Formulación y resolución de problemas como estrategia potenciadora del pensamiento físico matemático en estudiantes del grado décimo

CARLOS FERNANDO DÍAZ TORRES

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Manizales, Colombia

2021

Formulación y resolución de problemas como estrategia potenciadora del pensamiento físico matemático en estudiantes del grado décimo

CARLOS FERNANDO DÍAZ TORRES

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:

Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director:

M.Sc Jaider Albeiro Figueroa Flórez

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Manizales, Colombia

2021

La filosofía natural está escrita en ese grandísimo libro que tenemos abierto ante los ojos, quiero decir, el universo, pero no se puede entender si antes no se aprende a entender el lenguaje, a conocer los caracteres en los que está escrito. Está escrito en lenguaje matemático y sus caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin las cuales es imposible entender ni una palabra; sin ellos es como girar vanamente en un oscuro laberinto.

Galileo Galilei

Agradecimientos

Primeramente doy gracias a Dios por permitirme vivir esta experiencia tan enriquecedora, por concederme las capacidades necesarias para llevar a cabo este trabajo de tesis y llenarme de fuerzas en los momentos que enfrenté las mayores dificultades.

Especial agradecimiento a mi tutor Magíster Jaider Albeiro Figueroa Flórez, por mostrarme el camino en esta apasionante travesía, disponer de todo el tiempo que fue necesario para brindarme sus valiosos aportes y persuadirme de que es posible brindar una mejor educación a las nuevas generaciones.

También agradezco a la Institución Educativa Municipal Nacional de Pitalito en cabeza de la señora rectora Especialista Yineth Urbano Gaviria y su coordinadora académica Especialista Rubiela Muñoz Bermeo por su apoyo incondicional en el curso de esta maestría y en el proceso de implementación de la secuencia didáctica expuesta en este trabajo. De igual manera, a los estudiantes del grado décimo de la jornada tarde que mostraron total disposición al desarrollo de cada una de las actividades, esforzándose por lograr el máximo aprendizaje.

Finalmente, quiero agradecer a mi familia por todo el apoyo emocional que me han brindado, dándome sus palabras de aliento en los momentos que más lo necesité y concediéndome todo el tiempo que consideré conveniente para la elaboración de este trabajo.

A todos, infinitas gracias.

Resumen

Formulación y resolución de problemas como estrategia potenciadora del pensamiento físico matemático en estudiantes del grado décimo

En el presente trabajo se busca potenciar los procesos asociados al pensamiento físico matemático en estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Municipal Nacional de Pitalito, Huila. Para tal fin, se implementa el enfoque de la formulación y resolución de problemas en el contexto de la mecánica clásica. La investigación se enmarca en el paradigma cualitativo y es de carácter descriptivo. La secuencia didáctica propuesta se compone de actividades de experimentación, resolución y formulación de problemas. Los instrumentos metodológicos usados se dividen en cuatro fases: prueba diagnóstica, módulo de caída libre, módulo de lanzamiento vertical y prueba final. Los resultados presentan la descripción del desempeño mostrado por los estudiantes en cada uno de los procesos, de estos se puede destacar en primer lugar el avance en la identificación de variables, la formulación de hipótesis y algunos diseños experimentales. En segundo lugar, se logra fortalecer la descripción del comportamiento de las variables en varios registros semióticos, especialmente en el cartesiano y verbal. Y en tercer lugar, los estudiantes logran clasificar los movimientos verticales a partir del comportamiento de las variables y se evidencian algunos avances en la explicación de los fenómenos haciendo uso de conceptos y variables.

Palabras clave: Experimentación, formulación de problemas, pensamiento físico matemático, pensamiento variacional, registros de representación semiótica, resolución de problemas, variables.

Abstract

Problem posing and problem solving as promoter strategy of physical mathematical thinking in tenth year students

The purpose of this work is to develop the processes associated to physical mathematical thinking in tenth year students of Institución Educativa Municipal Nacional from Pitalito, Huila. To this end, the problem posing and problem solving approach is implemented in the classical mechanics context. The research belongs to the qualitative paradigm and it is descriptive in nature. The proposed didactic sequence is composed by activities of experimentation, problem solving and problem posing. The methodological instruments are divided in four phases: diagnostic test, free fall module, vertical throw module and final test. The results present the description of student performance in every process, whereby can be highlighted in first place the improvement in the variables recognition, the hypothesis formulation and some experimental designs. In the second place, the description of variables behavior by several registers of semiotic representations have been built up, especially the Cartesian and verbal registers. In the third place, the students manage to classify the vertical motions and explain phenomena based on concepts and the variables behavior and some improvements are evidenced in the phenomena explanation by the use of concepts and variables.

Keywords: Experimentation, problem posing, physical mathematical thinking, variational thinking, registers of semiotic representation, problem solving, variables.

Contenido

Pág.
Resumen ..... **IX**
Abstract ..... **X**
Lista de figuras ..... **XIV**
Lista de tablas ..... **XVIII**

Introducción **1**

Capítulo 1. Horizonte del trabajo **5**
1.1 Descripción y planteamiento del problema 5
1.2 Justificación 6
1.3 Objetivos 8
1.3.1 Objetivo General 8
1.3.2 Objetivos específicos 8

Capítulo 2. Marco referencial **9**
2.1 Marco de antecedentes 9
2.1.1 Developing multi-representational problem solving skills in large, mixed-ability physics classes 9
2.1.2 Role of multiple representations in physics problem solving 10
2.1.3 Los trabajos prácticos fundamentados en el proceso de modelización y orientados a la resolución de problemas 11
2.1.4 Estudio del fenómeno de la caída de los objetos desde la perspectiva de los Sistemas Dinámicos: una propuesta para el desarrollo de competencias científicas 12
2.1.5 La experimentación como didáctica en la enseñanza de la física 13
2.1.6 Propuesta didáctica basada en resolución de problemas para la enseñanza-aprendizaje de la cinemática y dinámica dirigida a estudiantes de grado décimo del colegio Tibabuyes Universal 14
2.1.7 Estrategia didáctica para el desarrollo del pensamiento matemático desde la cinemática experimental 15
2.1.8 Estrategia didáctica para la enseñanza de las ciencias naturales apoyado en el método aprendizaje basado en problemas a estudiantes de grado sexto de educación básica secundaria en la Institución Educativa Municipal Villa Fátima del municipio de Pitalito, Huila 16
2.2 Marco epistemológico: Pensamiento físico matemático 17
2.3 Marco teórico 21
2.3.1 Desarrollo del pensamiento físico matemático 21
2.3.2 Aprendizaje de las matemáticas basado en la formulación y resolución de problemas 22
2.3.3 La experimentación como medio para la construcción del conocimiento y desarrollo del pensamiento físico matemático 24
2.3.4 Resolución de problemas como actividad potenciadora del pensamiento físico matemático 26

2.3.5 El uso de herramientas digitales en el desarrollo del pensamiento físico matemático ... 27
2.3.6 Relaciones entre procesos asociados al pensamiento físico y pensamiento matemático ... 29
2.4 Marco conceptual ... 32
2.4.1 Problema ... 32
2.4.2 Registros de representación semiótica ... 32
2.4.3 Pensamiento matemático ... 36
2.4.4 Pensamiento científico ... 37
2.4.5 Competencias de Ciencias Naturales ... 38

Capítulo 3: Metodología ... 41
3.1 Tipo de trabajo ... 41
3.2 Instrumentos metodológicos ... 42
3.2.1 Fase 1: Prueba diagnóstica ... 42
3.2.2 Fase 2: Módulo de caída libre ... 43
3.2.3 Fase 3: Módulo de lanzamiento vertical ... 43
3.2.4 Fase 4: Prueba final ... 44
3.3 Población ... 44
3.4 Fuentes de información ... 45
3.5 ¿Cómo se analizarán los resultados? ... 45

Capítulo 4. Resultados ... 49
4.1 Fase 1: Prueba diagnóstica ... 49
4.1.1 Resultados y descripción del desempeño mostrado en el proceso 1 ... 49
4.1.2 Resultados y descripción del desempeño mostrado en el proceso 2 ... 53
4.1.3 Resultados y descripción del desempeño mostrado en el proceso 3 ... 59
4.2 Fase 2: Módulo de caída libre ... 62
4.2.1 Resultados y descripción del desempeño mostrado en el proceso 1 ... 62
4.2.2 Resultados y descripción del desempeño mostrado en el proceso 2 ... 66
4.2.3 Resultados y descripción del desempeño mostrado en el proceso 3 ... 71
4.3 Fase 3: Módulo de lanzamiento vertical ... 74
4.3.1 Resultados y descripción del desempeño mostrado en el proceso 1 ... 74
4.3.2 Resultados y descripción del desempeño mostrado en el proceso 2 ... 77
4.3.3 Resultados y descripción del desempeño mostrado en el proceso 3 ... 81
4.4 Fase 4: Prueba final ... 84
4.4.1 Resultados y descripción del desempeño mostrado en el proceso 1 ... 84
4.4.2 Resultados y descripción del desempeño mostrado en el proceso 2 ... 88
4.4.3 Resultados y descripción del desempeño mostrado en el proceso 3 ... 92
4.5 Análisis del desarrollo de los procesos asociados al pensamiento físico matemático durante la intervención ... 95
4.5.1 Desarrollo del proceso 1 ... 95
4.5.2 Desarrollo del proceso 2 ... 97
4.5.3 Desarrollo del proceso 3 ... 99

Capítulo 5. Conclusiones y recomendaciones ... 102
5.1 Conclusiones ... 102
5.2 Recomendaciones ... 103

Anexos **105**
Anexo A. Cronograma de actividades..... **105**
Anexo B. Prueba diagnóstica..... **107**
Anexo C. Módulo de caída libre – Actividad 1 (diseño experimental)..... **109**
Anexo D. Módulo de caída libre – Actividad 2 (resolución de problemas)..... **111**
Anexo E. Módulo de lanzamiento vertical – Actividad 1 (diseño experimental)..... **113**
Anexo F. Módulo de lanzamiento vertical – Actividad 2 (resolución de problemas) **115**
Anexo G. Módulo de lanzamiento vertical – Actividad 3 (formulación de problemas) **117**
Anexo H. Prueba final..... **119**

Bibliografía **121**

Lista de figuras

Pág.

Figura 2-1 Ejemplo de la representación cartesiana del comportamiento de la velocidad en un movimiento de caída libre 34
Figura 2-2 Uso del registro pictórico para representar la caída libre de un objeto desde una altura inicial $y0$. 35
Figura 4-1 Respuesta a la pregunta 3 de la prueba diagnóstica (fase 1) – Estudiante 12 50
Figura 4-2 Respuesta a la pregunta 3 de la prueba diagnóstica (fase 1) – Estudiante 44 50
Figura 4-3 Respuesta a la pregunta 1 de la prueba diagnóstica (fase 1) – Estudiante 15 51
Figura 4-4 Nivel de desarrollo del proceso 1 mostrados en la fase 1 (Prueba diagnóstica) 53
Figura 4-5 Respuesta a la pregunta 1 de la prueba diagnóstica (fae 1) – Estudiante 38. 54
Figura 4-6 Respuesta a la pregunta 1 de la prueba diagnóstica (fase 1) – Estudiante 60 54
Figura 4-7 Respuesta a la pregunta 2 de la prueba diagnóstica (fase 1) – Estudiante 25 55
Figura 4-8 Respuesta a la pregunta 3 de la prueba diagnóstica (fase 1) – Estudiante 6….56
Figura 4-9 Respuesta a la pregunta 1 de la prueba diagnóstica (fase 1) – Estudiante 18 56
Figura 4-10 Respuesta a la pregunta 4 de la prueba diagnóstica (fase 1) – Estudiante 32 57
Figura 4-11 Respuesta a la pregunta 3 de la prueba diagnóstica (fase 1) – Estudiante 67 57
Figura 4-12 Respuesta a la pregunta 3 de la prueba diagnóstica (fase 1) – Estudiante 26 58
Figura 4-13 Respuesta a la pregunta 5 de la prueba diagnóstica (fase 1) – Estudiante 62 58

Figura 4-14 Niveles de desarrollo del proceso 2 mostrados en la fase 1 (Prueba diagnóstica) 59
Figura 4-15Respuesta a la pregunta 1 de la prueba diagnóstica (fase 1) – Estudiante 42 60
Figura 4-16 Respuesta a la pregunta 4 de la prueba diagnóstica (fase 1) – Estudiante 38 60
Figura 4-17 Respuesta a la pregunta 5 de la prueba diagnóstica (fase 1) – Estudiante 3 61
Figura 4-18 Respuesta a la pregunta 5 de la prueba diagnóstica (fase 1) – Estudiante 1 61
Figura 4-19 Niveles de desarrollo del proceso 3 mostrados en la fase 1 (Prueba diagnóstica) 62
Figura 4-20 Fragmento de solución del problema de la actividad 2 (fase 2) – Grupo 17. ...63
Figura 4-21 Hipótesis formulada en la actividad 1 (fase 2) – Grupo 10 64
Figura 4-22 Diseño experimental propuesto en la actividad 1 (fase 2) – Grupo 6 64
Figura 4-23 Niveles de desarrollo del proceso 1 mostrados en la fase 2 (Módulo de caída liber) 66
Figura 4-24 Representación pictórica de los resultados obtenidos en la actividad 1 (fase 2) – Grupo9 67
Figura 4-25 Representación cartesiana de los resultados obtenidos en la actividad 1 (fase 2) – Grupo 8 67
Figura 4-26 Representación algebraica de los resultados obtenidos en la actividad 1 (fase 2) – Grupo 12 68
Figura 4-27 Gragmento de solución del problema de la actividad 2 (fase 2) – Grupo 8 .. 69
Figura 4-28 Fragmento de solución del problema de la actividad 2 (fase 2) – Grupo 8 ... 70
Figura 4-29 Fragmento de solución del problema de la actividad 2 (fase 2) - Grupo 17.. 70
Figura 4-30 Niveles de desarrollo del proceso 2 mostrados en la fase 2 (Módulo de caída libre) 71
Figura 4-31 Conclusión del experimento realizado en la actividad 1 (fase 2) - Grupo 22 71
Figura 4-32 Conclusión del experimento realizado en la actividad 1 (fase 2) - Grupo 15 72
Figura 4-33 Fragmento de solución del problema de la actividad 2 (fase 2) - Grupo 25.. 73
Figura 4-34 Niveles de desarrollo del proceso 3 mostrados en la fase 2 (Módulo de caída libre) 73
Figura 4-35 Hipótesis formulada en la actividad 1 (fase 3) - Grupo 7 74

Figura 4-36 Hipótesis formulada en la actividad 1 (fase 3) - Grupo 20 75
Figura 4-37 Diseño experimental propuesto en la actividad 1 (fase 3) - Grupo 8..... 75
Figura 4-38 Niveles de desarrollo del proceso 1 mostrados en la fase 3 (Módulo de lanzamiento vertical) 77
Figura 4-39 Representación tabular y cartesiana de los resultados obtenidos en la actividad 1 (fase 3) - Grupo 27 78
Figura 4-40 Representación pictórica de los resultados obtenidos en la actividad 1 (fase 3) - Grupo 12 78
Figura 4-41 Fragmento de solución del problema de la actividad 2 (fase 3) - Grupo 15.. 79
Figura 4-42 Fragmento de formulación y solución de un problema de la actividad 3 (fase 3) - Grupo 10 80
Figura 4-43 Fragmento solución de problema de la actividad 2 (fase 3) - Grupo 14..... 80
Figura 4-44 Niveles de desarrollo del proceso 2 mostrados en la fase 3 (Módulo de lanzamiento vertical) 81
Figura 4-45 Fragmento solución de problema de la actividad 2 (fase 3) - Grupo 23..... 82
Figura 4-46 Niveles de desarrollo del proceso 3 mostrados en la fase 3 (Módulo de lanzamiento vertical) 84
Figura 4-47 Respuesta a la pregunta 3 de la prueba final (fase 4) – Estudiante 41..... 85
Figura 4-48 Respuesta a la pregunta 3 de la prueba final (fase 4) – Estudiante 3..... 85
Figura 4-49 Respuesta a la pregunta 3 de la prueba final (fase 4) – Estudiante 21..... 86
Figura 4-50 Niveles de desarrollo del proceso 1 mostrados en la fase 4 (Prueba final) .. 88
Figura 4-51: Respuesta a la pregunta 1 de la prueba final (fase 4) – Estudiante 30..... 88
Figura 4-52: Respuesta a la pregunta 1 de la prueba final (fase 4) – Estudiante 9..... 89
Figura 4-53: Respuesta a la pregunta 4 de la prueba final (fase 4) – Estudiante 45..... 90
Figura 4-54: Respuesta a la pregunta 1 de la prueba final (fase 4) – Estudiante 4..... 90
Figura 4-55: Respuesta a la pregunta 1 de la prueba final (fase 4) – Estudiante 50..... 91
Figura 4-56: Respuesta a la pregunta 1 de la prueba final (fase 4) – Estudiante 3..... 91
Figura 4-57: Niveles de desarrollo del proceso 2 mostrados en la fase 4 (Prueba final). 92
Figura 4-58 Respuesta a la pregunta 2 de la prueba final (fase 4) – Estudiante 54..... 93
Figura 4-59 Respuesta a la pregunta 1 de la prueba final (fase 4) – Estudiante 27..... 93
Figura 4-60 Respuesta a la pregunta 1 de la prueba final (fase 4) – Estudiante 23..... 94
Figura 4-61 Niveles de desarrollo del proceso 3 mostrados en la fase 4 (Prueba final) .. 95
Figura 4-62 Niveles de desarrollo del proceso 1 mostrados durante la intervención 96
Figura 4-63 Niveles de desarrollo del proceso 2 mostrados durante la intervención 97

Figura 4-64 Niveles de desarrollo del proceso 3 mostrados durante la intervención 99

Lista de tablas

Pág.

Tabla 2-1 Pensamientos matemático y científico que fundamentan la formulación de los procesos asociados al pensamiento físico matemático. 30
Tabla 2-2 Procesos y subprocesos asociados al pensamiento físico matemático. 31
Tabla 2-3 Ejemplo de la representación tabular del comportamiento de la velocidad en un movimiento de caída libre. Fuente: Elaboración propia. 33
Tabla 3-1 Rúbrica de valoración del desarrollo logrado en los procesos asociados al pensamiento físico matemático. 47

Introducción

La formación en ciencias naturales es el espacio de diálogo donde los estudiantes empiezan a dar explicaciones de los procesos ocurridos en la naturaleza, partiendo de unas concepciones alternativas y apropiándose de metodologías que les permitan construir el conocimiento desde la observación y análisis de su entorno Ministerio de Educación Nacional (MEN) (2006a). Por tanto, el proceso de enseñanza aprendizaje en estas disciplinas, debe orientarse hacia el desarrollo de habilidades científicas que conduzca a los estudiantes a seguir explorando el mundo que les rodea y enfrentar de manera crítica y lógica los retos de una sociedad profundamente influenciada por la ciencia y la tecnología (MEN, 1998a). No obstante, los modelos de educación tradicional usados en numerosas instituciones educativas, han llevado a que la formación en disciplinas como la física, se convierta en la transmisión de conceptos y ecuaciones sin relación aparente, los cuales no responden a las necesidades de una sociedad tan dinámica como la actual (Hestenes, 1987).

El propósito de este trabajo es el desarrollo de habilidades de pensamiento, que le permitan al estudiante construir sus propias explicaciones de los fenómenos físicos presentes en su entorno. Estas habilidades se enmarcan en lo que se ha denominado pensamiento físico matemático, el cual se fundamenta en la relación que guardan la física y la matemática en la construcción de los conceptos, donde se hacen abstracciones de ciertas propiedades de la naturaleza y son descritas desde un lenguaje matemático (Vizcaino Arévalo y Terrazzan, 2015). Entendiendo este último como el uso de múltiples registros de representación y no solo de una ecuación (Karam y Pietracola, 2009).

Las habilidades necesarias para explicar los fenómenos de la mecánica clásica desde un lenguaje matemático, concurren en tres grandes procesos asociados al pensamiento físico matemático. En los cuales, se han especificado un conjunto de subprocesos que detallan las tareas que un estudiante debería realizar para que se evidencie el desarrollo en cada

proceso. Es importante resaltar que estos procesos y subprocesos guardan total coherencia con los *Lineamientos Curriculares de Ciencias Naturales y Educación Ambiental* (MEN, 1998a), los *Estándares Básicos de Competencias en Ciencias Naturales* (MEN, 2006a), los *Derechos Básicos de Aprendizaje. Ciencias Naturales* (MEN, 2016) y las competencias de Ciencias Naturales establecidas por el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES, 2019).

Como punto central de este trabajo de tesis, se propone la implementación de una secuencia didáctica direccionada al desarrollo de los procesos asociados al pensamiento físico matemático, en la cual se usan los problemas como estrategia para la construcción del conocimiento. Las actividades presentadas se fundamentan en la concepción de problema como una situación que hace evidente la ausencia de conocimiento o de un algoritmo preestablecido (Muñoz León, 2015); exigiéndole al estudiante un esfuerzo mental, en el que debe proponer algo nuevo y modificar sus concepciones sobre la naturaleza (MEN, 1998a). El uso de los problemas genera tres tipos de actividades: la primera es la experimentación a partir de una situación problema, donde los estudiantes formulan sus hipótesis y usan el laboratorio para ponerlas a prueba (MEN, 1998a). La segunda es la resolución de problemas, la cual requiere el uso de conceptos y diferentes representaciones semióticas para construir un modelo matemático que permita dar solución a la situación planteada (Karam y Pietracola, 2009). Y la tercera actividad es la formulación de problemas, donde además de resolver lo propuesto por el docente, el estudiante es capaz de plantear problemas a partir de situaciones particulares (Malaspina Jurado y Vallejo Vargas, 2014).

El fenómeno físico a estudiar a lo largo de la secuencia didáctica es la caída libre, donde los estudiantes desarrollan en forma grupal actividades que les permitan explorar las particularidades de este movimiento y transversalmente desarrollar los procesos asociados al pensamiento físico matemático. Por lo anterior, el impacto de la metodología propuesta se analiza desde los avances mostrados en cada uno de los procesos, donde se describe el desempeño de los estudiantes a lo largo de las cuatro fases propuestas para la intervención: prueba diagnóstica, módulo de caída libre, módulo de lanzamiento vertical y prueba final.

Este trabajo de tesis se divide en 5 capítulos. En el primero se presenta el horizonte del trabajo, en el cual se detalla la descripción y planteamiento del problema, la justificación y

los objetivos. El segundo capítulo es el marco referencial, en este se presentan los antecedentes, conceptos y teorías que fundamentan la definición del pensamiento físico matemático y las estrategias que permiten potenciarlo. En el tercer capítulo se detalla la metodología usada en el trabajo, especificándose las condiciones e instrumentos de la investigación, así como la forma en que se analizan los resultados. El cuarto capítulo presenta los resultados con la descripción del desempeño logrado por los estudiantes en cada proceso del pensamiento físico matemático. Finalmente, en el quinto capítulo se encuentran las conclusiones obtenidas tras la implementación de la secuencia didáctica y algunas recomendaciones para posteriores estudios.

Capítulo 1. Horizonte del trabajo

1.1 Descripción y planteamiento del problema

Los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Municipal Nacional de Pitalito perciben la física como un conjunto de conceptos y ecuaciones sin relación aparente. Aunque logran un dominio provisional de los mismos, no comprenden cómo estos les permitirían describir científicamente gran variedad de fenómenos naturales que caracterizan su entorno.

El proceso de enseñanza de la física y en especial de la mecánica clásica, es uno de los factores de mayor influencia en la problemática de esta asignatura. En primer lugar, la secuencia didáctica se diseña a partir de temáticas, las cuales, tras lograr cierto dominio se clasifican como vistas y dan paso a un nuevo tema, que en la mayoría de los casos se presenta como conocimiento aislado del anterior. En segundo lugar, la matemática tiene un rol de herramienta (Karam y Pietracola, 2009) que los estudiantes perciben como el cálculo necesario para obtener un resultado numérico que da solución a un examen. Las clases por tanto se caracterizan por dedicar un gran porcentaje del tiempo en la resolución de ejercicios algorítmicos por parte del docente y posteriormente en la mecanización de los mismos por parte del alumno. Finalmente, la experimentación es una etapa casi ausente en la mayoría de las temáticas, en promedio se lleva a cabo una actividad experimental por periodo académico, acompañado de un informe posterior, que tiene poco acompañamiento del docente.

Las falencias encontradas en el proceso de enseñanza aprendizaje, conducen por un lado a que el éxito en la física sea percibido como la obtención de un resultado numérico. Esto ha implicado que algunos estudiantes busquen por su cuenta fórmulas que los lleven directamente al resultado sin ningún tipo de análisis y por tanto, sin comprender el

significado de lo obtenido. Lo anterior se evidencia en los errores de unidades o en la suma de diferentes magnitudes físicas.

Por otro lado, los estudiantes consiguen ser competentes cuando logran mecanizar los procedimientos numéricos y gráficos expuestos por el docente, de manera que un ejercicio similar al que se hizo en clase o en el taller, será potencialmente resuelto por quien mecanizó el proceso. Sin embargo, ante la necesidad de resolver nuevos problemas, explicar fenómenos físicos diferentes o incluso justificar desde la teoría física, la pertinencia de los procedimientos matemáticos realizados, los estudiantes demuestran un desempeño muy bajo. Demostrando así la ineficacia del curso de física para desarrollar habilidades en el estudiante que le permitan explicar los fenómenos físicos desde una perspectiva científica, lo cual incluye la matematización; habilidades que se enmarcan dentro del pensamiento físico matemático (Aragón y Marín Santamaría, 2010).

Lo anterior lleva a los estudiantes a considerar la física como un conjunto de cálculos que solo sirven para lograr la aprobación. Una colección de ecuaciones y gráficas que debido a su arbitrariedad, se olvidan con facilidad y por tanto, no tienen gran utilidad en la vida real.

El análisis de estas falencias conduce a cuestionar la pertinencia del proceso de enseñanza aprendizaje de la física en la Institución Educativa Municipal Nacional de Pitalito y plantear la siguiente pregunta de investigación:

¿Es posible potenciar el desarrollo de procesos asociados al pensamiento físico matemático en los estudiantes del grado décimo en el contexto de la mecánica clásica?

1.2 Justificación

El presente trabajo se ha construido en la búsqueda de una estrategia que permita contribuir al desarrollo del pensamiento. Más allá del aprendizaje, uno de los objetivos de la escuela debe ser el de garantizar mayores niveles de pensamiento; de manera que los estudiantes puedan interpretar, analizar y argumentar el gran volumen de información que tienen a su disposición (De Zubiría Samper, 2013).

Esta investigación se enfoca en el desarrollo de algunos procesos de pensamiento que permitan la explicación de los fenómenos naturales desde un razonamiento científico. Este

implica el seguimiento de ciertas estrategias y procedimientos para la resolución de los problemas, que trascienden el razonamiento intuitivo o de sentido común usado en contextos informales (Karam y Pietracola, 2009).

La secuencia didáctica propuesta pretende dar al estudiante un papel activo en la reconstrucción del conocimiento. El principal objetivo no es la adquisición de conceptos fragmentados, sino establecer un proceso continuo en el desarrollo del pensamiento físico matemático; con el que se trata de potenciar la capacidad del estudiante para elaborar representaciones del mundo que le rodea y a partir de estas, hacer sus propias interpretaciones y predicciones.

Dos de las grandes metas que el MEN (2006a) define para la formación en ciencias son “Favorecer el desarrollo del pensamiento científico” (p.105) y “Desarrollar la capacidad de seguir aprendiendo” (p. 106). El objetivo de potenciar el pensamiento físico matemático, justamente apunta a estas metas. A partir de la enseñanza de la mecánica se busca familiarizar al estudiante con algunas estructuras matemáticas y procedimientos del quehacer científico para analizar de manera más rigurosa fenómenos comunes en su entorno. Lo anterior permite que el estudiante conozca la forma en que se hace ciencia, especialmente en el campo de la física, donde la matemática tiene un rol esencial. Por tanto, no solo se le permite al estudiante comprender y describir algunas propiedades de la naturaleza, sino que se abre la puerta hacia múltiples posibilidades, donde podrá explorar los fenómenos físicos que le despierten mayor interés, que se requieran en su formación profesional o simplemente que le permitan entender aún más, la forma en que la ciencia facilita su vida.

El desarrollo de este proyecto de investigación está planteado para el primer semestre del 2021. Aunque en el municipio de Pitalito no se retome aún la educación presencial, la Institución Educativa Municipal Nacional cuenta con un *hosting* y vinculación a la plataforma Moodle, además de una cuenta institucional en el paquete de aplicaciones de G Suite, que permiten el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje en un entorno virtual de manera sincrónica y asincrónica. El grupo de estudiantes seleccionado es el grado décimo de la jornada tarde, conformado por más de 70 estudiantes, los cuales en su totalidad cuentan con servicio de internet. La institución está en continua búsqueda del fortalecimiento de los procesos formativos, por tanto, el proyecto de investigación es apoyado por parte de las directivas y padres de familia.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo General

Potenciar el desarrollo de procesos asociados al pensamiento físico matemático en los estudiantes del grado décimo a partir del enfoque de la resolución de problemas en el contexto de la mecánica clásica.

1.3.2 Objetivos específicos

- Diseñar una secuencia didáctica que permita potenciar en el estudiante el desarrollo de los siguientes procesos asociados al pensamiento físico matemático:
  1. Identificación de variables en un sistema físico y la forma en que se relacionan, a partir de la observación y experimentación.
  2. Construcción de modelos en múltiples sistemas de representación semiótica que permitan la descripción y predicción de fenómenos físicos.
  3. Explicación de fenómenos naturales a partir del comportamiento de las variables.
- Determinar el impacto logrado con la implementación de la secuencia didáctica en el desarrollo de cada uno de los procesos asociados pensamiento físico matemático de los estudiantes.

Capítulo 2. Marco referencial

2.1 Marco de antecedentes

2.1.1 Developing multi-representational problem solving skills in large, mixed-ability physics classes

Autor: Gregor Leigh. Universidad de la Ciudad del Cabo. Maestría de Ciencias en Física. Ciudad del Cabo, Sudáfrica 2004.

La tesis de maestría propone la implementación de un enfoque de resolución de problemas a través del uso de múltiples representaciones, con el fin de promover actitudes positivas hacia el estudio de la física, desarrollar habilidades en la resolución de problemas y fortalecer el dominio conceptual. El estudio es realizado en estudiantes que cursan Física 1 en el primer semestre de un instituto técnico de Ciudad del Cabo, Sudáfrica.

La investigación se puede dividir en las siguientes fases: prueba diagnóstica en resolución de problemas, instrucción del enfoque de múltiples representaciones y el trabajo colaborativo para la resolución de problemas. En la primera fase se evidencian pobres resultados en la habilidad matemática, en el razonamiento científico y actitudes de poca confianza en las propias capacidades para el estudio de la física.

La segunda fase es el inicio de la intervención docente, en la misma se hace explícita la instrucción acerca de las representaciones usadas para resolver problemas: verbal, pictórica, diagrama cinemático y de fuerzas, algebraica y finalmente la numérica. Para mostrar las ventajas de este enfoque, se explica la solución de los problemas propuestos en la fase diagnóstica a partir de la nueva estrategia. Es de resaltar que los estudiantes tienen los espacios para interactuar con sus pares y discutir sus diferentes concepciones, permitiendo identificar cuáles son erróneas y llevarlos al conflicto cognitivo.

Finalmente, en la tercera fase se proponen cuatro problemas semanales en que los estudiantes trabajan colaborativamente y el docente brinda el respectivo acompañamiento.

Los resultados se obtienen a través de varias herramientas; por medio de encuestas se determinó un cambio significativo en la actitud de los estudiantes hacia la física, incluso en los que presentaban un bajo desempeño matemático. Observaciones en la fase de resolución de problemas y los resultados en los exámenes indican que los estudiantes son capaces de aplicar múltiples representaciones para resolver problemas que requieren el manejo de varios conceptos y de mayor dificultad que los propuestos en la prueba diagnóstica.

2.1.2 Role of multiple representations in physics problem solving

Autor: Alexandru Maries. Universidad de Pittsburgh. Departamento de física y astronomía, Doctorado en filosofía. Pittsburgh 2013.

La tesis busca determinar el rol que ejercen las múltiples representaciones en el desempeño de los estudiantes de física introductoria solucionando problemas de fuerza y campo eléctrico. Varias investigaciones son realizadas para determinarlo.

La metodología con que se realiza la investigación es de tipo mixta, se utilizan rúbricas numéricas para determinar la influencia de las representaciones y se realizan entrevistas para complementar los resultados obtenidos y darles posibles interpretaciones. La población son tres grupos de estudiantes que cursan física introductoria a nivel universitario, se utilizan grupos de intervención y de comparación. En cada uno se lleva a cabo la misma fase instruccional y asignación de tareas, la diferencia radica en el *quiz* aplicado en los últimos minutos de clase, donde se involucran de diferentes formas las representaciones gráficas del problema a resolver.

Se resaltan dos de las investigaciones realizadas. En la primera, se compara el desempeño entre no suministrar un diagrama del problema a resolver, si incluir el diagrama y requerir el diagrama como parte del problema. Los resultados indican que los estudiantes a los que se les pidió la construcción del diagrama logran el mejor desempeño, indicando que esto les permite una mayor comprensión del problema propuesto y relación con los conceptos asociados. Adicionalmente, se encuentra que la construcción de diagramas más detallados se relaciona con un mejor desempeño en la resolución del problema, a partir de las

entrevistas se concluye que puede deberse al papel auxiliar que juega el diagrama en que el estudiante puede representar parte de la información y así no sobrecargar su memoria operativa que podría llevarlo a errores.

En la segunda investigación, se estudian las dificultades de los estudiantes para la conversión entre representaciones matemáticas y gráficas; y cómo esto influye en el desempeño para la resolución de problemas. En este caso, se compara el desempeño entre no incluir pasos que sirvan de guía para la representación cartesiana, incluir un paso (representación por tramos) e incluir dos pasos (representación por tramos y representación tabular). Se encuentra que hay bastantes dificultades para convertir la representación algebraica a cartesiana, indicando falencias para transferir los conocimientos de matemáticas a un problema de física. Y se concluye que incluir solo un paso de guía que consistió en representar primero los tramos por aparte de la gráfica cartesiana para finalmente unirla en una sola, es la metodología que mayores beneficios implica para el desempeño de los estudiantes tanto en el mismo quiz como en exámenes posteriores.

2.1.3 Los trabajos prácticos fundamentados en el proceso de modelización y orientados a la resolución de problemas

Autora: Edilma Rentería Rodríguez. Universidad de Antioquia. Maestría en Educación. Medellín, Colombia 2009.

Esta tesis de maestría busca determinar cómo influye la realización de trabajos prácticos, fundamentados en la modelización y orientados a la resolución de problemas, sobre el aprendizaje conceptual de la termodinámica y la capacidad de modelar la realidad con experimentos y resolver problemas.

La investigación es un estudio cuasi experimental en que se conforma un grupo experimental y uno de control. A cada uno se aplican pruebas previas y posteriores a la intervención, en estas se evalúa por aparte los conceptos, las habilidades de modelación experimental y la resolución de problemas.

La secuencia didáctica propuesta, consiste en la resolución de problemas cualitativos por medio del Modelo de Resolución de Problemas Prácticos (RPPM), el cual comprende el análisis grupal del problema, discusión de posibles soluciones, formulación de hipótesis y

diseño de modelo experimental para comprobarla y finalmente la construcción de un modelo matemático para representar formalmente el fenómeno. En esta actividad el docente tiene la función únicamente de asesorar.

En las pruebas aplicadas se determina la influencia de la estrategia sobre los contenidos conceptuales propios de la termodinámica y los contenidos procedimentales como son la modelización experimental y la resolución de problemas. La investigación llega a la conclusión de que la estrategia influye positivamente en cada uno de los contenidos.

2.1.4 Estudio del fenómeno de la caída de los objetos desde la perspectiva de los Sistemas Dinámicos: una propuesta para el desarrollo de competencias científicas

Autora: Mónica Marcela Alarcón Rodríguez. Universidad Nacional de Colombia. Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Bogotá, Colombia 2012.

La tesis presenta una secuencia didáctica fundamentada en los sistemas dinámicos y los modelos mentales que tienen los estudiantes sobre el fenómeno de caída libre. La propuesta surge a partir de la identificación de múltiples confusiones en el reconocimiento de parámetros que influyen en la caída de los cuerpos.

El trabajo tiene una metodología cualitativa de tipo descriptivo y el objeto de análisis son los modelos mentales que manifiestan los estudiantes. La investigación plantea ciertas competencias científicas asociadas al modelamiento de los fenómenos físicos que se espera desarrollar en los estudiantes. A partir de lo anterior, se estructura una secuencia de formulación de hipótesis, discusión grupal, experimentación y conclusiones. El uso del software de sistemas dinámicos permite fortalecer el reconocimiento de variables dependientes e independientes en la caída de los cuerpos.

Las observaciones realizadas en las sesiones de la intervención, muestran las concepciones alternativas y confusiones de los conceptos en las primeras predicciones. Pero a partir de las diferentes discusiones, experimentos y uso del software, se logra la elaboración de modelos más complejos sobre la caída de los cuerpos, donde se especifican condiciones para que el movimiento de los objetos cumpla con determinado modelo teórico; y se establecen relaciones de causalidad tanto lineal como circular entre algunas variables.

2.1.5 La experimentación como didáctica en la enseñanza de la física

Autor: Andrés Alberto Salinas Díaz. Universidad Nacional de Colombia. Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Palmira, Colombia 2013.

Esta tesis de maestría propone aplicar la metodología de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) articulado con prácticas de laboratorio; esto con la finalidad de promover habilidades en la resolución de problemas, el aprendizaje autónomo y el desarrollo de competencias científicas.

La metodología propuesta se estructura a partir de la secuencia lógica ABP conformada por: leer y analizar el escenario problema, realizar lluvia de ideas, realizar listado con aquello que se conoce, lo que no se conoce y de aquello que se necesita para solucionar el problema, definir el problema, obtener información y solucionar el problema.

La secuencia didáctica consiste en la presentación de un escenario problemático, para su solución el proceso se divide en tres etapas: primero una clase magistral en que el docente da una visión general de la temática con la finalidad de facilitar la comprensión de los escenarios. La segunda etapa es el trabajo individual en que cada estudiante realiza sus propias predicciones y la tercera es el trabajo grupal, en que se lleva a cabo la secuencia ABP, incluyendo la definición de roles, el diseño y realización de un experimento que les permita obtener información y la entrega de un informe con los resultados obtenidos. La principal característica es que el estudiante toma el rol protagónico, el docente únicamente acompaña y asesora el proceso.

El análisis de resultados se basa en la valoración de 0 a 10 del desempeño de los estudiantes en las predicciones individuales y colectivas, la realización del experimento y la entrega de resultados. La estadística descriptiva usada para este análisis, indica que, en el desarrollo de los cinco escenarios, los estudiantes lograron el mayor desempeño en el último de ellos, demostrando la efectividad de la metodología.

2.1.6 Propuesta didáctica basada en resolución de problemas para la enseñanza-aprendizaje de la cinemática y dinámica dirigida a estudiantes de grado décimo del colegio Tibabuyes Universal

Autor: Jeinsson Giovanni Gamboa Sulvara. Universidad Nacional de Colombia. Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Bogotá, Colombia 2014.

La tesis de maestría presenta una estrategia didáctica fundamentada en el Aprendizaje Basado en Problemas ABP, planteada en el contexto de la cinemática y dinámica desarrolladas en el grado décimo. Con esto se busca que los estudiantes encuentren relación entre los conceptos vistos en ambas ramas de la física, los apliquen en la solución de problemas y por tanto, encuentren utilidad en la asignatura.

El estudio se compone de dos partes, un examen diagnóstico y la aplicación de una secuencia didáctica en que los estudiantes resuelven un problema de su interés. En la primera parte, se aplica el Force Concept Inventory (FCI) y se concluye que los estudiantes presentan concepciones erróneas principalmente en el concepto de aceleración y en la aplicación de las leyes de Newton.

En la segunda parte, se aplica la secuencia dividida en siete sesiones donde los estudiantes por grupos buscan dar solución a un problema de su predilección, que se relaciona con posibles accidentes en la institución, parques de diversiones o con deportes extremos. Durante las sesiones, los estudiantes analizan el problema, identifican variables y por su cuenta indagan sobre los conceptos necesarios para llegar a una solución, además, hay complementación con otros grupos y retroalimentación del docente. Finalmente, se usan prácticas experimentales para hallar datos faltantes que permitan dar solución al problema.

Se concluye que la secuencia permite abordar un amplio número de conceptos y relacionarlos para la solución de un problema. Algunas dificultades en su implementación se deben a que los estudiantes no están acostumbrados a las metodologías activas, por tanto, se requiere el continuo acompañamiento y retroalimentación del docente.

2.1.7 Estrategia didáctica para el desarrollo del pensamiento matemático desde la cinemática experimental

Autor: Jonathan Stiven Guerra Alzate. Universidad Nacional de Colombia. Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Medellín, Colombia 2019.

La tesis de maestría propone tomar ventaja de la complementariedad entre la física y la matemática, usando los conceptos de cinemática como contexto, aplicación y por tanto, motivación para el desarrollo del pensamiento matemático. Para ello, su estudio consiste en elaborar una estrategia didáctica con base en la cinemática experimental y valorar su incidencia en el desarrollo de los pensamientos métrico, espacial y variacional.

El estudio es aplicado a dos grupos, uno experimental y otro de control, en ambos desarrollando las temáticas Funciones y Ángulos. La metodología comprende dos fases principales, la primera es la conceptualización en que el docente hace intervenciones expositivas, usando ejemplos relacionados con la cinemática y los estudiantes hacen posterior lectura de módulos en que se desarrolla la temática. La segunda fase es la experimentación cinemática en que los estudiantes hacen prácticas de laboratorio de movimiento rectilíneo para aplicar los conceptos de funciones y movimiento parabólico para los conceptos de ángulos.

Los instrumentos de recolección son principalmente de tipo cualitativo, compuestos por las observaciones durante la fase experimental, en que se especifica el uso de herramientas matemáticas en un contexto cinemático; y además se cuenta con los informes entregados por los estudiantes. Respecto a los instrumentos de tipo cuantitativo se usan los resultados del Pre-test y Pos-test para determinar el mejoramiento en el desempeño de los estudiantes mediante el factor Hake.

Los resultados en forma cuantitativa indican un mejoramiento en la temática de los ángulos y por tanto, en el pensamiento espacial; además de mostrar mayor avance respecto al grupo de control. En los resultados cualitativos se indica un desarrollo en ambas temáticas y por tanto, en los tres tipos de pensamiento matemático; evidenciado en un mayor dominio en la medida que avanza el estudio como al compararse con el grupo de control.

2.1.8 Estrategia didáctica para la enseñanza de las ciencias naturales apoyado en el método aprendizaje basado en problemas a estudiantes de grado sexto de educación básica secundaria en la Institución Educativa Municipal Villa Fátima del municipio de Pitalito, Huila

Autor: Yesica Andrea Collazos Paiva. Universidad Metropolitana de Educación, Ciencia y Tecnología. Maestría en Administración y Planificación Educativa. Colombia, 2019.

La tesis tiene como propósito la elaboración de un diagnóstico del desempeño de los estudiantes del grado sexto en las competencias de ciencias naturales, para determinar la pertinencia de la metodología pedagógica aprendizaje basado en problemas (ABP).

La metodología de la investigación es de tipo cuantitativo con un enfoque descriptivo. En el estudio se realizan encuestas a los estudiantes para determinar el nivel de aceptación respecto a las actuales metodologías de enseñanza, el grado de motivación que sienten hacia el estudio de las ciencias naturales y el nivel de desarrollo en las competencias establecidas por el MEN. Además se realizan encuestas a los docentes para determinar la coherencia entre su práctica docente y los lineamientos establecidos por la institución y el MEN, incluyéndose también algunas preguntas sobre el análisis que ellos realizan de su quehacer docente.

En los resultados de las encuestas, se logra determinar el bajo grado de aceptación que los estudiantes tienen de las actuales metodologías, lo cual puede ser consecuencia de un modelo tradicionalista que no responde a las necesidades reales de su entorno. Adicionalmente hay falencias en las competencias del área de ciencias naturales. En cuanto a los docentes, se encuentra que se siguen los lineamientos institucionales, pero que estos no conducen al desarrollo de competencias interdisciplinares y motivacionales; no logrando además, un aprendizaje efectivo. A partir de todo lo anterior se diagnostica la viabilidad de la aplicación del ABP y se realiza la descripción de la propuesta metodológica, junto con un cronograma de actividades para la integración al plan de estudios de la institución y su posterior implementación.

2.2 Marco epistemológico: Pensamiento físico matemático

La física y la matemática son dos disciplinas que guardan una estrecha relación desde sus inicios. A lo largo de la historia, los progresos de una han dependido de las necesidades o avances de la otra. Por ejemplo, el cálculo surge de la búsqueda de una fundamentación matemática para la ley de gravitación universal y la relatividad solo es posible a partir de la geometría de Riemann (Du Sautoy, 2018). Sin embargo, la relación no es simétrica, la matemática ha logrado importantes progresos y tiene múltiples campos de acción independientes de la física; esta última en cambio, requiere la matemática desde la estructuración de sus teorías.

El papel de la matemática en el desarrollo de la física ha variado a lo largo del tiempo y con este, su forma de explicar los fenómenos naturales. Desde los cimientos de la ciencia en la antigua Grecia hasta nuestros días, se ha ido construyendo una física matematizada, con numerosas revoluciones científicas e inevitables implicaciones sociales, ontológicas y epistemológicas. Las implicaciones epistemológicas, han permitido que en las últimas décadas este desarrollo se traslade a las aulas de clase y se reevalúe la forma en que se enseña la física (Uhden et al., 2012).

A continuación, se muestra una breve descripción de cómo la matemática ha influido en el desarrollo histórico de la física, enfocándose en tres momentos clave: la filosofía desarrollada por los griegos, la revolución científica dada desde el siglo XVII y el nacimiento de la física moderna en los inicios del siglo XX (Vizcaino Arévalo y Terrazzan, 2015). Adicionalmente se expondrá cómo estos paradigmas conducen al desarrollo de teorías acerca de la incidencia de la matemática en la comprensión de la física desde la construcción de sus conceptos más básicos (Uhden et al., 2012).

Un primer momento en el desarrollo de la física se ubica en la edad antigua entre los siglos IV y II A.C., donde se resalta la influencia de dos personajes, Aristóteles y Arquímedes. Aristóteles por un lado es reconocido por sus aportes a la física en el siglo IV A.C. De acuerdo al método de construcción del conocimiento que era la razón, Aristóteles propone las primeras explicaciones del movimiento en forma únicamente verbal; para lo cual utilizaba el término “kinesis” que significaba movimiento o energía, pero en ciertos razonamientos lo aplicaba para referirse a la fuerza o al momento. Lo anterior, generaba

ambigüedad en sus explicaciones y fue posteriormente uno de los aspectos que más le fue criticado (Vizcaino Arévalo y Terrazzan, 2015).

Aristóteles afirma en su libro *Metafísica* que la matemática no es requerida en las explicaciones relevantes de los fenómenos naturales. Expresa con ello, la poca relación que en la antigüedad se reconocía entre la matemática y la física (Gutiérrez Muñoz, 2008).

Un siglo después, Arquímedes, considerado el físico más relevante de la antigüedad, establece un vínculo entre la matemática y la física. Para ese momento, el desarrollo logrado en la matemática era la geometría, la cual era considerada el camino que permitía alcanzar la verdad y era aplicable únicamente al cielo, lugar de lo inmutable y de la armonía. Arquímedes fue el primero en llevar la geometría a lo terrestre; su método consistía en aplicar la física para las demostraciones geométricas. Por ejemplo, desarrolló la ley de palancas para demostrar una relación entre áreas de parábolas y triángulos. A diferencia de sus contemporáneos, Arquímedes utilizó el método experimental para desarrollos en la física como la hidrostática (Gutiérrez Muñoz, 2008).

Un segundo momento relevante en el desarrollo de la física comprende el periodo entre los siglos XVII, XVIII y la primera mitad del XIX. El gran distintivo de esta época es la matematización en la explicación de los fenómenos naturales mediada por la experimentación, dando paso a una nueva forma de construir la física, la mecánica racional. Galileo Galilei como uno de los precursores de este nuevo paradigma, critica la forma en que Aristóteles explicaba los fenómenos naturales pues la consideraba ambigua. Propone el método cuantitativo para comunicar, pues ofrece un lenguaje más eficiente (Vizcaino Arévalo y Terrazzan, 2015). Además, expone el método científico como camino para llegar a la explicación de los fenómenos físicos. Y en el estudio del movimiento, retoma la geometría euclidiana para matematizar el espacio, logrando encontrar una relación entre el tiempo y la altura. Sin embargo, como todo inicio de los paradigmas, tuvo detractores dentro de la comunidad científica, entre ellos Descartes, quién rechazó la idea de Galileo pues esta no explicaba mecánicamente la gravedad (Gingras, 2001).

El momento determinante para el desarrollo de la mecánica racional, fue la publicación del Principia de Newton en 1687 (Gingras, 2001). Este libro dividido en tres módulos, propone que los fenómenos naturales solamente pueden tener una explicación válida si se realiza a partir de formulaciones matemáticas. Su principal elemento fue la teoría de atracción

gravitacional, la cual se valida a partir de leyes matemáticas, haciendo posible predecir de manera cuantitativa los fenómenos naturales (Vizcaino Arévalo y Terrazzan, 2015).

El proceso de aceptación del nuevo rol de las matemáticas en la explicación de los fenómenos físicos tomó más de un siglo. En ciertos sectores de la comunidad científica se consideraba que las demostraciones de las teorías físicas debían estar al alcance de toda la sociedad y si un experimento no era realizable por cualquier persona, debía ser replanteado. Sin embargo, matemáticos como Bernoulli y Euler se propusieron formular matemáticamente las leyes de la mecánica. Este complemento a la mecánica racional definió los nuevos límites de la física, implicaban que, para ser un practicante legítimo de esta disciplina, se requería un adecuado conocimiento de las matemáticas. Para mediados del siglo XIX, con el desarrollo del concepto de energía, electrodinámica y termodinámica, gran parte de la física se había vuelto un conocimiento esotérico (Gingras, 2001).

Finalmente, se puede afirmar que la explicación de los fenómenos físicos para esta época se caracteriza por seguir el método hipotético deductivo, en el cual, tal como afirma Rivadulla (2005), “cualquier construcción física solo puede recibir una explicación teórica cuando esta se puede deducir matemáticamente en el marco de referencia de una construcción de mayor nivel”[1] (p. 166). A su vez, la matematización de un fenómeno físico, sirve de guía para el razonamiento de nuevos fenómenos; por ejemplo, usando analogías se pueden explicar fenómenos como la electricidad a partir de un fluido, la luz a partir de una onda (Uhden et al., 2012).

Un tercer momento relevante en el desarrollo de la física se da a finales del siglo XIX e inicios del XX, cuando surgen los primeros planteamientos acerca de la física teórica. Esta es una rama de la mecánica racional que da aún mayor relevancia al formalismo matemático. Los fenómenos estudiados se alejan de la experiencia sensorial, por ejemplo, la energía. De tal manera que, los experimentos no siempre están al alcance para dar verificación a las teorías. Son entonces las formulaciones matemáticas las que permiten validar ante la comunidad científica las nuevas explicaciones de los fenómenos naturales, es decir que las nuevas teorías deben estar en términos de leyes; entendiendo estas

[1] Traducción propia.

últimas como la relación matemática entre magnitudes físicas (Vizcaino Arévalo y Terrazzan, 2015).

Uno de los pioneros en esta nueva forma de matematizar la física fue Paul Dirac. Él propone la ecuación de onda relativista y al resolverla, encuentra dos soluciones para la carga del electrón, una negativa y otra positiva. Aunque matemáticamente válido, la solución iba en contra del paradigma que para entonces era aceptado acerca de la carga únicamente negativa de los electrones. Sin embargo, la simplicidad de la ecuación y la coherencia con la teoría matemática, fue suficiente para no descartar el resultado y proponer el concepto de antielectrón; ideas que se probarían experimentalmente después y serían la base para el estudio de la antimateria (Vizcaino Arévalo y Terrazzan, 2015).

Un último momento en el desarrollo de la relación física matemática se da a partir de la época de 1970, donde el enfoque del análisis se dirige hacia la matemática vista desde los procesos de pensamiento. Esta perspectiva, le da un lugar a la matemática como herramienta para interpretar, comprender y explicar los fenómenos naturales. En este sentido se puede afirmar que existe diferencia entre la matemática que permite describir la naturaleza de forma apropiada y la matemática como lenguaje en los procesos de pensamiento. Este análisis puede ser llevado hasta el ámbito educativo, en el cual se pretende que los estudiantes desarrollen las suficientes habilidades para construir los conceptos físicos con el uso de la matemática (Vizcaino Arévalo y Terrazzan, 2015).

A partir de los estudios del papel que juega la matemática en la física, se empieza a identificar falencias en la forma en que se orienta esta disciplina. La matemática se enseña como un prerrequisito para la enseñanza de la física, de manera que al estudiar esta última, se espera que el estudiante realice el proceso de transferencia de las habilidades de una disciplina a la otra. Múltiples estudios demuestran la dificultad en este proceso, pues hacer matemática en física es semánticamente diferente a solo hacer matemática. Por tanto, se afirma que ser competente en matemática no garantiza el éxito en el estudio de la física (Vizcaino Arévalo y Terrazzan, 2015).

Las principales estrategias para lograr el dominio de la matemática como lenguaje de la física son la resolución de problemas y la modelización. En ambos casos se procura desarrollar en el estudiante dos tipos de habilidades: estructurantes y técnicas. Las habilidades estructurantes están enfocadas en el proceso de matematización, entendiéndose como el razonamiento usado para elegir ciertos esquemas de solución. Las

habilidades técnicas únicamente consisten en la parte operativa del proceso matemático que debe venir después de los razonamientos (Vizcaino Arévalo y Terrazzan, 2015).

2.3 Marco teórico

2.3.1 Desarrollo del pensamiento físico matemático

Las ciencias naturales se pueden considerar esa parte de la actividad humana dedicada a buscar una comprensión de la naturaleza que permita describirla y predecirla. Los seres humanos, en la medida en que interactúan con el medio construyen ciertas concepciones acerca de la naturaleza, denominadas concepciones alternativas (MEN, 2006a), las cuales no necesariamente explican en forma correcta la realidad. Adicionalmente, se establecen predicciones a partir de experiencias previas y de la intuición (Karam y Pietracola, 2009).

La didáctica de la física tiene como uno de sus principales objetivos desarrollar en el estudiante habilidades de pensamiento que le permitan construir explicaciones adecuadas de los fenómenos naturales. El pensamiento físico matemático se puede definir entonces como el conjunto de dichas habilidades, entre las que se destacan comparar, describir, analizar, sintetizar, abstraer, modelar, entre otras (Aragón y Marín Santamaría, 2010). A diferencia de la resolución de problemas cotidianos, el análisis de fenómenos desde un pensamiento físico matemático implica recurrir a estrategias y procedimientos, involucrando el razonamiento cuantitativo, lógico y causal (Karam y Pietracola, 2009).

El pensamiento físico matemático se establece a partir de la matematización de la física, lo cual consiste en usar el carácter deductivo de las matemáticas y sus abstracciones para describir el mundo físico y sus conceptos (Redish, 2006). Bajo esta metodología, las matemáticas toman el papel de lenguaje, a partir del cual el alumno reelabora las leyes físicas y construye representaciones de los fenómenos (Vizcaino Arévalo y Terrazzan, 2015).

En contraste con los enfoques tradicionales en la enseñanza de la física, el desarrollo del pensamiento físico matemático no implica que solucionar un problema consista en sustituir valores en una ecuación, habilidad que aunque necesaria no es suficiente para el estudio adecuado de la física. Es necesario el desarrollo de habilidades que permitan estructurar el mundo físico a través de las matemáticas; esto implica la construcción de modelos matemáticos y por tanto, la identificación de variables, interpretación de ecuaciones y

construcción de múltiples representaciones (verbal, algebraica, gráfica y fenomenológica) (Karam y Pietracola, 2009).

Al establecer la matemática como lenguaje en el análisis de los fenómenos físicos, se involucra el desarrollo los diferentes pensamientos matemáticos: numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional (MEN, 1998b). Dentro de estos, el pensamiento variacional toma gran relevancia en el modelamiento de los fenómenos físicos, donde los diferentes registros semióticos le permiten al estudiante relacionar en forma apropiada las diferentes magnitudes físicas. En este orden de ideas, las secuencias didácticas en una clase de física deben diseñarse a partir de situaciones problematizadas, en que el estudiante deba representar el fenómeno en varios registros para identificar posibles procedimientos de solución; además, es necesaria la socialización de procesos en que se justifique el uso de estructuras matemáticas a partir de su relación con los conceptos y magnitudes físicas.

2.3.2 Aprendizaje de las matemáticas basado en la formulación y resolución de problemas

El uso de problemas como estrategia didáctica en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, consiste en presentar situaciones cuya búsqueda de solución promueva en los estudiantes el desarrollo del pensamiento matemático y el uso de conceptos y procedimientos de acuerdo a su nivel de escolaridad.

La resolución de problemas es una estrategia que se ha implementado en las clases de matemáticas desde hace varias décadas, no obstante, se ha adoptado bajo diferentes enfoques, variando su finalidad. Stanic y Kilpatrick (1989, citado en Schoenfeld, 1992) identifican tres principales enfoques para la resolución de problemas:

1. Resolución de problemas como contexto, donde los problemas son usados como medio para alcanzar ciertos objetivos curriculares. En este enfoque los problemas pueden servir para dar sentido a los conceptos y procedimientos matemáticos, proveer una motivación, recreación, el desarrollo de nuevas habilidades o ejercitación de cierta técnica. Es de anotar, que bajo esta perspectiva los problemas son vistos como las tareas que desarrollan los estudiantes.
2. Resolución de problemas como una más de las habilidades que se desarrollan en un curso de matemáticas. Por tanto, su aprendizaje consiste en el dominio de un conjunto de técnicas para solucionar problemas.

3. Resolución de problemas como la base de las matemáticas. Bajo este enfoque, se considera que el papel de las matemáticas es solucionar problemas y los diferentes teoremas se han construido a partir de dicha actividad; por tanto, el estudiante podría desarrollar su pensamiento matemático en el proceso de resolución de problemas.

El tercer enfoque expuesto es el más acorde con los *Lineamientos curriculares de matemáticas* del MEN, donde se expresa que las situaciones problematizadas son un ambiente propicio para el aprendizaje activo, para el desarrollo de procesos de pensamiento y mostrar la utilidad de las matemáticas. Contrario a la educación matemática tradicional, donde los problemas se usan al final de la unidad didáctica; la resolución y formulación de problemas es un proceso transversal a todas las fases de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (MEN, 1998b).

Los *Lineamientos curriculares en matemáticas* hacen énfasis en que: “Hacer matemáticas implica que uno se ocupe de problemas, pero a veces se olvida que resolver un problema no es más que parte del trabajo; encontrar buenas preguntas es tan importante como encontrarles soluciones.” (MEN, 1998b, p. [103])

La formulación de problemas es por tanto, un componente esencial en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas; donde el estudiante no solamente resuelve problemas propuestos por el maestro, sino que es capaz de plantear problemas a partir de ciertas situaciones. Este componente estimula la creatividad de los estudiantes y permite desarrollar una mirada más crítica de la realidad (Malaspina Jurado y Vallejo Vargas, 2014).

En el diseño de una estrategia didáctica, los problemas propuestos por el docente deben ser contextualizados y retadores, que generen un interés en el estudiante y estén al nivel de sus capacidades; de manera que implique una búsqueda de nuevos conocimientos, pero sin generar frustración ante la imposibilidad de resolverlos (Isoda y Olfos, 2009). La creación de problemas por parte del docente permite que sea él quien diseñe problemas a partir de un análisis de los diferentes objetos matemáticos involucrados en su solución; para ello, puede modificar problemas ya construidos o elaborarlos a partir de una situación de interés (Malaspina Jurado, 2017). Con esto el docente dosifica el nivel de dificultad del problema.

En el desarrollo de las actividades de formulación y resolución de problemas, el docente debe ser un guía que facilite el desarrollo del pensamiento matemático; por tanto, no es su función responder las preguntas de los estudiantes indicando explícitamente qué hacer, sino plantearles preguntas orientadoras, permitiendo que sean ellos quienes identifiquen los objetos matemáticos necesarios para llegar a una solución (Rodríguez, 2012).

Isoda y Olfos, (2009) plantean que un problema bien diseñado le permite al alumno poner en práctica los conceptos ya conocidos para lograr un nuevo conocimiento y desarrollar habilidades propias de las matemáticas como el pensamiento inductivo, la modelación, formulación, representación, argumentación y validación.

La formulación y resolución de problemas vistos como un proceso transversal a todas las fases del aprendizaje y como potenciador de múltiples habilidades en el estudiante, es coherente con el desarrollo de procesos asociados al pensamiento físico matemático. Pues si se lleva esta estrategia didáctica a un contexto como la mecánica clásica, permitiría que el estudiante se apropie de conceptos, pero también de habilidades de pensamiento en la medida que formula o resuelve problemas propios de la física. La formulación de problemas además, permitiría que el estudiante analice en forma crítica los fenómenos de la naturaleza y se plantee interrogantes, cree hipótesis, las verifique a partir de la experimentación y utilice las matemáticas como lenguaje para generalizar estos resultados.

2.3.3 La experimentación como medio para la construcción del conocimiento y desarrollo del pensamiento físico matemático

El proceso de enseñanza aprendizaje de las ciencias naturales está directamente influenciado por la concepción que el docente tenga acerca de estas disciplinas (MEN, 2006a). La construcción del conocimiento científico parte de una relación dialéctica entre la teoría y la práctica, donde no se constituyen leyes físicas sin un sustento experimental, pero tampoco se puede interrogar la naturaleza sin unas concepciones preliminares (Romero-Chacón et al., 2017). La didáctica de las ciencias debería por tanto fundamentarse en dicha relación, permitiéndole al estudiante reconstruir el conocimiento a partir de su experiencia; contrario a las prácticas convencionales en que el laboratorio es solo un medio de verificación de la teoría ya construida.

La formación en ciencias naturales busca que el estudiante se aproxime al conocimiento científico a partir de sus concepciones alternativas (MEN, 2006a). Cuando se le presenta un fenómeno natural al estudiante, este se vale de dichas concepciones para elaborar hipótesis que le permitan explicar lo que observa; el laboratorio es el espacio en que se ponen a prueba dichas hipótesis. Los resultados de este proceso pueden validar las predicciones o contradecirlas, en el segundo caso el estudiante se enfrenta a una contradicción o desequilibrio que lo llevará a replantearse sus concepciones acerca de la naturaleza (MEN, 1998a).

La experimentación permite replicar la forma en que se construye el conocimiento, para ello es recomendable por un lado que la hipótesis con que el alumno aborda la experimentación sea producto de su propia actividad intelectual (reflexión, discusión con compañeros y profesor, acción sobre los objetos del mundo real). Y por otro lado es el estudiante quien debe diseñar la actividad experimental, haciendo los arreglos necesarios para modelar la naturaleza y buscar respuesta a las preguntas que se plantea. Las tradicionales guías solo tienen una intencionalidad expositiva que confirma los conocimientos ya estudiados, llevando al estudiante a responder preguntas que nunca se ha hecho y llegar a conclusiones que no cambian en nada su manera de ver el mundo. El maestro entonces no debe suministrar un conjunto de elementos con instrucciones precisas, sino tener variados materiales para ofrecer a los estudiantes en la medida que estos lo requieran o sugerirlos en el caso que ellos no visualicen la posibilidad de usarlos (MEN, 1998a).

El diseño de un laboratorio se puede considerar como una forma de representación de los fenómenos naturales, donde el estudiante identifica las variables de interés y analiza la forma en que estas se relacionan por medio de un arreglo experimental que replique las condiciones de una situación en particular (Karam y Pietracola, 2009). El pensamiento físico matemático incluye por tanto, el uso de la experimentación en el conjunto de habilidades que se espera desarrollar en el estudiante; donde además de establecer hipótesis sobre las variables y leyes físicas involucradas, utiliza los diferentes registros de representación semiótica para la comunicación de resultados y la argumentación de sus ideas.

2.3.4 Resolución de problemas como actividad potenciadora del pensamiento físico matemático

Las ciencias naturales se han constituido a partir de la resolución de problemas. Al enfrentar un problema, desde el organismo más simple hasta el más complejo establece un sistema de prueba y error hasta encontrar la forma de solucionarlo. En los seres humanos se ha desarrollado el método científico, donde se usa la experimentación para poner a prueba las distintas soluciones y los resultados se comunican a otros para ser validados (Popper, 2001). Por tanto, los problemas se pueden considerar como la semilla del desarrollo científico y la formación en ciencias no puede desligarse de dicho principio, los problemas deben ser la base para estructurar el proceso de enseñanza aprendizaje y no un complemento que usualmente se encuentra al final de los contenidos.

La resolución de problemas es parte esencial de la mayoría de las secuencias didácticas diseñadas por los docentes de física, siendo incluso uno de los métodos predilectos de evaluación. No obstante, la enseñanza de la física ha sido fragmentada entre lo cualitativo y cuantitativo, donde lo primero corresponde a la física conceptual y lo segundo a la física matematizada; es decir, se establece un límite entre la física y la matemática (Karam y Pietracola. 2009). Tradicionalmente, los docentes enuncian la importancia de ambas partes, pero los problemas propuestos se enfocan en la segunda, donde se requiere la manipulación de estructuras matemáticas, sin establecer alguna conexión con los conceptos. Esta perspectiva es sin lugar a dudas, un obstáculo para la exploración de otros aspectos en la resolución de problemas (Redish, 2006).

En el desarrollo del pensamiento físico matemático, la resolución de problemas es una actividad que lleva al estudiante a describir un fenómeno físico a través de modelos matemáticos, esto implica la identificación de variables, la construcción e interpretación de diversas representaciones: verbal (conceptual), algebraica, cartesiana, gráfica (diagramas) y experimental (Karam y Pietracola, 2009). La manipulación de ecuaciones es parte del proceso, pero no es la única habilidad requerida. En la resolución de problemas se usa el modelo para identificar posibles soluciones, los pasos requeridos son:

1. Análisis del problema y del fenómeno físico involucrado, donde se identifiquen las variables y condiciones.
2. Identificación de las estructuras matemáticas que por sus características se adecúan al fenómeno físico y construcción del modelo matemático.

3. Resolución matemática del problema, donde se requiere la manipulación de las estructuras matemáticas.
4. Interpretación del resultado, donde el número tiene un significado físico que nos permite sacar conclusiones sobre el fenómeno estudiado.
5. Validación del resultado que nos permita determinar si las conclusiones dan solución al problema planteado. (Karam y Pietracola, 2009)

Finalmente, los problemas propuestos deben cumplir algunas condiciones. Por un lado, no pueden confundirse con un ejercicio, pues este último solo supone la aplicación de algo que ya es conocido; en cambio los problemas exigen que el estudiante aporte algo nuevo, lo que implica innovación, descubrimiento, esfuerzo mental y cambios en las concepciones sobre la naturaleza (MEN, 1998a). Por otro lado, Tuminaro y Redish (2005) plantean que los problemas deben incluir una mezcla de actividades desafiantes, incluyendo cambios de representación, razonamiento basado en el contexto, clasificación, estimación, entre otros.

2.3.5 El uso de herramientas digitales en el desarrollo del pensamiento físico matemático

La implementación de herramientas digitales en el aula, se puede considerar como la transformación que se pretende dar a la escuela para responder a los retos de una sociedad que avanza a un ritmo sin precedentes en el ámbito científico, tecnológico y de comunicaciones. Lo anterior significa un cambio en el proceso de enseñanza aprendizaje, donde se amplían las posibilidades del estudiante para acercarse al conocimiento. En primer lugar, el uso de tecnologías permite establecer nuevos canales de comunicación entre los alumnos y de estos con el maestro. En segundo lugar, el estudiante adquiere mayor responsabilidad de su aprendizaje; con los grandes volúmenes de información que tiene a su alcance, este puede gestionar la adquisición del conocimiento de acuerdo a sus necesidades y el docente toma la responsabilidad de guiar este proceso. Esto significa que el estudiante podrá seguir aprendiendo por el resto de su vida, habilidad indispensable en una sociedad tan dinámica. En tercer lugar, se resalta el potencial de las herramientas digitales para fortalecer la asimilación de conceptos y el desarrollo de habilidades, esto por medio de diferentes contenidos y actividades enfocadas en la consolidación de los aprendizajes (Cardona Zapata et al., 2020).

Los beneficios que las herramientas digitales significan para el aprendizaje de los estudiantes, se hacen realmente efectivos cuando hay un uso adecuado de estas tecnologías. Al respecto, Sandoval Cáceres y Moreno Armella (2012) especifican que no es el uso de los recursos tecnológicos lo que genera el cambio, sino las acciones implementadas a partir de estos. Estas herramientas por tanto, pueden ser usadas de diversas formas para apoyar el proceso educativo, pero solo en algunas se transforma la interacción que el estudiante tiene con el conocimiento. De esta manera, el uso de las tecnologías se puede clasificar entre el simple apoyo en la realización de ciertas actividades y el papel de reorganizador, en que estas herramientas sirven como mediador cognitivo y se integran al conocimiento adquirido. Desde la práctica científica, se puede considerar una segunda clasificación de acuerdo al papel que las tecnologías desempeñan. López Simó et al. (2017) presentan la siguiente clasificación:

- Indagar (mundo real) donde se incluyen los diferentes sensores y demás herramientas que permiten registrar propiedades de la naturaleza, por ejemplo un sensor de velocidad.
- Indagar (mundo virtual) en que recoge los simuladores y demás herramientas digitales que muestran representaciones de los fenómenos naturales.
- Modelizar en el cual se amplían las posibilidades para construir representaciones de los fenómenos.
- Argumentar donde los estudiantes cuentan con diferentes herramientas para comunicarse entre ellos y con el docente.

Una de las herramientas digitales con mayor potencial para ser un mediador cognitivo en el estudio de las ciencias, son los simuladores. Estos se pueden definir como programas de computador con modelos relacionales manipulables, entendiendo estos últimos como la representación de la forma en que se relacionan varios elementos de un fenómeno físico, donde el usuario puede variar alguna de sus condiciones. Estos dispositivos han sido ampliamente utilizados en primera instancia por hacer visibles fenómenos que normalmente son muy grandes o microscópicos para ser observados, o tardan mucho o muy poco tiempo para ser apreciados, por ejemplo la simulación del ciclo vital de una estrella o las interacciones a nivel atómico (Windschitl y Andre, 1998). Y en segunda instancia, por superar algunas restricciones en cuanto a peligrosidad, coste o por el nivel de abstracción de sus elementos, por ejemplo vectores y líneas de campo (López Simó et al., 2017).

Adicional a las ventajas mencionadas, los simuladores permiten usar múltiples registros de representación para mostrar la relación entre ciertos elementos de un fenómeno físico, de manera que el estudiante enriquezca los modelos mentales que va construyendo. De estos registros, se pueden elegir los de mayor interés y a su vez omitir características del fenómeno real que no son relevantes y podrían desviar la atención. Otra ventaja es la posibilidad de variar las condiciones de la simulación y ponerlas a prueba en repetidas ocasiones, lo cual permite que el estudiante evidencie fácilmente algunas inconsistencias en sus saberes previos. En este sentido, se considera más enriquecedor el diseño de prácticas a cargo de los mismos estudiantes, para que estos exploren esas relaciones que les genera mayor interés o duda; de manera que el docente solo debería dar algunas instrucciones generales y discutir unas mínimas condiciones para que una explicación del fenómeno físico sea válida, pero no ceñirse a una sola respuesta y permitir que el estudiante construya sus propias representaciones (Windshitl y Andre, 1998).

A partir de lo expuesto anteriormente, se puede afirmar que las herramientas digitales representan un medio de gran importancia para el desarrollo del pensamiento físico matemático. Por ejemplo, los simuladores pueden actuar como mediadores cognitivos en el desarrollo de habilidades para construir conocimiento a partir de la experimentación, donde los estudiantes pueden establecer variadas hipótesis a partir de sus saberes previos y diseñar experiencias en que las verifiquen. Además, permiten la representación en varios registros del fenómeno físico y ayudan a identificar algunos conceptos involucrados. Lo anterior, acompañado con herramientas ofimáticas que potencien la utilización varias representaciones y dispositivos móviles que complementen la experimentación con fenómenos reales, proporciona a los estudiantes múltiples opciones para el desarrollo de las habilidades científicas y la explicación matematizada de los fenómenos físicos.

2.3.6 Relaciones entre procesos asociados al pensamiento físico y pensamiento matemático

El desarrollo del pensamiento físico matemático involucra habilidades propias de las ciencias naturales y de las matemáticas. Por un lado, la educación matemática tiene como principal objetivo el desarrollo del pensamiento matemático, de manera que el estudiante pueda realizar abstracciones del mundo que le rodea (MEN, 1998b). En cuanto a la formación en ciencias naturales, una de las metas es el desarrollo del pensamiento científico, lo cual involucra la comprensión del mundo natural, realizando descripciones y

predicciones del mismo, de manera que el estudiante enfrente las situaciones propias de su cotidianidad de una manera más constructiva (MEN, 1998a). En ambas áreas, la finalidad es la misma, el desarrollo de habilidades de pensamiento; por tanto, si se enfocan las abstracciones a la descripción de la naturaleza, siendo las matemáticas el lenguaje con que se estructuran los conceptos, se obtiene un conjunto de procesos que enriquecen la educación en ciencia naturales.

La descripción de los fenómenos naturales involucra los cinco pensamientos de la educación matemática, no obstante, el pensamiento variacional se puede considerar el de mayor relevancia; y en segunda instancia el pensamiento métrico. En cuanto al pensamiento científico, se han tomado los *Lineamientos Curriculares de Ciencias Naturales y Educación Ambiental* (MEN, 1998a) y los *Estándares Básicos de Competencias en Ciencias Naturales* (MEN, 2006a) como principal insumo para la determinación de los objetivos que se pretenden alcanzar con el pensamiento físico matemático. Adicionalmente, se han tomado como punto de referencia las competencias establecidas en las pruebas Saber 11 de Ciencias Naturales (ICFES, 2013), pues estas sintetizan las habilidades que se espera desarrollar en el estudiante al final de la educación básica y media.

Tabla 2-1

Pensamientos matemático y científico que fundamentan la formulación de los procesos asociados al pensamiento físico matemático

Pensamiento matemático	Pensamiento científico (físico)
Pensamiento variacional ▪ Reconocimiento y comprensión de variables. ▪ Conversión y tratamiento de sistemas semióticos de representación. ▪ Modelación y generalización. Pensamiento métrico ▪ La estimación de la medida de cantidades de distintas magnitudes. ▪ La selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos y procesos de medición.	Competencias establecidas por el ICFES ▪ Uso comprensivo del conocimiento científico. ▪ Explicación de fenómenos. ▪ Indagación.

Fuente: (MEN, 2006b, ICFES, 2013)

La Tabla 2-1 presenta de manera sintetizada los procesos asociados a los pensamientos considerados desde la educación matemática y las competencias consideradas desde la educación en ciencias naturales. Este trabajo se enfoca en la descripción de los fenómenos físicos y más específicamente de la mecánica clásica, rama de las ciencias naturales donde la relación con la matemática es esencial. Por tanto, más allá de pensamiento científico, el análisis se centra en el pensamiento físico.

A partir de los anteriores insumos, se proponen los siguientes procesos asociados al pensamiento físico matemático; con los cuales se pretende especificar el conjunto de habilidades que se espera desarrollar en el estudiante. En la Tabla 2-2 se presentan tres procesos y sus respectivos subprocesos, que detallan los desempeños que debe cumplir un estudiante para considerarlo competente en los mencionados procesos.

Tabla 2-2

Procesos y subprocesos asociados al pensamiento físico matemático

Proceso	Subprocesos
1. Identificación de variables en un sistema físico y la forma en que se relacionan, a partir de la observación y experimentación.	▪ Reconoce las variables involucradas en un fenómeno físico y posibles dependencias entre ellas. ▪ Formula preguntas a partir de la observación de un fenómeno, propone hipótesis e idea métodos experimentales para verificarlas. ▪ Diseña experimentos que le permitan identificar la relación entre variables, eligiendo instrumentos adecuados y registrando la información pertinente.
2. Construcción de modelos en múltiples sistemas de representación semiótica que permitan la descripción y predicción de fenómenos físicos.	▪ Muestra la variación de las magnitudes físicas en diferentes sistemas de representación (gráfica, esquema, algebraica, tabular y fenomenológica) y comunica hipótesis o resultados a partir de estas representaciones. ▪ Identifica las estructuras matemáticas adecuadas para solucionar un problema, realiza los tratamientos necesarios dentro de un mismo registro semiótico y argumenta su pertinencia a partir del comportamiento de las variables. ▪ Construye modelos gráficos o algebraicos que le permitan realizar predicciones sobre un fenómeno físico.
3. Explicación de fenómenos naturales a partir del comportamiento de las variables.	▪ Clasifica los fenómenos naturales de acuerdo al comportamiento de sus variables. ▪ Construye explicaciones de los fenómenos naturales desde un lenguaje matemático, relacionando el comportamiento de las variables con los conceptos y leyes físicas.

Fuente: Elaboración propia

Los procesos presentados, deben ser el objetivo a partir del cual se diseñe la secuencia didáctica para el proceso enseñanza aprendizaje de la mecánica clásica. Como puede notarse, los procesos no hacen énfasis en ninguna temática en particular, pues son transversales a los contenidos del grado décimo.

Finalmente, es de resaltar que estos procesos son coherentes tanto con los *Estándares Básicos de Competencias en Ciencias Naturales* (MEN, 2006a) propuestos para los grados décimo y undécimo, como con los *Derechos Básicos de Aprendizaje* (MEN, 2016) de los grados noveno y décimo.

2.4 Marco conceptual

2.4.1 Problema

Un problema se define como una situación en que se le presenta al individuo un punto de partida y un punto al que debe llegar, pero no hay certeza sobre la forma en que podrá transitar de un punto hacia el otro (Rodríguez, 2012). Muñoz León (2015), en su tesis doctoral, resalta que al tratar de dar solución a un problema, se evidencia una ausencia de conocimiento pues no se cuenta por el momento con un algoritmo preestablecido o una base conceptual que lo dirija a la solución. Esto conduce a que los problemas sean subjetivos, la situación que es problema para un individuo, podría no serlo para otro; depende de si esta situación involucra conocimientos con los que el individuo aún no está relacionado (Rodríguez, 2012).

2.4.2 Registros de representación semiótica

El estudio de las matemáticas no consiste en la descripción de elementos manipulables, por el contrario se concentra en la apropiación de objetos matemáticos, es decir, conceptos abstractos de los que solamente pueden elaborarse modelos mentales. Las representaciones semióticas son el conjunto de formas simbólicas con que se puede acceder a estos objetos matemáticos y a su vez expresarlos; comprenden varios tipos de registros como son verbal, algebraico, numérico y gráfico. El individuo realiza varias operaciones cognitivas al usar estas representaciones: la construcción de un conjunto de signos, la transformación dentro de un mismo registro y la conversión de un registro a otro. Estas operaciones facilitan la construcción de un modelo mental más completo y permite visualizar posibles alternativas para dar solución a un problema (Colombano et al., 2012).

Entre los registros de representación expuestos por el MEN (1998a), los que se podrían considerar más adecuados para mostrar la relación entre las variables en el contexto de la mecánica clásica son:

Registro tabular

Al evaluar funciones para diferentes valores del dominio, se obtienen pares de datos que podrían representarse en una tabla de datos. Por ejemplo, al evaluar la Ecuación 2.1 para diferentes valores de tiempo, se obtienen sus respectivas velocidades para un objeto que cae desde el reposo; la Tabla 2-3 presenta los datos obtenidos.

$$v = v_0 + gt \tag{2.1}$$

Tabla 2-3

Ejemplo de la representación tabular del comportamiento de la velocidad en un movimiento de caída libre

Tiempo (s)	Velocidad (m/s)
0	0
1	-10
2	-10
3	-30
4	-40
5	-50

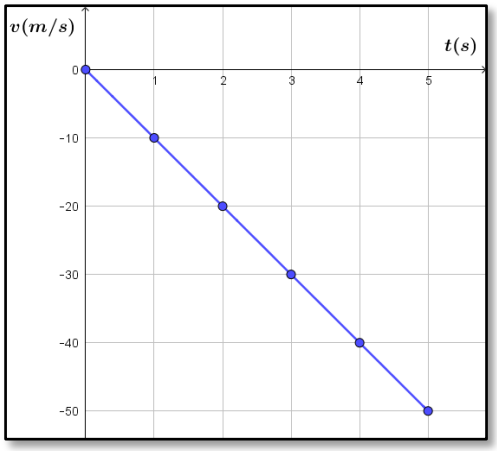
Fuente: Elaboración propia.

Registro cartesiano

A partir de las tablas de datos o la identificación de parámetros como el intercepto y pendiente, es posible la construcción de planos cartesianos en que se muestre el comportamiento de la variable dependiente respecto a la independiente. La gráfica realizada con el suficiente nivel de detalle, podría considerarse un modelo predictivo. Por ejemplo, en la Figura 2-1 se muestra la conversión de la Tabla 2-3 al registro cartesiano, en este último se ha procurado incluir el mayor número de puntos para que la gráfica modele lo más preciso posible el comportamiento de la velocidad a lo largo del tiempo.

Figura 2-1

Ejemplo de la representación cartesiana del comportamiento de la velocidad en un movimiento de caída libre



Fuente: Elaboración propia.

Registro verbal

Consiste en las descripciones que se puedan realizar desde el lenguaje escrito u oral, acerca del comportamiento de las variables durante la ocurrencia de un fenómeno físico.

Registro fenomenológico

Se evidencia en la realización de experimentos donde se presenta cierto comportamiento de las variables.

Registro numérico variacional

Con la utilización de herramientas digitales, permite mostrar los diferentes valores que pueden tomar ciertos parámetros involucrados en un fenómeno físico al transcurrir el tiempo. Por ejemplo, en el Anexo D se muestra una actividad en que por medio de Geogebra se representa en forma numérico variacional el comportamiento de la velocidad a lo largo del tiempo.

Registro algebraico

Es el registro más utilizado en las clases tradicionales de secundaria. Consiste en la utilización de expresiones algebraicas para representar la relación entre las variables.

Desde la física básica se espera el uso de funciones de primer y segundo grado, con ciertos tratamientos dentro de las mismas. En las Ecuaciones 2.2 a 2.4 se muestra el tratamiento necesario para despejar el tiempo en una de las ecuaciones de caída libre.

$$v = v_0 + gt \tag{2.2}$$

$$v - v_0 = gt \tag{2.3}$$

$$\frac{v - v_0}{g} = t \tag{2.4}$$

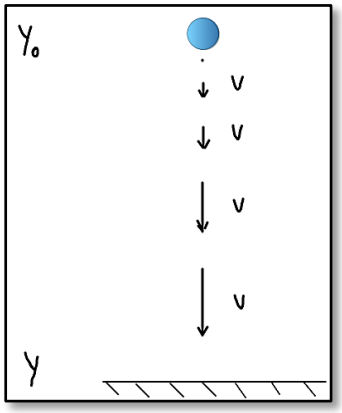
Adicionalmente, Tuminaro y Redish, (2005) exponen un conjunto de juegos epistémicos usados por los estudiantes al resolver un problema de física. Entre estos juegos se resalta el análisis pictórico, el cual es afín con el siguiente registro:

Registro pictórico

Consiste en el esquema o representación gráfica en que se muestra la distribución espacial del fenómeno estudiado y las relaciones entre algunas de las variables. Adicionalmente, a partir de las representaciones gráfica propuestas por (Hestenes, 1996), este registro busca incluir los mapas de situación y de movimiento, donde además de realizar un dibujo sencillo de los elementos de interés, se incluyen vectores de velocidad que indican la dirección del movimiento e incluso varían su magnitud para representar la aceleración. En la Figura 2-2 se muestra un ejemplo del registro pictórico para representar una esfera que se mueve según el modelo caída libre.

Figura 2-2

Uso del registro pictórico para representar la caída libre de un objeto desde una altura inicial y_0



Fuente: Elaboración propia.

2.4.3 Pensamiento matemático

Los *Lineamientos curriculares de matemáticas* (MEN, 1998b) definen el pensamiento matemático como el conjunto de conocimientos básicos que se espera adquieran los estudiantes en su proceso formativo. Esta perspectiva trasciende la idea tradicional en que la matemática escolar es un conjunto de temas y la ubica como el proceso en que los estudiantes desarrollan ciertas habilidades de pensamiento para resolver problemas de su entorno. Por tanto, los contenidos dejan de ser la meta y se convierten en herramientas para potenciar el pensamiento matemático.

Los tipos de pensamiento matemático se pueden clasificar en numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional. No obstante, estos pensamientos no son excluyentes, en una situación puede usarse más de un pensamiento; y variados conocimientos y situaciones pueden asociarse a un mismo pensamiento (MEN, 1998b).

- **Pensamiento variacional**

El pensamiento variacional y sistemas algebraicos comprende habilidades de pensamiento que permitan analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones tanto de la cotidianidad como propias del ámbito científico en donde se encuentren variaciones. Entre los conceptos, procedimientos y métodos involucrados en el pensamiento variacional se encuentran las funciones, las magnitudes, el álgebra y los modelos matemáticos; los cuales son fundamentales en la estructuración de los conceptos de las ciencias. Adicionalmente, la variación se encuentra en las relaciones de dependencia entre variables, lo cual promueve en los estudiantes actividades de observación, registro y utilización del lenguaje matemático (MEN, 1998b).

En la realización de la actividad matemática, se fortalece una serie de procesos que son transversales a cualquier contenido. En el caso de las actividades asociadas el pensamiento variacional, se resalta el fortalecimiento algunos procesos como:

- Reconocimiento y comprensión de variables como principal proceso que se puede incentivar desde las primeras etapas de escolaridad.
- Conversión y tratamiento de sistemas semióticos de representación, asociado directamente con las representaciones semióticas.

- Modelación y generalización como máximo nivel del pensamiento variacional en que se describen las variaciones para realizar proyecciones y solucionar problemas (Gómez-Coronado, 2020).

- **Pensamiento métrico**

El pensamiento métrico y los sistemas métricos o de medidas hacen referencia a la comprensión que tiene el estudiante acerca de las magnitudes y las cantidades, al igual que los procesos de medición y uso de sistemas métricos en diferentes situaciones (MEN, 2006b). La formación en matemáticas desde el pensamiento métrico busca desarrollar en los estudiantes los siguientes procesos:

- La construcción de los conceptos de cada magnitud.
- La comprensión de los procesos de conservación de magnitudes.
- La estimación de magnitudes y los aspectos del proceso de “capturar lo continuo con lo discreto”.
- La apreciación del rango de las magnitudes.
- La selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos.
- La diferencia entre unidad y el patrón de medición.
- La asignación numérica.
- El papel del trasfondo social de la medición. (MEN, 1998b, p. 103)

En el aprendizaje de sistemas de medida, se destaca el uso del Sistema Internacional de Unidades (SI) y el reconocimiento de las unidades de medida correspondientes a las magnitudes con que el estudiante más se relaciona como la velocidad, densidad, temperatura, etc. En este sentido, el pensamiento métrico es fundamental en la descripción de los fenómenos naturales (MEN, 2006b).

2.4.4 Pensamiento científico

Los Estándares de ciencias naturales y educación ambiental definen el pensamiento científico como la habilidad de comprender nuestro entorno con una mirada más allá de la cotidianidad, lo que implica pensar analítica y críticamente. Esta perspectiva del mundo, implica formularse preguntas, plantear hipótesis, buscar evidencias, analizar información, comunicar y argumentar ideas, trabajar en equipo y reflexionar sobre la propia actuación; en su mayoría actividades propias del método científico. Un estudiante que desarrolla el

pensamiento científico estará en la capacidad de evaluar la información a la que accede en términos de sus fuentes y metodología con que se adquirió, estará dispuesto a enriquecerse con miradas distintas a la suya y a cambiar de opinión ante datos contundentes (MEN, 2006a).

De acuerdo con lo anterior, el enfoque más adecuado para la formación en ciencias naturales no es la transmisión de conocimientos, sino el desarrollo de habilidades de pensamiento que le permitan al estudiante interactuar con la naturaleza de una forma adecuada. Los lineamientos curriculares de ciencias naturales y educación ambiental concluyen al respecto:

> Hemos hablado de formar mentes científicas y de desarrollar los procesos de pensamiento y acción propios de la ciencia. Es importante señalar que al hacer este tipo de sugerencias no se está indicando que se debe incrementar el contenido de los programas de ciencias. Por el contrario, se trata más bien de hacer énfasis en los aspectos importantes del razonar científico y dejar de lado el almacenamiento memorístico de datos y principios. (MEN, 1998a, p. [40])

2.4.5 Competencias de Ciencias Naturales

La prueba SABER 11° sintetiza el pensamiento científico en términos de competencias generales que el estudiante debe desarrollar a lo largo de su formación en ciencias naturales en la educación básica y media. Estas competencias indican la capacidad que tiene el estudiante para utilizar sus conocimientos científicos en la comprensión y resolución de problemas (ICFES, 2013). La prueba de ciencias naturales se estructura a partir de las siguientes competencias:

- **Uso comprensivo del conocimiento científico**

Capacidad de identificar las principales características de un fenómeno físico y asociarlas con los conceptos y teorías científicas.

- **Explicación de fenómenos**

Capacidad de elaborar modelos de los fenómenos físicos a partir de las observaciones y conceptos científicos, para predecir eventos futuros y comunicar a otros sus ideas.

- **Indagación**

Capacidad de construir conocimiento a partir del método científico, planteándose preguntas, proponiendo y evaluando hipótesis; y derivando conclusiones a partir de este proceso.

Capítulo 3: Metodología

3.1 Tipo de trabajo

El presente trabajo de investigación se desarrolla desde una metodología cualitativa de tipo descriptiva, donde se pretende hacer una exploración entre las diferentes formas en que los estudiantes manifiestan el desarrollo del pensamiento físico matemático; y describir los avances logrados a lo largo de la intervención. El análisis del desempeño de los estudiantes, será delimitado a partir de los siguientes procesos asociados:

1. Identificación de variables en un sistema físico y la forma en que se relacionan, a partir de la observación y experimentación.
2. Construcción de modelos en múltiples sistemas de representación semiótica que permitan la descripción y predicción de fenómenos físicos.
3. Explicación de fenómenos naturales a partir del comportamiento de las variables.

Como la finalidad del trabajo es potenciar estos procesos, la variable de estudio es el desarrollo que los estudiantes demuestran en cada uno de ellos. Lo anterior, sustenta la clasificación cualitativa que se le ha dado a la investigación, pues busca proporcionar profundidad a los datos, detallando las particularidades que le dan dispersión a las observaciones realizadas y construyendo una teoría a partir del análisis de múltiples casos, llevando el estudio de lo particular a lo general (Hernández Sampieri et al., 2014).

Es de resaltar, que con el fin de dar una caracterización más detallada de los avances logrados en cada proceso, se ha planteado una escala de niveles, donde en forma aproximada se cuantifica el desarrollo alcanzado por los estudiantes y se representa en gráficas de barras. Con lo anterior, no se pretende cambiar la naturaleza cualitativa de la variable de estudio, más bien se busca clasificar en unos pocos niveles las numerosas formas en que los estudiantes expresan el desarrollo de los procesos asociados al pensamiento físico matemático; facilitando así el análisis y comparación de los resultados.

3.2 Instrumentos metodológicos

La intervención propuesta, se estructura a partir del propósito de desarrollar los tres procesos asociados al pensamiento físico matemático. Cada una de las actividades, pretende la manifestación de todos estos procesos, pero haciéndose énfasis en uno o dos de ellos. Adicionalmente, la secuencia didáctica se ha diseñado tomando como base los problemas, generando así, tres tipos de actividades: experimentación a partir de una situación problema, resolución de problemas y formulación de problemas.

En primer lugar, la actividad de experimentación tiene un mayor énfasis hacia el proceso 1, se proponen situaciones o fenómenos donde los estudiantes formulan sus hipótesis acerca del comportamiento de las variables, diseñan y ejecutan experimentos que les permitan verificar dicha hipótesis. En segundo lugar, se proponen problemas donde el estudiante podrá manifestar en mayor medida los procesos 2 y 3, realizando representaciones de los fenómenos y usando los conceptos para solucionar el problema. Y en tercer lugar, la formulación de problemas también se enfocará en los procesos 2 y 3, fortaleciendo lo realizado en las actividades anteriores y potenciando la habilidad del estudiante para proponer situaciones en que se evidencie determinado comportamiento de las variables, beneficiando por tanto su creatividad.

El trabajo de aula se desarrolla bajo una modalidad virtual debido a las circunstancias de pandemia. Por tanto, las actividades se asignan y revisan con comentarios de retroalimentación a través de la plataforma Moodle; y las reuniones se realizan a través de Google Meet. Adicionalmente, la intensidad horaria de la asignatura es de tres horas semanales. En el Anexo A se presenta el cronograma de actividades a desarrollar y los tiempos estimados para ello.

La secuencia didáctica implementada se divide en las siguientes cuatro fases:

3.2.1 Fase 1: Prueba diagnóstica

En esta primera fase, se busca determinar el nivel de desarrollo de los procesos asociados al pensamiento físico matemático, previo a la intervención. Consiste en una prueba escrita de cinco preguntas, donde cada una puede ser transversal a uno o varios procesos. El fenómeno físico a analizar es el movimiento rectilíneo, dividido en uniforme (MRU) y uniformemente acelerado (MRUA), los cuales corresponden a los contenidos vistos en las

clases anteriores (ver Anexo B). Es de agregar que la prueba tiene una modalidad individual, el docente apoya únicamente en la interpretación de las preguntas, el tiempo estimado es de una hora de clase y en la siguiente sesión se hace una breve retroalimentación a partir del desempeño observado.

3.2.2 Fase 2: Módulo de caída libre

Esta es la fase donde se inicia la estrategia metodológica, se compone de dos actividades en que se pretende una familiarización con el fenómeno de movimiento vertical. Ambas se realizan en forma grupal y se utiliza aproximadamente la mitad de las clases para pequeñas reuniones donde el estudiante únicamente interactúa con su grupo y con el docente que continuamente hace el acompañamiento. Además, en forma autónoma los grupos se pueden reunir en horario extra clase.

En la primera actividad se propone un fenómeno de caída donde los estudiantes deben explicar el movimiento de los objetos (ver Anexo C). Para ello, proponen una hipótesis, diseñan un experimento con la retroalimentación del docente y lo ejecutan desde sus casas, finalizando con un informe escrito. Y en la segunda actividad, los estudiantes reciben una representación numérico variacional de la caída libre construida en Geogebra y deben realizar la representación cartesiana de sus variables (ver Anexo D). Debido a que se requiere el uso de varios registros semióticos, a las múltiples formas de solución y al no haber usado previamente el cartesiano para representar movimientos verticales, esta última actividad se cataloga como un problema.

Algunos detalles adicionales son que por un lado, tras la realización de cada actividad se lleva a cabo una sesión de socialización e institucionalización. Posterior a la primera actividad se analiza el fenómeno de caída libre con su representación algebraica y pictórica; y después de la segunda se formaliza la representación cartesiana.

3.2.3 Fase 3: Módulo de lanzamiento vertical

En esta fase se realizan tres actividades orientadas a profundizar el análisis del movimiento vertical, incluyendo los lanzamientos hacia arriba y hacia abajo. Además, se conserva la metodología grupal de la fase anterior y el acompañamiento del docente.

La primera actividad es experimental, en este caso los estudiantes tienen a su disposición un simulador para comparar los dos tipos de lanzamiento vertical y seguir un proceso análogo al descrito en la fase 2 (ver Anexo E). En la segunda actividad, se proponen dos problemas en que los estudiantes deben realizar diferentes representaciones y clasificación de los movimientos (ver Anexo F). Y finalmente, en la tercera actividad, los estudiantes formulan problemas, especificando las habilidades que ellos consideran necesarias para resolverlas y posteriormente pueden hacer variaciones a los problemas de sus compañeros (ver Anexo G). Al igual que en la fase 2, se realizan sesiones de socialización e institucionalización tras cada actividad, en este caso para el análisis del lanzamiento vertical.

3.2.4 Fase 4: Prueba final

En esta última fase, se pretende valorar el nivel de desarrollo alcanzado por los estudiantes en cada proceso tras la aplicación de la secuencia didáctica. La prueba es similar a la diagnóstica en cuanto a estructura, transversalización con los procesos, apoyo del docente y modalidad individual; pero distinta en el fenómeno físico analizado, en este caso se plantea acerca del movimiento vertical (ver Anexo H).

Es de resaltar, que en cada una las actividades se ha usado el tipo de pregunta abierta con la finalidad de identificar la mayor cantidad de recursos y heurísticas usados por los estudiantes, que permitan evidenciar con mayor claridad el desarrollo en cada uno de los procesos. Por otro lado, tal como se expuso previamente, el fenómeno físico analizado en la fase 1 es diferente al de las demás fases, sin que esto impida la comparación del desempeño del estudiante entre las mismas; pues como se ha especificado antes, el propósito de este trabajo no es determinar el dominio de temas, sino el desarrollo de procesos asociados al pensamiento físico matemático, los cuales son transversales a cualquiera de los fenómenos estudiados.

3.3 Población

La secuencia didáctica propuesta en este trabajo, es implementada en el grado décimo de la Institución Educativa Municipal Nacional ubicada en el sector urbano del municipio de Pitalito, Huila. La institución es oficial y ha adoptado el modelo pedagógico Cognitivo-Afectivo, con un énfasis académico. La preparación de los estudiantes para las Pruebas

Saber 11 es parte esencial del proceso, lo cual se evidencia en los altos puntajes obtenidos a nivel departamental, además del significativo porcentaje de egresados que acceden a la educación superior.

El grupo estudiado se compone de 71 participantes, todos pertenecientes a la jornada tarde. Sus edades oscilan entre los 15 y 17 años, en su mayoría son de estrato medio y pertenecen al sector urbano. Debido a que el desarrollo de las fases 2 y 3 tiene una modalidad grupal, los estudiantes han conformado 29 grupos de 2 o 3 participantes.

3.4 Fuentes de información

La fuente de información usada para describir el desarrollo de los procesos asociados al pensamiento físico matemático, será la producción escrita de los estudiantes en cada una de las actividades y pruebas propuestas. En esta fuente se incluye la descripción y evidencias fotográficas usadas para reportar lo ocurrido en los experimentos realizados.

3.5 ¿Cómo se analizarán los resultados?

La información obtenida en cada una de las fases de la intervención, será utilizada para determinar el desarrollo del pensamiento físico matemático demostrado por los estudiantes. Para lograrlo, se han establecido tres procesos asociados, que se pueden definir como las principales habilidades de pensamiento que se esperan desarrollar en la física del grado décimo. Y para cada uno de estos, se especifican algunos desempeños que el estudiante debe cumplir, los cuales se han denominado subprocesos. A continuación se muestran los tres procesos con sus respectivos subprocesos ordenados de acuerdo al nivel de complejidad:

Identificación de variables en un sistema físico y la forma en que se relacionan, a partir de la observación y experimentación.

a) Reconoce las variables involucradas en un fenómeno físico y posibles dependencias entre ellas.
b) Formula preguntas a partir de la observación de un fenómeno, propone hipótesis e idea métodos experimentales para verificarlas.
c) Diseña experimentos que le permitan identificar la relación entre variables, eligiendo instrumentos adecuados y registrando la información pertinente.

Construcción de modelos en múltiples sistemas de representación semiótica que permitan la descripción y predicción de fenómenos físicos.

a) Muestra la variación de las magnitudes físicas en diferentes sistemas de representación (gráfica, esquema, algebraica, tabular y fenomenológica) y comunica hipótesis o resultados a partir de estas representaciones.
b) Identifica las estructuras matemáticas adecuadas para solucionar un problema, argumentando su pertinencia a partir del comportamiento de las variables. Y realiza los tratamientos necesarios dentro de un mismo registro semiótico.
c) Construye modelos gráficos o algebraicos que le permitan realizar predicciones sobre un fenómeno físico.

Explicación de fenómenos naturales a partir del comportamiento de las variables.

a) Clasifica los fenómenos naturales de acuerdo al comportamiento de sus variables.
b) Construye explicaciones de los fenómenos naturales desde un lenguaje matemático, relacionando el comportamiento de las variables con los conceptos y leyes físicas.

Tal como se mencionó en el subcapítulo 3.1, se han establecido niveles de desarrollo para cada uno de los procesos. En los cuales, se pretende categorizar el desempeño de los estudiantes, desde la nula demostración de las habilidades, valorándose como 0; hasta la completa ejecución de los subprocesos valorándose como 3. Lo anterior, se realiza con la finalidad de establecer unos criterios que permitan determinar de forma más clara el avance de los estudiantes, facilitando la comparación y toma de decisiones. En la Tabla 3-1, se muestra la rúbrica construida para valorar el desempeño de los estudiantes en las diferentes fases de la intervención.

Tabla 3-1

Rúbrica de valoración del desarrollo logrado en los procesos asociados al pensamiento físico matemático

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Proceso 1	No reconoce ninguna variable presente en un fenómeno físico.	Reconoce algunas de las variables presentes en un fenómeno físico, pero no indica posibles formas de identificar la relación entre ellas.	Reconoce las variables involucradas en un fenómeno físico, se formula preguntas y propone con poca claridad experimentos que permitan identificar la relación entre las variables.	Reconoce las variables involucradas en un fenómeno físico y aplicando el método científico determina la relación entre las variables.
Proceso 2	No representa en ningún tipo de registro semiótico la relación entre las variables de estudio.	Realiza al menos un proceso de conversión a un registro semiótico y explica con cierta dificultad la forma en que esta estructura matemática modela las variables de estudio.	Representa en uno o más registros semióticos la relación entre las variables y argumenta adecuadamente la pertinencia de estas estructuras matemáticas.	A partir de varios sistemas de representación semiótica, elabora descripciones y predicciones de los fenómenos físicos; argumentando la pertinencia de los mismos.
Proceso 3	No logra clasificar los fenómenos naturales a partir de la relación entre sus variables.	Identifica algunos conceptos asociados a un fenómeno natural, pero no logra clasificar este de acuerdo al comportamiento de sus variables.	Identifica los conceptos asociados a un fenómeno natural y lo clasifica con cierta dificultad de acuerdo al comportamiento de las variables.	Explica los fenómenos naturales a partir del comportamiento de sus variables asociándolo a leyes físicas y conceptos.

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, es de resaltar que con estos niveles se pretende clasificar el trabajo de los estudiantes en cada fase de la intervención. Pero son las descripciones en cada uno de estos, las que indicarán variadas maneras en que los estudiantes evidencian el desarrollo de los procesos y las oportunidades de mejoramiento que se pueden detectar en cada uno de ellos.

Capítulo 4. Resultados

En este capítulo se describen los resultados obtenidos en cada una de las fases de la intervención: prueba diagnóstica, módulo de caída libre, módulo de lanzamiento vertical y prueba final. El análisis es realizado a partir del nivel del desarrollo mostrado por los estudiantes en cada uno de los procesos asociados al pensamiento físico matemático:

Proceso 1: Identificación de variables en un sistema físico y la forma en que se relacionan, a partir de la observación y experimentación.

Proceso 2: Construcción de modelos en múltiples sistemas de representación semiótica que permitan la descripción y predicción de fenómenos físicos.

Proceso 3: Explicación de fenómenos naturales a partir del comportamiento de las variables.

4.1 Fase 1: Prueba diagnóstica

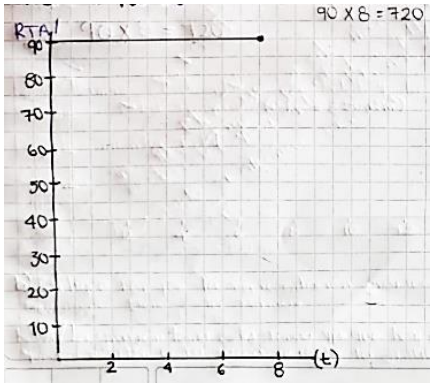
4.1.1 Resultados y descripción del desempeño mostrado en el proceso 1

Nivel 0: Un primer grupo de estudiantes que no excede el 1% de la población, presenta dificultades en la identificación de las variables involucradas en un movimiento rectilíneo y por consiguiente, tampoco establecen posibles relaciones entre las mismas.

En la Figura 4-1 se muestra como en un ejercicio donde se pedía graficar la posición con respecto al tiempo, el estudiante confunde esta variable con el dato de velocidad proporcionado.

Figura 4-1

Respuesta a la pregunta 3 de la prueba diagnóstica (fase 1) - Estudiante 12

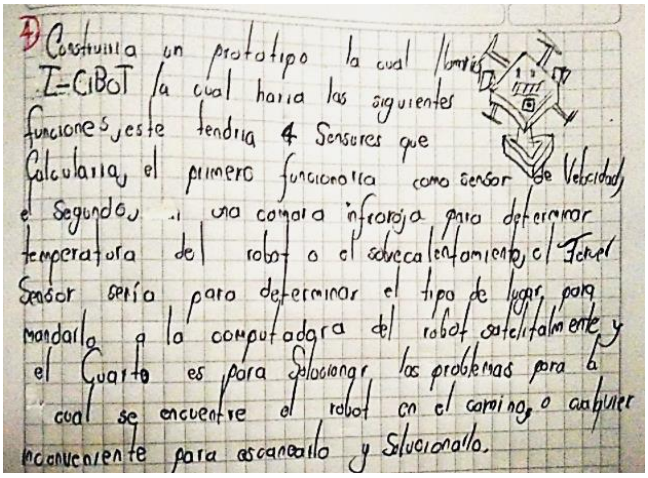


Fuente: Elaboración de estudiante.

Y en la Figura 4-2 se muestra un diseño experimental en que no se tiene en cuenta las variables presentadas o que se requieren.

Figura 4-2

Respuesta a la pregunta 3 de la prueba diagnóstica (fase 1) - Estudiante 44



Fuente: Elaboración de estudiante.

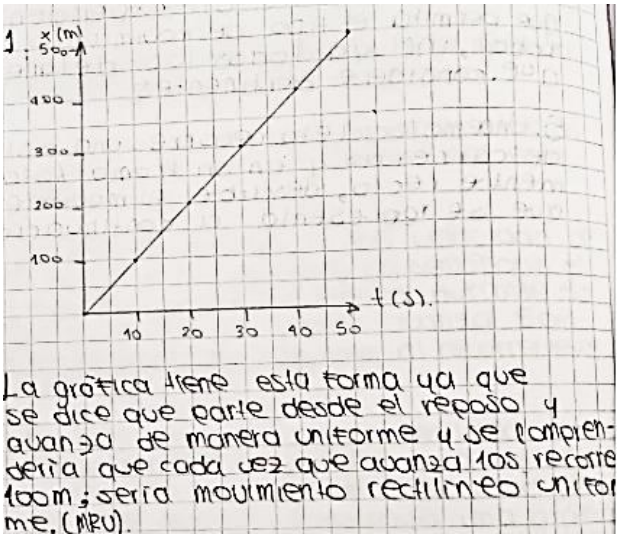
Nivel 1: En un segundo grupo se encuentra la mayoría de los estudiantes, 88%. En este se evidencia la identificación de variables como la velocidad, posición, distancia, tiempo y en algunos casos aceleración. Adicionalmente, el reconocimiento de relaciones entre las variables se evidencia de dos formas:

En primer lugar, se tienen los estudiantes que logran identificar las variables pero no la relación entre ellas, especialmente cuando se trata de determinar si la velocidad es

constante o no, para después clasificar el movimiento. Por ejemplo, en la pregunta 1 se propone la situación de una camioneta que acelera partiendo desde el reposo y el estudiante la interpreta como un movimiento a velocidad constante. En la Figura 4-3 se muestra la gráfica de posición vs tiempo y la argumentación del estudiante.

Figura 4-3

Respuesta a la pregunta 1 de la prueba diagnóstica (fase 1) - Estudiante 15



Fuente: Elaboración de estudiantes.

En segundo lugar, se tienen los estudiantes que sí identifican una relación entre las variables y lo evidencian en la representación verbal, algebraica o cartesiana. En la siguiente transcripción, la estudiante 2 (E2) describe el movimiento representado en la gráfica del punto 5; allí se muestra la identificación de las variaciones de la posición a lo largo del tiempo y con esta determina el comportamiento de la velocidad.

E2: *La motocicleta inicia desde el punto 0, luego de 2 s avanza 10 m y así continúa avanzando 10 m cada 2 s, hasta recorre 30 m en tan solo 6 s, pasados 3 s más las motocicletas ahora se encuentra en una posición de 60 m, podemos notar que aumenta su velocidad ya que solo pasaron 2 s y ahora se encuentra en una posición de 90 m. Finalmente, después de 1 s, quedó en la posición de 120 m, se presentó movimiento rectilíneo uniforme y movimiento uniformemente acelerado.*

Nivel 2: En este nivel se tiene un 9% de los estudiantes, los cuales además de identificar las variables involucradas, logran establecer hipótesis acerca de la posible relación entre la velocidad y el tiempo; e idean métodos de verificación experimentales.

Este grupo de estudiantes establecen como hipótesis que el movimiento planteado en el punto 4 es MRU. Para comprobarlo, algunos proponen la medición del tiempo empleado para recorrer distancias iguales, pero no se indican los instrumentos, ni estrategias para lograr medidas más exactas. Otros estudiantes plantean la medición de distancia y tiempo total que permitan calcular la velocidad media. Ejemplo de esto, es la transcripción del diseño experimental construido por el estudiante 36 (E36), donde se puede notar que sus resultados no permitirían concluir que es un movimiento a velocidad constante.

E36: *Un grupo de estudiantes para que puedan saber el tipo de movimiento, deberían conocer el tiempo que tarda en avanzar, la distancia que recorre con respecto al tiempo para así poder saber la velocidad y el movimiento que este hace.*

Para poder saber qué tiempo tarda en termina la línea recta se debe utilizar un cronómetro, y para poder saber la distancia se debería emplear un metro.

Supongamos que tarda 10 s en recorrer 8 m, hallamos velocidad, V=D/T

$$V = \frac{8\,m}{10\,s} = 0{,}8\,m/s$$

Y así nos damos cuenta que el movimiento que realiza es un movimiento rectilíneo uniforme.

Nivel 3: El 2% de los estudiantes logran identificar las variables y establecer el método científico para determinar las posibles relaciones entre ellas. En tal sentido, establecen hipótesis de si el movimiento es MRU o MRUA, diseñan un montaje experimental que les permita medir distancias y tiempos para calcular velocidades y finalmente probar su hipótesis. Adicionalmente, especifican metodologías e instrumentos para realizar las mediciones adecuadas. En la siguiente transcripción del diseño experimental propuesto por la estudiante 58 (E58), se muestran los pasos y especificaciones en las medidas para determinar el tipo de movimiento del robot.

E58: *Experimento:*

Para esto necesitaríamos varios metros y un cronómetro.

Básicamente pondriamos a caminar el robot, en una superficie plana, cuando el robot halla culmina un metro paramos el cronómetro y esa sería su velocidad inicial. Sin apagar el robot este continua su trayectoria habiendo encendido nuevamente

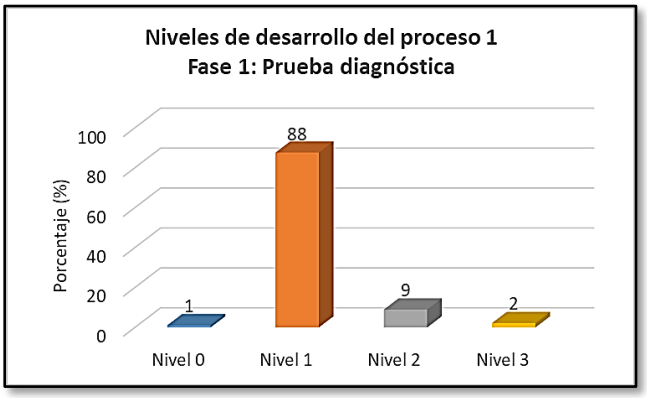
el cronómetro cuando culmine el segundo metro revisamos los tiempos y si son iguales es un (MRU) y la velocidad varía seria (MRUV).

En términos generales, se puede afirmar que los estudiantes logran identificar las variables involucradas en un fenómeno físico y si se cuenta con la información suficiente, son capaces de establecer una relación entre estas variables. No obstante, cuando los datos son limitados, se detecta una gran dificultad para formular hipótesis acerca de las posibles relaciones y usar la experimentación para verificarlas. De los tres subprocesos, los estudiantes solamente evidencian el desarrollo del primero.

Finalmente, se puede concluir que en la fase previa a la intervención, la mayor parte de los estudiantes quedan clasificados en el nivel 1 de desarrollo en lo que respecta al primer proceso. Y de acuerdo a la Figura 4-4, aproximadamente solo uno de cada diez estudiantes logra niveles superiores en este proceso.

Figura 4-4

Nivel de desarrollo del proceso 1 mostrados en la fase 1 (Prueba diagnóstica)



Fuente: Elaboración propia.

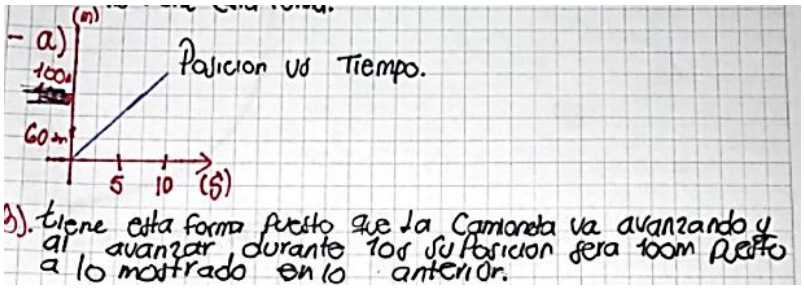
4.1.2 Resultados y descripción del desempeño mostrado en el proceso 2

Nivel 0: Este primer grupo se compone del 7% de los estudiantes, los cuales pueden estar clasificados de esta manera porque no evidencian ningún tipo de representación del movimiento estudiado o porque la única conversión realizada a un registro semiótico no es coherente con la situación que se les presenta. Por ejemplo, en la Figura 4-5 se pedía representar el movimiento de una camioneta que acelera desde el reposo, pero el

estudiante realiza una gráfica de velocidad constante y en la explicación se evidencia que no reconoce la aceleración involucrada.

Figura 4-5

Respuesta a la pregunta 1 de la prueba diagnóstica (fase 1) - Estudiante 38.



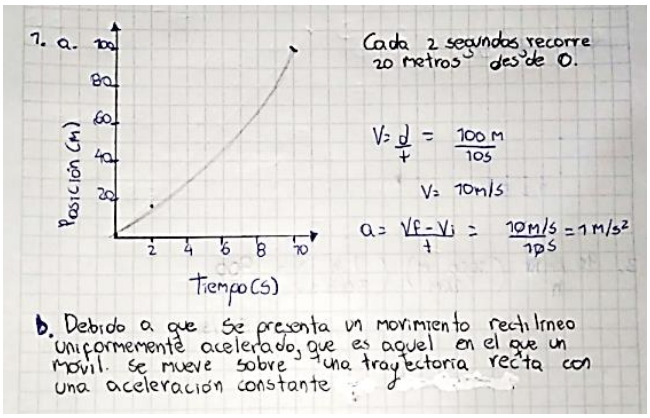
Fuente: Elaboración de estudiante.

Nivel 1: El 21% de los estudiantes logran realizar al menos una conversión adecuada a los registros semióticos: verbal, algebraico, pictórico, cartesiano o tabular. Entre las diferentes formas usadas por los estudiantes para representar los movimientos rectilíneos, se resaltan las siguientes:

En primer lugar, varios estudiantes realizan una adecuada conversión del registro verbal al cartesiano, identificando correctamente el tipo de gráfica que describe el movimiento. No obstante, presentan algunas dificultades para explicar la pertinencia de esta representación. En la Figura 4-6 el estudiante realiza correctamente la gráfica de posición para un MRUA pero no logra explicar por qué debe ser una parábola. Y adicionalmente, usa el registro algebraico confundiendo las ecuaciones de MRU y MRUA.

Figura 4-6

Respuesta a la pregunta 1 de la prueba diagnóstica (fase 1) - Estudiante 60

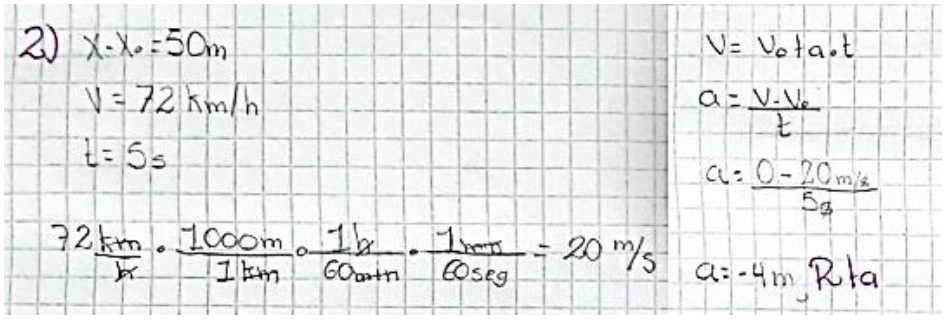


Fuente: Elaboración de estudiante.

En segundo lugar, un grupo de estudiantes realiza la conversión al registro algebraico pero presentando inconvenientes en el tratamiento dentro del mismo. En la Figura 4-7 se evidencia el uso de las ecuaciones propias del MRUA, que era el movimiento analizado, pero no realiza el tratamiento suficiente para resolver el problema propuesto.

Figura 4-7

Respuesta a la pregunta 2 de la prueba diagnóstica (fase 1) - Estudiante 25



Fuente: Elaboración de estudiante.

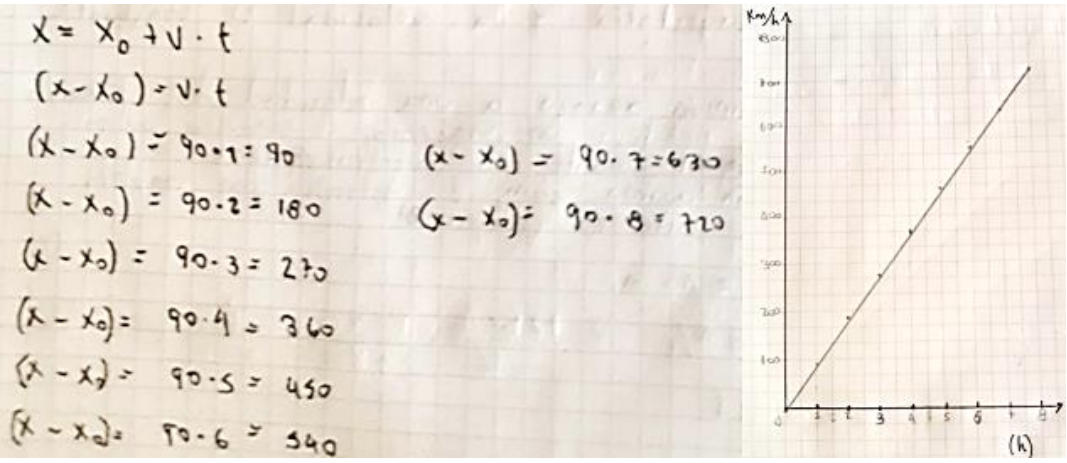
En tercer lugar, algunos estudiantes realizan correctamente la conversión del registro cartesiano al verbal. Sin embargo, no utilizan más conversiones para hallar las variables que se hayan solicitado.

Nivel 2: El 64% de los estudiantes se ubican en este nivel debido a que demuestran la capacidad de convertir a varios registros como el cartesiano, tabular o algebraico; y pueden hacer tratamientos dentro de este último. Los procedimientos realizados por los estudiantes se pueden clasificar en cuatro modos diferentes:

En el primero, los estudiantes son capaces de realizar conversiones a uno o más registros semióticos, sin embargo, las representaciones construidas no modelan completamente el fenómeno físico pues omiten algún detalle relevante como la posición inicial o un intervalo del movimiento. En la Figura 4-8 se muestra la representación algebraica, tabular y cartesiana de un MRU. No obstante, en ninguna de las representaciones se tuvo en cuenta la posición inicial del objeto.

Figura 4-8

Respuesta a la pregunta 3 de la prueba diagnóstica (fase 1) - Estudiante 6

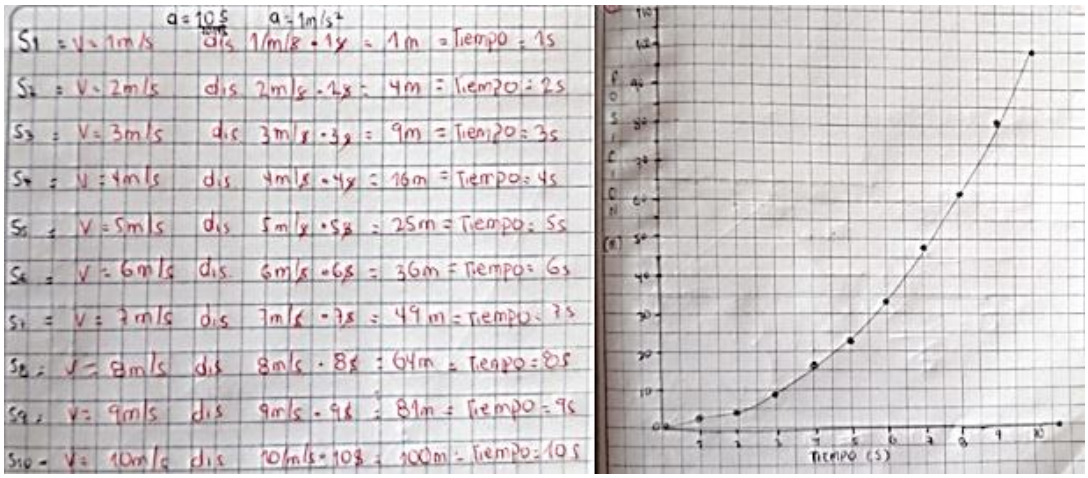


Fuente: Elaboración de estudiante.

En el segundo, el estudiante realiza conversión a varios registros semióticos, pero no todos ellos representan correctamente el tipo de movimiento identificado. Por ejemplo, en la Figura 4-9 se muestra como el estudiante usó la representación algebraica, tabular y cartesiana para modelar un MRUA. Sin embargo, en el primer registro utiliza una ecuación que no corresponde al tipo de movimiento estudiado. Aunque no se incluye en la figura, el estudiante también explica la pertinencia de la gráfica.

Figura 4-9

Respuesta a la pregunta 1 de la prueba diagnóstica (fase 1) - Estudiante 18



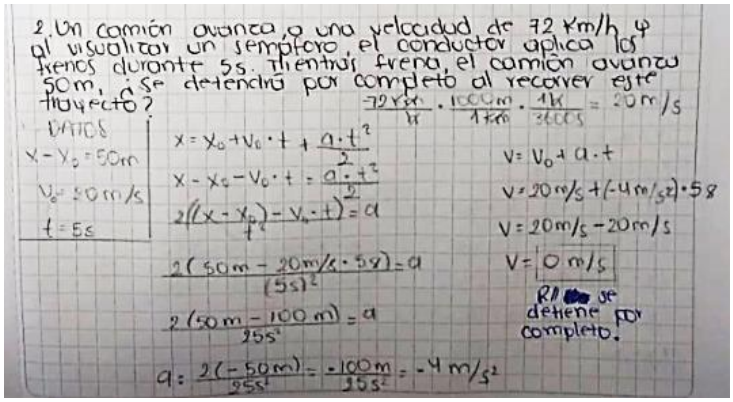
Fuente: Elaboración de estudiantes.

En el tercero, el estudiante solo modela la situación en el registro algebraico, pero tanto la conversión como el tratamiento dentro del registro son correctos. La Figura 4-10 muestra

cómo además de la representación, el estudiante interpreta el significado de sus resultados para dar solución a un problema.

Figura 4-10

Respuesta a la pregunta 4 de la prueba diagnóstica (fase 1) - Estudiante 32

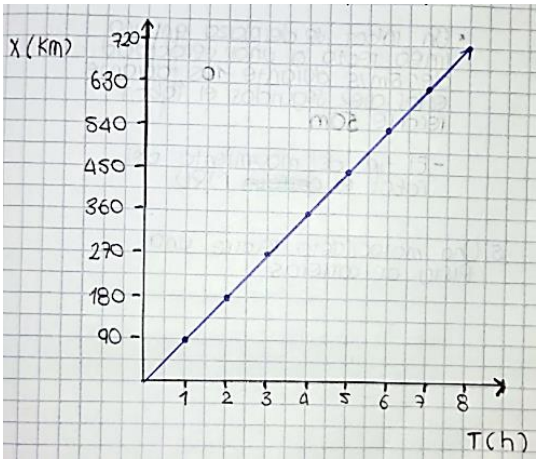


Fuente: Elaboración de estudiante.

Finalmente, algunos estudiantes realizan la conversión del enunciado verbal al cartesiano. Y aunque no se evidencia directamente, se infiere que el estudiante realiza en forma mental primero una conversión al registro tabular. En la Figura 4-11 se muestran los puntos que le permiten al estudiante llevar la representación tabular a la cartesiana.

Figura 4-11

Respuesta a la pregunta 3 de la prueba diagnóstica (fase 1) - Estudiante 67



Fuente: Elaboración de estudiante.

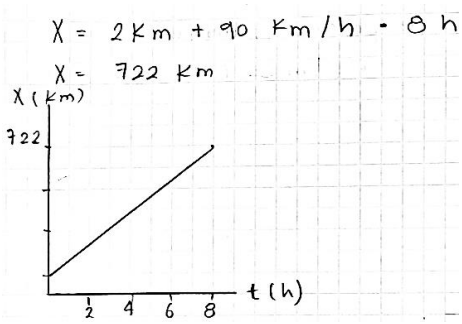
Se podría interpretar este uso de la representación tabular en forma mental, a partir de la simplicidad del modelo algebraico para MRU, para el que solo usan la Ecuación 4.1:

$$x = v \cdot t \tag{4-1}$$

Nivel 3: El 8% de los estudiantes presentan el nivel más avanzado debido a que realizan correctamente la conversión a más de un registro semiótico, lo cual les permite modelar en forma adecuada el comportamiento de las variables asociadas al movimiento a lo largo del tiempo. En la Figura 4-12 y la Figura 4-13 se muestra el modelo predictivo de la posición para un MRU y para un movimiento de varios intervalos. En ambos casos, hay una conversión intermedia al registro algebraico que permite hallar la información necesaria para realizar la gráfica. Es de resaltar que la segunda gráfica solo fue completamente correcta para uno de los estudiantes, lo cual indica falencias en la representación de varios intervalos de un movimiento.

Figura 4-12

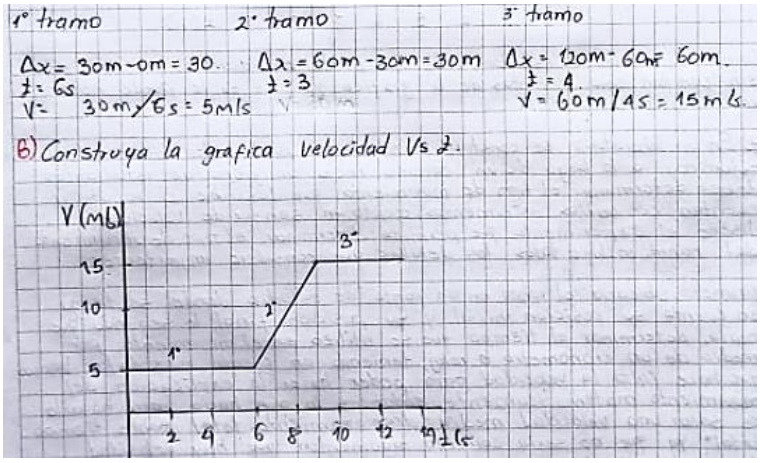
Respuesta a la pregunta 3 de la prueba diagnóstica (fase 1) - Estudiante 26



Fuente: Elaboración de estudiante.

Figura 4-13

Respuesta a la pregunta 5 de la prueba diagnóstica (fase 1) - Estudiante 62



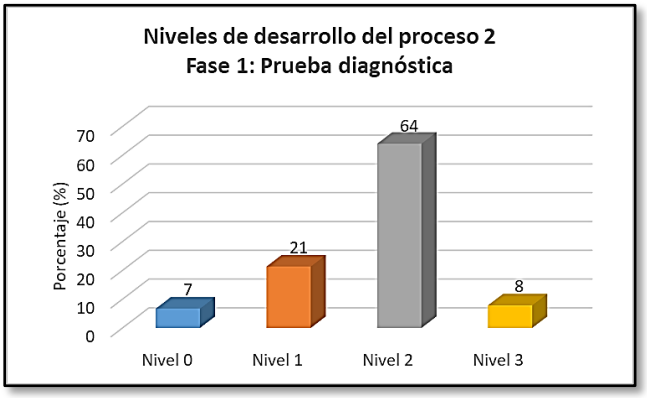
Fuente: Elaboración de estudiante.

En conclusión se puede afirmar que la mayoría de los estudiantes tiene la capacidad de representar el fenómeno físico en al menos un registro semiótico. Sin embargo, algunas dificultades como el tratamiento en el registro algebraico, la incompleta identificación y posterior representación de las variables, además de la carencia de argumentos para justificar el tipo de estructura matemática usada, impiden que las representaciones puedan ser consideradas modelos predictivos del fenómeno físico. En este orden de ideas, el grupo muestra un completo dominio únicamente en el primer subproceso.

La Figura 4-14 muestra un resumen de los niveles alcanzados en el desarrollo del proceso 2, a lo largo de la prueba diagnóstica. De esta se resalta que aproximadamente siete de cada diez estudiantes alcanzan los niveles 2 o 3.

Figura 4-14

Niveles de desarrollo del proceso 2 mostrados en la fase 1 (Prueba diagnóstica)



Fuente: Elaboración propia.

4.1.3 Resultados y descripción del desempeño mostrado en el proceso 3

Nivel 0: El 11% de los estudiantes presentan deficiencias en la identificación de conceptos como velocidad, posición inicial o aceleración. Por tanto, no logran hacer una clasificación de los movimientos entre MRU y MRUA. Por ejemplo, en la Figura 4-15 se muestra la representación cartesiana de la posición en función del tiempo, para una situación donde se planteaba un movimiento acelerado. Se puede afirmar que en esta representación no se evidencia un reconocimiento de los conceptos de velocidad o aceleración.

Figura 4-15

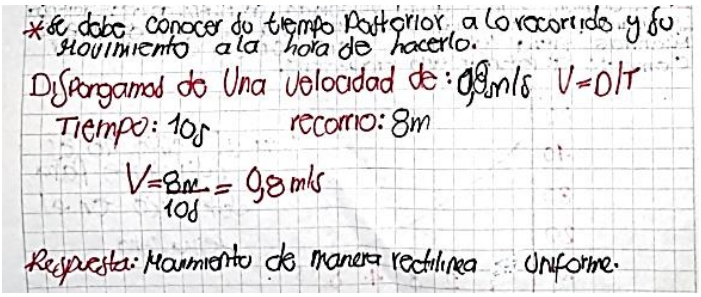
Respuesta a la pregunta 1 de la prueba diagnóstica (fase 1) - Estudiante 42

Fuente: Elaboración de estudiante.

Nivel 1: En este grupo se ubica el 40% de los estudiantes. Es el más numeroso y se caracteriza porque se logra identificar los conceptos asociados al movimiento en estudio: velocidad, posición, desplazamiento, movimiento y aceleración. Pero también se resaltan algunas dificultades para determinar el tipo de movimiento a partir del comportamiento de la velocidad. Por ejemplo, en la Figura 4-16 se evidencia como el estudiante reconoce algunos conceptos y trata de diseñar un experimento, pero no logra establecer las condiciones que deberían cumplirse para que se considere MRU.

Figura 4-16

Respuesta a la pregunta 4 de la prueba diagnóstica (fase 1) - Estudiante 38



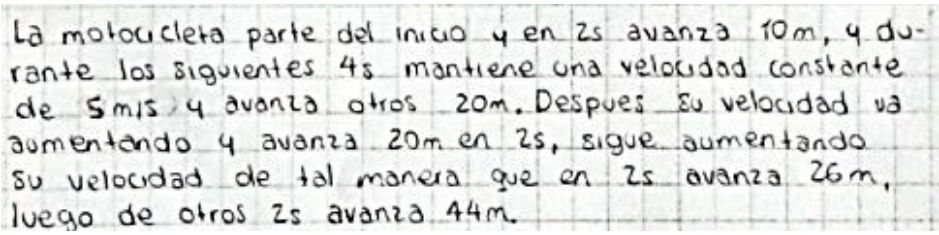
Fuente: Elaboración de estudiante.

Nivel 2: El 24% de los estudiantes son clasificados en este nivel, pues además de identificar los conceptos involucrados en el fenómeno físico, logran establecer si el movimiento es MRU o MRUA a partir del comportamiento de la velocidad. Adicionalmente, en este grupo se han incluido los estudiantes que a pesar de no especificar el tipo de movimiento, sí realizan una descripción a partir del comportamiento de las variables

posición y velocidad. En la Figura 4-17, la estudiante indica el comportamiento de la velocidad y la posición a lo largo del tiempo, dividiendo el recorrido en intervalos.

Figura 4-17

Respuesta a la pregunta 5 de la prueba diagnóstica (fase 1) - Estudiante 3

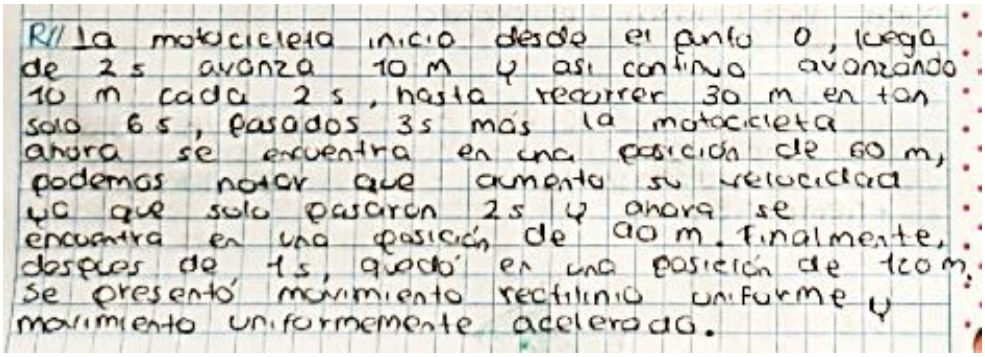

La motocicleta parte del inicio y en 2s avanza 10m, y durante los siguientes 4s mantiene una velocidad constante de 5m/s y avanza otros 20m. Despues su velocidad va aumentando y avanza 20m en 2s, sigue aumentando su velocidad de tal manera que en 2s avanza 26m, luego de otros 2s avanza 44m.

Fuente: Elaboración de estudiante.

Nivel 3: El 25% de los estudiantes logran identificar los conceptos asociados al movimiento. A partir del comportamiento de la velocidad o la posición, lo clasifican correctamente y realizan descripciones; teniendo en cuenta los conceptos de movimiento rectilíneo vistos en clase. En la Figura 4-18, la estudiante describe la variación de la velocidad y posición, asociando estos comportamientos a los movimientos uniforme y acelerado.

Figura 4-18

Respuesta a la pregunta 5 de la prueba diagnóstica (fase 1) - Estudiante 1


R// La motocicleta inicio desde el punto 0, luego de 2s avanza 10 m y asi continuo avanzando 10 m cada 2 s, hasta recorrer 30 m en tan solo 6 s, pasados 3s más la motocicleta ahora se encuentra en una posición de 60 m, podemos notar que aumento su velocidad ya que solo pasaron 2s y ahora se encuentra en una posición de 90 m. Finalmente, despues de 1s, quedó en una posición de 120 m. Se presentó movimiento rectilinio uniforme y movimiento uniformemente acelerado.

Fuente: Elaboración de estudiante.

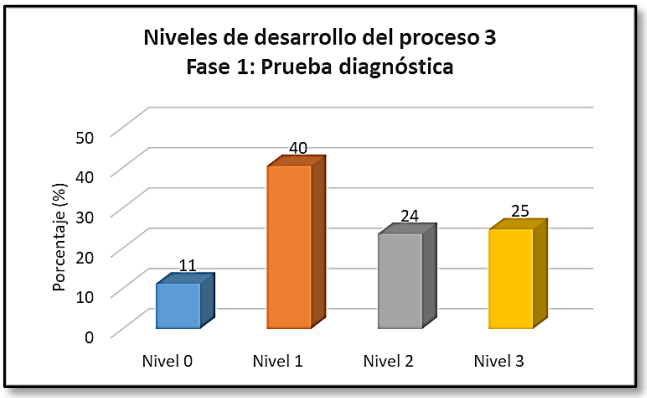
En términos generales, se puede afirmar que este es el proceso en que mejor desempeño se observa, pues una significativa parte de la población demuestra desarrollo de los dos subprocesos. Lo anterior, se evidencia en la identificación de los conceptos asociados al movimiento rectilíneo mostrado por la mayoría del grupo y la correcta clasificación del movimiento entre MRU y MRUA realizada por algunos estudiantes. No obstante, para otros

persiste la confusión entre los dos tipos de movimiento y se notan algunas dificultades para describir los fenómenos físicos a partir del comportamiento de sus variables.

Finalmente, la Figura 4-19 resume los niveles alcanzados por los estudiantes en el proceso 3, donde se evidencia que el nivel 1 es el más representativo, pero también es de resaltar que aproximadamente la mitad de los estudiantes logran niveles superiores a este.

Figura 4-19

Niveles de desarrollo del proceso 3 mostrados en la fase 1 (Prueba diagnóstica)



Fuente: Elaboración propia.

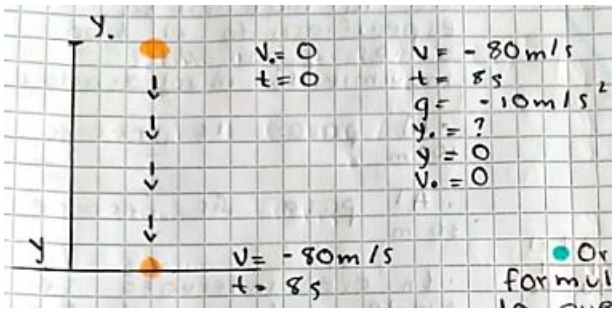
4.2 Fase 2: Módulo de caída libre

4.2.1 Resultados y descripción del desempeño mostrado en el proceso 1

Nivel 1: El 19% de los estudiantes se ubica en este grupo pues reconocen las variables presentes en el fenómeno de caída libre, tales como la altura, la velocidad, el tiempo y el peso. Adicionalmente, identifican las variaciones de la velocidad a lo largo del tiempo y la disminución de la altura. En la Figura 4-20 el estudiante especifica las variables involucradas y en una representación pictórica analiza la variación de la altura y la velocidad.

Figura 4-20

Fragmento de solución del problema de la actividad 2 (fase 2) - Grupo 17



Fuente: Elaboración de estudiantes.

En cuanto al análisis de fenómenos donde no se tiene certeza sobre la relación entre las variables, el estudiante presenta dificultades para proponer hipótesis y experimentos que permitan identificar posibles dependencias. A continuación se muestra la transcripción de la hipótesis del grupo 11 (G11), en la cual se evidencian algunas ideas sobre la relación entre el peso y la velocidad cuando un objeto cae, pero tienen dificultades para expresar en forma concreta el posible comportamiento de las variables:

G11: *Hemos llegado al punto de que la primera en caer es la piedra, ya que, pues la piedra al ser más pesada al momento de ser arrojada, mientras va cayendo va adquiriendo más velocidad, mientras que la canica al ser más liviana a la hora de ser arrojada caerá con la misma velocidad que fue arrojada, mejor dicho, que su velocidad no cambia al caer. Pero no solamente esto, ya que, también podría tenerse en cuenta que le aire puede afectar es esto, porque un objeto al ser arrojado desde algún lugar alto genera un tipo de presión sobre el objeto.*

Nivel 2: Con el 70% de la población, en este nivel se ubican los estudiantes que además de lograr identificar las variables mostradas en el nivel 1, formulan hipótesis acerca de la relación del tiempo de caída o la velocidad con el peso, la presión, la fricción o incluso la forma del objeto. En la Figura 4-21, se muestra una hipótesis donde se identifica la relación del tiempo de caída con varios factores.

Figura 4-21

Hipótesis formulada en la actividad 1 (fase 2) - Grupo 10

Al dejar caer el borrador y el lapicero al mismo tiempo, caerá primero el borrador ya que, como se dijo anteriormente, en este experimento influye el peso y la forma de los objetos que se lanzaron, y el borrador, además de ser más pesado que el lapicero, tiene forma aerodinámica, por lo que casi no tendrá fricción con el viento, en cambio el lapicero, aunque tiene poca fricción con el viento, es más liviano que el borrador, por lo que el lapicero caerá de último.

Fuente: Elaboración de estudiantes.

En este nivel la principal falencia es el experimento, esto se explica a partir de varios aspectos. En primer lugar varios estudiantes no proponen experiencias que permitirían comprobar la hipótesis, por ejemplo en la Figura 4-21 se postula una posible relación del tiempo de caída con el peso y con la forma del objeto; pero al no proponer una experiencia diferente para verificar cada factor, no es posible determinar si un objeto cayó antes que el otro debido al peso, a la forma o a ambas variables.

En segundo lugar, los estudiantes no incluyen en sus diseños experimentales, los instrumentos a utilizar o las metodologías para hacer más exacta la medida. (Ver Figura 4-22).

Figura 4-22

Diseño experimental propuesto en la actividad 1 (fase 2) - Grupo 6

METODOLOGIA

A continuación vamos a dar a conocer los pasos para la realización del proyecto

#1. Tomar las medidas, peso, longitud de los 2 objetos

#2. Tener materiales listos

#3. ya listo el cronometro disponer de soltar los 2 objetos al tiempo

#4. Tomar el resultado del tiempo que duro la caída de los mismos

Fuente: Elaboración de estudiantes.

Nivel 3: El 11% de los estudiantes llegan al nivel más avanzado debido a que además de identificar las variables asociadas a la caída libre, son capaces de plantear hipótesis sobre la relación del tiempo de caída con la masa del objeto y proponer métodos experimentales en los que se verifique dicha hipótesis. Adicionalmente, explican en detalle su experimento, especificando los instrumentos a utilizar y las metodologías que les permitan lograr

resultados más exactos. Un ejemplo de lo anterior, es la transcripción de la hipótesis y diseño construido por el grupo 22 (G22):

G22: *Hipótesis: El objeto que caerá primero al suelo es la piedra ya que al tener un peso considerablemente mayor a la de la canica la fuerza de gravedad la atraerá hacia abajo con una velocidad mucho mayor.*

Recursos materiales y equipo:

-Una piedra mediana.

-Una canica.

-Se hará uso de una cámara lenta para hacer una observación más detallada de la caída de estos dos objetos (roca y canica).

-Para averiguar el tiempo exacto en el que caen los objetos se utilizará un cronómetro.

-Con la ayuda de un metro, mediremos la altura en la que serán lanzados los objetos.

Metodología: Realizaremos la prueba de la piedra y la canica para saber si nuestra hipótesis es cierta o incorrecta, la cual consiste en lanzar los objetos anteriormente mencionados desde una distancia determinada para comprobar cuál de estos dos caerá primero.

Es de agregar que, algunos grupos debido a que postulan la influencia de la masa, incluyen en sus instrumentos una balanza. Y en cuanto la verificación de la hipótesis, en la sección de conclusiones se especifica si el experimento ha validado o no la predicción inicial.

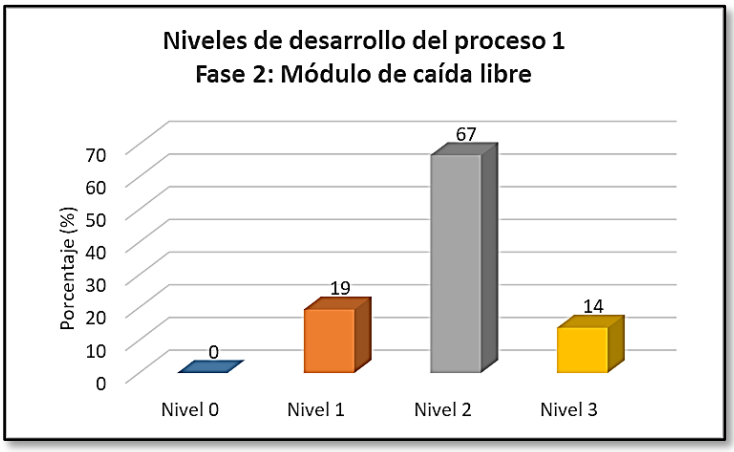
A partir de los niveles descritos, se tiene que la mayoría de los estudiantes identifican las variables involucradas en la caída libre de un objeto; especialmente la altura, la velocidad, el peso y el tiempo. Para el análisis de nuevos fenómenos, una gran parte de los estudiantes son capaces de establecer posibles factores que afecten el tiempo de caída de un objeto o su velocidad, formulando hipótesis acerca de la relación entre las variables. La falencia aún evidente, es el diseño de un experimento que permita verificar la hipótesis, pero que a su vez sea lo suficientemente detallado en la serie de pasos, instrumentos de medición y estrategias, para lograr una mayor exactitud. Por tanto, se puede afirmar que

en esta fase de la intervención, los estudiantes evidencian el desarrollo de los primeros dos subprocesos.

Finalmente, se puede observar en la Figura 4-23 que todos los estudiantes tienen al menos un mínimo nivel de desarrollo del proceso 1. Y es de resaltar además, que casi el 70% de los estudiantes alcanza el nivel 2.

Figura 4-23

Niveles de desarrollo del proceso 1 mostrados en la fase 2 (Módulo de caída libre)



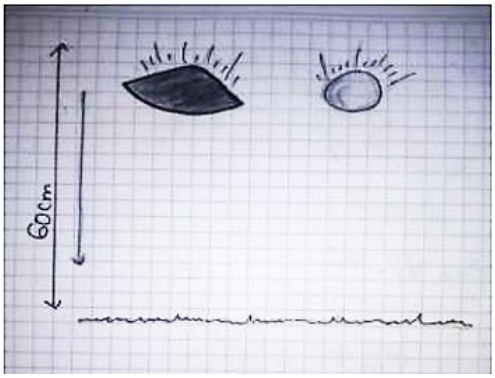
Fuente: Elaboración propia.

4.2.2 Resultados y descripción del desempeño mostrado en el proceso 2

Nivel 1: El 8% de los estudiantes representan en uno de los registros semióticos el movimiento de caída libre para el análisis de resultados experimentales o la resolución de un problema. Entre los registros usados se tiene el pictórico, el cual, como se evidencia en la Figura 4-24, incluye algunas características del fenómeno como la altura, dirección y sentido del movimiento; pero faltando representar aspectos importantes como el cambio de velocidad.

Figura 4-24

Representación pictórica de los resultados obtenidos en la actividad 1 (fase 2) - Grupo 9

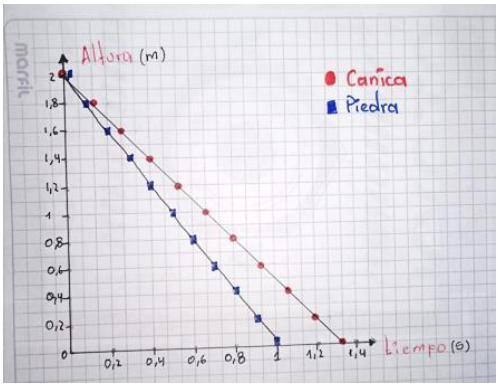


Fuente: Elaboración de estudiantes.

En varios grupos de trabajo, se encuentra el registro cartesiano que si bien muestra la disminución de la altura en función del tiempo, no es coherente con la aceleración del movimiento. En la Figura 4-25 se muestra una gráfica de altura vs tiempo, construida en una etapa de la intervención en que aún no se había analizado la representación cartesiana. Además, se observan puntos que no corresponden a una conversión desde el registro tabular, esto en parte justifica el que la gráfica no tenga la forma adecuada.

Figura 4-25

Representación cartesiana de los resultados obtenidos en la actividad 1 (fase 2) - Grupo 8



Fuente: Elaboración de estudiantes.

Finalmente, es de agregar que algunos estudiantes omiten la representación algebraica en sus informes de laboratorio y únicamente muestran el registro tabular o cartesiano que obtienen al final.

Nivel 2: En este nivel se ubica la mayor parte de los estudiantes, el 67% es capaz de representar en más de un registro semiótico el movimiento de caída libre y en algunos casos justificar la pertinencia de las gráficas usadas. La mayoría de este grupo muestra dominio de la conversión y tratamiento dentro del registro algebraico, para luego llevarlo a una representación tabular o cartesiana. No obstante, como se evidencia en la Figura 4-26 algunos estudiantes aun teniendo presente que el movimiento es acelerado, por la facilidad tienden a utilizar las ecuaciones del MRU.

Figura 4-26

Representación algebraica de los resultados obtenidos en la actividad 1 (fase 2) - Grupo 12

Velocidad del marcador: 2,70 m/s.

V = d / t

V = 2m / 0,74s = 2,70m/s.

Velocidad del billete de 2 mil pesos: 2 m/s.

V = d / t

V = 2m / 1s = 2m/s.

Aceleración del marcador: 3,64 m/s2.

a = Vf – Vo / t

a = 2, 70 m/s - 0 m/s / 0,74s

a = 2, 70 m/s / 0, 74 s

a = 3,64 m/s2.

Aceleración del billete de 2 mil pesos: 2 m/s2.

a = Vf – Vo / t

a = 2m/s – 0 / 1s

a = 2 m/s / 1s

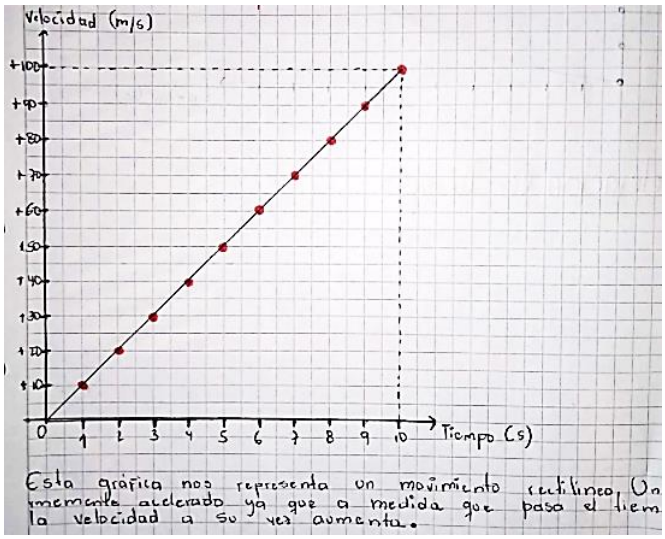
a = 2m/s2.

Fuente: Elaboración de estudiantes.

En la actividad de resolución de problemas, se planteó una representación numérico variacional y los estudiantes tomaron de esta, valores de velocidad y tiempo para construir el registro cartesiano; sin embargo se observa que la mayoría tienden a obviar la construcción de tablas propias del registro tabular. En la construcción del registro cartesiano se encuentra una dificultad en el signo de la velocidad, pues a pesar que en el problema planteado es negativa, algunos estudiantes tienden a representarla como positiva. Ejemplo de ello es la Figura 4-27, donde los estudiantes adicionalmente justifican la forma recta de la gráfica y sus aumentos hacia el sentido positivo del eje vertical.

Figura 4-27

Fragmento de solución del problema de la actividad 2 (fase 2) - Grupo 8



Fuente: Elaboración de estudiantes.

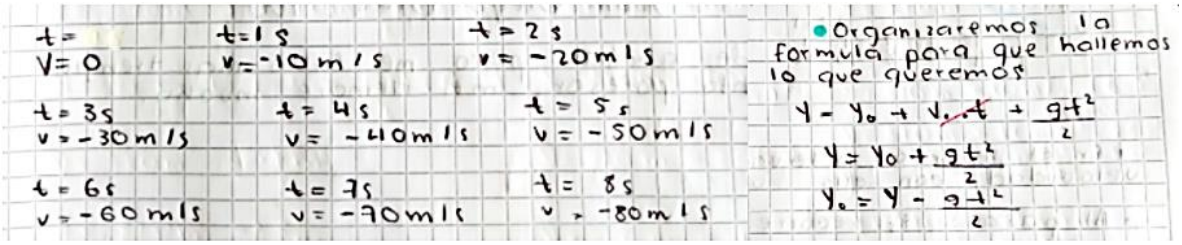
Finalmente, se puede agregar que la representación pictórica es usada por varios estudiantes; pero al igual que lo expuesto en el nivel 1, con ciertas carencias en la representación de variables como la velocidad.

Nivel 3: El 25% de los estudiantes alcanzan este nivel pues hacen uso de varios registros semióticos para modelar la caída libre de un cuerpo. En primer lugar, realizan conversión del registro fenomenológico y numérico variacional al tabular; y de este al cartesiano para representar la velocidad. En segundo lugar, del registro tabular también convierten al algebraico y dentro de este realizan el tratamiento para encontrar la altura inicial y la altura en diferentes tiempos. Con lo anterior, los estudiantes expresan la relación entre altura y tiempo en forma tabular, para finalmente convertir al registro cartesiano que permite realizar predicciones del valor de las variables a lo largo del tiempo. No obstante, hay quienes aún presentan algunas dificultades para explicar la pertinencia de la forma de las gráficas.

En la Figura 4-28 se muestra la conversión al registro tabular de los datos iniciales y el tratamiento dentro del registro algebraico. Y en la Figura 4-29 se muestra la representación en el registro cartesiano de la altura en función del tiempo, que debido a la cantidad de puntos, es lo suficientemente precisa para considerarse un modelo predictivo de la caída del objeto.

Figura 4-28

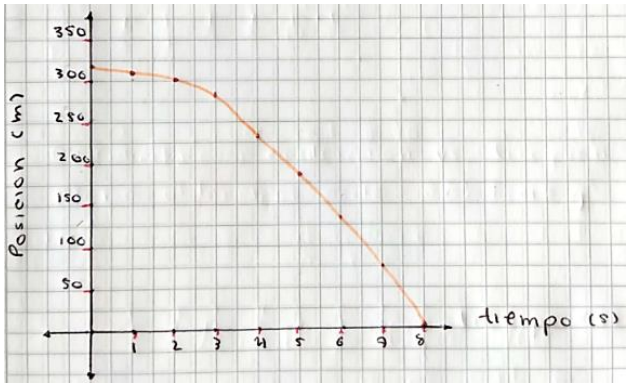
Fragmento de solución del problema de la actividad 2 (fase 2) - Grupo 8



Fuente: Elaboración de estudiantes.

Figura 4-29

Fragmento de solución del problema de la actividad 2 (fase 2) - Grupo 17



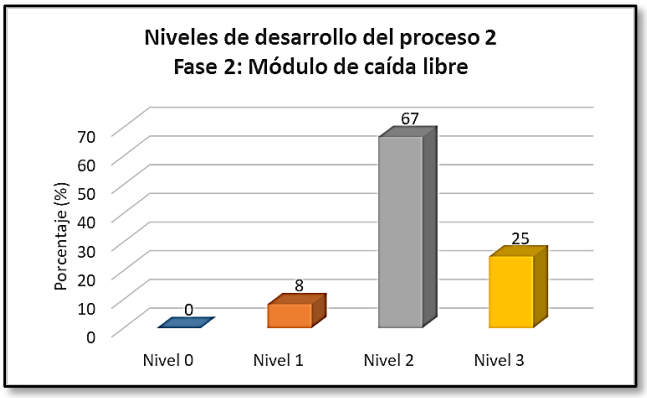
Fuente: Elaboración de estudiantes.

En conclusión, se puede afirmar que los estudiantes tratan de convertir a varios registros semióticos el comportamiento de las variables en un fenómeno de caída libre, haciéndolo correctamente en al menos dos de ellos. Los registros más usados son el algebraico y el cartesiano; en el primero hay algunas falencias con el tratamiento y en el segundo, muchos estudiantes aún no reconocen la importancia del uso previo de tablas de datos para lograr gráficas más precisas y posteriormente tienen dificultades para explicar la pertinencia del modelo construido. Se evidencia entonces un desarrollo significativo del primer subproceso y en menor medida del segundo; y solo algunos estudiantes demuestran dominio del tercer subproceso.

En la Figura 4-30 se resume el nivel alcanzado por los estudiantes en el proceso 2, de donde se resalta que nueve de cada diez estudiantes aproximadamente, logran un desempeño sobresaliente ubicándose en los niveles 2 y 3.

Figura 4-30

Niveles de desarrollo del proceso 2 mostrados en la fase 2 (Módulo de caída libre)



Fuente: Elaboración propia.

4.2.3 Resultados y descripción del desempeño mostrado en el proceso 3

Nivel 1: El 17% de los estudiantes logran identificar conceptos asociados al movimiento de caída libre, tales como gravedad, aceleración, velocidad, ley de gravitación universal y fricción. Algunos grupos de trabajo, hacen uso de estos conceptos sin tener claridad sobre la forma como permiten explicar el fenómeno de caída libre. En la Figura 4-31, se muestra la explicación de los resultados obtenidos en el experimento de caída libre, en la cual se evidencian incluso algunas incoherencias al describir el movimiento de los objetos.

Figura 4-31

Conclusión del experimento realizado en la actividad 1 (fase 2) - Grupo 22

Podemos ver que caen al tiempo, pero esto no limita que el objeto pequeño caiga con mayor velocidad ya que es más liviano newton nos dice que la fuerza con la que se atraen los objetos (piedra y canica) es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional a la distancia que los separa

La caída no depende de la masa de los cuerpos cuando se habla de gravedad

La fuerza de fricción con que estas 2 cosas fueron tiradas depende de la masa de estos 2

Como dice galileo la carga gravitatoria de cualquier objeto siempre se equilibra

Por esta razón caen a la vez,

Fuente: Elaboración de estudiantes.

Adicionalmente, varios estudiantes presentan dificultades para clasificar la caída libre como un movimiento acelerado.

Nivel 2: Este grupo está compuesto por el 50% de los estudiantes, los cuales muestran una comprensión de conceptos como la gravedad, aceleración, fricción con el aire y velocidad. A partir de estos, proponen su hipótesis clasificando el movimiento de caída como uniformemente acelerado y en la resolución de problemas aplican las estructuras matemáticas propias de este tipo de movimiento. Ejemplo de lo anterior, es la conclusión del trabajo experimental mostrada en la Figura 4-32.

Figura 4-32

Conclusión del experimento realizado en la actividad 1 (fase 2) - Grupo 15

Sacamos las siguientes conclusiones:

- Todos los objetos, independientemente de su masa y forma, tardan lo mismo en caer.
- La aceleración que tenían los dos objetos al caer no dependían de su masa.
- Ya que los dos cuerpos caen al mismo tiempo, eso significa que los dos caen con la misma aceleración. Esta aceleración es provocada por la atracción de la gravedad terrestre.
- El movimiento de caída libre de todos los cuerpos es movimiento rectilíneo uniforme (MRU)

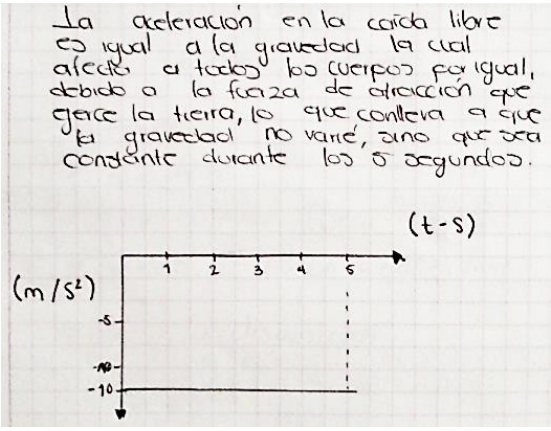
Fuente: Elaboración de estudiantes.

Como posible falencia se tiene la explicación de las gráficas, en la cual el estudiante tiene dificultades para argumentar su pertinencia y no lo asocia con los conceptos propios de la caída libre. Por ejemplo, justificar la pendiente de la gráfica de velocidad a partir del valor de la gravedad en la Tierra.

Nivel 3: Un 33% de los estudiantes logran llegar a este nivel debido a que evidencian las habilidades expuestas en los niveles anteriores: identificar los conceptos asociados a la caída libre y clasificar correctamente el movimiento; pero además, muestran la capacidad de usar tanto las variables como los conceptos para explicar el movimiento de los objetos. A partir de lo anterior, establecen condiciones para que se cumpla el fenómeno de caída libre y justifican las estructuras matemáticas usadas en cuanto a su correspondencia con las características del fenómeno estudiado. En la Figura 4-33 se muestra la forma en que los estudiantes explican la pertinencia de una gráfica en forma de línea horizontal para representar la aceleración de un objeto que se deja caer.

Figura 4-33

Fragmento de solución del problema de la actividad 2 (fase 2) - Grupo 25



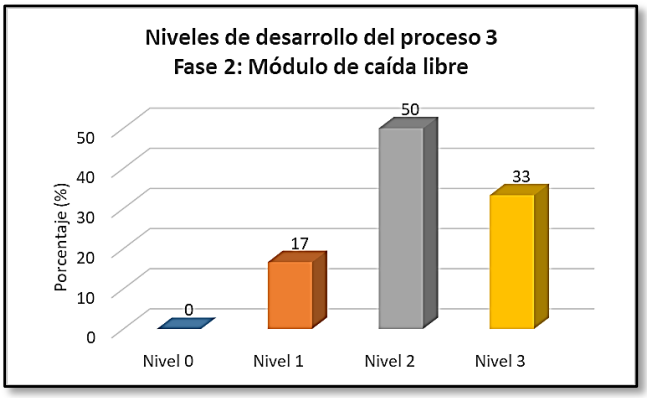
Fuente: Elaboración de estudiantes.

A partir de lo expuesto anteriormente, se puede concluir que los estudiantes logran identificar los conceptos asociados al fenómeno de caída libre y en su mayoría clasifican este movimiento como acelerado, evidenciando la diferenciación que hacen entre MRU y MRUA. Con esto es posible afirmar que se ha logrado el desarrollo del primer subproceso en la mayoría de la población y solo un tercio ha alcanzado el segundo, pues aún hay dificultades para explicar los fenómenos a partir de conceptos y variables.

Finalmente, en la Figura 4-34 se resume el nivel de desarrollo del proceso 3 alcanzado por el grupo. De este se destaca que el nivel más representativo es el número 2 y que ocho de cada diez estudiantes están clasificados entre los niveles 2 y 3.

Figura 4-34

Niveles de desarrollo del proceso 3 mostrados en la fase 2 (Módulo de caída libre)



Fuente: Elaboración propia.

4.3 Fase 3: Módulo de lanzamiento vertical

4.3.1 Resultados y descripción del desempeño mostrado en el proceso 1

Nivel 1: El 17% de los estudiantes demuestran la capacidad de reconocer las variables presentes en el movimiento vertical, como la altura, velocidad, aceleración, masa y tiempo. En cuanto a la relación de las variables, los estudiantes reconocen la variación de la altura y la velocidad a lo largo del tiempo, pero presentan dificultades para formular hipótesis cuando se enfrentan al análisis de nuevos fenómenos físicos. En la Figura 4-35, se muestra la predicción realizada sobre las diferencias en el comportamiento de la velocidad cuando un objeto es lanzado hacia arriba o hacia abajo.

Figura 4-35

Hipótesis formulada en la actividad 1 (fase 3) - Grupo 7

> Su comportamiento es diferente, especialmente sus valores. Dado que estos dos son lanzados (hacia arriba el siguiente), se considera que su velocidad no será 0. Para el objeto que será lanzado hacia arriba, su valor será positivo (debido a la estructura cartesiana) plano), y se considera Su velocidad se verá afectado por la masa del objeto, pero se considera que los objetos arrojados tienen un aumento negativo de velocidad y aceleración.

Fuente: Elaboración de estudiantes.

Adicionalmente, algunos estudiantes demuestran la capacidad de relacionar el comportamiento de las variables con fenómenos de la vida cotidiana. Ejemplo de ello es la transcripción del escenario propuesto por el grupo 15 (G15), construido a partir de una gráfica de altura vs tiempo propia de un lanzamiento hacia arriba.

G15: *Un niño está en un balcón jugando con su balón a una altura de 5 m, empieza a lanzarlo hacia arriba para atraparlo, pero al hacerlo no pudo cogerlo de nuevo ya que el balón cayó fuera del balcón quedando en el suelo de la planta baja.*

Nivel 2: El 66% de los estudiantes se ubican en este grupo debido a que al igual que en el nivel anterior, identifican las variables asociadas al lanzamiento vertical; pero además, explican la relación entre algunas de ellas y si esta no es conocida, proponen hipótesis con posteriores experimentos para determinarla. En una de las actividades propuestas, los estudiantes realizan predicciones sobre el comportamiento de la velocidad a lo largo del tiempo; y una gran parte de ellos hacen un completo análisis (ver Figura 4-36).

Figura 4-36

Hipótesis formulada en la actividad 1 (fase 3) - Grupo 20

La diferencia que se logra apreciar a lo largo del tiempo es que mientras el objeto que está siendo lanzado hacia arriba "A" empieza a subir a la misma velocidad que el objeto que es lanzado hacia abajo "B" pero empieza a disminuir su velocidad y por consiguiente sube hasta cierto punto "el pico de su trayectoria" para que luego empiece a descender por causa de la gravedad, pero el objeto "B" en vez de disminuir su velocidad la aumenta desde el principio gracias a que la gravedad más la fuerza de inicio lo están llevando hacia la misma parte el "suelo", cosa que no pasa con el objeto "A" pues la fuerza de gravedad y la fuerza con la que fue lanzado están en direcciones opuestas…

Fuente: Elaboración de estudiantes.

Respecto a la experimentación, los estudiantes realizan sus propios diseños tal como se observa en la Figura 4-37, donde proponen una metodología experimental para aplicar en un laboratorio virtual.

Figura 4-37

Diseño experimental propuesto en la actividad 1 (fase 3) - Grupo 8

Con ayuda del simulador, le pondremos al objeto una masa de 2 kg, altura de 50 m, velocidad de -20 al caso del objeto lanzado hacia abajo, y 20 al objeto lanzado hacia arriba y con estos datos esperamos encontrar la velocidad final, y hemos pensado en dividirlo en 5 intervalos aproximadamente para el primer caso y en 7 intervalos aproximadamente para el segundo caso, para tomar la velocidad en cada segundo que transcurre para lograr crear una gráfica con tabla de valores de velocidad vs tiempo de cada una.

Fuente: Elaboración de estudiantes.

No obstante, se evidencian dos principales debilidades. En primer lugar, se presenta dificultad en el uso de la experimentación para verificar las relaciones expresadas en la hipótesis. Ejemplo de ello, son algunos informes donde se plantea una predicción para el lanzamiento hacia arriba y otra hacia abajo, pero los estudiantes únicamente experimentan con uno de los dos fenómenos. También se encuentran casos en que los estudiantes al final no concluyen si los resultados experimentales les permite o no verificar la hipótesis. Y en segundo lugar, algunos estudiantes no especifican los instumentos de medición utilizados en el experimento.

Nivel 3: Un 17% de los estudiantes alcanzan un máximo nivel en este proceso, pues evidencian la identificación de variables y establecen en una hipótesis posibles relaciones

entre las mismas, especialmente entre velocidad, altura y tiempo. Adicionalmente, son capaces de diseñar experimentos y determinar a partir de estos si la hipótesis es válida o no, especificando los pasos e instrumentos. En la siguiente transcripción de un fragmento del informe presentado por el grupo 14 (G14), se evidencia la coherencia entre la hipótesis y el experimento diseñado, donde se pone a prueba tanto el comportamiento de la velocidad como la influencia de la masa.

G14: ***Hipótesis***

Su comportamiento es distinto en especial sus valores. Puesto que estas dos son lanzadas (una hacia arriba y una hacia abajo) por lo cual se piensa que su velocidad no será 0. En cuanto al objeto que se lanzará hacia arriba sus valores serán positivos (por la estructura del plano cartesiano) y se piensa que su velocidad se verá influenciada por la masa del objeto, pero en cambio el objeto que se lanzará hacia abajo se piensa que su velocidad incrementa en valores negativos.

Metodología

1. *En el simulador se digitan los datos de una altura de 50 m y una velocidad de 10 m/s o -10 m/s, los cuales van a ser los mismos para cada intento.*
2. *Una vez depositados los valores en el simulador se pretende escoger la bola de 1 kg, se procederá a darle INICIO, esta se lanzará arriba y hacia abajo (varias veces) y se sacará un screenshot de los resultados por cada intento.*
3. *Después se pretende escoger la bola de 4 kg, se procederá a darle INICIO, esta se lanzará arriba y abajo (varias veces) y se sacará un screenshot de los resultados por cada intento.*
4. *Con los distintos resultados de cada experimento se tendrán en cuenta para poder comprobar la hipótesis. Una vez que ya conozcamos todos los valores podremos construir las tablas y diagramas que nos permita entender el fenómeno de manera más sencilla.*

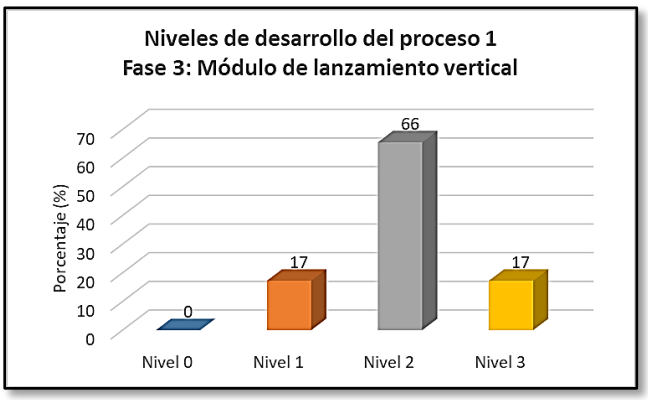
En términos generales, se tiene que los estudiantes logran identificar las variables presentes en los movimientos verticales y la relación entre ellas. Para el análisis de nuevos movimientos, la mayoría son capaces de establecer una hipótesis y proponer experimentos para comprobarla, pero solo algunos realizan esto último en forma coherente y con las

especificaciones necesarias. Se puede afirmar, que los estudiantes demuestran desarrollo tanto en el primer como segundo subproceso.

Finalmente, es de resaltar que el alto porcentaje de estudiantes que han alcanzado el nivel 2 se mantiene respecto a la fase anterior de la intervención, ver Figura 4-38. Notándose a su vez que todos los estudiantes alcanzan al menos un mínimo nivel en este proceso y que casi el 20% han logrado el máximo nivel de desarrollo.

Figura 4-38

Niveles de desarrollo del proceso 1 mostrados en la fase 3 (Módulo de lanzamiento vertical)



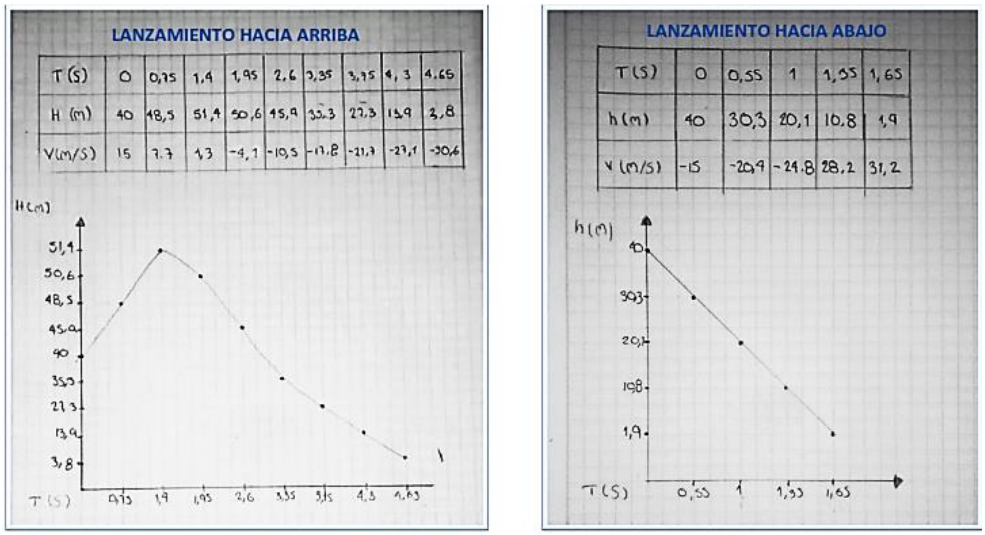
Fuente: Elaboración propia.

4.3.2 Resultados y descripción del desempeño mostrado en el proceso 2

Nivel 1: El 24% de los estudiantes logran este nivel debido a que realizan en forma correcta la conversión a uno de los registros semióticos. En este sentido, se encuentran casos en que solo se usa uno de los registros y están en los que se hacen conversión a varios, pero solo en uno se hace de forma correcta. Entre las representaciones más usadas se tiene la cartesiana, la algebraica y en menor medida la verbal y la pictórica; la tabular es usada por muy pocos estudiantes. En la Figura 4-39 se muestra la conversión del registro tabular al cartesiano para representar la altura, tras obtener los datos en forma experimental. Aunque el proceso es correcto, al ser una actividad para determinar y comparar el comportamiento de la velocidad, lo más adecuado era realizar la representación de esta variable.

Figura 4-39

Representación tabular y cartesiana de los resultados obtenidos en la actividad 1 (fase 3) - Grupo 27

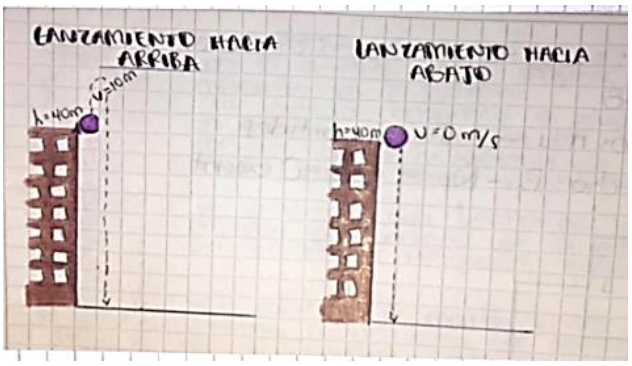


Fuente: Elaboración de estudiantes.

En cuanto a la representación algebraica, hay algunos estudiantes que realizan tanto conversión como tratamiento; y otros, solo hacen correctamente la conversión, pues el tratamiento no es realizado o lo hacen de forma incorrecta. En los registros pictóricos se observa como logran representar las diferencias entre un lanzamiento hacia arriba y uno hacia abajo, como se observa en la Figura 4-40. No obstante, estas representaciones podrían ser más completas si se muestra con vectores el comportamiento de la velocidad.

Figura 4-40

Representación pictórica de los resultados obtenidos en la actividad 1 (fase 3) - Grupo 12

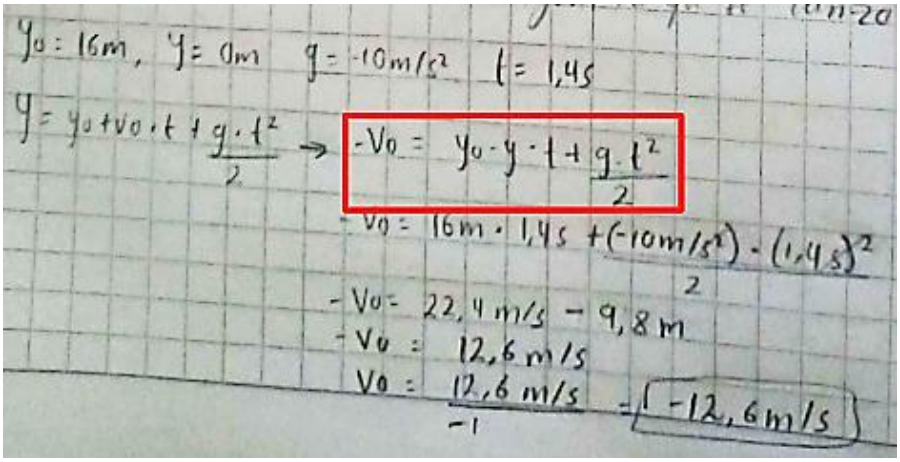


Fuente: Elaboración de estudiantes.

Nivel 2: El 31% de los estudiantes se ubican en este nivel pues evidencian la capacidad de usar dos o más registros semióticos en forma adecuada, realizando las conversiones para mostrar resultados experimentales o solucionar un problema. Las representaciones usadas no logran ser un modelo predictivo de las variables pues se evidencian falencias en alguno de los registros. En la Figura 4-41 se muestra la conversión del registro verbal al algebraico, pero en el tratamiento para despejar la velocidad inicial, se encuentran ciertas falencias.

Figura 4-41

Fragmento de solución del problema de la actividad 2 (fase 3) - Grupo 15



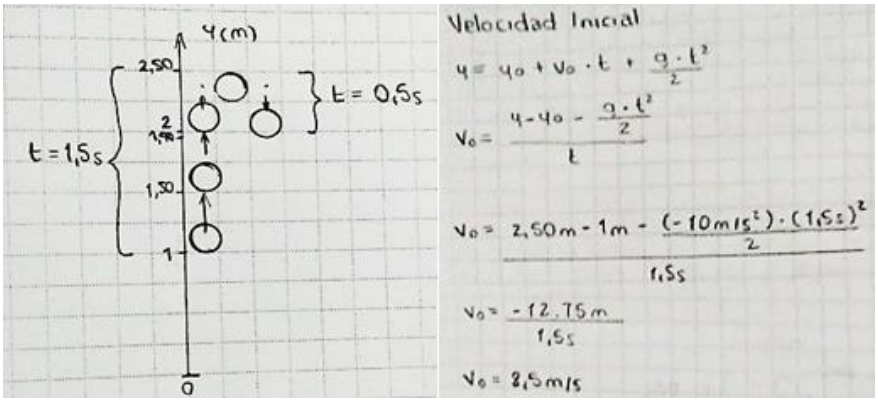
Fuente: Elaboración de estudiantes

Otra de las debilidades encontradas es la representación cartesiana, pues hay algunos estudiantes que no la utilizan y otros lo hacen de forma incorrecta. Una de las principales causas, radica en no usar el registro tabular y por tanto, la gráfica no queda en los intervalos de tiempo adecuados o no es lo suficientemente precisa para considerarse un modelo predictivo.

En cuanto a la representación pictórica, hay varios estudiantes que la realizan en forma adecuada complementando el registro verbal o algebraico. En la Figura 4-42 se muestra la representación de un lanzamiento vertical hacia arriba, usando los registros pictórico y algebraico; en este último se evidencia tanto la conversión como el tratamiento.

Figura 4-42

Fragmento de formulación y solución de un problema de la actividad 3 (fase 3) - Grupo 10

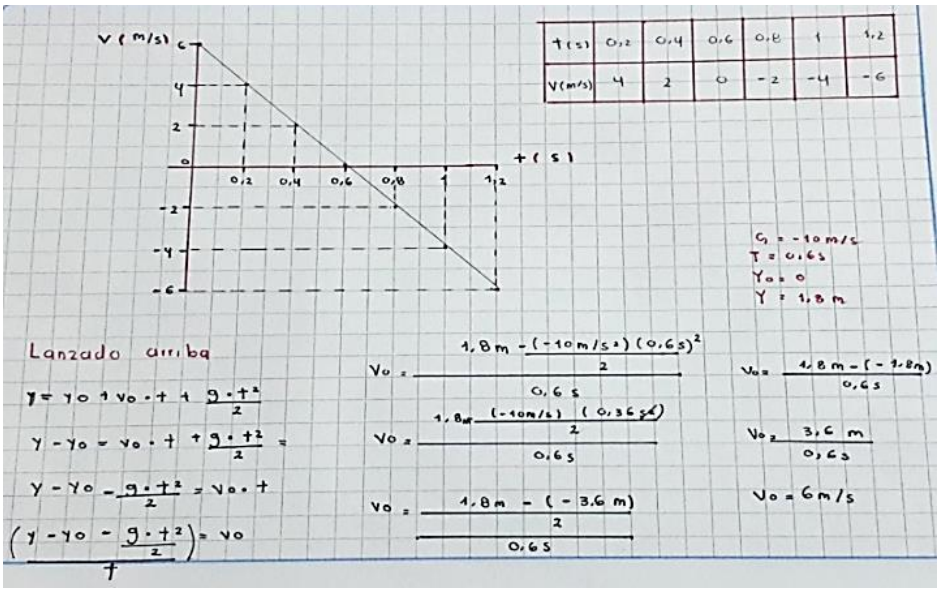


Fuente: Elaboración de estudiantes.

Nivel 3: En este nivel se ubica el 45% de los estudiantes debido a que demuestran la capacidad de representar los movimientos verticales en varios registros semióticos, en los cuales se procura la suficiente exactitud para que las gráficas sean consideradas como modelos predictivos de la velocidad o la altura. En la Figura 4-43 se evidencia la conversión desde el registro cartesiano en que se representaba la altura, al registro tabular, algebraico y cartesiano para construir un modelo predictivo de la velocidad.

Figura 4-43

Fragmento solución de problema de la actividad 2 (fase 3) - Grupo 14



Fuente: Elaboración de estudiantes.

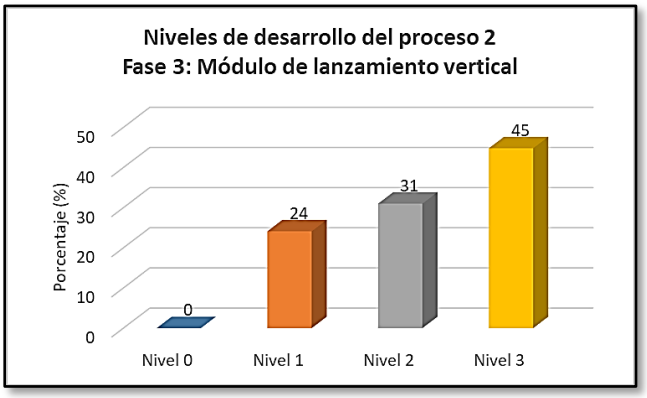
Es de agregar, que también han sido usados los registros verbal y pictórico. En este último, se logra diferenciar los lanzamientos hacia arriba y hacia abajo, pero los esquemas de algunos estudiantes podrían mejorarse si se representa con vectores el cambio de la velocidad a medida que el objeto varía su altura, tal como se representa en la Figura 4-42 del nivel anterior.

El desempeño mostrado por los estudiantes en este proceso, indica que tienen dominio de los registros semióticos para la representación de los movimientos verticales. Este podría mejorarse si se logra un mejor tratamiento en el registro algebraico; y se procura un mayor nivel de detalle en el pictórico y cartesiano. En este sentido, los estudiantes evidencian un desarrollo en el primer y segundo subproceso.

Finalmente, en la Figura 4-44 se muestra un resumen de los niveles alcanzados en el proceso 2. De esta se resalta que casi la mitad de los estudiantes logran el máximo nivel propuesto y ningún estudiante se encuentra por debajo del nivel 1.

Figura 4-44

Niveles de desarrollo del proceso 2 mostrados en la fase 3 (Módulo de lanzamiento vertical)



Fuente: Elaboración propia.

4.3.3 Resultados y descripción del desempeño mostrado en el proceso 3

Nivel 1: El 17% de los estudiantes demuestran un reconocimiento básico de los conceptos asociados al lanzamiento vertical, entre ellos se tiene la velocidad, el lanzamiento, la fricción, la gravedad, aceleración y caída libre. No obstante, hay dificultades para identificar

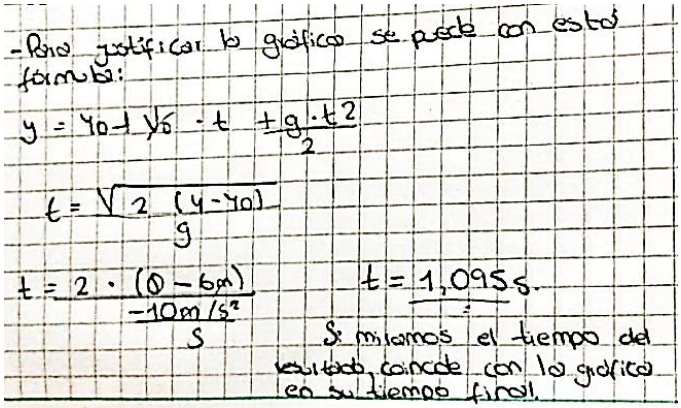
el tipo de movimiento, a partir de los conceptos y el comportamiento de la velocidad. Lo anterior se evidencia en la poca claridad para diferenciar el lanzamiento hacia arriba y hacia abajo, en la confusión que presentan algunos estudiantes entre el lanzamiento hacia abajo y el dejar caer un objeto; y la aún persistente idea intuitiva de que los objetos caen con velocidad constante. En la siguiente transcripción del diseño experimental realizado por el grupo 22 (G22), se puede evidenciar la confusión entre el lanzamiento hacia abajo y el dejar caer un objeto, pues en ambos casos el objeto se mueve hacia abajo.

G22: *Como estamos utilizando el simulador, para lanzar el objeto hacia arriba ponemos una velocidad de 20 m/s, y para lanzar el objeto hacia abajo hemos puesto una altura de 20 m.*

Nivel 2: El 52% de los estudiantes logran además de lo expuesto en el nivel 1, clasificar los movimientos verticales de acuerdo al valor de su velocidad inicial o del tiempo que le toma a un objeto en caer desde cierta altura. De igual manera, reconocen la influencia de la gravedad para generar movimientos con aceleración hacia abajo; esto lo identifican a partir de los cambios de velocidad. En la Figura 4-45 se evidencia el uso del registro algebraico para hallar el tiempo que el objeto tarda en llegar al suelo y con este resultado comprobar que el objeto no se lanzó.

Figura 4-45

Fragmento solución de problema de la actividad 2 (fase 3) - Grupo 23



Fuente: Elaboración de estudiantes.

Por otro lado, entre las falencias encontradas se tiene principalmente la poca descripción que se realiza de los fenómenos a partir del comportamiento de las variables y de cómo estas se asocian con los conceptos. A continuación se muestra la transcripción de lo

concluido por el grupo 15 (G15) en el informe de laboratorio, en esta se pueden notar algunos comentarios sobre los resultados obtenidos pero sin dar una mayor descripción y comparación entre los dos tipos de lanzamiento.

G15: *En la trayectoria de este problema del objeto que se lanza hacia arriba y hacia abajo, por medio del simulador pudimos observar que son similares en su velocidad al momento de caer, ya que su velocidad alcanza un -37.1 m/s a pesar de que el objeto que fue lanzado hacia arriba alcanza una velocidad positiva en el instante antes de caer alcanza la misma velocidad que el objeto que fue lanzado hacia abajo.*

Nivel 3: El 31% de los estudiantes se ubican en este nivel debido a que además de lograr lo expuesto en los niveles anteriores, explican los fenómenos de movimiento vertical a partir del comportamiento de sus variables y relacionándolos con algunos conceptos. Adicionalmente, son capaces de proponer fenómenos cotidianos en que se evidencie determinada relación entre las variables y se involucren ciertos conceptos asociados al movimiento vertical. Por ejemplo, en la actividad de resolución de problemas se propone una representación cartesiana de la altura en función del tiempo y los estudiantes construyen posibles situaciones donde las variables se comporten de esta forma. A continuación se muestra la transcripción de la situación propuesta por el grupo 4 (G4):

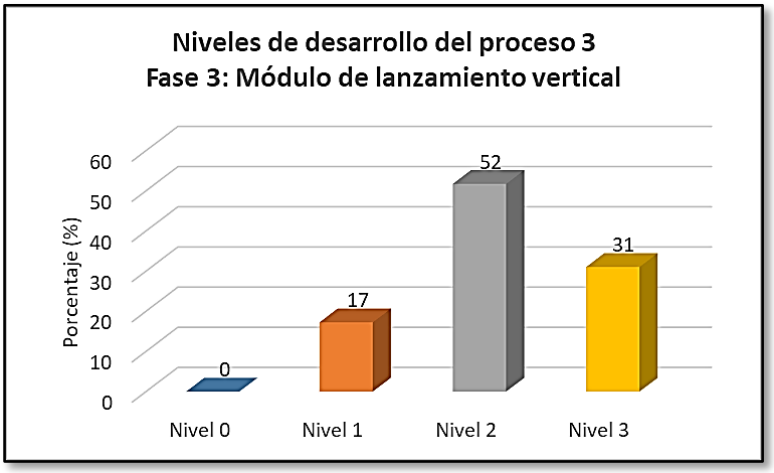
G4: *Tommy, al subirse en una silla se ubica con una altura de 5m. En el cual, Tommy decide lanzar un lápiz hacia arriba, lanzó el lápiz a una velocidad de 1m/s eso significa que no avanza mucho hacia arriba en el aire, pero luego comienza a caer después de pasar 0.1 segundos, aquí se convierte en caída libre con una velocidad inicial de 0m/s; a partir de ahí el objeto empieza a descender aumentando su velocidad negativamente hasta llegar a 10 m/s con una altura de 0 m.*

A partir de los niveles anteriormente descritos, se puede afirmar que los estudiantes identifican los conceptos asociados al movimiento vertical y en su mayoría diferencian los dos tipos de lanzamiento. Además, proponen situaciones donde se evidencian estos movimientos. Sin embargo, se requiere fortalecer la descripción realizada por los estudiantes a partir de los conceptos y variables; y proponer más situaciones que les permita reconocer cuando un movimiento es acelerado. Por tanto, se evidencia un desarrollo parcial tanto en el primer como segundo subproceso.

Finalmente, la Figura 4-46 resume los niveles de desarrollo del proceso 3. Es de resaltar, que al igual que en la fase anterior, ocho de cada diez estudiantes logran niveles sobresalientes y el nivel más representativo es el número 2.

Figura 4-46

Niveles de desarrollo del proceso 3 mostrados en la fase 3 (Módulo de lanzamiento vertical)



Fuente: Elaboración propia.

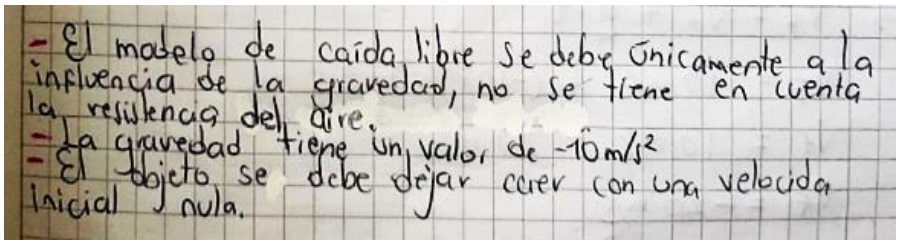
4.4 Fase 4: Prueba final

4.4.1 Resultados y descripción del desempeño mostrado en el proceso 1

Nivel 1: El 43% de los estudiantes logran identificar las variables presentes en un movimiento vertical, tales como velocidad, altura, aceleración y la relación que estas tienen con el tiempo. No obstante presentan dificultades para establecer hipótesis y experimentos que las verifiquen. Varios estudiantes muestran una malinterpretación de la pregunta 3, la cual se diseñó para tomar evidencias del desarrollo en el proceso 1. Por ejemplo, en la Figura 4-47 la estudiante no propone formas de demostrar si el objeto describe caída libre, sino que se limita a indicar algunas características de este movimiento.

Figura 4-47

Respuesta a la pregunta 3 de la prueba final (fase 4) – Estudiante 41


- El modelo de caída libre se debe únicamente a la influencia de la gravedad, no se tiene en cuenta la resistencia del aire.
- La gravedad tiene un valor de $-10 m/s^2$
- El objeto se debe dejar caer con una velocida inicial nula.

Fuente: Elaboración de estudiante.

Por otro lado, la transcripción de la respuesta dada por el estudiante 54 (E54), evidencia que sí comprende el requerimiento de un diseño experimental, pero únicamente indica los pasos que deberían seguirse en el análisis de este o de cualquier otro fenómeno físico.

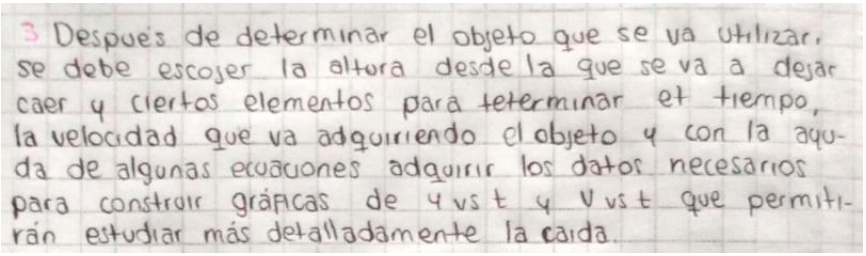
E54: *Primero realizaría una hipótesis del problema, luego tendría que hacer una metodología con diferentes instrumentos y así plantearme un objetivo para poder determinar si es o no un modelo de caída libre.*

Nivel 2: En este nivel clasifica el 44% de los estudiantes y al igual que en el nivel 1, logran identificar las variables presentes en el fenómeno físico y la relación que estas tienen con el tiempo. En adición, los estudiantes formulan hipótesis acerca de la relación de las variables que permita demostrar que el fenómeno propuesto corresponde a la caída libre y proponen algunas ideas para desarrollar un experimento que verifique la hipótesis.

En este grupo de estudiantes, algunos no logran proponer claramente una hipótesis, pero si evidencian ideas de lo que podría ser un arreglo experimental. En la Figura 4-48, la estudiante incluye algunas especificaciones del experimento que determinaría si el movimiento es caída libre.

Figura 4-48

Respuesta a la pregunta 3 de la prueba final (fase 4) – Estudiante 3

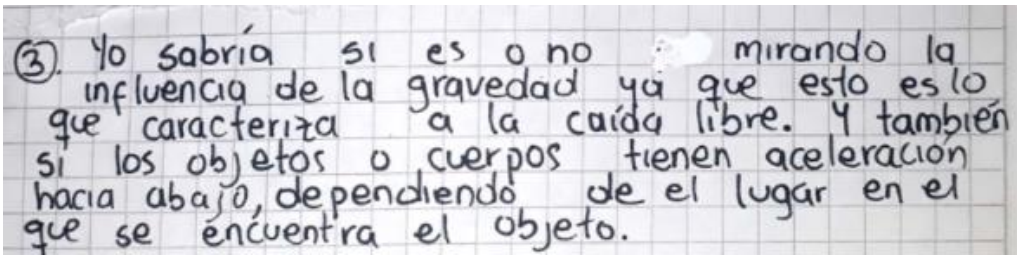

3 Después de determinar el objeto que se va utilizar, se debe escoger la altura desde la que se va a dejar caer y ciertos elementos para teterminar el tiempo, la velocidad que va adquiriendo el objeto y con la ayuda de algunas ecuaciones adquirir los datos necesarios para construir gráficas de y vs t y V vs t que permitirán estudiar más detalladamente la caída.

Fuente: Elaboración de estudiante.

Otros estudiantes por su parte, tienen una mayor fortaleza en la formulación de la hipótesis, estableciendo condiciones que el objeto debe cumplir para que se considere en caída libre, pero no establecen con claridad la metodología experimental (Figura 4-49).

Figura 4-49

Respuesta a la pregunta 3 de la prueba final (fase 4) – Estudiante 21


③. Yo sabría si es o no mirando la influencia de la gravedad ya que esto es lo que caracteriza a la caída libre. Y también si los objetos o cuerpos tienen aceleración hacia abajo, dependiendo de el lugar en el que se encuentra el objeto.

Fuente: Elaboración de estudiantes.

Nivel 3: El 13% de los estudiantes demuestran el mayor nivel de desarrollo en este proceso. Al igual que el nivel anterior, logran una identificación de las variables y formulan hipótesis acerca de la relación entre ellas. Adicionalmente, se evidencia el diseño de experimentos que permitirían verificar la hipótesis, donde la mayor parte de los estudiantes especifican las mediciones a realizar y los instrumentos requeridos, incluso idean metodologías para lograr medidas más exactas. En la siguiente transcripción, el estudiante 38 (E38) expone detalladamente un experimento que permitiría comprobar si el objeto de estudio cumple con la caída libre.

E38: El procedimiento científico que llevaré a cabo → tendría en cuenta el objetivo → determinar si el objeto se aproxima o no al modelo de caída libre.

Elementos:

- *Unas pelotas.*
- *Una tabla de datos.*
- *Cronómetro.*
- *Una bola de oro macizo.*
- *Cámara lenta.*
- *Sensor de movimiento.*
- *Una altura definida.*
- *Un metro.*

Experimentación:

Para comprobar este objetivo es coger el objeto que cumple con las características para que el peso de la atm no influya en el movimiento → bola de oro macizo y se coge una pelota especifica (objeto a comprobar) se determina una altura de 15 m y se dejan caer al mismo tiempo mientras tanto se estará grabando antes de que toque el suelo con una cámara ultra potente, este proceso se repetirá muchas veces anotando los datos que se le pudiesen haber sacado.

Análisis

- *Se analizarían los videos grabados acerca del movimiento de los objetos.*
- *De ahí podríamos determinar si este objeto cumple o no cumple al modelo de caída libre.*

  Si cumple: tocarían el suelo al mismo tiempo.

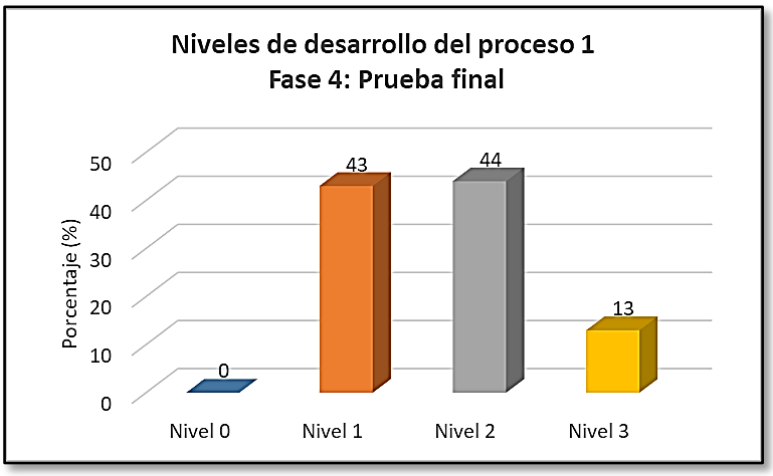
  No cumple: habría una gran diferencia de tiempo al tocar el suelo.

A partir del análisis mostrado, se puede concluir que todos los estudiantes identifican las variables presentes en un movimiento vertical, haciendo notar algunas relaciones entre ellas. Al parecer, la malinterpretación de la pregunta 3, impide valorar completamente la habilidad de los estudiantes en la formulación de hipótesis y diseño de experimentos que permitan comprobarla. Entre las respuestas adecuadas a esta pregunta, se identifican varios estudiantes que comprenden la importancia del experimento, pero no de una hipótesis que sintetice las ideas que ellos tienen acerca de las condiciones que deben cumplirse para que el movimiento sea considerado caída libre. Se evidencia por tanto, desarrollo del primer subproceso y en menor medida del segundo.

Finalmente, se tiene que la intervención finaliza con el total de los estudiantes alcanzando al menos el nivel 1 en el desarrollo de este proceso. La cantidad de estudiantes en los dos siguientes niveles es la parte más representativa de la población, siendo aproximadamente nueve de cada diez estudiantes (Figura 4-50).

Figura 4-50

Niveles de desarrollo del proceso 1 mostrados en la fase 4 (Prueba final)



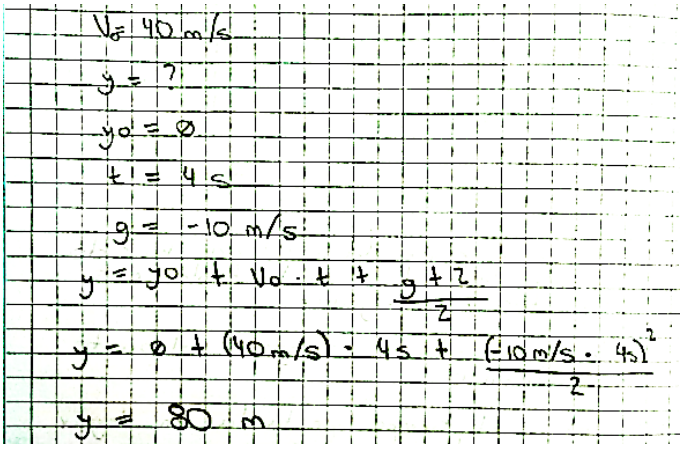
Fuente: Elaboración propia.

4.4.2 Resultados y descripción del desempeño mostrado en el proceso 2

Nivel 1: El 24% de los de los estudiantes logran representar en al menos uno de los registros semióticos el fenómeno de movimiento vertical. Algunos tratan de usar varios registros, pero se evidencian falencias en la conversión o en el tratamiento dentro de algunos de ellos. Ejemplos de estas falencias se pueden observar en las siguientes figuras:

Figura 4-51

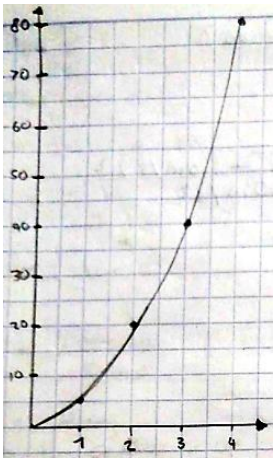
Respuesta a la pregunta 1 de la prueba final (fase 4) – Estudiante 30



Fuente: Elaboración de estudiantes.

Figura 4-52

Respuesta a la pregunta 1 de la prueba final (fase 4) – Estudiante 9



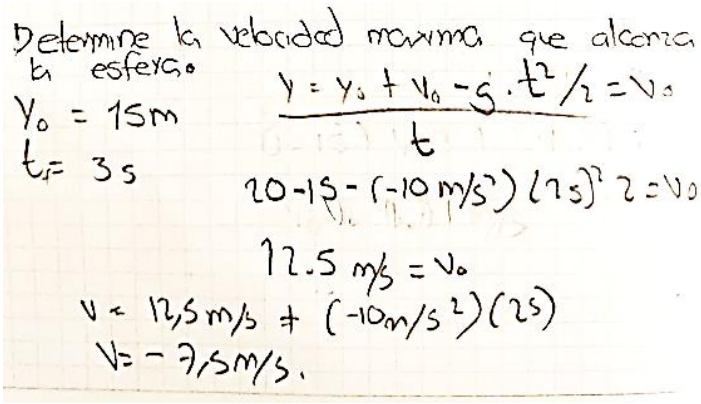
Fuente: Elaboración de estudiantes.

En la Figura 4-51 se muestra la conversión y tratamiento dentro del registro algebraico. En la prueba se requería hallar la altura inicial, pero el estudiante despeja la altura final y además se presenta un error en las operaciones aritméticas; falencias como esta conducen a una incorrecta representación en otros registros como el tabular y cartesiano. Y en la Figura 4-52 se representa la variación de la altura respecto al tiempo tras haber usado incorrectamente la ecuación y evidencia a su vez que el estudiante no procura coherencia entre un objeto que cae y una gráfica que muestre disminución en la altura.

Nivel 2: En este nivel se ubica al 35% de los estudiantes debido a que logran realizar conversiones a dos o más registros de representación, pero por algunas falencias, las representaciones construidas no alcanzan a ser modelos predictivos del movimiento vertical. En primera instancia, los estudiantes hacen uso del registro algebraico pero los tratamientos dentro del mismo son equivocados o no se realizan. En la Figura 4-53 se evidencia el uso de las ecuaciones con las variables despejadas, sin indicar los tratamientos previos, además hay error de signos que impide llegar al resultado correcto.

Figura 4-53

Respuesta a la pregunta 4 de la prueba final (fase 4) – Estudiante 45.

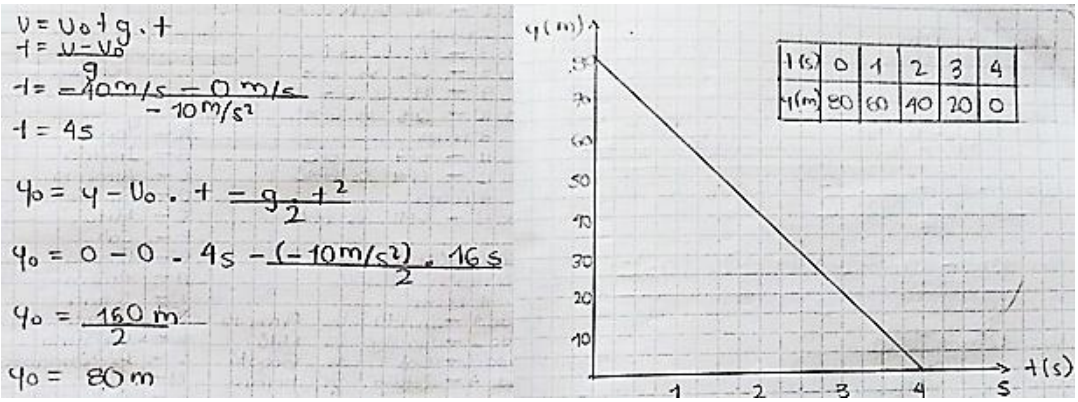


Fuente: Elaboración de estudiantes.

En segunda instancia, se presentan algunos errores en la representación tabular y cartesiana, que si bien cumple con la condición de disminuir la altura a lo largo del tiempo, el estudiante no procura hacer una representación más exacta del fenómeno. En algunos de los estudiantes esto se evidencia cuando usan correctamente el registro algebraico, pero no el tabular para identificar varios puntos por donde pasa la gráfica. Y en otros, como se observa en la Figura 4-54 no se tiene en cuenta la aceleración de los objetos al caer y dibujan una línea recta.

Figura 4-54

Respuesta a la pregunta 1 de la prueba final (fase 4) – Estudiante 4.



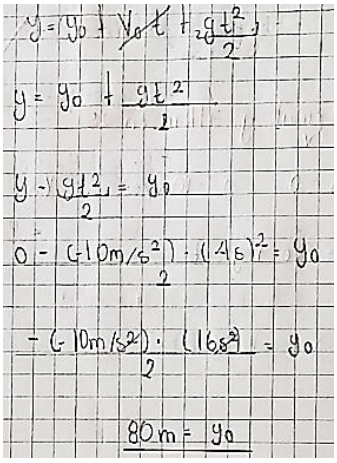
Fuente: Elaboración de estudiantes.

Nivel 3: El 41% de los estudiantes logran representar en varios registros semióticos el movimiento vertical, logrando construir modelos predictivos de variables como la altura. En la Figura 4-55 se muestra la conversión y tratamiento en el registro algebraico; y aunque

no se muestra, a partir de este se calculan diferentes valores de altura, construyendo el registro tabular. Finalmente, en la Figura 4-56 se evidencia la conversión al registro cartesiano, donde el estudiante procura la mayor exactitud para predecir la altura en cada instante. Adicionalmente, la Figura 4-56 muestra la explicación del porqué esta gráfica representa un movimiento de caída libre.

Figura 4-55

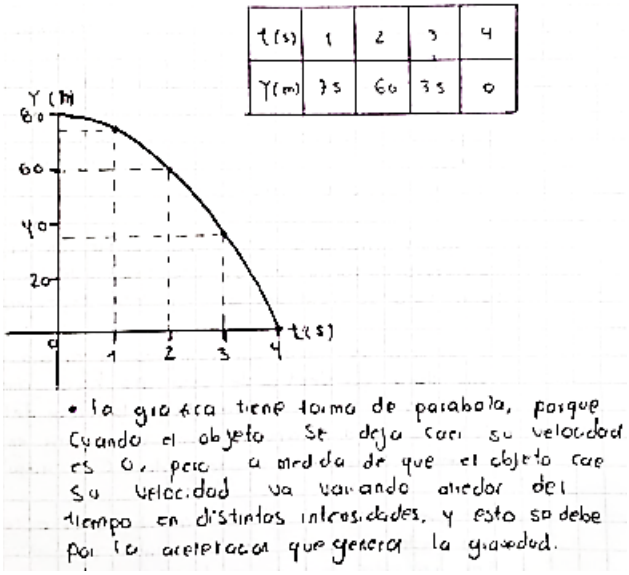
Respuesta a la pregunta 1 de la prueba final (fase 4) – Estudiante 50.



Fuente: Elaboración de estudiantes.

Figura 4-56

Respuesta a la pregunta 1 de la prueba final (fase 4) – Estudiante 3.



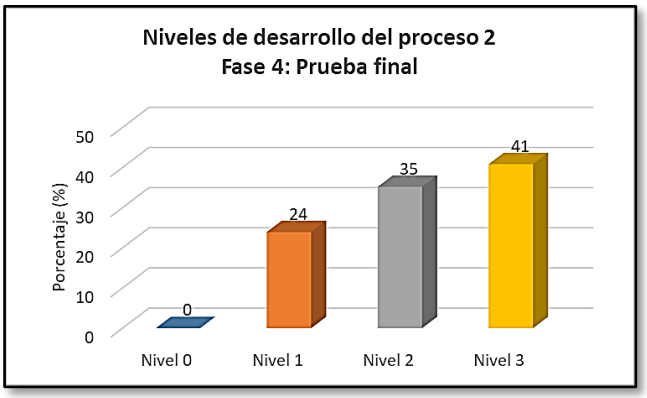
Fuente: Elaboración de estudiantes.

A partir de la descripción anterior, se puede afirmar que los estudiantes han logrado un desempeño sobresaliente en el uso de registros semióticos que permiten representar los movimientos verticales; de manera que casi la mitad del grupo logra construir modelos predictivos de variables como la altura. Sin embargo, se resalta la necesidad de mejorar en el tratamiento algebraico y dar un mayor análisis de las gráficas usadas en la representación cartesiana. En conclusión, los estudiantes demuestran un desarrollo de los tres subprocesos, siendo en menor medida el tercero debido a las falencias previamente mencionadas.

En la Figura 4-57 se presenta un resumen de los niveles alcanzados por los estudiantes en este proceso, de esta se puede resaltar el alto porcentaje de estudiantes que alcanzan los niveles sobresalientes y que cuatro de cada diez estudiantes logran el máximo nivel propuesto.

Figura 4-57

Niveles de desarrollo del proceso 2 mostrados en la fase 4 (Prueba final).



Fuente: Elaboración propia.

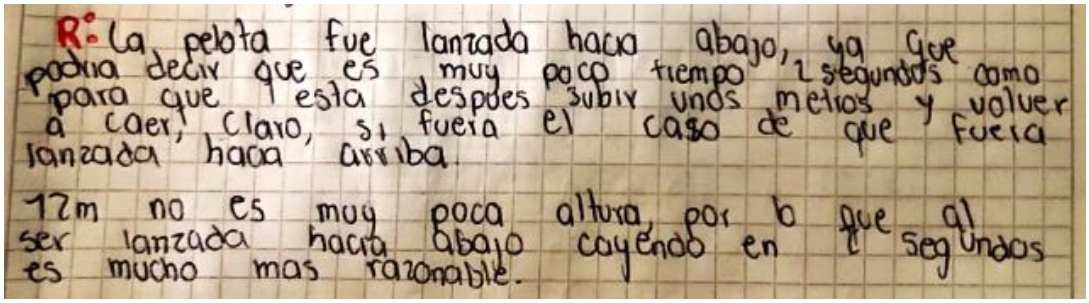
4.4.3 Resultados y descripción del desempeño mostrado en el proceso 3

Nivel 1: El 23% de los estudiantes se ubican en este nivel pues logran la identificación de conceptos como velocidad, aceleración y caída libre. En cuanto a la clasificación de los movimientos, presentan variadas dificultades. Por un lado, algunos estudiantes tienen ideas intuitivas para diferenciar los movimientos, pero no hacen uso de las estructuras matemáticas para apoyar la clasificación realizada. En la Figura 4-58, se muestra la

respuesta dada por un estudiante cuando se le pide clasificar el movimiento a partir del dato de altura inicial y tiempo.

Figura 4-58

Respuesta a la pregunta 2 de la prueba final (fase 4) – Estudiante 54


R: La pelota fue lanzada hacia abajo, ya que podria decir que es muy poco tiempo 2 segundos como para que esta despues subir unos metros y volver a caer, claro, si fuera el caso de que fuera lanzada hacia arriba.

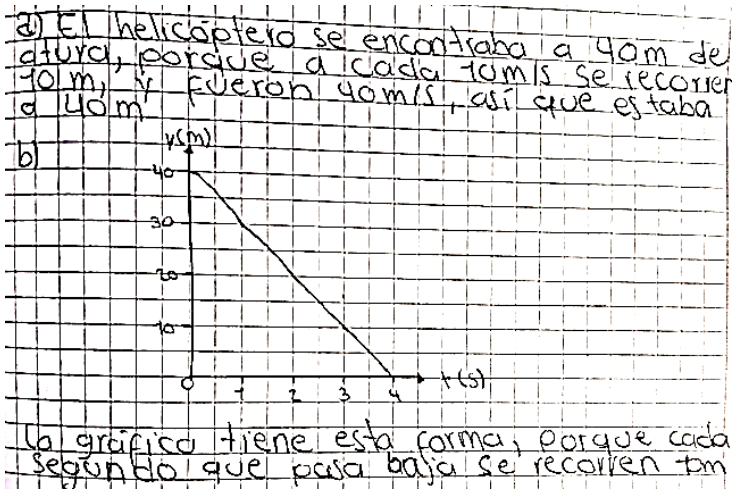
12m no es muy poca altura, por lo que al ser lanzada hacia abajo cayendo en 2 segundos es mucho mas razonable.

Fuente: Elaboración de estudiantes.

Por otro lado, un pequeño grupo de estudiantes presentan confusión para determinar si la caída libre es un movimiento a velocidad constante o acelerado; incluso algunos confunden a partir de la gráfica de altura vs tiempo, si el movimiento es rectilíneo o curvilíneo. En la Figura 4-59 se muestra la representación tanto verbal como cartesiana de la caída libre de un objeto, argumentando que este bajará a velocidad constante, ignorando el efecto de la gravedad.

Figura 4-59

Respuesta a la pregunta 1 de la prueba final (fase 4) – Estudiante 27



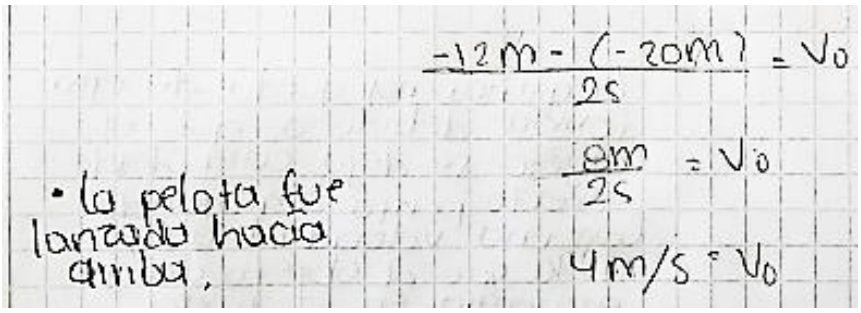
Fuente: Elaboración de estudiante.

Nivel 2: El 59% de los estudiantes se ubican en este nivel pues al igual que el grupo anterior, logran identificar conceptos asociados al movimiento vertical; pero además, hay

una clasificación de los movimientos de acuerdo al comportamiento de la altura y velocidad a lo largo del tiempo.

Figura 4-60

Respuesta a la pregunta 1 de la prueba final (fase 4) – Estudiante 23



Fuente: Elaboración de estudiante.

En la Figura 4-60 se muestra cómo la estudiante 35 (E35) usa la representación algebraica para hallar el valor de la velocidad inicial y con el signo de esta determinar si el lanzamiento es hacia arriba o hacia abajo. Esta misma estudiante, en la siguiente transcripción explica algunas condiciones para clasificar un movimiento como caída libre, pero no asocia esta ley física con el comportamiento de alguna de las variables.

E35: *Pues primeramente me fijaría en la intervención del viento debido a que el viento puede afectar al objeto, dependiendo su forma. Entonces al ubicar un objeto que no afecte el viento y un objeto que si le afecte, nos daríamos cuenta si el movimiento se aproxima o no al de caída libre.*

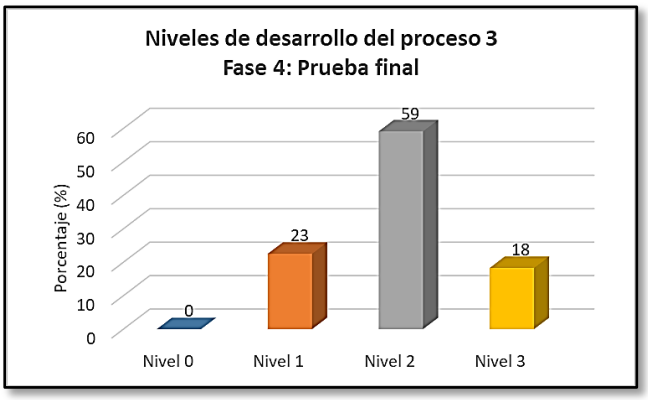
Nivel 3: Un 18% de los estudiantes logran este nivel pues además de identificar conceptos asociados al movimiento estudiado y clasificar correctamente dicho fenómeno, demuestran la capacidad de explicar el movimiento vertical asociando las leyes físicas con el comportamiento de variables como la velocidad o la altura. A continuación se muestra la transcripción de la representación verbal que el estudiante 38 (E38) realiza de un lanzamiento hacia arriba.

E38: *A partir del análisis de la gráfica podemos concluir qué: el objeto fue lanzado verticalmente a una altura de 15 m y que por efectos de la gravedad el objeto disminuye su velocidad hasta 0 a los 1 segundos y que a partir de ahí empieza a descender por caída libre hasta los 3 segundos, donde alcanza su máxima velocidad.*

Se puede concluir que los conceptos son reconocidos por la mayoría de los estudiantes, entre estos se tiene caída libre, lanzamiento, gravedad, velocidad y aceleración. Todos los estudiantes evidencian ideas que permiten diferenciar los dos tipos de lanzamiento, pero entre estas hay algunas que son aún de naturaleza únicamente intuitiva. Es necesario fortalecer la descripción de los fenómenos físicos a partir de los conceptos y el comportamiento de las variables. Por lo anterior, es evidente un desarrollo del primer subproceso, pero hace falta mayor trabajo para que la mayoría lo logre en el segundo. La Figura 4-61 muestra los niveles de desarrollo alcanzados por los estudiantes en el proceso 3. De la misma se resalta que el nivel más representativo es el número 2 y que casi una quinta parte de los estudiantes han logrado alcanzar el nivel 3.

Figura 4-61

Niveles de desarrollo del proceso 3 mostrados en la fase 4 (Prueba final)



Fuente: Elaboración propia.

4.5 Análisis del desarrollo de los procesos asociados al pensamiento físico matemático durante la intervención

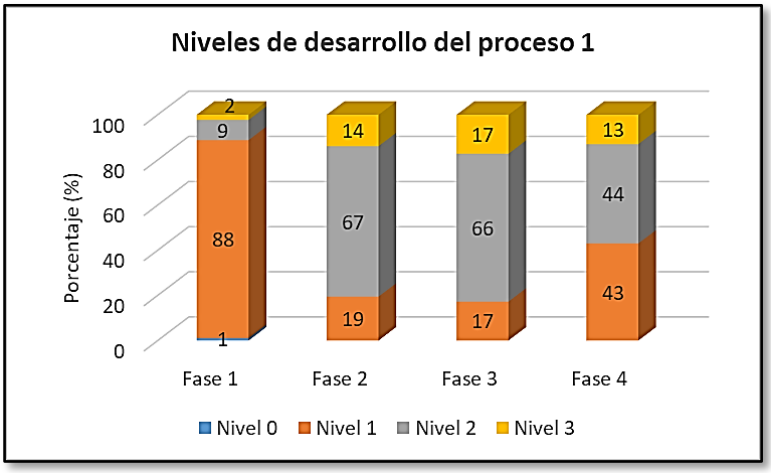
4.5.1 Desarrollo del proceso 1

El desempeño mostrado por los estudiantes en este primer proceso, tal como se muestra en la Figura 4-62, presenta variaciones importantes al inicio de la intervención. En la prueba diagnóstica se evidencia un nivel básico, en el que se logra un reconocimiento de variables como la velocidad, distancia y tiempo; pero las habilidades científicas son casi inexistentes. Lo anterior se demuestra, con el bajo porcentaje de estudiantes que alcanzan

los niveles 2 y 3, evidenciando el poco uso del método científico para la construcción del conocimiento. La hipótesis es omitida por la mayoría de los estudiantes y el diseño de experimentos es poco satisfactorio para responder los interrogantes.

Figura 4-62

Niveles de desarrollo del proceso 1 mostrados durante la intervención



Fuente: Elaboración propia.

La fase 2 de la intervención inicia con una actividad experimental, donde los estudiantes son orientados en las distintas etapas del trabajo científico. Esto permite que se empiecen a registrar avances significativos en el segundo subproceso (nótese el aumento de estudiantes que alcanzan el nivel 2 en la Figura 4-62). Lo anterior se evidencia en las primeras formulaciones de hipótesis que relacionan peso, tiempo y velocidad; y en diseños de experimentos acordes a estas, pero con fallas en su descripción y especificaciones.

Con la retroalimentación del módulo de caída libre, los estudiantes realizan un trabajo más autónomo y de mayor calidad para el módulo de lanzamiento vertical. Y aunque el trabajo experimental es virtual, los estudiantes procuran la elaboración de hipótesis acerca del comportamiento de la velocidad y de experimentos que sean coherentes con su predicción. Notándose sin embargo, algunas fallas recurrentes en la especificación de instrumentos y descripción del proceso, que no permiten un aumento significativo en la cantidad de estudiantes que logran el nivel más alto de desarrollo.

Finalmente, en la última prueba el desempeño disminuye notablemente. En la Figura 4-62 se puede evidenciar el significativo aumento de estudiantes que solo alcanzan el nivel 1 y por tanto, se limitan a identificar las variables. Este resultado se puede explicar desde tres

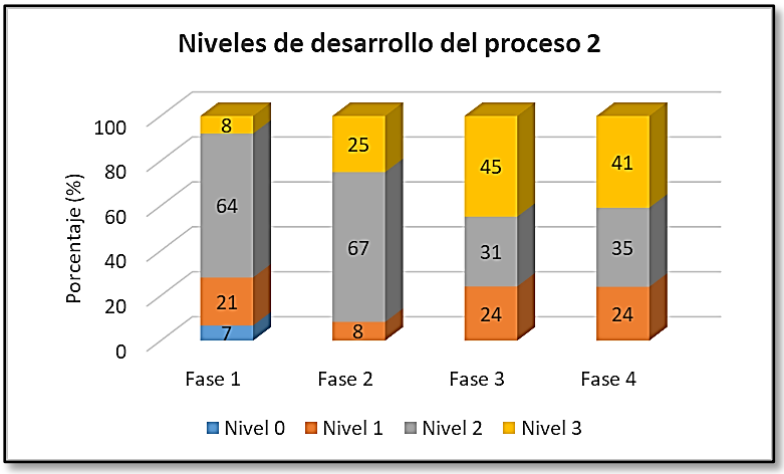
perspectivas. En primera instancia, la prueba final fue diseñada para que la pregunta 3 generara las hipótesis y diseños de experimentos que caracterizan este proceso. Sin embargo, la mayoría de estudiantes no comprendió la finalidad de la pregunta y solo dieron respuestas superficiales o indicaron los pasos a seguir en cualquier trabajo experimental. En segunda instancia, dentro de los módulos de caída libre y lanzamiento vertical, se diseñaron algunas actividades con mayor énfasis en el ámbito experimental y dentro de estas, se requería específicamente cada etapa del trabajo científico (hipótesis, diseño experimental, resultados, conclusiones). En cambio, la prueba final requería una aprehensión de estas habilidades, para que el estudiante propusiera trabajo experimental a partir de situaciones cotidianas, lo cual indica que se requiere fortalecer el proceso en este aspecto. En tercera instancia, es posible que los dos subprocesos más avanzados, sean muy complejos para medirse solamente en un examen escrito y requieren por tanto, un mayor seguimiento como el realizado en las fases 2 y 3 de la intervención.

4.5.2 Desarrollo del proceso 2

El desarrollo del segundo proceso muestra importantes avances a lo largo de toda la intervención, de manera que los estudiantes lograron cada vez mejores representaciones del movimiento rectilíneo. Los progresos más significativos se evidencian entre las fases 1 y 3 de la intervención (Figura 4-63).

Figura 4-63

Niveles de desarrollo del proceso 2 mostrados durante la intervención



Fuente: Elaboración propia.

En primer lugar, la prueba diagnóstica indicaba que la mayor parte de los estudiantes lograban mínimamente representar en uno de los registros semióticos el movimiento de los objetos. No obstante, era evidente la dificultad en el uso de variadas conversiones para resolver un problema o construir modelos predictivos. Además, registros como el pictórico o tabular, no eran incluidos entre las representaciones. Ante este diagnóstico, una de las actividades propuestas en el módulo de caída libre fue la resolución de problemas, donde los estudiantes debían construir a partir de un registro numérico variacional, la gráfica cartesiana que representaría las variables altura, velocidad y aceleración; y tratar de justificar la pertinencia de las mismas. En este mismo módulo se pidió a los estudiantes que organizaran los resultados de la actividad experimental en diferentes registros semióticos. Estas dos actividades, con sus respectivas sesiones de socialización, llevaron a los estudiantes a fortalecer la representación cartesiana y a explorar otros registros semióticos, logrando así el avance significativo en los niveles de desarrollo que se evidencia en la Figura 4-63.

En segundo lugar, la actividad de resolución de problemas propuesta en el módulo de lanzamiento vertical, permitió el fortalecimiento de los registros cartesiano y algebraico; para que con el uso de estas y otras formas de representación, se pudieran construir modelos predictivos, clasificar movimientos y solucionar problemas. Lo anterior llevó a un aumento significativo en el número de estudiantes que alcanzan el nivel 3. No obstante, algunas dificultades en el tratamiento dentro del registro algebraico y el poco uso del registro tabular, incrementaron también la cantidad de estudiantes en el nivel 1.

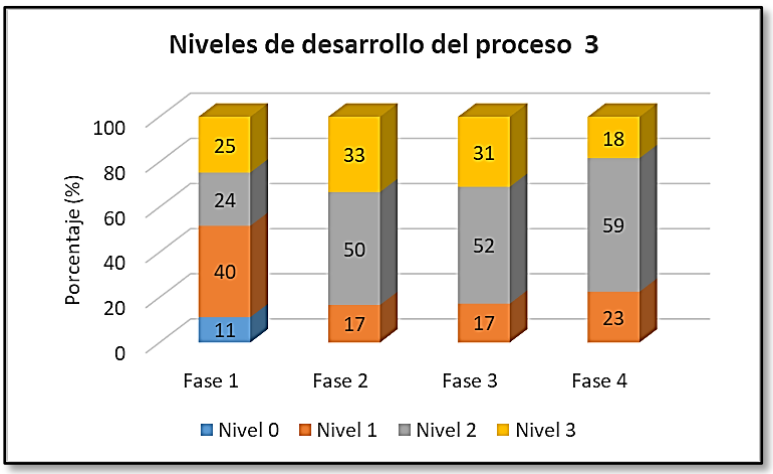
Finalmente, la actividad de formulación de problemas permitió que los estudiantes se hicieran más conscientes del tipo de registro utilizado y fortalecieran su aplicación. De manera que en la prueba final, la Figura 4-63 muestra que los niveles alcanzados se mantienen respecto a la fase anterior, a pesar de que en esta fase la modalidad haya sido individual y con menos acompañamiento del docente. Por tanto, se puede concluir que la intervención permitió fortalecer el uso de registros como el cartesiano, verbal y en menor medida el tabular y pictórico. Y aunque se han logrado mejoras en el registro algebraico, algunos estudiantes evidencian una debilidad recurrente en el tratamiento dentro del mismo.

4.5.3 Desarrollo del proceso 3

El nivel de desempeño del tercer proceso, a diferencia de los dos anteriores, es notablemente bueno al inicio de la intervención. Como se aprecia en la Figura 4-64, aproximadamente la mitad de los estudiantes son clasificados entre los niveles 2 y 3. Lo anterior, debido a que la prueba diagnóstica fue alrededor de temáticas que ya habían sido estudiadas (MRU y MRUA), de manera que la identificación de conceptos fue sencilla para la mayoría de los estudiantes y un significativo porcentaje lograba identificar cuando un movimiento era acelerado. No obstante, fue la explicación de los fenómenos a partir de conceptos y variables, el requerimiento en que fallaba un gran número de estudiantes.

Figura 4-64

Niveles de desarrollo del proceso 3 mostrados durante la intervención



Fuente: Elaboración propia.

El módulo de caída libre, se propuso como un primer conjunto de actividades que familiarizarían al estudiante con el movimiento vertical. A partir de este, se buscó que con la experimentación, se identificaran las condiciones para que un movimiento se considere caída libre. Un gran porcentaje de los estudiantes logró identificar la aceleración en este movimiento y a partir de la socialización se reconocieron otros factores, lo cual llevó a un aumento en el número de estudiantes entre los niveles 2 y 3, ver Figura 4-64. Para el módulo de lanzamiento vertical, se amplió la cantidad de movimientos analizados y se buscó que los estudiantes los diferenciaran de acuerdo al comportamiento de la velocidad. Adicionalmente, se propuso como situación problema, la identificación de los movimientos, ahí los estudiantes podían usar diferentes formas de reconocerlos. A partir de lo anterior,

se tuvo un aumento en la complejidad de las actividades, pero los estudiantes lograron mantener aproximadamente el nivel de desempeño mostrado en la fase anterior.

En la prueba final, la mayoría de estudiantes lograban reconocer la diferencia entre los tipos de lanzamiento, pero algunos, por falencias en el tratamiento algebraico prefirieron demostrarlo en forma intuitiva, lo cual los llevó a conclusiones equivocadas. Por otro lado, tal como se mencionó en el proceso 1, la confusión con la pregunta 3 impidió evidenciar ciertas habilidades. En este caso, la explicación de fenómenos como la caída libre a partir de los conceptos y del comportamiento de las variables. Además, se nota cierta dificultad para relacionar los conceptos con los cambios observados en variables como la velocidad.

En conclusión, la intervención ha permitido un reconocimiento de los conceptos propios del movimiento vertical. Además, se ha observado cómo a partir del comportamiento de las variables, la mayoría de estudiantes clasifican los movimientos y algunos de ellos los explican, asociando también los conceptos. Son necesarias sin embargo, más actividades que permitan potenciar en mayor medida el segundo subproceso, la explicación de fenómenos.

Capítulo 5. Conclusiones y recomendaciones

5.1 Conclusiones

- Las actividades donde el estudiante diseña sus propios experimentos a partir de una situación problema, han permitido potenciar significativamente el primer proceso asociado al pensamiento físico matemático. Se ha logrado que los estudiantes se apropien del método científico, formulando hipótesis y experimentos que las verifiquen. No obstante, se hace necesario seguir trabajando en la coherencia entre hipótesis y experimentos; al igual que en las especificaciones de los diseños experimentales.
- El uso de diferentes registros semióticos para la representación de resultados experimentales y la resolución de problemas, evidencia el significativo avance en el segundo proceso asociado al pensamiento físico matemático, siendo incluso el de mayor desarrollo. Registros como el algebraico, cartesiano y verbal han sido ampliamente fortalecidos; y se ha logrado familiarización con el tabular y pictórico. Es de resaltar que el tratamiento algebraico requiere una mayor profundización.
- El desempeño de los estudiantes en las actividades experimentales y de resolución de problemas, evidencia el desarrollo del tercer proceso asociado al pensamiento físico matemático. Se presentan importantes avances en la identificación de conceptos relacionados con los movimientos verticales, logrando a su vez diferenciarlos por el comportamiento de sus variables. Adicionalmente, la formulación y resolución de problemas facilita a los estudiantes relacionar el comportamiento de las variables con situaciones cotidianas. Es de agregar, que aún se requiere fortalecer la construcción de explicaciones en que se usen las variables y conceptos.
- A partir de la estrecha relación entre física y matemática, entre la formación en ciencias naturales y la educación matemática; se han formulado tres procesos asociados al pensamiento físico matemático, que orientan la metodología de enseñanza aprendizaje propuesta en este trabajo. Por tanto, las actividades de experimentación, resolución y

formulación de problemas han sido diseñadas con la finalidad de desarrollar estos procesos, a medida que se avanza en el estudio de los diferentes fenómenos físicos.

- El avance de los estudiantes a lo largo de la intervención, ha sido valorado a partir de la descripción cualitativa del desempeño mostrado en los procesos y subprocesos asociados al pensamiento físico matemático. Adicionalmente, se ha implementado una escala que permite estimar el nivel de desarrollo logrado en cada proceso. Lo anterior, permite una valoración principalmente cualitativa, pero con el apoyo de estadísticas que sintetizan los resultados obtenidos.
- El trabajo de intervención ha permitido alcanzar las metas comúnmente propuestas en la educación tradicional, identificar los conceptos, clasificar los tipos de movimiento y solucionar ejercicios algebraicos. Pero adicional a esto, se ha logrado el desarrollo de habilidades como la representación en múltiples registros, la construcción del conocimiento a partir de la experimentación y la explicación de fenómenos naturales.
- Las sesiones de socialización e institucionalización, realizadas inmediatamente después de las actividades problematizadas, han permitido al docente trabajar a partir de lo que ya han construido los estudiantes. Los resultados indican que a partir de esta metodología, se ha logrado significativos avances tanto en la adquisición de conocimientos como en el desarrollo de los procesos asociados al pensamiento físico matemático.
- La metodología virtual usada en la intervención, ha demostrado el potencial de las herramientas tecnológicas. Con el uso de reuniones virtuales, simuladores, applets de Geogebra, recursos del paquete Office y las múltiples tareas organizadas en Moodle; se ha logrado generar los espacios adecuados para la experimentación, discusión con pares y representación en múltiples registros.

5.2 Recomendaciones

El trabajo de investigación realizado ha permitido la identificación de posibles oportunidades de ampliar el alcance de la metodología propuesta, a partir de estas se plantean las siguientes recomendaciones para posteriores estudios afines:

- Los procesos asociados al pensamiento físico matemático se han construido a partir de las competencias en ciencias naturales y; de los pensamientos variacional y métrico. La integración de otros pensamientos matemáticos, permitiría el desarrollo de procesos

más detallados en lo que respecta al rol que tiene la matemática en la construcción de los conceptos y la explicación de los fenómenos físicos.

- El trabajo de intervención se ha desarrollado en torno al estudio de los movimientos verticales. Se recomienda dar continuidad a la metodología a lo largo de todo el estudio de la mecánica clásica, para evidenciar los niveles que pueden alcanzarse en los diferentes procesos asociados al pensamiento físico matemático.
- Le metodología grupal ha permitido el intercambio de ideas y trabajo colaborativo. No obstante, podría dinamizarse con la variación de los integrantes del grupo de una actividad a otra e incluir la modalidad individual donde se pueda evidenciar el avance de cada estudiante.
- Los procesos asociados al pensamiento físico matemático son transversales a los diferentes fenómenos físicos estudiados en el grado décimo. Una prueba escrita de una hora resulta insuficiente para valorar los procesos en forma integrada, se sugiere el seguimiento a lo largo de variadas actividades, en especial el proceso 1 que involucra la formulación de hipótesis, diseño y ejecución de experimentos.

Anexos

Anexo A. Cronograma de actividades

Cronograma de actividades propuestas en las cuatro fases de la secuencia didáctica.

Fase	Actividades	Número de sesiones
1	Prueba diagnóstica	1
2	**Actividad 1: Experimentación a partir de una situación problema**	
	Exploración de saberes previos, formulación de hipótesis y diseño de experimento casero.	1
	Ejecución del experimento y realización de informe.	1
	Socialización e institucionalización (Fenómeno de caída libre, representaciones algebraica y pictórica).	2
	Actividad 2: Resolución de problemas	
	Resolución del problema planteado.	1
	Socialización e institucionalización (Representaciones tabular y cartesiana).	1
3	**Actividad 1: Experimentación a partir de una situación problema**	
	Exploración de saberes previos, formulación de hipótesis y diseño de experimento virtual.	1
	Ejecución del experimento y realización de informe.	1
	Socialización e institucionalización (Tipos de lanzamiento y sus representaciones).	2

	Actividad 2: Resolución de problemas	
	Resolución del problema planteado.	1
	Socialización e institucionalización (Profundización).	1
	Actividad 3: Formulación de problemas	
	Formulación de problemas y análisis meta cognitivo.	1
	Análisis y variación de problemas de los compañeros.	1
4	Prueba final	1
Intervención total		**16**

Anexo B. Prueba diagnóstica

Universidad Nacional de Colombia – Sede Manizales
Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales
Institución Educativa Municipal Nacional
Pitalito - Huila

Prueba Diagnóstica

1. Una camioneta parte desde el reposo y avanza 100 m en 10 s.

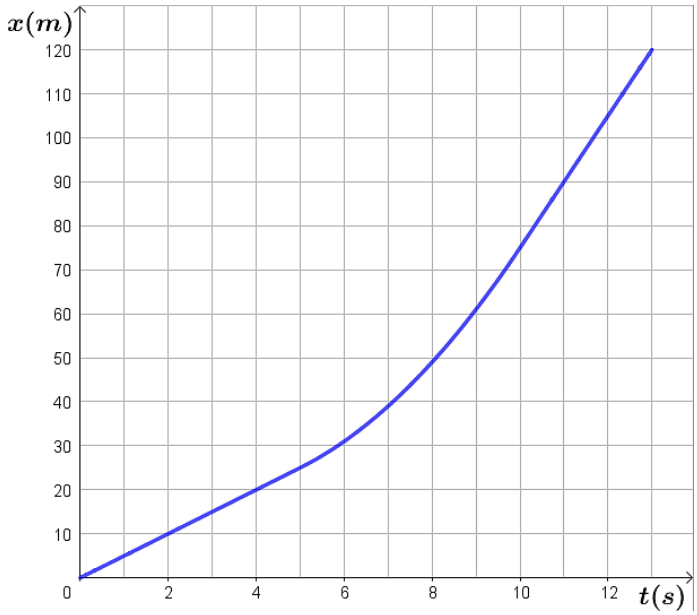
a) Represente la situación en la gráfica cartesiana posición vs tiempo.
b) Explique por qué la representación gráfica de este fenómeno tiene esta forma.

2. Un camión avanza a una velocidad de 72 km/h y al visualizar un semáforo, el conductor aplica los frenos durante 5 s. Mientras frena, el camión avanza 50 m, ¿se detendrá por completo al recorrer este trayecto?

3. Un tren recorre una vía en línea recta y tras cruzar un puente a 2 km de la estación, mantiene una velocidad constante de 90 km/h. Construya una gráfica que permita predecir la posición del tren al menos durante las siguientes 8 horas tras cruzar el puente.

4. En un laboratorio se construye un robot que puede desplazarse en forma autónoma a lo largo de un camino recto. Un grupo de estudiantes deben determinar el tipo de movimiento que describe el robot y cuentan con varios instrumentos, excepto un sensor de velocidad. Diseñe un experimento que permita determinar el tipo de movimiento del robot, incluya todos los detalles que considere pertinentes.

5. Una motocicleta recorre una pista de carreras y en un tramo totalmente recto, describe el movimiento que se representa a continuación.



a) Describa detalladamente el movimiento de la motocicleta, especificando el tipo o los tipos de movimiento involucrados.

b) Construya una gráfica de velocidad vs tiempo.

Anexo C. Módulo de caída libre – Actividad 1 (diseño experimental)

Universidad Nacional de Colombia – Sede Manizales
Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales
Institución Educativa Municipal Nacional
Pitalito - Huila

MÓDULO DE CAÍDA LIBRE

Actividad 1 – Diseño experimental

1. **Formulación de hipótesis a partir de los conocimientos previos**
   Mariana tiene una canica y una roca que apenas logra sostener con su mano debido a su peso. Desde la ventana de un tercer piso deja caer en forma simultánea ambos objetos al suelo, mientras su amigo Daniel observa desde el suelo la caída. ¿Cuál objeto observará Daniel caer al suelo con mayor velocidad? Justifique su respuesta a partir de sus conocimientos previos.

2. **Diseño experimental**
   a) En grupos de 3 estudiantes socialicen las hipótesis formuladas en el punto 1.
   b) Construyan una hipótesis a partir del análisis grupal.
   c) Diseñen un experimento casero que permita comprobar su hipótesis. El diseño debe tener los siguientes aspectos:
      - Hipótesis a ser probada.
      - Metodología.
      - Recursos materiales y equipo.

3. **Experimentación e informe de laboratorio**

a) Uno de los integrantes del grupo llevará a cabo la práctica experimental diseñada en el punto 2 (no es necesario que se reúnan presencialmente). Quien la realice deberá asegurarse de seguir los pasos y recomendaciones dadas en el diseño.

b) En grupo construirán un informe de laboratorio con los siguientes elementos:

- Objetivo.
- Hipótesis.
- Recursos materiales y equipo.
- Metodología. Incluir fotografías del montaje experimental.
- Resultados (usar representaciones como esquemas, gráficas, tablas), a partir de estos resultados.
- Conclusiones.

Anexo D. Módulo de caída libre – Actividad 2 (resolución de problemas)

Universidad Nacional de Colombia – Sede Manizales
Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales
Institución Educativa Municipal Nacional
Pitalito - Huila

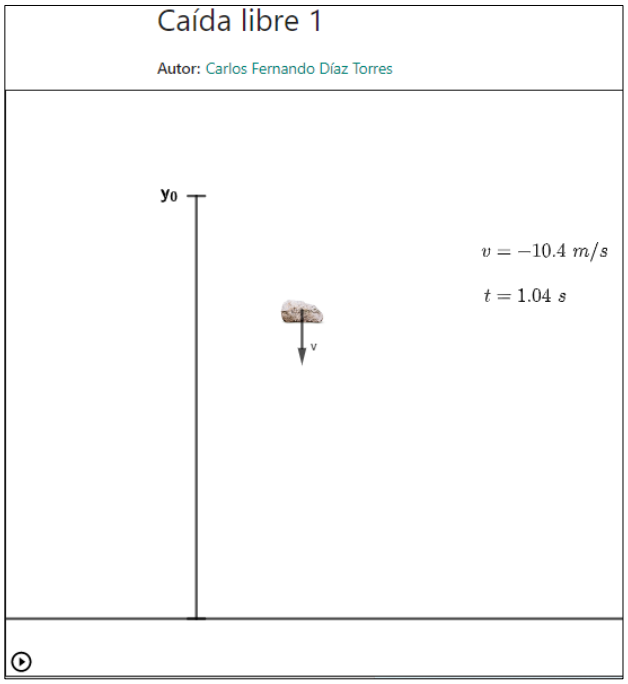
MÓDULO DE CAÍDA LIBRE

Actividad 2 – Resolución de problemas

Problema:

El applet de Geogebra representa un objeto que se deja caer desde una altura y_0, adicionalmente muestra los valores que toma la velocidad a lo largo del tiempo. Construya las gráficas de posición vs tiempo, velocidad vs tiempo y aceleración vs tiempo, tratando de modelar lo más exacto posible el movimiento presentado. Además, explique en cada gráfica, porqué deben tener esta forma (línea recta, parábola, etc.).

Applet: https://www.geogebra.org/m/hwtgdszb



Resuelvan el problema indicando paso a paso los cálculos, representaciones o razonamientos usados. Tengan en cuenta que un problema puede tener múltiples soluciones.

Anexo E. Módulo de lanzamiento vertical – Actividad 1 (diseño experimental)

Universidad Nacional de Colombia – Sede Manizales
Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales
Institución Educativa Municipal Nacional
Pitalito - Huila

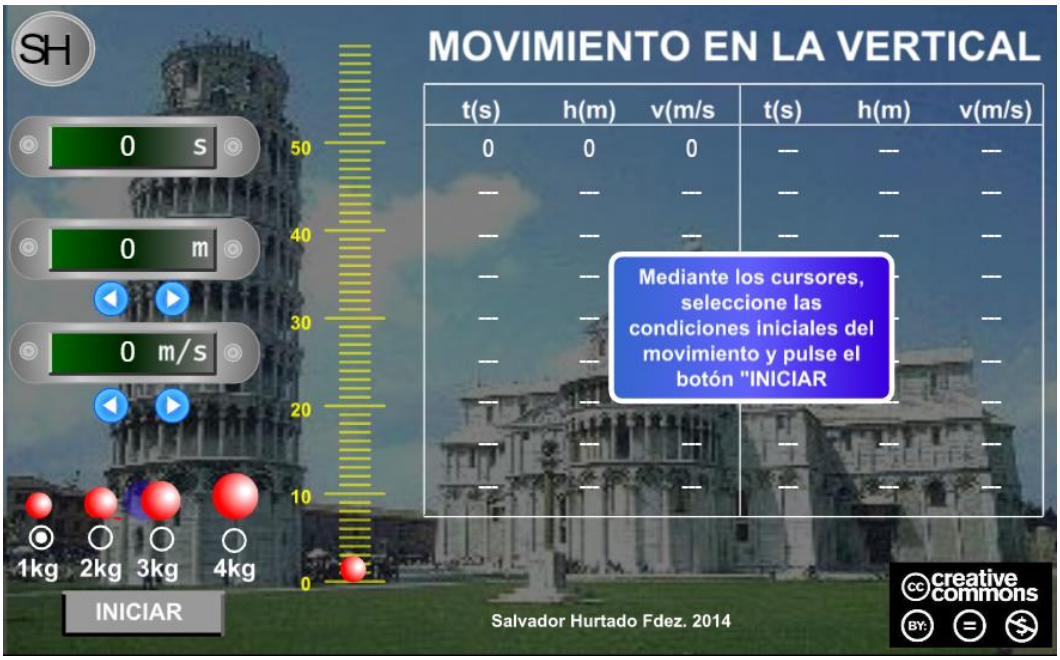
MÓDULO DE LANZAMIENTO VERTICAL

Actividad 1 – Diseño experimental

1. **Formulación de hipótesis a partir de los conocimientos previos**
   ¿Cuál es la diferencia en el comportamiento de la velocidad cuando un objeto se lanza hacia arriba que cuando se lanza hacia abajo?

2. **Diseño experimental**
   a) En grupos de 3 estudiantes socialicen las hipótesis formuladas en el punto 1.
   b) Construyan una hipótesis a partir del análisis grupal.
   c) Diseñen un experimento en el siguiente simulador que permita comprobar su hipótesis.

   https://labovirtual.blogspot.com/search/label/Movimiento%20en%20la%20vertical



El diseño debe tener los siguientes aspectos:

- Hipótesis a ser probada.
- Metodología.
- Recursos materiales y equipo (virtuales y físicos).

3. **Experimentación e informe de laboratorio**

a) Realizar el experimento.

b) En grupo construirán un informe de laboratorio con los siguientes elementos:

- Objetivo.
- Hipótesis.
- Recursos materiales y equipo (virtuales y físicos).
- Metodología. Incluir al menos dos capturas del proceso.
- Resultados (usar representaciones como esquemas, gráficas, tablas), a partir de estos resultados.
- Conclusiones.

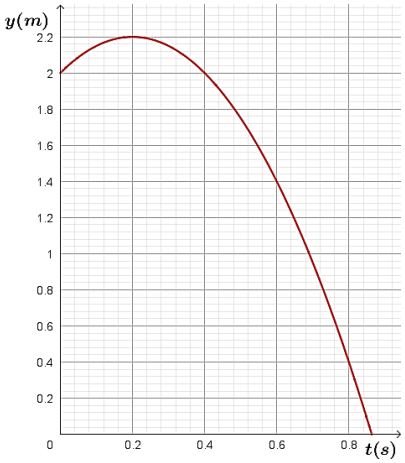
Anexo F. Módulo de lanzamiento vertical – Actividad 2 (resolución de problemas)

Universidad Nacional de Colombia – Sede Manizales
Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales
Institución Educativa Municipal Nacional
Pitalito - Huila

MÓDULO 2 – LANZAMIENTO VERTICAL

Actividad 2 – Resolución de problemas

Problema 1

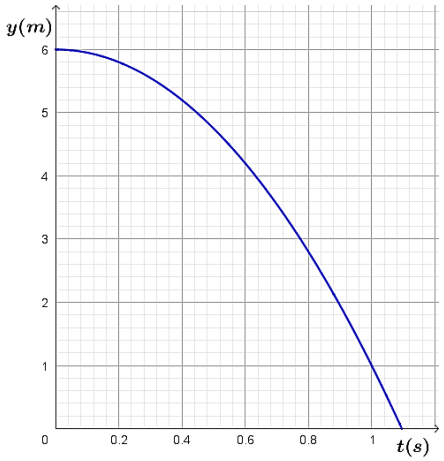


Esta gráfica es la representación de la altura vs tiempo, a partir de esta:

a) Invente una situación en que pueda describir el movimiento de un cuerpo según lo mostrado en la gráfica.
b) Construya una gráfica que permita predecir la velocidad del objeto en cualquier instante.

Problema 2

La siguiente gráfica describe el movimiento de una canica hasta llegar al suelo, ¿la canica se dejó caer o se lanzó hacia abajo? Justifique muy bien su respuesta.



Anexo G. Módulo de lanzamiento vertical – Actividad 3 (formulación de problemas)

Universidad Nacional de Colombia – Sede Manizales
Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales
Institución Educativa Municipal Nacional
Pitalito - Huila

MÓDULO 2 – LANZAMIENTO VERTICAL

Actividad 3 – Formulación de problemas

Parte 1

A partir de situaciones comunes en su entorno, diseñen un problema que requiera el uso del modelo de caída libre y lanzamiento vertical para su solución. Tengan en cuenta que un problema es una situación en que se le presenta al individuo un punto de partida y un punto de llegada, pero al principio no está definida la forma de llegar de un punto al otro. Además, un problema puede tener múltiples formas de solución.

Como parte del diseño, deben diligenciar esta tabla que especifica las partes que componen el problema.

Información	
Requerimiento	
Contexto	
Habilidades necesarias	

Finalmente, resuelvan el problema de la forma que ustedes consideren más adecuada. Recuerden incluir todos los procedimientos y análisis realizados.

Parte 2

a) Revisen el problema diseñado por sus compañeros, evalúen si las partes del problema han sido correctamente definidas y si el proceso de solución es el más adecuado, justifiquen su valoración. Además, indiquen si podría haber más formas de solucionarlo.
b) Modifiquen el problema en una de las cuatro partes que lo componen, el docente les indicará cuál parte deben modificar. A este nuevo problema también deben darle solución.

Anexo H. Prueba final

Universidad Nacional de Colombia – Sede Manizales
Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales
Institución Educativa Municipal Nacional
Pitalito - Huila

Prueba Final

1. Desde un helicóptero se deja caer un paquete, el cual alcanza una velocidad máxima de 40 m/s.

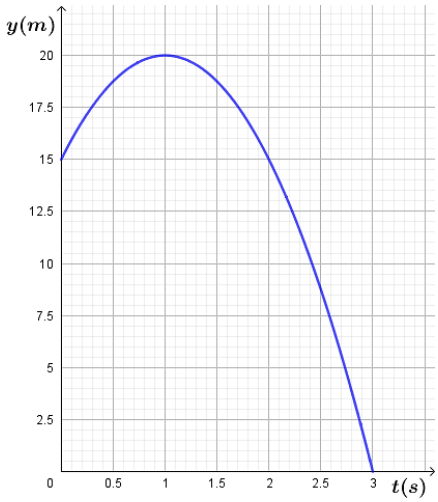
a) ¿A qué altura se encontraba el helicóptero?

b) Construya una gráfica de altura vs tiempo que permita predecir la altura del paquete en cualquier instante. Explique por qué la gráfica debe tener esta forma.

2. Desde una ventana de 12 m de altura, Camila lanza una pelota verticalmente. Si la pelota tarda 2 s en llegar al suelo, ¿la pelota fue lanzada hacia arriba o hacia abajo?

3. Un grupo de investigadores desea determinar si al dejar caer un objeto en particular, este se aproxima al modelo de caída libre. Suponiendo que usted fuese uno de los investigadores, explique <u>detalladamente</u> el procedimiento científico que llevaría a cabo para determinar si el objeto se aproxima o no al modelo de caída libre.

4. En un estudio de física mecánica a campo abierto, se hacen pruebas con el movimiento vertical de una esfera metálica de 300 g. Un sensor de movimiento permite registrar las diferentes alturas a lo largo del tiempo en la siguiente gráfica.



a) Describa brevemente el movimiento de la esfera.

b) Determine la máxima velocidad que alcanza la esfera.

Bibliografía

Alarcón Rodríguez, M. (2012). *Estudio del fenómeno de la caída de los objetos desde la perspectiva de los sistemas dinámicos: una propuesta para el desarrollo de competencias científicas* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio Institucional Universidad Nacional de Colombia. https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/11574

Aragón, P. A., Marín, y Santamaría, C. (2010, 13 al 15 de septiembre). Competencias Básicas. El pensamiento físico-matemático como un objeto de estudio de la didáctica de la física. *Congreso Iberoamericano de Educación Metas 2021*. Buenos Aires. https://www.chubut.edu.ar/descargas/secundaria/congreso/COMPETENCIASBASICAS/RLE3162_Aragon.pdf

Cardona Zapata, M., Arias Gil, V., López Rios, S. y Mesa Flórez, M. (2020). Posibilidades de recursos educativos para la implementación de sistemas de adquisición de datos en el trabajo experimental en física. *Revista de Enseñanza de la Física*, *32*, n° extra, 53–61. https://revistas.unc.edu.ar/index.php/revistaEF/article/view/30966

Collazos Paiva, Y. A, (2019). *Estrategia didáctica para la enseñanza de las ciencias naturales apoyada en el método aprendizaje basado en problemas a estudiantes del grado sexto de educación básica secundaria de la Institución Educativa Municipal Villa Fátima del municipio de Pitalito, Huila* [Tesis de maestría, Universidad Metropolitana de Educación, Ciencia y Tecnología].

Colombano, V., Formica, A. y Camós, C. (2012). Enfoque cognitivista. En M. D. Pochulu y M. A. Rodríguez (comps.). *Educación Matemática Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos* (pp. 115–152). Editorial Universitaria de Villa María. https://ediciones.ungs.edu.ar/wp-content/uploads/2019/03/9789876301169-completo.pdf

De Zubiría Samper, J. (2013). El maestro y los desafíos a la educación en el siglo XXI. *Red*

Iberoamericana de Pedagogía REDIPE, *825*, 6–17. https://gladyseduca.files.wordpress.com/2018/12/el-desafc3ado-del-maestro-de-hoy.pdf

Du Sautoy, M. (2018, 12 de agosto). Los matemáticos que ayudaron a Einstein y sin los cuales la teoría de la relatividad no funcionaría. *Serie de la BBC "Breve historia de Matemáticas"*. *BBC NEWS*. https://www.bbc.com/mundo/noticias-45138739

Gamboa Sulvara, J. G. (2014). *Propuesta didáctica basada en resolución de problemas para la enseñanza-aprendizaje de la cinemática y dinámica dirigida a estudiantes de grado décimo del colegio Tibabuyes Universal* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio Institucional Universidad Nacional de Colombia. https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/51989

Gingras, Y. (2001). What did did mathematics do to physics? *History of Science*, *39*(4), 383–416. https://philpapers.org/rec/GINWDM

Gómez-Coronado, K. T. (2020). *Diseño de actividades de aprendizaje orientadas al desarrollo del pensamiento variacional en el contexto de las funciones y ecuaciones trigonométricas haciendo uso de la GD* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio Institucional Universidad Nacional de Colombia. https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/78869

Guerra Alzate, J. S. (2019). *Estrategia didáctica para el desarrollo de pensamiento matemático desde la cinemática experimental* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio Institucional Universidad Nacional de Colombia. https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/77229

Gutierrez Muñoz, J. (2008). La física. Breve apunte histórico. *Revista de Comunicación Vivat Academia*, Año XI, n° 92, 1–56. https://doi.org/10.15178/va.2008.92

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., y Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la Investigación* (6a. ed.). McGraw-Hill. http://observatorio.epacartagena.gov.co/wp-content/uploads/2017/08/metodologia-de-la-investigacion-sexta-edicion.compressed.pdf

Hestenes, D. (1987). Toward a modeling theory of physics instruction. *American Journal of Physics*, *55*(5), 440–454. https://doi.org/10.1119/1.15129

Hestenes, D. (1996, august). Modeling methodology for physics teachers [Paper presented at The chaging role of physics departments in modern universities]. *International Conference on Undergraduate Physics Education*, *399*, 935–958.

https://www.phystec.org/items/detail.cfm?ID=2688

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación ICFES. (2013). *Alineación del examen SABER 11*. https://www.icfes.gov.co/documents/20143/193784/Alineacion%20examen%20Saber%2011.pdf

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES). (2019). *Marco de referencia de la prueba de ciencias naturales Saber 11.°*. Dirección de Evaluación, Icfes. https://www.icfes.gov.co/documents/20143/1500084/Marco+de+referencia+ciencias+naturales+saber+11.pdf/1713a30f-87e5-e944-b8bc-07645b9a9a4e

Isoda, M. y Olfos, R. (2009). *El enfoque de resolución de problemas en la enseñanza de la matemática a partir del estudio de clases*. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. Ediciones Universitarias de Valparaíso. http://math-info.criced.tsukuba.ac.jp/upload/ProblemSolvingIsodaOlfos.pdf

Karam, R. y Pietracola, M. (2009). Habilidades Técnicas Versus Habilidades Estruturantes: Resolução de Problemas e o Papel da Matemática como Estruturante do Pensamento Físico. *ALEXANDRIA: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, *2*(2), 181–205. https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37960

Leigh, G. (2004). *Developing multi-representational problem solving skills in large, mixed-ability physics classes* [Tesis de maestría, University of Cape Town]. Repository Open UCT. http://hdl.handle.net/11427/6533

López Simó, V., Couso Lagarón, L., Simarro Rodríguez, C., Garrido Espeja, A., Grimalt Álvaro, C., Hernández Rodríguez, M. I. y Pintó Casulleras, R. (2017, 5-8 septiembre). El papel de las TIC en la enseñana de las ciencias en secundaria desde la perspectiva. X Congreso Internacional sobre Investigación en Didáctica de las Ciencias. Sevilla. *Enseñanza de las Ciencias: revista de investigación y experiancias didácticas*, *Vol. Extraordinario*, (n° extra), 691–698. https://raco.cat/index.php/Ensenanza/issue/view/25743

Malaspina Jurado, U. (2017). La creación de problemas como medio para potenciar la articulación de competencias y conocimientos del profesor de matemáticas. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (eds.). *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*, 1–14. http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html

Malaspina Jurado, U., y Vallejo Vargas, E. (2014). Creación de problemas en la docencia y la investigación. En U. Malaspina Jurado (ed.) *Reflexiones y Propuestas en Educación Matemática*, (pp. 7–54). Instituto de Investigación sobre la Enseñanza de las Matemáticas. PUCP. Editorial Moshera S. R. L. https://irem.pucp.edu.pe/wp-content/uploads/2015/07/Reflexiones-y-Propuestas-en-Educaci%C3%B3n-Matem%C3%A1tica_IREM.pdf

Maries, A. (2014).*Role of multiple representations in physics problem solving* [Tesis doctoral, University of Pittsburgh]. Institutional Repository at the University of Pittsbourg. http://d-scholarship.pitt.edu/id/eprint/20000

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1998a). *Lineamientos Curriculares. Ciencias Naturales y Educación Ambiental*. Lineamientos Curriculares - ..::Ministerio de Educación Nacional de Colombia::.. (mineducacion.gov.co)

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1998b). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. En *Editorial Magisterio*. Lineamientos Curriculares - ..::Ministerio de Educación Nacional de Colombia::.. (mineducacion.gov.co)

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2006a). Estándares Básicos de Competencias en Ciencias Sociales y Ciencias Naturales. La formación en ciencias ¡el desafío! En Ministerio de Educación nacional (ed.), *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden* (pp. 96-147). Imprenta Nacional de Colombia. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2006b). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Potenciar el pensamiento matemático: ¡Un reto escolar¡ En Ministerio de Educación nacional (ed.), *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden* (pp. 46-95). Imprenta Nacional de Colombia. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje. Ciencias Naturales Vol. 1*. Panamericana, Formas e Impresos S.A. Derechos básicos de aprendizaje | Colombia Aprende

Muñoz León, J. J. (2015). *Enseñanza basada en resolución de problemas: distancia entre conocimiento teórico y saber común* [Tesis doctoral, Universitat Autònoma de

Barcelona]. Dipòsit digital de documents de la UAB. http://hdl.handle.net/10803/313459

Popper, K. (2001). *All life is problem solving* (P. Camiller,Trad.). (First published 1999). Routledge. http://www.blc.arizona.edu/courses/schaffer/249/Darwin%20and%20Philosophers/Popper%20-%20The%20Logic%20and%20Evolution%20of%20Scientific%20Theory.pdf

Redish, E. F. (2006). Problem Solving and the Use of Math in Physics Courses [conferencia]. *World View on Physics Education in 2005: Focusing on Change* Dlehi, 21-26 de agosto de 2005. 1–10. http://arxiv.org/abs/physics/0608268

Rentería Rodríguez, E. (2009). *Los trabajos prácticos fundamentados en el proceso de modelización y orientados a la resolución de problemas* [Tesis de maestría, Universidad de Antioquia. Repositorio Institucional Universidad de Antioquia. http://hdl.handle.net/10495/7158

Rivadulla. A. (2005). Theorical Explanations in Mathematical Physics. En G. Boniolo, P. Budinich y M. Trobok (eds.), *The Role of Mathematics in Physical Sciences* (pp. 161-178). Springer.

Rodríguez, M. A. (2012). Resolución de problemas. En M. D. Pochulu y M. A. Rodríguez (Comps.). *Educación Matemática Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos* (pp. 153–174). Editorial Universitaria de Villa María. https://ediciones.ungs.edu.ar/wp-content/uploads/2019/03/9789876301169-completo.pdf

Romero-Cacón, Á. E., Aguilar Mosquera, Y. y Mejía Aristizábal, L. S. (2017). Naturaleza de las ciencias y formación de profesores. El caso de la experimentación. En Á. E. Romero-Chacón (ed. académico). *La experimentación en la clase de ciencias: Aportes a una enseñanza de las ciencias contextualizada con reflexiones metacientíficas* (pp. 1–13). Editorial Universidad de3 Antioquia. http://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/7034/1/RomeroAngel_2017_ExperimentacionClaseCiencias.pdf

Salinas Díaz, A. A. (2013). *La experimentación como didáctica en la enseñanza de la física* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio Imstitucional Universidad Nacional de Colombia. https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/21700

Sandoval Cáceres, I. T. y Moreno Armella, L. E. (2012). Tecnología digital y cognición

matemática: Retos para la educación. *Horizontes Pedagógicos*, *14*(1), 21-29. https://horizontespedagogicos.ibero.edu.co/article/view/109

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. En Grows D.A. (ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). Macmillan. https://www.researchgate.net/publication/289963462_Learning_to_think_mathematically_Problem_solving_metacognition_and_sense_making_in_mathematics

Tuminaro, J. y Redish, E. F. (2005). *Students' Use of Mathematics in the Context of Physics Problem Solving: A Cognitive Model*. Department of Physics, University of Maryland. https://www.semanticscholar.org/paper/Students-%E2%80%99-Use-of-Mathematics-in-the-Context-of-%3A-A-Tuminaro-Redish/da5eccb838885d04b9df780ede123f3be48bb76e

Uhden, O., Karam, R., Pietracola, M. y Pospiech, G. (2012). Modelling Mathematical Reasoning in Physics Education. *Science & Education*, *21*, 485–506. https://doi.org/10.1007/s11191-011-9396-6

Vizcaino Arévalo, D. F., y Terrazzan, E. A. (2015). Diferencias trascendentales entre matematización de la física y matematización para la enseñanza de la física. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, *1*(38), 95–111. https://doi.org/10.17227/01213814.38ted95.111

Windschitl, M. y Andre, T. (1998). Using computer simulations to enhance conceptual change: The roles of constructivist instruction and student epistemological beliefs. *Journal of Research in Science Teaching*, *35* (2), 145-160. https://doi.org/10.1002/(SICI)1098-2736(199802)35:2<145::AID-TEA5>3.0.CO;2-S