

*Descripción de la evolución del comportamiento electoral
mediante métodos en ejes principales*

MARGARITA MARÍN JARAMILLO

ECONOMISTA

CÓDIGO: 01832636



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

FACULTAD DE CIENCIAS

DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA

BOGOTÁ, D.C.

NOVIEMBRE DE 2014

*Descripción de la evolución del comportamiento electoral
mediante métodos en ejes principales*

MARGARITA MARÍN JARAMILLO
ECONOMISTA
CÓDIGO: 01832636

TRABAJO DE TESIS PARA OPTAR AL TÍTULO DE
MAGISTER EN CIENCIAS ESTADÍSTICA

DIRECTOR
CAMPO ELÍAS PARDO
DOCTOR EN ESTADÍSTICA

LÍNEA DE INVESTIGACIÓN
ANÁLISIS MULTIVARIADO DE DATOS



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA
BOGOTÁ, D.C.
NOVIEMBRE DE 2014

Nota de aceptación

Trabajo de tesis

Aprobado

Jurado

Beatriz Piedad Urdinola Contreras

Jurado

Jimmy Antonio Corzo Salamanca

Director

Campo Elías Pardo

Bogotá, D.C., Diciembre 10 de 2014

Dedicado a

A mi familia, principalmente mi madre María Antonieta Jaramillo, por su infinito apoyo

A mis amigas Ana María Almanza, María Isabel Martínez, Nicole Andrea Uribe y Martha Corrales

DEDICADO A

Agradecimientos

Un sincero y profundo agradecimiento a mi director de tesis Campo Elías Pardo Turriago por su infinita paciencia y constante supervisor durante la realización de este trabajo, así como por el voto de confianza que depositó en mi durante toda la realización de mi maestría.

A mis compañeros de maestría, Luis Guillermo Leal, Juan Pablo Acosta, Javier Andrés Rojas y Martha Corrales, por su constante apoyo durante las horas de estudio requeridas para comprender algunos de los conceptos consignados en esta tesis.

A los profesores de la Facultad, especialmente a Edilberto Cepeda Cuervo, por todas las horas dedicadas para formar nuevas mentes en temas estadísticos.

A Jorge Restrepo por todo su apoyo durante la realización de mi maestría y a mis compañeros del Centros de Estudios para Análisis de Conflictos CERAC, principalmente a María Fernanda Arocha, Juan David Gonzalez, Gabriela Gutierrez, Manuel Moscoso, Claudia Navas, Pablo Ortega, Luz Adriana Rocha y Juan David Velasco por sus aportes y asesorías, principalmente en los aspectos de teoría política.

Un agradecimiento muy especial a Ana María Almanza, María Isabel Martínez, Luis Eduardo Sandoval y Nicole Andrea Uribe por siempre motivarme a continuar con mis estudios y no desfallecer.

Índice general

Índice general	III
Índice de tablas	V
Índice de figuras	VII
Introducción	IX
1. Métodos básicos en ejes principales y de clasificación	1
1.1. Análisis en Componentes Principales Ponderado	1
1.2. Análisis de Correspondencias Simples	3
1.3. Métodos de clasificación no supervisada	4
2. Métodos en ejes principales en el análisis	7
2.1. Análisis en Componentes Principales sobre los perfiles horizontales	8
2.1.1. Aplicación del ACPH sobre los datos de elecciones presidenciales de 1972 a 1990	9
2.2. Análisis en Componentes Principales con Transformación logarítmica	13
2.2.1. Aplicación del LACP sobre los datos de elecciones presidenciales de 1972 a 1990	15
2.3. Análisis de Correspondencias Intra Tablas	17
2.3.1. Aplicación del AC Intra Tablas sobre los datos de elecciones presi- denciales de 1972 a 1990	18
2.4. Análisis de correspondencias Intra Tablas Ponderado	19
2.4.1. Aplicación del AC Intra Tablas Ponderado sobre los datos de elec- ciones presidenciales de 1972 a 1990	21
2.5. Resultados generales	22
3. Métodos en ejes principales con sub-particiones	23

3.1. Análisis de Correspondencias Interno e Intrabloques	27
3.1.1. Análisis de Correspondencias Interno	27
3.1.2. El Análisis de Correspondencias Intra Bloques	28
3.1.3. El Análisis de Correspondencias Intra Bloques Ponderado	29
3.2. Aplicación de las metodologías a los datos de elecciones presidenciales de 1986 a 2010	30
3.2.1. Análisis de Correspondencias Simples aplicado a los datos de elec- ciones presidenciales de 1986 a 2010	31
3.2.2. Análisis de Correspondencias Interno aplicado a los datos de elec- ciones presidenciales de 1986 a 2010	32
3.2.3. Análisis de Correspondencias Intra Bloques aplicado al ejemplo	35
3.2.4. Análisis de Correspondencias Intra Bloques Ponderado a los datos de elecciones presidenciales de 1986 a 2010	36
3.2.5. Análisis Intra Columnas a los datos de elecciones presidenciales de 1986 a 2010	38
3.3. Resultados generales	54
Conclusiones	55
Trabajo futuro	57
Bibliografía	59

Índice de tablas

2.1. Esquema de la tabla de contingencia para la configuración de los datos, según las votaciones de cada departamento para todos los años de elección	8
2.2. Caracterización de los grupo para el ACPH	12
2.3. Caracterización de los grupo para el ACS	12
2.4. Comparación de la clasificación por ACPH contra ACS	13
2.5. Caracterización de los grupo para el ACP con transformación logarítmica	16
2.6. Comparación de la clasificación por LACP contra ACS	17
2.7. Tabla de equivalencias del AC Intra-Tablas con respecto a ACP	18
2.8. Caracterización de los grupo para el AC Intra Tablas	20
2.9. Comparación de la clasificación por AC Intra Tablas Filas contra ACS	20
2.10. Tabla de equivalencias del AC Intra-Tablas con respecto a ACP	21
2.11. Caracterización de los grupo para el AC Intra Tablas Ponderado	22
3.1. Configuración de la tabla de contingencia de doble entrada para la configuración de los datos según las votaciones de cada año de elección para todos los municipios	25
3.2. Clasificación de los municipios de Colombia por población según la Ley 136 de 1994	25
3.3. Candidatos a la presidencia por año de elección	26
3.4. Tabla de equivalencias del ACI con respecto a ACP	27
3.5. Tabla de equivalencias del ACIB con respecto a ACP	29
3.6. Tabla de equivalencias del ACIBP con respecto a ACP	30
3.7. Descomposición de la inercia asociada a las nubes del ACS	32
3.8. Calidad de la representación de las bandas fila en el ACI	33
3.9. Calidad de la representación de las bandas columna en el ACI	33
3.10. Calidad de la representación de las bandas fila en el ACIB	35
3.11. Calidad de la representación de las bandas columna en el ACIB	35

3.12. Calidad de la representación de las bandas fila en el ACIBP	37
3.13. Calidad de la representación de las bandas columna en el ACIBP	37
3.14. Inercia de las bandas columna en el AC Intra Columnas	39
3.15. Calidad de la representación de las bandas columna en el AC Intra Columnas	39
3.16. Contribución al eje de las bandas columna en el AC Intra Columnas	39
3.17. Caracterización de los grupos para las elecciones presidenciales entre 1986 y 2010	42
3.18. Caracterización de los grupos para las elecciones presidenciales de 1986 . . .	44
3.19. Caracterización de los grupos para las elecciones presidenciales de 1990 . . .	44
3.20. Caracterización de los grupos para las elecciones presidenciales de 1994 . . .	45
3.21. Caracterización de los grupos para las elecciones presidenciales de 1998 . . .	45
3.22. Caracterización de los grupos para las elecciones presidenciales de 2002 . . .	47
3.23. Caracterización de los grupos para las elecciones presidenciales de 2006 . . .	47
3.24. Caracterización de los grupo para las elecciones presidenciales de 2010	48

Índice de figuras

2.1. Primer plano del ACPH.	10
2.2. Primer plano factorial del ACS.	11
2.3. Primer plano del LACP.	15
2.4. Primer plano factorial del AC Intra Tablas.	19
2.5. Primer plano factorial del AC Intra Tablas Ponderado.	21
3.1. Tabla F con estructura de partición en las filas y en las columnas.	24
3.2. Primer plano factorial del ACS	32
3.3. Plano factorial 3-4 del ACS	33
3.4. Primer plano factorial del ACI	34
3.5. Plano factorial 3-4 del ACI	34
3.6. Primer plano factorial del ACIB	36
3.7. Plano factorial 3-4 del ACIB	37
3.8. Primer plano factorial del ACIBP	38
3.9. Primer plano factorial del AC Intra Tablas Columnas.	40
3.10. Plano factorial 3-4 del AC Intra Tablas Columnas.	41
3.11. Relación entre grupos de clasificación y categorías de población	43
3.12. Relación entre categorías de población y grupos de clasificación	46
3.13. Mapa de los municipios colombianos, de acuerdo al grupo de clasificación.	49
3.14. Primer plano factorial de la representación parcial del AC Intra Columnas Ponderado, para tres municipios.	50
3.15. Primer plano factorial de la representación parcial del AC Intra Columnas Ponderado, para tres municipios del primer grupo de clasificación.	51
3.16. Primer plano factorial de la representación parcial del AC Intra Columnas Ponderado, para tres municipios del segundo grupo de clasificación.	51
3.17. Primer plano factorial de la representación parcial del AC Intra Columnas Ponderado, para tres municipios del tercer grupo de clasificación.	52

- 3.18. Primer plano factorial de la representación parcial del AC Intra Columnas
Ponderado, para tres municipios del cuarto grupo de clasificación. 52
- 3.19. Primer plano factorial de la representación parcial del AC Intra Columnas
Ponderado, para tres municipios del quinto grupo de clasificación. 53
- 3.20. Primer plano factorial de la representación parcial del AC Intra Columnas
Ponderado, para tres municipios del sexto grupo de clasificación. 53
- 3.21. Primer plano factorial de la representación parcial del AC Intra Columnas
Ponderado, para tres municipios del séptimo grupo de clasificación. 54

Introducción

El estudio de las decisiones y resultados electorales, ha sido un tema de gran interés para diversas áreas del conocimiento. Desde la perspectiva de las ciencias sociales, han surgido diversos estudios que analizan las decisiones de votación individuales, a partir de una serie de factores intrínsecos a los individuos, los cuales pueden ser agrupados en tres grandes modelos: el sociológico o de Columbia, el de elección racional y el psicológico o modelo de Michigan (Montecinos, 2007).

El modelo sociológico señala que las decisiones de votación se basan en la exposición a la información política, la cual se encuentra condicionada por las características sociales de los individuos tales como clase social, lugar de residencia, ocupación, afiliación religiosa, entre otras (Montecinos, 2007).

El modelo de elección racional, basado en la teoría económica de la elección racional, plantea que las decisiones de votación se encuentran motivadas por la maximización del beneficio individual, de manera que el individuo sólo vota si los beneficios recibidos por votar (por ejemplo, las ventajas percibidas por la implementación de las políticas del candidato ganador, el cumplimiento de un deber cívico, entre otros) son mayores que los costos asociados (los costos de transporte, los costos de informarse, etc) (Downs, 1957).

Finalmente, el modelo psicológico plantea que las decisiones de votos se basan en tres actitudes políticas de los votantes: la identificación partidaria, la actitud frente a los temas del debate electoral y la simpatía por el candidato. Asimismo, señala la importancia de la comunicación política para las decisiones de votación de aquellos individuos indecisos o con predisposiciones hacia algún candidato (Goodin & Klingemann, 1996).

Estos modelos, aunque facilitan el estudio de las decisiones individuales de votación, no son muy adecuados para el análisis de los resultados electorales colectivos. Como respuesta a este problema se han planteado una serie de indicadores que permiten resumir en un único dato los resultados generales de las votaciones (de la Peña, 2005).

Entre estas medidas se destacan: el margen de victoria (que corresponde a la brecha de la proporción de votación entre el partido o candidato ganador y su principal opositor) (Valdés, 1993) y la razón de ventaja entre partidos (que se calcula como la división entre la proporción de votos obtenidos por los dos candidatos o partidos con mayor votación) (de la Peña, 2005), que tienen como gran problema el no considerar los resultados de los partidos o candidatos con un menor número de votos.

Para solucionar este problema, se han propuesto otras medidas electorales, tales como el número efectivo de partidos (el cual es igual al inverso del índice de concentración de Herfindahl y Hirschman (Rae, 1967), que corresponde a la sumatoria de los cuadrados de las proporciones de votación por los diversos partidos)(Laakso & Taagepera, 1979) que permite identificar cuántos partidos efectivamente compitieron.

Igualmente, existen medidas más complejas derivadas del índice anterior, tales como el índice de número de partidos (Molinar, 1991) que permite medir el peso relativo de los partidos opositores respecto del mayor, mediante la ponderación del número efectivo de partidos por la contribución de los partidos minoritarios.

Sin embargo, estas medidas pueden enmascarar patrones de elección, principalmente entre los partidos o candidatos con un menor porcentaje de votación. Esto hace necesario considerar modelos que analicen los resultados de todos los participantes en las contiendas electorales.

Al respecto, existen modelos tales como el análisis ecológico (Stehouwer, 1967), la geografía electoral (Prescott, 1959), las encuestas de intención de voto (INF, 2010), los métodos de predicción basados en encuestas probabilísticas (Bautista, 2005), entre otros, que permiten realizar este tipo de análisis.

Sin embargo, entre estos estudios han cobrado gran fuerza las metodologías basadas en el análisis multivariado de datos, donde los resultados electorales pueden ser considerados como realizaciones de variables discretas organizadas en tablas de contingencia, cuya configuración depende de las características del sistema electoral estudiado.

Por ejemplo, Bautista & Pacheco (1989) realizan un Análisis en Componentes Principales (ACP), sobre una tabla transformada, para describir el comportamiento electoral colombiano, utilizando como filas los departamentos en cada una de las elecciones y como columnas los partidos Liberal, Conservador y una categoría en la que agrupan a los candidatos de izquierda.

Igualmente, Rodrigues & Lima (2009) realizan un ACP sobre una tabla de contingencia, de los resultados electorales de las votaciones presidenciales y parlamentarias en diferentes naciones europeas, la cual es transformada mediante la función logarítmica. Asimismo, Gosnell & Schmidt (1936) y Lincoln & Prior (1971) utilizan metodologías multivariadas, tales como los ACP, junto con modelos estadísticos para explicar los resultados electorales en función de variables sociales, económicas y demográficas.

A pesar de estos grandes aportes al estudio de los temas electorales, las metodologías implementadas hasta el momento no permiten descontar el efecto de alguna variable categórica del análisis, lo que implica, por ejemplo, que no es posible estudiar los resultados electorales sin excluir las variaciones temporales o espaciales.

Teniendo esto en mente, el objetivo general de esta tesis es analizar y comparar algunas de las principales metodologías en ejes factoriales implementadas para el estudio de tablas de contingencia con sub-particiones en filas y columnas (es decir, que las filas y columnas de la tabla se encuentren agrupadas de acuerdo a las categorías de otra variable de interés), con el fin de desarrollar una guía metodológica para el estudio de datos electorales, que permita conocer las ventajas y desventajas de cada uno de los análisis en ejes principales aquí estudiados.

Para desarrollar este objetivo se presentan como objetivos específicos comparar analíticamente las metodologías en ejes factoriales para análisis de tablas de contingencia y tablas de contingencia con sub-particiones, buscando presentar las ventajas y desventajas de cada uno de los métodos en el análisis de datos electorales.

Posteriormente, el segundo objetivo busca ilustrar estos resultados analíticos mediante los resultados de las elecciones presidenciales colombianas para el periodo de 1986 a 2010, con la metodología que explique mejor este tipo de datos.

Para lograr estos objetivos, esta tesis se encuentra estructurada en cuatro capítulos: en el capítulo 1 se resumen los métodos en ejes principales y de clasificación fundamentales,

que serán la base para en el capítulo 2 realizar una revisión de algunas de las aplicaciones de métodos en ejes principales, para el análisis del comportamiento electoral para tablas de contingencia son sub-partición en filas o en columnas. En el capítulo 3 se propone la utilización de algunos métodos para el estudio de datos electorales, de tablas de contingencia con sub-particiones en filas y en columnas. Finalmente, en la última parte se presentan las conclusiones generales y algunos desarrollos futuros.

CAPÍTULO 1

Métodos básicos en ejes principales y de clasificación

1.1. Análisis en Componentes Principales Ponderado

El Análisis en Componentes Principales Ponderado se denota $\mathbf{ACP}(\mathbf{X}, \mathbf{M}, \mathbf{D})$, donde \mathbf{X} es una matriz numérica de I filas y K columnas; \mathbf{M} es la matriz diagonal que define la métrica de los puntos fila en R^K y los pesos de los puntos columna en R^I ; y \mathbf{D} , una matriz diagonal, define la métrica de los vectores columna en R^I y los pesos en R^K . El centro de gravedad de los I puntos fila con los pesos dados en \mathbf{D} es el vector de K ceros (Escofier & Pagès, 1992).

En el ACP se encuentran nuevos ejes, los cuales en la nube de puntos fila son M-ortogonales. El primer eje maximiza la inercia proyectada (varianza de la nueva variable denominada componente principal). El segundo eje M-ortogonal al primero, maximiza la inercia proyectada. Seleccionando los S primeros ejes así construidos se obtiene el subespacio de la mejor representación en la dimensión S .

El eje que maximiza la inercia proyectada de los puntos para las filas es el generado por el vector \mathbf{u} que maximiza la Ecuación 1.1 (Lebart et al., 2006), sujeto a la restricción $\mathbf{u}'\mathbf{M}\mathbf{u} = 1$, donde $\mathbf{X}'\mathbf{D}\mathbf{X}\mathbf{M}$ se conoce como la matriz de inercia.

$$\mathbf{u}'\mathbf{M}\mathbf{X}'\mathbf{D}\mathbf{X}\mathbf{M}\mathbf{u} \quad (1.1)$$

De esta maximización se obtiene la ecuación 1.2 que indica que la dirección que maximiza la inercia proyectada corresponde a uno de los dos vectores propios M -unitarios asociados al mayor valor propio de la matriz de inercia $\mathbf{X}'\mathbf{D}\mathbf{X}\mathbf{M}$.

$$\mathbf{X}'\mathbf{D}\mathbf{X}\mathbf{M}\mathbf{u} = \lambda\mathbf{u} \quad (1.2)$$

El segundo eje que maximiza la inercia proyectada (y que es M -ortogonal al primer eje) corresponde al generado por los dos vectores propios M -unitarios asociados al segundo mayor valor propio de la matriz de inercia. Este proceso continúa hasta encontrar los valores propios M -unitarios asociados a los valores propios de la matriz de inercia.

En este caso, la inercia corresponde a la suma de los K primeros valores propios, es decir, la traza de la matriz de inercia (Ecuación 1.3).

$$Inercia_{ACP} = \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K x_{ik}^2 m_k d_i \quad (1.3)$$

El término general de las coordenadas factoriales sobre estos ejes ($\psi_{ACP,\alpha}$) está dado por la Ecuación 1.4, donde x_{ik} corresponde al término general de la matriz \mathbf{X} y m_k es término general de la matriz \mathbf{M} que es diagonal, siendo i la i -ésima fila y k la k -ésima columna de cada matriz y $u_{\alpha k}$ al k -ésimo elemento del α vector propio asociado.

$$\psi_{ACP,\alpha i} = \sum_{k=1}^K x_{ik} m_k u_{\alpha k} \quad (1.4)$$

Las representaciones gráficas se obtienen al proyectar sobre planos generados por pares de estos ejes factoriales, donde la cercanía de los puntos indica similitud.

Un proceso análogo para el caso de las columnas, permite encontrar las coordenadas factoriales sobre estos ejes ($\varphi_{ACP,\alpha}$), cuyo término general está dado por la Ecuación 1.5, donde d_i corresponde al término general de la diagonal de la matriz \mathbf{D} y $v_{\alpha i}$ al i -ésimo elemento del α vector propio asociado.

$$\varphi_{ACP,\alpha k} = \sum_{i=1}^I x_{ik} d_i v_{\alpha i} \quad (1.5)$$

Adicionalmente, existen relaciones de transición para las filas y las columnas, que se encuentran dadas por las Ecuaciones 1.6 y 1.7 para las filas y columnas respectivamente las cuales permiten proyectar los ejes de las columnas en el plano de las filas y viceversa. Sin embargo, la distancia que separa un punto fila de un vector columna no tiene sentido, pues no parte de la misma imagen en un mismo espacio.

$$\psi_{ACP,\alpha} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_\alpha}} \mathbf{X} \mathbf{M} \varphi_{ACP,\alpha} \quad (1.6)$$

$$\varphi_{ACP,\alpha} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_\alpha}} \mathbf{X}' \mathbf{D} \psi_{ACP,\alpha} \quad (1.7)$$

Finalmente, es posible proyectar filas y columnas que no fueron utilizadas para la construcción de los ejes factoriales, denominados elementos suplementarios o ilustrativos, utilizando las mismas fórmulas de proyección de los elementos activos.

1.2. Análisis de Correspondencias Simples

El Análisis de Correspondencias Simples (ACS) es un método en ejes principales que permite encontrar una representación para tablas de contingencia en donde el conjunto de I filas y K columnas designa las categorías de dos variables (Benzécri, 1969; Lebart et al., 2006). El ACS se puede ver como dos ACP, uno para las filas y otro para las columnas.

En el caso de las filas corresponde a un $ACP(\mathbf{D}_I^{-1} \mathbf{F}, \mathbf{D}_K^{-1}, \mathbf{D}_I)$, donde \mathbf{F} representa la matriz de frecuencias relativas de los datos, $D_I = \text{diag}(f_{i.}) = \text{diag}(\sum_{k=1}^K f_{ik})$ y $D_K = \text{diag}(f_{.k}) = \text{diag}(\sum_{i=1}^I f_{ik})$. El término general para la matriz \mathbf{X} es $x_{ik} = \frac{f_{ik}}{f_{i.}}$, que designa el perfil fila o distribución de probabilidad condicional de la fila i .

En el caso de las columnas corresponde a un $ACP(\mathbf{D}_K^{-1} \mathbf{F}', \mathbf{D}_I^{-1}, \mathbf{D}_K)$, cuyo término general de la matriz \mathbf{X} es $x_{ik} = \frac{f_{ik}}{f_{.k}}$ y se conoce como perfil columna o distribución de probabilidad condicional de la columna k .

Entonces, siguiendo con lo planteado en la sección anterior, la matriz de inercia para los perfiles filas es la presentada en la Ecuación 1.8 (Lebart et al., 2006), y la inercia con respecto al centro de gravedad corresponde a la presentada en la Ecuación 1.9. Las coordenadas factoriales de los perfiles fila del ACS ($\psi_{ACS,\alpha}$) tienen como término general el representado en la Ecuación 1.10

$$\mathbf{S} = \mathbf{F}'\mathbf{D}_I^{-1}\mathbf{F}\mathbf{D}_K^{-1} \quad (1.8)$$

$$Inercia_{ACS} = \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \frac{(f_{ik} - f_{i.}f_{.k})}{f_{i.}f_{.k}} \quad (1.9)$$

$$\psi_{ACS,\alpha i} = \sum_{k=1}^K \frac{f_{ik}}{f_{i.}f_{.k}} u_{\alpha k} \quad (1.10)$$

En las columnas, la matriz de inercia para los perfiles columna corresponde a la Ecuación 1.11 (Lebart et al., 2006) y el término general de las coordenadas factoriales ($\varphi_{ACS,\alpha}$) se encuentra en la Ecuación 1.12 .

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}\mathbf{D}_K^{-1}\mathbf{F}'\mathbf{D}_I^{-1} \quad (1.11)$$

$$\varphi_{ACS,\alpha k} = \sum_{i=1}^I \frac{f_{ik}}{f_{i.}f_{.k}} v_{\alpha i} \quad (1.12)$$

En este caso, es posible realizar una representación simultánea de ambos espacios, pues las fórmulas de transición (Ecuación 1.13) establecen las relaciones cuasibaricéntricas entre las coordenadas factoriales de los dos espacios.

$$\psi_{ACS,\alpha i} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_\alpha}} \sum_{k=1}^K \frac{f_{ik}}{f_{i.}} \varphi_{ACS,\alpha k} \quad \varphi_{ACS,\alpha k} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_\alpha}} \sum_{i=1}^I \frac{f_{ik}}{f_{.k}} \psi_{ACS,\alpha i} \quad (1.13)$$

1.3. Métodos de clasificación no supervisada

En general, los métodos de clasificación más utilizados en la literatura se encuentran clasificados en dos grandes familias: los métodos supervisados y los no supervisados. En este trabajo se utilizarán métodos no supervisados, que buscan construir grupos en los que los datos en su interior compartan las mayores similitudes y los datos que se encuentran por fuera sean lo más disímiles posible.

Los métodos no supervisados se dividen en jerárquicos y no jerárquicos. Entre los métodos no jerárquicos se destacan los métodos de clasificación de medias móviles, en particular el *K-means*, que busca minimizar la inercia al interior de los grupos mediante un algoritmo de clasificación en el que (Lebart et al., 2006):

1. Se determina el número K de clases a construir así como sus puntos iniciales;
2. Se construye una primera clasificación en las K clases disjuntas, asignando a cada elemento el centro más cercano, según la distancia euclidiana canónica $d(i, i') = \sqrt{\sum_k (x_{ik} - x_{i'k})^2}$ donde i e i' representan los individuos considerados;
3. Se calcula el centro de gravedad de cada una de las K clases;
4. Se repiten los pasos 2 y 3 hasta que se la disminución de la inercia intra clases esté por debajo de un umbral preestablecido.

Este método, aunque es eficiente, exige el establecimiento previo del número de grupos (que es lo que se desea descubrir) y de los valores para los puntos iniciales (lo que lleva a la convergencia hacia un mínimo local). Una solución a estos problemas se puede encontrar con el método de clasificación jerárquico de Ward que consiste en (Pardo, 1992):

1. Se calcula la distancia $W = \frac{p_i p_{i'}}{p_i + p_{i'}} d^2(i, i')$ donde p_i corresponde al peso del individuo i , $p_{i'}$ al peso del individuo i' y $d^2(i, i') = \sum_k (x_{ik} - x_{i'k})^2$ corresponde al cuadrado de la distancia euclidiana canónica. En este caso, W indica el incremento en la inercia intra grupos al unir los individuos i e i' ;
2. Se selecciona la pareja de individuos que presenten la menor distancia W para construir el primer grupo;

3. Se calcula de las distancias entre el grupo formado y los demás elementos
4. Se repiten los pasos anteriores reemplazando los individuos unidos por el grupo hasta que todos los datos queden agrupados en un único grupo

Es posible construir una representación visual de este algoritmo conocida como árbol de clasificación o dendrograma, que corresponde a un grafo conexo en donde los elementos terminales del árbol son los individuos sin clasificar y el primer elemento del dendrograma corresponde a todos los individuos clasificados en un único grupo. Las alturas de los diferentes niveles en el árbol están determinadas por la distancia W , de manera que las agrupaciones más cercanas a los elementos terminales, corresponden a clasificaciones en las que los individuos son más homogéneos, pues la inercia al interior del grupo es menor. Por el contrario, las clasificaciones más alejados de los elementos terminales corresponden a grupos en las que los individuos son más heterogéneos.

Lo anterior lleva a un dilema, pues la elección de pocos grupos lleva a una interpretación pobre de la información, mientras que la elección de muchos grupos genera dificultades para la interpretación de los datos. Para encontrar un número de grupos lo más equilibrado posible se implementa una regla empírica, la cual consiste en elegir un nivel del árbol donde la altura sea grande, lo que significa que el cambio en W es grande.

Este método no necesita de la especificación del número de grupos y sus puntos iniciales, aunque no permite obtener resultados óptimos, pues en múltiples ocasiones es posible disminuir la inercia intra grupos con una re-clasificación de los individuos. Por tanto, en la práctica se utiliza un algoritmo mixto (Lebart et al., 2006), que consiste en determinar el número de clases y los centros de gravedad con el método de Ward y se optimizar con *K-means*.

CAPÍTULO 2

Revisión y aplicación de métodos en ejes principales al análisis del comportamiento electoral

Una vez introducidas estas metodologías en el capítulo 1, es posible comparar diferentes métodos en ejes factoriales, para el estudio de datos electorales. Para facilitar su estudio, en todo el capítulo se utiliza como guía los datos de elecciones presidenciales colombianas, por departamentos, entre 1974 y 1990 analizados por Bautista & Pacheco (1989).

Estos datos permiten conocer los resultados electorales teniendo en cuenta tres factores: **espacio**, compuesto por los departamentos de Antioquia (ANT), Atlántico (ATL), Bolívar (BOL), Boyacá (BOY), Caldas (CAL), Caquetá (CAQ), Cauca (CAU), Cesar (CES), Chocó (CHO), Córdoba (COR), Cundinamarca (CUN), La Guajira (GUA), Huila (HUI), Magdalena (MAG), Meta (MET), Nariño (NAR), Norte de Santander (NSA), Putumayo (PUT), Quindío (QUI), Risaralda (RIS), Santander (SAN), Sucre (SUC), Tolima (TOL) y Valle del Cauca (VAL); **tiempo**, formado por los años 1974 (74), 1978 (78), 1982 (82), 1986 (86) y 1990 (90); y **movimientos políticos**, generado por los partidos Liberal y Conservador y una agrupación de candidatos que los autores consideran como representantes de la posturas de la izquierda política.

A partir de esto, se construye una tabla de contingencia bidimensional \mathbf{Y} donde las K columnas representan los movimientos políticos y las I filas los departamentos para

cada uno de los años (Tabla 2.1). Es importante aclarar que los métodos que se estudian a continuación consideran una sub-partición en las filas en las tablas de contingencia (es decir, que las filas se encuentren agrupadas de acuerdo a las categorías de otra variable de interés), generada por las L elecciones (que se identifican con los dos últimos dígitos del año), las cuales se conocen como bandas filas. Sin embargo, el proceso descrito es análogo para el caso en el que se presente una sub-partición en las columnas.

TABLA 2.1. Esquema de la tabla de contingencia para la configuración de los datos, según las votaciones de cada departamento para todos los años de elección

	Liberal	Conservador	Izquierda
ANT74			
ATL74			
BOL74			
BOY74			
CAL74			
⋮			
ANT90			
ATL90			
BOL90			
BOY90			
CAL90			

2.1. Análisis en Componentes Principales sobre los perfiles horizontales

La primera metodología estudiada es propuesta por Carlier (1987) y utilizada por Bautista & Pacheco (1989). Parte del cálculo de los perfiles horizontales de la tabla \mathbf{Y} (Tabla 2.1), lo que genera la tabla \mathbf{T} cuyo término general es $t_{ik} = \frac{y_{ik}}{y_{i.}}$, donde $y_{i.} = \sum_{k=1}^K y_{ik}$ y se cumple la restricción $\sum_{k=1}^K t_{ik} = 1$. A partir de esto, se realiza un $ACP(\mathbf{T}, \text{diag}(\frac{1}{\sigma_k^2}), \frac{1}{I}\mathbf{I}_I)$, donde \mathbf{I}_I representa la matriz idéntica de dimensión igual al número de filas de la matriz \mathbf{T} . Este ACP se denota en este trabajo como ACPH.

En el caso de las filas, este ACP tiene como matriz de inercia $\mathbf{R} = \mathbf{T}'\mathbf{D}\mathbf{T}\mathbf{M} = \frac{1}{I}\text{diag}(\frac{1}{\sigma_k^2})\mathbf{T}'\mathbf{T}$, por lo que el término general de las coordenadas factoriales de las filas ($\psi_{ACPH,\alpha}$) está dado por:

$$\psi_{ACPH,\alpha i} = \sum_{k=1}^K \frac{t_{ik}u_{\alpha k}}{\sigma_k^2} = \sum_{k=1}^K \frac{y_{ik}}{y_{i.}\sigma_k^2}u_{\alpha k} \quad (2.1)$$

En lo que respecta a las columnas, la matriz de inercia es $\mathbf{S} = \mathbf{TMT}'\mathbf{D} = \frac{1}{I} \text{diag}(\frac{1}{\sigma_k^2})\mathbf{T}\mathbf{T}'$ y las coordenadas factoriales de las columnas ($\varphi_{ACPH,\alpha}$) son:

$$\varphi_{ACPH,\alpha k} = \sum_{i=1}^I \frac{1}{I} t_{ij} v_{\alpha i} = \sum_{i=1}^I \frac{y_{ij}}{I y_{i.}} v_{\alpha i} \quad (2.2)$$

Lo que quiere decir que para la construcción de la representación de las filas y del círculo de correlaciones de los partidos y movimientos políticos, se tiene en cuenta una ponderación por los resultados departamentales en cada año.

La ponderación simultanea en los perfiles fila y columna conlleva a que el ACS sea una mejor metodología para el estudio de resultados atípicos y el ACPH sea más útil en situaciones como la construcción de índices, donde es más importante destacar resultados generales en el análisis de las columnas, en el que no se desee dar una gran preponderancia a los resultados atípicos, pero tampoco se desee enmascararlos.

En adición, el ACPH no permite la representación simultánea, por lo que no se pueden vislumbrar los patrones entre las votaciones departamentales y las votaciones por partido. Esto hace necesario recurrir a las relaciones de transición presentadas en las Ecuaciones 1.6 y 1.7 2.2 y proyectar los ejes unitarios de las columnas sobre los planos factoriales de las filas, tal como se explicó en la sección 2.2.

2.1.1. Aplicación del ACPH sobre los datos de elecciones presidenciales de 1972 a 1990

Para ilustrar estos resultados se utilizan los datos de la Tabla 2.1 y se realiza un análisis comparativo entre estas dos metodologías. Adicionalmente, se recurre a métodos de clasificación para facilitar el análisis de los resultados departamentales. En este, y todos los ejemplos del presente capítulo se recurre al paquete *FactoClass* de R (Pardo & DelCampo, 2007).

La Figura 2.1 ilustra los resultados de las coordenadas factoriales, para el ACPH, donde las líneas de colores muestran las proyecciones de los vectores columnas y los puntos de colores representan los centros de los 5 grupos de departamentos, obtenidos mediante la clasificación por el algoritmo de clasificación mixto. El primer eje (58% de la inercia) separa el comportamiento de los partidos tradicionales (Liberal y Conservador), los cuales

presentan una alta correlación negativa (pues, los ángulos formados entre los vectores son cercanos a los 180 grados). Esto indica que es poco probable que exista una votación pareja por ambos en un mismo departamento y año de votación. Por el contrario, el segundo eje (42 % de la inercia) separa mejor a los candidatos de izquierda, lo que permite concluir que los departamentos-años que votan por ellos no tiene mucha relación con la de los partidos tradicionales.

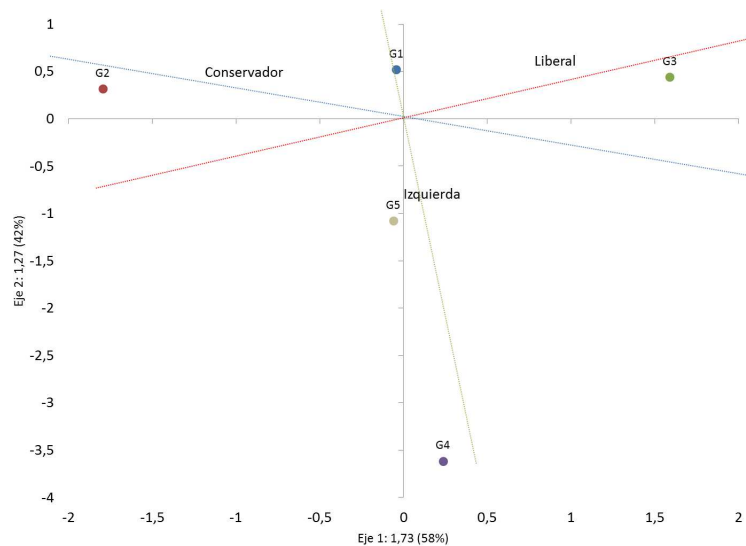


FIGURA 2.1. Primer plano del ACPH.

Se proyectan los ejes unitarios de los partidos y los puntos de colores indican los centros de los grupos

En comparación, la Figura 2.2 presenta la representación simultánea generada por el ACS. Nuevamente los puntos de colores representan los centros de los 5 grupos de departamentos. Se observa que el primer eje (72,5 % de la inercia) separa a los candidatos de izquierda de los partidos tradicionales, mientras que el segundo eje (27,5 % de la inercia) diferencia los dos partidos tradicionales que, al igual que en el análisis de ACPH, exhiben un comportamiento opuesto. Esto indica que la interacción entre departamentos por año de elección y partidos introducida, por el ACS, tiende a destacar la oposición entre los candidatos de izquierda y los partidos tradicionales, que es un resultado más atípico (que el de la oposición entre los partidos tradicionales), debido a que esto no se presenta en muchos departamentos-año.

En lo que respecta al comportamiento de los departamentos en cada año electoral, se realiza una clasificación de los departamentos-año, a partir de los resultados de las coordenadas factoriales fila obtenidos en cada una de las metodologías, obteniéndose cinco

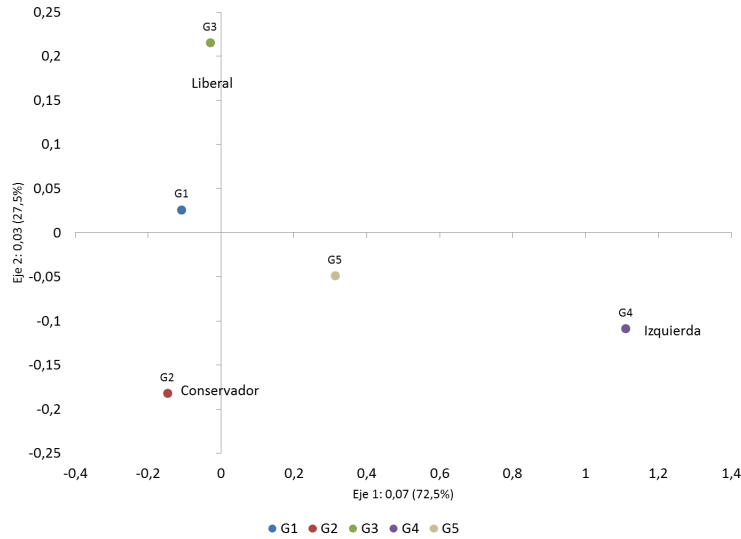


FIGURA 2.2. Primer plano factorial del ACS.

Los puntos de colores indican los centros de los grupos

grupos. Cuando un departamento está presente al menos 3 veces en un grupo (lo que puede ocurrir si sus patrones de votación son parecidos para al menos 3 años de elección), se dice que el grupo se encuentra caracterizado por el departamento. Igualmente, cuando más de la mitad de los miembros de un grupo pertenecen a un año específico, se dice que el grupo se encuentra caracterizado por ese año. La Tabla 2.2 presenta la caracterización para los cinco grupos, es decir, el promedio de votación de los departamentos-años en cada clase, por cada uno de los partidos políticos para el ACPH.

Para el primer grupo, la votación obtenida es parecida a la del promedio nacional y los principales representantes son los departamentos de Santander, Guajira y Cauca. En el segundo grupo, cuyos principales representantes son los departamentos de Antioquia, Boyacá, Caldas, Nariño y Norte de Santander, se tiene una mayor inclinación por el voto hacia el partido Conservador, pues el porcentaje de votos promedio es mayor que el promedio nacional.

El tercer grupo presenta un porcentaje de votación por el partido Liberal superior al promedio nacional y destacan los departamentos de Chocó, Córdoba y Sucre que aparecen en al menos tres periodos electorales. La cuarta y quinta clase exhiben un porcentaje de votación superior por los candidatos de izquierda, comparado con el promedio nacional. En estos grupos destaca que la mayoría de los integrantes son departamentos con votación en el año 1990 y por tanto, se encuentran caracterizados por este año. Esto puede indicar

que estos resultados responden más a una particularidad de esta elección que a patrones electorales.

TABLA 2.2. Caracterización de los grupo para el ACPH

Grupo	Departamentos	Partido	Clas/Cat	Cat/Clas	Media Global	Peso
1	34	Conservador	30,5	40,7	40,8	11783241
		Izquierda	16,2	2,6	4,9	1416923
		Liberal	32	56,7	54,3	15715710
2	28	Conservador	38,6	51,4	40,8	11783241
		Izquierda	16,9	2,7	4,9	1416923
		Liberal	25,9	45,9	54,3	15715710
3	32	Conservador	17,4	30,4	40,8	11783241
		Izquierda	18,2	3,8	4,9	1416923
		Liberal	28,1	65,7	54,3	15715710
4	7	Conservador	2,1	27,7	40,8	11783241
		Izquierda	18,5	28,9	4,9	1416923
		Liberal	2,5	43,4	54,3	15715710
5	14	Conservador	11,4	37,4	40,8	11783241
		Izquierda	30,3	12,0	4,9	1416923
		Liberal	11,5	50,6	54,3	15715710

La Tabla 2.3 resume la caracterización de las agrupaciones para el ACS. El primer grupo presenta unos resultados de votación cercanos al promedio nacional, aunque con una leve inclinación hacia el partido Liberal. Entre los departamentos que muestran tendencia hacia este tipo de votación se encuentran La Guajira y Santander. El segundo grupo exhibe una tendencia hacia un mayor porcentaje de votación por el partido Conservador, comparado con el resultado nacional. Los departamentos que tienen una inclinación por este tipo de votación son Antioquia, Boyaca, Caldas, Nariño y Norte de Santander.

Para el tercer grupo se observa una mayor votación por el partido Liberal comparado con el promedio nacional, siendo Chocó, Córdoba y Sucre los departamentos que caracterizan este grupo. Finalmente, los grupos cuatro y cinco muestran un mayor porcentaje de votación por los candidatos de izquierda en comparación con el resultado nacional. Para estos grupos nuevamente se observa una alta concentración de departamentos con votación en el periodo 1990, lo que respalda la teoría de alguna atipicidad en estas elecciones y de los resultados obtenidos por los candidatos de izquierda.

TABLA 2.3. Caracterización de los grupo para el ACS

Clase	Departamentos	Partido	Clas/Cat	Cat/Clas	Media Global	Peso
Clase 1	31	Conservador	27,4	41,3	40,8	11783241
		Izquierda	13,8	2,5	4,9	1416923
		Liberal	28	56,2	54,3	15715710
Clase 2	26	Conservador	36,9	51,6	40,8	11783241
		Izquierda	14	2,3	4,9	1416923
		Liberal	24,7	46,1	54,3	15715710
Clase 3	33	Conservador	20,1	31,3	40,8	11783241
		Izquierda	19,2	3,6	4,9	1416923
		Liberal	31,5	65,2	54,3	15715710
Clase 4	7	Conservador	2,1	27,7	40,8	11783241
		Izquierda	18,5	28,9	4,9	1416923
		Liberal	2,5	43,4	54,3	15715710
Clase 5	18	Conservador	13,4	37,9	40,8	11783241
		Izquierda	34,6	11,7	4,9	1416923
		Liberal	13,4	50,3	54,3	15715710

Al comparar estas dos caracterizaciones de los grupos y la Tabla 2.4, que presenta una tabla de contingencia que cruza el número de departamentos-año de las agrupaciones para cada una de las metodologías, se observa que gran parte de los departamentos, a través de las elecciones, se comportan igual para ambos análisis, principalmente en lo que respecta a los votos por los candidatos de izquierda.

Sólo siete departamentos cambian de agrupación entre una y otra metodología, de manera que BOY90 y NSA90 pasan del grupo 2 en el ACPH (que tiene tendencia conservadora) al grupo 5 del ACS (que exhibe tendencia hacia los candidatos de izquierda). CAU86, VALL86 y SUC78 cambian del grupo 1 en el ACPH (Tendencia promedio) al grupo 3 del ACS (con inclinación hacia el liberalismo). MET74 y SUC90 cambian del grupo 3 en ACPH (que presenta una votación superior al promedio por el partido Liberal) al grupo 5 del ACS (en el cual existe una mayor votación por los candidatos de izquierda que el promedio).

Esto indica que la diferencia de la dilatación de los ejes entre estos dos métodos, no genera grandes cambios ni en el análisis de los individuos, ni en los métodos de clasificación.

TABLA 2.4. Comparación de la clasificación por ACPH contra ACS

	ACS-G1	ACS-G2	ACS-G3	ACS-G4	ACS-G5
ACPH-G1	31	0	3	0	0
ACPH-G2	0	26	0	0	2
ACPH-G3	0	0	30	0	2
ACPH-G4	0	0	0	7	0
ACPH-G5	0	0	0	0	14

Por tanto, estos cambios afectan en mayor medida el análisis de las columnas, lo cual se debe principalmente a que no se induce una ponderación de éstas, como sí se realiza con las filas.

2.2. Análisis en Componentes Principales con Transformación logarítmica

Desarrollada por Rodrigues & Lima (2009), a partir de los trabajos de Aitchison (1986), propone una transformación logarítmica a los datos electorales que permite eliminar los problemas causados por relaciones no lineales presentes en la matriz de datos. Para esto, se crea de una matriz \mathbf{Z} , que tiene como término principal $z_{ik} = \log(f_{ik}) - \log(g(\mathbf{f}_i))$,

siendo $g(\mathbf{f}_i) = \sqrt[p]{f_{i1} \dots f_{ip}}$. Esto implica que se dividen las votaciones de cada uno de las unidades territoriales por la media geométrica y se calcula el logaritmo de esta división. En el caso de que algún valor de f_{ik} sea cero, se reemplaza por $0 + \epsilon$ y de los valores diferentes a cero se extrae $\frac{\epsilon}{p-1}$, para mantener la suma de los votos en cada una de las filas (Aitchison, 1986).

A continuación, se calcula un $ACP(\mathbf{Z}, \text{diag}(\frac{1}{\sigma_k^2}), \frac{1}{I}\mathbf{I}_n)$, denotado como LACP. Lo anterior implica que la matriz de inercia es $\mathbf{P} = \text{diag}(\frac{1}{\sigma_k^2})\mathbf{Z}'\mathbf{Z}$, y el término general de las coordenadas factoriales está dado por la Ecuación 2.3.

$$\begin{aligned} \psi_{LACP,\alpha i} &= \sum_{k=1}^K \frac{z_{ij} u_{\alpha k}}{\sigma_k^2} \\ &= \sum_{k=1}^K \frac{[\log(f_{ik}) - \log(g(\mathbf{f}_i))] u_{\alpha k}}{\sigma_k^2} \\ &= \sum_{k=1}^K \frac{\left[\log(f_{ik}) - \frac{1}{K} \left(\sum_{k=1}^K \log(f_{ik}) \right) \right] u_{\alpha k}}{\sigma_k^2} \end{aligned} \quad (2.3)$$

En el caso de las columnas la matriz de inercia está dada por $\mathbf{Q} = \frac{1}{n}\mathbf{Z}'\mathbf{Z}$, y el término general de las coordenadas factoriales está dado por la Ecuación 2.4.

$$\begin{aligned} \varphi_{LACP,\alpha k} &= \frac{\sum_{i=1}^I z_{ij} v_{\alpha i}}{I} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^I [\log(f_{ik}) - \log(g(\mathbf{f}_i))] u_{\alpha i}}{I} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^I \left[\log(f_{ik}) - \frac{1}{K} \left(\sum_{i=1}^I \log(f_{ik}) \right) \right] u_{\alpha i}}{I} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Por lo tanto, las coordenadas factoriales de las filas y las columnas reflejan el centrado de los datos de acuerdo al promedio del logaritmo de la frecuencia, cuestión que reduce la dispersión en la matriz de datos. Esto permite que el LACP no se vea tan afectado por los valores atípicos en las tablas de frecuencias (Aitchison, 1986) y que sea un buen método a utilizar cuando se desee analizar los resultados generales de las votaciones. Asimismo, el LACP no permite el análisis simultáneo de los partidos y las unidades territoriales, por las

mismas razones mencionadas para el ACPH, por lo que nuevamente es necesario recurrir a las relaciones de transición presentadas en las Ecuaciones 1.6 y 1.7 2.2 y la proyección los ejes unitarios de las columnas sobre los planos factoriales de las filas, tal como se explicó en la sección .

2.2.1. Aplicación del LACP sobre los datos de elecciones presidenciales de 1972 a 1990

Teniendo esto en cuenta, se utilizan los datos de la Tabla 2.1, para ilustrar los resultados teóricos obtenidos. En la Figuras 2.3 se observa que el primer eje (90% de la inercia) expresa la diferencia entre los candidatos de izquierda y los partidos tradicionales, mientras que el segundo eje (10% de la inercia) permite observar una correlación negativa entre los partidos Liberal y Conservador.

Lo anterior sugiere que al disminuir el efecto que tienen las votaciones atípicas, se evidencia que la tendencia promedio tiende a resaltar la existencia de ciertos municipios que votan en por candidatos de izquierda, en contraposición de la disputa existente entre los partidos Liberal y Conservador. Por tanto, los departamentos donde existe una alta votación por los candidatos de izquierda, es poco probable que se presente una alta votación por alguno de los partidos tradicionales.

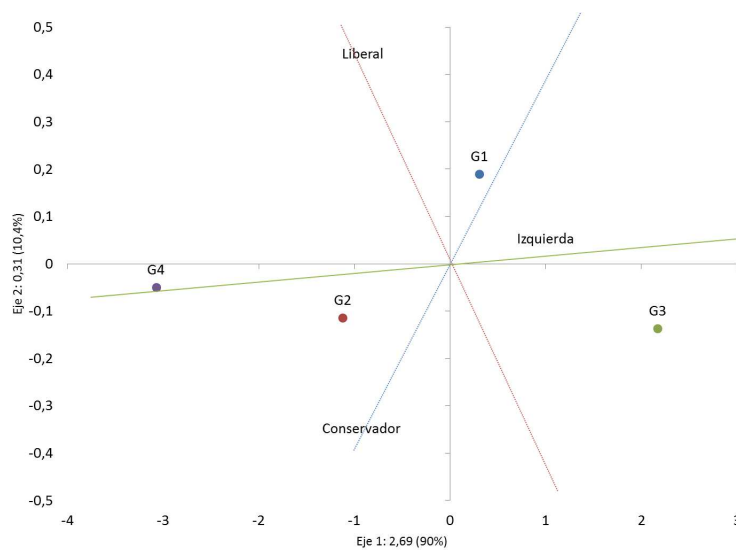


FIGURA 2.3. Primer plano del LACP.

Se proyectan los ejes unitarios de los partidos y los puntos colores indican los centros de los grupos.

En lo que respecta a la clasificación de los departamentos por año de elección, se establecen cuatro grupos de departamentos cuya caracterización se presenta en la Tabla 2.5. El primer grupo, cuyos principales representantes son Antioquia, Atlántico, Cundinamarca, Quindío, Risaralda, Santander, Tolima y Valle del Cauca, muestra porcentajes de votación favorables por el partido Liberal que también corresponde con los resultados nacionales. Esto es lógico, si se tiene en cuenta que durante los cinco periodos de interés, cuatro tuvieron presidente del partido Liberal.

En el segundo y cuarto grupo se encuentran los departamentos con una mayor inclinación a votar por el partido Conservador, comparado con el resultado nacional. Para el segundo grupo, se destacan los departamentos de Boyacá, Cauca y Nariño, mientras que para el cuarto grupo se destaca el año 1982 que corresponde al año en el que fue elegido el candidato Conservador. En lo que respecta a la tercera clase, los departamentos exhiben un mayor porcentaje de votación por los candidatos de izquierda, comparado con el promedio nacional y destacan las votaciones del año 1990.

En la Tabla 2.6 se observa que en el caso del grupo 1 del LACP, sólo 7 departamentos-año son clasificados en el grupo 2 del ACS (que tiene un promedio de votación superior al nacional por el partido Conservador). En el caso del grupo dos del LACP se presenta el mayor cambio absoluto de departamentos-año, con respecto al ACS. En el caso del Grupo tres, sólo 2 departamentos-año son clasificados en el grupo dos del ACS. Finalmente, para el grupo cuatro, 8 departamentos-año son clasificados en grupos del ACS que no tienen las mismas características.

Esto sugiere nuevamente que las votaciones por los candidatos de izquierda corresponde a una coyuntura de las elecciones de 1990, más que a una tendencia generalizada de la votación departamental.

TABLA 2.5. Caracterización de los grupo para el ACP con transformación logarítmica

Clase	Departamentos	Partido	Clas/Cat	Cat/Clas	Media Global	Peso
Clase 1	43	Conservador	41,5	37,7	40,8	11783241
		Izquierda	34,7	3,8	4,9	1416923
		Liberal	48,2	58,5	54,3	15715710
Clase 2	34	Conservador	32,5	46,1	40,8	11783241
		Izquierda	7,5	1,3	4,9	1416923
		Liberal	27,8	52,7	54,3	15715710
Clase 3	27	Conservador	19,0	37,6	41	11783241
		Izquierda	57,4	13,7	4,9	1416923
		Liberal	18,4	48,7	54,3	15715710
Clase 4	11	Conservador	7,1	48,5	40,8	11783241
		Izquierda	0,4	0,3	4,9	1416923
		Liberal	5,6	51,2	54,3	15715710

TABLA 2.6. Comparación de la clasificación por LACP contra ACS

	ACS-G1	ACS-G2	ACS-G3	ACS-G4	ACS-G5
LACP-G1	1	13	7	23	0
LACP-G2	2	11	14	9	0
LACP-G3	3	0	2	0	7
LACP-G4	4	7	3	1	0

2.3. Análisis de Correspondencias Intra Tablas

Las metodologías estudiadas anteriormente permiten analizar la estructura común que surge de la interrelación de las variables tiempo, espacio y partidos políticos. A pesar de esto, cuando se desea profundizar en las interrelaciones entre pares de variables, estos métodos no son adecuados.

De acuerdo con lo señalado por Escofier (1984) los AC se pueden considerar con respecto a un modelo, es decir, con respecto a una matriz \mathbf{A} que guarda alguna relación con la matriz de datos \mathbf{Y} (tales como el producto de las marginales de \mathbf{Y} , el resultante del centrado de los datos, entre otras relaciones) y en el cual las propiedades y principios del AC se conservan, sin que sea necesario considerar un modelo de independencia entre las filas y columnas \mathbf{H} (que tiene como término general $h_{ij} = f_{i.f.k}$). Lo anterior se conoce como $AC(\mathbf{F}, \mathbf{A})$ cuando se considera el modelo \mathbf{A} y $AC(\mathbf{F}, \mathbf{H})$ cuando se realiza sobre el modelo de independencia.

Entonces, en el segundo caso la inercia puede ser descompuesta como la suma de la inercia de la tabla con respecto al modelo \mathbf{A} que es generada por las filas al interior de las bandas (inercia intra grupos) y del modelo \mathbf{A} con respecto al modelo de independencia \mathbf{H} que es la generada por las bandas (inercia entre grupos) (Pardo et al., 2013), tal como se muestra en la Ecuación 2.5.

$$Inercia(AC(\mathbf{F}, \mathbf{H})) = Inercia(AC(\mathbf{F}, \mathbf{A})) + Inercia(AC(\mathbf{A}, \mathbf{H})) \quad (2.5)$$

Benzécri (1983) y Escofier (1983) proponen una metodología, conocida como AC Intra-Tablas (Filas), en la que se construye un modelo \mathbf{A} que permite eliminar el efecto en la inercia (inercia entre) de la variable que genera la sub-partición de las filas (columnas),

mediante el centrado en el origen de todas las sub-nubes de puntos formadas por las bandas (Escofier & Pagès, 1992).

Lo anterior es equivalente a realizar un $ACP(\mathbf{X}, \mathbf{M}, \mathbf{D})$ donde las especificaciones de cada matriz se presentan en la Tabla 2.7 y las coordenadas factoriales de las filas y las columnas están dadas por las Ecuaciones 2.6 y 2.7 respectivamente.

TABLA 2.7. Tabla de equivalencias del AC Intra-Tablas con respecto a ACP

Matriz X	Matriz M	Matriz D	Modelo
$\frac{f_{ik}^l}{f_{i.}^l f_{.k}^l} - \frac{f_{.k}^l}{f_{.k}^l f_{..}^l}$	$diag(f_{.k}^l)$	$diag(f_{i.}^l)$	$\frac{f_{.k}^l f_{i.}^l}{f_{..}^l}$

En el caso de las coordenadas para los perfiles filas, se produce un centrado de acuerdo con el promedio de cada banda fila (Pardo, 2005), el cual permite eliminar el efecto del tiempo (Ecuación 2.6). En el caso de las coordenadas de los perfiles columna no se presenta este centrado, pero si una ponderación por el cociente entre los pesos y los perfiles de las columnas (Ecuación 2.7).

$$\psi_{ACIT,\alpha i} = \sum_{k=1}^K \left(\frac{f_{ik}^l}{f_{i.}^l f_{.k}^l} - \frac{f_{.k}^l}{f_{.k}^l f_{..}^l} \right) f_{.k}^l u_{\alpha k} = \sum_{k=1}^K \left(\frac{f_{ik}^l}{f_{i.}^l} - \frac{f_{.k}^l}{f_{..}^l} \right) u_{\alpha k} \quad (2.6)$$

$$\varphi_{ACIT,\alpha k} = \sum_{i=1}^I \left(\frac{f_{ik}^l}{f_{i.}^l f_{.k}^l} - \frac{f_{.k}^l}{f_{.k}^l f_{..}^l} \right) f_{i.}^l v_{\alpha i} = \sum_{i=1}^I \left(\frac{f_{ik}^l}{f_{i.}^l} - \frac{f_{.k}^l}{f_{..}^l} \right) \frac{f_{i.}^l}{f_{.k}^l} v_{\alpha i} \quad (2.7)$$

Es importante aclarar que este centrado sólo tiene sentido cuando la variable que se desea eliminar del análisis tiene una gran relevancia, es decir, cuando la inercia inter grupos es grande (Escofier & Pagès, 1992), de lo contrario los resultados serán muy parecidos a los del ACS.

2.3.1. Aplicación del AC Intra Tablas sobre los datos de elecciones presidenciales de 1972 a 1990

La representación simultánea (Figura 2.4) muestra que el primer eje (84% de la inercia) separa a los candidatos de izquierda de los partidos tradicionales, mientras que el segundo eje (16% de la inercia) separa a los partidos Liberal y Conservador. Al descomponer la inercia de la Tabla 2.1 entre la inercia intra y la inercia entre, las bandas generan alrededor

del 22% de la variación de los datos. Lo anterior lleva a que los resultados obtenidos por el ACS y el AC Intra Tablas sean muy parecidos.

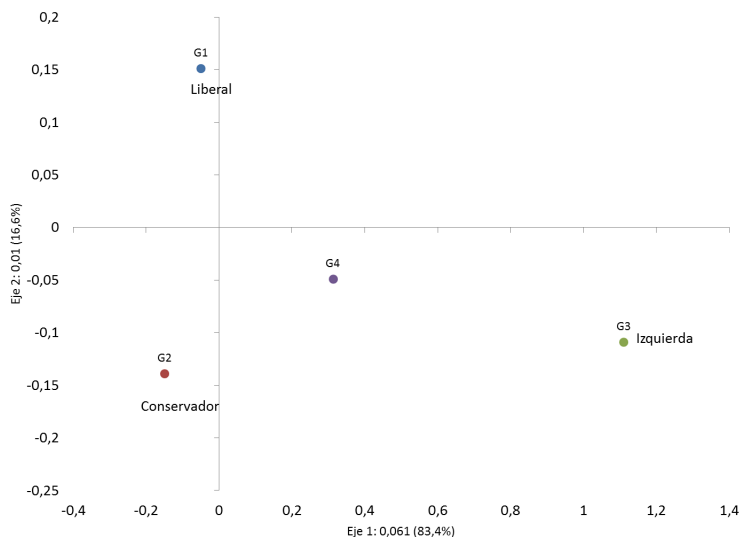


FIGURA 2.4. Primer plano factorial del AC Intra Tablas.

Los puntos de colores indican los centros de los grupos

Esto se confirma con el análisis de los grupos (Tablas 2.8, 2.9), que es muy parecido al obtenido con el ACS. Así, el primer grupo presenta un mayor porcentaje de votación por el partido Liberal, comparado con el resultado nacional, siendo Chocó y Risaralda sus principales representantes. El segundo grupo muestra una tendencia a votar por el partido Conservador, comparado con la media global, y los departamentos representativos son Atlántico, Caquetá, La Guajira, Meta, Nariño y Sucre. El tercer y cuarto grupo exhiben una mayor votación por los candidatos de Izquierda, en contraste con el porcentaje de votación nacional, donde, nuevamente, se presenta una alta presencia de votaciones en el año 1990.

A partir de esto, en el caso del primer grupo, sólo 5 departamentos-año son clasificados en el grupo de los conservadores para el ACS. En el segundo grupo se produce el mayor cambio, pues 30 departamentos-años son clasificados como liberales para el ACS. Para el tercer grupo dos departamentos-años son clasificados como conservadores y 2 como liberales, para el ACS.

TABLA 2.8. Caracterización de los grupo para el AC Intra Tablas

Grupo	Partido	Clas/Cat	Cat/Clas	Global	Peso
1	Conservador	31,4	35,4	40,8	11783241
	Izquierda	26,5	3,6	4,9	1416923
	Liberal	40,5	61,0	54,3	15715710
2	Conservador	49,8	46,7	40,8	11783241
	Izquierda	17	1,9	4,9	1416923
	Liberal	41	51,3	54,3	15715710
3	Conservador	17,1	38,8	40,8	11783241
	Izquierda	40,7	11,1	4,9	1416923
	Liberal	16,5	50,0	54,3	15715710
4	Conservador	1,7	27,6	40,8	11783241
	Izquierda	15,7	30,3	4,9	1416923
	Liberal	2	42,2	54,3	15715710

TABLA 2.9. Comparación de la clasificación por AC Intra Tablas Filas contra ACS

	ACS-G1	ACS-G2	ACS-G3	ACS-G4	ACS-G5
AC-Fil-G1	1	7	5	25	0
AC-Fil-G2	2	24	19	6	0
AC-Fil-G3	3	0	2	2	2
AC-Fil-G4	4	0	0	0	5

2.4. Análisis de correspondencias Intra Tablas Ponderado

Los resultados anteriores pueden ser influenciados por la presencia de una banda con mucho peso o muchas filas (columnas) (Pardo, 2011), es decir, años con un gran número de votos o departamentos pues, en vez de realizarse un análisis sobre todo el espectro de datos, se realiza un análisis sobre la banda con mayor peso (Pagès, 2004)

Para solucionar este problema el Análisis de Correspondencias Intra Tablas Ponderado introduce las ponderaciones de un Análisis Factorial Múltiple (AFM) (Escofier & Pagès, 1992) al AC Intra Tablas, por lo que se constituye como un caso particular del Análisis de Correspondencias Intra Bloques Ponderado (Pardo, 2011) (introducido en la sección 3), de manera que la inercia máxima de cada banda fila es estandarizada a 1, mediante la división de la marginal f_i^l por el primer valor propio de cada banda fila λ_1^l , los cuales son obtenidos al realizar un ACP sobre cada una de ellas.

Lo anterior implica que este análisis es el equivalente al $ACP(\mathbf{X}, \mathbf{M}, \mathbf{D})$ cuyos términos generales se encuentran en la Tabla 2.10 y tiene como término general para los ejes factoriales de las filas y las columnas los presentados en las Ecuaciones 2.8 y 2.7 respectivamente. Es importante aclarar que cuando las bandas tienen un peso parecido, los resultados obtenidos son próximos a los del AC Intra Tablas, lo que lleva a que sea irrelevante su aplicación.

TABLA 2.10. Tabla de equivalencias del AC Intra-Tablas con respecto a ACP

Matriz X	Matriz D	Matriz M
$\frac{1}{f_{.k}} \begin{pmatrix} f_{ik}^l & -f_{.k}^l \\ f_{i.}^l & f_{..}^l \end{pmatrix}$	$diag(f_{i.}^l)$	$diag(\frac{f_{.k}^l}{\lambda_1^l})$

$$\psi_{AC-IT,\alpha i} = \sum_{k=1}^K \left(\frac{f_{ik}^l}{f_{i.}^l f_{.k}^l} - \frac{f_{.k}^l}{f_{.k}^l f_{..}^l} \right) \frac{f_{.k}^l}{\lambda_1^l} u_{\alpha k} = \sum_{k=1}^K \left(\frac{f_{ik}^l}{f_{i.}^l} - \frac{f_{.k}^l}{f_{..}^l} \right) \frac{u_{\alpha k}}{\lambda_1^l} \quad (2.8)$$

2.4.1. Aplicación del AC Intra Tablas Ponderado sobre los datos de elecciones presidenciales de 1972 a 1990

La Figura 2.5 muestra que el primer eje (76 % de la inercia) divide a los candidatos de Izquierda de los partidos tradicionales, mientras que el segundo eje (24 % de la inercia) separa a los partidos Liberal y Conservador, tal como ocurre con el ACS.

En lo que respecta al análisis de clases (Tabla 2.11), los resultados para los partidos Liberal y Conservador son iguales que con el AC Intra Tablas, incluyendo los departamentos con tendencia a este tipo de votación, mientras que para los candidatos de Izquierda, se presenta un incremento en la votación en el grupo tres, aunque los resultados obtenidos para este partido en el AC Intra Tablas se conservan.

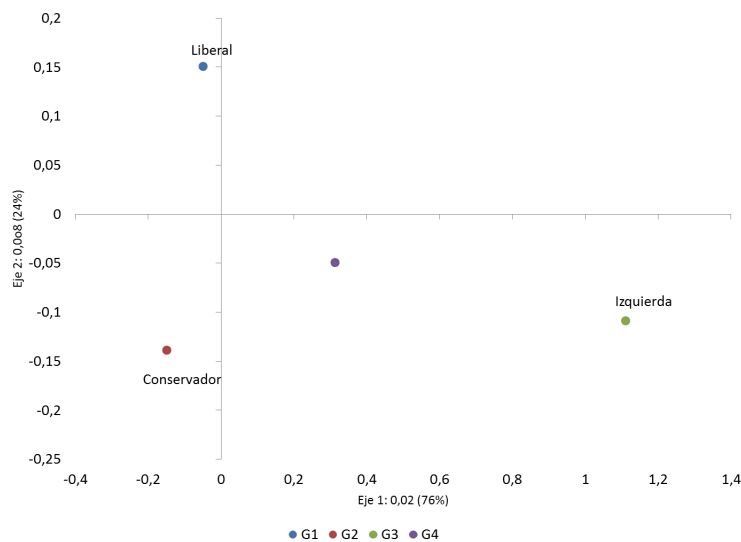


FIGURA 2.5. Primer plano factorial del AC Intra Tablas Ponderado.

Los puntos de colores indican los centros de los grupos

TABLA 2.11. Caracterización de los grupo para el AC Intra Tablas Ponderado

Grupo	Partido	Porcentaje Clas/Cat	Porcentaje Cat/Clas	Porcentaje Media Global	Peso
1	Conservador	31,4	35,4	40,8	11783241
	Izquierda	26,5	3,6	4,9	1416923
	Liberal	40,5	61,0	54,3	15715710
2	Conservador	49,8	46,7	40,8	11783241
	Izquierda	17	1,9	4,9	1416923
	Liberal	41	51,3	54,3	15715710
3	Conservador	4,6	31,5	40,8	11783241
	Izquierda	27,1	22,5	4,9	1416923
	Liberal	5	46,0	54,3	15715710
4	Conservador	14,2	39,9	40,8	11783241
	Izquierda	29,3	9,9	4,9	1416923
	Liberal	13,5	50,3	54,3	15715710

2.5. Resultados generales

En este capítulo se analizaron algunas metodologías en ejes principales para el estudio de datos electorales, que consideran tres variables de interés. En general, los métodos basados en ACP, tales como el ACPH y el LACP mostraron tener un mejor desempeño al analizar las tendencias globales de los datos, mientras que las metodologías que implementan AC son mejores para destacar los resultados atípicos en los datos.

En lo que respecta a las metodologías basada en AC, es importante considerar la inercia generada por las bandas, pues si esta no es lo suficientemente grande, los resultados obtenidos con el AC Intra Tablas y el AC Intra Tablas ponderado, no difieren mucho en comparación con los resultados del ACS, tal como ocurre en el ejemplo implementado en este capítulo.

En el caso de las elecciones presidenciales colombianas para el periodo de 1974 a 1986, los resultados electorales favorables a los candidatos de izquierda introdujeron la mayor variabilidad en casi todas las metodologías, lo que indica que este tipo de votación es atípico, comparado con los resultados de los partidos tradicionales.

Igualmente, los resultados de la clasificación para todas las metodologías mostraron que las elecciones de 1990 presentaron una tendencia atípica hacia la votación por los candidatos de izquierda, que puede significar un cambio en las preferencias de votación o un resultado atípico que no representa las tendencias generales de votación.

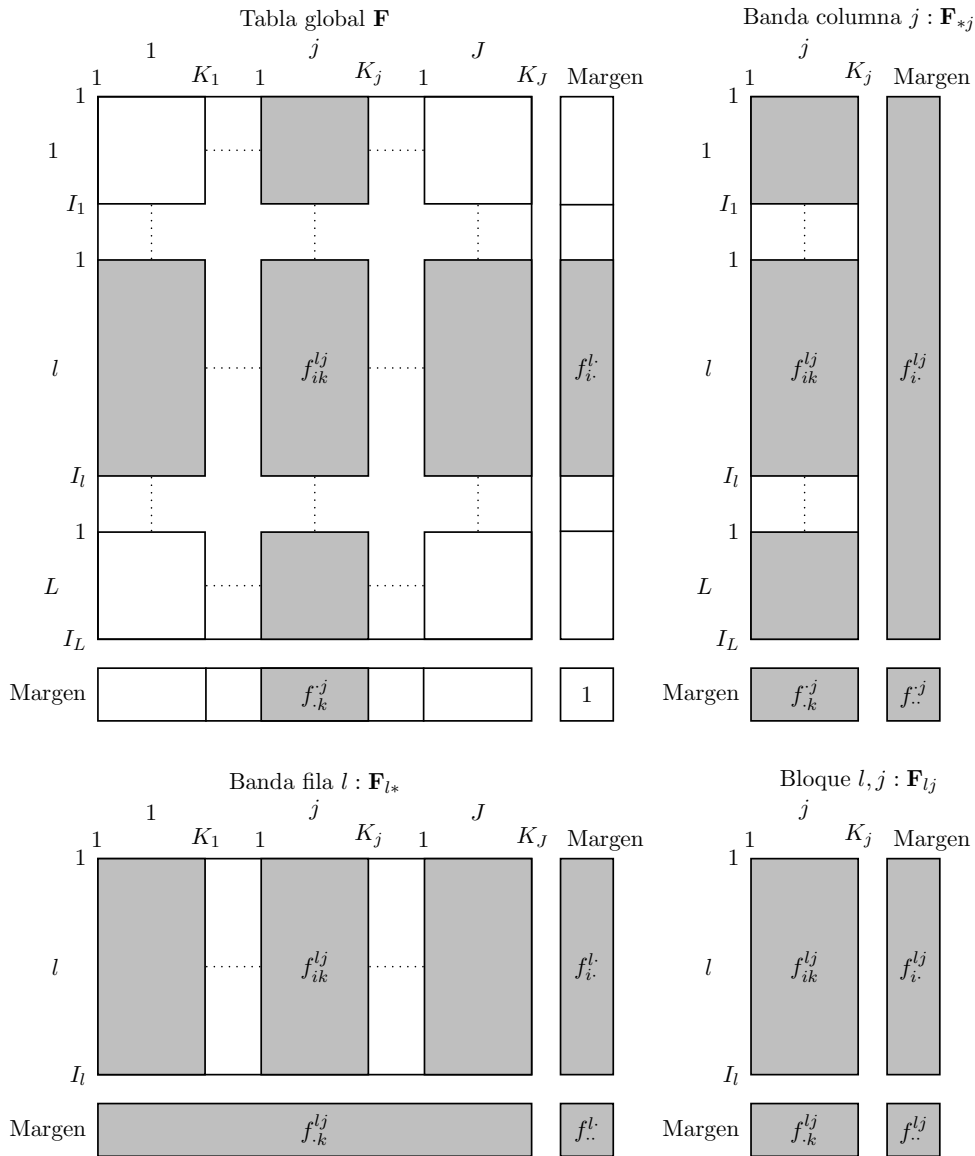
En el caso de los partidos tradicionales, algunos departamentos como Santander y Nariño presentaron patrones de votación relativamente constantes a lo largo del tiempo, lo que lleva a concluir que existen patrones de votación entre los departamentos durante este periodo de tiempo.

CAPÍTULO 3

Métodos en ejes principales que consideran sub-particiones en filas y columnas

En el capítulo anterior se analizaron algunas metodologías para el estudio de resultados electorales, al cruzar tres variables: tiempo, espacio y movimientos políticos. En ese caso, se supone que los movimientos políticos son estáticos en el tiempo (es decir, que no se produce entrada ni salida de partidos o candidatos en las diferentes contiendas electorales). Adicionalmente, se ponen en un mismo nivel entidades territoriales que pueden presentar grandes diferencias (como aquellas generadas por el tamaño de población o acceso a los recursos institucionales) y sólo se consideran sus diferencias en el tiempo.

A pesar del gran avance en el análisis de los datos electorales que estos métodos suponen, las anteriores metodologías no son pertinentes cuando se desea estudiar la incidencia de cuatro variables en los patrones electorales. Por tanto, es necesario considerar otra serie de aproximaciones que permitan estudiar datos estructurados en tablas de contingencia con sub-particiones en filas y columnas (Figura 3.1) (Pardo et al., 2013).

FIGURA 3.1. Tabla \mathbf{F} con estructura de partición en las filas y en las columnas.

Las tablas de contingencia que se analizan en este capítulo están compuestas por I filas y K columnas, donde las sub-particiones de las I filas se puede hacer en L categorías con $I_1, \dots, I_l, \dots, I_L$ filas y las sub-particiones de las K columnas se hace en J categorías con $K_1, \dots, K_j, \dots, K_J$ columnas, respectivamente.

Las agrupaciones de las filas en las L categorías se denotan, nuevamente, como bandas filas y las agrupaciones de las columnas en las J categorías se conocen como bandas columnas. Adicionalmente, cuando se cruzan una banda fila con una banda columna se produce un bloque.

Para facilitar la explicación de las metodologías presentadas, se recurre a un ejemplo con los datos municipales de las elecciones presidenciales en Colombia, para el periodo de 1986 a 2010, estructurados de acuerdo a la Tabla 3.1.

TABLA 3.1. Configuración de la tabla de contingencia de doble entrada para la configuración de los datos según las votaciones de cada año de elección para todos los municipios

		Ele86		...				Ele10	
		Can1	Can2	Can26	Can27
Cat1	Mun1								
	Mun2								
	...								
...	...								
	...								
Cat7	Mun960								
	Mun961								

La elección de estos datos responde a que, en primer lugar, las elecciones municipales presentan una mayor variabilidad que las departamentales, pues la agregación departamental enmascara las diferencias entre los municipios; y en segundo lugar a que con la proclamación de la constitución de 1991 se instauran una serie de leyes que facilitan el ingreso de nuevos partidos, movimientos políticos y candidatos al escenario político colombiano. Esto hace necesario estudiar los resultados electorales desde una perspectiva de los candidatos involucrados en las contiendas electorales y no desde su partido de pertenencia, pues la disciplina de partido no es clara.

Con esto en mente, se considera que las filas están conformadas por los municipios colombianos (**mun**), los cuales se encuentran agrupados de acuerdo a la clasificación del tamaño de población (**cat**) proporcionada por la CNC (1994), resumida en la Tabla 3.2. Es importante aclarar que aunque en la actualidad existen alrededor de 1121 municipios en Colombia sólo se consideran los 961 municipios que existen desde 1986 y que tienen registro de votación para las 7 elecciones.

TABLA 3.2. Clasificación de los municipios de Colombia por población según la Ley 136 de 1994

Categoría	Mínimo	Máximo	Municipios	Población	Porcentaje de población
Cat1	500.001	-	9	16.287.071	35,7
Cat2	100.001	500.000	51	10.783.143	23,7
Cat3	50.001	10.0000	60	4.019.187	8,8
Cat4	30.001	50.000	107	4.021.105	8,8
Cat5	20.001	30.000	134	3.290.503	7,2
Cat6	10.001	20.000	317	4.574.339	10,0
Cat7	0	10.000	441	2.527.152	5,5

Las columnas contienen la información de los candidatos (**Can**), los cuales se encuentran agrupados de acuerdo al año de elección (**Ele**). Se decidió excluir los candidatos con porcentaje de votación nacional menor al registrado por el voto en blanco, pues no reflejan tendencias electorales e introduce ruido en el análisis. En resumen, se tiene información electoral para 27 candidatos en 7 elecciones, cuyos nombres, códigos, partido de pertenencia y año de participación se resumen en la Tabla 3.3.

TABLA 3.3. Candidatos a la presidencia por año de elección

Año de elección	Nombre Candidato	Partido	Código del candidato
1986	Virgilio Barco	Liberal	Bar86
	Álvaro Gómez	Conservador	Gom86
	Jaime Pardo	Unión Patriótica	Par86
1990	Cesar Gaviria	Liberal	Gav90
	Álvaro Gómez	Movimiento de Salvación Nacional	Gom90
	Rodrigo Lloreda	Conservador	Llo90
	Antonio Navarro	Alianza democrática M19	Nav90
1994	Antonio Navarro	Compromiso Colombia	Nav94
	Andrés Pastrana	Conservador	Pas94
	Ernesto Samper	Liberal	Sam94
1998	Harold Bedoya	Fuerza Colombia	Bed98
	Andrés Pastrana	Conservador	Pas98
	Noemi Sanín	Sí, Colombia	San98
	Horacio Serpa	Liberal	Ser98
2002	Luis Eduardo Garzon	Polo Democrático	Gar2
	Noemi Sanín	Sí, Colombia	San2
	Horacio Serpa	Liberal	Ser2
	Álvaro Uribe	Primero Colombia	Uri2
2006	Carlos Gaviria	Polo Democrático	Gav6
	Horacio Serpa	Liberal	Ser6
	Álvaro Uribe	Primero Colombia	Uri6
2010	German Vargas Lleras	Cambio Radical	Lle10
	Antanas Mockus	Partido Verde	Moc10
	Rafael Pardo	Liberal	Par10
	Gustavo Petro	Polo Democrático	Pet10
	Noemi Sanín	Conservador	San10
	Juan Manuel Santos	Partido de la U	Sant10

Sobre una tabla de contingencia con estructuras de sub-partición en filas y columnas se pueden realizar varios análisis de correspondencias:

1. El análisis de correspondencias simples (ACS), que no considera la estructura de sub-particiones, aunque las categorías de las bandas fila y columna se pueden proyectar como ilustrativas. En el caso del ejemplo cada grupo de municipios y cada elección se proyecta como un punto sobre los planos factoriales.
2. El AC intrabandas columna, que es el análisis de las bandas columna puestas en un análisis común. En el ejemplo corresponde a superponer los análisis de las 7 elecciones consideradas, lo que geométricamente significa que las sub-nubes de elecciones se centran en el origen.

3. El AC intrabandas fila, que es similar al anterior y en el caso del ejemplo ponen en referencia común las bandas fila definidas por el tamaño de los municipios, según su población.
4. El Análisis de Correspondencias Interno (ACI), que hace un doble centrado por bandas fila y columna.
5. El Análisis de Correspondencias Intrabloques (ACIB) que también es doblemente centrado, pero que describe sólo las interacciones entre filas y columnas al interior de los bloques. En el caso del ejemplo quedan descontadas todas las interacciones posibles entre elecciones y grupos de municipios y entre estas y candidatos y municipios.

En el caso de los Análisis intra bandas, el ACI y el ACIB, es posible introducir ponderaciones a las bandas, de manera que se equilibre su influencia, tal como se realiza en los AFM. Lo anterior genera cuatro metodologías adicionales, conocidas como: Análisis intrabandas columna ponderado, análisis intrabandas fila ponderado, ACI ponderado (ACIP) y ACIB ponderado (ACIBP). En este capítulo se resumen las metodologías del ACI, el ACIB y el ACIBP.

3.1. Análisis de Correspondencias Interno e Intrabloques

3.1.1. Análisis de Correspondencias Interno

El Análisis de Correspondencias Interno (ACI), propuesto por Cazes et al. (1988), se puede ver como un AC Intra Columnas centrado con respecto a las bandas fila, con lo que se descuentan las inercias generadas por ambas bandas. Esto es equivalente a realizar un $ACP(\mathbf{X}, \mathbf{D}, \mathbf{M})$ cuyas matrices corresponden a lo indicado en la Tabla 3.4 (Pardo, 2011).

TABLA 3.4. Tabla de equivalencias del ACI con respecto a ACP

Matriz X	Matriz M	Matriz D	Modelo C
$\frac{f_{ik}^{lj}}{f_{i.}^{l.} f_{.k}^{l.}} - \frac{f_{i.}^{lj}}{f_{i.}^{l.} f_{..}^{l.}} - \frac{f_{.k}^{lj}}{f_{..}^{l.} f_{.k}^{l.}} + \frac{f_{..}^{lj}}{f_{..}^{l.} f_{..}^{l.}}$	$diag(f_{.k}^{l.})$	$diag(f_{i.}^{l.})$	$\frac{f_{ik}^{lj} f_{i.}^{l.}}{f_{..}^{l.}} + \frac{f_{i.}^{lj} f_{.k}^{l.}}{f_{..}^{l.}} - \frac{f_{i.}^{l.} f_{.k}^{l.} f_{..}^{lj}}{f_{..}^{l.} f_{..}^{l.}}$

Con estas matrices y las ecuaciones de los ejes factoriales para los perfiles fila y columna (Ecuaciones 3.1 y 3.2) se puede observar que el ACI corresponde a un doble centrado con respecto al punto medio de las bandas filas y columnas.

$$\psi_{ACI,\alpha i} = \sum_{k=1}^K \left(\frac{f_{ik}^{lj}}{f_{i \cdot}^l f_{\cdot k}^j} - \frac{f_{i \cdot}^{lj}}{f_{i \cdot}^l f_{\cdot \cdot}^j} - \frac{f_{\cdot k}^{lj}}{f_{\cdot \cdot}^l f_{\cdot k}^j} + \frac{f_{\cdot \cdot}^{lj}}{f_{\cdot \cdot}^l f_{\cdot \cdot}^j} \right) f_{\cdot k}^j u_{\alpha k} \quad (3.1)$$

$$\varphi_{ACI,\alpha k} = \sum_{i=1}^I \left(\frac{f_{ik}^{lj}}{f_{i \cdot}^l f_{\cdot k}^j} - \frac{f_{i \cdot}^{lj}}{f_{i \cdot}^l f_{\cdot \cdot}^j} - \frac{f_{\cdot k}^{lj}}{f_{\cdot \cdot}^l f_{\cdot k}^j} + \frac{f_{\cdot \cdot}^{lj}}{f_{\cdot \cdot}^l f_{\cdot \cdot}^j} \right) f_{i \cdot}^l v_{\alpha i} \quad (3.2)$$

Esto se confirma al analizar una descomposición del modelo de la Tabla 3.4 que corresponde a $\mathbf{C} = [\mathbf{A}^J - \mathbf{E}] + [\mathbf{A}^L - \mathbf{E}] + \mathbf{E}$ (Pardo et al., 2013), donde \mathbf{A}^J representa el modelo para el AC Intra Tablas columnas, \mathbf{A}^L el del AC Intra Tablas filas y \mathbf{E} con término general: $e_{ik}^{lj} = \frac{f_{i \cdot}^l f_{\cdot k}^j f_{\cdot \cdot}^{lj}}{f_{\cdot \cdot}^l f_{\cdot \cdot}^j}$.

De acuerdo a lo presentado por Sabatier (1987), la inercia de la tabla \mathbf{F} puede ser descompuesta en cuatro partes (Ecuación 3.3)

$$\begin{aligned} \text{Inercia}(AC(\mathbf{F}, \mathbf{H})) &= \text{Inercia}(AC(\mathbf{E}, \mathbf{H})) + \text{Inercia}(AC(\mathbf{A}^L, \mathbf{E})) \\ &+ \text{Inercia}(AC(\mathbf{A}^J, \mathbf{E})) + \text{Inercia}(AC(\mathbf{F}, \mathbf{C})) \end{aligned} \quad (3.3)$$

Donde cada término está asociado a la inercia de un AC: el primero a la del ACS de la tabla $L \times J$ que tiene la suma de los bloques, el segundo al AC intra bandas fila de las I filas por las marginales filas de las J bandas columna; el tercero al AC intra bandas columna de las L marginales de las bandas fila por las K columnas y el último término al ACI de la tabla de \mathbf{F} .

3.1.2. El Análisis de Correspondencias Intra Bloques

El Análisis de Correspondencias Intra Bloques (ACIB) corresponde a $ACP(\mathbf{X}, \mathbf{D}, \mathbf{M})$ con las matrices de la Tabla 3.5 (Pardo, 2011).

donde el término general para las filas y las columnas está dado por las Ecuaciones 3.4 y 3.5. Al igual que en el ACI es posible obtener ayudas para la interpretación (tales como

TABLA 3.5. Tabla de equivalencias del ACIB con respecto a ACP

Matiz X	Matriz M	Matriz D	Modelo B
$x_{ik}^{lj} = \frac{f_{ik}^{lj} - \frac{f_{i.}^{lj} f_{.k}^{lj}}{f_{..}^{lj}}}{f_{i.}^{l.} f_{.k}^{.j}}$	$diag(f_{.k}^{.j})$	$diag(f_{i.}^{l.})$	$\frac{f_{i.}^{lj} f_{.k}^{lj}}{f_{..}^{lj}}$

las representaciones parciales y la calidad de la representación de las variables de los años con respecto a cada eje) para esta metodología.

$$\psi_{ACIB,\alpha i} = \sum_{k=1}^K \left(\frac{f_{ik}^{lj} - \frac{f_{i.}^{lj} f_{.k}^{lj}}{f_{..}^{lj}}}{f_{i.}^{l.} f_{.k}^{.j}} \right) f_{.k}^{.j} u_{\alpha k} \quad (3.4)$$

$$\varphi_{ACIB,\alpha k} = \sum_{i=1}^I \left(\frac{f_{ik}^{lj} - \frac{f_{i.}^{lj} f_{.k}^{lj}}{f_{..}^{lj}}}{f_{i.}^{l.} f_{.k}^{.j}} \right) f_{i.}^{l.} u_{\alpha i} \quad (3.5)$$

3.1.3. El Análisis de Correspondencias Intra Bloques Ponderado

Hasta el momento, ninguna de las metodologías consideradas en este capítulo permiten descontar el efecto sobre la inercia de una banda con mucho peso o con un gran número de variables. Esto se puede presentar, por ejemplo, cuando exista un año en el que algunos candidatos obtuvieron una votación muy superior a la de los otros candidatos, o cuando alguna de las categorías de clasificación de municipios tiene una concentración excesiva de votación.

Teniendo en cuenta esta limitación, Pardo (2011) propone el Análisis de Correspondencias Intra Bloques Ponderado (ACIBP), como una extensión del Análisis Factorial Múltiple para Tablas de Contingencia (AFMTC) (Bécue-Bertaut & Pagès, 2004), de manera que se considera un ACIB, en el que es posible introducir, simultáneamente, ponderaciones a las matrices de métricas \mathbf{M} y \mathbf{D} , con el fin de descontar el efecto introducido a la inercia, por bandas con mucho peso.

Lo anterior implica realizar un $ACP(\mathbf{X}, \mathbf{D}, \mathbf{M})$ cuyas matrices corresponden a las presentadas en la Tabla 3.6. Pardo (2011) demuestra que para encontrar los valores de los pesos α_j y β_l , de las dos matrices de métricas, es necesario recurrir a un proceso iterativo.

TABLA 3.6. Tabla de equivalencias del ACIBP con respecto a ACP

Matiz X	Matriz M	Matriz D	Modelo B
$\frac{f_{ik}^{lj} - \frac{f_{i.}^{lj} f_{.k}^{lj}}{f_{..}^{lj}}}{f_{i.}^{l.} f_{.k}^{.j}}$	$diag(\alpha_j f_{.j}^k)$	$diag(\beta_l f_{l.}^i)$	$\frac{f_{i.}^{lj} f_{.k}^{lj}}{f_{..}^{lj}}$

Las coordenadas factoriales para las filas (Ecuación 3.6) coinciden con las coordenadas filas del ACIB excepto por el peso asignado a la banda columna (α_j), las cuales buscan que todas las bandas columna tengan la misma influencia en el análisis. De manera análoga, para el caso de las coordenadas factoriales de las columnas (Ecuación 3.7), el peso β_l busca que todas las bandas columna tengan la misma influencia en el análisis y, por tanto, todos los resultados anteriores se mantienen.

$$\psi_{ACIBP,\alpha i} = \sum_{k=1}^K \left(\frac{f_{ik}^{lj} - \frac{f_{i.}^{lj} f_{.k}^{lj}}{f_{..}^{lj}}}{f_{i.}^{l.} f_{.k}^{.j}} \right) \alpha_j f_{.k}^j u_{\alpha k} \quad (3.6)$$

$$\varphi_{ACIBP,\alpha k} = \sum_{i=1}^I \left(\frac{f_{ik}^{lj} - \frac{f_{i.}^{lj} f_{.k}^{lj}}{f_{..}^{lj}}}{f_{i.}^{l.} f_{.k}^{.j}} \right) \beta_l f_{i.}^l u_{\alpha i} \quad (3.7)$$

3.2. Aplicación de las metodologías a los datos de elecciones presidenciales de 1986 a 2010

Para ilustrar las diferencias introducidas por las metodologías se realiza una comparación entre los resultados de un ACS, un AC Intra Columnas, un ACI, un ACIB y un ACIBP, para los datos de la Tabla 3.1. En éste, y el resto de AC utilizados en el capítulo, se recurre al paquete *pamctdp* (Pardo, 2013) junto con métodos del paquete *FactoClass* (Pardo & DelCampo, 2007) de R, los cuales son unidos mediante modificaciones a la función principal de *FactoClass*, realizadas por la autora.

3.2.1. Análisis de Correspondencias Simples aplicado a los datos de elecciones presidenciales de 1986 a 2010

El análisis de inercia del ACS muestra que retener los primeros siete ejes explica el 87% de la inercia total (0,26). La Figura 3.2 presenta el primer plano factorial obtenido mediante el ACS, en donde el primer (31 % de la inercia) y segundo (20 % de la inercia) eje representan mejor a candidatos como Gom86, Gom90, Pas94, Pas98, Par10, Ser98, Ser2, Ser6 y Sam94, los cuales pertenecen a partidos tradicionales Liberal y Conservador.

Se observa que en el lado derecho del plano se encuentran los candidatos del partido Liberal, mientras que en el lado izquierdo los candidatos del partido Conservador, lo que indica que el primer eje separa a los municipios que tienen un mayor porcentaje de votación por cada uno de ellos.

Así mismo, este plano representa a candidatos como San98, Uri2, Moc10 y Lle10 que aunque no sean identificados con estos partidos, son más cercanos a políticas de centro derecha (Giraldo & Muñoz, 2014).

La Figura 3.3 muestra que el tercer (12 % de la inercia) y cuarto (9 % de la inercia) eje tiene una mayor contribución de candidatos como Par86, Nav90, Nav94, Pet10 y Gav6, los cuales se pueden identificar con políticas de izquierda (Giraldo & Muñoz, 2014). Esto se debe a que este tipo de candidatos reciben votaciones altas de un tipo específico de municipios, diferentes a los que votan por los candidatos anteriores.

Es importante señalar que el candidato Par86 se encuentra muy separado del resto de candidatos en el eje 3, debido principalmente a algunos municipios de los departamentos de Caquetá, Meta, Guaviare y Arauca que tuvieron un porcentaje de votación alto por este candidato (Figura 3.2).

Existen candidatos como Uri6, Sant10, San2 y San10, Nav90, Nav94 y Bed98 que no se encuentran representados por ningún eje en particular. Lo anterior se debe a que estos candidatos obtienen altas votaciones de toda clase de municipios (lo cual se asemeja más al posible comportamiento de los candidatos Uri2 y Sant10) o porque obtienen bajas votaciones en todos los municipios y por eso no contribuyen a ningún eje en particular (que se ajusta más al patrón de votación de San98, San2, San98, Bed98, Nav90 y Nav94).

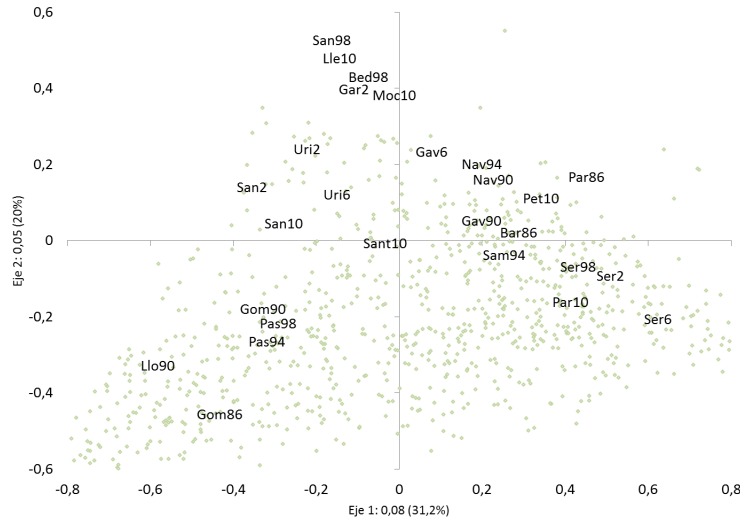


FIGURA 3.2. Primer plano factorial del ACS

3.2.2. Análisis de Correspondencias Interno aplicado a los datos de elecciones presidenciales de 1986 a 2010

La descomposición de la inercia (Tabla 3.7) asociada al ACS, permite ver que el 78 % de la variabilidad se explica, principalmente, por la interacción entre los resultados municipales y por candidatos. El 22 % de la inercia es explicada por las asociaciones que describen cada uno de los AC, siendo la variabilidad inducida por los años de elección la de mayor relevancia .

TABLA 3.7. Descomposición de la inercia asociada a las nubes del ACS

Tipo de análisis	Valor	Porcentaje
ACS categorías X fechas	0,01	3 %
AC Intra categorías X candidatos	0,02	8 %
AC Intra fechas X municipios	0,03	11 %
ACI municipios X candidatos	0,20	78 %
ACS municipios X candidatos	0,26	100 %

Al realizar el ACI, el análisis del histograma de valores propios muestra que seis ejes retienen el 87 % de la inercia total que equivale 0,204. Por lo tanto, el centrado realizado por el ACI disminuye la inercia total en 0,06, con respecto a la asociada al ACS. Los resultados de las Tablas 3.8 y 3.9 muestran que todas las categorías de municipios tienen una participación relativamente pareja en todos los ejes, siendo el primer y segundo eje los que mejor las representan. Para los años de elección, las bandas formados por las votaciones en 1994, 1998, 2002 y en menor medida 2006 se encuentran mejor representadas

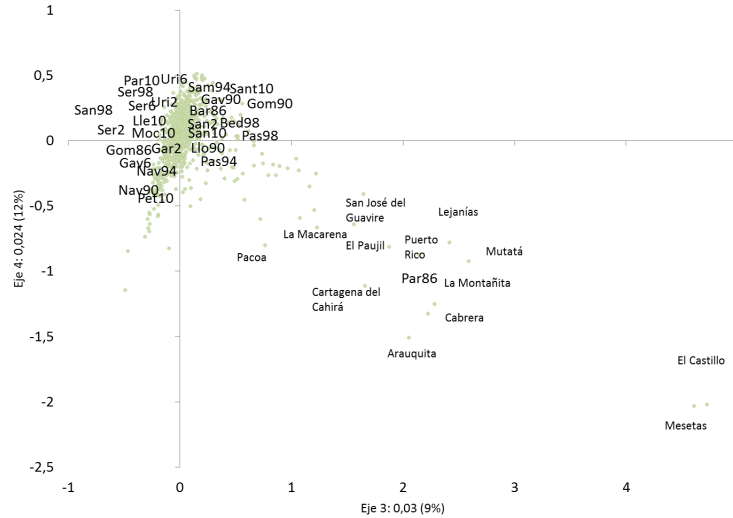


FIGURA 3.3. Plano factorial 3-4 del ACS

en el primer eje, mientras que en la elección de 1986 tienen una mayor contribución en la construcción del segundo eje. En lo que respecta a las elecciones de 1990 y 2010 tienen una participación relativamente equilibrada en todos los ejes.

TABLA 3.8. Calidad de la representación de las bandas fila en el ACI

Categoría	Comp1	Comp2	Comp3	Comp4	Comp5	Comp6
cat6	44,6	15,8	12,2	7,6	6,0	4,5
cat5	37,9	17,6	12,9	8,0	6,1	5,3
cat4	39,3	16,2	10,9	7,1	7,5	6,2
cat3	36,5	15,5	13,1	10,5	6,7	3,7
cat2	30,4	21,0	11,4	12,5	7,1	4,4
cat1	40,5	10,3	9,6	12,4	7,8	4,0
catesp	37,6	12,0	12,8	8,1	9,1	8,0

TABLA 3.9. Calidad de la representación de las bandas columna en el ACI

Año	Comp1	Comp2	Comp3	Comp4	Comp5	Comp6
1986	26,5	41,7	25,1	3,6	1,2	0,2
1990	27,0	6,0	8,8	11,9	17,2	17,5
1994	59,2	8,5	10,1	5,6	2,7	0,2
1998	64,1	8,9	3,9	7,3	0,6	2,3
2002	68,4	7,9	2,7	4,1	6,8	0,8
2006	39,9	6,3	11,0	19,3	11,0	3,4
2010	15,6	7,9	11,6	14,0	14,1	8,8

Las Figuras 3.4 y 3.5 y el análisis de inercia permiten concluir que el primer (39% de la inercia) y segundo (15% de la inercia) ejes representan los candidatos Bar86, Gom86, Gom90, Par86, Gav90, Pas94, Pas98, Sam94, Ser98, Ser2, Ser6, Uri2, Uri6. Nuevamente al lado derecho del plano se encuentran los candidatos del partido Liberal, mientras que en el lado izquierdo los candidatos del partido Conservador.

El tercer (11% de la inercia) y cuarto (10% de la inercia) ejes explican mejor las votaciones por Gav6 y Pet10. Los candidatos Sant10, San98, San2, San10, Par10, Moc10, Nav90, Nav94, Lle10 y Bed98 no se encuentran representados por ningún eje en particular. Lo anterior indica que al eliminar el efecto de los años de elección y de las categorías poblacionales, los candidatos de partidos tradicionales se parecen más a Uri2 y Uri6 y menos a los otros candidatos de políticas de derecha y centro derecha. Asimismo, es más difícil identificar unos patrones para los candidatos de izquierda.

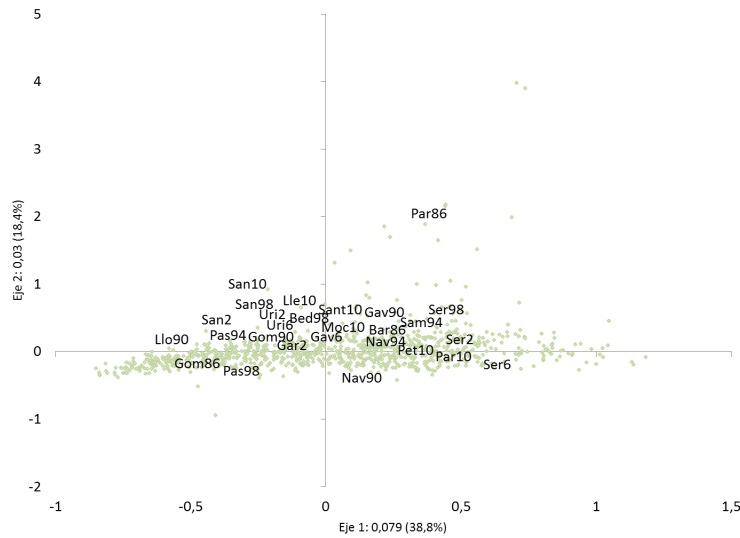


FIGURA 3.4. Primer plano factorial del ACI

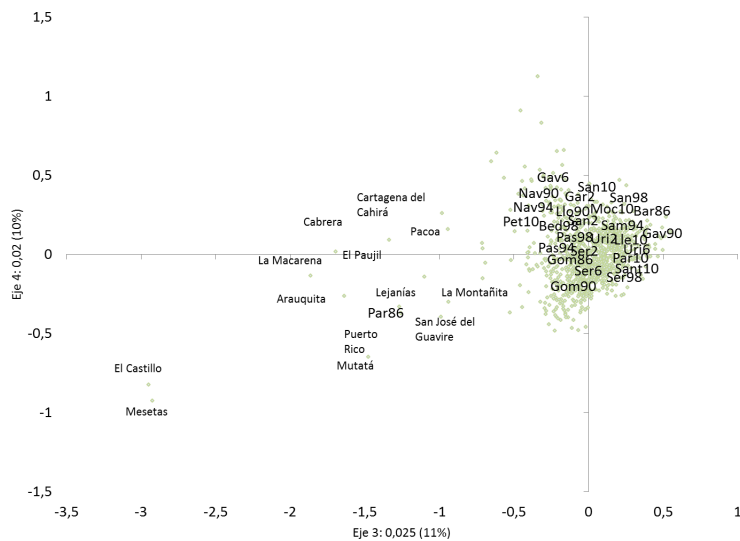


FIGURA 3.5. Plano factorial 3-4 del ACI

3.2.3. Análisis de Correspondencias Intra Bloques aplicado al ejemplo

En el caso del ACIB al retener seis ejes es posible explicar la misma cantidad de inercia (87% de la inercia total que equivale a 0,203) que con las dos metodologías anteriores. Las Tablas 3.10 y 3.11 muestran que no existe mucha diferencia en el aporte de las variables que forman las bandas, comparado con los resultados del ACI (Tablas 3.8 y 3.9), por lo que las conclusiones obtenidas en la sección previa, con respecto a estas variables, se mantienen.

TABLA 3.10. Calidad de la representación de las bandas fila en el ACIB

Categoría	Comp1	Comp2	Comp3	Comp4	Comp5	Comp6
cat6	44,2	16,1	12,4	7,7	6,1	4,5
cat5	37,7	17,7	13,1	8,1	6,1	5,3
cat4	39,4	16,0	11,1	7,3	7,5	6,0
cat3	36,5	15,4	13,2	10,5	6,7	3,8
cat2	30,3	21,0	11,5	12,7	7,0	4,3
cat1	40,7	10,7	9,4	12,3	7,7	3,9
catesp	37,4	12,3	12,5	8,1	9,1	7,9

TABLA 3.11. Calidad de la representación de las bandas columna en el ACIB

Año	Comp1	Comp2	Comp3	Comp4	Comp5	Comp6
1986	26,1	42,1	25,1	3,7	1,2	0,3
1990	26,8	6,4	8,9	11,3	17,6	17,6
1994	58,3	8,5	10,5	5,8	2,6	0,2
1998	64,7	8,1	4,3	7,6	0,6	2,0
2002	68,3	8,0	2,7	4,1	0,7	0,8
2006	39,8	6,4	10,9	19,3	11,1	3,6
2010	15,6	8,0	11,4	14,4	13,8	8,7

Las Figuras 3.6 y 3.7 muestran el primer plano factorial para el análisis con ACIB, en donde el primer (38 % de la inercia) y el segundo eje (16 % de la inercia) representan mejor a candidatos como Bar86, Gom86, Gom90, Par86, Gav90, Pas94, Pas98, Sam94, Ser98, Ser2, Ser6, Uri2, Uri6 y San2. Al igual que en las aplicaciones anteriores, al lado derecho del plano se encuentran los candidatos del partido Liberal, mientras que en el lado izquierdo los candidatos del partido Conservador. El tercer (11 % de la inercia) y cuarto (10 % de la inercia) eje identifican a Gav6 y el resto de candidatos tienen una representación baja en todos los ejes.

Esto indica que al considerar un modelo independiente de los bloques, la diferenciación de los candidatos considerados de izquierda se vuelve más difusa, mientras que se produce una aproximación entre los candidatos de los partidos tradicionales con el candidato Uribe.

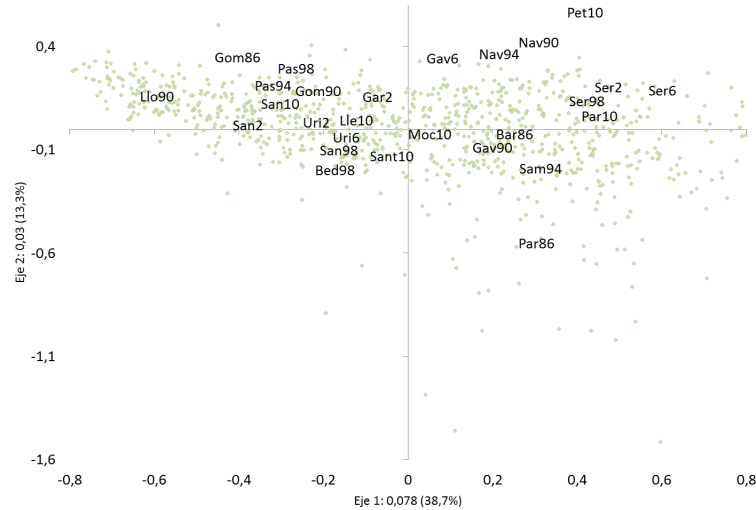


FIGURA 3.6. Primer plano factorial del ACIB

3.2.4. Análisis de Correspondencias Intra Bloques Ponderado a los datos de elecciones presidenciales de 1986 a 2010

Para el ACIBP se conservan los seis primeros ejes, los cuales permiten explicar el 86 % de la inercia total que equivale a 0,186, lo que implica que equilibrar los pesos de las bandas lleva a disminuir la inercia en alrededor de 0,014, con respecto a la asociada al ACIB. La Tabla 3.12 muestra que al introducir la representación de las bandas filas existe una pequeña redistribución comparada con los resultados de la Tabla 3.11, principalmente en el primer eje donde las categorías 5, 4, 1 y especial ganan peso con respecto al resto de categorías y en el segundo eje donde las categorías 1 y especial pierden peso con respecto a las demás. Sin embargo, el comportamiento general de estas bandas se conserva y ninguna de las categorías tiene el suficiente peso como para representar un eje.

Finalmente, la Tabla 3.13 muestra que el único bloque cuya ponderación que se ve afectado por la introducción de las ponderaciones en las matrices de métricas es el de la elección de 1986.

El análisis de inercia y la representación del primer plano factorial (Figura 3.8) permite dilucidar que en este plano se identifican los candidatos con altos porcentajes de votación. Así, para el primer (37 % de la inercia) y segundo (15 %) eje se identifica mejor los candidatos de los partidos Liberal y Conservador, tales como Ser2, Ser6, Sam94, Pas94,

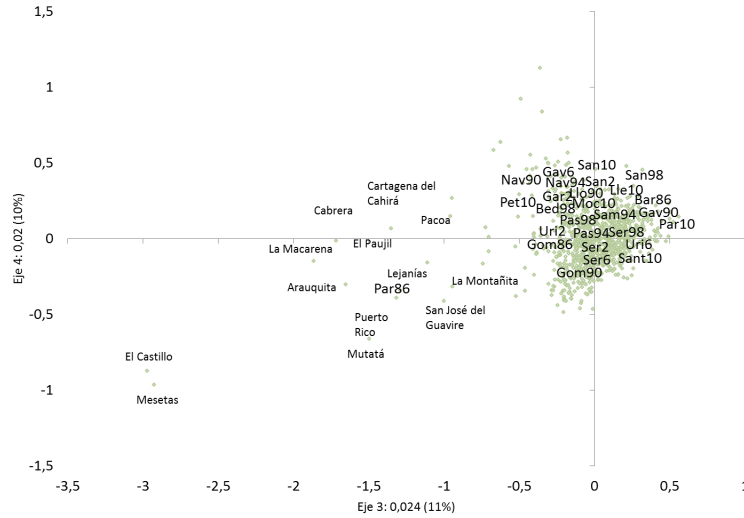


FIGURA 3.7. Plano factorial 3-4 del ACIB

TABLA 3.12. Calidad de la representación de las bandas fila en el ACIBP

Categoría	Comp1	Comp2	Comp3	Comp4	Comp5	Comp6
cat6	45,1	11,0	10,5	9,1	8,0	6,1
cat5	39,6	11,9	9,8	8,8	9,2	7,2
cat4	40,2	12,9	8,8	9,6	7,1	7,6
cat3	37,9	12,1	12,0	8,6	9,4	4,7
cat2	31,5	15,0	13,8	10,2	9,6	5,8
cat1	36,0	17,8	12,4	8,1	3,9	4,3
catesp	33,3	24,7	9,3	9,6	1,3	8,6

Pas98 y Bar86. En adición, en el segundo eje se observan algunos candidatos de partidos y movimientos diferentes a los tradicionales tales como Uri2, Uri6, Nav90, Nav94 y Pet10.

El resto de los candidatos no se encuentran representados por ningún eje, lo que indica que a medida que se excluye el efecto de la inercia externa a los bloques y se equilibra el efecto de su peso, los primeros dos ejes explican mejor a Uri2, Uri6 y a los candidatos de los partidos tradicionales (previos a las elecciones de 2002), mientras que los otros candidatos no pueden ser identificados con ningún eje.

TABLA 3.13. Calidad de la representación de las bandas columna en el ACIBP

Año	Comp1	Comp2	Comp3	Comp4	Comp5	Comp6
1986	22,9	12,4	5,7	14,9	41,2	0,3
1990	27,9	14,9	13,4	14,0	2,7	16,9
1994	60,4	16,3	5,1	3,0	2,8	0,4
1998	62,2	8,7	10,4	0,9	2,1	2,2
2002	65,2	7,1	6,8	1,1	0,6	0,9
2006	38,3	15,8	16,5	11,3	3,5	3,4
2010	16,6	21,4	14,1	11,4	2,1	9,4



FIGURA 3.8. Primer plano factorial del ACIBP

3.2.5. Análisis Intra Columnas a los datos de elecciones presidenciales de 1986 a 2010

Para describir el perfil de las elecciones presidenciales entre 1986 y 2010 en Colombia, se realiza un análisis intra elecciones ponderado. Con este análisis se ponen las 7 elecciones en una representación común, equilibrando su influencia. El análisis se complementa con una clasificación tal como se describe en el capítulo 1. Se busca que los municipios que pertenezcan a una clase tengan perfiles electorales parecidos y por eso no es conveniente centrar por grupos de municipios.

Al realizar el AC Intra Columnas Ponderado, seis ejes retienen el 88 % de la inercia total que corresponde a 0,235. Los resultados de las Tablas 3.14, 3.15 y 3.16 muestran la descomposición de la inercia, la calidad de la representación y el peso de cada una de las bandas para cada uno de los ejes.

La banda de la votación en 1986 es la que más contribuye a la formación del tercer y cuarto eje. En el caso de la banda de la elección de 1990, esta es la que más contribuye a la formación del quinto eje y en menor medida al sexto eje. La banda de la votación de 1994 tiene un porcentaje de contribución menor al 10 % en todos los ejes. La banda de las elecciones de 1998 contribuye principalmente a la construcción de los dos primeros ejes y la de 2002 al primer eje. Para la banda de 2006, esta tiene una mayor contribución en los ejes 4 y 6. Finalmente, la banda de 2010 contribuye a la formación del eje 6.

Las bandas de las votaciones en 1994, 1998, 2002 y en menor medida 2006 se encuentran mejor representados en el primer eje, mientras que la elección de 1986 tiene una mayor contribución en la construcción del tercer eje. En lo que respecta a las elecciones de 1990, éstas tienen una mayor participación en la formación del quinto eje y las de 2010 tienen una participación relativamente equilibrada en todos los ejes.

TABLA 3.14. Inercia de las bandas columna en el AC Intra Columnas

Año	Comp1	Comp2	Comp3	Comp4	Comp5	Comp6
1986	13,2	7,5	19,3	7,8	0,0	0,6
1990	8,6	2,2	1,6	3,3	10,1	2,8
1994	6,8	1,9	0,2	1,0	0,1	0,2
1998	17,1	14,5	0,3	0,6	0,0	0,3
2002	19,5	5,0	0,3	0,7	0,3	0,1
2006	11,1	3,5	1,9	4,9	0,8	2,9
2010	5,8	8,4	4,7	5,9	4,6	5,0
Total	82,0	43,0	28,4	24,3	16,0	11,8

TABLA 3.15. Calidad de la representación de las bandas columna en el AC Intra Columnas

Año	Comp1	Comp2	Comp3	Comp4	Comp5	Comp6
1986	26,8	15,3	39,1	15,8	0,1	1,3
1990	25,8	6,6	4,8	9,9	30,5	8,4
1994	57,3	15,9	2,1	8,9	1,0	1,7
1998	47,5	40,3	0,7	1,8	0,1	0,8
2002	63,3	16,3	1,0	2,2	1,1	0,2
2006	38,9	12,4	6,8	17,2	2,7	10,0
2010	12,9	18,8	10,7	13,3	10,4	11,2

TABLA 3.16. Contribución al eje de las bandas columna en el AC Intra Columnas

Año	Comp1	Comp2	Comp3	Comp4	Comp5	Comp6
1986	16,2	17,5	68,0	32,1	0,2	5,4
1990	10,4	5,1	5,6	13,6	63,1	23,6
1994	8,2	4,3	0,9	4,3	0,7	1,7
1998	20,8	33,7	0,9	2,6	0,3	2,3
2002	23,7	11,7	1,0	2,7	2,1	0,6
2006	13,5	8,2	6,8	20,2	4,8	24,1
2010	7,0	19,4	16,7	24,3	28,8	42,3

La Figura 3.9 presenta el primer plano factorial obtenido mediante el AC Intra Columnas Ponderado, en donde el primer (35 % de la inercia) y segundo (18 % de la inercia) eje representan mejor a candidatos como Gom86, Gom86, Pas94, Pas98, Ser98, Ser2, Ser6 y San94, así como candidatos como San98, Uri2 y Lle10. La Figura 3.10 muestra que el tercer (12 % de la inercia) y cuarto (10 % de la inercia) eje tienen una mayor contribución de candidatos como Par86, Pet10 y Gav6. Por el contrario, los candidatos como Uri6, Sant10, San2 y San10, Nav90, Nav90, Par10, Moc10 y Bed98 no se encuentran representados por ningún eje en particular.

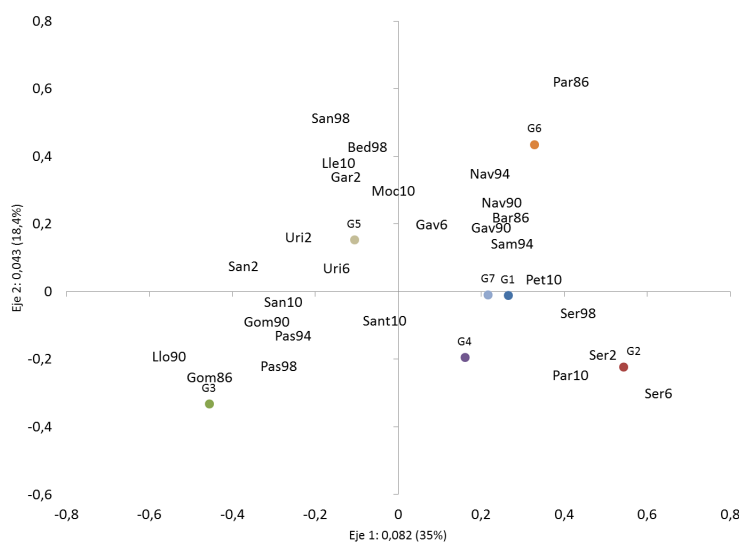


FIGURA 3.9. Primer plano factorial del AC Intra Tablas Columnas.

Los puntos de colores indican los centros de los grupos, obtenidos mediante clasificación

Se realiza una clasificación de los municipios en siete grupos, los cuales se encuentran caracterizados en la Tabla 3.17. En este caso, el primer grupo, que posee el 9% de la votación de todo el período, está compuesto por 196 municipios, de los cuales cerca del 75% pertenecen a las categorías 5 y 6. Los candidatos Bar86, Gav90, Sam94, Ser98, Ser2, Ser6, Sant10 y en menor medida Uri2, Uri6, San2, Par86 y Par10 tienen un resultado de votación superior al promedio nacional. Dada la gran cantidad de candidatos liberales en este grupo, es posible identificarlo con una tendencia a votar por candidatos del Partido Liberal.

El segundo grupo tiene el 6% de la votación de todo el período y está compuesto por 129 municipios, de los cuales cerca del 80% pertenecen a las categorías 5 y 6. Los candidatos Bar86, Gav90, Sam94, Ser98, Ser2, Ser6, Sant10 y en menor medida Uri2, Uri6 y Par10 tienen una mayor caracterización por lo que este grupo representa al partido Liberal.

El tercer grupo posee el 12% de la votación con 279 municipios y se distribuyen entre las categorías de manera similar a la distribución marginal. Los candidatos Gom86, Llo90, Pas94, San98, San2, San10, Uri2, Uri6 y Sant10 tienen un resultado de votación superior al promedio nacional y pueden ser identificados con posturas de derecha. El cuarto grupo posee 11% de la votación en 141 municipios y tiene una distribución de categorías de municipios muy parecida a la marginal. En este grupo los candidatos Bar86, Gom86,

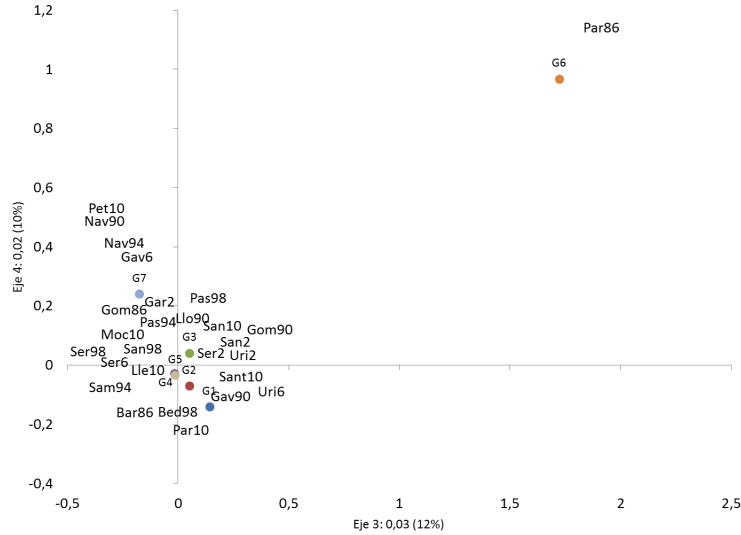


FIGURA 3.10. Plano factorial 3-4 del AC Intra Tablas Columnas.

Los puntos de colores indican los centros de los grupos, obtenidos mediante clasificación

Gav90, Pas94, Pas98, Sam94, Ser98, Ser2, Ser6 y Par10 son mejor representados, por lo tanto es posible identificarlo con los partidos tradicionales colombianos.

El quinto grupo que concentra cerca de la mitad de toda la votación en 122 municipios, adicionalmente, tiene el mayor porcentaje de municipios en categoría especial y una de las más bajas en municipios de categorías 5 y 6. Los candidatos San98, San2, San10, Gar2, Uri2, Uri6, Gav6, Lle10 y Moc10 están mejor representados y por tanto este grupo representa a los partidos y movimientos diferentes a los tradicionales. El sexto grupo tiene el 1 % de la votación en 12 municipios de los cuales alrededor del 60 % pertenecen a las categorías 5 y 6, y ningún municipio pertenece a las categorías especial y primera. Los candidatos Bar86, Par86, Gav90, Sam94, Gar2, Gav6, Moc10, Sant10 y Par10 tienen un resultado de votación superior al promedio nacional, por lo que con excepción de Moc10, puede ser identificado con votaciones a candidatos de izquierda y del partido Liberal. Finalmente, el séptimo grupo posee el 12 % de la votación en 90 municipios, donde un bajo porcentaje de ellos se encuentra clasificado en las categorías 5 y 6. Los candidatos Bar86, Nav90, Nav94, Sam94, Ser98, Ser2, Ser6, Gav6 y Pet10 se encuentran mejor representados, por lo que este grupo puede ser identificado con votaciones a candidatos del partido Liberales y de tendencias de izquierda.

Para contrarrestar si estos resultados son consistentes en cada año de votación, se realiza una descripción de los grupos para cada una de las elecciones presidenciales.

TABLA 3.17. Caracterización de los grupos para las elecciones presidenciales entre 1986 y 2010

Candidato	Grupo 1		Grupo 2		Grupo 3		Grupo 4		Media
	Clas/Cat	Cat/Clas	Clas/Cat	Cat/Clas	Clas/Cat	Cat/Clas	Clas/Cat	Cat/Clas	
Bar86	15,2	10,6	8,9	9,1	6,6	3,7	11,5	7,1	6,6
Gom86	5,4	2,3	3,9	2,5	29,0	10,0	12,7	4,8	4,0
Par86	19,3	1,0	10,0	0,8	6,0	0,3	5,9	0,3	0,5
Gav90	14,0	6,7	8,7	6,0	7,8	3,0	12,0	5,0	4,5
Gom90	5,3	1,3	3,3	1,1	22,2	4,2	13,0	2,7	2,2
Llo90	4,7	0,6	3,7	0,7	30,2	3,0	7,6	0,8	1,1
Nav90	7,2	0,9	4,3	0,8	6,0	0,6	8,7	1,0	1,2
Nav94	8,7	0,3	4,3	0,2	6,2	0,2	9,4	0,3	0,3
Pas94	5,8	2,5	4,1	2,6	23,4	8,1	12,1	4,5	4,0
Sam94	13,9	6,0	9,3	5,8	7,2	2,5	12,2	4,6	4,1
Bed98	8,3	0,3	2,7	0,1	6,1	0,2	7,0	0,2	0,3
Pas98	6,1	3,7	3,8	3,3	22,6	10,8	11,9	6,2	5,6
San98	6,0	2,8	1,9	1,3	5,4	2,0	5,9	2,4	4,4
Ser98	14,2	8,6	12,6	11,1	5,8	2,8	14,3	7,5	5,7
Gar2	6,0	0,7	2,5	0,4	7,6	0,7	6,5	0,6	1,1
San2	7,3	0,8	2,6	0,4	17	1,4	7,4	0,7	1,0
Ser2	11,9	6,8	13,8	11,5	5,3	2,4	16,4	8,2	5,4
Uri2	6,9	6,5	3,3	4,6	12,0	9,1	8,1	6,8	8,9
Gav6	7,1	3,0	4,9	3,0	7,2	2,5	8,1	3,0	4,0
Ser6	10,2	2,3	20,7	6,8	4,8	0,9	20,3	4,0	2,1
Uri6	9,6	11,4	4,3	7,5	13,3	12,7	9,1	9,4	11,2
Lle10	5,2	1,3	2,6	0,9	5,7	1,1	8,2	1,7	2,3
Moc10	5,9	3,0	5,7	4,3	5,6	2,3	8,6	3,8	4,8
Par10	10,4	1,1	17,6	2,6	6,6	0,5	17,9	1,6	1,0
Pet10	6,6	1,4	6,8	2,1	4,8	0,8	10,9	2,1	2,0
San10	5,9	0,9	5,9	9,3	16,8	2,0	9,6	1,2	1,4
Sant10	12,3	13,3	4,9	1,1	14	12,1	10,0	9,4	10,1

Candidato	Grupo 5		Grupo 6		Grupo 7		Media
	Clas/Cat	Cat/Clas	Clas/Cat	Cat/Clas	Clas/Cat	Cat/Clas	
Bar86	44,3	6,0	0,4	7,6	13,0	6,9	6,6
Gom86	38,4	3,2	0,2	2,0	10,4	3,4	4,0
Par86	36,9	0,4	11,6	15,2	10,3	0,4	0,5
Gav90	46,6	4,3	0,5	6,0	10,4	3,8	4,5
Gom90	46,9	2,1	0,3	1,6	9,1	1,7	2,2
Llo90	45,7	1,1	0,2	0,5	8,0	0,7	1,1
Nav90	42,2	1,0	0,2	0,5	31,4	3	1,2
Nav94	44,0	0,3	0,3	0,3	27,1	0,7	0,3
Pas94	43,0	3,5	0,2	2,6	11,3	3,7	4,0
Sam94	43,7	3,6	0,5	5,0	13,3	4,4	4,1
Bed98	67,1	0,4	0,2	0,1	8,6	0,2	0,3
Pas98	43,9	5,1	0,2	2,7	11,5	5,2	5,6
San98	70,5	6,4	0,2	2,0	10,1	3,7	4,4
Ser98	37,4	4,3	0,2	3,7	15,4	7,1	5,7
Gar2	63,7	1,4	0,4	1,2	13,1	1,1	1,1
San2	57,4	1,2	0,0	0,0	8,0	0,6	1,0
Ser2	34,2	3,8	0,2	3,3	18,2	7,9	5,4
Uri2	60,5	11,0	0,2	4,1	9,0	6,5	8,9
Gav6	51,0	4,2	0,5	5,7	21,2	6,9	4,0
Ser6	30,0	1,3	0,3	1,6	13,7	2,4	2,1
Uri6	54,5	12,5	0,3	10,1	8,8	8,0	11,2
Lle10	68,2	3,2	0,1	0,6	10,0	1,9	2,3
Moc10	62,5	6,1	0,4	4,9	11,4	4,4	4,8
Par10	36,9	0,7	0,5	1,2	10,1	0,8	1,0
Pet10	39,4	1,6	0,3	1,7	31,2	5,2	2,0
San10	53,1	1,5	0,3	1,1	9,3	1,0	1,4
Sant10	47,2	9,8	0,5	13,8	10,0	8,3	10,1

Las Tablas 3.18, 3.19 y 3.20 muestran los resultados de clasificación para las elecciones de 1986, 1990 y 1994, donde se puede observar que todos los grupos siguen una tendencia similar al análisis general. Asimismo, puesto que la contienda electoral de estos años, considera la oposición entre dos candidatos de partidos tradicionales y un candidato de un partido de izquierda, en el grupo cinco se reparten los resultados entre los dos candidatos de los partidos tradicionales, de acuerdo con la tendencia nacional de votación. Finalmente, el grupo siete presenta una mayor votación por el candidato Liberal y no por el candidato de izquierda, mientras que para las elecciones de 1990 y 1994 este comportamiento se observa en el grupo seis.

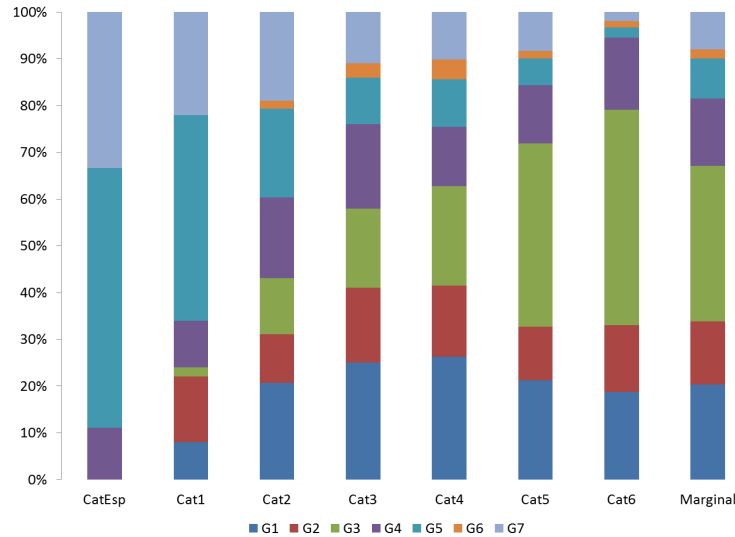


FIGURA 3.11. Relación entre grupos de clasificación y categorías de población

El comportamiento de los grupos seis y siete se conserva en los análisis de grupo para las elecciones de 1998, 2002 y 2006 (Tablas 3.21, 3.22 y 3.23), lo que indica que los candidatos liberales tienden a acaparar algunos escenarios de los candidatos de izquierda.

Las elecciones de 2010 (Tabla 3.24) muestran que el candidato Santos tiende a acaparar algunos de los escenarios que pertenecían al Partido Liberal, tales como el grupo uno y escenarios que mostraban a tendencias de izquierda como el grupo seis. Adicionalmente, también se ve un acaparamiento de Petro a escenarios liberales como en el grupo dos y en el grupo cuatro.

Con esto se deduce que existe una decadencia en el dominio electoral de los candidatos de los partidos tradicionales, especialmente en el caso del partido Liberal pues, a medida que transcurren los años de elección pierden votantes a favor de los candidatos de partidos y movimientos no tradicionales, principalmente en el grupo 5 (que tiene el mayor porcentaje de votación).

Igualmente, dada las diferentes tendencias en los grupos 6 y 7, parece no existir una izquierda unificada, lo que lleva a que en algunos años la votación se traslade a los candidatos del partido Liberal en detrimento de la votación por los candidatos de izquierda. Por el contrario, la derecha parece ser más cohesionada, pues los grupos que votan por esta clase de candidatos no presentan muchos cambios en el transcurso de tiempo. Cabe destacar que el candidato Uribe tiene un comportamiento más cercano al de los candidatos del partido Conservador, mientras que Santos, aunque tiene votaciones de todo tipo de

TABLA 3.18. Caracterización de los grupos para las elecciones presidenciales de 1986

Grupo	Candidato	Clas/Cat	Cat/Clas	Media
1	Bar86	15,2	76,1	59,2
	Gom86	5,4	16,5	36,3
	Par86	19,3	7,4	4,5
2	Bar86	8,9	73,8	59,2
	Gom86	3,9	19,9	36,3
	Par86	10,0	6,3	4,5
3	Bar86	6,6	26,6	59,2
	Gom86	29,0	71,5	36,3
	Par86	6,0	1,9	4,5
4	Bar86	11,5	58,3	59,2
	Gom86	12,7	39,5	36,3
	Par86	5,9	2,3	4,5
5	Bar86	44,3	62,7	59,2
	Gom86	38,4	33,3	36,3
	Par86	36,9	4,0	4,5
6	Bar86	0,4	30,7	59,2
	Gom86	0,2	8,0	36,3
	Par86	11,6	61,3	4,5
7	Bar86	13,0	64,4	59,2
	Gom86	10,4	31,6	36,3
	Par86	10,3	3,9	4,5

TABLA 3.19. Caracterización de los grupos para las elecciones presidenciales de 1990

Grupo	Candidato	Clas/Cat	Cat/Clas	Media
1	Gav90	14,0	70,9	49,6
	Gom90	5,3	13,3	24,7
	Llo90	4,7	6,1	12,7
	Nav90	7,2	9,6	13,1
2	Gav90	8,7	70,0	49,6
	Gom90	3,3	13,2	24,7
	Llo90	3,7	7,6	12,7
	Nav90	4,3	9,2	13,1
3	Gav90	7,8	27,7	49,6
	Gom90	22,2	39,3	24,7
	Llo90	30,2	27,4	12,7
	Nav90	6,0	5,6	13,1
4	Gav90	12,0	52,8	49,6
	Gom90	13,0	28,5	24,7
	Llo90	7,6	8,6	12,7
	Nav90	8,7	10,1	13,1
5	Gav90	46,6	50,2	49,6
	Gom90	46,9	25,2	24,7
	Llo90	45,7	12,6	12,7
	Nav90	42,2	12,0	13,1
6	Gav90	0,5	69,3	49,6
	Gom90	0,3	18,3	24,7
	Llo90	0,2	6,1	12,7
	Nav90	0,2	6,3	13,1
7	Gav90	10,4	41,3	49,6
	Gom90	9,1	17,9	24,7
	Llo90	8,0	8,0	12,7
	Nav90	31,4	32,7	13,1

TABLA 3.20. Caracterización de los grupos para las elecciones presidenciales de 1994

Grupo	Candidato	Clas/Cat	Cat/Clas	Media
1	Nav94	8,7	3,6	4,0
	Pas94	5,8	28,0	47,8
	Sam94	13,9	68,4	48,2
2	Nav94	4,3	2,6	4,0
	Pas94	4,1	29,7	47,8
	Sam94	9,3	67,6	48,2
3	Nav94	6,2	1,7	4,0
	Pas94	23,4	75,2	47,8
	Sam94	7,2	23,1	48,2
4	Nav94	9,4	3,1	4,0
	Pas94	12,1	48,2	47,8
	Sam94	12,2	48,7	48,2
5	Nav94	44,0	4,1	4,0
	Pas94	43,0	47,4	48,2
	Sam94	43,7	48,5	47,8
6	Nav94	0,3	3,6	4,0
	Pas94	0,2	32,6	47,8
	Sam94	0,5	63,8	48,2
7	Nav94	27,1	8,5	4,0
	Pas94	11,3	42,0	47,8
	Sam94	13,3	49,5	48,2

TABLA 3.21. Caracterización de los grupos para las elecciones presidenciales de 1998

Grupo	Candidato	Clas/Cat	Cat/Clas	Media
1	Bed98	8,3	1,7	1,8
	Pas98	6,1	24,0	35,1
	San98	6,0	18,5	27,7
	Ser98	14,2	55,8	35,4
2	Bed98	2,7	0,8	1,8
	Pas98	3,8	21,1	35,1
	San98	1,9	8,4	27,7
	Ser98	12,6	69,8	35,4
3	Bed98	6,1	1,0	1,8
	Pas98	22,6	68,3	35,1
	San98	5,4	12,9	27,7
	Ser98	5,8	17,8	35,4
4	Bed98	7,0	1,2	1,8
	Pas98	11,9	38,0	35,1
	San98	5,9	14,8	27,7
	Ser98	14,3	46,0	35,4
5	Bed98	67,1	2,5	1,8
	Pas98	43,9	31,2	35,1
	San98	70,5	39,5	27,7
	Ser98	37,4	26,8	35,4
6	Bed98	0,2	1,4	1,8
	Pas98	0,2	31,8	35,1
	San98	0,2	23,4	27,7
	Ser98	0,2	43,5	35,4
7	Bed98	8,6	1,3	1,8
	Pas98	11,5	32,4	35,1
	San98	10,1	22,6	27,7
	Ser98	15,4	43,7	35,4

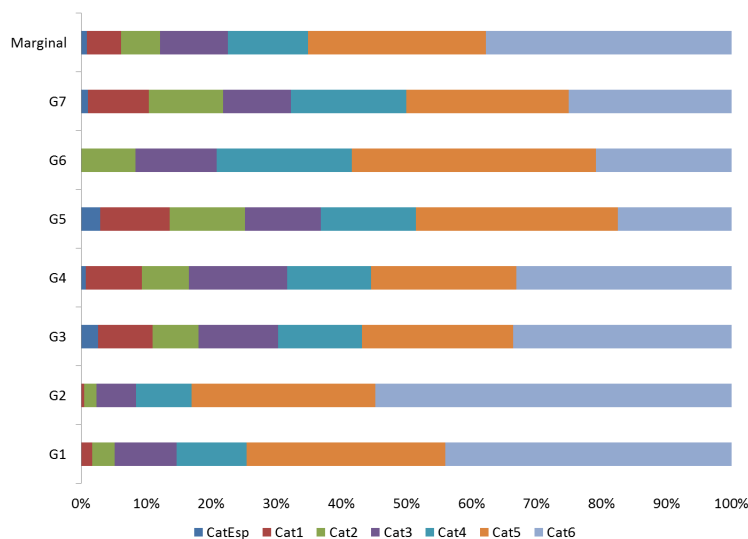


FIGURA 3.12. Relación entre categorías de población y grupos de clasificación

municipios, gana un mayor terreno en los grupos que tradicionalmente votaban por los candidatos del partido Liberal.

Finalmente, la Figura 3.13 presenta un mapa en el que el color asignado al municipio, indica el grupo de clasificación caracterizado anteriormente. Los municipios que se encuentran en blanco no fueron incluidos en el análisis y por tanto no pertenecen a ninguno de los grupos descritos anteriormente.

Dada la cantidad de municipios colombianos, se realiza un análisis parcial de los años de votación de tres de los municipios mejor representados en el primer plano factorial, así como para cada una de las agrupaciones obtenidas previamente.

En la Figura 3.14 se observa que los municipios Piedras y Lérída tienen un comportamiento similar, mientras que Marinilla tiene una tendencia contraria a estos dos, principalmente para las elecciones de 1986. Sin embargo, los municipios tienden a aproximarse a medida que transcurren las elecciones, lo que respalda los comportamientos previamente descritos.

TABLA 3.22. Caracterización de los grupos para las elecciones presidenciales de 2002

grupo	Candidato	Clas/Cat	Cat/Clas	Media
1	Gar02	6,0	4,6	6,5
	San02	7,3	5,2	6,0
	Ser02	11,9	46,1	32,9
	Uri02	6,9	44,2	54,6
2	Gar02	2,5	2,4	6,5
	San02	2,6	2,3	6,0
	Ser02	13,8	68,2	32,9
	Uri02	3,3	27,1	54,6
3	Gar02	7,6	5,0	6,5
	San02	17,0	10,4	6,0
	Ser02	5,3	17,8	32,9
	Uri02	12,0	66,7	54,6
4	Gar02	6,5	4,0	6,5
	San02	7,4	4,2	6,0
	Ser02	16,4	50,3	32,9
	Uri02	8,1	41,6	54,6
5	Gar02	63,7	7,9	6,5
	San02	57,4	6,7	6,0
	Ser02	34,2	21,7	32,9
	Uri02	60,5	63,7	54,6
6	Gar02	0,4	12,9	6,5
	San02	0,4	10,5	6,0
	Ser02	0,2	34,3	32,9
	Uri02	0,2	42,3	54,6
7	Gar02	13,1	6,9	6,5
	San02	8,0	4,0	6,0
	Ser02	18,2	48,8	32,9
	Uri02	9,0	40,3	54,6

TABLA 3.23. Caracterización de los grupos para las elecciones presidenciales de 2006

Grupo	Candidato	Clas/Cat	Cat/Clas	Global
1	Gav6	7,1	18,1	23,1
	Ser6	9,6	68,2	12,3
	Uri6	10,2	13,7	64,6
2	Gav6	4,9	17,6	23,1
	Ser6	20,7	39,4	12,3
	Uri6	4,3	43,0	64,6
3	Gav6	7,2	15,3	23,1
	Ser6	4,8	5,5	12,3
	Uri6	13,3	79,3	64,6
4	Gav6	8,1	18,3	23,1
	Ser6	20,3	24,5	12,3
	Uri6	9,1	57,3	64,6
5	Gav6	51,0	23,3	23,1
	Ser6	30,0	7,3	12,3
	Uri6	54,5	69,4	64,6
6	Gav6	0,5	32,8	23,1
	Ser6	0,3	9,0	12,3
	Uri6	0,3	58,2	64,6
7	Gav6	21,2	39,9	23,1
	Ser6	13,7	13,7	12,3
	Uri6	8,8	46,4	64,6

TABLA 3.24. Caracterización de los grupo para las elecciones presidenciales de 2010

grupo	Candidato	Clas/Cat	Cat/Clas	Media
1	Lle10	5,2	6,1	10,6
	Moc10	5,9	14,3	22,2
	Par10	10,4	5,1	4,5
	Pet10	6,6	6,8	9,4
	San10	5,9	4,1	6,4
	Sant10	12,3	63,6	46,9
2	Lle10	2,6	4,6	10,6
	Moc10	5,7	20,9	22,2
	Par10	17,6	13,0	4,5
	Pet10	6,8	10,5	9,4
	San10	4,9	5,2	6,4
	Sant10	5,9	45,8	46,9
3	Lle10	5,7	5,9	10,6
	Moc10	5,6	12,1	22,2
	Par10	6,6	2,9	4,5
	Pet10	4,8	4,4	9,4
	San10	16,8	10,5	6,4
	Sant10	14,0	64,2	46,9
4	Lle10	8,2	8,7	10,6
	Moc10	8,6	19,3	22,2
	Par10	17,9	8,1	4,5
	Pet10	10,9	10,4	9,4
	San10	9,6	6,2	6,4
	Sant10	10,0	47,3	46,9
5	Lle10	68,2	14,0	10,6
	Moc10	62,5	26,7	22,2
	Par10	36,9	3,2	4,5
	Pet10	39,4	7,1	9,4
	San10	53,1	6,5	6,4
	Sant10	47,2	42,5	46,9
6	Lle10	0,1	2,8	10,6
	Moc10	0,4	21,2	22,2
	Par10	0,5	5,0	4,5
	Pet10	0,3	7,5	9,4
	San10	0,3	4,6	6,4
	Sant10	0,5	59,0	46,9
7	Lle10	10,0	8,6	10,6
	Moc10	11,4	20,5	22,2
	Par10	10,1	3,7	4,5
	Pet10	31,2	23,9	9,4
	San10	9,3	4,9	6,4
	Sant10	10,0	38,3	46,9

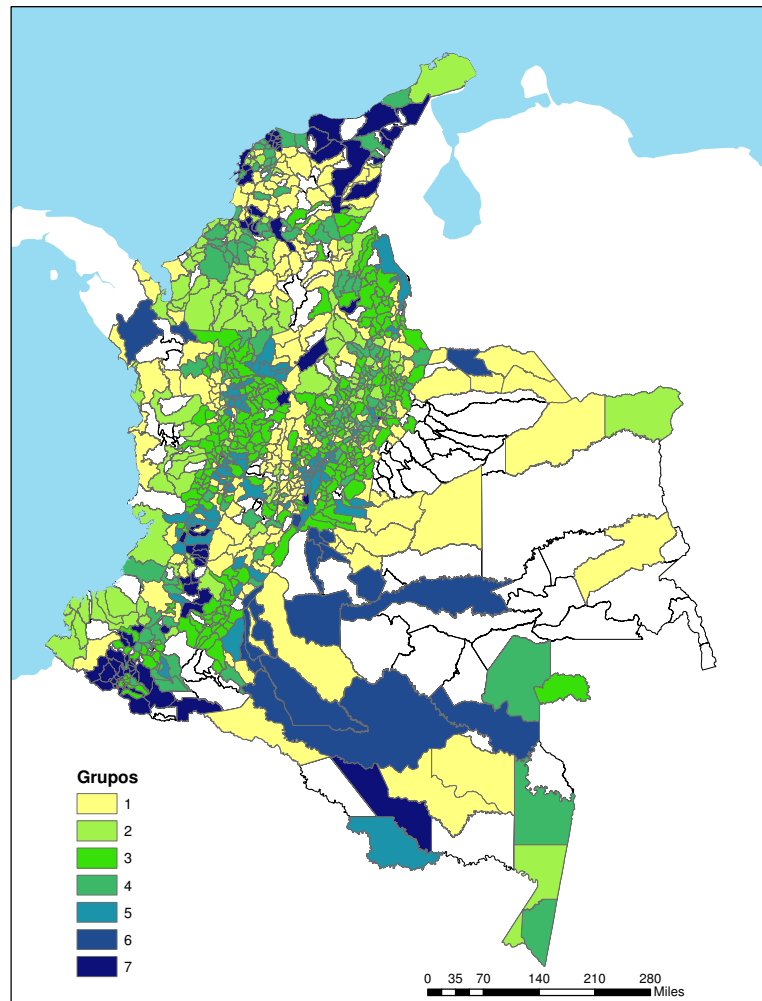


FIGURA 3.13. Mapa de los municipios colombianos, de acuerdo al grupo de clasificación.

Los municipios en blanco no fueron incluidos en el estudio

La Figura 3.15 muestra la representación parcial para el primer grupo de clasificación. Se observa una mayor diferencia entre los resultados de 2010 y los de 1986 los que, al mismo tiempo, se encuentran más alejados del resultado promedio. Lo anterior puede ser explicado por la pérdida de importancia del partido Liberar a lo largo de las elecciones.

En la Figura 3.16 se presenta la representación parcial del segundo grupo de clasificación. En este caso existe una mayor diferencia entre los resultados de 2002 y los de 1986 y 1990 los que, al mismo tiempo, se encuentran más alejados del resultado promedio, lo que es un indicio en el cambio introducido por Uribe.

Para el caso del tercer grupo, en la Figura 3.17 se observa que existe una mayor diferencia entre los resultados de 2010, 2006 y 2002 con los de 1986. Este último año se encuentra alejado del promedio, lo que señala el cambio de los partidos tradicionales a los de posturas de derecha.

En lo que respecta al cuarto grupo, en la Figura 3.18 se muestra que los resultados para los años giran alrededor del resultado medio para cada municipio, lo que es acorde con las votaciones por partidos tradicionales.

La Figura 3.19 muestra la representación parcial para el quinto grupo de clasificación. Se observa que la mayoría de las representaciones parciales giran alrededor del resultado promedio, lo que es esperado, pues este grupo tiene una mayor relación con la votación promedio nacional.

La Figura 3.20 y 3.21 muestra la representación parcial para el sexto grupo de clasificación. Se observa que la mayoría de las representaciones parciales giran alrededor del resultado promedio, con excepción de los resultados para 1986 lo que puede deberse a que este grupo corresponde a los partidos de izquierda, que tienen un comportamiento independiente de los otros municipios.

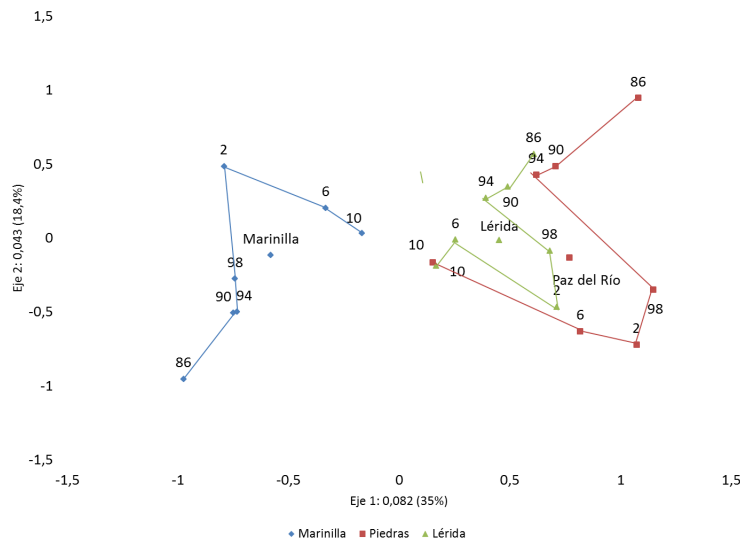


FIGURA 3.14. Primer plano factorial de la representación parcial del AC Intra Columnas Ponderado, para tres municipios.

Los colores indican los municipios

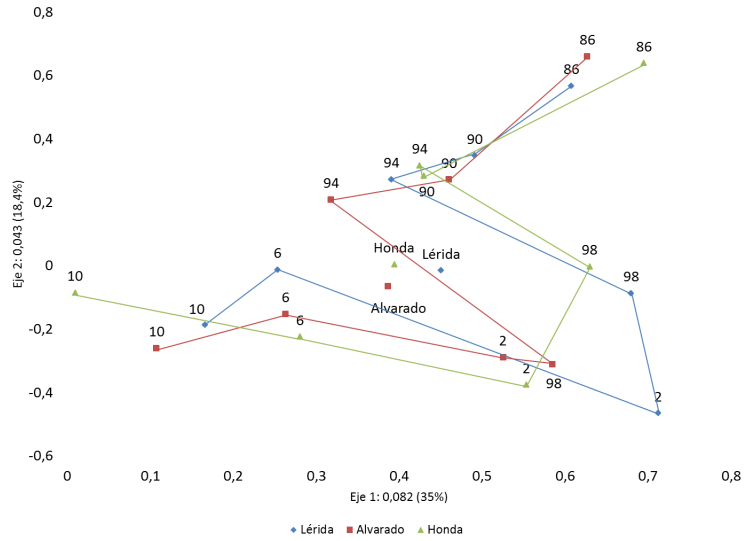


FIGURA 3.15. Primer plano factorial de la representación parcial del AC Intra Columnas Ponderado, para tres municipios del primer grupo de clasificación.

Los colores indican los municipios

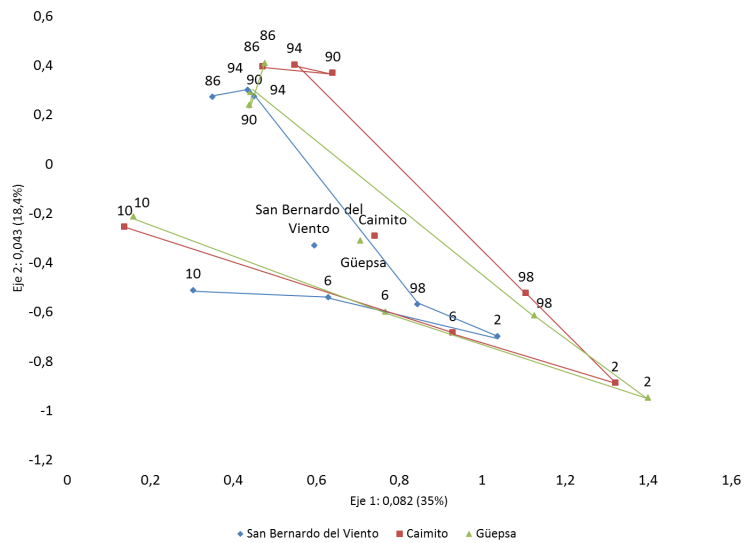


FIGURA 3.16. Primer plano factorial de la representación parcial del AC Intra Columnas Ponderado, para tres municipios del segundo grupo de clasificación.

Los colores indican los municipios

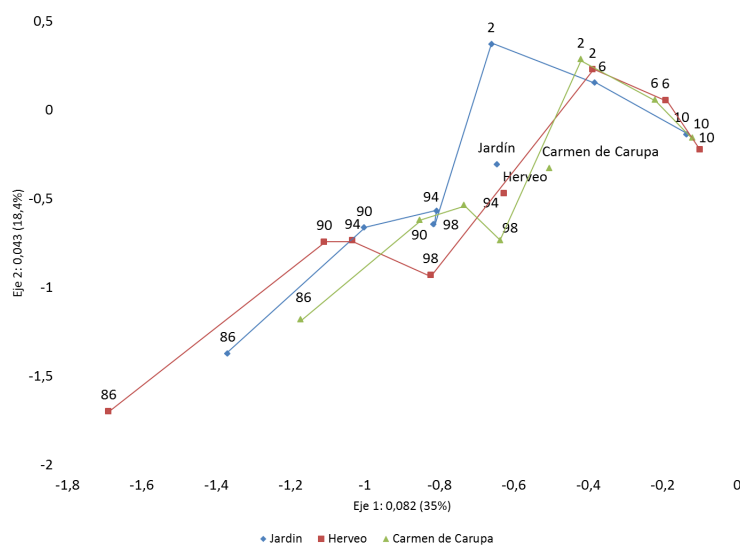


FIGURA 3.17. Primer plano factorial de la representación parcial del AC Intra Columnas Ponderado, para tres municipios del tercer grupo de clasificación.

Los colores indican los municipios

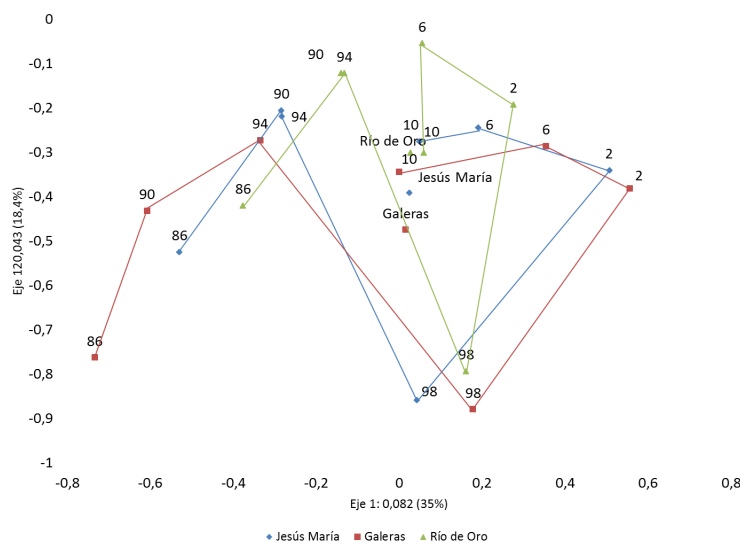


FIGURA 3.18. Primer plano factorial de la representación parcial del AC Intra Columnas Ponderado, para tres municipios del cuarto grupo de clasificación.

Los colores indican los municipios

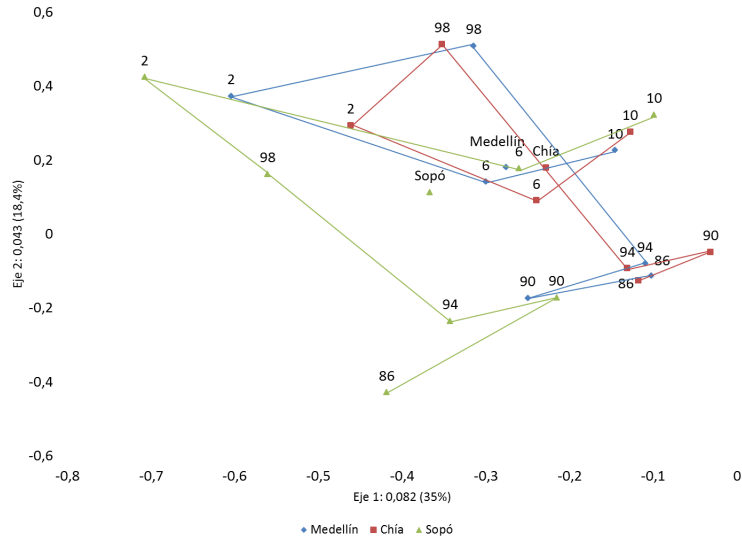


FIGURA 3.19. Primer plano factorial de la representación parcial del AC Intra Columnas Ponderado, para tres municipios del quinto grupo de clasificación.

Los colores indican los municipios

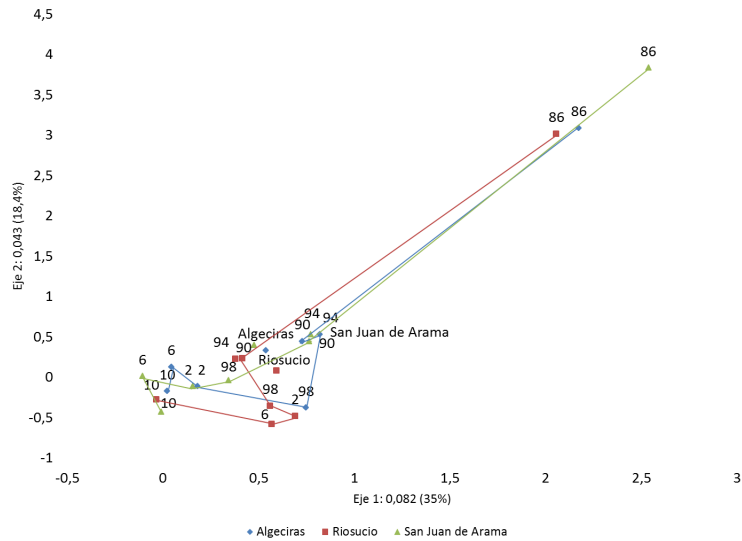


FIGURA 3.20. Primer plano factorial de la representación parcial del AC Intra Columnas Ponderado, para tres municipios del sexto grupo de clasificación.

Los colores indican los municipios

Conclusiones

En este trabajo se realizó una comparación entre diferentes metodologías de análisis en ejes factoriales para datos electorales, donde es posible organizar los resultados en tablas de contingencia y tablas de contingencia con sub-particiones en filas, columnas o ambas. Esta comparación mostró que el Análisis en Componentes Principales con Perfiles Horizontales (ACPH) enmascara algunos resultados atípicos, principalmente en lo que respecta a los resultados de votación de los movimientos políticos, lo que la convierte en una metodología más adecuada en situaciones de construcción de índices.

Por su parte, el Análisis en Componentes Principales con Transformación Logarítmica (LACP), es adecuado en el caso en el que se desee analizar los resultados representativos de las elecciones, pues disminuye los efectos en la inercia introducidos por los resultados atípicos al realizar un centrado de acuerdo al logaritmo de la media geométrica.

El Análisis de Correspondencias Simples (ACS) es ideal para el análisis de resultados atípicos cuando se posee una configuración de dos variables, pero no permite la eliminación del efecto de alguna variable adicional. Por el contrario, el AC Intra Tablas permite eliminar este efecto, pero no tiene en cuenta la influencia que una banda con gran tamaño en el análisis general de la inercia, por lo que se hace necesario recurrir al AC Intra Tablas Ponderado como una extensión de este último método, cuando se presente este problema.

Si se desea descontar simultáneamente el efecto producido por situaciones más dinámicas, como los cambios en movimientos políticos a lo largo del tiempo, así como las diferencias generadas en las unidades territoriales por diferentes tipos de variable, es necesario recurrir a metodologías como el Análisis de Correspondencia Interno (ACI), el Análisis de

Correspondencias Intra Bloques (ACIB) o el Análisis de Correspondencias Intra Bloques Ponderado (ACIBP).

En lo que respecta al análisis de los datos de elecciones presidenciales, a nivel municipal, para el período de 1986 a 2010, en la sección 3.2.5 se encontró que al centrar por grupos de categoría de municipio, la distancia de un municipio al centro, indica la diferencia al perfil de ese grupo y no al perfil general. Esto implica que para develar patrones electorales sólo fue necesario realizar un centrado según el año de elección.

Esta metodología muestra que existe una transformación en los patrones de votación colombianos, que tienden a desplazarse de los candidatos de los partidos tradicionales a candidatos que surgen de estos partidos, pero que en la actualidad no tienen ninguna afiliación con ellos.

Asimismo, se mostró que existen indicios de que los municipios que votan por los candidatos de izquierda no tienden a votar por los de los partidos tradicionales.

Finalmente, los resultados obtenidos sugieren que el candidato Uribe se aproxima más a los resultados obtenidos por los candidatos del Partido Conservador, mientras que el candidato Santos se acerca más a las posturas del Partido Liberal.

Trabajo futuro

Para trabajos futuros sobre este tema es necesario considerar situaciones en las que un grupo de variables influencia los resultados electorales, como es el caso de Colombia donde los factores sociales, económicos, políticos, culturales, de conflicto, entre otros, pueden afectar los patrones de votación municipal. Para esto, es necesario explorar metodologías que permitan integrar los resultados aquí expuestos con metodologías de regresión, como es el caso del Análisis de Canónico de Correspondencias (ACC) propuesto por Ter-Braak (1986).

Bibliografía

- Aitchison, J. (1986). *The statistical analysis of compositional data*, Springer.
- Bautista, L. (2005). Estrategia de muestreo para la estimación de la tasa de favoritismo en la elección presidencial conceptos básicos, *Revista Colombiana de Estadística* **28**(1): 39–62.
- Bautista, L. & Pacheco, P. (1989). Análisis de la evolución del comportamiento electoral departamental en los últimos años: aplicación de los métodos factoriales al estudio de series temporales cortas, *Revista Colombiana de Estadística* **19**: 94–112.
- Bécue-Bertaut, M. & Pagès, J. (2004). A principal axes method for comparing contingency tables: MFACT, *Computational Statistics and Data Analysis* **45**(3): 481–503.
- Bécue-Bertaut, M., Pagès, J. & Pardo, C. E. (2005). Contingency table with a double partition on rows and columns. visualization and comparison of the partial and global structures, in J. Janssen & P. Lenca (eds), *Proceedings ASMDA 2005, Applied Stochastic Models and Data Analysis*, ENST Bretagne, pp. 355–364.
- Benzécri, J. (1969). *Statistical analysis as a tool to make patterns emerge from the data in methodologies of pattern recognition*, Academic Press.
- Benzécri, J. (1983). Analyse de l’inertie interclasse par l’analyse d’un tableau de correspondance, *Les Cahiers de L’analyse de Données* **8**(3): 351–358.
- Carlier, A. (1987). Analyse de données evolutives, *Centre International de Mathematiques Pures et Appliquées. Nice. Francia*. Citado por Bautista & Pacheco (1989).
- Cazes, P., Chessel, D. & Doledec, S. (1988). L’analyse des correspondances internes d’un tableau partitionné. son usage en hydrobiologie, *Revue de Statistique Appliquée* **36**(1): 39–54.
- CNC (1994). *Ley 136*, Congreso Nacional de Colombia.
- Colombia-ANC (1991). *Constitución Política de Colombia*, Asamblea Nacional Constituyente, Bogotá.
- de la Peña, R. (2005). El número de autonomías y la competitividad electoral, *Política y cultura* **24**: 233–255.
- Downs, A. (1957). An economic theory of political action in a democracy, *The Journal of Political Economy* **1957**: 135–150.

- Escofier, B. (1984). Analyse factorielle en reference a un modele. application a l'analyse de tableaux d'échanges, *Revue de Statistique Appliquée* **32**(4): 25–36.
- Escofier, B. & Pagès, J. (1992). *Análisis factoriales simples y múltiples: objetivos, métodos e interpretaciones*, Servicio editorial Universidad del País Vasco.
- Escofier, B. y Drouet, D. (1983). Analyse des différences entre plusieurs tableaux de fréquence, *Les Cahiers de L'analyse de Données* **8**(4): 491–499.
- Giraldo, F. & Muñoz, P. (2014). *Partidos políticos en Colombia: Evolución y perspectiva*, Fundación Konrad Adenauer -KAS-.
- Goodin, R. & Klingemann, H. (1996). Comportamiento político, parte iii, in E. Istmo (ed.), *Nuevo Manual de Ciencia Política*, Ediciones Istmo.
- Gosnell, H. & Schmidt, M. (1936). Factorial and correlational analysis of the 1934 vote in chicago, *Journal of the American Statistical Association* **31**: 507–518.
- INF (2010). La gran encuesta 2010 medición 9, *Technical report*, Ipsos-Napoleon Franco.
- Laakso, M. & Taagepera, R. (1979). Effective number of parties: A measure with application to West Europe, *Comparative Political Studies* **12**: 3–27.
- Lebart, L., Piron, M. & Morineau, A. (2006). *Statistique exploratoire multidimensionnelle. Visualisation et inférence en fouilles de données.*, Dunod, París.
- Lincoln, A. & Prior, R. (1971). An application of principal components analysis to voting in scottish municipal elections 1967-9, *Journal of the Royal Statistical Society* **4**: 77–88.
- Molinar, J. (1991). Counting the number of parties: an alternative index, *The American Political Science Review* **85**(4): 1383–1391.
- Montecinos, E. (2007). Análisis del comportamiento electoral: De la elección racional a la teoría de redes, *Revista de Ciencias Sociales* **13**(1): 9–22.
- Pagès, J. (2004). Multiple factor analysis: Main features and application to sensory data, *Revista Colombiana de Estadística* **27**(1): 1–26.
- Pardo, C. (2013). *pamctdp: Principal Axes Methods for Contingency Tables with Partition Structures on Rows and Columns*, R.
- Pardo, C. & DelCampo, P. (2007). Combinación de métodos factoriales y de análisis de conglomerados en R: el paquete FactoClass, *Revista Colombiana de Estadística* **30**(2): 231–245.
- Pardo, C. E. (1992). *Análisis de la aplicación del método de Ward de clasificación jerárquica al caso de variables cualitativas*, Tesis Magister Scientiae en Estadística, Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias. Departamento de Matemáticas y Estadística, Bogotá.
- Pardo, C. E. (2005). Análisis de correspondencias de tablas de contingencia estructuradas, *Memorias del Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística*, Vol. 7.

-
- Pardo, C. E. (2011). *Métodos en ejes principales para tablas de contingencia con estructuras de partición en filas y columnas*, PhD thesis, Tesis para optar al título de Doctor en Ciencias-Estadística, Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias. Departamento de Estadística, Bogotá.
- Pardo, C. E., Bécue-Bertaut, M. & Ortiz, J. (2013). Análisis de correspondencias de tablas de contingencias con subparticiones en filas y columnas, *Revista Colombiana de Estadística* **36**: 115–144.
- Prescott, J. (1959). The function and methods of electoral geography, *Annals of the Association of American Geographers* **49**(3): 296–304.
- Rae, D. W. (1967). *The Political Consequences of Electoral Laws*, New Haven, Yale University Press.
- Rodrigues, P. & Lima, A. (2009). Analysis of an european union election using principal component analysis, *Stat Papers* **50**: 895–904.
- Sabatier, R. (1987). *Methodes factorielles en analyse des données: approximations et prise en compte de variables concomitantes*, PhD thesis, Université des Sciences et Techniques du Languedoc, Montpellier.
- Stehouwer, J. (1967). Long term ecological analysis of electoral statistics inference denmark, *Scandinavian Political Studies* **2**(A2): 94–116.
- Ter-Braak, C. (1986). Canonical correspondence analysis: A new technique for multivariate direct gradient analysis, *Ecology* **67**(5): 1167–1179.
- Valdés, L. (1993). *Las consecuencias políticas de las reformas electorales en México: 1978-1991*, PhD thesis, El Colegio de México.