UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA LA CLASIFICACIÓN DE TRIÁNGULOS Y CUADRILÁTEROS ORIENTADA POR EL MODELO VAN HIELE Y GEOGEBRA

Nadia Vanessa Ramírez Gutiérrez

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Maestría Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Medellín, Colombia

2014

ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA LACLASIFICACIÓN DE TRIÁNGULOS Y CUADRILÁTEROS ORIENTADA POR EL MODELO VAN HIELE Y GEOGEBRA

Nadia Vanessa Ramírez Gutiérrez

Trabajo de investigación presentado como requisito parcial para optar al título de:

Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales.

Director:

Magister Wilson Alonso Piedrahita Restrepo

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Maestría Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Medellín, Colombia

2014

A Dios, a María, a mi madre y a mis hermanos por su presencia incondicional.

Agradecimientos

A mi asesor Wilson Piedrahita por compartir sus conocimientos, experiencias y ser partícipe de mi aprendizaje, a mis compañeros del taller de línea en Didáctica de las Ciencias y las Matemáticas, por sus aportes significativos.

Resumen

En la presente investigación, se pretende caracterizar avances en el proceso cognitivo de visualización en estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Pedro Luis Villa de la ciudad de Medellín, mediante la clasificación de triángulos y cuadriláteros según sus propiedades, utilizando una estrategia didáctica orientada por el modelo de Van Hiele y por el uso de Geogebra; investigación que será de tipo cualitativo evidenciada en un Estudio de Casos.

Palabras claves:

Proceso cognitivo de visualización, triángulos y cuadriláteros, Van Hiele, Geogebra.

Abstract

In the present researching we intend to characterize progress in the cognitive process of visualization in the students of the seventh grade of the Institución Educativa Pedro Luis Villa of Medellín City, trough the classification of triangles and quadrilaterals according their properties using a didactic strategy orientated by Van Hiele`s model and the use of Geogebra; investigation that will be of qualitative type demonstrated in a study of cases.

Keywords:

Cognitive process of visualization, triangles and quadrilaterals , Van Hiele, Geogebra.

Tabla de contenido

Resumen VI
Abstract VII

1. Introducción 13
2. Objetivos 17
3. Marco Teórico 18
3.1 Educación matemática 18
3.2 Historia de la geometría 21
3.3 Desarrollo de pensamiento geométrico 23
3.4 Procesos cognitivos 24
3.5 Habilidades de visualización 26
3.6 Modelo de razonamiento van Hiele 28
3.6.1 Niveles de razonamiento 28
3.6.2 Fases para el aprendizaje 30
3.7 Pensamiento geométrico y tecnologías computacionales 32
3.8 Software Geogebra 37
4. Estado del arte 40
5. Diseño metodológico 45
5.1 Población y muestra 45
5.2 Estudio de caso como técnica de investigación 47
5.3 Elementos del diseño 48
5.4 Descriptores de nivel 53
5.4.1 Nivel 1: Reconocimiento 53
5.4.2 Nivel 2:Análisis 54
5.5 Intervención didáctica 55
6. Análisis 62
6.1 Prueba diagnóstica 62

6.2 Análisis grupo experimental 64
6.2.1 Análisis habilidades de visualización 65
6.2.1.1 Interpretación articulada resultados obtenidos 98
6.2.2 Análisis Van hiele 101
7. Conclusiones 114
8. Limitaciones de la investigación 119
9. Recomendaciones 120
10. Bibliografía 121

Lista de gráficas

Gráfica 3.1 Ruta exploración investigación 39

Gráfica 5.1 Aplicación prueba diagnóstica 56

Gráfica 5.2 Actividad 1 57

Gráfica 5.3 Actividad 2 58

Gráfica 5.4 Actividad 3 59

Gráfica 5.5 Actividad 3 59

Gráfica 5.6 Actividad 4 60

Gráfica 5.7 Fase expliciatación 60

Gráfica 5.8 Ruta exploración diseño metodológico 61

Gráfica 6.1 Resultados prueba diagnóstica referente conceptual ángulos 62

Gráfica 6.2 Resultados prueba diagnóstica referente conceptual paralelismo y perpendicularidad.....63

Gráfica 6.3 Avance visualización.....111

Gráfica 6.4 Habilidades grupo experimental.....113

Gráfica 7.1 Resultado IRS prueba diagnóstica.....114

Gráfica 7.2 Resultado IRS dada la intervención 115

Gráfica 7.3 Resultado PV prueba diagnóstica 116

Gráfica 7.4 Resultado PV dada la intervención.....116

Lista de tablas

Tabla 5.1 Subprocesos y habilidades 50

Tabla 6. 1 Análisis resultados Emilia 65

Tabla 6.2. Análisis resultados Amalia 72

Tabla 6.3 Análisis resultados María 79

Tabla 6.4 Análisis resultados Juan 87

Tabla 6.5 Análisis resultados Sakura 97

Tabla 6.6 Análisis resultados Van Hiele Emilia 101

Tabla 6.7 Análisis resultados Van Hiele Amalia 102

Tabla 6.8 Análisis resultados Van Hiele María 102

Tabla 6.9 Análisis resultados Van Hiele Juan 103

Tabla 6.10 Análisis resultados Van Hiele Sákura 104

Tabla 6.11 Caracterización avances visualización 106

Lista de anexos

Anexo A: Prueba diagnóstica I 126

Anexo B: Prueba diagnóstica II 129

Anexo C: Actividad 1 133

Anexo D: Actividad 2 139

Anexo E: Actividad 2B 144

Anexo F: Actividad 3 147

Anexo G: Actividad 3 155

Anexo H: Actividad 4 158

1. Introducción

Desde el MEN (2004), se plantea que: el conocimiento geométrico, es un componente matemático que aporta a la formación de un estudiante. Es una herramienta que permite describir el espacio e interactuar con él, y es considerado como una disciplina científica que descansa sobre importantes procesos de formación como el rigor la abstracción y la generalidad. La enseñanza de esta disciplina ha llevado a la construcción de modelos matemáticos, estrategias didácticas entre otros elementos que describen como se llega a los procesos de formación mencionados anteriormente. Piedrahita (2009) explica:

> *El Modelo de Razonamiento Van Hiele, describe cómo se lleva a cabo el desarrollo del razonamiento geométrico y como se les puede acompañar para que avancen de un nivel a otro. El Modelo divide el conocimiento en cinco niveles de razonamiento en cada uno de los cuales se plantean diferentes fases de aprendizaje de contenidos y habilidades que permiten a los estudiantes pasar de un nivel de pensamiento a otro más avanzado.*

En los Estándares Básicos de Matemáticas, propuestos por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia MEN (2003), se establece dentro del pensamiento espacial y sistemas geométricos, que un estudiante del grado séptimo de educación básica debe clasificar polígonos en relación con sus propiedades. De acuerdo a su madurez evolutiva y desde la mirada el Modelo de Razonamiento de los esposos Van Hiele, un estudiante de este grado puede estar trasegando en el nivel dos de análisis, donde establece interrelaciones entre las figuras y las identifica de acuerdo a sus propiedades.

La observación, a partir de la interacción inicial con estudiantes de este grado, en la Institución Educativa Pedro Luis Villa, mostró que, sus definiciones frente a un polígono estaban ligadas al trabajo con material concreto y a sus ideas previas. La clasificación estuvo limitada a la cantidad de lados, poniendo de manifiesto las dificultades para la comprensión de conceptos y la apropiación de propiedades y atributos de las figuras.

Surgen interrogantes que llevan a considerar que este escenario al igual que otros, requieren de intervenciones acordes a las necesidades de los estudiantes, estrategias didácticas fundamentadas al desarrollo del pensamiento geométrico, a los fines de la educación matemática y a los cambios en las prácticas educativas que ha venido impulsando los avances de la tecnología.

El modelo de razonamiento Van Hiele, gracias a su carácter secuencial y didáctico, ha sido transversal en el momento de diseñar estrategias por el docente para el desarrollo del pensamiento geométrico, las experiencias de enseñanza basadas en él, han permitido progreso por parte de los estudiantes en el campo de la geometría.

La geometría involucra tres procesos cognitivos, visualización, construcción y razonamiento que, aunque se desarrollan separadamente, su articulación confiere comprensión para la resolución de situaciones geométricas. Razón por la cual se hace necesario diseñar estrategias que privilegien las diferentes maneras de aprender a la luz de los tres procesos cognitivos antes mencionados. Particularizando en el proceso cognitivo de Visualización, se rescata entre otros elementos, las habilidades de visualización y los subprocesos. Dichos elementos proporcionan a través de su descripción las acciones que manifiestan los estudiantes que van presentando avances en dicho proceso al momento de interactuar con una situación apoyada en geometría.

Los programas de geometría dinámica, favorecen la integración de procesos de visualización, la posibilidad de estudiar objetos y propiedades geométricas, gracias a su capacidad de arrastre y animación de las figuras. Entre los diferentes software de geometría dinámica, se rescata Geogebra por su gratuidad, su fácil acceso y porque proporciona los principios básicos para reconocer las invariantes de una construcción y la animación de esta.

Ante estos planteamientos surge la pregunta:

¿Qué avances en el proceso cognitivo de Visualización, se identifican en los estudiantes del grado séptimo de la I. E. Pedro Luis Villa, a partir de la clasificación de Triángulos y Cuadriláteros, utilizando una estrategia didáctica orientada por el modelo de Van Hiele y el software Geogebra?

Para resolver esta pregunta, el presente documento refleja los métodos y los resultados de una investigación que se desarrolló en la I E Pedro Luis Villa, en un estudio de casos, con estudiantes de grado séptimo de educación básica. Se apoyó en referentes rectores como los Lineamientos Curriculares de Matemáticas y los Estándares Básicos de Calidad y Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales del Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN), el Modelo de Razonamiento según Van Hiele y el Proceso Cognitivo de Visualización. Busca aportar a la didáctica de las matemáticas una herramienta que de la posibilidad de conocer los avances de los estudiantes en el desarrollo del pensamiento geométrico a la luz del proceso cognitivo de Visualización y el nivel de razonamiento de los estudiantes.

2.Objetivos

2.1 Objetivo General

- Caracterizar avances en el proceso cognitivo de visualización en estudiantes del grado séptimo mediante la clasificación de triángulos y cuadriláteros, según sus propiedades, utilizando una estrategia didáctica orientada por el modelo de Van Hiele y el uso de Geogebra..

2.2 Objetivos específicos:

- Diseñar e implementar una estrategia didáctica orientada por el modelo de razonamiento Van Hiele apoyada en el software Geogebra.

- Caracterizar elementos propios del proceso cognitivo de visualización en la clasificación de triángulos y cuadriláteros.

3. Marco teórico

Los referentes teóricos representan un elemento fundamental en el desarrollo de una investigación, en la medida que soportan la construcción de instrumentos de análisis y son el insumo para la interpretación del trabajo de campo y los resultados. En este apartado se dará a conocer cuáles son los fundamentos teóricos que soportaron el desarrollo de la investigación.

3.1 Educación Matemática

La educación matemática, entendida desde su significado, está relacionada con el aprendizaje, la práctica, y la enseñanza de las matemáticas; desde un componente cultural y social, está involucrada con actividades humanas en la medida que es una disciplina cambiante, que busca ser llevada a la escuela, apoyada en investigaciones y posturas filosóficas, promoviendo la adopción de metodologías que se puedan adaptar a una comunidad con características específicas, con el fin de que los estudiantes le den un significado propio a los referentes conceptuales y puedan utilizarlos en su formación.

El MEN, en su documento lineamientos curriculares de matemáticas ha expuesto, desde el resultado de una encuesta, que el conocimiento matemático es considerado por algunos como el conocimiento cotidiano que tiene que ver con los números y las operaciones, reflejado en el desarrollo de las habilidades y destrezas para resolver situaciones de la vida práctica haciendo uso de procedimientos y algoritmos y por otros, como el conocimiento matemático elemental que resulta de abordar superficialmente algunos elementos mínimos de la matemática disciplinar. (MEN , 1998)

MEN (2003) plantea: La historia muestra que el conocimiento matemático escolar proviene de diferentes posturas expuestas por filósofos, matemáticos y educadores matemáticos. Entre ellas se resaltan: el platonismo, el intuicionismo, el logicismo, el formalismo y el constructivismo.

El conocimiento matemático representa las experiencias de personas que interactúan en entornos, culturas y períodos históricos particulares y que, además, es en el sistema escolar donde tiene lugar gran parte de la formación matemática de las nuevas generaciones, y por ello la escuela debe promover las condiciones para que estas favorezcan la construcción de los conceptos matemáticos, mediante la elaboración de significados simbólicos compartidos.

El conocimiento matemático en la escuela es considerado hoy como una actividad social que debe tener en cuenta los intereses y la afectividad de los estudiantes. Como toda tarea social debe ofrecer respuestas a una multiplicidad de opciones e intereses que permanentemente surgen y se entrecruzan con la cotidianidad no formalizada. Estas reflexiones han dado lugar a que la comunidad de educadores matemáticos, haya ido decantando una nueva visión de las matemáticas escolares basada, en:

- Aceptar que el conocimiento matemático es resultado de una evolución histórica, de un proceso cultural, cuyo estado actual no es, en muchos casos, la culminación definitiva del conocimiento y cuyos aspectos formales constituyen sólo una faceta de este conocimiento.

- Valorar la importancia que tienen los procesos constructivos y de interacción social en la enseñanza y en el aprendizaje de las matemáticas.
- Considerar que el conocimiento matemático (sus conceptos y estructuras), constituyen una herramienta potente para el desarrollo de habilidades de pensamiento.

- Reconocer que existe un núcleo de conocimientos matemáticos básicos que debe dominar todo ciudadano.
- Comprender y asumir los fenómenos de transposición didáctica.
- Reconocer el impacto de las nuevas tecnologías tanto en los énfasis curriculares como en sus aplicaciones.
- Privilegiar como contexto del hacer matemático escolar, el planteamiento y la resolución de situaciones.

Es importante resaltar que el valor del conocimiento histórico, al abordar el conocimiento matemático escolar, no consiste en recopilar una serie de anécdotas y curiosidades para presentarlas ocasionalmente en el aula. El conocimiento de la historia puede ser enriquecedor, entre otros aspectos, para orientar la comprensión de ideas en una forma significativa.

Como afirma Piedrahita (2007,67). El objetivo central de la Educación Matemática y sus acciones, se basan en el compartir con los estudiantes una parte de la estructura teórica ya construida, utilizando para ello diferentes recursos y herramientas. Si se consideran las matemáticas como el objeto de aprendizaje de los estudiantes, el objetivo y las acciones, se deben centrar en encontrarle sentido a una parte del gran acumulado de significados validados en el campo matemático desde la teoría, y compartidos por el docente, de tal forma que sean utilizados por ellos en su vida diaria, en los ámbitos profesional y cotidiano no formalizado.

Cuando se trata de los ámbitos que cobijan a la Educación Matemática, se reconoce que es una disciplina que hace converger el campo de la educación con el campo de las matemáticas. Además, cuando se trata de verificar la interacción que puede llevarse a cabo entre ella y otras áreas del conocimiento, se reconoce como un campo nutrido desde varias ramas del conocimiento, tales como: la pedagogía, la didáctica, la

psicología, la semiótica, la epistemología, la sociología, las ciencias cognitivas, la informática y lógicamente, la matemática (D´Amore, B; 2000).

3.2 Historia de la geometría

Piedrahita (2009), citando a Castiblanco, Urquina, Camargo y Acosta (2004) afirma: “La geometría tiene una larga historia siempre ligada a las actividades humanas, sociales, culturales, científicas y tecnológicas” Es el resultado de una combinación entre diversos procesos cognitivos asociados a la actividad geométrica y a la comunicación de los resultados de dicha actividad.

Los apuntes históricos han mostrado que la geometría se ha estructurado desde una evolución que surgió de la necesidad del hombre por representar el espacio, limitar territorios, establecer medidas, entre otros. En la actualidad, permea las prácticas humanas, puesto que es un referente para profesiones, oficios y para la solución de problemas cotidianos. En este sentido cabe hacer reflexiones de carácter histórico que sirvan para conocer como ha sido su desarrollo a lo largo de la historia.
Cardona, C; Cardozo, C; López, G; Posada, R y Ramírez, E. (2001) afirman que: Los egipcios, 2000 años antes de Cristo, dieron vida a esta rama de las matemáticas. Su modelo económico y social estaba dado por el aprovechamiento de las tierras y era necesario establecer un método de reparto equitativo que permitiera establecer lo que le correspondía a cada uno, puesto que el rio Nilo se desbordaba con frecuencia y los linderos desaparecían. Los Babilonios dejaron en tablillas sus “inquietudes geométricas” que se caracterizaban por ser de un aspecto artístico y arquitectónico dado que usaban las figuras para adornar.

Hasta ese momento la geometría se basaba en la experiencia y fueron los griegos quienes le dieron el carácter de ciencia a la geometría, con los aportes de Thales de Mileto a quien se le atribuyen los teoremas sencillos pero importantes; Pitágoras quien hizo aportes relevantes a las construcciones geométricas, que no habían sido resueltas al igual que unos teoremas que no habían sido probados; y el éxito de Euclides con su obra "Los Elementos", donde se planteaba además una sistematización de lo desarrollado hasta el momento, un texto introductorio que cubría toda la matemática elemental.

En el siglo XVIII, nacen las geometrías no Euclidianas, al tratar de demostrar el V postulado de Euclides, apareciendo simultáneamente en Alemania, Hungría y Rusia. Sus precursores fueron Gauss, Bolyai y Lobatchevshy respectivamente, cambiando la concepción de axiomas como verdades evidentes a ser puntos de partida.

En el siglo XV se observa la Geometría desde una visión estética con aportes hechos por Leonardo Da Vinci, que se combinaron en el siglo XVII con el Álgebra para dar resultado a la Geometría Analítica. Hacia el siglo XVIII los métodos de representación tridimensionales, a través de dibujos, generaron la Geometría Descriptiva. Desde el siglo XX y durante el XXI se viene desarrollando la teoría de los espacios vectoriales que permitió llegar a la teoría fractal y la geometría proyectiva.
El recorrido histórico permite destacar lo siguiente:

- La geometría es una disciplina científica íntimamente relacionada con la percepción espacial y encuentra su fuente de significado en ella

- La geometría tiene algunas de sus fuentes en las artes, oficios, técnicas y otras ciencias lo que le da un carácter dinámico, cultural y es útil para el aprendizaje.

3.3 Desarrollo del pensamiento geométrico

Según lo planteado en los lineamientos curriculares de matemáticas. MEN (1998). El desarrollo del pensamiento espacial es considerado como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones y sus diversas traducciones a representaciones materiales.

Los sistemas geométricos se construyen a través de la exploración activa y la modelación del espacio tanto para la situación en la que los objetos que se encuentran como cuando se encuentran en movimiento. Esta construcción se entiende como un proceso cognitivo de interacciones, que avanza desde un espacio intuitivo o sensorio-motor (que se relaciona con la capacidad práctica de actuar en el espacio, manipulando objetos, localizando situaciones en el entorno y efectuando desplazamientos, medidas, cálculos espaciales, entre otros), a un espacio conceptual o abstracto, relacionado con la capacidad de representar internamente el espacio, reflexionando y razonando sobre propiedades geométricas, tomando sistemas de referencia y prediciendo los resultados de “manipulaciones” mentales.

Este proceso de construcción del espacio, está condicionado e influenciado tanto por las características cognitivas individuales como por la influencia del entorno físico, cultural, social e histórico; por lo tanto, el estudio de la geometría en la escuela, debe favorecer estas interacciones. Se trata de actuar y argumentar sobre el espacio ayudándose con modelos y figuras, con palabras del lenguaje ordinario, con gestos y movimientos corporales.

3.4 Procesos cognitivos

La geometría involucra tres procesos cognitivos, la Visualización, la Construcción y el Razonamiento, los cuales pueden ser realizados separadamente; “Sin embargo, estas tres clases de procesos cognitivos están cercanamente conectados y su sinergia es cognitivamente necesaria para la competencia en geometría.” (Duval , 2001). En esta investigación En este apartado se hará énfasis en el proceso cognitivo de visualización.

La visualización es un proceso matemático que está relacionado con el hecho que a partir de la observación de una representación, es posible generar conclusiones, comunicar y llegar a resolver situaciones

Al respecto para definir este concepto se plantean algunas posturas una abordada desde desde Hitt: y otra desde Cantoral y sus colaboradores.

Por un lado Torregrosa y Quesada (2007) citan a, (Hitt 2002), quien destaca que:

“La visualización matemática tiene que ver con el entendimiento de un enunciado y la puesta en marcha de una actividad, que si bien no llevará a la respuesta correcta sí puede conducir al resolutor a profundizar en la situación que se está tratando. Una de las características de esta visualización es el vínculo entre representaciones para la búsqueda de la solución a un problema determinado.”

Por su parte Cantoral y Montiel (2001) manifiestan que:

La visualización es la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual y Hershkowitz (1996) referenciado por

Torregrosa et al. La define como como la trasferencia de objetos, conceptos, fenómenos, procesos, es decir, el proceso de transferencia de un dibujo a una imagen mental.

Para esta investigación se tomará como referente a Gualdrón (2011) quien manifiesta con respecto a la visualización citando a Gutiérrez (1996) que *"…consideramos la visualización en matemáticas como la clase de razonamiento basado en el uso de elementos visuales o espaciales- mentales o físicos- que se ponen en juego en la resolución de problemas o en la demostración de propiedades…"*

Para fundamentar este proceso cognitivo, Gualdrón (2001) citando a Gutiérrez (1996), propone que la visualización está constituida por cuatro elementos: Imágenes mentales, representaciones externas, procesos de visualización y habilidades de visualización. Para Gutiérrez, una imagen mental es cualquier clase de representación cognitiva de un concepto matemático o propiedad, por medio de elementos visuales o espaciales; una representación externa es cualquier clase de representación gráfica de conceptos o propiedades incluyendo dibujos, bosquejos, diagramas, entre otros, que ayuda a crear o transformar imágenes mentales y a hacer razonamiento visual; un proceso de visualización es una acción mental o física en donde las imágenes mentales están involucradas; y las habilidades de visualización, son aquellas que los individuos deben adquirir y perfeccionar para interpretar los procesos necesarios con imágenes mentales, en la resolución de un problema. En el presente informe de investigación se abordó solo las habilidades y los proceso de visualización.

3.5 Habilidades de visualización

Gutiérrez (1996) citado por Gualdrón (2001) habló de siete habilidades de visualización expuestas por Hoffer(1997), las cuales son: “Coordinación motriz de los ojos”, “Identificación visual”, “Conservación de la percepción”, “Reconocimiento de posiciones en el espacio”, “Reconocimiento de relaciones en el espacio”, “Discriminación visual” y “Memoria visual”, además sugirió una más: “Rotación mental” teniendo en cuenta a Del Grande (1990)

Coordinación motriz de los ojos: es la habilidad para coordinar la visión con el movimiento del cuerpo.

Identificación visual: es el acto visual de identificar una figura por aislamiento en un contexto complejo dado

.

Conservación de la percepción: involucra el reconocimiento de ciertas figuras geométricas presentadas en una variedad de medidas, colores, texturas y posiciones en el espacio y su discriminación como figuras geométricas semejantes.

Reconocimiento de posiciones en el espacio: es la habilidad para relacionar un objeto en el espacio con uno mismo (el observador) o con otro objeto que actúa como punto de referencia. Involucra la discriminación de figuras mediante la inversión y rotación de las mismas.

Reconocimiento de las relaciones espaciales: es la habilidad para imaginar dos o más objetos en relación con uno mismo o en relación entre ellos

Discriminación visual: es la habilidad para identificar las semejanzas y diferencias entre varios objetos.

Memoria visual: es la habilidad para recordar las características de objetos que no están a la vista y relacionar sus características con otros objetos que estén a la vista o no.

Rotación metal: es la habilidad para producir imágenes mentales dinámicas y para visualizar una configuración en movimiento.

Por otra parte, Gualdrón (2011) se basa en Bishop (1983) para redefinir dos procesos que, en términos de este último, son habilidades; pero la argumentación dada por Gutiérrez plantea que estos encajan mejor en la categoría de procesos, dado que involucran información de las acciones a ponerse en práctica así, los dos procesos redefinidos a considerar, son:

La habilidad para interpretar información figurativa (IFI): involucra el conocimiento de convenciones y vocabulario espacial usado en el trabajo geométrico, gráficas, tablas, y diagramas de todos los tipos e incluye la lectura e interpretación de éstas.

La habilidad para el procesamiento visual (VP): implica la visualización, la interpretación de relaciones abstractas y datos no-figurativos en términos visuales, la manipulación y la transformación de unas representaciones visuales e imágenes visuales en otras.

3.6 El modelo de razonamiento Van Hiele

En las últimas décadas ha existido una preocupación en reflexionar sobre la forma cómo se enseñan y cómo se aprenden las matemáticas. En este sentido, existen diversos modelos que se aproximan a dicha realidad. En el caso particular del razonamiento geométrico, existe el llamado Modelo Educativo de Van Hiele que ha sido ampliamente estudiado y validado por diversas investigaciones e incluso ha sido explorado en áreas de las matemáticas fuera del campo geométrico.

El modelo está conformado por cinco niveles de razonamiento: Reconocimiento, Análisis, Deducción Informal, Deducción Formal y Rigor, que describen las características del desarrollo del razonamiento geométrico en los estudiantes. En cada uno de los niveles se plantean cinco fases de aprendizaje que permiten el paso de un nivel de razonamiento a otro siguiente, haciendo una articulación de los elementos aprendidos anteriormente con los nuevos, presentándose así avance en el proceso de pensamiento geométrico. Crowley (1987)

3.6.1 Los niveles de razonamiento

Estos son entendidos como el componente descriptivo, dado que identifica una secuencia de tipos de razonamiento, a través de los cuales progresa la capacidad de razonamiento matemático de un individuo.

A continuación se plantea los niveles de razonamiento expuestos por (Piedrahita 2009)

<u>Nivel 0:</u> Básico, Reconocimiento o Visualización.

Los individuos perciben las figuras como un todo global, por su apariencia física y no por sus partes o propiedades; están conscientes en el espacio sólo como algo que existe alrededor de ellos. No reconocen las partes y componentes de las figuras. No explicitan las propiedades determinantes de las figuras.

<u>Nivel 1:</u> Análisis.

Los individuos comienzan un análisis de los conceptos geométricos; pueden analizar las partes y propiedades particulares de las figuras. A través de la observación y la experimentación, los estudiantes empiezan a discernir las características de las figuras pero no explican relaciones entre propiedades de distintas familias de estas, ni entienden las definiciones.

<u>Nivel 2:</u> Deducción informa.

Los individuos pueden establecer las interrelaciones entre las figuras y entre figuras; identifican las figuras por sus propiedades pero son incapaces de organizar una secuencia de razonamientos que justifiquen sus observaciones puesto que no comprenden el significado de la deducción como un todo ni el rol de los axiomas. Se pueden seguir las pruebas formales; pero los estudiantes no ven cómo el orden lógico podía ser alterado ni perciben tampoco cómo articular una demostración a partir de premisas diferentes o no familiares. En este nivel se pueden comprender las primeras definiciones que describen las interrelaciones con sus partes constituyentes.

Nivel 3: **Deducción formal.**

Los individuos pueden desarrollar secuencias de proposiciones para deducir una propiedad desde otra. De esta manera entienden el significado de la deducción como procedimiento válido para establecer una teoría geométrica utilizando un sistema de axiomas, postulados, definiciones y teoremas. Pueden construir demostraciones, verificar la validez en el desarrollo de una prueba de varias maneras.

Nivel 4: **Rigor.**

Los individuos están capacitados para analizar el grado de rigor de varios sistemas deductivos. Pueden estudiar geometrías no euclidianas y compararlas y apreciar la consistencia, la independencia y la interrelación de los axiomas que conforman los fundamentos de la geometría.

Van Hiele afirma que el avance a través de los niveles depende más de la instrucción recibida que de la edad o madurez. Así, el método y organización de la instrucción, además del contenido y los materiales empleados, son áreas importantes de referencia pedagógica, para favorecer el aprendizaje

3.6.2 Fases para el aprendizaje

Para llevar a cabo esos principios, en el modelo Van Hiele se proponen cinco fases secuenciales: interrogación, orientación directa, explicación, orientación libre e integración, la instrucción desarrollada de acuerdo con esa secuencia promueve la adquisición de un nivel.

Fase 1: Interrogación/Información

En esta etapa, el maestro y los estudiantes llevan a cabo conversaciones y actividades acerca de los objetivos de estudio para ese nivel. Se hacen observaciones, se plantean preguntas y se introduce el vocabulario específico de cada nivel. El propósito de esa actividad consiste en primer lugar, en que el maestro aprende qué conocimiento previo tienen los estudiantes acerca del tema y, en segundo, los estudiantes aprenden en qué dirección se dará el estudio posterior del mismo.

Fase 2: Orientación dirigida

Los estudiantes exploran el tema de estudio mediante materiales que el maestro ha ordenado cuidadosamente. Esas actividades podrían revelar gradualmente a los estudiantes las estructuras características de este nivel. Así, la mayoría de los materiales serán tareas breves, diseñadas para lograr respuestas específicas.

Fase 3: Explicación

Al construir sobre sus experiencias previas, los estudiantes expresan e intercambian sus expresiones acerca de las estructuras que han estado observando. Aparte de auxiliarlos en el uso de un lenguaje cuidadoso y apropiado, el papel del maestro es mínimo. Es durante esa fase que el sistema de relaciones del nivel comienza a hacerse claro.

Fase 4: Orientación libre

Los estudiantes se encuentran con tareas más complejas: tareas con muchos pasos, tareas que pueden ser completadas de varias maneras y tareas de final abierto. "Ganan experiencia en el encuentro con sus propias maneras de resolver las tareas. Muchas

relaciones entre los objetos de estudio se hacen explícitas a los estudiantes mediante la orientación así mismos". (Piedrahita, Londoño, y Uribe, 2009)

Fase 5: Integración.

Los estudiantes repasan y resumen lo que han aprendido con la meta de formación de un panorama de las nuevas redes de objetos y relaciones. El maestro puede apoyarse en estas síntesis, "proporcionando perspectivas globales" de lo que los estudiantes han aprendido.

Y al final de la quinta fase, los estudiantes han alcanzado un nuevo nivel de pensamiento. El nuevo dominio de pensamiento reemplaza al viejo y están listos para repetir las fases de aprendizaje en el siguiente nivel.

3.7 Pensamiento geométrico y tecnologías computacionales.

En este apartado se desarrollan algunas ideas básicas sobre el uso de la tecnología en el área de matemáticas expuestas por diferentes investigadores, estableciendo cómo han cambiado paulatinamente la concepción sobre la enseñanza y el aprendizaje de la geometría y su aplicabilidad.

Según Laborde, C. (2003) los computadores se han convertido en una herramienta tecnológica de uso cotidiano para el matemático y el estudiante en la medida que permiten pensar y modelar, porque al presentarse una situación, quien la desarrolla debe estar en la capacidad para representar mentalmente las relaciones que se puedan

presentar, permitiendo comprender la situación, buscar y encontrar estrategias para interpretar y obtener información del objeto o situación.

Moreno, L. (2002, a. p. 82) al referirse al papel de las herramientas informáticas en el aprendizaje y en la enseñanza de las matemáticas, menciona las posiciones divergentes que se observan en las concepciones que hay sobre la cognición y las matemáticas. Al respecto plantea que: “Hay una tendencia que supone que las matemáticas son resultado de un intelecto puro, sin relación con alguna forma de tecnología”; analizando este problema desde diferentes perspectivas. La primera perspectiva se refiere a la ejecutabilidad de las representaciones computacionales, la segunda perspectiva trata aspectos centrales de la mediación instrumental, y en tercera y última perspectiva se refiere a las herramientas computacionales:

- **La ejecutabilidad**

Se refiere a que una representación se puede procesar y manipular cuando está en el lenguaje computacional; por ejemplo la ejecutabilidad en una calculadora se produce cuando se introduce un comando y éste queda bajo el control interno del sistema, que como resultado efectúa una acción interna que da cuenta de un comando insertado, proceso que lleva el nombre de “acto cognitivo exteriorizado” ya que no se realiza en la mente humana. Es así como un instrumento ejecuta acciones, provee relaciones y proporciona resultados gracias a las características intrínsecas que posee para un fin determinado.

- **La mediación instrumental**

Establece que la mediación instrumental está fundamentada en el siguiente principio: “Todo acto cognitivo está mediado por un instrumento que puede ser material o simbólico”. En esta medida el computador y los diferentes software entendidos como

instrumentos posibilitan al estudiante el acceso a la información por consiguiente la adquisición de conceptos. (Moreno 2002)

La medición instrumental comienza desde el momento en que se puede re-definir los objetos matemáticos en términos de las construcciones ejecutables; de modo que al usar una computadora, además de la misma disposición de un espacio de representación externa, se tiene posibilidad de procesar esa información de cierta manera debido a la ejecutabilidad del sistema de representación que le suministra la máquina.

- **Las herramientas computacionales**

Con respecto a esta perspectiva citando a Balacheff y Kapput (1996) han señalado que el mayor impacto es de carácter epistemológico afirmando que: "… las herramientas computacionales han generado un nuevo realismo matemático. En efecto, los objetos virtuales que aparecen en pantalla se pueden manipular de tal forma que se genera una sensación de existencia casi material".

Bajo estos planteamientos quien está en contacto con estos objetos, al manipularlos descubre propiedades y adapta las herramientas a sí mismo; para el caso de la geometría al construir una figura en un software de geometría dinámica ocurre que las reglas y las propiedades se van conservando.

Particularizando la enseñanza y el aprendizaje a la geometría el MEN (2004) propone que los software de geometría dinámica se consideran más que simples editores gráficos, estos han revolucionado la manera de hacer matemáticas y la forma de enseñarlas proporcionando contextos de aprendizaje con nuevas y potentes posibilidades de representación; dado que su componente fundamental son las figuras geométricas y sus relaciones, a partir de las cuales se tiene la posibilidad de hacer diferentes conjeturas apoyados en su invariabilidad.

Al respecto Perry, Camargo, Samper y Rojas, (2006) se refieren a la geometría dinámica, bajo los planteamientos de Laborde (1998) quien afirma que:

La geometría dinámica es un universo virtual que provee un mundo “real” del campo teórico de la geometría euclidiana en la cual es posible manipular, en el sentido físico, las representaciones de los objetos geométricos, en la pantalla de un computador o calculadora, mediante figuras que mantienen intactas las relaciones geométrica utilizadas en su construcción, así como las implicadas por éstas.
Un software de Geometría Dinámica permite que una figura conserve las relaciones geométricas declaradas en su construcción y las propiedades implícitas que éstas puedan tener dotando a las figuras de dinamismo, por consiguiente de temporalidad y movimiento, confirmando la idea de que sus propiedades deben conservarse ante las posibles posiciones que la figura tome en la pantalla; conduciendo a consolidar un conocimiento matemático en construcción, es decir, con la manipulación de este tipo de programa los estudiantes podrán adquirir habilidades mentales que le darán acceso paulatinamente a la geometría formal.

El MEN (2004, p. 6) plantea dos principios fundamentales para trabajar con Geometría dinámica, estos son:

Dudar de lo que se ve: Significa no tomar por verdaderas relaciones percibidas en una imagen estática, sino tratar de confirmar su invariabilidad durante el arrastre. Ver más de lo que se ve: significa estudiar una figura para tratar de descubrir relaciones que no están presentes a simple vista, es decir, enriqueciendo la figura con construcciones auxiliares, marcas y mediciones, lo que constituye un verdadero trabajo de experimentación.

Como se menciona en la literatura, a través del arrastre se distingue entre el dibujo, un objeto que tiene características requeridas y la figura, una representación caracterizada por las propiedades geométricas de cada una de sus partes, que permanecen invariantes desplegando las relaciones que subyacen de estas.

Los principios de la geometría dinámica favorecen directamente la articulación e integración de los procesos visualización y justificación; por medio de los cuales los estudiantes obtienen conclusiones o un discurso informal a partir de los objetos bi o tridimensionales, las relaciones y transformaciones observadas en construcciones y manipulaciones en la pantalla del medio tecnológico; avanzando progresiva y significativamente a la geometría deductiva.

Los procesos de visualización y elaboración de discursos pueden favorecer una alternativa razonable, consiste en comprender las relaciones y mutuas influencias entre los procesos de visualización y los procesos de organización discursiva de hechos geométricos para estrechar sus lazos, de manera que puedan superarse los obstáculos que representan tales relaciones y se logre un aprendizaje significativo. El trabajo complementario entre los procesos de visualización y la elaboración de discursos puede favorecer el pensamiento deductivo, pues se evidencia las relaciones de equivalencia o de inferencia entre distintos enunciados y así la deducción adquiere sentido para los alumnos como posibilidad de explicación, de comprensión y de argumentación. Es allí donde el trabajo en geometría dinámica cobra gran significación.

Finalmente se puede concluir que el potencial didáctico de la geometría dinámica va más allá de su poder ilustrativo, se trata de problematizar la visualización, hacerla operativa, de manera que surja de manera natural la necesidad de explorar, conjeturar, predecir, verificar. La elaboración de proposiciones geométricas adquieren sentido para los alumnos al responder ya sea necesidad explicitita de los fenómenos observados. Y haciendo alusión a la Geometría Dinámica el (MEN 2004) concluye: “Los dibujos

dinámicos ofrecen fenómenos visuales más fuertes que los dibujos estáticos. Una propiedad especial puede surgir como invariante en el movimiento, lo cual puede ser imposible de percibir en un dibujo estático.”

3.8 Software Geogebra

Geogebra es un software de matemática dinámica (DMS) para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas proporciona funciones básicas de sistemas de álgebra computacional (CAS) para cubrir algunos vacíos entre geometría, álgebra y cálculo. Es un software de código abierto bajo la Licencia Pública General GNU y disponible gratuitamente.

Geogebra fue creado para ayudar a los estudiantes a obtener una mejor comprensión de las matemáticas. Orientada a los problemas, promoviendo experimentos y descubrimientos en el aula.

Geogebra fue creado por Markus Hohenwarter en 2001/2002, como parte de su tesis de maestría en la enseñanza de matemáticas y ciencias de la computación en la Universidad de Salzburgo en Austria. Apoyado por una beca DOC de la Academia de Ciencias de Austria fue capaz de continuar con el desarrollo del software como parte de su proyecto de doctorado en educación matemática. Durante ese tiempo, Geogebra ganó varios premios internacionales, entre ellos los premios de software educativos europeos y alemanes, y ha sido traducido por instructores de matemáticas y los profesores de todo el mundo a más de 25 idiomas.

Desde 2006 Geogebra es apoyado por el Ministerio de Educación de Austria para mantener la libre disponibilidad del software para la enseñanza de las matemáticas en las escuelas y universidades. En julio de 2006, Geogebra encontró su camino a los EE.UU., donde continúa su desarrollo en la Universidad Atlántica de Florida en el NSF proyecto Standard Mapped Graduate Education and Mentoring.

A continuación se presenta un esquema de la ruta de exploración para el cumplimiento de los objetivos de la investigación.

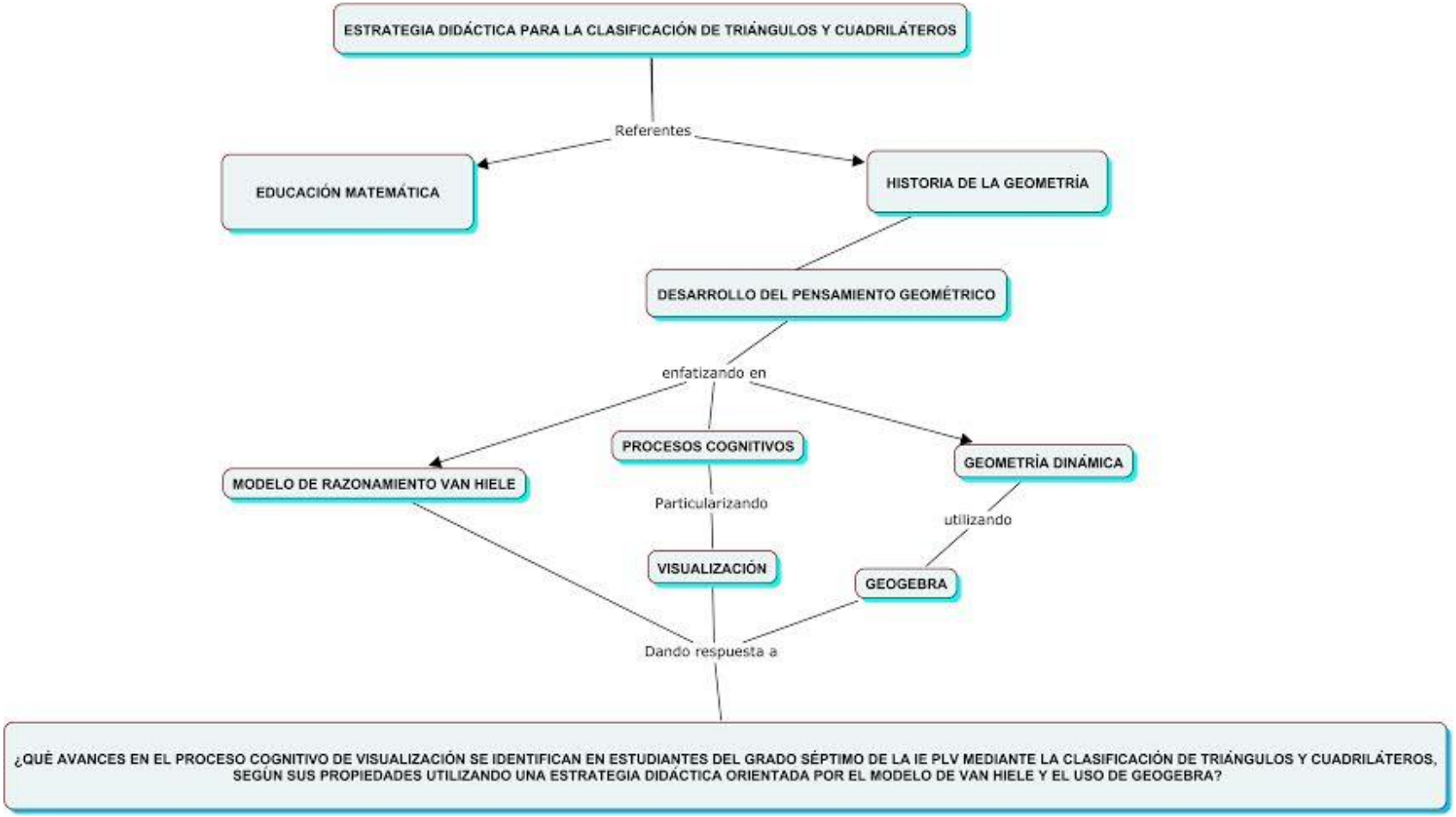


Gráfico 3.1 Ruta de exploración

4. Estado del arte

El auge de las TIC´s en los últimos tiempos, ha tenido gran influencia en el ambiente escolar especialmente para el área de la tecnología computacional, la cual desarrolla notablemente programas que influyen en las diferentes áreas del conocimiento. Éstas han tenido sus inicios en Colombia desde la Política Nacional de Ciencia y Tecnología (PNCyT) (Departamento Nacional de Planeación 2000), la cual planteó promover la utilización de las TIC´s en la educación. A partir de ahí se propuso, entre otras acciones, mejorar las habilidades en el campo de la tecnología computacional introduciendo el uso intensivo de éstas en el sistema escolar y promoviendo el desarrollo de software con fines educativos (DNP. 2000, p. 6).

Algunas investigaciones han propiciado a las TIC´s la introducción en el campo de la educación desde una perspectiva pedagógica. Una de ellas es la presentada por Laborde, C. (2003, p. 3) en la conferencia plenaria “Buscar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la noción de variación con geometría dinámica”, donde expresa que “los objetos matemáticos son esencialmente objetos variables” y que “la geometría dinámica puede ser utilizada para hacer que los estudiantes caigan en la cuenta de la importancia de la variación en matemáticas”.

El interés de trabajar con programas de geometría dinámica radica precisamente en el hecho de que los dibujos son dinámicos; el dibujo no solo representa un caso particular que ocupa una posición sobre la pantalla sino que, debido a la posibilidad de variar su posición, se pueden obtener distintos casos representativos del objeto geométrico. (Laborde, C. 2003, p. 4)

La investigación anteriormente mencionada, permite evidenciar las siguientes conclusiones:

- Con Software de geometría dinámica se pueden proponer actividades imposibles de realizar con lápiz y papel (i.e. construcción de objetos dinámicos con comportamientos predeterminados).
- Con Software de geometría dinámica se puede pedir la reproducción de dibujos dinámicos.
- La nueva tecnología crea curiosidad intelectual.
- Cabri Geometry se constituyó en una ventana sobre las concepciones de los alumnos al permitir la exteriorización de su pensamiento.

De igual manera Moreno, L. (2002) viene desarrollando investigaciones acerca de la utilización de las Tic's en la clase de matemáticas: entre sus publicaciones sobre el tema se reconocen: "Evolución y tecnología"; "Instrumento matemáticos computacionales"; "Cognición y computación: el caso de la geometría y la visualización" e "Ideas geométricas del currículum presentadas mediante Cabri Geometry". En "Cognición y computación: el caso de la geometría y la visualización", plantea que los procesos de visualización en los estudiantes por medio de los entornos computacionales, ayudan a experimentar las relaciones entre los códigos simbólicos y fenómenos visuales, incluso la identificación de características y el reconocimiento de figuras geométricas.

Retomando a Laborde (2011), en cuanto a los procesos de visualización, establece que la resolución de problemas en geometría involucra dos tipos de procesos: la visualización icónica y la visualización no icónica. La visualización no icónica consiste en descomponer una figura geométrica en partes de la misma o menor dimensión, unidas por relaciones.

Este proceso cognitivo es crucial para resolver problemas en geometría, porque es necesario establecer relaciones entre los elementos o partes de la figura. Este proceso no es espontáneo y los alumnos deben aprenderlo. Adicionalmente, cómo los ambientes de geometría dinámica con manipulación directa y herramientas específicas, amplían la visualización icónica y ayudan a la visualización no icónica. Un ejemplo es Cabri 3D, el cual es utilizado para ilustrar el análisis.

Por su parte. Torregrosa, H. Quesada H, y Martínez (2010) en la investigación titulada "Razonamiento Configural como coordinación de procesos de Visualización" presentan un estudio que identifica los procesos de visualización de estudiantes, cuando resuelven problemas de geometría, que requieren una prueba matemática, en un entorno de lápiz y papel. Los resultados muestran la influencia que tienen las figuras iniciales, que acompañan a los problemas, y las modificaciones posteriores de estas figuras en el desarrollo de las aprehensiones discursiva y operativa, que constituyen los vínculos entre los procesos de razonamiento matemático y la visualización en la resolución de problemas de geometría en contexto de lápiz y papel. Convirtiéndose así para la presente investigación, en un apoyo bibliográfico que permitirá sustentar teóricamente los avances de los estudiantes en el proceso mencionado con respecto a la clasificación de triángulos y cuadriláteros mediados por la herramienta de geometría dinámica

En cuanto se refiere a software de geometría dinámica y su utilización en los espacios de conceptualización, se tiene como referente la investigación realizada por Barrios, H. E; Muñoz, E. y Zetién I, (2008) denominada "El proceso cognitivo de visualización por estudiantes de nivel superior mediante el uso de software dinámico (Cabri) en la resolución de problemas geométricos". En este estudio se describen y analizan los procesos cognitivos que intervienen en el desarrollo de la visualización, en estudiantes de nivel superior, cuando resuelven una actividad con lápiz y papel y lo comparan con el entorno geométrico de Cabri.

En el caso específico de Geogebra se encuentra recientemente publicada la investigación presentada por (Rodriguez, 2012) titulada: “Construcción de polígonos regulares y cálculo de áreas de superficies planas, utilizando el programa GeoGebra: Una estrategia metodológica para la construcción de aprendizajes significativos en estudiantes de grado séptimo”, donde se presenta una estrategia de enseñanza basada en el uso de un software de geometría dinámica llamado GeoGebra, que fue aplicada a niños de grado séptimo de una institución educativa del norte del Tolima, en esta se tuvo en cuenta la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, los pre-saberes de los estudiantes, el uso de manipulables físicos y virtuales y el trabajo cooperativo. La investigación centró la atención en la enseñanza de figuras geométricas, la clasificación de triángulos y cuadriláteros en los conceptos de área y perímetro.

Respecto al uso del modelo Van Hiele, (Piedrahita 1999), en su Investigación “La enseñanza de la geometría con fundamento en la solución de problemas cotidianos”, desarrolló una alternativa didáctica orientada por el Modelo de Van Hiele para el aprendizaje y la enseñanza de la geometría en estudiantes del grado décimo de la I. E Rafael J Mejía. Basada en la resolución de problemas cotidianos, con el fin de favorecer la formación de hombres capaces de analizar, comunicar e interpretar el medio, en busca de alternativas para el mejoramiento de su contexto. Propuesta que puede ser considerada como una valiosa alternativa transformadora de los aprendizajes donde se sugiere a las Instituciones Educativas utilizar la solución de problemas cotidianos, orientados por el modelo de Van Hiele, como elemento impulsador para el aprendizaje de la geometría.

Gualdrón (2011), en su Tesis de Doctorado, “Análisis y caracterización de la enseñanza y aprendizaje de la semejanza de figuras planas” da a conocer, El modelo de Van Hiele como organizador de la enseñanza y el aprendizaje de la semejanza, describiendo cada uno de los niveles de razonamiento en el contexto de la semejanza, de la misma manera explica el proceso cognitivo de visualización, describiendo los cuatro elementos que lo

constituyen: Imágenes Mentales, Representaciones externas, Procesos de Visualización y Habilidades de Visualización concluyendo que hay una conexión entre los niveles y el proceso cognitivo.

5. Diseño metodológico

La metodología en una investigación, permite que se dé, una reflexión anticipada en la medida que se ponen en juego todos los factores que influyen en esta; con el fin de obtener herramientas que favorezcan el análisis y se de viabilidad a los objetivos planteados en un principio.

En este capítulo se dará a conocer el método de investigación implementado, la importancia que tiene para el desarrollo de este trabajo e incluso se presentará el contexto en el cual se desarrolla y la unidad de análisis.

5.1 POBLACIÓN Y MUESTRA

La población objeto de investigación, estuvo conformada por estudiantes de séptimo grado de educación básica de la Institución Educativa Pedro Luis Villa, institución de carácter público, ofrece los niveles de Preescolar, Básica Primaria y Secundaria, Media Técnica, está ubicada en la ciudad de Medellín, Barrio Manrique, cuya dirección es Cra 43 66 C- 40. La institución cuenta con dos sedes, Versalles y Marco Fidel Suarez. La comunidad educativa, está conformada por las familias de los barrios aledaños a ella, como La cruz, Jardín, Versalles, Manrique central, La Honda. Tiene como visión ser líder en el sector por sus procesos de formación humana, inclusiva y académica, con una propuesta pedagógica centrada en el ser, el saber y el hacer; que oriente en los estudiantes el fortalecimiento de su identidad, basada en principios éticos y proyecto de vida que busque desarrollar competencias a nivel científico, técnico y tecnológico, a través de las medias técnicas.

Los estudiantes, provienen de estratos socioeconómicos bajos (1 y 2), con condiciones difíciles en lo social y económico, con problemáticas familiares destacando, desempleo, separación, conflictos intrafamiliares y bajos recursos económicos.

En el aspecto académico se puede considerar en un nivel bajo dado que los resultados en el primer semestre de 2013 en el área de matemáticas fueron 37,5% desempeño bajo, 43,75% desempeño básico y 18,75% desempeño alto o superior, según lo establecido por la escala nacional.

Dentro del aula de clases se percibe que la mayoría de los estudiantes tienen respeto por la autoridad, buenas relaciones con sus compañeros y buscan el bienestar general del grupo. Sus procesos van de la mano de la labor docente, considerado este como transmisor de conocimientos en un área específica, encargado del proceso de enseñanza.

Las clases de matemáticas siguen un sistema tradicional, guiadas por textos escolares aislados del contexto de los estudiantes, tal como lo expresa Piedrahita (1999) haciendo alusión a los Lineamientos Curriculares de Matemáticas “alejados de la experiencia práctica y de una educación matemática servida mediante una distribución por pensamientos y sistemas” Lo que implica en ocasiones, baja motivación por el área de matemáticas y la adquisición de hábitos de estudio.

Para el proceso de enseñanza- aprendizaje de la geometría se está empezando a diseñar estrategias didácticas y se ha visto la necesidad de cederle un espacio dentro del área de matemáticas, dado que venían relegadas por actividades de orden aritmético y algebraico.

5.2 ESTUDIO DE CASO COMO TÉCNICA DE INVESTIGACIÓN

La característica primordial de la investigación cualitativa según (Stake 1998) es la interpretación, para lo cual se destaca la presencia de un experto en el tema que observe el desarrollo del caso, alguien que recoja con objetividad el desarrollo del mismo y que al tiempo analice, describa y dé a conocer los resultados obtenidos en la investigación, con la finalidad de reorientar las actividades planteadas.

El método investigativo de estudios de caso según Stake (2003), Mertens (2005), Williams, Grinnell y Unrau (2005) (citados en Hernández, Fernández y Baptista, 2006, p. 2) dan a conocer que este más que un método, es un diseño y una muestra. Definiciones se proponen, pero una de las más contundentes es la realizada por Yin (2003 citado en Hernández, Fernández y Baptista, 2006, p. 2) en la cual el método o estudios de caso es una indagación empírica que investiga un fenómeno contemporáneo dentro de su contexto en la vida real, retomando informaciones de análisis intensivos y descriptivos del mismo.

En el método investigativo de “estudios de caso” Yin (2003 citado en Hernández, Fernández y Baptista, 2006, p. 3) da a conocer siete componentes indispensables para un adecuado proceso investigativo. Los componentes son el planteamiento del problema, proporciones o hipótesis, unidad de análisis (población), fuentes de datos e instrumentos de recolección, lógica que vincula los datos con preguntas y proposiciones, criterios para interpretar los datos y por último reporte del caso (conclusiones de la tesis). Estos componentes son observados y desarrollados en el transcurso de la preparación, ejecución y recopilación de la información (estudios realizados, investigación aplicada, conclusiones) de la tesis de investigación.

El papel del Estudio de caso en esta investigación, es el de guiar el diseño, la ejecución y el análisis del proceso investigativo contextualizado, a partir de la clasificación de triángulos y cuadriláteros orientado por el modelo Van Hiele y el software Geogebra

Por el número de casos y la unidad de análisis, el proyecto de investigación se basará en una unidad holística en la cual todo el caso es tomado para una sola unidad de análisis, determinándose así una propuesta de enseñanza enfocada hacia estrategia didáctica para la clasificación de triángulos y cuadriláteros. Dicho caso será tratado en un contexto determinado donde se desarrollará el proyecto de investigación, en el cual la unidad de análisis estará compuesta por 5 estudiantes de séptimo grado de educación básica de la Institución Educativa Pedro Luis Villa, elegidos de, manera aleatoria.

5.3 ELEMENTOS DE DISEÑO

En el siguiente apartado se presentará el desarrollo metodológico establecido para la investigación, dando a conocer las actividades por las que la investigación se desarrolla y la forma como cada una se analiza, correspondiendo en primera instancia un análisis de la actividad, como segunda, una descripción de la actividad y en la tercera los resultados de la actividad. Cada uno de los momentos esta intervenido por los Subprocesos de Visualización, las Habilidades de Visualización, sus respectivos Indicadores así como los Indicadores de Nivel para el nivel 1 de reconocimiento y el nivel dos de análisis; con base en el referente conceptual Triángulos y Cuadriláteros. En el momento de la ejecución de las actividades, éstas se recopilaron en audio y fotografías de lo producido por los estudiantes, lo cual permitió un análisis más detallado de la información recolectada.

Teniendo en cuenta lo descrito por Gualdrón (2011, 54) al referirse a los procesos de visualización, se adoptaron los descriptores como:

IFI: Habilidad para interpretar Información Figurativa; y VP: habilidad para el procesamiento Visual.

En esta investigación, a los siguientes procesos, se les nombrará como Subprocesos para no entrar en confusiones con Procesos Cognitivos y tomarán el nombre de acuerdo con sus características:

IRS: Interpretación de Representaciones Semióticas
PV: Procesamiento Visual.

Dentro de cada uno de los Subprocesos, se adoptaron unas Habilidades que se detallan en el cuadro expuesto a continuación.

SUBPROCESOS	HABILIDADES	INDICADORES DE HABILIDAD
INTERPRETACIÓN DE REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS (IRS) Es el subproceso que involucra el conocimiento de convenciones y vocabulario en los triángulos y cuadriláteros, así como gráficos, diagramas e incluye la lectura e interpretación de estos.	**IDENTIFICACIÓN VISUAL (HIV)** Es la habilidad para identificar un triángulo o un cuadrilátero en una composición de figuras y clasificarlo de acuerdo con los elementos que lo acompañan y la posición que ocupa.	Identifica un polígono específico en un conjunto de figuras superpuestas
		Describe elementos que acompañan a una composición de figuras
		Describe las figuras que conforman una composición
		Identifica figuras planas simples aislándolas de su contexto.
	CONSERVACIÓN DE LA PERCEPCIÓN (HCP) Es la habilidad que consiste en reconocer o clasificar un triángulo o un cuadrilátero específico en diferentes tipos de figuras planas simples	Reconoce figuras planas simples en un conjunto de figuras con diferentes características
		Identifica y discrimina figuras semejantes en un conjunto de figuras, independientemente de su posición y tamaño, es decir, conserva las propiedades independientemente de los cambios que haya podido sufrir.

		Relaciona una figura plana simple con sí misma
	RECONOCIMIENTO DE POSICIONES EN EL ESPACIO (HRP) Es la habilidad de identificar las propiedades de un triángulo en otro o de un cuadrilátero en otro.	Relaciona figuras planas simples con otra que actúa como punto de referencia
		Identifica propiedades de las figuras planas simples, usando las herramientas del software
PROCESAMIENTO VISUAL (PV) Es el subproceso que implica la visualización, la interpretación de relaciones abstractas y datos no figurativos en términos visuales, la "manipulación" y la transformación de unas representaciones visuales e imágenes visuales en otras.	**RECONOCIMIENTO DE LAS RELACIONES ESPACIALES (HRE).** Es la habilidad de clasificar un triángulo o un cuadrilátero en una clasificación general e incluirlo en otra familia de triángulos o cuadriláteros, respectivamente.	Imagina figuras planas simples con relación a sí mismas y a otras
		Establece diferencias entre las familias de figuras planas simples
		Reconoce una figura plana simple en otra familia de figuras planas teniendo en cuenta las propiedades invariantes
	DISCRIMINACIÓN VISUAL (HDV). Es la habilidad que permite comparar dos triángulos o cuadriláteros a partir de sus diferencias y similitudes para clasificarlos.	Establece diferencias entre los polígonos por medio de las propiedades
		Establece diferencias entre los polígonos a partir de sus propiedades.

		Selecciona y clasifica figuras planas simples atendiendo a las propiedades
	MEMORIA VISUAL (HMV). Es la capacidad de construir un triángulo o un cuadrilátero, dadas sus propiedades.	Construye figuras planas a partir de propiedades dadas
		Hace uso de imágenes mentales para construir figuras planas simples
		Reconoce una figura plana simple a partir de la descripción de sus propiedades
	ROTACIÓN MENTAL (HRM). Es la habilidad para identificar propiedades en un triángulo o un cuadrilátero, a partir de la imagen mental que tiene de otras.	Articula las imágenes mentales con representaciones externas.
		Transforma o mueve mentalmente imágenes concretas.
		Explica, por medio de argumentos, el movimiento mental de una figura plana simple para identificar propiedades

Tabla 5.1 Subprocesos y habilidades

5.4 Descriptores de nivel según Van Hiele para los Triángulos y los Cuadriláteros

En el marco teórico anterior, se hizo referencia al Nivel 0: Básico y al Nivel 1: Análisis . Para, evitar confusiones al lector, se les renombró en la investigación como: Nivel 1: Reconocimiento y Nivel 2: Análisis.

5.4.2 NIVEL 1: Reconocimiento

En este nivel, los estudiantes perciben los triángulos y cuadriláteros de una manera global, considerando que se caracterizan por los siguientes aspectos.

Triángulos

1.1 Reconocen los triángulos por sus elementos constitutivos, es decir, tres lados, tres ángulos.

1.2 Establecen las diferencias y similitudes entre triángulos, usando términos como este lado está formado por un ángulo recto, este lado está formado por un ángulo agudo.

1.3 Empiezan a percibir las características particulares de todo tipo de triángulo

1.4 Determinan un triángulo según sus lados.

1.5 Determinan un triángulo según sus ángulos.

1.6 Identifican un tipo de triángulo específico independientemente de la posición y en un conjunto de triángulos.

1.7 Identifican un triángulo de acuerdo con sus propiedades en una composición de figuras.

Cuadriláteros

1.8 Reconocen los cuadriláteros basándose en sus elementos constitutivos.

1.9 Establecen relaciones y diferencias entre los cuadriláteros usando un lenguaje coloquial.

1.10 Establecen semejanzas y diferencias entre cada subconjunto de cuadriláteros.

1.11 Utilizan las propiedades específicas de cada subconjunto de cuadriláteros.

1.12 Construyen un cuadrilátero a partir de su definición general y a partir de las propiedades observadas

5.4.3 NIVEL 2: Análisis

En el nivel de análisis los estudiantes

Triángulos

2.1 Determinan las propiedades de un triángulo y lo clasifican en una familia de triángulos, atendiendo a sus propiedades.

2.3 Establecen diferencias y similitudes entre triángulos de acuerdo con sus propiedades y con argumentos matemáticos

2.4 Construyen los diferentes tipos de triángulos dadas sus propiedades.

2.5 A partir de una construcción realizada muestran la invariabilidad de las propiedades estableciendo conclusiones.

2.6 Identifican propiedades de un triángulo a partir de los conceptos e imágenes mentales que tiene de otros.

Cuadriláteros

2.7 Determinan las propiedades de un cuadrilátero y lo clasifican en una familia de cuadriláteros, atendiendo a sus propiedades.

2.8 Establecen relaciones entre las familias de cuadriláteros, a partir de las propiedades de estos

2.9 Identifican que un cuadrilátero puede estar compuesto por triángulos

2.10 A partir de la observación y la construcción de un cuadrilátero, manifiestan la invariabilidad de las propiedades de un cuadrilátero y las familias de cuadriláteros

2.11 Identifican en una configuración compleja, triángulos y cuadriláteros, atendiendo a la clasificación según sus propiedades.

5.5 Intervención didáctica

Teniendo en cuenta la etapa evolutiva de los estudiantes, ésta investigación está centrada en los niveles de razonamiento planteados por Van Hiele, nombrados como: Reconocimiento y Análisis; observando el trasegar de los estudiantes entre estos dos niveles, desde las Habilidades de Visualización.

No fueron considerados los niveles 3 y 4 planteados por Van Hiele, dada la etapa evolutiva de los estudiantes con los cuales se investigó. Para hacer énfasis en el uso del Software Geogebra, se abordaron las fases para el aprendizaje 1 y 2; y la fase 3 se abordó a manera de entrevista.

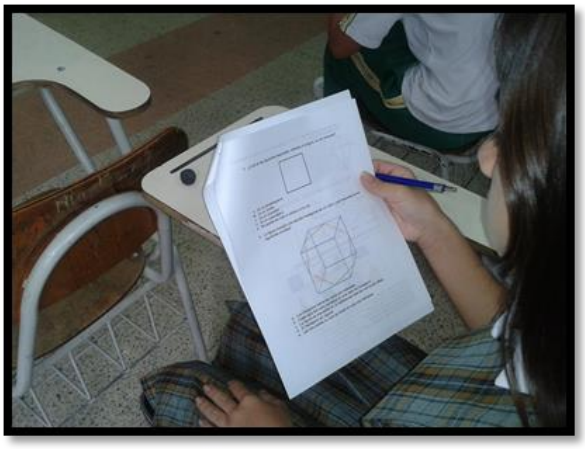
Las fases para el aprendizaje y los énfasis de aplicación de éstas en el trabajo de campo, fueron asumidos así:

Fase1 Información: Conceptualización, Objetivos y Saberes previos.
Fase 2 Orientación dirigida: Presentación y aplicación del material.
Fase 3 Explicitación: Puesta en común y entrevista

ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA

La prueba diagnóstica tuvo como objetivo identificar los conceptos previos claves para el trabajo con los triángulos y cuadriláteros, entre estos fueron considerados: paralelismo, perpendicularidad y ángulos; y de otro modo identificar las habilidades de visualización que utilizaron los estudiantes y el nivel de razonamiento de los estudiantes según el Modelo de Van Hiele, apoyados en los indicadores extraídos de la teoría, tanto para el proceso cognitivo de visualización como para los niveles de razonamiento.

En el primer momento de esta prueba, se tuvieron en cuenta nueve preguntas, donde el referente fue una imagen del plano de una ciudad (ver anexos) y en ella es posible identificar algunos polígonos así como los diferentes tipos de ángulos, rectas paralelas y perpendiculares.

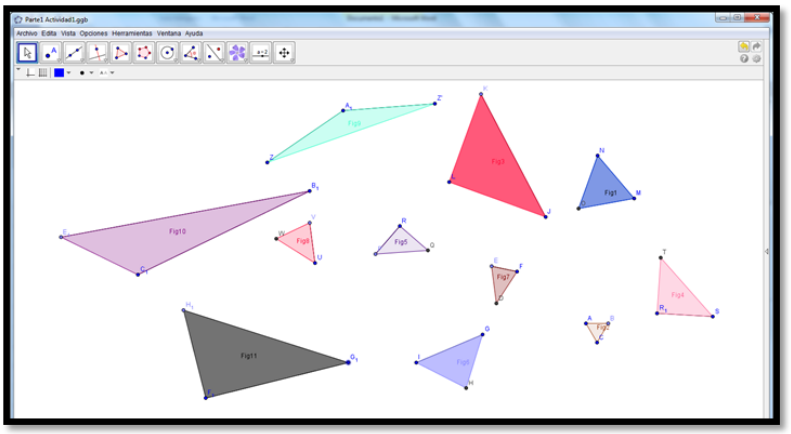


5.1 Aplicación prueba diagnóstica

El segundo momento, tenía como finalidad identificar las habilidades de visualización caracterizadas para los triángulos y los cuadriláteros y con ello mejorar la estrategia didáctica a aplicar; a lo largo de ella se observaron preguntas abiertas y de selección múltiple (ver anexos).

ACTIVIDAD 1:

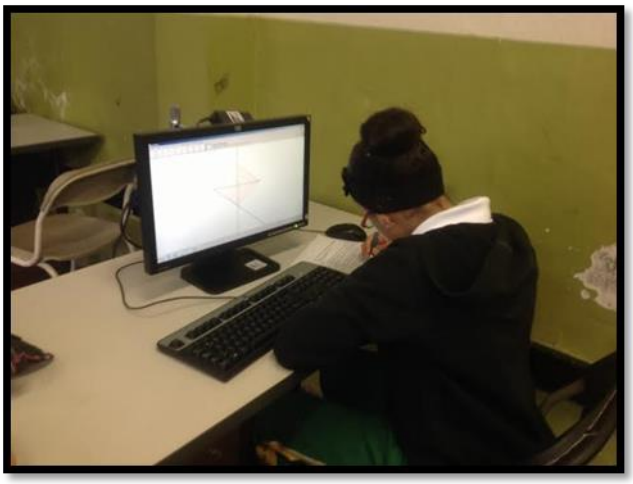
La actividad uno se desarrolló con base en el Nivel 1 de Reconocimiento según Van Hiele y las fases para el aprendizaje 1 y 2, donde se puso en común un conjunto de triángulos con el fin de identificar en ellos propiedades generales y particulares, por medio de las herramientas del software Geogebra; a su vez se planearon preguntas abiertas con el fin de determinar las habilidades y la manera de razonar de los estudiantes según los criterios presentados en el Modelo Van Hiele y a la luz de las habilidades.



5.2 Actividad 1

ACTIVIDAD 2:

La actividad se desarrolló con base en el nivel 2 de A~~n~~álisis según el Modelo Van Hiele y las fases para el aprendizaje 1 y 2, al igual que en la anterior actividad, se dispuso un conjunto de triángulos donde la idea era clasificar de acuerdo con sus propiedades y atribuirles nombres; se plantearon preguntas abiertas y de selección múltiple con el fin de identificar en las respuestas los indicadores de la habilidad y de nivel, propios para cada estudiante.

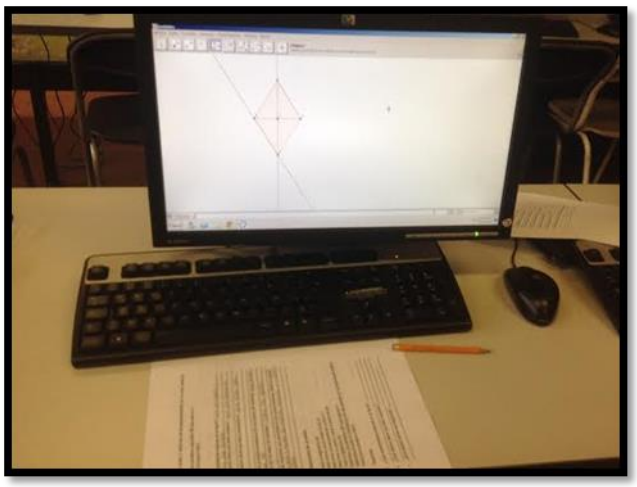


5.3 Actividad 2

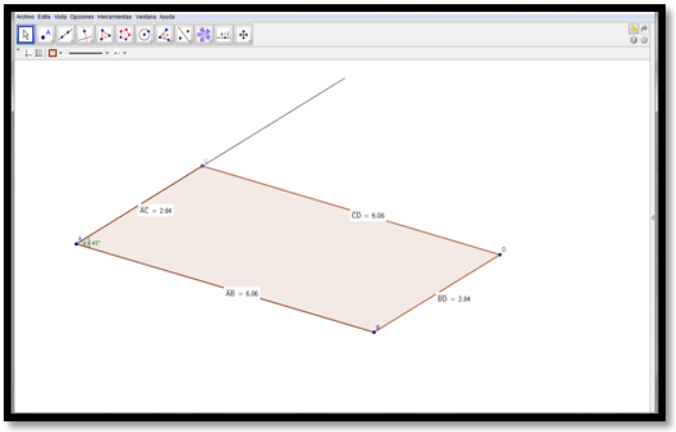
ACTIVIDAD 3

La actividad se desarrolló en varios momentos, el primero correspondía al nivel 1 de reconocimiento y las fases para el aprendizaje 1 y 2; donde se buscó que los estudiantes construyeran los paralelogramos a partir de sus elementos constitutivos con el software Geogebra, y extraer información de las respuestas dadas por los estudiantes; en el segundo momento, se puso en consideración un conjunto de trapecios y trapezoides con el fin de indagar sus características matemáticas, y el tercer momento, con base en el

nivel de razonamiento Análisis, se respondieron preguntas sobre todos los cuadriláteros, donde se indagó sobre las relaciones existentes entre las diferentes clasificaciones o familias.



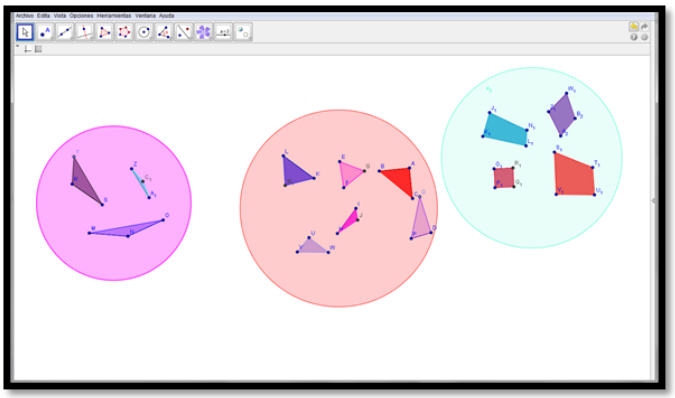
5.4 Actividad 3



5.5 Actividad 3

ACTIVIDAD 4

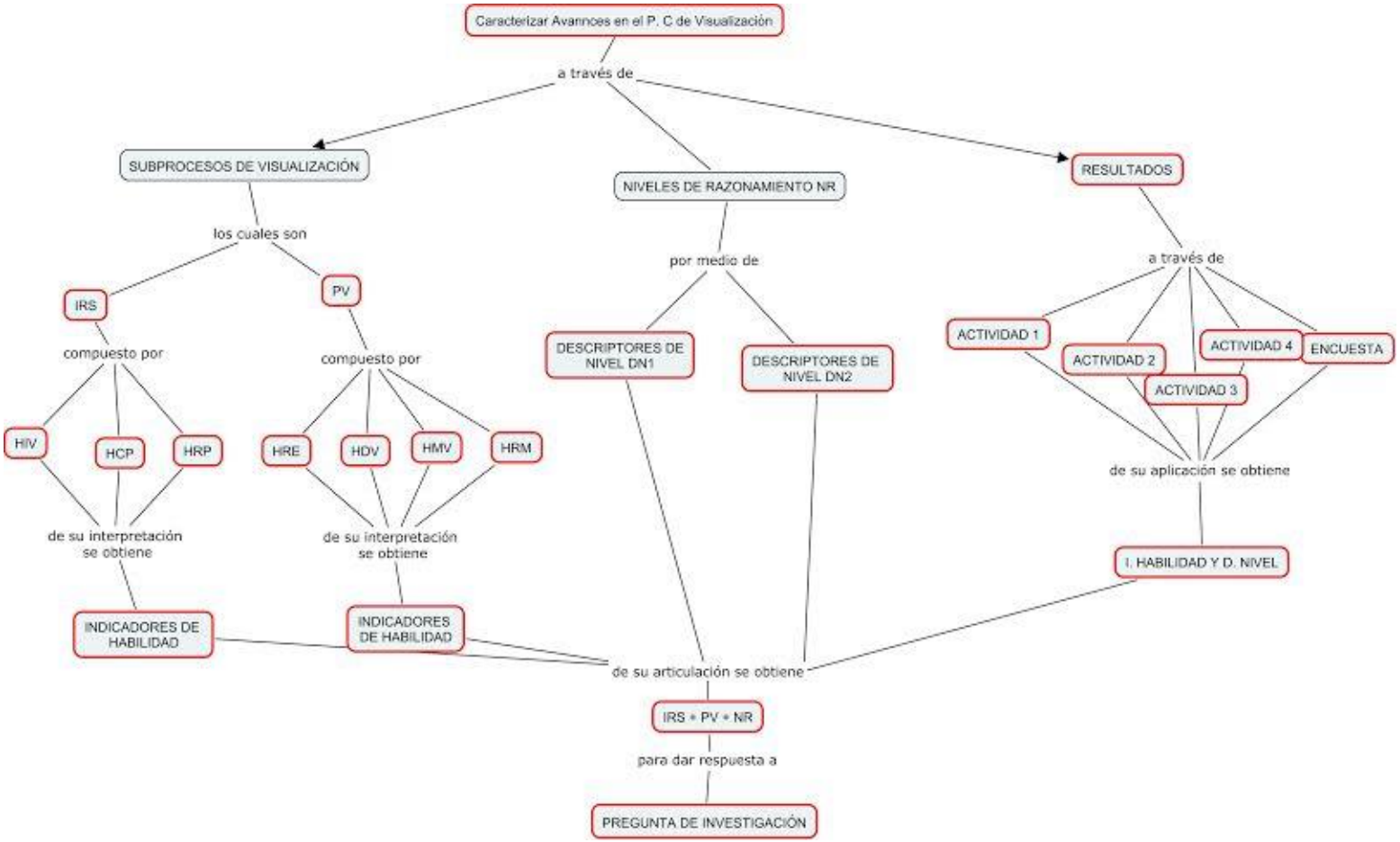
La actividad estuvo enmarcada en el nivel dos de razonamiento según el Modelo Van Hiele, donde se realizaron actividades de clasificación con el software Geogebra y algunas preguntas basadas en la observación, a lo largo de las actividades anteriores, teniendo en cuenta gráficos, relaciones entre los triángulos y cuadriláteros y conclusiones generales.



5.6 Actividad 4

Finalizadas cada una de las actividades, se puso en marcha la fase 3 para el aprendizaje dividido en dos momentos: puesta en común con todos los estudiantes del grupo y entrevista a los cinco estudiantes del grupo de control.

5.7 Fase explicitación

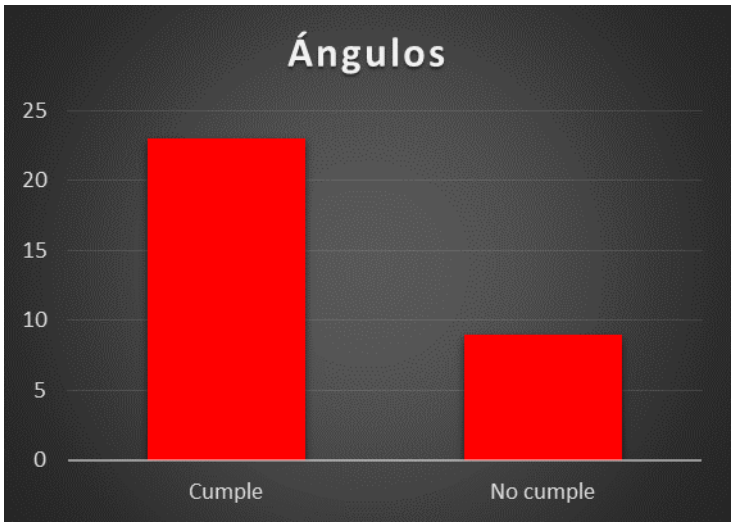


5.8 Ruta diseño metodológico

6. Análisis de resultados

6.1 PRUEBA DIAGNÓSTICA

En el primer momento de la prueba diagnóstica las preguntas apuntaban al conocimiento que tenían los estudiantes con respecto a los ángulos, y los referentes conceptuales relacionados con paralelismo y perpendicularidad. Las imágenes siguientes dan cuenta de la información obtenida respecto a la cantidad de preguntas acertadas con base en los referentes conceptuales enunciados anteriormente.



6.1 Resultados prueba diagnóstica referente conceptual ángulos.

6.2 Referente conceptual paralelismo y perpendicularidad.

De este primer momento se logra concluir, según los resultados, que el 71.88% de los estudiantes identifica y clasifica ángulos según su medida, y que un 68.75% de los estudiantes, responde acertadamente las preguntas referentes al paralelismo y perpendicularidad; mostrando así que: un gran porcentaje tiene claros los conceptos previos en la medida que reconocen la relación de paralelismo y perpendicularidad entre dos o más rectas y/o segmentos y clasifican ángulos entre otros elementos que son básicos para el referente conceptual de triángulos y cuadriláteros; además estos saberes previos se convertirían en los conceptos que más adelante se podrían anclar en las imágenes mentales.

El segundo momento tenía como finalidad identificar algunas habilidades de visualización caracterizadas para los triángulos y los cuadriláteros y con ello mejorar la estrategia didáctica a aplicar. Según los resultados mostrados por los estudiantes, se concluye:
De acuerdo con el nivel de razonamiento del Modelo Van Hiele, el razonamiento de los estudiantes está trasegando en el nivel básico, en la medida que reconocen triángulos y cuadriláteros por sus elementos constitutivos, como los son el número de lados y de

ángulos; no identifican diferencias entre ellos y no elaboran clasificaciones dentro de cada una de las familias que han sido tema de estudio.

Con respecto a las habilidades de visualización, se entiende que a partir de los resultados, los estudiantes no identifican un triángulo y un cuadrilátero independientemente de la posición que ocupan en una composición de figuras, les cuesta hacer una clasificación de estos referentes conceptuales, no reconociendo las propiedades de estos para determinar qué tipo de figura plana simple es.

Finalmente, es posible inferir que la mayoría de los estudiantes no hacen una interpretación adecuada de las representaciones semióticas, en la medida que no involucran un vocabulario espacial en el trabajo con los triángulos y cuadriláteros, y presentan falencias para interpretar y hacer lectura de las representaciones en diferentes composiciones y posiciones; dificultándoseles la transición en el Procesamiento Visual.

6.2 Análisis Grupo de Experimental

En este apartado, se dará a conocer el resultado de los indicadores mostrados por los estudiantes en cada una de las Habilidades y una interpretación global, referida a los Subprocesos; además del Nivel de Razonamiento en el que se encuentran los estudiantes, según el Modelo de Van Hiele alcanzado por ellos a la luz de las siete Habilidades de Visualización exploradas.

6.2.1 Análisis Habilidades de Visualización

EMILIA

DIAGNÓSTICO	ETAPA FINAL	AVANCES
HIV Emilia no hizo uso de la habilidad de Identificación visual, se observó en ella: • Desconocimiento de propiedades para identificar una figura, en una composición donde hay figuras superpuestas, o algunas de ellas son elementos constitutivos de otros. • No establece relaciones y diferencias con los elementos dados.	HIV Emilia hizo un uso parcial de la habilidad de identificación, se observó en ella que: • Identificó triángulos y cuadriláteros específicos en una composición, estableciendo su nombre y atendiendo algunas propiedades. • Aunque describió elementos y figuras que acompañaban la identificación pedida, no hizo una interpretación muy precisa,	HIV Es posible identificar que Emilia ha manifestado avance con respecto a la Habilidad de Identificación visual, estableciendo diferencias con respecto a los indicadores del diagnóstico y la etapa final. Con respecto a las figuras planas simples, triángulos y cuadriláteros, la estudiante hizo uso parcial de la habilidad en mención, reflejando así

	obviando elementos importantes en su descripción. • Reconoce algunos elementos constitutivos, a partir de la representación externa, evidenciado esto a partir del movimiento de su pulgar sobre la composición general y los elementos constitutivos.	que es capaz de identificar el objeto pedido en la composición y hacer alusión a través de sus explicaciones a elementos y propiedades que dan cuenta de ello. Aunque es necesario que sus argumentos y las representaciones externas que hace, sean más específicos para cada una de los polígonos.
HCP • Reconoce figuras planas simples en un conjunto de polígonos, atendiendo a sus propiedades generales~~,~~ y conociendo que estas no tienen invariabilidad a pesar de la posición, el tamaño y la forma.	HCP Se infiere que Emilia hizo uso de la Habilidad de Conservación de la percepción; se observó en ella, que: • Reconoce figuras planas simples en un conjunto de figuras, discriminando elementos	HCP En los dos momentos es posible apreciar que Emilia hizo uso de la Habilidad de Conservación de la percepción, reflejando con ello que se afianzaron indicadores de habilidad. De otro modo es posible afirmar que, en el segundo momento, se hizo más

Es posible inferir en esta etapa, que Emilia hace uso de la conservación de la percepción, aunque actúa a partir de una mirada global de las figuras planas simples, desconociendo en algunas de ellas sus propiedades particulares para realizar una clasificación más específica.	irrelevantes y haciendo alusión a sus propiedades. • Establece algunas relaciones de semejanza, principalmente en triángulos. • Identifica que dos figuras planas simples corresponden a una misma clasificación, independientemente de factores como: color, tamaño y posición.	notorio que la clasificación de las figuras atiende a propiedades más específicas, poniendo de manifiesto mayor profundidad en el uso de la habilidad.
HRP • No establece relaciones entre las figuras planas simples, debido a que no encuentra correspondencia entre ellas, de acuerdo con sus propiedades. • Le cuesta reconocer que dos o más polígonos tienen	HRP Emilia hizo uso de la habilidad de reconocimiento de posiciones en el espacio. Se observó en ella, que: • Reconoce que algunas figuras planas simples tienen	HRP Hubo avance en el uso de la habilidad de reconocimiento de posiciones por parte de Emilia, se evidenció un cambio con respecto al razonamiento en situaciones y planteamientos similares de la

propiedades en común. • No hace comparaciones entre una figura dada como punto de referencia con otras figuras. De acuerdo ~~a~~ con los indicadores, Emilia no hizo uso de la habilidad de reconocimiento de posiciones en el espacio.	propiedades en común. • A partir de una figura plana dada, reconoce una figura en un conjunto de estas identificando sus características comunes y observando que encajan.	habilidad mencionada. Afirmación que se sustenta en que la estudiante identificó propiedades comunes de varios polígonos, estableciendo conjeturas mediadas por el software y con base en otras figuras que sirvieron como punto de referencia.
HRE Emilia, en la etapa inicial, no hizo uso de la habilidad de reconocimiento de las relaciones espaciales, se observó en ella que: • No identifica que una figura plana simple hace parte de una familia o una clasificación particular.	HRE Emilia no hizo uso de la habilidad de reconocimiento de relaciones espaciales, se observó en ella que: No reconoce que una figura hace parte de una familia, manifestando dificultad para entender que hay condiciones suficientes para hacerlo.	HRE Con respecto a la habilidad de reconocimiento de posiciones en el espacio, Emilia no mostró avance, confirmando con ello, que no hace uso de esta habilidad; dado que aunque reconoce propiedades de triángulos y cuadriláteros presenta dificultad para determinar, por

		ejemplo, que un triángulo equilátero puede ser isósceles; es decir, ya estando establecida una familia de polígonos, no reconoce otro polígono que pueda hacer parte de otra familia.
HDV Con respecto a la HDV, Emilia hizo uso parcial de esta habilidad; se observó en ella, que: • Hace comparaciones significativas entre las figuras planas simples. • Aún desconoce algunas propiedades de las figuras planas simples, para hacer comparaciones de acuerdo con sus propiedades; permitiendo así	HDV Emilia hizo uso de la habilidad de discriminación visual; se observó en ella que: • Establece relaciones y diferencias entre las figuras planas simples, en el momento de ponerlas en comparación; dando a entender que conoce sus elementos y sus propiedades. • Selecciona las figuras planas simples y las clasifica atendiendo	HDV En la habilidad de discriminación visual, se considera que ésta permanece en la estudiante para establecer relaciones entre los polígonos, triángulos y cuadriláteros respectivamente. Es evidente que el fortalecimiento de ésta, es mayor con respecto al diagnóstico, en la medida que hay conocimiento de nuevas propiedades específicas para los polígonos, lo que hace que el manejo

reconocer la invariabilidad y las diferencias significativas.	a sus propiedades.	de HDV sea más notorio y los argumentos estén mediados por conceptos geométricos más articulados.
HMV Emilia no hizo uso de la Habilidad de memoria visual, se observó en ella, que: • No tiene conocimiento de las propiedades de una figura, razón por la cual no establece que polígono es, dadas las propiedades. • No construye figuras a partir de las propiedades dadas. • No hace un adecuado uso de sus imágenes mentales para identificar un polígono	HMV Emilia hizo uso de la habilidad de memoria visual, se observó en ella, que: • Construye una figura y describe el procedimiento utilizado para hacerlo, mostrando el conocimiento de propiedades y la articulación de estas con las imágenes mentales que posee. • A partir de la descripción de las propiedades de una figura, reconoce la figura plana simple que cumple con la descripción dada.	HMV A través de la aplicación del instrumento, la interacción con nuevas herramientas y la socialización, Emilia manifestó uso de la habilidad de memoria visual, por medio de las representaciones externas hechas; permitiendo observar que hubo uso y articulación de imágenes mentales.

HRM	HRM	HRM
Emilia no hizo uso de la habilidad rotación mental, dado que: • No identifica propiedades de una figura plana en otra, debido probablemente a que no ha construido imágenes mentales respecto a este referente conceptual.	Emilia hizo uso parcial de la habilidad de rotación mental; se observó en ella, que: • Identifica algunas propiedades de las figuras planas simples, articulando imágenes mentales con representaciones externas, que son manipuladas por medio de las herramientas del software. Aunque, en algunas ocasiones, no atribuye de manera adecuada, las propiedades para la figura que se está estudiando.	El uso de la habilidad de rotación mental por parte de Emilia, fue poco; en la medida que no se observó totalmente el establecimiento de relaciones, y además, no se valió de imágenes mentales para hacerlo.

Tabla 6.1 Análisis de resultados Emilia

AMALIA

DIAGNÓSTICO	ETAPA FINAL	AVANCES
HIV Amalia no hizo uso de la habilidad de Identificación visual, se observó en ella: • Se le dificulta identificar figuras planas simples. (Triángulos y cuadriláteros) • Desconocimiento de propiedades para identificar una figura, en una composición donde hay figuras superpuestas, o algunas de ellas son elementos constitutivos de otros. • No establece relaciones y diferencias con los elementos dados	HIV Con respecto a la identificación visual, se observó en ella que: • Identificó triángulos y cuadriláteros específicos en una composición estableciendo su nombre y atendiendo a algunas propiedades • Aunque describió elementos y figuras que acompañaban la identificación pedida, no hizo una interpretación muy precisa, obviando elementos importantes en su descripción.	HIV Se observó en ella que: manifestó avance con respecto al conocimiento de las figuras por sus elementos generales, identificándolas en una composición de ellas Con respecto a los argumentos utilizados por la estudiante faltó mayor precisión para describir los elementos que forman parte de la composición, así como las propiedades de estos. Reflejando que el avance fue poco representativo en

y no hace una descripción de ellos	• Le costó reconocer algunos elementos constitutivos, no describió ni hizo uso de gestos para señalar. • Mostró dificultad para presentar sus ideas.	esta habilidad.
HCP Amalia, no hizo uso de la habilidad de conservación de la percepción, se observó en ella que: • No reconoce figuras planas simples de manera global, ni de acuerdo a sus propiedades. • No responde las preguntas que dan indicios de esta habilidad	HCP Amalia hizo uso de la conservación de la percepción, se observó en ella que: • Reconoce figuras planas simples en un conjunto de figuras, haciendo alusión a sus propiedades. • Forma grupos entre las figuras mostrando propiedades comunes. • Establece relaciones entre figuras	HCP Amalia, manifestó avance en la habilidad de conservación de la percepción pasando de no reconocer figuras, a formar grupos de acuerdo a su parecido, por algunos elementos constitutivos, y por hacer alusión a algunas propiedades invariantes reconociendo elementos de semejanza.

	utilizando terminología “se parece a”, identificando que dos o más figuras planas simples corresponden a una misma clasificación independientemente de factores como color, tamaño y posición.	Se establece con respecto a esta habilidad que la estudiante, hizo uso de ella en las situaciones que así lo requería, puesto que sus respuestas dieron cuenta de ello, sin embargo el lenguaje utilizado en momento carece de dominio, mostrando que falta articular en un lenguaje geométrico más propio a la edad y al nivel de razonamiento.
HRP Respecto con la habilidad de Reconocimiento de posiciones en el espacio, se observó que Amalia: • No establece relaciones entre las figuras planas simples, en la medida que no encuentra	HRP Amalia le cuesta identificar la habilidad de reconocimiento de posiciones en el espacio; se observó en ella que: • En algunas ocasiones reconoce que algunas figuras planas	HRP Se infiere que: Amalia no hace uso de la habilidad de reconocimiento de posiciones en el espacio, evidenciando que no hay un avance con respecto a la etapa diagnóstica. No hubo indicios de esta habilidad en

correspondencia entre ellas de acuerdo a sus propiedades. • No reconoce que dos o más polígonos tienen propiedades en común. • No hace comparaciones entre una figura dada como punto de referencia con otras figuras.	simples tienen propiedades en común, pero le cuesta argumentar. • No establece relaciones con figuras que sirven como punto de referencia, incluso cuando se les presenta la figura plana del mismo tipo y/o familia.	sus respuestas, y sus argumentos se limitaron a los elementos generales que tienen las figuras planas simples como el número de lados y ángulos, presentando dificultad para expresar las relaciones que se pueden dar con algunas figuras planas simples que actúan como punto de referencia.
HRE Amalia en la etapa inicial no hizo uso de la habilidad de reconocimiento de las relaciones espaciales se observó en ella que: • No identifica que una figura plana simple hace parte de una familia o una clasificación particular • No establece diferencias entre dos figuras incluso cuando las	HRE Amalia no hizo uso de la habilidad de reconocimiento de relaciones espaciales; se observó en ella, que: • No reconoce que una figura hace parte de una familia, manifestando dificultad para entender que hay condiciones suficientes para hacerlo.	HRE Con respecto a la habilidad de reconocimiento de posiciones en el espacio, Amalia no manifiesta avance, mostrando dificultad para determinar, por ejemplo que un triángulo equilátero puede ser isósceles, es decir, ya estando establecida una familia de polígonos no evidencia otro polígono que hace

superpone	• No reconoce una figura plana simple en otra familia de figuras planas mostrando desconocimiento de propiedades invariantes.	que tiene unas propiedades diferentes puede pertenecer a esa familia.
HDV Con respecto a HDV, Amalia no hizo un uso de esta habilidad; se observó en ella que: • No hace comparaciones entre las figuras. • Manifiesta no saber, tanto en la socialización como en la parte escrita.	HDV Amalia hizo uso de la habilidad de discriminación visual; se observó en ella que: • Establece relaciones y diferencias entre las figuras planas simples en el momento de poner en comparación, dando a entender que conoce sus elementos y sus propiedades.	HDV En la habilidad de discriminación visual se observó avance en los diferentes indicadores, mostrando de esta manera que la estudiante hace comparaciones por medio de propiedades y elementos constitutivos de las figuras planas simples. Las relaciones y diferencias que hizo, las manifestó desde las representaciones externas, y sus

	• Selecciona las figuras planas simples y las clasifica atendiendo a sus propiedades, formando grupos con las herramientas que presenta el software.	descripciones aunque dieron cuenta de la habilidad carecen de rigor conceptual.
HMV Amalia no hizo uso de la Habilidad de Memoria Visual; se observó en ella, que: • No tiene conocimiento de las propiedades de una figura, razón por la cual no establece que polígono es dadas las propiedades. • No construye figuras a partir de las propiedades dadas.	HMV Amalia hizo uso medianamente parcial de la habilidad de memoria visual; se observó en ella,: • Construye figuras con las condiciones pedidas pero no describe el procedimiento utilizado para hacerlo de forma verbal ni escrita. • A partir de la descripción de las propiedades de una figura	HMV A través de la aplicación del instrumento y la interacción con las herramientas del software, se observó que: Amalia hizo un uso parcial de la habilidad de memoria visual; poniendo de manifiesto sus imágenes mentales con respecto a algunos triángulos y cuadriláteros, pero no logró plasmar la secuencia utilizada en la construcción, pero si dedujo la figura a partir de la descripción.

• No hizo uso de sus imágenes mentales para establecer qué polígono es.	reconoce la figura plana simple que cumple con la descripción dada	
HRM Amalia no hizo uso de la habilidad Rotación Mental, se observó en ella, que: • No identifica propiedades de una figura plana en otra, dado que no tiene imágenes mentales respecto a este referente conceptual.	HRM Amalia no hizo uso de la Habilidad de Rotación Mental; se observó en ella, que: • No identifica propiedades de una figura plana en otra. • No manifiesta, el movimiento mental de una figura, no recurre a imágenes mentales para dar a conocer como una figura puede sufrir una transformación.	HRM Es posible considerar la dificultad que presenta Amalia con respecto a hacer uso de sus imágenes mentales para hacer transformaciones y movimientos en su mente. De esta manera, no identificó propiedades de una figura plana simple en otra, ni recurrió a elementos tangibles para hacerlo, razón por la cual, es posible inferir que conserva los indicadores propios del nivel inicial y no hay un avance de la habilidad de rotación mental.

Tabla 6.2 Análisis de resultados Amalia

MARÍA

DIAGNÓSTICO	ETAPA FINAL	AVANCES
HIV María manifiesta no uso de la habilidad de Identificación Visual; se observó en ella, que: • Identifica triángulos y cuadriláteros de manera global. • Desconoce propiedades para identificar una figura, en una composición donde hay figuras superpuestas, o algunas de ellas son elementos constitutivos de otros. • No establece relaciones y	HIV Con respecto a la identificación visual; se observó que María: • Identificó triángulos y cuadriláteros específicos en una composición estableciendo su nombre y atendiendo a las propiedades y sus elementos constitutivos. • Describe elementos y propiedades de la composición general, así como hace específico la identificación de un	HIV Hubo un avance con respecto a la habilidad de Identificación Visual, por parte de María. Se observó diferencias entre los dos momentos permitiendo así, establecer que ella en su razonamiento hace uso de la habilidad mencionada.

diferencias con los elementos dados y no hace una descripción de ellos	polígono pedido, por medio de la descripción de los elementos que lo acompañan y las partes que tienen en común. • Manifiesta con elementos teóricos articulados las propiedades y rápidamente identifica diferentes polígonos.	
HCP María demostró uso de la habilidad de conservación de la percepción; se observó en ella, que: • Reconoce figuras planas simples por sus elementos generales. • Establece grupos entre figuras por sus parecidos o algunos	HCP María hizo uso de la conservación de la percepción; se observó en ella, que: • Reconoce figuras planas simples en un conjunto de figuras, haciendo alusión a todas sus propiedades. • Forma grupos entre las figuras	HCP María desarrolló y afianzó la habilidad de conservación de la percepción, manifestando avance, en la manera de argumentar, hacer selección y formación de grupos. También en el dominio de las propiedades y la articulación de estas con otras que están presentes en el conjunto de

elementos característicos • Desconoce algunas propiedades particulares de las figuras planas simples.	mostrando propiedades comunes, haciendo discriminación de aspectos como el color, tamaño la posición, dando cuenta el porqué de la formación de los grupos.	polígonos presentado.
HRP Con respecto a la habilidad de Reconocimiento de posiciones en el espacio; se observó que María: • No establece relaciones entre las figuras planas simples, en la medida que no encuentra correspondencia entre ellas de acuerdo a sus propiedades. • No reconoce que dos o más polígonos tienen propiedades en	HRP María tiene habilidad para hacer reconocimiento de posiciones en el espacio; se observó en ella, que: • Establece relaciones con una figura plana simple que sirve como referente. • Hace uso de las herramientas del software para identificar las propiedades invariantes en	HRP María, mostró avance en la Habilidad de reconocimiento de posiciones en el espacio, evidenciando diferencias con respecto al nivel inicial, presentadas por la capacidad de establecer relaciones con objetos y otros polígonos que sirven como referente. Se observó que ella, aplicó el uso de herramientas, y de las imágenes

común. • No hace comparaciones entre una figura dada como punto de referencia con otras figuras	ambas figuras. • Relaciona las figuras con objetos del espacio.	mentales que poseía.
HRE María, en la etapa inicial no hizo uso de la habilidad de reconocimiento de las relaciones espaciales; se observó en ella. que: • No identifica que una figura plana simple hace parte de una familia o una clasificación particular. • No establece diferencias entre dos figuras incluso cuando las superpone.	HRE María, no hizo uso de la habilidad de reconocimiento de relaciones espaciales; se observó que: • Reconoce de acuerdo a las propiedades generales las diferentes familias de triángulos y cuadriláteros, pero manifiesta dificultad para clasificar, que una figura plana simple, hace parte de otra familia, manifestando	HRE Con respecto a la habilidad de reconocimiento de posiciones en el espacio, María, mostró avance con respecto al nivel inicial, hizo clasificaciones, pero, desconociendo en sus argumentos la posibilidad de que una figura pueda ser clasificada en otra familia, atendiendo a las propiedades que la definen.

	dificultad para entender que hay condiciones suficientes para hacerlo.	
HDV María hizo un uso parcial de esta habilidad, se observó en ella, que: • Establece diferencias entre las figuras atribuyendo a su forma • Forma conjuntos de figuras por elementos generales.	HDV María, hizo uso de la habilidad de discriminación visual; se observó en ella. que: • Establece relaciones y diferencias entre las figuras planas simples en el momento de poner en comparación, dando a entender que conoce sus elementos y sus propiedades. • Selecciona las figuras planas simples y las clasifica atendiendo a sus propiedades, formando grupos con las herramientas que	HDV María en la habilidad de identificación visual mostró avance, precisando no solo a aspectos generales sino particulares, por medio del esclarecimiento de propiedades y las relaciones existentes entre los elementos a considerar.

	presenta el software. • Describe con claridad, las propiedades que permiten establecer relaciones y diferencias entre las figuras y por ende hacer clasificaciones dentro de las figuras planas simples. • En algunos casos establece relaciones de semejanza entre los polígonos.	
HMV María, no hizo uso de la Habilidad de Memoria Visual; se observó en ella, que: • No tiene conocimiento de las propiedades de una figura, razón por la cual no establece que	HMV María, manifestó uso de la memoria visual; se observó en ella que: • Construye las figuras planas, mostrando en su construcción el conocimiento de propiedades.	HMV María tuvo la habilidad de memoria visual. Ella reprodujo una imagen a partir de otras que ya había visto, articulando las imágenes mentales que poseía con representaciones externas.

polígono es dadas las propiedades. • No construye figuras a partir de las propiedades dadas. • No hace uso de sus imágenes mentales para establecer qué polígono es.	• Describe las propiedades de una figura plana simple a su vez identifica por medio de la descripción de propiedades que tipo de figura es.	
HRM María, no hizo uso de la habilidad Rotación Mental; se observó en ella que: • No identifica propiedades de una figura plana en otra, dado que no tiene imágenes mentales respecto a este referente conceptual.	HRM María, presentó parcialmente habilidad de rotación mental; se observó en ella, que: • Identifica propiedades de los cuadriláteros a partir de identificar otras figuras en ella. • Representa los aspectos que identifica por medio de gráficos, mostrando transformaciones y movimientos de las figuras, haciendo uso de imágenes	HRM María, mostró un avance no muy notorio con respecto a la habilidad de rotación mental, permaneciendo con algunos indicadores similares a los presentados en la etapa diagnóstica, sin embargo, se observó que las transformaciones que hace, da cuenta de algunas imágenes mentales que posee, e identificó aunque no todos, algunos elementos para clasificar una figura a partir de

	mentales. • Le cuesta hacer estar transformaciones sin hacer uso de material concreto. • Se le dificulta argumentar los cambios con un lenguaje más elaborado.	otra.

Tabla 6.3 Análisis de resultados María

JUAN

DIAGNÓSTICO	ETAPA FINAL	AVANCES
HIV Juan no hizo uso de la habilidad de Identificación Visual; se observó en él, que: • Identifica triángulos y cuadriláteros pero no clasifica cada uno de ellos. • Desconoce propiedades para identificar una figura, en una composición donde hay figuras superpuestas, o algunas de ellas son elementos constitutivos de otros. • No establece relaciones y	HIV Con respecto a la identificación visual, se observó que Juan: • Identificó triángulos y cuadriláteros específicos en una composición estableciendo su nombre y atendiendo a las propiedades y sus elementos constitutivos. • Describe elementos y propiedades de la composición general, así como hace específico la identificación de un polígono pedido, por medio de la	HIV Juan, mostró avances en la habilidad de identificación visual, adquirió elementos que le permitieron establecer relaciones entre las figuras e identificar estas en contextos aislados a las representaciones geométricas usadas, a su vez sus argumentos fueron más articulados.

diferencias con los elementos dados y no hace una descripción de ellos	descripción de los elementos que lo acompañan y las partes que tienen en común. • Identifico figuras planas simples aislándolas de su contexto	
HCP Juan demostró uso de la habilidad de conservación de la percepción; se observó en él, qué: • Reconoce figuras planas simples por sus elementos generales. • Conforma grupos entre figuras por sus elementos semejantes. • Reconoce algunas propiedades particulares de las figuras planas simples.	HCP Juan hizo uso de la conservación de la percepción; se observó en él, que: • Reconoce figuras planas simples conservan propiedades matemáticas independientemente que hayan cambiado de posición.	HCP Juan, mostró que el avance es poco con respecto a su situación inicial, al hacer uso de la habilidad de conservación de la percepción, permitiendo inferir que es capaz de conservar propiedades independientemente de los cambios que sufra una figura plana simple con respecto a la posición y tamaño.

HRP Juan, usó parcialmente la habilidad de reconocimiento de posiciones en el espacio; se observó en él, que: • Establece algunas relaciones entre las figuras planas simples, en la medida que no explica la correspondencia entre ellas de acuerdo a sus propiedades. • En pocas ocasiones identifica que dos o más polígonos tienen propiedades en común. • Expresa comparaciones entre una figura que actúa como referente con un lenguaje coloquial.	HRP Juan, tiene habilidad para hacer reconocimiento de posiciones en el espacio en la medida que • Establece relaciones con una figura plana simple que sirve como referente, estableciendo relaciones de igualdad. • Hace uso de las herramientas del software para identificar las propiedades invariantes en ambas figuras.	HRP Juan, mostró que afianzó el uso de la habilidad de reconocimiento de posiciones en el espacio, él logró establecer relaciones de igualdad entre las figuras planas simples, y las relacionó con los demás objetos que fueron referentes para explorar dichas relaciones.

HRE Juan, en la etapa inicial no hizo uso de la habilidad de reconocimiento de las relaciones espaciales; se observó en él, que: • No identifica que una figura plana simple hace parte de una familia o una clasificación particular. • No atiende a algunas propiedades para relacionarlas.	HRE Juan, hizo uso de la habilidad de reconocimiento de relaciones espaciales; se observó en él, que: • Relaciona dos figuras por sus propiedades, e identifica características matemáticas en las figuras.	HRE Juan mostró avance notorio en el uso de la habilidad de reconocimiento de relaciones espaciales. Les confiere a las figuras las características matemáticas que poseen. Exteriorizó características en común que tienen algunas figuras planas simples. Por ejemplo: Un cuadrado puede ser un caso especial de rombo.
HDV Juan, no hizo uso de la de la habilidad de discriminación visual se observó en él, que: • No manifiesta las relaciones y	HDV Juan, hizo uso de la habilidad de discriminación visual: se observó en él, que: • Establece relaciones y diferencias entre las figuras planas simples	HDV El avance en el uso de la habilidad de discriminación visual en Juan fue el máximo, con relación a sí mismo. Él logró establecer diferencias e igualdades entre las mismas figuras y para justificar sus respuestas, puso

diferencias encontradas entre los diferentes tipos de figuras planas simples.	en el momento de poner en comparación, dando a entender que conoce sus elementos y sus propiedades. • Identifica figuras planas simples al ponerlas en comparación con otras figuras por medio de diferencias e igualdades	en comparación otras figuras planas simples.
HMV Juan, no hizo uso de la Habilidad de Memoria Visual; se observó en él, que: • No construye figuras planas simples. • Identifica pocas figuras planas simples atendiendo a sus propiedades.	HMV Juan manifestó uso de la memoria visual; se observó en él, que: • Construye las figuras planas, mostrando en su construcción el conocimiento de propiedades. • Describe las propiedades de una figura plana simple a su vez identifica por medio de la	HMV Juan, mostró avance en la habilidad de memoria visual, en el momento de construir una figura, recordó las características visuales de ésta y por medio de esta situación, construyó las figuras justificando el procedimiento para su construcción.

	descripción de propiedades que tipo de figura es. • Recuerda características visuales de las figuras.	
HRM Juan, no hizo uso de la habilidad Rotación Mental; se observó en él, que: • No identifica propiedades de una figura plana en otra, dado que no tiene imágenes mentales respecto a este referente conceptual.	HRM Juan usó la habilidad de rotación mental; se observó en él, que: • Realiza movimientos imaginarios para visualizar una figura. • Identifica propiedades de las figuras planas simples a partir de identificar otras figuras en ella.	HRM Con respecto a la habilidad de rotación mental, Juan mostró avance y uso de esta. Para identificar propiedades, realizó, movimientos imaginarios e incluso en composiciones de varias figuras simples.

Tabla 6.4 Análisis de resultados Juan

SÁKURA

DIAGNÓSTICO	ETAPA FINAL	AVANCES
HIV Sákura, no hizo uso de la habilidad de identificación visual; se observó en ella, que: • No reconoce figuras planas simples en una composición de figuras. • Le cuesta identificar que elementos y propiedades hacen parte de la composición de figuras para identificar una en particular.	HIV Sákura, hizo uso de la habilidad de Identificación visual; se observó en ella, que: • Identifica triángulos y cuadriláteros específicos en una composición estableciendo su nombre y atendiendo a las propiedades y sus elementos constitutivos.	HIV Sákura, mostró avance en esta habilidad pasando de no identificar a argumentar sus respuestas a partir del conocimiento de propiedades. Tuvo destreza para mostrar que elementos a partir de señales y argumentos poseía la composición.

HCP Sákura, manifestó poca habilidad de conservación visual, se observó en ella, que: • Reconoce figuras planas simples por sus elementos generales. • Le cuesta identificar propiedades matemáticas en una figura cuando esta cambia de posición.	HCP Sákura, hizo uso de la conservación; se observó en ella, que: • Reconoce figuras planas simples que conservan propiedades matemáticas independientemente que hayan cambiado de posición y explica como reconoce las propiedades invariantes.	HCP Sákura, mostró avance con respecto a su situación inicial. Hizo uso de la habilidad de conservación de la percepción. Fue capaz de conservar propiedades en una figura independientemente de los cambios que sufrió.
HRP Sákura, no hizo uso de la habilidad de reconocimiento de posiciones en el espacio; se observó en ella, que: • No hace inferencias entre una figura y otra que sirve como punto de comparación.	HRP Sákura, hizo uso de la habilidad para hacer reconocimiento de posiciones en el espacio; se observó en ella, que: • Establece relaciones con una figura plana simple que sirve como referente, estableciendo	HRP Con respecto a su nivel inicial, Sákura. Mostró avance en el uso de la habilidad en mención, puesto que sus argumentos dieron cuenta de las relaciones de igualdad establecidas, así como involucró, el uso de otras

• No identifica propiedades en las figuras, no hace uso de otros atributos para hacer comparaciones.	relaciones de igualdad. • Identificó algunas posibles relaciones de semejanza entre algunas figuras planas simples. (Triángulos)	habilidades.
HRE Sákura no hizo uso de la habilidad de relaciones espaciales; se observó en ella, que: • No identifica que una figura plana simple hace parte de una familia o una clasificación particular. • No identifica características matemáticas comunes.	HRE Sákura, hizo uso parcial de la habilidad de reconocimiento de relaciones espaciales; se observó en ella, que: • Relaciona dos figuras por sus propiedades, e identifica características matemáticas en las figuras. • En algunos casos reconoce que una figura plana simple pertenece también a otra familia.	HRE Sákura, mostró avance no muy notorio en esta habilidad, sus argumentos se fundamentaron en reconocer características matemáticas en las figuras, le cuesta hacer inferencias de ellas e incluirlas en familias con las mismas propiedades.

HDV Sákura, hizo poco uso de la habilidad de discriminación visual; se observó en ella, que: • Solo hace comparaciones respecto a la forma de las figuras por sus elementos generales. • No hace uso de comparaciones para la identificación de una figura. • No identifica propiedades específicas dentro de las familias de triángulos y cuadriláteros.	HDV Sákura, hizo uso de la habilidad de discriminación visual; se observó en ella, que: • Compara y establece relaciones y diferencias entre las figuras planas simples, dando a entender que conoce sus elementos y sus propiedades.	HDV Sákura, mostró avance en la medida que en sus argumentos se reflejó la clasificación que hace de las figuras y las comparaciones que hizo fueron dadas a partir de elementos matemáticos más articulados.
HMV Sákura, no hizo uso de la Habilidad de Memoria Visual, se observó en ella, que:	HMV Sákura, hizo uso de la memoria visual; se observó en ella, que: • Construye las figuras planas,	HMV Sákura, al hacer uso de la habilidad de memoria visual, mostró mayor desempeño, sus aportes fueron

• No construye figuras planas simples. • Identifica figuras planas de acuerdo al número de lados. • Confunde la definición del polígono con una clasificación de este.	mostrando en su construcción el conocimiento de propiedades. • Recuerda características visuales de las figuras.	dados por medio de las características visuales y sus recuerdos, situación que permitió inferir otras características y propiedades.
HRM Sákura, no hizo uso de la habilidad Rotación Mental; se observó que: • No identifica propiedades de una figura plana en otra, dado que no tiene imágenes mentales respecto a este referente conceptual.	HRM Sákura usó la habilidad de rotación mental; se observó que: • Realiza movimientos imaginarios para visualizar una figura y explica estos a partir de la puesta en común de sus imágenes mentales. • Identifica propiedades de las figuras planas simples a partir de identificar otras figuras en ella.	HRM Con respecto a la habilidad de rotación mental, Sákura mostró avance y uso de ésta. En el momento de identificar propiedades, realizó, movimientos imaginarios en composiciones de varias figuras simples a diferencia de su situación inicial.

Tabla 6.5 Análisis de resultados Sákura

6.2.1.1 INTERPRETACIÓN ARTICULADA DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS

Emilia, pone de manifiesto el uso de las habilidades que fueron atribuidas al subproceso de Interpretación de Representaciones Semióticas; por lo cual se infiere que ella: interpreta, lee figuras y gráficos, y tiene conocimiento del vocabulario geométrico para el referente conceptual correspondiente a los triángulos y cuadriláteros. Se evidencia el anterior resultado, desde los indicadores que dan cuenta de ello, a lo largo de las actividades. Se destaca la capacidad que tiene para identificar las figuras en diferentes contextos y conjuntos, así como para detectar la invariabilidad de propiedades, atribuidas a estas.

En ocasiones le cuesta clasificar algunas figuras, pero se hace evidente el uso de sus imágenes mentales para producir nueva información y poner en juego la construcción de figuras, compararlas y tomar otras como referentes. Situaciones que hacen entender que manipula datos no figurativos, transforma representaciones visuales, organiza y articula sus imágenes mentales, lo que da cuenta de su Procesamiento Visual.

Por medio de la Interpretación de Representaciones Semióticas y el Procesamiento Visual, se observó cómo Emilia hizo una transición de representaciones externas a imágenes mentales y viceversa, mostrando avances en su proceso cognitivo de visualización; aunque es importante destacar que requiere un mayor dominio en otras habilidades que le posibilitan un mayor avance en este proceso.

Amalia, interpreta la información que le es presentada a partir de imágenes externas, limitándose a las representaciones visuales y a la percepción; manifestando con ello que su razonamiento está marcado por el reconocimiento de elementos que una figura puede tener. En cierta forma, se le dificulta atribuir ~~a~~ algunas propiedades en referente conceptual de los triángulos y cuadriláteros.

Es posible considerar que Amalia, en ciertas ocasiones, hace uso de las imágenes mentales que posee, e incluso, por medio de ellas, hace comparaciones e imagina figuras que le permiten reconocer algunas propiedades relevantes.
En Amalia, las acciones encaminadas a describir el subproceso de Interpretación de Representaciones Semióticas se hacen más evidentes que las acciones propias del subproceso de Procesamiento Visual. Sin embargo, se observa cómo hace posible la construcción y articulación de imágenes mentales por medio de las representaciones externas, y a su vez, cómo se le facilita con las imágenes mentales que posee, dar respuesta a las preguntas por medio de las representaciones visuales que construye.

Debido a las sus relaciones débiles en el proceso cognitivo de Visualización, Amalia no clasificó algunas figuras planas simples, pero sus respuestas ofrecieron un indicio que éste está en construcción.

María, a lo largo de las actividades, mostró dominio en la mayoría de las habilidades, excepto en la habilidad de Reconocimiento de Relaciones Espaciales; mostrando con ello consolidación de los subprocesos de Interpretación de Representaciones Semióticas y Procesamiento Visual. Esto se vio ~~e~~ reflejado en: acciones de identificación de figuras en composiciones donde aparecen varias de estas, la puesta en juego del análisis por medio de las propiedades de las figuras planas simples trabajadas, las habilidades para imaginar figuras y hacer comparaciones entre ellas, identificando nuevas propiedades.

Lo anterior, permitió observar que las imágenes mentales y las representaciones externas que surgen una a partir de la otra, están presentes en las respuestas dadas por María en el desarrollo de la mayoría de las actividades, lo que hace posible inferir que activó una articulación de las imágenes y conceptos, haciendo una transición entre los dos subprocesos de visualización.

Juan, expresa por medio de sus respuestas que hace una transición entre los dos procesos de Visualización abordados. La Interpretación de Representaciones Semióticas se hizo manifiesta gracias a que usa un vocabulario espacial propio para el referente conceptual Triángulos y Cuadriláteros, hace una lectura e interpretación de las figuras y establece relaciones entre las formas y propiedades.

El Procesamiento Visual de Juan estuvo enmarcado en su capacidad de interpretar relaciones abstractas, así como en la "manipulación" de sus imágenes mentales.

Sákura, exterioriza el uso de habilidades propias de los subprocesos de Interpretación de Representaciones Semióticas así como de Procesamiento Visual, manifestando en este último que todavía se hacen evidentes algunas falencias en el momento de clasificar triángulos y cuadriláteros. En sus respuestas, da cuenta que hay una conexión entre representaciones externas e imágenes mentales, puesto que se vale de ellas para atribuir propiedades a figuras, establecer comparaciones, describir elementos, construir figuras y clasificarlas de acuerdo a con la observación de la invariabilidad de muchos de los elementos.

En general, a través de los análisis a de las actividades geométricas de los estudiantes fue posible explorar el Proceso Cognitivo de Visualización en la resolución de las diferentes situaciones propuestas, puesto que en sus respuestas se reflejó la transición entre los subprocesos Interpretación de Representaciones Semióticas y Procesamiento Visual.

Con relación al análisis sobre los avances la unidad de análisis mostró más fortalecimiento en la Interpretación de Representaciones Semióticas que en el Procesamiento Visual. Y la Puesta en común, a través del instrumento aplicado, reflejó el uso de las habilidades que dan cuenta que las imágenes mentales y las representaciones externas van de la mano, permitiendo emerger conclusiones sobre el proceso cognitivo de visualización.

6.2.2 Análisis según niveles de Van Hiele

EMILIA		
Nivel 1: Reconocimiento		**Nivel 2: Análisis**
Emilia da muestras de estar ubicada en el nivel de reconocimiento, sus respuestas conducen a determinar que la resolución de las tareas propuestas están relacionadas con los descriptores propios de este nivel.	Algunos de los razonamientos presentados por Emilia, no se limitan solo a reconocer elementos globales; en momentos infiere relaciones y propiedades, pero le cuesta interpretar que hay condiciones matemáticas que se cumplen a través de los elementos y las propiedades.	Emilia en la resolución de sus tareas, relaciona sus respuestas con el descriptor 2.4.

Tabla 6.6 Análisis de resultados Van Hiele Emilia

AMALIA		
Nivel1: Reconocimiento		**Nivel 2: Análisis**
Amalia da muestra de estar ubicada en el nivel de Reconocimiento, sus respuestas conducen a determinar que la resolución de las tareas propuestas, están relacionadas con los descriptores: 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.8, 1.9, 1.10, 1.10, 1.12. Con respecto a los otros descriptores, no da cuenta de ellos.	Amalia, muestra que su razonamiento está dado por el reconocimiento desde lo global, la inferencia de propiedades no se refleja en todas las figuras, por lo cual no es posible atribuir características propias del nivel de Análisis.	Amalia en sus respuestas no da cuenta de utilizar alguno de los descriptores propios del nivel de Análisis.

Tabla 6.7 Análisis de resultados Van Hiele Amalia

MARÍA		
Nivel1: Reconocimiento		**Nivel 2: Análisis**
María, da muestras de alcanzar el nivel de Reconocimiento; las	María muestra un razonamiento intermedio entre los niveles de	María, está trasegando por el nivel de Análisis; pone de manifiesto algunos de los

respuestas a las actividades conducen a determinar que la resolución de las tareas propuestas, están relacionadas con los descriptores propios del nivel.	Reconocimiento y Análisis; sus respuestas están mediadas por la inferencia de propiedades en las figuras planas simples estudiadas, interpretando no en todos los casos, relaciones entre figuras, clasificación e identificación de estas en diferentes contextos.	descriptores, entre ellos: 2.1 y 2.5.

Tabla 6.8 Análisis de resultados Van Hiele María

JUAN		
Nivel 1: Reconocimiento		**Nivel 2: Análisis**
Juan, tiene alcanzado completamente el nivel de Reconocimiento, sus respuestas conducen a identificar los descriptores adoptados para este nivel.	Juan, alcanza a mostrar elementos y descriptores propios del nivel de Análisis; aunque no ha alcanzado totalmente este, mostrando de esta forma que está trasegando en este.	Juan presenta indicios de su paso por el nivel de Análisis; se observa en sus respuestas que conducen al alcance de los descriptores: 2.1, 2.3, 2.4, 2.5, 2.8, 2.9. Es posible apreciar que no ha alcanzado completamente este nivel, porque no establece todas las condiciones que deben

		cumplirse en el momento de la clasificación de triángulos y cuadriláteros.

Tabla 6.9 Análisis de resultados Van Hiele Juan

SÁKURA		
Nivel1: Reconocimiento		**Nivel 2: Análisis**
Sákura, ha alcanzado el nivel de Reconocimiento, atribuyendo su razonamiento no solo a un lenguaje coloquial sino más elaborado en el momento de dar sus respuestas; que conducen a todos los descriptores propios de este nivel.	Teniendo en cuenta que no solo sus respuestas están dadas por lenguaje coloquial, se infiere que Sákura está trasegando entre los niveles de reconocimiento y análisis, mostrando con ello que aunque no alcanza en su totalidad el nivel de Análisis, para sus respuestas sí rescata propiedades que logra inferir de las figuras planas simples.	Respuestas dadas por Sákura, conducen a determinar que se relacionan con los descriptores: 2.1, 2.3, 2.4, 2.5, 2.8 y 2.9; aunque no en su totalidad.

Tabla 6.10 análisis de resultados Van Hiele Sákura

Caracterización de avances en el Proceso Cognitivo de Visualización, en la clasificación de triángulos y cuadriláteros

Este apartado se centra en la caracterización de los avances del proceso cognitivo de visualización, en triángulos y cuadriláteros, para cada uno de los estudiantes del grupo experimental. Se parte de las definiciones generales de los Subprocesos y de las Habilidades de Visualización particularizadas para los triángulos y cuadriláteros. La caracterización se hará de manera general, es decir, los Subprocesos con las Habilidades de Visualización que usaron, para dar cumplimiento al objetivo general.

ESTUDIANTE	P.C. VISUALIZACIÓN IRS + PV	CARACTERÍSTICAS
Emilia	Hace transición entre la interpretación de representaciones externas y el procesamiento visual, reflejando el conocimiento que tiene de propiedades dadas en las representaciones externas. Utiliza esta información para establecer relaciones entre las figuras planas simples, que le permiten hacer una clasificación entre ellas; mostrando, a través de su razonamiento, que se encuentra trasegando en el nivel dos de Análisis, según el Modelo de Van Hiele.	Identifica una figura plana simple en una composición de figuras y la clasifica de acuerdo con los elementos que lo acompañan y la posición que ocupa. Reconoce o clasifica un triángulo o un cuadrilátero específico en diferentes tipos de figuras planas simples Identifica las propiedades de un triángulo en otro o de un cuadrilátero en otro. Compara triángulos o cuadriláteros y los clasifica. Construir un triángulo o un cuadrilátero dadas sus propiedades. Identifica propiedades en un triángulo o un cuadrilátero a partir de la imagen mental que tiene de otras.

Amalia	Exterioriza la interpretación de la información, que le es presentada a partir de imágenes; limitándose a lo visual, a la percepción. Su razonamiento está marcado desde el reconocimiento de elementos que una figura puede tener, pero en cierta forma se le dificulta atribuir algunas propiedades al referente conceptual de los triángulos y cuadriláteros; mostrando con ello que el subproceso de procesamiento visual está en construcción. A través del razonamiento muestra que ha alcanzado el nivel uno de reconocimiento según el Modelo de Van Hiele.	Identifica una figura plana simple en una composición de figuras. Reconoce o clasifica un triángulo o un cuadrilátero específico en diferentes tipos de figuras planas simples. Identifica medianamente las propiedades de un triángulo en otro o de un cuadrilátero en otro, Compara triángulos o cuadriláteros pero aún le cuesta hacer una clasificación entre ellos. Identifica un triángulo o un cuadrilátero dadas sus propiedades, pero le cuesta hacer una construcción y describir sus pasos.
María	Hace una transición entre los dos subprocesos de visualización, reflejando en sus respuestas que es necesario consolidar el segundo subproceso, dado que le hace falta énfasis en el uso de la habilidad de Reconocimiento de	Identifica una figura plana simple en una composición de figuras y la clasifica acuerdo con los elementos que lo acompañan y la posición que ocupa. Reconoce o clasifica un triángulo o un cuadrilátero

	Relaciones Espaciales. Muestra, a partir de su razonamiento, qué está trasegando entre los niveles de reconocimiento y análisis según el Modelo de Van Hiele.	específico en diferentes tipos de figuras planas simples Identifica las propiedades de un triángulo en otro o de un cuadrilátero en otro. Compara triángulos o cuadriláteros y los clasifica. Construye un triángulo o un cuadrilátero dadas sus propiedades.
Juan	Hace una transición entre la Interpretación de Representaciones Semióticas y el Procesamiento Visual. Su vocabulario articulado con el referente conceptual triángulo y cuadriláteros, le permite realizar una lectura e interpretación de las figuras, estableciendo relaciones entre ellas y dotándolas de propiedades. Interpreta relaciones abstractas, manipula imágenes mentales que dan cuenta del uso de habilidades propias de los dos subprocesos, trasegando en el nivel dos de análisis según el modelo Van Hiele.	Identifica una figura plana simple en una composición de figuras y la clasifica acuerdo a los elementos que lo acompañan y la posición que ocupa. Reconoce o clasifica un triángulo o un cuadrilátero específico en diferentes tipos de figuras planas simples Identifica las propiedades de un triángulo en otro o de un cuadrilátero en otro. Compara triángulos o cuadriláteros y los clasifica. Construye un triángulo o un cuadrilátero, dadas sus propiedades.

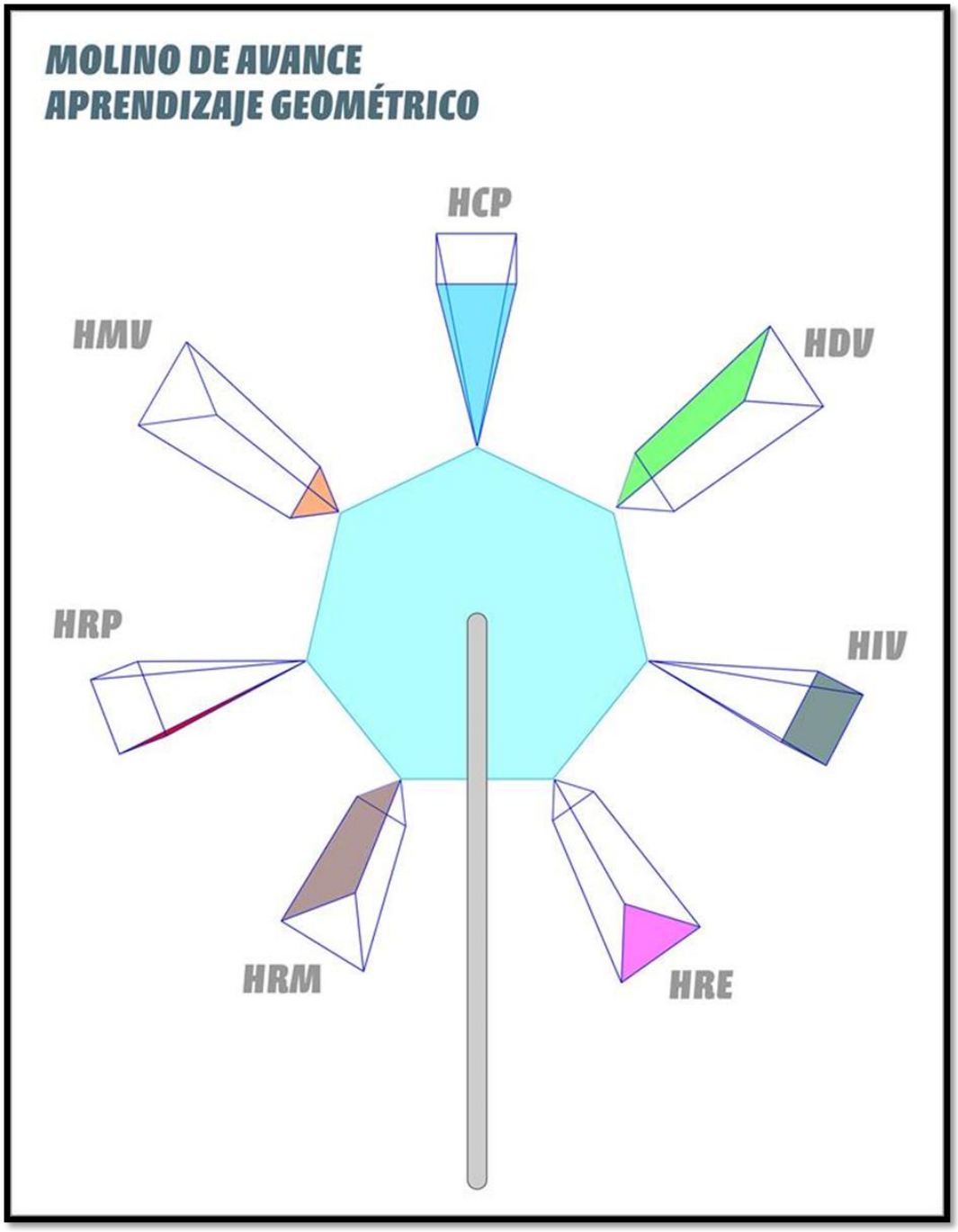
		Identifica propiedades en un triángulo o un cuadrilátero a partir de la imagen mental que tiene de otras.
Sákura	Exterioriza el uso de habilidades propias de los subprocesos de Interpretación de Representaciones Semióticas así como de Procesamiento Visual, manifestando en este último que todavía se hacen evidentes algunas falencias en el momento de clasificar triángulos y cuadriláteros. En sus respuestas, da cuenta que hay una conexión entre representaciones externas e imágenes mentales, puesto que se vale de ellas para: atribuir propiedades a figuras, establecer comparaciones, describir elementos, construir figuras y clasificar de acuerdo ~~a~~ con la observación de la invariabilidad de muchos de los elementos. Finalmente, articula las imágenes a los conceptos. La estructura de sus respuestas y su	Identifica una figura plana simple en una composición de figuras y lo clasifica Reconoce o clasifica un triángulo o un cuadrilátero específico en diferentes tipos de figuras planas simples Identifica las propiedades de un triángulo en otro o de un cuadrilátero en otro. Compara triángulos o cuadriláteros y los clasifica. Construye un triángulo o un cuadrilátero, dadas sus propiedades. Identifica medianamente propiedades en un triángulo o en un cuadrilátero, a partir de la imagen mental que tiene de otras figuras.

	razonamiento, dan cuenta que se encuentra trasegando entre los niveles de Reconocimiento y Análisis, mostrando características propias de ambos	

Tabla 6.11 Caracterización de avances en el Proceso Cognitivo de Visualización

MOLINO DE APRENDIZAJE GEOMÉTRICO

La imagen que se presenta a continuación, resume el uso de las habilidades utilizadas por los estudiantes a lo largo de la intervención didáctica. En la imagen se observa cuales fueron más utilizadas por los estudiantes, de acuerdo a la ubicación que ésta tiene en el molino. Posteriormente se presenta una imagen que muestra cada una de las habilidades y los sujetos de investigación, donde se observa en forma descendente los estudiantes y el dominio de la habilidad en mención.



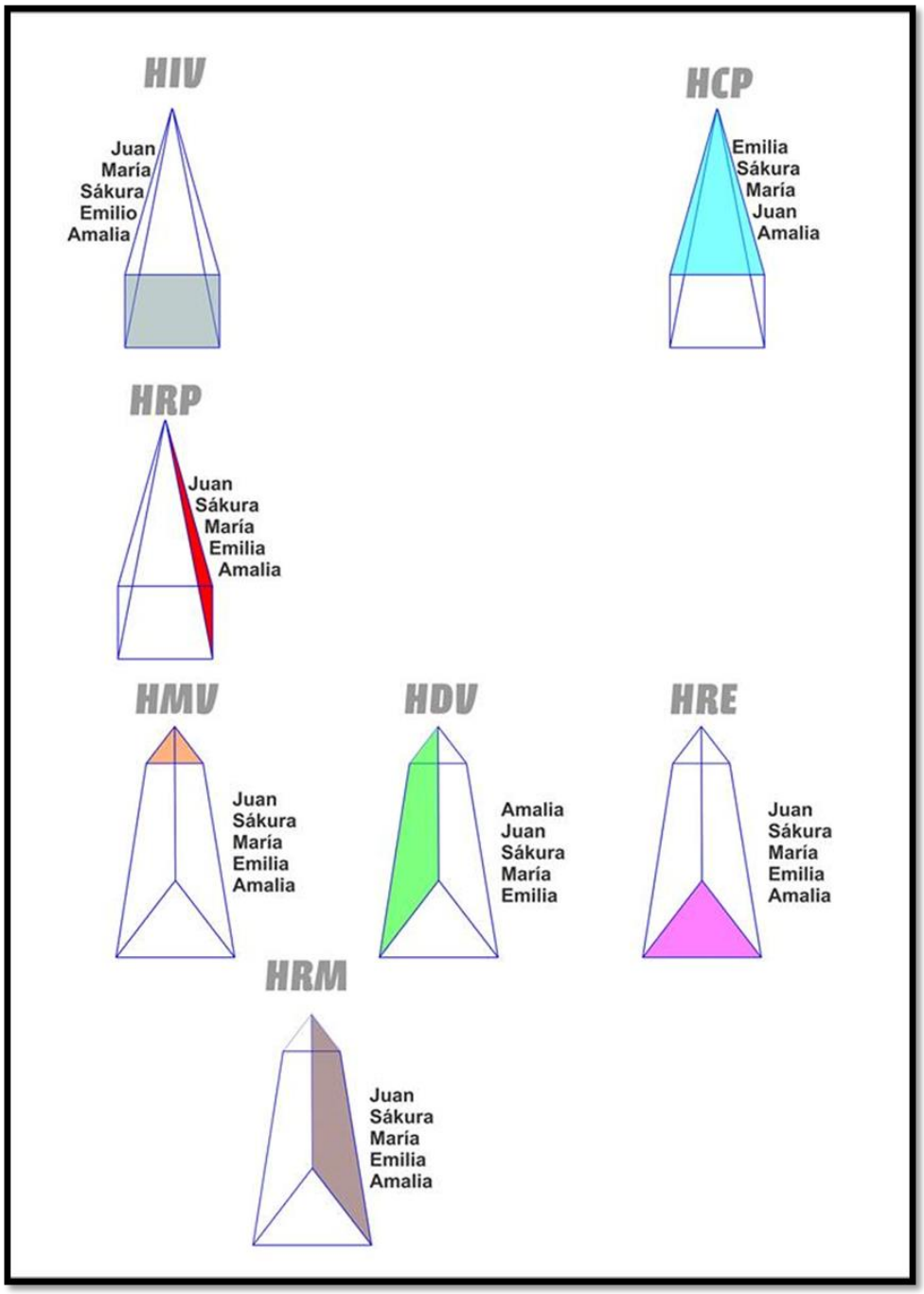
6.3 Avance visualización

La imagen, tiene como nombre Molino de Aprendizaje Geométrico, asemejando el movimiento de las aspas con los cambios que se dan en las habilidades, de acuerdo al desarrollo del pensamiento geométrico de un estudiante en particular.

El molino, es un heptágono atendiendo a las siete habilidades abordadas. En cada uno de los vértices se desglosa un cuerpo geométrico, pirámides de base cuadrangular para las habilidades HCP, HIV y HRP propias del subproceso IRS y prismas de base triangular para las habilidades HRE, HRP, HRM y HDV del subproceso PV. En las bases de cada cuerpo están nombradas y una de las caras de cada poliedro está sombreada para diferenciar dichas habilidades. Los cuerpos fueron escogidos teniendo en cuenta el referente conceptual triángulos y cuadriláteros rescatando los descriptores que hacen referencia a la percepción global y a los elementos constitutivos de las figuras.

Tiene líneas punteadas que dividen la figura en niveles que indican cuales habilidades fueron más usadas por los estudiantes, en el primer nivel se encuentra HCP y HDV, en el segundo HIV, en el tercero HMV y por último HRP, HRM y HRE que en algunos casos no fueron utilizadas.

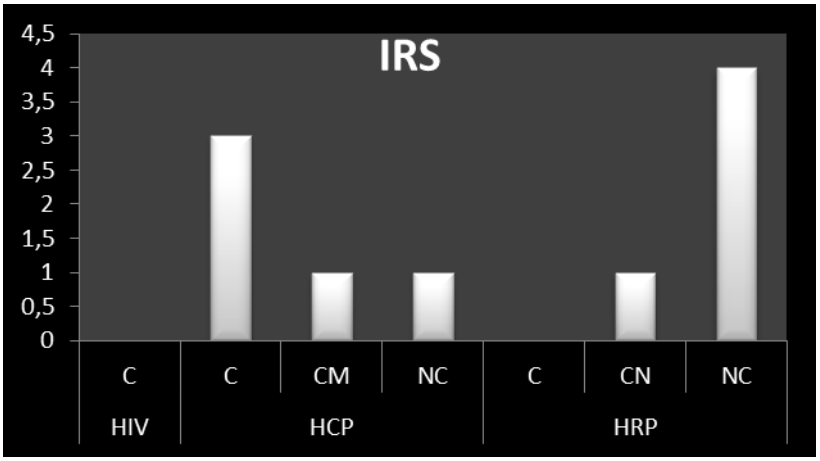
El segundo momento de la imagen que se presenta a continuación, muestra la particularidad de cada habilidad y el dominio presentado por los estudiantes del grupo experimental en el uso que hizo de cada una, en la intervención de las actividades.



6.4 Habilidades

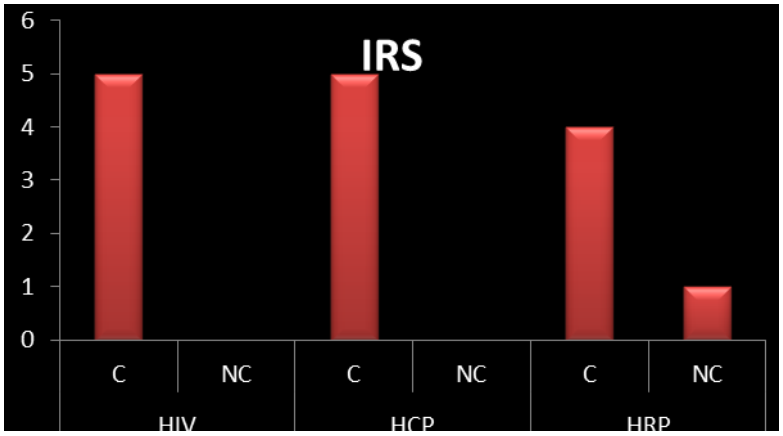
7. Conclusiones

A continuación, se presentarán las gráficas sobre las cuales se puede identificar los resultados por habilidad y subprocesos en la prueba diagnóstica y a lo largo de la intervención de la estrategia didáctica del grupo experimental.



7.1 Resultados IRS prueba diagnóstica

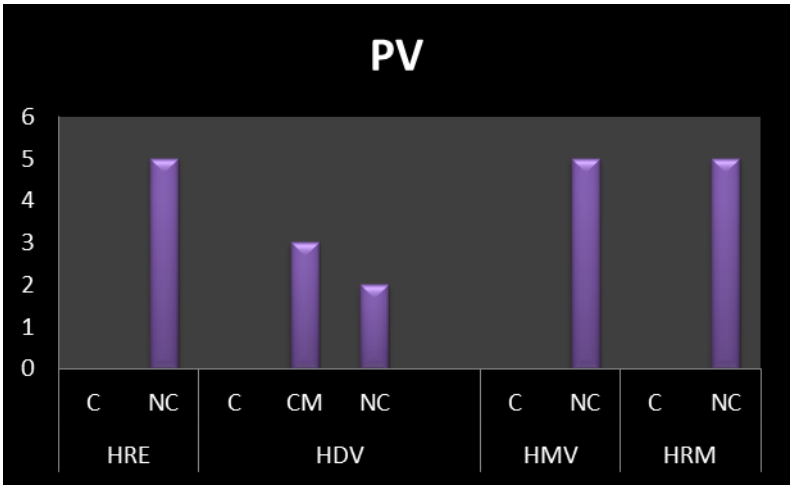
En la gráfica 7.1, se identifica el uso de las habilidades propias del subproceso IRS durante la parte 2 de la prueba diagnóstica, determinando los resultados de la siguiente manera: Para HIV el 100% no hizo uso de ella, para la HCP el 60% hizo uso de la habilidad, el 20% hizo un uso parcial y 20% no hizo uso de ella; en la HRP el 20% hizo un uso parcial de la habilidad y el 80% no hizo uso de ella.



7.2 Resultados IRS dada la intervención

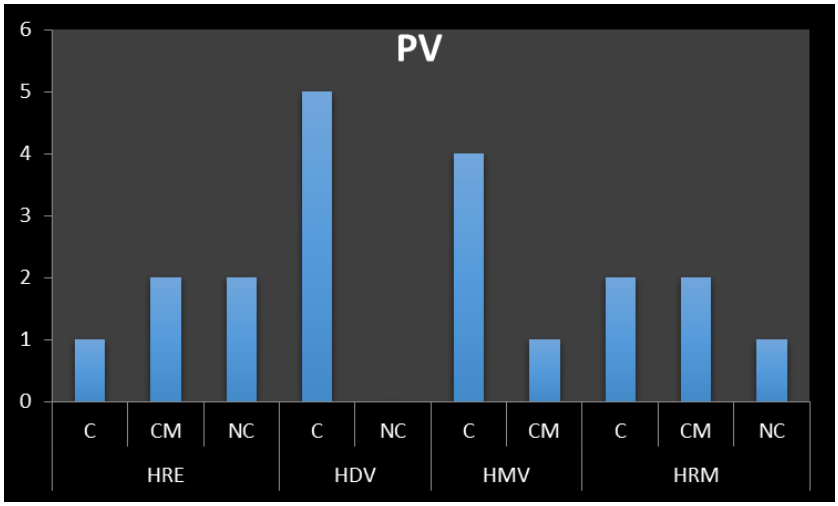
En la gráfica 7.2, se identifica el uso de las habilidades propias del subproceso IRS dada la intervención didáctica orientada en Geogebra y el Modelo de Razonamiento Van Hiele, obteniendo resultados. El 100% hizo uso de las HIV y HCP, para la HRP el 80% hizo uso de la habilidad y un 20% no hizo uso de ella.

De la comparación de estos resultados, se tiene que hubo avances en las diferentes habilidades que se abordaron en el subproceso de Interpretación de Representaciones Semióticas. Los estudiantes manifestaron en sus respuestas indicadores de cada habilidad, lo que lleva a determinar que este subproceso se fue fortaleciendo con la intervención de la estrategia didáctica.



7.3 Resultados PV prueba diagnóstica

En la gráfica 7.3 se identifica el uso de las habilidades propias del subproceso PV durante la parte 2 de la prueba diagnóstica, determinando los resultados de la siguiente manera: Para la HRE el 100% no hizo uso de ella, para la HDV el 60% hizo uso parcial de la habilidad, y el 40% no hizo uso de ella y en HMV y HRM el 100% no hizo uso de estas habilidades



7.4 Resultados PV dada la intervención

En la gráfica 7.4, se identifica el uso de las habilidades propias del subproceso PV dada la intervención didáctica orientada en Geogebra y el Modelo de Razonamiento Van Hiele, obteniendo resultados. El 20% hizo uso de HRE 40% hizo un uso parcial de ella y 40% no hizo uso de ella. Para la HDV el 100% hizo uso de ella, en la HMV el 80% hizo uso de ella y el 20% no hizo uso de ella. En HRM el 40% hizo uso de la habilidad, 40% hizo uso parcial de la habilidad y el 20% no hizo uso de esta

De la comparación de estos resultados, se tiene que hubo avance en las habilidades del subproceso de procesamiento visual, cabe destacar que la HRE fue la menos utilizada por los estudiantes junto con la HRM sin embargo hubo estudiantes que a lo largo de sus respuestas mostraron los indicadores de estas habilidades. Al igual que el anterior subproceso, este se fue fortaleciendo con la intervención didáctica.

Ambos subprocesos y la articulación de ellos, permiten identificar el proceso cognitivo de visualización a partir de características e indicadores que los estudiantes muestran frente a una situación geométrica determinada. En la caracterización de avances, en el proceso cognitivo de visualización en la clasificación de triángulos y cuadriláteros expuesta en la tabla 6.12 se observa: la articulación de estos dos subprocesos en el grupo experimental, los indicadores que mostraron frente al referente conceptual polígonos, el trasegar dada la madurez evolutiva de los estudiantes en los niveles de reconocimiento y análisis del Modelo de Razonamiento Van Hiele, que se enfatiza en el análisis expuesto desde las tablas 6.6 hasta la 6.10.

A partir de las fases de Información, Orientación dirigida y Explicitación, del Modelo, se diseñó la estrategia didáctica, con el fin de observar el trasegar en los niveles iniciales. En las fases de información y Orientación se contó la interacción del software Geogebra como herramienta y gracias a su carácter dinámico, permitió que las representaciones de los objetos, tuvieran transformaciones lo que llevó a los estudiantes a construir conclusiones y a establecer relaciones entre las figuras presentadas triángulos y

cuadriláteros en la fase de Explicitación. Cabe destacar que, el aprendizaje de la geometría, implica el desarrollo de habilidades visuales y de argumentación, Geogebra es una herramienta didáctica que posibilita entre otras cosas, el avance en el proceso cognitivo de visualización, así como la articulación de este con la justificación poniendo a disposición de quien interactúa con él, un medio idóneo para la problematización, la experimentación y conjeturación.

“Estrategia didáctica para la clasificación de triángulos y cuadriláteros orientada por Van Hiele y Geogebra” fue pertinente y válida para el aprendizaje de los polígonos, y el desarrollo del proceso cognitivo de visualización en los estudiantes del grado séptimo, de la IEPLV, gracias a la disponibilidad de los espacios, la motivación de los estudiantes al trabajar con nuevas herramientas y la colaboración de ellos. Desde el aporte a la geometría es una carta abierta que busca ser modificada para fortalecer los procesos cognitivos y el desarrollo del pensamiento geométrico, así como los elementos de visualización no abordados en la investigación representaciones externas e imágenes mentales que aunque fueron manifestadas por los estudiantes, su análisis detallado potencia la comprensión de este proceso en un contexto determinado.

8. Limitaciones de la investigación

En el diseño de algunas de las actividades no se observó la profundización de varias habilidades, debido a que su elaboración careció de rigor, lo que apuntó a que las respuestas de los estudiantes no reflejaran características propias de una habilidad en específico.

El análisis detallado de los componentes de visualización, relacionados con las imágenes mentales y las representaciones externas, debido a qué se hizo énfasis sólo en las habilidades y subprocesos puesto que hacer un análisis desde todos los elementos requiere más tiempo de ejecución de la intervención didáctica.

Las respuestas de tipo verbal por parte de algunos estudiantes, infundadas en el miedo a las cámaras, a cometer errores y a ser juzgados.

9. Recomendaciones

Crear espacios de conceptualización para fortalecer el conocimiento de los procesos cognitivos por parte de los educadores en matemáticas, buscando que tengan en cuenta referentes conceptuales, herramientas didácticas, conocimiento del contexto, en el momento de desarrollar sus estrategias didácticas.

Ampliar la investigación en el campo del Proceso Cognitivo de Visualización, y relacionar sus habilidades con otros pensamientos diferentes al geométrico, donde se evidencie la transversalidad en el desarrollo del pensamiento geométrico.

Involucrar el uso del software Geogebra en los procesos didácticos en geometría, donde se observé el potencial de la herramienta, no solo en el proceso de visualización sino en la articulación de este con los procesos de construcción y razonamiento. Gracias al dinamismo del software y a la invariabilidad de las propiedades con las que dota una figura, incitar al docente modelar situaciones para dar viabilidad a los tres procesos mencionados en busca del desarrollo del pensamiento geométrico y el aprendizaje significativo.

10. Bibliografía

Acevedo, I., Londoño, G., Ramírez, N., *Geogebra como soporte en el proceso de construcción del concepto de ángulo.* Tesis de licenciatura no publicada, Universidad de Antioquia, Medellín, Antioquia.

Balachef y Kaput. (1996). Recuperado Noviembre de 2012

http://link.springer.com/chapter/10.

Cantoral, R. y Montiel, G. (2001): *Funciones: Visualización y Pensamiento Matemático.* Prentice Hall & Pearson Edición, México

Cardona, O., Cardozo, C., López R., Posada, R., Ramírez, E., (2001). *Geometría Básica.* Universidad Pontificia Bolivariana, Medellín

Castiblanco, A., Urquina H., Camargo L., y Acosta, M., (2004). *Potencial Didáctico de la Geometría Dinámica en el Aprendizaje de la Geometría.* Ministerio de Educación Nacional Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales. (pp 19-50). Bogotá, D.C., Colombia.

Crowley, M. (1987). Recuperado 10 Marzo de 2013

www.csmate.colostate.edu/

Departamento Nacional de Planeación (DNP), (2000). *Política Nacional de Ciencia y Tecnología* 2000-2002. DNP – Conpes 3008: Santa Fe de Bogotá, D. C.

D´amore, B,. (2000). *La Didáctica de la Matemática Escolar en el II Milenio*. Bologna: Grupo editorial Norma.

Duval, R., (2001). Recuperado Abril 01 de 2013

dialnet.unirioja.es

Gutiérrez, A., (1996) Recuperado Mayo 15 de 2013

http://www.uv.es/angel.gutierrez/archivos1/textospdf

Gualdrón, P. E. (2011). *Análisis y caracterización de la enseñanza y aprendizaje de la semejanza de figuras planas.* Universitat de Valéncia. España.

Hernández, R.; Fernández, C; y Baptista, P (2006). *Estudios de Caso. Metodología de la Investigación.* México D. F. Editorial Mc. Graw Hill. Pps 1-27.

Hitt, F., (2002) Recuperado Junio de 2013

http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED476613.pdf

Hohenwarter, M., y Preiner, J. (2007). Dynamic mathematics with GeoGebra.Journal of Online Mathematics and its Applications, 7.

Laborde, C. (2003). *Buscar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la noción de variación con geometría dinámica.* Tecnologías computacionales en el currículo de matemáticas, Memorias del congreso internacional. Ministerio de Educación Nacional (MEN). Bogotá D.C.

Ministerio De Educación Nacional (MEN). (1998). *Lineamientos Curriculares para el área de matemáticas*. Cooperativa Editorial Magisterio. Santafé de Bogotá.

Ministerio De Educación Nacional. (MEN). (2003). *Estándares Básicos de Matemáticas.* Santafé de Bogotá.

Ministerio De Educación Nacional (MEN). (2004). *Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales*. Bogotá, D.C., Colombia.

Moreno, L., (2002). *Instrumentos matemáticos computacionales*. Serie memorias. Seminario nacional de formación de docentes: Uso de las nuevas tecnologías en el aula de matemáticas. Ministerio de Educación Nacional (MEN).Bogotá, D.C., Colombia.

Moreno, L., (2002). *Cognición y computación: el caso de la geometría y la visualización. Serie memorias.* Seminario nacional de formación de docentes: Uso de las nuevas tecnologías en el aula de matemáticas. Ministerio de Educación Nacional (MEN).Bogotá, D.C., Colombia. Pps 87-92.

Muñoz, G. L., Barrios H , G. A., y Zetién, I. (S.F.).

Recuperado el 24 de Febrero de 2013

http://manglar.uninorte.edu.co/bitstream/10584/699/1/73108499.pdf

Perry, P., Camargo, L., Samper, C., Rojas, C., (2006). *Actividad demostrativa en la formación inicial del profesor de matemáticas*. Universidad Pedagógica Nacional. Santafé de Bogotá.

Piedrahita, W., Londoño, J., y Uribe, E. (2009). *La Enseñanza de la geometría con fundamento en la solución de Problemas Cotidianos*. Medellín.

Piedrahita, W. (2007). *Geometría y desarrollo humano. Educación Hoy,* Confederación Interamericana de Educación, 67-82.

Salkind, N., (1999). *Métodos de investigación*. Tercera edición. México. Editorial Prentice Hall.

Sánchez, R., Y Aleisy, C. (2011). *Construcción de polígonos regulares y cálculo de áreas de superficies planas utilizando el programa GeoGebra: una estrategia metodológica para la construcción de aprendizajes significativos en estudiantes de grado séptimo*

Stake, E. (1998). *Investigación con estudio de casos.* Madrid. Ediciones Morata, S. L. Pp 159

Torregrosa, G.; Quesada, H. (2007). *Coordinación de procesos cognitivos en Geometría*

Recuperado Abril de 2013

http://www.redalyc.org/articulo.oa

ANEXOS

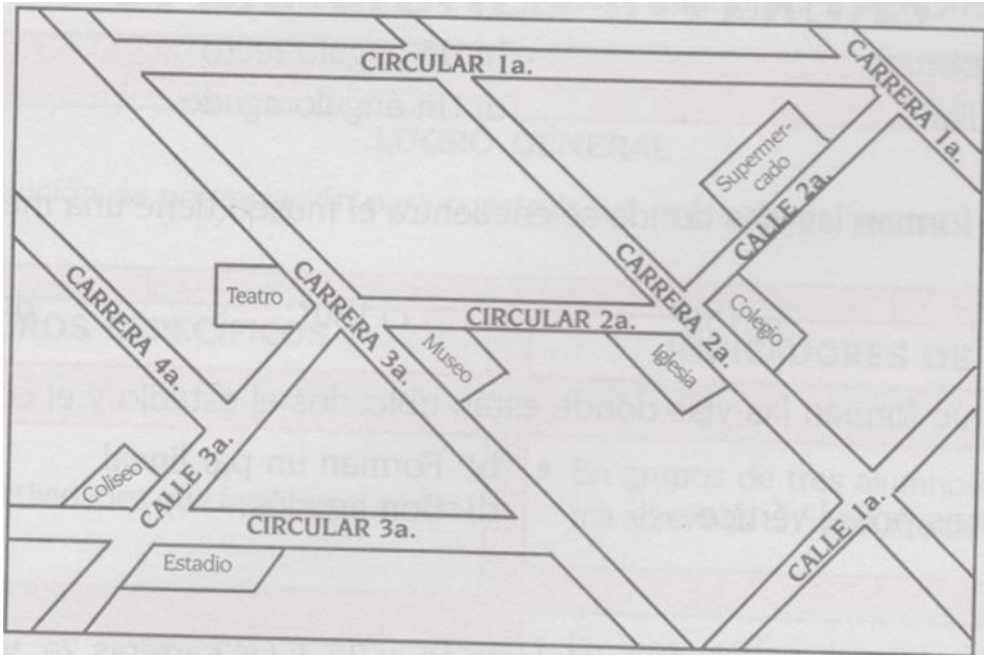
Anexo A: Actividad Diagnóstica 1

INSTITUCIÓN EDUCATIVA PEDRO LUIS VILLA

ÁREA: Matemáticas	PROFESOR:	
ESTUDIANTE	GRADO:	FECHA:

El plano del centro de la ciudad

Este plano muestra el centro de una ciudad y en él se encuentran ubicados algunos puntos claves:



1. Cuáles de las siguientes vías, son perpendiculares a la carrera 2ª.

a. La carrera 3ª b. La calle 2ª

c. La calle 1ª
d. La circular 2ª
e. La circular 1ª
f. La carrera 1ª

2. Cuáles de las siguientes vías, son paralelas a la calle 1ª

a. La circular 2ª
b. La circular 1ª
c. La calle 2ª
d. La calle 3ª
e. La carrera 3ª
f. La carrera 2ª

3. La intersección entre la circular 1ª con la carrera 2ª forman:

a. Dos ángulos agudos
b. Dos ángulos obtusos
c. Dos ángulos rectos
d. Un ángulo agudo y un ángulo obtuso.

4. Para ir del teatro al supermercado, la trayectoria que debemos seguir, utilizando las vías es:

a. Una recta
b. Un ángulo obtuso
c. Un segmento
d. Un ángulo agudo

5. De acuerdo con el plano, la relación que puede establecerse entre las líneas que representan las circulares 1ª,2ª, y 3ª es que:

a. Son perpendiculares
b. Forman ángulos agudos
c. Son paralelas
d. Forman ángulos obtusos.

6. El colegio se encuentra en la intersección de dos vías que forman:

a.
Un ángulo obtuso
b. Un ángulo llano
c. Un ángulo recto.
d. Un ángulo agudo

7. El ángulo que forman las vías donde se encuentra el museo tiene una medida aproximada de:

a. 30°
b. 150°
c. 180°
d. 90

8. Los ángulos que forman las vías donde están ubicados el estadio y el coliseo:

a. Son rectos
b. Son opuestos por el vértice
c. Forman un par lineal
d. Son agudos.

9. Contesta:

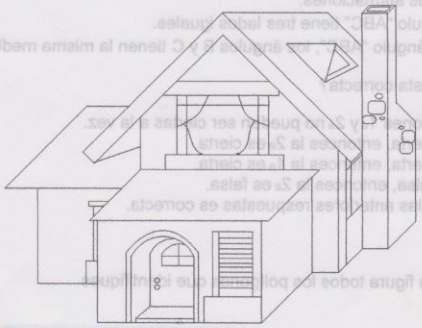
a. ¿Cuál cuadrilátero forman las circulares 1ª y 2ª y las carreras 2ª y 3ª?
b. ¿Dentro de cuál polígono están el museo y la iglesia?
c. ¿Cuáles vías forman triángulos?
d. ¿Hay algún trapecio en el plano?

Anexo B: Actividad diagnóstica 2

INSTITUCIÓN EDUCATIVA PEDRO LUIS VILLA

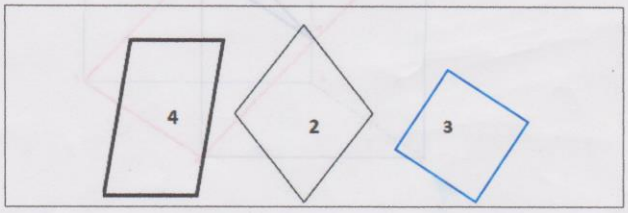
ÁREA: Matemáticas	PROFESOR:	
ESTUDIANTE	GRADO:	FECHA:

Observa la siguiente figura



1. En la figura anterior colorea con azul los triángulos, con rojo los cuadriláteros y con amarillo los otros polígonos y verde aquellos que no polígonos

2. ¿Cuál de las siguientes figuras son cuadrados?



1

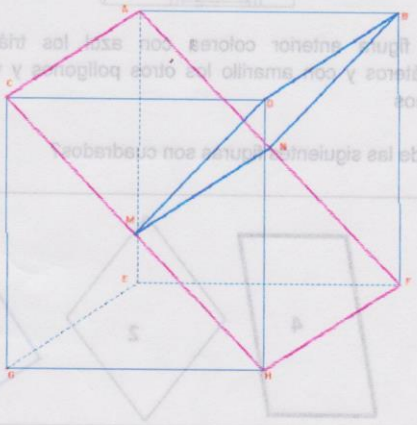
a. Ninguno es cuadrado
b. Solo 3
c. Solo 2 y 3
d. Todos son cuadrados

3. Se tienen dos afirmaciones:
   1a El triángulo "ABC" tiene tres lados iguales.
   2a En el triángulo "ABC", los ángulos B y C tienen la misma medida

¿Cuál es la respuesta correcta?

a. Las afirmaciones 1a y 2a no pueden ser ciertas a la vez.
b. Si la 1a es cierta, entonces la 2a es cierta.
c. Si la 2a es cierta, entonces la 1a es cierta.
d. Si la 1a es falsa, entonces la 2a es falsa.
e. Ninguna de las anteriores respuestas es correcta.

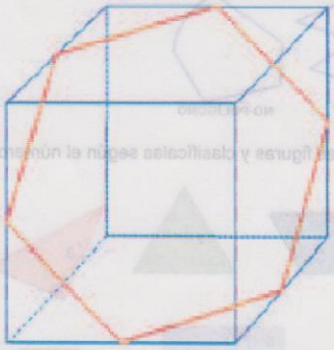
4. Señala en la figura todos los polígonos que identifiques



5. ¿Cuál de las siguientes respuestas, referidas a la figura, no es correcta?

a. Es un paralelogramo.
b. Es un rombo.
c. Es un cuadrado.
d. Es un cuadrilátero.
e. No puede ser todo lo anterior a la vez.

6. La figura muestra una sección hexagonal de un cubo ¿qué respuesta de las siguientes es falsa?

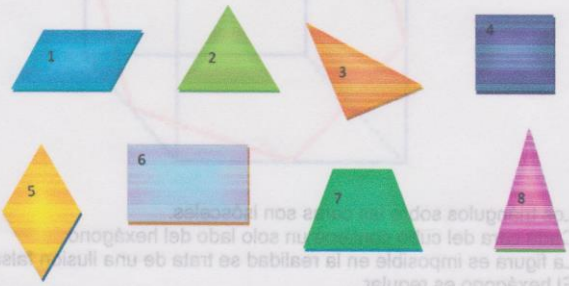


a. Los triángulos sobre las caras son isósceles.
b. Cada cara del cubo contiene un solo lado del hexágono.
c. La figura es imposible en la realidad se trata de una ilusión falsa.
d. El hexágono es regular.
e. Las dos partes en que se divide el cubo son idénticas.

7. Las figuras de abajo se llaman "COMETAS". Señala todas las propiedades que identifiques y da una definición precisa.

8. Según se describe en las imágenes de abajo. ¿Qué es un polígono?

9. Observa las siguientes figuras y clasifícalas según el número de lados.



¿Qué figuras tienen 3 lados? _____
¿Qué figuras tienen cuatro lados? _____
¿Qué figuras tienen sus lados iguales? _____
¿Qué figuras tienen un par de lados iguales? _____
¿Qué figuras tienen sus lados desiguales? _____
¿Qué figuras tienen sus lados opuestos iguales? _____

Anexo C: Actividad 1

INSTITUCIÓN EDUCATIVA PEDRO LUIS VILLA

ACTIVIDAD1

ÁREA: Matemáticas	PROFESOR:	
ESTUDIANTE	GRADO:	FECHA:

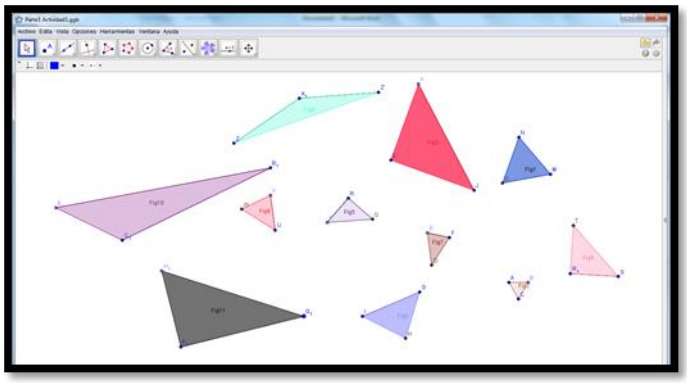
Nivel 1: Reconocimiento

Fase 1: Información **Fase 2: Orientación dirigida**

Objetivo: Identificar propiedades y algunos elementos globales del concepto de triángulo a partir del reconocimiento de las relaciones y las características

I. INFORMACIÓN

a. En la imagen que tienes en el computador, se presentan algunas figuras que tienen características en común y características particulares, observa cada una de las figuras presentadas y responde las preguntas.



a. ¿Qué nombren reciben las figuras presentadas? _____

b. ¿Por qué crees que reciben ese nombre? _____

c. Teniendo en cuenta el nombre que atribuiste a la figura establece una definición general para ellas. _____
_____
_____

II. EXPLORACIÓN

Con ayuda de las herramientas que tiene Geogebra, establece para cada una de las figuras presentadas, la longitud de sus los lados y la medida de sus ángulos y con estos datos y el movimiento de las figuras a través de la opción elige y mueve responde las preguntas que se tienen sobre ellas.

Ten en cuenta que hay algunas figuras que al dotarlas de movimiento cambian la medida de sus lados

Figura 1	Lado1	Lado2	Lado3	Ángulo1	Ángulo2	Ángulo3

Responde:

a. ¿Qué relación puedes establecer entre los ángulos interiores en una de las figuras?_____

_____

b. ¿Es posible establecer la misma relación entre las todas las figuras con respecto a los tres ángulos interiores en cualquier tipo de triángulo? _____

_____

_____

Observa nuevamente las figuras, recuerda la opción desplaza y mueve sobre los objetos libres, determina que figuras tienen elementos similares, establece grupos que tengan características en común y cuales figuras determinan dichos grupos y cuáles son sus características similares.

Grupo1:_____

_____

_____

Grupo2:_____

_____

_____

Grupo3: _____

_____

_____

Grupo4:_____

_____

Grupo5:_____

_____

Grupo6_____

_____

Grupo7_____

_____

Observa la Fig1 y la Fig2

a. ¿Qué características observas en las Fig1 y Fig2? _____

_____

_____

Por medio de la opción desplaza y mueve, alarga los lados, cambia de posición la figura.

b. ¿Qué pasa con la longitud de los lados?_____

c. ¿Qué relación existe entre sus tres lados? _____

d. ¿Qué pasa con la medida de los ángulos? _____

e. ¿Qué tipo de ángulos forman la Fig1? _____

f. Teniendo en cuenta la relación existente entre los lados. ¿Qué nombre puede recibir la Fig1? _____

g. Teniendo en cuenta la relación existente entre los ángulos. ¿Qué nombre puede recibir la Fig1? _____

Observa la Fig3 y dótala de movimiento

a. ¿Qué características generales observas?_____

b. ¿Qué tipo de ángulos me forman la figura? _____

c. ¿Qué relación hay entre los lados?_____

d. ¿Qué figura cumple con características similares a figura y porque? (Recuerda la relación de lados y ángulos)_____

_____

e. ¿Qué nombre puede recibir estas figuras en relación a los lados? _____

_____

f. ¿Qué nombre puede recibir estas figuras en relación a los ángulos?_____

_____

Observa la Fig5 y dótala de movimiento

a. ¿Qué características generales observas?_____

b. ¿Qué tipo de ángulos me forman la figura? _____

c. ¿Qué relación hay entre los lados?_____

d. ¿Qué figura cumple con características similares a figura y porque? (Recuerda la relación de lados y ángulos)_____

e. ¿Qué nombre puede recibir estas figuras en relación a los lados? _____

_____

f. ¿Qué nombre puede recibir estas figuras en relación a los ángulos?_____

Observa la Fig 9 y dótala de movimiento

a. ¿Qué características generales observas?_____
b. ¿Qué tipo de ángulos me forman la figura? _____
c. ¿Qué relación hay entre los lados?_____
d. ¿Qué figura cumple con características similares a figura y porque? (Recuerda la relación de lados y ángulos)_____
_____

e. ¿Qué nombre puede recibir estas figuras en relación a los lados? _____
_____

f. ¿Qué nombre puede recibir estas figuras en relación a los ángulos?_____

_____

Observa la Fig10 y dótala de movimiento

a. ¿Qué características generales observas?_____
b. ¿Qué tipo de ángulos me forman la figura? _____
c. ¿Qué relación hay entre los lados?_____
d. ¿Qué figura cumple con características similares a figura y porque? (Recuerda la relación de lados y ángulos)_____
_____

e. ¿Qué nombre puede recibir estas figuras en relación a los lados? _____
_____

f. ¿Qué nombre puede recibir estas figuras en relación a los ángulos?_____

_____

Observa la Fig 11 y dótala de movimiento

a. ¿Qué características generales observas?_____
b. ¿Qué tipo de ángulos me forman la figura? _____
c. ¿Qué relación hay entre los lados?_____
d. ¿Qué figura cumple con características similares a figura y porque? (Recuerda la relación de lados y ángulos)_____
_____

e. ¿Qué nombre puede recibir estas figuras en relación a los lados? _____
_____

f. ¿Qué nombre puede recibir estas figuras en relación a los ángulos?_____

_____

Observa la Fig12 y dótala de movimiento

c. ¿Qué características generales observas?_____
d. ¿Qué tipo de ángulos me forman la figura? _____
e. ¿Qué relación hay entre los lados?_____
f. ¿Qué figura cumple con características similares a figura y porque? (Recuerda la relación de lados y ángulos
g. ¿Qué nombre puede recibir estas figuras en relación a los lados?
h. ¿Qué nombre puede recibir estas figuras en relación a los ángulos?

Conclusiones generales:

- ¿Qué relaciones puedes establecer entre las figuras?

- ¿Qué tipos de triángulos se pueden encontrar?

- ¿Es posible hacer una clasificación de los triángulos según sus lados? De un ejemplo si es posible

- ¿Es posible hacer una clasificación de los triángulos según sus ángulos? De un ejemplo si es posible

Anexo D: Actividad 2

INSTITUCIÓN EDUCATIVA PEDRO LUIS VILLA

ACTIVIDAD2

ÁREA: Matemáticas	PROFESOR:	
ESTUDIANTE	GRADO:	FECHA:

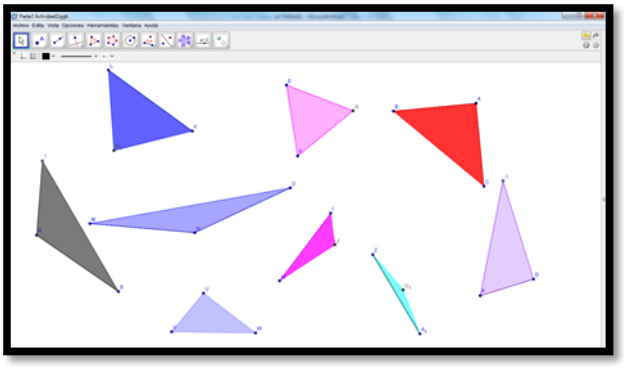
Nivel 2: Análisis

Fase 2: Orientación dirigida

Objetivo: Buscar que los estudiantes razonen sobre conceptos geométricos y establezcan propiedades de los triángulos.

II. EXPLORACIÓN.

En el archivo que tienes en tu computador, hay varios tipos de triángulos, según lo trabajado en la actividad anterior identifica características particulares en ellos a partir de la observación, los puedes mover con la opción (Elige y mueve) y responde las preguntas que están expuestas a continuación.



a. ¿Cuáles de los triángulos son isósceles? _____

_____

b. ¿Cuáles de los triángulos son equiláteros? _____

_____

c. ¿Cuáles de los triángulos son escalenos? _____

_____

d. ¿Cuáles de los triángulos son acutángulos? _____

_____

e. ¿Cuáles de los triángulos son rectángulos? _____

_____

f. ¿Cuáles de los triángulos son obtusángulos? _____

_____

g. ¿Existen triángulos que cumplen varias condiciones?_____

De ser verdadera la opción anterior. ¿Cómo puedes llamar a esos ángulos atendiendo a los aspectos?

_____

_____

_____

_____

_____

_____

Teniendo en cuenta lo estudiado elabora un mapa conceptual sobre la clasificación de triángulos.

Parte2:

Utilizando las herramientas de Geogebra, construye:

- Un triángulo que tenga dos lados iguales y un ángulo recto. Describe su construcción.

_____

_____

- Un triángulo que tenga sus tres ángulos agudos y con diferente longitud y. Describe su construcción.

_____

_____

- Construye un triángulo isósceles cuyos ángulos de la base sean 60º. Describe su procedimiento y establece conclusiones.

_____

_____

_____

Parte3

De acuerdo a lo que has aprendido responde las siguientes preguntas, recuerda dar una justificación clara para cada uno de ellos.

- ¿Puede un triángulo equilátero tener un ángulo de 90º y los otros dos ángulos de 60º cada uno? ¿Por qué?

_____

_____

_____

- ¿Es posible construir un triángulo con un ángulo de 90º, 30º y 20º? ¿Por qué?

_____

_____

_____

- ¿Puede un triángulo isósceles ser equilátero o viceversa, es decir, puede un triángulo equilátero ser isósceles? ¿Por qué?

_____

_____

_____

- ¿Es posible construir un triángulo con los tres ángulos agudos? ¿Por qué?

_____

_____

_____

- ¿Por qué no se puede construir un triángulo con un ángulo recto y obtuso al mismo tiempo?

_____

_____

_____

- ¿Qué pasa cuando se intenta construir un triángulo con dos ángulos rectos?

_____

_____

_____

- Un triángulo tiene dos ángulos agudos iguales, cuya suma es 70º. ¿Qué tipo de triángulo es, según sus lados y ángulos? ¿Por qué?

_____

_____

_____

- Un triángulo tiene un ángulo de 105º, otro de 20º y otro de 55º. ¿Qué tipo de triángulo es, según sus lados y sus ángulos?

_____

_____

_____

_____

¿Qué ideas tienes frente a esta actividad que hiciste?

¿Qué puedes concluir con respecto a los triángulos en general?

Anexo E: Actividad 2B

INSTITUCIÓN EDUCATIVA PEDRO LUIS VILLA

ACTIVIDAD 2B

ÁREA: Matemáticas	PROFESOR: Vanessa Ramírez	
ESTUDIANTE	GRADO:	FECHA:

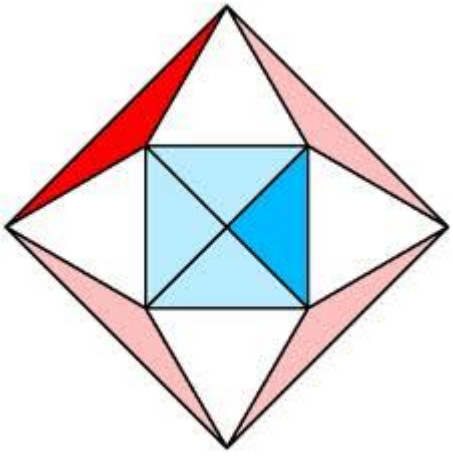
Nivel 2: Análisis

Fase 2: Orientación dirigida

Objetivo: Identificar habilidades de visualización de los estudiantes.

II. EXPLICITACIÓN

Resuelve el siguiente cuestionario, escoge la opción que consideres correcta de acuerdo a lo estudiado.



1. De la figura anterior, se tienen las siguientes afirmaciones con base a los polígonos que en ella se pueden observar.

1ª Todos los triángulos son acutángulos

2ª Todos los triángulos son isósceles.

3ª Los triángulos con color rojo son obtusángulos

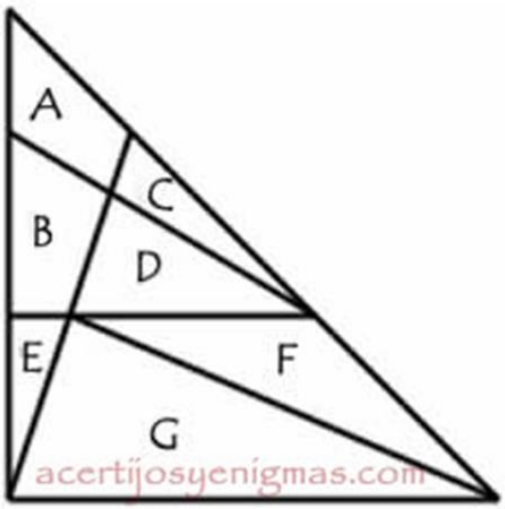
4ªLos triángulos de color azul son equiláteros

5ª Todos los triángulos son escalenos.

¿Cuál es la respuesta correcta?

a. Las afirmaciones 1ª y 2ª son verdaderas
b. Las afirmaciones 2ª y 3ª son verdaderas
c. Las afirmaciones 3ª y 5ª son verdaderas
d. Las afirmaciones 1ª y 5ª son verdaderas
e. Ninguna de las anteriores es correcta

2. En la siguiente imagen hay algunos triángulos. El triángulo E es:



a. El triángulo E es escaleno- rectángulo
b. El triángulo E es escaleno – acutángulo
c. El triángulo E es escaleno- obtusángulo
d. Ninguna de las anteriores

3. Un triángulo tiene tres lados iguales y tres ángulos de 60º. ¿Cuál de las preguntas referidas, no es correcta?

a. Es un triángulo equilátero
b. Es un triángulo isósceles
c. Es un triángulo acutángulo
d. No puede ser todo lo anterior a la vez

Anexo F: Actividad 3

INSTITUCIÓN EDUCATIVA PEDRO LUIS VILLA

ACTIVIDAD3

ÁREA: Matemáticas	PROFESOR:	
ESTUDIANTE	GRADO:	FECHA:

Nivel 1: Reconocimiento

Fase 1: Información **Fase 2: Orientación dirigida**

Objetivos: Identificar propiedades de los cuadriláteros a partir de la construcción de estos dados sus elementos constitutivos.

Indagar la adquisición de habilidades de visualización a partir de las relaciones establecidas por los estudiantes.

I. INFORMACIÓN

En esta guía encontrarás un nuevo polígono, la idea es que tú construyas los polígonos de modo que tú identifiques en ellos las características y puedas dar la definición de los diferentes cuadriláteros y poder clasificarlos de acuerdo a sus características principales

1. Teniendo en cuenta tus conocimientos previos. ¿Qué entiendes por cuadrilátero?

_____

_____

2. ¿Qué clases de cuadriláteros conoces? _____

_____

_____

II. EXPLORACIÓN

En esta actividad, con las herramientas que has utilizado en geogebra vas a construir cuadriláteros a partir de las instrucciones dadas. Finalmente observarás sus características y con base en esta observación podrás responder las preguntas. Utiliza una hoja nueva para cada figura que vas a construir.

Paralelogramos

1. **Construcción de un cuadrado.**

- Traza un segmento AB
- Traza una recta perpendicular a AB que pase por A
- Traza una recta perpendicular a AB que pase por B
- Determina un punto C sobre una de las perpendiculares con la misma distancia AB.
- Determina una paralela al segmento AB que pase por C.
- Determina el polígono ABCD.

Responde:

- ¿Qué características observas en la figura? _____

_____

- ¿Qué relación tienen sus lados opuestos? _____

_____

- ¿Qué relación tienen sus lados consecutivos? _____

_____

_____

- ¿Cuál es la relación existente entre los ángulos del cuadrado? _____

_____

- ¿Cómo son los lados del cuadrado? _____

_____

- Con las relaciones que encontraste en los puntos anteriores. Define el cuadrado.

_____

_____

_____

2. Construcción de un rombo

- Traza un segmento AB
- Determina su punto medio (Punto O)
- Determina una perpendicular a AB por O
- Determina un punto C sobre la perpendicular
- Traza el segmento BC
- Determina una paralela a BC que pasa por A
- Determina el punto D (Intersección de esta paralela con la perpendicular anterior).
- Determina el polígono ABCD

Responde:

- ¿Qué características observas en la figura? _____

_____

- ¿Qué relación tienen sus lados opuestos? _____

_____

- ¿Qué relación tienen sus diagonales? _____

_____

- ¿Cuál es la relación existente entre los ángulos del rombo? _____

_____

- ¿Cómo son los lados del rombo? _____

_____

- Con las relaciones que encontraste en los puntos anteriores. Define el rombo.

_____

_____

_____

3. Construcción de un rectángulo

- Traza un segmento AB
- Traza una recta perpendicular a AB que pase por A
- Traza una recta perpendicular a AB que pase por B
- Determina un punto C sobre la perpendicular
- Determina una paralela al segmento AB que pase por C.
- Determina el polígono ABCD.

Responde:

- ¿Qué características observas en la figura? _____

_____

- ¿Qué relación tienen sus lados opuestos? _____

_____

- ¿Qué relación tienen sus lados consecutivos? _____

_____

- ¿Cuál es la relación existente entre los ángulos del rectángulo? _____

_____

- ¿Cómo son los lados del rectángulo? _____

_____

- ¿Cómo son los ángulos del rectángulo? _____

_____

- Con las relaciones que encontraste en los puntos anteriores. Define el rombo.

_____

_____

_____

4. Construcción de un romboide

Responde:

- ¿Qué características observas en la figura? _____

_____

- ¿Qué relación tienen sus lados opuestos?

_____

- ¿Qué relación tienen sus lados consecutivos? _____

_____

- ¿Cuál es la relación existente entre los ángulos del romboide? _____

_____

- ¿Cómo son los lados del romboide? _____

_____

- ¿Cómo son los ángulos del romboide? _____

_____

- Con las relaciones que encontraste en los puntos anteriores. Define el romboide.

_____

_____

_____

Parte 2

1. Teniendo en cuenta la construcción de los anteriores cuadriláteros ¿Qué es un paralelogramo?_____

   _____

   _____

2. Observas los cuadriláteros que construiste y establece diferencias y semejanzas entre ellos.

   Cuadrado- Rectángulo

   Diferencias:

   _____

   _____

   _____

   Semejanzas:

   _____

   _____

   _____

   Cuadrado- Rombo

   Diferencias:

   _____

   _____

   _____

   Semejanzas:

   _____

   _____

   _____

Cuadrado-Romboide

Diferencias:

_____

_____

_____

Semejanzas:

_____

_____

_____

Rectángulo- Rombo

Diferencias:

_____

_____

_____

Semejanzas:

_____

_____

_____

Rectángulo- Romboide

Diferencias:

_____

_____

_____

Semejanzas:

_____

_____

Rombo - Romboide

Diferencias:

_____

_____

_____

Semejanzas:

_____

_____

_____

3. Establece una subclasificación de los paralelogramos teniendo en cuenta las condiciones establecidas en el punto anterior.

Anexo G: Actividad 3

INSTITUCIÓN EDUCATIVA PEDRO LUIS VILLA

ACTIVIDAD3

ÁREA: Matemáticas	PROFESOR:	
ESTUDIANTE	GRADO:	FECHA:

Nivel 2: Reconocimiento

Fase 1: Información **Fase 2: Orientación dirigida**

Fase 3: Explicación

Objetivos: Identificar propiedades de los cuadriláteros a partir de la construcción de estos dados sus elementos constitutivos.

Indagar la adquisición de habilidades de visualización a partir de las relaciones establecidas por los estudiantes.

I. INFORMACIÓN

b. En el archivo de Geogebra, se presentan algunos cuadriláteros que tienen características en común y características particulares, que los diferencian de los cuadriláteros vistos anteriormente, observa cada una de las figuras presentadas y responde las preguntas.

1. ¿Qué características tienen estos cuadriláteros?

_____

_____

_____

II. EXPLICACIÓN

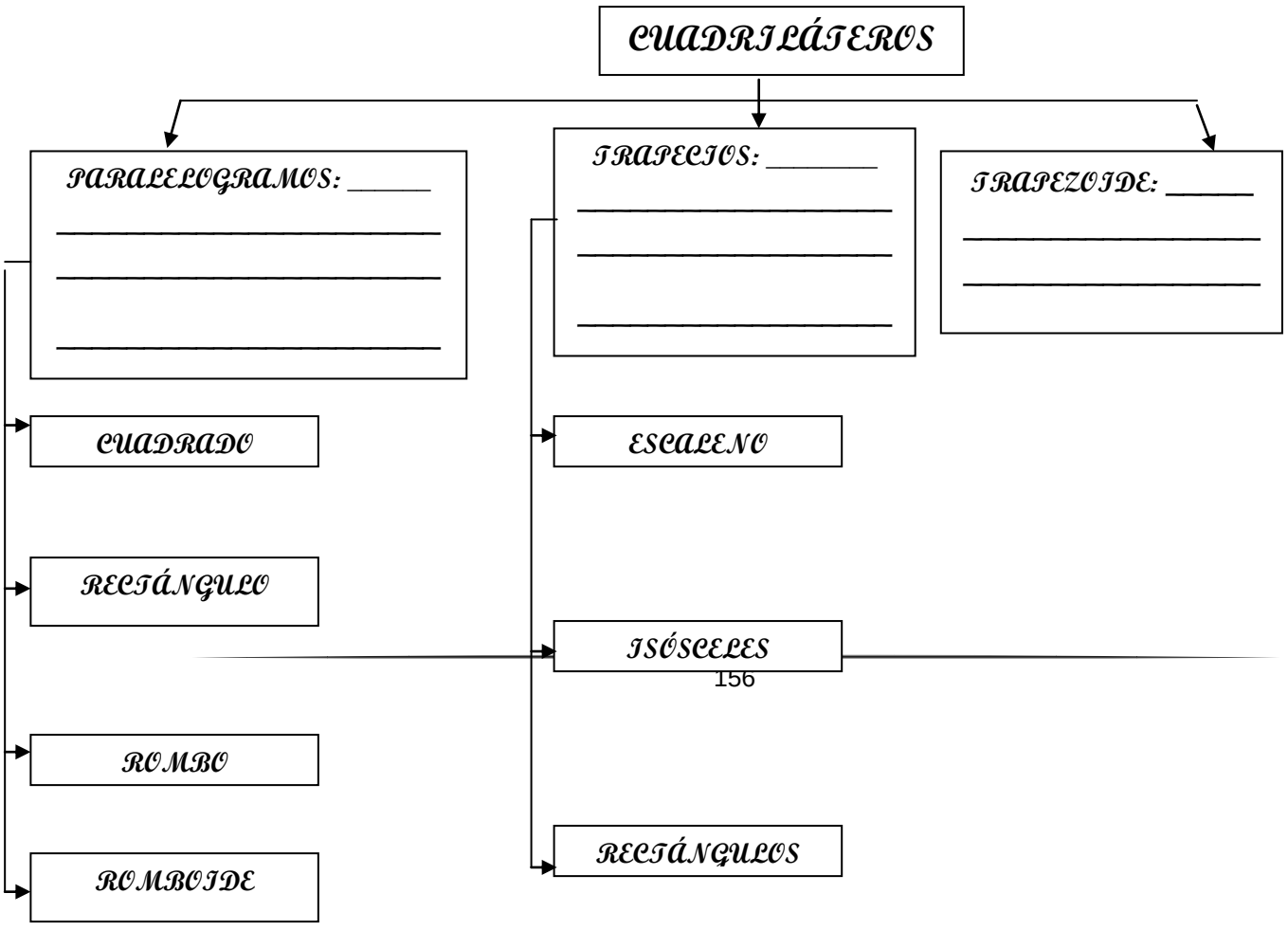
Con ayuda de las herramientas que tiene Geogebra, establece para cada una de los cuadriláteros presentados, obtén datos relevantes y con estos ellos y las opciones del software responde las preguntas que se tienen sobre ellas.

2. Teniendo en cuenta sus propiedades clasifica los paralelogramos anteriores en grupos, arrastra las figuras, describe sus propiedades en términos matemáticos y establece un posible nombre para cada grupo. (Recuerda enviar el archivo)

III. EXPOSICIÓN

Teniendo en cuenta la socialización hecha y las conclusiones obtenidas en la entrevista completa el siguiente mapa.

1. Escribo las características de cada familia de cuadriláteros.



INSTITUCIÓN EDUCATIVA PEDRO LUIS VILLA

ACTIVIDAD3B

Nivel 2: Análisis

Fase 2: Orientación dirigida **Fase 3: Explicación**

Objetivo: Establecer relaciones entre los cuadriláteros a partir de sus propiedades, identificando las habilidades de visualización adquiridas por los estudiantes.

II. EXPLICACIÓN

Con ayuda de Geogebra, construye y describe algunos cuadriláteros, y a partir de este procedimiento y las propiedades que utilizaste para su construcción establece las relaciones.

1. Construcciones:

Construye y describe la construcción de un rombo, un cuadrado, un rectángulo, un trapecio isósceles, un trapecio escaleno, un romboide, -un trapecio rectángulo, trapezoide. Contesta:

a. ¿Qué cuadriláteros tienen elementos comunes en su construcción?_____

_____

b. ¿Por qué tienen esos elementos comunes? _____

_____

c. ¿Cuáles son los elementos comunes? _____

_____

d. ¿Qué cuadriláteros tienen elementos diferentes en su construcción? _____

_____

e. ¿Por qué consideras que los cuadriláteros que mencionaste en el punto anterior no tienen características comunes en su construcción?_____

f. Establece todas las relaciones posibles de semejanza y diferencia que encuentras entre los cuadriláteros.

Rombo – Trapecio isósceles

Rectángulo_ Trapezoide

Trapecio escaleno_ cuadrado

Trapecio isósceles_ Romboide

Trapecio isósceles_ Rectángulo

Trapecio rectángulo_ Rectángulo

Trapecio rectángulo_ Cuadrado

III. EXPOSICIÓN

Puesta en común conclusiones y elaboración de cuadro comparativo.

Anexo H: Actividad 4

INSTITUCIÓN EDUCATIVA PEDRO LUIS VILLA

ACTIVIDAD 4

ÁREA: Matemáticas	PROFESOR:	
ESTUDIANTE	GRADO:	FECHA:

Nivel 2: Análisis

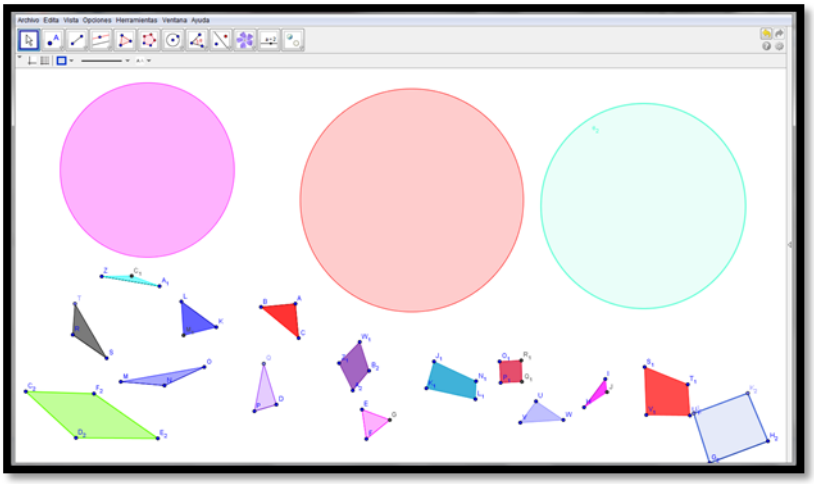
Fase 2: Orientación dirigida **Fase 3: Explicación**

Objetivo: Buscar que los estudiantes razonen sobre conceptos geométricos y establezcan propiedades de los triángulos.

III. EXPLORACIÓN.

En el archivo que tienes en tu computador, hay algunas circunferencias de diferentes colores, además varios triángulos y cuadriláteros con el fin que hagas una clasificación de estas figuras de acuerdo con:

- Propiedades que tengan en común
- Polígonos que se puedan clasificar dentro de otros.
- Diferencias significativas entre sus propiedades.
- Propiedades o elementos que consideres relevantes.



Nombra las circunferencias, y explica cada grupo de acuerdo a sus propiedades.

(Recuerda enviar el archivo)

Circunferencia1:

Nombre: _____

Características y/o propiedades: _____

Diferencias: _____

Circunferencia2:

Nombre: _____

Características y/o propiedades: _____

Diferencias: _____

Circunferencia3:

Nombre: _____

Características y/o propiedades: _____

Diferencias: _____

Circunferencia4:

Nombre: _____

Características y/o propiedades: _____

Diferencias: _____

En el archivo dos que tienes en tu computador, se encuentran tres circunferencias con los polígonos al interior de ellos. Obsérvalos, haz uso de las herramientas de Geogebra y explica porque están ubicados de esa manera.

Circunferencia1:

Características y/o propiedades: _____

_____

Circunferencia2:

Características y/o propiedades: _____

_____

Circunferencia3:

Características y/o propiedades: _____

_____

Parte 2

Responde las siguientes preguntas: