



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

**ESTUDIO DE UNA PROPUESTA METODOLÓGICA,
PARA LA ENSEÑANZA DE FUNCIONES DE VARIABLE
REAL A PARTIR DE SU PRODUCCIÓN TEXTUAL, EN
EL GRADO NOVENO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA
FE Y ALEGRÍA NUEVA GENERACIÓN DEL MUNICIPIO
DE BELLO.**

Bárbara Carolina Naranjo

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Medellín, Colombia

2016

**ESTUDIO DE UNA PROPUESTA METODOLÓGICA,
PARA LA ENSEÑANZA DE FUNCIONES DE VARIABLE
REAL A PARTIR DE SU PRODUCCIÓN TEXTUAL, EN
EL GRADO NOVENO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA
FE Y ALEGRÍA NUEVA GENERACIÓN DEL MUNICIPIO
DE BELLO.**

Bárbara Carolina Naranjo

Trabajo final de maestría presentado como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director

Doctor: Rodrigo Covaleda

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Medellín, Colombia

2016

Dedicatoria

“Defiende tu derecho a pensar, porque incluso pensar de
manera errónea es mejor que no pensar”.

Hiparía de Alejandría

Agradecimientos

El avance personal y el conocimiento no es un proceso individual y aislado necesitamos de la colaboración y aporte de los otros para alcanzar nuestras metas por eso le expreso mis agradecimientos:

A Dios que me ha permitido estudiar y me ha acompañado todos los días de mi vida.

Al profesor Rodrigo Covalada por haber sido el asesor del trabajo de grado y avalar la propuesta.

A la Institución Educativa Fe y Alegría Nueva Generación, muy especialmente a las docentes del área de lenguaje, al docente Carlos Mario Valencia y al coordinador Mauricio Ochoa por su buena disposición para colaborarme.

A mi familia por su apoyo incondicional y en especial a Carlos Mario Naranjo por su ayuda incondicional.

A Víctor Ospina por compartir conmigo todo su conocimiento, experiencia y valiosas sugerencias que durante todo el desarrollo del trabajo me han acompañado.

A Sandra Oquendo y Andrés Mejía por sus invaluable aportes y sugerencias para el desarrollo del trabajo.

A los estudiantes que permitieron que la propuesta de intervención se pudiera realizar.

Resumen

Este trabajo muestra los resultados de un estudio realizado a partir de la producción textual, elaborada por los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa “FE Y ALEGRIA NUEVA GENERACIÓN”, del municipio de Bello (Antioquia), que analizó teniendo en cuenta tres categorías: lo que el estudiante ha ido haciendo, lo que ha ido pensado y los sentimientos y situaciones por las que ha ido pasando, además de un aporte creativo sobre el concepto de función de variable real enfatizado en la función lineal a la luz de los principios del aprendizaje significativo crítico propuesto por el autor Marco Moreira. Los resultados muestran que la propuesta es viable y contribuye a construir criterios de evaluación formativa como alternativa a los modelos de evaluación tradicional utilizados para los aprendizajes matemáticos.

Palabras clave:

Concepto de función de variable real, Principios del Aprendizaje Significativo Crítico, Evaluación Formativa

Abstract

This work shows the results of an studio made starting at textual production, made by ninth grade students of the educational institution “FE Y ALEGRIA NUEVA GENERACIÓN” , which was analyzed taking into account three categories: what the student has been doing, what he has been thinking and feelings and situations he has been going through, besides of a creative contribution about the real variable function concept emphasized on lineal function in the light of critic significant learning principles proposed by the author Marco Moreira. The results show this is a viable proposal and revision contributes to build formative evaluation criteria as an alternative to the traditional evaluation models used for the mathematical learning.

Keywords

Real variable function concept, critical significant learning principles, formative evaluation

Contenido

<i>Agradecimientos</i>	IV
<i>Resumen</i>	V
<i>Contenido</i>	VII
<i>Lista de Figuras</i>	IX
<i>Lista de tablas</i>	X
<i>Introducción</i>	11
<i>1. Aspectos Preliminares</i>	13
1.1 Selección y delimitación del tema.....	13
1.2 Planteamiento del problema.....	13
1.2.1 Antecedentes.....	13
1.2.2 Descripción del problema.....	18
1.2.3 Formulación de la pregunta.....	18
1.3 Justificación.....	19
1.4 Objetivos.....	19
1.4.1 Objetivo General.....	19
1.4.2 Objetivos Específicos.....	19
<i>2. Marco Referencial</i>	21
2.1 Marco Teórico.....	21
2.2 Marco Disciplinar.....	25
2.3 Marco Legal.....	28
2.4 Marco Espacial.....	29
<i>3. Diseño metodológico</i>	30
3.1 Tipo de Investigación.....	31

VIII Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

3.2 Método	31
3.3 Instrumento de recolección de información.....	32
3.4 Población y Muestra	32
3.5 Delimitación y Alcance.....	32
3.6 Cronograma	33
<i>4. Trabajo Final</i>	35
4.1 Propuesta de intervención	35
4.2 Resultados y Análisis de la Intervención.....	39
4.2.1 Análisis de resultados cuantitativos.....	39
4.2.2. Lo que he ido realizando	44
4.2.3 Lo que he ido pensando.....	48
4.2.4 Análisis de resultados cualitativos	43
4.2.5 sentimientos y situaciones por las que he ido pasando.....	53
4.2.6 Aportes creativos	55
<i>5. Conclusiones y Recomendaciones</i>	57
5.1 Conclusiones.....	57
5.2 Recomendaciones.....	59
<i>Anexo A Principios que evidencian el aprendizaje significativo crítico</i>	61
<i>Anexo B Pruebas de hipótesis para comparar los resultados obtenidos antes y después de la implementación de la propuesta</i>	94
<i>Referencias</i>	103

Lista de Figuras

<i>Figura 4. 1 Resultados 9º año 2015</i>	<i>41</i>
<i>Figura 4. 2 Índice Sintético de Calidad</i>	<i>42</i>
<i>Figura 4. 3 Puntaje promedio saber 9º -2015</i>	<i>43</i>
<i>Figura Anexo A 1 Aporte creativo</i>	<i>67</i>
<i>Figura Anexo A 2 Funciones</i>	<i>70</i>
<i>Figura Anexo A 3 Aporte creativo</i>	<i>86</i>
<i>Figura Anexo A 4 Aporte creativo</i>	<i>86</i>
<i>Figura Anexo A 5 Aporte creativo</i>	<i>88</i>
<i>Figura Anexo A 6 Aporte creativo</i>	<i>89</i>
<i>Figura Anexo B 1 Resumen Estadístico comparativo año 2014 y 2015</i>	<i>94</i>
<i>Figura Anexo B 2 Histograma año 2014</i>	<i>96</i>
<i>Figura Anexo B 3 Traza de densidad año 2014</i>	<i>97</i>
<i>Figura Anexo B 4 Prueba de normalidad para resultados año 2015</i>	<i>97</i>
<i>Figura Anexo B 5 Traza de densidad año 2015</i>	<i>98</i>
<i>Figura Anexo B 6 Caja y Bigotes comparativo año 2014 y 2015</i>	<i>100</i>

X Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

Lista de tablas

<i>Tabla 3. 1 Planificación de actividades.....</i>	<i>33</i>
<i>Tabla 3. 2 Cronograma de actividades.....</i>	<i>34</i>
<i>Tabla Anexo B 1 Pruebas de Normalidad para AÑO 2014.....</i>	<i>95</i>
<i>Tabla Anexo B 2 Estadístico de prueba Kolmogorov-smirnov.....</i>	<i>95</i>
<i>Tabla Anexo B 3 Estadístico de prueba: Kolmogórov-smirnov.....</i>	<i>98</i>
<i>Tabla Anexo B 4 Comparación de Desviaciones Estándar.....</i>	<i>99</i>
<i>Tabla Anexo B 5 Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas desiguales.....</i>	<i>101</i>

Introducción

El presente trabajo es el estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real, enfatizada en la función lineal, a partir de la producción textual que elaboran los estudiantes en el grado noveno de la institución educativa Fe y Alegría nueva Generación ubicada en Bello (Antioquia), la cual permite aportar elementos para validar el aprendizaje desde un enfoque alternativo a la evaluación tradicional de la disciplina en la que se premia el acierto y castiga el error, dejando de lado la observación, deducción y el sentido común que también hacen parte del proceso de aprendizaje para la construcción de forma significativa de un nuevo concepto matemático

La enseñanza del concepto de función de variable real es importante dado que los estudiantes presentan dificultades para modelar situaciones en contextos de variación, además este concepto es parte del saber previo que demandan tanto los programas de enseñanza a nivel de básica y media o en estudios superiores donde se requieren cursos de pre-cálculo y cálculo.

Para la presentación del trabajo primero se presenta un marco teórico donde se recogen los fundamentos del aprendizaje significativo crítico expuestos por Marco Moreira y la propuesta de Carlos Vasco plasmada en los lineamientos curriculares para el área de matemáticas de educación básica, media y media técnica y posteriormente en el marco disciplinar se describe la pertinencia de la enseñanza del concepto de función desde un enfoque principalmente intuitivo.

12 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

Para la propuesta de intervención se utilizan tres categorías para organizar la producción textual, a saber: Lo que el estudiante ha ido haciendo, lo que ha ido pensado y los sentimientos y situaciones por las que ha ido pasando, además de un aporte creativo sobre la modelación del concepto, lo que permite observar el aprendizaje desde la narración propia del estudiante en la cual quedan al descubierto sus conjeturas, pensamientos y sentimientos experimentados en el proceso.

El análisis de los resultados se hace a la luz de los principios del aprendizaje significativo crítico entre los que se evidencian el abandono de la narrativa por parte del profesor, la no centralización en el libro de texto, la interacción social, el saber previo y el estudiante como perceptor y representador de la realidad.

De este modo, la producción textual se convierte en la opción que le brinda la posibilidad al estudiante de construir una imagen simbólica que relaciona el concepto de función con una palabra, una figura ó un dibujo para anclarlo de forma no literal y no arbitraria a la estructura cognitiva que posee para que posteriormente pueda ser modificado y sea el punto de partida de una nueva construcción.

Como recomendación para la institución se sugiere que continúe con la propuesta de escritura ya que esta aporta resultados valiosos para mejorar procesos de enseñanza y aprendizaje de conceptos matemáticos y permite construir criterios que faciliten un proceso de evaluación formativa.

1. Aspectos Preliminares

Evaluación de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de Variable Real a partir de la producción textual de los estudiantes, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe y Alegría Nueva Generación del municipio de Bello.

1.1 Selección y delimitación del tema

Evaluación de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la institución educativa fe y alegría nueva generación del municipio de bello.

1.2 Planteamiento del problema

1.2.1 Antecedentes

Los antecedentes que se presentan a continuación fueron el resultado de la búsqueda de material escritos o trabajos que se desarrollaron tanto en el país como fuera de él con las diferentes propuestas que se han realizado para la enseñanza del concepto de función de variable real, en los hallazgos más significativos se encuentra que las propuestas de enseñanza fueron variadas y algunas hasta han considerado criterios psicológicos como un intento de superar la dificultad que presentan los estudiantes en el aprendizaje del concepto, otros recurrieron al uso de las Tecnologías de la comunicación como una apuesta por los mediadores virtuales para acercar a los estudiantes a la construcción del concepto, en algunas experiencias los resultados fueron positivos y recomiendan continuar con la propuesta y en otros los resultados muestran la necesidad de continuar con la búsqueda de estrategias más eficientes para el proceso de enseñanza y aprendizaje.

14 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

Para encontrar el material se utilizaron bases de datos como Redalyc, bdigital, el motor de búsqueda de google académico y los repositorios de diferentes universidades durante los años 2015 y 2016, como palabras claves se utilizaron: enseñanza de funciones de variable real, función lineal, enseñanza del concepto de función, producción textual en matemáticas. Una vez revisados los trabajos encontrados se reseñan como referencia al ser valiosos para el direccionamiento de la propuesta.

El concepto de función y sus aplicaciones en situaciones relacionadas con fenómenos físicos, que conducen a un modelo cuadrático, una propuesta para trabajar en el grado noveno, 2011, Colombia

Autor: María Emiliana Vargas Núñez

Ubicación: Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá

Idioma Español

Este trabajo hace referencia a una propuesta didáctica para modelar fenómenos físicos que conducen a funciones cuadráticas, para ello se parte del análisis de variables sumado al planteamiento de hipótesis y su posterior verificación dada a partir de la experimentación o la simulación, la propuesta es interesante ya que la intervención se realizó en el grado noveno y contiene una revisión histórica del concepto de función, a la vez que revisa las formas de enseñanza conjuntista y analítica para profundizar en la enseñanza del concepto pero esta propuesta centra su interés en el proceso de enseñanza más que en el aprendizaje.

❖ La producción del Textos una alternativa para evaluar matemáticas. 2008, Colombia

- ✓ Evely Parada Rico y Diana Jaramillo
- ✓ Ubicación: Escuela de Matemáticas, Universidad Industrial de Santander
- ✓ Idioma: Español

En este artículo las autoras proponen la evaluación formativa a partir de experiencias de comunicación en los educandos, donde ellos construyen un texto, ya sea cuento, carta, poesía, fábula, entre otros, para explicar un concepto que se trabajó en el aula de clase. La producción de textos es vista aquí como una alternativa no tradicional en la comprensión de conceptos matemáticos, donde el texto se convierte en el reflejo del concepto que se ha fijado en el pensamiento del estudiante, el cual no se puede calificar de correcto o incorrecto sino que sujeto a recibir sugerencias para caer en cuenta del error conceptual lo que a su vez permite diferentes procesos de evaluación para superar las falencias detectadas, además están contextualizadas a la realidad del estudiante y se pueden considerar como un complemento al desarrollo algorítmico propio del saber matemático, esta propuesta es una alternativa creativa a la evaluación sumativa la cual le produce sentimientos de temor en los estudiantes, además se queda corta para evaluar aspectos como la creatividad, ejemplos propuestos por estudiantes, entre otros.

❖ Diseñar e implementar una estrategia didáctica para la enseñanza aprendizaje de la función lineal modelando situaciones problema a través de las TIC: Estudio de caso en el grado noveno de la Institución Educativa la Salle de Campoamor. 2012, Colombia

- ✓ Oswaldo Muñoz Cuartas
- ✓ Ubicación: Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín
- ✓ Idioma: Español

Esta propuesta de intervención se diseñó como estrategia didáctica para la enseñanza–aprendizaje de la función lineal por medio de la modelación de situaciones problema, con el uso de las Tecnologías de la información y de la comunicación (TIC) en el grado noveno de la Institución Educativa la Salle de Campoamor con el objetivo que los estudiantes adquieran un mejor aprendizaje del concepto de la función lineal en las matemáticas, a través de una herramienta virtual de aprendizaje Moodle. Esta propuesta es interesante por el grado en que se realiza, además que describe el proceso de aprendizaje a la luz de la teoría del aprendizaje significativo crítico como complemento a la teoría expuesta por David Ausubel, el limitante de esta propuesta es que está sujeta a la conectividad que presentan los estudiantes y a los recursos tecnológicos existentes en la institución, además no se enfoca hacia procesos de evaluación formativa.

16 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

❖ Transformaciones de funciones con GeoGebra y moodle como mediadores didácticos. 2013, Colombia

- ✓ Autor: Omar Giovanni López Lozano
- ✓ Ubicación: Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín
- ✓ Idioma: Español

Este trabajo de grado es interesante al ser aplicado en una institución educativa ubicada en el municipio de Bello, se enfoca hacia la elaboración e interpretación de gráficas de funciones, que posibilite un aprendizaje significativo en los estudiantes, las conclusiones de la intervención muestran que aunque se obtuvo en la comparación de resultados una media más alta en los alumnos que trabajaron con el mediador virtual *Geogebra*, no hubo diferencia estadísticamente significativa con quienes no se aplicó la misma metodología, este resultado muestra la necesidad de metodologías alternativas de enseñanza para conceptos matemáticos que exploren la posibilidad de alcanzar altos niveles de desempeño en los estudiantes.

❖ Modelación matemática en funciones exponencial y logarítmica: una propuesta pedagógica para el aprendizaje de las matemáticas básicas. 2012, Colombia

- ✓ Autor: Wilmer García
- ✓ Ubicación: Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín
- ✓ Idioma: Español

Esta propuesta pedagógica para la enseñanza y aprendizaje de las funciones de variable real, exactamente la función exponencial y logarítmica es interesante dada su propuesta metodológica en la que se propone la construcción de materiales potencialmente significativos aplicados en un estudio de caso en los estudiantes participantes en un curso Nivelatorio de matemáticas básicas en la universidad Nacional de Colombia, el concepto de función es fundamental dentro de los cursos de precalculo,

sin embargo los resultados que se obtuvieron no fueron, ya que varios participantes no finalizaron el proceso y los que sí lo hicieron aproximadamente la mitad de ellos lo reprueba, estos resultados abren la ventana a la necesidad de explorar nuevas propuestas metodológicas para la enseñanza del concepto de función.

❖ Concepciones sobre funciones matemáticas de una variable, en estudiantes del primer semestre de Ingeniería. 2013, Venezuela

- ✓ Autoras: Damaris Vanegas Macías y María Escalona Fuentemayor
- ✓ Ubicación: Universidad de Zulia, Revista omnia, Enero- abril páginas 99- 113
- ✓ Idioma: Español

El artículo muestra los resultados de una indagación sobre concepciones en los estudiantes de primer semestre de ingeniería respecto al concepto de función matemática de una variable enfocados en aquellos estudiantes que presentaron dificultades para aprobar el área y eran repitentes. La información obtenida fue analizada mediante la teoría de Rosario Cubero (2001, 1997 cuyos resultados se presentan de forma descriptiva explicados a la luz de la teoría de psicología cognitiva para comprender el papel de las estructuras mentales en la construcción de conceptos, principalmente en el concepto de función, y con ello tratar de modificar una concepción negativa y superar la dificultad en la aprobación de la misma, los resultados que se obtuvieron mostraron que en su mayoría estos estudiantes no lograron cambiar sus concepciones.

Además las autoras concluyen que el tipo de aprendizaje alcanzado por los estudiantes participantes del estudio de caso eran de tipo mecánico que no alcanzo el nivel de significativo según las teoría del aprendizaje propuesta por Ausubel y le recomiendan a los docentes cambiar la concepción instruccional de la enseñanza por una que integre las concepciones y representaciones mentales de los estudiantes, Atendiendo la recomendación de las autoras el propuesta de enseñanza del presente trabajo explora una metodología integradora que a través de principios busca en los estudiantes construir el concepto de función de forma significativa crítica.

18 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

1.2.2 Descripción del problema

Las directrices propuestas en los lineamientos curriculares para el grado noveno buscan que el estudiante sea capaz de modelar situaciones de variación con funciones polinómicas, a la vez que pueda identificar la relación entre cambios de parámetros con su respectiva representación algebraica, interpretando las transformaciones gráficas, lo que significa que es fundamental la construcción del concepto de función de variable real en su estructura cognitiva.

Aunque es claro que la enseñanza de las funciones de variable real tienen un papel significativo en el desarrollo histórico de las matemáticas, y el aprendizaje de su concepto es fundamental en los programas de la enseñanza desde la educación básica en el grado noveno (incluso anteriores) hasta estudios universitarios, prácticas e investigaciones muestran que en muchas ocasiones se presentan dificultades en su entendimiento y es causa de posterior fracaso escolar en cursos de precálculo y cálculo a nivel superior.

En la práctica docente con estudiantes de los grados novenos y superiores de las Instituciones educativas Gilberto Echeverri Mejía y Nueva Generación, ubicadas en el municipio de Bello, se observan dificultades para aproximarse a la definición del concepto de función matemática, al no ser capaces de representar e interpretar el concepto de forma gráfica ni describirlo desde su propio lenguaje ni tampoco como expresión algebraica.

1.2.3 Formulación de la pregunta

Cómo evaluar una propuesta de enseñanza del concepto de función de variable real a partir de la producción textual de los estudiantes como instrumento de validación del aprendizaje.

1.3 Justificación

La evaluación de una propuesta metodológica para la enseñanza de funciones de Variable Real, a partir de la función lineal, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe y Alegría Nueva Generación del municipio de Bello, encuentra su justificación en el proyecto educativo institucional (PEI) que tiene como un eje del modelo pedagógico: *el apoyo textual como transversal al proceso de enseñanza aprendizaje* y, dado que dicha producción no cuenta con una organización desde el plan de área que lo articule como medio de evaluación válido para la aprehensión de conceptos matemáticos es necesario realizar un estudio de la forma como se enfoca dicha producción textual en la enseñanza de conceptos matemáticos de tal manera que sea posible revisar sus aportes y valorar los alcances que se puedan lograr con ella.

Desde la teoría del aprendizaje significativo crítico, estudiar las producciones textuales de los estudiantes es una forma de obtener información de tipo cualitativo que permita mejorar procesos de aprendizaje y diseñar metodologías de evaluación formativa como posibilidad de disminuir los bajos desempeños en niveles posteriores, ya sea en la educación media o a nivel superior.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo General

Evaluar una propuesta de enseñanza del concepto de función de variable real, como relación entre variables enfatizando en el estudio de la función lineal, apoyada desde la producción textual que elaboran los estudiantes a la luz de la teoría del Aprendizaje significativo crítico como criterios de validación del proceso de aprendizaje.

1.4.2 Objetivos Específicos

Realizar un análisis sistemático de los resultados obtenidos en la propuesta de enseñanza del concepto de función de variable real realizada en la institución educativa Fe y Alegría Nueva Generación.

20 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

Describir los resultados cuantitativos obtenidos por los estudiantes en el año 2015 con diferentes fuentes de información provenientes de evaluaciones internas como externas y compararlas con los resultados obtenidos el año 2014 para revisar avances en el proceso.

Evaluar la producción textual de los estudiantes del grado noveno desde los principios del aprendizaje significativo crítico sobre el concepto de función de variable real, enfatizando en la función lineal para obtener información de carácter cualitativo, que permitan validar el proceso de aprendizaje.

2. Marco Referencial

2.1 Marco Teórico

El presente trabajo se sustenta desde la teoría del aprendizaje Significativo Crítico propuesto por Marco Moreira. En éste se busca explicar en el contexto del aula de clase, la forma en que un sujeto aprende articulado con la propuesta de enseñanza matemática desarrollada por Carlos Vasco en los lineamientos curriculares.

El punto de partida para Moreira es el conocimiento previo que tiene el sujeto que aprende, quien no necesariamente es capaz de describirlo a partir desde el lenguaje. Asunto que genera en algunos casos que los temas referenciados en los planes de estudio al finalizar el nivel de formación básica, sean asumidos como un primer acercamiento a este conocimiento. Otro elemento interesante a tener en cuenta, es la aplicación de pruebas diagnósticas, a partir de las cuales se espera identificar cuál es el nivel de conceptualización que el sujeto tiene de dichos conocimientos para que éstos sean los subsumidores del nuevo aprendizaje en construcción.

Esta conceptualización inicial no necesariamente es similar al concepto y ha de ser necesario que el sujeto de aprendizaje la reevalúe para reafirmarla o construir una nueva. Razón que justifica que el conocimiento previo se puede ubicar en los hechos o fenómenos que el sujeto reconoce y que hacen parte del contexto en el cual interactúa., en otras palabras, el conocimiento previo puede partir de un hecho o fenómeno concreto, observable o que puede provenir de otros procesos de instrucción.

22 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

En esta línea, la educación queda enmarcada en un contexto bajo incertidumbre y deja atrás la visión absolutista, enfocándose hacia la construcción de significados para conceptos tales como el de sistema o el de función. En éstos, se acepta el conocimiento previo como determinante del aprendizaje, dado que la mente reconoce aquello que ya tiene en su estructura cognitiva y asume una acción directa para poder captar los significados.

En consecuencia, el aprendizaje significativo crítico le proporciona al aprendiz un proceso dinámico y progresivo que conlleva la interiorización de los conceptos captados, los cuales son producto de la interacción con el lenguaje y la diferenciación progresiva e integradora que forman la estructura de organización cognitiva del sujeto que aprende, éste necesariamente debe tener una predisposición propia e interna que le lleve a querer ser, querer aprender y querer hacer con lo aprendido, para encontrar relevante el nuevo conocimiento, de esta manera, el sujeto es capaz de modificar aquello que ya sabía, bien sea complementándolo o desaprendiendo conceptos erróneos e irrelevantes para dejar en su lugar la nueva construcción.

Esta postura de aprendizaje representa para la enseñanza significativa de nuevas construcciones de conocimiento un punto de partida claramente establecido, el cual, exige la configuración de metodologías alternativas basadas en principios tales como la interacción social y el cuestionamiento. En éstos han de primar los acercamientos hacia las posibles respuestas que permitan superar la dicotomía de castigar el error y premiar las respuestas correctas únicamente y, al reconocimiento del proceso de hallazgo de la respuesta como un camino de validación o construcción de pensamiento.

De igual modo, el contexto se convierte en la base de la información generada a partir de los hechos concretos que el sujeto de aprendizaje ha observado, y posiblemente reflexionado, de tal manera que le permite superar la propuesta unilateral propia del tradicional recurso del libro de texto.

En este sentido, al estudiante como sujeto que aprende se le reconoce su percepción del mundo, de cómo lo representa y la forma como lo percibe al ser parte del sistema en el cual está inmerso, que es cambiante y lleno de variables y complejidades.

Este escenario cambiante, complejo e incierto exige que el lenguaje no se pueda concebir como neutral en el proceso de percepción de la realidad. Por el contrario, ha de reconocerse su relación directa con la comprensión de la disciplina en la cual se enmarca el nuevo conocimiento, es decir, que el estudiante ha de adquirir conciencia semántica del mismo, hasta el punto que sea capaz de construir modelos de representación que posteriormente le permitirán dar cuenta de aquello que aprendió, o le servirán de punto de partida para una nueva construcción de aprendizaje

En el mismo orden de ideas Carlos Vasco en el año 2006, utiliza el enfoque de sistemas y no de conjuntos para la enseñanza de las matemáticas donde el eje central de su propuesta propone, el tratamiento de la matemática comprendida como una totalidad compuesta por elementos que tienen sus propias formas de operar y que esta mediada por relaciones que se articulan con la mediación del lenguaje que lo representa a partir del propio saber y que toma como punto de partida lo que para el aprendiz ya es conocido y construido desde su propia cotidianidad. Asunto que facilita su acción directa sobre la construcción de modelos abstractos y no lo reduce a ser un simple receptor de información.

Vasco reconoce que este nuevo enfoque sistémico requiere más preparación de los estudiantes, y un mayor tiempo dedicado a la construcción de conceptos por parte de ellos, es decir, que en un inicio el avance en la conceptualización es más lento de lo que se esperaría ocurriese con la concepción conjuntista y de forma similar, resalta el interés que genera en los estudiantes su participación activa en el proceso descrito, porque es allí donde quedan aprehendidos los conceptos, además de abrir la posibilidad de transferencia y aplicación en otros contextos diferentes.

Los planteamientos de esta propuesta quedaron plasmados en los lineamientos curriculares propuestos por el MEN en el año 1998, pero no como un sistema cerrado

24 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

para la enseñanza sólo de la matemática, sino que dejan la puerta abierta para la transversalización de la ciencia en la medida en que reconoce por ejemplo, cómo el pensamiento lógico se desarrolla en la lingüística, en la física, en la historia, en la sociología, en la economía, entre otros escenarios de conocimiento, para dejar al matemático dentro de un tipo de pensamiento lógico aplicable y transferible a través de la modelación.

En otras palabras, la interacción entre los pensamientos matemáticos en escenarios diferentes le amplía a los estudiantes la posibilidad de utilizarlos en otros campos del saber para de este modo reconocer sus implicaciones prácticas más que teóricas.

El enfoque sistémico, también tiene implicaciones directas en el rol del docente, quien a su vez debe ser capaz de formular, analizar y resolver los problemas y no solo reproducir los algoritmos que ya tiene establecidos, sino que debe formular nuevos, ensayarlos y contrastarlos con la realidad.

Desde esta perspectiva la enseñanza del algebra como lenguaje simbólico se convierte en el punto de llegada y no de partida del proceso de construcción de conocimiento en matemática, por tal razón el estudiante encuentra la posibilidad de hacer sus propias conjeturas, lanzar hipótesis y construir sus propios modelos de pensamiento a partir del lenguaje cotidiano en que está inmerso hasta llegar a transformarlo en lenguaje simbólico propio del saber matemático.

Ambos autores Marco Moreira y Carlos Vasco son referentes en el presente trabajo ya que permiten que la construcción de conocimiento para el concepto de función de variable real enfatizada en la función lineal no se genere a partir de una única visión absolutista y cerrada, sino que se permita la interacción de los diferentes pensamientos matemáticos dentro de un contexto cotidiano cercano a los aprendices y que a su vez

estos puedan ser transferidos a otros contextos diferentes y expresarlos por medio de la producción textual como medio para compartir significados y dar cuenta de la construcción del Concepto Que Se Desea Aprender.

2.2 Marco Disciplinar

Los estándares curriculares definidos por el Ministerio de educación Nacional, ubican la necesidad de formar en los estudiantes habilidades en el pensamiento variacional como uno de los objetivos establecidos para el área de matemáticas en la educación básica, de tal forma que la enseñanza deja atrás los contenidos separados y fragmentados, para darle paso a la construcción conceptual, que a su vez involucra los procedimientos relacionados para analizar, organizar y modelar situaciones dentro del contexto del estudiante o como parte de los problemas inherentes a la ciencia y que involucran la variación como parte de su propia definición.

Un concepto clave dentro del pensamiento variacional es el de función de variable real, el cual se puede definir de manera intuitiva como: “Una *relación de dependencia entre dos variables, de tal manera que al dar un valor a una de ellas queda determinado el valor de la otra*” (Hitt 2002),

Este concepto de función es una construcción histórica que puede incluso remontarse a 2000 años antes de nuestra era, donde los babilonios plasmaban en tablillas de barro indicios del concepto, por ejemplo al describir la relación entre los números y su correspondencia con sus cuadrados, luego en el renacimiento encontramos los desarrollos alcanzados por Rene Descartes cuando intenta relacionar las gráficas con sus ecuaciones y matemáticos posteriores como Leonhard Euler, Johan Bernoulli entre otros, quienes intentan proporcionar definiciones intuitivas al concepto.

En 1939 se presenta un cambio de enfoque de manera radical, cuando el grupo de matemáticos denominados por el seudónimo de Nicolás Bourbaki revisaron y sistematizaron los conceptos matemáticos en sus publicaciones a partir de un enfoque

26 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

conjuntista, en el cual desaparecen las ideas intuitivas, y el concepto de función de variable real se reduce a un tratamiento estático que supera su naturaleza intuitiva de variación enfoque que aun hoy es conservado y ampliamente defendido por los matemáticos como referente de rigor para la disciplina, y sujeto de críticas para la enseñanza de la misma.

En nuestra época es común que en los libros de texto se defina el concepto de función de variable real a partir de cuatro definiciones: En términos de variable, en términos de parejas ordenadas, en términos de reglas de correspondencia y en término de máquina, a saber:

1. **En términos de variables:** *Cuando dos variables están relacionadas de tal manera que el valor de la primera queda determinado si se da un valor a la segunda, entonces se dice que la primera es función de la segunda.*
2. **En término de conjunto de pares ordenados:** *Una función es un conjunto de pares ordenados de elementos tales que ningunos dos pares tienen el mismo primer elemento.*
3. **En término de regla de correspondencia:** *Una función f que pertenece a un conjunto A le corresponde un conjunto B a partir de una regla de correspondencia la cual le asignan a cada valor de A un único elemento determinado $f(x)$ perteneciente al conjunto B .*
4. **En término de máquina:** *Una función es un procedimiento determinado que toma una o más entradas que salidas, y que tiene la propiedad de que cualesquiera dos apelaciones con la misma entradas producen la misma salida".*

Hitt en el año 2002, afirma que los estudios en educación matemática sobre el concepto de función demostraron que las cuatro definiciones anteriores no son equivalentes en cuanto al aprendizaje del mismo y considera para su enseñanza en la educación básica y media la definición más apropiada es la que hace referencia a la relación de variables, dado que esta definición es compatible a la modelización de

situaciones de contexto real y la definición en términos de correspondencia se puede posponer hasta el ciclo de educación superior además recomienda que la definición formal Bourbakista se adecua para estudiantes enfocados al estudio de profundización en matemáticas.

En el grado noveno de la institución educativa Fe y Alegría Nueva Generación se partirá del tratamiento del concepto de función de variable real para restringir los valores que corresponden al dominio y codominio de las variables en relación, además de considerar la construcción intuitiva del concepto que se presenta a partir de situaciones generadas a partir de información recolectada directamente de un fenómeno observable que acerquen al estudiante a su modelización y que le permitan describir y analizar sus relaciones sin necesidad de hacer solo una descripción verbal del mismo enfatizando en la comprensión de funciones lineales, para modelizar situaciones de variación constante por ejemplo aquellas relacionadas con fenómenos físicos, como la variación de la distancia con relación al tiempo, entre otras.

Para el estudio de las funciones lineales partimos de la forma $f(x) = mx + b$ donde m representa la variación constante, denominada pendiente de la función y b es el intercepto o coeficiente de posición, además x corresponde a la variable independiente.

De igual forma en las clases de matemáticas se analizarán con los estudiantes situaciones que pueden describirse con funciones lineales delimitadas por comportamientos a tramos y situaciones cuya variación no es constante y dan lugar a representaciones y ecuaciones diferentes a una línea recta, como fenómenos de crecimiento poblacional, lanzamiento de una pelota, entre otras para que el estudiante compare y relate sus propias conjeturas sobre el concepto de función de variable real, aunque para el presente trabajo solo se considera aquellas situaciones con modelos lineales.

28 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

2.3 Marco Legal

A partir de la autonomía escolar establecida en el artículo 77 de la ley 115, conocida como ley General de Educación, la institución educativa puede organizar las áreas fundamentales del conocimiento, y métodos de enseñanza dentro de los límites fijados por la ley.

De igual modo el artículo 33 del decreto 1860 emitido en 1994 definió los criterios para la elaboración del currículo a partir del de actividades encaminadas a la definición de criterios para el establecimiento de los planes de estudio, programas y procesos que le aporten a la formación integral de los educandos y a la construcción de la identidad cultural y nacional, es decir que es el punto de referencia para ubicar la institución como parte de un contexto municipal, regional y nacional.

Para el área de matemáticas, y dado su carácter de área fundamental el Ministerio de Educación Nacional estable los lineamientos Curriculares en el año 1998, a partir de los cuales se genera el marco de referencia para ubicar los estándares definidos para cada ciclo formativo, para el presente trabajo se utilizaran los definidos para el grado octavo y noveno.

En el año 2015 y como complemento de los criterios establecidos en los lineamientos curriculares el Ministerio de Educación, publica los *Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA)*. Ambas directrices nos muestran que al finalizar el ciclo formativo, el estudiante del grado noveno debe ser capaz de identificar las relaciones entre las ecuaciones algebraicas con su representación gráfica, debe ser capaz de construir dicha presentación y elaborar modelos para su comprensión, además de interpretar significados como el de la pendiente en situaciones de variación, tales como :velocidad/distancia, precio/costo, entre otras, y debe ser capaz de obtener conclusiones a partir de dichas relaciones.

A partir de la normatividad vigente el presente trabajo de grado en la línea de profundización propone la construcción de una propuesta de diseño metodológico para la enseñanza del concepto de función de variable real enfatizando en la función lineal para el grado noveno, en el municipio de Bello Antioquia.

2.4 Marco Espacial

La Institución Educativa Fe y Alegría Nueva Generación, es de carácter oficial urbana, ubicada en el municipio de Bello, sector Niquía, su horizonte institucional está enfocado hacia la educación de calidad, que responda a las exigencias de un contexto que exige la presencia de hombres y mujeres integrales y capaces de asumir los retos de la sociedad contemporánea.

Los estudiantes del grado noveno para el 2015 son 115 matriculados, 56 hombres y 59 mujeres, De ellos hay 2 estudiantes diagnosticados con necesidades educativas especiales, con edades que oscilan entre los 13 a 16 años de edad, provenientes de estratos socioeconómicos 2 y 3, la mitad de ellos viven con ambos padres y los restantes en hogares compuestos por papá o mamá y/o con otros familiares.

El modelo pedagógico de la Institución es un modelo activo que recoge elementos de la educación tradicional y de las corrientes contemporáneas como el constructivismo, apunta fundamentalmente hacia un enfoque de educación hacia la comprensión, donde su metodología gira alrededor de tres grandes ejes: la formación personal, la formación para la construcción de saberes de conocimiento y la formación para la generación de procesos de pensamiento.

30 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

3. Diseño metodológico

El estudio de esta propuesta de enseñanza se presenta en el marco de la maestría en profundización, la cual adopta elementos de la investigación en educación tanto de tipo cuantitativos como cualitativos para el análisis de sus resultados, con el propósito de mejorar y fortalecer las practicas docentes respondiendo a los nuevos desafíos que se presentan en la enseñanza de las ciencias en la actualidad.

Para reconocer si hubo un proceso efectivo de enseñanza esta deberá atarse al proceso de evaluación, ya que esta suministra las evidencias de lo aprendido, sin dejar de reconocer que dicho proceso de enseñanza no necesariamente tiene una relación de causalidad directa con el proceso de aprendizaje al coexistir con otros aspectos como el currículo y el contexto, que están inmersos en la práctica curricular.

El propósito de la evaluación es en este caso hace referencia a obtener información valida y fiable que permita la interpretación de los resultados obtenidos con la intervención realizada en aula, para ello se consideran diferentes paradigmas que involucran a su vez dos metodologías diferentes una cuantitativa y otra cualitativa, además el enfoque de profundización permite introducir la autorreflexión como elemento de discusión para la revisión de resultados con la finalidad de reconocer y comprender la realidad como unida a la práctica y no solo como una construcción teórica, de tal manera que el docente pueda tener un rol activo con implicaciones directas en el proceso.

3.1 Tipo de Investigación

El modelo de investigación acción educativa, al ser propio de paradigmas socio críticos que integran el papel del maestro como investigador y evaluador de su propia práctica, quien busca continuamente transformar su quehacer para contribuir al propósito de enseñar

3.2 Método

Para la operativización de la propuesta de enseñanza y aprendizaje se utilizaron elementos de la investigación cualitativa y cuantitativa para luego analizarlos cada uno por separado y obtener conclusiones y recomendaciones para la institución educativa. El análisis de la propuesta de intervención parte de la recolección de información cuantitativa obtenida durante el año 2015 a partir de mediciones internas y externas para realizar comparaciones con resultados nacionales para el grado y con el año anterior por medio de pruebas de hipótesis.

A la par que se revisan los resultados cuantitativos se utilizarán los principios del aprendizaje significativo crítico evidenciado en la producción textual de los estudiantes para interpretar la forma como los estudiantes construyen el concepto de función de variable real y lo utilizan para construir modelos lineales. Finalmente se revisará la posibilidad de agregación de la información para obtener conclusiones generales que validen o no la propuesta de enseñanza que se desea evaluar. Al finalizar la investigación se pretende tener la conclusión de validación de la propuesta de enseñanza del concepto de función de variable real enfatizada en la función lineal a partir de la revisión y discusión de los resultados obtenidos de forma cuantitativa y cualitativa.

32 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

3.3 Instrumento de recolección de información

La fuente primaria para la recolección de la información son las producciones textuales que elaboraron los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Nueva Generación, de ellas se seleccionaron nueve carpetas para analizarlas a la luz de los principios de aprendizaje significativo crítico, los resultados se agregaran en categorías que permitan visualizar el proceso de aprendizaje con respecto al concepto de función de variable real.

Las fuentes secundarias son los resultados de las pruebas estandarizadas internas y externas presentadas por los estudiantes del grado, con ellas se hará prueba de hipótesis para determinar si hay o no avances en el proceso de aprendizaje en comparación con el año anterior.

3.4 Población y Muestra

Los estudiantes del grado noveno de la institución educativa Fe y Alegría Nueva Generación, y la muestra son nueve estudiantes.

3.5 Delimitación y Alcance

El estudio de una propuesta de enseñanza para el concepto de función de variable real enfatizada en la función lineal le permitirá a la institución educativa tener nuevos aportes para el proyecto educativo Institucional, específicamente en el área de matemáticas, sumado a los posibles aportes en la construcción de un modelo de evaluación formativa.

3.6 Cronograma

Tabla 3. 1 Planificación de actividades

FASE	OBJETIVOS	ACTIVIDADES
Fase 1: Caracterización	Descripción de la propuesta de intervención de enseñanza del concepto de función de variable real en la institución educativa fe y Alegría Nueva Generación	<p>1.1. Revisión bibliográfica sobre el aprendizaje significativo crítico para la enseñanza de conceptos</p> <p>1.2. Revisión bibliográfica sobre la teoría de los criterios de evaluación de la enseñanza para conceptos matemáticos.</p> <p>1.3. Revisión bibliográfica de los documentos del MEN enfocados a los estándares en la enseñanza del concepto de función de variable real</p>
Fase 2: Diseño	Sistematización de la propuesta de enseñanza	1 Elección de las producciones textuales de los estudiantes que serán la fuente de información cualitativa para el desarrollo de la propuesta.
Fase 3: Evaluación		<p>3.1 Elaboración de un cuadro comparativo de resultados a la luz de los principios del aprendizaje significativo crítico.</p> <p>3.2 Agregación e interpretación de los resultados cualitativos obtenidos.</p> <p>3.3 Comparación de resultados cuantitativos para el año 2015 con datos nacionales para el grado y con los resultados obtenidos en el año 2014.</p>
Fase 4: Conclusiones y Recomendaciones	Conclusiones y Recomendaciones	<p>4.1 Obtener conclusiones sobre la validez de la metodología utilizada para la aprehensión del concepto de función de variable real enfatizada en la función lineal.</p> <p>4.2 Recomendaciones para la institución educativa</p>

35 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

4. Trabajo Final

4.1 Propuesta de intervención

El Modelo Educativo que tiene la institución Fe y Alegría Nueva Generación propone tres ejes de formación, el primero se enfoca en lo actitudinal, el segundo la construcción de procesos de pensamiento, en el cual se encuentran las habilidades de relacionar, inferir, deducir, entre otros y finalmente el tercer eje es la formación para la construcción de saberes, A partir de estas tres líneas de acción se desarrolla el proceso de formación integral de los estudiantes.

Para hacer tangible la formación para la construcción de saberes se elaboran en la institución las “**construcciones del saber**” que le brindan al estudiante la posibilidad de reconstruir sus aprendizajes de una manera crítica, analítica y consciente.

La institución no tiene diseñado un modelo para la elaboración por parte de los estudiantes de las construcciones del saber, cada docente desde su área de conocimiento y su experiencia pedagógica las diseña y las implementa como parte de clase, y la valoración está determinada en el Sistema Institucional de Evaluación como el 20% de cada asignatura.

Sansuan, Begoña y Suada en (2010), citan a Miguel de Guzmán quien define el protocolo ideal en matemáticas. Adaptando su propuesta se puede definir la construcción del saber cómo una técnica que permite mejorar procesos de pensamiento entorno a la resolución de problemas y apropiación de conceptos matemáticos, ya que le permiten a

36 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

los estudiantes examinar a fondo su grado de aprehensión ya que se pueden comparar sus resultados con aquellos modelos fijados como deseables, ya que no es suficiente con resolver mecánicamente muchos problemas sino que es necesario revisar los procesos mentales que construye el estudiante en el proceso de aprendizaje.

En la cita se proponen tres preguntas básicas, en las cuales no solo se describe el problema a resolver o el hecho objeto de interpretación, sino que brinda la oportunidad de evocar sentimientos y pensamientos sobre el mismo, las preguntas son:

- ✓ Lo que el estudiante ha ido realizando.
- ✓ Lo que ha ido pensando.
- ✓ Los sentimientos y situaciones por las que ha ido pasando.

Lo que el estudiante ha ido realizando, es la descripción del concepto, que para este trabajo hace referencia al de función de variable real con énfasis en la lineal, evidenciando su grado de apropiación del mismo ya que es expuesto desde su propio lenguaje, es decir, da cuenta de la definición que ha construido.

Lo que ha ido pensando son las conjeturas e ideas que se hace el estudiante con respecto al concepto estudiado, aquí puede exponer sus propios ejemplos o dar explicaciones que le faciliten dar cuenta de sus pensamientos.

Los sentimientos y situaciones le dan la posibilidad de expresión al estudiante, les brinda la oportunidad de dar a conocer sus motivaciones hacia el aprendizaje y lo que experimenta en el proceso.

Aparte de estos tres aspectos, se le propone al estudiante que realice un aporte creativo sobre el tema con el propósito de fortalecer sus habilidades escriturales o incluso artísticas, y dado que el énfasis institucional es en lecto-escritura, esta es la opción más llamativa para ellos.

La propuesta de intervención se diseñó a partir de la producción o construcción textual de los estudiantes en el grado noveno sobre el concepto de función de variable real enfatizada en la función lineal, para ello cada estudiante respondía las tres preguntas mencionadas y creaba su aporte sobre la interpretación que ha hecho del concepto, luego de la revisión de los productos entregados se seleccionaron 9 trabajos para identificar en ellos los principios establecidos por Marco Moreira para propiciar un aprendizaje significativo crítico.

Los principios considerados fueron:

- **Principio del conocimiento Previo:** Este es el principio más importante para el aprendizaje significativo, ya que el estudiante no se concibe como un sujeto vacío sino que es el punto de partida para todo su aprendizaje, este se entendió a partir de la relación que elaboran con su contexto, a través de sus ejemplos derivados de las situaciones cotidianas que viven, por ejemplo un paseo o un centro comercial, la caída de una hoja, entre otras, y que le permiten al estudiante ubicarse en situaciones que no le son abstractas.
- **Principio de la Interacción social y del cuestionamiento. Enseñar/Aprender :** Este principio da cuenta de las preguntas que se hace el estudiante sobre el concepto que está aprendiendo, es la forma de compartir significados con relación a los materiales educativos que se le presentaron en el desarrollo de la clase, es la posibilidad que tiene el aprendiz de superar el temor a equivocarse ya que las respuestas exactas propias de la educación tradicional de la disciplina quedan reducidas a un segundo plano o son el punto de partida de nuevas preguntas.

38 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

- **Principio de la no centralización en el libro de texto:** Este principio es el único evidenciado dentro de toda la propuesta, ya que en la educación matemática tradicional se prefieren materiales extraídos del libro de texto y no de la cotidianidad de los estudiantes, y ellos no tienen la posibilidad de proponer la interpretación de fenómenos que consideran se relacionan con el concepto estudiado al ser de tipo repetitivo, además el aporte creativo es la posibilidad en la cual el estudiante puede proponer sus propios recursos ya sea en escritura o dibujos que den cuenta de su construcción conceptual.
- **Principio del aprendiz como perceptor/representador:** Este principio le otorga al estudiante un papel activo en su proceso de enseñanza sin desconocer que el aprendizaje por recepción también tiene validez ya que utiliza la diferenciación y la integración entre los conocimientos que tiene en su estructura cognitiva con los del nuevo concepto. Además el papel de representador hace referencia a su capacidad de relacionar el concepto que se le presenta y su capacidad de incorporarlo a su cotidianidad.
- **Principio del conocimiento como lenguaje:** Es el principio que se observa en toda la producción textual del estudiante, ya que da cuenta de cómo percibe el mundo que le rodea y no simplemente como puede con él dar cuenta de sus pensamientos, es por medio del lenguaje que le es posible acercarse al conocimiento del concepto, y a la como el estudiante interpreta los símbolos que se le presentan, además no es solo palabras sino que son los signos, instrumentos o procedimientos que se anclan a la estructura cognitiva de forma no literal y no arbitraria.
- **Principio de la conciencia semántica:** Es el hecho de relacionar el significado a las personas, no a las palabras, hace referencia a la representación simbólica que se hace de los conceptos y que no necesariamente es el concepto en su totalidad, en el mismo sentido una vez que se nombran las cosas los significados cambian,

se revisó a partir de las definiciones expuestas por los estudiantes y que daban cuenta del uso de símbolos en los cuales apoyaban sus explicaciones.

- **Principio del aprendizaje por error:** Se observó a partir de las explicaciones o ideas expresadas por los estudiantes en sus producciones, ya que algunos son capaces de definir a partir de lo que han construido del concepto de función, en otros se evidenciaron errores o falta de precisión al intentar explicar fenómenos que asocian al concepto, este no recibe la condenación de la enseñanza tradicional, sino que es visto como el riesgo que toman los estudiantes al construir su propio conocimiento.
- **Principio de incertidumbre del conocimiento:** Se evidenció a partir del aporte creativo que presentan los estudiantes y de su capacidad para referirse a sus propias definiciones del concepto, las metáforas que plantean y las preguntas que intentan responder.
- **Principio del abandono de la narrativa:** Este principio quedó evidenciado en la propuesta misma, ya que le permitió al estudiante de manera reflexiva exponer sus propias lecturas del concepto, ampliar las definiciones expuestas en clase y de forma meditada dar cuenta de su propio proceso de aprendizaje, es decir, el principio dio cuenta del cambio de papel del estudiante en el proceso, ya que pasó de ser un sujeto pasivo a uno activo en el cual podía proponer y contrastar sus propias ideas y compartir sus significados, a la vez que el docente abandona el papel de narrador y de centro del proceso.

4.2 Resultados y Análisis de la Intervención

4.2.1 Análisis de resultados cuantitativos

El objetivo de este trabajo es estudiar la propuesta de intervención y hacer un análisis de los resultados de la misma, para ello se hará inicialmente una comparación con los resultados cuantitativos generados en año 2014, ya que en dicho año la enseñanza del concepto se hizo de forma tradicional con énfasis en las operaciones

40 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

mecánicas y poca reflexión sobre el concepto de función de variable real, el cual está presente en el currículo de todo el grado, como concepto clave para el desarrollo del pensamiento variacional, para ello se comparan los resultados obtenidos en pruebas externas tanto las oficiales aplicadas por el Ministerio de Educación como las que realizó en ambos años la empresa especializada en pruebas por competencias: Milton Ochoa con el nombre de Martes de prueba que consta de 20 pruebas en el año que los estudiantes presentaron para verificar avances cuantitativos en el grado.

Si bien los resultados cuantitativos no dan cuenta de la apropiación del concepto de función de variable real y mucho menos se relacionan directamente con el concepto de función lineal si dan una idea numérica del avance de los estudiantes en su capacidad de analizar y responder preguntas estandarizadas, además son una fuente de información sobre el proceso de enseñanza aprendizaje dado que el elevado número de estudiantes no permite la revisión del proceso individual, y estos resultados nos permite vagamente hacer una inferencia sobre el proceso del total de estudiantes del grado.

En primer lugar se revisan los resultados obtenidos por el grado noveno en el año 2015 en comparación con los promedios nacional y departamental de estudiantes del grado que presentaron las pruebas.

Figura 4. 1 Resultados 9º año 2015

Código: 9056	Nombre: I. EDUCATIVA FE Y ALEGRÍA NUEVA GENERACION	Calendario: A	Fecha: 29/11/2015
Producto: Martes de Prueba	Ciudad: BELLO - ANTIOQUIA	Prueba: Acumulado	Grado: Noveno
			Salón: Todos

Promedio	C. Naturales	Matemáticas	Lenguaje	Sociales	Inglés	Definitiva
Nacional	42	36	38	46	42	41
Departamento	43	38	40	48	44	42
Plantel	49	40	46	55	46	47

Grado	Salón	Prueba	C. Naturales	Matemáticas	Lenguaje	Sociales	Inglés	Definitiva	Evalutados
9	1	Acumulada	48	40	47	54	43	47	707
9	2	Acumulada	51	40	43	58	45	48	688
9	3	Acumulada	48	40	48	53	51	48	657

Niveles de desempeño	
Superior	(65 - 100]
Alto	(45 - 65]
Básico	(25 - 45]
Bajo	(0 - 25]

Fuente Milton Ochoa 2015

En la comparación se observa que el promedio final en matemáticas es de 40%, lo que corresponde a un nivel de desempeño básico e igual para los tres grupos de noveno de la institución, y supera en 2% al nivel departamental y 4 % a nivel nacional y con homogeneidad en los tres grupos.

En segundo lugar se comparan los resultados a nivel institucional por medio de la comparación de las mediciones de los resultados obtenidos por los estudiantes en los años 2015 y 2014, para ello se confrontan los promedios obtenidos durante el año escolar a partir de las 20 pruebas que presentaron, para ello se realizó una prueba de hipótesis con un nivel de confianza del 95% (ver anexo 2), en la cual se demuestra que los datos provienen de poblaciones que se comportan como una distribución normal, y dado que las varianzas fueron desiguales se aplicó el test de Welch basada en el estadístico:

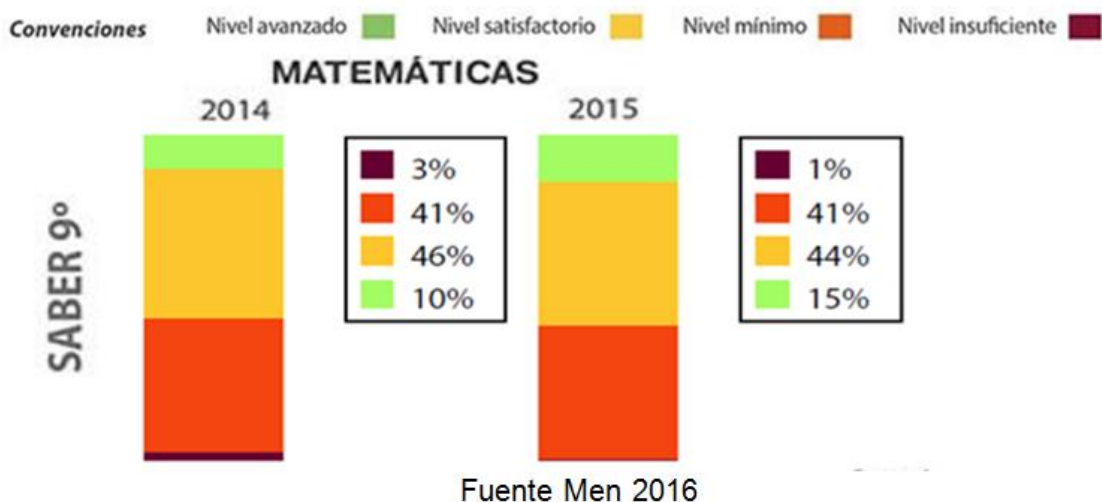
$$t = \frac{X_{15} - X_{14}}{\sqrt{\frac{S_{14}^2}{n} + \frac{S_{15}^2}{m}}}$$

Bajo la hipótesis en la cual las medias obtenidas en año 2014 eran iguales a las obtenidas en año 2015, esta hipótesis se rechaza y se valida la hipótesis alternativa que establece que hay una diferencia significativa en el año 2015 con respecto al 2014, lo que demuestra estadísticamente que hay avance en el proceso para el año de la intervención.

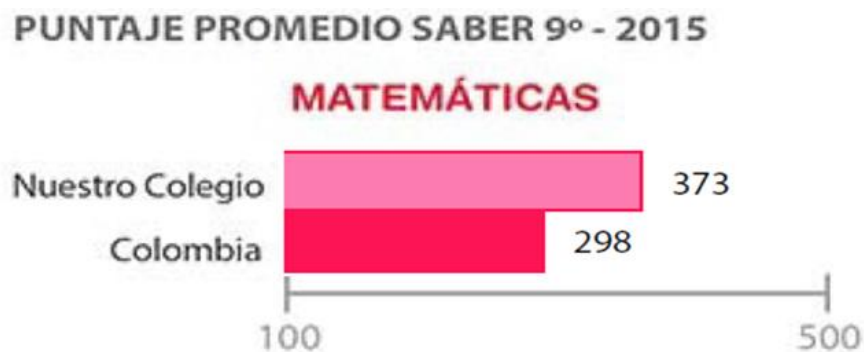
42 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

A nivel nacional el Ministerio de Educación Nacional estableció en el Índice Sintético de Calidad para evaluar cuatro aspectos, resultados en pruebas censales, progreso, desempeño, eficiencia y ambiente escolar, solo se revisara lo concerniente al nivel de desempeño (medido con referencia a la media nacional):

Figura 4. 2 Índice Sintético de Calidad



En los resultados se observa que hubo una disminución en 2% de los estudiantes con nivel de desempeño insuficiente y se mantiene estable el nivel de desempeño mínimo pero hay un incremento del 5% de quienes pasan a un nivel de avanzado.

Figura 4. 3 Puntaje promedio saber 9º -2015

Fuente Men 2016

Los resultados muestran que en Colombia la media en matemáticas para el grado es de 298 puntos, y la institución la supera en 75.

Ambos resultados tanto los de Martes de prueba como los del Ministerio muestran que los resultados institucionales superan la media nacional y presentan avances cuantitativos en el proceso.

4.2 Análisis de resultados cualitativos

Después de analizar a la luz de los principios del aprendizaje significativo crítico se intenta dar cuenta de las observaciones partiendo de aquellas que se asemejan y por último los aportes particulares, tratando de vincular todos los resultados. Desde cada una de las tres preguntas que se les formularon para la realización de las construcciones del saber.

44 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

4.2.1. Lo que se hizo

Esta categoría hace referencia a la representación mental del concepto que hacen los estudiantes y que es definido a partir de los hechos cotidianos con los cuales encuentran relación.

Desde la producción textual se observa claramente como la mayoría de estudiantes utilizan ejemplos diferentes a los propuestos en clase para construir su propia interpretación del concepto de función de variable real, ya que es a partir del ejemplo donde el aprendiz es capaz de enunciar o describir su propia representación, a la vez que se evidencia como interactúa en él el nuevo conocimiento con los saberes previos que posee en su estructura cognitiva.

Las abstracciones se muestran como situaciones que exponen el concepto implícito de variación constante como elemento que identifica a la función lineal y que se evidencia desde hechos o fenómenos cotidianos como la caída de una hoja al suelo, o al tomar un bus, al participar de un programa de televisión donde se busca acertar cuál es la puerta correcta, entre otros, con el objeto de partir de situaciones concretas que ya conoce para intentar alcanzar su propia representación simbólica.

Para el aprendizaje del concepto de función de variable real el aprendiz dispone de la información que encuentra en libros de texto, en internet y se ve enfrentado a enunciados diferentes al propuesto en clase, uno de ellos, muy común, es el conjuntista explicado como relación de correspondencia donde a cada elemento de un conjunto de partida le corresponde un solo elemento del conjunto de llegada, a la par de este, describen sin mayor profundidad el enunciado de función de variable real como una máquina (en algunos casos caja negra) de entrada y salida y el concepto queda inmerso en el proceso que esta ejecuta.

En esta búsqueda queda claro que algunos estudiantes no se conforman con las discusiones de la clase y buscan otras opciones que le den claridad al concepto, aunque algunos no se atreven a expresar sus propias conjeturas sobre el mismo ni mucho menos a establecer comparaciones entre un enunciado y otro, simplemente transcriben lo que está en libro de texto.

En otras construcciones se encontraron producciones donde se expone el concepto de función como la relación de variables subordinadas y de este modo reconocen que existen diferentes representaciones, uno de ellos se pregunta si, es posible que la relación de dependencia entre variables pueda implicar que la variable dependiente se subordine a su vez a otras variables que pueden aparecer.

De la misma forma se encuentran los aprendices que se conforman con el enunciado de función en términos de dependencia de variables y no muestran interés en reconocer otros, sino que de forma adaptativa lo reproducen en sus escritos.

Luego tres enunciados diferentes para el mismo concepto, los estudiantes manifiestan experimentar confusión al no ser capaces de encontrar una relación directa que les permita conectarlos y los describen como si cada uno fuera completamente diferente a los otros dos, lo que les conduce a calificar el concepto como confuso, incluso uno de ellos señala explícitamente que el concepto de función y la forma de operar para su representación gráfica pareciera no tener relación y cataloga de complicado el enunciado y el proceso de hallar valores y realizar una representación gráfica como más sencillo.

En general quienes enunciaron de diferentes formas el concepto de función ya sea de relación de variables, conjuntista o como máquina no se apropian de ninguno, es decir, los tres enunciados los encuentran igualmente válidos más no igualmente comprensibles.

46 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

En contraste a los aprendices que reconocen diferentes enunciados del concepto de función, otros deciden arriesgarse a escribir su propia construcción, por ejemplo, un aprendiz enuncia *“Una función es lo que representa un problema a través del plano cartesiano el cual está dado por una función constante dada. ¿Qué es una función constante? Es aquella variable que como su nombre lo dicen está en constante cambio”*.

Este enunciado da cuenta de cómo el estudiante no separa el concepto de un hecho concreto y reconoce que el plano cartesiano permite la representación del mismo, aunque confunde variación constante con función constante reconoce la existencia de variables que cambian.

Aquellos que se atreven a describir su propia definición partieron de aceptar como válida la definición que relaciona variables, para estos aprendices es claro que el nuevo conocimiento se está anclando a sus saberes previos por medio de la interacción y como resultado pueden dar cuenta de su apropiación del concepto, con la salvedad que la descripción del concepto no responde exactamente con el concepto en sí que se intenta aprender, para ello recurren a su propio lenguaje superando el temor a equivocarse, ya que se creen capaces de dar cuenta de lo que ya consideran se aprendió, estos se apoyan en sus propios ejemplos para evidenciar su grado de apropiación e incluso hay quienes se atreven a realizar representaciones simbólicas, definiendo ellos mismos cada uno de los elementos que la componen para clarificar sus ejemplos.

El punto de partida para el estudiante es un fenómeno, por ejemplo la caída de una hoja, sobre el cual intenta formular una interpretación o reconstrucción mental, expresada desde su propio lenguaje verbal para luego intentar explicarlo de forma simbólica, lo que muestra que su aprendizaje se da como un proceso cognitivo complejo y de ensayo error que para él significa considerar que aprendió el concepto.

Otros estudiantes describen un ejemplo de lo que para ellos no es el concepto y lo representan, por ejemplo como una función constante en cuya ecuación no aparece la variable independiente y por ello concluye que no cumple con la condición expuesta para que se nombre como función, es decir, de dos variables subordinadas.

Los aprendices que intentan enunciar su propio concepto reconocen implícitamente que hay diferencias entre lo enseñado en el aula de clase y la descripción que son capaces de hacer ellos mismos, e intentan recurrir a la representación simbólica que ya le es más cercana, en la cual la letra **Y** representa la variable dependiente y la letra **X** hace referencia a representar la variable independiente, dejando expresado que Y depende de X.

A partir de la dependencia de variables otros intentan describir el concepto de función lineal como creen haberlo comprendido, e intuitivamente reconocen que esta representación es la más aceptada para aproximarse al concepto, en este caso también se evidencia como el aprendiz necesariamente relaciona el nuevo concepto con los saberes previos que ya posee y algunos de ellos incluso describen la utilidad del concepto al poder ser utilizado en diferentes situaciones de su cotidianidad.

Sin embargo, uno de los estudiantes muestra su rol adaptativo y pasivo para el aprendizaje del concepto ya que no lo describe sino que se ubica directamente en el concepto de función lineal y enuncia cada parte de la ecuación, sin cambiarla y sin atreverse a dar cuenta de lo que le significa cada elemento de la misma en su estructura cognitiva no realiza ningún cuestionamiento sobre el concepto, pero si expresa que necesita el aprendizaje del nuevo conocimiento para ganar la asignatura de matemáticas y obtener la promoción al grado siguiente.

En este caso se puede intuir un aprendizaje mecánico del concepto de función de variable real dado que no muestra interés para realizar un proceso de interacción entre el nuevo conocimiento y su conocimiento previo, difícilmente este concepto le significara un aprendizaje significativo crítico, aunque sea capaz de operar correctamente para realizar la representación del mismo y aunque numéricamente sus calificaciones sean

48 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

sobresalientes. Algunos aprendices de forma explícita manifiestan buena disposición para el aprendizaje del concepto de función y reconocen que no lo pueden hacer de manera autónoma y describen la necesidad de acompañamiento de la docente y de sus compañeros.

4.2.2 Lo que el estudiante ha pensando

La descripción de la categoría de pensamientos hace referencia a las conjeturas e interpretaciones que hacen los aprendices sobre su proceso, en algunos casos involucran los sentimientos experimentados y definen calificativos para el proceso.

Nuevamente se observa que en el proceso de aprendizaje el estudiante se ubica en contextos que conoce como son el Centro Comercial, un programa de televisión, o donde puede relacionar precio y cantidad, y reconocen una relación lineal entre el precio y la cantidad sin necesidad de recurrir a una expresión algebraica que simbolice la relación, lo que da cuenta que el aprendiz recurre a su cotidianidad para establecer sus propias conjeturas, es decir, en esta categoría nuevamente deja ver que el punto de partida es el conocimiento previo que poseen.

Uno de ellos describe sus conjeturas a partir de un programa de televisión donde a un participante le piden que escoja una de tres puertas donde se esconde un auto, el aprendiz relaciona el hecho como elección bajo incertidumbre con una probabilidad de escogencia constante, y la variación a la que hace referencia la función lineal él la relaciona con dicha constante, y la calcula como el 33,3 % de la probabilidad de escogencia de cualquiera de las puertas, entonces sí el participante selecciona una segunda puerta su probabilidad de acertar aumentara al 66,6%.

En su descripción el estudiante llega hasta la representación simbólica en forma gráfica para describir la relación lineal entre el número de puertas y la probabilidad de acierto, para dar cuenta exacta de su ejemplo, aunque no alcanza a determinar las variables desde la representación convencional, es decir, la relación de dependencia muestra de tal forma que no sigue la convención discutida en clase (eje horizontal para la variable independiente y eje vertical para la variable dependiente), pero sí utiliza el plano cartesiano para mostrar la interpretación del hecho que está describiendo.

En este ejemplo se observa una aproximación al concepto de variación constante asociado a la función lineal y el aprendiz nunca se aparta del concepto, es decir, da cuenta de la capacidad que tiene para crear sus propios cuestionamientos y de la conciencia semántica que posee para describirlos y ajustarlos a su reconstrucción simbólica.

En este mismo ejemplo se puede pensar que el estudiante alcanza un aprendizaje significativo crítico al partir del hecho cotidiano, que alcanza una representación simbólica a partir de su propio lenguaje, es decir, el concepto pasa a formar parte de su estructura cognitiva y le será útil este conocimiento como subsumidor de uno nuevo en grados posteriores donde se retome el concepto de función de variable real.

Un segundo ejemplo enunciado de forma literal por el aprendiz es aquel que hace referencia al tiempo que demora el bus en subir la calle, donde el tiempo lo simboliza con la letra **X** ya que de él depende el avance del bus, y **Y** lo define como aquello que depende de X, es decir que hace referencia al bus y define **m** como el valor que muestra lo que pasa con la recta y está asociado al tiempo que tarda el bus, en palabras del aprendiz :

*“por ejemplo si deseáramos trazar el tiempo que demora el bus en subir la calle, el tiempo es **x** ya que de esto depende el bus, **y** es aquello que depende de **x**, ósea en el anterior caso **y** representa el bus y normalmente **m** lo que nos muestra lo que sucede en la recta, **m** es el tiempo que demora el bus, es como el resultado de la dependencia de **x** y **Y**”*

50 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

Es de anotar que el tiempo como variable independiente es válido, pero el bus no depende de nada en el ejemplo, (ya que no interesa asociar conceptos de masa ni de introducir fuerzas como la aceleración y otras variables) en ese orden de ideas el tiempo lo simboliza con la letra X ya que de él depende el desplazamiento del bus y Y lo define como el avance, es decir, el recorrido. O sea en un tiempo T_0 el recorrido X_0 en T_1 recorrido X_1 asumiendo velocidad constante, de igual modo el estudiante al denotar la letra como la pendiente no la asocia a la velocidad constante que lleva el bus en su recorrido sino que la relaciona con la inclinación de la recta al pensar en la representación de la recta en forma gráfica.

Aunque el ejemplo es poco claro permite nuevamente evidenciar la interacción del concepto de función lineal con sus saberes previos, además se alcanza a percibir su construcción del concepto a partir de la explicación de los símbolos que intenta describir y que ya le empiezan a ser cotidianos. Si bien, la descripción puede catalogarse sin aproximaciones conceptuales, en este caso se puede inferir como los avances en el proceso de construcción del concepto para asociar símbolos con la interpretación de situaciones cotidianas o problemáticas, lo que muestra al igual que el caso anterior que el aprendiz evidencia la aplicación de principios del aprendizaje significativo crítico.

Finalmente encontramos otro ejemplo en el cuál se pregunta por el tiempo que tarda una hoja en caer al piso, donde la variable X representa la hoja ya que no depende de nada para caer, y la variable Y es el tiempo que demora la hoja en caer, y que según el aprendiz depende de la hoja, a su vez nos interpreta como m da cuenta de la forma gráfica en cuánto al tiempo que demoró la hoja en caer al piso y b es el punto de corte, suponiendo para el ejemplo que sería el piso, Ya que es el punto donde finalmente termina el conteo del tiempo de la hoja en caer.

Al igual que el anterior, este ejemplo también es poco claro o confuso para explicar el concepto de función lineal, pero es evidente la relación entre un fenómeno cotidiano como lo es la caída de una hoja con la necesidad de interpretación y representación del mismo, a su vez, que permite ver que hay interacción entre los conocimientos previos con el nuevo concepto, en este ejemplo el aprendiz avanza más que los anteriores ya que supone un punto de corte denotado con la letra b y ubicado como el piso, al ser la barrera final para que la hoja continúe con el desplazamiento.

Para este ejemplo es necesario clarificar que si bien el aprendiz interpreta el hecho como una relación lineal el movimiento en realidad es acelerado, pero dado que en el grado noveno los estudiantes no analizan situaciones de movimiento este será el saber previo para aclarar en el año escolar siguiente.

En los tres ejemplos narrados en forma de conjeturas se observan errores conceptuales para la descripción simbólica de los fenómenos de los cuales parten, pero relacionan claramente el concepto de función lineal con los saberes previos que ellos ya tiene en sus estructuras cognitivas, a la vez que muestran un rol activo en la construcción del concepto, a partir de asumir el riesgo de equivocarse y permiten evidenciar en ellos el principio de la interacción social, del conocimiento como lenguaje, de la conciencia semántica y de su capacidad de representar situaciones que conocen.

En el mismo sentido la narración de los pensamientos dan cuenta sobre como el nuevo concepto se les presenta como un desafío cognitivo que involucra sus sentimientos, uno de ellos de forma intuitiva percibe que hay un tipo de conocimiento mecánico que se olvida y se cuestiona sobre la causas que generan este hecho, y considera como la respuesta a ese proceso es la práctica continua de operaciones mecánicas como tradicionalmente se ha ensañando los conceptos de la disciplina.

Otra conjetura muy expresada por los aprendices es la que da cuenta de la dificultad para construir su propio concepto de función, describen que no es sencillo, aunque ellos cumplen con la condición de querer aprender y que le es útil el concepto, sin embargo consideran también que una vez se aprende el concepto el calificativo de difícil

52 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

cambia, incluso es común que califiquen su desempeño en el aprendizaje como inferior al esperado.

Se puede resaltar que uno de los estudiantes cuestiona la pertinencia del aprendizaje del concepto de función de variable real y muestra que el concepto le es obligado a aprenderlo, es decir, que él no encuentra la respuesta de cómo en su presente puede hacer uso del concepto y la utilidad se le presenta para un futuro, respuesta que no le es aceptada completamente, es decir, muestra que su rol de aprendiz no es la del sujeto pasivo que se adapta sino que es significativo crítico en tanto deja cuestionamientos abiertos sobre la pertinencia del concepto, este aprendiz claramente manifiesta que el concepto como tal dista de su representación u operativización y no encuentra aplicación directa del concepto al ser representado por ejemplo de forma gráfica, y define el concepto como expresado en “chino Mandarín”

En el lado opuesto está el aprendiz adaptativo y mecánico que demuestra interés en el aprendizaje del concepto ya que le será útil para cumplir con sus expectativas académicas, más no muestra compromiso con el aprendizaje del mismo, el concepto es simplemente visto como un escalón obligado en su proceso académico y no considera la posibilidad de hacerse preguntas sobre el mismo sino que prefiere exigirse la disposición para aceptarlo y acomodarlo a su estructura cognitiva. Este aprendizaje se asemeja al conductista en tanto premia la adaptación mecánica y exalta el cambio de conducta del sujeto, quien se siente cómodo en su rol pasivo de aprendizaje, además no le interesa reconocer el concepto de función de variable real útil en el presente sino simplemente como requisito en el futuro.

4.2.5 Sentimientos y situaciones por las que el estudiante ha ido pasando

El aprendizaje del concepto de función de variable real para los estudiantes del grado noveno les permitió experimentar diferentes sentimientos durante el proceso de aprendizaje los cuales ellos de forma elocuente describen como parte inseparable del proceso.

Lo primero que manifiestan varios de ellos es que reconocen que quieren aprender el concepto y otros se preguntan por qué son obligados a aprenderlo, es decir, que si bien el concepto lo catalogan de útil lo sitúan lejano a su cotidianidad y lo describen como sin relación a sus expectativas e intereses de aprendizaje, hasta el punto de preguntarse por qué se da la obligación a aprender dicho concepto y a pesar de dar por sentado que algún día lo necesitara se preguntan cuándo llegara tal día, otros estudiantes describen su percepción sobre ser capaces de realizar operaciones mecánicas pero al hacerlo no le encuentran relación directa con el concepto, y afirman que el sentimiento experimentado es de confusión

En las producciones se describen los sentimientos que experimentan, inicialmente de poco interés para aprender el concepto, luego estrés al saber que será evaluado y luego sienten deseo de superación encontrando la felicidad al considerar que ya se aprendió.

Uno de los aprendices reconoce que al entender el concepto, él estará en capacidad de hacer su propia representación simbólica a partir de su lenguaje y sus sentimientos cambian y se incrementa el interés por aprender y aplicar el concepto en contextos diferentes a los mencionados en las clases.

Otro asocia sus sentimientos de dificultad a causas externas que no están directamente relacionadas con el concepto como tal y que necesita mejorar su nivel de responsabilidad con su desempeño académico ya que su motivación es obtener buenas calificaciones y cumplir con los requisitos de promoción.

54 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

De igual forma varios utilizan la palabra desánimo cuando sienten que no están aprendiendo y este sentimiento se acentúa ya que ellos perciben que sus pares si están logrando el aprendizaje esperado y que ellos no, perciben que sus compañeros construyen el concepto con más facilidad, este sentimiento es reforzado con la angustia por la evaluación escrita que revisara el nivel de su proceso.

Los aprendices claramente evidencian que una vez alcanzado el aprendizaje del concepto los sentimientos son opuestos a los iniciales y sienten alegría de haber superado la dificultad, algunas de las reflexiones fueron:

“...al principio me dio mucha dificultad por que no podía entender y siempre me frustraba debido a esto me tocaba quedarme los viernes, en la primera clase aprendí el tema súper rápido y gracias a eso empecé a quedarme cada viernes porque quería aprender más, no porque me tocaba...”

“...la confusión y el desespero no he sabido que hacer por mi falta de atención y básicamente me he lanzado al vacío y le he entregado todo “al espíritu santo”, esto no solía pasar en mi pero eso es totalmente confuso, sin embargo he estado cambiando mis actitudes últimamente, no puedo darme el lujo de caer en la mediocridad.”

Es de resaltar que en la producción textual intentan encontrar las causas que justifican sus sentimientos y proponen alternativas de superación para los sentimientos negativos como mejorar su nivel de responsabilidad, prestar más atención en clase, entre otros.

4.2.6 Aportes creativos

El aporte creativo es la forma como el estudiante expresa el concepto que ya aprendió lo expresa de la forma que desee, ya sea de forma escrita como un cuento, una poesía o un dibujo en el cual se mezclan sus aprendizajes con los sentimientos experimentados en el proceso.

En los aportes creativos encontramos dibujos que refuerzan las preguntas que el aprendiz se elabora con respecto a la obligatoriedad de aprender el concepto y donde reclaman el no considerarlo útil en su presente, dejando percibir sentimientos de poco interés, frustración, entre otros:



Otro de ellos relaciona de manera gráfica el concepto de función como un procedimiento mecánico, pero en un contexto que muestra la humanización del número y su representación de una forma cálida en la cual el simbolismo que se observa es reescrito sin discutir sobre el concepto ni sobre la forma de operar para la representación gráfica, esta descripción si bien podría pensarse como adaptativa frente al concepto es la forma como el aprendiz manifiesta que su interés está dado por la captura de las cualidades o particularidades del concepto y no necesariamente está interesado en la construcción de un enunciado propio.

56 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

En los aportes de tipo textual los estudiantes como sujetos que aprenden dan cuenta de sus saberes previos, por ejemplo al comparar la función lineal con los polígonos de primer grado como concepto previo ya incorporado con el nuevo conocimiento que cada vez se le hace más familiar, luego se ubica en un contexto cotidiano como un paseo, el aula de clase, entre otros donde el aprendiz es capaz de manera metafórica de narrar su proceso de aprehensión , siendo muy común el recurso de la humanización del concepto para diferenciarlo de su representación abstracta, en otras palabras, intuitivamente reconocen que no es suficiente la percepción abstracta del concepto para identificarlo, encuentran necesario ubicarlo en una situación de su contexto como punto de partida para luego describirlo dejando percibir sentimientos generados en el proceso como dificultad, rabia, incompreensión, miedo a lo desconocido y finalmente un sentimiento de tranquilidad y alegría.

5. Conclusiones y Recomendaciones

5.1 Conclusiones

La producción textual para la comprensión de conceptos matemáticos se propone como una posibilidad para fortalecer los procesos de evaluación de los aprendizajes, ya que permite obtener información de tipo cualitativo, a la vez que se le presenta al estudiante como una alternativa que no le genera sentimientos de temor, como si lo hace las evaluaciones de tipo cuantitativo tradicional, ya que la producción textual no puede ser revisada desde el enfoque absolutista, que premia el acierto y castiga el error

Comprender va más allá de la simple acción de acumular y repetir información, es necesario el proceso de construcción mental del concepto, en este caso el de función de variable real, donde los aprendices tienen el papel protagónico ya que de ellos depende que sean capaces de explorar y ahondar en sus propias representaciones o modelos mentales, los cuales dan cuenta de los saberes que poseen, del contexto al cual hacen parte, y de la interacción con el nuevo conocimiento.

La producción textual se convierte así en la opción que le brinda la posibilidad al estudiante de construir una imagen simbólica que relaciona el concepto con una palabra, una figura ó un dibujo para anclarlo de forma no literal y no arbitraria a la estructura cognitiva que posee para que posteriormente pueda ser modificado y sea el punto de partida de una nueva construcción.

58 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

La alternativa de evaluar al estudiante desde su producción escrita puede ser un factor de motivación especialmente para aquellos estudiantes que se consideran menos aptos que otros para el aprendizaje de la disciplina al obtener resultados cuantitativos bajos, ya que es claro que no existe una relación de causalidad entre el proceso de enseñanza con el de aprendizaje, también es necesario reconocer el contexto y la evaluación como parte del mismo.

Sin embargo, la construcción de un concepto matemático y su evaluación se hace generalmente a partir de la interpretación de resultados cuantitativos, para evidenciar la capacidad de los estudiantes de realizar operaciones tradicionalmente algorítmicas, rara vez se la hace seguimiento al proceso de aprendizaje como tal, sumado a que son muy pocas las herramientas con las que cuenta el maestro para acercarse a la estructura cognitiva del sujeto que aprende y tratar de apreciar su nivel de interiorización del concepto

Es por ello que la propuesta de validar el aprendizaje a partir de la producción textual de los estudiantes le abre la ventana a la exploración de nuevas y variadas formas de evaluación y permite establecer el nivel de aprehensión de los conceptos estudiados sin la necesidad de ser sometidos exclusivamente a la evaluación escrita.

El error es el punto de partida para un nuevo proceso de aprendizaje significativo crítico, además desarrolla en los aprendices la capacidad de argumentar con sentido lógico sus propias conjeturas, permite el planteamiento de ejemplos que les son propios para interpretar la realidad que les rodea, además de evidenciar las falencias que tienen en el proceso de comprensión.

Si bien los resultados cuantitativos obtenidos por los estudiantes del grado noveno mostraron mejoría en su desempeño en el área, no es posible aislar la relación de su avance con la intervención pedagógica como único factor diferenciador, pero si nos

facilitan una interpretación general del proceso, además son información relevante para los administrativos institucionales que continuamente buscan mediciones externas de las estrategias implementadas para mejorar procesos de enseñanza aprendizaje.

Esta propuesta muestra que es posible para el docente abandonar su centralidad en el libro de texto y el papel narrativo que este contiene y que es reproducido en el aula de clase, en lugar de ello abre la posibilidad de compartir significados entre el docente y el estudiante y entre este y sus pares.

5.2 Recomendaciones

En la Institución Educativa Fe y Alegría Nueva Generación del municipio de Bello (Antioquia) se intenta desarrollar en los estudiantes habilidades de escritura como parte integral del proceso educativo, pero es necesario convertir dicha propuesta en un factor clave dentro del proceso de evaluación formativa, que espera alcanzar la institución incorporando al PEI (proyecto educativo Institucional) los elementos sustantivos de esta propuesta para lograr que la producción textual sea de forma metódica y brinde alternativas a una disciplina predominantemente mecanicista como es la enseñanza actual de las matemáticas.

Teorizar sobre las oportunidades que brinda la elaboración de construcciones del saber, le permite a la Institución Educativa que pueda avanzar en la construcción de un proceso de formación más autónomo, en el cual se espera que los niños y jóvenes alcancen una buena producción de escritos específicos, los cuales si son correctamente modelados y elaborados entraran a hacer parte de la estructura cognitiva para lograr aprehensiones significativas.

La institución Educativa al acoger el modelo de construcción de conceptos, para las áreas de matemáticas y ciencias naturales estará garantizando una formación con un alto sentido crítico, debido a que reconoce que el estudiante también puede descubrir el conocimiento, contrario a los modelos de educación tradicional enfocados hacia el

60 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

aprendizaje por repetición que forman un sujeto dirigido a pensar de forma mecánica, sin darle la oportunidad de expresar su proceso de aprendizaje a partir de su lenguaje y la construcción simbólica que a partir de él pueda elaborar.

Como esta intervención se realiza en los grados novenos, el grupo docente, debe realizar seguimiento en los grados posteriores, lo que garantizara en el tiempo poder comprobar la validez de la propuesta de enseñar basados en los elementos teóricos propuestos por Carlos Vasco y Marco Antonio Moreira respecto a aprendizajes significativos, validados a través de los resultados de pruebas externas presentadas por los estudiantes de la institución en el grado undécimo.

Anexo A Principios que evidencian el aprendizaje significativo crítico

Nombre del estudiante : Sebastián Arenas	Principios que evidencian el aprendizaje significativo crítico	Observaciones
Lo que he ido realizando		
<ul style="list-style-type: none"> Como siempre y durante todo el año trato de ser atento a la clase para entender los temas propuestos, a la vez, voy tomando nota de las clases con sus respectivos ejercicios, los cuales trato de resolver con ayuda de la profesora y los compañeros que me ayudan a solucionarlos y comprenderlos mejor... 	Aprendiz como receptor y representador	<p>El estudiante describe su metodología y disposición para aprender.</p> <p>estudiante busca construir conocimiento, reconoce que solo no es capaz y necesita de la guía del docente y de la interacción con sus compañeros.</p> <p>Se reconoce que existe una motivación para el aprendizaje del nuevo conocimiento aunque no es posible establecer si es por el concepto o para ganar la asignatura y pasar al grado siguiente.</p>

62 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

<ul style="list-style-type: none"> • Puedo determinar conclusiones como la siguientes: <ul style="list-style-type: none"> ✓ En la vida diaria nos encontramos a veces con la noción de correspondencia, por ejemplo a cada persona le corresponde una fecha de nacimiento, a cada libro le corresponde un número de páginas, a cada objeto le corresponde un determinado peso... 	<p>Aprendiz como receptor y representado r</p>	<p>Busca ejemplos diferentes a los propuestos en la clase que relacionen el concepto del función con ejemplos de la vida diaria que él es capaz de interpretar, lo que evidencia un aprendizaje sustantivo.</p>
<p>En cada uno de los ejemplos hay una correspondencia entonces: entonces al primer conjunto se le da el nombre de dominio y a segundo conjunto se le da el nombre de codominio el primero se refiere a las personas y el segundo se refiere a las fechas, días, mes año.</p>	<p>Conciencia semántica</p>	<p>Utiliza la definición conjuntista de función, y no se observa que intente describir su propia definición, simplemente adopta un cierto nivel de comprensión a partir de la consulta que encuentra en libro de texto como el mismo lo expresa.</p>
<p>Una función es una regla de correspondencia entre dos conjuntos de tal manera que cada elemento del primer conjunto le corresponda solo un elemento del segundo conjunto.</p>	<p>Aprendiz como receptor y representado r</p>	<p>Describe la definición de función de forma conjuntista y posteriormente intenta describir el concepto con la comparación de la máquina, sin realizar ninguna comparación entre ellas, simplemente transcribe lo que ha consultado.</p>

<p>Una función se puede tomar también como un aparato de cálculo la entrada es el dominio, los cálculos allá en el aparato con la entrada son en sí la función y la salida es el codominio.</p>	<p>Interacción social</p>	<p>Se observa que no se apropia de ninguna definición, ni la compara con la discutida en clase (definición de relación de dependencia entre variables).</p> <p>El estudiante no se conforma con la definición expuesta en clase y busca otras para clarificar el concepto, es decir que las dos definiciones la conjuntiva y la de relación no le son suficientes para hacerse una idea propia del concepto del función cuya noción se base en situaciones de clase.</p> <p>Es claro que con las tres definiciones el estudiante puede manifestar confusión al no encontrar la relación directa entre una definición y otra para el mismo concepto, a la vez, que muestra interés en comprender las tres situaciones diferentes.</p>
<p>Lo que he ido pensando</p>		
<p>Respecto a este tema la “función” para mi sigue siendo un tema complejo y que me representa un grado de dificultad... Para esto trato de buscar información en los libros o los viernes al finalizar la jornada escolar</p>	<p>Aprendiz como perceptor</p>	<p>El estudiante accede a la información que tiene disponible para tratar de clarificar el concepto que está intentado construir.</p>
<p>Las funciones matemáticas son muy importantes, de mucho valor y utilidad de la vida diaria, problemas de finanzas, de economía, de estadística, de ingeniería, medicina, de física, de química, de astronomía de geología y de cualquier área social donde haya que relacionar variables.</p>	<p>Aprendiz como Receptor y perceptor</p>	<p>El estudiante ubica la definición de función a partir de la aplicación que se le ha dado al concepto</p>

64 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

<p>Cuando vamos al mercado o a cualquier centro comercial siempre se relacionan un conjunto determinado de objetos o productos alimenticios con el costo en pesos para así saber cuánto podemos compra; si lo llevamos al plano cartesiano podemos escribir esta correspondencia en una ecuación de función “x” como el precio y la cantidad de producto “y”.</p>	<p>Conciencia semántica</p>	<p>El estudiante se ubica en un contexto que conoce: El centro comercial y la relación entre precio y cantidad.</p> <p>En el ejemplo que cita el estudiante describe una relación lineal aunque no la nombra y no recurre a su expresión algebraica, además este ejemplo es muy citado en libros de texto al cual el estudiante accede, pero al querer apropiarse de ellos empieza a construir sus propios significados.</p>
<p>Los sentimientos y situaciones por las que ido pasando</p>		
<p>A veces me confundo porque me causa dificultad algunos ejercicios que no entiendo y ni sé que fórmula usar pero trato de hacerlos en mi casa con ayuda de unos compañeros que los entienden con mayor facilidad y afinidad.</p>	<p>Aprendiz como perceptor y representador</p> <p>Interacción social</p>	<p>Reconoce que al resolver operaciones no en todas se opera de la misma forma y que tienen expresiones diferentes las cuales lo confunden, esto evidencia que se encuentra en proceso de aprender un nuevo lenguaje y por supuesto no tiene claro un nivel de representación de signos como lo son las variables.</p>
<p>Pienso que la matemática es muy importante para solucionar gran cantidad de problemas cotidianos, aunque yo no soy muy ágil en esta materia, sé que debo esforzarme para entenderla y sacarla adelante.</p>	<p>Conocimiento previo</p>	<p>Reconoce que para aprender es necesario querer, lo que destaca una actitud o disposición para el proceso en el cual el conocimiento previo es un factor determinante para poder lograrlo.</p>

<p>Se que la matemática va a ser necesaria en un futuro para mi desempeño laboral o profesional pero no se cuándo llegará ese momento.</p>	<p>Interacción social</p>	<p>El estudiante se pregunta que el conocimiento que está adquiriendo cuando será parte de su cotidianidad para aceptarlo como útil, lo que estimula en él la disposición para aprender.</p>
<p>Quisiera tener la habilidad que tienen algunos de mis compañeros para tener mejor comprensión sobre ella.</p>	<p>Interacción social con sus pares</p>	<p>El estudiante compara su desempeño con el de sus pares y considera que algunos de ellos tienen mayor nivel de comprensión.</p>
<p>Como todo hay temas que los asimilo con facilidad y otros que no y con respecto a las funciones puedo concluir lo siguiente:</p> <p>Las funciones matemáticas son muy importantes, de mucho valor y utilidad de la vida diaria...</p> <p>Debo de aceptar que a veces me siento desilusionado cuando no puedo comprender el tema y aunque lucho por aprenderlo aún no lo he captado totalmente y en ocasiones pienso que estos temas me han de martirizar, son como un castigador que me someten a aprenderlo si o si...</p>	<p>Interacción social</p> <p>El aprendiz como perceptor y representador</p> <p>Conocimiento como lenguaje</p>	<p>El estudiante reflexiona y se pregunta por qué es una necesidad el aprendizaje, a la vez, que estima el valor de las matemáticas para su futuro, aunque el en presente le cuesta la relación del concepto con su cotidianidad.</p> <p>La reflexión del estudiante es de desilusión, cuando no puede aprender, afirmación que evidencia que para él es importante aprender, valora el concepto de función, aunque tenga dificultades con el proceso y que este requiere esfuerzo el cual no es compensado por el aprendizaje de ciertos temas, pero siempre insinúa su deseo de adquirir el conocimiento a pesar del esfuerzo.</p>
<p>... A veces se me presenta un poco fácil, como por ejemplo las fórmulas de las funciones sé que es sólo reemplazar los valores dados; pero a veces se me dificulta.</p>	<p>Conciencia semántica</p>	<p>El estudiante reconoce que es posible realizar una operación que él capaz de hacer, pero el concepto como tal no es capaz de reconocerlo al operar y lo describe como una dificultad.</p> <p>El estudiante confronta el concepto con la operación mecánica para hallar respuestas y en algunos casos califica la operación como más fácil que la comprensión del concepto.</p>

66 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

		Se evidencia una actitud metacognitiva, ya que se pregunta que estoy aprendiendo.
Siento que las matemáticas tienen idioma estilo mandarín.	El conocimiento como un lenguaje	El estudiante reconoce que el área tiene su propio lenguaje y que él no lo comprende.
“ aún sigo esperando el momento el momento en que tenga utilizar esto... en la vida cotidiana”	<p>Principio de la interacción social y del cuestionamiento</p> <p>Principio del conocimiento como lenguaje</p>	<p>Por medio de los dibujos el estudiante expresa su inconformidad con el concepto que se le está enseñando y se pregunta cuándo será parte de su contexto cotidiano, es decir, no lo clasifica como relevante sino como una imposición que se le hace.</p> <p>Las preguntas que se hace no son sobre el concepto sino sobre su utilidad, lo que evidencia su interés por aprender con la idea en la cual el conocimiento es útil, es por ello que su interés no está centrado en los conceptos sino en lo que puede hacer con ellos.</p> <p>De igual modo el estudiante muestra muchas expectativas en relación con la utilidad de lo que estudia y eso también puede cuestionar el porqué del currículo que desarrollamos con los estudiantes.</p>

Figura Anexo A 1 Aporte creativo



Nombre del estudiante : Maicol Pineda Martínez	Principios que evidencian el aprendizaje significativo crítico	Observaciones
Lo que he ido realizando		
En matemáticas se dice que una magnitud o cantidad es función de otra si el valor de la primera depende exclusivamente del valor de la segunda.	El estudiante como perceptor	Definición de funciones como relación de variables subordinadas.
La función vista como “caja negra” que transforma valores u objetos de “entrada” en los valores u objetos de “salida”	El estudiante como perceptor	Definición del concepto de función como una máquina de entrada y salida.

68 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

Lo que he ido pensando		
He ido pensando es que definitivamente las matemáticas es una de las mayores debilidades ya que aunque trate de estudiar no me entran los temas....	El estudiante como perceptor de la realidad	El estudiante describe su dificultad con el área.
Pienso que de todos los temas que hemos visto las funciones suelen ser las más duras ya que hay que tener la concentración para resolver las gráficas.	El estudiante como perceptor y representador	El estudiante reconoce que aprender el concepto de función no es sencillo.

Aporte creativo		
Cuento: La peor clase	<p>Principio del conocimiento como lenguaje.</p> <p>El aprendiz como perceptor y representador del concepto.</p> <p>Conciencia semántica</p>	<p>En el texto el estudiante muestra su forma de describir el proceso de aprendizaje, donde reconoce sus sentimientos como: Poco interés, estrés, deseo de superación, felicidad.</p> <p>En el texto el estudiante da cuenta de sus saberes previos al reconocer la función lineal como un polígono de primer grado, concepto que el estudiante confunde con ecuación lineal de primer grado y como este concepto ya la tiene incorporado a su estructura cognitiva el concepto de función se le hace más familiar, de igual forma él estudiante se compara con sus pares e interpreta que sus compañeros (en este caso Lucas) asimila el concepto con más facilidad que él, luego afirma que cuando se dispone para aprender el concepto este ya no le representa la misma dificultad y sus sentimientos de frustración cambian, aunque el examen escrito le angustia.</p> <p>El estudiante aclara que no es una historia real, aunque simplemente cambia el nombre de los personajes a los reales la descripción que hace se ajusta a la cotidianidad de las clases de matemáticas.</p> <p>La lectura del cuento refleja la motivación y la evolución de sus sentimientos favorables para aprender, con el fin de algún día ser ingeniero.</p>

LA PEOR CLASE

Parte I

Era lunes y por supuesto me tocaba clases de matemáticas “la peor “en vez de prestar atención jugaba y hacia otras cosas menos la que debería hacer, no me interesaba ningún tema que tuviera relación con mi peor enemigo, los números. Eran las 9:30 tenia calor y estrés pero algo decía dentro de mí que prestara atención y así lo hice, me quede quieto y miré fijamente el tablero notando que estaba escrito “LAS FUNCIONES”, en mi mente empecé a hacerme algunos interrogantes ya que ni sabía que era eso ni mucho menos lo que quería decir.

En la clase del miércoles llegue y me senté, como siempre la profesora tenía la agenda del día y otra vez estaba “funciones” pero esta vez acompañada de un apellido, funciones lineales y me di cuenta de que eran los polígonos de primer grado ya que tenía un ejemplo, al terminar la clase la profesora coloco una nota que decía:” los viernes me quedo y explico el tema, disimuladamente me reí y me dije está loca. Varios de mis compañeros me invitaron a repasar el tema, pero les dije que no perdería mi tiempo en bobadas y me quede jugando “Play” Y chateando el día de la evaluación no entendía nada y obviamente saque cero. Y fue en ese momento donde pensé que si quiero ser ingeniero debo superarme y aprender a ser un matemático correctamente.

70 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

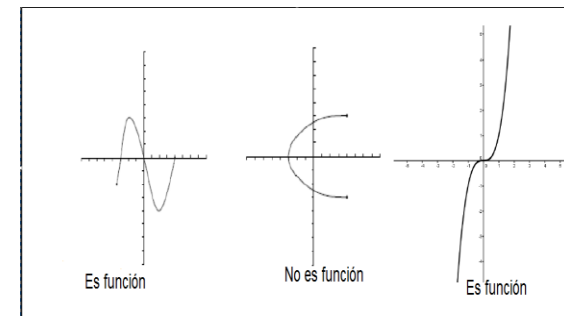
Parte II

Por supuesto me tocaba clases de matemáticas, pero ya no entraba aburrido y mucho menos triste, sino por el contrario, alegre y con ganas de aprender. Al entrar al salón y sentarme en el pupitre, como siempre la profesora Juana me regaña, obviamente por mi desorden con el uniforme y yo sin rencor me lo organizo y pongo atención. Al mirar fijamente el tablero veo la agenda del día y decía: saludo, evaluación de funciones y por último revisión de los animaplanos, al voltear mi cabeza y ver hacia el fondo del salón mi compañero Lucas se reía de mí ya que él era el más inteligente y su promedio en las evaluaciones no bajaba de 4,5 o 5,0 pero dentro de mi sabía que ya venía la evaluación final de Español y que él me pediría ayuda, ya que su comprensión lectora era una basura.

Mientras yo pensaba esto, Juana seguía dando la clase y hablaba de René Descartes y muy claramente entendí que él tenía que ver con las funciones matemáticas, como llegue tan piloso a clase entendí muy claro el significado de las funciones ya que esta era una relación entre dos variables numéricas y entendí que esta se expresa de varias formas:

- Por una fórmula
- Por un proceso
- Por una tabla de valores
- Por una gráfica

Figura Anexo A 2 Funciones



También aprendí a diferenciar cuales gráficas son funciones y cuáles no, y lo aprendí con este ejemplo:

Este día llegue contento a casa ya que entendí lo básico de las funciones pero lo que me preocupaba era el examen programado para dentro de una semana... pasaron 1,2, y hasta 5 días y no había repasado por eso pedí la ayuda de Lucas ya que es inteligente y aparte de esto vive cerca de mi casa. Por un rato me reí ya que Lucas es un compañero muy interesado, hacíamos un especie de trueque ya que mi padre trabajaba en Frisby entonces yo le daba pollo y él una breve explicación de matemáticas, específicamente en el tema de funciones. Poco a poco fui aprendiendo más acerca de las funciones y me doy cuenta que las matemáticas componen el mundo.

Anónimo

NOTA: El cuento está escrito en primera persona y no tiene que ver nada con la realidad.

MAICOL PINEDA 9B

72 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

Nombre del estudiante : José Rendón Gómez	Principios que evidencian el aprendizaje significativo crítico	Observaciones
Lo que he ido realizando		
A lo largo de este período hemos estado viendo las funciones, estas son muchas y tienen diversas ramas.	El aprendiz como representador	Reconoce que el concepto incluye diferentes representaciones
De alguna manera he aprendido que todo lo que realizo diariamente se puede representar en una función, hemos realizados talleres y actividades con el fin de demostrar que si hemos aprendido.	Principio del conocimiento previo. Principio del aprendiz como representador	Relación del concepto con su cotidianidad, es allí donde relaciona el nuevo conocimiento con los saberes previos que identifica.
Es un tema algo extenso y se nos ha llevado mucho tiempo lograr entenderlo.		
Una función es una expresión que es representada en un plano cartesiano y que consta de componentes que nos permiten calcular la forma... Una recta consta de una ecuación $y = mx + b$ donde X es el punto que no depende de nada, más bien los otros componentes dependen de esta.	Conciencia semántica Conocimiento como lenguaje	El estudiante describe su propia definición de función, donde es capaz de evidenciar como el nuevo conocimiento se ancla a su conocimiento previo y da cuenta de aquello que ya ha construido como propio. El estudiante no muestra temor a equivocarse al ser capaz de utilizar su propio lenguaje para describir lo que él entiende y ha interpretado como el concepto de función Se puede considerar que evidencia un aprendizaje significativo, pues es lo que describe en sus propias palabras, o sea, sustantivamente.

<p>Por ejemplo si deseáramos trazar el tiempo que demora el bus en subir la calle, el tiempo es x ya que de esto depende el bus, y es aquello que depende de x, ósea en el anterior caso y representa el bus y normalmente m lo que nos muestra lo que sucede en la recta, m es el tiempo que demora el bus, es como el resultado de la dependencia de x y Y</p>	<p>No hay centralidad en un libro de texto ya que es su propio ejemplo.</p> <p>Conocimiento como lenguaje</p> <p>Conciencia semántica</p>	<p>El aprendiz relaciona sus saberes previos, en este caso su cotidianidad para tratar de ejemplificar la definición que está proponiendo</p> <p>El aprendiz es capaz de expresar sus propios ejemplos para evidenciar el grado de apropiación del concepto, y explica la representación simbólica de los elementos de la ecuación que se genera a partir de su ejemplo.</p> <p>El estudiante parte de un fenómeno cotidiano y real para formular una interpretación o reconstrucción mental, expresada desde el lenguaje verbal para luego intentar interpretarlo de forma simbólica, lo que muestra un proceso cognitivo complejo y de ensayo error que para él significa considerar que aprendió el concepto.</p> <p>Evidentemente hay una confusión entre variables, si se trata de una relación espacio tiempo, la pendiente representa la velocidad que siendo lineal la relación, es una constante.</p>
--	---	--

74 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

Lo que he ido pensando		
Realmente el tema no me gusta ya que me siento frustrado al no entender, además la cantidad de procesos y ecuaciones me alteran.	Aprendiz como perceptor	El aprendiz muestra la interacción del nuevo conocimiento con sus saberes previos como un desafío cognitivo en el que se involucran sus sentimientos y es enfrentado a sus creencias o a sus saberes previos.
De este tema no he comprendido casi nada por la dificultad de este y cómo vamos tan adelantados eso se hace imposible, esto me genera mucha rabia y por esto es la desatención y poca interacción en la clase.	Aprendiz como perceptor	El estudiante intenta explicar la causalidad de sus sentimientos, lo relaciona con la dificultad del concepto. El aprendiz califica su comprensión como inferior a la esperada
Sentimientos: Este tema a pesar del todo el tiempo que le hemos dedicado ha sido muy difícil de entender, ya que es muy extenso y complejo y está relacionado con el tema que sigue que es hallar el punto pendiente de la recta hallando dos puntos de la misma	El aprendiz como perceptor	El aprendiz reconoce secuencialidad en el aprendizaje del concepto y lo relaciona con el nuevo con el nuevo conocimiento que supone le sigue al concepto de función e intuitivamente reconoce que el concepto de función es subsumidor de otro tema relacionado.

<p>En las clases de matemáticas me he sentido incomodo, ignorante y enojado por ver como la mayoría comprendieron el tema y yo no.</p>	<p>El aprendiz como perceptor</p>	<p>El aprendiz compara su proceso de aprendizaje con el de sus pares y siente que los otros tienen mayor grado de comprensión que el alcanzado por él.</p>
<p>Aporte creativo</p> <p>La amistad de función y lineal era una amistad basada en el respeto y la tolerancia eran como una sola cosa, juntos para todo, pero resulta que a la función le daba mucha rabia cuando lineal se juntaba con dependiente, independiente y pendiente, función se llenaba de celos y se alejaba por mucho tiempo de lineal.</p> <p>Cuando lineal notaba esto trataba de hacerle entender a función que ella era su mejor amiga y que solo a veces necesitaba de otra compañía.</p>	<p>Conciencia semántica.</p> <p>Conocimiento previo</p> <p>No centralidad en el libro de texto como material de consulta del concepto</p>	<p>Se lee que el estudiante reflexiona sobre el concepto de función y su representación en la función lineal.</p> <p>El aprendiz es un perceptor y representador del concepto desde su lenguaje donde elabora una metáfora para explicarlo, para ello parte de una situación que le es cotidiana, una relación de amistad y un paseo para explicar que el concepto de función lineal parte del concepto de función pero tiene características que le son propias.</p> <p>Se observa como la representación que hace del concepto es en la humanización de la definición, es decir la representación abstracta no le es suficiente para describir el concepto.</p>

76 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

<p>Función lo trataba de entender pero aun así sentía celos, el padre de lineal, el plano cartesiano a todos los paseos numerales invitaba a función y las dos la pasaban genial, pero a lineal también le daba rabia cuando a función le daba solo por estudiar, aunque ella le explicaba todo al final volvía todo a la normalidad ya que entendían que pasara lo que pasara función y lineal serían una sola.</p>		
--	--	--

Nombre del estudiante : Valeria Bermúdez	Principios que evidencian el aprendizaje significativo crítico	Observaciones
Lo que he ido realizando		
<p>En las últimas clases hemos visto las funciones y nos hemos enfocado en una sola, la función lineal.</p> <p>Aprendí que las funciones lineales son aquellas de la forma $y=mx+b$ estas ecuaciones forman líneas rectas cuando se grafican, por ende tienen una variación constante como la tasa de interés de un banco, el</p>	<p>El aprendiz como perceptor y representador.</p>	<p>El aprendiz describe con sus palabras la ecuación de la línea recta y ubica ejemplos de variación constante que le son cercanos a su cotidianidad.</p>

<p>calendario o el algo para los estudiantes.</p>		
<p>En cualquier tipo de función, incluyendo las lineales, se establece una relación entre 2 o más variables. En las funciones lineales existen dos variables, una llamada independiente y otra llamada dependiente. Una constante no es una función porque no hay relación entre variables. Por ejemplo en la expresión $Y=1$ solo se establece un valor para Y.</p>	<p>El aprendiz como perceptor y representador.</p> <p>Conciencia semántica</p> <p>Interacción social</p>	<p>Describe el concepto de función como relación de variables, y lo amplía a más de dos variables afirmándolo como posible.</p> <p>Describe un ejemplo de lo que no es función y lo representa con eje ejemplo de una constante en cuya ecuación no aparece la variable independiente por ello concluye que no cumple con la condición que expuso para ser función, lo que evidencia que la estudiante no reconoce la existencia de la función constante.</p>
<p>A diferencia de la lineal la cuadrática siempre es una figura curvada, en forma de u, posee vértice, foco y directriz</p>	<p>El aprendiz como perceptor y representador</p>	<p>Relaciona las diferencias de la función lineal con otras de forma diferente</p>
<p>Las funciones no lineales no forman líneas rectas cuando se grafican. Hay varios tipos como la cuadrática, las cubicas, exponenciales, logarítmicas, etc.</p>		

78 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

Lo que he ido pensando		
<p>Cada vez los temas se van enredando un poco y mi atención disminuye, esto hace que me estrese mucho y más a la hora del examen, sin embargo se que este tema es muy importante y es el comienzo de la matemática avanzada, además es un tema de aplicación cotidiana, me di cuenta que necesito cada uno de estos procedimientos para consultar los resultados de presupuestos etc.</p>	<p>El aprendiz como perceptor y representador.</p> <p>Conocimientos previos</p>	<p>El aprendiz muestra que cumple con la condición de querer y reconoce útil el concepto pero afirma que le es difícil aprenderlo.</p>
<p>Sentimientos o emociones: Mis sentimientos no han sido muy positivos y no entiendo mucho el tema, esto me desanima ya que este material es primordial para pasar a la carrera que quiero ejercer y he visto como mis compañeros si avanzan mientras que yo sigo en el mismo punto.</p>	<p>El aprendiz como perceptor</p>	<p>El aprendiz compara su grado de aprehensión del concepto con el de sus pares y cree que tiene un nivel de comprensión menor.</p> <p>Aunque reconoce dificultades y sentimientos de desánimo muestra el aprendiz deseos de aprender.</p>

<p>Aporte creativo:</p> <p>¡ Oh ! que bella es la naturaleza, con joyas de números en cada uno de mis jardines, esplendida como la función lineal más derecha. En cada esquina recorre un problema que la función constante maneja con una variable.</p> <p>La cadena alimenticia de mi hermosa naturaleza depende del valor independiente y en los tramos de una cúspide veo árbol, árbol, árbol.</p> <p>Que bella naturaleza, magnifica casi como la función exponencial más compleja, animalitos que a lo largo obtienen su misma especie.</p> <p>Describe las rectas y la matemática con pasión, el mundo matemático devora tu propia imaginación y el estudio de las funciones, variables y logaritmo te hacen un ser mejor.</p>	<p>Conocimiento como lenguaje</p> <p>Conciencia semántica</p>	<p>El aprendiz utiliza un símil para describir el concepto de función en el contexto de la naturaleza que le es conocido, en él expresa diferentes tipos de funciones y da cuenta de sus sentimientos al aprender el concepto.</p> <p>Se refleja la utilización de conceptos abstractos como elementos cotidianos, lo que puede interpretarse como alcanzar un nivel de abstracción más elevado al que obtuvo cuando simplemente represento o percibió el concepto de función de variable real.</p>
--	---	---

80 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

<p align="center">Nombre del estudiante</p> <p align="center">Yara Alejandra Rodríguez Estrada</p>	<p align="center">Principios que evidencian el aprendizaje significativo crítico</p>	<p align="center">Observaciones</p>
<p align="center">Lo que he ido haciendo</p>		
<p>En estas clases hemos trabajado la función, lo que he aprendido de eso es que una función es una dependencia entre dos variables, por consiguiente si se da un valor a una queda determinado el valor de otra.</p>	<p align="center">El aprendiz como receptor y representador</p>	<p>Describe el concepto de función como relación entre variables.</p>
<p>Para mí una función es cuando una variable depende de otra, cuando x depende de Y y Y depende de X, lo más importante es saber diferenciar las clase de graficas que se pueden formar y cuál es su ecuación. Una gráfica lineal consta de una gráfica y su expresión algebraica $y = mx$.</p> <p>Pero una de las razones principales por las cuales retomo esto es porque al hablar de función lineal hablamos de $f(X) = mX + b$, cuando la gráfica es una línea recta y pasa por el origen del sistema de coordenadas, es decir, el punto $(0,0)$ hace parte de la función.</p>	<p align="center">El aprendiz como receptor y representador</p> <p align="center">Conciencia semántica</p>	<p>El aprendiz reconoce que hay diferencias entre el concepto que se le enseñó y su descripción del mismo e intenta describirlo utilizando la representación simbólica que ya le es cercana.</p> <p>Describe el concepto de función lineal como cree haberlo comprendido, no se arriesga a variar su propia definición con ejemplos propios sino que intenta</p>

		reescribir lo que considera que más se aproxima al concepto.
--	--	--

Lo que he ido pensando		
<p>Me di cuenta que olvidamos las cosas muy rápido a esto me refiero aprendemos algo nuevo que ya habíamos aprendido que ya no esta se nos ha olvidado y como la matemática es de práctica no está de más recordar algunos principios básicos para continuar con otros temas.</p>	<p>El principio del conocimiento previo</p> <p>El aprendiz como perceptor y representador</p>	<p>El aprendiz reconoce de forma intuitiva que hay un tipo de conocimiento (mecánico) que se olvida.</p> <p>El aprendiz se cuestiona por qué se presenta el olvido y lo relaciona con la práctica continua de operaciones mecánicas como posible forma de fijar el concepto.</p>
<p>Creo que es un tema fácil donde ya no tenemos que pensar tanto, sino que sólo debemos saber manejar la teoría. Lo único que me da un poco de dificultad es hacer la verificación de los resultados y usar esta teoría en problemas que he aprendido a resolverlos.</p>	<p>El aprendiz como perceptor y representador</p> <p>Conciencia semántica</p>	<p>El aprendiz reconoce que si se aprende el concepto de función ya este entrara a ser parte de su estructura cognitiva y lo evaluara como fácil pero el utilizarlo en contextos distintos ya no le es tan sencillo.</p>

82 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

<p>Los sentimientos y situaciones por las que he ido pasando</p> <p>Yo personalmente creo que es un tema fácil pero al principio me dio mucha dificultad por que no podía entender y siempre me frustraba debido a esto me tocaba quedarme los viernes, en la primera clase aprendí el tema súper rápido y gracias a eso empecé a quedarme cada viernes porque quería aprender más, no porque me tocaba, pero creo que todavía me falta mucho por que no sé qué hacer cuando me dan un problema, no se identificar qué cosas hay que hacer en el problema y cuál es su procedimiento,.</p>	<p>El aprendiz como perceptor y representador</p>	<p>El aprendiz reconoce que al “entender” el concepto, es decir al ser capaz de hacer una representación simbólica desde su propio lenguaje sus sentimientos cambian y demuestra su interés en aprender y en aplicar el concepto en otros contextos.</p>
<p>Aporte creativo</p> <p>MIS QUERIDAS MATEMÁTICAS</p> <p>¡ Oh ¡ queridas matemáticas Que algo nuevo quisieron enseñarme Con problemas y dificultad Voy operando una función...</p> <p>No sabes cuantas canas verdes me sacaste Y cuanta frustración sentía mi cuerpo, mi cabeza y mi alma</p> <p>Hacer una gráfica con solo unos datos que ni siquiera sabía de donde habían salido era realmente</p>	<p>Conciencia semántica.</p> <p>Conocimiento previo</p> <p>No centralidad en el libro de texto como material de consulta del concepto</p>	<p>El aprendiz utiliza una metáfora para describir el proceso de aprendizaje del concepto de función y los sentimientos que se generan cuando interactúa el nuevo conocimiento con los saberes previos hasta que alcanza el nivel de tener su propia representación y los sentimientos negativos se transforman.</p>

<p>decepcionante</p> <p>¿Te parece eso realmente justo? Tú lo sabes todo y yo no sé nada</p> <p>Pero sabes que es lo mejor? Que no es difícil de entender Solo necesitas un poquito de práctica Y algo de amor</p>		
--	--	--

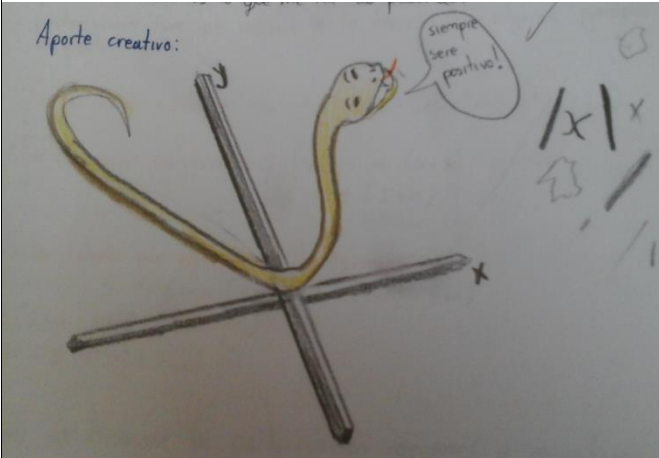

Nombre del estudiante Daniela Alejandra Acevedo Gil	Principios que evidencian el aprendizaje significativo crítico	Observaciones
Lo que he ido realizando		
<p>Últimamente durante la clase he empezado a trabajar la función lineal y durante la clase empezamos a conocer y a explicar cómo encontrar la ecuación de una línea recta, aprendí que para conocer la ecuación debo conocer un dato inicial, la variación constante o la pendiente (se simboliza con m)</p> <p>Luego de haber aprendido a encontrar la variación constante comenzamos a trabajar la ecuación punto pendiente.</p>	<p>El aprendiz como perceptor</p>	<p>El aprendiz no describe el concepto de función sino que se ubica en el concepto de función lineal y enuncia cada parte de la ecuación, sin cambiarla ni se atreve a dar cuenta de lo que significa cada elemento de la misma, lo que muestra su papel adaptativo del</p>

84 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

		aprendizaje.
Lo que he ido pensando		
<p>He ido pensando que después de todo estos temas no son tan difíciles todo es cuestión de atención y compromiso. Además en ocasiones he estado pensando en la meta y compromisos que puse a disposición de ser cumplidas a principio del año, a veces todo esto se torna confuso porque he llegado a decaer por momentos, el sueño me mata, a veces me interesan otras cosas, y sé que hay aspectos a mejorar para terminar el año de mejor manera.</p>	<p>El aprendiz como perceptor</p>	<p>El aprendiz demuestra que tiene interés en el aprendizaje del concepto ya que le será útil para cumplir con sus expectativas académicas, más no muestra compromiso con el aprendizaje del mismo, el concepto es simplemente visto como un escalón obligado en su proceso académico y no considera la posibilidad de hacerse preguntas sobre el mismo sino que prefiere exigirse la disposición para aceptarlo y acomodarlo a su estructura cognitiva.</p> <p>El aprendiz muestra que el concepto le es obligado a aprenderlo, es decir, este aprendizaje se asemeja al conductista en tanto premia la adaptación mecánica y exalta el cambio de conducta del sujeto, quien se siente cómodo en su rol pasivo de aprendizaje, además no le interesa reconocer el concepto de función de variable real como útil en el presente sino simplemente como útil en el futuro.</p>


<p>Sentimientos y situaciones por las que he ido pasando</p> <p>Principalmente la confusión y el desespero no he sabido que hacer por mi falta de atención y básicamente me he lanzado al vacío y le he entregado todo “al espíritu santo”, esto no solía pasar en mi pero eso es totalmente confuso, sin embargo he estado cambiando mis actitudes últimamente, no puedo darme el lujo de caer en la mediocridad.</p> <p>Por mi irresponsabilidad o falta de atención en algunos momentos me he sentido frustrada, sin embargo esto me pasa por que yo misma lo busco. Esos momentos en que hago las cosas improvisando, esos momentos en los que no sé qué hacer... Solo son muestra de que estoy mal y si tengo que anexar mis problemas, pero yo sé que todo pasa, así trato de no tener una imagen con un final malo, básicamente esto es lo que he sentido y por lo que ido pasando.</p>	<p>El aprendiz como perceptor y representador</p>	<p>El aprendiz reconoce que sus sentimientos no son asociados al aprendizaje del concepto de función sino como parte de sus condiciones particulares y permite reconocer que su responsabilidad académica es la que motiva su aprendizaje, es decir, que su aprendizaje es de forma mecánica.</p> <p>El aprendiz muestra que este concepto al igual que otros, es simplemente un tema más que no requiere mayor discusión para su aprendizaje sino que necesita adaptarse a operar a partir del concepto sin mayor trascendencia del mismo, es decir, se prepara para seguir las instrucciones prediseñadas sin discutir sobre su pertinencia o importancia en el presente.</p>
---	---	---

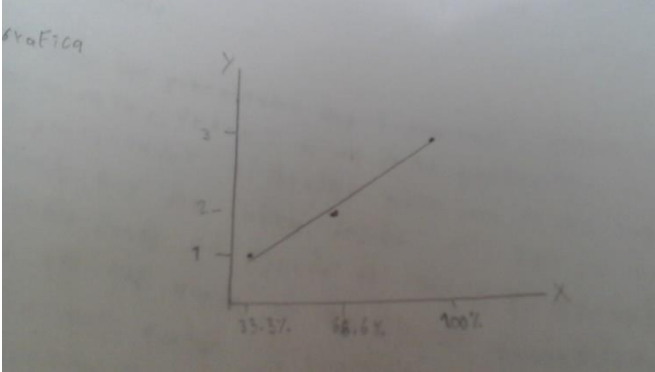
86 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

<p style="text-align: center;">Figura Anexo A 3 Aporte creativo</p> 	<p>El conocimiento como lenguaje</p> <p>El aprendiz como receptor y representador</p>	<p>El aprendiz relaciona de manera gráfica el concepto de función como un procedimiento mecánico, pero en un contexto que reconoce como más cercano, muestra la humanización del número y representa de una forma cálida el simbolismo con que se le ha enseñado tradicionalmente los conceptos en el área de matemáticas.</p> <p>No hay discusiones sobre el concepto ni sobre la forma de operar, la representación es completamente adaptativa del concepto. De igual modo no hace referencia a la utilidad del concepto la representación se relaciona con la forma de operar.</p> <p>De igual modo la representación da cuenta que al reemplazar valores dados se pueden obtener otros resultados, sutilmente relaciona las variables de la ecuación, es decir, que relaciona el algoritmo de valor numérico para determinar que al darle un valor a una variable el valor de la otra queda determinado (concepto de función en termino de relación de dependencia de variables).</p> <p>En el segundo dibujo representa la característica más representativa de la definición de valor absoluto "siempre positivo", pero no hay una discusión más profunda.</p>
<p style="text-align: center;">Figura Anexo A 4 Aporte creativo</p> 		

Nombre del estudiante Juan José Ruiz	Principios que evidencian el aprendizaje significativo crítico	Observaciones
Lo que he ido realizando		
<p>Una función es lo que representa un problema a través del plano cartesiano en cuál está dado por una función constante dada.</p> <p>¿Qué es una función constante? Es aquella variable que como su nombre lo dicen está en constante cambio,</p>	<p>Conciencia semántica</p> <p>Conocimiento como lenguaje</p> <p>Interacción social</p> <p>Aprendizaje por error</p>	<p>El aprendiz describe desde su lenguaje la definición de función.</p> <p>Muestra capacidad para realizar sus propias preguntas las cuales intenta dar respuesta.</p>
<p>Por ejemplo el truco del presentador, hay tres puertas y estas compitiendo por un auto, detrás de una de las puertas hay un auto, el presentador al iniciar abre una de las puertas en donde ha una cabra, desde allí hay un cambio de variable donde se pierde un 33.33% de probabilidad pero aún nos queda un 66.6% de ganar puesto que quedan dos puertas, tu que ya habías escogido una puerta decides quedarte con la que escogiste pero al parecer hay una cabra.</p> <p>Procedimiento La variable o función constante $100 / 3 = 33.3\%$</p>	<p>Conocimiento previo</p> <p>Conciencia semántica</p> <p>Conocimiento como lenguaje</p> <p>Interacción social</p>	<p>El aprendiz se ubica en contexto que le es cotidiano, en este caso es un programa de televisión donde un participante se le muestra tres opciones para escoger en medio de la incertidumbre.</p> <p>Como conocimiento previo el aprendiz lo relaciona con el concepto de probabilidad para establecer la relación entre las diferentes opciones.</p>

88 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

<p>Pero alguien me pudo decir porque perdió, el perdió por que se dejó guiar por su intuición antes que por la razón, desconocer las cosas puede ser la diferencia en perder o ganar un premio.</p> <p>Hay siempre una variación constante en el cual siempre se repite la misma variación en este está el problema del presentador anterior donde la variable siempre va a ser 33.3%</p>	<p>Aprendiz como representador y perceptor</p> <p>Aprendizaje por error</p>	<p>En el ejemplo el aprendiz muestra conceptos derivados como el de variación para explicar su ejemplo, y lo hace hasta de forma gráfica para explicar con más detalle su ejemplo, posteriormente lo representa en el plano cartesiano para mostrar su construcción simbólica del mismo</p>
<p style="text-align: center;">Figura Anexo A 5 Aporte creativo</p>  <p>El porcentaje de acertar gira alrededor del número de puertas, en el problema nos revelan las tres puertas donde se pierde el 100% de acertar y se descuenta que hay una cabra, con la puerta que hayas elegido habrá un 33% de acertar, mientras que cambiando de puerta habrá una 66% de acertar.</p>		<p>Pese a que la definición no se ajusta a la convención del concepto como tal, se puede observar una aproximación al concepto de variación constante asociado a la función lineal además el aprendiz parte de un hecho o fenómeno de su cotidianidad para explicar la variación y parte también de sus conocimientos previos, como resultado obtiene una reconstrucción simbólica de una función lineal y a pesar que en su gráfica las variables dependiente e independiente se ubican en forma contraria a la convención la representación que logra el estudiante no se aparta del concepto, solo se distancia de la convención.</p> <p>En este ejemplo se evidencia claramente que el estudiante alcanza un aprendizaje significativo crítico al partir el hecho cotidiano y alcanzar una interpretación simbólica del mismo a partir de su propio lenguaje, es decir, el concepto pasa a formar parte de su estructura cognitiva y le será útil este conocimiento como subsumidor de un nuevo</p>

	conocimiento en grados posteriores donde se retoma el concepto de función.
<p data-bbox="403 391 869 423">Figura Anexo A 6 Aporte creativo</p> 	Función lineal hay siempre una variación constante y también se caracteriza por pasar por el punto 0, m es la pendiente que está dada por dos puntos que se deben conocer para encontrarlos debe usar una ecuación.

90 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

<p align="center">Nombre del estudiante Laura Tamayo</p>	<p align="center">Principios que evidencian el aprendizaje significativo crítico.</p>	<p align="center">Observaciones</p>
<p align="center">Lo que he ido realizando</p>		
<p>Una ecuación es representada por medio de un plano cartesiano y a esta se le otorga la expresión $Y = mX + b$. lo importante de esto no es aprender simplemente la expresión, aprendí que si no la comprendes con conceptos se es muy difícil luego aplicar a nuevas ecuaciones, x es aquello que no depende de las otras funciones porque es el punto independiente y Y es lo que depende de X, es el punto dependiente, m es lo que nos muestra que pasa con la pendiente y que m es la pendiente y b finalmente es lo que nos muestra el punto de posición de dicha pendiente, b es el coeficiente de posición.</p>	<p>Conocimiento previo</p> <p>El aprendiz como perceptor y representador.</p> <p>Conciencia semántica</p> <p>Conocimiento como lenguaje</p> <p>Aprendizaje por error</p>	<p>El aprendiz realiza su propia definición del concepto de función lineal, lo relaciona con sus saberes previos y describe la utilidad que le representa el concepto para utilizarlo en otros contextos.</p>
<p>Por ejemplo, el tiempo que tarda una hoja en caer al piso, X es la hoja ya que la hoja no depende de nada para caer, Y es el tiempo ya que es lo que demora la hoja o sea que depende de la hoja, m es lo que nos muestra de forma gráfica cuánto tiempo demora la hoja en caer al piso y b es el punto de corte,</p>	<p>El aprendiz como perceptor y representador.</p> <p>Conciencia semántica</p>	<p>El aprendiz ejemplifica el concepto que ella ya tiene en su estructura cognitiva y lo relaciona con su cotidianidad en donde identifica los elementos de la ecuación que ya había descrito.</p>

<p>se puede decir que es el piso, Ya que el punto donde finalmente termina el conteo de cuánto tiempo demora la hoja en caer.</p>	<p>Conocimiento como lenguaje</p> <p>Aprendizaje por error</p>	<p>El aprendiz parte del hecho concreto y cotidiano de la caída de hoja para ubicar la representación simbólica, es decir, el símbolo al servicio de la interpretación de un fenómeno.</p> <p>La interpretación de la hoja que cae como variable independiente no es clara, en la realidad el tiempo de la caída de una hoja al caer al piso no es una relación lineal, es un movimiento acelerado, pero la estudiante lo explica ya que la función lineal es su saber previo, además en el grado noveno los estudiantes no analizan situaciones de movimiento, lo hacen el grado 10°.</p>
<p>Lo que he ido pensando</p>		
<p>... Mi mente se cerró en el primer momento en que no pude comprender nada simplemente me frustré y me dio rabia en no poder entender algo que cuando la profesora lo hacía era tan fácil. Pensé que ya no iba a poder entender y obstruí todos mis</p>	<p>Aprendiz como perceptor y representador.</p>	<p>El aprendiz reconoce el proceso de aprendizaje e intenta dar cuenta del porqué de los sentimientos que</p>

92 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

<p>pensamientos, nunca pensé que la culpa fuera del docente que si luego no preste atención no es culpa de ella si yo no comprendo. Hace unos días lo comprendí y fue entonces cuando entendí que los pensamientos perezosos nos pueden cuando queremos, pero así mismo cuando buscamos entender algo y abrimos a lo que nos quieran brindar logramos hacerlo.</p>		<p>experimentó durante el proceso y la necesidad de querer aprender para que el aprendizaje sea posible.</p>
<p>Sentimientos y situaciones por las que he ido pasando</p> <p>Las clases de matemáticas me han servido mucho para sacar las emociones que a veces de alguna manera reprimo, emociones como la rabia y la rendición, como en las primeras clases no entendí nada me rendí simplemente para evitar más frustraciones, me dedique a hablar a recostarme en el puesto a hacer nada, en ocasiones la profesora me pregunta pero yo tengo una actitud negativa y no le respondo, le digo que no sé, porque esto de no comprender me hizo dar bastante rabia conmigo misma.</p>	<p>Aprendiz como perceptor y representador.</p> <p>Interacción social</p>	<p>El aprendiz describe la forma como sus emociones dificultan del conocimiento del concepto.</p> <p>Se reitera que el nuevo conocimiento no tiene una relación de adaptación pasiva con la estructura cognitiva del sujeto que aprende, que la interacción moviliza las emociones que tiene el sujeto las cuales no le permiten avanzar en la construcción del concepto.</p>
<p>Aporte creativo</p> <p>Había una vez un número perdido en sus pensamientos, aquel número le gustaba leer y era muy intelectual, luchaba por lo que quería y se empeñaba por ser cada día mejor, a lo mejor era por eso que no le agradaba a los otros números, un día ese</p>	<p>Conocimiento previo</p>	<p>El aprendiz utiliza una metáfora para describir el proceso de aprendizaje del concepto de función lineal donde se identifica como un número incomprendido y</p>

<p>número dejó que los pensamientos negativos y las cuestiones llenaran su cabeza, él se decía que todo algún día mejoraría, pero él sabía que eso sería difícil, era consciente de que en el ambiente en que vivía nunca sería aceptado, así que decidió irse de viaje a recorrer su mundo, salió y su primer recorrido lo hizo en Lincón allí todo eran cálculos, algo que aquel número amaba, allí conoció de primera mano al plano cartesiano más conocido y famoso, número lleno de felicidad no sabía qué hacer, donde vivió nunca tuvo tanta diversión, plano se tomó el tiempo de hablar con él y aquí es donde el número se desahoga.</p> <p>Número le conto toda su vida, le comento que nunca fue aceptado por sus compañeros, que el encantaba leer y que en la materia que mejor se desempeñaba era en matemáticas, cartesiano de inmediato vio en ese destrozado número un ser maravilloso y fue entonces donde quiso hacerse su amigo.</p> <p>Número paso allí unos días, los más lindos de su vida, conoció a dependiente, a pendiente y a independiente, ellos le presentaron a función y a lineal que eran inseparables, todos en el pasado fueron una banda, después de que todos pudieron tener contacto, número siguió su camino...continuará</p>	<p>Conciencia semántica</p> <p>Conocimiento como lenguaje</p> <p>Interacción social</p> <p>Aprendiz como representador y perceptor</p>	<p>rebela los sentimientos que se presentan al enfrentares a lo desconocido, hasta que lo desconocido le es conocido.</p> <p>En el relato se observa la percepción del aprendiz con respecto al concepto al cual expone su estructura cognitiva para que sea cambiada por la interacción entre el nuevo conocimiento y el conocimiento previo.</p>
--	--	--

94 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

Anexo B Pruebas de hipótesis para comparar los resultados obtenidos antes y después de la implementación de la propuesta.

ESTADISTICO

Figura Anexo B 1 Resumen Estadístico comparativo año 2014 y 2015

Resumen Estadístico

	<i>AÑO 2014</i>	<i>AÑO 2015</i>
Recuento	119	114
Promedio	32,9597	39,6868
Desviación Estándar	6,39551	7,94896
Coefficiente de Variación	19,4041%	20,0292%
Mínimo	16,1	23,1
Máximo	51,6	58,5
Rango	35,5	35,4
Sesgo Estandarizado	1,51782	0,555535
Curtosis Estandarizada	0,757611	-0,812334

Valores de los estadísticos del Sesgo estandarizado y curtosis estandarizada fuera del rango de -2 a +2 indican desviaciones significativas de la normalidad, lo que tendería a invalidar las pruebas que comparan las desviaciones estándar. En este caso, ambos valores de los estadísticos sesgo estandarizado y curtosis estandarizada se encuentran dentro del rango esperado, ambas se encuentran dentro del rango esperado. Por tal razón, afirmar que los datos provienen de poblaciones que se comportan como una distribución normal.

Pruebas de Normalidad para AÑO 2014

Tabla Anexo B 1 Pruebas de Normalidad para AÑO 2014

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,98037	0,497222

La prueba de Shapiro-Wilk está basada en la comparación de los cuartiles de la distribución normal ajustada a los datos.

Debido a que el valor-P más pequeño de las pruebas realizadas es mayor ó igual a 0,05, no se puede rechazar la idea de que AÑO 2014 proviene de una distribución normal con 95% de confianza.

PRUEBA DE NORMALIDAD PARA RESULTADOS AÑO 2014

H_0 : La distribución de los resultados del año 2014 no difiere de la distribución normal

H_1 : La distribución de los resultados del año 2014 difiere de la distribución normal

Nivel de significancia: 5%

Tabla Anexo B 2 Estadístico de prueba Kolmogorov-smirnov

	<i>Normal</i>
DMAS	0,0761476
DMENOS	0,0471989
DN	0,0761476
Valor-P	0,507141

Debido a que el valor-P más pequeño de las pruebas realizadas es mayor ó igual a 0,05, no se puede rechazar hipótesis nula de que AÑO 2014 proviene de una distribución normal con 95% de confianza.

96 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

Figura Anexo B 2 Histograma año 2014

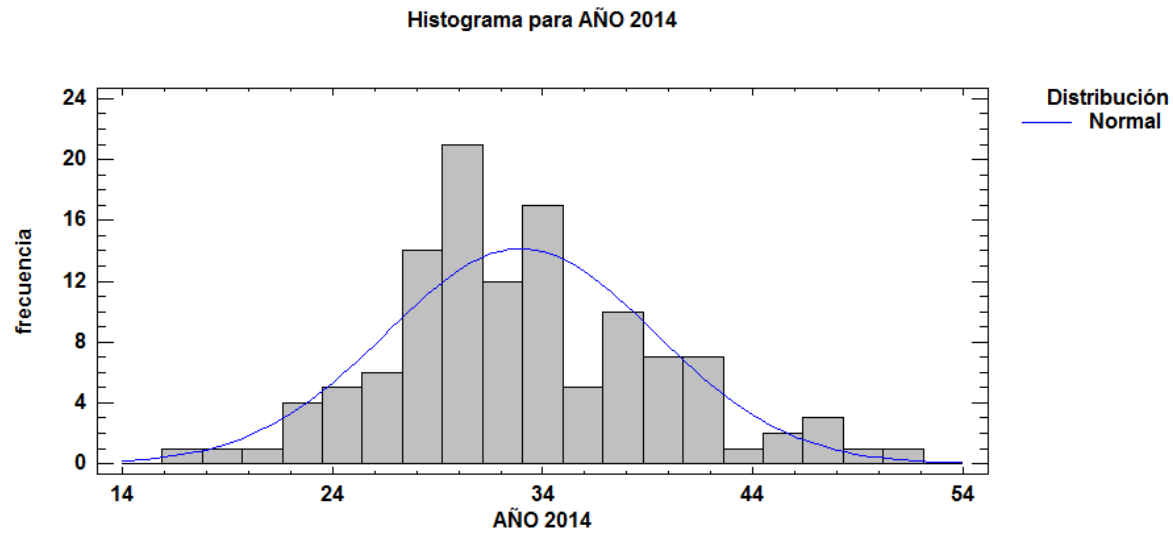


Figura Anexo B 3 Traza de densidad año 2014

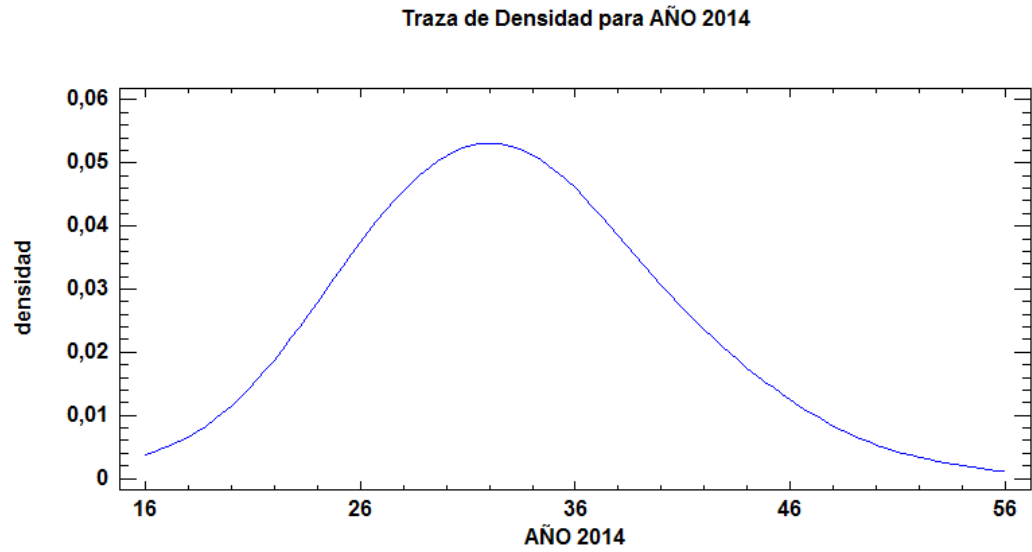
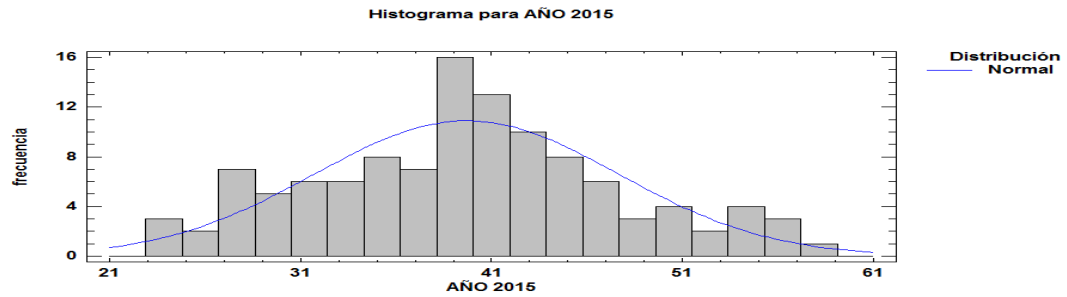
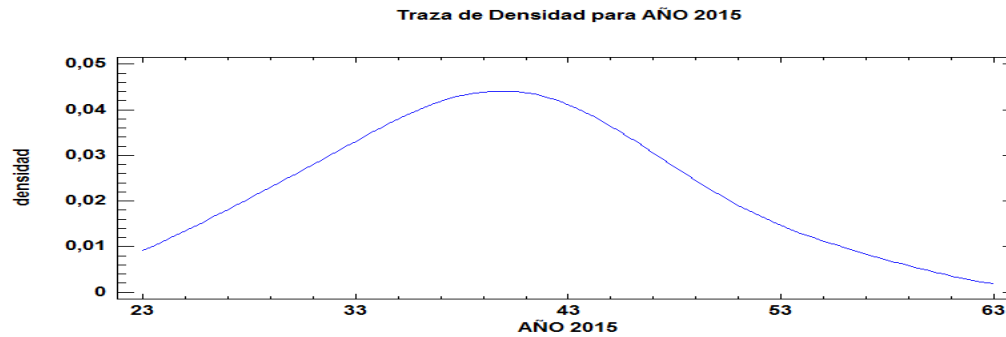


Figura Anexo B 4 Prueba de normalidad para resultados año 2015



98 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

Figura Anexo B 5 Traza de densidad año 2015



H_0 : La distribución de los resultados del año 2015 no difiere de la distribución normal

H_1 : La distribución de los resultados del año 2015 difiere de la distribución normal

Nivel de significancia: 5%

Tabla Anexo B 3 Estadístico de prueba: Kolmogórov-smirnov

	Normal
DMAS	0,0480848
DMENOS	0,0447814
DN	0,0480848
Valor-P	0,954718

Debido a que el valor-P más pequeño de las pruebas realizadas es mayor ó igual a 0,05, no se puede rechazar hipótesis nula de que AÑO 2015 proviene de una distribución normal con 95% de confianza.

Comparación de varianzas

Sea σ_1^2 : Varianza de los resultados del pretest para el grupo año 2014.

Sea σ_2^2 : Varianza de los resultados del pretest para el grupo año 2015

Tabla Anexo B 4 Comparación de Desviaciones Estándar

	AÑO 2014	AÑO 2015
Desviación Estándar	6,39551	7,94896
Varianza	40,9026	63,1859
Gl.	118	113

Razón de Varianzas= 0,647337

Intervalos de confianza del 95,0%

Desviación Estándar de AÑO 2014: [5,67321, 7,33036]

Desviación Estándar de AÑO 2015: [7,03389, 9,14006]

Razones de Varianzas: [0,448314, 0,933338]

Prueba-F para comparar Desviaciones Estándar

Hipótesis Nula: $\sigma_1 = \sigma_2$

Hipótesis Alt.: $\sigma_1 \neq \sigma_2$

F = 0,647337 valor-P = 0,0199558

Se rechaza la hipótesis nula para $\alpha = 0,05$.

100 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

Puesto que el intervalo de razones de varianzas no contiene el valor de 1, n hay diferencia estadísticamente significativa entre las desviaciones estándar de las dos muestras con un nivel de confianza del 95,0%.

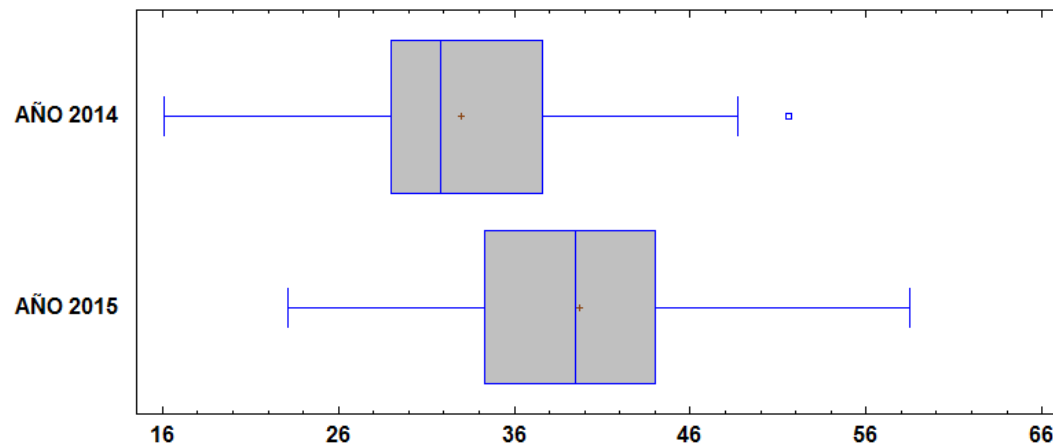
F=0,647337 y Valor P=0,0199558

En este caso, la prueba-F se ha construido para determinar si el cociente de las desviaciones es igual a 1,0 frente a la hipótesis alternativa de que el cociente es distinto de 1,0, Puesto que el valor-p calculado es menor que 0.05, se rechaza la hipótesis nula de que las desviaciones estándar son iguales.

Es importante mencionar que la Prueba F y los intervalos de confianza mostrados suponen que los datos provienen de una distribución normal, supuestos que ya han sido verificados en ítems anteriores.

Figura Anexo B 6 Caja y Bigotes comparativo año 2014 y 2015

Gráfico Caja y Bigotes



En el gráfico anterior se observa punto rojo (media) en el año 2014 se observa una simetría negativa, en el caso de los hombres, dado que la mediana (línea azul) casi coincide con la media hablaríamos de una simetría casi a cero. En el caso año 2014 se observa un punto atípico mayor de 50.

De los resultados obtenidos anteriormente, se evidencia que no es posible realizar una prueba tipo T, dado que la prueba se apoya en el supuesto de la normalidad y de varianzas iguales, debido a que una de las condiciones no se cumple en este caso el requisito de varianzas iguales. Por lo tanto se aplicarán pruebas asintóticas basadas en el TLC (Teorema de Límite Central).

En este tipo de situaciones, donde no se debe aplicar la prueba t, podemos utilizar una modificación del t test para el caso de varianzas desiguales, conocido como el test de Welch basada en el estadístico:

$$t = \frac{X_{15} - X_{14}}{\sqrt{\frac{S_{14}^2}{n} + \frac{S_{15}^2}{m}}}$$

H_0 : el resultado promedio real obtenido en el año 2014 es igual al promedio obtenido en el año 2015

H_1 : el resultado promedio obtenido en el año 2014 es diferente al promedio obtenido en el año 2015

Tabla Anexo B 5 Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas desiguales

	Variable 1	Variable 2
Media	32,95966387	39,68684211
Varianza	40,9025965	63,18593153
Observaciones	119	114
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	217	

102 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

Estadístico t	-7,099032328	
P(T<=t) una cola	8,82933E-12	
Valor crítico de t (una cola)	1,651905861	
P(T<=t) dos colas	1,76587E-11	
Valor crítico de t (dos colas)	1,970956301	

Debido a que el valor P es muy pequeño, y esta probabilidad no se ubica en la zona de rechazo, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa de que las medias son significativamente diferentes. En este caso el promedio del año 2015 es significativamente mayor que el promedio del año 2014 con un nivel de confianza del 95%

Referencias

Libros

- Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (1998) **Matemáticas Lineamiento Curriculares**. Bogotá. Dirección General de Investigación y Desarrollo Pedagógico. Grupo de Investigación Pedagógica.

Página web.

- Álvarez Martínez, A. (2011) **Estrategia Didáctica para la sistematización del concepto función real de una variable real en el primer año de la carrera Ingeniería Eléctrica**. Recuperado octubre de 2015 en: <http://www.eumed.net/libros-gratis/2011c/1013/indice.htm>.
- Consejo Directivo. (2015) **Proyecto Educativo Institucional (PEI) de la institución Educativa Fe y Alegría Nueva Generación de Bello Antioquia. Formando para el amor y la vida**. Recuperado en Febrero de 2016 en: http://media.wix.com/ugd/989c4e_c7109ea64d3440259ef8dcbf02406a12.pdf
- García, W. (2012) **Modelación matemática en funciones exponencial y logarítmica: una propuesta pedagógica para el aprendizaje de las matemáticas básicas**. Recuperado marzo de 2016 en: http://www.bdigital.unal.edu.co/8306/1/WILMER_GARCIA_trabajo_final_70729009.pdf
- Godino, J. (2003.) **Fundamentos de la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas para Maestros, Matemáticas y su Didáctica para Maestros**, Recuperado marzo de 2016 en:

104 Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de la Institución Educativa Fe Y Alegría Nueva Generación del Municipio de Bello

http://www.pucrs.br/famat/viali/tic_literatura/livros/fundamentos.pdf

- Godino, J. & Font, V. (2003) **Razonamiento Algebraico y su didáctica para maestros**, proyecto Edumat Maestros, Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada, Recuperado marzo de 2016 en:

<http://www.ugr.es/local/jgodino/edumatmaestros/>

- Gómez Anzola, O. (2012) **Funciones multiplicativas y su proyección didáctica al aula de clase**. Maestría thesis, Universidad Nacional de Colombia. Recuperado en septiembre de 2015 en:

<http://www.bdigital.unal.edu.co/10273/#sthash.laWYJUwB.dpuf>

- Guevara Sánchez, C. (2011) **Propuesta Didáctica para lograr Aprendizaje Significativo del Concepto de Función Mediante la Modelación y la Simulación**, Recuperado en septiembre de 2015 en:

<http://www.bdigital.unal.edu.co/6821/1/201021674.2012.pdf>

- López Lozano, O. (2013) **Transformaciones de funciones con GeoGebra y moodle como mediadores didácticos**. Recuperado en septiembre de 2015 en: <http://www.bdigital.unal.edu.co/11749/#sthash.7GPycgCi.dpuf>

- Moreira, M. (2010) **Teoría del Aprendizaje significativo Crítico**. Recuperado en septiembre de 2015 en:

<http://www.if.ufrgs.br/~moreira/apsigcritesp.pdf>

- Moreira, M. (1999) **investigación en Enseñanza, aspectos metodológicos**, programa de doctorado en enseñanza de las ciencias, universidad de Burgos. Recuperado en septiembre de 2015 en:

<http://www.if.ufrgs.br/~moreira/investigacionenensenanza.pdf>

- Muñoz Cuartas, O. (2012) **Diseñar e implementar una estrategia didáctica para la enseñanza-aprendizaje de la función lineal modelando situaciones problema a través de las TIC**: Estudio de caso en el grado noveno de la Institución Educativa la Salle de Campoamor, Recuperado en septiembre de 2015 en: <http://www.bdigital.unal.edu.co/9132/#sthash.AiwQgkcd.dpuf>

- Parada Rico, S. & Jaramillo D. (2008) **la Producción de Textos: Una Alternativa para Evaluar en Matemáticas**. Recuperado en abril de 2016 en: <http://funes.uniandes.edu.co/4902/1/ParadaLaproducci%C3%B3nALME2008.pdf>
- Planchart Márquez, O.(2002) **La Visualización y La Modelación en la Adquisición del Concepto de Función**. Recuperado en septiembre de 2015 en: <http://ponce.inter.edu/cai/tesis/oplanchart/inicio.pdf>
- Sansuán, J., Omatos, B. & Sada, M. (2010) **La resolución de problemas y los protocolos**. Sigma. Revista de Matemáticas No 35 (p, 155-167). Recuperado en Agosto de 2014 en:
http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_35/sigma_35.pdf
- Vanegas Macías, D & Escalona Fuenmayor, M. (2013) **Concepciones sobre funciones matemáticas de una variable, en estudiantes del primer semestre de Ingeniería**, Omnia, vol. 19, núm. 1, enero-abril, 2013, pp. 99-113, Universidad del Zulia Maracaibo, Venezuela. Recuperado marzo de 2016 en: <http://www.redalyc.org/pdf/737/73726911005.pdf>
- Vargas Núñez María Emiliana (2011), **El concepto de función y sus aplicaciones en situaciones relacionadas con fenómenos físicos, que conducen a un modelo cuadrático, una propuesta para trabajar en el grado noveno**. Recuperado marzo de 2016 en:
<http://www.bdigital.unal.edu.co/7276/#sthash.0cCKJfWn.dpuf>
- Vasco, C. (2006). **Reflexiones sobre la didáctica escolar**. Recuperado septiembre de 2015 en:
<http://soda.ustadistancia.edu.co/enlinea/pedagogia%20general%20segundo%20momento/7265666c6578696f6e65735f736f6272655f6c615f646964c3a16374696361.pdf>
- Zenteno, A. (1999). **Modelo de Enseñanza Aprendizaje de Relación Binaria para el Segundo Grado de Educación Secundaria**. Recuperado septiembre de 2015 en: <https://es.scribd.com/doc/57328660/Tri-Go-No-Me-Tri-A>