UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Aplicación de la ley de Thirlwall bajo el enfoque del ciclo de negocios

William Steven Corrales Triana

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias Económicas
Bogotá, Colombia
2020

Aplicación de la ley de Thirlwall bajo el enfoque del ciclo de negocios

William Steven Corrales Triana

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Ciencias Económicas

Director:
Ph.D., Doctor Mario García Molina

Línea de Investigación:
Teoría y política económica

Grupo de Investigación:
Grupo Interdiciplinario en Teoría e Investigación Aplicada en Ciencias Económicas

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias Económicas
Bogotá, Colombia
2020

Resumen

El objetivo de este documento es analizar las implicaciones del ciclo económico colombiano sobre el modelo de restricción de balanza de pagos siguiendo la metodología utilizada por Garcimartin, Kvedaras y Rivas (2016). El enfoque de la ley de Thirlwall señala que en el largo plazo la economía se ajusta a la tasa de crecimiento compatible con la restricción de balanza de pagos, no obstante, no plantea una relación con la dinámica del ciclo económico en el corto plazo. El desarrollo teórico utilizado permite identificar dentro de la lógica del modelo dos factores que generan el ciclo económico: los flujos de capital y los choques comerciales. Para mejorar la estimación y conocer el efecto de las entradas de capital sobre las exportaciones, se incluye la acumulación de capital en los sectores transables como una restricción de oferta. Los resultados muestran que, en el corto plazo, los flujos de capital tienden a financiar las importaciones y reducen levemente las exportaciones. Por su parte, el análisis de varianza relativa entre los factores del ciclo económico sugiere a los choques comerciales como el componente principal de las fluctuaciones del ciclo económico en las primeras décadas de análisis, posteriormente, en los años previos a la apertura económica es el componente de los flujos de capital el que contribuye más a la fluctuación del ciclo económico.

Clasificación JEL: C32, E12, E32, F31, F32, F43.

Palabras clave: Ley de Thirlwall, Balanza de pagos, Modelos Keynesioanos, Ciclo de negocios, Crecimiento económico, Cointegración.

Abstract

The objective of this document is to analyze the implications of the business cycle on balance-of-payments constrained model following the methodology proposed by Garcimartin, Kvedaras and Rivas (2016). The approach of Thirlwall's law is that in the long term the economy adjusts to the growth rate compatible with the balance of payments restriction. However, it does not propose a relationship with the dynamics of the economic cycle in the short run. The theoretical model used allows to identify within the logic of the model two factors that generate the economic cycle: capital flows and trade shocks. To improve the estimation and to know the effect of capital inflows on exports, capital accumulation in tradable sectors is included as a supply restriction. The results show that, in the short term, capital flows tend to finance imports and slightly reduce exports. On the other hand, the analysis of relative variance among business cycle factors suggests trade shocks as the main component of business cycle fluctuations in the first decades of analysis, then, in the years prior to economic opening, the component of capital flows contributes most to the business cycle fluctuation.

Keywords: Thirlwall's law, Balance-of-payments constrained, Keynesian models, Business cycle, Economic growth, Cointegration.

1. Introducción

La dinámica económica actual presenta un escenario con economías mucho más abiertas a los mercados internacionales respecto a las décadas anteriores, como resultado de la paulatina integración comercial y financiera de los países en vías de desarrollo. La integración a la economía mundial ha debilitado en gran medida los controles a los flujos de capital y los flujos comerciales característicos de décadas pasadas, lo cual ha aumentado la vulnerabilidad macroeconómica de países como Colombia ante cambios en los factores externos. La volatilidad internacional es un elemento propio de la dinámica de corto plazo que inevitablemente termina afectando la tasa de crecimiento de las economías en desarrollo.

En la literatura son varios los trabajos empíricos que han intentado establecer los determinantes del crecimiento económico. Sin embargo, no hay un consenso respecto a los factores clave que determinan el crecimiento económico en el largo plazo. La teoría convencional explica el crecimiento por el lado de la oferta, utilizando la acumulación previa de factores en una función de producción de rendimientos contantes, como los modelos de Solow (1957), Ramsey (1928), Romer (1990), el principal problema de estos modelos radica en la dificultad de explicar la parte del crecimiento que no depende, ni del capital, ni del trabajo. La PTF (productividad Total de Factores) como generalmente se le conoce al residuo llega a ser casi el 50 % del crecimiento observado en los países emergentes (Lorente, 2004).

Una visión opuesta son los modelos que relacionan el crecimiento económico y el comercio. Desde la visión estructuralista el trabajo de Chenery (1961) es una primera aproximación en esta vía con el modelo de brechas, donde el crecimiento se encuentra restringido por una brecha externa (balanza de pagos) y una brecha interna (ahorro). Por su parte, la noción keynesiana del crecimiento restringido por balanza de pagos, también conocida en la literatura como ley de Thirwall, establece una relación de largo plazo entre la tasa de crecimiento del producto y las exportaciones, en la cual la balanza de pagos ejerce como límite al crecimiento de la demanda (importaciones) equiparable al nivel de oferta (exportaciones) Thirlwall (1979). La disponibilidad de divisas determina el nivel de importación en los países en vías de desarrollo, la industria local en estos países, por lo general se dinamiza con la adquisición de bienes de capital y bienes intermedios en los mercados mundiales. Luego, ante mayor disponibilidad de divisas en una economía, mayor será el nivel de importación y el desarrollo de la industria local.

Thirlwall y Hussain (1982) incorporan los flujos de capital a la restricción como una característica particular del déficit de balanza de pagos de países en desarrollo. La versión ampliada de la ley de Thirlwall relaja la restricción, en la medida que hay disponibilidad de divisas producto de la entrada de capitales extranjeros, permitiendo aumentar la demanda interna y alcanzar tasas de crecimiento mayores. A partir de esta formulación la noción del crecimiento restringido por balanza de pa-

gos evidencia varios desarrollos teóricos con el objetivo de mejorar las predicciones del modelo, pero manteniendo la lógica de las ecuaciones. Elitok (2008) agrupa los desarrollos posteriores en los modelos de tercera generación, los cuales se caracterizan por añadir variables adicionales a la restricción para medir sostenibilidad de la deuda y la salida de divisas mediante el pago de intereses a la deuda externa.

Para Colombia son varios los trabajos que han estudiado la restricción de balanza de pagos García Molina y Quevedo Caro (2005), Velasco (2006), Márquez Aldana (2006) y Ruiz (2016), en general tienden a concluir que la restricción se cumple para Colombia. En particular, el trabajo de Quitián (2012) es una primera aproximación sobre el estudio de los desajustes de corto plazo, separando los flujos de capital entre el componente estable, definido como los capitales que tienen un tiempo de permanencia prolongado (inversión extranjera directa) y el componente inestable definido como los capitales captadores de rentas (capital financiero), encontrando que el componente inestable, asociado a mayor volatilidad, afecta negativamente la tasa de crecimiento de largo plazo.

En relación con los desajustes temporales de corto plazo Barbosa-Filho (2004) desarrollan un modelo donde el tipo de cambio real y la tasa de crecimiento del ingreso son variables de ajuste de las cuentas comerciales. Por su parte, el trabajo de Filho, Jayme y Libânio (2013) complementa el análisis de Barbosa-Filho (2004), estableciendo una relación entre el crecimiento restringido por balanza de pagos y la deuda externa, tomando los controles de capital como una variable de política económica. Ellos analizan tres hipótesis sobre el comportamiento de los flujos de capitales (inversión extranjera directa y capitales especulativos) y el pago de los intereses, utilizando soluciones de computador como una herramienta para encontrar una solución analítica del modelo.

Si bien los trabajos de Quitián (2012) y Filho y col. (2013) estudian la inestabilidad de los flujos de capital, no estudian el efecto de la volatilidad de corto plazo en la tasa de crecimiento de largo plazo. El reciente trabajo de Garcimartin y col. (2016) estudia la dinámica de las fuentes de los ciclos económicos (los flujos de capital y las perturbaciones en los mercados internacionales) descomponiendo la tasa de crecimiento de corto plazo y la tasa de crecimiento de largo plazo en el marco de la restricción de balanza de pagos. Ellos encuentran que, dada la formulación matemática del modelo de restricción de balanza de pagos, el modelo tiende a sobreestimar el ciclo económico, al no incluir el efecto directo que tienen los flujos de capital sobre las importaciones, razón por la cual, modifican las estructuras de las ecuaciones para corregir el problema.

Particularmente, Colombia es un país que ha evidenciado varios periodos con inestabilidad en las entradas de capital, acompañados por auges y descensos de los flujos comerciales. A finales de la década del setenta y principios de la década del ochenta, Colombia experimenta un primer periodo de inestabilidad en los flujos de

capital acompañada de un proceso de industrialización, en estos años la disponibilidad de divisas aumentó con la bonanza cafetera. Un segundo periodo es la apertura económica a principios de los años noventa, que durante los años iniciales dinamizó las exportaciones al tiempo que aumentaban los flujos de capitales hacia el país, situación que se revierte al final de la década, como consecuencia de la crisis de los tigres asiáticos y la posterior crisis del UPAC. Un tercer periodo de auge de capitales y crecimiento de las exportaciones se origina con la adopción de políticas macro prudenciales como la inflación objetivo y la implementación de los acuerdos de Basilea II, este periodo llega a su fin con la crisis financiera de 2008. Posteriormente, los altos precios del petróleo y los excesos de liquidez en economías desarrolladas dan lugar a un nuevo ciclo de capitales, que culmina con la caída del precio del principal producto de exportación (petróleo), desde entonces Colombia lleva cuatro años en la fase decreciente del ciclo económico, lo cual puede ser un indicio de un periodo caracterizado por un choque externo.

En relación a lo anterior, es interesante identificar el comportamiento del modelo de restricción de balanza de pagos incorporando la noción del ciclo de negocios. El modelo de restricción de balanza pagos establece una relación de largo plazo entre el crecimiento económico y las exportaciones a partir de la disponibilidad de divisas, no obstante, no establece el mecanismo mediante el cual se origina. En consecuencia, el propósito de este trabajo es analizar la volatilidad de los flujos de capital y los flujos comerciales en el marco del modelo de restricción de balanza de pagos para Colombia, en el periodo comprendido entre 1960-2017, utilizando la metodología propuesta por Garcimartin y col. (2016). La hipótesis planteada supone que, al incorporar un componente volátil en la estructura del modelo, las variaciones en los flujos de capital y los choques comerciales de corto plazo tendrán impactos sobre la tasa de crecimiento de largo plazo, lo cual establece puntos de partida diferentes respecto al modelo de restricción de balanza de pagos, donde desajustes en el corto plazo no afectan la tasa de crecimiento de largo plazo.

El documento lo componen 5 secciones. La primera sección es la introducción descrita en los párrafos anteriores. En la segunda sección se describe el modelo de Thirwall y las modificaciones para incorporar el ciclo de negocios. En la tercera sección, se describe la estrategia econométrica y los datos. En la cuarta sección se muestran los resultados del modelo econométrico. Por último, en la quinta sección se concluye.

2. La ley de Thirlwall y la incorporación del ciclo de negocios

Desde la publicación del modelo de crecimiento restringido por balanza de pagos en 1979, se han publicado diferentes trabajos que complementan o modifican la versión original de la Ley de Thirwall. Siguiendo la división propuesta por Elitok (2008), en la literatura se suelen reconocer tres generaciones del modelo de crecimiento restringido por balanza de pagos: la versión original, la versión ampliada y las modificaciones a las ecuaciones que buscan explicar situaciones específicas como el comportamiento de la deuda externa y el pago de intereses.

2.1. La ley de Thirlwall

En la primera generación se ubica la versión original de Thirlwall (1979), quien toma como punto de partida el supuesto de equilibrio de la balanza de pagos medido en moneda local para determinar la tasa de crecimiento de largo plazo. La condición de equilibrio establece que el valor de las exportaciones debe ser igual al valor de las importaciones.

$$XP = MP^*, \tag{1}$$

donde (X, M) son las exportaciones y las importaciones; (P, P^*) son el precio de las exportaciones en moneda local y el precio de las importaciones en moneda extranjera.

Las funciones de exportaciones y de importaciones se definen como:

$$X = A\left(\frac{P}{P^*}\right)^{\gamma} Y^{*\varepsilon} \tag{2}$$

$$M = B\left(\frac{P^*}{P}\right)^{\eta} Y^{\pi} \tag{3}$$

donde (Y, Y^*) es el ingreso local y mundial respectivamente; (A, B) son constantes positivas; $(\gamma, \eta) < 0$ son las elasticidades precio por exportaciones e importaciones; $(\varepsilon, \pi) > 0$ son las elasticidades ingreso por exportaciones e importaciones.

Tomando logaritmos y derivando respecto al tiempo, al reemplazar las ecuaciones (1) y (2) en la restricción obtenemos la tasa de crecimiento compatible con el equilibrio de la balanza de pagos.

$$\dot{y} = \frac{(1+\gamma+\eta)\left(\dot{p} - \dot{p^*}\right) + \varepsilon\dot{y}}{\pi} \tag{4}$$

Un segundo supuesto de la versión original se basa en que los precios relativos no tienen un rol importante en la determinación de la tasa de crecimiento, Thirlwall (1979) lo argumenta por medio de dos motivos, el primero se debe a que los precios relativos tienden a ser estables en el largo plazo y el segundo hace referencia las bajas elasticidades precio en términos absolutos. De esta manera, si los precios relativos son estables $(\dot{p} - \dot{p^*}) = 0$ y la ecuación se reduce a la siguiente expresión.

$$\dot{y} = \frac{\varepsilon \dot{y}^*}{\pi} \tag{5}$$

Bajo el segundo supuesto se deduce que $\dot{x} = \dot{y}^*$, luego $\dot{y} = \varepsilon \dot{x}/\pi$. A este resultado se le conoce como la ley de Thirlwall, la cual establece que la tasa de crecimiento del producto local compatible con la balanza de pagos depende de la tasa de crecimiento de las exportaciones y la elasticidad ingreso de la demanda por importaciones.

2.2. Ley de Thirlwall ampliada

La segunda generación nace con la publicación de Thirlwall y Hussain (1982) quienes reconocen que la regla simple no se adapta a las condiciones de oferta estructurales de las economías en desarrollo, estas economías poseen la facultad de crecer manteniendo déficits en la cuenta corriente. Por lo anterior, relajan la condición de equilibrio de la balanza de pagos (ecuación 1) incorporando los flujos de capital en la igualdad. Ahora es posible tener desequilibrios en la cuenta comercial, financiados por las entradas de capital extranjero.

$$XP + F = MP^*, \tag{6}$$

donde F es el valor de los flujos de capital en moneda local.

Definiendo $G = (XP+F)/XP$ y utilizando el mismo procedimiento matemático realizado en la ley simple, la tasa de crecimiento del producto consistente con la ley de Thirlwall ampliada por flujos de capitales se explica por la siguiente expresión.

$$\dot{y}_{lp} = \frac{\dot{g} + \varepsilon \dot{x}}{\pi}, \tag{7}$$

donde $\dot{g}$ es la tasa de crecimiento de los flujos de capital[1].

Los modelos de tercera generación se caracterizan por añadir variables adicionales a la restricción para medir la sostenibilidad de la deuda y la salida de divisas

[1]Entradas netas de capital y transferencias.

mediante el pago de intereses a la deuda externa. Una primera aproximación la realizaron Elliott y Rhodd (1999) quienes introducen el servicio a la deuda como una variable aditiva a las importaciones en la ecuación de equilibrio. Posteriormente, Moreno-Brid (2003) realizan una formulación similar, la diferencia radica en añadir el servicio a la deuda al otro lado de la ecuación con signo negativo. Si bien la inclusión del servicio a la deuda mejora la predicción, los resultados siguen siendo muy distantes a los observados.

Otros desarrollos han modificado algunos parámetros de las ecuaciones para extender el análisis a varios sectores o países. Por ejemplo, Nell (2003) realiza una aplicación para medir la restricción de Sudáfrica y varios países del centro de África respecto a los países de OECD. Bañai (2016) realiza un estudio en la misma vía corrigiendo inconsistencias teóricas de la formulación de Nell (2003) al no asumir la restricción de forma individual con cada socio comercial, sino la contribución de cada uno a la restricción general. La propuesta de Araujo y Lima (2007) extiende el modelo a varios sectores, calculando una elasticidad ingreso de la demanda individual por sector. Por su parte, García-Molina y Ruíz-Tavera (2009) integran los modelos de brechas con el Modelo de restricción de balanza de pagos, considerando la ley de Thirlwall como la restricción externa.

2.3. La restricción de la balanza de pagos en el corto plazo: ciclo de negocios

El modelo desarrollado por Garcimartin y col. (2016) propone la incorporación del ciclo de negocios a la restricción de balanza de pagos, modificando la estructura de las ecuaciones originales por lo que se puede considerar un modelo de tercera generación. Siguiendo la notación utilizada por los autores, el modelo parte de la incorporación de las transferencias (T) a la restricción original.

$$XP + T = MP^* \tag{8}$$

Definiendo $Z = (XP + T)/XP$. Se encuentra la tasa de crecimiento de largo plazo.

$$\dot{y}_{lp} = \frac{\dot{z} + \varepsilon \dot{x}}{\pi}, \tag{9}$$

Para encontrar la dinámica de corto plazo, el modelo original debe ser modificado. De forma resumida se tendría las siguientes ecuaciones[2].

$$XPZ + C = MP^*, \tag{10}$$

[2]Ver Garcimartin y col. (2016) para el desarrollo completo de las ecuaciones.

donde C representa las entradas netas de capital.

La restricción puede ser expresada en tasas de crecimiento de la siguiente manera.

$$s_x\left(\dot{p}+\dot{x}+\dot{z}\right)+s_c\dot{c}=\dot{m}+\dot{p}^*, \tag{11}$$

donde $s_x=\frac{PXZ}{PXZ+C}; s_c=\frac{C}{PXZ+C}$

En la ley de Thirlwall ampliada se obtienen mayores tasas de crecimiento debido a que las entradas netas de capital paralelamente aumentan las importaciones (ecuación 10)[3]; y por el segundo supuesto del modelo se tiene que el único camino para incrementar las importaciones en el largo plazo es mediante una expansión del ingreso (ecuación 3). No obstante, las importaciones no necesariamente se incrementan por un aumento proporcional del ingreso, las entradas netas de capital también pueden tener un impacto directo sobre las importaciones. Como lo menciona Garcimartin y col. (2016) un ejemplo extremo es un país que ha sufrido un desastre natural. El país recibe un importante flujo de capitales extranjeros (préstamos y ayudas humanitarias) para reemplazar la capacidad productiva pérdida. Al menos en el corto plazo, las divisas son destinadas a financiar las importaciones, con un efecto mínimo sobre la producción local. Cuando el flujo de divisas disminuye, las importaciones disminuyen proporcionalmente y la producción no es alterada. En otras palabras, las entradas netas de capital tienen un efecto directo sobre las importaciones y dada la estructura de las ecuaciones del modelo de restricción de balanza de pagos, este tiende a sobreestimar el ciclo.

Por su parte, el efecto de las entradas netas de capital sobre las exportaciones es desconocido. En un primer caso, el efecto es positivo si las divisas se destinan a la importación de bienes de capital para producción de bienes exportables. En el segundo caso, el efecto es negativo si las divisas provienen de una expansión del crédito y aumenta la demanda interna por bienes de consumo extranjeros.

Teniendo en cuenta los argumentos mencionados en los párrafos anteriores, las funciones de exportaciones e importaciones se definen como:

$$X=A\left(\frac{P}{P^*}\right)^{\gamma}Y^{*\varepsilon}e^{\varepsilon_2 C_r}D_x \tag{12}$$

$$M=B\left(\frac{P^*}{P}\right)^{\eta}Y^{\pi}e^{\pi_2 C_r}D_m \tag{13}$$

[3]La igualdad en la restricción se podría cumplir por la disminución de las importaciones, lo cual cambiaría los precios relativos. No obstante, el segundo supuesto del modelo establece que el cambio de los precios relativos no es significativo.

donde (D_x, D_m) denotan desviaciones de corto plazo de las exportaciones y las importaciones; C_r representa las entradas netas de capital en términos reales ($C_r = \frac{C}{P^*}$). La incorporación de C_r permite corregir la sobreestimación del ciclo económico generado por la estructura de las ecuaciones[4], imponiendo un impacto exponencial de las entradas netas de capital sobre el comercio. Luego, la tasa de crecimiento de corto plazo se define como:

$$\dot{y}_{cp} = \frac{(s_x\dot{p} - \dot{p}^*) + (s_x\gamma + \eta)(\dot{p} - \dot{p}^*) + s_x\varepsilon\dot{y}^* + s_x\dot{d}_x + s_x\dot{z} + s_x\dot{c}}{\pi} - \frac{(s_x\varepsilon_2 - \pi_2)\dot{c}_r - \dot{d}_m}{\pi} \tag{14}$$

El ciclo de negocios en el modelo de restricción de balanza de pagos puede ser definido como la diferencia entre la tasa de crecimiento de corto plazo y la tasa de crecimiento de largo plazo.

$$\dot{y}_{cp} - \dot{y}_{lp} = \frac{(s_x\dot{p} - \dot{p}^*) + (s_x\gamma + \eta)(\dot{p} - \dot{p}^*) + (s_x - 1)(s_x\varepsilon\dot{y}^* + \dot{z})}{\pi} + \frac{s_x\dot{c} + s_x\dot{d}_x - \dot{d}_m + (s_x\varepsilon_2 - \pi_2)\dot{c}_r}{\pi} \tag{15}$$

De acuerdo con la ecuación (15), el ciclo de negocios en el modelo de restricción de balanza de pagos depende de tres factores: 1) los precios relativos; 2) las entradas netas de capital; y 3) las desviaciones de corto plazo en el comercio. El segundo supuesto establece que los precios relativos son irrelevantes en la determinación de la regla simple de la ley de Thirlwall. Por tanto, siguiendo la teoría del modelo, cualquier desviación de la tasa de crecimiento de largo plazo se explica por las desviaciones de corto plazo en el comercio y las entradas netas de capital. Además, los efectos directos de las entradas de capital sobre las importaciones tienden a reducir la intensidad del ciclo, mientras que los efectos directos de las exportaciones dependen del signo de ε_2.

Como se mencionó, el efecto de las entradas de capital sobre las exportaciones depende del destino económico. En el primer caso se dinamiza la industria local mediante la inversión en bienes de capital y en el segundo caso aumenta la demanda interna por bienes de consumo. Si estos bienes no son producidos localmente, se puede esperar incrementos en mayor proporción de la demanda por bienes extranjeros. En el contexto de un país en desarrollo, la industria local es poco diversificada

[4]En la ley de Thirlwall se establece que las importaciones se incrementan cuando hay un expansión del ingreso. Las entradas netas de capital elevan la tasa de crecimiento de largo plazo, lo cual resulta en un aumento paralelo de las importaciones, dado por la elasticidad ingreso por importaciones. No obstante, el efecto no necesariamente es indirecto, las entradas netas de capital pueden dinamizar las importaciones sin una expansión del ingreso, un ejemplo es un país que recibe una expansión del crédito para dinamizar la industria o reemplazar el stock de capital perdido en un desastre natural.

y generalmente las exportaciones dependen de un bien primario. Bajo el escenario descrito, las entradas de capital inevitablemente tienen un efecto directo sobre las importaciones, pero las exportaciones tienen una restricción de oferta que impiden observar claramente el efecto de las entradas de capital.

Recientemente Razmi (2015) incorpora la acumulación de capital en el sector transable como una restricción de oferta en la ley de Thirlwall, encontrando dos casos de restricción. El primer caso lo define como el caso estándar, donde el crecimiento mundial juega un papel importante en la determinación de la tasa de crecimiento, mientras que el segundo lo define como el caso de un país pequeño, donde la acumulación de capital en el sector transable es la que determina la tasa de crecimiento.

Trabajos posteriores como los de Dávila-Fernández y Sordi (2019b) y Dávila-Fernández (2018) utilizan la restricción de oferta en el sector exportable propuesta por Razmi (2015) excluyendo cualquier análisis de precios para analizar la interacción del modelo de distribución de Goodwin (modelo de ciclos endógenos) y el comercio internacional en una economía restringida por balanza de pagos. Por su parte, Romero y McCombie (2018) añaden especificaciones de la literatura schumpeteriana en las funciones de exportación e importación con el objetivo de estudiar la competitividad relativa entre sectores no relacionada con los precios, sino con la productividad.

Con el objetivo de capturar el efecto de la acumulación de capital sobre las exportaciones, se define la tasa de crecimiento de las exportaciones por el lado de la oferta $\dot{x}^O$ como:

$$\dot{x}^O = \dot{x}_t^{O*} + \theta \dot{k}_t, \tag{16}$$

donde $\dot{k}_t$ representa la acumulación de capital; y $\dot{x}_t^{O*}$ representa el crecimiento actual de las exportaciones por el lado de la oferta, sin tener en cuenta la acumulación de capital.

Por tanto, cuando el acervo de bienes de capital permanece constante, la acumulación de capital se detiene y $\theta = 0$, las exportaciones son explicadas únicamente por el crecimiento de la demanda, es decir $\dot{x}^O = \dot{x}_t^{O*} = \dot{x}^D$, siendo $\dot{x}^D$ la función de exportaciones desarrollada en la ecuación (13) expresada en tasas de crecimiento. Reemplazando la ecuación (13) en la ecuación (16) la tasa de crecimiento por exportaciones se define como:

$$\dot{x}_t^D = \dot{x}_t^O = \gamma\left(\dot{p} - \dot{p}^*\right) + \varepsilon \dot{y}^* + \varepsilon_2 \dot{c}_r + d_x + \theta \dot{k}_t, \tag{17}$$

y la tasa de crecimiento de corto plazo.

$$\dot{y}_{cp} = \frac{(s_x\dot{p} - \dot{p}^*) + (s_x\gamma + \eta)(\dot{p} - \dot{p}^*) + s_x\varepsilon\dot{y}^* + s_x\dot{d}_x + s_x\dot{z} + s_x\dot{c}}{\pi} - \frac{(s_x\varepsilon_2 - \pi_2)\dot{c}_r - \dot{d}_m + \theta\dot{k}_t}{\pi} \tag{18}$$

Es importante notar que, si θ no es estadísticamente significativa, no se puede capturar el efecto de la restricción de oferta y la ecuación (15) del ciclo de negocios, en el modelo de balanza de pagos permanecerá inalterada. Por el contrario, si es significativa, se adiciona positivamente $\theta\dot{k}_t$ a la ecuación.

3. Estrategia empírica

Una de las principales críticas al modelo de restricción por balanza de pagos y las pruebas empíricas, es no tener en cuenta los precios relativos como un factor determinante en la estimación (Razmi, 2015). En consecuencia, los modelos de cointegración surgen como una posible solución al problema, estos modelos permiten usar series no estacionarias, lo cual relaja el supuesto de que la tasa de cambio real sea estacionaria en el largo plazo, García Molina y Quevedo Caro (2005) utilizan esta metodología para Colombia. Otros modelos utilizados con el mismo propósito son los modelos de corrección de errores (VEC), Finalmente, una alternativa utilizada recientemente por Filho y col. (2013) es emplear algoritmos matemáticos en programas de computador para simular situaciones hipotéticas sobre los efectos de los flujos de capital sobre las tasas de crecimiento.

Siguiendo de nuevo a Garcimartin y col. (2016), la metodología utilizada para modelar las relaciones de largo plazo y la dinámica de corto plazo de las series es el análisis de integración y cointegración.

3.1. Especificación econométrica

Bajo lo especificación desarrollada en el apartado anterior, el nivel de ingresos actual depende de dos componentes, el componente de largo plazo y el componente cíclico; y_t^b denota el logaritmo del nivel de ingresos de la ley de Thilrwall y y_t^c denota el componente cíclico.

$$y_t = y_t^b + y_t^c \tag{19}$$

Ambos componentes son no observables. La teoría de crecimiento restringido sugiere que el componente de largo plazo es una serie creciente integrada de orden uno, es decir, $y_t^b \sim I(1)$, mientras, el componente cíclico es integrada de orden cero, es decir, $y_t^c \sim I(0)$. Para encontrar ambos componentes se define la restricción (ecuación 10) como:

$$C_t = P_{m,t}M_t - P_{x,t}X_t - T_t \tag{20}$$

donde C_t captura las exportaciones y algunas transferencias que equilibran el déficit comercial. Dividiendo por $P_{x,t}X_t - T_t$ y tomando logaritmos a la expresión resultante se tiene.

$$m_t - x_t - z_t - (p_{x,t} - p_{m,t}) = w_t, w_t \sim I\,(0) \tag{21}$$

donde $z_t = log\left(1 + \frac{T_t}{P_{x,t}X_t}\right) \approx \frac{T_t}{P_{x,t}X_t}$; y $w_t = log\left(1 + \frac{C_t}{P_{x,t}X_t + T_t}\right) \approx \frac{C_t}{P_{x,t}X_t + T_t}$

La Ecuación (21) se asume como estacionaria y la restricción por balanza de pagos se presenta en el lado izquierdo de la ecuación. Por otro lado, si el valor esperado de w_t no es cero, es decir $\beta_w = E\,(w_t) \not\equiv 0$. Se suaviza la restricción.

Asumiendo que las ecuaciones de largo plazo por exportaciones e importaciones son cointegradas.

$$m_t = \beta_m + \pi y_t + \eta p_t + u_t, u_t \sim I\,(0) \tag{22}$$

$$x_t = \beta_x + \varepsilon y_t^* + \gamma p_t^* + \theta k_t + v_t, v_t \sim I\,(0) \tag{23}$$

donde, $p_t = p_{m,t} - p_{d,t}$; $p_t^* = p_{x,t} - p_{f,x}$, mientras p_m, p_d, p_x, p_f representan los precios de importación, del PIB local, de exportación y del PIB extranjero, respectivamente[5]. Los términos de error u_t y v_t se asumen estacionarios y β_x y β_m denotan constantes.

Reemplazando las ecuaciones (22) y (23) en la restricción, el nivel de ingresos se define como:

$$y_t = \frac{\beta_y + \varepsilon y_t^* + \gamma p_t^* - \eta p_t + \theta k_t + h_t}{\pi} + s_t \tag{24}$$

donde, por simplicidad $h_t = z_t + (p_{x,t} - p_{m,t})$; las constantes se resumen como $\beta_y = \beta_x - \beta_m + \beta_w$; y el componente estacionario se denota como la suma de las entradas netas de capital y los choques comerciales $s_t = \frac{(w_t - \beta_w) + (v_t - u_t)}{\pi}$. Es importante notar que solo este componente es estacionario, la primera parte de la ecuación (24) representa el componente de largo plazo y es integrado. Por los supuestos definidos previamente tenemos que $y_t^b \sim I(1)$ y $y_t^c \sim I(0)$. Luego, de las ecuaciones (19) y (24) obtenemos que $y_t^c \equiv s_t$ y $y_t^b \equiv \frac{c_x + \varepsilon y_t^* + \gamma p_t^* - \eta p_t + \theta k_t + h_t}{\pi}$.

Teniendo en cuenta las regresiones de cointegración de las exportaciones e importaciones, el predictor puede ser mejorado. Utilizando el teorema de representación de

[5]todos en la misma moneda.

Granger, dadas las relaciones de cointegración, x_t y m_t satisfacen la representación general de un modelo de corrección de error:

$$\Delta x_t = a_x + \psi V_{t-1} + \psi' \Delta z_t^x + \xi_t^x \tag{25}$$

$$\Delta m_t = a_m + \varphi U_{t-1} + \varphi' \Delta z_t^m + \xi_t^m \tag{26}$$

donde, Δ representa el operador de primeras diferencias; a_x y a_m son constantes; v_t y u_t son los términos de error de las relaciones de cointegración; z_t^x y z_t^m son un conjunto de variables estacionarias[6]; ψ y ϖ representan los vectores asociados a los parámetros; y se asume que los términos de error ξ_t^x y ξ_t^m son series sin ruido.

3.2. Descripción datos y variables

El ejercicio empírico se realiza para Colombia con datos anuales entre 1960 y 2017, lo cual representa un periodo de análisis suficientemente amplio para que los resultados no sean sesgados por características particulares de un periodo. Los datos comprendidos entre 1960 y 1974 son retropolados usando las series publicadas por el GRECO[7] y las series publicadas por el DANE[8]. Por su parte, los datos para obtener los precios extranjeros y el nivel de ingresos global se obtienen de la base de datos Penn World Tables 9.0 (PWT) Feenstra, Inklaar y Timmer (2015) y la base de datos del Banco Mundial.

Las series utilizadas son el producto interno bruto real (Y), las exportaciones (X), las importaciones (M), las transferencias (T), el deflactor de precios domésticos (P_d), el deflactor de precios de las importaciones (P_M), el deflactor de precios de las exportaciones (P_x), el deflactor de precios extranjero (P_f), las entradas de capital (C)[9], el producto interno real de los principales socios comerciales de Colombia (Y^*) y la formación bruta de capital fijo del sector transable (K). Dada la diferencia en cuanto las metodologías de las series del GRECO[10] y las series del DANE[11], es necesario realizar el empalme de ambas series a la metodología 2005. El procedimiento realizado para empalmar las series se describe en el Anexo A. Las series de los principales destinos de exportación se obtienen de las PWT para la primera década de estudio y del Banco Mundial para el resto del periodo. El cálculo de las variables de origen extranjero se describe en el Anexo B.

Como se observa en la Gráfica 1. el nivel de ingresos de Colombia en comparación con sus principales socios comerciales en marcadamente inferior, al ser un país con

[6]Ver Anexo 2 de Garcimartin y col., 2016.

[7]Los datos de la economía colombiana se publicaron en el libro El Crecimiento económico colombiano en el siglo XX (1999).

[8]Departamento Nacional de Estadística Nacional

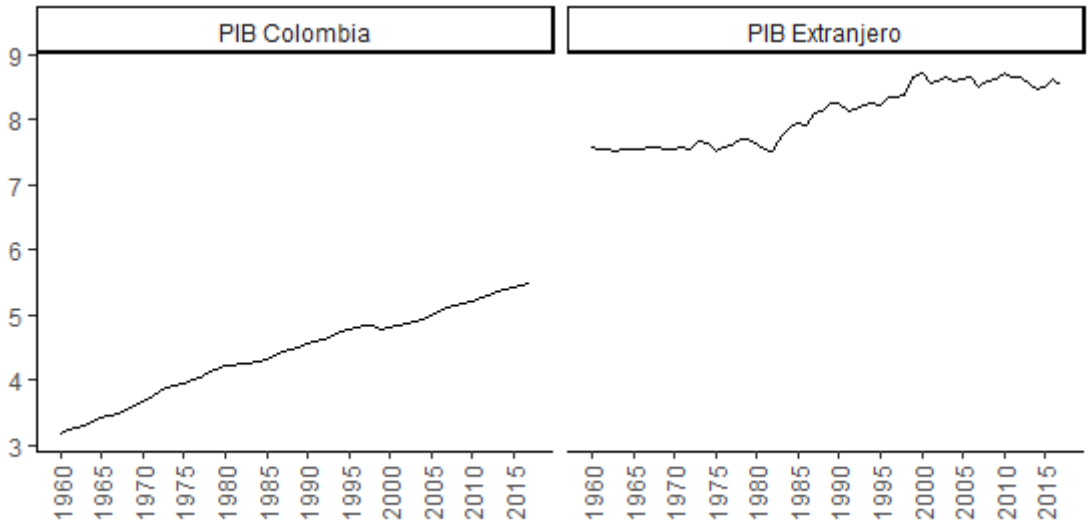
[9]La variable de las entradas de capital es calculada mediante la diferencia entre la variación de las reservas internacionales y la suma de las exportaciones netas y las trasferencias.

[10]Metodología de 1993.

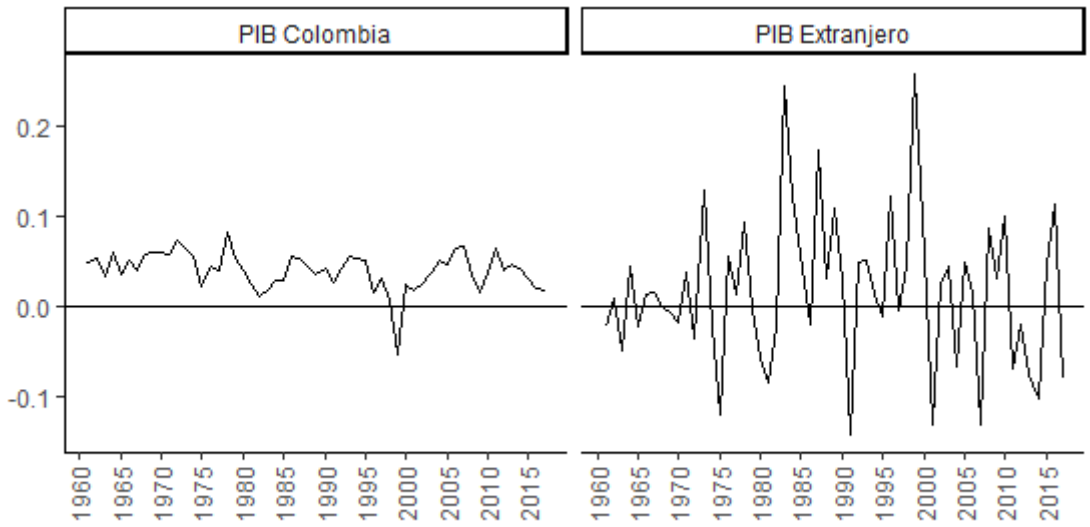
[11]El documento técnico DANE (2013) realiza la retropolación a la metodología de 2005 de las series de las cuentas nacionales desde 1975 a 2016.

poco peso en los mercados internacionales es de esperar que las crisis de origen externo afecten la tasa de crecimiento local. No obstante, Colombia es un caso especial en América Latina, si bien las crisis internacionales afectan la dinámica económica local, en las últimas siete décadas tan solo ha decrecido hacia finales de la década del noventa (ver Gráfica 2) mostrando cierto tipo de solidez económica ante choques de origen externo.

Gráfica 1: Logaritmo del PIB colombiano y PIB extranjero



Gráfica 2: Tasa de crecimiento del PIB colombiano y PIB extranjero

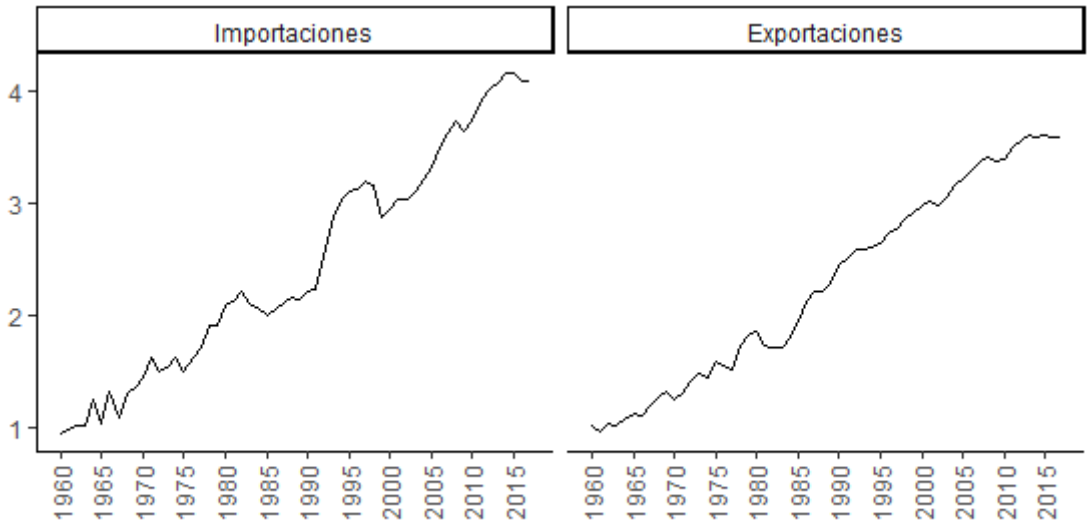


En la Gráfica 2 se observa como el crecimiento de los principales socios comerciales de Colombia ha tenido varios periodos con crecimientos negativos, particularmente se evidencian seis periodos con decrecimientos cercanos o superiores al 10 %. El primer periodo se observa en 1975, dos años después del aumento de los precios del petróleo por parte la OPEP, aumento que afectó principalmente a las economías

europeas y la economía japonesa. Un segundo periodo se observa a comienzos de la década de los ochenta, este periodo se caracterizó por la crisis de la deuda de los países latinoamericanos, países que para continuar con el proceso de industrialización adquieren deuda de los bancos estadounidenses, los cuales se habían beneficiado de la liquidez ocasionada por el aumento de los precios del petróleo de los años anteriores. Un tercer periodo se observa en 1991, este periodo no coincide con un evento externo, si no con un cambio interno en la economía colombiana, a comienzos de la década del noventa se inicia el proceso de apertura económica, en consecuencia, hay un periodo de transición en el cual Colombia aumenta su participación en el comercio internacional (Ver gráfica 3).

Durante el nuevo milenio se observan los periodos restantes, el primero de ellos es en 2001, periodo caracterizado por la crisis argentina y un año después por la dolarización de la economía ecuatoriana. En 2007 se observa el quinto periodo, en este año estalla la burbuja inmobiliaria en Estados Unidos que desembocaría en la crisis de los subprime y la posterior crisis financiera de 2008. Por último, desde el año 2012 hasta el año 2014 se evidencia un periodo de recesión económica en las principales economías.

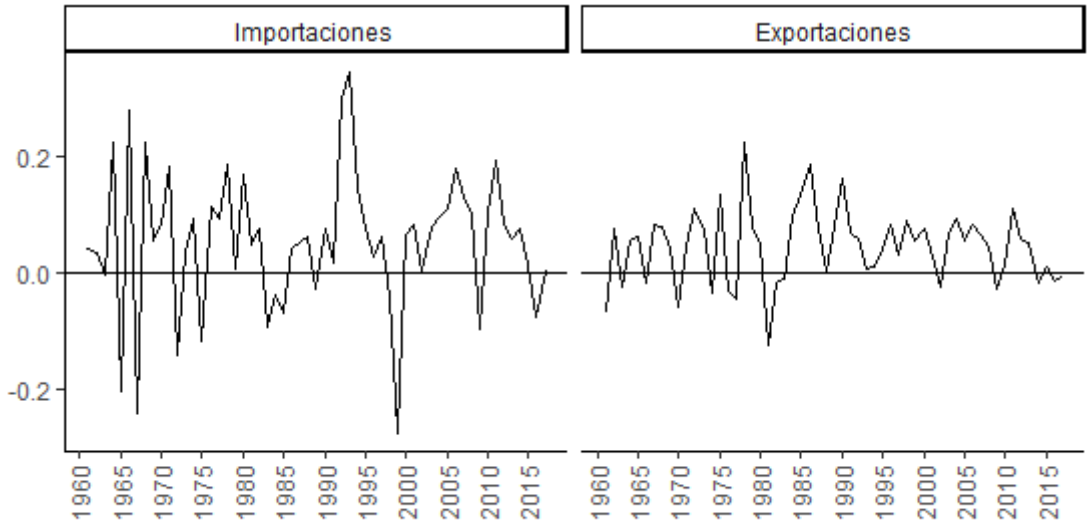
Gráfica 3: Logaritmo de las importaciones y exportaciones colombianas



La economía colombiana se caracteriza por ser una pequeña economía abierta, con políticas proteccionistas en los primeros años de estudio, con el café y el petróleo como principales productos de exportación. En la Gráfica 4 se observa en la década del sesenta mayor variabilidad en la tasa de crecimiento de las importaciones en comparación con las décadas posteriores. La década del sesenta se caracterizó por políticas arancelarias y licencias de importación, políticas que inevitablemente afectaron la tendencia de la serie. En la década de los setenta el nivel de las importaciones aumentó como resultado de la política de promoción de importaciones que buscaba diversificar la estructura exportadora del país. En los primeros años de la

década de los ochenta la tendencia de crecimiento se revierte, particularmente por la escasez de divisas tras la caída de los precios del café. Las importaciones se reactivan con la apertura económica después de 1990, alcanzando tasas de crecimiento superiores al 20 % durante el primer quinquenio y tasas de crecimiento negativas de la misma magnitud en el segundo quinquenio.

Gráfica 4: Tasa de crecimiento de las importaciones y exportaciones colombianas

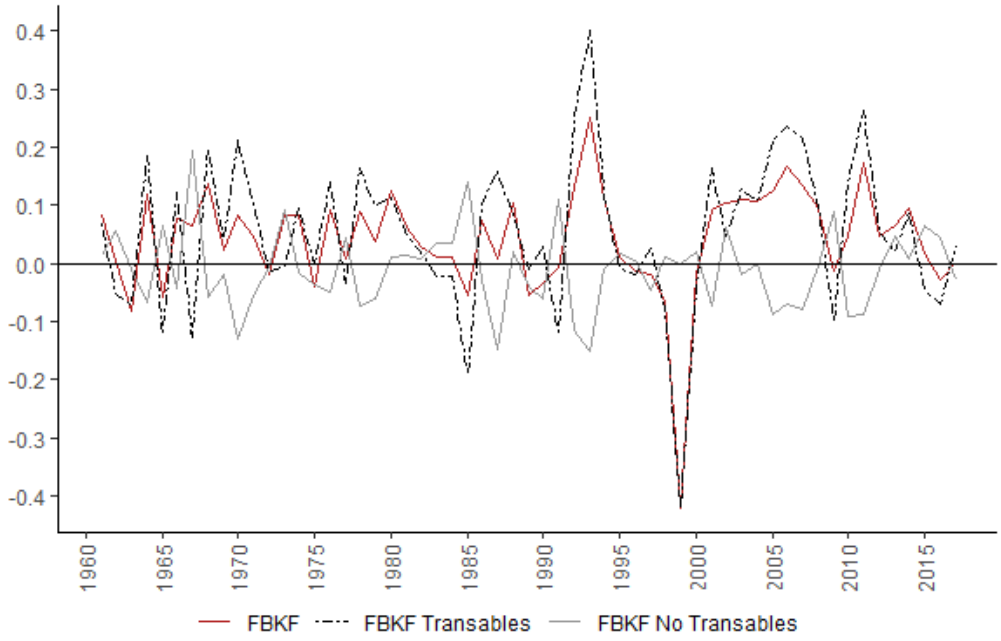


Por otro lado, las exportaciones poco diversificadas dependían mayoritariamente del café (principal rubro de exportación entre 1950-1970) y en menor medida del petróleo crudo. La caída de los precios del café en 1954 y las bajas tasas de producción del grano hasta comienzos de la década setenta hicieron que las exportaciones menores aumentarán la participación en las exportaciones totales sin llegar a dinamizar las exportaciones por su bajo nivel inicial (Díaz Alejandro, 1972).

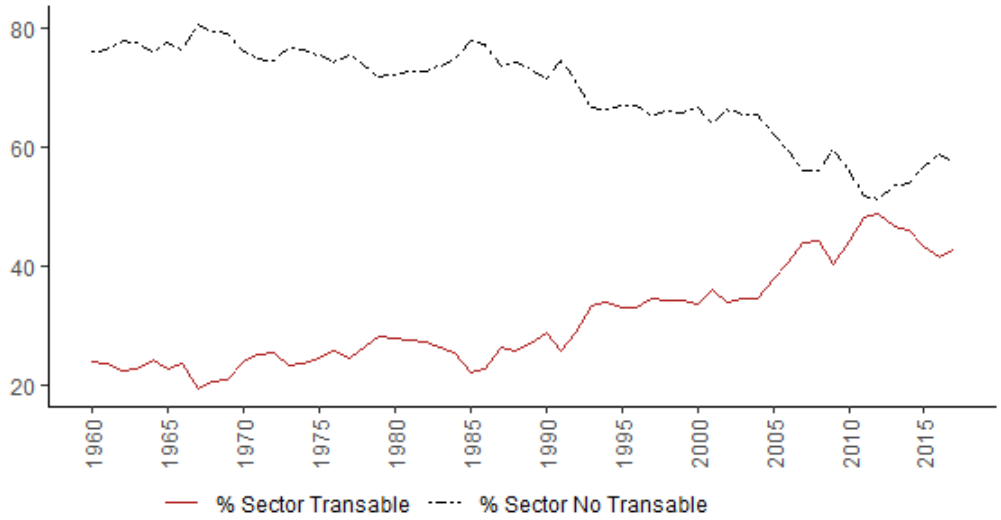
La composición de las exportaciones comienza a cambiar a comienzos de la década del ochenta, después del aumento de los precios internacionales del café en 1977, lo cual permitió disponibilidad de divisas para dinamizar la industria local y posteriormente las exportaciones industriales y no tradicionales, los sectores transables no tradicionales se aceleraron rápidamente al punto de alcanzar los niveles de exportación de las exportaciones tradicionales y superando a las exportaciones de café. En la Gráfica 3 se observa un pequeño periodo de transición en la tendencia de crecimiento de las exportaciones durante la década de los ochenta, Velasco (2006) menciona un posible cambio estructural en este periodo por el nuevo patrón de especialización interna y la menor variabilidad en las tasas de crecimiento, sin dejar de ser un país exportador de bienes primarios. En la actualidad las exportaciones están lideradas principalmente por el sector minero energético y se encuentran concentradas en pocos productos, los cuales dependen principalmente de los precios establecidos en los mercados internacionales.

En la Gráfica 5 se compara la tasa de crecimiento de las importaciones con la tasa de crecimiento de la FBKF y su descomposición entre la tasa de crecimiento de la FBKF en el sector transable y no transable. El comportamiento de la tasa de crecimiento de la FBKF sector transable es similar al observado en la FBKF, mientras que, la tasa de crecimiento de la FBKF en el sector no transable presenta un comportamiento contrario en la mayoría de los años de estudio. Por tanto, la variación de la FBKF es explicada principalmente por la inversión realizada en el sector transable.

Gráfica 5: Comparación de las tasas de crecimiento de las FBKF, la FBKF del sector transable y la FBKF en el sector transable



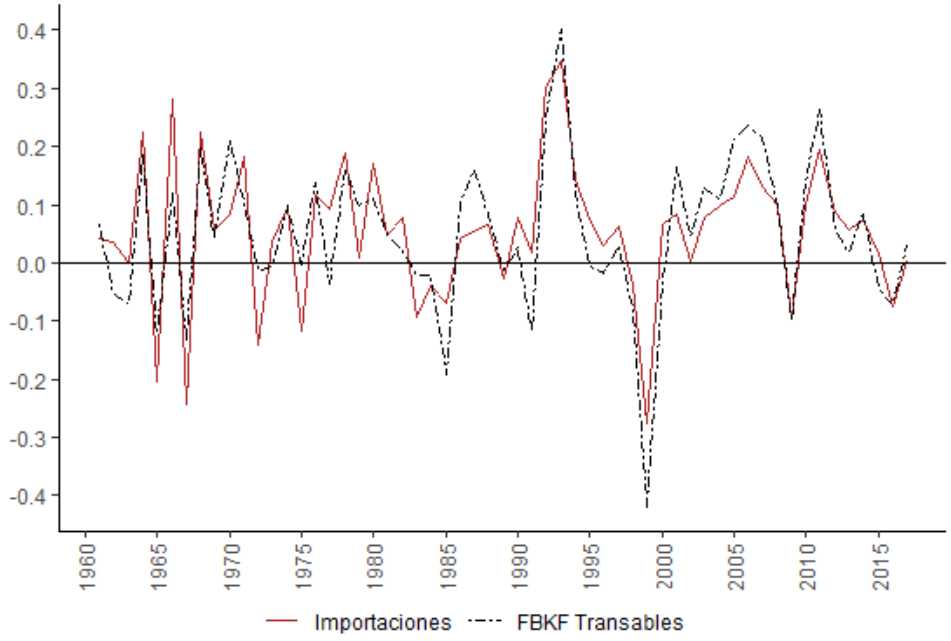
Gráfica 6: Participación del sector transable y el sector no transable en la FBKF total



En Colombia entre el 35 % y 45 % de las importaciones totales se destinan a

bienes de capital, un porcentaje similar a bienes intermedios y el porcentaje restante a bienes de consumo. Al analizar la inversión en FBKF, separando el sector transable del sector no transable como se muestra en la Gráfica 6, se observa un aumento de la inversión en el sector transable, pasando de niveles superiores al 20 % en las tres primeras décadas de análisis a niveles superiores al 40 % en los últimos años de estudio. Bajo el modelo de restricción de balanza de pagos es de esperar que las importaciones aumenten en los periodos con disponibilidad de divisas. Si gran parte de las importaciones se destinan a la inversión en el sector transable es de esperar un impacto positivo en las exportaciones en los años posteriores.

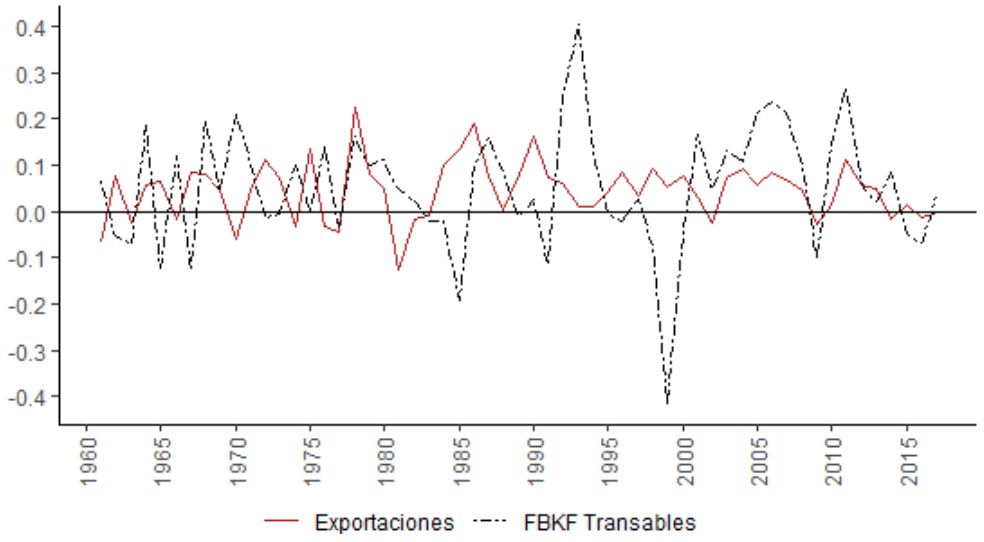
Gráfica 7: Comparación de las tasas de crecimiento de las importaciones y la FBKF del sector transable



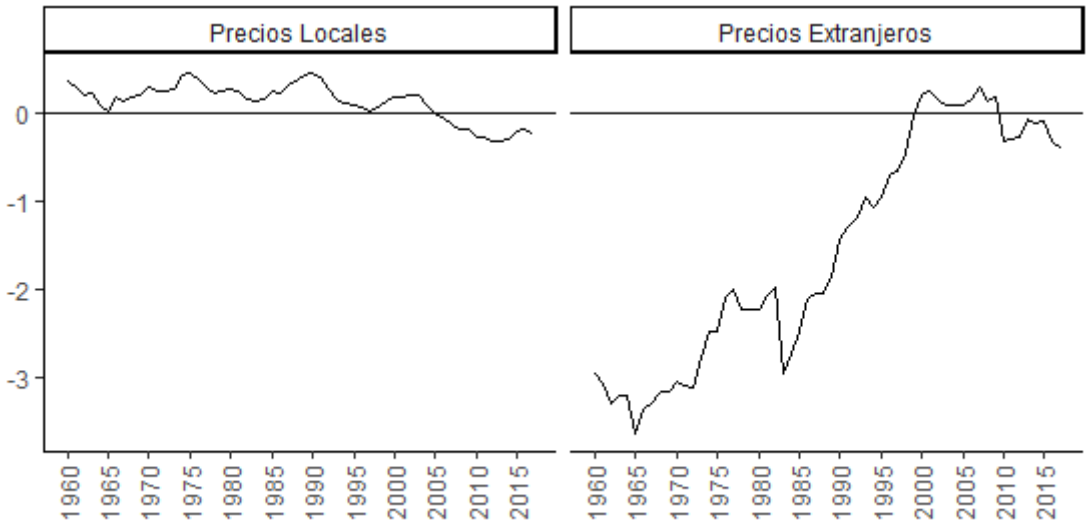
Al comparar la tasa de crecimiento de las importaciones con la tasa de crecimiento de la FBKF en el sector transable (Gráfica 7), se observa un comportamiento similar entre las series, lo cual puede dar un indicio de un efecto directo de las importaciones de sobre el producto en los periodos con disponibilidad de divisas.

En el desarrollo teórico del modelo se argumenta una posible restricción de oferta en las exportaciones, la cual puede limitar la capacidad exportadora ante aumentos de la demanda internacional. La restricción de oferta puede estar representada por falta de inversión en los sectores transables, al comparar la relación entre la tasa de crecimiento de las exportaciones y la FBKF en el sector transable (Gráfica 8) no se observa una relación clara entre las series. Sin embargo, antes de 1990, la relación puede estar rezagada uno o dos periodos. En los años posteriores al 2000 se puede observar coincidencias en la dirección de la tasa de crecimiento, en especial en los últimos años.

Gráfica 8: Comparación tasas de crecimiento de las exportaciones y la FBKF del sector transable



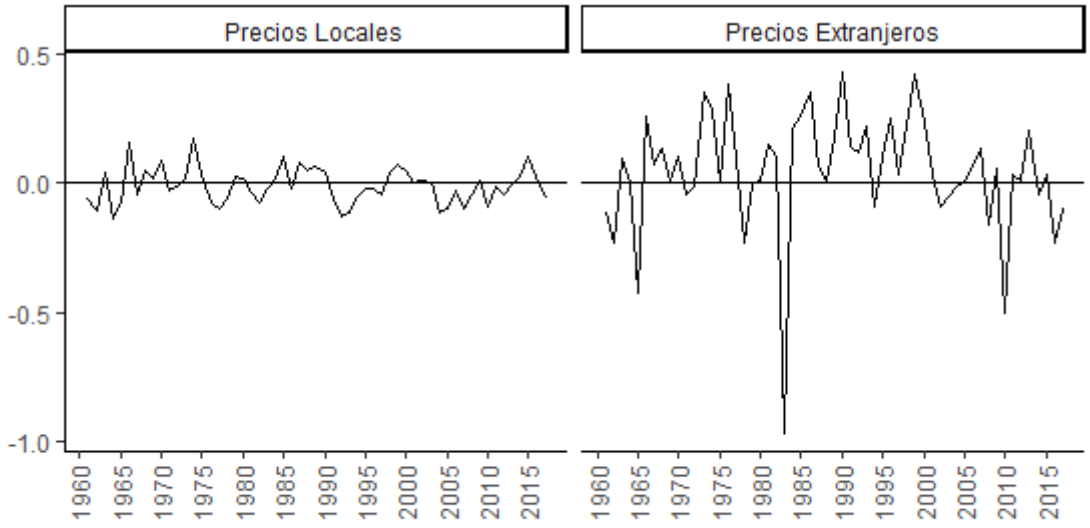
Gráfica 9: Logaritmo de los precios locales y los precios extranjeros



En la gráfica 9 se muestran la comparación de los precios locales (diferencia entre el deflactor de las importaciones y el deflactor de PIB colombiano) y la comparación de los precios extranjeros (diferencia entre el deflactor de las exportaciones y el deflactor del PIB extranjero). Los precios de las importaciones desde 1960 hasta el 2000 fueron mayores a los precios del PIB colombiano. En los años posteriores al 2000, las importaciones presentaban precios más bajos en respecto a los precios colombianos. Por su parte, los precios de las exportaciones son menores en comparación con los precios del producto mundial. Entre 1980 y 1995 se observa un periodo fuerte de apreciación. Posteriormente, se observa un periodo de quince años con precios de exportación mayores a los precios mundiales, durante estos años aumentó la producción de petróleo al tiempo que aumentaban los precios internacionales del

petróleo. Para los últimos años de estudio, se evidencia un periodo de depreciación con una leve recuperación entre 2010 y 2011.

Gráfica 10: Tasa de crecimiento de los precios locales y los precios extranjeros



Los precios locales evidencian fluctuaciones de menor magnitud, en comparación con los precios extranjeros. Lo anterior obedece a que los precios de los productos primarios son determinados en el mercado mundial, Por ejemplo, la caída de los precios del café iniciada en 1954 y prolongada hasta 1970, ocasionó que los precios en conjunto de las exportaciones disminuyeran considerablemente. En los años posteriores a 1970, si bien los precios internacionales mostraron signos de mejoría, países como Venezuela, uno de los principales socios comerciales de Colombia para la época, se beneficiaron de los aumentos del petróleo entre 1973 y 1975 (Urrutia, Castro & Posada, 2002); adicionalmente, a finales de la década de los ochenta los países latinoamericanos sufren la crisis de la deuda, provocando un cambio de nivel en los precios extranjeros.

4. Estimación

Trabajos previos han estudiado la ley de Thirlwall para Colombia y en general tienden a concluir que la tasa de crecimiento de largo plazo se encuentra restringida por la balanza de pagos. Sin embargo, ninguno de los estudios previos ha centrado su análisis en la incorporación del ciclo económico a la restricción. El objetivo del presente trabajo es estudiar la dinámica del ciclo económico en el marco de la ley de Thirlwall utilizando la metodología descrita anteriormente.

La prueba de raíz unitaria Dickey-Fuller para las variables individuales se presenta en el Anexo C. Los resultados para w_t muestran que la serie es estacionaria

e integrada de orden cero como lo sugiere la ecuación (21). Posteriormente se realiza la prueba para verificar las relaciones de cointegración entre las variables de las ecuaciones (22) y (23). El vector de variables para la relación de cointegración es $\xi_t = (m_t, x_t, y_t, y_t^*, p_t, p_t^*, k_t, h_t)'$. La representación del vector de corrección de errores (VECM) se define como:

$$\Delta\xi_t = c + \Pi\xi_{t-1} + \Gamma\Delta\xi_{t-1} + \zeta_t \tag{27}$$

donde c representa un vector de constantes, Π y Γ representan las matrices de los parámetros y ζ_t representa el término de error del modelo, el cual es asumido como estacionario. El número de rezagos del vector ξ_t es restringido a cuatro rezagos, usando el estadístico de la traza. Los resultados de la prueba (Tabla 1) sugieren con una significancia del 1 % al menos cinco relaciones de cointegración para las ecuaciones (22) y (23). No obstante, tan solo se cuenta con tres restricciones dentro de la estructura del modelo, motivo por el cual se consideran solo tres relaciones de cointegración.

Tabla 1: Prueba de la traza para establecer el número de relaciones de cointegración ($H_0 : r = Rank(\Pi) \leq i, i\epsilon[1, 7]$)

Rank	**Test**	**Valor crítico**		
		10 %	**5 %**	1 %
r = 0	371,47	159,48	165,58	177,20
r <= 1	264,76	126,58	131,70	143,09
r <= 2	176,50	97,18	102,14	111,01
r <= 3	125,79	71,86	76,07	84,45
r <= 4	81,78	49,65	53,12	60,16
r <= 5	50,20	32,00	34,91	41,07
r <= 6	23,77	17,85	19,96	24,60
r <= 7	5,90	7,52	9,24	12,97

La dinámica de corto plazo en el modelo VECM está dada por los parámetros de la matriz $\Pi = \alpha\beta'$, donde β representa los parámetros de la relación de cointegración y α los parámetros de ajuste para las dos relaciones de cointegración. De las ecuaciones se deducen al menos tres relaciones de cointegración. Las restricciones impuestas sobre la matriz de parámetros de cointegración utilizando los parámetros de las ecuaciones (22) y (23) se relacionan en β'.

$$\beta' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\pi & 0 & -\eta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\varepsilon & 0 & -\gamma & -\theta & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

En cuanto a la matriz de ajustes la teoría de restricción de balanza de pagos no impone ninguna restricción sobre los parámetros. No obstante, siguiendo los supuestos de modelo, el nivel de ingresos se ajusta al desequilibrio de la balanza de

pagos mientras los precios relativos no. Por tanto, a la matriz de ajuste también se le imponen las siguientes tres restricciones.

$$\alpha' = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{18} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{28} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{38} \end{bmatrix}$$

Una vez confirmada la existencia de los vectores de cointegración, se realiza la estimación de las relaciones de largo plazo para exportaciones e importaciones. Los resultados de las relaciones de cointegración para las ecuaciones de comercio se muestran en la Tabla 2[12]. Al comparar el resultado de la elasticidad ingreso por importaciones con los resultados obtenidos por los estudios previos, se encuentra que el valor estimado de 1.24, es el más bajo en comparación con los estudios previos, los valores más cercanos son 1.44 estimado por Ruiz (2016) para el periodo de 1975 - 2003, y 1.46 estimado por García Molina y Quevedo Caro (2005) para el periodo de 1952 - 2000. Por su parte, Márquez Aldana (2006) obtiene un valor de 1.99 para el periodo de 1970. Una de las razones para que el resultado de la elasticidad ingreso por importaciones cambie drásticamente entre estudios puede ser el periodo de análisis, respecto a este punto es importante mencionar que este estudio considera el periodo de análisis más amplio para Colombia, si bien, el estudio de Velasco (2006) considera el periodo de 1925 a 1999, no estima el valor de la elasticidad ingreso por importaciones argumentando ausencia de datos para los flujos de capital antes de 1950 y un cambio estructural en las exportaciones.

Tabla 2: Estimación de relaciones de cointegración

Variable	**Estimación de cointegración**
Exportaciones	$x_t = -3{,}84 + 0{,}69y_t^* + 0{,}13p_t^* + 0{,}44k_t + v_t$
	[5.61] [8.48] [4.55] [16.67]
Importaciones	$m_t = -2{,}89 + 1{,}24y_t - 1{,}07p_t + u_t$
	[19.26] [39.31] [10.73]
Estadístico - t en valor absoluto	

La estimación de los ECM para las ecuaciones (25) y (26) se utiliza para determinar la dinámica de corto plazo y el componente cíclico del modelo. Para tal fin se utilizan los errores de las relaciones de cointegración presentadas en la Tabla 2 y las variables rezagadas de cada función de comercio. Para la estimación se permite cuatro rezagos y se agrega la variable w_t igualmente rezagada cuatro periodos. La razón para incorporar w_t es estimar el efecto de corto plazo de las entradas netas de capital sobre las exportaciones y las importaciones. El mejor modelo se elige usando el criterio de información bayesiano eliminando de la estimación las variables

[12]La prueba de raíz unitaria Dickey-Fuller para los errores de las relaciones de cointegración se muestran en el Anexo D.

en diferencia rezagadas no significativas para el modelo. Los resultados de las estimaciones para las importaciones y exportaciones son presentados en las Tablas 3 y 4.

Al incluir w_t como variable explicativa se observa que tiende a mejorar el ajuste de la estimación. Los resultados para las importaciones (Tabla 3) muestran un efecto inmediato de las entradas netas de capital, el efecto es positivo tanto para la variable en diferencias como para la variable rezagada un periodo. En consecuencia, el efecto positivo puede explicarse por la disponibilidad de divisas proveniente de una expansión del crédito o la inversión extranjera directa. La disponibilidad de divisas ayuda a financiar la importación de bienes de capital, bienes intermedios y de consumo, siendo los primeros impulsados por la inversión y los que mayor beneficio generan para el crecimiento de largo plazo, bajo el supuesto que en el largo plazo la relación entre la inversión y el producto es casi constante, a medida que se desacelera la inversión también lo hace la importación de bienes de capital como se evidencia en las Gráficas 5 y 7.

Tabla 3: Estimación modelo de corrección de errores para importaciones (1)

Variables	**Modelo sin incluir w_t**	**Modelo incluyendo w_t**
Δy	1.384***	1.291***
	(4.525)	(6.330)
Δp	-0.505**	-0.520***
	(2.238)	(3.511)
Δp_{t-2}	-0.477**	
	(2.214)	
Δp_{t-3}	0.421**	0.220*
	(2.104)	(1.725)
Δw		0.458***
		(8.227)
Δw_{t-1}		0.179**
		(2.083)
v_{t-1}	-0.463***	-0.444***
	(4.020)	(3.487)
Δv_{t-2}	0.330***	0.345***
	(2.693)	(2.799)
R-squared	0.516	0.787
Adj. R-squared	0.570	0.815
p-value ($LB - Q_1$)	0.770	0.989
p-value ($LB - Q_5$)	0.863	0.664
p-value ($LB - Q_{10}$)	0.722	0.274

(1) Estadístico - t en valor absoluto
*p<0.1 **p<0.05 ***p<0.01

Por su parte, el nivel de ingresos local tiene un fuerte efecto positivo sobre las importaciones, sin embargo, el efecto es menor cuando se consideran las entradas netas de capital. En lo referente al efecto de los precios locales, el efecto global es indeterminado, para la variable en diferencias y rezagada dos periodos el efecto es negativo, mientras que el efecto es positivo para la variable rezagada tres periodos, pero menor cuando se considera las entradas netas de capital.

Tabla 4: Estimación modelo de corrección de errores para exportaciones con acumulación de capital (1)

Variables	**Modelo sin incluir** w_t	**Modelo incluyendo** w_t
Δy_t^*	0.305***	0.248***
	(3.082)	(2.691)
Δy_{t-2}^*	0.265**	0.360***
	(2.252)	(3.859)
Δp_t^*		0.117***
		(3.375)
Δp_{t-3}^*	-0.069*	
	(1.980)	
Δk_t^*	0.173***	0.298***
	(2.848)	(4.631)
Δx_{t-1}^*	-0.421***	
	(3.657)	
Δw_t		-0.173***
		(3.263)
v_{t-1}	-0.453***	-0.362***
	(4.101)	(3.340)
R-squared	0.499	0.597
Adj. R-squared	0.556	0.563
p-value ($LB - Q_1$)	0.380	0.184
p-value ($LB - Q_5$)	0.578	0.149
p-value ($LB - Q_{10}$)	0.629	0.051

(1) Estadístico - t en valor absoluto
*p<0.1 **p<0.05 ***p<0.01

La estimación para exportaciones se relaciona en la Tabla 4. Los resultados muestran un efecto negativo de las entradas netas de capital sobre las exportaciones. Asumiendo que en periodos de auge (financiados por las entradas netas de capital) la demanda doméstica y extranjera se incrementan, gran parte de las divisas disponibles se destinan a la compra de bienes de capital (maquinaria y equipo para la industria) para satisfacer la creciente demanda. El efecto negativo de las entradas netas de capital sobre las exportaciones puede deberse a que los esfuerzos de

las empresas nacionales se centren en el mercado interno en periodos de auge, más aún, teniendo en cuenta que las exportaciones de Colombia se concentran en pocos productos, en su mayoría productos primarios, los cuales dependen de los precios internacionales y en su mayoría requieren de una inversión previa para la posterior explotación.

Por otro lado, el efecto del nivel de ingresos extranjero es positivo en ambas estimaciones como se esperaba, no obstante, el coeficiente asociado no tiene la magnitud deseada. Incrementos en la demanda extranjera aceleran levemente las exportaciones. Lo anterior puede ser explicado por la poca diversificación de productos exportables en la economía colombiana, en consecuencia, el país no cuenta con una oferta de exportaciones suficientemente amplia para aprovechar la creciente demanda externa.

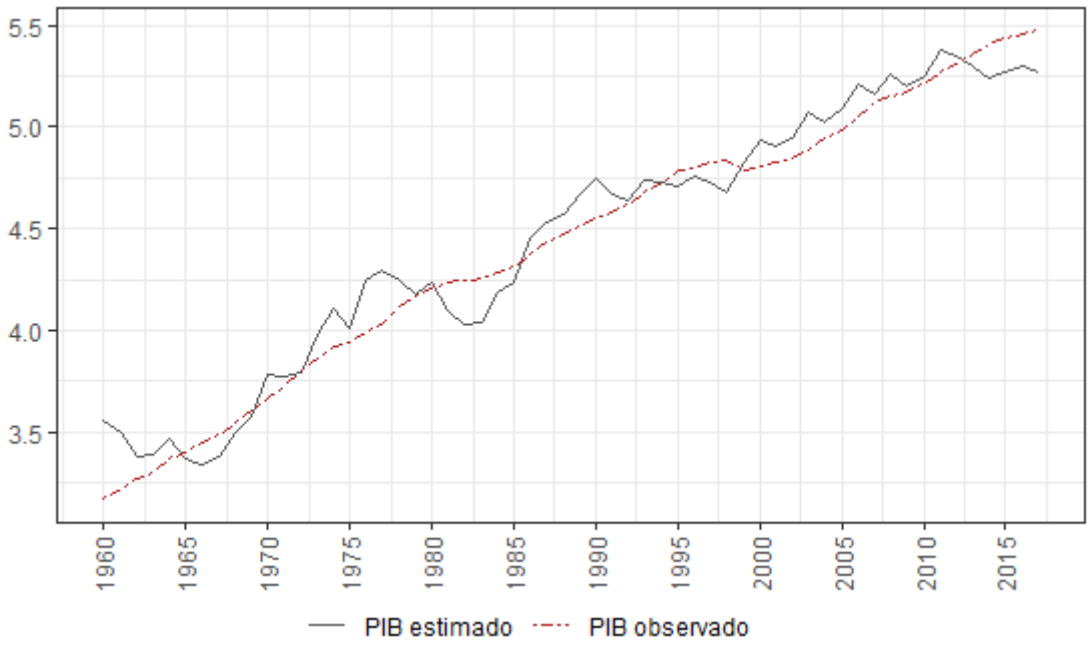
Con la inclusión de la acumulación de capital en el sector transable se mejora la estimación del ECM para exportaciones (ver Anexo E). El efecto del capital es positivo y es mayor en la estimación con flujos de capital. En ambas estimaciones el producto extranjero en diferencias y rezagado dos periodos son significativos, con un coeficiente mayor para la variable rezagada en la estimación con flujos de capital. Los resultados fortalecen el supuesto que en periodos de auge las empresas se concentran en adquirir bienes de capital para satisfacer la demanda interna en lugar de la demanda externa, aun cuando la disponibilidad de divisas provenientes de los flujos de capital ayuda a mejorar la capacidad de respuesta de la economía para satisfacer la demanda externa más reciente. Por último, el efecto inmediato de los precios extranjeros es levemente positivo con la inclusión del capital, posteriormente a partir del tercer rezago el efecto es levemente negativo.

4.1. Los flujos de capital y los choques comerciales

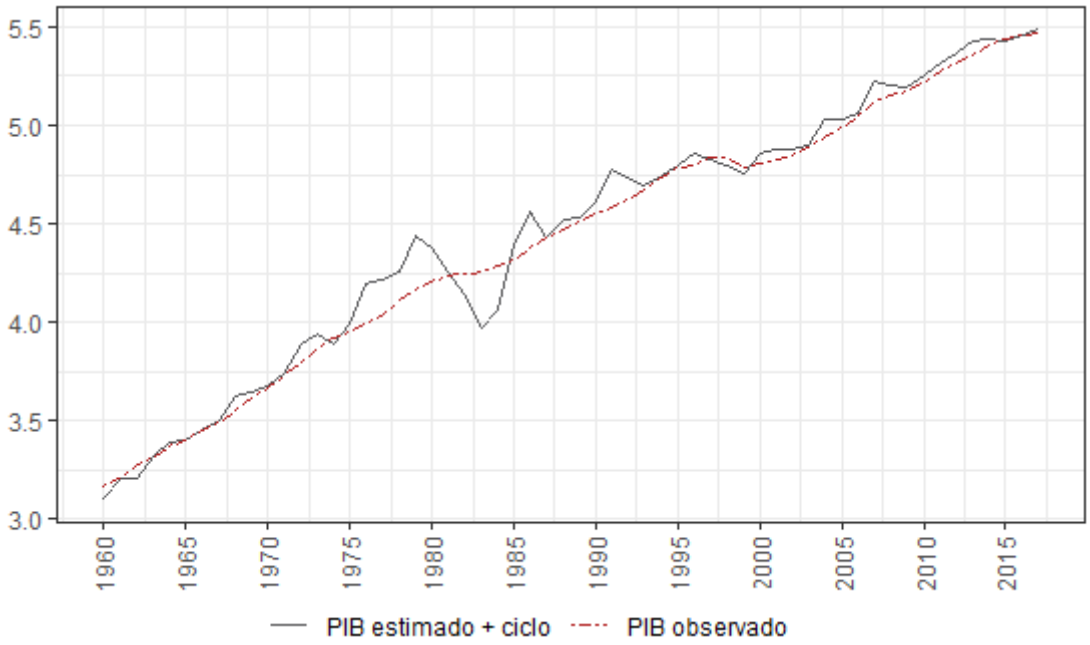
Para generar el ciclo de negocios en el marco de la ley de Thirlwall se utilizan los errores de las relaciones de cointegración presentados en la Tabla 2. En la ecuación (23) se define la tasa de crecimiento del producto compatible con la restricción y el ciclo de negocios, descomponiendo la ecuación en la parte originada por las entradas netas de capital $\kappa_t = \frac{w_t - c_w}{\pi}$ y la parte originada por los choques comerciales $\tau_t = \frac{v_t - u_t}{\pi}$. En la Gráfica 11 se compara la tendencia del PIB estimado con la ecuación (24) sin incluir el ciclo $(\kappa_t; \tau_t)$, respecto al PIB observado en logaritmos. Del mismo modo, en la gráfica 12 se compara ambas partes de la ecuación (24) respecto al PIB observado en logaritmos.

La serie estimada del PIB considerando únicamente la tendencia (Gráfica 11) presenta un buen ajuste respecto al PIB observado. No obstante, se observan periodos con distancias del PIB observado. Al incluir el ciclo en la estimación del PIB (Gráfica 12), el ajuste mejora significativamente, a excepción del periodo comprendido entre 1975 - 1985, años en los que se mantienen los desajustes respecto al PIB observado.

Gráfica 11: PIB de Colombia estimado y PIB de Colombia observado en logaritmos

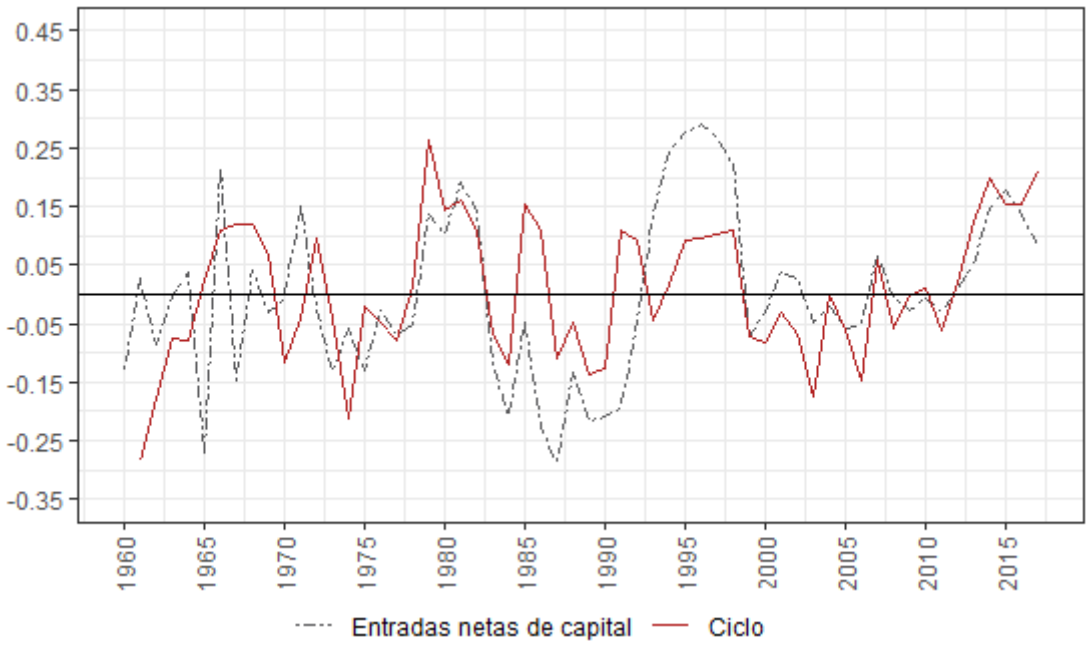


Gráfica 12: PIB de Colombia estimado más el ciclo y PIB de Colombia observado en logaritmos

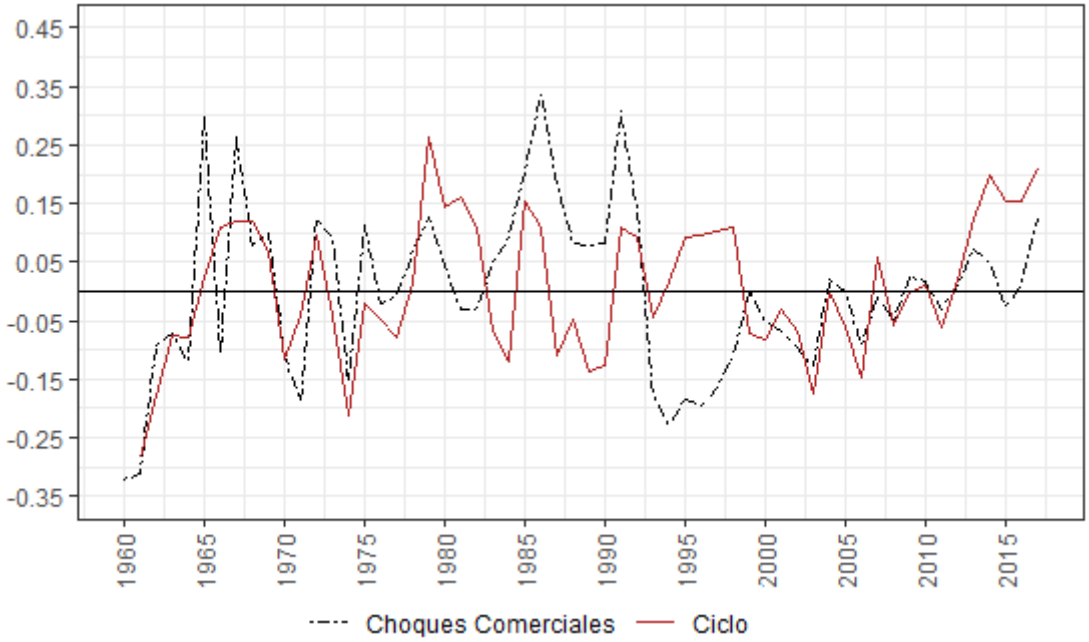


En cuanto a la serie del ciclo económico, es posible estimarla por diferentes metodologías. Para Colombia son varios los trabajos que han estudiado el comportamiento del ciclo utilizando diferentes técnicas econométricas. D'elia (2011) realiza una revisión bibliográfica de los estudios para Colombia del ciclo de negocios y realiza su estimación utilizando doce técnicas univariadas encontrando diferencias en los resultados según el método elegido. En el Anexo F, se presentan algunas de las técnicas con la intención de comparar los resultados obtenidos para el ciclo.

Gráfica 13: El ciclo económico colombiano y el componente de entradas de capital



Gráfica 14: El ciclo económico colombiano y el componente de choques comerciales



El análisis del ciclo y sus componentes se relaciona en las Gráficas 13 y 14. La serie de los choques comerciales explica en mayor medida el comportamiento del ciclo en los primeros treinta años de estudio. Como se mencionó en el tercer apartado del documento, este periodo se caracterizó por las políticas proteccionistas para mejorar el déficit en la balanza de pagos. A partir del 1980, la serie de las entradas de capital comienza a explicar el comportamiento del ciclo, aunque no con la misma contribución de los choques comerciales. Es importante notar el comportamiento similar de los choques comerciales y las entradas netas de capital después del 2000,

lo cual ha jugado un papel importante en la reducción de la volatilidad del ciclo. No obstante, son los flujos de capital el componente que domina el comportamiento del ciclo en los últimos años de estudio.

Con la intención de complementar los resultados se presenta la varianza relativa y la correlación entre los componentes del ciclo económico en la Tabla 5. El análisis tiene como objetivo encontrar el punto a partir del cual el componente de los flujos de capital explica en mayor medida el ciclo económico. Los resultados para la estimación muestran que, los periodos considerados desde 1960 son explicados por los choques comerciales[13] y a los periodos posteriores a 1970 son explicados principalmente por las entradas de capital. No obstante, la mayor diferencia entre los periodos considerados se observa en el año de 1980. La varianza relativa entre 1960 y 1980 es de 0.48, mientras que, la varianza relativa entre 1980 y 2017 es de 1.45. Lo anterior obedece a las políticas proteccionistas entre 1950 y 1970. Además, la bonanza cafetera tuvo lugar a finales de la década de los setenta, razón por la cual, los efectos de la bonanza cafetera se empiezan a observar en los años posteriores.

Si bien en la literatura se suele reconocer la transición hacia la apertura económica en la década del noventa, los hallazgos sugieren que la desregularización de los mercados comenzó en los años anteriores. Por otro lado, con el paso del tiempo se reguló la llegada de capitales al país para evitar los riesgos propios de los capitales especulativos. Finalmente, resulta interesante analizar cómo cambian los resultados al realizar la estimación para ambos periodos por separado. Sin embargo, ante la ausencia de datos suficientes para el primer periodo, no es posible realizar la estimación.

Tabla 5: Varianza relativa y correlación entre los componentes del ciclo incluyendo el capital

Periodo	$Var(\kappa_t)$	$Var(\tau_t)$	$Var(\kappa_t)/Var(\tau_t)$	$Cor(\kappa_t, \tau_t)$
1960-2017	0.02	0.02	1.00	-0.57
1960-1990	0.02	0.02	0.74	-0.49
1990-2017	0.02	0.01	1.32	-0.66
1960-1980	0.01	0.03	0.48	-0.38
1980-2017	0.02	0.02	1.45	-0.71
1960-2000	0.03	0.03	0.96	-0.64
1970-2017	0.02	0.02	1.33	-0.65
1980-2000	0.04	0.03	1.48	-0.84
1998-2017	0.01	0.00	1.78	-0.11

[13]Si $Var(\kappa_t)/Var(\tau_t) < 1$, el ciclo es explicado por τ_t; $Var(\kappa_t)/Var(\tau_t) > 1$ es explicado por κ_t.

5. Conclusiones

El modelo desarrollado integra la dinámica del ciclo de negocios a la Ley de Thirlwall ampliada por flujos de capital. Dentro de la lógica del modelo se identifican dos factores que explican el ciclo: los flujos de capital y los choques comerciales. Con la intención de mejorar la estimación del modelo y definir claramente el efecto de las entradas de capital sobre las exportaciones, se añade una restricción de oferta a la función de exportaciones, explicada por la acumulación de capital en los sectores transables. La intuición detrás de la restricción nos dice que en los periodos con acumulación de capital hay mayor capacidad de respuesta para atender aumentos en la demanda externa.

En este trabajo se buscaba analizar las implicaciones del ciclo económico bajo la estructura de la ley de Thirlwall en Colombia durante las últimas siete décadas. Al analizar la dinámica de corto plazo se evidencia un efecto directo de las importaciones sobre el crecimiento del producto, lo cual argumenta una posible sobrestimación del ciclo en las ecuaciones originales de Ley de Thirlwall. Por su parte, los flujos de capital en el corto plazo tienden a financiar las importaciones y reducen levemente las exportaciones.

Se realizaron dos estimaciones por ECM, una para exportaciones y otra para importaciones. En la estimación para exportaciones se incluye la acumulación de capital como una restricción de oferta, la inclusión mejora la estimación para el caso colombiano. Los resultados para el análisis del corto plazo muestran a los choques comerciales como el componente que explica el ciclo económico en las tres décadas iniciales del periodo de estudio, posteriormente con la transición a la apertura económica y la adopción de políticas macroprudenciales en nuevo milenio, es el componente de los flujos de capital el que explica la magnitud y la dirección del ciclo. No obstante, el punto de inflexión entre ambos componentes se observa a partir de la década del ochenta.

Finalmente, es posible inferir que la acumulación de capital en el sector transable no tiene el efecto dinamizador de corto plazo esperado sobre las exportaciones, si bien el efecto es positivo, la magnitud es pequeña. Además, en los periodos de auge económico la inversión en bienes de capital se destina a satisfacer la demanda interna. Hay otros factores que influyen en la determinación de la inversión en el sector transable, en consecuencia, para futuras investigaciones resulta interesante añadir restricciones de oferta adiciones, con la intención de mejorar el ajuste en la dinámica de corto plazo. Trabajos recientes como los de Romero y McCombie (2018) y Dávila-Fernández y Sordi (2019a) han integrado modelos de ciclos endógenos a la restricción de balanza de pagos, sin definir claramente los determinantes de la inversión en el sector transable.

Referencias

Araujo, R. A. & Lima, G. T. (2007). A structural economic dynamics approach to balance-of-payments-constrained growth. *Cambridge Journal of Economics*, *31*(5), 755-774.

Barbosa-Filho, N. H. (2004). The balance of payments constraint: from balanced trade to sustainable debt. En *Essays on Balance of Payments Constrained Growth* (pp. 144-158). Londres, Routledge.

Chenery, H. B. (1961). Comparative advantage and development policy. *The American Economic Review*, *51*(1), 18-51.

DANE. (2013). Documento metodológico y resultados de la retropolación 1975 - 2005 Base 2005. *Departamento Administrativo Nacional de Estadísticas.*

Dávila-Fernández, M. J. (2018). *Alternative Approaches to Technological Change when Growth is BoPC.* Department of Economics, University of Siena.

Dávila-Fernández, M. J. & Sordi, S. (2019a). Distributive cycles and endogenous technical change in a BoPC growth model. *Economic Modelling*, *77*, 216-233.

Dávila-Fernández, M. J. & Sordi, S. (2019b). Path dependence, distributive cycles and export capacity in a BoPC growth model. *Structural Change and Economic Dynamics*, *50*, 258-272.

D'elia, J. L. I. (2011). Fluctuaciones del ciclo económico de Colombia. análisis comparativo según métodos univariados. *Semestre Económico*, *14*(30), 61-85.

Díaz Alejandro, C. F. (1972). *Tendencias y fases de la economía colombiana y de sus transacciones internacionales, 1950-1970.* Fundación para la Educación Superior y el Desarrollo.

Elitok, S. P. (2008). *The Relationship between Trade, Growth and the Balance of Payments: Application of Balance of Payments-constrained Growth Model to the Turkish Economy (1960-2004)* (Tesis doctoral, Department of Economics). University of Utah.

Elliott, D. R. & Rhodd, R. (1999). Explaining growth rate differences in highly indebted countries: an extension to Thirlwall and Hussain. *Applied Economics*, *31*(9), 1145-1148.

Feenstra, R. C., Inklaar, R. & Timmer, M. P. (2015). The next generation of the Penn World Table. *American economic review*, *105*(10), 3150-82.

Filho, S. F. M., Jayme, F. G. & Libânio, G. (2013). Balance-of-payments constrained growth: a post Keynesian model with capital inflows. *Journal of Post Keynesian Economics*, *35*(3), 373-398.

García Molina, M. & Quevedo Caro, A. (2005). Crecimiento económico y balanza de pagos: evidencia empírica para Colombia. *Cuadernos de Economía; Vol. 24, núm. 43 (2005) 2248-4337 0121-4772.*

García-Molina, M. & Ruíz-Tavera, J. K. (2009). Thirlwall's law and the two-gap model: toward a unified "dynamic gap"model. *Journal of Post Keynesian Economics*, *32*(2), 269-290.

Garcimartin, C., Kvedaras, V. & Rivas, L. (2016). Business cycles in a balance-of-payments constrained growth framework. *Economic Modelling*, *57*, 120-132.

Lorente, L. (2004). Modelos de crecimiento. Una interpretación keynesiana. *Cuadernos de Economía*, *23*(40), 29-53.

Márquez Aldana, Y. (2006). Estimaciones econométricas del crecimiento en Colombia mediante la ley de Thirlwall. *Cuadernos de Economía*, *25*(44), 119-142.

Moreno-Brid, J. C. (2003). Capital Flows, Interest Payments and the Balance-of-Payments Constrained Growth Model: A Theoretical and Empirical Analysis. *Metroeconomica*, *54*(2-3), 346-365.

Nell, K. (2003). A Generalised Version of the Balance-of-Payments Growth Model: An application to neighbouring regions. *International Review of Applied Economics*, *17*(3), 249-267.

Quitián, H. (2012). *La volatilidad de los flujos de capital en la ley de Thirwall: Colombia 1969-2010* (Tesis de maestría, Facultad de Ciencias Económicas). Universidad Nacional de Colombia - Sede Bogotá.

Ramsey, F. P. (1928). A mathematical theory of saving. *The Economic Journal*, *38*(152), 543-559.

Razmi, A. (2015). Correctly analysing the balance-of-payments constraint on growth. *Cambridge Journal of Economics*, *40*(6), 1581-1608.

Romer, P. M. (1990). Endogenous technological change. *Journal of Political Economy*, *98*(5, Part 2), S71-S102.

Romero, J. P. & McCombie, J. S. (2018). Thirlwall's law and the specification of export and import functions. *Metroeconomica*, *69*(2), 366-395.

Ruiz, C. A. (2016). *Ley de Thirlwall y el modelo de dos brechas: una aplicación empírica* (Tesis de maestría, Facultad de Ciencias Económicas). Universidad Nacional de Colombia - Sede Bogotá.

Solow, R. M. (1957). Technical change and the aggregate production function. *The Review of Economics and Statistics*, *39*(3), 312-320.

Thirlwall, A. P. (1979). The balance of payments constraint as an explanation of the international growth rate differences. *PSL Quarterly Review*, *32*(128).

Thirlwall, A. P. & Hussain, M. N. (1982). The balance of payments constraint, capital flows and growth rate differences between developing countries. *Oxford economic papers*, *34*(3), 498-510.

Urrutia, M., Castro, A. P. & Posada, C. E. (2002). *El crecimiento económico colombiano en el siglo XX*. Bogotá D.C., Banco de la República.

Velasco, R. (2006). ¿ Hay restricción externa del crecimiento en Colombia de 1925 a 2000? *Cuadernos de economía*, *25*(44), 99-118.

A. Anexo: Metodología para la retropolación de las series

El ejercicio de retropolación se realiza utilizando el método de la interpolación y el método de la tasa de variación. El primer método es empleado para las series en valores corrientes y el segundo método es utilizado para las series en valores constantes.

Método de la interpolación

El método consiste en tomar los años base de las metodologías de las cuentas nacionales inalterados, asumiendo que en estos años la medición se realizó con la mayor precisión dada la información disponible. De esta manera, se toma el año base de la metodología actual junto con el dato para el mismo año medido por la metodología anterior, la división entre ambos valores da como resultado el valor de la diferencia entre ambas metodologías[14].

$$D = \frac{V_{n_B}^{t=B}}{V_{n_b}^{t=B}},$$

donde V_n es el valor nominal; B representa a la base actual; y b representa la base anterior. El valor de la diferencia se distribuye entre los periodos mediante un promedio geométrico definido como:

$$r = D^{1/n},$$

donde n representa la diferencia en periodos entre ambas metodologías. Finalmente, el valor retropolado se define como:

$$V_{n_B}^{t} = V_{n_b}^{t} r^{t-b}$$

El método se repite para cada observación hasta obtener la serie empalmada.

Método de la tasa de variación

Este método se utiliza para empalmar series expresadas en valores constantes, la principal ventaja de este método es conservar las características particulares de las series originales. El cálculo corresponde a la siguiente ecuación:

[14]Considerando que en el ejercicio de retropolación del DANE (2013) integró la metodología de 1975, 1994, 1999 y 2005. Es importante mencionar que las cuentas nacionales para los años anteriores a 1975 no cuentan con la información completa para ajustar los movimientos contables a la metodología actual. El presente trabajo parte del hecho que, el trabajo de retropolación del GRECO para los años anteriores a 1975 las cuentas nacionales se homologaron a la metodología de 1975, ante la ausencia de información para ajustar las cuentas a la metodología actual se aplican los métodos descritos tomando como año base 1975.

$V_{n_B}^{t=B-1} = \frac{V_{n_B}^{t=B} V_{n_b}^{t=B-1}}{V_{n_b}^{t=B}}$

B. Anexo: Metodología para el cálculo del nivel ingresos y los precios extranjeros

Como los datos para la construcción de las series de origen extranjeros provienen de dos fuentes (el Banco Mundial y las PWT) es necesario empalmar las series para cada uno de los países. Los datos de las PWT se encuentran disponibles para el periodo 1950-2014, y los datos del Banco Mundial se encuentran disponibles para el periodo 1960-2017. Por tanto, tenemos dos series, la serie de la PWT parte de a_1 y la serie del Banco Mundial parte de b_{t+1}, como la tasa de crecimiento del nivel de ingresos de ambas series se solapan en el periodo $t+1$, es posible inferir el nivel de ingresos de la serie del Banco Mundial en el periodo anterior.

Para el cálculo de la tasa de crecimiento del periodo $t+1$ tenemos la siguiente expresión:

$\Delta_{t+1} = \frac{a_{t+1}}{a_t} - 1 = \frac{b_{t+1}}{b_t} - 1$

donde Δ es la tasa de crecimiento del nivel de ingresos; a representa los datos de la serie del PWT; y b representa los datos de la serie del Banco Mundial. Tomando solamente la serie del Banco Mundial y despejando b_t para encontrar en nivel de ingresos del periodo anterior de la serie.

$b_t = \frac{b_{t+1}}{\Delta_{t+1}+1}$

El nivel de ingresos extranjeros se construye ponderando la participación del país j en el total de exportaciones:

$y^* = \sum_j^n y_j^* \omega_j$

donde y^* representa el nivel de ingresos del país j; y w_j representa la participación del país j en las exportaciones de Colombia.

Por su parte, el nivel de precios extranjeros se construye ponderando los deflactores del PIB de los países con destino de exportación:

$P^* = \sum_j^n \frac{P_j^* \omega_j}{e_j}$

donde p_j representa el deflactor del PIB del país j; e_j representa la tasa de cambio respecto la moneda del país j; y ω_j representa la participación del país j en el total de exportaciones de Colombia. Para el indicador se considera los principales destinos de exportación, los cuales representan el 80 % del total de exportaciones, el

20 % restante se considera tiene el mismo comportamiento.

C. Anexo: Prueba de raíz unitaria para las series individuales

Tabla 6: Prueba de raiz unitaria Dickey - Fuller

Serie	**Estadístico ADF**	**Valor crítico de Mackinnon**		**Tendencia**	**Constante**	**Raíz unitaria**
		5 %	**1 %**			
w_t	-4,67	-2,89	-3,51	No	Si	No
y_t	-1,71	-3,45	-4,04	Si	No	Si
y_t^*	-1,99	-3,45	-4,04	Si	No	Si
p_t	-6,58	-3,45	-4,04	No	No	No
p_t^*	-2,00	-3,45	-4,04	Si	No	Si
x_t	-2,53	-3,45	-4,04	Si	Si	Si
m_t	-2,65	-3,45	-4,04	No	No	Si

D. Anexo: Prueba de raíz unitaria para los errores de las relaciones de cointegracíón

Tabla 7: Prueba de raíz unitaria Dickey - Fuller

Serie	**Estadístico ADF**	**Valor crítico de Mackinnon**		**Tendencia**	**Constante**	**Raíz unitaria**
		5 %	**1 %**			
u_t	-4,85	-1,95	-2,60	No	No	No
v_t:k	-4,74	-1,95	-2,60	No	No	No

E. Anexo: Resultados de la estimación del modelo original

Los resultados de prueba (Tabla 8) sugieren con un nivel de significancia del 5 % dos relaciones de cointegración. A diferencia del modelo con restricción de oferta se considera el periodo de 1950-2017, por dos razones, en primer lugar, la relación de cointegración de las exportaciones entre 1960 y 2017 no es estacionaria; y al no incluir la acumulación de capital en sector transable, es posible utilizar la información disponible desde 1950, lo cual permite validar la hipótesis, de que la inclusión de la

acumulación de capital en el sector transable mejora el ajuste del modelo.

Tabla 8: Prueba de la traza para establecer el número de relaciones de cointegración ($H_0 : r = Rank(\Pi) \leq i, i\epsilon[1,6]$)

Rank	**Test**	**Valor crítico**		
		10 %	**5 %**	1 %
r = 0	163,74	126,58	131,70	143,09
r <= 1	110,17	97,18	102,14	111,01
r <= 2	77,48	71,86	76,07	84,45
r <= 3	46,19	49,65	53,12	60,16
r <= 4	24,51	32,00	34,91	41,07
r <= 5	12,54	17,85	19,96	24,60
r <= 6	2,77	7,52	9,24	12,97

Tabla 9: Estimación de las relaciones de cointegración

Variable	**Estimación de cointegración**
Exportaciones sin k_t	$x_t = -19{,}08 + 2{,}60y_t^* + 0{,}15p_t^* + v_t$ [29.75] [59.44] [15.10]
Importaciones	$m_t = -2{,}64 + 1{,}19y_t - 1{,}13p_t + u_t$ [3.37] [5.17] [4.79]
Estadístico - t en valor absoluto	

Tabla 10: Prueba de raíz unitaria Dickey - Fuller

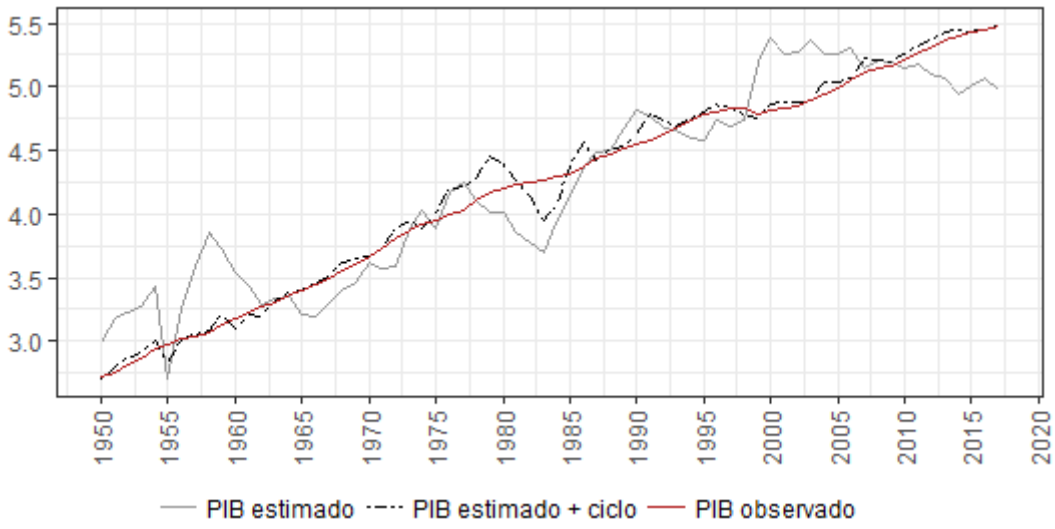
Serie	**Estadístico ADF**	**Valor crítico de Mackinnon**		**Tendencia**	**Constante**	**Raíz unitaria**
		5 %	**1 %**			
u_t	-4,74	-1,95	-2,60	No	No	No
v_t	-2,10	-1,95	-2,60	No	No	No

Tabla 11: Estimación modelo de corrección de errores para exportaciones (1)

Variables	**Modelo sin incluir w_t**	**Modelo incluyendo w_t**
Constante	0.056***	0.058***
	(7.34)	(6.68)
Δy_t^*	0.141*	0.151*
	(1.70)	(1.72)
Δp_t^*		0.049*
		(1.79)
Δp_{t-2}^*	-0.069**	
	(2.08)	
Δp_{t-3}^*	-0.082**	
	(2.41)	
Δw_t		0.102**
		(2.45)
Δw_{t-3}		-0.075**
		(1.84)
Δx_{t-3}		-0.311***
		(2.81)
Δv_{t-1}	-0.126**	-0.151**
	(2.16)	(2.61)
Δv_{t-2}	-0.314***	-0.139***
	(4.47)	(4.06)
Δv_{t-3}	-0.123*	
	(1.71)	
R-squared	0.335	0.262
Adj. R-squared	0.264	0.281
p-value ($LB - Q_1$)	0.962	0.577
p-value ($LB - Q_5$)	0.484	0.583
p-value ($LB - Q_{10}$)	0.337	0.127

(1)Estadístico - t en valor absoluto
*p<0.1 **p<0.05 ***p<0.01

Gráfica 15: PIB de Colombia en logaritmos



Gráfica 16: El ciclo económico colombiano y sus componentes

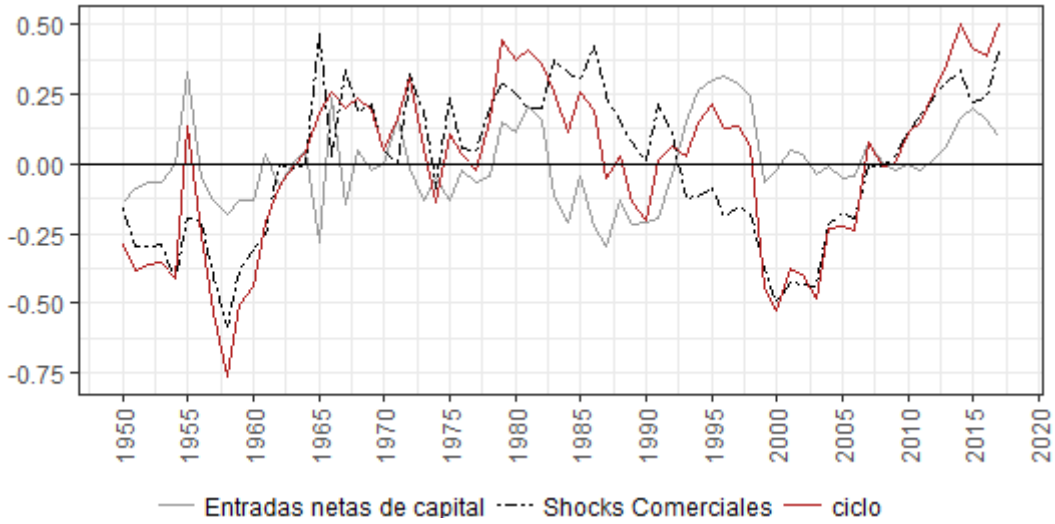
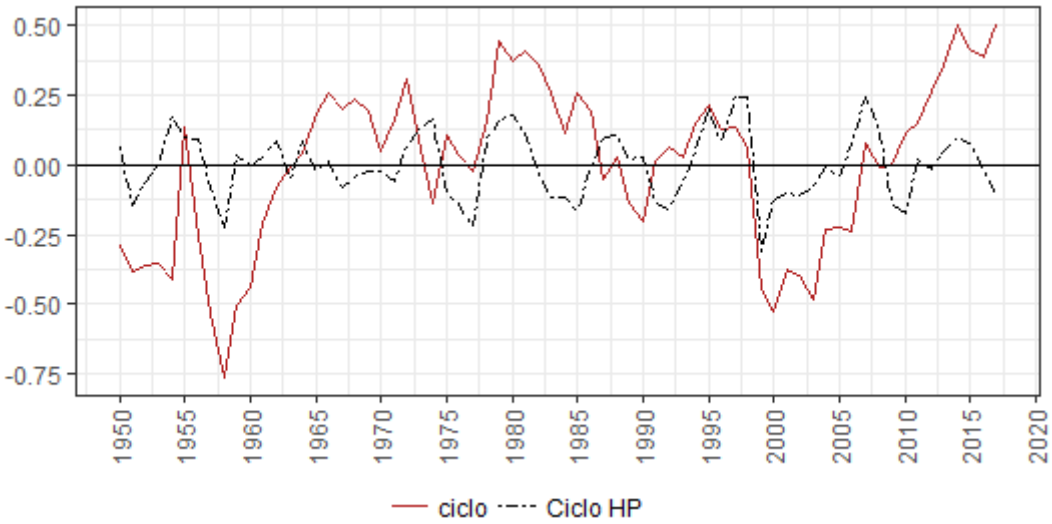
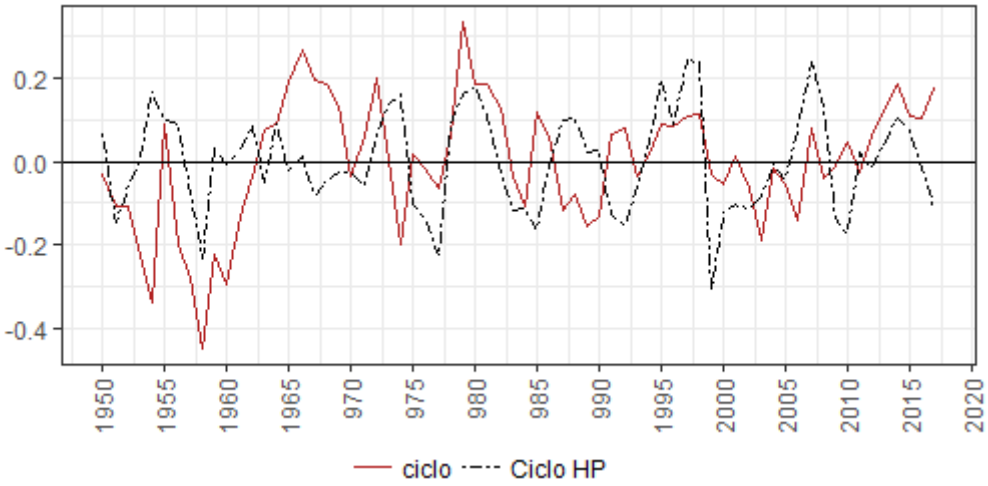


Tabla 12: Varianza relativa y correlación entre los componentes del ciclo

Periodo	$Var(\kappa_t)$	$Var(\tau_t)$	$Var(\kappa_t)/Var(\tau_t)$	$Cor(\kappa_t, \tau_t)$
1950-2017	0.02	0.07	0.31	-0.07
1950-1990	0.02	0.07	0.28	-0.06
1990-2017	0.02	0.07	0.26	-0.06
1950-1980	0.02	0.07	0.23	-0.08
1980-2017	0.03	0.07	0.38	-0.20
1950-2000	0.03	0.07	0.39	-0.18
1970-2017	0.02	0.06	0.38	-0.19
1980-2000	0.04	0.06	0.69	-0.45
1998-2017	0.01	0.09	0.09	-0.46

F. Anexo: Comparación del ciclo de negocios

Gráfica 17: El ciclo económico estimado y ciclo Hodrick Prescott



Gráfica 18: El ciclo económico estimado con capital y ciclo Hodrick Prescott