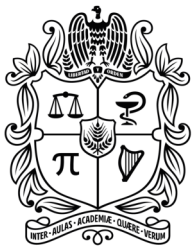

UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

Coordinación hidrotérmica considerando altas penetraciones de fuentes de energía renovable

Jorge Eduardo Zuluaga Orozco

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de ingeniería y arquitectura
Manizales, Colombia
2017

Coordinación hidrotérmica considerando altas penetraciones de fuentes de energía renovable

Jorge Eduardo Zuluaga Orozco

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:
Magister en ingeniería - ingeniería eléctrica

Director(a):
Ph.D Carlos Edmundo Murillo-Sánchez

Línea de Investigación:
Optimización aplicada a sistemas de potencia
Grupo de Investigación:
Grupo de investigación en potencia, energía y mercados - GIPEM

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de ingeniería y arquitectura
Manizales, Colombia
2017

Hydrothermal coordination considering high penetration of renewable energy

Jorge Eduardo Zuluaga Orozco

Thesis presented in partial fulfillment of the requeriment for the degree of:
Master on electrical engineering

Supervisor:
Ph.D Carlos Edmundo Murillo-Sánchez

Investigation line:
Power system optimization
Investigation group:
Investigation group on power, energy and markets - GIPEM

National University of Colombia
Faculty of engineering and architecture
Manizales, Colombia
2017

Permite que te dé un consejo, bastardo. Nunca olvides qué eres, porque desde luego el mundo no lo va a olvidar. Conviértelo en tu mejor arma, así nunca será tu punto débil. Úsalo como armadura y nadie podrá utilizarlo para herirte.

- Tyrion Lannister

A mi esposa y mi hijo.

A mi familia.

Y a esa energía inexplicable que muchos llaman Dios.

Agradecimientos

Quiero agradecer a mi familia, quienes me apoyaron en los momentos más difíciles de esta empresa. A mi madre, que siempre estuvo conmigo. A mi padre, quien me apoyó, pero a su particular manera. Al profesor Carlos Edmundo Murillo-Sánchez, quien es de las personas más brillantes que he conocido a lo largo de mi vida. A la profesora Belizza Janet Ruiz Mendoza, la persona que siempre me apoyo para continuar, a pesar de todas las situaciones que sucedieron. Al grupo de investigación GIPEM, por su apoyo. Y finalmente a la Unidad de Planeación Minero-Energética UPME y Colciencias, por su contribución para el desarrollo de la tesis.

Resumen

Esta tesis se presenta la implementación de un modelo de coordinación hidrotérmica incorporando plantas de energía hidráulica, cadenas hidráulicas, generadores térmicos convencionales, al igual que generadores a partir de fuentes de energía renovable en un sistema reducido equivalente del sistema interconectado colombiano. Este modelo se solucionó usando los métodos de programación lineal entera mixta y *progressive hedging* en el marco de programación estocástica de dos etapas, implementando un entorno de paralelización. Los resultados muestran las bondades del algoritmo de descomposición *progressive hedging* frente a problemas de naturaleza estocástica construidos a partir de escenarios, reduciendo los tiempo de computo significativamente (reducciones de hasta 100 veces). Adicionalmente se realizaron simulaciones considerando un número elevado de escenarios de viento, obteniendo buenos resultados para la aplicación en programación de generación a corto plazo.

Palabras clave: Coordinación hidrotérmica, comisión de unidades, programación lineal entera mixta, *progressive hedging*, descomposición, paralelización.

Abstract

In this thesis is presented the implementation of a hydrothermal coordination model incorporating hydraulic plants, hydraulic chains, conventional thermal generators, as well as renewable energy generators, in a reduced equivalent system of Colombian national grid. This model was solved using the mixed integer linear programming and progressive hedging technique in a two step stochastic programming field, implementing a parallel schedule. The results show the advantages of progressive hedging algorithm in problems with stochastic nature, constructed from scenarios, reducing the computation time significantly (around 100 times reductions). Additionally, simulations considering a large number of wind scenarios were conducted, obtaining good results for the application in short term generation scheduling.

Keywords: Hydrothermal coordination, unit commitment, mixed integer linear programming, *progressive hedging*, decomposition, parallelization.

Contenido

Agradecimientos ix

Resumen xi

Lista de Figuras xv

Lista de Tablas xvii

Nomenclatura xix

1. Introducción 1

2. Formulación del modelo de coordinación hidrotérmica 5
2.1. Escenarios de demanda . . . 6
2.2. Escenarios de generación renovable . . . 7
2.3. Representación temporal y transición entre estados . . . 8
2.4. Formulación matemática [1] . . . 10
2.4.1. Función objetivo . . . 10
2.4.2. Restricciones de flujo de carga . . . 11
2.4.3. Restricciones de contingencias . . . 12
2.4.4. Restricciones intertemporales . . . 12
2.4.5. Comisión de unidades . . . 14
2.4.6. Plantas hidráulicas . . . 14
2.5. Propuesta para la solución del modelo planteado en [1] . . . 15
2.6. Simplificaciones del modelo . . . 15

3. Métodos de optimización implementados en la solución del modelo 17
3.1. Programación lineal entera mixta . . . 17
3.2. *Progressive hedging* . . . 18
3.2.1. Mejoras de *progressive hedging* . . . 20

4. Consideraciones para la implementación del modelo 23
4.1. Sistema inicial de prueba . . . 23
4.2. Selección de las variables representativas para el algoritmo *progressive hedging* 23
4.3. Datos de viento usados . . . 25

4.4. *Progressive hedging* aplicado a coordinación hidrotérmica 26
4.5. Especificaciones de hardware y software 28
4.6. Validación de los resultados 29

5. Resultados **31**
5.1. Resultados para 15 escenarios de viento 31
5.1.1. Programación lineal entera mixta 31
5.1.2. *Progressive hedging* 35
5.2. Resultados para 50 escenarios de viento 47
5.3. Resultados para 100 escenarios de viento 51
5.4. Comentarios 55

6. Conclusiones y trabajo futuro **57**
6.1. Conclusiones 57
6.2. Trabajo futuro 59

A. Anexo: Flujo de potencia DC **60**

B. Glosario **62**

Bibliografía **63**

Lista de Figuras

2-1. Escenario base o estado operativo instantáneo de un sistema de potencia. . . 6
2-2. Ejemplo de trayectoria temporal. 6
2-3. Demanda horaria para la construcción de un sistema de escenarios de demanda. 7
2-4. Escenario de generación eólica. 8
2-5. Modelo completo considerando escenarios de generación de energía renovable. 9
2-6. Transiciones temporales en el modelo original. 9
2-7. Escenarios independientes, simplificado respecto a la figura **2-6**. 15

3-1. Espacio solución del ejemplo. Fuente: [2] 18
3-2. Descomposición horizontal de *progressive hedging*. 21

4-1. Generación eólica esperada tendiente al peor caso 25

5-1. Generación esperada por combustible para 15 escenarios de generación eólica usando programación lineal entera mixta. 32
5-2. Generación eólica aceptada y rechazada para 15 escenarios de generación eólica usando programación lineal entera mixta. 32
5-3. Generación eólica esperada para 15 escenarios de generación eólica usando programación lineal entera mixta. 33
5-4. Comisión de unidades para 15 escenarios de generación eólica usando programación lineal entera mixta. 34
5-5. Generación esperada por combustible para 15 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u. 35
5-6. Generación eólica aceptada y rechazada para 15 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u. 36
5-7. Generación eólica esperada para 15 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u. 37
5-8. Error de convergencia para 15 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u. 37
5-9. Comisión de unidades para 15 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u. 38
5-10. Generación esperada por combustible para 15 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u y v. 39

5-11.Generación eólica aceptada y rechazada para 15 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u y v. 40
5-12.Generación eólica esperada para 15 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u y v. 40
5-13.Error de convergencia para 15 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u y v. 41
5-14.Comisión de unidades para 15 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u y v. 42
5-15.Generación esperada por combustible para 15 escenarios de generación eólica usando programación lineal entera mixta y fijando el comisionamiento de unidades. 43
5-16.Generación eólica aceptada y rechazada para 15 escenarios de generación eólica usando programación lineal entera mixta y fijando el comisionamiento de unidades. 44
5-17.Generación eólica esperada para 15 escenarios de generación eólica usando programación lineal entera mixta y fijando el comisionamiento de unidades. . 45
5-18.Comisión de unidades para 15 escenarios de generación eólica usando programación lineal entera mixta y fijando el comisionamiento de unidades. 46
5-19.Generación esperada por combustible para 50 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u. 47
5-20.Generación eólica aceptada y rechazada para 50 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u. 48
5-21.Generación eólica esperada para 50 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u. 48
5-22.Error de convergencia para 50 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u. 49
5-23.Comisión de unidades para 50 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u. 50
5-24.Generación esperada por combustible para 100 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u. 51
5-25.Generación eólica aceptada y rechazada para 100 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u. 52
5-26.Generación eólica esperada para 100 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u. 52
5-27.Error de convergencia para 100 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u. 53
5-28.Comisión de unidades para 100 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u. 54

A-1. Sistema de ejemplo de 3 barras. 60

Lista de Tablas

4-1. Resumen del sistema utilizado 24

5-1. Resultados obtenidos para programación lineal entera mixta considerando 15 escenarios de viento 31
5-2. Resultados obtenidos para *progressive hedging* considerando 15 escenarios de viento usando las variables u 35
5-3. Resultados obtenidos para *Progressive hedging* considerando 15 escenarios de viento usando las variables v 39
5-4. Resultados obtenidos para programación lineal entera mixta fijando la comisión de unidades 43
5-5. Resultados obtenidos para *Progressive hedging* considerando 50 escenarios de viento 47
5-6. Resultados obtenidos para *Progressive hedging* considerando 100 escenarios de viento 51

Nomenclatura

Símbolo	Definición
Δ	Tamaño de la unidad temporal utilizada en el horizonte de planeación.
t	Índice sobre los periodos de tiempo.
T	Conjunto de indices de periodos de tiempo en el horizonte de planeación.
j	Índice sobre escenarios.
J^t	Conjunto de índices sobre todos los escenarios considerados en el tiempo t.
k	Índice sobre casos post-contingentes. $k = 0$ indica un caso base.
K^{tj}	Conjunto de índices sobre todas las contingencias consideradas en el escenario j en el tiempo t.
i	Índice sobre inyecciones (generadores, unidades de almacenamiento o demandas flexibles).
i_L	Índice de plantas hidráulicas aguas abajo en una cadena hidráulica
i_U	Índice de plantas hidráulicas aguas arriba en una cadena hidráulica
I^t	Índices de todas las unidades despachables en cualquier contingencia en el tiempo t.
I^{tjk}	Índices de todas las unidades despachables en el estado post-contingente k del escenario j en el tiempo t.
p^{tijk}, q^{tijk}	Inyección activa/reactiva para la unidad i en el estado post-contigente k del escenario j en el tiempo t.
C_P^{ti}	Función de costo para la inyección activa i en el tiempo t
p_c^{ti}	Cantidad de potencia activa contratada en un mercado de día previo para la unidad i en el tiempo t.
p_+^{tijk}, p_-^{tijk}	Desviación hacia arriba/abajo respecto a la potencia activa contratada para la unidad i en el estado post-contigente k del escenario j en el tiempo t.

Símbolo	Definición
C^{ti}_{P+}, C^{ti}_{P-}	Costo de la desviación hacia arriba/abajo respecto a la potencia contratada para la unidad i en el tiempo t.
r^{ti}_{+}, r^{ti}_{-}	Cantidad de reserva activa de contingencia hacia arriba/abajo provista por la unidad i en el tiempo t.
$R^{ti}_{\text{máx}+}, R^{ti}_{\text{máx}-}$	Cantidad máxima de reserva activa de contingencia hacia arriba/abajo proveída por la unidad i en el tiempo t.
C^{ti}_{R+}, C^{ti}_{R-}	Función de costo para la reserva de contingencia comprada a la unidad i en el tiempo t.
$\delta^{ti}_{+}, \delta^{ti}_{-}$	Reserva de rampa hacia arriba/abajo necesaria para la unidad i en el tiempo t para la transición hacia el intervalo de tiempo $t+1$.
$C^{ti}_{\delta+}, C^{ti}_{\delta-}$	Costo de la reserva de rampa de rampa para la unidad i en el tiempo t.
C^{i}_{δ}	Costo cuadrático simétrico de rampa sobre la diferencia entre los despachos para la unidad i en periodos adyacentes.
$\theta^{tjk}, V^{tjk}, p^{tjk}, q^{tjk}$	Vectores de ángulos y magnitudes de tensión, inyecciones activas y reactivas para el flujo de potencia en el estado post-contigente k del escenario j en el tiempo t.
g^{tjk}	Ecuaciones AC no lineales de flujo de potencia en el estado post-contigente k del escenario j en el tiempo t.
h^{tjk}	Límites de transmisión, tensión y otros para el estado post-contigente k del escenario j en el tiempo t.
$P^{tijk}_{\text{mín}}, P^{tijk}_{\text{máx}}$	Límites de inyecciones activas para la unidad i en el estado post-contigente k del escenario j en el tiempo t.
$Q^{tijk}_{\text{mín}}, Q^{tijk}_{\text{máx}}$	Límites de inyecciones reactivas para la unidad i en el estado post-contigente k del escenario j en el tiempo t.
$\delta^{i}_{\text{máx}+}, \delta^{i}_{\text{máx}-}$	Límites de reserva de rampa hacia arriba/abajo para la unidad i.
$\Delta^{i}_{+}, \Delta^{i}_{-}$	Límites físicos de rampa hacia arriba/abajo para la unidad i para transiciones desde el caso base ($k=0$) hacia contingencias.
s^{ti}_{+}, s^{ti}_{-}	Límite superior/ inferior en la energía almacenada en la unidad de almacenamiento i al final del periodo t.
$S^{ti}_{\text{máx}}, S^{ti}_{\text{mín}}$	Límites máximos/mínimos de almacenamiento de energía para la unidad de

Símbolo	Definición
	almacenamiento i en el tiempo t.
S_0^i	Energía almacenada inicialmente en la unidad de almacenamiento i.
$p_{sc}^{tijk}, p_{sd}^{tijk}$	Inyecciones de carga/descarga de la unidad de almacenamiento i en el estado post-contigente k del escenario j en el tiempo t.
C_{sc}, C_{sd}	Vectores representando contribuciones de la carga/descarga al valor esperado de energía almacenada restante en estados terminales.
$\eta_{in}^i, \eta_{out}^i$	Eficiencias de la carga/descarga para la unidad de almacenamiento i.
η_{loss}^i	Fracción de la energía almacenada perdida por hora para la unidad de almacenamiento i.
ψ^{tjk}	Probabilidad de la contingencia k en el escenario j en el tiempo t.
α	Para casos de contingencias, representa la fracción de tiempo que transcurre en el caso base antes de que ocurra la contingencia.
ψ_α^{tjk}	Probabilidad ψ^{tjk} de la contingencia k en el escenario j en el tiempo t ajustada por α.
γ^t	Probabilidad de llegar al periodo t sin desviarse del camino central hacia una contingencia en periodos $1...t-1$.
$\phi^{tj_2j_1}$	Probabilidad de moverse hacia el escenario j_2 en el periodo t dado que se estaba en el escenario j_1 en el periodo $t-1$.
u^{ti}	Estado binario de comisionamiento para la unidad i en el periodo t.
v^{ti}, w^{ti}	Decisiones binarias de arranque y parada para la unidad i en el periodo t.
τ_i^+, τ_i^-	Tiempo mínimo de encendido y apagado para la unidad i en número de periodos de planeación.
C_v^{ti}, C_w^{ti}	Costo de encendido y apagado para la unidad i en el tiempo t.
ρ	Parámetro de penalización en el algoritmo *progressive hedging*
ω	Parámetro de penalización para forzar la no anticipatividad en el algoritmo *progressive hedging*
Pr	Probabilidad de ocurrencia del escenario s en el algoritmo *progressive hedging*
ν	Contador de iteraciones

1. Introducción

La planeación de la operación de los sistemas eléctricos de potencia, debe considerar aspectos técnicos y económicos, donde las unidades de generación deben suplir la demanda al menor costo posible. La operación de dichas unidades debe coordinarse, en el sentido de establecer qué unidades se van a comisionar en un horizonte temporal, en virtud de sus costos asociados (combustible, arranque y parada, entre otros) que a su vez dependen de la tecnología, y de sus restricciones operativas (límites de generación, tiempos mínimos de arranque y parada, entre otros). Por ejemplo, el costo de generación de una unidad térmica es más elevado en comparación con una unidad eólica. Así mismo, las restricciones de rampa horaria de los generadores térmicos tienden a ser más rígidas comparadas con las restricciones de los generadores hidráulicos. Este procedimiento de coordinación es llevado a cabo mediante un estudio conocido en la literatura como comisión de unidades [3].

Este tipo de problemas tiene en cuenta variables continuas (potencia generada para cada generador, demanda, entre otras) y variables discretas (estado operativo y arranques y paradas de cada generador), por lo cual son conocidos como problemas de programación de tipo entero mixto, representando un desafío a la hora de resolverse debido a su alto nivel de complejidad, además de su elevada dimensionalidad (número de variables) [3].

El problema de comisión de unidades ha sido un tema ampliamente estudiado [4, 5, 6, 7], y el paradigma que inicialmente buscaba mantener el balance entre la generación y la demanda, donde la demanda se conocía con exactitud, ha cambiado con el paso del tiempo y el incremento en la penetración de las fuentes de energía renovable a las matrices de generación. Actualmente, el objetivo de los diferentes modelos propuestos es mantener el balance entre generación y demanda teniendo en cuenta que una porción de la generación tiene un alto grado de variabilidad. Además, como el problema de comisionamiento de unidades es un problema de optimización, su solución se ha orientado hacia objetivos particulares adicionales a la minimización de costos, tales como: encontrar un esquema operativo sujeto a restricciones de seguridad [8, 9, 10], incorporar restricciones de riesgo [11], encontrar esquemas eficientes de reserva [12, 13, 14, 15], esquemas de mercado [16, 17, 18], respuesta de la demanda [19] y reducción de emisiones [20].

Otro aspecto que se debe tener en cuenta, esta relacionado con la incertidumbre que se puede presentar en la formulación del problema. El primer tipo de incertidumbre se refiere a

la probabilidad de que ocurra una contingencia en el sistema, ésta se categoriza como una estocasticidad discreta, ya que su probabilidad de ocurrencia es muy baja, pero implican la necesidad de restricciones que aseguren la supervivencia del sistema frente a la falla de al menos uno de sus elementos. El segundo tipo de incertidumbre se refiere a la alta variablidad de las fuentes de energía renovable, representada por algún tipo de distribución de probabilidad, por lo cual se categoriza como estocasticidad continua, y afecta de manera directa la operación del sistema [1].

En la literatura se ha evidenciado que la participación de las fuentes de energía renovable en las matrices de generación, conduce la formulación de comisión de unidades hacia modelos que faciliten la inclusión de la aleatoriedad propia de este tipo de energías [21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33].

Dada la necesidad de considerar la incertidumbre, los modelos de optimización empleados deben ser estocásticos y capaces de definir una operación óptima teniendo en cuenta diferentes estados de operación, modelados mediante escenarios, de tal manera que se pueda vislumbrar la respuesta del sistema frente a diferentes condiciones (demanda cambiante, generación renovable, falla de generadores) [1, 34, 35, 36, 37, 38]. Los primeros modelos estocásticos de comisión de unidades fueron propuestos por Takriti [39] y Carpentier [40] en la década de los 90's.

Por otra parte, diferentes métodos de solución se han aplicado para tratar de resolver el problema de comisión de unidades de manera eficiente, y con tiempos de solución competitivos para una herramienta computacional que pueda ser usada por los operadores de red. Los métodos de solución han cambiado con el paso de los años, ya que inicialmente estos intentaban solucionar el problema con técnicas como programación dinámica [41], técnicas primales y duales [42], y relajación lagrangiana [43, 44]. Pero gracias a la inclusión de aspectos como la incertidumbre, los problemas empezaron a ser tan grandes que se necesitaron técnicas de descomposición para atacarlos, de tal manera que sea posible obtener una solución general resolviendo rápidamente pequeños subproblemas [45]. Entre las técnicas de descomposición más conocidas se encuentran la descomposición de Benders [46, 47], la descomposición dual [12, 48] y *progressive hedging* [39, 49].

Uno de los métodos de descomposición para resolver problemas estocásticos de grandes dimensiones que más suscita interés [49], es el método de *progressive hedging* propuesto originalmente por Rockafellar y Wets en 1991 [50]. Este método de descomposición resulta atractivo debido a la trivialidad al momento de realizar una paralelización [51]. *Progressive hedging* ha sido aplicado a problemas como planeación de corto plazo [52, 53], mediano plazo [54, 55, 56, 57], y largo plazo [58, 59, 60], así como soluciones en tiempo real de despacho económico [61] y comisión de unidades [49, 62].

Una particularidad del algoritmo *progressive hedging* es su convergencia asegurada al solucionar problemas convexos[1] [64], pero ante problemas de tipo entero mixto, como en el caso del comisionamiento de unidades, no se asegura la convergencia, por lo que algunos autores lo consideran como un método de optimización heurístico [65, 66, 49]. Un parámetro que incide directamente en la convergencia del algoritmo es el parámetro de penalización ρ, siendo su afinación de gran importancia como lo mencionan Mulvey y Vladimirou en [67]. En [64] Watson et al. proponen calcular el parámetro de penalización ρ, de manera proporcional al costo marginal de las variables de decisión. Adicionalmente Zehtabian y Bastin en [68] proponen otras formas de calcularlo, tales como sistemas que modelan una dinámica del parámetro de acuerdo al problema que se desea solucionar.

Por otra parte, el modelo propuesto por Murillo-Sánchez et al. en [1], aclamado en la literatura como uno de los modelos más completos para la planeación de sistemas de potencia [69], presenta una formulación de comisión de unidades que incluye los dos tipos de incertidumbre mencionados, es decir, la inclusión de escenarios de generación a partir de fuentes de energía renovable, así como consideraciones de seguridad frente a contingencias. Además incluye modelos para demanda flexible y tecnologías de *smart grid*. Así mismo, este modelo permite la inclusión de generadores térmicos, generadores hidráulicos, así como generadores a partir de fuentes de energía renovable. La solución propuesta en [1] para este modelo es mediante la técnica de programación lineal entera mixta.

Por lo tanto, el modelo propuesto por Murillo-Sánchez et al. en [1] se utilizó en el desarrollo de esta tesis, con el fin de mostrar y comparar los resultados obtenidos al implementar los métodos de programación lineal entera mixta y *progressive hedging*, utilizando técnicas para mejorar la convergencia de *progressive hedging* como entornos de paralelización y cálculo apropiado del parámetro de penalización ρ de acuerdo a los valores de costo marginal obtenidos en el problema. Ambas técnicas fueron aplicadas al caso reducido del sistema interconectado nacional donde se compararon los resultados demostrando las ventajas del método *progressive hedging* sobre la programación lineal entera mixta, en cuanto a tiempos de solución.

La tesis está estructurada de la siguiente manera: en el capítulo 2 se presenta la formulación del problema considerando fuentes de energía renovable. En el capítulo 3 se exponen algunos conceptos y particularidades de los métodos de programación lineal entera mixta y *progressive hedging*. El capítulo 4 se dedica a las consideraciones necesarias para la implementación del modelo estudiado. Los resultados obtenidos al solucionar el modelo mediante ambos métodos son presentados en el capítulo 5. Finalmente, el capítulo 6 expone las conclusiones obtenidas y se esboza el trabajo futuro.

[1] Para una demostración de la convergencia, ver [63]

2. Formulación del modelo de coordinación hidrotérmica

La formulación matemática utilizada en el desarrollo de esta tesis se basa directamente en la propuesta de Murillo-Sánchez et al. en "*Secure planning and operations of systems with stochastic sources. energy storage, and active demand*"[1], consistente en un modelo estocástico multiperiodo basado en escenarios, que implementa comisión de unidades en conjunto con flujos óptimos de potencia AC. Además permite la inclusión de almacenamiento y demanda flexible, así como reservas de contingencia y de seguimiento de rampa. El objetivo de la formulación presentada en [1] es maximizar los beneficios esperados en un horizonte de planeación, es decir, los beneficios esperados del consumo de energía menos los costos esperados por satisfacer esa demanda de energía, teniendo en cuenta los servicios auxiliares.

El modelo propuesto parte de un sistema inicial que corresponde a un conjunto de generadores, barras y líneas de transmisión, sobre el cual se hará el estudio de coordinación hidrotérmica. Debido a los dos tipos de incertidumbre que se pueden afrontar a la hora de operar el sistema de potencia (incertidumbre de tipo continuo e incertidumbre de tipo discreto), es necesario incluir múltiples escenarios que modelen el tipo de incertidumbre continua relacionado con la generación a partir de fuentes de energía renovable, y las contingencias como sucesos con baja probabilidad de ocurrencia representando el tipo de incertidumbre discreta. En cuanto al manejo de la incertidumbre del tipo continuo, el modelo propone escenarios base como copias del sistema inicial, con ligeras modificaciones, de tal forma que permitan representar cambios en el sistema relacionados con:

- Cambios en la demanda (escenarios de demanda).
- Variaciones en la generación a partir fuentes de energía renovable (escenarios de generación renovable).

En cuanto a la incertidumbre del tipo discreto, las contingencias se modelan como escenarios terminales del sistema. Es decir, se garantiza la supervivencia del sistema frente a la pérdida de un elemento del mismo (desconexión de una línea o salida de operación de un generador). El criterio de seguridad empleado corresponde al tipo $N-1$, por lo que contingencias sucesivas no son consideradas.

Un escenario base puede interpretarse como un estado operativo instantáneo del sistema, permitiendo correr un flujo óptimo de potencia sobre cada escenario, implicando que todas las variables deben estar de manera explicita, al igual que todas las restricciones de transmisión, límites de potencias generadas y balances de potencia (figura 2-1).

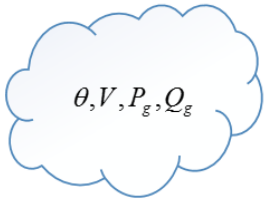

Figura 2-1.: Escenario base o estado operativo instantáneo de un sistema de potencia.

2.1. Escenarios de demanda

Los escenarios de demanda corresponden a trayectorias temporales, conformadas por una concatenación de escenarios base, donde cada cada uno de ellos corresponde al cambio de la demanda en una transición en el tiempo (figura 2-2), de tal forma que se represente el comportamiento de variaciones en una curva de demanda a lo largo de un horizonte temporal (figura 2-3). La construcción del sistema de escenarios de demanda debe partir de una curva de demanda para una trayectoria temporal definida, tal como la que se muestra en la figura 2-3, de tal manera que se pueda obtener la demanda en cada intervalo de planeación. Para el caso de la figura 2-3 se tienen 24 intervalos de planeación, correspondientes a 1 día.

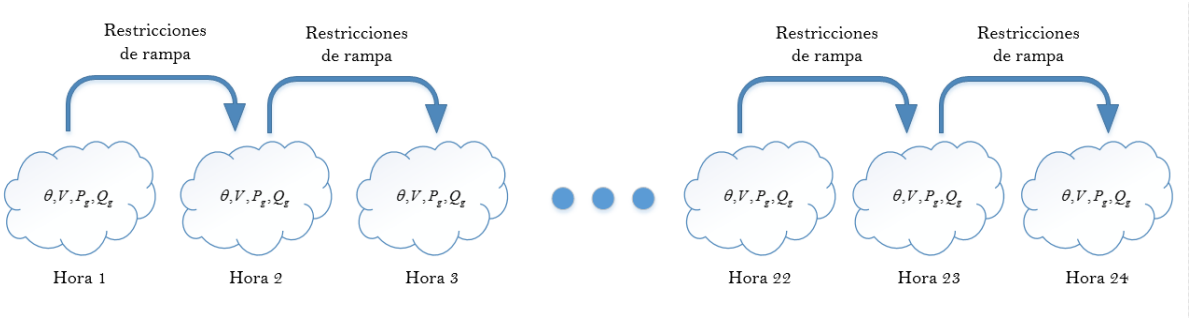

Figura 2-2.: Ejemplo de trayectoria temporal.

La demanda hora a hora es modificada en cada uno de los escenarios base, tal como se muestra en la figura 2-2. Así, si se resuelve el sistema de 24 horas, se puede obtener la respuesta del sistema inicial, ante una variación típica de una curva de demanda correspondiente a un día.

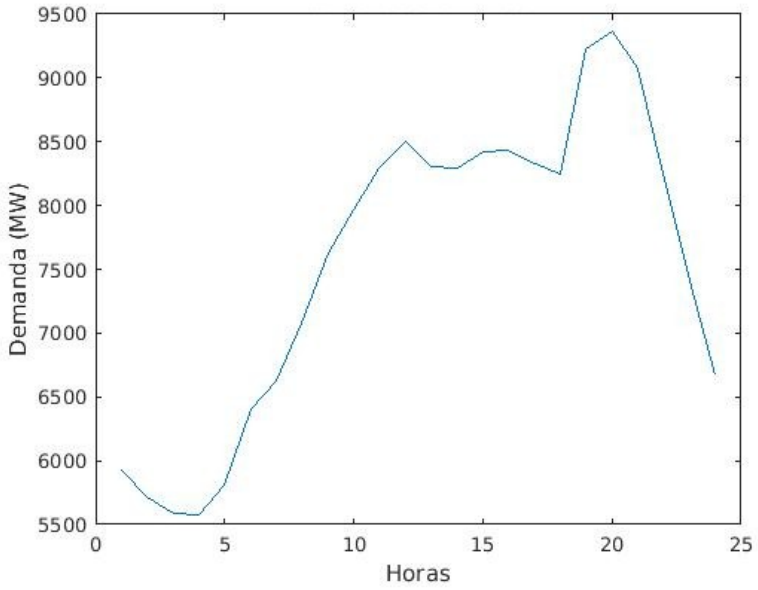

Figura 2-3.: Demanda horaria para la construcción de un sistema de escenarios de demanda.

Debido a que los generadores no pueden cambiar la potencia que entregan al sistema abruptamente, en particular los generadores térmicos, es necesario implementar un tipo de restricciones conocidas como restricciones de rampa de los generadores. Estas restricciones dicen cuál es el cambio máximo que puede tener un generador en su potencia de salida para una transición en el tiempo. Las restricciones de rampa se consideran como restricciones acopladoras, ya que involucran variables de generación de escenarios base consecutivos (figura **2-2**). Por lo tanto, las restricciones de rampa garantizan la factibilidad frente a las transiciones de un intervalo de tiempo al siguiente.

2.2. Escenarios de generación renovable

La inclusión de la generación de energías renovables se realiza a través del modelamiento de múltiples trayectorias temporales (figura **2-2**), donde cada una de ellas representará una realización de la energía renovable. Es decir, tienen el mismo comportamiento que los escenarios de demanda, pero en este caso representan cambios en la generación a partir de fuentes de energía renovable en un horizonte temporal. En la figura **2-4** se muestra un ejemplo de realización de energía eólica para un día; a partir de éstas mediciones se puede cambiar hora a hora la potencia máxima disponible para una granja eólica.

Para la conformación del modelo completo a resolver, es necesario establecer diferentes esce-

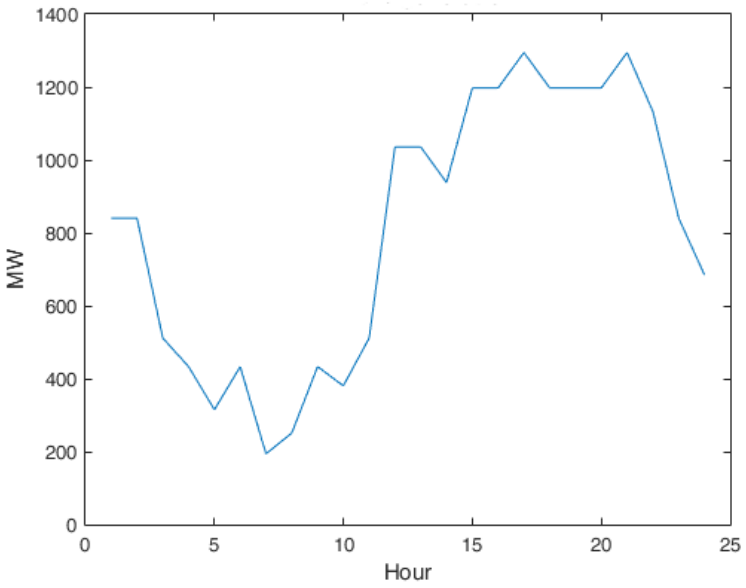

Figura 2-4.: Escenario de generación eólica.

narios de generación a partir de fuentes de energía renovable, resaltando que cada escenario de generación de fuentes de energía renovable corresponde a una misma curva de demanda, tal como se muestra en la figura **2-5**. El tamaño del modelo depende directamente del número de escenarios de generación de fuentes de energía renovable considerados.

2.3. Representación temporal y transición entre estados

La representación temporal del problema se puede interpretar como se muestra en la figura **2-6**, que resulta ser un equivalente del modelo completo de la figura **2-5**, donde los círculos blancos representan escenarios base, y cada trayectoria horizontal representa un escenario de generación a partir de fuentes de energía renovable.

La construcción del árbol de transiciones en el modelo propuesto en [1] se hace a través de recombinaciones de los estados operativos anteriores (figura **2-6**), de tal manera que la transición entre cada uno de los estados $t-1$ y t se hace a través de una matriz de transiciones de Markov. Una desventaja del uso de transiciones mediante una matriz de Markov es que éste método no posee memoria, mientras que la velocidad del viento es una variable ambiental que si la posee. Por lo tanto, resulta en una simplificación, que aunque introduce un error en los resultados, tiene ventajas significativas, ya que evita el crecimiento exponencial de las variables cuando se tiene en cuenta un número elevado de escenarios de viento [1].

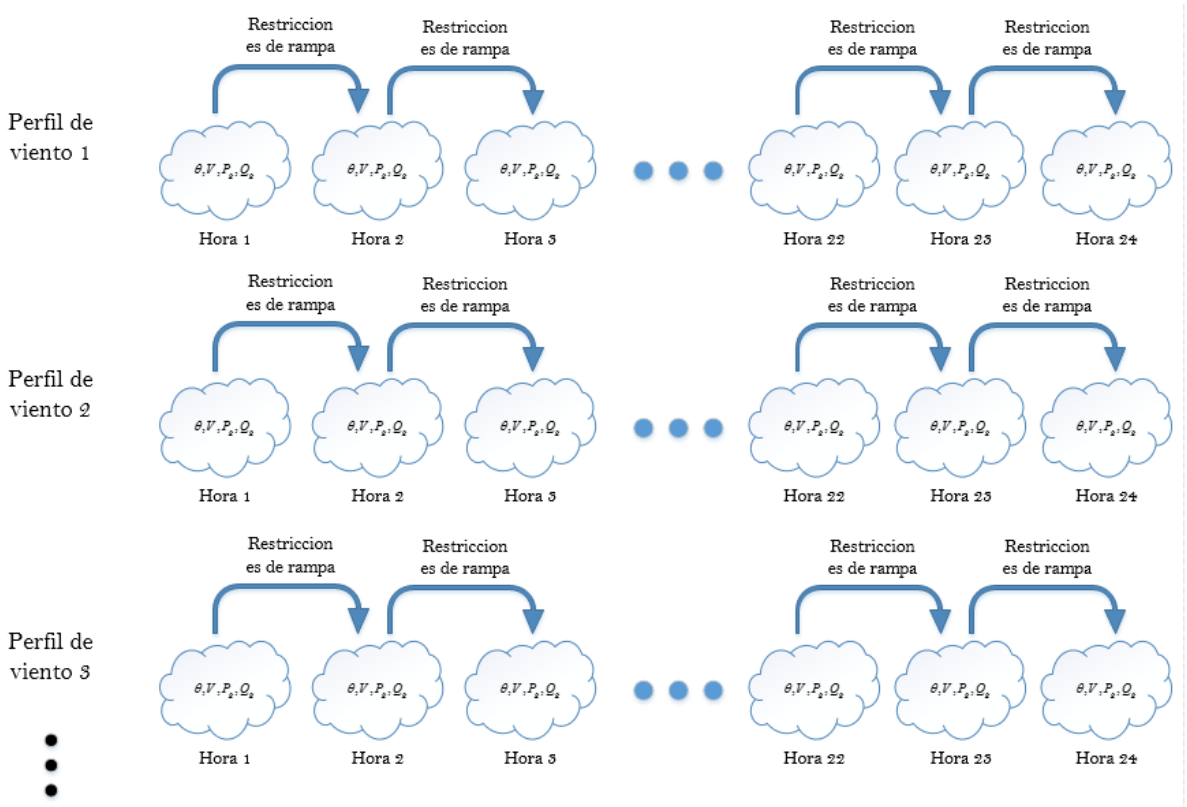

Figura 2-5.: Modelo completo considerando escenarios de generación de energía renovable.

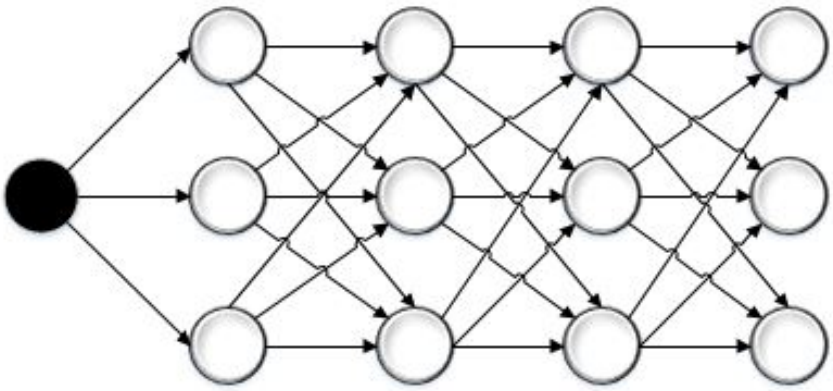

Figura 2-6.: Transiciones temporales en el modelo original.

2.4. Formulación matemática [1]

Las variables de decisión x del modelo corresponden a las variables θ, V, p, q, p_c, p_+, p_-, r_+, r_-, δ_+, δ_-, p_{sc}, p_{sd}, s_+, s_-, u, v, w, donde las últimas tres son variables binarias, y el resto son continuas. Además, por simplicidad, la formulación presentada considera solo la potencia activa. La inclusión de la potencia reactiva es directa teniendo en cuenta las ecuaciones planteadas.

2.4.1. Función objetivo

La función objetivo se compone de seis términos, así:

$$f(x) = f_p(p, p_+, p_-) + f_r(r_+, r_-) + f_\delta(p) + f_{lf}(\delta_+, \delta_-) + f_s(p_{sc}, p_{sd}) + f_{uc}(v, w) \tag{2-1}$$

A continuación se presenta cada uno de los términos de forma independiente.

Costo del despacho y redespacho

La función de costos (2-2) representa el costo de la potencia activa de cada unidad de generación, más los posibles costos por hacer ligeras modificaciones a la potencia despachada para cada uno de los estados operativos del modelo.

$$f_p(p, p_+, p_-) = \sum_{t\in T}\sum_{j\in J^t}\sum_{k\in K^{tj}} \psi_\alpha^{tjk} \sum_{i\in I^{tjk}} [C_P^{ti}(p^{tijk}) + C_{P+}^{ti}(p_+^{tijk}) + C_{P-}^{ti}(p_-^{tijk})] \tag{2-2}$$

Costo de reservas de contingencia

La función de costos (2-3) representa el costo ponderado de las reservas de contingencia contratadas para cada unidad de generación.

$$f_r(r_+, r_-) = \sum_{t\in T} \gamma^t \sum_{i\in I^t} [C_{R+}^{ti}(r_+^{ti}) + C_{R-}^{ti}(r_-^{ti})] \tag{2-3}$$

Costo de reserva de seguimiento de rampa entre escenarios

La función de costos (2-4) representa el costo ponderado de seguimiento de la cantidad de rampa contratada para las transiciones temporales entre estados operativos para cada unidad de generación.

$$f_\delta(p) = \sum_{t\in T} \gamma^t \sum_{\substack{j1\in J^{t-1}\\ j2\in J^t}} \phi^{tj_2j_1} \sum_{i\in I^{tj20}} C_\delta^i(p^{tij_20} - p^{(t-1)ij_10}) \tag{2-4}$$

Costo de reserva de rampa de seguimiento de carga

La función de costos (2-5) representa el costo ponderado de la cantidad de rampa de seguimiento de carga contratada para cada unidad de generación.

$$f_{lf}(\delta_+, \delta_-) = \sum_{t \in T} \gamma^t \sum_{i \in I^t} [C^{ti}_{\delta+}(\delta^{ti}_+) + C^{ti}_{\delta-}(\delta^{ti}_-)] \tag{2-5}$$

Costo de la energía almacenada en las unidades de almacenamiento en los estados terminales

La función de costos (2-6) representa el costo de la energía que queda almacenada en las unidades de almacenamiento al final de las trayectorias temporales.

$$f_s(p_{sc}, p_{sd}) = -(C_{sc}p_{sc} + C_{sd}p_{sd}) \tag{2-6}$$

Costo de arranque y parada

La función de costos (2-7) representa el costo ponderado de arranque y parada para cada unidad de generación.

$$f_{uc}(v, w) = \sum_{t \in T} \gamma^t \sum_{i \in I^t} (C^{ti}_v v^{ti} + C^{ti}_w w^{ti}) \tag{2-7}$$

2.4.2. Restricciones de flujo de carga

Ecuaciones de balance de potencia

La ecuación (2-8) condensa todas las ecuaciones de balance de carga para el modelo AC de la red en cada estado operativo.

$$g^{tjk}(\theta^{tjk}, V^{tjk}, p^{tjk}, q^{tjk}) = 0 \tag{2-8}$$

Restricciones de desigualdad

La ecuación (2-9) reúne los límites de flujo en líneas, límites de tensión en la barras, así como otros tipos de restricciones de desigualdad.

$$h^{tjk}(\theta^{tjk}, V^{tjk}, p^{tjk}, q^{tjk}) \leq 0 \tag{2-9}$$

2.4.3. Restricciones de contingencias

Reserva, redespacho y potencia contratada

Las ecuaciones (2-10) y (2-11) representan la positividad de las variables de redespacho y reserva de contingencia, así mismo dice que el redespacho en ambos sentidos (hacia arriba/abajo) debe ser menor que la cantidad de reserva de contingencia, y a su vez debe ser menor que la cantidad máxima de reserva de contingencia para todas las unidades de generación.

$$0 \leq p_{+}^{tijk} \leq r_{+}^{ti} \leq R_{\text{máx}+}^{ti} \tag{2-10}$$

$$0 \leq p_{-}^{tijk} \leq r_{-}^{ti} \leq R_{\text{máx}-}^{ti} \tag{2-11}$$

La ecuación (2-12) relaciona la potencia contratada con el despacho y los posibles redespachos para cada unidad de generación.

$$p^{tijk} - p_{c}^{ti} = p_{+}^{tijk} - p_{-}^{tijk} \tag{2-12}$$

Límites de rampa en las transiciones desde el caso base a casos de contingencias

La ecuación (2-13) limita los cambios en la potencia entregada al sistema cuando se realiza la transición de un caso base hacia una contingencia. Este cambio debe ser menor a los límites físicos de rampa de cada unidad de generación.

$$-\Delta_{-}^{i} \leq p^{tijk} - p^{tij0} \leq \Delta_{+}^{i}, k \neq 0 \tag{2-13}$$

2.4.4. Restricciones intertemporales

Límites y reservas de rampa de seguimiento de carga

Las ecuaciones (2-14) y (2-15) limitan la cantidad de rampa contratada por cada unidad de generación, ya que no debe ser mayor a la cantidad máxima de seguimiento de rampa ofertada por cada unidad de generación.

$$0 \leq \delta_{+}^{ti} \leq \delta_{\text{máx}+}^{ti} \tag{2-14}$$

$$0 \leq \delta_{-}^{ti} \leq \delta_{\text{máx}-}^{ti} \tag{2-15}$$

Las ecuaciones (2-16) y (2-17) indican cuál es el cambio (aumento/disminución) de la potencia entregada al sistema de una unidad de generación, cuando se realiza la transición de un escenario base (j_1) hacia el siguiente (j_2). Este cambio debe ser en todas las transiciones menor a δ_+ o δ_- dependiendo de si la potencia aumenta o disminuye.

$$p^{tij_20} - p^{(t-1)ij_10} \leq \delta_+^{(t-1)i}, j_1 \in J^{t-1}, j_2 \in J^t \tag{2-16}$$

$$p^{(t-1)ij_10} - p^{tij_20} \leq \delta_-^{(t-1)i}, j_1 \in J^{t-1}, j_2 \in J^t \tag{2-17}$$

Restricciones de almacenamiento

La ecuación (2-18) expresa que la suma de la potencia de carga más la suma de la potencia de descarga es igual a la potencia entregada al sistema por una unidad de almacenamiento.

$$p^{tijk} = p_{sc}^{tijk} + p_{sd}^{tijk} \tag{2-18}$$

La ecuación (2-19) representa la negatividad de la potencia de carga y la positividad de de la potencia de descarga, mientras que la ecuación (2-20) indica que los límites de carga, tanto positivos como negativos, deben ser menores a los límites máximos y mínimos de almacenamiento para cada unidad de almacenamiento.

$$p_{sc}^{tijk} \leq 0, p_{sd}^{tijk} \geq 0 \tag{2-19}$$

$$s_-^{ti} \geq S_{\text{mín}}^{ti}, s_+^{ti} \leq S_{\text{máx}}^{ti} \tag{2-20}$$

$$s_\Delta^{tijk} \equiv -\Delta(\eta_{in}^i p_{sc}^{tijk} + \frac{1}{\eta_{out}^i} p_{sd}^{tijk}) \tag{2-21}$$

$$s_-^{ti} \leq s_-^{(t-1)i} + s_\Delta^{tij0} - \Delta\frac{\eta_{loss}^i}{2}(s_-^{ti} + s_-^{(t-1)i}) \tag{2-22}$$

$$s_+^{ti} \leq s_+^{(t-1)i} + s_\Delta^{tij0} - \Delta\frac{\eta_{loss}^i}{2}(s_+^{ti} + s_+^{(t-1)i}) \tag{2-23}$$

$$S_{\text{mín}}^{ti} \leq s_-^{(t-1)i} + \alpha s_\Delta^{tij0} + (1-\alpha)s_\Delta^{tijk}, k \neq 0 \tag{2-24}$$

$$S_{\text{máx}}^{ti} \leq s_+^{(t-1)i} + \alpha s_\Delta^{tij0} + (1-\alpha)s_\Delta^{tijk}, k \neq 0 \tag{2-25}$$

2.4.5. Comisión de unidades

Límites de inyecciones y comisionamientos

La ecuación (2-26) representa los límites de generación de cada unidad teniendo en cuenta el estado operativo u, es decir, cuando $u = 0$ la potencia entregada al sistema por dicha unidad se hace necesariamente cero.

$$u^{ti} P_{\text{mín}}^{tijk} \leq p^{tijk} \leq u^{ti} P_{\text{máx}}^{tijk} \tag{2-26}$$

Arranque y parada de unidades

La ecuación (2-27) relaciona el estado operativo con las decisiones binarias de arranque y parada de cada unidad, permitiendo determinar cuando se realiza un encendido o un apagado.

$$u^{ti} - u^{(t-1)i} = v^{ti} - w^{ti} \tag{2-27}$$

Mínimo tiempo de encendido y apagado

La ecuación (2-28) impide el cambio en las decisiones binarias de arranque y parada mientras no se cumplan los tiempos mínimos de encendido y apagado para las unidades de generación.

$$\sum_{y=t-\tau_i^+}^{t} v^{yi} \leq u^{ti}, \quad \sum_{y=t-\tau_i^-}^{t} w^{yi} \leq 1 - u^{ti} \tag{2-28}$$

Restricciones de integralidad

La ecuación (2-29) representa las condiciones de integralidad de las variables u, v y w.

$$u^{ti} \in \{0,1\}, v^{ti} \in \{0,1\}, w^{ti} \in \{0,1\} \tag{2-29}$$

2.4.6. Plantas hidráulicas

Las plantas hidráulicas con embalse son modeladas como sistemas de almacenamiento a partir de las ecuaciones (2-18) a (2-25). Adicionalmente se tienen en cuenta cadenas hidráulicas, pero solo con una planta de control aguas arriba, tal como se muestra en la ecuación (2-30).

$$p^{ti_L jk} \leq k^i p^{ti_U jk} \tag{2-30}$$

2.5. Propuesta para la solución del modelo planteado en [1]

Como método de solución se propone un esquema de programación estocástica de dos etapas. En este tipo de esquemas de solución, las variables del problema se separan en dos conjuntos, de tal manera que las variables de la primera etapa se determinan con anticipación, para considerar que la incertidumbre se ha revelado [63]. Por lo tanto es necesario tomar unas decisiones referentes al conjunto de variables de primera etapa, puesto que la incertidumbre no se ha revelado aún, antes de recurrir a la segunda etapa. En la literatura, usualmente se consideran como variables de primera etapa los estados operativos u, mientras que los despachos de generación se calculan en la segunda etapa [63, 7].

En el capítulo 4 se realiza una descripción de la aplicación de programación estocástica de dos etapas al problema en consideración, específicamente la aplicación de *progressive hedging* como método de solución de dos etapas.

2.6. Simplificaciones del modelo

Adicionalmente se hicieron tres simplificaciones al modelo propuesto originalmente en [1]. La primera y más significativa corresponde a la simplificación de las trayectorias temporales expuesta en la sección 2.3., consistente en construir el modelo de transición temporal mediante escenarios de generación renovable independientes, eliminando la recombinación de estados anteriores (figura **2-7**). Esta simplificación es necesaria para la aplicación de *progressive hedging* al modelo de coordinación hidrotérmica propuesto.

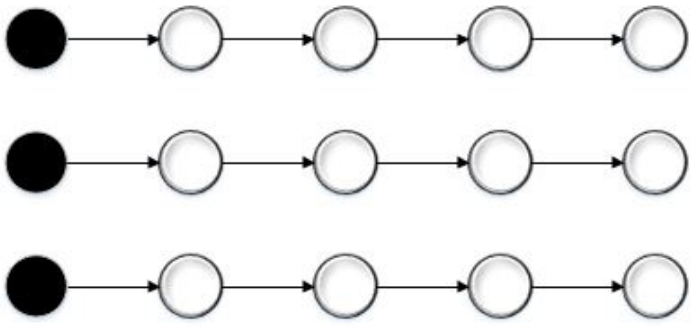

Figura 2-7.: Escenarios independientes, simplificado respecto a la figura **2-6**.

La segunda simplificación consiste en resolver flujos de potencia DC para cada uno de los estados operativos, en sustitución de los flujos de potencia no lineales AC propuestos en [1],

obteniendo de esta manera problemas más sencillos. El anexo A expone la formulación de los flujos de potencia DC.

Para la tercera simplificación no se tiene en cuenta el despacho seguro, es decir, no se considera ningún tipo de contingencias en el modelo.

3. Métodos de optimización implementados en la solución del modelo

Dado que las simplificaciones aplicadas al modelo empleado conllevan a una función objetivo lineal, y un conjunto de restricciones también lineales, se emplean los métodos de programación lineal entera mixta y *progressive hedging* para su solución. Así mismo, se exponen las particularidades de estos dos métodos de solución, incluyendo mejoras para la convergencia del método *progressive hedging*.

3.1. Programación lineal entera mixta

La programación lineal entera mixta se refiere al conjunto de problemas cuya función objetivo y restricciones deben ser de tipo lineal involucrando variables de dos tipos, el primero corresponde a variables de tipo continuo, mientras que el segundo corresponde a variables de tipo discreto, es decir, solo pueden tomar valores enteros. Un caso particular de variables enteras son las variables binarias (1,0) [2].

El siguiente es un ejemplo de programación lineal entera mixta [2]:

$$
\begin{aligned}
&\text{máx } 5{,}5x_1 + 2{,}1x_2 \\
&s.t. \; -x_1 + x_2 \leq 2 \\
&\quad 8x_1 + 2x_2 \leq 17 \\
&\quad x_1, x_2 \geq 0 \\
&\quad x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_+^2
\end{aligned}
\tag{3-1}
$$

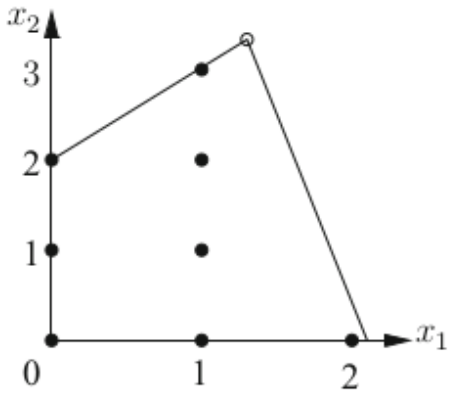

Figura 3-1.: Espacio solución del ejemplo. Fuente: [2]

La figura **3-1** muestra el espacio solución para el ejemplo planteado. La línea solida representa una solución si ambas variables fueran continuas, en otras palabras, x_1 y x_2 puede tomar cualquier valor en la región comprendida entre la intersección de las rectas $-x_1 + x_2 = 2$, $8x_1 + 2x_2 = 17$ y los ejes x y y; mientras que los puntos representan soluciones enteras, es decir, x_1 y x_2 solo pueden asumir valores enteros en esa región. Al observar la figura, es claro que el máximo valor de la función objetivo que se puede obtener a partir de las variables continuas es mayor comparado con el máximo valor obtenido con variables discretas, además son comparables (están en una vecindad cercana).

Por lo tanto, la solución para los problemas de tipo entero mixto se fundamenta en soluciones relajadas del problema entero, convirtiendo las variables enteras en continuas y resolviendo el problema para encontrar soluciones factibles. Partiendo de las soluciones para el problema relajado, se usan métodos capaces de hallar soluciones que cumplen las condiciones de integralidad de las variables enteras. Entre los métodos mas utilizados se encuentran el método de *Branch-and-bound* y el método de los planos cortantes [2]. Para el caso del software GUROBI®, este permite resolver los problemas de tipo entero mixto a través de los métodos *primal simplex*, *dual simplex*, y punto interior[1].

3.2. Progressive hedging

El método de descomposición *progressive hedging* propuesto originalmente por Rockafellar y Wets en 1991 [50], es un algoritmo especialmente diseñado para problemas estocásticos que se componen de escenarios. Cada uno de dichos escenarios se resuelven de manera independiente. Luego, a partir de los resultados iniciales, se obtiene el promedio para un determinado conjunto de variables representativas del problema, que posteriormente es añadido a la fun-

[1]Para mas información consultar [70]

ción de costos como penalización de las variables representativas por desviarse del promedio, y se resuelve nuevamente cada uno de los escenarios de manera independiente. De esta forma, se obliga a las variables seleccionadas a moverse en la dirección del promedio, en cada uno de los escenarios.

Mediante un ejemplo se puede comprender más fácilmente el funcionamiento del algoritmo *progressive hedging*.

Dada la minimización del siguiente problema [64]:

$$\begin{aligned} &\text{mín}\, C \cdot x_s \\ &s.t.\ \ x_s \in Q_s \end{aligned} \tag{3-2}$$

Un algoritmo sencillo de *progressive hedging* podría describirse así:

1) $\nu = 0$
2) Para todo $s \in S$, $x_s^{(\nu)} = \arg\text{mín}_x C \cdot x_s$
3) $\overline{x}^{(\nu)} = \sum_{s \in S} \Pr(s) x_s^{(\nu)}$
4) $\omega_s^{(\nu)} = \rho(x_s^{(\nu)} - \overline{x}^{(\nu)})$
5) $\nu = \nu + 1$
6) Para todo $s \in S$,

   $$x_s^{(\nu)} = \arg\min_x (C \cdot x_s + \omega_s^{(\nu-1)} x + \frac{\rho}{2} \left\| x - \overline{x}^{(\nu-1)} \right\|^2$$

7) $\overline{x}^{(\nu)} = \sum_{s \in S} \Pr(s) x_s^{(\nu)}$
8) Para todo $s \in S$, $\omega_s^{(\nu)} = \omega_s^{(\nu-1)} + \rho(x_s^{(\nu)} - \overline{x}^{(\nu)})$
9) $\varepsilon^{(\nu)} = \sum_{x \in S} \Pr(s) \left\| x^{(\nu)} - \overline{x}^{(\nu)} \right\|$
10) Si $\varepsilon^{(\nu)} > E$ ir a 5., terminar en otro caso.

Donde:

- El paso 1 es la inicialización del contador de iteraciones ν.
- En el paso 2 se solucionan cada uno de los escenarios de manera independiente.
- En el paso 3 se calcula el promedio de un grupo de variables representativas del problema, teniendo en cuenta la probabilidad de ocurrencia de cada escenario.
- En el paso 4 se calculan los valores del parámetro ω que forzará la no anticipatividad del algoritmo, esto es, las decisiones que se tomen en el periodo t no podrán depender de las decisiones que se tomen en $t + n$. Es decir, no se sabe que pasará en el futuro.

- En los pasos 5 y 6 se actualiza el contador de iteraciones ν y se solucionan nuevamente cada uno de los escenarios, pero esta vez se añade un costo de penalización a las variables seleccionadas en el paso 3 por alejarse del promedio, para forzar las variables a moverse en la dirección del promedio de la iteración anterior.
- En los pasos 7 y 8 se actualizan los valores del promedio y el factor de no anticipatividad ω con las nuevas soluciones obtenidas.
- Finalmente, en los pasos 9 y 10 se calcula la distancia de la solución de cada escenario al promedio, y si es suficientemente pequeña el algoritmo termina.

Una característica importante de *progressive hedging* es su capacidad de encontrar una solución unificada de las variables representativas seleccionadas en el paso 3, para todos los escenarios que componen el problema. Por otro lado, como el algoritmo *progressive hedging* corresponde a un algoritmo de descomposición horizontal o por escenarios consistentes en trayectorias temporales, el problema de comisión de unidades planteado en la sección 2.4. se puede descomponer de manera independiente para cada uno de los escenarios, tal como se ilustra en la figura **3-2**. De esta manera, los pasos 2 y 6 del algoritmo son claves, ya que resuelven cada uno de los escenarios de manera independiente, y es donde se pueden aplicar mejoras con el fin de procurar la convergencia eficiente del algoritmo.

3.2.1. Mejoras de progressive hedging

Las mejoras aplicadas al algoritmo *progressive hedging* son básicamente de dos tipos: una corresponde a la técnica para calcular el parámetro de penalización ρ y la otra a la implementación de un esquema de paralelización.

Cálculo del parámetro de penalización ρ

Aunque en [50] no se proponen técnicas para el calculo del parámetro ρ, diferentes estudios han demostrado que éste parámetro es fundamental para la convergencia y el buen desempeño del algortimo *progressive hedging* [67, 49]. Artículos como el de Watson et al. [64] y Zehtabian y Bastin [68], proponen diferentes técnicas que permiten el calculo de ρ de acuerdo a características propias del problema que se desea resolver.

En el desarrollo de esta tesis, se utilizan diferentes valores de ρ para cada una de las variables seleccionadas en el paso 3 del algoritmo, y se calcula de acuerdo al precio marginal de cada variable, tal como sugieren Watson y Woodruff en [64], en donde obtienen resultados satisfactorios:

$$\rho(i) = \frac{c(i)}{(x^{\text{máx}} - x^{\text{mín}} + 1)} \tag{3-3}$$

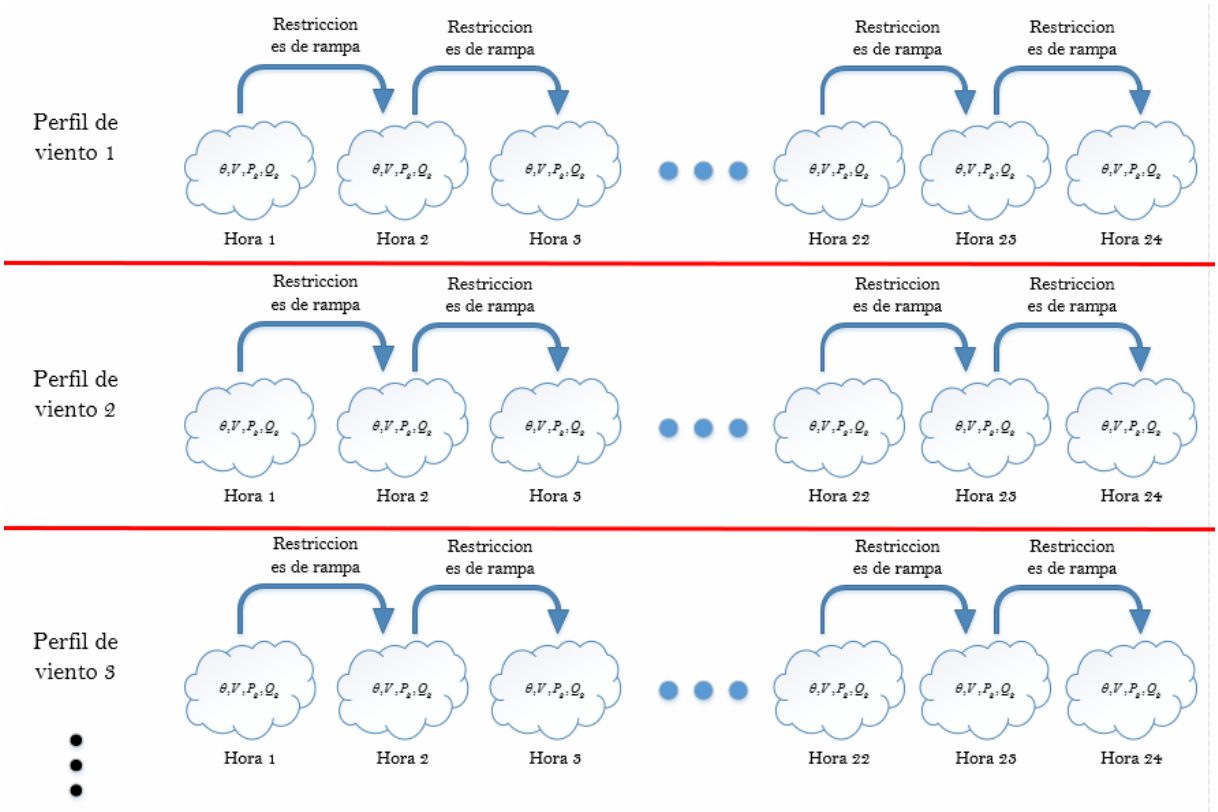

Figura 3-2.: Descomposición horizontal de *progressive hedging*.

Finalizado el paso 2 del algoritmo, se calcula el valor del parámetro de penalización ρ para cada variable seleccionada, del tal manera que en la ecuación (3-3), $x^{\text{máx}}$ representa el mayor valor que se obtiene para la variable x a lo largo de todos los escenarios considerados, de igual manera ocurre con $x^{\text{mín}}$.

Esquema de paralelización

Los esquemas de paralelización se basan en la capacidad de algunas plataformas de cómputo para compartir entre sus elementos de procesamiento una tarea particular. Estas plataformas de cómputo pueden estar constituidas por un equipo multinúcleo (con múltiples procesadores) o un conjunto de equipos conectados mediante una red de comunicación dedicada de alta velocidad llamado *cluster*. El *cluster* puede ser homogéneo, si todos los equipos tienen las mismas características, o heterogéneo en caso contrario.

En esta tesis se usó el toolbox *Parallel Computing Toolbox* [71] del software MATLAB®. Éste toolbox provee dos funciones básicas para el trabajo en paralelo, la función *parfor* y la función *spmd*.

La función *parfor* corresponde al uso de un ciclo *for*, donde se distribuye cada paso del ciclo hacia un trabajador (sesión de MATLAB® en la que se realiza la tarea computacional) disponible en la sesión cliente. Por otro lado, la función *SPMD* (*Single Program Multiple Data*) facilita ejecutar programas de manera serial y paralela en forma simultánea, permitiendo escoger así las secciones del código en ejecución que se deben correr en paralelo.

Debido a la fácil paralelización de los pasos 2 y 6 del algoritmo *progressive hedging*, todos los escenarios se resuelven de manera independiente a través de un *parfor*. Al final, se reúnen todos los resultados para calcular el promedio de las variables representativas, simplificando así la implementación en un entorno paralelizado.

4. Consideraciones para la implementación del modelo

Las consideraciones mencionadas en este capítulo se refieren al método de solución *progressive hedging*, ya que al resolver el modelo usando la programación lineal entera mixta, no se requiere tratamiento adicional sobre el modelo. Por otro lado, se expone la justificación para la clasificación de variables en cada una de las dos etapas de solución del algoritmo *progressive hedging*, haciendo un esbozo del algoritmo de solución para un conjunto de ellas. Aspectos prácticos como las especificaciones de hardware y software, al igual que los criterios para la validación, son mencionados al final.

4.1. Sistema inicial de prueba

El sistema utilizado como sistema inicial para la aplicación del modelo de coordinación hidrotérmica corresponde a un caso reducido del sistema interconectado colombiano. Este caso se construyó a partir de bases de datos de precios de oferta promedio para cada una de las plantas de generación, datos de capacidades de los ríos y tablas de demanda publicados en la página oficial de XM[1]. Es necesario resaltar que todas las unidades individuales de generación, de cada una de las centrales de generación, son agrupadas en una sola planta de producción. En la tabla **4-1** se presenta una síntesis del sistema.

4.2. Selección de las variables representativas para el algoritmo progressive hedging

Como se mencionó en la sección 2.5, la solución del modelo de coordinación hidrotérmica se realizó en el marco de una programación estocástica de dos etapas. En el caso particular de la aplicación del algoritmo *progressive hedging*, las variables representativas que se deben seleccionar para generar el promedio y buscar la convergencia, pertenecen al grupo de variables de la primera etapa, es decir, cuando la incertidumbre aún no se considera revelada.

[1]Disponible en: http://informacioninteligente10.xm.com.co/demanda/Paginas/HistoricoDemanda.aspx

Tabla 4-1.: Resumen del sistema utilizado

Generadores en total	101
Hidráulicos	55
Térmicos	44
Eólicos	2
Barras	414
Líneas	813
Intervalos de tiempo	24 horas
Generación eólica	2000 MW

Al respecto, inicialmente se consideró como conjunto de variables representativas a las potencias activas entregadas por los generadores en cada uno de los escenarios, pero se encontraron problemas a la hora de forzar la generación de energía eólica hacia el promedio de cada uno de los escenarios, como lo propone la técnica. Este problema se debe a que hora a hora, hay por lo menos un escenario con una disponibilidad de generación menor, que puede ser denominado el peor caso.

Por lo tanto, el promedio de la generación de potencia proveniente de las plantas eólicas siempre es forzado a moverse en la dirección del peor caso. En otras palabras, todos los escenarios quedan condicionados por el escenario de peor caso, y la generación esperada siempre se ceñirá a la menor potencia disponible hora a hora. Este comportamiento se ilustra en la figura **4-1**, donde la línea punteada muestra la generación eólica esperada del algoritmo de programación lineal entera mixta, la línea solida muestra la respuesta del algoritmo *progressive hedging*, y las lineas coloreadas representan la potencia eólica de cada uno de los escenarios.

Teniendo esto en cuenta, se decidieron seleccionar dos conjuntos de variables: el primer conjunto correspondiente solo a los estados operativos u, y el segundo conjunto referente a las variables u y los arranques para cada planta de generación v. Una vez los valores de las variables representativas son iguales en cada uno de los escenarios, se considera que la incertidumbre ha sido revelada, entonces las variables representativas se fijan en el modelo y se procede a calcular las variables restantes en la segunda etapa de solución.

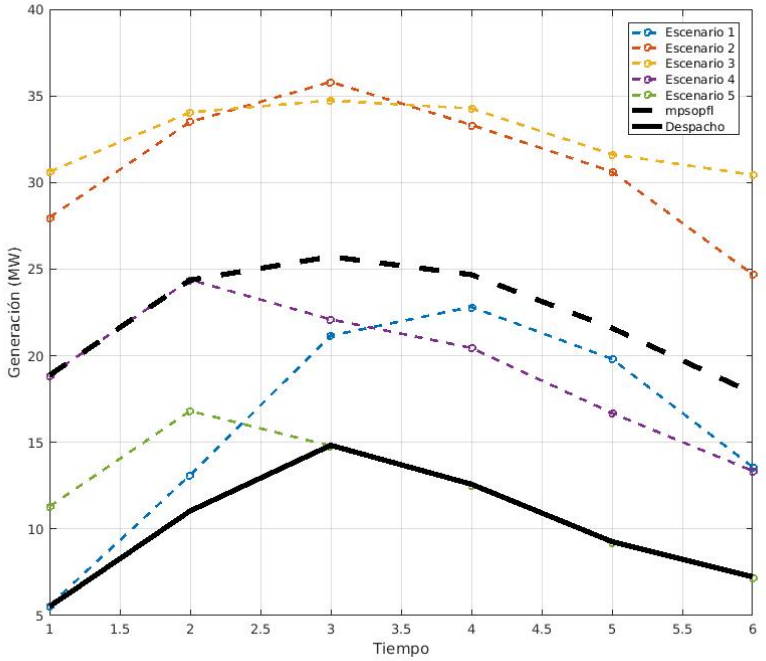

Figura 4-1.: Generación eólica esperada tendiente al peor caso

4.3. Datos de viento usados

Los datos de viento usados provienen de las bases de datos públicas del IDEAM [2] correspondientes a la zona de Puerto Bolívar, en el departamento de la Guajira. Esta base de datos consta de 6302 registros diarios de viento con medidas horarias, correspondientes a los años 1996 a 2014.

La selección de los escenarios, usados en cada una de las simulaciones, se realizó extrayendo trayectorias temporales completas de disponibilidad de viento de forma aleatoria de la base de datos. En la selección, solo se tuvieron en cuenta los meses de sequía, donde las disponibilidad hidráulica es reducida, de tal manera que el algoritmo de solución debe buscar soluciones óptimas de operación bajo condiciones de baja oferta por parte de los generadores hidráulicos, forzando de esta manera condiciones complejas de operación del sistema.

Con el fin de determinar un día de mayor sequía, se recurrió a un proceso de clasificación de todos los días del año 2014, usando el método de *kmeans*. Se obtuvieron 16 días típicos de operación, en donde los meses de enero y marzo representan meses de sequía o poca disponibilidad hídrica referente al año 2014. Una vez conocido el día de mayor sequía, se tomaron los datos de operación del sistema correspondiente ese día.

[2]Disponible en: http://www.ideam.gov.co/solicitud-de-informacion

4.4. Progressive hedging aplicado a coordinación hidrotérmica

El algoritmo completo para la solución del modelo de coordinación hidrotérmica usando la técnica de *progressive hedging* y las variables de primera etapa u se describe a continuación:

1) $\nu = 0$

2) Para todo $j \in J$,

$$x_j^{(\nu)} = \arg\min_x \; f_p(p, p_+, p_-) + f_\delta(p) + f_{lf}(\delta_+, \delta_-) + f_s(p_{sc}, p_{sd}) + f_{uc}(v, w)$$

donde:

$$f_p(p, p_+, p_-) = \sum_{t\in T} \sum_{j\in J^t} \psi_\alpha^{tj} \sum_{i\in I^{tj}} [C_P^{ti}(p^{tij}) + C_{P+}^{ti}(p_+^{tij}) + C_{P-}^{ti}(p_-^{tij})]$$

$$f_\delta(p) = \sum_{t\in T} \gamma^t \sum_{\substack{j1\in J^{t-1} \\ j2\in J^t}} \phi^{tj_2j_1} \sum_{i\in I^{tj20}} C_\delta^i(p^{tij_20} - p^{(t-1)ij_10})$$

$$f_{lf}(\delta_+, \delta_-) = \sum_{t\in T} \gamma^t \sum_{i\in I^t} [C_{\delta+}^{ti}(\delta_+^{ti}) + C_{\delta-}^{ti}(\delta_-^{ti})]$$

$$f_s(p_{sc}, p_{sd}) = -(C_{sc}p_{sc} + C_{sd}p_{sd})$$

$$f_{uc}(v, w) = \sum_{t\in T} \gamma^t \sum_{i\in I^t} (C_v^{ti} v^{ti} + C_w^{ti} w^{ti})$$

sujeto a:

$$g^{tj}(\theta^{tj}) = 0$$

$$h^{tj}(\theta^{tj}) \leq 0$$

$$0 \leq p_+^{tij} \leq r_+^{ti} \leq R_{\text{máx}+}^{ti}$$

$$0 \leq p_-^{tij} \leq r_-^{ti} \leq R_{\text{máx}-}^{ti}$$

$$p^{tij} - p_c^{ti} = p_+^{tij} - p_-^{tij}$$

$$0 \leq \delta_+^{ti} \leq \delta_{\text{máx}+}^{ti}$$

$$0 \leq \delta_-^{ti} \leq \delta_{\text{máx}-}^{ti}$$

$$p^{tij_20} - p^{(t-1)ij_10} \leq \delta_+^{(t-1)i}, j_1 \in J^{t-1}, j_2 \in J^t$$

$$p^{(t-1)ij_10} - p^{tij_20} \leq \delta_-^{(t-1)i}, j_1 \in J^{t-1}, j_2 \in J^t$$

$$p^{tij} = p^{tij}_{sc} + p^{tij}_{sd}$$

$$p^{tij}_{sc} \leq 0, p^{tij}_{sd} \geq 0$$

$$s^{ti}_{-} \geq S^{ti}_{\text{mín}}, s^{ti}_{+} \leq S^{ti}_{\text{máx}}$$

$$s^{tij}_{\Delta} \equiv -\Delta(\eta^{i}_{in} p^{tij}_{sc} + \frac{1}{\eta^{i}_{out}} p^{tij}_{sd})$$

$$s^{ti}_{-} \leq s^{(t-1)i}_{-} + s^{tij0}_{\Delta} - \Delta \frac{\eta^{i}_{loss}}{2}(s^{ti}_{-} + s^{(t-1)i}_{-})$$

$$s^{ti}_{+} \leq s^{(t-1)i}_{+} + s^{tij0}_{\Delta} - \Delta \frac{\eta^{i}_{loss}}{2}(s^{ti}_{+} + s^{(t-1)i}_{+})$$

$$u^{ti} P^{tij}_{\text{mín}} \leq p^{tij} \leq u^{ti} P^{tij}_{\text{máx}}$$

$$u^{ti} - u^{(t-1)i} = v^{ti} - w^{ti}$$

$$\sum_{y=t-\tau_i^+}^{t} v^{yi} \leq u^{ti}, \sum_{y=t-\tau_i^-}^{t} w^{yi} \leq 1 - u^{ti}$$

$$u^{ti} \in \{0,1\}, v^{ti} \in \{0,1\}, w^{ti} \in \{0,1\}$$

3) $\overline{u}^{(\nu)} = \sum_{j \in J} \Pr(j)\, u_j^{(\nu)}$

4) $\omega_j^{(\nu)} = \rho(u_j^{(\nu)} - \overline{u}^{(\nu)})$

5) $\nu = \nu + 1$

6) Para todo $j \in J$,

$$x_j^{(\nu)} = \arg\min_x (f_p(p, p_+, p_-) + f_\delta(p) + f_{lf}(\delta_+, \delta_-) + f_s(p_{sc}, p_{sd}) + f_{uc}(v, w) + \omega_j^{(\nu-1)} u_j + \frac{\rho}{2} \left\| u_j - \overline{u}^{(\nu-1)} \right\|^2$$

s.t.

$$g^{tj}(\theta^{tj}) = 0$$

$$h^{tj}(\theta^{tj}) \leq 0$$

$$0 \leq p^{tijk}_{+} \leq r^{ti}_{+} \leq R^{ti}_{\text{máx}+}$$

$$0 \leq p^{tijk}_{-} \leq r^{ti}_{-} \leq R^{ti}_{\text{máx}-}$$

$$p^{tij} - p^{ti}_{c} = p^{tij}_{+} - p^{tij}_{-}$$

$$0 \leq \delta^{ti}_{+} \leq \delta^{ti}_{\text{máx}+}$$

$$0 \leq \delta^{ti}_{-} \leq \delta^{ti}_{\text{máx}-}$$

$$p^{tij_20} - p^{(t-1)ij_10} \leq \delta_+^{(t-1)i}, j_1 \in J^{t-1}, j_2 \in J^t$$
$$p^{(t-1)ij_10} - p^{tij_20} \leq \delta_-^{(t-1)i}, j_1 \in J^{t-1}, j_2 \in J^t$$
$$p^{tij} = p_{sc}^{tij} + p_{sd}^{tij}$$
$$p_{sc}^{tij} \leq 0, p_{sd}^{tij} \geq 0$$
$$s_-^{ti} \geq S_{\text{mín}}^{ti}, s_+^{ti} \leq S_{\text{máx}}^{ti}$$
$$s_\Delta^{tij} \equiv -\Delta(\eta_{in}^i p_{sc}^{tij} + \frac{1}{\eta_{out}^i} p_{sd}^{tij})$$
$$s_-^{ti} \leq s_-^{(t-1)i} + s_\Delta^{tij0} - \Delta\frac{\eta_{loss}^i}{2}(s_-^{ti} + s_-^{(t-1)i})$$
$$s_+^{ti} \leq s_+^{(t-1)i} + s_\Delta^{tij0} - \Delta\frac{\eta_{loss}^i}{2}(s_+^{ti} + s_+^{(t-1)i})$$
$$u^{ti} P_{\text{mín}}^{tij} \leq p^{tij} \leq u^{ti} P_{\text{máx}}^{tij}$$
$$u^{ti} - u^{(t-1)i} = v^{ti} - w^{ti}$$
$$\sum_{y=t-\tau_i^+}^{t} v^{yi} \leq u^{ti}, \sum_{y=t-\tau_i^-}^{t} w^{yi} \leq 1 - u^{ti}$$
$$u^{ti} \in \{0,1\}, v^{ti} \in \{0,1\}, w^{ti} \in \{0,1\}$$

7) $\overline{u}^{(\nu)} = \sum_{j \in J^t} \Pr(j)\, u_j^{(\nu)}$

8) Para todo $j \in J^t$, $\omega_j^{(\nu)} = \omega_j^{(\nu-1)} + \rho(u_j^{(\nu)} - \overline{u}^{(\nu)})$

9) $\varepsilon^{(\nu)} = \sum_{u_j \in J} \Pr(j) \left\| u_j^{(\nu)} - \overline{u}^{(\nu)} \right\|$

10) Si $\varepsilon^{(\nu)} > E$ ir a 5., terminar en otro caso.

El algoritmo para la solución del modelo cuando se seleccionan la variables representativas u y v implica cambios triviales para los pasos 6, 7, 8 y 9.

4.5. Especificaciones de hardware y software

El equipo usado para las pruebas corresponde a un servidor DELL PowerEdege R920 con dos procesadores Xeon E7 4860, equivalentes a 24 núcleos de procesamiento a 3.6 GHz, 128 GB de RAM y sistema operativo *Scientific Linux*.

El software base es el correspondiente al paquete MATPOWER® en su versión 6.0b1, desarrollado en el lenguaje de computación científica MATLAB® en su versión 2017, así como el paquete *parallel computing toolbox*. El solucionador usado para resolver los problemas de optimización corresponde a GUROBI® en su versión 7.5.1.

4.6. Validación de los resultados

Los resultados obtenidos en esta tesis con la aplicación de la técnica de solución de *progressive hedging* son comparados y validados con los resultados obtenidos usando el método de programación lineal entera mixta propuesta en el artículo de Murillo-Sánchez et. al. en [1]. De esta manera, los resultados no son validados con datos reales de operación del sistema interconectado colombiano.

5. Resultados

Los resultados empleados para la validación del algoritmo *progressive hedging* corresponden a simulaciones que consideran 15 escenarios de viento, ya que éste es el número máximo de escenarios que puede resolver el método de programación lineal entera mixta, con un tiempo de solución razonable (menos de 24 horas de tiempo de cómputo). Adicionalmente, con el fin de demostrar las capacidades de cómputo del algoritmo *progressive hedging*, se realizaron dos simulaciones considerando 50 y 100 escenarios de viento. Los resultados demostraron reducciones en el tiempo de solución del algoritmo *progressive hedging*.

5.1. Resultados para 15 escenarios de viento

5.1.1. Programación lineal entera mixta

En la tabla **5-1** se muestran los resultados obtenidos de tiempo de cómputo y función objetivo evaluada en el punto óptimo al resolver el modelo mediante el método de programación lineal entera mixta.

Tabla 5-1.: Resultados obtenidos para programación lineal entera mixta considerando 15 escenarios de viento

f ($)	23.318.312
Tiempo de cómputo (s)	12179
Brecha de dualidad	10^{-3}

La figura **5-1** muestra la generación esperada para cada tipo de combustible, donde la región verde corresponde a energía eólica, la región café corresponde a la energía a partir de carbón, la región amarilla es la generación de plantas de gas natural, la región naranja corresponde a plantas de gas natural de ciclo combinado y finalmente la región azul representa la generación de las plantas hidráulicas en el sistema. Al analizar la figura **5-1** se puede evidenciar que existe una franja de generación a partir de gas natural a lo largo de todo el horizonte de planeación.

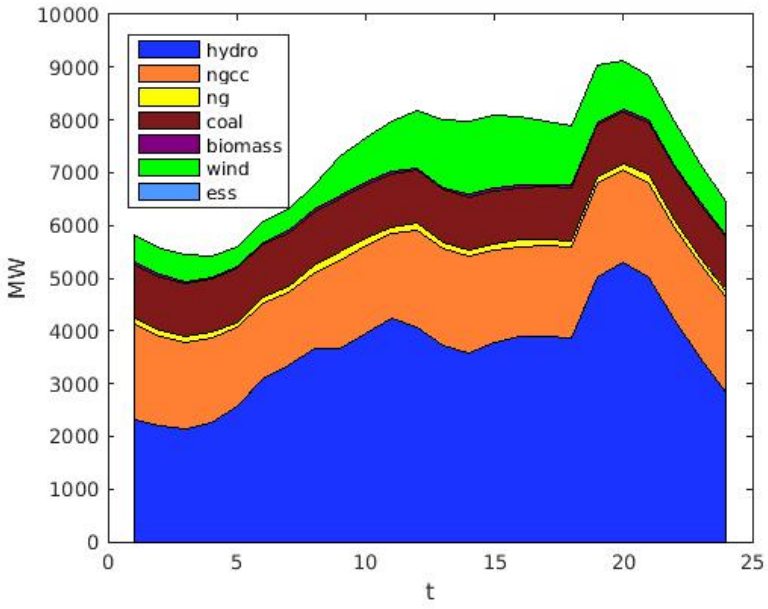

Figura 5-1.: Generación esperada por combustible para 15 escenarios de generación eólica usando programación lineal entera mixta.

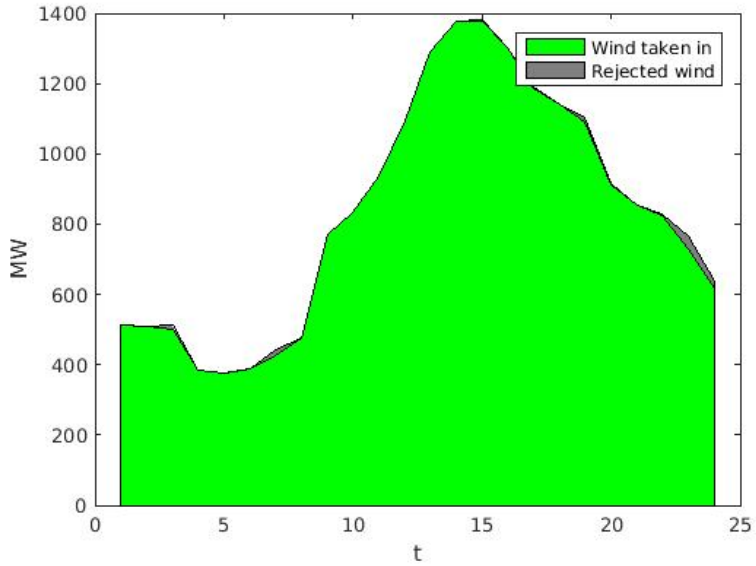

Figura 5-2.: Generación eólica aceptada y rechazada para 15 escenarios de generación eólica usando programación lineal entera mixta.

La figura 5-2 representa la cantidad de energía eólica que fue aceptada para despachar (región verde), así como la energía rechazada (región gris). Estos resultados se basan en la

energía eólica esperada, mostrada en la figura **5-3** como una línea negra sólida. Allí se evidencia como es el comportamiento de la energía eólica esperada a lo largo del horizonte de planeación, comparada con la energía eólica que ofrecen cada uno de los escenarios de viento seleccionados, representados por las líneas coloreadas.

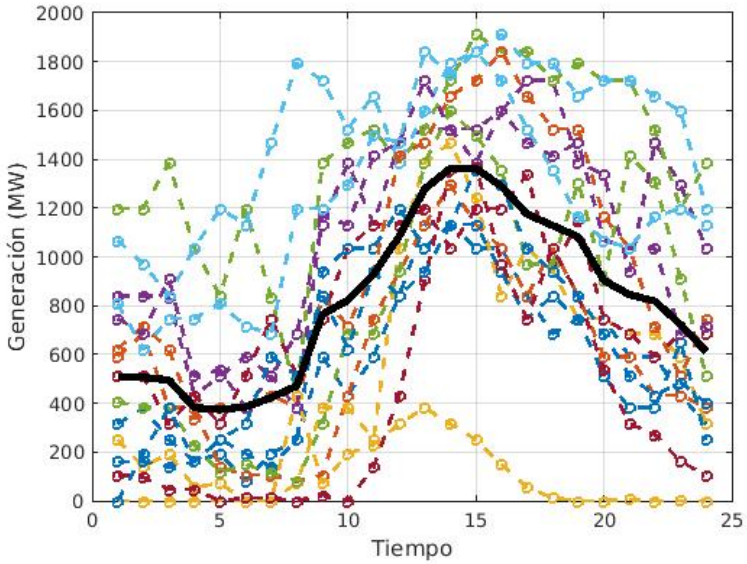

Figura 5-3.: Generación eólica esperada para 15 escenarios de generación eólica usando programación lineal entera mixta.

En la figura **5-4** se ilustra el resultado del comisionamiento de unidades obtenido para cada uno de los escenarios que componen el modelo, donde los cuadros coloreados en rojo representan el estado encendido del generador a lo largo del horizonte de planeación. En este caso, no salen despachados los generadores 26, 59, 68, 74, 81, 82.

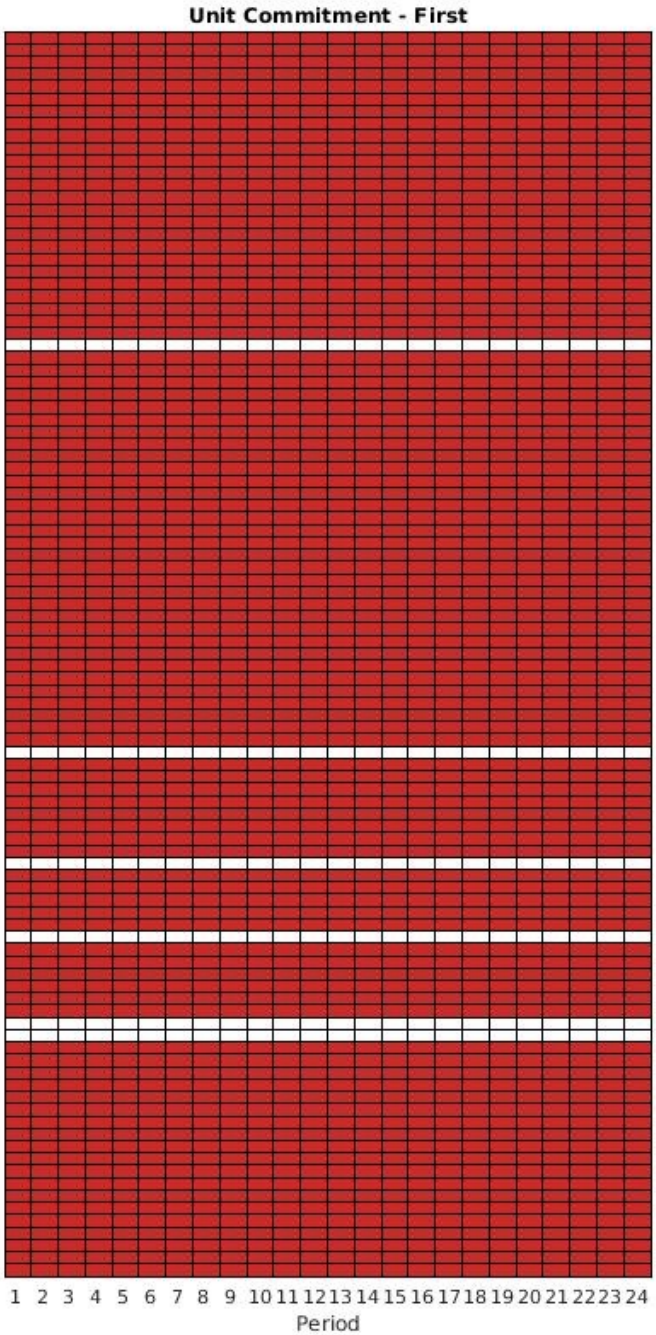

Figura 5-4.: Comisión de unidades para 15 escenarios de generación eólica usando programación lineal entera mixta.

5.1.2. Progressive hedging

A continuación se muestran los resultados obtenidos cuando se aplica el algoritmo *progressive hedging*. Inicialmente se presentan los resultados cuando se aplica éste algoritmo sobre la variables u, seguido de los resultados obtenidos cuando se aplica nuevamente pero sobre las variables u y v del modelo.

Progressive hedging sobre las variables u

La tabla **5-2** muestra los resultados obtenidos de tiempo de cómputo y función objetivo evaluada en el punto óptimo. En este caso se obtienen tiempos de cómputo por debajo de dos minutos, que resulta aceptable en un esquema de planeación de corto plazo. Si se comparan los resultados con los obtenidos en la tabla **5-1**, se evidencia que el punto óptimo de operación es 0.85 % menor para el método de *progressive hedging*. De igual forma, el tiempo de cómputo es alrededor de 100 veces menor para el último.

Tabla 5-2.: Resultados obtenidos para *progressive hedging* considerando 15 escenarios de viento usando las variables u

f ($)	23.201.802
Tiempo de cómputo paralelo (s)	105

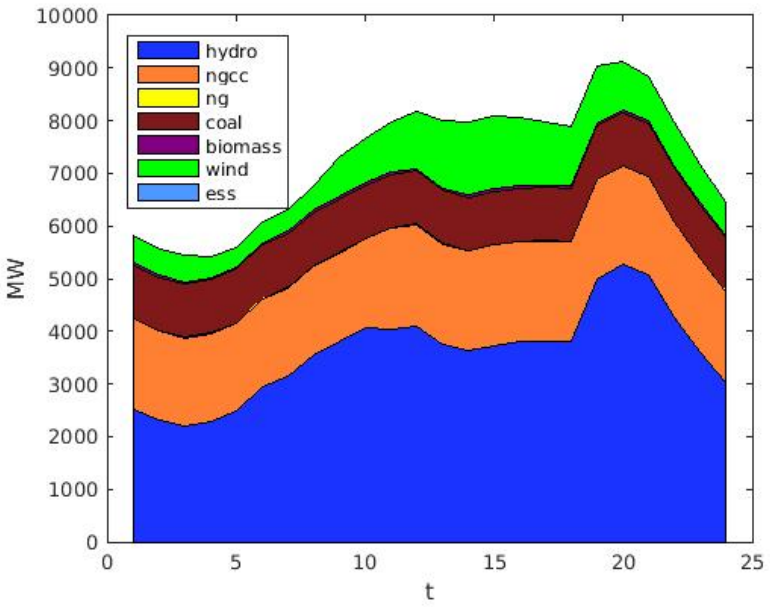

Figura 5-5.: Generación esperada por combustible para 15 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u.

Al comparar la figura **5-5** con la figura **5-1**, podemos ver que desaparece la franja de generación a gas natural en todo el horizonte de planeación. Esto explicaría la reducción en los costos de operación al aplicar el algoritmo *progressive hedging*. Para las figuras **5-6** y **5-7** no se evidencian cambios respecto a las figuras **5-2** y **5-3** respectivamente, demostrando así que la generación eólica esperada es la misma cuando se aplican los métodos de *progressive hedging* y programación lineal entera mixta.

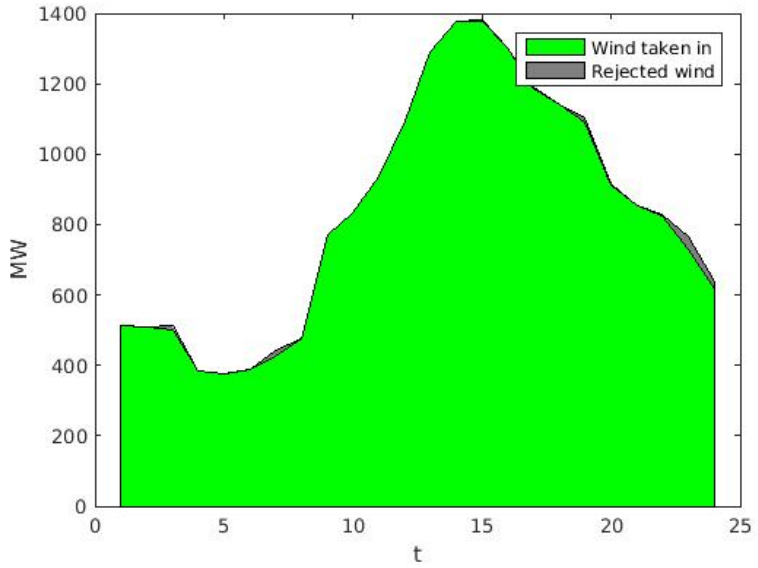

Figura 5-6.: Generación eólica aceptada y rechazada para 15 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u.

La figura **5-8** muestra el error de convergencia del algoritmo *progressive hedging*. En este caso, el algoritmo converge al cabo de tres iteraciones. En cuanto al comisionamiento de unidades mostrado en la figura **5-9**, es posible detectar los generadores adicionales comisionados por el método de programación lineal entera mixta, cuando se compara con la figura **5-4**, correspondientes a los generadores $60, 64, 66, 70, 72, 77$, que representan los generadores a gas natural de ciclo combinado relacionados en la figura **5-1**.

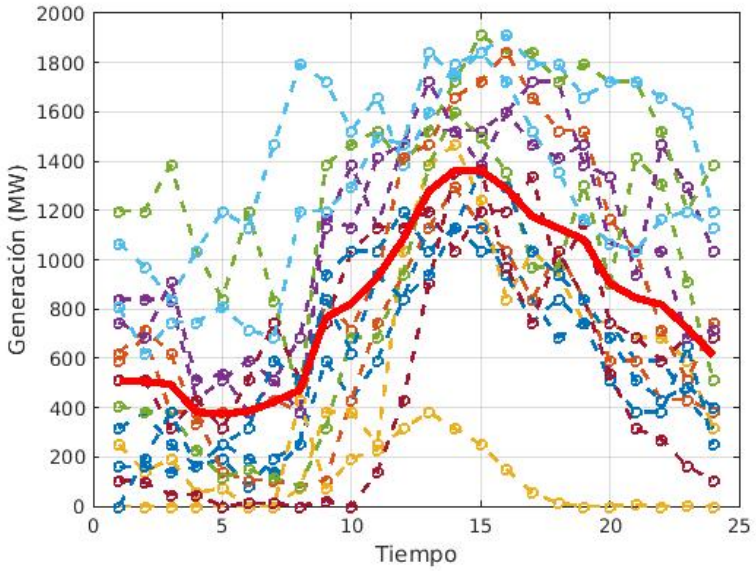

Figura 5-7.: Generación eólica esperada para 15 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u.

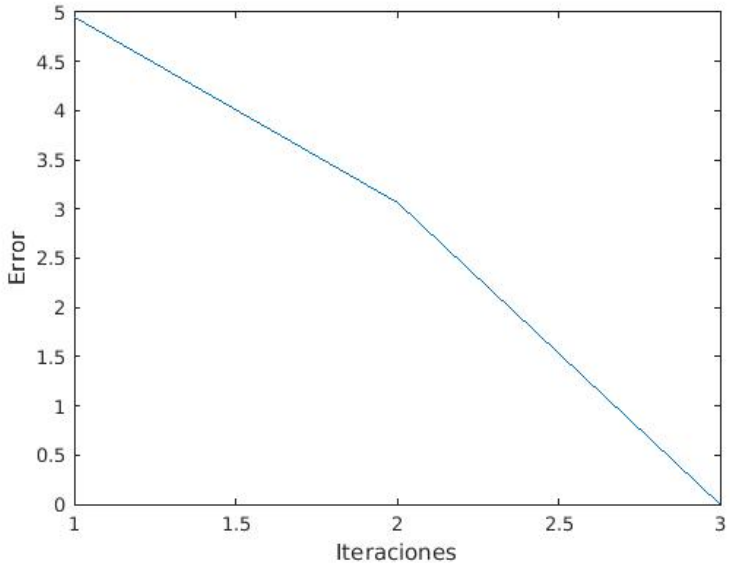

Figura 5-8.: Error de convergencia para 15 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u.

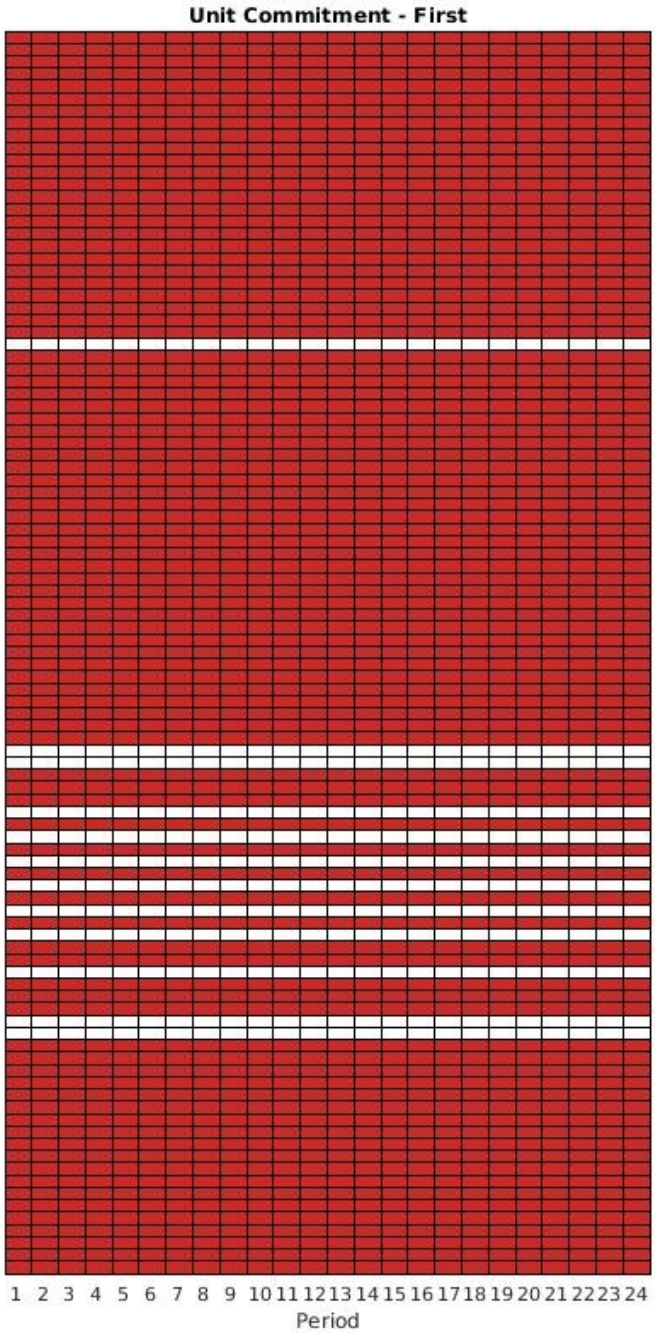

Figura 5-9.: Comisión de unidades para 15 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u.

Progressive hedging sobre las variables u y v

La tabla **5-3** muestra los resultados obtenidos de tiempo de cómputo y función objetivo evaluada en el punto óptimo. En este caso se obtienen tiempos de cómputo de 8523 segundos (2.3 horas), mostrando un incremento importante en la complejidad del modelo a solucionar cuando se incluyen más variables de tipo entero.

Por otra parte, el valor óptimo de la función de costos es ligeramente menor comparado con la simulación de *progressive hedging* anterior, de tal manera que al usar las variables u y v se obtiene una mejora en la búsqueda del óptimo.

Tabla 5-3.: Resultados obtenidos para *Progressive hedging* considerando 15 escenarios de viento usando las variables v

f ($)	23.196.073
Tiempo de cómputo paralelo (s)	8523

Las figuras **5-10**, **5-11**, y **5-12**, evidencian similitudes frente a los resultados obtenido en las figuras **5-5**, **5-6**, y **5-7** respectivamente. Demostrando que aunque se obtiene un valor óptimo en la función objetivo ligeramente menor, el tiempo de cómputo incrementa aproximadamente 81 veces.

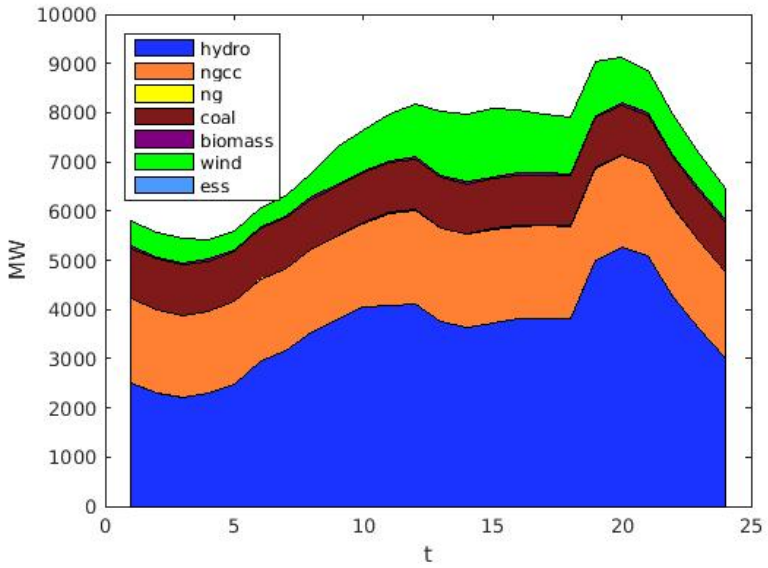

Figura 5-10.: Generación esperada por combustible para 15 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u y v.

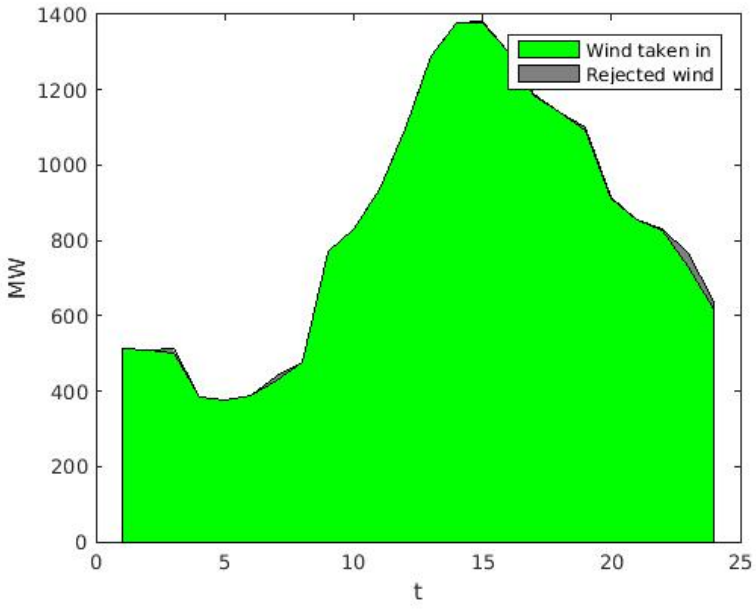

Figura 5-11.: Generación eólica aceptada y rechazada para 15 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u y v.

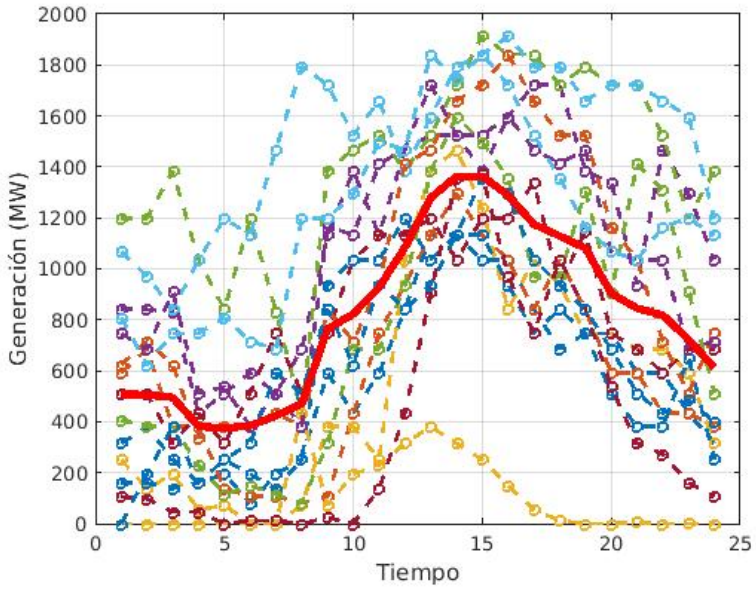

Figura 5-12.: Generación eólica esperada para 15 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u y v.

El error de convergencia de la figura **5-13** decrece de manera irregular cuando se compara con el obtenido en la figura **5-8**, tardando dos iteraciones más para alcanzar el óptimo. Por lo tanto, es posible deducir que el tiempo por iteración de *progressive hedging* cuando se aplica solo a las variables u es significativamente menor que el tiempo por iteración cuando se aplica el mismo método a las variables u y v.

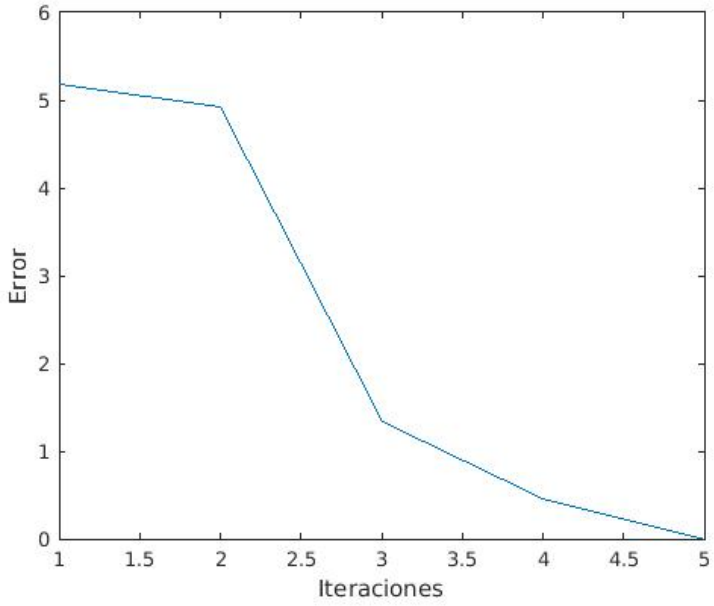

Figura 5-13.: Error de convergencia para 15 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u y v.

Por otro lado, para la figura **5-14**, no salen despachados los generadores 26, 59, 60, 64, 66, 68, 70, 72, 74, 77, 81, 82. que coincide con el comisionamiento obtenido para la figura **5-9**.

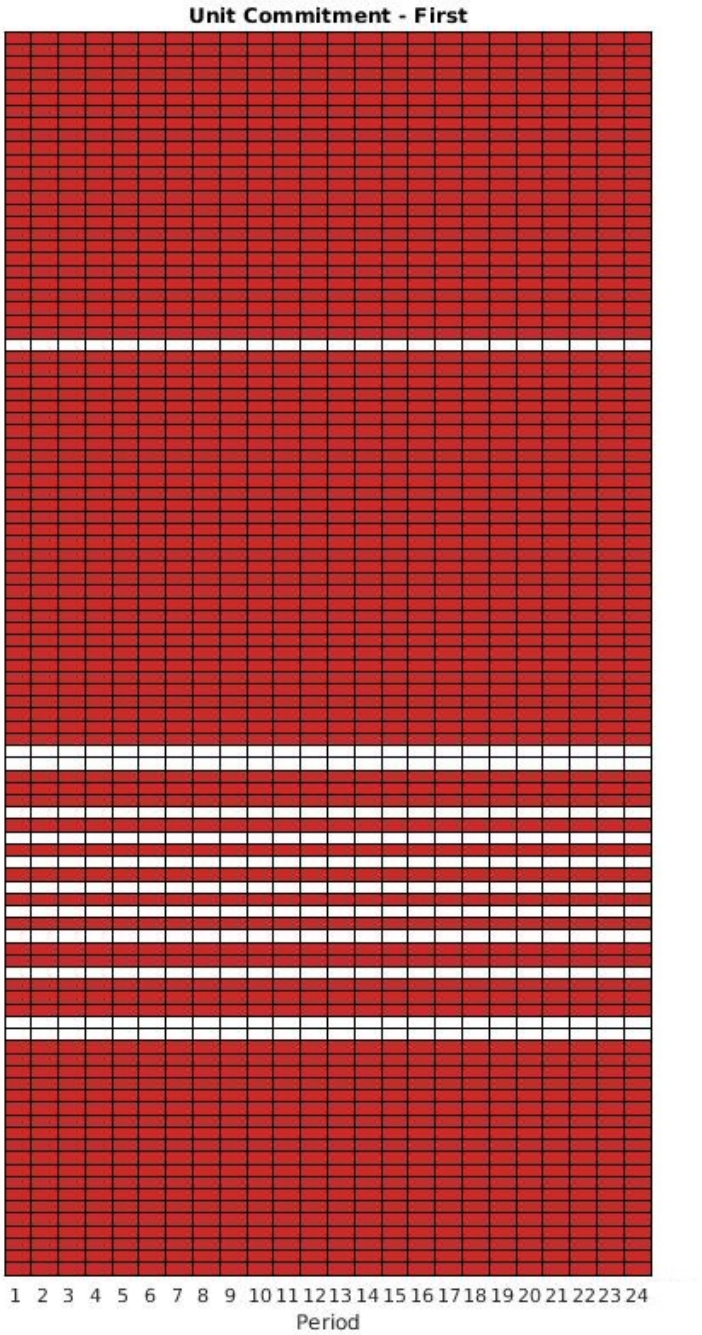

Figura 5-14.: Comisión de unidades para 15 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u y v.

Programación lineal entera mixta forzando el apagado de plantas de gas natural de ciclo combinado

Con el fin de encontrar un comisionamiento de unidades igual al obtenido mediante el método de *progressive hedging*, se forzó el apagado de los generadores a gas natural de ciclo combinado 64, 66, 70, 72, 77. Los resultados se muestran en la tabla **5-4**, en donde se evidencia un incremento en el valor de la función evaluada en el punto óptimo encontrado. Por otro lado, se puede deducir que al disminuir el número de variables enteras en el modelo, el tiempo de cómputo disminuye en un 58 %.

Tabla 5-4.: Resultados obtenidos para programación lineal entera mixta fijando la comisión de unidades

f ($)	23.401.187
Tiempo de cómputo (s)	5182

La figura **5-15** ahora no presenta la franja amarilla de la figura **5-1**, de tal manera que los resultados obtenidos aunque son similares a los mostrados en la figura **5-5**, representan un costo óptimo de operación distinto a la solución obtenida por el método de *progressive hedging*.

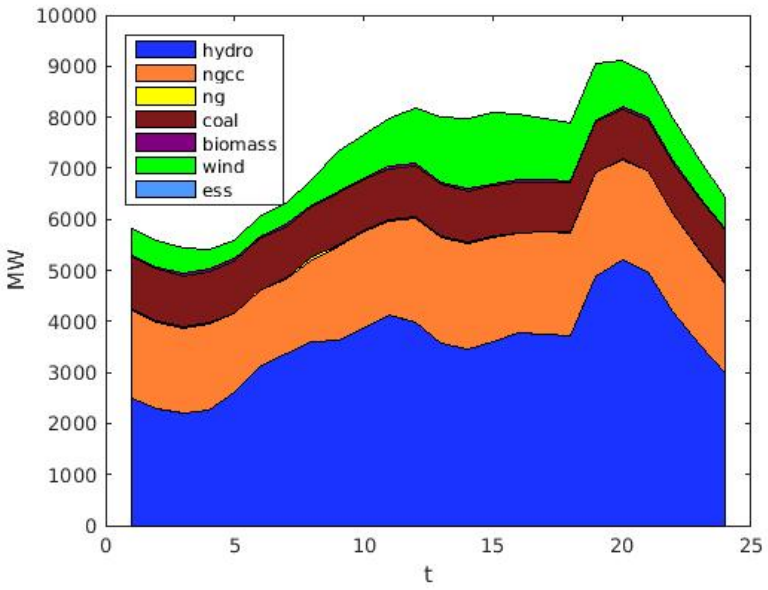

Figura 5-15.: Generación esperada por combustible para 15 escenarios de generación eólica usando programación lineal entera mixta y fijando el comisionamiento de unidades.

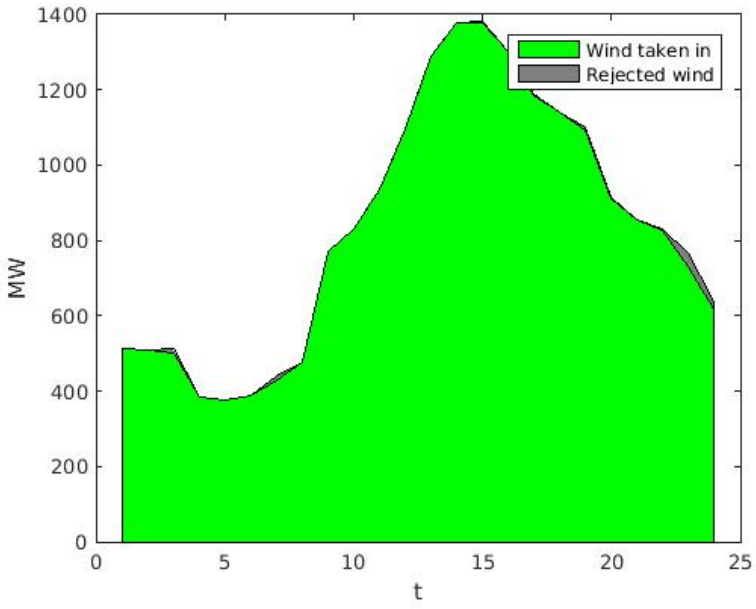

Figura 5-16.: Generación eólica aceptada y rechazada para 15 escenarios de generación eólica usando programación lineal entera mixta y fijando el comisionamiento de unidades.

Las figuras **5-16** y **5-17** nuevamente no presentan cambios significativos frente a las figuras **5-2** y **5-3**. Y finalmente, el comisionamiento de unidades obtenido en la figura **5-18** concuerda con el comisionamiento mostrado en la figura **5-9**.

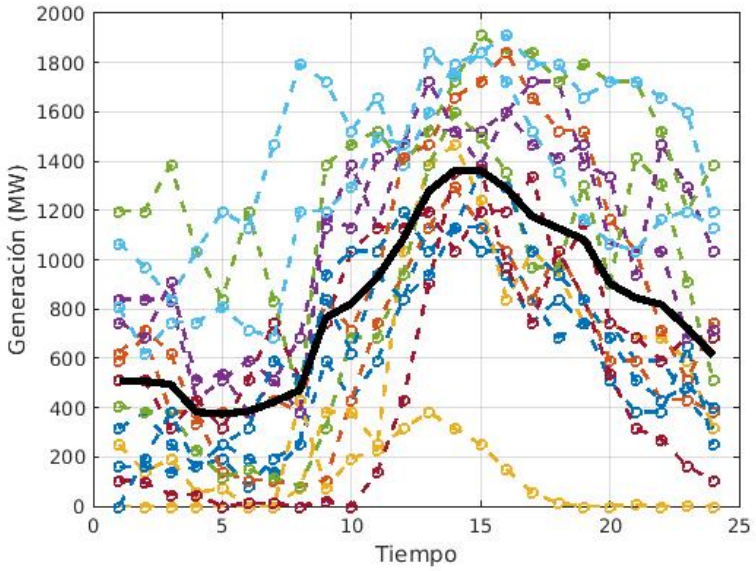

Figura 5-17.: Generación eólica esperada para 15 escenarios de generación eólica usando programación lineal entera mixta y fijando el comisionamiento de unidades.

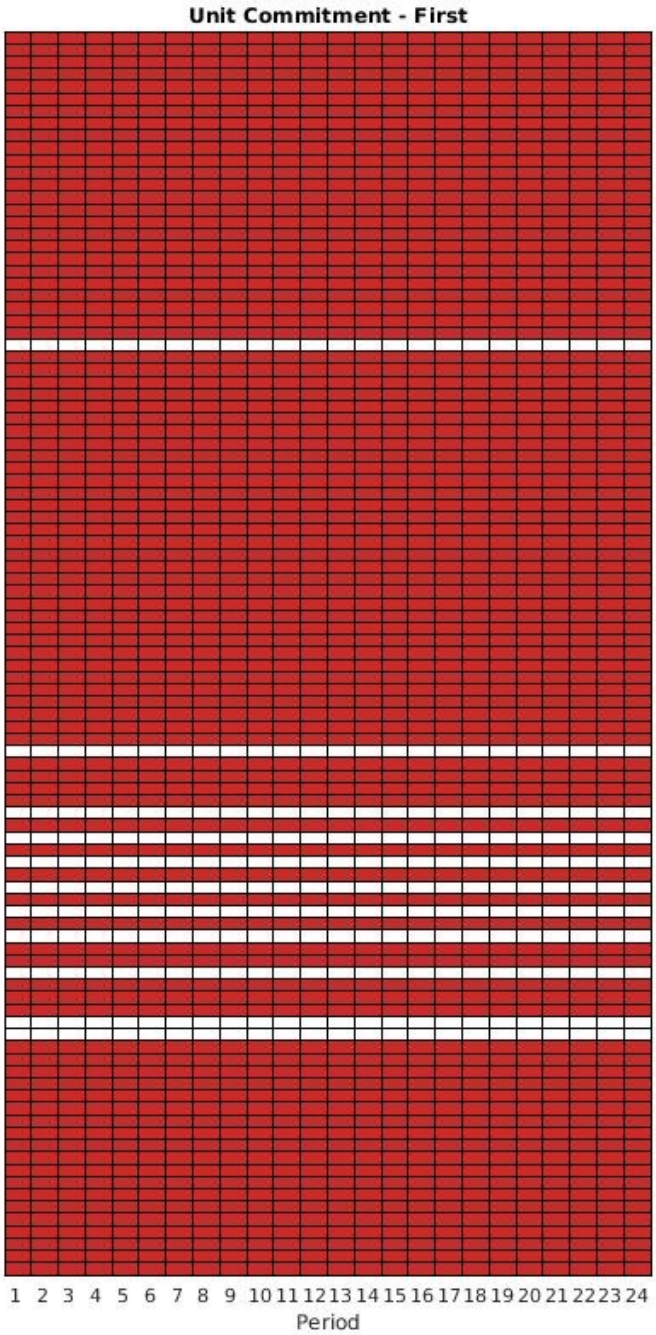

Figura 5-18.: Comisión de unidades para 15 escenarios de generación eólica usando programación lineal entera mixta y fijando el comisionamiento de unidades.

5.2. Resultados para 50 escenarios de viento

A continuación se muestran los resultados considerando 50 escenarios de viento para la construcción del modelo tomando en cuenta solo las variables u. En la tabla **5-5** se muestran los resultados obtenidos. El tiempo de cómputo obtenido es de 369 segundos, aumentando alrededor de tres veces el tiempo de cómputo cuando se consideran 15 escenarios. Por otro lado, los costos de operación no son comparables, debido a que se tienen diferentes escenarios de viento.

La figura **5-20** muestra un comportamiento mucho mas suave de generación eólica esperada, adicionalmente el valor máximo de generación es menor cuando se compara con la figura **5-6**, explicando así el incremento en el costo óptimo de operación. La figura **5-21** muestra cambios más suaves en la generación eólica esperada cuando se consideran más escenarios de viento.

Tabla 5-5.: Resultados obtenidos para *Progressive hedging* considerando 50 escenarios de viento

f ($)	23.549.631
Tiempo de cómputo paralelo (s)	369

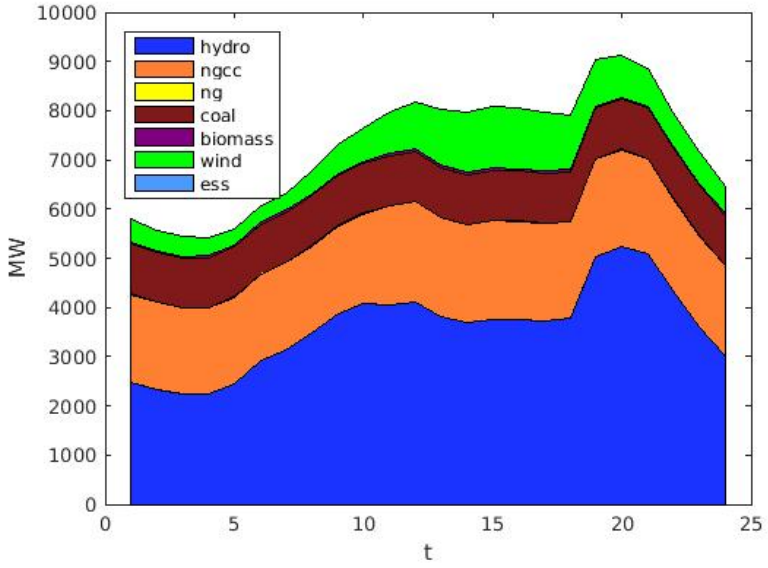

Figura 5-19.: Generación esperada por combustible para 50 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u.

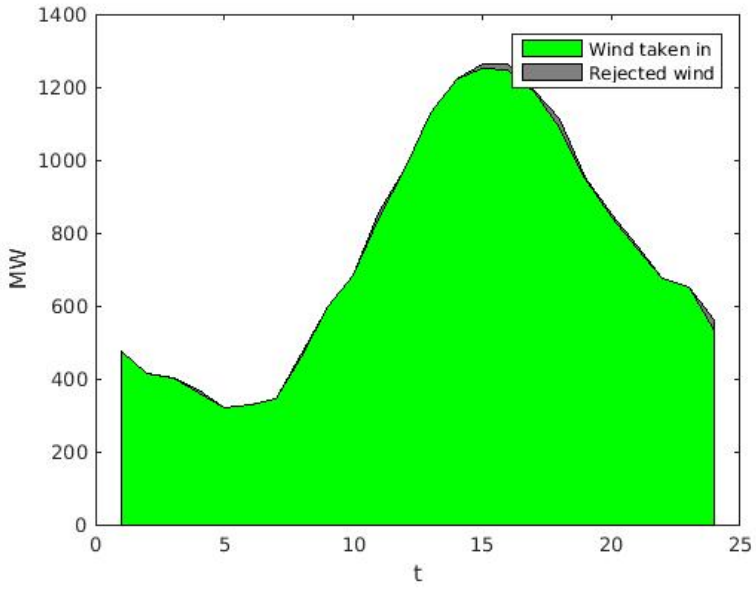

Figura 5-20.: Generación eólica aceptada y rechazada para 50 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u.

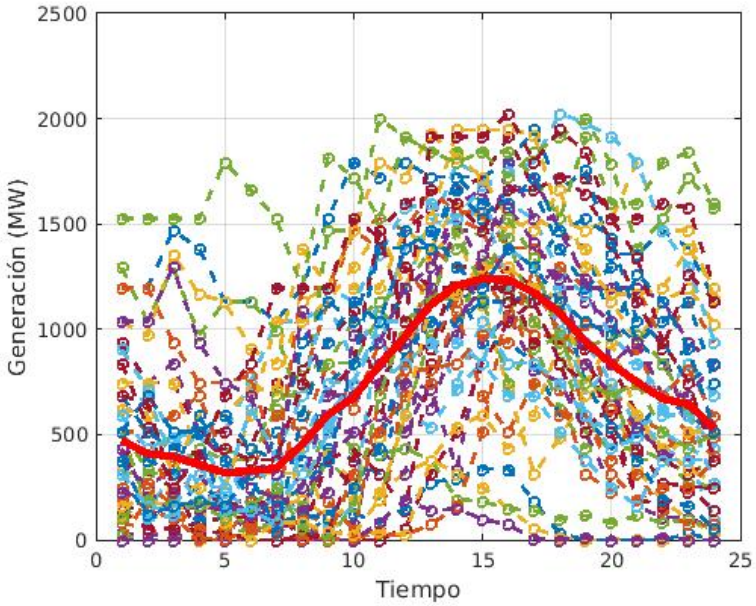

Figura 5-21.: Generación eólica esperada para 50 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u.

La figura **5-22** muestra un error de convergencia decreciente a lo largo de cada una de las iteraciones, exhibiendo un buen comportamiento del algoritmo *progressive hedging* ante un número considerable de escenarios. Los resultados de comisionamiento de unidades mostrados en la figura **5-23** son equivalentes a los resultados obtenidos cuando se consideran 15 escenarios de viento (figura **5-9**).

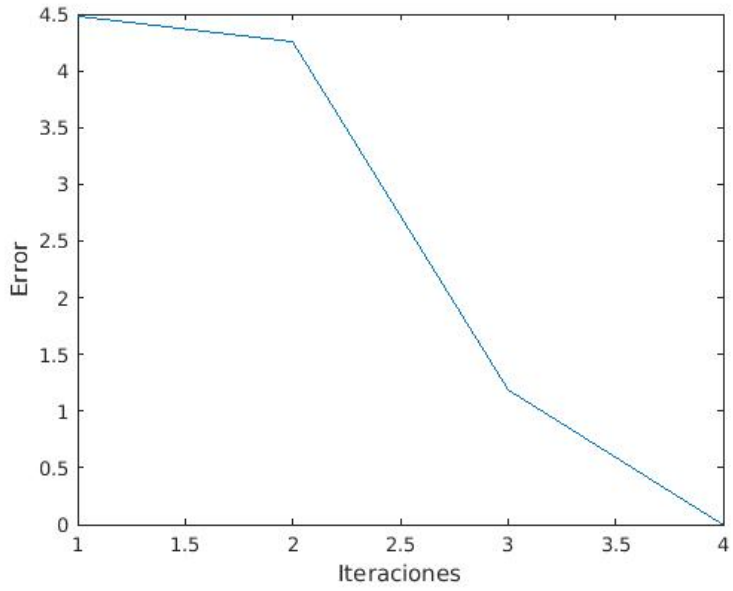

Figura 5-22.: Error de convergencia para 50 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u.

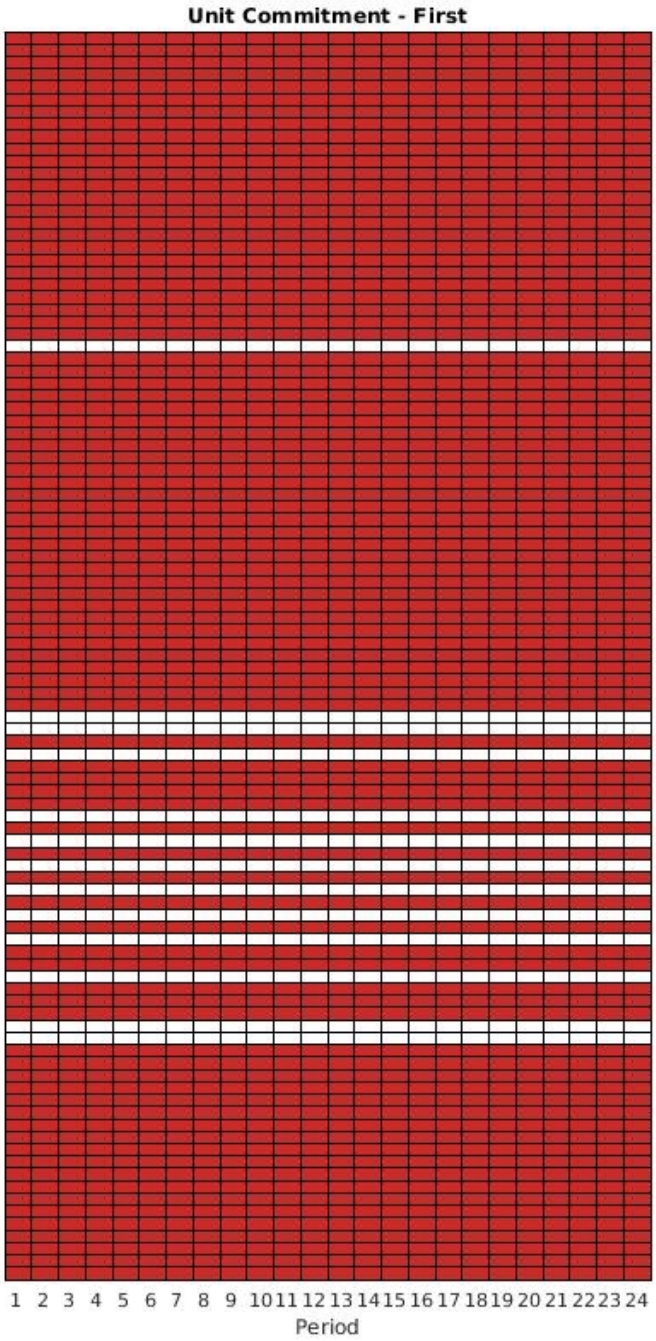

Figura 5-23.: Comisión de unidades para 50 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u.

5.3. Resultados para 100 escenarios de viento

Finalmente, la tabla **5-6** muestra los resultados para el algoritmo *progressive hedging* cuando se consideran 100 escenarios de viento. El tiempo de cómputo obtenido es de 1187 segundos, que equivale a un incremento de alrededor de tres veces el tiempo mostrado cuando se consideran 50 escenarios. Es decir, no hay una relación lineal entre el número de escenarios de viento y el tiempo de cómputo obtenido para el modelo presentado.

La figura **5-24** no presenta cambios significativos respecto a la figura **5-20**. Mientras que la figura **5-25** muestra un comportamiento mucho más marcado, donde las primeras horas del día se obtiene una generación decreciente, y a partir de la hora 7, incrementa rápidamente hasta obtener un pico similar al mostrado en la figura **5-20**. En la figura **5-26** se puede ver claramente como la generación eólica esperada sigue la aglomeración de los escenarios a lo largo de todo el horizonte de planeación.

Tabla 5-6.: Resultados obtenidos para *Progressive hedging* considerando 100 escenarios de viento

f ($)	23.516.500
Tiempo de cómputo paralelo (s)	1187

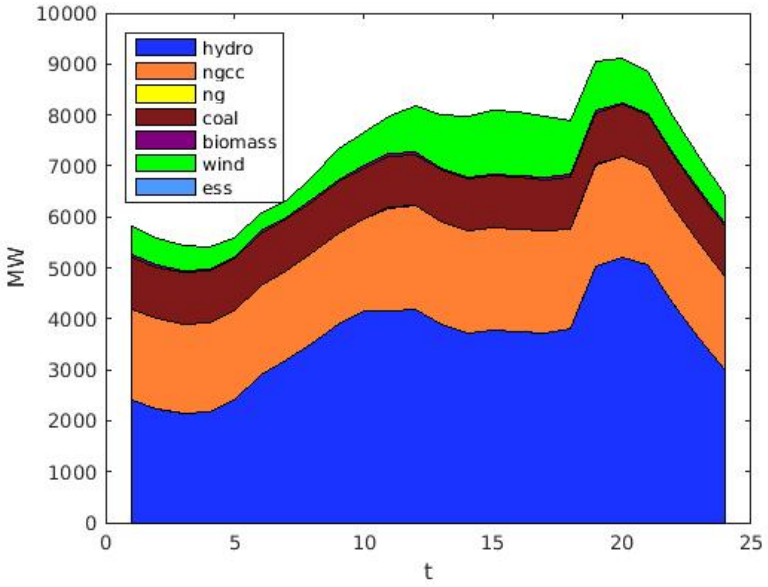

Figura 5-24.: Generación esperada por combustible para 100 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u.

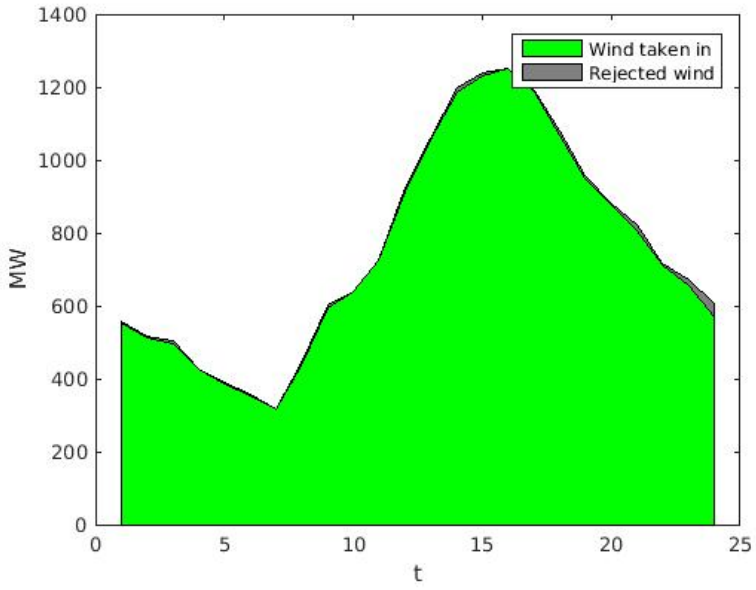

Figura 5-25.: Generación eólica aceptada y rechazada para 100 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u.

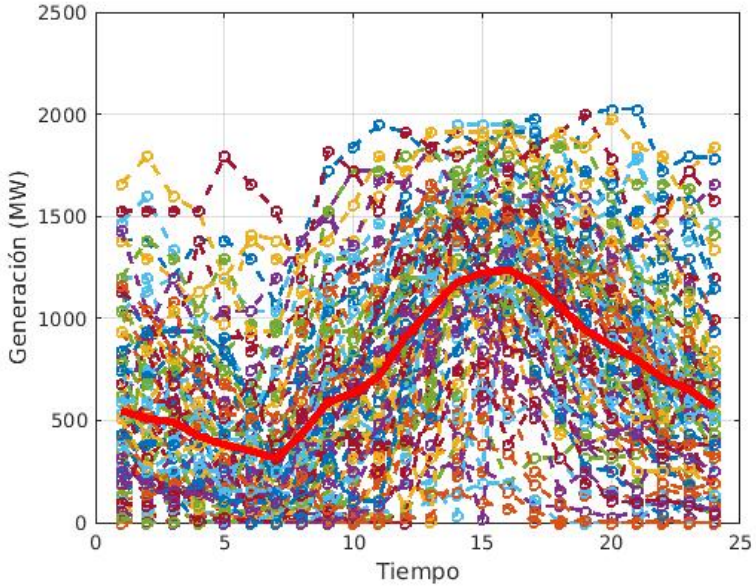

Figura 5-26.: Generación eólica esperada para 100 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u.

La figura **5-27** evidencia oscilaciones numéricas que se pueden presentar cuando se tienen en cuenta un número elevado de escenarios. En este caso la oscilación solo implicó un retraso en

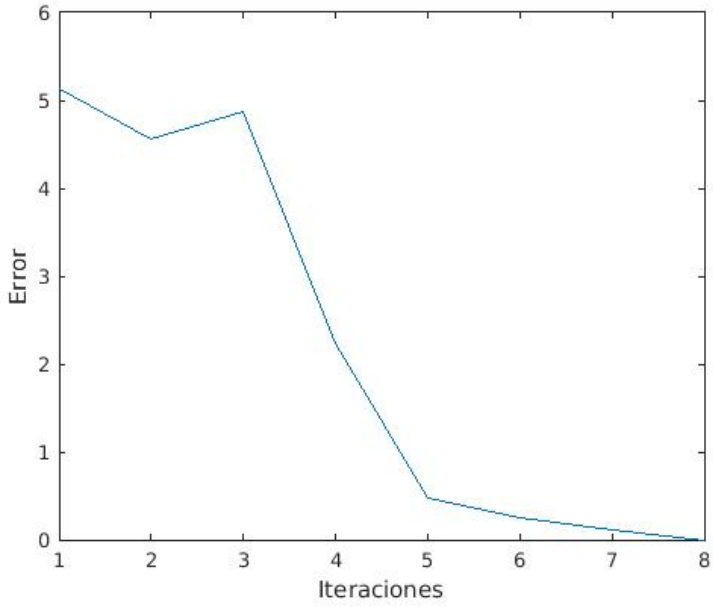

Figura 5-27.: Error de convergencia para 100 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u.

la ejecución del algoritmo, ya que a partir de la iteración tres la tendencia es decreciente. En otros intentos se obtuvieron resultados donde el algoritmo *progressive hedging* no fue capaz de alcanzar la convergencia luego de 30 iteraciones. La figura **5-28** muestra el comisionamiento de unidades obtenido, donde la diferencia respecto a la figura **5-23** consiste en el comisionamiento adicional del generador 56.

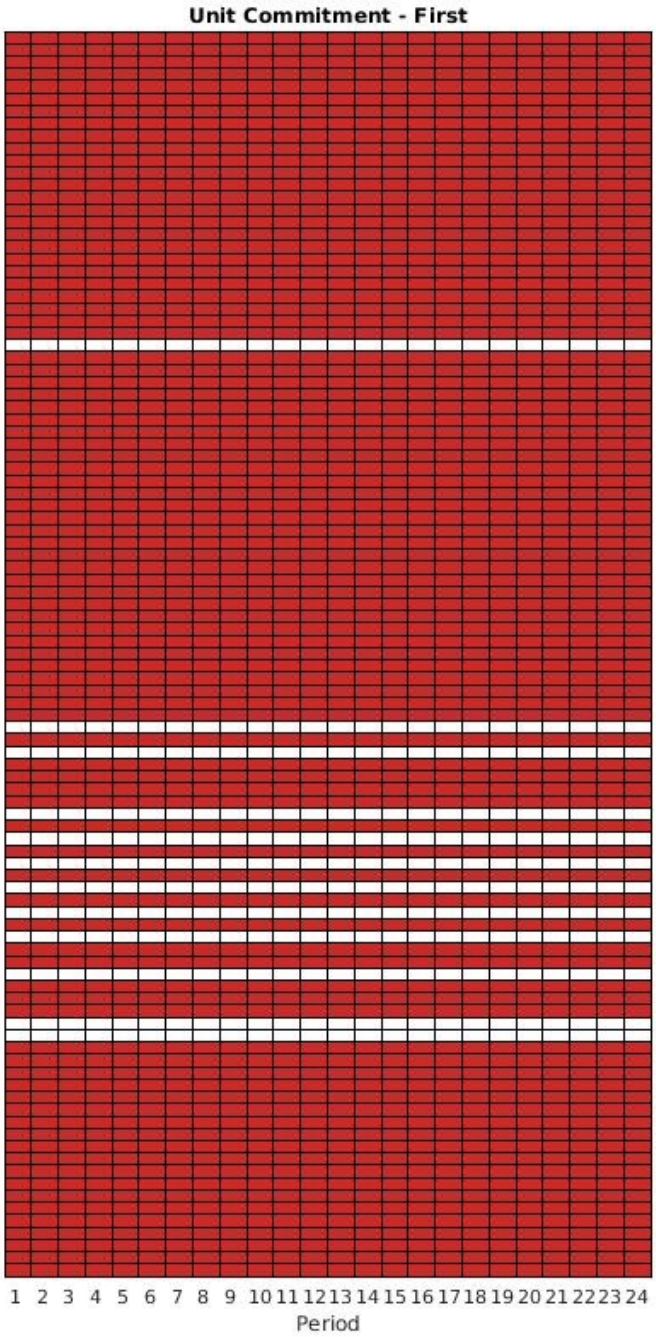

Figura 5-28.: Comisión de unidades para 100 escenarios de generación eólica usando *progressive hedging* sobre las variables u.

5.4. Comentarios

Los resultados obtenidos muestran que *progressive hedging* es capaz de resolver el modelo de coordinación hidrotérmica usando un número considerable de escenarios (100 escenarios de viento), con tiempos de solución reducidos. Así mismo, los costos de operación se mantienen en una vecindad cercana, cuando se comparan con la técnica de programación lineal entera mixta.

Adicionalmente, cuando se realizaron las corridas usando el algoritmo *progressive hedging* considerando 15 y 50 escenarios, siempre se obtuvo una convergencia por parte del algoritmo en todos los intentos. En cambio, cuando se corrió el modelo con 100 escenarios de viento, la convergencia se alcanzó después de múltiples intentos de solución.

6. Conclusiones y trabajo futuro

6.1. Conclusiones

- El modelado de la coordinación hidrotérmica ha cambiado, pasando de esquemas determinísticos a estocásticos. En los esquemas determinísticos era suficiente con establecer una porción de la generación como reserva para satisfacer la incertidumbre de la demanda. En cambio, en los métodos estocásticos el establecer una porción fija de la demanda como reserva resulta en puntos no óptimos de operación, por lo que es necesario considerar diferentes estados para la generación a partir de fuentes de energía renovable.

- La simplificación aplicada al modelo de coordinación hidrotérmica propuesto en [1] consistente en la solución de flujos de potencia DC para cada estado operativo, permite una implementación efectiva del algoritmo *progressive hedging* ya que convierte las restricciones de flujo de potencia en restricciones lineales y se disminuye el número de variables a considerar, sin perder demasiada precisión en los despachos obtenidos para las unidades de generación.

- Se logró reducir el costo óptimo de operación del sistema en un 0.85 % (alrededor de 200.000 pesos) al usar el algoritmo *progressive hedging* con cálculo del parámetro de penalización ρ basada en los costos marginales de las variables, en comparación con los resultados obtenidos usando programación lineal entera mixta, para una misma comisión de unidades en ambos métodos de solución.

- El tiempo de cómputo del algoritmo *progressive hedging* se vio impactado de manera negativa al adicionar variables de tipo entero en la solución del modelo de comisión de unidades. Al comparar los resultados obtenidos de la solución del modelo con cada uno de los dos conjuntos de variables representativas consideradas (u y u, v), los tiempos de cómputo del primer conjunto (105 segundos) fueron mucho menores que los resultados con el segundo conjunto (8523 segundos). En contraste, se obtuvieron ligeras mejoras en el costo óptimo de operación de la solución con el segundo conjunto de variables respecto al primero.

- El esquema de paralelización usado, basado en un entorno de 24 núcleos de trabajo,

permitió la reducción del tiempo de cómputo de 12179 segundos para el método de programación lineal entera mixta, a 105 segundos usando el algoritmo *progressive hedging*; demostrando de esta manera las capacidades de paralelización que puede ofrecer éste algoritmo cuando se tratan problemas de tipo estocástico constituidos por escenarios.

- El algoritmo *progressive hedging* facilita un esquema de paralelización que resulta altamente eficiente mientras se cumplan con unas características del problema a solucionar, tales como: trayectorias independientes en la construcción del modelo estocástico, con el fin de facilitar la solución de manera independiente; y problemas en cuya descomposición se obtengan subproblemas de baja complejidad (lineales) ya que de otra manera los tiempos de solución por núcleo de trabajo incrementarían exponencialmente.

- El método de programación lineal entera mixta resuelve el modelo completo de coordinación hidrotérmica, es decir, toma todo el conjunto de escenarios y lo resuelve como un solo problema (serial). Es por esto que cuando el número de escenarios empieza a ser importante, los tiempos de solución incrementan de manera exponencial, hasta el punto en el que es imposible resolver el problema completo. En los resultados presentados, el número máximo de escenarios que se pudo solucionar en tiempos razonables (12179 segundos) resulto ser 15 escenarios.

- Con el fin de mostrar las bondades del algoritmo *progressive hedging*, este se aplicó al modelo de coordinación hidrotérmica considerando 50 y 100 escenarios de energía eólica, obteniendo resultados alentadores (tiempos de ejecución de 369 y 1187 segundos respectivamente), aunque empiezan a aparecer problemas tales como oscilaciones numéricas al aumentar el número de escenarios, con su consecuente incremento en el tiempo de solución.

6.2. Trabajo futuro

- Es necesario considerar en el modelo de comisión de unidades los escenarios que representan la seguridad ante contingencias, ya que es una parte fundamental dentro de la planeación de operación a corto plazo.

- La metodología para la selección de los escenarios de viento utilizada en el desarrollo de la tesis se basó en selecciones aleatorias a partir de una base de datos, éste mecanismo puede ser reemplazado por una metodología que sea capaz de manipular la base de datos en su totalidad y establecer una agrupación de escenarios que sea representativa de la misma.

- Adicionalmente es necesario considerar la implementación de las ecuaciones de flujo de potencia en su versión no lineal AC como restricciones del modelo, con el fin de obtener la representación más completa posible de la coordinación hidrotérmica. Para este fin, también se deben buscar mejoras cuando se tienen subproblemas complejos (no lineales)

A. Anexo: Flujo de potencia DC

El flujo de potencia DC se refiere a una simplificación de las ecuaciones de balance de potencia no lineales de la ecuación 2-8, donde se asume que las líneas son modeladas mediante la reactancia de línea, por lo tanto se ignoran las pérdidas, y los elementos shunt que componen todo el sistema. Además las tensiones de las barras se asumen 1 por unidad, y la potencia reactiva se deprecia por completo, de tal manera que las ecuaciones que describen la potencia viajando por una línea de transmisión son de la siguiente manera [72]:

$$PL_{ij} = \frac{1}{x_{ij}}(\theta_i - \theta_j) \tag{A-1}$$

Donde PL_{ij} representa la potencia que viaja de la barra i hacia la barra j, x_{ij} es la reactancia de la línea que conecta las barras i y j, y θ representa los ángulos de las barras i y j. De esta manera, se pueden calcular las potencias mediante un sistema de ecuaciones lineales.

Tomando como ejemplo el sistema de la figura **A-1** [72]:

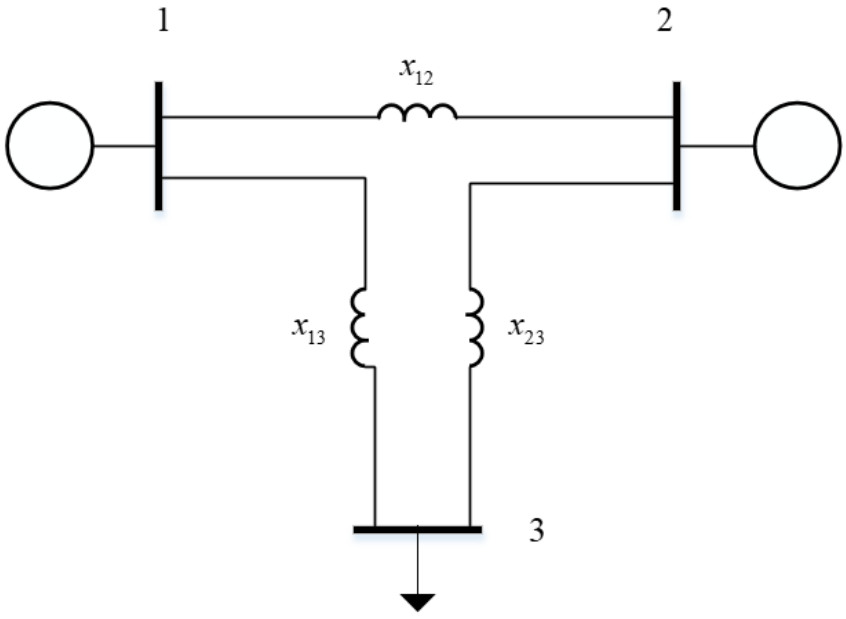

Figura A-1.: Sistema de ejemplo de 3 barras.

Las ecuaciones de las inyecciones en cada una de las barras se pueden escribir como:

$$P_1 = PL_{12} + PL_{13} = \frac{1}{x_{12}}(\theta_1 - \theta_2) + \frac{1}{x_{13}}(\theta_1 - \theta_3) = \left(\frac{1}{x_{12}} + \frac{1}{x_{13}}\right)\theta_1 - \frac{1}{x_{12}}\theta_2 - \frac{1}{x_{13}}\theta_3 \quad \text{(A-2)}$$

$$P_2 = PL_{21} + PL_{23} = \frac{1}{x_{12}}(\theta_2 - \theta_1) + \frac{1}{x_{23}}(\theta_2 - \theta_3) = -\frac{1}{x_{12}}\theta_1 + \left(\frac{1}{x_{12}} + \frac{1}{x_{23}}\right)\theta_2 - \frac{1}{x_{23}}\theta_3 \quad \text{(A-3)}$$

$$P_3 = PL_{31} + PL_{32} = \frac{1}{x_{13}}(\theta_3 - \theta_1) + \frac{1}{x_{23}}(\theta_3 - \theta_2) = -\frac{1}{x_{13}}\theta_1 - \frac{1}{x_{23}}\theta_2 + \left(\frac{1}{x_{13}} + \frac{1}{x_{23}}\right)\theta_3 \quad \text{(A-4)}$$

Una forma matricial de representar la ecuaciones anteriores es de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{x_{12}} + \frac{1}{x_{13}}\right) & -\frac{1}{x_{12}} & -\frac{1}{x_{13}} \\ -\frac{1}{x_{12}} & \left(\frac{1}{x_{12}} + \frac{1}{x_{23}}\right) & -\frac{1}{x_{23}} \\ -\frac{1}{x_{13}} & -\frac{1}{x_{23}} & \left(\frac{1}{x_{13}} + \frac{1}{x_{23}}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} \quad \text{(A-5)}$$

Que corresponde a un sistema de ecuaciones lineales, a partir del cual se puede hallar los ángulos en las barras del sistema, teniendo en cuenta los datos de potencias generadas y potencias demandadas del sistema.

B. Glosario

A continuación se presenta un glosario de términos presentes en la formulación del modelo:

- Sistema inicial: Conjunto de generadores, barras y líneas de transmisión al cual se le aplicará la coordinación hidrotérmica.

- Escenario base: Copia del sistema inicial, al cual se le realizarán ligeras modificaciones para representar cambios en un horizonte temporal.

- Trayectoria temporal: Consecución de estados base que representaran cambios en una curva de demanda, o una curva de disponibilidad de generación.

- Escenario de demanda: Trayectoria temporal donde cada escenario base contiene una modificación en su demanda, de tal manera que se modelen cambios de acuerdo a una curva de demanda, en un horizonte temporal.

- Escenario de generación de fuentes de energía renovable: Trayectoria temporal donde cada escenario base contiene una modificación en la disponibilidad de generación a partir de fuentes de energía renovable, de tal manera que se modelen cambios de acuerdo a una curva de disponibilidad, en un horizonte temporal.

Bibliografía

[1] C. E. Murillo-Sánchez, R. D. Zimmerman, C. Lindsay Anderson, and R. J. Thomas, "Secure planning and operations of systems with stochastic sources, energy storage, and active demand," *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 4, no. 4, pp. 2220–2229, 2013.

[2] M. Conforti, G. Cornuéjols, and G. Zambelli, *Integer Programming*. Springer, 2014.

[3] A. J. Wood, B. F. Wollenberg, and G. B. Sheblé, *Power generation, operation, and control*, 3rd ed., John Wiley & Sons Ltd, Ed. John Wiley & Sons Ltd, 2014.

[4] N. P. Padhy, "Unit Commitment—A Bibliographical Survey," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 19, no. 2, pp. 1196–1205, 2004.

[5] Q. P. Zheng, J. Wang, and A. L. Liu, "Stochastic Optimization for Unit Commitment - A Review," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 30, no. 4, pp. 1913–1924, 2015.

[6] A. Papavasiliou, "Coupling Renewable Energy Supply with Deferrable Demand," *ProQuest Dissertations and Theses*, vol. 3499039, p. 100, 2011.

[7] C. Li, "Unit Commitment with Uncertainty," *ProQuest Dissertations and Theses*, no. December, p. 194, 2016.

[8] F. Bouffard, F. D. Galiana, and A. J. Conejo, "Market-Clearing With Stochastic Security— Part II: Case Studies," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, no. 4, pp. 1818–1826, 2005.

[9] ——, "Market-Clearing With Stochastic Security— Part I: Formulation," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, no. 4, pp. 1818–1826, 2005.

[10] C. E. Murillo-Sánchez, R. D. Zimmerman, C. L. Anderson, and R. J. Thomas, "A stochastic, contingency-based security-constrained optimal power flow for the procurement of energy and distributed reserve," *Decision Support Systems*, vol. 56, no. 1, pp. 1–10, 2013.

[11] T. Li, M. Shahidehpour, and Z. Li, "Risk-Constrained Bidding Strategy With Stochastic Unit Commitment," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 22, no. 1, pp. 449–458, 2007.

[12] A. Papavasiliou, S. S. Oren, and R. P. O. Neill, "Reserve Requirements for Wind Power Integration : A Stochastic Programming Framework," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 26, no. 4, pp. 2197–2206, 2011.

[13] C. Lowery and M. O'Malley, "Reserves in Stochastic Unit Commitment: An Irish System Case Study," *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 6, no. 3, pp. 1029–1038, 2015.

[14] F. Wang and K. W. Hedman, "Dynamic Reserve Zones for Day-Ahead Unit Commitment With Renewable Resources," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 30, no. 2, pp. 612–620, 2015.

[15] N. Li, N. G. Singhal, and K. W. Hedman, "An Enhanced Security-Constrained Unit Commitment Model with Reserve Response Set Policies," pp. 3065–3074, 2017.

[16] K. W. Hedman, M. C. Ferris, R. P. O'Neill, E. B. Fisher, and S. S. Oren, "Co-Optimization of Generation Unit Commitment and Transmission Switching With N-1 Reliability," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 25, no. 2, pp. 1052–1063, 2010.

[17] J. García-González, R. M. R. de la Muela, L. M. Santos, and A. M. Gonzalez, "Stochastic joint optimization of wind generation and pumped-storage units in an electricity market," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 23, no. 2, pp. 460–468, 2008.

[18] R. P. O'Neill, E. A. Krall, K. W. Hedman, and S. S. Oren, "A model and approach to the challenge posed by optimal power systems planning," *Mathematical Programming*, vol. 140, no. 2, pp. 239–266, 2013.

[19] M. Parvania and M. Fotuhi-Firuzabad, "Demand response scheduling by stochastic SCUC," *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 1, no. 1, pp. 89–98, 2010.

[20] E. Denny and M. O'Malley, "Wind generation, power system operation, and emissions reduction," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 21, no. 1, pp. 341–347, 2006.

[21] R. Barth, H. Brand, P. Meibom, and C. Weber, "A stochastic unit-commitment model for the evaluation of the impacts of integration of large amounts of intermittent wind power," *2006 9th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, PMAPS*, 2006.

[22] F. Bouffard and F. D. Galiana, "Stochastic Security for Operations Planning with Significant Wind Power Generation," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 23, no. 2, pp. 306–316, 2008.

[23] A. Tuohy, P. Meibom, E. Denny, and M. O'Malley, "Unit Commitment for Systems With Significant Wind Penetration," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 24, no. 2, pp. 592–601, 2009.

[24] P. Meibom, R. Barth, B. Hasche, H. Brand, C. Weber, and M. O'Malley, "Stochastic optimization model to study the operational impacts of high wind penetrations in Ireland," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 26, no. 3, pp. 1367–1379, 2011.

[25] A. Papavasiliou and S. S. Oren, "Applying High Performance Computing to Transmission-Constrained Stochastic Unit Commitment for Renewable Energy Integration," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 30, no. 3, pp. 1–17, 2012.

[26] A. Sturt and G. Strbac, "Efficient stochastic scheduling for simulation of wind-integrated power systems," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 27, no. 1, pp. 323–334, 2012.

[27] L. Wu, M. Shahidehpour, and Z. Li, "Comparison of scenario-based and interval optimization approaches to stochastic SCUC," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 27, no. 2, pp. 913–921, 2012.

[28] A. Papavasiliou and S. S. Oren, "Multiarea Stochastic Unit Commitment for High Wind Penetration in a Transmission Constrained Network," *Operations Research*, vol. 61, no. 3, pp. 578–592, 2013.

[29] P. B. Luh, Y. Yu, B. Zhang, E. Litvinov, T. Zheng, F. Zhao, J. Zhao, and C. Wang, "Grid Integration of Distributed Wind Generation: Hybrid Markovian and Interval Unit Commitment," *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 5, no. 2, pp. 732–741, 2014.

[30] R. B. Hytowitz and K. W. Hedman, "Managing solar uncertainty in microgrid systems with stochastic unit commitment," *Electric Power Systems Research*, vol. 119, pp. 111–118, 2015.

[31] Y. Yu, P. B. Luh, E. Litvinov, T. Zheng, J. Zhao, and F. Zhao, "Grid Integration of Distributed Wind Generation: Hybrid Markovian and Interval Unit Commitment," *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 6, no. 6, pp. 3061–3072, 2015.

[32] G. L. LaBove, Y. M. Al-Abdullah, and K. W. Hedman, "Scaling Issues in Day-Ahead Formulations of Stochastic Unit Commitment," *2015 North American Power Symposium, NAPS 2015*, 2015.

[33] H. Wu, I. Krad, A. Florita, B. M. Hodge, E. Ibanez, J. Zhang, and E. Ela, "Stochastic Multi-Timescale Power System Operations with Variable Wind Generation," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 32, no. 5, pp. 3325–3337, 2017.

[34] J. Condren and T. W. Gedra, "Expected-Security-Cost Optimal Power Flow With Small-Signal Stability Constraints," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 21, no. 4, pp. 1736–1743, 2006.

[35] J. Condren, T. W. Gedra, and P. Damrongkulkamjorn, "Optimal power flow with expected security costs," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 21, no. 2, pp. 541–547, 2006.

[36] S. Wong and J. D. Fuller, "Pricing energy and reserves using stochastic optimization in an alternative electricity market," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 22, no. 2, pp. 631–638, 2007.

[37] G. Pritchard, G. Zakeri, and a. Philpott, "A Single-Settlement, Energy-Only Electric Power Market for Unpredictable and Intermittent Participants," *Operations Research*, vol. 58, no. 4-Part-2, pp. 1210–1219, 2010.

[38] J. M. Morales, A. J. Conejo, K. Liu, and J. Zhong, "Pricing electricity in pools with wind producers," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 27, no. 3, pp. 1366–1376, 2012.

[39] S. Takriti, J. Birge, and E. Long, "A stochastic model for the unit commitment problem," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 11, no. 3, pp. 1497–1508, 1996.

[40] P. Carpentier, G. Cohen, and J. C. Culioli, "Stochastic Optimization of Unit Commitment: A New Decomposition Framework," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 11, no. 2, pp. 1067–1073, 1996.

[41] W. L. Snyder, H. D. Powell, and J. C. Rayburn, "Dynamic programming approach to unit commitment," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 2, no. 2, pp. 339–348, 1987.

[42] R. Gollmer, M. P. Nowak, W. Römisch, and R. Schultz, "Unit commitment in power generation – a basic model and some extensions," *Annals of Operations Research*, vol. 96, pp. 167–189, 2000.

[43] M. P. Nowak, R. Schultz, and M. Westphalen, "A Stochastic Integer Programming Model for Incorporating Day-Ahead Trading of Electricity into Hydro-Thermal Unit Commitment," *Optimization and Engineering*, vol. 6, no. 2, pp. 163–176, 2005.

[44] L. Wu, M. Shahidehpour, and T. Li, "Stochastic Security-Constrained Unit Commitment," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 22, no. 2, pp. 800–811, 2007.

[45] L. F. Escudero, M. A. Garín, G. Pérez, and A. Unzueta, "Scenario Cluster Decomposition of the Lagrangian dual in two-stage stochastic mixed 0-1 optimization," *Computers and Operations Research*, vol. 40, no. 1, pp. 362–377, 2013.

[46] Y. Fu, M. Shahidehpour, and Z. Li, "Security-Constrained Unit Commitment With AC Constraints," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, no. 3, pp. 1538–1550, 2005.

[47] D. Bertsimas, E. Litvinov, X. A. Sun, J. Zhao, and T. Zheng, "Adaptive Robust Optimization for the Security Constrained Unit Commitment Problem," *IEEE Transactions on Power Systems*, pp. 1–12, 2012.

[48] G. Guo, G. Hackebeil, S. M. Ryan, J. P. Watson, and D. L. Woodruff, "Integration of progressive hedging and dual decomposition in stochastic integer programs," *Operations Research Letters*, vol. 43, no. 3, pp. 311–316, 2015.

[49] S. M. Ryan, R. J. Wets, D. L. Woodruff, C. Silva-Monroy, and J. P. Watson, "Toward Scalable, Parallel Progressive Hedging for Stochastic Unit Commitment," *IEEE Power and Energy Society General Meeting*, 2013.

[50] R. Rockafellar and R. J.-B. Wets, "Scenarios and Policy Aggregation in Optimization Under Uncertainty," *Mathematics of Operations Research*, vol. 16, no. 1, pp. 119–147, 1991.

[51] M. Somervell, "Progressive Hedging in Parallel," p. 174, 1998.

[52] M. L. L. dos Santos, E. Luiz, E. C. Finardi, and R. E. C. Gonçalves, "Solving the short term operating planning problem of hydrothermal systems by using the progressive hedging method," no. June, pp. 1–5, 2008.

[53] E. Gil and J. Araya, "Short-term Hydrothermal Generation Scheduling Using a Parallelized Stochastic Mixed-integer Linear Programming Algorithm," *Energy Procedia*, vol. 87, pp. 77–84, 2016.

[54] M. L. L. dos Santos, E. L. da Silva, E. C. Finardi, and R. E. C. Gonçalves, "Practical aspects in solving the medium-term operation planning problem of hydrothermal power systems by using the progressive hedging method," *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, vol. 31, no. 9, pp. 546–552, 2009.

[55] R. E. C. Gonçalves, E. C. Finardi, E. L. da Silva, and M. L. L. dos Santos, "Comparing stochastic optimization methods to solve the medium-term operation planning problem," *Computational & Applied Mathematics*, vol. 30, no. 2, pp. 289–313, 2011.

[56] P.-L. Carpentier, M. Gendreau, and F. Bastin, "Midterm Hydro Generation Scheduling Under Uncertainty Using the Progressive Hedging Algorithm," *CIRRELT*, p. 18, 2012.

[57] R. E. C. Gonçalves, E. C. Finardi, and E. L. D. Silva, "Applying different decomposition schemes using the progressive hedging algorithm to the operation planning problem of a hydrothermal system," *Electric Power Systems Research*, vol. 83, no. 1, pp. 19–27, 2012.

[58] P. L. Carpentier, M. Gendreau, and F. Bastin, "Long-term management of a hydroelectric multireservoir system under uncertainty using the progressive hedging algorithm," *Water Resources Research*, vol. 49, no. 5, pp. 2812–2827, 2013.

[59] L. Zéphyr, P. Lang, and B. F. Lamond, "Adaptive monitoring of the progressive hedging penalty for reservoir systems management," *Energy Systems*, vol. 5, no. 2, pp. 307–322, 2014.

[60] A. Helseth, "Stochastic network constrained hydro-thermal scheduling using a linearized progressive hedging algorithm," *Energy Systems*, vol. 7, no. 4, pp. 585–600, 2016.

[61] Y. Gu and L. Xie, "Stochastic Look-Ahead Economic Dispatch with Variable Generation Resources," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 32, no. 1, pp. 17–29, 2017.

[62] C. Li, M. Zhang, and K. W. Hedman, "N-1 Reliable Unit Commitment via Progressive Hedging," *Journal of Energy Engineering*, p. B4014004, 2014.

[63] J. R. Birge and F. Louveaux, *Introduction to Stochastic Programming*, 2nd ed. Springer, 2011.

[64] J. P. Watson and D. L. Woodruff, "Progressive hedging innovations for a class of stochastic mixed-integer resource allocation problems," *Computational Management Science*, vol. 8, no. 4, pp. 355–370, 2011.

[65] A. Lokketangen and D. L. Woodruff, "Progressive Hedging and Tabu Search Applied to Mixed Integer (0, 1) Multistage Stochastic Programming," *Journal of Heuristics*, vol. 2, pp. 111–128, 1996.

[66] K. K. Haugen, A. Løkketangen, and D. L. Woodruff, "Progressive hedging as a metaheuristic applied to stochastic lot-sizing," *European Journal of Operational Research*, vol. 132, no. 1, pp. 116–122, 2001.

[67] J. M. Mulvey and H. Vladimirou, "Applying the progressive hedging algorithm to stochastic generalized networks," *Operations Research*, vol. 31, pp. 399–424, 1991.

[68] S. Zehtabian and F. Bastin, "Penalty Parameter Update Strategies in Progressive Hedging Algorithm," *CIRRELT*, no. March, 2016.

[69] F. Capitanescu, "Critical review of recent advances and further developments needed in AC optimal power flow," *Electric Power Systems Research*, vol. 136, pp. 57–68, 2016.

[70] "Gurobi Optimizer reference manual," p. 572, 2014.

[71] "Parallel Computing Toolbox™: User's Guide," *MATLAB Manual*, pp. 1–729, 2011.

[72] C. E. Murillo-Sánchez, "Notas del curso sobre sistemas de potencia," p. 184, 2009.