáticas y apoyan su práctica pedagógica principalmente en estos materiales. Las dificultades en el aprendizaje del PM tienen consecuencias evidentes en el desempeño académico y en la capacidad de resolver problemas en contextos reales. En estudios recientes desarrollados con estudiantes de educación media en Colombia, se reportan desempeños bajos en tareas que requieren uso comprensivo de la medida, estimación y justificación de resultados, lo cual se vincula con los resultados generales obtenidos por el país en pruebas nacionales e internacionales que evalúan competencias matemáticas aplicadas. Por ejemplo, García Henao (2023), en un estudio con estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Instituto Estrada, evidenció dificultades importantes para comprender el concepto de magnitud y los procesos de medir y estimar, así como debilidades en la resolución de problemas que involucran mediciones en contextos cotidianos. De manera complementaria, Moreno Amador (2023), en un contexto de media técnica en metalistería,

encontró que los estudiantes presentan dificultades en la apreciación de magnitudes, la selección apropiada de instrumentos de medición, la transformación entre unidades y la construcción de una perspectiva crítica sobre los procesos de medición en situaciones de taller.

En consecuencia, esta investigación plantea como pregunta central: ¿En qué medida los libros de texto de matemáticas utilizados en grados 10 y 11 en Colombia ofrecen actividades y ejercicios que desarrollan de manera integral los procesos asociados al pensamiento métrico, en coherencia con los *Estándares Básicos de Competencia* del MEN (2006), los *Lineamientos Curriculares de Matemáticas* (MEN, 1998) y las investigaciones nacionales e internacionales?

La investigación es pertinente porque puede realizar aportes significativos para los distintos actores del sistema educativo. Para los docentes, ofrecerá hallazgos sobre las fortalezas y debilidades de los libros de texto más utilizados en grados 10° y 11°, información que les permitirá tomar decisiones informadas al seleccionar textos de diferentes editoriales y al diseñar actividades que realmente fortalezcan el pensamiento métrico en sus estudiantes. Para las editoriales, proporcionará recomendaciones específicas sobre cómo mejorar la coherencia entre los ejercicios propuestos y los Estándares Básicos de Competencia nacionales, así como con investigaciones internacionales, facilitando el diseño de materiales educativos de mayor calidad. Para el sistema educativo, esta investigación permitirá una reflexión crítica sobre la calidad de los libros de texto y su impacto en la enseñanza y el aprendizaje del PM, proporcionando evidencia para la formulación de futuras políticas educativas y directrices en el diseño de recursos para educación media.

La viabilidad de esta investigación se sustenta en varios factores: (a) Acceso a materiales, dado que los libros de texto de matemáticas para grados 10 y 11 de las editoriales SM, Santillana, Norma, Educar y Libros & Libros han sido identificados en estudios previos como los de mayor circulación en Colombia, y se encuentran disponibles para su análisis; (b) Claridad de criterios de análisis, pues existen marcos de referencia establecidos como los *Estándares Básicos de Competencia* del MEN (2006), los *Lineamientos Curriculares* y los estándares de la NCTM (2000, 2014) retomados en la literatura, que permiten definir

variables y subvariables de evaluación rigurosas; y (c) Experiencia institucional, ya que la Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales, cuenta con una línea consolidada de análisis de libros de texto de matemáticas (MECEN), con metodologías probadas en los trabajos de Silva Zambrano (2018), Olarte Rodríguez (2021), Posada Marín (2023) y Giraldo Rincón (2025).

En un contexto global que demanda que los estudiantes sean capaces de resolver problemas en contextos reales y de aplicar los procesos asociados al PM en diferentes disciplinas STEM, es fundamental que los materiales educativos utilizados por los docentes para la enseñanza de matemáticas en educación media sean coherentes con estas exigencias. El pensamiento métrico es un pensamiento transversal que conecta la matemática con el mundo real, por lo que los libros de texto deben alinearse con los objetivos educativos nacionales e internacionales.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo general

Realizar un análisis didáctico respecto al abordaje del pensamiento métrico en las actividades propuestas en los libros de texto de matemáticas de grados décimo y undécimo, con el apoyo de un análisis estadístico descriptivo, estableciendo el nivel de coherencia de los problemas tratados en los textos y su pertinencia con las directrices del MEN e investigadores internacionales.

1.3.2 Objetivos específicos

- Realizar un análisis didáctico del abordaje de los contenidos y actividades de aprendizaje propuestas al desarrollar el pensamiento métrico en los libros de texto de matemáticas de grado decimo y undécimo de las editoriales más usadas en Colombia. Con el fin de categorizarlas de acuerdo con su coherencia con las políticas de educación nacional
- Realizar un estudio sobre cuáles procesos asociados al pensamiento métrico son mayormente desarrollados en los libros seleccionados.
- Realizar un análisis estadístico sobre la información obtenida, que permita soportar la descripción de los resultados obtenidos y sus conclusiones.

Capítulo 2 Antecedentes y marco teórico

2.1 Antecedentes

2.1.1 Antecedentes internacionales

La medición constituye un área fundamental en la educación matemática elemental y su relevancia trasciende al ámbito científico y cotidiano. Dickson et al. (1991) enfatizan que la medición es importante en las matemáticas del mundo real porque puede ayudar a desarrollar otras áreas matemáticas, incluidos el razonamiento y la lógica, además de conectar los dos dominios más críticos de las primeras matemáticas: la geometría y los números. En consonancia con esto, Clements y Sarama (2009) afirman que la sociedad necesita una mejor enseñanza de la medición dentro y fuera de las aulas, reconociendo que "Podemos hacerlo mejor. Debemos hacerlo mejor."

Barrett et al. (2011) realizaron un experimento de enseñanza longitudinal titulado *Children's unit concepts in measurement: a teaching experiment spanning grades 2 through 5*, donde evaluaron cómo los estudiantes desarrollan los conceptos de unidades de medida. Los autores encontraron que la medición puede ser enseñada de forma más eficiente. Sus resultados sugieren que es importante reflexionar sobre las relaciones multiplicativas entre unidades e identifican 3 fases de integración

Chamorro (2003) señala tres problemas que son graves en la enseñanza de la medición. El primero, la medición que se realiza en las aulas no es real, los estudiantes no experimentan lo que significan realmente las magnitudes en la vida cotidiana, solo siguen procedimientos sin entender lo que verdaderamente significa medir. El segundo, se reemplazan problemas auténticos de medición por problemas aritméticos, lo que convierte la medición en un cálculo que no tiene ninguna relación con el contexto. El tercero, se han dejado de enseñar prácticas importantes en la vida real como el manejo real de

instrumentos de medición, la lectura real de escalas y la capacidad de estimar medidas, saberes que son muy importantes en la vida cotidiana.

Chamorro y Belmonte (2000) resaltan que aprender a medir debe partir de la curiosidad y la experiencia, se debe permitir que el estudiante descubra las propiedades que se pueden medir en los objetos a partir de la exploración en lugar de solo memorizar. Ellos proponen una secuencia de procesos para la enseñanza de la longitud donde se empieza por la medida concreta donde los estudiantes miden objetos reales, luego trabajan con representaciones visuales de magnitudes, posteriormente los estudiantes adquieren procesos de estimación y comparación, luego aplican estas capacidades a problemas de medición real. Finalmente, dominan el uso correcto de instrumentos de medición graduados. Esta secuencia inicia en lo tangible y termina en lo abstracto, lo que asegura una conexión profunda.

Smith et al. (2011) enfatizan que el desarrollo de la comprensión de atributos va más allá de la aplicación de fórmulas estándar. Las tareas propuestas deben brindar a estudiantes oportunidades para construir y representar conjuntos de objetos bidimensionales y tridimensionales, inventar, probar y discutir estrategias para determinar área, superficie y volumen, estableciendo relaciones estructurales y desarrollando comprensión de procesos y unidades.

Hurrell (2015) identifica cinco habilidades fundamentales que los estudiantes deben adquirir para que la medición sea una herramienta que desarrolle el pensamiento matemático. La primera, deben identificar claramente qué atributo se va a medir (longitud, área, volumen, temperatura, entre otras). Segundo, deben desarrollar la capacidad de comparar y ordenar magnitudes, lo que los lleva a ser precisos y a cuantificar. Tercero, deben medir con unidades no estándar (pasos, clics, palmos entre otras), lo que le permite comprender como se comunican las medidas. En la cuarta, avanzan hacia unidades estándar comprendiendo la importancia de estas y la relación entre número y la unidad de medida. Finalmente, aplican la medición a contextos reales donde las fórmulas son el resultado de la comprensión de los procesos, no como reglas que deben memorizar sin ningún sentido.

Smith et al. (2011) publicaron *Learning, teaching, and using measurement: introduction to the issue*, identificando un problema crítico: los estudiantes de todo el mundo aprenden con éxito los procedimientos estándar de medición sin comprender los principios conceptuales subyacentes. Concluyen que los estudiantes no están preparados para trabajar con cantidades continuas cuando se requiere en temas matemáticos avanzados como multiplicación y división de números racionales.

Battista (2004) proporciona un marco de evaluación para medir área y volumen basado en investigación científica. Su concepto central es “niveles de sofisticación”, que evalúa cómo ha evolucionado la comprensión del estudiante. Él identifica cuatro procesos esenciales que se deben desarrollar de manera progresiva: primero, debe formar modelos mentales que representen cómo funcionan el área y el volumen; segundo, estructuración espacial, que es la capacidad de organizar mentalmente el espacio en partes; tercero, ubicación de unidades que es entender dónde están exactamente las unidades en el espacio y cuarto, organización por compuestos, que consiste en descomponer figuras complejas en figuras simples para calcular áreas o volúmenes. Este marco permite identificar qué procesos cognitivos conducen a niveles más sofisticados de pensamiento métrico.

Curry et al. (2006) investigaron cómo estudiantes de los grados primero a cuarto desarrollan la comprensión de la medición de área y volumen, evaluando cinco principios fundamentales. Primero, que las unidades deben ser congruentes; segundo, que la unidad elegida debe ser apropiada para la magnitud; tercero, que al comparar magnitudes deben usarse las mismas unidades; cuarto, que el número que se le asigne a la medida depende de la unidad elegida mientras la magnitud real permanece constante; y quinto, que medir implica repetir la unidad sobre la magnitud. Su principal hallazgo fue que la longitud y el área presentan patrones de comprensión similares, sucede lo contrario entre área y volumen, lo que sugiere que volumen requiere niveles de abstracción y visualización espacial considerablemente más sofisticados.

Kim et al. (2017) desarrollaron *A learning progression for geometric measurement in one, two, and three dimensions*. Proponen una trayectoria de aprendizaje que resume décadas de investigación empírica en la medición en una dos y tres dimensiones. Esta trayectoria de cinco niveles ocurre entre los grados segundo a octavo. Comenzando con la comparación intuitiva holística y visual donde los estudiantes juzgan las magnitudes sin

medir formalmente; luego avanzan hacia el concepto de unidad temprana donde comienzan a entender que medir significa repetir la misma unidad; en el tercer nivel, logran comprender que el número de unidades repetidas es el número que se le asigna a la medida. Luego, comprender escalas abstractas como reglas y formulas; finalmente, comprenden las fórmulas de manera flexible y las aplican a diferentes situaciones reales o no reales. Esta trayectoria articula el desarrollo esperado de la comprensión de magnitudes desde lo intuitivo hacia lo abstracto y transferible

Los encuentros internacionales de educación matemática (ICME) han tratado la medición como tema central. El ICME 12 (Pang y Buijs, 2012) destacó brechas entre conocimiento formal e informal, donde estudiantes conocen unidades de medida, pero presentan dificultades en resolver problemas de medición, sugiriendo la necesidad de currículos que potencien la capacidad del estudiante incorporando conocimientos prácticos.

El ICME 13 (Chambris et al., 2017) insistió en revisar textos para reconceptualizar medición, considerando des matematización de interacciones y cambios en matemáticas que aprovechen conocimientos previos.

El ICME 14 (Chambris et al., 2020) con su Grupo Temático Especial TSG 10 destacó falta de atención a la medición en educación matemática primaria, a pesar de sus vínculos con contextos cotidianos y disciplinas STEM. Planteó preguntas clave: ¿hasta qué punto pueden usarse mediciones como vehículo para conectar y vincular otros temas matemáticos?

El ICME 15 (Fan y Visnovska, 2023) con TSG 3.12 centró atención en relación entre enseñanza de matemáticas y libros de texto, analizando cómo se educa y aprende matemáticas en distintos contextos, incluyendo manuales docentes, plataformas digitales y recursos de evaluación.

2.1.2 Antecedentes nacionales

La Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales (MECEN) de la Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales, ha desarrollado una línea de

investigación sistemática sobre análisis de libros de texto de matemáticas que constituye un referente fundamental para investigaciones posteriores.

Silva Zambrano (2018) realizó *Un estudio sobre el tipo de estructuras aditivas usadas en problemas planteados en los textos de matemáticas de primaria más usados en Colombia*, analizando las mismas cinco editoriales (SM, Santillana, Norma, Educar y Libros & Libros) que serían posteriormente seleccionadas para otros análisis. Sus resultados revelaron limitada integración de estructuras aditivas básicas en problemas contextualizados en los libros de texto, lo que las hace incompatibles con los lineamientos del MEN. Adicionalmente, concluyó que "desafortunadamente muchos de los textos matemáticos en educación primaria solo cambian la didáctica o ruta didáctica, pero sus contenidos y ejercicios temáticos son exactamente los mismos entre una edición y otra" (p. [105]), generando preocupación sobre la profundidad de contenidos y la presencia de ejercicios repetitivos que limitan el desarrollo del pensamiento matemático.

Olarte Rodríguez (2021) realizó *Un estudio sobre la coherencia entre las actividades propuestas por textos de matemáticas de grados 10 y 11 y los nuevos enfoques educativos sobre la enseñanza y aprendizaje de la estadística*, analizando la coherencia entre actividades en textos y enfoques educativos. En su etapa de selección de textos, realizó una búsqueda exhaustiva mediante consultas en Internet, revisión de investigaciones académicas previas (incluyendo el trabajo de Silva Zambrano, 2018) y contacto con docentes en ejercicio. Sus conclusiones sobre editoriales de mayor circulación convergieron con trabajos posteriores, identificando que SM, Santillana, Norma, Educar y Libros & Libros presentaban la mayor circulación en Colombia. Entre los hallazgos principales destacó que la mayoría de los textos y editoriales no hacen uso de herramientas tecnológicas para la enseñanza de estadística, dedicándose más al desarrollo de temáticas que a procesos asociados al pensamiento estadístico.

Posada Marín (2023) realizó *Un estudio didáctico sobre el pensamiento variacional en los textos de matemáticas de grado 10 en Colombia*, continuando la línea de investigación institucional. En este estudio se confirmó que en las cinco editoriales de mayor presencia en instituciones educativas colombianas existen diferencias marcadas en el abordaje didáctico del pensamiento variacional y dificultades para conectar las actividades propuestas con los planteamientos del MEN. Entre los hallazgos principales se encontró

que se profundiza poco en los procesos de modelamiento y generalización. Específicamente, mientras los ejercicios trabajan adecuadamente el razonamiento y los procedimientos, la modelación resulta ser el proceso menos desarrollado. Posada concluyó sobre la poca articulación entre las directrices del MEN y las temáticas abordadas por los libros de texto.

Giraldo Rincón (2025) realizó *Un análisis sobre el abordaje del pensamiento métrico en los textos de matemáticas de los grados 4 y 5 más usados en Colombia*, ampliando el espectro investigativo hacia pensamiento métrico en educación elemental. Reafirmó la continuidad con la línea de investigación de la MECEN al mantener las mismas cinco editoriales. Sus resultados demostraron que los libros de texto priorizan el cálculo numérico y la aplicación de fórmulas, dejando en segundo plano actividades que promueven la estimación, la aplicación de la medida en diferentes contextos y el análisis crítico de la medición. También encontró que la medida angular fue la magnitud menos abordada en los textos analizados. Concluyó que es necesario evaluar y mejorar los materiales educativos para que promuevan el pensamiento métrico de manera integral, más allá de la simple aplicación de fórmulas.

Tavera Acevedo (2013) analizó la coherencia entre tres elementos en libros de texto colombianos: la investigación académica sobre pensamiento variacional, las orientaciones del Ministerio de Educación Nacional, y lo que realmente desarrollan los textos escolares. Observó que los libros proponen pocas actividades donde se evidencie realmente el pensamiento variacional, encontrando que estas se enfocaban principalmente en el manejo de operaciones mecánicas y símbolos. Además, identificó que los libros presentan contextos ficticios muy alejados de la realidad, dejando en segundo plano el desarrollo genuino del pensamiento variacional.

Chica Rivera (2024) realizó un análisis de solución de problemas a partir del uso del pensamiento métrico, evidenciando la necesidad de vincular los procesos asociados al PM en situaciones cotidianas. En sus resultados, encontró que el 88% de los estudiantes lograron comprender el perímetro como longitud lineal después de realizar actividades prácticas, en comparación con el 12% que lo asociaba con procesos donde se realizaban

operaciones sin contexto. Este hallazgo resalta la brecha entre los métodos abstractos propuestos en los libros de texto y las estrategias activas y contextualizadas.

Villegas Valencia (2024) reconoce debilidades fundamentales en cómo se concibe el pensamiento métrico, frecuentemente reducido a actividades de medir y comparar, con práctica limitada a ejercicios de conversión de unidades y cálculo de áreas o volúmenes sin verdadero alcance práctico. Propone que el aprendizaje métrico debe recibir mayor énfasis en la utilidad para la satisfacción de necesidades reales y cotidianas de los estudiantes.

Alpizar Vargas (2019), en su ponencia *Desarrollo del sentido de la medida en educación primaria*, presentada en el XV CIAEM-IACME, enfatiza que lo aprendido en el aula debe ser útil para actividades cotidianas de los estudiantes. Es precisamente en este aspecto donde existe evidencia de que el sentido de la medida no se ha desarrollado adecuadamente. Propone que actividades menos tradicionales y más contextualizadas favorecen mejor la enseñanza de medidas. Adicionalmente, sostiene que las medidas están directamente vinculadas con el sentido numérico y que deben aprovecharse las conexiones con otras áreas matemáticas y disciplinas como ciencias, historia y geografía. Enfatiza la necesidad de docentes bien preparados para la enseñanza de medidas, que comprendan profundamente estos conceptos.

2.2 Marco teórico

Este marco teórico se estructura en torno a cinco ejes fundamentales que sustentan la investigación: (1) el pensamiento métrico como competencia transversal, (2) la conceptualización de magnitud y medida, (3) los procesos cognitivos asociados a la medición, (4) los estándares curriculares nacionales e internacionales, y (5) el análisis didáctico de libros de texto como herramienta metodológica y conceptual.

2.2.1 Pensamiento métrico (PM)

El pensamiento métrico se define como la capacidad integral de identificar, comparar, cuantificar, estimar e interpretar magnitudes mediante el uso comprensivo de unidades, sistemas de medida e instrumentos, articulando procedimientos técnicos con razonamiento matemático y análisis crítico. El PM va más allá de la simple ejecución de operaciones matemáticas y de la conversión de unidades; implica coordinar de manera compleja las

relaciones que existen entre cuatro elementos: el objeto a medir, la magnitud (el atributo que se desea medir), la medida (el número que se le asigna a la magnitud), y la unidad de medida (el sistema de referencia utilizado).

En el contexto de la educación media colombiana (grados décimo y undécimo), el desarrollo del pensamiento métrico adquiere mayor profundidad al relacionarse con otros tipos de pensamiento matemático. Se articula con el pensamiento numérico al exigir operaciones con números reales y el manejo de notación científica; con el pensamiento espacial al requerir la visualización de formas bidimensionales y tridimensionales para el cálculo de áreas y volúmenes; y con el pensamiento variacional al analizar cómo cambian las medidas mediante tasas de cambio y velocidades.

2.2.2 Magnitud medida y sistemas de medidas

Según los *Lineamientos Curriculares de Matemáticas* (MEN, 1998), una magnitud es cualquier propiedad que poseen los objetos o eventos que pueda ser cuantificada, como longitud, área, volumen, masa o tiempo. Cada magnitud posee dos características fundamentales: primera, la conservación, es decir, la cantidad se conserva, aunque cambie de forma; y segunda, la aditividad, es decir, la magnitud se puede sumar por partes para obtener el total.

La medición es el proceso de comparar una magnitud con un patrón social o científicamente aceptado, expresando el resultado como un número acompañado de una unidad. Para que los estudiantes midan correctamente deben comprender tres aspectos fundamentales: primero, que las magnitudes son continuas (diferencia entre contar y medir); segundo, la necesidad de usar unidades estandarizadas para que la comunicación y comparación de resultados sean posibles; y tercero, la relación entre unidades no estándar (usadas para exploración) y unidades estándar (utilizadas en la comunidad científica).

En educación media, esta comprensión debe evolucionar hacia niveles técnicos y científicos, incorporando conceptos como precisión, exactitud, tolerancia y trazabilidad,

que son fundamentales cuando la medición se aplica en disciplinas como física, química y tecnología.

2.2.3 Procesos del pensamiento métrico

Para caracterizar el PM en los libros de texto de matemáticas (LTM), se deben evaluar siete procesos fundamentales presentes tanto en investigaciones nacionales como internacionales:

1. **Construcción del concepto de magnitud:** Capacidad de aislar el atributo medible de otras características del objeto. Los estudiantes deben distinguir claramente entre longitud, área, volumen, masa, entre otros atributos.
2. **Conservación de magnitudes:** Comprensión de que la medida no cambia, aunque varíen la forma o la orientación del objeto.
3. **Estimación de magnitudes:** Capacidad de aproximar medidas sin instrumentos, desarrollando referentes interiorizados y evaluando la razonabilidad de los resultados obtenidos.
4. **Apreciación de rangos:** Habilidad para ubicar valores dentro de intervalos plausibles y reconocer cuándo un orden de magnitud es erróneo.
5. **Selección de unidades y patrones:** Criterio para elegir la unidad más adecuada según el contexto y la escala del fenómeno (por ejemplo, micras para objetos microscópicos y kilómetros para distancias entre ciudades).
6. **Asignación numérica y uso de fórmulas:** Competencia para calcular medidas indirectas mediante fórmulas y modelos matemáticos, conectando el álgebra y la geometría con la medición.
7. **Trasfondo social de la medición:** Reflexión crítica sobre el papel de la medida en contextos reales como comercio, ciencia e industria, considerando sus implicaciones éticas y su relevancia en la toma de decisiones.

2.2.4 Estándares curriculares y educación media

Los *Estándares Básicos de Competencias* (MEN, 2006) para grados 10 y 11 establecen exigencias específicas que deben reflejarse en los textos escolares. Se espera que los estudiantes:

- Diseñen estrategias de medición con niveles de precisión determinados.
- Resuelvan problemas que involucren medidas indirectas
- Justifiquen resultados utilizando conceptos de aproximación, error y límites.

Paralelamente, los estándares del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) plantean que los estudiantes de estos niveles deben comprender profundamente los atributos medibles, las relaciones entre sistemas de unidades y aplicar técnicas avanzadas para resolver situaciones problema en contextos reales, enfatizando la modelación matemática.

2.2.5 Análisis didáctico de los libros de texto

El libro de texto de matemáticas (LTM) se concibe en esta investigación no solo como un recurso bibliográfico, sino como un mediador curricular fundamental entre las prescripciones oficiales y la práctica de aula. En el contexto colombiano, investigaciones previas han demostrado que los LTM estructuran de manera determinante la secuencia de contenidos, las actividades de aprendizaje y los tipos de evaluación que implementan los docentes.

El análisis didáctico de textos escolares se fundamenta en tres dimensiones de coherencia que permiten evaluar su calidad y pertinencia:

1. **Coherencia Curricular:** Grado de alineación entre los contenidos propuestos en el texto y los documentos rectores nacionales (Lineamientos, Estándares, Derechos Básicos de Aprendizaje) e internacionales (NCTM).
2. **Coherencia Cognitiva:** Correspondencia entre las tareas propuestas y los procesos de pensamiento que se pretende desarrollar. Se evalúa si los ejercicios

demandan únicamente procesos de bajo nivel (memoria, algoritmos rutinarios) o si promueven procesos superiores como la estimación, la argumentación y la resolución de problemas no rutinarios.

3. **Coherencia Didáctica:** Análisis de la estructura pedagógica del texto, incluyendo la progresión de dificultad, la variedad de representaciones (gráficas, numéricas, verbales), la contextualización de los problemas y las oportunidades para la validación de saberes.

Estudios recientes de la línea de investigación de la Universidad Nacional de Colombia han operacionalizado este enfoque mediante categorías de análisis (variables y subvariables) que permiten clasificar los ejercicios de los textos. Estas categorías cruzan las magnitudes (longitud, área, volumen, ángulo) con los procesos (estimación, cálculo, conservación), proporcionando una matriz rigurosa para determinar si los libros de texto de grados 10 y 11 promueven efectivamente un pensamiento métrico integral o si, por el contrario, se limitan a un enfoque de solo cálculo numérico y descontextualizado.

2.3 Marco conceptual

El marco conceptual define los conceptos fundamentales que estructuran la investigación.

Pensamiento Métrico: Competencia matemática que integra la comprensión de magnitudes, los procesos de medición y el uso flexible de sistemas de medida en contextos diversos.

Magnitud: Propiedad de objetos o fenómenos susceptible de medición. En esta investigación se enfatizan magnitudes geométricas: longitud (1D), área (2D), volumen (3D) y ángulo.

Medición: Proceso sistemático de asignar un valor numérico a una magnitud mediante selección de unidad, comparación y cuantificación. Distinto de "cálculo" (operación aritmética sobre números previamente obtenidos).

Unidad de Medida: Magnitud de referencia adoptada convencionalmente para cuantificar otras magnitudes. Puede ser no estándar (pasos, fichas) o estándar (metro, cm², grado).

Coherencia Didáctica: Grado de alineación entre los ejercicios propuestos en libros de texto y tres referentes: (i) *Estándares Básicos de Competencias* del MEN (2006), (ii) procesos cognitivos del pensamiento métrico identificados en investigación especializada (Figuroa Flórez, 2025; Lehrer y Schauble, 2023), (iii) modelos de desarrollo conceptual sobre medición de magnitudes según referentes internacionales contemporáneos.

Libro de Texto: Material curricular que sistematiza contenidos, propone actividades de aprendizaje y sugiere estrategias pedagógicas. Funciona como mediador entre currículo prescrito (directrices oficiales) y currículo implementado (prácticas de aula).

Capítulo 3 Metodología

3.1 Enfoque y tipo de estudio

Esta investigación se enmarca en un enfoque mixto de carácter descriptivo y analítico. Esta integración es fundamental pues, aunque los datos son analizados cuantitativamente mediante una matriz de valoración, la investigación requiere un análisis cualitativo profundo de los ejercicios y su coherencia con los referentes teóricos.

Se realizó un análisis de contenido sistemático centrado en la evaluación de la coherencia didáctica y curricular de los ejercicios de pensamiento métrico propuestos en los libros de texto de matemáticas más utilizados en los grados 10 y 11 en Colombia. La investigación no busca generalizar resultados estadísticos, sino comprender en profundidad el tratamiento del pensamiento métrico en los textos escolares y su alineación con investigaciones teóricas y empíricas especializadas.

3.2 Población y muestra

3.2.1 Población

La población está constituida por todos los libros de texto de matemáticas utilizados en grados 10 y 11 en instituciones educativas (públicas y privadas) de Colombia.

3.2.2 Muestra

Se seleccionó una muestra intencionada (no probabilística) conformada por libros de texto de las siguientes editoriales con mayor circulación en Colombia:

SM:

- Ministerio de Educación Nacional (2017a). *Matemáticas 10. Libro del estudiante*. Ediciones SM, S.A.
- Ministerio de Educación Nacional (2017b). *Matemáticas 11. Libro del estudiante*. Ediciones SM, S.A.

Santillana:

- Buitrago García, L., Romero Roa, J. de J., Ortiz Wilches, L. G., Gamboa Sulvara, J. G., Morales Jaime, D. J., Castaño León, J. O. y Jiménez Ruiz, j. C. (2013). *Los caminos del saber. Matemáticas 10*. SANTILLANA.
- Buitrago García, L., Perdomo Pedraza, A. C., Morales Jaime, D. J., Benavides Velásquez, O. O. Castaño León, J. O. y Gamboa Sulvara, J. G. (2013). *Los caminos del saber. Matemáticas 11*. SANTILLANA.

Norma:

- Espinel Montaña, Ó. A., Fonseca Núñez, L. A. y Restrepo López, M. (2011). *Matemáticas para pensar 10*. Norma.
- Moreno Trujillo, J. F., Roldán Jiménez, D. G. y Romero Morales, F. E. (2011). *Matemáticas para pensar 11*. Norma.

Educar:

- Vesga Bravo, G. J. (2014) *Enlace matemáticas 10*. Educar Editores S. A.
- Silva Buitrago, A. y González Monroy, A. B. (2014). *Enlace Matemáticas 11*. Educar Editores S. A.

Libros & Libros:

- Arévalo Ramírez, S. P., Oicatá Ojeda, L. A., González Alvarado, M. L., Cogollo Guevara, C., Díaz Montes, A., Díaz Dueñas, R. A., Jiménez Ruiz, N., Gómez Bello, W., Gómez Bello, M., Bello Chávez, J. H., Gónzález Barbosa, M. R. y romero Rey, J. H. (2012). *Zoom a las matemáticas 10*. Libros & Libros S. A.
- Arévalo Ramírez, S. P., Oicatá Ojeda, L. A., González Alvarado, M. L., Rodríguez H., C. A., Díaz Montes, A., Díaz Dueñas, R. A., Jiménez Ruíz, N., Gómez Bello, M.,

González Barbosa, M. R., Romero Rey, J. H. y Ruíz Vega, J. A. (2012). *Zoom a las matemáticas 11*. Libros & Libros S. A.

Los libros de texto de estas editoriales constituyen el corpus analítico de investigaciones previas realizadas dentro de la línea de investigación "Análisis de libros de texto de matemáticas" de la Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales. Los trabajos de Olarte Rodríguez (2021), Posada (2023) y Giraldo Rincón (2025) han utilizado estos mismos textos para evaluar su coherencia con estándares curriculares y procesos de pensamiento específicos en matemáticas.

En particular, Olarte Rodríguez (2021), en su estudio sobre la coherencia entre las actividades propuestas en textos de matemáticas de grados 10 y 11 y los nuevos enfoques educativos sobre la enseñanza y aprendizaje de la estadística, realizó una búsqueda exhaustiva mediante consultas en Internet, revisión de investigaciones previas y contacto con docentes en ejercicio, concluyendo que las editoriales Libros & Libros, Norma, Santillana, SM y Educar presentaban la mayor circulación en Colombia. Posada (2023), en su análisis didáctico sobre el pensamiento variacional en los textos de matemáticas de grado 10, confirma esta selección basándose en trabajos previos de Silva Zambrano (2018) y otros investigadores de la MECEN. Finalmente, Giraldo Rincón (2025), en su investigación sobre el pensamiento métrico en los textos de grados 4 y 5 más usados en Colombia, mantiene la coherencia con la línea de investigación institucional, reafirmando que estas cinco editoriales tienen presencia en el territorio nacional y que sus textos son efectivamente los más utilizados en colegios oficiales y privados.

Esta continuidad metodológica y teórica con investigaciones precedentes no solo asegura comparabilidad y validez institucional, sino que confirma de manera triangulada que estas editoriales representan efectivamente los libros de texto con mayor uso y circulación en las instituciones educativas colombianas, tanto del sector público como privado.

3.3 Unidades de análisis

Las unidades de análisis son los ejercicios y problemas presentes en los libros de texto que cumplan con los siguientes criterios:

- Tratan explícitamente magnitudes medibles: longitud, área, volumen o medida angular.
- Promueven procesos de medición: estimación, comparación, selección de unidades, asignación numérica, entre otros.
- Incluyen actividades de aprendizaje propuestas al estudiante: ejercicios de talleres, problemas de aplicación y evaluaciones.

Se decidió excluir los ejercicios resueltos del análisis y enfocarse únicamente en los ejercicios propuestos en talleres por las siguientes razones:

1. **Autonomía del estudiante:** Los ejercicios de talleres representan las tareas que los estudiantes deben resolver de forma autónoma, sin la guía paso a paso que ofrecen los ejercicios resueltos. Esto permite evaluar el tipo de pensamiento métrico que realmente se espera que el estudiante desarrolle de manera independiente.
2. **Coherencia con investigaciones previas:** Los trabajos de Olarte Rodríguez (2021), Posada (2023) y Giraldo Rincón (2025) de la línea MECEN analizaron ejercicios propuestos en talleres, lo que permite comparabilidad metodológica y continuidad investigativa.
3. **Evaluación de demanda cognitiva real:** Los ejercicios resueltos tienen una función modeladora, pero no representan el nivel de exigencia efectivo que el libro plantea al estudiante. Los talleres, en cambio, reflejan las expectativas reales de desempeño.
4. **Volumen manejable:** Incluir todos los ejercicios resueltos aumentaría significativamente el corpus analítico sin aportar información sustancialmente diferente, dado que los ejercicios resueltos generalmente replican la estructura de los ejercicios propuestos.

3.4 Etapas metodológicas

El proceso investigativo se desarrolló en seis fases secuenciales:

Fase 1: Revisión general de los textos seleccionados

Se realizó una exploración inicial de los libros de texto de matemáticas de grados 10 y 11 con el propósito de:

- Reconocer la estructura y organización temática.
- Identificar unidades relacionadas con pensamiento métrico.
- Mapear el enfoque metodológico general sobre medición.
- Determinar la extensión y profundidad del tratamiento del PM.

Fase 2: Identificación de ejercicios asociados a pensamiento métrico

Se localizaron y extrajeron únicamente las actividades que involucraban explícitamente:

- Magnitudes: longitud, área, volumen, ángulo.
- Procesos de medición: estimación, comparación, selección de unidades, justificación.
- Contextos de aplicación: problemas reales, situaciones geométricas, contextos técnicos.

Fase 3: Clasificación de ejercicios por magnitud

Los ejercicios identificados se organizaron en cuatro categorías primarias:

- **Longitud:** Medición de distancias, perímetros, segmentos en figuras.
- **Área:** Cálculo de superficies, descomposición, comparación.
- **Volumen:** Medición de espacios tridimensionales, capacidad.
- **Ángulo:** Medida angular, clasificación, rotación, trigonometría.

Esta clasificación permitió un análisis diferenciado y detallado según el tipo de magnitud abordada.

Fase 4: Valoración de ejercicios mediante la matriz de análisis

A cada ejercicio se le aplicó la matriz de coherencia que articula tres referentes:

1. *Estándares Básicos de Competencias* (MEN, 2006).
2. Investigación Nacional (Figuroa Flórez, 2025).

3. Investigaciones Internacionales (Lehrer y Schauble, 2023; Smith y Barrett, 2017; Clements y Sarama, 2009).

A cada ejercicio se le asignó un nivel de coherencia de 1 a 4 para cada referente, permitiendo identificar el grado de alineación con los marcos conceptuales establecidos.

Fase 5: Análisis descriptivo de resultados

Se consolidaron y analizaron los resultados obtenidos en la matriz, identificando:

- Tendencias generales en coherencia por editorial.
- Patrones por magnitud y grado (10 vs. 11).
- Fortalezas recurrentes.
- Limitaciones y vacíos específicos.

Fase 6: Síntesis comparativa y contraste de referentes

Se contrastaron los hallazgos entre los tres referentes (MEN, nacional, internacional), para:

- Identificar convergencias en exigencias.
- Detectar brechas entre lo prescrito y lo presente en textos.
- Formular recomendaciones de mejora.

3.5 Instrumento de análisis

Se utilizó una matriz (ver Tabla 3-1) de valoración estructurada que organizó los ejercicios según columnas y filas:

Columnas:

1. Referencia del ejercicio (libro, página, número).
2. Magnitud trabajada (longitud, área, volumen, ángulo).
3. Descripción sintética del ejercicio.
4. Nivel de coherencia con EBC (MEN, 2006): escala 1-4.
5. Nivel de coherencia con procesos nacionales (Figueroa Flórez, 2025): escala 1-4.
6. Nivel de coherencia con referentes internacionales: escala 1-4.

Estructura de filas:

- Una fila por ejercicio analizado.
- Agrupación por magnitud.
- Subtotales por editorial y grado.

Tabla 3-1

Matriz de análisis

Ejercicio (Libro, pág.)	Magnitud trabajada (longitud, área, volumen, ángulo)	Estándares MEN (2006)	Investigación nacional (Figuerola Flórez, 2025)	Investigaciones internacionales (Clements y Sarama, 2009; Smith y Barrett, 2017; Lehrer y Schauble, 2023)	Nivel de alineación (1-4)
Ej. 1 (Libro A, p. 45)					
Ej. 2 (Libro B, p. 102)					
Ej. 3 (Libro C, p. 67)					
Ej. 4 (Libro D, p. 150)					

Fuente: Elaboración propia.

Validez del instrumento:

La matriz fue construida basándose en:

- Definiciones claras de los niveles de coherencia.
 - Criterios específicos para cada magnitud (longitud, área, volumen, ángulo).
 - Fundamentación en literatura especializada (MEN, 2006; Figuerola Flórez, 2025; Clements y Sarama, 2009; Smith y Barrett, 2017; Lehrer y Schauble, 2023).
- Criterios de análisis

3.5.1 Criterio 1: Coherencia con los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006)

Se analizó la alineación de cada ejercicio (ver Tabla 3-2) con estándares del MEN (2006) para grados 10-11.

Tabla 3-2

Descripción de los Estándares Básicos de Competencia del MEN (2006) asociados al pensamiento métrico para los grados 10° y 11°

Estándar	Descripción
1. Diseño estrategias para abordar situaciones de medición que requieran grados de precisión específicos.	Este estándar promueve el desarrollo de la capacidad de seleccionar y aplicar procedimientos adecuados en función del nivel de exactitud requerido en una situación particular de medición. Supone que el estudiante reconoce que no todas las situaciones demandan el mismo grado de precisión: por ejemplo, medir la longitud de un salón de clase para ubicar pupitres no requiere el mismo nivel de detalle que la construcción de una maqueta de ingeniería. El énfasis está en la elección consciente de unidades, instrumentos y métodos de medición que garanticen resultados pertinentes y razonables según el contexto.
2. Resuelvo y formulo problemas que involucren magnitudes cuyos valores medios se suelen definir indirectamente como razones entre valores de otras magnitudes, como la velocidad media, la aceleración media y la densidad media.	Este estándar introduce al estudiante en la medición indirecta de magnitudes a través de relaciones proporcionales. Se busca que el estudiante comprenda que muchas magnitudes físicas no se miden de forma directa, sino a partir de la razón entre otras (ejemplo: velocidad = distancia/tiempo, densidad = masa/volumen). Su importancia radica en el desarrollo de un pensamiento métrico que articula la medición con el razonamiento algebraico y el uso de fórmulas, favoreciendo el tránsito hacia la modelación matemática de fenómenos del mundo real.
3. Justifico resultados obtenidos mediante procesos de aproximación sucesiva, rangos de variación y límites en situaciones de medición.	Este estándar resalta el valor de la estimación, la aproximación progresiva y la validación de resultados como parte esencial de la medición. No se trata únicamente de obtener un número, sino de comprender el proceso que llevó a ese resultado, reconocer los márgenes de error y dar razones de su validez en contextos concretos. El estudiante desarrolla así la capacidad de evaluar la razonabilidad de sus mediciones, lo que fortalece el pensamiento métrico al vincular la precisión matemática con la interpretación crítica.

Fuente: Elaboración propia.

En la Tabla 3-3, se presentan los niveles de coherencia del 1 al 4 con los estándares básicos de competencias.

Tabla 3-3

Niveles de coherencia con los estándares básicos de competencias

Nivel	Descripción
1	El ejercicio aborda de manera superficial 1 de los estándares (solo cálculo mecánico, sin procesos de medición).
2	El ejercicio aborda parcialmente 1 de los estándares, pero sin profundizar (ejemplo: aplica fórmula sin estimación ni justificación).
3	El ejercicio se alinea de manera adecuada con 1 de los estándares, integra procesos de medición y fomenta cierta comprensión conceptual.
4	El ejercicio se alinea de forma explícita 1 o más estándares, incluye estimación, aproximación, justificación de resultados y aplicación contextual.

Fuente: Elaboración propia.

Ejemplos sobre el análisis de ejercicios propuestos por los textos en estudio respecto a los criterios establecidos.

Análisis respecto a los Estándares Básicos de Competencias.

El ejemplo del ejercicio *Matemáticas 10 SM* de la Figura 3-1 se caracteriza con el nivel 1, porque:

- i. Trabaja únicamente la conversión de unidades mediante cálculos.
- ii. No plantea una situación problema contextualizada.
- iii. No pide o solicita justificación de los procesos o procedimientos.

Figura 3-1

Ejemplo del libro *Matemáticas 10 SM*, ejercicio 1

1 Convierte a grados, minutos y segundos las siguientes medidas angulares.

a. $39,78^\circ$	b. $-32,98^\circ$
c. -180°	d. $45,45^\circ$
e. $259,12^\circ$	f. $-8,745^\circ$
g. $89,45^\circ$	h. $368,78^\circ$
i. $-78,83^\circ$	j. $-57,21^\circ$

Fuente: MEN (2017a, p.72).

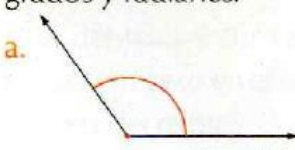
El ejemplo del ejercicio de *Matemáticas 10 SM* de la Figura 3-2 se caracteriza con el nivel 2, porque:


- El ejercicio solicita la medición de un ángulo utilizando el transportador, lo que el estudiante elige el sistema sexagesimal como unidad de medida.
- Una vez medido, el estudiante debe convertir la medida obtenida en grados al sistema de radianes, lo que introduce la comprensión de dos sistemas de medición angular.
- Aunque involucra medición real y conversión, el ejercicio no contextualiza la actividad en una situación real ni pide al estudiante justificar por qué sería conveniente usar radianes en lugar de grados en ciertos contextos.

Figura 3-2

Ejemplo del libro *Matemáticas 10 SM*, ejercicio 3

3 Mide los siguientes ángulos y expresa su medida en grados y radianes.

a.  Figura 3.5

b.  Figura 3.6

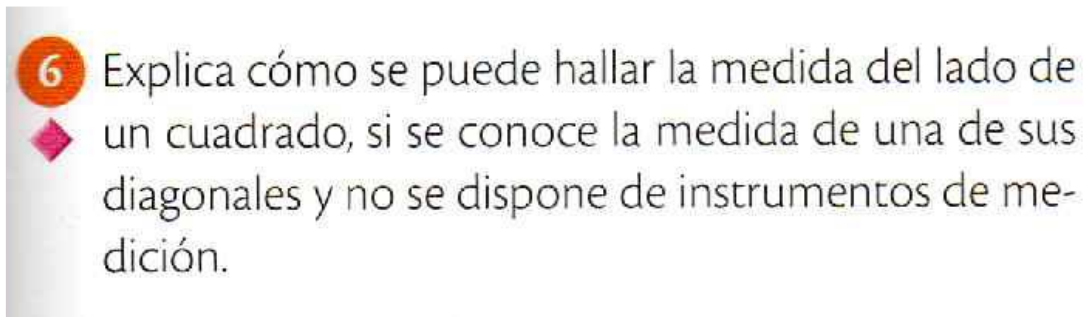
Fuente: MEN, 2017a, p.72.

El ejemplo del ejercicio de *Matemáticas 10 SM* de la Figura 3-3 se caracteriza con el nivel 3, porque:

- i. El ejercicio exige que el estudiante justifique el resultado obtenido mediante una estrategia de medición indirecta como el teorema de Pitágoras.
- ii. El estudiante no puede medir la diagonal directamente, sino que debe aplicar el teorema de Pitágoras, lo que implica seleccionar una estrategia matemática apropiada y coordinarla con la medida del lado del cuadrado.
- iii. El estudiante debe descomponer el problema, reconociendo que la diagonal es la hipotenusa de un triángulo rectángulo formado por dos lados del cuadrado. Esto fomenta el razonamiento geométrico y la visualización espacial.
- iv. Aunque el ejercicio es conceptualmente sólido, no introduce explícitamente conceptos de error, tolerancia o aproximación numérica en un contexto real aplicado.

Figura 3-3

Ejemplo del libro Matemáticas 10 SM, ejercicio 6



Fuente: MEN (2017a, p. 83).

El ejemplo del ejercicio del libro de matemáticas, editorial Santillana de la Figura 3-4 se caracteriza con el nivel 4, porque:

- i. El ejercicio introduce de manera integrada el diseño de estrategias de medición con niveles de precisión determinados (estándar 1) y la justificación de resultados mediante procesos de aproximación, rangos de variación y análisis de error (estándar 3).

- ii. El problema se plantea en un contexto real donde la precisión y el análisis de error son fundamentales, conectando el pensamiento métrico con aplicaciones prácticas y disciplinares.
- iii. El estudiante debe reflexionar sobre qué nivel de precisión es apropiado según el contexto, comprendiendo que no todas las situaciones requieren la misma exactitud y que los instrumentos tienen limitaciones inherentes.
- iv. El ejercicio introduce conceptos técnicos y científicos como tolerancia, error absoluto, error relativo, aproximación sucesiva, fundamentales en educación media para preparar a los estudiantes en disciplinas STEM.

Figura 3-4

Ejemplo del libro Los caminos del saber. Matemáticas 11, ejercicio 158

S El diseño de una pieza metálica corresponde con el de un círculo de 7 cm de radio.

158. Estima, en forma aproximada, el error cometido al calcular el área de la pieza si su radio tiene un error máximo de 1 mm.

Fuente: Buitrago García, Perdomo Pedraza et al. (2013, p. 229).

El estudiante debe argumentar sus decisiones, explicar los rangos de variación aceptables y validar la razonabilidad de sus resultados, desarrollando pensamiento crítico y metacognición

3.5.2 Criterio 2: Coherencia con investigaciones nacionales (Figuroa Flórez, 2025)

Para el segundo criterio, la coherencia con investigaciones nacionales, se aplicó la caracterización de procesos del pensamiento métrico propuesta por Figuroa Flórez (2025). (Tabla 3-4).

Tabla 3-4*Caracterización del pensamiento métrico*

N°	Procesos	Descripción
1	Percepción, reconocimiento y distinción de las propiedades susceptibles de medición ya sea de un objeto o un fenómeno	1.1. Identificación y distinción sobre las propiedades susceptibles de medición o mensurandos en un objeto. 1.2. Distinguir entre objeto mensurando, tamaño del mensurando y, medida del tamaño del mensurando. 1.3. Percepción sobre la naturaleza del mensurando y sus mediciones. 1.4. Acercamiento hacia la construcción de los conceptos de cada mensurando 1.5. Acercamiento comprensivo hacia los procesos de conservación y transitividad. Coordinación entre ambos bajo transformaciones o manipulaciones. 1.6. Capacidad de conectar y desconectar distintos mensurandos implicados en un proceso de medición.
2	Selección, uso comprensivo y refinamiento de instrumentos de medición,	2.1. Selección adecuada de los instrumentos de medición tangibles o intangibles. 2.2. Uso comprensivo de los instrumentos de medición en la toma de datos. Coordinación entre instrumentos, unidades y medidas del mensurando. 2.3. Refinamiento o calibración de los instrumentos de medición. 2.4. Coordinación de los instrumentos de medición con las estrategias previstas.
3	Planteamiento, operacionalización y optimización de estrategias de medición	3.1. Planteamiento de una estrategia adecuada de medición que posibilite su ejecución. Interrelación espacio, número y medida: uso de procesos de disección, disección refinada, anidamiento, la complementariedad y la diferencia. 3.2. Operacionalización de la estrategia propuesta y coordinación con los instrumentos elegidos. 3.3. Optimización y automatización de la estrategia propuesta (el tratamiento del error).
4	Aplicación de la medida	4.1. Revisión sobre la coordinación entre los mensurandos o propiedades de estos del objeto original respecto al objeto transformado, en los diversos espacios de medición, cuando se recurre a la medición indirecta. 4.2. La selección de las unidades de medición y su coordinación con el rango y orden del mensurando. 4.3. Garantía sobre la proporcionalidad, la coordinación entre unidades de medición y la precisión del factor o factores de conversión en los distintos espacios de medición. Efectuar el proceso de devolución.

N°	Procesos	Descripción
		4.4. Asignar un número o cualidad sobre la medida del tamaño del mensurando de manera adecuada y acorde al contexto del problema.
5	Perspectiva crítica sobre la medición	<p>5.1. Interna: Revisión sobre la coherencia de la medida del mensurando o resultado de acuerdo con los datos y contexto del problema. Revisión sobre la pertinencia de los instrumentos usados y las estrategias propuestas. Establecer un mecanismo de validación de los resultados de medición. Reconocer y hacer público las condiciones de confianza sobre el proceso de medición (el componente ético).</p> <p>5.2. Externa: Reconocer la trascendencia de los procesos 1 a 4 en el abordaje y solución de otros problemas y en la toma de decisiones. Reconocer el trasfondo social de los resultados obtenidos en el proceso de medición.</p>

Fuente: Figueroa Flórez (2025).

En la Tabla 3-5, se presenta los niveles de coherencia del 1 al 4, con relación a las investigaciones nacionales.

Tabla 3-5 Niveles de coherencia con las investigaciones nacionales

Nivel	Descripción
1	El problema o ejercicio promueve el desarrollo o la intervención solamente del proceso 4, subproceso 4.4 del pensamiento métrico acuerdo a la Tabla 3-4. Es decir, solo se remite a hacer cálculos y estimaciones con números.
2	El problema o ejercicio promueve el desarrollo o la intervención de los procesos 2, 3 y 4 del pensamiento métrico de acuerdo con la Tabla 3-4. es decir, permite que el estudiante proponga una estrategia de medición, seleccione un Instrumento de Medición y aplique la medida.
3	El problema o ejercicio promueve el desarrollo o la intervención de los primeros 4 procesos del pensamiento métrico de acuerdo con la Tabla 3-4, es decir, no posibilita al estudiante realizar una perspectiva crítica sobre la medición.
4	El problema o ejercicio promueve el desarrollo o la intervención de los 5 procesos del pensamiento métrico de acuerdo con la Tabla 3-4.

Fuente: Elaboración propia.

Ejemplo sobre el análisis de ejercicios propuestos por los textos en estudio respecto a los criterios establecidos

El ejemplo del ejercicio *Matemáticas 10 SM* de la Figura 3-5 se caracteriza con el nivel 1, porque:

- i. El ejercicio se limita a la asignación numérica, es decir, realizar cálculos, el estudiante convierte grados del sistema sexagesimal al sistema decimal.
- ii. El ejercicio no requiere que el estudiante seleccione, utilice o calibre ningún instrumento de medición.
- iii. El estudiante no debe proponer, operacionalizar ni optimizar estrategias de medición, pues la conversión es directa mediante fórmulas matemáticas.
- iv. El ejercicio no desarrolla la capacidad del estudiante para distinguir el ángulo como magnitud medible.
- v. El estudiante no reflexiona sobre la coherencia del resultado, la pertinencia del sistema de medición utilizado, ni el trasfondo social de la medición angular.

Figura 3-5

Ejemplo del libro Matemáticas 10 SM, ejercicio 2

2 Expresa en grados decimales las medidas angulares que se presentan a continuación.

a. $2^{\circ} 4' 14''$	b. $5^{\circ} 5' 7''$
c. $47^{\circ} 59'$	d. $-12^{\circ} 47'$
e. $48^{\circ} 36' 45''$	f. $24^{\circ} 24' 24''$
g. $-26^{\circ} 12' 58''$	h. $-16^{\circ} 15'$

Fuente: MEN (2017a, p. 72).

El ejemplo del ejercicio *Matemáticas 10 SM* de la Figura 3-6 se caracteriza con el nivel 2, porque:

- i. El ejercicio requiere que el estudiante seleccione un instrumento de medición (el transportador, proceso 2), proponga una estrategia de medición básica (medir visualmente el ángulo, proceso 3), y aplique la medida representando gráficamente el ángulo (proceso 4).
- ii. Aunque el estudiante utiliza el transportador, no reflexiona sobre la precisión del instrumento, las limitaciones de la medición manual, ni la adecuación del sistema de medición (grados vs. radianes) según el contexto.
- iii. El ejercicio se limita a una representación gráfica directa sin exigir descomposición, estimación previa, verificación posterior, ni coordinación con otros conceptos geométricos o trigonométricos.
- iv. El ejercicio asume que el estudiante ya comprende qué es un ángulo, sin desarrollar procesos de percepción, distinción entre magnitudes, ni conservación de la medida angular.
- v. El estudiante no justifica sus resultados, no evalúa la razonabilidad de la representación gráfica, ni reflexiona sobre el trasfondo social de la medición angular en aplicaciones reales.

Figura 3-6

Ejemplo del libro *Matemáticas 10 SM*, ejercicio 4

4 Representa gráficamente estos ángulos.

a. 39°	b. -98°
c. -180°	d. 45°
e. 259°	f. -45°
g. $\frac{1}{6}\pi$ rad	h. $\frac{5}{9}\pi$ rad
i. $\frac{7}{4}\pi$ rad	j. $-\frac{5}{8}\pi$ rad
k. $\frac{\pi}{2}$ rad	l. $-\frac{\pi}{2}$ rad

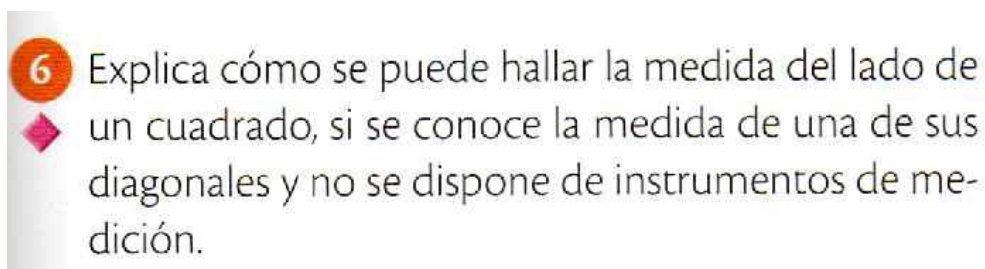
Fuente: MEN (2017a, p.72).

El ejemplo del ejercicio *Matemáticas 10 SM* de la Figura 3-7 se caracteriza con el nivel 3, porque:

- i. El estudiante debe identificar y distinguir que la medida de la diagonal depende de la medida del lado del cuadrado, reconociendo la relación entre estos mensurandos y comprendiendo la conservación de magnitudes bajo transformaciones geométricas.
- ii. El estudiante debe seleccionar el teorema de Pitágoras como instrumento intangible de medición, coordinando este instrumento matemático con las medidas conocidas del cuadrado.
- iii. El estudiante debe plantear una estrategia de medición que involucra descomponer el cuadrado en triángulos rectángulos y aplicar el teorema de Pitágoras para calcular la diagonal indirectamente.
- iv. El estudiante debe aplicar la medida de manera adecuada, asignando un número al resultado obtenido y coordinando unidades de medición.
- v. No alcanza el proceso 5 el ejercicio no pide que el estudiante justifique los resultados obtenidos ni reconozca el contexto donde esta medición pueda ser realizada

Figura 3-7

Ejemplo del libro Matemáticas 10 SM, ejercicio 6



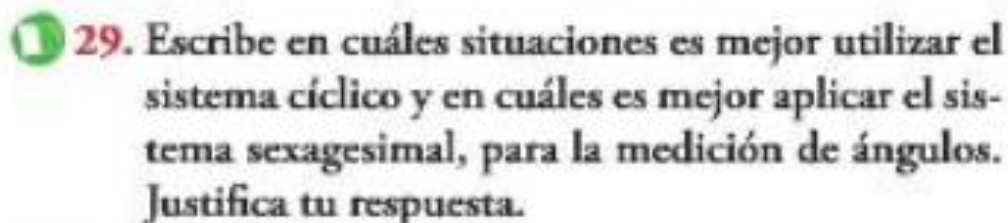
Fuente: MEN (2017a, p. 76).

El ejemplo del ejercicio del libro de matemáticas, editorial Santillana, de la Figura 3-8 se caracteriza con el nivel 4, porque:

- i. El estudiante debe identificar y distinguir que existen dos maneras de medir y representar los ángulos (sistema sexagesimal y sistema radial), reconociendo las propiedades y características de cada mensurando y su naturaleza matemática.
- ii. El estudiante debe seleccionar el instrumento de medición apropiado según el contexto: el transportador para medir ángulos en grados (sistema sexagesimal), o reconocer que el cálculo diferencial requiere medidas en radianes (sistema radial). Esta selección implica coordinación entre instrumentos, unidades y contexto de aplicación.
- iii. El estudiante debe plantear una estrategia de medición que contemple cuándo y por qué usar un sistema u otro, operacionalizando esta decisión según las demandas del problema.
- iv. El estudiante debe aplicar la medida de manera adecuada, asignando valores numéricos correctos en el sistema elegido y garantizando la coordinación entre unidades de medición y el contexto del problema (por ejemplo, radianes en derivadas, grados en aplicaciones prácticas cotidianas).
- v. El estudiante debe revisar la coherencia de su elección según el contexto, evaluar si el sistema de medición seleccionado es el más pertinente, y establecer un mecanismo de validación de sus resultados.
- vi. El estudiante debe justificar su elección explicando las implicaciones prácticas y disciplinares, reconociendo que la medición angular tiene aplicaciones reales en ciencia, tecnología y vida cotidiana.

Figura 3-8

Ejemplo del libro Los caminos del saber. Matemáticas 10, ejercicio 29



D 29. Escribe en cuáles situaciones es mejor utilizar el sistema cíclico y en cuáles es mejor aplicar el sistema sexagesimal, para la medición de ángulos. Justifica tu respuesta.

Fuente: Buitrago García, Romero Roa et al. (2013, p. 50).

3.5.3 Criterio 3: Coherencia con investigaciones internacionales

Se consideraron modelos y niveles de desarrollo conceptual sobre la medición propuestos por autores como Lehrer y Schauble (2023), Smith y Barrett (2017), y Clements y Sarama (2009). A partir de la lectura y análisis de estos autores, se realizó una descripción detallada de los procesos asociados al pensamiento métrico en relación con las principales magnitudes: longitud, área, volumen y ángulo. Dichos procesos permiten comprender cómo los estudiantes avanzan desde comparaciones perceptuales y el uso de unidades no estandarizadas, hasta la aplicación de fórmulas, la estimación, la justificación de resultados y la integración de conceptos en contextos geométricos.

Procesos para longitud.

La Tabla 3-6 presenta los procesos asociados al desarrollo del pensamiento métrico con relación a la medición de longitudes.

Tabla 3-6

Procesos asociados al desarrollo del pensamiento métrico en la medición de longitudes

Proceso	Descripción
1. Uso y comprensión de las unidades	Capacidad para reconocer que la medición de la longitud requiere unidades iguales, repetibles y sin superposición. Incluye comprender la diferencia entre unidades no estándar (pasos, clips) y unidades estándar (cm, m), así como su función para expresar medidas de forma precisa y comparable.
2. Comparación directa e indirecta	<p>Directa: colocar dos objetos alineados para decidir cuál es más largo o corto sin herramientas intermedias.</p> <p>Indirecta: usar un objeto, cuerda o marca como intermediario cuando no es posible alinear directamente los elementos.</p> <p>Este proceso desarrolla la noción de orden y magnitud.</p>
3. Conservación de la longitud	Comprensión de que la longitud de un objeto no cambia, aunque se altere su posición, orientación o forma aparente, siempre que no se estire, comprima o corte. Esta idea es previa a la medición formal y clave para evitar errores perceptivos.

44 Un estudio didáctico sobre el abordaje del pensamiento métrico en los textos de matemáticas de los grados 10° y 11° en Colombia

Proceso	Descripción
4. Relación inversa	Entender que, a mayor tamaño de la unidad de medida, menor será el número de unidades necesarias para medir la misma longitud, y viceversa. Este razonamiento ayuda a vincular la noción de proporcionalidad en medición.
5. Comprensión de herramienta de medición	Habilidad para utilizar correctamente instrumentos como reglas, cintas métricas o calibradores. Incluye: Alinear el objeto con el punto de inicio (cero), Leer la escala correctamente, Seleccionar la unidad adecuada para la situación.
6. Estimación:	Capacidad de anticipar la medida de una longitud basándose en referencias conocidas, sin necesidad de medir físicamente. Permite desarrollar sentido métrico y evaluar la razonabilidad de un resultado.

Fuente: Elaboración propia.

En la Tabla 3-7, se presenta los niveles de coherencia del 1 al 4, con relación a la medición de longitudes.

Tabla 3-7

Niveles de coherencia para la medición de longitudes

Nivel	Descripción
1	El ejercicio promueve únicamente la utilización o aplicación mecánica de fórmulas o procedimientos, sin considerar procesos previos de comparación, análisis conceptual de la unidad ni estimación. Solamente se remite al cálculo numérico de la longitud.
2	El ejercicio promueve parcialmente procesos como la comparación o selección de la unidad, pero no integra toda la secuencia conceptual (por ejemplo, reconoce unidades estándar pero no construye comparaciones directas/indirectas ni conserva la longitud).
3	El ejercicio permite el desarrollo de la mayoría de los procesos identificados (comparación, conservación, uso de unidades, estimación) aunque sin llevar al estudiante a una justificación crítica ni a la integración de conceptos en contextos más amplios.
4	El ejercicio promueve y articula de manera explícita todos los procesos clave del pensamiento métrico en longitud: comprende, compara, conserva, selecciona instrumentos adecuados, justifica y estima, permitiendo contextualización y razonamiento avanzado.

Fuente: Elaboración Propia

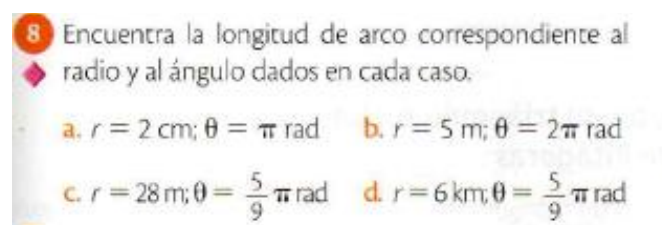
Ejemplo sobre el análisis de ejercicios propuestos por los textos en estudio respecto a los criterios establecidos.

El ejemplo del ejercicio *Matemáticas 10 SM* de la Figura 3-9 se caracteriza con el nivel 1, porque:

- i. El ejercicio se limita a solicitar el cálculo de la longitud de arco utilizando la fórmula sin involucrar comprensión conceptual previa de por qué esta fórmula funciona o qué representa geoméricamente.
- ii. Aunque el ejercicio utiliza unidades (metros, radianes), no reflexiona sobre la diferencia entre unidades estándar y no estándar, ni sobre la función de la unidad para expresar medidas de forma precisa y comparable.
- iii. El estudiante no compara longitudes de diferentes arcos, ni utiliza estrategias de comparación para desarrollar noción de orden y magnitud.
- iv. El ejercicio no explora si la longitud de arco cambia al variar la posición del arco en el plano, ni desarrolla comprensión de que la longitud es una propiedad invariante bajo transformaciones rígidas.
- v. El estudiante no evalúa si es razonable el resultado obtenido

Figura 3-9

Ejemplo del libro Matemáticas 10 SM, ejercicio 8



Fuente: MEN (2017a, p.73).

El ejemplo del ejercicio del libro de matemáticas, editorial Educar, de la Figura 3-10 se caracteriza con el nivel 2, porque:

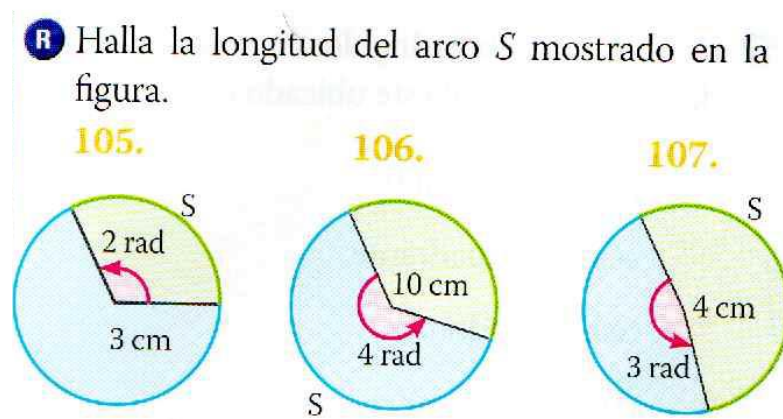
- i. El ejercicio involucra unidades estándar (centímetros para el radio, radianes para el ángulo), lo que implica reconocimiento de la necesidad de unidades para

expresar medidas de forma precisa. Específicamente, presenta tres problemas donde el estudiante debe calcular la longitud del arco utilizando la fórmula.

- ii. No reflexiona profundamente sobre las unidades.
- iii. No promueve comparación directa o indirecta de manera explícita.
- iv. El ejercicio no explora si la longitud del arco permanece invariante al cambiar la posición del arco en el plano, ni desarrolla comprensión de que la longitud de arco es una propiedad que depende únicamente del radio y el ángulo central, no de la orientación.
- v. El ejercicio no involucra el uso de instrumentos físicos de medición (regla, cinta métrica, transportador), ni explora cómo se mediría físicamente la longitud de un arco curvo (por ejemplo, utilizando una cuerda flexible), limitando la comprensión práctica de la medición de longitudes no rectilíneas.

Figura 3-10

Ejemplo del libro *Enlace matemáticas 10*, ejercicios 105, 106 y 107



Fuente: Vesga Bravo (2014, p.38).

El ejemplo del ejercicio *Matemáticas 10 SM* de la Figura 3-11 se caracteriza con el nivel 3, porque:

- i. El ejercicio solicita en el numeral b que el estudiante compare dos distancias calculadas mediante razones trigonométricas, desarrollando la capacidad de determinar cuál es mayor o menor sin medición directa, lo que fomenta la noción de orden y magnitud.

- ii. El problema evidencia la relación funcional entre la medida angular (ángulo de depresión) y la longitud horizontal, promoviendo comprensión de cómo diferentes magnitudes se relacionan entre sí.
- iii. El estudiante debe utilizar razones trigonométricas (tangente, seno, coseno) como instrumentos matemáticos para calcular longitudes indirectamente, coordinando ángulos y distancias conocidas.
- iv. El estudiante debe elegir qué razón trigonométrica utilizar según los datos disponibles, desarrollando criterio matemático y comprensión de las relaciones entre los elementos del triángulo rectángulo.
- v. El ejercicio no solicita estimación, justificación crítica y contextualización avanzada

Figura 3-11

Ejemplo del libro Matemáticas 10 SM, ejercicio 1

Resolución de problemas

- 1 Lee cada situación y responde las preguntas.
 - a. Desde un árbol, Antonio observa un caballo que se encuentra a 20 m del árbol. Luego, el caballo se mueve sobre la horizontal ubicándose a 15 m del árbol. ¿En cuál de los dos casos el ángulo de depresión con el que ve Antonio al caballo es mayor? Justifica tu respuesta.
 - b. Desde un faro de 32,4 m de altura se observa un barco con un ángulo de depresión de 41° . Desde otro faro, de 44,7 m de altura, se observa el mismo barco con un ángulo de depresión de 36° .
 - Si los dos faros y el barco están alineados, y el barco está en medio, ¿cuál es la distancia entre los faros?
 - Formula una pregunta que se pueda responder con los datos iniciales, si los dos faros y el barco no están alineados.


Fuente: MEN (2017a, p. 90).

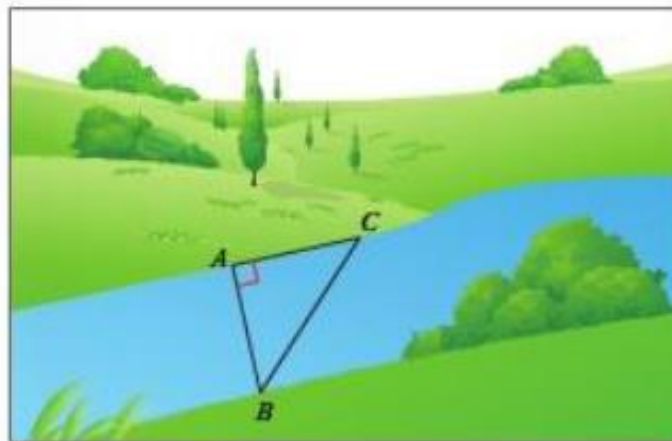
El ejemplo del ejercicio del libro de matemáticas, editorial Santillana, de la Figura 3-12 se caracteriza con el nivel 4, porque:

- i. El estudiante debe elegir si utilizar metros, centímetros u otras unidades según la escala del problema y reflexionar explícitamente sobre si estas unidades son apropiadas para el contexto, desarrollando criterio métrico y comprensión de la función del patrón de medida.
- ii. El estudiante debe coordinar las medidas de lados y ángulos teniendo en cuenta las propiedades del triángulo rectángulo (por ejemplo, que la suma de ángulos internos es 180° , que el lado opuesto al ángulo mayor es más largo, que las razones trigonométricas deben ser consistentes), promoviendo comprensión profunda de las relaciones geométricas y la conservación de propiedades bajo transformaciones.
- iii. El ejercicio contextualiza la medición en una situación visual real lo que ayuda al estudiante a desarrollar referentes interiorizados y comprender la función práctica de la medición de longitudes.
- iv. El estudiante debe evaluar si los triángulos construidos y las longitudes calculadas son plausibles en el contexto real, es decir, si las medidas obtenidas tienen sentido físico y geométrico

Figura 3-12

Ejemplo del libro *Los caminos del saber. Matemáticas 10, ejercicio 275*

 275. Escribe un problema a partir de la siguiente imagen, sugiriendo algunas medidas. Luego, resuélvelo aplicando funciones trigonométricas.



Fuente: Buitrago García, Romero Roa et al. (2013, p. 158).

Procesos para área.

La Tabla 3-8 presenta los procesos asociados al desarrollo del pensamiento métrico con relación a la medición de áreas.

Tabla 3-8

Procesos asociados al desarrollo del pensamiento métrico en la medición de áreas

Proceso	Descripción
1. Conservación del área	Comprensión de que el área de una figura no cambia, aunque esta se deforme o se reorganice, siempre que la cantidad de superficie cubierta sea la misma. Es un principio previo a la medición formal y ayuda a evitar errores basados solo en la apariencia.
2. Descomposición, recomposición, cubrimiento:	Capacidad para dividir una figura en partes más simples, reorganizarlas o recomponerlas para formar otra figura equivalente. Incluye el uso de unidades de cobertura (cuadrículas, mosaicos) para medir el área y comprender que las unidades deben cubrir la superficie sin huecos ni superposición.
3. Aplicación de fórmulas a figuras simples y compuestas	Uso de expresiones matemáticas para calcular el área: Figuras simples: rectángulos, triángulos, paralelogramos, círculos. Figuras compuestas: combinación de figuras simples, aplicando descomposición y sumas/restas de áreas. Esta etapa requiere comprender de dónde provienen las fórmulas y no solo memorizarlas.
4. Distinción entre área y perímetro	Diferenciar que: Área: mide la superficie cubierta (2D, en unidades cuadradas). Perímetro: mide la longitud del contorno (1D, en unidades lineales). Evita confusiones comunes en las que los estudiantes intercambian o mezclan estas magnitudes.
5. Estimación y verificación	Habilidad para predecir el área de una figura basándose en referencias conocidas y luego verificar la precisión mediante medición o cálculo. Incluye comprobar la razonabilidad del resultado y detectar errores.

Fuente: Elaboración propia.

En la Tabla 3-9, se presenta los niveles de coherencia del 1 al 4, con relación a la medición de áreas.

Tabla 3-9

Niveles de coherencia para el área

Nivel	Descripción
1	El ejercicio se limita únicamente al cálculo mecánico del área usando fórmulas, sin implicar la comprensión conceptual previa, ni procesos de descomposición, comparación o estimación del área.
2	El ejercicio permite el desarrollo parcial de algunos procesos, como el reconocimiento de unidades de medida o la identificación de figuras simples, pero no promueve una comprensión integral (por ejemplo, omite descomposición/recomposición o distinción área-perímetro).
3	El ejercicio aborda la mayoría de los procesos asociados a la medición de área: fomenta la descomposición, el uso de unidades de medida, distinción entre área y perímetro y promueve la verificación y razonabilidad, aunque no realiza una integración completa ni contextualización avanzada.
4	El ejercicio integra y articula de manera explícita todos los procesos clave: conservación del área, descomposición y recomposición, uso crítico de fórmulas, distinción con el perímetro, estimación, verificación, y contextualización en situaciones auténticas, promoviendo el razonamiento crítico.

Fuente: Elaboración propia.

Ejemplo sobre el análisis de ejercicios propuestos por los textos en estudio respecto a los criterios establecidos.

El ejemplo del ejercicio del libro de matemáticas, editorial Santillana, de la Figura 3-13 se caracteriza con el nivel 1, porque:

- i. El ejercicio se limita a solicitar que el estudiante asocie cada magnitud (longitud de arco, área de sector circular, velocidad lineal, velocidad angular) con su fórmula correspondiente, sin involucrar comprensión conceptual.
- ii. No promueve conservación del área.
- iii. No involucra descomposición, recomposición ni cubrimiento
- iv. No promueve distinción entre área y perímetro.

- v. No solicita estimación ni verificación.

Figura 3-13

Ejemplo del libro *Los caminos del saber. Matemáticas 10, ejercicio 51*

51. Une con una línea cada magnitud con la expresión que sirve para calcularla.

Longitud de arco $A = \frac{\theta}{2} r^2$

Área de un sector circular $\omega = \frac{\theta}{t}$

Velocidad lineal $s = r\theta$

Velocidad angular $v = \frac{s}{t}$

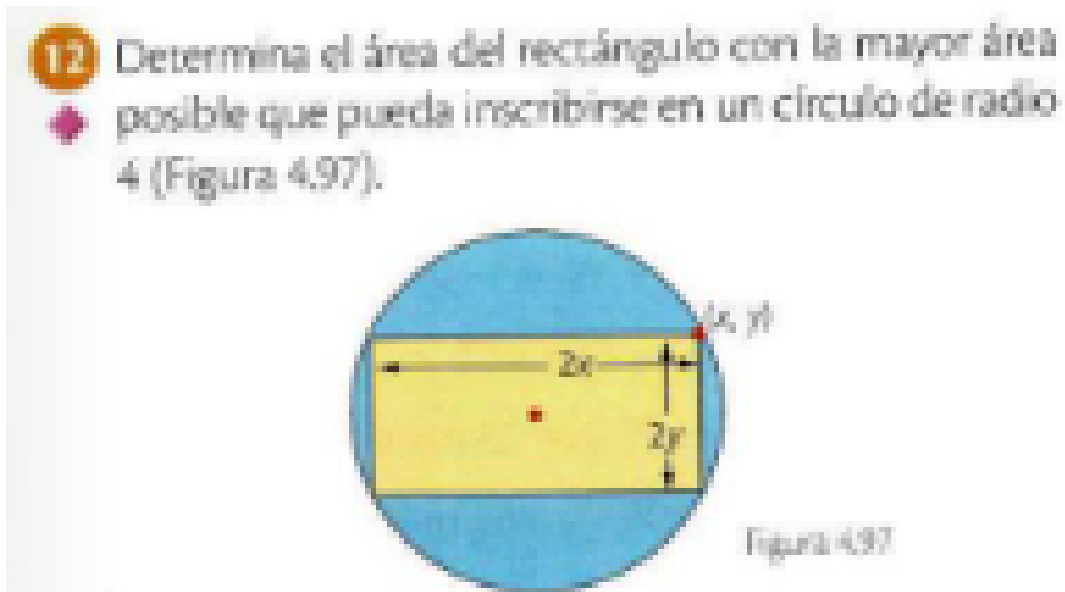
Fuente: Buitrago García, Romero Roa et al. (2013, p. 53).

El ejemplo del ejercicio *Matemáticas 11 SM* de la Figura 3-14 se caracteriza con el nivel 2, porque:

- i. El ejercicio requiere que el estudiante reconozca diferentes figuras geométricas), desarrollando la capacidad de clasificar formas según sus propiedades geométricas.
- ii. El estudiante debe seleccionar y aplicar la fórmula apropiada para cada figura identificada, lo que implica comprensión básica de la relación entre forma geométrica y expresión algebraica del área.
- iii. El estudiante no debe predecir el área antes de calcularla, ni evaluar la razonabilidad del resultado obtenido en relación con la escala de la figura.
- iv. El ejercicio no sitúa la medición de área en un contexto real donde esta sea necesaria o tenga propósito práctico

Figura 3-14

Ejemplo del libro *Matemáticas 11 SM*, ejercicio 12



Fuente: MEN (2017b, p. 159).

El ejemplo del ejercicio *Matemáticas 11 SM* de la Figura 3-15 se caracteriza con el nivel 3, porque:

- i. Requiere que el estudiante distinga entre área lateral y volumen.
- ii. Busca que el estudiante use la fórmula de volumen dependiendo del área superficial.
- iii. Permite estimar y verificar.
- iv. El ejercicio sitúa la medición de volumen y área superficial en un contexto real de optimización de costos en construcción.
- v. No promueve conservación explícita del volumen mediante manipulación física
- vi. No solicita estimación previa explícita.

Figura 3-15

Ejemplo del libro Matemáticas 11 SM, ejercicio 9

9 Martín quiere construir una caja cuya longitud del ancho de la base sea tres veces la longitud de su ancho. El material para elaborar la base y la tapa superior cuesta \$ 25 000 por metro cuadrado y el que requiere para las caras cuesta \$ 15 000 el metro cuadrado. Si la caja debe tener un volumen de 50 m^3 , determina las dimensiones que minimizarán el costo de su construcción.

Fuente: MEN (2017b, p. 158).

Procesos para Volumen.

La Tabla 3-10 presenta los procesos asociados al desarrollo del pensamiento métrico con relación a la medición de volúmenes.

Tabla 3-10

Procesos asociados al desarrollo del pensamiento métrico en la medición de volúmenes

Proceso	Descripción
1. Conservación del volumen	Comprensión de que el volumen de un objeto o cantidad de material no cambia, aunque se modifique su forma o se trasvase a otro recipiente, siempre que no se agregue ni se quite materia. Es una base conceptual previa a la medición formal.
2. Estrategias para medir el volumen	Incluye diferentes métodos para cuantificar el volumen: <ul style="list-style-type: none"> • Por llenado o vaciado (usando recipientes medidores para líquidos). • Por conteo de unidades cúbicas (para objetos sólidos). • Por cálculo indirecto usando medidas lineales y multiplicación de dimensiones. Estas estrategias evolucionan desde lo concreto hasta lo abstracto.

Proceso	Descripción
3. Uso de fórmulas y herramientas	Aplicación de expresiones matemáticas como $V=\text{largo}\times\text{ancho}\times\text{alto}$ a fórmulas específicas para cilindros, prismas y otras figuras. Incluye el manejo correcto de instrumentos como reglas, cintas métricas, probetas o jarras graduadas.
4. Distinción entre volumen y área superficial	Diferenciar que: Volumen: mide el espacio que ocupa un objeto (3D, en unidades cúbicas). Área superficial: mide la superficie total externa de un objeto (2D, en unidades cuadradas). Este entendimiento previene confusiones comunes en problemas tridimensionales.
5. Estimación y verificación	Capacidad para anticipar el volumen de un objeto o recipiente basándose en referencias conocidas y luego verificarlo mediante medición directa o cálculo. Implica evaluar si el resultado obtenido es razonable.

Fuente: elaboración propia.

En la Tabla 3-11, se presenta los niveles de coherencia del 1 al 4, con relación a la medición de volúmenes.

Tabla 3-11

Niveles de coherencia para la medición de volúmenes

Nivel	Descripción
1	El ejercicio se limita exclusivamente al cálculo numérico volumétrico (por ejemplo, aplicar la fórmula $V=\text{largo}\times\text{ancho}\times\text{alto}$ sin involucrar comprensión conceptual, estrategias concretas, ni distinción entre volumen y otras magnitudes).
2	El ejercicio permite parcialmente procesos de medición de volumen, como el uso de algún instrumento o estrategia (llenado, conteo de cubos), pero solo de forma aislada, sin integrarlos ni promover la reflexión conceptual ni la estimación o verificación.
3	El ejercicio fomenta la mayoría de los procesos clave (conservación, estrategias de medición, uso de herramientas, distinción con el área superficial, y

Nivel	Descripción
	estimación) pero no articula todos, ni promueve su aplicación crítica o contextualización avanzada.
4	El ejercicio articula de manera explícita todos los procesos: conservación del volumen, estrategias variadas de medición, uso justificado de herramientas, diferenciación clara entre volumen y área superficial, y procesos de estimación y verificación crítica en contextos reales.

Fuente: elaboración propia

Ejemplo sobre el análisis de ejercicios propuestos por los textos en estudio respecto a los criterios establecidos.

El ejemplo del ejercicio del libro de matemáticas, editorial Educar, de la Figura 3-16 se caracteriza con el nivel 1, porque:

- i. Solo se centra en la aplicación mecánica de la fórmula para el volumen de sólidos de revolución.
- ii. El ejercicio no explora si el volumen de un sólido permanece invariante al cambiar su forma o trasvasarlo a otro recipiente.
- iii. El estudiante no debe elegir entre métodos alternativos de medición, ni reflexionar sobre cuál estrategia es más apropiada según el contexto.
- iv. El estudiante no debe predecir el volumen antes de calcularlo, ni desarrollar referentes interiorizados sobre cuánto es un metro cúbico o un litro, ni evaluar la razonabilidad del resultado obtenido.
- v. El ejercicio no sitúa la medición de volumen en un contexto real donde esta sea necesaria o tenga propósito práctico.

Figura 3-16

Ejemplo del libro Enlace matemáticas 11, ejercicio 199

C En los ejercicios 199 al 204 graficar la región según las especificaciones dadas y calcular el volumen generado al girar ésta alrededor del eje X .

199. $y = -2x + 3$; eje X ; eje Y

Fuente: Silvia Buitrago y González Monroy (2014, p. 305).

El ejemplo del ejercicio del libro de matemáticas, editorial Santillana de la Figura 3-17 se caracteriza con el nivel 2, porque:

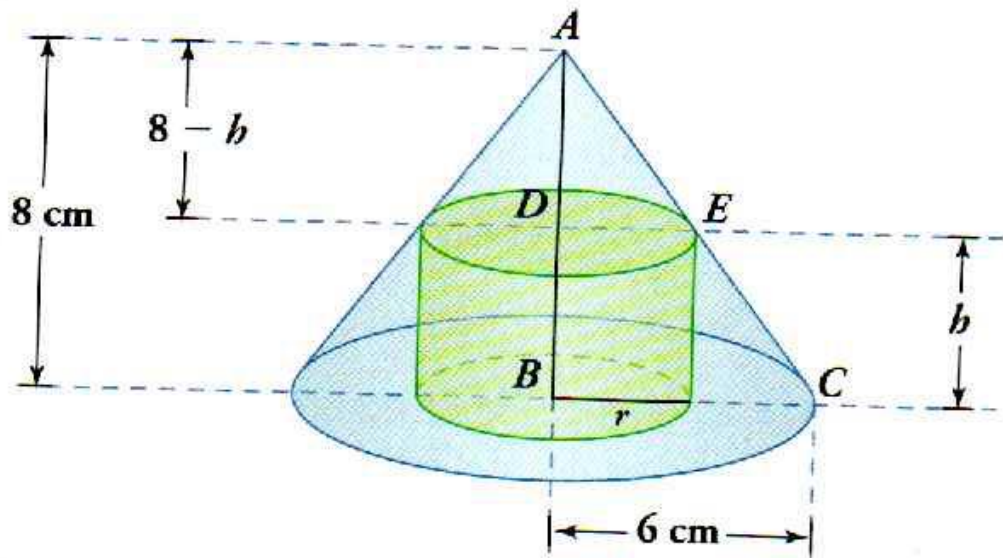
- i. El ejercicio integra conceptos de cálculo integral con la medición de volumen, promoviendo comprensión de cómo métodos matemáticos avanzados permiten calcular volúmenes de formas complejas.
- ii. Requiere el uso de fórmulas de volumen del cono y el cilindro.
- iii. No promueve conservación del volumen de manera explícita.
- iv. El estudiante no debe elegir entre métodos alternativos de medición, ni reflexionar sobre cuál estrategia es más apropiada según el contexto.
- v. El estudiante no debe predecir el volumen antes de calcularlo, ni desarrollar referentes interiorizados sobre cuánto es un metro cúbico o un litro, ni evaluar la razonabilidad del resultado obtenido.

Figura 3-17

Ejemplo del libro *Los caminos del saber. Matemáticas 11, ejercicio 176*

M Lee y responde.

176. ¿Cuál es la medida del radio de la base de un cilindro circular recto de volumen máximo, inscrito en un cono circular recto de altura 8 cm y radio de base 6 cm, como se muestra en la figura?



Fuente: Buitrago García, Perdomo Pedraza (2013, p. 53).

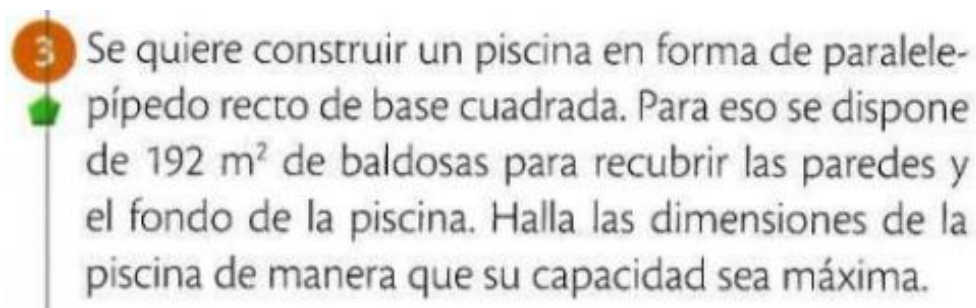
El ejemplo del ejercicio *Matemáticas 11 SM* de la Figura 3-18 se caracteriza con el nivel 3, porque:

- i. Requiere que el estudiante distinga entre área lateral y volumen.
- ii. Busca que el estudiante use la fórmula de volumen dependiendo del área lateral.
- iii. El ejercicio solicita que el estudiante verifique la razonabilidad del resultado obtenido, evaluando si la relación entre área lateral y volumen calculada tiene sentido geométrico y numérico.

- iv. No explora si el volumen permanece invariante al deformar el sólido manteniendo el área lateral constante.
- v. El estudiante no debe elegir entre métodos alternativos de medición, ni reflexionar sobre cuál estrategia es más apropiada según el contexto.

Figura 3-18

Ejemplo del libro *Matemáticas 11 SM*, ejercicio 3



Fuente: MEN (2017b, p. 158).

Procesos para ángulo.

La Tabla 3-12 presenta los procesos asociados al desarrollo del pensamiento métrico con relación a la medición de ángulos.

Tabla 3-12

Procesos asociados al desarrollo del pensamiento métrico en la medición de ángulos

Proceso	Descripción
1. Ángulo como longitud medible	Entender el ángulo como una magnitud que puede cuantificarse, ya sea en términos de apertura (espacio entre dos rayos con un vértice común) o como longitud de arco en un círculo de radio fijo. Este enfoque vincula el ángulo con la medición precisa.
2. Percepción visual del ángulo	Capacidad de discriminar visualmente entre diferentes aperturas para identificar cuál es mayor o menor, sin necesidad de instrumentos. Esta habilidad perceptiva es la base para el desarrollo de la medición formal.
3. Ángulo como rotación	Comprender que un ángulo representa un giro desde una posición inicial hasta una final alrededor de un punto fijo. Este significado dinámico ayuda a conectar el concepto con el movimiento y el cambio de dirección.

Proceso	Descripción
4. Introducción de la unidad estándar	Uso del grado como unidad convencional, entendiendo que una vuelta completa equivale a 360° . Incluye el aprendizaje del uso del transportador para construir y medir ángulos con precisión.
5. Clasificación y estimación	Identificación de tipos de ángulo (agudo, recto, obtuso, llano, completo) y capacidad de estimar su medida antes de medirla. Esto favorece el razonamiento geométrico y la verificación de resultados.
6. Integración en contextos geométricos	Aplicación del conocimiento de los ángulos para resolver problemas en figuras planas y tridimensionales: <ul style="list-style-type: none"> • Suma de ángulos interiores en polígonos, • Relación entre ángulos complementarios y suplementarios, • Propiedades en triángulos y cuadriláteros.

Fuente: Elaboración propia.

En la Tabla 3-13, se presenta los niveles de coherencia del 1 al 4, con relación a la medición del ángulo.

Tabla 3-13

Niveles de coherencia para el ángulo

Nivel	Descripción
1	El ejercicio se enfoca únicamente en el reconocimiento básico de ángulos, como nombrarlos o medirlos mecánicamente, sin incluir procesos perceptivos, clasificación o estimación previa ni el uso del transportador o la comprensión de giro y rotación.
2	El ejercicio promueve algunos procesos, como la discriminación visual o la clasificación de tipos de ángulos, pero no integra la medición estándar con transportador ni la estimación o la relación entre ángulos en contextos geométricos más amplios.
3	El ejercicio fomenta la mayoría de los procesos relacionados: uso del grado, clasificación, estimación y medición con instrumentos, y comienza a integrar aplicaciones en contextos geométricos, aunque sin desarrollar una integración crítica y profunda.
4	El ejercicio articula plenamente todos los procesos: comprensión del ángulo como magnitud medible y como rotación, uso del grado y transportador, clasificación, estimación, y aplicación en resolución de problemas geométricos complejos y contextos auténticos.

Fuente: Elaboración propia

Ejemplo sobre el análisis de ejercicios propuestos por los textos en estudio respecto a los criterios establecidos

El ejemplo del ejercicio *Matemáticas 10 SM* de la Figura 3-19 se caracteriza con el nivel 1, porque:

- i. Solo pide al estudiante realizar el procedimiento de conversión entre sistemas de medición angular.
- ii. El ejercicio no desarrolla la noción de que el ángulo representa una apertura entre dos rayos o una longitud de arco en un círculo de radio fijo, aspectos fundamentales para entender qué significa medir un ángulo.
- iii. El estudiante no debe discriminar visualmente entre diferentes aperturas para identificar cuál es mayor o menor, habilidad perceptiva básica previa a la medición formal.
- iv. El ejercicio no explora la comprensión dinámica del ángulo como un giro desde una posición inicial hasta una final, concepto fundamental para conectar la medición angular con movimiento y cambio de dirección.
- v. El estudiante no debe medir ángulos con transportador ni reflexionar sobre por qué el grado es la unidad convencional.
- vi. El ejercicio no aplica la medición angular a problemas en figuras planas o tridimensionales.

Figura 3-19

Ejemplo del libro *Matemáticas 10 SM*, ejercicio 5

5 Completa la Tabla 3.1.

Grados	Radianes	Rotaciones
35°		
	π	
256°		
	$\frac{2\pi}{7}$	
		$\frac{5}{4}$

Tabla 3.1

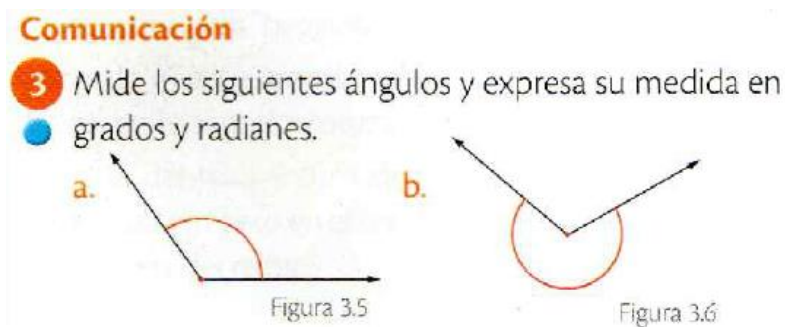
Fuente: MEN (2017a, p.72).

El ejemplo del ejercicio *Matemáticas 10 SM* de la Figura 3-19 se caracteriza con el nivel 2, porque:

- i. El ejercicio requiere que el estudiante utilice el transportador para medir un ángulo dado, promoviendo comprensión básica de la introducción de la unidad estándar (el grado) y el manejo de un instrumento de medición angular.
- ii. Una vez medido el ángulo en grados, el estudiante debe convertirlo a radianes, lo que introduce la comprensión de que existen dos sistemas de medición angular (sexagesimal y radial) y que es posible transitar entre ellos.
- iii. No permite al estudiante reflexionar sobre la medición de manera crítica
- iv. No integra en contextos geométricos complejos:
- v. El ejercicio no sitúa la medición angular en un contexto real donde esta sea necesaria o tenga propósito práctico

Figura 3-20

Ejemplo del libro *Matemáticas 10 SM*, ejercicio 3



Fuente: MEN (2017a, p.72).

El ejemplo del ejercicio del libro de matemáticas, editorial Santillana de la Figura 3-21 se caracteriza con el nivel 3, porque:

- i. El ejercicio requiere que el estudiante Comprenda qué son ángulos suplementarios.
- ii. El ejercicio requiere que el estudiante Identifique contextos donde aparecen ángulos suplementarios naturalmente.
- iii. El ejercicio requiere que el estudiante Reconozca el ángulo como una magnitud cuantificable que puede sumarse, restarse y relacionarse mediante propiedades geométricas.

- iv. El ejercicio fomenta integración en contextos geométricos.
- v. El ejercicio No exige reflexión crítica sobre sistemas de medición angular.
- vi. El ejercicio no requiere uso explícito del transportador ni medición directa.

Figura 3-21

Ejemplo del libro Los caminos del saber. Matemáticas 10, ejercicio 16

Escribe una situación en la que se utilicen ángulos suplementarios. Luego, inventa un problema al respecto y resuélvelo.

Fuente: Buitrago García, Romero Roa et al. (2013, p. 47).

El ejemplo del ejercicio del libro de matemáticas, editorial Santillana de la Figura 3-22 se caracteriza con el nivel 4, porque:

- i. El ejercicio exige que el estudiante diferencie claramente entre el sistema sexagesimal (grados, minutos, segundos) y el sistema radial (radianes), reconociendo las características, ventajas y limitaciones de cada sistema.
- ii. Permite observar en qué contextos es más conveniente usar cada sistema: El ejercicio promueve razonamiento crítico al solicitar que el estudiante.
- iii. Permite procesos de orden superior como reflexionar y justificar.
- iv. Promueve todos los procesos relacionados con la medición de ángulos.
- v. El ejercicio conecta la medición angular con disciplinas reales (matemática pura, física, ingeniería, navegación), promoviendo comprensión del trasfondo social y cultural de los sistemas de medición y su relevancia en la toma de decisiones científicas y técnicas.

Figura 3-22

Ejemplo del libro Los caminos del saber. Matemáticas 10, ejercicio 29

29. Escribe en cuáles situaciones es mejor utilizar el sistema cíclico y en cuáles es mejor aplicar el sistema sexagesimal, para la medición de ángulos. Justifica tu respuesta.

Fuente: Buitrago García, Romero Roa et al. (2013, p. 50).

3.6 Fiabilidad y validez

3.6.1 Validez conceptual

Se aseguró mediante:

- Claridad de los criterios: Cada nivel (1-4) tiene descriptores específicos y diferenciados.
- Triangulación teórica: Cada ejercicio fue evaluado frente a los tres referentes independientes (MEN, nacional especializado, internacional), lo que reduce sesgos.
- Revisión colegiada: Los análisis parciales fueron discutidos con el director de tesis para verificar consistencia.
- Documentación exhaustiva: Se mantuvo registro detallado de decisiones y justificaciones.

3.6.2 Consideraciones éticas

- Se respeta la propiedad intelectual de las editoriales y autores citando correctamente.
- Los resultados se presentan de manera objetiva sin intención de desacreditar.
- Se busca aportar constructivamente al mejoramiento de materiales educativos.
- Los hallazgos se contextualizan en el marco de investigaciones previas.

Capítulo 4 Resultados

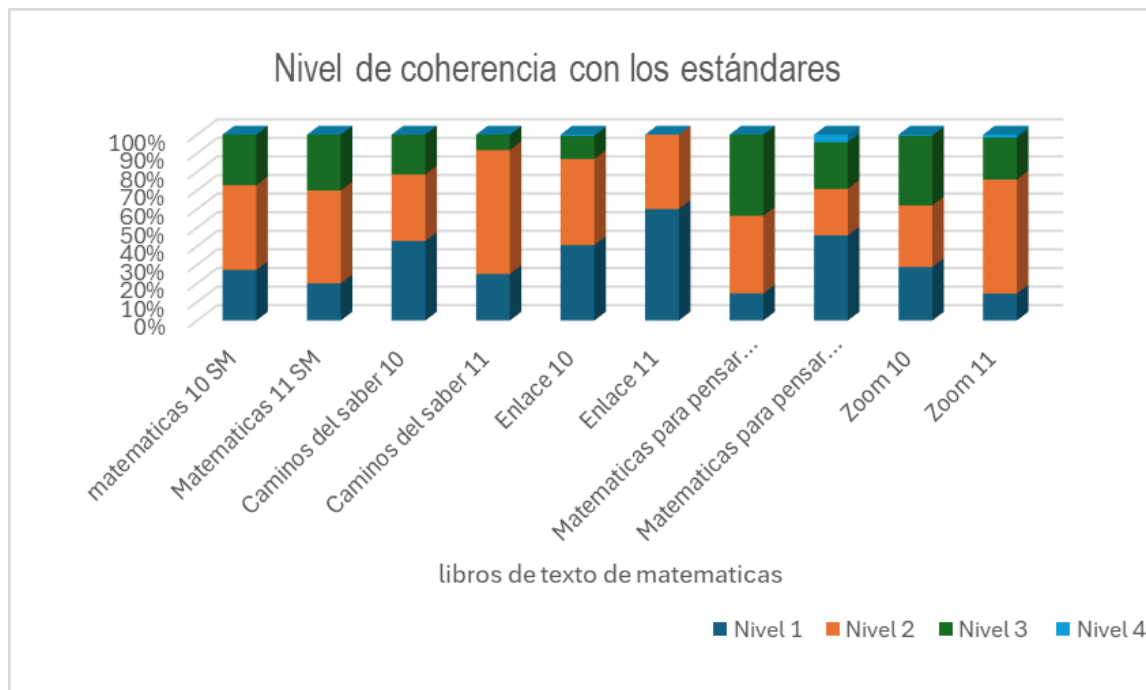
El presente capítulo reúne y organiza los resultados del análisis didáctico y estadístico realizado sobre los ejercicios de pensamiento métrico presentes en los libros de texto de matemáticas de grados décimo y undécimo. A partir de la matriz de valoración construida, se examina primero el nivel de coherencia de las actividades con los *Estándares Básicos de Competencias* del MEN (2006); en segundo lugar, se contrasta dicha coherencia con las investigaciones nacionales desarrolladas en el marco de la MCEN; y, finalmente, se analiza la alineación con los referentes internacionales sobre la enseñanza de la medición, considerando en cada caso las magnitudes de longitud, área, volumen y ángulo. El capítulo se estructura mostrando, para cada magnitud, cómo se distribuyen los ejercicios por libro y por nivel de coherencia con cada uno de estos referentes, para luego identificar patrones comunes, vacíos y tensiones entre lo prescrito y lo que efectivamente ofrecen los textos escolares. Con el fin de garantizar transparencia y trazabilidad en el tratamiento de los datos, las hojas de cálculo en las que se registró y sistematizó la información de todos los ejercicios analizados pueden consultarse en los siguientes enlaces: [resultados tesis de maestria \(1\) \(1\).xlsx](#) y [resultados tesis de maestria 2.xlsx](#).

4.1 Resultados respecto a los estándares nacionales

En la gráfica de la Figura 4-1, se presenta la distribución porcentual de los ejercicios de pensamiento métrico según el nivel de coherencia con los *Estándares Básicos de Competencias* del MEN (2006), para cada uno de los libros de texto de matemáticas de 10.º y 11.º analizados. Esta gráfica permite resumir y comparar de manera global qué tan frecuentemente las actividades propuestas se sitúan en los niveles más básicos o en los niveles superiores de coherencia con el referente nacional.

Figura 4-1

Niveles de coherencia con los Estándares Básicos de Competencias del MEN en los libros de texto de matemáticas de 10.º y 11



Fuente: Elaboración propia

Más del 75% de los ejercicios se concentran en los niveles 1 y 2 de coherencia, lo que indica que, en la mayoría de los casos, los estudiantes se enfrentan a tareas que favorecen un tratamiento superficial o parcial del pensamiento métrico (predominan el cálculo y la aplicación mecánica de fórmulas, con poca exigencia de justificación, estimación o contextualización).

Menos de una cuarta parte de los ejercicios ($\approx 23\%$) se ubica en los niveles 3 y 4, de modo que solo una minoría de las tareas presenta una coherencia adecuada o completa con los *Estándares Básicos de Competencias* del MEN (2006) para grados 10.º y 11.º. Esto sugiere que las oportunidades para desarrollar un pensamiento métrico profundo y articulado con los estándares son limitadas.

Únicamente 4 de los 10 libros analizados incluyen algún ejercicio en el nivel 4. Además, en todos ellos la proporción de este tipo de tareas es muy baja (entre 0,6% y 4%), lo que

implica que los ejercicios que realmente integran las exigencias más altas de los estándares son excepcionales dentro del conjunto de actividades de cada texto.

Resultados por editorial

Editorial SM (*Matemáticas*): Presenta una distribución relativamente equilibrada entre los niveles 1, 2 y 3, pero no ofrece ejercicios de nivel 4. En términos de desarrollo del pensamiento métrico, esto significa que los libros de esta editorial trabajan un nivel intermedio de coherencia con los estándares, sin llegar a plantear tareas que exijan análisis de error, aproximación o justificación robusta de resultados.

Editorial Santillana (*Los caminos del saber*): La mayoría de los ejercicios se concentra en el nivel 2, mientras que el nivel 3 disminuye al pasar de grado 10.^o a 11.^o (de 21,4% en *Los caminos del saber 10* a 8,3% en *Los caminos del saber 11*). Al igual que SM, no registra ejercicios de nivel 4. Esto evidencia una regresión en la profundidad del trabajo con el pensamiento métrico en el tránsito de 10.^o a 11.^o.

Editorial Norma (*Enlace*): Es la editorial que más ejercicios ubica en el nivel 1: 40,6% en 10.^o y 60% en 11.^o. Aunque es una de las cuatro editoriales que incorpora algún ejercicio de nivel 4, la proporción es mínima (0,6% en *Enlace 10*). En conjunto, sus libros tienden a trabajar el pensamiento métrico de manera mayoritariamente superficial, centrada en el cálculo y con escasas oportunidades de reflexión o justificación.

Editorial Educar (*Matemáticas para pensar*): En grado 10.^o presenta el mayor porcentaje de ejercicios en nivel 3 de todos los textos analizados (43,6%) y, en 11.^o, alcanza el mayor porcentaje de ejercicios en nivel 4 (4%). Sin embargo, en 11.^o se observa un incremento importante de ejercicios en nivel 1 (de 14,5% en 10.^o a 46% en 11.^o), lo que indica una mezcla de tareas de alta exigencia con un volumen considerable de ejercicios de tratamiento básico del pensamiento métrico.

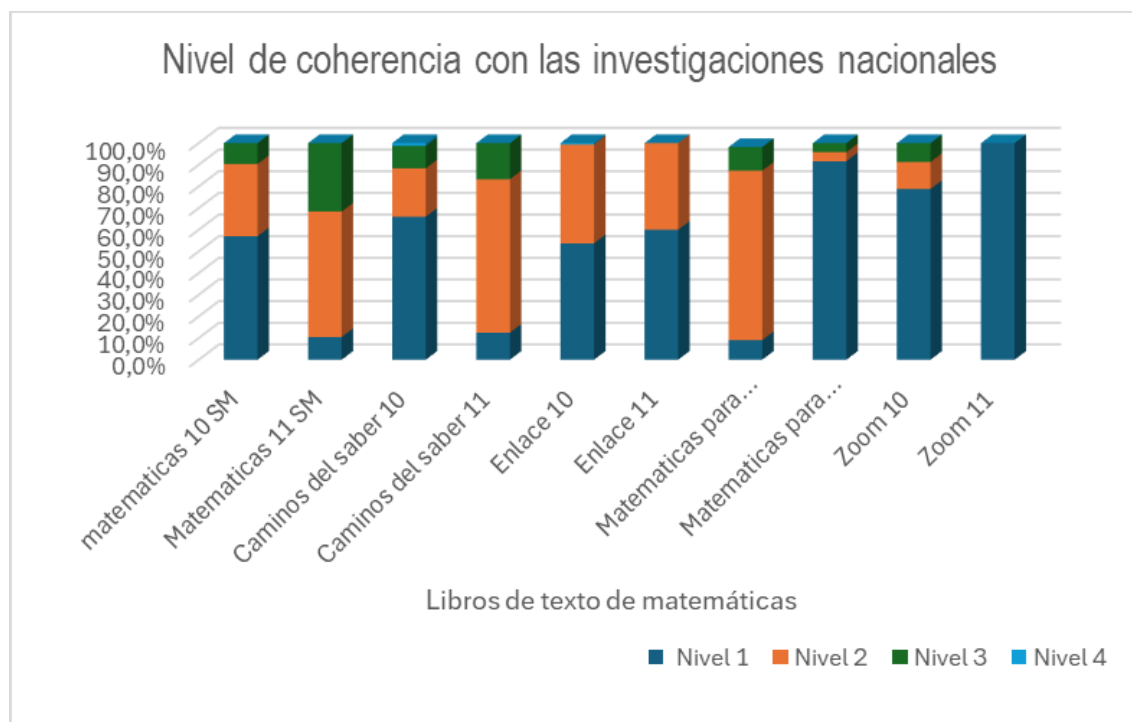
Editorial Libros & Libros (*Zoom a las matemáticas*): Aunque en ambos libros incluye ejercicios de nivel 4, estos aparecen en un porcentaje muy bajo (1% en 10.^o y 1,6% en 11.^o). En *Zoom a las matemáticas 10* muestra un buen porcentaje de ejercicios en nivel 3 (38%), pero en *Zoom a las matemáticas 11* se observa una alta concentración en el nivel 2 (62,3%), con una reducción del peso relativo de las tareas de mayor profundidad.

4.2 Resultados respecto a las investigaciones nacionales Figueroa (2025)

En la gráfica de la Figura 4-2 se presenta el nivel de coherencia de los ejercicios de pensamiento métrico con las investigaciones nacionales de referencia, para cada uno de los libros de texto de matemáticas de 10.º y 11.º. Esta gráfica permite apreciar qué editoriales se aproximan más a los procesos de medición destacados por la investigación desarrollada de Figueroa Flórez (2025) y cuáles mantienen un énfasis mayormente procedimental

Figura 4-2

Niveles de coherencia con las investigaciones nacionales en los libros de texto de matemáticas de 10.º y 11.º



Fuente: Elaboración propia.

Más de la mitad de los ejercicios (53,9%) se ubican en el nivel 1 de coherencia con las investigaciones nacionales, es decir, tareas que se centran casi exclusivamente en el cálculo mecánico sin promover de manera explícita los procesos asociados al pensamiento métrico (construcción del concepto de magnitud, conservación, estimación, selección de

unidades, etc.). Esto sugiere que, en la práctica, la mayor parte de los libros no moviliza los procesos que Figueroa Flórez propone como centrales para la medición.

Aproximadamente un 36,5% de los ejercicios se sitúa en el nivel 2, donde se promueven solo algunos de los procesos (por ejemplo, uso de unidades o selección de instrumentos) pero sin una integración completa. Sumados los niveles 1 y 2, el 90,4% de las tareas ofrece un tratamiento superficial o parcial del pensamiento métrico desde la perspectiva de las investigaciones nacionales.

Solo alrededor del 9,4% de los ejercicios alcanza el nivel 3, es decir, promueve de manera articulada los primeros cuatro procesos (construcción del concepto, conservación, estimación y asignación numérica). Esto significa que menos de uno de cada diez ejercicios proporciona experiencias que realmente se aproximan al tipo de trabajo que Figueroa Flórez considera deseable en educación media.

El nivel 4 (integración de los cinco procesos, incluida la perspectiva crítica sobre la medición) es prácticamente inexistente: en promedio solo el 0,2% de los ejercicios se ubica en este nivel, y solo dos libros (*Los caminos del saber 10* y *Enlace 10*) presentan algún ejercicio de este tipo, siempre en proporciones inferiores al 1,5%. En términos prácticos, los estudiantes tienen muy pocas oportunidades de reflexionar sobre el error, la precisión, las limitaciones de los instrumentos o el trasfondo social de la medición.

Resultados por editorial

Editorial SM (*Matemáticas*): En *Matemáticas 10 SM*, la mayoría de los ejercicios se concentra en el nivel 1 (57,02%), mientras que *Matemáticas 11 SM* revierte este patrón: solo 10,5% en nivel 1 y 89,5% en niveles 2 y 3 (57,9% y 31,6% respectivamente). Esto indica una progresión positiva de 10.º a 11.º, donde se reduce notablemente el cálculo mecánico y se incrementa la promoción de procesos asociados al pensamiento métrico, aunque sin llegar al nivel 4.

Editorial Santillana (*Los caminos del saber*): En *Los caminos del saber 10*, predominan los ejercicios de nivel 1 (66,0%), con porcentajes modestos en los niveles 2 (22,3%) y 3 (10,4%), y una presencia mínima de nivel 4 (1,3%). Sin embargo, en *Los caminos del saber*

11 la distribución cambia de manera importante: solo 12,5% de los ejercicios está en nivel 1, mientras que la mayoría se ubica en nivel 2 (70,8%) y un porcentaje relevante en nivel 3 (16,7%). Esto muestra una mejora clara entre 10.º y 11.º en términos de promoción de procesos, aunque la presencia de tareas de nivel 4 sigue siendo prácticamente nula.

Editorial Norma (*Enlace*): Los textos de *Enlace 10* y *Enlace 11* se caracterizan por una alta concentración en el nivel 1 (53,8% en 10.º y 60,0% en 11.º) y el complemento en nivel 2 (45,6% y 40,0% respectivamente), con ausencia total de ejercicios en nivel 3. Solo *Enlace 10* incluye un porcentaje mínimo de nivel 4 (0,6%). En conjunto, estos resultados indican que esta editorial trabaja el pensamiento métrico principalmente desde el cálculo y la aplicación directa de procedimientos, sin desarrollar los procesos cognitivos que plantean las investigaciones nacionales.

Editorial Educar (*Matemáticas para pensar*): En *Matemáticas para pensar 10*, la distribución es muy favorable a los procesos propuestos por Figueroa Flórez: solo 9,1% de ejercicios en nivel 1 y 89,1% en niveles 2 y 3 (78,2% y 10,9%). No hay ejercicios de nivel 4, pero el libro se destaca por reducir al mínimo el cálculo mecánico. En contraste, en *Matemáticas para pensar 11* ocurre una regresión importante: el porcentaje de ejercicios en nivel 1 sube a 91,7%, y solo 8,4% se ubica en niveles 2 y 3 (4,2% y 4,2%). Es decir, de un grado a otro se pasa de un tratamiento muy rico en procesos a uno casi exclusivamente centrado en el cálculo.

Editorial Libros & Libros (*Zoom a las matemáticas*): En *Zoom a las matemáticas 10*, aunque predomina el nivel 1 (78,8%), todavía se reconocen algunos ejercicios en niveles 2 (12,5%) y 3 (8,7%). Sin embargo, en *Zoom a las matemáticas 11* la situación es crítica: el 100% de los ejercicios analizados se clasifica en nivel 1 y no se identifican tareas en niveles 2, 3 o 4. Esto implica que, desde la perspectiva de las investigaciones nacionales, el libro de 11.º no promueve ninguno de los procesos asociados al pensamiento métrico, limitándose por completo al cálculo algorítmico.

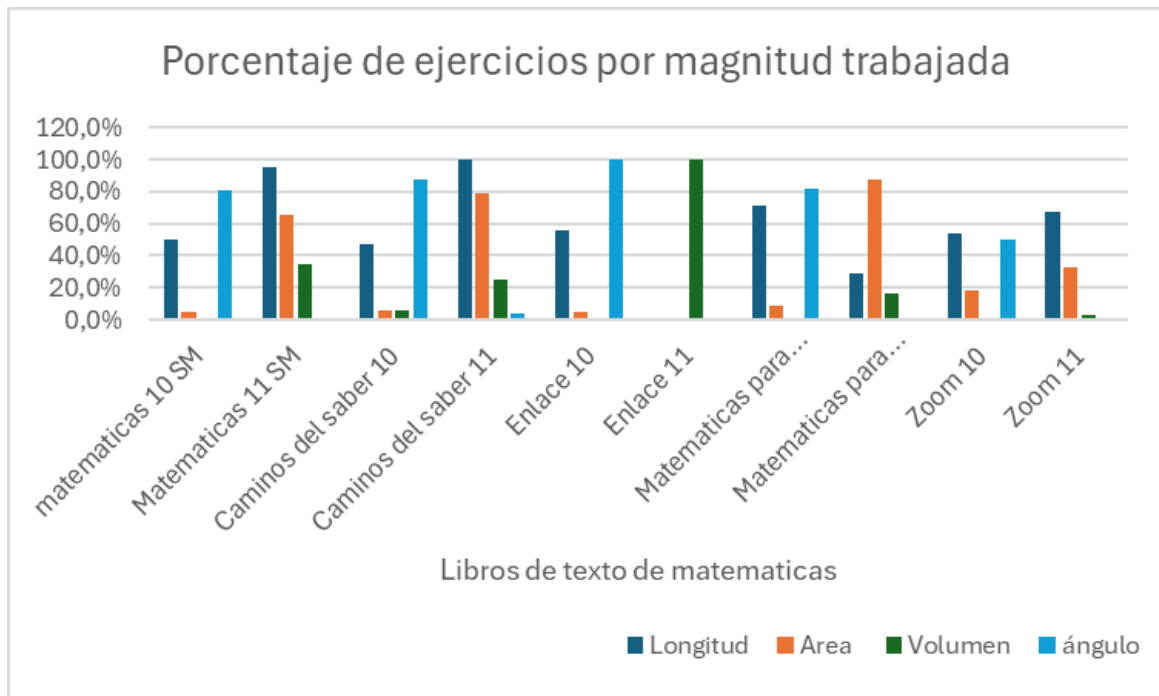
4.3 Resultados respecto a las investigaciones internacionales

4.3.1 Resultados sobre la distribución de ejercicios por magnitud trabajada

Con el fin de caracterizar el lugar que ocupa cada magnitud dentro del conjunto de tareas de medición, la gráfica de la Figura 4-3 muestra el porcentaje de ejercicios de longitud, área, volumen y ángulo presentes en cada uno de los libros de texto de matemáticas de 10.º y 11.º. Esta información permite identificar desequilibrios en el tratamiento de las magnitudes y reconocer cuáles tienden a ser privilegiadas o relegadas en los diferentes textos.

Figura 4-3

Porcentaje de ejercicios de longitud, área, volumen y ángulo en los libros de texto de matemáticas de 10.º y 11



Fuente: Elaboración propia

En conjunto, los libros analizados privilegian claramente las magnitudes de longitud y ángulo, mientras que área y volumen aparecen mucho menos trabajadas. En varios textos,

una sola magnitud llega a concentrar más del 80% de los ejercicios de pensamiento métrico.

Además, se observa un cambio fuerte entre 10.º y 11.º: en varios casos la magnitud ángulo tiene un peso muy alto en grado décimo y prácticamente desaparece en grado undécimo, mientras que área y volumen aumentan su presencia en 11.º, pero sin alcanzar una distribución equilibrada entre las cuatro magnitudes.

Resultados por editorial

Editorial SM (*Matemáticas*): En *Matemáticas 10 SM*, la magnitud dominante es el ángulo (80,7% de los ejercicios), seguida de longitud (50%); área y volumen son casi marginales (5,3% y 0,9% respectivamente). En 11.º la tendencia se invierte: el 95% de los ejercicios trabajan longitud y el 65% área, mientras que el ángulo desaparece (0%) y el volumen aumenta a 35%. Esto indica una especialización por grado más que un trabajo equilibrado: 10.º concentra fuertemente el ángulo, y 11.º se desplaza casi por completo hacia longitud, área y volumen.

Editorial Santillana (*Los caminos del saber*): En *Los caminos del saber 10* predominan ángulo (87,7%) y longitud (47,5%), con presencia baja de área y volumen (6,3% cada una). En *Los caminos del saber 11*, en cambio, la magnitud más trabajada pasa a ser el área (79,2%), seguida de longitud (100%) y volumen (25%), mientras que el tratamiento del ángulo cae drásticamente al 4,2%. De nuevo se observa que el ángulo tiene un papel central en 10.º y casi desaparece en 11.º, mientras que área y volumen ganan peso en el último grado.

Editorial Norma (*Enlace*): En *Enlace 10*, los ejercicios se concentran en ángulo (100%) y longitud (55,6%), con presencia muy baja de área (4,4%) y ausencia de volumen (0%). En *Enlace 11* ocurre lo contrario: el 100% de los ejercicios corresponde a volumen, y no se trabaja ni longitud, ni área, ni ángulo (todos con 0%). Este caso es particularmente extremo, pues muestra una fragmentación total por magnitud, sin continuidad ni equilibrio entre grados.

Editorial Educar (*Matemáticas para pensar*): En *Matemáticas para pensar 10*, el peso recae en longitud (70,9%) y ángulo (81,8%); área tiene una presencia baja (9,1%) y volumen no aparece (0%). En *Matemáticas para pensar 11* cambia radicalmente el foco: área pasa a 88% y volumen a 17%, mientras que la presencia de longitud desciende a 29% y el ángulo desaparece (0%). Este comportamiento refuerza la idea de que la medición angular se trabaja casi exclusivamente en grado décimo y se abandona en undécimo.

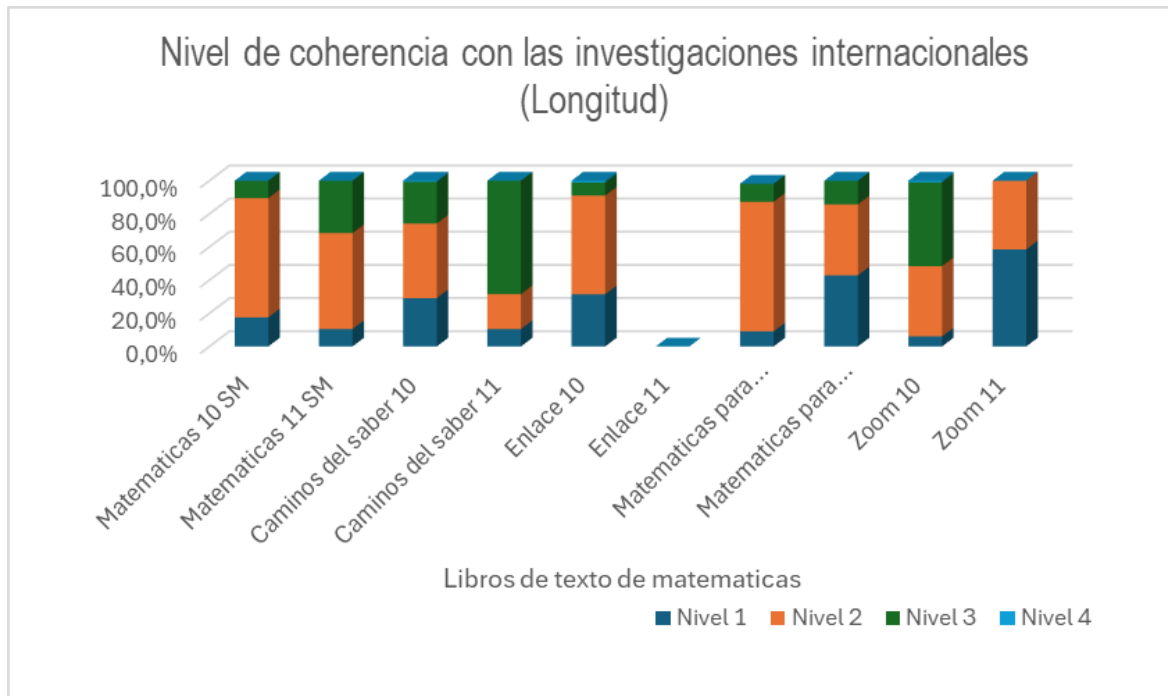
Editorial Libros & Libros (*Zoom a las matemáticas*): En *Zoom a las matemáticas 10* la magnitud principal es el ángulo (50%), seguida de longitud (54%) y área (18%); volumen no se trabaja (0%). En *Zoom a las matemáticas 11*, la distribución cambia hacia longitud (67,2%) y área (32,8%), con un pequeño porcentaje de volumen (3,3%) y ausencia total de ángulo (0%). El patrón coincide con el de otras editoriales: ángulo tiene un rol importante en 10.º y se abandona por completo en 11.º, mientras que área y volumen toman protagonismo, aunque sin cubrir de forma equilibrada todas las magnitudes.

4.3.2 Resultados respecto a las investigaciones internacionales (longitud)

Para analizar la alineación de las tareas de longitud con los referentes internacionales sobre medición, la gráfica de la Figura 4-4 muestra el porcentaje de ejercicios de esta magnitud clasificados en cada nivel de coherencia, para los diferentes libros de texto de matemáticas de 10.º y 11.º. Esta comparación permite identificar qué textos incorporan con mayor frecuencia propuestas cercanas a los procesos de medición recomendados por la literatura internacional y cuáles se concentran en niveles básicos.

Figura 4-4

Niveles de coherencia con las investigaciones internacionales en los ejercicios de longitud de los libros de texto de matemáticas de 10.º y 11.º



Fuente: Elaboración propia.

Aproximadamente dos tercios de los ejercicios (68,1%) se concentran en los niveles 1 y 2. Esto indica que, en la mayoría de las tareas sobre longitud, los libros se limitan a la aplicación de fórmulas y uso básico de unidades estándar, sin desarrollar plenamente procesos como comparación sistemática, conservación de la longitud, estimación o análisis de la razonabilidad de los resultados.

Cerca de un tercio de los ejercicios ($\approx 31,9\%$) se ubica en los niveles 3 y 4, lo que muestra que la magnitud longitud está mejor trabajada que el pensamiento métrico en general: en estos casos sí se promueven procesos más avanzados, como la comparación directa e indirecta, la comprensión de la conservación, la estimación previa y cierta reflexión sobre la elección de unidades.

El nivel 4 (integración de todos los procesos propuestos por las investigaciones internacionales: uso y comprensión profunda de unidades, comparación, conservación,

estimación, relación inversa y contextualización auténtica) es, de nuevo, prácticamente inexistente: en promedio, solo 0,4% de los ejercicios de longitud alcanza este nivel. Solo tres libros de grado décimo (*Los caminos del saber 10*, *Enlace 10* y *Zoom a las matemáticas 10*) incluyen algún ejercicio de nivel 4, siempre con porcentajes inferiores al 1,2%.

Resultados por editorial

Editorial SM (*Matemáticas*): En *Matemáticas 10 SM*, la mayor parte de los ejercicios se ubica en el nivel 2 (71,9%), con un porcentaje menor en nivel 1 (17,5%) y un 10,5% en nivel 3, sin ejercicios de nivel 4. En *Matemáticas 11 SM* disminuye el nivel 1 (10,5%) y se incrementa el nivel 3 (31,6%), aunque el nivel 2 sigue siendo mayoritario (57,9%). Esto muestra una progresión positiva: el trabajo con longitud pasa de un énfasis en el uso básico de unidades a una presencia mayor de procesos avanzados de comparación, conservación y estimación, aunque sin llegar todavía al nivel 4.

Editorial Santillana (*Los caminos del saber*): En *Los caminos del saber 10* la distribución es relativamente equilibrada: 29,1% en nivel 1, 45,0% en nivel 2, 25,2% en nivel 3 y 0,7% en nivel 4. En *Los caminos del saber 11* se observa una mejora notable: solo 10,5% de ejercicios en nivel 1, 21,1% en nivel 2 y un 68,4% en nivel 3, sin ejercicios de nivel 4. Este libro de grado 11 es el que más ejercicios de nivel 3 presenta en todo el estudio, lo que indica un trabajo muy sólido de los procesos de medición de longitud.

Editorial Norma (*Enlace*): En *Enlace 10*, la mayoría de los ejercicios se encuentra en nivel 2 (59,6%), con 31,5% en nivel 1, 7,9% en nivel 3 y un 1,1% en nivel 4. En *Enlace 11*, en cambio, no se registran ejercicios clasificados en ninguno de los niveles (0,0% en todos), lo que sugiere que el libro no ofrece tareas de longitud evaluables bajo el marco internacional o que esta magnitud está prácticamente ausente en los ejercicios analizados. Esto constituye un vacío importante en el desarrollo del pensamiento métrico sobre longitud en grado 11.

Editorial Educar (*Matemáticas para pensar*): En *Matemáticas para pensar 10*, la distribución se concentra en el nivel 2 (78,2%), con 9,1% en nivel 1 y 10,9% en nivel 3, sin ejercicios de nivel 4. En *Matemáticas para pensar 11*, aumenta el porcentaje de ejercicios

en nivel 1 (42,9%) y disminuyen los niveles 2 y 3 (42,9% y 14,3% respectivamente). Aunque sigue habiendo una proporción interesante de tareas que promueven procesos avanzados, se observa una regresión respecto a grado décimo, al incrementarse el peso del trabajo más algorítmico.

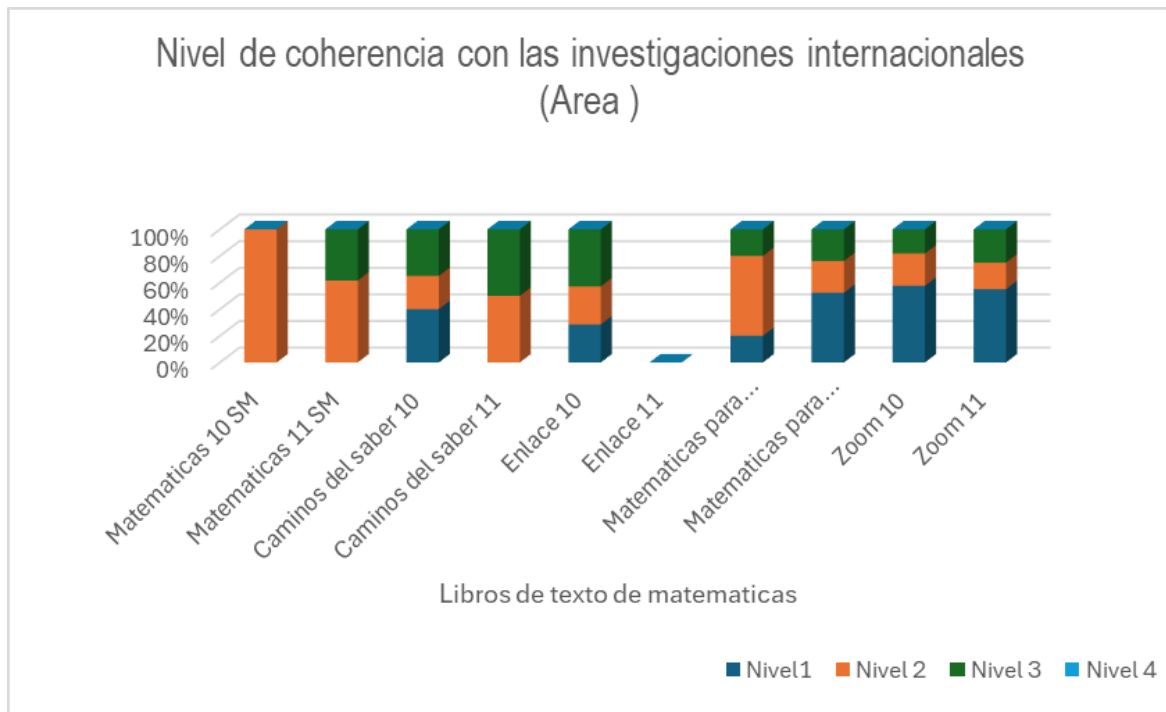
Editorial Libros & Libros (*Zoom a las matemáticas*):En *Zoom a las matemáticas 10*, la distribución es particularmente favorable a los niveles altos: solo 6,1% de los ejercicios está en nivel 1, mientras que 42,4% se ubica en nivel 2, 50,5% en nivel 3 y 1,0% en nivel 4. Es decir, más de la mitad de las tareas de longitud en este libro promueven procesos avanzados, lo que lo convierte en uno de los textos más equilibrados para esta magnitud. En *Zoom a las matemáticas 11*, sin embargo, se presenta una regresión muy marcada: 58,5% de ejercicios en nivel 1, 41,5% en nivel 2 y 0,0% en niveles 3 y 4. De grado 10 a 11 se pasa de una propuesta rica en comparación, estimación y conservación a un tratamiento casi exclusivamente centrado en el cálculo y el uso mecánico de unidades.

4.3.3 Resultados respecto a las investigaciones internacionales (área)

En la gráfica de la Figura 4-5 se presenta el nivel de coherencia de los ejercicios de área con las investigaciones internacionales sobre medición, para cada uno de los libros de texto de matemáticas de 10.º y 11.º. Esta representación permite comparar qué textos se concentran en tareas de niveles básicos y cuáles incorporan, en menor medida, actividades que se aproximan a los niveles superiores de coherencia en el tratamiento del área.

Figura 4-5

Niveles de coherencia con las investigaciones internacionales en los ejercicios de área de los libros de texto de matemáticas de 10.º y 11.º



Fuente: Elaboración propia

En los diez libros analizados no se identificaron ejercicios de área en nivel 4 según el marco de las investigaciones internacionales. Esto significa que ningún texto propone tareas que integren de manera completa los procesos avanzados asociados a la medición de área (estimación previa, verificación de razonabilidad, conservación explícita, descomposición y recomposición en contextos auténticos, reflexión crítica, etc.).

La mayoría de los ejercicios se ubica en los niveles 2 y 3: en el nivel 2, se proponen tareas centradas en el uso de unidades estándar y en la aplicación de fórmulas de área, con poca atención a la conservación, la descomposición/recomposición o la distinción entre área y perímetro; en el nivel 3, se incluyen ejercicios que sí promueven procesos más avanzados, como la descomposición de figuras compuestas, la comparación de áreas y el uso coordinado de distintas fórmulas, aunque sin llegar aún al tipo de trabajo crítico propio del nivel 4.

El nivel 1 (cálculo mecánico sin procesos de medición relevantes) aparece en algunos libros con porcentajes muy altos y en otros está ausente, lo que evidencia diferencias marcadas entre editoriales en la calidad del trabajo sobre área.

Resultados por editorial

Editorial SM (*Matemáticas*): En *Matemáticas 10 SM*, el 100% de los ejercicios de área se ubica en nivel 2, sin ejercicios en niveles 1, 3 o 4. El enfoque se centra en aplicar fórmulas con unidades estándar, sin promover descomposición ni conservación de manera explícita. En *Matemáticas 11 SM*, la distribución es más rica: 61,5% en nivel 2 y 38,5% en nivel 3, con 0% en niveles 1 y 4. Aquí sí aparecen tareas que trabajan figuras compuestas, relaciones entre área de distintas figuras y cierta interpretación geométrica, aunque siguen faltando ejercicios de nivel 4.

Editorial Santillana (*Los caminos del saber*): En *Los caminos del saber 10*, los ejercicios de área se distribuyen en 40,0% nivel 1, 25,0% nivel 2 y 35,0% nivel 3, sin nivel 4. Es un libro que combina tareas puramente algorítmicas con otras que sí promueven procesos de descomposición y comparación de áreas, pero el peso del nivel 1 sigue siendo alto. En *Los caminos del saber 11*, desaparece el nivel 1 (0%) y los ejercicios se reparten entre nivel 2 (50,0%) y nivel 3 (50,0%), también sin nivel 4. Este texto de 11.º presenta un tratamiento más sólido y equilibrado del área, centrado en procesos de medición más complejos.

Editorial Norma (*Enlace*): En *Enlace 10*, los ejercicios de área se distribuyen en 28,6% nivel 1, 28,6% nivel 2 y 42,9% nivel 3, sin nivel 4. Hay una proporción importante de tareas que promueven descomposición, comparación y uso combinado de fórmulas, aunque conviven con un volumen considerable de ejercicios de tipo mecánico. En *Enlace 11*, no se registran ejercicios de área en ninguno de los niveles (0% en todos), lo que indica que esta magnitud no se trabaja en el libro de 11.º dentro del conjunto de ejercicios analizados.

Editorial Educar (*Matemáticas para pensar*): En *Matemáticas para pensar 10*, los ejercicios de área se distribuyen en 20,0% nivel 1, 60,0% nivel 2 y 20,0% nivel 3, sin presencia de nivel 4. El libro combina ejercicios de aplicación de fórmulas con otros que incorporan descomposición y comparación, aunque todavía una parte no despreciable

del trabajo es básicamente algorítmico. En *Matemáticas para pensar 11*, el porcentaje de ejercicios en nivel 1 aumenta a 52,4%, mientras que nivel 2 y nivel 3 se ubican ambos en 23,8%, sin tareas de nivel 4. Se observa, por tanto, una regresión respecto a 10.^o, al aumentar el peso del cálculo mecánico y reducir la proporción de tareas que promueven procesos más avanzados.

Editorial Libros & Libros (*Zoom a las matemáticas*): En *Zoom a las matemáticas 10*, el área se trabaja mayoritariamente en nivel 1 (57,6%), con 24,2% en nivel 2 y 18,2% en nivel 3, sin nivel 4. Predomina un enfoque centrado en el uso de fórmulas, aunque existe un conjunto menor de ejercicios que plantean descomposición y comparación de áreas. En *Zoom a las matemáticas 11*, la distribución es similar: 55,0% en nivel 1, 20,0% en nivel 2 y 25,0% en nivel 3, nuevamente sin nivel 4. Aunque aumenta ligeramente el porcentaje de nivel 3, la mayoría de las tareas sigue siendo de carácter mecánico.

4.3.4 Resultados respecto a las investigaciones internacionales (volumen)

Para el caso del volumen, la gráfica de la Figura 4-6 muestra el porcentaje de ejercicios de esta magnitud ubicados en cada nivel de coherencia con las investigaciones internacionales, para los distintos libros de texto de matemáticas de 10.^o y 11.^o. La gráfica permite valorar en qué medida los textos logran incorporar tareas que respondan a los procesos de medición del volumen descritos en la literatura especializada o si se concentran, principalmente, en niveles básicos.

Figura 4-6

Niveles de coherencia con las investigaciones internacionales en los ejercicios de volumen de los libros de texto de matemáticas de 10.º y 11.º



Fuente: Elaboración propia.

En la magnitud volumen no se identifican ejercicios en el nivel 4 de coherencia con las investigaciones internacionales, de modo que ningún libro propone tareas que integren procesos avanzados como la estimación previa, la verificación de razonabilidad o la reflexión crítica sobre la medición.

La mayoría de los ejercicios se concentra en los niveles 2 y 3, aunque varios textos mantienen una presencia importante de tareas de nivel 1, centradas en el cálculo mecánico de volúmenes mediante fórmulas.

En el grado décimo el volumen es, en general, una magnitud poco trabajada.

Resultados por editorial

Editorial SM (*Matemáticas*): En *Matemáticas 10 SM*, solo se trabaja un ejercicio de volumen el cual se ubica en el nivel 2 (100,0%), sin ejercicios en los demás niveles, lo que evidencia un enfoque centrado en el uso de unidades estándar y en la aplicación directa de fórmulas. En *Matemáticas 11 SM*, la distribución se reparte entre nivel 1 (14,3%), nivel 2 (28,6%) y nivel 3 (57,1%); este libro incorpora una proporción significativa de tareas de nivel 3, que incluyen descomposición de cuerpos, comparación de volúmenes y uso coordinado de diferentes fórmulas.

Editorial Santillana (*Los caminos del saber*): En *Los caminos del saber 10* solo aparece un ejercicio de volumen, clasificado en nivel 3, de modo que la magnitud prácticamente no se trabaja en este grado. En *Los caminos del saber 11*, los ejercicios de volumen se distribuyen en nivel 1 (11,1%), nivel 2 (22,2%) y nivel 3 (66,7%); aunque hay algunas tareas mecánicas y otras centradas solo en fórmulas, predomina el trabajo de nivel 3, con situaciones que requieren interpretar y comparar volúmenes en diferentes contextos.

Editorial Norma (*Enlace*): En *Enlace 10* no se identifican ejercicios de volumen en ninguno de los niveles, lo que indica que esta magnitud no se trabaja en el libro de décimo. En *Enlace 11*, el volumen se aborda únicamente mediante tareas de nivel 1 (60,0%) y nivel 2 (40,0%), sin ejercicios en niveles 3 o 4; esto evidencia un enfoque fuertemente algorítmico, centrado en el cálculo de volúmenes con fórmulas y con escasa atención a la comprensión profunda de la magnitud.

Editorial Educar (*Matemáticas para pensar*): En *Matemáticas para pensar 10* no se registran ejercicios de volumen en ninguno de los niveles, por lo que la magnitud no se trabaja en este grado. En *Matemáticas para pensar 11*, los ejercicios se reparten entre nivel 1 (25,0%), nivel 2 (50,0%) y nivel 3 (25,0%); se combinan actividades de cálculo mecánico con un conjunto de tareas que utilizan fórmulas en contextos más variados y algunas que promueven procesos de descomposición o comparación.

Editorial Libros & Libros (*Zoom a las matemáticas*): En *Zoom a las matemáticas 10* no se identifican ejercicios de volumen, de modo que esta magnitud está ausente en el libro de décimo. En *Zoom a las matemáticas 11*, todos los ejercicios se clasifican en nivel 2

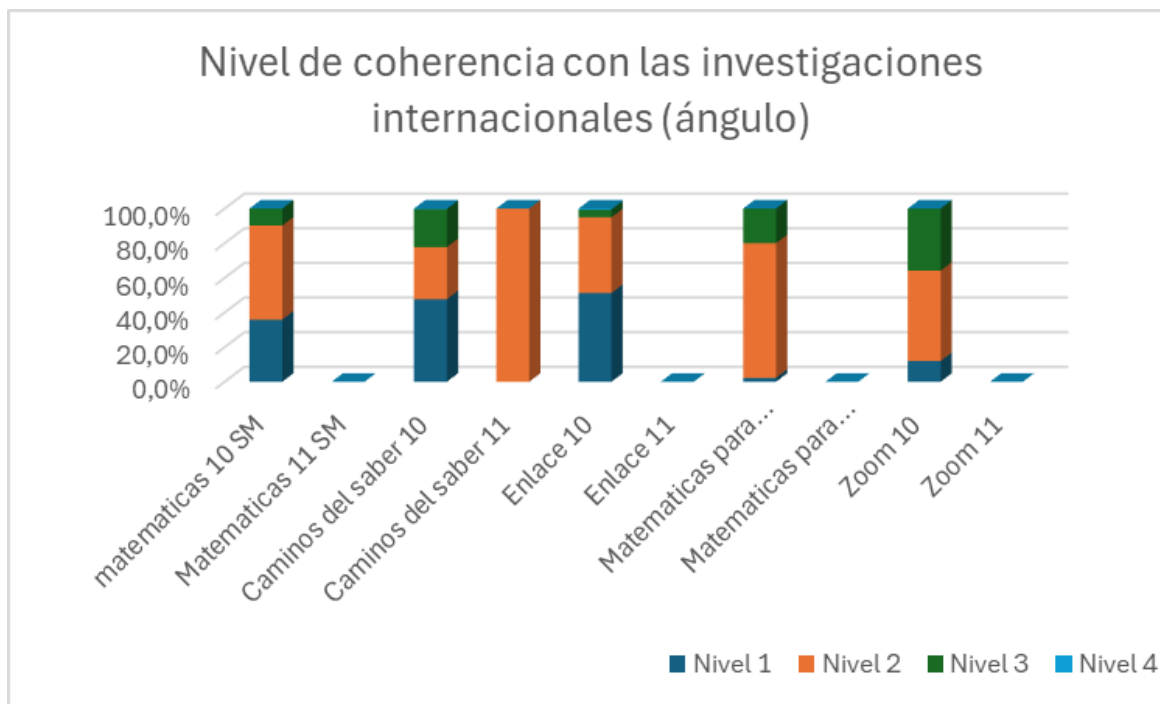
(100,0%), sin niveles 1, 3 o 4; el volumen se aborda exclusivamente desde la aplicación de fórmulas en situaciones estándar, sin actividades que requieran descomposición de cuerpos o análisis comparativo de volúmenes.

4.3.5 Resultados respecto a las investigaciones internacionales (ángulo)

La gráfica de la Figura 4-7 resume el nivel de coherencia de los ejercicios relacionados con la magnitud ángulo frente a las investigaciones internacionales sobre medición, para cada uno de los libros de texto de matemáticas de 10.º y 11.º. Este resumen permite observar en qué medida las propuestas de trabajo con ángulos alcanzan niveles altos de coherencia o se concentran principalmente en actividades de tipo procedimental.

Figura 4-7

Niveles de coherencia con las investigaciones internacionales en los ejercicios de ángulo de los libros de texto de matemáticas de 10.º y 11.º



Fuente: Elaboración propia.

En la magnitud ángulo, la mayor parte de los ejercicios se ubica en los niveles 1 y 2 de coherencia, con una presencia menor de tareas de nivel 3 y una aparición casi anecdótica del nivel 4.

Los libros privilegian ejercicios centrados en el cálculo algorítmico de medidas angulares y en el uso directo de propiedades geométricas.

Son escasas las propuestas que promueven la estimación, la comparación cualitativa o la reflexión crítica sobre el significado del ángulo como magnitud.

Resultados por editorial

Editorial SM (*Matemáticas*): En *Matemáticas 10 SM*, los ejercicios de ángulo se distribuyen en 35,9% en nivel 1, 54,3% en nivel 2 y 9,8% en nivel 3, sin presencia de nivel 4; predomina así el trabajo con tareas de cálculo y aplicación de propiedades conocidas, con un grupo menor de actividades que exigen razonamientos más complejos. En *Matemáticas 11 SM* no se registran ejercicios que involucren la magnitud ángulo en ninguno de los niveles, lo que indica que en este texto se abandona por completo el trabajo con ángulos en grado 11.

Editorial Santillana (*Los caminos del saber*): En *Los caminos del saber 10*, los ejercicios se distribuyen entre nivel 1 (47,7%), nivel 2 (30,1%), nivel 3 (21,9 un 0,4% en nivel 4; este es uno de los pocos textos donde aparece, aunque de manera mínima, una tarea que se aproxima al nivel más alto de coherencia con las investigaciones internacionales. En *Los caminos del saber 11*, solo se identificó un ejercicio de ángulo, clasificado en nivel 2 (100,0%), de modo que la magnitud prácticamente desaparece del trabajo sistemático en este grado.

Editorial Norma (*Enlace*): En *Enlace 10*, la magnitud ángulo se distribuye en 51,3% nivel 1, 43,8% nivel 2, 4,4% nivel 3 y 0,6% nivel 4; aunque existe una pequeña proporción de tareas de niveles 3 y 4, el peso principal recae en ejercicios mecánicos de cálculo y uso directo de propiedades. En *Enlace 11* no se registran ejercicios que involucren ángulos, lo que confirma el abandono de esta magnitud en el libro de 11.º.

Editorial Educar (*Matemáticas para pensar*): En *Matemáticas para pensar 10*, los ejercicios se concentran en nivel 1 (2,2%), nivel 2 (77,8%) y nivel 3 (20,0%), sin tareas de nivel 4; se privilegia la resolución de problemas que aplican directamente relaciones angulares conocidas, con algunas actividades que exigen justificar o comparar configuraciones. En *Matemáticas para pensar 11* no se identifican ejercicios de ángulo, lo que también evidencia que la magnitud se deja de trabajar en grado 11.

Editorial Libros & Libros (*Zoom a las matemáticas*): En *Zoom a las matemáticas 10*, la magnitud ángulo se trabaja en nivel 1 (12,0%), nivel 2 (52,2%) y nivel 3 (35,9%), sin nivel 4; es uno de los textos que presenta una proporción más alta de tareas de nivel 3, aunque todavía el núcleo del trabajo se sitúa en el uso de procedimientos estándar. En *Zoom a las matemáticas 11*, no se registran ejercicios que vinculen ángulos, de modo que la magnitud desaparece por completo en el texto de 11.º.

5 Conclusiones y recomendaciones

5.1 Conclusiones

El análisis realizado muestra que el abordaje del pensamiento métrico en los libros de texto de matemáticas de grados décimo y undécimo está fuertemente mediado por procedimientos algorítmicos y numéricos, más que por situaciones genuinas de medición. Predominan ejercicios centrados en conversiones entre sistemas de unidades, aplicación de razones trigonométricas, derivadas y razones de cambio, mientras que son muy escasos los problemas que proponen otras estrategias de medición, invitan a justificar los resultados o exigen tomar decisiones de carácter ético a partir de las medidas obtenidas. La coherencia con los estándares nacionales y con las investigaciones resulta, por tanto, limitada, pues los libros tienden a reducir la medida a la asignación numérica de resultados, relegando procesos de estimación, comparación, uso de instrumentos y argumentación.

Al comparar las distintas magnitudes, se observa que en los textos de grado décimo y undécimo la longitud ocupa un lugar predominante: en ambos grados, más de la mitad de los ejercicios de medición se centran en esta magnitud, mientras que el área y el volumen aparecen con mucha menor frecuencia. Aunque el ángulo tiene un peso importante en las actividades de medición de grado décimo, en undécimo prácticamente desaparece como objeto explícito de estudio. En todas las magnitudes se evidencian vacíos importantes en procesos como la estimación previa, la justificación de las respuestas o la reflexión sobre la pertinencia de las medidas en contextos reales. En consecuencia, más que promover un desarrollo integral del pensamiento métrico, los ejercicios se sitúan en el terreno del pensamiento numérico y variacional, donde la medida funciona como pretexto para operar con números o funciones.

Estos resultados tienen implicaciones directas para la práctica docente y para la producción de materiales curriculares. El trabajo sugiere que el profesorado debe revisar

críticamente los libros de texto, reconociendo que, independientemente de la editorial, la mayoría de las actividades relativas al pensamiento métrico se sitúa en los niveles más bajos de complejidad y difícilmente favorece procesos de alto nivel. A partir de este reconocimiento, los docentes pueden reformular los ejercicios, incorporando momentos de estimación, uso explícito de instrumentos y justificación argumentada de los resultados, de modo que las tareas de medición trasciendan la simple aplicación de algoritmos. Para las editoriales, los hallazgos invitan a otorgar al pensamiento métrico un espacio propio y consistente, con capítulos y secuencias en los que la medida no aparezca solo como asignación numérica, sino como un campo de problemas que exige comprensiones profundas sobre las magnitudes, los procedimientos de medición y sus implicaciones en contextos científicos, tecnológicos y sociales.

El trabajo constituye también una oportunidad de transformación para la práctica del investigador-docente. El análisis didáctico y estadístico permitió resignificar el pensamiento métrico más allá de la obtención de resultados numéricos, mostrando la importancia de considerar los procesos conceptuales, instrumentales, argumentativos y éticos que subyacen a toda actividad de medición. Así, el trabajo, no solo ofrece un diagnóstico crítico del material curricular disponible, sino que abre posibilidades para repensar la enseñanza de la medición en la educación media, orientándola hacia experiencias en las que los estudiantes comprendan qué significa medir, por qué se mide y qué consecuencias tienen las decisiones que se toman a partir de las medidas.

En cuanto al análisis del abordaje de contenidos y actividades, se evidencia que la estructura de los capítulos y de los conjuntos de ejercicios otorga un papel central al cálculo algorítmico. La mayoría de las tareas se concentra en conversiones entre unidades, aplicación directa de fórmulas de longitud, área y volumen y uso de razones trigonométricas o de razones de cambio, lo que sitúa el trabajo más cerca del pensamiento numérico y variacional que de situaciones auténticas de medición. Son escasos los ejercicios que plantean uso de instrumentos, comparación de medidas en diferentes sistemas o análisis de la pertinencia de una determinada forma de medir. La coherencia con los estándares y lineamientos es, en consecuencia, parcial: aunque los libros incluyen los contenidos esperados, las tareas no siempre promueven los procesos de exploración,

modelación y argumentación destacados en los documentos oficiales, y privilegian enunciados cerrados con caminos de solución fuertemente guiados.

Respecto a los procesos asociados al pensamiento métrico, los resultados muestran un claro predominio de aquellos vinculados con el cálculo y la manipulación simbólica de medidas. Las actividades se centran en aplicar fórmulas, convertir unidades, resolver triángulos por razones trigonométricas o trabajar con razones de cambio, sin problematizar el sentido de la magnitud ni el procedimiento de medición. Los estudiantes se enfrentan, así, a tareas donde las magnitudes ya están dadas numéricamente y el desafío consiste en operar con esos datos, más que en decidir qué y cómo medir. En contraste, procesos como la estimación previa, la comparación cualitativa de magnitudes, el uso reflexivo de instrumentos, la justificación de las respuestas o la toma de decisiones informadas a partir de las medidas aparecen muy poco o casi no se trabajan, lo que contribuye a reducir el pensamiento métrico a su dimensión operativa.

El análisis estadístico descriptivo permite cuantificar y respaldar estas tendencias. La clasificación de los ejercicios según niveles de coherencia muestra que, en casi todas las magnitudes y editoriales, la mayoría de las tareas se concentra en los niveles 1 y 2, correspondientes a actividades mecánicas o de aplicación directa de fórmulas, mientras que los niveles 3 y 4, asociados a procesos de mayor complejidad y coherencia con las investigaciones internacionales, presentan porcentajes mucho menores o incluso nulos. Los datos cuantitativos evidencian además desequilibrios importantes entre magnitudes y grados: en décimo y undécimo se observa un peso muy alto de ejercicios relacionados con la longitud y el ángulo, mientras que el área y el volumen aparecen con frecuencias significativamente menores y, en algunos casos, prácticamente desaparecen en undécimo. En conjunto, estas cifras no solo sustentan las conclusiones cualitativas, sino que ofrecen un panorama numérico que visibiliza la magnitud del problema y refuerza la necesidad de replantear el diseño de las tareas de medición en los libros de texto.

5.2 Recomendaciones

Las recomendaciones derivadas de este estudio apuntan, en primer lugar, a la necesidad de seguir investigando el papel de los libros de texto en la configuración de las tareas

escolares, no solo en el pensamiento métrico, sino también en otros contextos del pensamiento matemático (variacional, numérico, espacial, estadístico, ...) que ya han sido abordados en trabajos de la MCEN y en los que igualmente se ha observado el predominio de tareas algorítmicas. En esta perspectiva, resulta pertinente emprender estudios que analicen comparativamente distintos tipos de pensamiento matemático para identificar patrones comunes en el diseño de actividades, así como indagar en el uso real que los docentes hacen de los textos: cómo seleccionan y adaptan las tareas, qué transformaciones introducen en ellas y de qué manera estas decisiones inciden en los procesos de aprendizaje de los estudiantes.

En segundo lugar, se recomienda continuar y fortalecer la línea de investigación que articula análisis didácticos y estadísticos de los libros de texto. Futuros trabajos podrían refinar los criterios de clasificación, incorporar nuevas categorías relacionadas con la modelación de situaciones de la vida cotidiana o con la integración de tecnologías digitales, y contrastar los resultados con evaluaciones externas o con pruebas diseñadas específicamente para valorar el desarrollo del pensamiento métrico. De esta manera, se ampliaría el cuerpo de evidencia empírica que permite valorar la coherencia entre políticas, investigaciones y materiales, y se aportarían insumos más finos para la toma de decisiones curriculares.

Finalmente, a partir de los hallazgos obtenidos se sugiere promover experiencias de diseño y validación de secuencias didácticas centradas en la medición, que tomen como referencia los niveles de coherencia trabajados en esta tesis. Dichas experiencias podrían involucrar a docentes en ejercicio y en formación, así como a autores de textos escolares, con el propósito de construir propuestas de tareas que integren procesos de estimación, uso de instrumentos, justificación argumentada y reflexión ética sobre las medidas. El contraste entre estas propuestas y las actividades presentes en los libros actualmente utilizados permitiría valorar su impacto en el aprendizaje y seguir consolidando una perspectiva de investigación que conciba el pensamiento métrico más allá de la mera resolución algorítmica de ejercicios.

Bibliografía

- Alpizar Vargas, M. (2019, 5 al 10 de mayo). Desarrollo del sentido de la medida en la educación primaria. En Y. Morales-López y Á. Ruiz (eds.), *Educación Matemática en las Américas 2019* (pp. 919-927). XV CIAEM. Comité Interamericano de Educación Matemática. <http://tinyurl.com/yh9awql9>
- Arévalo Ramírez, S. P., Oicatá Ojeda, L. A., González Alvarado, M. L., Cogollo Guevara, C., Díaz Montes, A., Díaz Dueñas, R. A., Jiménez Ruiz, N., Gómez Bello, W., Gómez Bello, M., Bello Chávez, J. H., Gónzález Barbosa, M. R. y Romero Rey, J. H. (2012). *Zoom a las matemáticas 10*. Libros & Libros S. A.
- Arévalo Ramírez, S. P., Oicatá Ojeda, L. A., González Alvarado, M. L., Rodríguez H., C. A., Díaz Montes, A., Díaz Dueñas, R. A., Jiménez Ruíz, N., Gómez Bello, M., González Barbosa, M. R., Romero Rey, J. H. y Ruíz Vega, J. A. (2012). *Zoom a las matemáticas 11*. Libros & Libros S. A.
- Barrett, E., Cullen, C. Sarama, J., Clements, D. H., Klanderma, D., Miller, A. L. y Rumsey C. (2011). Children's unit concepts in measurement: a teaching experiment spanning grades 2 through 5. *ZDM Mathematics Education*, 43(5), 637-650.
- Battista, M. T. (2004). Applying cognition-based assessment to elementary school students' development of understanding of area and volume measurement. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 185–204.
- Buitrago García, L., Romero Roa, J. de J., Ortiz Wilches, L. G., Gamboa Sulvara, J. G., Morales Jaime, D. J., Castaño León, J. O. y Jiménez Ruiz, J. C. (2013). *Los caminos del saber. Matemáticas 10*. Santillana.
- Buitrago García, L., Perdomo Pedraza, A. C., Morales Jaime, D. J., Benavides Velásquez, O. O. Castaño León, J. O. y Gamboa Sulvara, J. G. (2013). *Los caminos del saber. Matemáticas 11*. Santillana.
- Chambris, Ch., Dougherty, B., Subramaniam, K., Ruwisch, S. y Chung, I. (2017). Topic Study Group No. 9: Teaching and Learning of Measurement (Focus Primary Education). En G. Kaiser (ed.), *Proceedings of the 13th International Congress on*

- mathematical Education. ICME-13* (pp. 415-419). Springer.
<https://library.oapen.org/handle/20.500.12657/27742>
- Chambris, C., Leherer, R., Gbaguidi, F. y Wang, Y. (2020, 12-19 de julio). Topic Study Group No. 9: Teaching and Learning of Measurement. En *The 14th International Congress on Mathematical Education. ICME-14*. Sanghai, China.
<https://www.mathunion.org/icmi/proceedings-icme-14>
- Chamorro, M. C. (2003). El tratamiento escolar de las magnitudes y su medida. En M. C. Chamorro (coord.) *Didáctica de las Matemáticas para primaria* (pp. 221-245). Pearson.
- Chamorro, C. y Belmonte, J. M. (2000). *El problema de la medida: Didáctica de las magnitudes lineales* (3ª. reimp.). Síntesis.
- Chica Rivera, E. (2024). *La resolución de problemas con enfoque STEM en el desarrollo de procesos asociados al pensamiento métrico en estudiantes de básica primaria* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]
- Clements, D. H., y Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. Routledge. <https://tinyurl.com/2a4ltz3a>
- Curry, M. Mitchelmore, M. y Outhred, L. (2006, del 16 al 21). Development of children's understanding of length, area, and volume measurement principles. En J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, y N. Stehlíková (eds.). *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2, (pp. 377-384). Prague, Czech Republic.
- Dickson, L., Brown, M. y Gibson, O. (1991). *Children learning mathematics: A teacher's guide to recent research*. Cassell. <https://tinyurl.com/2625t22l>
- Espinel Montaña, Ó. A., Fonseca Núñez, L. A. y Restrepo López, M. (2011). *Matemáticas para pensar 10*. Norma.
- Fan, L., y Visnovska, J. (2023). *Topic Study Group 3.12: Research and development on textbooks and resources for learning and teaching mathematics* [Descripción del grupo de estudio]. En *15th International Congress on Mathematical Education (ICME-15)*. 7-14 July 2024, ICC Sydney, Australia. <https://tinyurl.com/226pb2gy>
- Figuroa Flórez, J. A. (2025). *Aportes sobre desarrollo y caracterización del pensamiento métrico en el contexto universitario. Una perspectiva multinivel* [Tesis de doctorado, Universidad Antonio Nariño]. Repositorio UAN.
<https://repositorio.uan.edu.co/handle/123456789/13226>.

- García Henao, J. C. (2023). *Desarrollo de procesos asociados al pensamiento métrico bajo el enfoque de resolución de problemas en estudiantes de grado décimo* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia].
- Giraldo Rincón, B. A. (2025). *Un análisis sobre el abordaje del pensamiento métrico en los textos de matemáticas de los grados 4° y 5° más usados en Colombia* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio Institucional UNAL. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/89016>
- Hurrell, D. (2015). Measurement: Five considerations to add even more impact to your program. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 20(4), 14-18. https://researchonline.nd.edu.au/edu_article/170/
- Kim, E., Haberstroh, J., Peters, S. Howell, H y Oláh, L. N. (2017). A learning progression for geometric measurement in one, two, and three dimensions. *ETS Research Report Series*, 1, 1-26. <https://doi.org/10.1002/ets2.12189>
- Lehrer, R., y Schauble, L. (2023). *Measuring and visualizing space in elementary mathematics learning*. Routledge.
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Editorial Magisterio. [Lineamientos Curriculares - ...:Ministerio de Educación Nacional de Colombia::... \(mineducacion.gov.co\)](https://www.mineducacion.gov.co/lineamientos-curriculares-de-matematicas)
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Potenciar el pensamiento matemático: ¡Un reto escolar! En Ministerio de Educación nacional (ed.), *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Guía sobre lo que los estudiantes saber y saber hacer con lo que aprenden* (pp. 46-95). Imprenta Nacional de Colombia. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- Ministerio de Educación Nacional (2017a). *Matemáticas 10. Libro del estudiante*. Ediciones SM, S.A.
- Ministerio de Educación Nacional (2017b). *Matemáticas 11. Libro del estudiante*. Ediciones SM, S.A.
- Moreno Amador, J. D. (2023). *Desarrollo de procesos asociados al pensamiento métrico en el contexto de la metalistería en estudiantes de media técnica* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio Institucional UNAL. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/84424>
- Moreno Trujillo, J. F., Roldán Jiménez, D. G. y Romero Morales, F. E. (2011). *Matemáticas para pensar 11*. Norma.

- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles Standards and for School Mathematics*. Library of Congress Cataloguing-in-Publication Data.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Olarte Rodríguez, J. C. (2021). *Un estudio sobre la coherencia entre las actividades propuestas por textos de matemáticas de 10° y 11° y los nuevos enfoques educativos sobre la enseñanza y aprendizaje de la estadística* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia, Sede Manizales].
- Pang, J. y Buijs, K. (2012, 8-15 julio). Measurement-Focusing Especially on Primary Education. En Cho, S. J. (ed.) *The proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education. Intellectual and Attitudinal Challenges* (pp. 419-423). Seoul, Korea. Springer Open. <https://tinyurl.com/28riqfdy>
- Posada Marín, F. J. (2023). *Un estudio didáctico sobre el pensamiento variacional en los textos de matemáticas de grado 10° en Colombia* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio Institucional UNAL. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/83770>
- Santiago Nieto, Y. K. (2021). *Estimación de medidas en el proceso de transformación de papel reciclado* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia].
- Silva Buitrago, A. y González Monroy, A. B. (2014). *Enlace Matemáticas 11*. Educar Editores S. A.
- Silva Zambrano, J. E. (2018). *Un estudio sobre el tipo de estructuras aditivas usadas en problemas planteados en los textos de matemáticas de primaria más usados en Colombia* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio Institucional UNAL. . <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/68613>
- Smith, J. P., van den Heuvel-Panhuizen, M. y Teppo, A. R. (2011). Learning, teaching, and using measurement: introduction to the issue. *ZDM Mathematics Educación*, 43, 617-620. <https://tinyurl.com/26jmcuja>
- Smith, J. P. y Barrett, J. E. (2017). Learning and teaching measurement: Coordinating quantity and number. En J. Cai (ed.), *Compendium for research in mathematics education* (pp. 355-385). National Council of Teachers of Mathematics.

- Tavera Acevedo, F. (2013). *El pensamiento variacional en los libros de texto de matemáticas: El caso de las relaciones trigonométricas* [Tesis de maestría, Universidad de Medellín]. Repositorio Institucional <http://hdl.handle.net/11407/71>
- Tuta Mora, A. R., Leguizamón Romero, J. F. y Chaparro Cardozo, A. Z. (2019). Diagnóstico del pensamiento métrico con estudiantes de grado séptimo. *Cultura científica*, (17), 91-112. https://revista.jdc.edu.co/index.php/Cult_cient/article/view/596
- Vesga Bravo, G. J. (2014) *Enlace matemáticas 10*. Educar Editores S. A.
- Villegas Valencia, J. A. (2024). *El pensamiento métrico y su trascendencia en el desarrollo de procesos asociados al pensamiento estadístico en estudiantes de básica secundaria* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio Institucional UN. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/86377>